







VNIVERSITAT  
DE VALÈNCIA

**Departamento de Óptica**

**Caracterización de haces láser  
empleados en la industria**

Memoria presentada por  
**José A. Ramos de Campos**  
para optar al grado de  
**Doctor en Física**

Marzo 2012



D. Walter Daniel FURLAN, Catedrático de Universidad del Departamento de Óptica de la Universidad de València

CERTIFICA que la presente memoria, Caracterización de haces láser empleados en la industria, resume el trabajo de investigación realizado, bajo su codirección junto al Dr. Luis Martí López, por D. José Antonio RAMOS DE CAMPOS y constituye su Tesis para optar al Grado de Doctor en Física.

Y para que conste, en cumplimiento de la legislación vigente, firma el presente certificado en Valencia, a doce de abril de dos mil doce.

Fdo. Dr. Walter Daniel Furlan



**A Xandra con amor.  
A los pequeños Alejandra y Juan José,  
que nos brindan un futuro con ilusión.**



## **Agradecimientos**

**Quisiera expresar en primer lugar mi agradecimiento a mis Directores de tesis. A Luis Martí, cuyo entusiasmo, enorme curiosidad e infatigable capacidad de trabajo me han aportado un estímulo constante, incluso en los momentos de mayor desazón. Desgraciadamente Luis no ha podido ver culminado este trabajo por su fallecimiento repentino y prematuro el año pasado. Y a Walter Furlan, cuyas ideas y apoyo han permitido completar esta Tesis. Es justo reconocer que sin su aportación conjunta no hubiera sido posible este trabajo.**

**Agradecer también a mis compañeros del Instituto Tecnológico de Óptica, Color e Imagen, AIDO, y en especial a aquellos que en todos estos años que llevo trabajando en él, han pasado por el Departamento de Láser, el apoyo y la colaboración que me han brindado en la obtención de algunos de los resultados que aquí se presentan.**

**Por último, reservo estas líneas finales para agradecer a toda mi familia la ilusión y comprensión con que han apoyado mi esfuerzo y el orgullo que sienten al verme culminarlo, especialmente mi abuelo Juan José que el año pasado cumplió 100 años y, cada vez que hemos hablado me ha preguntado por la Tesis.**



La inteligencia consiste no sólo en el conocimiento,  
sino también en la destreza de aplicar los conocimientos  
en la práctica.

Aristóteles



## Resumen

Los láseres tienen numerosas aplicaciones. En estas aplicaciones es necesario utilizar sistemas ópticos para guiar y a veces transformar el haz láser. Para un correcto diseño de estos sistemas ópticos es fundamental, además de un conocimiento de las propiedades de propagación de los haces láser, el empleo de técnicas de caracterización de los mismos.

Existe una serie de cuestiones que todavía no han sido investigadas suficientemente y que no son fenómenos de excepción, sino que se presentan en las aplicaciones cotidianas. Dos de estas cuestiones son:

1º El considerar a los haces láser utilizados en la industria que son monocromáticos cuando en la mayoría de los casos como por ejemplo, en los haces producidos por los láseres de dióxido de carbono de alta potencia no lo es.

2º Uno de los tipos de láser que más aplicaciones está encontrando en la industria son los de diodos láser de alta potencia. Sin embargo, determinadas propiedades de los mismos, como es el caso del *smile* (sonrisa) no están

convenientemente caracterizadas, cuando juega un papel fundamental a la hora de diseñar los sistemas ópticos en este tipo de láseres.

En concordancia con los problemas planteados en el párrafo anterior la presente tesis se plantea para el primer problema, deducir las relaciones entre los modos que constituyen el haz láser policromático y los modos transformados por una lente. Para el segundo problema se aporta un nuevo método de caracterización del *smile*.

# Índice

<b>Capítulo 1. Introducción</b> .....	5
1.1. Motivaciones .....	5
1.2. Objetivos .....	13
1.3. Estructura de la tesis .....	14
<b>Capítulo 2. Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos</b> .....	17
2.1. Introducción .....	17
2.2. Solución simple de la ecuación de onda estacionaria paraxial .....	18
2.3. Parámetros característicos del haz.....	24
2.3.1. Radio del haz .....	24
2.3.2. Distancia de Rayleigh.....	28
2.3.3. Radio de curvatura del frente de onda .....	29
2.3.4. Divergencia en campo lejano .....	30
2.3.5. Superficies de fase constante .....	31
2.3.6. Distribución fundamental o modo gaussiano TEM <sub>00</sub> .....	34
2.4. Modos de orden superior .....	38
2.4.1. Modos con simetría cartesiana .....	39
2.4.2. Modos con simetría cilíndrica .....	42
2.4.3. Nomenclatura de los modos de oscilación .....	44
2.4.4. Superposición de modos de propagación .....	48
2.4.5. Determinación de los modos a partir de la medición de irradiancia .....	51
2.5. Propagación de un haz gaussiano en un sistema ABCD.....	53
2.5.1. Transformación de un haz gaussiano por una lente delgada .....	53
2.5.2. Aplicación de las matrices ABCD a los haces gaussianos .....	62
2.5.3. Posición y radio de la cintura imagen calculados con matrices ABCD.....	67

2.6. Norma UNE EN 11146.....	70
2.6.1. Centroide del haz .....	71
2.6.2. Radio del haz según los momentos de segundo orden .....	72
2.6.3. Parámetros del haz TEM <sub>00</sub> según los momentos de segundo orden .....	76
2.6.4. Divergencia en campo lejano .....	77
2.7. Momentos de tercero y cuarto órdenes: sesgo y kurtosis .....	79
2.7.1. Sesgo ( <i>skewness</i> ) del haz .....	79
2.7.2. Kurtosis del haz.....	80
2.8. Producto del haz.....	82
2.9. Factor de propagación del haz $M^2$ .....	83
2.9.1 Definición de factor de propagación del haz $M^2$ .....	83
2.9.2. Haz gaussiano incrustado .....	84
2.9.3. Importancia del parámetro $M^2$ .....	87

### **Capítulo 3. Propagación de haces gaussianos**

<b>policromáticos</b> .....	91
3.1. Introducción .....	91
3.2. Modelo físico.....	93
3.3. Haz Gaussiano policromático transformado por una lente delgada .....	98
3.3.1. Radio de haz y divergencia de campo lejano ....	100
3.3.2. Distancia de Rayleigh.....	105
3.3.3. Producto de haz y factor de propagación de haz .....	107
3.3.4. Invariante de haz gaussiano policromático .....	108
3.3.5. Kurtosis .....	109
3.4. Extensión a haces policromáticos de orden superior .....	113
3.5. Análisis de resultados.....	118
<b>Apéndice 3.A: Cálculo de <math>\varepsilon_{mn}</math> para modos hermito-gaussianos</b> .....	123

<b>Apéndice 3.B: Cálculo de <math>\varepsilon_{mn}</math> para modos laguerro-gaussianos.....</b>	<b>126</b>
---	------------

<b>Capítulo 4. Caracterización del <i>smile</i> de barras de diodos láser .....</b>	<b>129</b>
---	------------

4.1. Introducción .....	129
4.2. Parámetros de <i>smile</i> .....	133
4.3. Método del espejo de Lloyd para la caracterización del <i>smile</i> .....	137
4.3.1. El principio del método .....	137
4.3.2. Modelo físico .....	140
4.3.3. Algunos casos simples.....	149
4.3.4. Franjas simuladas .....	155
4.3.5. Propiedades del espectro espacial del patrón de interferencia .....	159
4.4. Medida del <i>smile</i> .....	163
4.4.1. Montaje experimental .....	163
4.4.2. Extracción de datos de los interferogramas .....	167
4.4.3. Análisis de los resultados.....	172
4.5. Análisis del método de imagen para la caracterización del <i>smile</i> de barras de diodo láser .....	174
4.5.1. Principales características del método de imagen .....	174
4.5.2. Transformación de parámetros de <i>smile</i> por el sistema formador de imágenes .....	183

<b>Capítulo 5. Conclusiones.....</b>	<b>189</b>
--------------------------------------	------------

5.1. Conclusiones .....	189
5.2. Difusión de los resultados de la tesis.....	191
5.3. Perspectivas de desarrollo futuro .....	195

<b>Glosario.....</b>	<b>199</b>
----------------------	------------

<b>Bibliografía.....</b>	<b>201</b>
--------------------------	------------



# Capítulo 1. Introducción

## 1.1. Motivaciones

Los láseres tienen una gran gama de aplicaciones en diferentes campos de la actividad del hombre: medicina, telecomunicaciones, almacenamiento de información, procesado de materiales, metrología, análisis químico, etc. Pero esas aplicaciones son posibles cuando el haz que produce el láser es conducido y transformado adecuadamente. Por ejemplo, en la figura 1.1 se muestran dos instalaciones láser, una para fines médicos y otra para fines industriales. En ambas se constata que el haz producido por el generador láser es conducido (transportado) y transformado por un sistema óptico, que en el primer caso es una guía de onda rígida, hueca articulada y en el segundo, una fibra óptica.

Los sistemas ópticos para conducir y transformar la radiación de los láseres deben ser diseñados y concebidos para la función que deberá realizar el láser. De ahí se deduce la necesidad de conocer y caracterizar los parámetros del haz láser emitido: la irradiancia, la longitud de onda, la potencia, la polarización, etc. Esto hace que sea de gran importancia el conocimiento preciso de los parámetros que caracterizan el haz del láser empleado. En algunos casos incluso habrá que

## Introducción

llevar a cabo alguna transformación, o conformado del haz láser, para optimizar la aplicación. En estos casos, de nuevo, será de vital importancia dicho conocimiento.



Figura 1.1. Dos ejemplos de sistemas láser. A la izquierda la fotografía de un prototipo de bisturí láser y, a la derecha una máquina láser para hacer revestimiento láser (*laser cladding*).

El esfuerzo realizado por la comunidad científica internacional en el campo de la investigación de la propagación de los haces láser queda reflejado en diferentes aspectos. En cuanto a publicaciones científicas decir que en nuestra base de artículos dedicados al estudio de la propagación de haces láser disponemos de más de 3.000 artículos publicados en los últimos 50 años. Estimamos que se superan las 10.000 patentes otorgadas en el campo de la propagación de haces láser durante ese período en las principales potencias científicas (USA, Rusia, Reino Unido,

Alemania, Francia, Suecia y Japón), lo cual refleja una intensa actividad de investigación y, sobre todo, la gran importancia que se le otorga a la protección del know-how en esta área de conocimiento. Han sido publicados excelentes libros y manuales dedicados a los láseres que contienen amplios capítulos donde se estudian las leyes de propagación de los haces láser [Siegman 1986, Miloni 1988, Svelto 1989, Yariv 1991, Koechner 1992, Davis 1996 y Silfvast 2004]. Y habría que mencionar además la adopción de normas internacionales para la caracterización de haces láser, como las que se listan a continuación en la tabla 1.1.

**Tabla 1.1. Normas españolas para la caracterización de haces láser ([www.aenor.es](http://www.aenor.es)).**

UNE-EN ISO 11146-1:2006	Láseres y equipos relacionados. Métodos de ensayo para anchuras del haz láser, ángulos de divergencia y factor de propagación del haz. Parte 1: Haces estigmáticos y astigmáticos simples (ISO 11146-1:2005).
UNE-EN ISO 11146-2:2006	Láseres y equipos relacionados. Métodos de ensayo para anchuras del haz láser, ángulos de divergencia y factor de propagación del haz. Parte 2: Haces astigmáticos en general (ISO 11146-2:2005).
UNE-EN ISO 11146:2000	Láseres y equipos relacionados. Métodos de ensayo de los parámetros del haz láser. Anchura del haz, ángulo de divergencia y factor de propagación del haz (ISO 11146:1999).
UNE-EN ISO 11554:2007	Óptica y fotónica. Láseres y equipos relacionados con los láseres. Métodos de ensayo para la potencia, la energía y las características temporales de un haz láser (ISO 11554:2006).
UNE-EN ISO 11670:2004	Láseres y equipos asociados a los láseres. Métodos de ensayo de los parámetros del haz láser. Estabilidad posicional del haz (ISO 11670:2003).

## Introducción

UNE-EN ISO 11670:2004/AC:2005	Láseres y equipos asociados a los láseres. Métodos de ensayo de los parámetros del haz láser. Estabilidad posicional del haz (ISO 11670:2003 /Cor.1:2004).
UNE-EN ISO 12005:2004	Láseres y equipos asociados a los láseres. Métodos de ensayo de los parámetros del haz láser. Polarización (ISO 12005:2003).
UNE-EN ISO 13694:2001	Óptica e instrumentos ópticos. Láseres y equipos relacionados. Métodos de ensayo de la distribución de densidad de potencia [energía] del haz láser (ISO 13694:2000).
UNE-EN ISO 13694:2001/AC:2008	Óptica e instrumentos ópticos. Láseres y equipos relacionados. Métodos de ensayo de la distribución de densidad de potencia [energía] del haz láser (ISO 13694:2000/Cor 1:2005).
UNE-EN ISO 15367-1:2004	Láseres y equipos asociados a los láseres. Métodos de ensayo para la determinación de la forma del frente de onda de un haz láser. Parte 1: Terminología y aspectos fundamentales (ISO 15367-1:2003).
UNE-EN ISO 15367-2:2005	Láseres y equipos asociados a los láseres. Métodos de ensayo para la determinación de la forma del frente de onda de un haz láser. Parte 2: Sensores Shack-Hartmann (ISO 15367-2:2005).
UNE-EN ISO 15616-1:2003	Ensayos de aceptación para máquinas de haz láser de CO <sub>2</sub> para soldeo y corte de alta calidad. Parte 1: Principios generales, condiciones de aceptación (ISO 15616-1:2003).
UNE-EN ISO 15616-2:2003	Ensayos de aceptación para máquinas de haz láser de CO <sub>2</sub> para soldeo y corte de alta calidad. Parte 2: Medición de la precisión estática y dinámica (ISO 15616-2:2003).
UNE-EN ISO 15616-3:2003	Ensayos de aceptación para máquinas de haz láser de CO <sub>2</sub> para soldeo y corte de alta calidad. Parte 3: Calibración de instrumentos para la medición de la presión y el caudal de gas (ISO 15616-3:2003).

No obstante a lo anterior, existe una serie de cuestiones que todavía no han sido investigadas suficientemente y que no son fenómenos de excepción, sino que se presentan en las aplicaciones cotidianas. Dos de estas cuestiones son:

1º Gran parte de la teoría utilizada para estudiar la propagación de haces láser en la industria y otros ámbitos de aplicación supone que los haces son cuasi-monocromáticos, o sea, que cumplen la condición  $\Delta\lambda \ll \bar{\lambda}$ , donde  $\Delta\lambda$  es el ancho FWHM (*full width at half maximum*) del espectro expresado en longitudes de onda y  $\bar{\lambda}$  es la longitud de onda media del haz. Sin embargo en muchos casos esta aproximación no es correcta, por ejemplo los láseres de dióxido de carbono, no cumplen con esta condición. Véase la figura 1.2. Esto significa que para ciertas aplicaciones esta teoría necesita ser corregida.

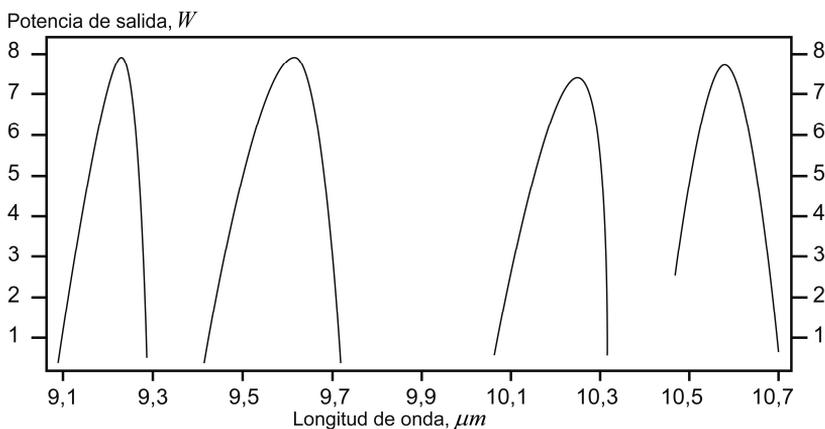


Figura 1.2. Espectro de emisión de un láser de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>-N<sub>2</sub>-He) disponible comercialmente, diseñado para aplicaciones industriales. Obsérvese que el ancho espectral  $\Delta\lambda \approx 2,2\mu\text{m}$  es del orden de la longitud de onda media del haz  $\bar{\lambda} \approx 9,9\mu\text{m}$  y que es 5,5 veces mayor que el ancho del espectro visible.

## Introducción

2º Los láseres de diodo (DL) son láseres de semiconductor bombeados eléctricamente en los que la ganancia se genera por una corriente eléctrica que fluye por una unión p-n. En esta heteroestructura los electrones y huecos se recombinan, pudiendo liberar energía en forma de fotones. Este es un proceso espontáneo que puede ser estimulado por la incidencia de fotones, conduciendo a una amplificación óptica y mediante retroalimentación a oscilación láser. Los DL son un tipo de fuentes láser muy atractivas para muchas aplicaciones debido a, principalmente, ser compactos, económicos y muy eficientes [Agrawal 1993, Diehl 2000 y Marsh 2010].

A pesar de sus buenas cualidades los DL están muy limitados en cuanto a su potencia máxima por el riesgo de dañar las ventanas de salida. Una forma de resolver esta limitación consiste en fabricar barras (BDL) y matrices (MDL) de diodos láser [Diehl 2000]. Las BDL ideales están formadas por una serie de DLs perfectamente alineados. Cada barra contiene típicamente entre 20 y 50 emisores, cada uno de unos 100  $\mu\text{m}$  de ancho. Las dimensiones habituales suelen ser del orden de 1mm de largo y 10mm de ancho, generando decenas de vatios de potencia e incluso hasta los 200 W. Algunos prototipos llegan a alcanzar varios cientos de vatios, posiblemente a costa de reducir su tiempo

de vida. Un dato interesante es que el precio por vatio de este tipo de láseres ha disminuido en los últimos 20 años aproximadamente dos órdenes de magnitud y, al mismo tiempo han mejorado en la calidad de sus diseños considerablemente.

En las BDL reales no existe una perfecta alineación por limitaciones técnicas en los procesos de fabricación. Este defecto aparece como una curvatura de la línea de DL de hasta unos  $\sim 10\mu m$  de altura, y se denomina *smile* [Diehl 2000, Treusch 2000 y Schulz 2000], o sonrisa en castellano. El *smile* disminuye las prestaciones de los sistemas ópticos empleados para el conformado, guiado, transformación y focalización de los haces láser emitidos por las BDLs [Treusch 2000].

El *smile* y su caracterización serían solo meras curiosidades si no fuera porque las matrices de diodos láser ocupan el 56% del mercado de los láseres y su aplicación abarca desde el bombeo de medios activos hasta el procesado de materiales [Steele 2008]. En la figura 1.3 se puede ver un ejemplo de BDL y la medición de su irradiancia a diferentes distancias mediante un dispositivo Beam-monitor de Primes<sup>®</sup>, que está basado en el método de la varilla rotatoria.

## Introducción

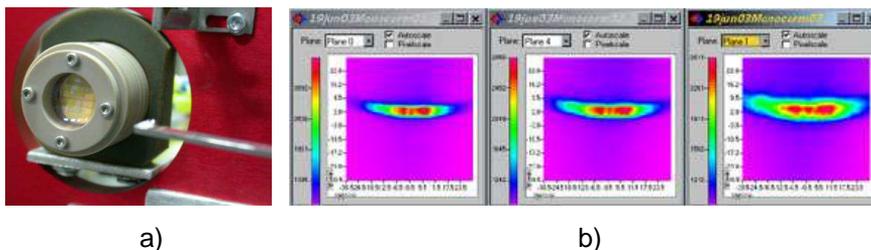


Figura 1.3. Barra de diodos láser, a), y la medida de su irradiancias a diferentes distancias, b).

En la literatura se reportan métodos para caracterizar el *smile*, pero su aplicación es limitada, y no se analiza su validez. Principalmente se reportan dos métodos, uno consistente en la formación de la imagen de la superficie emisora [Durig 1986, Betzig 1992, Herzog 1997 y Scholz 2008], y otro basado en el barrido con una sonda micrométrica de dicha superficie [Durig 1986, Betzig 1992, Herzog 1997 y Scholz 2008]. Por otra parte, no se han definido parámetros que permitan caracterizar cuantitativamente el *smile*.

La presente tesis es una contribución a la investigación en estas dos cuestiones.

### 1.2. Objetivos

En concordancia con los problemas planteados en el epígrafe anterior la presente tesis se plantea los siguientes objetivos:

#### *Primer objetivo:*

En los láseres para aplicaciones industriales, se tiene la superposición incoherente de muchos modos con muy diferentes longitudes de onda. Para describir este tipo de láseres se emplea la aproximación de haz gaussiano empotrado (*embedded Gaussian beam, EGB*). Sin embargo, no existe una descripción de cómo se relacionan cada uno de los modos de oscilación de láser en cada una de las longitudes de onda con la propiedades y parámetros del EGB. Por tanto, el primer objetivo consiste en hallar la relación (o relaciones) entre EGB y los modos. Para completar la caracterización de estos haces láser se derivarán las expresiones de distintos parámetros como son la kurtosis o el factor de propagación del haz.

#### *Segundo objetivo:*

El defecto *smile* de las barras de diodos láser requiere de una caracterización específica y de técnicas de medición

## **Introducción**

apropiadas. Por tanto, el segundo objetivo consiste en definir un parámetro o conjunto de parámetros para caracterizar el *smile*. A continuación se analizarán los métodos de medición del *smile* existentes y se desarrollará un nuevo método de medición del *smile* para barras de diodos láser con *smile* muy reducido. Se hará un montaje experimental para validar dicho método y se estudiarán sus principales características así como el método por el cual obtener el valor del *smile*.

### **1.3. Estructura de la tesis**

La tesis se compone de 5 capítulos con una extensión de 210 páginas, 32 figuras, 5 tablas y 91 citas de literatura. El contenido de los capítulos es el siguiente:

Capítulo 2: contiene una exposición de la teoría de propagación de haces láser en la aproximación monocromática y paraxial.

Capítulo 3: contiene la derivación de las propiedades de los haces láser policromáticos transformados por una lente delgada.

Capítulo 4: define el parámetro de *smile* de una barra de diodos láser, describe un método para medirlo y caracterizarlo. Compara este nuevo método con otros ya existentes y evalúa el método basado en la formación de imagen.

Capítulo 5: presenta las conclusiones así como la difusión realizada y las perspectivas de desarrollo futuro.



## **Capítulo 2. Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos**

### **2.1. Introducción**

En este capítulo hacemos un compendio de definiciones y propiedades fundamentales de los haces láser monocromáticos y paraxiales. Deducimos las expresiones que definen la propagación de haces gaussianos y con ello establecemos las bases a partir de las cuales llevaremos a cabo generalizaciones posteriormente.

Muchas propiedades importantes de los resonadores láser y los haces emitidos por estos, son consecuencia de la naturaleza ondulatoria de la luz. Por ello, un tratamiento riguroso requiere partir de las ecuaciones de Maxwell. A partir de las ecuaciones de Maxwell, en un medio homogéneo e isótropo y, haciendo uso de la ecuación de ondas escalar para el campo eléctrico en el vacío, se obtiene la ecuación de Helmholtz, para lo cual se proponen soluciones del tipo onda monocromática estacionaria. En este tratamiento es habitual limitarse a la ecuación de onda escalar en lugar de la ecuación completa vectorial. Esto último haría falta en caso de tratar efectos de la polarización.

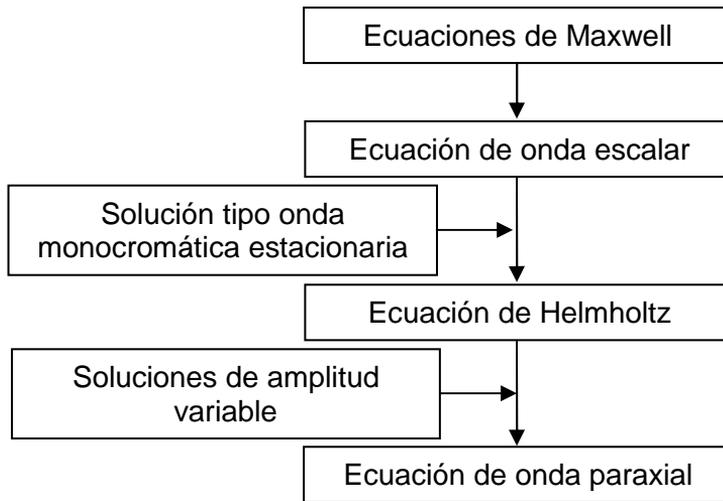


Figura 2.1. Esquema de los pasos hasta obtener la ecuación de onda paraxial.

## 2.2. Solución simple de la ecuación de onda estacionaria paraxial

Aplicando la ecuación de onda independiente del tiempo, o ecuación de Helmholtz, al caso de soluciones del haz estacionarias,  $U(x, y, z) = \varphi(x, y, z) \exp(-ikz)$ , obtenemos la expresión [Siegman 1986]:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0. \quad (2.1)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

La solución simple de la ecuación de onda independiente del tiempo son ondas planas transversales. Sin embargo, estas soluciones simples transportan una potencia infinita y no son adecuadas para describir las distribuciones del campo de los modos transversales en sistemas láser. Por otra parte, la poca divergencia de la mayoría de haces láser sugiere que la solución de la ecuación de onda debería ser similar a una onda plana, pero con una amplitud que varíe con una dependencia en la dirección transversal a la dirección de propagación tal que garantice que la onda transporta una potencia finita.

Por lo tanto las soluciones aproximadas que buscamos deben satisfacer la ecuación de onda paraxial, en la que el

tercer término de la ecuación (2.1)  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$ , se puede despreciar

[Siegman 1986]:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

Gracias a mediciones experimentales es conocido que los haces láser más elementales tienen la irradiancia en su sección transversal que se aproxima muy bien a una función de tipo gaussiano [Siegman 1986]. En la figura 2.2 se muestra la irradiancia de un láser de He:Ne modelo JDSU®

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

1107 medida con la matriz CCD (*charge coupled device*, dispositivo de carga acoplada) de un detector Shack-Hartman HASO<sup>®</sup> 3-First, llevada a cabo en AIDO.

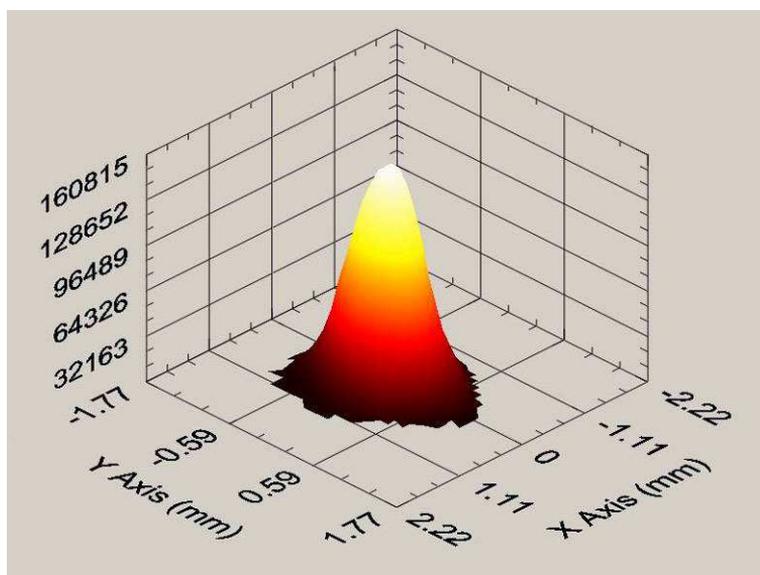


Figura 2.2. Irradiancia de un láser de He:Ne, donde los valores del eje  $z$  son unidades arbitrarias del sensor (AIDO).

Por tanto, la solución de la ecuación anterior puede utilizarse para describir dicho comportamiento. Sobre la base de este razonamiento y, observando la similitud de la ecuación (2.2) con la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo, podemos proponer una solución de la forma siguiente:

$$\varphi(x,y,z) = \exp\left\{-i\left[P(z) + \frac{k}{2q(z)}r^2\right]\right\}, \quad (2.3)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

donde  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  corresponde a la distancia axial entre el punto  $(x, y)$  considerado y el eje de propagación,  $z$ ,  $P(z)$  y  $q(z)$  son parámetros cuyo significado físico tiene que ver, como demostraremos más adelante, con un factor de fase en el caso de  $P(z)$ , mientras  $q(z)$ , llamado parámetro del haz, se relaciona con el tamaño del mismo.

Substituyendo (2.3) en la ecuación (2.2) y tras unos sencillos cálculos, obtenemos [Siegman 1986] (p. 642, ec. 37):

$$-2k \left[ \frac{dP}{dz} + \frac{i}{q(z)} \right] - \left[ \frac{k^2}{q^2(z)} - \frac{k^2}{q^2(z)} \frac{dq}{dz} \right] r^2 = 0. \quad (2.4)$$

Dado que esta expresión ha de cumplirse para todos los valores de  $r$ , los coeficientes de las diferentes potencias de  $r$  deben anularse de forma independiente, con lo que es fácil deducir que:

$$\frac{dq}{dz} = 1, \quad (2.5)$$

y

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$\frac{dP}{dz} = \frac{-i}{q(z)}. \quad (2.6)$$

Calculando el módulo al cuadrado  $UU^*$  de la solución propuesta (2.3), comprobamos que esta corresponde a una irradiancia gaussiana en la sección transversal del haz:

$$\begin{aligned} UU^* &= \varphi\varphi^* = \exp\left\{-i\left[P(z) + \frac{k}{2q(z)}r^2\right]\right\} \exp\left\{i\left[P^*(z) + \frac{k}{2q^*(z)}r^2\right]\right\} \\ &= \exp\{-i[P(z) - P^*(z)]\} \exp\left\{\frac{-ikr^2}{2}\left[\frac{1}{q(z)} - \frac{1}{q^*(z)}\right]\right\}, \quad (2.7) \end{aligned}$$

donde  $P^*(z)$  y  $q^*(z)$  son los complejos conjugados de  $P(z)$  y  $q(z)$ , respectivamente.

Una irradiancia gaussiana que describa el comportamiento de un haz láser “real” podría tener, por ejemplo, la forma [Miloni 1988] (p. 484, ec. 14.5.1):

$$I(x, y, z) \propto |U_0(x, y, z)|^2 \exp\left(\frac{-2(x^2 + y^2)}{w^2}\right), \quad (2.8)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

donde  $U_0(x, y, z)$  es una posible solución de la ecuación de onda paraxial. En un plano normal a la dirección  $z$  de propagación, a una distancia lateral  $w$  del eje  $z$ , la intensidad es un factor  $e^2$  ( $=7.389$ ) menor que su valor en el eje. Si proyectásemos el haz sobre una pantalla podríamos apreciar una mancha, o *spot*, con un radio de aproximadamente el valor de  $w$ , que más adelante definiremos como la función radio del haz,  $w(z)$ , y que es un parámetro real. Para comparar con la solución propuesta, expresión (2.3), tenemos que introducir el parámetro real  $R(z)$ , que junto con  $w(z)$  se relaciona con  $q(z)$  mediante la expresión:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - \frac{i\lambda}{\pi w^2}, \quad (2.9)$$

donde  $\lambda = \lambda_0 / n$ , siendo  $\lambda_0$  la longitud de onda en el vacío y  $n$  el índice de refracción del medio donde se propaga el haz láser. El parámetro  $R(z)$  se verá más adelante que nos proporciona el valor del radio de curvatura del frente de onda.

De las ecuaciones (2.7) y (2.9) obtenemos que:

$$UU^* \propto \exp\left\{\frac{-ikr^2}{2}\left(-\frac{i\lambda}{\pi w} - \frac{i\lambda}{\pi w}\right)\right\} = \exp\left(\frac{-2r^2}{w^2}\right), \quad (2.10)$$

donde podemos apreciar claramente la dependencia gaussiana con  $r$ .

### **2.3. Parámetros característicos del haz**

Vamos a describir a continuación los parámetros del haz gaussiano que mejor nos van a permitir caracterizarlos como solución de haz gaussiano de la ecuación de onda paraxial.

#### **2.3.1. Radio del haz**

La función  $w(z)$  que hemos introducido para entender la solución propuesta (2.3), se denomina radio del haz, y se define como la distancia desde el eje  $z$  con la que la irradiancia del haz disminuye un factor  $e^{-2}$  del valor máximo en el eje, y la amplitud lo hace un factor  $e^{-1}$ .

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

Una vez introducidos los parámetros  $P(z)$  y  $q(z)$  podemos reescribir la solución de onda estacionaria  $U(x, y, z) = \varphi(x, y, z) \exp(-ikz)$  de la siguiente forma:

$$U = \exp \left\{ -i \left[ kz + P(z) + \frac{kr^2}{2} \left( \frac{1}{r} - \frac{i\lambda}{\pi w^2} \right) \right] \right\}. \quad (2.10)$$

Integrando las ecuaciones (2.5) y (2.6) obtenemos:

$$q = q_0 + z, \quad (2.11)$$

donde  $q_0$  es una constante de integración que corresponde al valor del parámetro de haz en el plano  $z = 0$ . Aplicando este resultado obtenemos de la ecuación (2.6):

$$\frac{dP(z)}{dz} = \frac{-i}{q(z)} = \frac{-i}{q_0 + z}, \quad (2.12)$$

que al integrarla proporciona:

$$P(z) = -i[\ln(z + q_0)] + (\theta + i \ln q_0), \quad (2.13)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

donde la constante de integración  $\theta + i \ln q_0$ , se ha definido así para que al sustituir las expresiones (2.11) y (2.13) en la ecuación (2.10) se obtenga:

$$U = \exp \left\{ -i \left[ kz - i \ln \left( 1 + \frac{z}{q_0} \right) + \theta + \frac{kr^2}{2} \left( \frac{1}{R} + \frac{i\lambda}{\pi w^2} \right) \right] \right\}. \quad (2.14)$$

El término  $\exp(-i\theta)$  es un factor de fase constante. En el cálculo de la irradiancia de un modo de propagación este término se perderá, por lo que lo suprimimos, quedando la expresión (2.14) de la siguiente forma:

$$U = \exp \left\{ -i \left[ kz - i \ln \left( 1 + \frac{z}{q_0} \right) + \frac{kr^2}{2} \left( \frac{1}{R} + \frac{i\lambda}{\pi w^2} \right) \right] \right\}. \quad (2.15)$$

La fase  $\phi(x, y, z)$  es:

$$\phi(x, y, z) = kz + \frac{kr^2}{2R} - \Re \left[ i \ln \left( 1 + \frac{z}{q_0} \right) \right], \quad (2.16)$$

donde  $\Re[ ]$  denota la parte real del término entre corchetes.

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

Cuando  $R \rightarrow \infty$  no hay variación radial de fase, al anularse el único término de la expresión (2.16) donde aparece la dependencia radial  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Por otra parte, cuando  $z = 0$  la dependencia de la fase con  $z$  se anula y corresponde al plano de la cintura (*waist*) del haz. Para dicha posición el parámetro complejo del haz  $q_0$  vale:

$$\frac{1}{q_0} = -i \frac{\lambda}{\pi w_0^2}, \quad (2.17)$$

donde  $w_0$  es el *radio mínimo del haz*.

En otro plano  $z \neq 0$  arbitrario se cumplirá que:

$$q = \frac{i\pi w_0^2}{\lambda} + z. \quad (2.18)$$

Si sustituimos la expresión (2.9) en (2.18) se obtiene la expresión que determina el *radio del haz*,  $w(z)$ , en función de la posición  $z$  [Kogelnik 1966B]:

$$w^2(z) = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right]. \quad (2.19)$$

### 2.3.2. Distancia de Rayleigh

En la expresión (2.19) se ha utilizado el parámetro:

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad (2.20)$$

conocido como *distancia de Rayleigh*. La *distancia de Rayleigh* es una medida de la longitud de la región de la cintura del haz, que es donde el radio del haz tiene el menor tamaño. Cuanto menor es el radio mínimo del haz,  $w_0$ , menor es la *distancia de Rayleigh*,  $z_R$ , y por lo tanto, mayor es el aumento del radio del haz con  $z$  desde la cintura. En la *distancia de Rayleigh*,  $z_R$ , el valor del radio del haz no varía más que en un factor  $\sqrt{2}$ .

### 2.3.3. Radio de curvatura del frente de onda

De forma similar a como hemos obtenido (2.19) podemos deducir la expresión del radio de curvatura  $R(z)$  del frente de onda en función de  $z$ , que vendrá dado por [Kogelnik 1966B]:

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] = z \left[ 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right]. \quad (2.21)$$

La expresión (2.21) muestra como el haz se expande de forma hiperbólica con la distancia  $z$ , tal y como se representa en la figura 2.3.

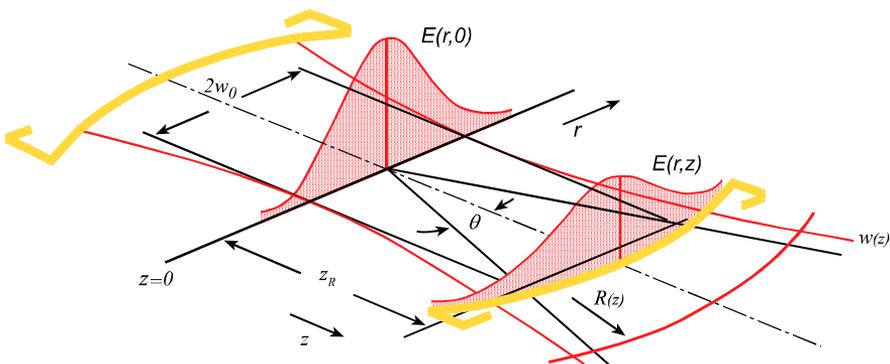


Figura 2.3. Notación empleada en la descripción del haz gaussiano.

### 2.3.4. Divergencia en campo lejano

La divergencia del haz en campo lejano se define como el valor del semiángulo que forman la asíntota a la que tiende el radio del haz cuando el valor de  $z \rightarrow \infty$ , y el propio eje  $z$  que, de forma matemática viene dado por la expresión [Davis 1996]:

$$\begin{aligned} \theta &= \lim_{z \rightarrow \infty} \arctan \frac{w(z)}{z} \\ &= \lim_{z \rightarrow \infty} \arctan \frac{w_0 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{z} = \frac{\lambda}{\pi w_0} = \frac{w_0}{z_R}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

donde  $\theta$  es el semiángulo del haz divergente, mostrado en la figura 2.3.

La expresión (2.22) representa que en campo lejano el haz se propaga dentro de un cono de ángulo constante y que en esa zona el haz láser puede considerarse homocéntrico.

### 2.3.5. Superficies de fase constante

A partir de la expresión (2.15) se obtiene que las superficies de fase constante satisfacen la fórmula:

$$kz + \Re \left[ -i \ln \left( 1 + \frac{z}{q_0} \right) \right] + \frac{kr^2}{2} \left[ \frac{1}{R} \right] = Cte, \quad (2.23)$$

donde  $Cte$  denota una constante, lo que proporciona:

$$k \left[ z + \frac{r^2}{2R} \right] = Cte - \Re \left[ -i \ln \left( 1 + \frac{z}{q_0} \right) \right]. \quad (2.24)$$

Entonces:

$$\ln \left( 1 + \frac{z}{q_0} \right) = \ln \left( 1 - i \frac{z\lambda}{\pi w_0^2} \right) = \ln \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} - i \arctan \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right), \quad (2.25)$$

donde se ha empleado la relación:

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$\ln(x + iy) = \ln\sqrt{x^2 + y^2} + i \arctan\left(\frac{y}{x}\right), \quad (2.26)$$

con lo que de la ecuación (2.23) se obtiene:

$$\Re\left[-i \ln\left(1 + \frac{z}{q_0}\right)\right] = \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right) = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right). \quad (2.26)$$

Haciendo algunas aproximaciones a partir de la expresión (2.24), podemos escribir [Davis 1996] (p. 16.43):

$$k\left[z + \frac{r^2}{2R}\right] = C, \quad (2.27)$$

donde  $C$  es una constante.

De esta forma la ecuación de superficies de misma fase puede reescribirse como sigue:

$$z = \frac{C}{k} - \frac{r^2}{2R(z)}. \quad (2.28)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

Esta expresión corresponde a un paraboloides que, para  $r \ll z$  se aproxima a una superficie esférica, siendo  $R(z)$ , dado por (2.21), su radio de curvatura. En la figura 2.4 podemos ver una comprobación experimental de este resultado, consistente en la medida del frente de ondas de un láser de He:Ne JDSU<sup>®</sup> 1107 mediante un detector Shack-Hartman HASO<sup>®</sup> 3-First, llevada a cabo en AIDO.

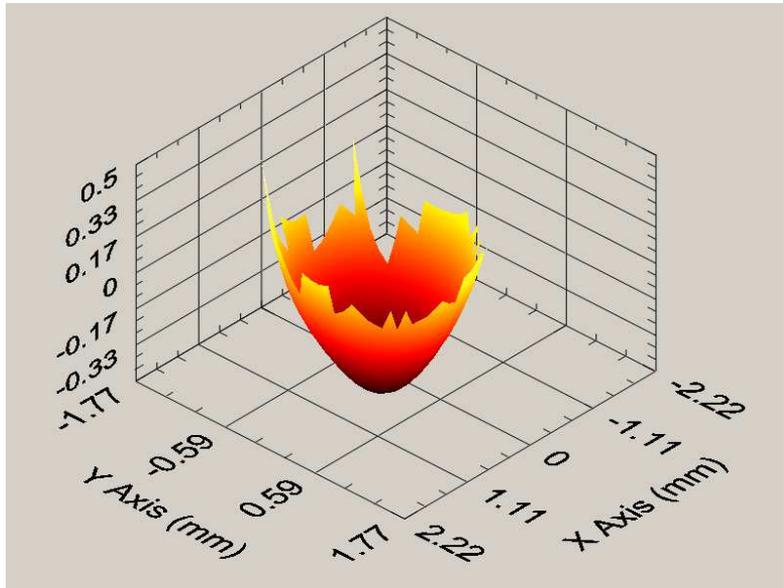


Figura 2.4. Frente de ondas de un láser de He:Ne JDSU<sup>®</sup> 1107 medida con un detector Shack-Hartman HASO<sup>®</sup> 3-First, donde los valores del eje  $z$  son unidades arbitrarias del sensor (AIDO).

### 2.3.6. Distribución fundamental o modo gaussiano TEM<sub>00</sub>

Al sustituir el valor obtenido para  $q$  en la expresión (2.4) obtenemos:

$$\frac{dP(z)}{dz} = \frac{-i}{q} = \frac{-i}{z + i \frac{\pi w_0^2}{\lambda}}, \quad (2.29)$$

de donde a su vez obtenemos:

$$\begin{aligned} P(z) &= -i \ln \left[ 1 - i \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right) \right] \\ &= -i \ln \sqrt{1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} - \arctan \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right), \end{aligned} \quad (2.30)$$

donde la constante de integración se ha escogido con la condición  $P(z) = 0$  en  $z = 0$ .

Llamemos  $\Phi$  a la parte real del factor de fase  $P(z)$ , revisemos la ecuación (2.3) para recordar su procedencia, que podemos escribir como:

$$\Phi = \Re[P(z)] = -\arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right), \quad (2.31)$$

este resultado es una de las diferencias entre un haz gaussiano y una onda plana.

De las ecuaciones (2.19) y (2.30) se obtiene la parte imaginaria:

$$\Im[P(z)] = -i \ln\left[\frac{w(z)}{w_0}\right]. \quad (2.32)$$

Esta parte imaginaria nos describe como disminuye la irradiancia a medida que se propaga el haz. Por ejemplo, del factor de fase de la expresión (2.1) obtenemos:

$$\exp\{-i\Im[P(z)]\} = \exp\left[-\ln\left(\frac{w}{w_0}\right)\right] = \frac{w_0}{w}. \quad (2.33)$$

Por lo que la dependencia de la irradiancia con la propagación en  $z$  es de la forma  $w_0^2 / w^2(z)$  en el eje, cosa que es de esperar a partir de la expresión de la divergencia

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

del haz láser. De esta forma, a partir de las ecuaciones (2.1), (2.7) y (2.32) podemos escribir la dependencia espacial de nuestro haz gaussiano:

$$U(x, y, z) = \phi(x, y, z) e^{-ikz}, \quad (2.34)$$

como:

$$U(x, y, z) = U(r, z) = \frac{w_0}{w} \exp \left[ -i(kz + \Phi) - r^2 \left( \frac{1}{w^2} + \frac{ik}{2R} \right) \right]. \quad (2.35)$$

Esta distribución escalar de intensidad del campo eléctrico se denomina distribución fundamental o modo gaussiano  $TEM_{00}$ .

En la tabla 2.1 reunimos los principales resultados obtenidos hasta el momento, la solución de haz haz gaussiano de la ecuación de onda paraxial.

Tabla 2.1. Solución de haz gaussiano de la ecuación de onda paraxial.

---

$U(r, z) = \frac{w_0}{w} \exp\left[-i(kz + \Phi) - r^2\left(\frac{1}{w^2} + \frac{ik}{2R}\right)\right]$	modo gaussiano TEM <sub>00</sub>
$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right]$	radio del haz
$w_0$	radio mínimo del haz
$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$	distancia de Rayleigh
$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right]$	radio de curvatura del frente de ondas
$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0} = \frac{w_0}{z_R}$	ángulo de divergencia
$z = \frac{C}{k} - \frac{r^2}{2R(z)}$	superficies de misma fase

---

### 2.4. Modos de orden superior

Además de una solución gaussiana de la ecuación de ondas descrita en la expresión (2.35), son posibles soluciones más complejas, llamadas de orden superior. En la figura 2.5 podemos ver una medida de la irradiancia de un haz de un láser industrial de alta potencia, en la que se puede apreciar que esta no es la correspondiente al modo  $TEM_{00}$  sino que es de tipo anular o comúnmente conocida como *doughnut* o donut, por la forma de rosquilla.

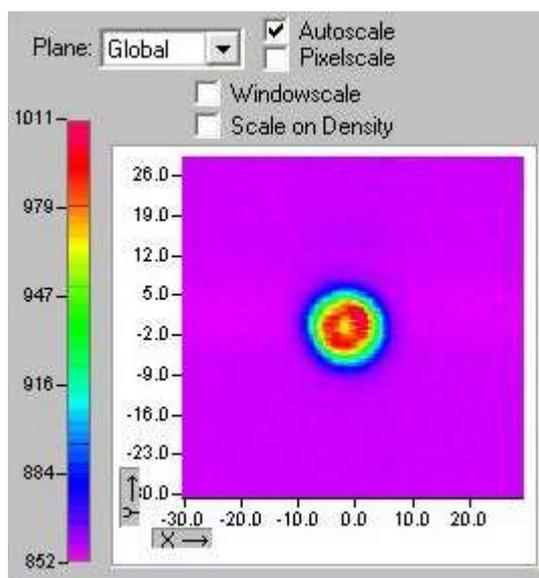


Figura 2.5. Irradiancia de un haz láser de un láser de  $CO_2$  de alta potencia, PRC<sup>®</sup> 2200D medida con un dispositivo Beam-monitor de Primes<sup>®</sup>, donde los valores en los ejes  $x$  y  $y$  están en milímetros (AIDO).

### 2.4.1. Modos con simetría cartesiana

Para el caso de que la onda tenga simetría cartesiana procedemos de igual forma a como hemos obtenido la solución (2.35) y empezamos probando una solución de la forma [Miloni 1988] (p. 502, ec. 14.8.1):

$$\phi(x, y, z) = g\left(\frac{x}{w(z)}\right)h\left(\frac{y}{w(z)}\right) \times \exp\left\{-i\left[P(z) + \frac{k}{2q(z)}(x^2 + y^2)\right]\right\}, \quad (2.36)$$

donde  $g$  y  $h$  son funciones de  $x$  y  $y$ , respectivamente,  $w(z)$  es la función radio de haz gaussiano y  $P(z)$  y  $q(z)$  son los parámetros de haz vistos en el apartado anterior. Para funciones  $g$  y  $h$  reales,  $w(z)$  actúa de escala para la función  $\phi(x, y, z)$ , en su propagación.

Sustituyendo (2.36) en la ecuación (2.1) obtenemos que las funciones  $g$  y  $h$  deben satisfacer una ecuación diferencial

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

similar a la ecuación diferencial de la que los polinomios de Hermite son solución. Es decir,  $g$  y  $h$  son de la forma:

$$gh = H_m\left(\sqrt{2}\frac{x}{w}\right)H_n\left(\sqrt{2}\frac{y}{w}\right), \quad (2.37)$$

donde  $H_m\left(\sqrt{2}\frac{x}{w}\right)$  y  $H_n\left(\sqrt{2}\frac{y}{w}\right)$  son los polinomios de Hermite de orden  $m$  y  $n$ , respectivamente.

Estos cumplen la siguiente identidad:

$$\frac{d^2 H_m}{dx^2} - 2x \frac{dH_m}{dx} + 2mH_m \equiv 0. \quad (2.38)$$

De esta forma, las distribuciones de la intensidad del campo eléctrico que se obtienen son de la forma:

$$U_{m,n}(x, y, z) = \frac{w_0}{w} H_m\left(\sqrt{2}\frac{x}{w}\right) H_n\left(\sqrt{2}\frac{y}{w}\right) \times \exp\left[-i(kz - \Phi) - r^2\left(\frac{1}{w^2} + \frac{ik}{2R}\right)\right]. \quad (2.39)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

Donde los parámetros  $R(z)$  y  $w(z)$  son los mismos que en las expresiones anteriores. Se puede demostrar [Kogelnik 1966B] que  $\Phi$  depende de  $m, n$  y  $z$  por medio de:

$$\Phi(m, n, z) = -(m + n + 1) \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right). \quad (2.40)$$

Por ser el producto de funciones de Hermite y de Gauss, se denominan modos de Hermite-Gauss (hermito-gaussianos). Éstos permiten describir la irradiancia en la sección transversal de los haces de algunos láseres, la de los que tienen medios activos con sección de simetría rectangular [Louvergnaux 1996]. La irradiancia  $I(x, y, z)$  en un plano  $z$  vendrá dada por:

$$I(x, y, z) \propto |U_{m,n}(x, y, z)|^2. \quad (2.41)$$

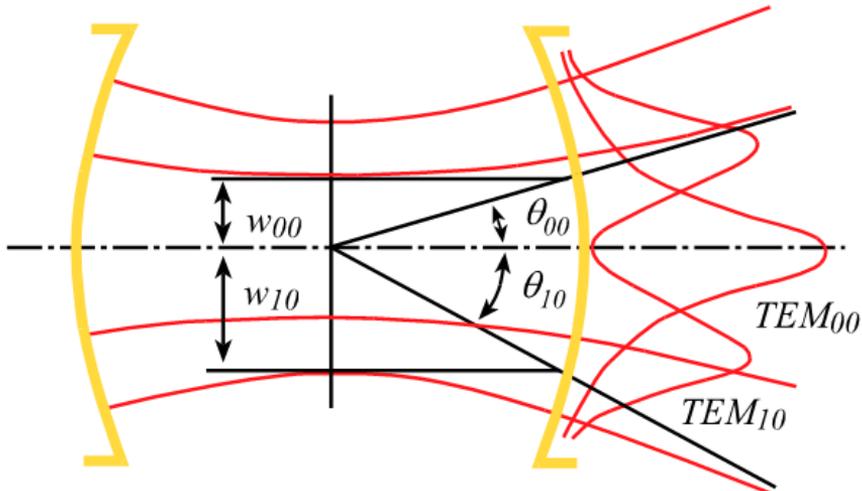


Figura 2.6. Comparación entre el modo fundamental TEM<sub>00</sub> y el modo TEM<sub>10</sub>. Ved 2.4.3. para la nomenclatura de los modos.

En la figura 2.6 comparamos la irradiancia del modo gaussiano fundamental con la irradiancia del primer modo de Hermite-Gauss ( $m=1, n=0$ , ó  $m=0, n=1$ ). En la figura 2.7 podemos observar otras distribuciones.

#### 2.4.2. Modos con simetría cilíndrica

En estos casos empleamos como solución de la ecuación (2.1) la expresión:

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$\varphi(r, z) = g\left(\frac{r}{\omega}\right) \exp\left\{-i\left(P(z) + \frac{k}{2q(z)}r^2 + l\phi\right)\right\}, \quad (2.42)$$

con el mismo razonamiento que en el apartado 2.4.1. obtendremos que:

$$g = \left(\sqrt{2} \frac{r}{\omega}\right)^l L_p^l\left(2 \frac{r^2}{\omega^2}\right), \quad (2.43)$$

donde  $L_p^l$  es el polinomio asociado de Laguerre, siendo  $p$  y  $l$  los números de modo radial y angular.

Los polinomios de Laguerre satisfacen la identidad:

$$x \frac{d^2 L_p^l}{dx^2} + (l+1-x) \frac{dL_p^l}{dx} + pL_p^l \equiv 0. \quad (2.44)$$

Las distribuciones de la intensidad del campo eléctrico que se obtienen son de la forma:

$$U_{l,p}(r, z) = \frac{\omega_0}{\omega} L_p^l\left(\sqrt{2} \frac{r}{\omega}\right) \exp\left[-i(kz + \Phi) - r^2\left(\frac{1}{\omega^2} + \frac{ik}{2R}\right)\right]. \quad (2.45)$$

Estos modos se conocen como modos de Laguerre-Gauss. Los modos de Laguerre son funciones axisimétricas (podemos escoger el origen de  $\Phi$  de forma arbitraria), los patrones se repiten con periodicidad de  $2\pi/l$  en  $\Phi$ . Al igual que en el caso de los modos con simetría cartesiana, en los modos con simetría cilíndrica los parámetros de haz  $\omega(z)$  y  $R(z)$  son los mismos para todos los modos. El factor de fase  $\Phi$  en este caso, viene dado por:

$$\Phi(p, l, z) = -(2p + l + 1) \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2}\right). \quad (2.46)$$

### 2.4.3. Nomenclatura de los modos de oscilación

Para identificar los diferentes modos de propagación en el espacio libre se emplea la abreviatura TEM acompañada de dos subíndices. TEM es la sigla de la frase en inglés *Transverse Electro-Magnetic*. Los subíndices son  $m$  y  $n$  para los haces hermito-gaussianos, y  $p$  y  $l$  para los haces laguerro-gaussianos. Los subíndices  $m$ ,  $n$  y  $p$ ,  $l$  corresponden a los órdenes de las funciones de Hermite Gauss y Laguerre Gauss que satisfacen la ecuación de onda.

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

Al incidir un haz láser sobre un medio de registro adecuado (por ejemplo, una CCD) se obtiene la distribución de la irradiancia característica que identifica al modo.

La identificación de los subíndices de modos aislados se puede realizar contando las zonas o franjas de irradiancia nula en el interior de la sección transversal del haz. Por ejemplo, tanto el modo hermitogaussiano  $TEM_{00}$  como el laguerrogaussiano  $TEM_{00}$  no poseen zonas con irradiancia nula en su interior. El modo  $TEM_{01}$  hermitogaussiano tendrá una franja de irradiancia nula en uno de los ejes cartesianos. Esta regla se ilustra en la figura 2.7, donde se muestran las irradiancias de nueve modos de Hermite-Gauss con sus subíndices identificados. De igual forma se muestra en la figura 2.8 para el caso de los modos de Laguerre-Gauss.

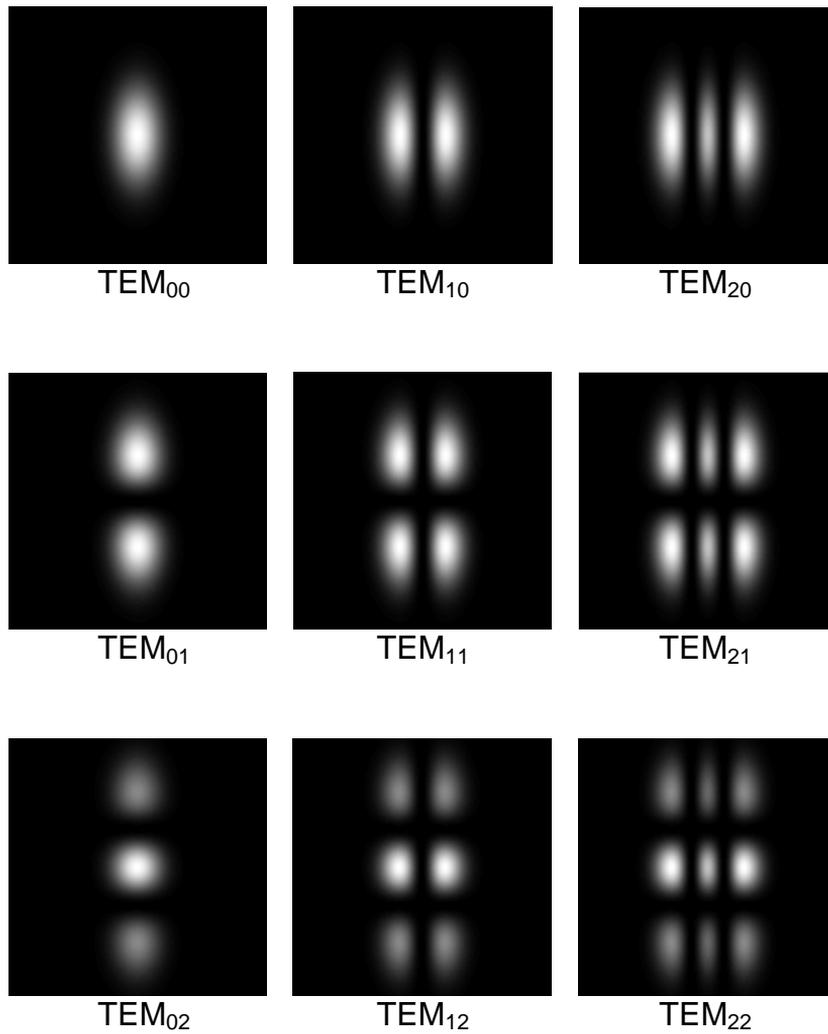


Figura 2.7. Representación de la irradiancia de los nueve primeros modos hermito-gaussianos monocromáticos puros con sus correspondientes órdenes.

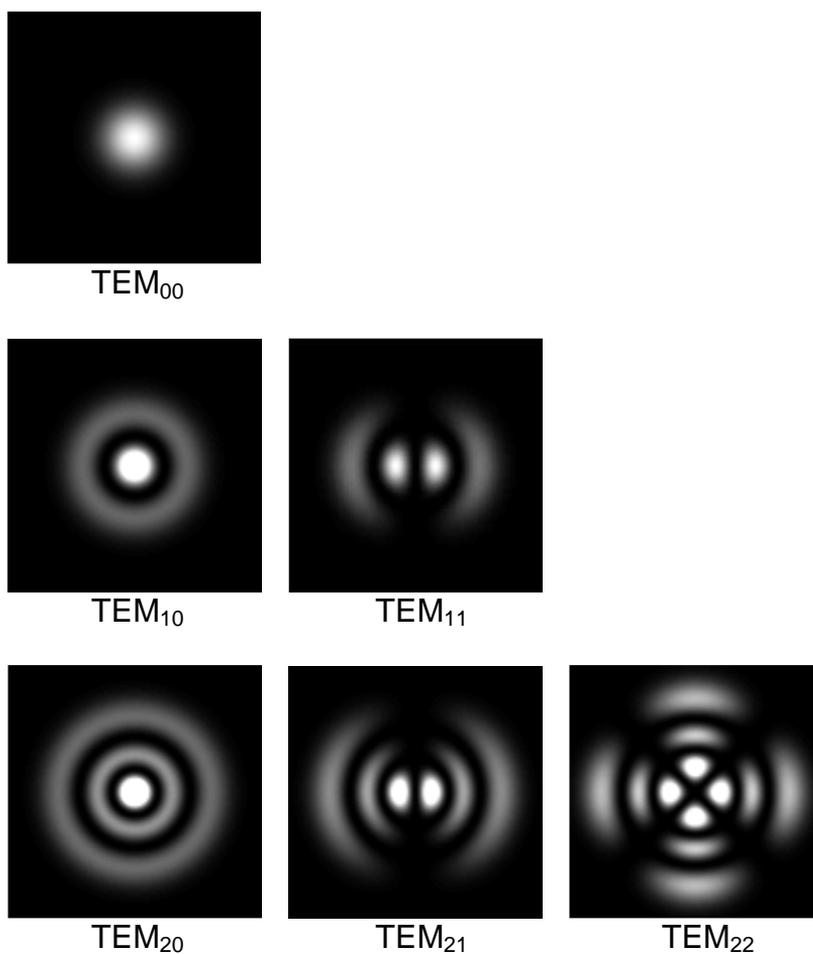


Figura 2.8. Representación de la irradiancia de los seis primeros modos laguerro-gaussianos monocromáticos puros con sus correspondientes órdenes.

### 2.4.4. Superposición de modos de propagación

El modelo físico utilizado para estudiar la propagación de haces láser no tiene en cuenta el proceso de generación del haz. Además, ocurren diversos fenómenos durante la generación del haz. Por ejemplo, el efecto láser no se produce igual, con la misma eficiencia, en todos los elementos de volumen del medio activo, como consecuencia de un bombeo no uniforme, un mal enfriamiento u otro fenómeno.

Por ejemplo, es típico en los láseres con medio activo sólido dieléctrico, con forma cilíndrica y bombeo óptico lateral por lámpara, que en la zona cercana a la superficie lateral del medio activo el bombeo sea mayor que en su interior, por lo cual la amplificación y la variación de índice de refracción serán mayores en ella. Además el enfriamiento del medio activo suele ser peor en la parte central del medio activo por lo que se presenta el fenómeno de formación de las llamadas lentes térmicas [Koechner 1992]. Por ello, los modos inferiores ( $TEM_{00}$ ,  $TEM_{10}$ ,  $TEM_{20}$ , etc.) se verán más influenciados en su ganancia que los modos superiores, pudiendo incluso no estar presentes en el haz emitido por el láser. Además, el calentamiento de los espejos del resonador

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

y su deformación introduce alteraciones y variaciones en la composición de modos del haz de salida del láser.

Para ilustrar los efectos de la generación sobre los haces emitidos en la figura 2.9 se muestra un ejemplo experimental de como varía la huella de un haz con la intensidad de corriente de alimentación de la lámpara de bombeo [Ramos 1999].

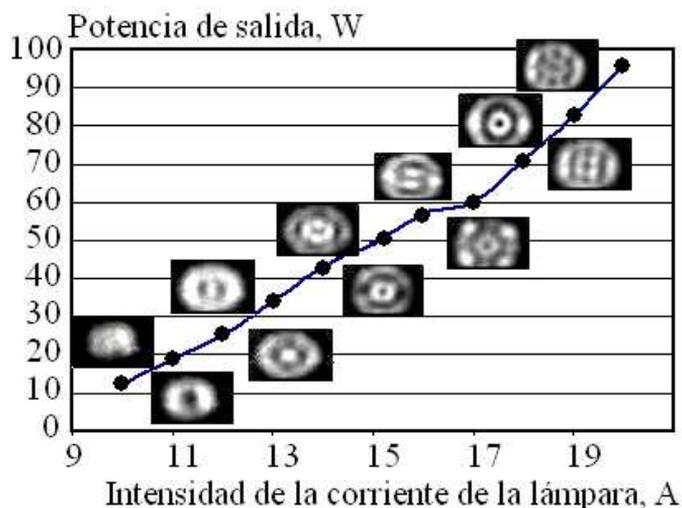


Figura. 2.9. Huellas de la irradiancia en la sección transversal del haz de un láser de  $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$  de emisión continua en dependencia de la intensidad de corriente de alimentación de la lámpara [Ramos 1999]. Se han mantenido constante el resto de los parámetros.

A pesar de todas estas complejidades, siempre que se cumplan las condiciones para la ecuación de onda

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

estacionaria en la aproximación paraxial, podemos utilizar, por ejemplo, la ecuación (2.19) para describir el radio del haz que se emite por el láser en su propagación. Dos propiedades de la ecuación de onda paraxial y sus soluciones permiten lo anterior:

i) La ecuación de onda paraxial es lineal. Esto significa que la combinación lineal de soluciones es también una solución. Un ejemplo de esto lo encontramos con el llamado modo donut,  $TEM_{01}^*$ , que emiten muchos láseres de alta potencia (ved la figura 2.5). Este modo puede tratarse como una superposición de dos modos de hermito-gaussianos  $TEM_{01}$  y  $TEM_{10}$ , que es precisamente el significado del asterisco [Siegman 1986].

ii) Las soluciones hermito-gaussianas constituyen un conjunto completo de funciones ortogonales. Entonces, si se cumplen las condiciones del modelo físico, la amplitud de la intensidad de campo eléctrico del haz, no importa como se haya generado, se puede describir como una superposición de soluciones hermito-gaussianas, que existe y es única. Y las soluciones laguerro-gaussianas, que son un conjunto completo de funciones ortogonales para el problema con simetría cilíndrica [Siegman 1986].

#### 2.4.5. Determinación de los modos a partir de la medición de irradiancia

El cálculo de la irradiancia del haz a partir del conocimiento de la amplitud del campo eléctrico debe tener en cuenta la coherencia mutua de las componentes (modos) que se superponen. Por ejemplo, se puede suponer que los diversos modos son incoherentes entre sí. En la caracterización experimental de los haces láser lo que se mide es la irradiancia en la sección transversal del haz [Siegman 1991]. En este sentido hay que destacar cuatro cuestiones relevantes:

i) Si bien como mencionábamos antes las funciones hermito-gaussianas son un conjunto de funciones ortogonales, que son soluciones de la ecuación de onda estacionaria paraxial en los ejes cartesianos  $-\infty < x < \infty$ ,  $-\infty < y < \infty$ , las funciones de irradiancia que se derivan de cada una de ellas no son funciones ortogonales ni constituyen una base completa en el espacio de funciones de irradiancia.

ii) Por lo anterior, la identificación de los modos de amplitud de intensidad de campo eléctrico a partir del conocimiento de la irradiancia en la sección transversal del haz es un

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

problema inverso que puede no tener solución o tener soluciones múltiples. El ejemplo típico de lo anterior es el haz “gaussiano” no-gaussiano (*Gaussian non-Gaussian beam*), cuya irradiancia parece gaussiana  $TEM_{00}$ , pero que está compuesta de una mezcla de modos: 44%  $TEM_{01}$  + 17%  $TEM_{10}$  + 19%  $TEM_{11}$  + 11%  $TEM_{20}$  + 6%  $TEM_{21}$  [Siegman 1998]. El haz gaussiano no-gaussiano, ¡carece de la componente gaussiana  $TEM_{00}$ !

iii) Se han propuesto soluciones a la ecuación de onda paraxial con funciones bi-ortogonales, que se escogen en forma tal que son ortogonales para la amplitud de campo eléctrico y para la irradiancia [Borghini 2001]. Para obtener estas soluciones se supone que la superposición de los modos es incoherente; estas no han tenido difusión en la teoría de propagación de haces láser. También se pueden aplicar técnicas de análisis de componentes principales independientes y de paquetes de ondas (*wavelets*) sin necesidad de utilizar funciones bi-ortogonales, pero esto requiere imponer suposiciones complementarias a los haces [Fang 2005]. Estas técnicas tampoco han tenido gran impacto en la teoría.

iv) Los errores de medición y el ruido electrónico complican sustancialmente la verificación experimental [Siegman 1991, Mana 2001 y Fang 2005].

## 2.5. Propagación de un haz gaussiano en un sistema ABCD

Como hemos visto, un haz gaussiano se mantiene gaussiano en su propagación por el vacío. El tamaño del haz y su radio de curvatura cambian con la propagación, pero la forma gaussiana básica del frente de onda se conserva. Las ecuaciones que hemos deducido describen la propagación de un haz gaussiano en el vacío. En este apartado vamos a analizar como se produce esta propagación en otros elementos ópticos terminando por demostrar que podemos emplear el mismo formalismo de matrices ABCD. Para ello, analizaremos en primer lugar el caso de una lente delgada ideal o un espejo esférico ideal.

### 2.5.1. Transformación de un haz gaussiano por una lente delgada

Las lentes delgadas (y los espejos esféricos) ideales son elementos ópticos que no cambian la irradiancia del haz incidente y, lo único que transforman es el radio de curvatura del frente de onda del haz a ellos incidente. Ambos se pueden caracterizar por una distancia focal  $f$ . En el caso de

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

ondas monocromáticas, un apropiado cambio de signo hace que el tratamiento matemático de la transformación de un haz por una lente sea completamente equivalente al tratamiento matemático de su transformación por un espejo esférico. Por ello, en lo que sigue, solo trataremos la transformación de haces por lentes delgadas.

Como se ha descrito previamente, un haz láser de cualquier orden está caracterizado por un parámetro de haz complejo  $q(z)$  que cambia a medida que se propaga el haz a través de un medio material isotrópico y homogéneo de acuerdo con la expresión (2.18), donde:

$$q_0 = \frac{i\pi w_0^2}{\lambda} = i z_R \quad \text{y} \quad \frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - \frac{i\lambda}{\pi w^2} = \frac{1}{R(z)} - \frac{i}{z_R}. \quad (2.47)$$

$R(z)$  corresponde al radio de curvatura aproximadamente esférico del frente de onda de fase constante en el plano  $z$ , dado por la expresión:

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] = z \left[ 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right]. \quad (2.48)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

Como se puede apreciar, este haz gaussiano se convierte en una onda esférica cuando  $z \rightarrow \infty$ . De esta forma se deduce que el parámetro de haz complejo de una onda gaussiana cambia al propagarse de la misma forma que lo hace el radio de curvatura de una onda esférica.

Al incidir un haz gaussiano en una lente delgada el tamaño del spot, anchura de la distribución espacial de irradiancia, no varía en la lente. Al atravesar la lente delgada, se ve afectado el radio de curvatura del frente de ondas, de la misma forma que lo haría una onda esférica (por lo menos en primera aproximación). Sean  $R_1$  y  $R_2$  los radios de curvatura de las ondas de entrada y salida respectivamente, medidos en la lente como muestra la figura 2.10. Para el caso de una onda esférica se cumple que:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \quad (2.49)$$

Dado que  $w$  no cambia en la lente, obtenemos la siguiente relación entre parámetros del haz, medidos en la lente:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{1}{q_1} - \frac{1}{f} \quad (2.50)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

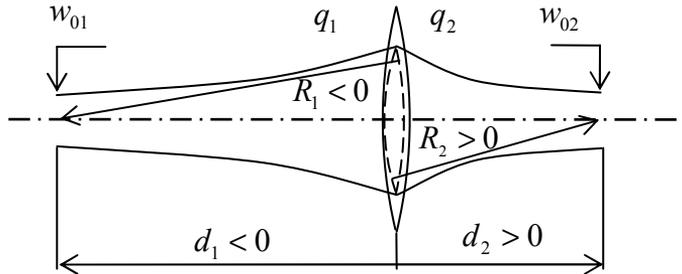


Figura 2.10. Transformación de un haz gaussiano a la entrada y salida de una lente delgada ideal.  $R_1$  es el radio de curvatura del frente de onda incidente,  $R_2$  es el radio de curvatura del frente de onda emergente,  $q_1(z)$  y  $q_2(z)$  son los parámetros complejos de los haces de entrada y salida, respectivamente.

Si en lugar de tomar los parámetros  $q_1$  y  $q_2$  sobre la lente los tomamos a distancias  $d_1$  y  $d_2$  como se muestra en la figura 2.10, se escribiría:

$$\frac{1}{(q_2)_L} = \frac{1}{(q_1)_L} - \frac{1}{f}, \quad (2.51)$$

y dado que  $(q_1)_L = q_1 + d_1$  y  $(q_2)_L = q_2 - d_2$  se obtiene:

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$\frac{1}{q_2 - d_2} = \frac{1}{q_1 + d_1} - \frac{1}{f}, \quad (2.52)$$

que proporciona a su vez:

$$q_2 = \frac{\left(1 - \frac{d_2}{f}\right)q_1 + \left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f}\right)}{\left(\frac{-q_1}{f}\right) + \left(1 - \frac{d_1}{f}\right)}. \quad (2.53)$$

Si la lente coincide con la cintura del haz de entrada se tiene que:

$$\frac{1}{(q_1)_L} = -i \frac{\lambda}{\pi w_0^2} = -\frac{i}{z_R}, \quad (2.54)$$

donde  $w_0$  es el radio de la cintura de entrada.

Después de la lente se obtiene el siguiente parámetro de haz:

$$\frac{1}{(q_2)_L} = -\frac{i\lambda}{\pi w_0^2} - \frac{1}{f}, \quad (2.55)$$

que puede escribirse como:

$$q_{2L} = \frac{-\pi w_0^2 f}{i\lambda f + \pi w_0^2} . \quad (2.56)$$

Y, a una distancia  $d_2$  detrás de la lente:

$$q_2 = \frac{-\pi w_0^2 f}{i\lambda f + \pi w_0^2} + d_2 , \quad (2.57)$$

que puede a su vez escribirse como sigue:

$$\frac{1}{q_2} = \frac{(d_2 - f) + \left(\frac{\lambda f}{\pi w_0^2}\right)^2 d_2 - i\left(\frac{\lambda f^2}{\pi w_0^2}\right)}{(d_2 - f)^2 + \frac{(\lambda f d_2)^2}{\pi w_0^2}} . \quad (2.58)$$

La posición de la nueva cintura, se determina mediante la condición de que el parámetro de haz sea imaginario puro, es decir  $\Re(1/q_2) = 0$  ,

$$(d_2 - f) + \left( \frac{\lambda f}{\pi w_0^2} \right)^2 d_2 = 0, \quad (2.59)$$

que proporciona:

$$d_2 = \frac{f}{1 + \left( \frac{\lambda f}{\pi w_0^2} \right)^2} = \frac{z_R^2}{f + \frac{z_R^2}{f}}. \quad (2.60)$$

Como casi siempre se cumple que:

$$\frac{\lambda f}{\pi w_0^2} = \frac{f}{z_R} \ll 1, \quad (2.61)$$

la cintura que se obtiene después de la lente prácticamente coincide con la posición del foco de la lente.

Examinando la parte imaginaria del miembro derecho de la ecuación (2.58) se obtiene que el radio de la cintura del haz transformado vendrá dado por:

$$w_2 = \frac{f \lambda / \pi w_0}{\sqrt{1 + \left( \lambda f / \pi w_0^2 \right)^2}} = w_0 \frac{f}{\sqrt{z_R^2 + f^2}}, \quad (2.62)$$

que dado que se cumple la condición (2.61) se tiene que:

$$w_2 \approx f\theta , \quad (2.63)$$

donde  $\theta = \lambda/(\pi w_0)$  es la divergencia en campo lejano del haz incidente en la lente [ved la expresión (2.22)].

El radio de la cintura de un haz gaussiano  $w_f$  transformado por una lente vendrá dado por:

$$w_f = \frac{f\lambda}{\pi w_1} \left[ \left( 1 - \frac{f}{R_1} \right)^2 + \left( \frac{\lambda f}{\pi w_1^2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} , \quad (2.64)$$

donde  $w_1$  y  $R_1$  son el radio del haz y el radio de curvatura del haz láser sobre la superficie de la lente, respectivamente.

Se puede demostrar que si la lente se sitúa o muy próxima o muy lejos de la cintura del haz, la expresión (2.64) se simplifica en [Davis 1996]:

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$w_f \approx f\theta_B, \quad (2.65)$$

siendo  $\theta_B$  la divergencia del haz a la entrada de la lente.

De la expresión anterior podemos concluir que para focalizar un haz láser a un *spot* de pequeño diámetro, debemos emplear una lente de muy corta distancia focal o un haz que tenga poca divergencia. La distancia focal de la lente no se puede reducir indefinidamente, por lo tanto, dada una distancia focal mínima sólo nos queda reducir la divergencia del haz láser. Para esto último se emplean elementos ópticos expansores de haz, por ejemplo del tipo telescopio galileano, que aumentando el tamaño del haz reducen su divergencia.

En la práctica y, especialmente con haces láser industriales, estos cálculos resultan muy aproximados haciéndose imprescindible el llevar a cabo medidas como la que se muestra en la figura 2.11.



## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

propagación geométrica de rayos a través de elementos ópticos paraxiales como lentes y espejos curvados. Además, mediante este formalismo también se pueden resolver otros problemas de óptica de haces y resonadores, incluso involucrando la naturaleza difractiva de la luz. [Siegman 1986] (cap. 15, páginas 581-624).

Partiendo de la expresión unidimensional de la integral de Huygens que contiene la propagación por un sistema óptico representado por una matriz ABCD, tal y como se describe por A. E. Siegman [Siegman 1986] (cap. 20, páginas 778-783), la función de onda a la entrada del sistema  $U_1(x_1)$  y la función de onda a la salida  $U_2(x_2)$  están enlazadas por la integral [Collins 1970]:

$$U_2(x_2) = e^{-iKL_0} \int \sqrt{\frac{i}{B\lambda_0}} \exp\left[-i\frac{\pi}{B\lambda_0}(Ax_1^2 - 2x_1x_2 + Dx_2^2)\right] \times U_1(x_1) dx_1 \quad (2.66)$$

donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda en el espacio libre,  $A, B, C, D$  son los elementos de la matriz ABCD y  $L_0$  es el camino óptico total a través del sistema óptico paraxial, desde el plano de entrada  $z_1$  al plano de salida  $z_2$  para un rayo situado en eje:

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$L_0 = \sum_k n_k L_k, \quad (2.67)$$

donde el subíndice  $k$  denota un elemento del sistema óptico.

Aplicando la integral de propagación a un haz gaussiano de la forma:

$$U_1(x_1) = \exp\left[-i \frac{\pi x_1^2}{\tilde{q}_1 \lambda_1}\right], \text{ con } \frac{1}{\tilde{q}_1} = \frac{1}{R_1} - i \frac{\lambda_1}{\pi w_1^2}, \quad (2.68)$$

donde  $\lambda_1$  corresponde a la longitud de onda en el medio objeto.

Al sustituir (2.68) en la expresión de la integral (2.66) obtenemos:

**Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos**

$$U_2(x_2) = \sqrt{\frac{i}{B\lambda_0}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-i \frac{\pi x_1^2}{\tilde{q}_1 \lambda_1} - i \frac{\pi}{B\lambda_0} (Ax_1^2 - 2x_1 x_2 + Dx_2^2)\right] dx_1. \quad (2.69)$$

Esta integral puede ser resuelta aplicando la siguiente integral [Verdult 1997]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2 - 2bx} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{b^2/a}, \quad (2.70)$$

donde  $a$  y  $b$  pueden ser, en general, complejos. La única condición para que se cumpla el lema anterior es que  $a$  tenga una parte real positiva. Como resultado de la integral se obtiene:

$$U_2(x_2) = \sqrt{\frac{1}{A + n_1 B / \tilde{q}_1}} \exp\left[-i \frac{\pi}{\tilde{q}_2 \lambda_2} x_2^2\right], \quad (2.71)$$

con:

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$\frac{\tilde{q}_2}{n_2} = \frac{A\left(\frac{\tilde{q}_1}{n_1}\right) + B}{C\left(\frac{\tilde{q}_1}{n_1}\right) + D}, \text{ y } n_2\lambda_2 = n_1\lambda_1, \quad (2.72)$$

siendo  $\lambda_2$  la longitud de onda en el medio imagen.

El formalismo ABCD es interesante ya que por ejemplo, cuando tenemos un sistema óptico compuesto por varios elementos, cada uno de ellos con su matriz ABCD, es más práctico obtener la matriz del sistema mediante el producto de las matrices correspondientes a cada elemento y después aplicar esta matriz resultante a la onda objeto. Para simplificar la ley de transformación es mejor emplear el parámetro  $q$  que viene definido por:

$$\frac{1}{q} = \frac{n}{\tilde{q}} = \frac{n}{R} - j \frac{n\lambda}{\pi w^2} = \frac{1}{R} - j \frac{\lambda_0}{\pi w^2}, \quad (2.73)$$

con lo que la ley de transformación es:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}. \quad (2.74)$$

### 2.5.3. Posición y radio de la cintura imagen calculados con matrices ABCD

A continuación estudiaremos la focalización de un haz láser por una lente de focal  $f$  empleando el método de las matrices ABCD y comprobaremos que obtenemos el mismo resultado que con métodos de transformación del frente de onda vistos anteriormente. Supondremos, para simplificar los cálculos, que tenemos la cintura objeto sobre la lente. Ya que de esta forma la expresión de  $q_1$  que emplearemos no tendrá el término de la curvatura. A continuación consideraremos una propagación libre de distancia arbitraria  $d$ . Tenemos que la matriz que define el sistema óptico es [Siegman 1986] (cap. 15, páginas 581-624):

$$\begin{pmatrix} 1 - \frac{d}{f} & d \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.75)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

Como la cintura objeto está sobre la lente sabemos que:

$$q_1 = i \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad (2.76)$$

y por lo tanto al aplicar la matriz se obtiene:

$$q_2 = \frac{\left(1 - \frac{d}{f}\right) q_1 + d}{-\frac{1}{f} q_1 + 1}. \quad (2.77)$$

Para determinar la posición de la cintura imagen y su valor hay que tener en cuenta que en dicha posición de la cintura el parámetro  $q$  es imaginario puro y, que el valor de éste viene dado en el plano considerado por la expresión:

$$q_2 = i \frac{\pi w_0'^2}{\lambda} = iz'_R. \quad (2.78)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

Separando parte real y parte imaginaria obtenemos que:

$$q_2 = \frac{d - \frac{z_R^2}{f} \left(1 - \frac{d}{f}\right) + iz_R \left(1 - \frac{d}{f}\right) + i \frac{dz_R}{f}}{1 + \frac{z_R^2}{f^2}}, \quad (2.79)$$

donde  $z_R$  es la distancia de Rayleigh.

Imponiendo que la parte real sea cero obtenemos que:

$$d = \frac{z_R^2}{f + \frac{z_R^2}{f}}, \quad (2.80)$$

que coincide con el resultado obtenido mediante la transformación de los frentes de onda con la ayuda de la fórmula del fabricante de lentes (2.60).

Igualando las partes imaginarias de las expresiones de  $q_2$ , obtenemos que el radio de la cintura imagen es:

$$w'_0 = w_0 \frac{f}{\sqrt{f^2 + z_R^2}}, \quad (2.81)$$

que coincide con la expresión (2.62).

## **2.6. Norma UNE EN 11146**

La norma UNE EN 11146 establece los métodos de medida de la anchura del haz, el ángulo de divergencia y del factor de propagación del haz. Esta norma se encuentra separada en tres partes, la primera abarcando únicamente el caso de haces estigmáticos o astigmáticos simples, la segunda el caso de los haces astigmáticos generales y, la tercera lo relacionado a la clasificación intrínseca y geométrica de los haces así como detalles de la propagación y los métodos de medida. En este apartado nos centraremos únicamente en la primera parte ya que para el propósito de ver como se definen los distintos parámetros según la norma es suficiente.

La definición de radio del haz según la expresión (2.10) se refiere a un haz TEM<sub>00</sub>. Si el haz no es TEM<sub>00</sub> esta definición pierde su significado. Por ello la norma UNE EN 11146-1

[UNE EN 11146-1: 2006] define el radio de un haz de forma diferente, basándose en los momentos de primero y segundo órdenes de la irradiancia, en el caso de haces estigmáticos y astigmáticos simples. En la presente sección haremos un resumen de las definiciones contenidas en la norma.

### **2.6.1. Centroide del haz**

Consideremos un haz láser que se propaga a lo largo del eje  $z$  y de un sistema cartesiano  $x, y, z$ . La irradiancia de este haz se caracteriza por la función  $I(x, y, z)$ . Se definen las coordenadas del centroide del haz  $(\bar{x}, \bar{y})$  como los momentos de primer orden:

$$\bar{x} = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) x dx, \quad (2.82)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) y dx, \quad (2.83)$$

donde:

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) dx dy, \quad (2.84)$$

es el flujo radiante del haz.

Nótese que en todas las expresiones anteriores se supone que las integrales convergen. Obviamente, los haces planos “ideales” carecen de centroide pues las integrales anteriores no convergen.

Por simplicidad se suele tomar  $\bar{x} = \bar{y} = 0$ . Esto se puede hacer porque si  $\bar{x} \neq 0$  o  $\bar{y} \neq 0$ , siempre se puede hacer un cambio de coordenadas tal que se cumpla que  $\bar{x} = \bar{y} = 0$ .

### 2.6.2. Radio del haz según los momentos de segundo orden

Los momentos de segundo orden del haz  $\sigma_x^2$ ,  $\sigma_y^2$  y  $\sigma_{xy}^2$  en los ejes  $x$  y  $y$ , respectivamente, se definen como:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) (x - \bar{x})^2 dx dy, \quad (2.85)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z)(y - \bar{y})^2 dx dy, \quad (2.86)$$

$$\sigma_{xy}^2 = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z)(x - \bar{x})(y - \bar{y}) dx dy, \quad (2.87)$$

donde hemos supuesto que las integrales convergen.

Los radios de haz en los ejes  $x$  y  $y$  se definen como la raíz cuadrada de los momentos de segundo orden:  $\sqrt{\sigma_x^2}$ ,  $\sqrt{\sigma_y^2}$  respectivamente.

El momento de segundo orden  $\sigma^2$  del haz es:

$$\sigma^2 = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) [(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2] dx dy, \quad (2.88)$$

Obviamente, se cumple que:

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2, \quad (2.89)$$

y el radio del haz es:

$$\sqrt{\sigma^2}, \quad (2.90)$$

La relación entre radio del haz definido según el momento de segundo orden  $\sqrt{\sigma^2}$  y el radio  $w$  para haces hermito-gaussianos se puede obtener por sustitución directa en las definiciones (2.39). Así tenemos que:

$$\sigma_x^2 = (2m+1)w_x^2, \quad (2.91)$$

$$\sigma_y^2 = (2n+1)w_y^2, \quad (2.92)$$

donde  $m$  y  $n$  son los órdenes de los modos hermito-gaussianos [ved expresión (2.37)] y  $w_x$  y  $w_y$  los radios de haz gaussiano en los ejes  $x$  y  $y$ , respectivamente.

Obviamente [Carter 1980],

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \sigma_x^2 + \sigma_y^2 \\ &= (2m+1)w_x^2 + (2n+1)w_y^2, \end{aligned} \quad (2.93)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

Para un modo TEM<sub>00</sub> con simetría cilíndrica  $m = n = 0$  y  $w_x = w_y = w$ . La sustitución de estas expresiones en la expresión (2.93) nos da:

$$\sigma^2 = 2w^2, \quad (2.94)$$

y

$$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2}w. \quad (2.95)$$

Es bastante popular utilizar el diámetro del haz (*beam diameter*), ancho de haz (*beam width*) o ancho de la mancha (*spot width*) en los cálculos. Obviamente, si  $W_x$ ,  $W_y$  y  $W$  son los anchos del haz en los ejes  $x$ ,  $y$  y radial, tenemos que:

$$W_x = 2\sqrt{\sigma_x^2}, \quad W_y = 2\sqrt{\sigma_y^2}, \quad W = 2\sqrt{\sigma^2}, \quad (2.96)$$

### 2.6.3. Parámetros del haz TEM<sub>00</sub> según los momentos de segundo orden

La expresión de la irradiancia (2.10) en el formalismo de los momentos se escribe como:

$$UU^* \propto \exp\left(\frac{-4r^2}{\sigma^2}\right), \quad (2.97)$$

por lo que la condición  $r^2 = \sigma^2$  implica que la irradiancia del modo TEM<sub>00</sub> es  $\exp(-4) = 0,115$  la irradiancia del máximo.

Es posible demostrar que la condición  $r^2 = w^2$  implica que dentro de un radio  $w$  está contenido el 86% del flujo radiante del haz [Siegman 1986] (cap. 17, páginas 663-666), mientras que con la condición  $r^2 = \sigma^2$ , el 98%.

La dependencia del radio del haz con  $z$  (2.19), el parámetro de Rayleigh (2.20) y la dependencia del radio de curvatura con  $z$  (2.21) del haz gaussiano monocromático TEM<sub>00</sub> con el formalismo de los momentos se escriben como:

$$\sigma^2(z) = \sigma_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{2\lambda z}{\pi\sigma_0^2} \right)^2 \right] = \sigma_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right], \quad (2.98)$$

$$z_R = \frac{\pi\sigma_0^2}{2\lambda}, \quad (2.99)$$

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi\sigma_0^2}{2\lambda z} \right)^2 \right] = z \left[ 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right]. \quad (2.100)$$

#### 2.6.4. Divergencia en campo lejano

Por analogía con la expresión (2.22) podemos definir las divergencias en campo lejano en el eje  $x$ ,  $\theta_{\infty x}$ , en el  $y$ ,  $\theta_{\infty y}$ , y del haz  $\theta_{\infty}$  como:

$$\begin{aligned} \theta_{\infty x} &= \lim_{z \rightarrow \infty} \arctan \frac{\sqrt{\sigma_x^2(z)}}{z} \\ &= \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\sigma_x^2(z)}}{z}, \end{aligned} \quad (2.101)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$\begin{aligned}\theta_{\infty y} &= \lim_{z \rightarrow \infty} \arctan \frac{\sqrt{\sigma_y^2(z)}}{z} \\ &= \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\sigma_y^2(z)}}{z},\end{aligned}\quad (2.102)$$

$$\begin{aligned}\theta_{\infty} &= \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2} = \lim_{z \rightarrow \infty} \arctan \frac{\sqrt{\sigma^2(z)}}{z} \\ &= \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\sigma^2(z)}}{z} = \sqrt{\theta_{\infty x}^2 + \theta_{\infty y}^2},\end{aligned}\quad (2.103)$$

donde  $z$  es la distancia hasta la cintura del haz.

Se puede demostrar fácilmente que la divergencia en campo lejano del modo  $TEM_{00}$ ,  $\sqrt{\theta_{\infty 00}^2}$ , es:

$$\sqrt{\theta_{\infty 00}^2} = \frac{\sqrt{\sigma_{000}^2}}{z_R}.\quad (2.104)$$

## 2.7. Momentos de tercero y cuarto órdenes: sesgo y kurtosis

### 2.7.1. Sesgo (*skewness*) del haz

El sesgo (*skewness*) de la irradiancia del haz es un parámetro que permite caracterizar la simetría de un haz. Para ello se emplean los momentos de tercer orden de la irradiancia en los ejes  $x$  y  $y$ :

$$\sigma_x^3 = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z)(x - \bar{x})^3 dx dy, \quad (2.105)$$

$$\sigma_y^3 = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z)(y - \bar{y})^3 dx dy, \quad (2.106)$$

donde se supone que las integrales convergen.

El sesgo se define como:

$$S_x = \frac{\sigma_x^3}{(\sigma_x^2)^{3/2}}. \quad (2.107)$$

$$S_y = \frac{\sigma_y^3}{(\sigma_y^2)^{3/2}} \cdot \quad (2.108)$$

El sesgo de los modos TEM<sub>mn</sub> hermito-gaussianos y laguerro-gaussiano es nulo debido a la simetría que poseen.

### 2.7.2. Kurtosis del haz

El parámetro de kurtosis de la irradiancia del haz se basa en la comparación de los momentos de segundo orden y de cuarto orden de la irradiancia.

Si llamamos  $\sigma_x^4$ ,  $\sigma_y^4$  y  $\sigma_{xy}^4$  a los momentos de cuarto orden de la irradiancia en los ejes  $x$  y  $y$  y  $\sigma^4$  al momento radial de cuarto orden, ellos tendrían la forma:

$$\sigma_x^4 = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z)(x - \bar{x})^4 dx dy, \quad (2.109)$$

$$\sigma_y^4 = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z)(y - \bar{y})^4 dx dy, \quad (2.110)$$

$$\sigma_{xy}^4 = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z)(x - \bar{x})^2 (y - \bar{y})^2 dx dy, \quad (2.111)$$

$$\begin{aligned}\sigma^4 &= \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) [(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2]^2 dx dy \\ &= \sigma_x^4 + \sigma_y^4 + 2\sigma_{xy}^4.\end{aligned}\quad (2.112)$$

Entonces las kurtosis en los ejes  $x$  y  $y$ ,  $K_x$  y  $K_y$ , respectivamente, y la kurtosis radial  $K$  se definen como [Bock 1975, Amarande 1996, Martínez-Herrero 1997 y Mendoza-Yero 2003]:

$$K_x = \frac{\sigma_x^4}{(\sigma_x^2)^2}, \quad (2.113)$$

$$K_y = \frac{\sigma_y^4}{(\sigma_y^2)^2}, \quad (2.114)$$

$$K = \frac{\sigma^4}{(\sigma^2)^2} \quad (2.115)$$

$$= \frac{\sigma_x^4 + \sigma_y^4 + 2\sigma_{xy}^4}{(\sigma_x^2)^2 + (\sigma_y^2)^2 + 2\sigma_{xy}^2}. \quad (2.116)$$

La kurtosis radial de un haz gaussiano TEM<sub>00</sub> simétrico es  $K = 2$ . Se dice entonces que el haz es mesokúrtico. Si  $K > 2$  se denomina leptokúrtico (sería más picudo que un TEM<sub>00</sub>) y si  $K < 2$  platikúrtico (estaría más aplanado que un TEM<sub>00</sub>).

## 2.8. Producto del haz

El concepto de producto del haz se introdujo a finales de la década de 1980 [Sasnett 1989, Sasnett 1991, Siegman 1990 y Weber 1992], aunque casi siempre se manejaba en forma implícita. En su forma actual, basada en el momento de segundo orden, el producto del haz se define como [Siegman 1998]:

$$BP = \sqrt{\sigma_0^2} \theta_\infty, \quad (2.117)$$

donde  $\sqrt{\sigma_0^2}$  es el radio del haz en su cintura.

Este parámetro combina un parámetro de haz de campo cercano con un parámetro de campo lejano y, por tanto, es una caracterización más integral del haz. Por ello Siegman [Siegman 1998] lo llama producto de campo lejano y campo cercano (*the near-field far-field product*). El producto del haz de un haz gaussiano TEM<sub>00</sub> simétrico  $BP_{00}$  es:

$$BP_{00} = \sqrt{\sigma_0^2} \theta_\infty = \sqrt{2} w_0 \frac{\lambda}{\pi \sqrt{2} w_0} = \frac{\lambda}{\pi}. \quad (2.118)$$

## 2.9. Factor de propagación del haz $M^2$

El factor de propagación del haz (*beam propagation factor*)  $M^2$  indica la similitud de un haz de un láser con un haz gaussiano TEM<sub>00</sub> [Sasnett 1989, Sasnett 1991, Siegman 1990, Weber 1992 y Siegman 1998]. Inicialmente el factor  $M^2$  se llamó factor de calidad del haz. Sin embargo, en algunas aplicaciones como, por ejemplo, el temple láser, es preferible una irradiancia tipo meseta o sombrero de copa, por lo cual un haz TEM<sub>00</sub> no sería el paradigma de calidad suprema. Por ello, el término factor de propagación es más adecuado. En la norma [UNE-EN ISO 11146-1: 2006] este parámetro se denomina factor de propagación del haz.

### 2.9.1 Definición de factor de propagación del haz $M^2$

El factor  $M^2$  de un haz monocromático con el formalismo de los momentos se define como [Siegman 1998]:

$$M^2 = \frac{BP}{\lambda/\pi}, \quad (2.119)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

donde podemos identificar el denominador  $\lambda/\pi$  como el producto de haz de un haz gaussiano TEM<sub>00</sub> monocromático.

Obviamente, la interpretación del factor de propagación del haz  $M^2$  es directa: si  $M^2 = 1$ , entonces su propagación es como la de un haz gaussiano monocromático TEM<sub>00</sub>. Si  $M^2 > 1$  es más grueso o tiene mayor divergencia que el haz gaussiano monocromático TEM<sub>00</sub>.

Se puede demostrar que los haces paraxiales cumplen con que su factor de propagación es  $M^2 \geq 1$ . Esta relación no se cumple si el haz no puede describirse con la aproximación paraxial [Porrás 1996 y Gao 2000].

### 2.9.2. Haz gaussiano incrustado

Un haz láser de naturaleza complicada, como los descritos en la subsección 2.4.4, puede ser representado mediante una construcción geométrica denominada haz gaussiano incrustado (*embedded Gaussian beam*). Aquí hay que señalar que Siegman introdujo este concepto basado en resultados experimentales obtenidos con un láser de CO<sub>2</sub> multimodo de alta potencia, que aunque maneja el concepto de haz gaussiano incrustado no lo define explícitamente y no

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

emplea el formalismo de los momentos de segundo orden [Siegman 1993]. Posteriormente, el propio Siegman, utilizando el formalismo de los momentos, define explícitamente el haz gaussiano incrustado como un haz tal que [Siegman 1998]:

$$\sqrt{\sigma_{\text{incrus } 0}^2} = \frac{\sqrt{\sigma_0^2}}{M}, \quad (2.120)$$

$$\sqrt{\sigma_{\text{incrus}}^2} = \frac{\sqrt{\sigma^2}}{M}, \quad (2.121)$$

donde  $\sqrt{\sigma_{\text{incrus } 0}^2}$ ,  $\sqrt{\sigma_0^2}$  son los radios de las cinturas del haz incrustado y del haz que se caracteriza, respectivamente, y  $\sqrt{\sigma_{\text{incrus}}^2}$ ,  $\sqrt{\sigma^2}$  los radios del haz incrustado y del haz que se caracteriza fuera del plano de sus cinturas.

Supongamos por simplicidad un haz con simetría cilíndrica, de  $M^2 > 1$ , cuyo radio al cuadrado se describe según la fórmula:

$$\sigma^2(z) = \sigma_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right], \quad (2.122)$$

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

donde  $\sigma_0^2$ ,  $\sigma^2(z)$  y  $z_R$  son el radio de la cintura al cuadrado, el radio del haz al cuadrado y la distancia de Rayleigh del haz, respectivamente.

Si dividimos la expresión (2.122) entre  $M^2$  obtenemos:

$$\sigma_{\text{incru}}^2(z) = \sigma_{\text{incru}0}^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right], \quad (2.123)$$

donde hemos aplicado las expresiones (2.120) y (2.121).

La expresión (2.123) describe la variación del radio del haz incrustado con la posición. Sin embargo, como el haz incrustado es gaussiano TEM<sub>00</sub> su distancia de Rayleigh está dada por la expresión:

$$z_{\text{incru}R} = \frac{\pi \sigma_{\text{incru}0}^2}{2\lambda}, \quad (2.124)$$

que, en general, no tiene que ser igual a  $z_R$ . Por tanto, el haz incrustado no corresponde a un haz gaussiano TEM<sub>00</sub> monocromático, el cual debe cumplir siempre con la

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

expresión (2.124). Esta es una de las inconsistencias del concepto de haz gaussiano incrustado.

En el proyecto de norma [UNE-EN ISO 11146-1: 2006] se propone la determinación experimental de los parámetros del haz láser mediante el ajuste estadístico de los resultados de las mediciones del diámetro del haz a una curva de segundo grado de la forma  $d^2 = A + Bz + Cz^2$ . De esta forma se obtiene que el factor de propagación del haz,  $M^2$ , viene dado por la expresión:

$$M^2 = \frac{\pi}{8\lambda} \sqrt{AC - \frac{B^2}{4}}. \quad (2.125)$$

### 2.9.3. Importancia del parámetro $M^2$

Si suponemos que el haz transformado por una lente porta un flujo radiante total  $P_0$  y posee un factor de propagación  $M^2$ , la irradiancia media  $I_{\text{media}}$  del haz en su cintura sería, aproximadamente:

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

$$\begin{aligned}
 I_{\text{media}} &= \frac{0,98P_0}{\pi\sigma^2} \\
 &= \frac{0,98P_0}{\pi M^2 \sigma_{\text{incrus}}^2}, \tag{2.126}
 \end{aligned}$$

donde hemos supuesto que el 98% del flujo radiante está contenido dentro de un círculo de radio  $\sqrt{\sigma^2}$  centrado en el eje  $z$ .

Lo anterior significa que se alcanzará mayor densidad de potencia con un haz láser de menor  $M^2$ , para una misma potencia transportada y un mismo radio del haz incrustado.

Analicemos ahora la variación de la irradiancia media a lo largo del eje  $z$ . Substituyendo la expresión (2.123) en la expresión (2.126) obtenemos:

$$\begin{aligned}
 I_{\text{media}} &= \frac{0,98P_0}{\pi M^2 \sigma_{\text{incrus}0}^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right]} \\
 &= \frac{I_{\text{media máx}}}{M^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right]}, \tag{2.127}
 \end{aligned}$$

donde es obvio que:

$$I_{\text{media máx}} = \frac{0,98P_0}{\pi \sigma_{\text{incrus } 0}^2} \quad (2.128)$$

En la figura 2.12 se muestra una gráfica de la irradiancia media normalizada contra la posición en el eje  $z$  normalizada a la distancia de Rayleigh máxima. Como se aprecia, el aumento de  $M^2$  conduce a una caída abrupta de la irradiancia media del haz en todos los planos  $z$ .

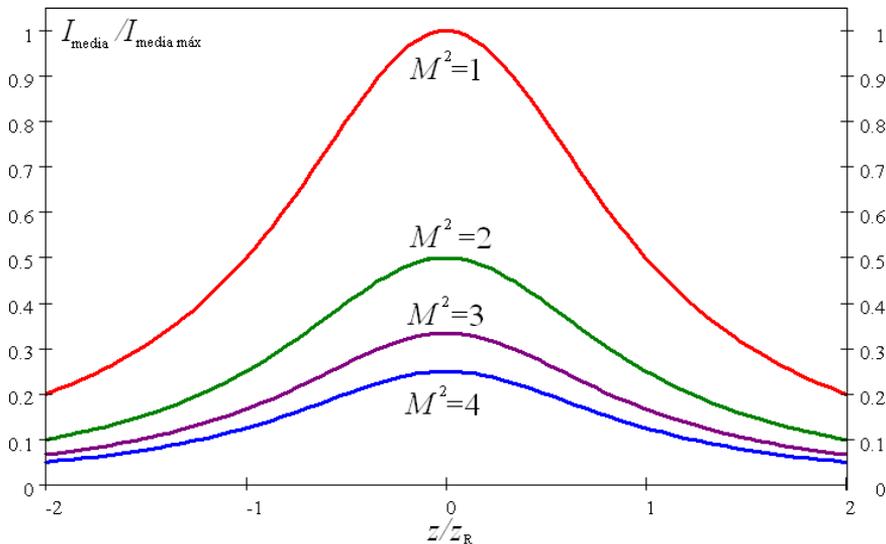


Figura 2.12. Gráfico de la irradiancia media normalizada  $I_{\text{media}} / I_{\text{media máx}}$  en función de la posición normalizada  $z / z_R$ .

## Propagación de haces láser en el espacio libre y en sistemas ópticos

En aplicaciones industriales del láser como el procesado de materiales, el disponer de un haz con un  $M^2$  próximo a 1, exceptuando algunos tratamientos superficiales, se traduce en mejores procesos: soldaduras de mayor penetración, cortes más finos y de mejor calidad, micromecanizados con más detalle, etc. [Hügel 1992, Ramos 1999, Knappe 2008 y Kratky 2009].

## Capítulo 3. Propagación de haces gaussianos policromáticos

### 3.1. Introducción

Los haces láser se consideran habitualmente cuasi-monocromáticos por tener anchos de banda muy estrechos ( $\bar{\lambda} \gg \Delta\lambda$ ,  $\bar{\lambda}$  es la longitud de onda media del haz en el vacío, y  $\Delta\lambda$  es su ancho de banda espectral). La teoría ABCD para haces Gaussianos es aplicable a este tipo de láseres [Simon 1988, Shimon 1988, Serna 1991, Lin 1993 y Mejías 1995]. No obstante, los haces láser no pueden tratarse siempre como cuasi-monocromáticos. Algunos dispositivos de emisión continua (por ejemplo, láseres de  $\text{Ar}^+$  y  $\text{Kr}^+$ , de  $\text{CO}$ , y  $\text{CO}_2$ ) así como láseres de pulsos ultracortos generan haces de luz de anchos de banda espectral grandes. La ley ABCD se ha extendido a haces láser policromáticos en el caso de sistemas ópticos de primer orden no-dispersivos [Cao 1997]. La propagación de pulsos ultracortos de haces de luz en espacio libre se ha estudiado también mediante el empleo de la ecuación de onda paraxial [Sheppard 1997 y Porras 1998].

No podemos aplicar la aproximación cuasi-monocromática, ni siquiera en el caso en que se cumpla si se da el caso de que

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

la variación del índice de refracción del medio es significativa dentro del ancho espectral del haz. Se han propuesto generalizaciones de la ley ABCD para la descripción de efectos de dispersión, mediante matrices 3x3 [Martínez 1988, 1989] y 4x4 [Kostenbauder 1990]. Se ha estudiado la propagación de haces de luz pulsada de ciclo individual a través de sistemas ópticos dispersivos mediante la aproximación de la envolvente lenta (*slowly-evolving*) [Porrás 1999].

Otro caso objeto de estudio ha sido la superposición de modos estacionarios Gaussianos TEM<sub>00</sub> monocromáticos de diferentes longitudes de onda emitidos por un resonador láser no-dispersivo [Martí-López 1999]. Dicho haz se ha llamado haz Gaussiano policromático por tener cada componente Gaussiana, a pesar de que en el caso general el perfil de haz resultante parte de uno Gaussiano.

En este capítulo estudiamos el caso de un haz Gaussiano TEM<sub>00</sub> estacionario y policromático emitido por un resonador láser dispersivo. Esto supone una generalización del caso mencionado más arriba. Analizaremos el radio del haz, la distancia de Rayleigh, la posición de la cintura, la divergencia de campo lejano, el factor de propagación del haz y el parámetro de kurtosis. Los resultados los extenderemos a un modo sencillo Hermito - o Laguerre – gaussiano de orden superior. Emplearemos una definición de factor de

propagación de haz que es generalización del factor de calidad de haz definido por Siegman [Siegman 1993B]. Finalmente demostraremos que el momento de cuarto orden de cualquier modo Hermito – o Laguerro – gaussiano es proporcional al momento de segundo orden al cuadrado del modo TEM<sub>00</sub>.

### 3.2. Modelo físico

Las suposiciones básicas del modelo son las siguientes:

1. El dispositivo láser emite un haz policromático. Este haz está formado de componentes monocromáticas superpuestas de distinta longitud de onda. Cada componente monocromática es incoherente con respecto a las otras.

2. Los campos ópticos son estacionarios y linealmente polarizados en un mismo plano. Despreciamos las ondas evanescentes. El haz se propaga a lo largo del eje  $z$  de un sistema de coordenadas cartesiano  $x, y, z$ . La ecuación de onda estacionaria y paraxial [Eq. (2.2)] [Siegman 1986]:

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, z, \lambda)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, z, \lambda)}{\partial y^2} - \frac{4\pi i}{\lambda} \frac{\partial^2 \tilde{u}(x, y, z, \lambda)}{\partial z} = 0, \quad (3.1)$$

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

es válida para cada componente monocromático de longitud de onda  $\lambda$  (en vacío).

Aquí  $i$  es la unidad imaginaria,  $x, y, z$  son ejes de coordenada, y  $\tilde{u}(x, y, z, \lambda)$  es la amplitud de onda de campo complejo. Nótese el cambio de notación para diferenciarnos del análisis hecho en el capítulo 2, donde la amplitud de onda de campo complejo se llama  $U$ , que tras el análisis de la página 17 se queda en la función  $\varphi$ , que es la que aparece en la [Eq. (2.2)].

3. Una función  $I(x, y, z, \lambda)$  describe la irradiancia espectral de una componente monocromática del haz. Esta función viene dada por la expresión:

$$I(x, y, z, \lambda) = \rho(\lambda) |\tilde{u}(x, y, z, \lambda)|^2, \quad (3.2)$$

donde  $\rho(\lambda) \geq 0$  es la densidad de potencia espectral y  $\tilde{u}(x, y, z, \lambda)$  es la solución monocromática de la ecuación de onda paraxial estacionaria [Eq. (3.1)], que satisface la condición de normalización:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{u}(x, y, z, \lambda)|^2 dx dy = 1. \quad (3.3)$$

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

La irradiancia total del haz,  $I(x, y, z)$ , la densidad de potencia espectral en un plano  $z$ ,  $\rho(\lambda)$ , y el flujo radiante a través de este plano,  $P$ , satisfacen las siguientes fórmulas:

$$I(x, y, z) = \int_0^{\infty} I(x, y, z, \lambda) d\lambda, \quad (3.4)$$

$$\rho(\lambda) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} I(x, y, z, \lambda) dx dy, \quad (3.5)$$

$$P = \int_0^{\infty} \rho(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} I(x, y, z, \lambda) dx dy d\lambda. \quad (3.6)$$

El centroide de la irradiancia espectral  $I(x, y, z, \lambda)$  en cualquier plano se encuentra en el eje  $z$  ( $x = y = 0$ ). Como consecuencia, el centroide de  $I(x, y, z)$  también se encuentra en el eje  $z$ .

Definimos el radio del haz al cuadrado (momento de segundo orden de la irradiancia total  $I(x, y, z)$ ) del haz policromático  $\sigma_p^2(z)$  mediante la expresión [Eq. (2.85)-(2.87)]:

$$\sigma_p^2(z) = \frac{1}{P} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} r^2 I(x, y, z) dx dy, \quad (3.7)$$

donde  $r^2 = x^2 + y^2$ .

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

Definimos el radio al cuadrado (momento de segundo orden) de la solución monocromática de la ecuación de onda paraxial estacionaria,  $\sigma^2(z, \lambda)$ , mediante la expresión:

$$\sigma^2(z, \lambda) = \int_{-\infty-\infty}^{\infty \infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty \infty} r^2 |\tilde{u}(x, y, z, \lambda)|^2 dx dy. \quad (3.8)$$

Observemos que las definiciones (3.7) y (3.8) difieren de las empleadas por Carter [Carter 1980] en un factor multiplicativo de 2.

4. El resonador láser es dispersivo. Está compuesto por un medio activo tipo lente de una potencia óptica  $D(\lambda)$  y dos espejos, tal y como se representa en la figura 3.1. El substrato de la ventana de salida se trata como una lámina dispersiva delgada. El resonador láser es estable. La distancia de Rayleigh y la posición de la cintura de cada componente monocromática del haz láser depende de la longitud de onda. La potencia óptica  $D(\lambda)$  del medio activo hace que la posición de la cintura y la distancia de Rayleigh dependan con la longitud de onda, mientras que la lámina solo afecta a la posición de la cintura. El efecto de lente de un medio activo sobre un haz láser monocromático se ha estudiado en varios trabajos [Kortz 1981 y Koechner 1992]. La posición de la cintura y la distancia de Rayleigh están asociadas. Se debe señalar que se puede obtener un haz de características similares como consecuencia del paso de un

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

haz gaussiano (generado por un resonador no dispersivo) a través de una lente delgada. La dependencia de la posición de haz y la distancia de Rayleigh con la longitud de onda puede interpretarse como una aberración cromática. Esto quiere decir, por ejemplo, que la dispersión de la posición de la cintura puede entenderse como una aberración cromática longitudinal.

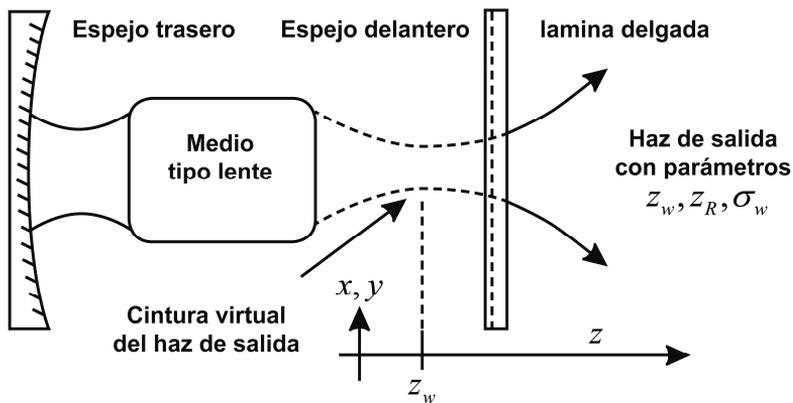


Figura 3.1. Resonador láser estable, formado por un medio activo dispersivo tipo lente, un espejo esférico y un espejo plano. El substrato del espejo plano se trata como una lámina plano-paralela dispersiva.  $z_w$ ,  $z_R$  y  $\sigma_w$  indican la posición de la cintura, la distancia de Rayleigh y el radio de la cintura, respectivamente, de una componente monocromática del haz con longitud de onda  $\lambda$ .

5. Los efectos difractivos en las pupilas del sistema óptico son despreciables.

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

6. La lente es delgada y no introduce aberraciones de frente de onda. La absorción es despreciable. El eje  $z$  coincide con el eje óptico de la lente.

### 3.3. Haz Gaussiano policromático transformado por una lente delgada

En la figura 3.2 representamos un esquema simplificado de la situación objeto de estudio. Una componente monocromática de entrada  $TEM_{00}$  de un haz policromático, de distancia de Rayleigh  $z_R$ , posición en el eje  $z$  de la cintura  $z_w$ , radio de la cintura al cuadrado  $\sigma_w^2$ , divergencia de campo lejano al cuadrado  $\theta^2$ , es transformado por una lente delgada. Las siguientes fórmulas proporcionan la posición en el eje  $z$  de la cintura  $z_{ws}$ , la distancia de Rayleigh  $z_{Rs}$ , el radio de la cintura al cuadrado  $\sigma_{ws}^2$  y la divergencia de campo lejano  $\theta_s^2$  [Klimkov 1978 y Self 1983].

$$z_{ws} = f - \beta(z_w + f), \quad (3.9)$$

$$\sigma_{ws}^2 = \beta\sigma_w^2, \quad (3.10)$$

$$\sigma_w^2 = \frac{\lambda z_R}{2\pi}, \quad (3.11)$$

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

$$z_{Rs} = \beta z_R, \quad (3.12)$$

$$\theta_s^2 = \beta^{-1} \theta^2, \quad (3.13)$$

$$\theta = \frac{\lambda}{2\pi z_R}, \quad (3.14)$$

donde  $f$  representa la distancia focal de la lente y  $\beta$  es un coeficiente dado por la expresión:

$$\beta = \left( 1 + \frac{2z_w}{f} + \frac{z_w^2 + z_R^2}{f^2} \right)^{-1}. \quad (3.15)$$

Las posiciones  $z_w$  y  $z_{ws}$  se miden respecto al primer plano principal y segundo plano principal de la lente respectivamente. Aquí no se indican índices para denotar el orden del modo, dado que se asume que es  $TEM_{00}$ . Se omite por simplicidad la dependencia explícita con la longitud de onda.

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

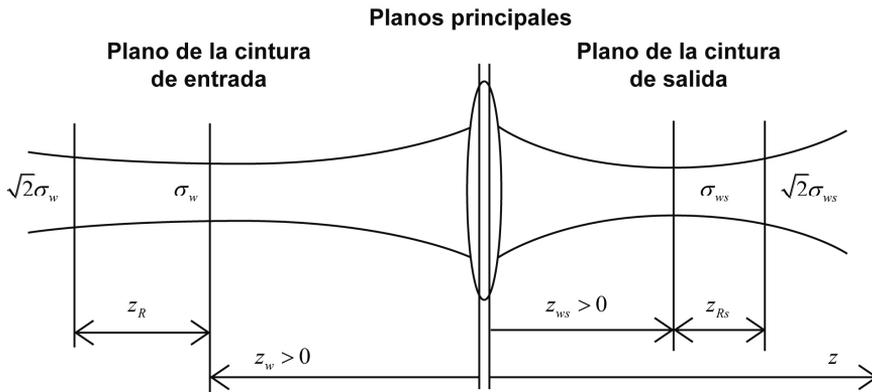


Figura 3.2. Haz monocromático  $TEM_{00}$  transformado por una lente delgada.  $z_w$  y  $z_{ws}$  son las posiciones de la cintura de haz de entrada y de salida respectivamente,  $z_R$ ,  $z_{Rs}$  son las distancias de Rayleigh de los haces de entrada y de salida, respectivamente, y  $\sigma_w$  y  $\sigma_{ws}$  son el radio de la cintura para el haz de entrada y de salida, respectivamente.

### 3.3.1. Radio de haz y divergencia de campo lejano

Empleando la siguiente ecuación, (3.16), calculamos el radio de haz al cuadrado de cada componente monocromática en un plano situado a una distancia  $z$  del segundo plano principal de la lente [Klimkov 1978, Self 1983 y Kogelnik 1966A]:

$$\sigma_s^2 = \sigma_{ws}^2 \left[ 1 + \frac{(z - z_{ws})^2}{z_{Rs}^2} \right]. \quad (3.16)$$

Al aplicar las fórmulas (3.9)-(3.12) y (3.15) a la ecuación (3.16) obtenemos:

$$\sigma_s^2 = \frac{\lambda}{2\pi z_R} \left[ z_w^2 + z_R^2 + z^2 - 2zz_w + 2 \frac{z^2 z_w - z(z_w^2 + z_R^2)}{f} + \frac{z^2(z_w^2 + z_R^2)}{f^2} \right]. \quad (3.17)$$

Calculamos el radio al cuadrado  $\sigma_{Ps}^2(z)$ , del haz de salida policromático empleando la expresión [Martí-López 1999]:

$$\begin{aligned} \sigma_{Ps}^2(z) &= \frac{1}{P} \int_0^\infty \rho(\lambda) \sigma_s^2 d\lambda \\ &= \overline{\sigma_w^2} + 2G_0 \overline{z_w} + \alpha_0 \overline{z_w}^2 + \sigma_1^2 + 2G_{1z} + \alpha_1 z^2, \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde  $\overline{\sigma_w^2}$  es el radio de la cintura al cuadrado medio de la componente monocromática del haz de entrada (la barra superior indica el valor medio tomado sobre el espectro del haz, que es  $\overline{b} = \int_0^\infty b(\lambda) \rho(\lambda) d\lambda / P$ ):

$$\overline{\sigma_w^2} = \frac{1}{2\pi P} \int_0^\infty \rho(\lambda) \lambda z_R d\lambda, \quad (3.19)$$

donde  $\overline{z_w}$  es la posición de la cintura media de las componentes monocromáticas de entrada:

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

$$\overline{z_w} = \frac{1}{P} \int_0^\infty \rho(\lambda) z_w d\lambda, \quad (3.20)$$

$\sigma_1^2$  es una contribución de la aberración cromática longitudinal  $\delta$  al radio de la cintura:

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{2\pi P} \int_0^\infty \rho(\lambda) \frac{\lambda \delta^2}{z_R} d\lambda; \quad \delta = z_w - \overline{z_w}, \quad (3.21)$$

y  $G_0$ ,  $G_1$ ,  $g_j$  y  $\alpha_j$  son parámetros dados por las expresiones:

$$G_0 = \frac{1}{2\pi P} \int_0^\infty \rho(\lambda) \frac{\lambda \delta}{z_R} d\lambda, \quad (3.22)$$

$$g_j = \frac{1}{2\pi P} \int_0^\infty \rho(\lambda) \frac{\lambda f}{\beta^j z_R} d\lambda, \quad j = 0, 1, \quad (3.23)$$

$$G_1 = G_0 + \overline{z_w} \alpha_0 + g_0 - g_1, \quad (3.24)$$

$$\alpha_j = \frac{1}{2\pi P} \int_0^\infty \rho(\lambda) \frac{\lambda}{\beta^j z_R} d\lambda = \frac{1}{P} \int_0^\infty \rho(\lambda) \frac{\theta^2}{\beta^j} d\lambda, \quad j = 0, 1. \quad (3.25)$$

Aplicando la definición de divergencia de campo lejano al cuadrado de un haz policromático [Martí-López 1999], es posible demostrar que:

$$\overline{\theta^2} = \alpha_0, \quad (3.26)$$

$$\overline{\theta_s^2} = \alpha_1, \quad (3.27)$$

donde  $\overline{\theta^2}$  y  $\overline{\theta_s^2}$  representan las divergencias de campo lejano al cuadrado de de los haces policromáticos de entrada y salida respectivamente.

La posición de la cintura del haz policromático transformado,  $z = z_{Pws}$ , la calculamos resolviendo  $d\sigma_{Ps}^2(z)/dz = 0$ , que proporciona

$$z_{Pws} = -\frac{G_1}{\alpha_1} = \frac{g_1 - g_0}{\overline{\theta_s^2}} - \frac{\overline{\theta^2} z_{Pw}}{\overline{\theta_s^2}}, \quad (3.28)$$

donde  $z_{Pw}$  es la posición de la cintura haz Gaussiano policromático de entrada, dado por la expresión [Martí-López 2001A]:

$$z_{Pw} = \overline{z_w} + \frac{G_0}{\overline{\theta^2}}. \quad (3.29)$$

Si definimos el parámetro divergencia-dispersión-cintura (*DDC*) mediante la expresión:

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

$$DDC = \overline{(z_{P_w} - z_w)} \theta^2 . \quad (3.30)$$

Empleando las expresiones (3.9), (3.13) y (3.28) y, después de algunos cálculos, obtendremos que los parámetros  $DDC$  de los haces de entrada  $DDC = \overline{(z_{P_w} - z_w)} \theta^2$  y de salida  $DCC_s = \overline{(z_{P_{ws}} - z_{ws})} \theta^2$  están relacionados por medio de la expresión:

$$DCC = -DCC_s . \quad (3.31)$$

Si el haz es monocromático o las aberraciones cromáticas están ausentes, obtendremos que  $DCC = -DCC_s = 0$ .

Al sustituir la expresión (3.28) en la expresión (3.18) se obtiene el radio de la cintura al cuadrado del haz policromático transformado  $\sigma_{P_{ws}}^2$ ,

$$\sigma_{P_{ws}}^2 = \sigma_{P_w}^2 + \overline{\theta^2} z_{P_w}^2 - \overline{\theta_s^2} z_{P_{ws}}^2 , \quad (3.32)$$

donde  $\sigma_{P_w}^2$  es el radio de la cintura al cuadrado del haz policromático de entrada [Martí-López 2001A]:

$$\sigma_{P_w}^2(z) = \overline{\sigma_w^2} + \sigma_1^2 - \frac{G_0^2}{\theta^2} . \quad (3.33)$$

Empleando las expresiones (3.27), (3.28) y (3.32) podemos reescribir la expresión (3.18) de la forma:

$$\sigma_{Ps}^2(z) = \sigma_{Pws}^2 + \overline{\theta_s^2} (z - z_{Pws})^2. \quad (3.34)$$

Empleando las expresiones (3.28) y (3.32) llegamos a la relación del radio de la cintura del haz policromático transformado  $\sigma_{Pws}^2$  con el radio de la cintura del haz policromático de entrada  $\sigma_{Pw}^2$  por medio de la siguiente expresión:

$$\sigma_{Pws}^2 = \beta_{P0} \sigma_{Pw}^2, \quad (3.35)$$

donde:

$$\beta_{P0} = 1 + \frac{z_{Pw}^2 \overline{\theta^2}}{\sigma_{Pw}^2} - \frac{\overline{\theta^2}^2}{\overline{\theta_s^2}} \left( \frac{z_{Pw}}{\sigma_{Pw}} - \frac{g_1 - g_0}{\sigma_{Pw} \overline{\theta^2}} \right)^2. \quad (3.36)$$

### 3.2.2. Distancia de Rayleigh

Reescribimos la fórmula (3.32) de la siguiente manera:

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

$$\sigma_{P_{WS}}^2 \left( 1 + \frac{\overline{\theta_s^2} Z_{P_{WS}}^2}{\sigma_{P_{WS}}^2} \right) = \sigma_{P_W}^2 \left( 1 + \frac{\overline{\theta^2} Z_{P_W}^2}{\sigma_{P_W}^2} \right). \quad (3.37)$$

Obviamente, ambos términos representan el radio del haz en los planos principales de la lente. Comparando los dos términos de la expresión (3.37) con la expresión (3.16) llegamos a la definición de las distancias de Rayleigh de los haces de entrada y de salida por medio de las fórmulas:

$$Z_{RP}^2 = \frac{\sigma_{P_W}^2}{\theta^2}; \quad Z_{RPs}^2 = \frac{\sigma_{P_{WS}}^2}{\theta_s^2}. \quad (3.38)$$

Empleando la expresión (3.35), obtenemos una relación entre las distancias de Rayleigh al cuadrado:

$$Z_{RPs}^2 = \beta_{P_0} \left( \frac{\overline{\theta^2}}{\overline{\theta_s^2}} \right) Z_{RP}^2. \quad (3.39)$$

Para un haz monocromático se obtiene que  $\beta_{P_0} \left( \overline{\theta^2} / \overline{\theta_s^2} \right) = \beta^2$ .

Con lo que la fórmula (3.12) es un caso particular de la fórmula (3.39), como podríamos esperar.

### 3.3.3. Producto de haz y factor de propagación de haz

Mediante las siguientes expresiones se pueden definir el producto de haz  $BP_{Ps}$  y factor de propagación  $M_{Ps}^2$  del haz policromático transformado:

$$BP_{Ps} = \sigma_{Pws} \theta_P, \quad (3.40)$$

$$M_{Ps}^2 = 2\pi \frac{BP_{Ps}}{\bar{\lambda}}, \quad (3.41)$$

donde  $\sigma_{Pws} = (\sigma_{Pws}^2)^{\frac{1}{2}}$  y  $\theta_P = (\overline{\theta^2})^{\frac{1}{2}}$  son el radio del haz y la divergencia de campo lejano del haz policromático de salida, respectivamente.

Al sustituir las expresiones (3.27) y (3.35) en la definición de producto de haz (3.40) y factor de propagación de haz (3.41) obtendremos que:

$$BP_{Ps} = BP_P \left[ \left( \frac{\overline{\theta^2}}{\beta} \right) \left( \frac{\beta_{P0}}{\overline{\theta^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.42)$$

$$M_{Ps}^2 = M_P^2 \left[ \left( \frac{\overline{\theta^2}}{\beta} \right) \left( \frac{\beta_{P0}}{\overline{\theta^2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.43)$$

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

donde  $BP_{P_s}$  y  $BP_P$  son los productos de haz y  $M_{P_s}^2$   $M_P^2$  son los factores de propagación del haz de entrada y salida respectivamente.

### 3.3.4. Invariante de haz gaussiano policromático

Empleando la expresión  $MBP = \sigma_w \theta$ , calcularemos el parámetro producto de haz monocromático. De las expresiones (3.10), (3.11), (3.13) y (3.14), obtenemos que:

$$\sigma_{ws} \theta_s = \sigma_w \theta = \frac{\lambda}{2\pi}. \quad (3.44)$$

De acuerdo con la suposición 6ª, la densidad espectral del haz no cambia al pasar a través de la lente, en cuyo caso obtendremos que:

$$\overline{\sigma_{ws} \theta_s} = \overline{\sigma_w \theta} = \frac{\bar{\lambda}}{2\pi}. \quad (3.45)$$

Si la transmitancia espectral de la lente fuera diferente de la unidad pero constante en el plano de la lente, podemos establecer que  $\overline{\sigma_w \theta} = \frac{\bar{\lambda}}{2\pi}$  y  $\overline{\sigma_{ws} \theta_s} = \frac{\bar{\lambda}_s}{2\pi}$  donde  $\bar{\lambda}$  y  $\bar{\lambda}_s$  son las longitudes de onda medias del haz de entrada y de salida respectivamente. De estas expresiones podemos escribir:

$$\frac{\overline{\sigma_{ws} \theta_s}}{\overline{\lambda_s}} = \frac{\overline{\sigma_w \theta}}{\overline{\lambda}}. \quad (3.46)$$

Las expresiones (3.44) y (3.45) son, por lo tanto, casos particulares de la expresión (3.46).

### 3.3.5. Kurtosis

El parámetro de kurtosis  $K$  se define, tal y como vimos en el apartado 2.7.2, mediante la expresión [Bock 1975]:

$$K = \frac{\sigma_p^4}{(\sigma_p^2)^2}, \quad (3.47)$$

donde  $\sigma_p^4$  es el momento de cuarto orden de la irradiancia del haz, dado por la definición:

$$\sigma_p^4 = \frac{1}{P} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r^4 I(x, y, z) dx dy. \quad (3.48)$$

Existen diversas fuentes que proporcionan detalles sobre las propiedades del parámetro de kurtosis de haces parcialmente coherentes, por ejemplo se pueden consultar algunas en las referencias [Piquero 1994 y Martínez-Herrero 1995].

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

Teniendo en consideración la suposición 3ª, reescribimos la expresión (3.47) de la forma:

$$K = \frac{\frac{1}{P} \int_0^\infty \rho(\lambda) \sigma^4(z, \lambda) d\lambda}{\left[ \frac{1}{P} \int_0^\infty \rho(\lambda) \sigma^2(z, \lambda) d\lambda \right]^2}. \quad (3.49)$$

Donde  $\sigma^4(z, \lambda)$  es el momento de cuarto orden de una componente  $TEM_{00}$  monocromática del haz de entrada con longitud de onda  $\lambda$ , dado por la definición:

$$\sigma^4(z, \lambda) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r^4 |u(x, y, z, \lambda)|^2 dx dy. \quad (3.50)$$

El radio del haz al cuadrado y el momento de cuarto orden de una componente monocromática  $TEM_{00}$  del haz de entrada son:

$$\sigma^2(z, \lambda) = \frac{w^2(z, \lambda)}{2} = \sigma_w^2 \left[ 1 + \frac{(z - z_w)^2}{z_R^2} \right], \quad (3.51)$$

$$\sigma^4(z, \lambda) = \frac{w^4(z, \lambda)}{2} = 2\sigma_w^4 \left[ 1 + \frac{(z - z_w)^2}{z_R^2} \right]^2, \quad (3.52)$$

respectivamente, donde  $w(z, \lambda)$  es el radio del haz de acuerdo con el criterio de  $e^{-2}$  [Kogelnik 1966].

Sustituyendo las expresiones (3.51) y (3.52) en la definición del parámetro de kurtosis [Eq. (3.49)] obtenemos:

$$K = 2 \frac{\frac{1}{p} \int_0^\infty \rho(\lambda) \sigma_w^4 \left[ 1 + \frac{(z - z_w)^2}{z_R^2} \right]^2 d\lambda}{\left\{ \frac{1}{p} \int_0^\infty \rho(\lambda) \sigma_w^2 \left[ 1 + \frac{(z - z_w)^2}{z_R^2} \right] d\lambda \right\}^2}. \quad (3.53)$$

Si tanto la distancia de Rayleigh, como la posición de la cintura no dependieran de la longitud de onda (en otras palabras, no hubiera aberración cromática), la expresión (3.53) tomaría la forma:

$$K = 2 + 2 \frac{\overline{(\lambda - \bar{\lambda})^2}}{\bar{\lambda}^2}. \quad (3.54)$$

Obviamente, el parámetro de kurtosis de un haz TEM<sub>00</sub> monocromático es  $K = 2$ .

El resultado de calcular la derivada del parámetro de kurtosis a lo largo del eje  $z$  es:

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

$$\frac{dK}{dz} = -\frac{8K}{w^2(z, \lambda)} \left[ \frac{(z - z_w) \sigma_w^2}{z_R^2} \right] + \frac{16}{\left[ w^2(z, \lambda) \right]^2} \left[ \frac{(z - z_w) \sigma_w^2 w^2(z, \lambda)}{z_R^2} \right]. \quad (3.55)$$

De esta expresión se deduce que  $\frac{dK}{dz}$  debe ser diferente de cero y por lo tanto el parámetro de kurtosis depende de la coordenada  $z$ . En la zona de campo próximo  $\left[ \frac{(z - z_w)^2}{z_R^2} \ll 1 \right]$  para todas las longitudes de onda del espectro del haz] el parámetro de kurtosis toma el valor:

$$K_{\text{campo\_prximo}} \cong 2 \frac{\overline{\lambda^2 z_R^2}}{\lambda z_R}. \quad (3.56)$$

En la zona de campo lejano  $\left[ \frac{(z - z_w)^2}{z_R^2} \gg 1, z \gg z_w \right]$  para todas las longitudes de onda del espectro del haz] el parámetro de kurtosis tiende asintóticamente al valor:

$$K_{\text{campo\_lejano}} = 2 \frac{\overline{\lambda^2 z_R^{-2}}}{\lambda z_R^{-1}}. \quad (3.57)$$

Los valores de campo próximo y campo lejano del parámetro de kurtosis del haz transformado son:

$$K_{campo\_próximo} \cong 2 \frac{\overline{\lambda^2 z_{Rs}^2}}{\lambda z_{Rs}^2} = 2 \frac{\overline{\lambda^2 \beta^2 z_R^2}}{\lambda \beta z_R^2}, \quad (3.58)$$

$$K_{campo\_lejano} = 2 \frac{\overline{\lambda^2 z_{Rs}^{-2}}}{\lambda z_{Rs}^{-1}{}^2} = 2 \frac{\overline{\lambda^2 \beta^{-2} z_R^{-2}}}{\lambda \beta^{-1} z_R^{-1}{}^2}. \quad (3.59)$$

De las expresiones (3.58) y (3.59) se deduce que el parámetro de kurtosis del haz transformado depende del parámetro de haz del haz de entrada [distancia de Rayleigh  $z_R$ , posición de la cintura  $z_w$  y densidad espectral  $\rho(\lambda)$ ] y la distancia focal,  $f(\lambda)$ , de la lente.

### 3.4. Extensión a haces policromáticos de orden superior

Es bien sabido que el radio al cuadrado de un haz monocromático  $TEM_{mn}$  es proporcional al cuadrado del radio del modo monocromático  $TEM_{00}$  de la misma longitud de onda; esto es:

$$\sigma_{mn}^2(z, \lambda) = \gamma_{mn} \sigma^2(z, \lambda), \quad (3.60)$$

donde  $m, n$  corresponde al modo;  $\sigma_{mn}^2(z, \lambda)$  y  $\sigma^2(z, \lambda)$  son del radio del haz de los modos  $TEM_{mn}$  y  $TEM_{00}$  respectivamente; y  $\gamma_{mn}$  es una constante que depende del

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

modo [Carter 1980 y Saghafi 1998]. De acuerdo con esto, las divergencias de campo lejano al cuadrado están relacionadas por una expresión similar:

$$\theta_{mn}^2 = \gamma_{mn} \theta^2, \quad (3.61)$$

donde  $\theta_{mn}^2$  y  $\theta^2$  son las divergencias de campo lejano al cuadrado de los modos  $\text{TEM}_{mn}$  y  $\text{TEM}_{00}$  respectivamente. Es fácil demostrar que se cumplen expresiones similares para el producto de haz y el factor de propagación  $M_{mn}^2$  [Saghafi 1998]:

$$\sigma_{wmn} \theta_{mn} = \gamma_{mn} \sigma_w \theta, \quad (3.62)$$

$$M_{mn}^2 = \frac{\sigma_{wmn} \theta_{mn}}{\lambda/2\pi} = \gamma_{mn} M^2 = \gamma_{mn}, \quad (3.63)$$

donde  $\sigma_{wmn}$  es el radio de haz  $\text{TEM}_{mn}$  y  $M^2 = 1$  es el factor de propagación de haz del modo  $\text{TEM}_{00}$ .

Un sistema ABCD no cambia la forma de un haz Gaussiano monocromático  $\text{TEM}_{mn}$  [Bock 1975 y Piquero 1994]. De esta propiedad sigue que la expresión obtenida se cumple para cualquier haz  $\text{TEM}_{mn}$  si se substituyen los parámetros del  $\text{TEM}_{mn}$  por sus parámetros homólogos  $\text{TEM}_{00}$ , excepto para el parámetro de kurtosis, que requiere un tratamiento aparte.

Por ejemplo, las expresiones para la invariante de haz (3.46) y factor de propagación de haz (3.43) se transforman en las siguientes expresiones:

$$\frac{\overline{\sigma_{wmn} \theta_{mn}}}{\overline{\lambda}/2\pi} = \frac{\overline{\sigma_{wsmn} \theta_{smn}}}{\overline{\lambda_s}/2\pi} = \gamma_{mn}, \quad (3.64)$$

$$M_{Psmn}^2 = \gamma_{mn} M_{Pmn}^2 \left[ \left( \frac{\overline{\theta_{mn}^2}}{\beta} \right) \frac{\beta_{p0}}{\overline{\theta_{mn}^2}} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (3.65)$$

donde  $\sigma_{wsmn}$ ,  $\theta_{smn}$  son el radio de la cintura y la divergencia de campo lejano respectivamente del haz monocromático de salida  $TEM_{mn}$ , y  $M_{Pmn}^2$ ,  $M_{Psmn}^2$  son los factores de propagación de haz de los haces policromáticos  $TEM_{mn}$  de entrada y salida respectivamente.

Analizando el parámetro de kurtosis de un modo Gaussiano  $TEM_{mn}$  podemos obtener varios resultados. Para cada modo Gaussiano  $TEM_{mn}$  propagándose en el vacío se cumple la siguiente igualdad (ver apéndices 3.A y 3.B):

$$\sigma_{mn}^4(z, \lambda) = \varepsilon_{mn} \left[ \sigma^2(z, \lambda) \right]^2, \quad (3.66)$$

donde  $\sigma_{mn}^4(z, \lambda)$  es el momento de cuarto orden del haz monocromático  $TEM_{mn}$ , dado por la expresión:

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

$$\sigma_{mn}^4(z, \lambda) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r^4 |u_{mn}(x, y, z, \lambda)|^2 dx dy, \quad (3.67)$$

donde  $\varepsilon_{mn}$  es una constante que depende de la estructura de modos y  $u_{mn}(x, y, z, \lambda)$  es la solución normalizada de la ecuación de onda (3.1) correspondiente al modo TEM<sub>mn</sub>.

Substituyendo las expresiones (3.60) y (3.66) en la expresión (3.47) obtendremos:

$$K_{mn} = \frac{\varepsilon_{mn} \frac{1}{P_{mn}} \int_0^{\infty} \rho_{mn}(\lambda) [\sigma^2(z, \lambda)]^2 d\lambda}{\gamma_{mn}^2 \left[ \frac{1}{P_{mn}} \int_0^{\infty} \rho_{mn}(\lambda) \sigma^2(z, \lambda) d\lambda \right]^2}, \quad (3.68)$$

donde  $K_{mn}$  es el parámetro de kurtosis de un modo policromático de índices  $m, n$ ;  $P_{mn}$  es el flujo radiante de este modo; y  $\rho_{mn}$  es su densidad espectral.

Para haces Hermito-Gaussianos  $1.25 < \varepsilon_{mn} / \gamma_{mn}^2 \leq 2$  (ved Apéndice 3.A) y para Laguerro-gaussianos  $1 < \varepsilon_{mn} / \gamma_{mn}^2 \leq 2$  (ved Apéndice 3.B). De la expresión (3.68), empleando la desigualdad de Cauchy-Schwarz se demuestra que  $K_{mn} \geq \varepsilon_{mn} / \gamma_{mn}^2$ , donde la desigualdad se cumple para haces TEM<sub>mn</sub> monocromáticos. Se puede demostrar que el

parámetro de kurtosis de un haz TEM<sub>mn</sub> policromático sin aberraciones cromáticas es:

$$K_{mn} = \frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} + \frac{\overline{\varepsilon_{mn}(\lambda - \bar{\lambda})^2}}{\gamma_{mn}^2 (\bar{\lambda})^2}. \quad (3.69)$$

Observad que la fórmula (3.54) es un caso particular de la expresión (3.69). En campo próximo [ $\frac{(z - z_w)^2}{z_R^2} \ll 1$  para todas las longitudes de onda del espectro del haz], el parámetro de kurtosis toma el valor:

$$K_{mn} \cong \frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} \frac{\overline{\lambda^2 z_R^2}}{(\lambda z_R)^2}. \quad (3.70)$$

En campo lejano [ $\frac{(z - z_w)^2}{z_R^2} \gg 1$ ,  $z \gg z_w$  para todas las longitudes de onda del espectro del haz], el parámetro de kurtosis tiende asintóticamente al valor:

$$K_{mn} = \frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} \frac{\overline{\lambda^2 z_R^{-2}}}{(\lambda z_R^{-1})^2}. \quad (3.71)$$

### 3.5. Análisis de resultados

Los principales resultados obtenidos se pueden resumir como sigue:

1. La divergencia de campo lejano al cuadrado de un haz gaussiano policromático  $TEM_{mn}$  es igual al promedio de las divergencias de campo lejano al cuadrado de las componentes monocromáticas del haz. Se podría esperar este resultado dado que la dispersión cromática longitudinal y la dispersión cromática de la distancia de Rayleigh están ligadas.

2. No es complicado demostrar que el coeficiente monocromático  $\beta$  de la expresión (3.15) es un caso particular  $[\rho_{mn}(\lambda) = P_{mn} \delta(\lambda - \lambda_0)]$  del coeficiente  $\beta_{Po}$ . Para un haz de entrada sin aberraciones cromáticas, la expresión (3.36) se transforma en la expresión:

$$\beta_{Po} = \frac{1 + \left( \frac{z_w^2 + z_R^2}{z_R} \right)^2 \left( \frac{1}{F_2} - \frac{1}{F_1^2} \right)}{1 + \frac{2z_w}{F_1} + \frac{z_w^2 + z_R^2}{F_2}}, \quad (3.72)$$

donde:

$$\frac{1}{F_k} = \frac{1}{\lambda P} \int_0^\infty \frac{\rho(\lambda)\lambda}{f^k} d\lambda, \quad k=1,2. \quad (3.73)$$

Desafortunadamente,  $\beta_{Po}$  no es completamente análogo al coeficiente  $\beta$  monocromático. Por ejemplo, en el caso general se tiene:

$$\overline{\theta_s^2} \neq \beta_{Po}^{-1} \overline{\theta^2}; \quad z_{RPs} \neq \beta_{Po} z_{RP}. \quad (3.74)$$

3. A menudo, sobre todo con propósitos de diseño, la posición de la cintura de un haz gaussiano policromático, transformado por una lente, se calcula para el valor promedio de la longitud de onda del haz. Esto introduce un error sistemático que se asemeja al bien conocido desplazamiento de foco que tiene lugar cuando una onda convergente es difractada por una apertura (ved [Vokinger 1998] y las referencias que incluye). No obstante, el desplazamiento causado por dispersión difiere del desplazamiento focal que es en esencia difractivo. El primer desplazamiento puede mover la cintura del haz tanto hacia la lente como alejándola de la misma, mientras que el segundo desplaza la posición de máxima irradiancia hacia la pupila de salida de la lente únicamente.

4. El parámetro  $DDC$  es una medida del efecto de aberración cromática del haz. Para una lente simple se tiene

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

que  $DDC = -DDC_s$ . De acuerdo con la convención del signo empleada la cintura real de un haz de entrada tiene una posición  $z_w \geq 0$  (ver figura 3.2). Si se cambia la convención del signo de manera que para dicho haz  $z_w \leq 0$ , entonces desaparece el signo negativo ( $DDC = DDC_s$ ).

5. Para un haz Gaussiano  $TEM_{mn}$  propagándose a través de una lente centrada y libre de aberraciones, la magnitud  $2\pi\overline{\sigma_{wmn}\theta_{mn}}/\bar{\lambda} = \gamma_{mn}$  es una invariante. Esta magnitud contiene el producto de haz medio de las componentes monocromáticas del haz  $\overline{\sigma_{wmn}\theta_{mn}}$ , que no debe confundirse con el producto de haz policromático  $BP_{Pmn} = \sigma_{Pwmn} \left(\overline{\theta^2}\right)^{1/2}$  (aquí  $\sigma_{Pwmn}$  es el radio de la cintura del haz policromático  $TEM_{mn}$ ). Es sencillo demostrar que este resultado se cumple para láminas plano-paralelas delgadas colocadas perpendicularmente al haz.

6. El parámetro de kurtosis de una superposición en eje de haces Gaussianos monocromáticos  $TEM_{mn}$  de diferentes longitudes de onda es siempre  $K_{mn} > \epsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$ . Si se toma como paradigma de comparación del parámetro de kurtosis un haz Gaussiano monocromático  $TEM_{00}$  (para dicho haz  $K=2$ , por lo tanto es mesokúrtico), se puede decir, por ejemplo, que la superposición en eje de modos Gaussianos

monocromáticos  $TEM_{00}$  de diferentes longitudes de onda en ausencia de aberración cromática es leptokúrtico ( $K > 2$ ).

7. El factor de propagación de haz policromático  $M_{Ps}^2$  tiene poca (o ninguna) dependencia con la composición espectral del haz. Por ejemplo, el factor de propagación del haz de un haz láser compuesto por la superposición en eje de haces monocromáticos  $TEM_{mn}$  ( $m, n$  fijos) de diferentes longitudes de onda, sin aberración cromática, y el factor de propagación de haz de un modo Gaussiano monocromático  $TEM_{mn}$  son iguales ( $M_{Pmn}^2 = M_{mn}^2 = \gamma_{mn}$ ). Por el contrario, el parámetro de kurtosis sí depende no solo de la aberración cromática sino también de la composición espectral del haz. Ved, por ejemplo, la expresión (3.69).

8. De acuerdo con el comportamiento de su parámetro de kurtosis, un haz Gaussiano monocromático  $TEM_{mn}$  se clasifica como tipo VII (su parámetro de kurtosis no depende de  $z$ ) y permanece en dicha clase si se propaga a través de un sistema óptico ABCD [Piquero 1994]. Por el contrario, el parámetro de kurtosis de una superposición en eje de haces  $TEM_{mn}$  monocromáticos ( $m$  y  $n$  fijos) con diferentes longitudes de onda dependerá de  $z$  si las aberraciones cromáticas están presentes. Más aún, un elemento óptico ABCD dispersivo puede emplearse para modificar el parámetro de kurtosis de haz láser policromático.

## **Propagación de haces gaussianos policromáticos**

9. Una lámina delgada plano-paralela colocada perpendicularmente a un haz láser policromático no afecta a su valor de distancia de Rayleigh [Klimkov 1978]. Por lo que tanto los valores de campo próximo como campo lejano del parámetro de kurtosis permanecen sin cambio después de pasar el haz a través de la lámina. Por consiguiente, si se corrigiese la dispersión longitudinal de la cintura por medio de láminas delgadas, el parámetro de kurtosis no cambiaría en las proximidades de la cintura.

### Apéndice 3.A: Cálculo de $\varepsilon_{mn}$ para modos hermito-gaussianos

El módulo al cuadrado de  $u_{mn}(x, y, z, \lambda)$  está proporcionado por la expresión [Siegman 1986]:

$$|u_{mn}(x, y, z, \lambda)|^2 = \frac{H_n^2 \left[ \frac{\sqrt{2}x}{w(z, \lambda)} \right] H_m^2 \left[ \frac{\sqrt{2}y}{w(z, \lambda)} \right] \exp \left[ -2 \frac{x^2 + y^2}{w(z, \lambda)^2} \right]}{2^{m+n-1} m! n! \pi w(z, \lambda)^2}, \quad (3.A1)$$

donde:

$$H_k(\xi) = (-1)^k \exp(\xi^2) \frac{d^k [\exp(-\xi^2)]}{d\xi^k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (3.A2)$$

El momento de cuarto orden  $\sigma_{mn}^4(z, \lambda)$  viene dado por la siguiente expresión:

$$\sigma_{mn}^4(z, \lambda) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r^4 |u_{mn}(x, y, z, \lambda)|^2 dx dy. \quad (3.A3)$$

Después de un cálculo sencillo y aplicando las siguientes igualdades:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 H_k^2(\xi) \exp(-\xi^2) d\xi = 2^{k-1} k! \sqrt{\pi} (2k+1), \quad (3.A4)$$

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

$$\int_{-\infty}^{\infty} \xi^4 H_k^2(\xi) \exp(-\xi^2) d\xi = 2^{k-2} 3k! \sqrt{\pi} (2k^2 + 2k + 1), \quad (3.A5)$$

obtenemos:

$$\sigma_{mn}^4(z, \lambda) = \varepsilon_{mn} [\sigma^2(z, \lambda)]^2, \quad (3.A6)$$

$$\varepsilon_{mn} = (m+n+1)^2 + \frac{m(m+1)}{2} + \frac{n(n+1)}{2} + 1. \quad (3.A7)$$

El valor del coeficiente  $\gamma_{mn}$  fue calculado por Carter [Carter 1980] para el momento de segundo orden en una dirección transversal ( $x$  o  $y$ ). Saghafi y Sheppard [Saghafi 1998] lo calcularon para el momento de segundo orden bidimensional. Lo que obtuvieron fue:

$$\gamma_{mn} = m + n + 1. \quad (3.A8)$$

En consecuencia, la relación  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$  es:

$$\frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} = 1 + \frac{2 + m(m+1) + n(n+1)}{2(m+n+1)^2}. \quad (3.A9)$$

En la tabla 3.A1 se muestran los valores de  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$  para algunos modos Hermito-gaussianos.

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

**Tabla 3.A1. Valores de  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$  para modos Hermito-Gaussianos.**

$n$	$m$				
	0	1	2	3	4
0	2.000	1.500	1.444	1.437	1.440
1	1.500	1.333	1.312	1.320	1.333
2	1.444	1.312	1.280	1.278	1.286
3	1.437	1.320	1.278	1.265	1.266
4	1.440	1.333	1.286	1.266	1.259

Para  $m \rightarrow \infty$  y  $n$  fijo (o viceversa) la relación  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$  proporciona:

$$\lim_{m \rightarrow \infty, n \text{ fijo}} \frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} = \lim_{n \rightarrow \infty, m \text{ fijo}} \frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} = 1.50. \quad (3.A10)$$

Para  $m = n \rightarrow \infty$  proporciona:

$$\lim_{m=n \rightarrow \infty} \frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} = 1.25. \quad (3.A11)$$

El límite superior de  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2 = 2$  se obtiene para  $m = n = 0$ .

### Apéndice 3.B: Cálculo de $\varepsilon_{mn}$ para modos laguerro-gaussianos

El módulo al cuadrado de  $u_{mn}(r, z, \lambda)$  viene dado por la expresión:

$$\begin{aligned} |u_{mn}(r, z, \lambda)|^2 &= \frac{1}{n!(n+m)!} \frac{1}{\pi r^2} \left[ \frac{2r^2}{w(z, \lambda)^2} \right]^{m+1} \\ &\quad \times \left\{ L_n^m \left[ \frac{2r^2}{w(z, \lambda)^2} \right] \right\}^2 \exp \left[ -2 \frac{r^2}{w(z, \lambda)^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.B1)$$

donde:

$$L_n^m(\xi) = \frac{\exp(\xi)}{\xi^m} \frac{d^n \left[ \exp(-\xi) \xi^{n+m} \right]}{d\xi^n}, \quad n, m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.B2)$$

El momento de cuarto orden  $\sigma_{mn}^4(z, \lambda)$  viene dado por la siguiente integral:

$$\sigma_{mn}^4(z, \lambda) \equiv \int_0^\infty r^4 |u_{mn}(r, z, \lambda)|^2 r dr. \quad (3.B3)$$

Después de un cálculo sencillo y empleando la siguiente integral:

$$\int_0^{\infty} \xi^{m+2} [L_n^m(\xi)]^2 \exp(-\xi) d\xi = \frac{3}{2}(2n+m+1)^2 + \frac{(1+m)(1-m)}{2}, \quad (3.B4)$$

obtenemos:

$$\sigma_{mn}^4(z, \lambda) = \varepsilon_{mn} [\sigma^2(z, \lambda)]^2, \quad (3.B5)$$

$$\varepsilon_{mn} = \frac{3}{2}(2n+m+1)^2 + \frac{(1+m)(1-m)}{2}. \quad (3.B6)$$

El valor del coeficiente  $\gamma_{mn}$  del momento de segundo orden en la dirección transversal ha sido calculado [Saghafi 1998], esto proporciona:

$$\gamma_{mn} = 2n + m + 1. \quad (3.B7)$$

De acuerdo con esto, la relación  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$  es:

$$\frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \frac{(1+m)(1-m)}{(2n+m+1)^2}. \quad (3.B8)$$

En la Tabla 3.B2 se muestran los valores de  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$  para algunos modos Laguerro-Gaussianos.

## Propagación de haces gaussianos policromáticos

**Tabla 3.B2. Valores de  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$  para modos Laguerro-Gaussianos.**

$n$	$m$				
	0	1	2	3	4
0	2.000	1.500	1.333	1.250	1.200
1	1.556	1.500	1.440	1.389	1.347
2	1.520	1.500	1.469	1.437	1.407
3	1.510	1.500	1.481	1.460	1.438
4	1.506	1.500	1.488	1.472	1.456

Para  $m \rightarrow \infty$  y  $n$  fijo la relación  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$  proporciona:

$$\lim_{m \rightarrow \infty, n \text{ fijo}} \frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} = 1.00. \quad (3.B9)$$

Para  $n \rightarrow \infty$  y  $m$  fijo la relación  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$  proporciona:

$$\lim_{n \rightarrow \infty, m \text{ fijo}} \frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} = 1.50. \quad (3.B10)$$

Para  $m = n \rightarrow \infty$  la relación  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2$  proporciona:

$$\lim_{m=n \rightarrow \infty} \frac{\varepsilon_{mn}}{\gamma_{mn}^2} = 1.44. \quad (3.B11)$$

El límite superior de  $\varepsilon_{mn}/\gamma_{mn}^2 = 2$  se obtiene para  $m = n = 0$ .

## Capítulo 4. Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

### 4.1. Introducción

Los láseres de diodo (DL) son un tipo de fuentes láser muy atractivas para muchas aplicaciones por, principalmente, ser compactos, económicos y muy eficientes [Agrawal 1993, Diehl 2000 y Marsh 2010]. A pesar de ello, están muy limitados en cuanto a su potencia máxima por el riesgo de dañar las ventanas de salida. Una forma de resolver esta limitación consiste en fabricar barras (BDL) y matrices (MDL) de diodos láser [Diehl 2000]. Las BDL ideales están formadas por muchos DLs perfectamente alineados. En las BDL reales no se encuentra dicha perfecta alineación por limitaciones técnicas en los procesos de fabricación. Este defecto es conocido en la literatura como *smile* [Diehl 2000, Treusch 2000 y Schulz 2000]. El *smile* aparece como una curvatura de la línea de DL de hasta unos  $\sim 10\mu m$  de altura que disminuye las prestaciones de los sistemas ópticos empleados para el conformado, guiado, transformación y focalización de los haces láser emitidos por las BDLs [Treusch 2000]. Existen actualmente dos tendencias básicas para reducir el *smile* de las BDLs:

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

- i. Mediante el empleo de ópticas correctoras, por ejemplo, una lente cilíndrica [Wetter 2001 y Talbot 2005] y,
- ii. Mediante el desarrollo de nuevas tecnologías de montaje [Galán-Valiente 2003].

La caracterización cuantitativa del *smile* es una tarea técnica directamente conectada con el problema de reducirla por que una adecuada medición de la misma permite una comparación objetiva de las diferentes tecnologías y de los métodos para su reducción o eliminación. Además, un método fiable y sencillo para la caracterización del *smile* puede ser de gran interés para el control de calidad en procesos de fabricación en serie de BDLs.

En la bibliografía se describen dos métodos para la caracterización del *smile* de BDLs:

- i. El método de imagen, MI. Una imagen de la BDL, con un aumento en el eje  $y$  (perpendicular a la BDL) bastante mayor que el aumento en el eje  $x$  (paralelo a la BDL) se captura por una matriz CCD, y es digitalizada, almacenada y procesada por un ordenador

personal, PC. Los parámetros del *smile* se pueden obtener a partir de los datos almacenados [Diehl 2000, Schulz 2000, Wetter 2001, Talbot 2005 y Monjardin 2006]. Este método funciona bien cuando el *smile* es grande (entorno a  $5\mu m$  o más), pero parece fallar cuando es pequeño ( $<1\mu m$ ) debido a las aberraciones inherentes al sistema óptico empleado, como veremos al final de este capítulo. El MI es el más sencillo y más empleado para la caracterización del *smile*. A pesar de ello, no se conoce de ningún estudio detallado de sus características.

- ii. Microscopía óptica de barrido de campo próximo (*Near-field scanning optical microscopy, NSOM*) [Durig 1986, Betzig 1992, Herzog 1997 y Scholz 2008]. Una sonda de fibra óptica es situada sobre la cara de la BDL y realiza un barrido sobre su superficie. La radiación láser recogida es guiada por medio de la fibra óptica a un detector fotoeléctrico, el cual la convierte en señal eléctrica, que a su vez es digitalizada, almacenada y procesada en un PC. El extremo de la sonda de fibra óptica está sujeta a un piezo-actuador de muy alta precisión de posicionado, almacenándose el dato de su posición también en el PC. Los datos de la posición y la radiación de la BDL se emplea para obtener un mapa de las emisiones radiantes de la cara de la BDL que

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

permite estimar el *smile*. La resolución espacial es del orden de  $100nm$  [Herzog 1997]. Este método parece ser adecuado para asesorar sobre *smiles* moderados y grandes (de  $0.5\mu m$  a  $10\mu m$ ).

El objetivo del capítulo 4 es, en primer lugar, describir un nuevo método interferométrico para la caracterización del parámetro del *smile* en BDLs y, en segundo lugar, llevar a cabo un análisis del método de imagen. Con ello se pretende tener una idea clara de la idoneidad de cada uno de los métodos y, de esta forma, saber cuando es más adecuado emplear uno u otro. En el método interferométrico aprovechamos la formación de franjas de Young en un montaje experimental basado en un espejo de Lloyd, para la medida de la distancia de cada DL de la BDL a un plano de referencia. En el apartado 2º se estudian analíticamente las bases teóricas del este método y se muestran patrones de franjas simuladas representativos de diferentes situaciones prácticas. Para ello empezamos definiendo la altura de *smile*  $SH$ , la relación de aspecto de *smile*  $SAR$ , y el parámetro de *smile*  $S$ , que son parámetros empleados más tarde para analizar la influencia del sistema formador de imagen en su caracterización. En el apartado 3º se describe el montaje óptico para llevar a cabo el método interferométrico, su aplicación en la caracterización del *smile* de BDLs disponibles comercialmente, el procedimiento de calibración

y el procesado de datos. En el apartado 5<sup>o</sup> describimos el MI para la medición de BDLs y obtenemos las relaciones que ligan el parámetro de *smile* de BDLs con parámetros similares medidos en su imagen.

#### 4.2. Parámetros de *smile*

La figura 4.1 muestra esquemas de las caras de emisión de una BDL conteniendo  $N$  DLs, numerados desde  $q=1$  a  $N$ . El segmento recto denominado por  $OO'$  representa la longitud  $L$ , de las BDLs, mientras el segmento  $HH'$  la altura de *smile*  $SH$ , definida como la distancia entre los DLs exteriores, medidos en la dirección perpendicular a  $OO'$ . De ello, por definición tenemos:

$$SH = \overline{HH'}, \quad (4.1)$$

$$L = \overline{OO'}, \quad (4.2)$$

donde la barra superior indica la longitud del segmento.

**Caracterización del *smile* de barras de diodos láser**

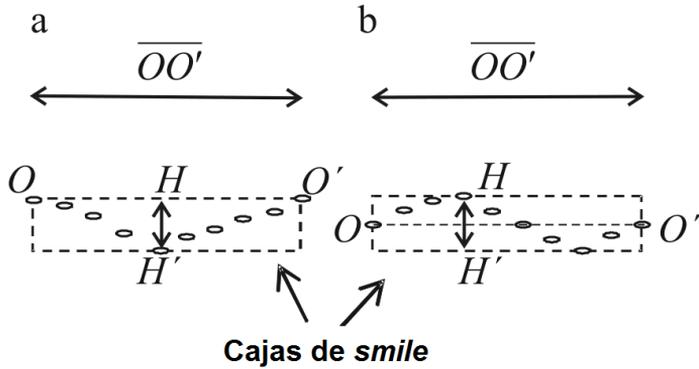


Figura 4.1. Esquemas de *smile* de BDLs. Cada elipse representa la zona activa de un DL.

La BDL queda inscrita en el rectángulo  $L \times SH$ . Este rectángulo es la caja de *smile* de la BDL. A continuación definimos la relación de aspecto del *smile* (*smile aspect ratio*) (SAR) como:

$$SAR = \frac{SH}{L}. \quad (4.3)$$

La altura de *smile*  $SH$  y la relación de aspecto  $SAR$  describen la forma externa o, general, del *smile*. Los valores habituales de los parámetros  $SH$  y  $L$  son  $0 \leq SH \leq 10 \mu\text{m}$  y  $L \sim 10 \text{mm}$ . A pesar de ello, la relación de aspecto del *smile*,  $SAR$ , varía de 0 (para una BDL sin *smile*) hasta unos  $\sim 10^{-3}$ .

La figura 4.2 muestra otro esquema de la cara de emisión de la BDL. La línea  $AA'$  representa la línea recta que mejor se

ajusta a la posición de los DLs de la BDL. La posición del DL  $q$ -ésimo en el plano de la cara de emisión es  $(\xi_q, \eta_q)$ .

Definimos el parámetro de *smile*  $S$  de una BDL como:

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{q=1}^N \delta_q^2}, \quad (4.4)$$

donde  $\delta_q$  es la distancia desde el DL  $q$ -ésimo al segmento  $AA'$  y  $N > 2$  el número de DL.

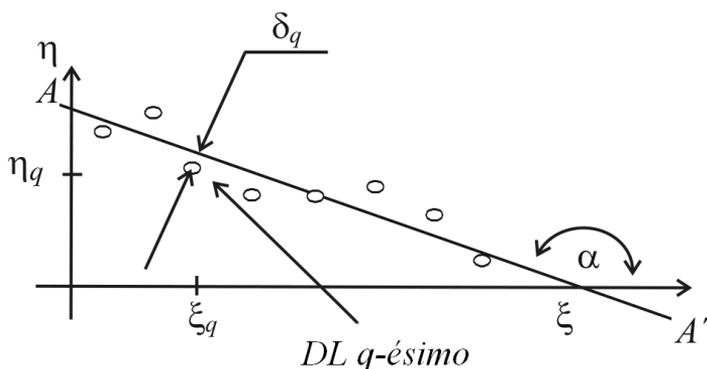


Figura 4.2. Sistema de coordenadas y variables en la cara de emisión de la BDL. Cada elipse representa la zona activa de un DL.

Considerando la figura 4.2 el parámetro  $S$  se puede reescribir como:

$$S = \sqrt{\frac{1}{N} \sum (b\xi_q + d - \eta_q)^2}, \quad (4.5)$$

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

donde  $b$  y  $d$  son la pendiente y la intersección, respectivamente, de la recta  $AA'$  obtenida a partir de la función de ajuste por mínimos cuadrados:

$$\eta = b\xi + d, \quad (4.6)$$

y podemos calcularla empleando las expresiones:

$$b = \frac{\langle \xi_q \eta_q \rangle + \langle \xi_q \rangle \langle \eta_q \rangle}{\langle \xi_q^2 \rangle - \langle \xi_q \rangle^2}, \quad (4.7)$$

$$d = \langle \eta_q \rangle - b \langle \xi_q \rangle. \quad (4.8)$$

Donde:

$$\langle \xi_q^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N \xi_q^2, \quad (4.9)$$

$$\langle \xi_q \rangle = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N \xi_q, \quad (4.10)$$

$$\langle \eta_q \rangle = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N \eta_q, \quad (4.11)$$

$$\langle \xi_q \eta_q \rangle = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N \xi_q \eta_q. \quad (4.12)$$

Por lo tanto, el parámetro  $S$  describe la geometría del *smile* empleando un procedimiento de promediado. Nótese que  $SH$ ,  $SAR$  y  $S$  son todos parámetros invariantes a translación y rotación. En otras palabras, translaciones puras en plano y rotaciones puras en plano de la BDL no alteran sus valores. Por otra parte, a pesar de que estos parámetros se han definido para la BDL completa, se pueden aplicar a segmentos de la misma.

### **4.3. Método del espejo de Lloyd para la caracterización del *smile***

#### **4.3.1. El principio del método**

La figura 4.3 muestra el principio del método interferométrico del espejo de Lloyd aplicado al caso de un DL individual [Born 2003]. Una parte del haz emitido por el DL se refleja en el espejo hacia la pantalla. En la pantalla se superponen el haz del DL reflejado con el que llega directamente formando las franjas de interferencia de Young.

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

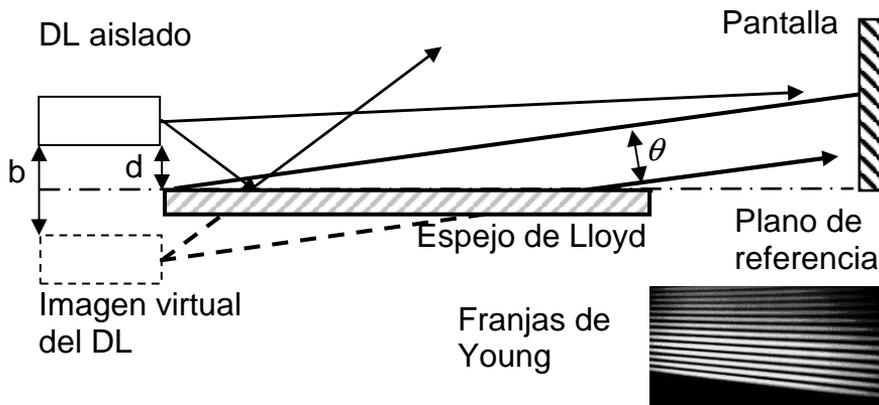


Figura 4.3. El montaje interferencial del espejo de Lloyd con un DL individual y vista de las franjas que se obtienen en una pantalla, que aparecen inclinadas por el ángulo con que se fotografió la imagen.

Si no hay cambio de fase de la onda reflejada en el espejo de Lloyd las posiciones de máximos y mínimos de irradiancia  $\theta_{\max}$  y  $\theta_{\min}$  de las franjas de Young son proporcionadas por las fórmulas [Born 2003]:

$$b \sin \theta_{\max} = m \lambda, \quad (4.13)$$

$$b \sin \theta_{\min} = \frac{(2m+1)}{2} \lambda, \quad (4.14)$$

donde  $b = 2d$  es la distancia desde el DL a su imagen virtual,  $d$  la distancia desde el DL al espejo,  $\theta = \theta_{\max}$  y  $\theta = \theta_{\min}$  denotan la posición angular de máximos y mínimos de irradiancia, respectivamente,  $\lambda$  la longitud de onda de la luz y  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  el orden de interferencia.

Obviamente, de las expresiones (4.13) y (4.14) se obtiene que las posiciones angulares de máximos y mínimos de irradiancia dependen de  $d$ ,  $\lambda$ , y  $m$  y que si  $\lambda$ , y  $m$  son conocidos,  $d$  y sus variaciones puede conocerse a partir de la medida de  $\theta_{\max}$  y  $\theta_{\min}$ .

Si en lugar de un DL individual pusiéramos una BDL en el montaje interferencial del espejo de Lloyd obtendríamos un sistema de franjas más complejo. El haz procedente de cada DL y su correspondiente imagen virtual producen un patrón de interferencia como el descrito más arriba. Si el segmento de BDL testeado contuviese  $N$  DLs, obtendríamos  $N$  patrones de interferencia de Young. La irradiancia resultante sería la suma incoherente de todos los patrones de franjas de interferencia de Young. Supongamos que  $S=0$  y que la línea recta  $AA'$  (ved la figura 4.2) fuese paralela al espejo de Lloyd. Entonces todos los patrones de franjas de interferencia de Young serían idénticos y la superposición incoherente resultante tendría máximo contraste. Si  $S \neq 0$ , los patrones de interferencia de Young no serían idénticos y la posición de máxima y mínima irradiancia dependería de  $d_q$ ,  $\lambda_q$  ( $q=1,2,3,\dots,N$ ), y  $m$ . El patrón de franjas resultante puede ser capturado, digitalizado y almacenado en un PC. Después de un procesado digital se puede estimar el *smile* del segmento de BDL testada.

### 4.3.2. Modelo físico

En este apartado se propone un modelo físico sencillo para describir la formación de franjas de interferencia. En la base de este modelo se deriva la expresión de la irradiancia de las franjas de interferencia y se investigan algunas de sus propiedades. Las suposiciones básicas del modelo físico son las siguientes:

- i. La radiación óptica de cada DL es incoherente con la del resto de DLs de la BDL y coherente consigo mismo. O sea, despreciamos cualquier acoplamiento de fases entre DLs por causa de onda evanescente. Los efectos de la polarización no se tienen en cuenta. Por lo tanto, emplearemos la teoría escalar de la difracción.
- ii. El espejo de Lloyd tiene un coeficiente de reflexión  $R$  constante. Su superficie reflectante se emplea como plano de referencia para la medición del *smile*. De acuerdo con ello, el sistema de coordenadas cartesiano  $\xi\eta$  y  $xy$  son definidos de tal forma que los ejes  $\xi$  y  $x$  son paralelos tanto a la superficie reflectante del espejo de Lloyd como a la cara de la BDL, mientras que los ejes  $\eta$  y  $y$  lo son a la cara de la BDL (ved la figura 4.4). La amplitud originada en el

plano  $\xi\eta$  por el DL  $q$ -ésimo es descrita por la función  $U_{1q}(\xi, \eta)$ . Así mismo, la amplitud virtual en el plano  $\xi\eta$  debido a la reflexión en el espejo de Lloyd es descrito por la función  $RU_{1q}(\xi, -\eta)$ .

- iii. Los campos ópticos son ergódicos<sup>1</sup>. Esto permite expresar el primer supuesto de la forma:

$$\langle U_{1q}(\xi, \pm\eta)U_{1p}^*(\xi, \pm\eta) \rangle = \begin{cases} \equiv 0, & \text{para } p \neq q, \\ \neq 0, & \text{para } p = q, \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\langle U_{1q}(\xi, \pm\eta)U_{1p}^*(\xi, \mp\eta) \rangle = \begin{cases} \equiv 0, & \text{para } p \neq q, \\ \neq 0, & \text{para } p = q. \end{cases} \quad (4.16)$$

- iv. La distancia desde el DL  $q$ -ésimo a la superficie del espejo de Lloyd  $d_q$  puede representarse por la expresión (ved la figura 4.4):

$$d_q = \alpha \xi_q + \beta + \Delta d_q, \quad (4.17)$$

donde  $\alpha, \beta$  son la pendiente y la ordenada en el origen de la línea  $AA'$  con respecto a las coordenadas

---

<sup>1</sup> La hipótesis ergódica establece que promediar en el tiempo es equivalente a promediar en el conjunto estadístico que contiene a todos los posibles estados de un sistema. Por ejemplo, un campo ergódico es aquél en que el cálculo de la función de coherencia en el tiempo, se puede sustituir por su cálculo sobre el conjunto.

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

cartesianas  $\xi\eta$  y  $\Delta d_q$  la desviación de  $d_q$  con respecto a la línea  $AA'$ . Hay que apreciar que  $\alpha = 0$  quiere decir que la BDL es paralela a la superficie del espejo de Lloyd. La medida de este parámetro se puede utilizar para caracterizar con precisión el alineamiento de la BDL respecto al espejo de Lloyd. Si tenemos en cuenta la incertidumbre del plano de referencia debido a ondulaciones de la superficie del espejo de Lloyd, obtenemos que el parámetro de *smile* (4.4) y las desviaciones  $\Delta d_q, q = 1, 2, 3, \dots, N$  están relacionadas por la expresión:

$$S \leq \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{q=1}^N (\Delta d_q)^2 + \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N \eta_q^2}, \quad (4.18)$$

donde  $\eta_q$  es la desviación de la superficie del espejo de Lloyd respecto a su plano promedio y suponemos que  $\Delta d_q$  y  $\eta_q$  no están correlacionados.

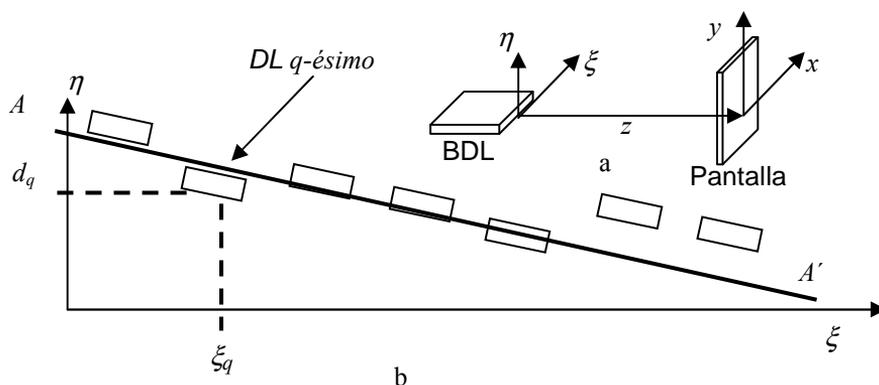


Figura 4.4. Esquemas de los ejes de coordenadas y vista frontal de la BDL. a) Coordenadas  $\xi\eta$  y  $xy$ . Apreciad que el espejo de Lloyd se ha omitido. b) Esquema de la vista frontal de la BDL mostrando la recta  $AA'$  y la posición del DL  $q$ -ésimo .

- v. La amplitud total  $U_1(\xi, \eta)$  en el plano  $\xi\eta$  puede representarse por la expresión:

$$U_1(\xi, \eta) = \sum_{q=1}^N U_{1q}(\xi, \eta - d_q) + R \sum_{q=1}^N U_{1q}(\xi, -\eta + d_q), \quad (4.19)$$

donde  $U_{1q}(\xi, \eta - d_q)$  y  $RU_{1q}(\xi, -\eta + d_q)$  son amplitudes del campo óptico correspondiente al DL en la posición  $q$  y su imagen virtual, respectivamente.

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

Aplicando la integral de difracción de Fresnel [Born 2003] a la amplitud  $U_1(\xi, \eta)$  se obtiene la siguiente expresión de la amplitud en el plano  $xy$ ,  $U_2(x, y)$ :

$$\begin{aligned}
 U_2(x, y) = & \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(\frac{2\pi z}{\lambda_q}\right)}{i\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, \eta - d_q) \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda_q z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right\} d\xi d\eta \\
 & + R \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(\frac{2\pi z}{\lambda_q}\right)}{i\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, -\eta + d_q) \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda_q z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right\} d\xi d\eta.
 \end{aligned}
 \tag{4.20}$$

donde  $\lambda_q$  es la longitud de onda de la emisión del DL  $q$ -ésimo.

Después del cambio de variables  $\eta' = \eta - d_q$  en las integrales de la primera serie y  $\eta' = -\eta + d_q$  en las integrales de la segunda serie, respectivamente, de la expresión (4.20) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 U_2(x, y) = & \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(\frac{2\pi z}{\lambda_q}\right)}{i\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, \eta) \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda_q z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta - d_q)^2]\right\} d\xi d\eta \\
 & + R \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(\frac{2\pi z}{\lambda_q}\right)}{i\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, -\eta) \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda_q z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta + d_q)^2]\right\} d\xi d\eta.
 \end{aligned}
 \tag{4.21}$$

Si como ocurre en la práctica<sup>2</sup>  $y \gg \eta$ , los argumentos de las funciones exponenciales contenidas en los integrandos de la expresión (4.21) se pueden aproximar como sigue:

$$\begin{aligned} (x-\xi)^2 + (y-\eta-d_q)^2 &= (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 - 2yd_q + 2\eta d_q + d_q^2 \\ &\approx (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 - 2yd_q + d_q^2, \quad (4.22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x-\xi)^2 + (y-\eta+d_q)^2 &= (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + 2yd_q - 2\eta d_q + d_q^2 \\ &\approx (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + 2yd_q + d_q^2. \quad (4.23) \end{aligned}$$

Substituyendo las expresiones (4.22) y (4.23) en sus correspondientes argumentos de las funciones exponenciales de la expresión (4.21) se obtiene:

---

<sup>2</sup> Suponiendo que las amplitudes  $U_{1q}(\xi, \eta)$  y  $U_{1q}(\xi, -\eta)$  pueden diferir de cero, solo en el intervalo  $|\eta| \leq 30\mu\text{m}$ , se obtiene que la variable  $y$  debe ser  $y \gg 30\mu\text{m}$ , por ejemplo,  $y > y_0 = 1500\mu\text{m}$ . Si se considera que se trabaja en zona paraxial con  $\theta \leq 10^\circ$ , entonces se puede escribir para la coordenada  $y$  la desigualdad  $y_0 < y \leq z \tan 10^\circ$ . Esta desigualdad tiene solución si  $z > y_0 / \tan 10^\circ \approx 8,5\text{mm}$ , condición que se cumple fácilmente.

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

$$\begin{aligned}
 U_2(x, y) = & \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(\frac{2i\pi z}{\lambda_q} + \frac{i\pi}{\lambda_q z} (d_q^2 - 2yd_q)\right)}{i\lambda_q z} \\
 & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, \eta) \exp\left\{\frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta \\
 & + R \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(\frac{2\pi z}{\lambda_q} + \frac{i\pi}{\lambda_q z} (d_q^2 + 2yd_q)\right)}{i\lambda_q z} \\
 & \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, -\eta) \exp\left\{\frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta.
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Ahora se puede calcular la irradiancia promediada en un conjunto de patrones de interferencia estadísticamente independientes  $I(x, y) = \langle U_2(x, y) U_2^*(x, y) \rangle$ , donde el símbolo  $\langle \dots \rangle$  significa promedio en el conjunto y  $U_2^*(x, y)$  es el complejo conjugado de  $U_2(x, y)$ . Se obtiene:

$$\begin{aligned}
 I(x, y) = & \left\langle \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(\frac{2i\pi z}{\lambda_q} + \frac{i\pi}{\lambda_q z} (d_q^2 - 2yd_q)\right)}{i\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, \eta) \exp\left\{\frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta \right. \\
 & \left. \times \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(-\frac{2i\pi z}{\lambda_q} - \frac{i\pi}{\lambda_q z} (d_q^2 - 2yd_q)\right)}{(-i)\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}^*(\xi, \eta) \exp\left\{-\frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta \right\rangle
 \end{aligned}$$

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

$$\begin{aligned}
 & + |R|^2 \left\langle \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(\frac{2i\pi z}{\lambda_q} + \frac{i\pi}{\lambda_q z} (d_q^2 + 2yd_q)\right)}{i\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, -\eta) \exp\left\{\frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta \right. \\
 & \times \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(-\frac{2i\pi z}{\lambda_q} - \frac{i\pi}{\lambda_q z} (d_q^2 + 2yd_q)\right)}{(-i)\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}^*(\xi, -\eta) \exp\left\{-\frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta \left. \right\rangle \\
 & + 2 \operatorname{Re} \left[ R \left\langle \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(\frac{2i\pi z}{\lambda_q} + \frac{i\pi}{\lambda_q z} (d_q^2 - 2yd_q)\right)}{i\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, \eta) \exp\left\{\frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta \right. \right. \\
 & \left. \left. \times \sum_{q=1}^N \frac{\exp\left(-\frac{2i\pi z}{\lambda_q} - \frac{i\pi}{\lambda_q z} (d_q^2 + 2yd_q)\right)}{(-i)\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}^*(\xi, -\eta) \exp\left\{-\frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta \right. \right. \left. \right] \\
 & = \sum_{q=1}^N I_{qR}(x, y) + |R|^2 \sum_{q=1}^N I_{qV}(x, y) + 2 \operatorname{Re} \left[ R \sum_{q=1}^N \Gamma_q(x, y) \exp\left(-\frac{i4\pi}{\lambda_q z} yd_q\right) \right], \\
 & \hspace{20em} (4.25)
 \end{aligned}$$

donde  $I_{qR}(x, y)$  y  $I_{qV}(x, y)$  son las irradiancias procedentes del DL  $q$ -ésimo y su imagen virtual, respectivamente, en el plano  $xy$ ,

$$I_{qR}(x, y) = \left| \frac{1}{\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, \eta) \exp\left\{\frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]\right\} d\xi d\eta \right|^2, \quad (4.26)$$

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

$$I_{qV}(x, y) = \left| \frac{1}{\lambda_q z} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, -\eta) \exp \left\{ \frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2] \right\} d\xi d\eta \right|^2, \quad (4.27)$$

y  $\Gamma_q(x, y)$  la función de coherencia mutua de los campos ópticos emitidos por el DL  $q$ -ésimo y su imagen virtual,

$$\Gamma_q(x, y) = \frac{1}{\lambda_q^2 z^2} \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}(\xi, \eta) \exp \left\{ \frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2] \right\} d\xi d\eta \right. \\ \left. \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} U_{1q}^*(\xi, -\eta) \exp \left\{ -\frac{i\pi}{2\lambda_q z} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2] \right\} d\xi d\eta \right\rangle. \quad (4.28)$$

La expresión (4.25) se puede escribir de la forma:

$$I(x, y) = \sum_{q=1}^N I_{qR}(x, y) + |R|^2 \sum_{q=1}^N I_{qV}(x, y) \\ + 2|R| \sum_{q=1}^N |\gamma_q(x, y)| \sqrt{I_{qR}(x, y) I_{qV}(x, y)} \cos \left( \frac{4\pi}{\lambda_q z} y d_q + \phi_R + \phi_\gamma \right), \quad (4.29)$$

donde el grado de coherencia  $\gamma_q(x, y)$  se define como:

$$\gamma_q(x, y) = \frac{\Gamma_q(x, y)}{\sqrt{I_{qR}(x, y) I_{qV}(x, y)}}, \quad (4.30)$$

y  $\phi_R$ ,  $\phi_\gamma$  son las fases de los coeficientes de amplitud de reflexión y de grado de coherencia, respectivamente.

De la expresión (4.29) se obtiene que al DL  $q$ -ésimo le corresponde un sistema de franjas de interferencia descrito por la expresión:

$$I_{qR}(x, y) + |R|^2 I_{qV}(x, y) + 2|R||\gamma_q(x, y)| \times \sqrt{I_{qR}(x, y) I_{qV}(x, y)} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_q z} y d_q + \phi_R + \phi_\gamma\right), \quad (4.31)$$

y la irradiancia total es el resultado de la superposición incoherente de irradiancias de la expresión (4.31).

### 4.3.3. Algunos casos simples

A continuación se estudia la expresión (4.29) en algunos casos simples para los cuales se puede deducir una expresión analítica fácilmente.

En primer lugar se estudia la condición  $\alpha = 0$ , esto es, la BDL y la línea  $AA'$  son paralelas al eje  $\xi$ . De acuerdo con esto,  $d_q = d + \Delta d_q$ , donde  $d$  es el valor medio de  $d_q$  y  $d = \beta$ . Además se puede considerar  $\Delta d_q$  como una variable

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

aleatoria de distribución uniforme en el intervalo  $|\Delta d_q| \leq \delta, \delta > 0$ .

Por simplicidad se puede suponer que  $I_{qR}(x, y) = I_{qV}(x, y) = I_0 = \text{constante}$ ,  $|\gamma_q(x, y)| = |\gamma(x, y)|$  (esto es, la coherencia mutua entre el DL  $q$ -ésimo y su imagen en el espejo es la misma para todos los DL),  $\phi_R = \text{constante}$ ,  $\phi_\gamma = \text{constante}$  y  $\lambda_q = \lambda = \text{constante}$ . Substituyendo estas condiciones y suposiciones en la expresión (4.29) obtenemos:

$$\begin{aligned} I(x, y) &= I_0 \sum_{q=1}^N \left[ 1 + |R|^2 + 2|R||\gamma(x, y)| \cos \left( \frac{4\pi}{\lambda z} y(d + \Delta d_q) + \phi_R + \phi_\gamma \right) \right] \\ &= NI_0 (1 + |R|^2) + 2I_0 |R| |\gamma(x, y)| \cos \left( \frac{4\pi}{\lambda z} yd + \phi_R + \phi_\gamma \right) \sum_{q=1}^N \cos \left( \frac{4\pi}{\lambda z} y\Delta d_q \right) \\ &\quad - 2I_0 |R| |\gamma(x, y)| \sin \left( \frac{4\pi}{\lambda z} yd + \phi_R + \phi_\gamma \right) \sum_{q=1}^N \sin \left( \frac{4\pi}{\lambda z} y\Delta d_q \right), \quad (4.32) \end{aligned}$$

Ahora estudiamos la región  $y \gg \lambda z / (2\delta)$  del plano  $xy$ . Esto es equivalente a la condición  $\delta \gg \lambda z / (2y)$ , y supone que la fase  $4\pi y\delta_q / (\lambda z)$  se distribuye uniformemente en el intervalo  $[-\pi, \pi]$ . Si el número  $N$  de DLs es suficientemente grande, se pueden aplicar las siguientes aproximaciones:

$$\sum_{q=1}^N \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda z} y \Delta d_q\right) \approx 0, \quad \sum_{q=1}^N \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda z} y \Delta d_q\right) \approx 0. \quad (4.33)$$

La substitución de las aproximaciones (4.32) en la fórmula (4.31) conduce a:

$$I(x, y) = NI_0(1 + |R|^2). \quad (4.34)$$

De aquí que en la región  $y \gg \lambda z / (4\delta)$  del plano  $xy$  no se obtienen franjas o, equivalentemente, las franjas de interferencia tienen visibilidad nula. A su vez este resultado sugiere que las franjas de interferencia de buena visibilidad aparecerán sólo en las zonas cerca del borde inferior de la pantalla. Para verificar esta conclusión se puede investigar el comportamiento de la irradiancia  $I(x, y)$  en la región  $\lambda z / (4\delta) \gg y > y_0$ . Si se supone esto en la parte de la región próxima al borde inferior de la pantalla se cumple la siguiente aproximación:

$$\cos\left(\frac{4\pi}{\lambda z} y \Delta d_q\right) \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi y}{\lambda z}\right)^2 (\Delta d_q)^2, \quad \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda z} y \Delta d_q\right) \approx \frac{4\pi}{\lambda z} y \Delta d_q, \quad (4.35)$$

Entonces la formula (4.32) se transforma en la expresión:

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

$$\begin{aligned}
 I(x, y) &= NI_0 \left(1 + |R|^2\right) + 2I_0 |R| |\gamma(x, y)| \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda z} yd + \phi_R + \phi_\gamma\right) \\
 &\times \sum_{q=1}^N \left[ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi y}{\lambda z}\right)^2 (\Delta d_q)^2 \right] - 2I_0 |R| |\gamma(x, y)| \\
 &\times \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda z} yd + \phi_R + \phi_\gamma\right) \sum_{q=1}^N \frac{4\pi}{\lambda z} y \Delta d_q \\
 &= NI_0 \left(1 + |R|^2\right) + 2NI_0 |R| |\gamma(x, y)| \\
 &\times \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda z} yd + \phi_R + \phi_\gamma\right) \left[ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi yS}{\lambda z}\right)^2 \right], \quad (4.36)
 \end{aligned}$$

donde se ha aplicado la propiedad  $\sum_{q=1}^N \Delta d_q = 0$ .

Analizando el último término de la derecha de la expresión (4.36) en la región  $y_0 < y < 0,17z$  (el ángulo subtendido es  $\theta = \arctan(y/z) \approx 9,65^\circ$ ). La función coseno contenida en este término describe las ondulaciones de irradiancia, mientras que el factor entre corchetes, siendo una función parabólica suave, describe el efecto del *smile* en las franjas. A partir de esto se obtiene la visibilidad  $C$  de las franjas de interferencia [Born 2003] que viene dada aproximadamente por la expresión:

$$C = \frac{I_{\text{maximum}} - I_{\text{minimum}}}{I_{\text{maximum}} + I_{\text{minimum}}} \approx \frac{2|R||\gamma(x, y)| \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{4\pi yS}{\lambda z} \right)^2 \right]}{1 + |R|^2}. \quad (4.37)$$

Es sabido que un observador joven con buena visión y en condiciones adecuadas puede detectar franjas sinusoidales de un contraste  $C \geq C_{\text{umbral}} = 0,005$  con el ojo desnudo [Charman 1995]. Por tanto, se observan franjas de interferencia en la zona del plano  $xy$  donde el contraste de las franjas está por encima del umbral de detección para el ojo desnudo  $C \geq C_{\text{umbral}}$ . Se puede encontrar dicha zona si se representa gráficamente la función (4.37) y se compara el contraste calculado con el contraste umbral.

No es difícil alcanzar valores de  $|R|$  en el intervalo  $0,9 \leq |R| \leq 1$ . Por otra parte el factor  $2|R|/(1+|R|^2)$  varía monótonamente desde 0,994 (para  $|R|=0,9$ ) hasta 1 (para  $|R|=1$ ), por lo cual, para valores de  $|R|$  en ese intervalo, se puede hacer la aproximación  $2|R|/(1+|R|^2) \approx 1$ . En la figura 4.5 se representa gráficamente la dependencia del contraste de franja a la distancia normalizada desde el borde de la pantalla  $y/z$  para dos valores del parámetro de sonrisa  $S=0,5\lambda$ ,  $S=\lambda$  y dos valores del módulo de grado de coherencia mutua  $|\gamma(x, y)|=0,5$  y  $|\gamma(x, y)|=1$ . A partir de

### Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

esas gráficas se puede concluir que para un parámetro de *smile*  $S = \lambda$  se pueden detectar franjas por un observador en la proximidad al borde inferior de la pantalla a una distancia de hasta  $y = 0,1z$  (esto corresponde a un ángulo subtendido  $\theta = \arctan 0,1 = 5.7^\circ$ ). Para  $S = 0,5\lambda$  las franjas se pueden detectar más allá de  $y = 0,2z$ . Por ejemplo, si  $z \approx 150\text{mm}$  las franjas son observables en los intervalos  $y_0 \leq y \leq 15\text{mm}$  y  $y_0 \leq y \leq 30\text{mm}$  para  $S = \lambda$  y  $S = 0,5\lambda$ , respectivamente. Por lo tanto, hay espacio suficiente para colocar ahí una matriz CCD.

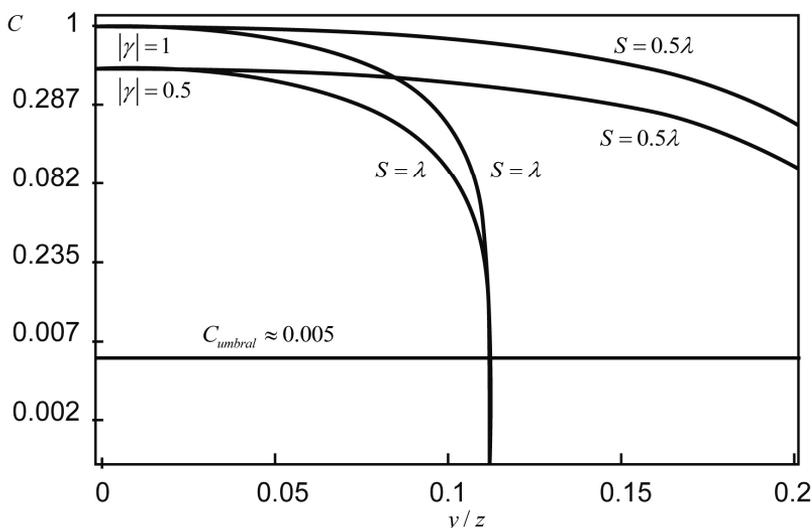


Figura 4.5. Dependencia de la visibilidad de las franjas  $C$  con la distancia normalizada desde el borde de la pantalla  $y/z$  para dos valores de parámetro de *smile* y dos valores del grado mutuo de coherencia. Obsérvese el empleo de escala logarítmica para el contraste. El contraste umbral para la detección de franjas sinusoidales para el ojo humano es  $C_{\text{umbral}} \approx 0,005$  [Martí-López 2007].

#### 4.3.4. Franjas simuladas

El conocimiento previo de cómo van a ser los patrones de interferencia en diferentes condiciones es útil para el diseño y alineamiento del montaje. Para ello empleamos la expresión (4.29) que proporciona la irradiancia de las franjas para simularlas e investigar como el *smile* de la BDL puede afectar su forma y visibilidad. Pero primero hay que suponer formas específicas de las funciones  $I_{qR}(x, y)$ ,  $I_{qV}(x, y)$ , el módulo del grado de coherencia  $|\gamma_q(x, y)|$  y las fases  $\phi_R$ ,  $\phi_V$ .

Las funciones  $I_{qR}(x, y)$ ,  $I_{qV}(x, y)$  representan la irradiancia del DL  $q$ -ésimo y su imagen virtual. Por ello, parece ser una buena aproximación representarlos como funciones gaussianas de la forma:

$$I_{qR}(x, y) = I_{qV}(x, y) = I_{q0} \exp \left[ -\frac{2(x - x_q)^2}{w_{qx}^2} - \frac{2y^2}{w_{qy}^2} \right], \quad (4.38)$$

donde  $I_{q0}$  es la irradiancia máxima,  $w_{qx}$  y  $w_{qy}$  el  $1/e^2$  radio de la irradiancia de DL  $q$ -ésimo en los ejes  $x$  y  $y$ , respectivamente, y  $x_q$  sus posiciones en el eje  $x$ .

Bajo estas suposiciones la expresión (4.29) toma la forma:

$$I(x, y) = (1 + |R|^2) \sum_{q=1}^N I_{q0} \exp \left[ -\frac{(x - x_q)^2}{w_{qx}^2} \right] \exp \left( -\frac{2y^2}{w_{qy}^2} \right) \times \left[ 1 + \frac{2|R||\gamma_q(x, y)|}{1 + |R|^2} \cos(2\pi f_q y + \phi_R + \phi_\gamma) \right], \quad (4.39)$$

donde:

$$f_q = \frac{2d_q}{\lambda_q z}, \quad (4.40)$$

es la frecuencia espacial asociada al patrón de franjas.

Como se ha analizado previamente, para valores de  $|R|$  en el intervalo  $0,9 \leq |R| \leq 1$  el factor  $2|R|/(1 + |R|^2)$  puede ser aproximado a  $2|R|/(1 + |R|^2) \approx 1$ . Por otra parte, para ese intervalo, se puede hacer la aproximación  $1 + |R|^2 \approx 2$  con un error relativo  $\leq 11\%$ . Aplicando estas aproximaciones se puede reescribir la expresión (4.39) como:

$$I(x, y) = 2 \sum_{q=1}^N I_{q0} \exp \left[ -\frac{(x - x_q)^2}{w_{qx}^2} \right] \times \exp \left( -\frac{2y^2}{w_{qy}^2} \right) \left[ 1 + |\gamma_q(x, y)| \cos(2\pi f_q y + \phi_R + \phi_\gamma) \right]. \quad (4.41)$$

Ahora suponemos que  $I_{q0}$ ,  $w_{qx}$ ,  $w_{qy}$  y  $|\gamma_{qy}|$  son constantes, despreciando de esta manera, el efecto de la variación de esos parámetros en las franjas de interferencia. Además, se considera que las fases son  $\phi_R = \phi_\gamma = 0$ . La última suposición implica que la simulación reproduce el aspecto general de las franjas, su periodo y visibilidad, pero fallará en reproducir exactamente la posición de los máximos y mínimos de irradiancia. Aunque, como veremos más adelante, este efecto no es relevante para nuestros fines.

Se ha empleado MatLab<sup>®</sup> 7 para representar gráficamente la función (4.41). En la figura 4.6 se muestran las franjas simuladas de una BDL de 10 DL para un módulo del grado de coherencia  $|\gamma| = 0,5$  y diferentes configuraciones de la barra.

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

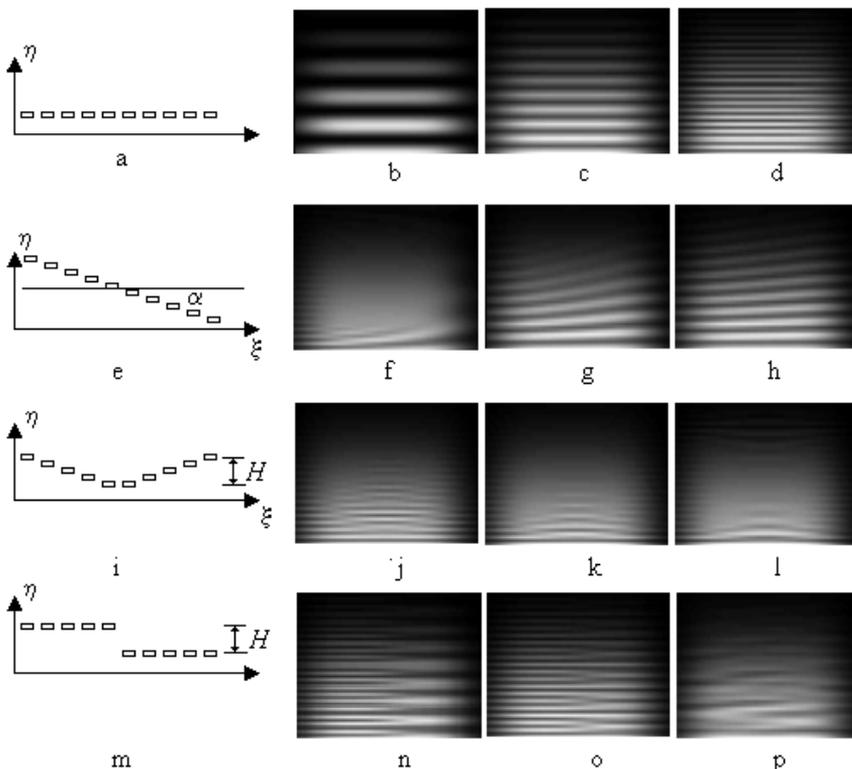


Figura 4.6. Simulación de franjas de Young. Se emplean unidades arbitrarias en ambos ejes Cartesianos. a) Esquema de una BDL bien alineada sin *smile*, es decir,  $d_q = d$ ,  $S = 0$ ,  $\alpha = 0$ , y  $\beta = d$ . b – d) Franjas de interferencia correspondientes a tres valores de distancia  $d$ . e) Esquema de una BDL inclinada sin *smile*. f – h) Franjas de interferencia correspondientes a tres valores de ángulo  $\alpha \neq 0$ . i) Esquema de una BDL bien alineada con un *smile* simétrico. j – l) Franjas de Young simuladas correspondientes a tres valores del parámetro  $H$ . m) Esquema de una BDL de *smile* tipo escalón. n – o) Franjas de Young simuladas para dos valores del parámetro  $H$ . p) Franjas de Young simuladas para un *smile* grande aleatorio  $s \gg \lambda$  de distribución uniforme. Hay que darse cuenta de que las franjas no están bien definidas y que se asemejan a un patrón de *speckle* con una longitud de correlación a lo largo del eje  $x$  mayor que la longitud de correlación a lo largo del eje  $y$ .

### 4.3.5. Propiedades del espectro espacial del patrón de interferencia

Aplicando la transformación de Fourier a lo largo del eje  $y$  a la irradiancia (4.41), obtenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_y [I(x, y)] = \sqrt{2\pi} \sum_{q=1}^N \left\{ I_{q0} \exp \left[ -\frac{(x-x_q)^2}{w_{qx}^2} \right] \left[ \exp \left( -\frac{\pi^2 w_{qy}^2 f^2}{2} \right) + \exp \left( -\frac{\pi^2 w_{qy}^2 f_y^2}{2} \right) \right] \right. \\ \left. * G(x, f_y) * \left[ \frac{1}{2} \delta(f_y - f_q) \exp(i\phi_R) + \frac{1}{2} \delta(f_y + f_q) \exp(-i\phi_R) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Donde el símbolo  $\mathcal{F}_y [\dots]$  denota la transformada de Fourier a lo largo del eje  $y$ , el asterisco  $*$  convolución y:

$$G(x, f_y) = \mathcal{F}_y [\gamma_q(x, y)]. \quad (4.43)$$

Se pueden identificar fácilmente tres componentes para el DL  $q$ -ésimo de la BDL en la función (4.42) como sigue.

El pico centrado en  $f_y = 0$ :

$$\sqrt{2\pi} I_{q0} \exp \left[ -\frac{(x-x_q)^2}{w_{qx}^2} \right] \left[ \exp \left( -\frac{\pi^2 w_{qy}^2 f_y^2}{2} \right) \right], \quad (4.44)$$

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

y dos componentes laterales centradas en  $f_y = f_q$  y  $f_y = -f_q$ :

$$\frac{\sqrt{2\pi}}{2} I_{q0} \exp\left[-\frac{(x-x_q)^2}{w_{qx}^2}\right] \left[ \exp\left(-\frac{\pi^2 w_{qy}^2 f_y^2}{2}\right) * G(x, f_y) * \delta(f_y - f_q) \exp(i\phi_R) \right], \quad (4.45)$$

$$\frac{\sqrt{2\pi}}{2} I_{q0} \exp\left[-\frac{(x-x_q)^2}{w_{qx}^2}\right] \left[ \exp\left(-\frac{\pi^2 w_{qy}^2 f_y^2}{2}\right) * G(x, f_y) * \delta(f_y + f_q) \exp(-i\phi_R) \right], \quad (4.46)$$

respectivamente.

Si  $f_q$  es suficientemente grande, las componentes laterales en  $f_y = f_q$  y  $f_y = -f_q$  se separan del máximo central y forman picos independientes. Obviamente, la información del *smile* se puede extraer fácilmente de sus posiciones. Este punto se ilustra esquemáticamente en la figura 4.7. Hay que apreciar que esos picos laterales pueden interpretarse como los máximos de orden  $\pm 1$  de una onda plana difractada por una red sinusoidal.

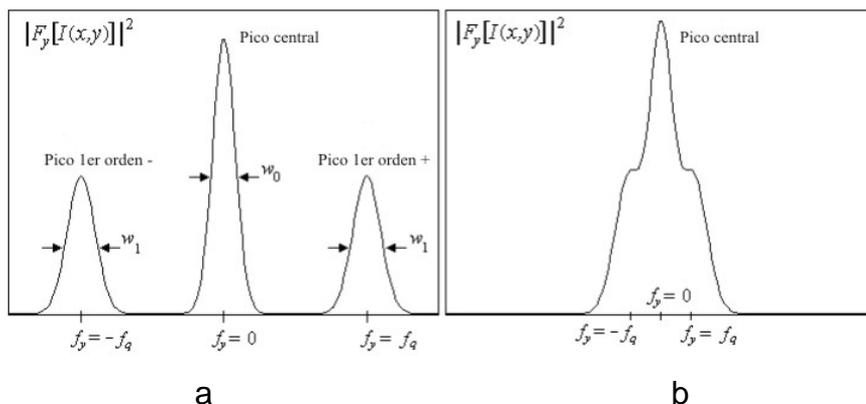


Figura 4.7. Gráficos esquemáticos del espectro de amplitud de las franjas para  $x = \text{constante}$ . Aquí  $w_0$  y  $w_1$  son la anchura de los picos central y lateral, respectivamente. a) Bajo la condición  $f_q \gg (w_0 + w_1)/2$  los picos laterales se separan del central. b) Los picos no reúnen la condición  $f_q \gg (w_0 + w_1)/2$ .

Extrayendo la posición  $f_y = f_q$  del pico derecho de la transformada de Fourier o de su módulo al cuadrado (la densidad de potencia espectral) y aplicando la expresión (4.40) obtenemos:

$$d_q = \frac{\lambda_q z}{2} f_q. \tag{4.47}$$

La expresión (4.47) sugiere una forma sencilla de encontrar el parámetro de *smile*. Las franjas de interferencia se pueden capturar con una matriz CCD, digitalizar y salvar en un PC<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> Debe destacarse que el patrón de franjas de interferencia almacenado no es el campo de interferencias completo, sino una parte del mismo, limitado por las dimensiones transversales de la matriz de CCD y

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

A continuación, aplicando un algoritmo de transformada rápida de Fourier (FFT) podemos calcular el espectro de Fourier y su módulo al cuadrado. Al hacer esto debemos tener en cuenta que la frecuencia  $f_q$  y su versión digitalizada  $f_{Dq}$  no son iguales, sino proporcionales:

$$f_q = \alpha f_{Dq}, \quad (4.48)$$

donde  $f_q$  se encuentra en unidades inversas a la distancia y  $f_{Dq}$  en píxeles.

Substituyendo la expresión (4.48) en la expresión (4.47) se obtiene:

$$d_q = \lambda_q \chi f_{Dq}, \quad (4.49)$$

donde  $\chi = \alpha z/2$  se encuentra en unidades de píxel inversos y se puede hallar mediante calibración.

De la expresión (4.49) se deduce que la posición  $f_{Dq}$  del pico está relacionada con la distancia  $d_q$  y la incertidumbre de esta con el parámetro de *smile* (4.4).

---

muestreada por sus fotodetectores. Además está sujeto a efectos no-lineales y ruido. En otras palabras, es un problema típico de procesamiento de señal óptica y sus conceptos y leyes se aplican completamente a él [Hipp 2004].

#### 4.4. Medida del *smile*

##### 4.4.1. Montaje experimental

En la figura 4.8 se muestra un diagrama de bloques del montaje experimental para medida del *smile*. Se alimenta una BDL MC-LBS-1bar CW (MONOCROM S. L.) contenida en un módulo con una fuente de alimentación de corriente directa MC – DCHP – 300 – 5 (MONOCROM S. L.) cerca del umbral de emisión a 10 A ( $\lambda = 806 \pm 2\text{nm}$ ) para evitar el comportamiento caótico de las emisiones de los DL a altas potencias y su efecto contraproducente sobre la coherencia. La BDL y la fuente de alimentación se enfrían con agua a 20°C y 0,7 litros por minuto empleando un sistema de refrigeración por agua TAE M10 (MTA s. r. l.). Una porción de la radiación emitida de la BDL se propaga a través de un atenuador C-VARM (Coherent, Inc.) hasta la matriz CCD de una cámara Tm526A (1/2", 500 píxeles  $\times$  582 píxeles, monocromática, Pulnix). Otra porción de la radiación emitida se refleja en la superficie de un espejo de planicidad  $\lambda/20$  (para  $\lambda = 633\text{nm}$ ), se propaga a través del atenuador y superpone con la otra porción en la superficie de detección de la matriz CCD, formando franjas de interferencia sobre la misma. El atenuador se emplea para proteger la matriz CCD del daño que le podría causar la saturación por la radiación

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

de alta potencia del láser. Una pantalla auxiliar se utiliza para interrumpir el paso a luz directa no deseada. La señal procedente de la matriz CCD se digitaliza por medio de un dispositivo de adquisición de imágenes Pinnacle Studio MovieBox USB con el software Studio 8 de Pinnacle Systems y es almacenado en un PC Acer TravelMate 522TXV. Las imágenes se salvan como archivos bmp. El procesado digital siguiente se realiza en el PC con el software MatLab 7.0. Se han empleado sistemas comerciales de posicionado de  $\pm 1\mu\text{m}$  resolución para el posicionado 3-D y sistemas caseros para el posicionado angular de  $\pm 0.5\text{mrad}$  de resolución para el espejo de Lloyd y la cámara CCD. El alineado se lleva a cabo manualmente.

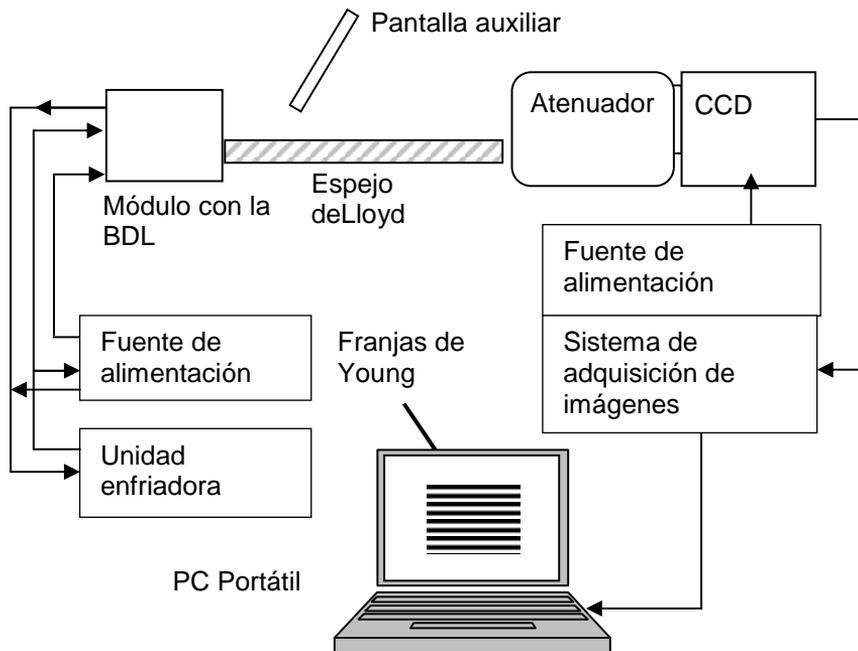


Figura 4.8. Diagrama de bloques del montaje óptico.

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

La figura 4.9 muestra una vista frontal de la BDL y su imagen virtual. En la figura 4.10 se muestran dos patrones de franjas de interferencia obtenidas; en la figura 4.10a las franjas de Young están ligeramente inclinadas y se pueden apreciar pequeñas manchas originadas por el polvo en el atenuador. De los resultados obtenidos en la sección 4.3.4 se puede deducir que la BDL no está perfectamente paralela al espejo de Lloyd. En la figura 4.10b se muestran franjas de Young obtenidas con el mismo montaje limpio y mejor alineado. En la figura 4.11 se muestra una representación 3-D de las franjas de la figura 4.10b.

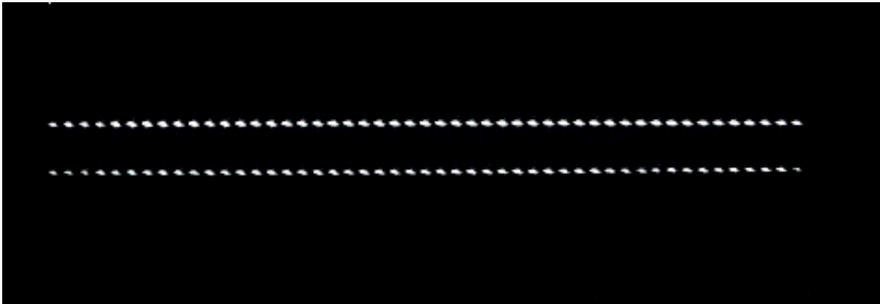


Figura 4.9. Vista frontal de la BDL MC-LBS-1bar CW ( $\lambda = 806 \pm 2\text{nm}$  MONOCROM S. L) funcionando a 10A (línea superior) y su imagen virtual (línea inferior) formada por el espejo de Lloyd. Para tomar esta imagen se escogió una distancia entre la BDL y el espejo de Lloyd suficientemente grande para facilitar su observación.

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

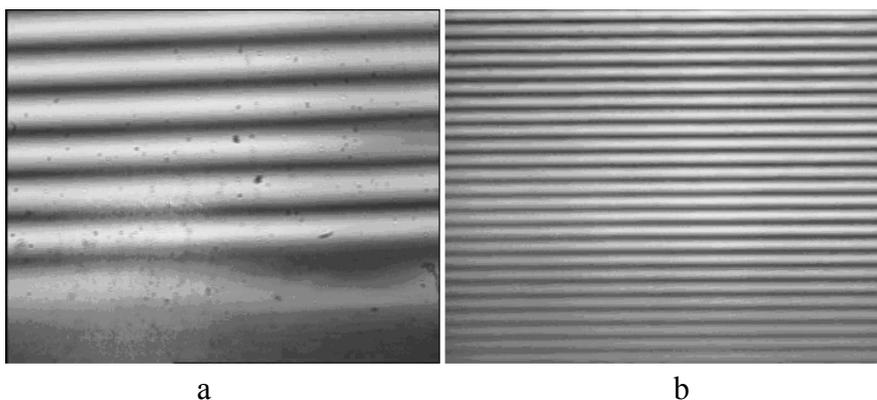


Figura 4.10. Franjas de Young experimentales, obtenidas en el montaje mostrado esquemáticamente en la figura 4.8 con la BDL MC-LBS-1bar CW ( $\lambda = 806 \pm 2\text{nm}$ , MONOCROM S. L.) funcionando a 10A. a) Franjas de Young inclinadas obtenidas antes del alineamiento final. b) Franjas de Young obtenidas después de realizar la alineación de la BDL respecto a la superficie del espejo de Lloyd.

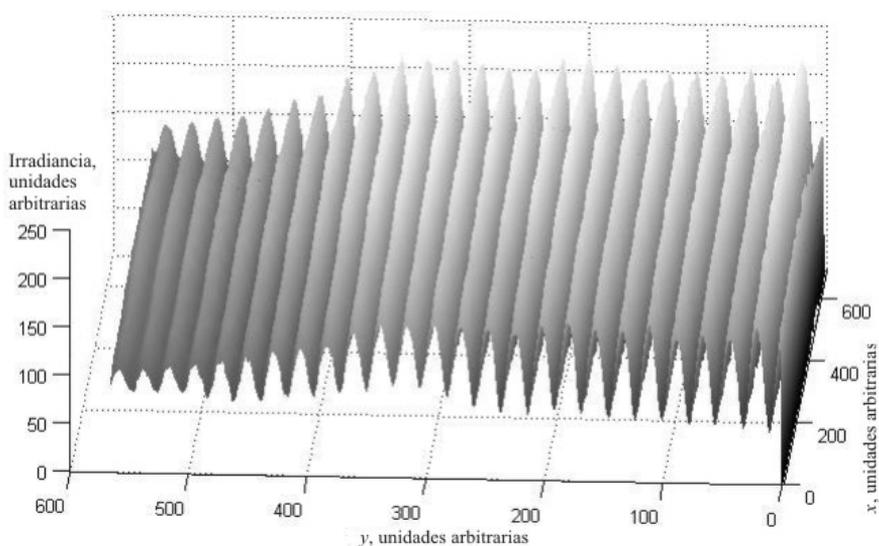


Figura 4.11. Representación gráfica 3.D de las franjas de interferencia mostradas en la figura 4.10b.

#### 4.4.2. Extracción de datos de los interferogramas

La extracción de datos de los interferogramas es el paso final del experimento de interferometría. Incluye la lectura de las franjas interferométricas, su procesado e interpretación. Se han desarrollado varias técnicas para la lectura y procesado de franjas (ved, por ejemplo, [Malacara 1995 y Hipp 2004]). En esta consideración se debe destacar que en el caso que se trata, la formación de franjas no es el resultado de la superposición de dos o más frentes de onda mutuamente coherentes, sino de  $N$  (el número de DL de la BDL) pares de frentes de onda coherentes uno respecto al otro, pero incoherentes con respecto a los frentes de onda de los otros pares. Por ello la aplicación de técnicas de procesado digital no es sencilla, pues estas deben ser modificadas o adaptadas. Por ejemplo, el método de Fourier bidimensional se emplea ampliamente para obtención de fase en interferometría [Malacara 1995 y Hipp 2004], pero aquí este método parece inadecuado. En su lugar, un método basado en el procesado digital Fourier unidimensional sería una elección más prometedora como se analizó en la sección (4.3.5). En lo que sigue se investiga lo último.

En la figura 4.12 se muestra la representación 3-D de la superficie correspondiente al módulo al cuadrado del espectro de Fourier de las franjas mostradas en la figura

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

4.10b. El pico central se separa de los laterales por la elección hecha de distancia entre la BDL y el espejo de Lloyd. Hay que apreciar el empleo de una escala logarítmica debido a la gran diferencia en altitud entre el pico central y los laterales. En la figura 4.13 se muestra una vista paralela al eje  $x$  del módulo al cuadrado de la FFT.

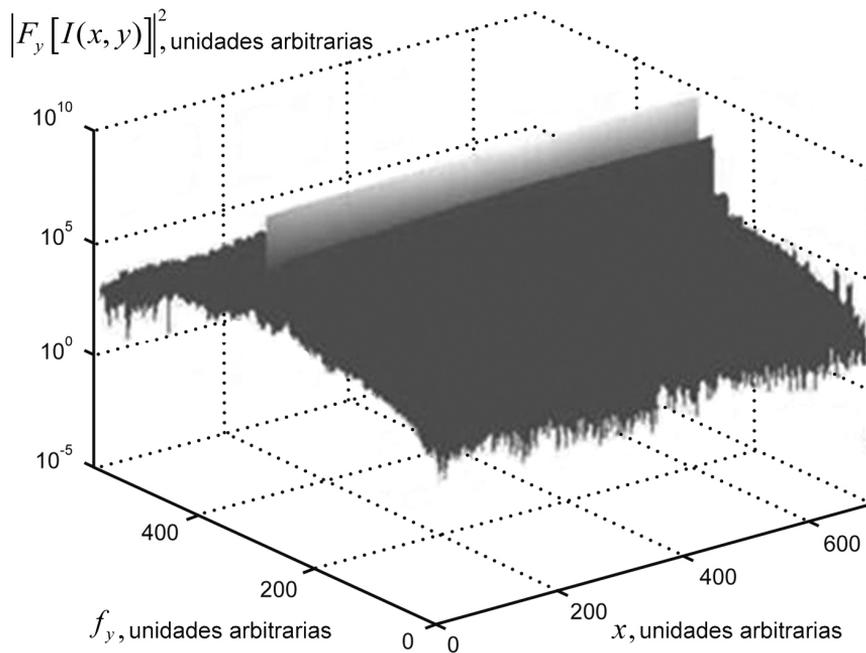


Figura 4.12. Representación 3-D de la superficie del módulo de la FFT aplicada a lo largo del eje  $y$  y a la irradiancia de las franjas mostradas en la figura 4.10b. Observad la escala logarítmica en el eje vertical. Unidades arbitrarias.

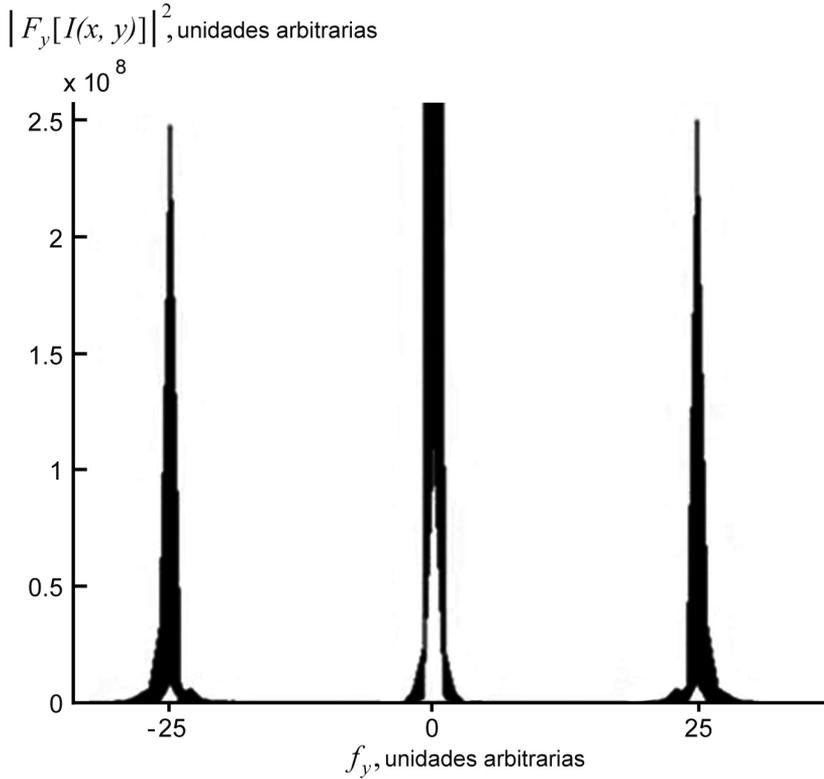


Figura 4.13. Vista de la representación 3-D del cuadrado del módulo de la FFT paralela al eje  $x$ .

En un caso general se debe aplicar una regresión lineal para extraer la pendiente y los puntos de intercepción de las líneas rectas, la posición de los máximos que mejor se ajusten de orden tanto positivo como negativo, pero en este caso específico la posición de los picos de cada orden es constante y, por lo tanto, se puede obviar. El lugar geométrico de los máximos de los picos laterales son las líneas rectas paralelas al eje  $x$ , localizados en  $f = 25 \pm 1$  píxeles (para los picos del primer orden positivo) y  $f = -25 \pm 1$

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

píxel (para los picos del primer orden negativo). La incertidumbre de las posiciones de los máximos se ha estimado como  $\Delta f = \pm 1$  píxel y se debe a la anchura de los picos.

A continuación se calibra el sistema completo. Para ello la BDL se substituye por un DL individual HL6724MG (Hitachi Ltd., alimentado a una potencia de salida constante  $P_{\text{cal}} = 5\text{mW}$ , con una longitud de onda de emisión  $\lambda_{\text{cal}} = 674 \pm 1\text{nm}$  con su carcasa estabilizada a  $25^\circ\text{C}$ ). La calibración consiste en la medida de las posiciones de los picos del módulo al cuadrado del espectro de Fourier  $f_{\text{Dcal } m}$ ,  $m = 1, 2, 3, \dots, M$  ( $M$  es el número de medidas) correspondiendo a las distancias desde el DL al espejo de Lloyd y la aplicación de una regresión lineal para hallar la pendiente  $(\lambda_{\text{cal}} \chi)^{-1}$  en la expresión:

$$f_{\text{Dcal } q} = (\lambda_{\text{cal}} \chi)^{-1} d_{\text{cal } m}, \quad (4.50)$$

obtenida a partir de la expresión (4.49).

La constante de calibración  $\chi$  se halla del valor de la pendiente  $(\lambda_{\text{cal}} \chi)^{-1}$ . Con la aplicación de este procedimiento se obtiene la constante de calibración del montaje experimental empleado:

$$\chi = 0,50 \pm 0,001. \quad (4.51)$$

Aplicando este resultado a la ecuación (4.49) se obtiene para la distancia  $d_q$ :

$$d_q = 0.806 \times 0.5 \times 25 \approx 10.1 \mu\text{m}. \quad (4.52)$$

Para calcular la incertidumbre de  $d_q$  se necesita aplicar la expresión:

$$\begin{aligned} \Delta d_q &\leq \sqrt{\chi^2 f^2 (\Delta\lambda)^2 + \lambda^2 f^2 (\Delta\chi)^2 + \lambda^2 \chi^2 (\Delta f)^2} \\ &= d_q \sqrt{(\Delta\lambda / \lambda)^2 + (\Delta\chi / \chi)^2 + (\Delta f / f)^2}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

De la longitud de onda de la BDL, la constante de calibración y la posición de los picos de los primeros ordenes positivos se tiene  $\Delta\lambda / \lambda = 0,0025$ ,  $\Delta\chi / \chi = 0,002$  y  $\Delta f / f = 0,04$ . Substituyendo estas incertidumbres relativas y el valor de  $d_q$  (4.52) en la expresión (4.53) obtenemos:

$$\Delta d_q \approx 0,4 \mu\text{m}. \quad (4.54)$$

Por otra parte la desviación de la superficie del espejo de Lloyd respecto a su plano ideal promedio es inferior a  $\lambda / 20$

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

para  $\lambda = 633\text{nm}$ . De ello,  $|\eta_q| \leq 0.032\mu\text{m}$ . Substituyendo este valor  $|\eta_q|$  y la expresión (4.54) en la expresión (4.18) se obtiene:

$$S \leq 0,401 \approx 0,4\mu\text{m}. \quad (4.55)$$

### 4.4.3. Análisis de los resultados

La mayoría de las BDL que se encuentran en la actualidad tiene los chips láser montados mediante soldadura [Diehl 2000]. Esta tecnología de montaje tiene el inconveniente de que las tensiones térmicas por diferencias de los coeficientes de expansión del chip láser, el material de aporte de la soldadura y los electrodos producen deformación (por ejemplo, *smile*) de las BDL y otros efectos no deseados como alteraciones del índice de refracción y birrefringencia inducida. Con esta tecnología son habituales parámetros de *smile* en el intervalo  $1\mu\text{m} \leq S \leq 10\mu\text{m}$ . A diferencia de esta tecnología el chip láser y los electrodos de la BDL LDB MC-LBS-1bar CW se montan empleando una tecnología sin soldadura [Galán-Valiente 2003] y, por lo tanto, no están sujetos a tensiones térmicas originados en el proceso de soldadura. Es por ello por lo que el valor esperado del *smile* de LDB MC-LBS-1bar CW era  $S \leq 1\mu\text{m}$ . La medida confirma lo esperado.

La principal fuente de incertidumbre en el experimento es la anchura finita de los picos del primer orden positivo/negativo del módulo del espectro de Fourier de las franjas, que conducen a una incertidumbre relativa  $\Delta f / f = 0,04$  de la posición de los picos, un orden de magnitud mayor que las incertidumbre ocasionadas por las anchuras de los espectros radiativos de la BDL ( $\Delta\lambda / \lambda = 0,0025$ ) y la constante de calibración ( $\Delta\chi / \chi = 0,002$ ). Por otra parte sería recomendable incrementar la resolución de la frecuencia. Estas observaciones sugieren que para mejorar el montaje es necesario, reducir la anchura de los picos e incrementar la resolución de la frecuencia. Ello se puede conseguir empleando una matriz CCD de mayores dimensiones transversales y de más fotodetectores de muestreo. De donde deducimos que la elección de la CCD es crítica ya que afecta a la sensibilidad del método.

## 4.5. Análisis del método de imagen para la caracterización del *smile* de barras de diodo láser

### 4.5.1. Principales características del método de imagen

En el MI, para caracterización del *smile* se forma una imagen de la BDL sobre una matriz CCD de uso científico con ayuda de un sistema óptico. La matriz CCD captura la imagen que es almacenada en un PC, donde poder procesarla digitalmente más tarde. En la figura 13a se muestra un diagrama de bloques del montaje. Una BDL típica tiene unos 10mm o más de largo con una altura del *smile*  $SH \leq 10\mu\text{m}$ , mientras una matriz CCD de grado científico tendría  $M \times Q$  píxeles, por ejemplo,  $128 \times 1024$ ,  $1024 \times 1024$  ó  $2048 \times 2048$  píxeles, el periodo de un píxel tiene  $\approx 15\mu\text{m}$ , y lados  $a, b \approx 12\text{mm} - 34\text{mm}$ . A pesar de ello, las geometrías de la BDL y de la matriz CCD y la teoría de muestreo imponen requisitos específicos de diseño al sistema óptico. Ved las figuras 4.14b y 4.14c.

Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

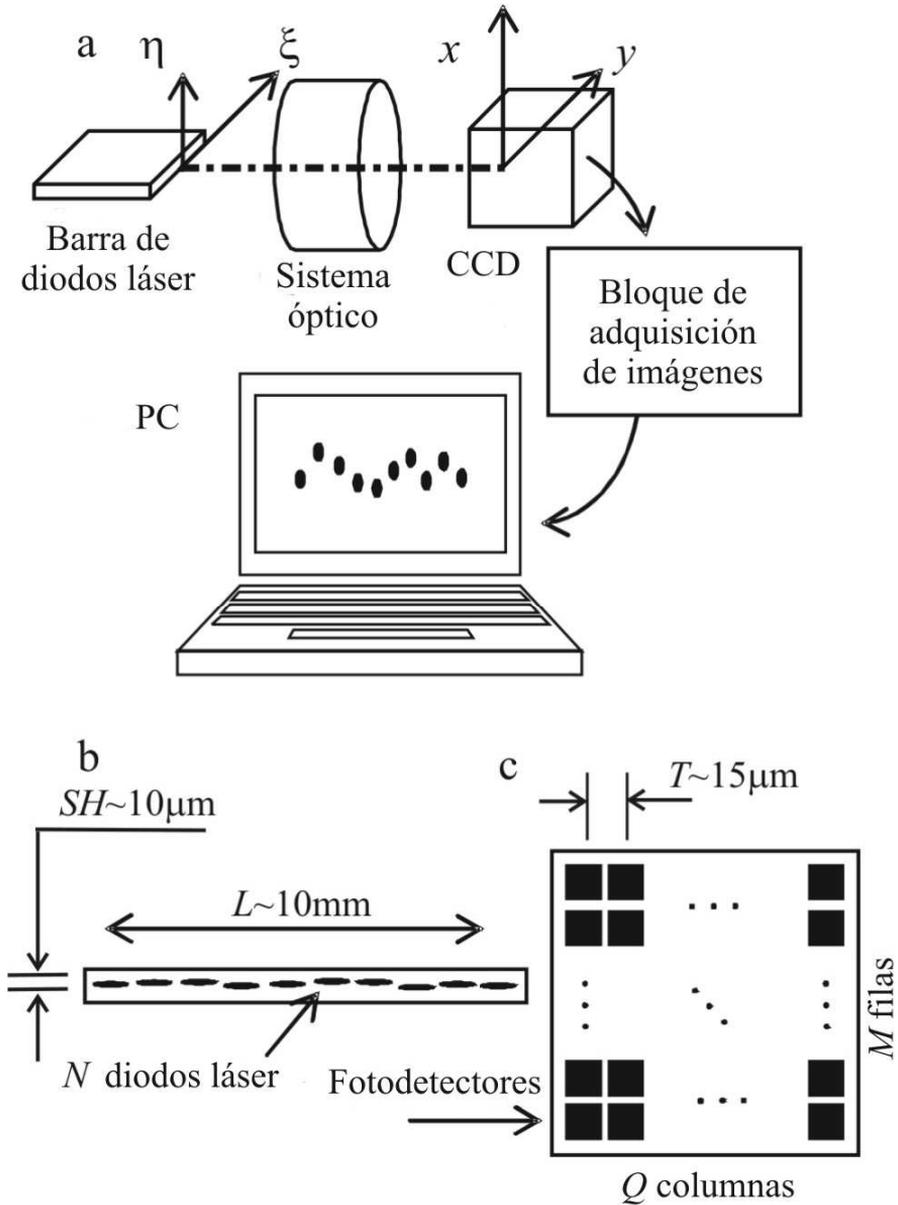


Figura 4.14. Diagrama de bloques del montaje para la medida del *smile* por el MI. a) Diagrama de bloques simplificado del montaje. b) Esquema de la cara de emisión de la BDL. c) Esquema de la matriz de CCD.

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

Si suponemos que la altura del *smile*  $SH$  varía entre  $1\mu\text{m}$  y  $10\mu\text{m}$  y que el periodo de la matriz CCD es  $15\mu\text{m}$ , entonces para conseguir un periodo de muestreo de  $1\mu\text{m}-2\mu\text{m}$  en el plano objeto necesitaríamos un aumento de  $8X - 15X$ , mientras que para alcanzar un periodo de muestreo espacial de  $0.2\mu\text{m}-0.3\mu\text{m}$  (por supuesto que este es un periodo de muestreo mejor) un aumento de  $30X - 50X$ . Si el sistema óptico tiene el mismo aumento en ambos ejes, la imagen en dirección paralela a la BDL sería demasiado grande. Consideremos, por ejemplo, una BDL de  $10\text{mm}$  de largo. Su imagen será de  $80\text{mm}$  de largo para un aumento de  $8X$ , y  $500\text{mm}$  de largo para un aumento de  $50X$ . Por este motivo, en la mayoría de casos solo se podrá formar la imagen sobre la matriz CCD de un pequeño segmento de la BDL. Para evitar este problema se diseña el sistema óptico de forma que el aumento en la dirección perpendicular a la BDL sea mayor que en la dirección paralela. De esta forma se consigue estrechar la imagen en la dirección perpendicular a la BDL. En otras palabras, la imagen es anamórfica [Hunt 2000].

Ahora consideremos un sistema óptico ideal que forme una imagen de la cara de emisión de la BDL sobre la matriz CCD. Los planos de la cara de emisión de la BDL y de la matriz CCD son normales al eje óptico. Esto quiere decir que no hay distorsión por perspectiva. Este sistema óptico transforma un

punto  $\mathbf{r} = (\xi, \eta)$  del plano objeto en un punto  $\mathbf{r}' = (x, y)$  del plano imagen, según la expresión:

$$\mathbf{r}' = \mathbf{M}\mathbf{r}, \quad (4.56)$$

donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de aumento:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{bmatrix}, \quad (4.57)$$

donde  $m_x$  y  $m_y$  tienen el mismo signo y  $|m_y| > |m_x| \neq 0$ .

Cuando los aumentos  $m_x$  y  $m_y$  se seleccionan adecuadamente, la imagen entera de la BDL se puede ajustar al tamaño de una matriz CCD de grado científico disponible comercialmente.

### *Invariancia a traslación*

Consideremos dos puntos del objeto arbitrarios  $O_1$  y  $O_2$  de coordenadas  $\mathbf{r}_1 = (\xi_1, \eta_1)$  y  $\mathbf{r}_2 = (\xi_2, \eta_2)$ , respectivamente. El sistema óptico proyecta los puntos  $O_1$  y  $O_2$  sobre el plano imagen. Los puntos imagen correspondientes son  $P_1$  y  $P_2$  de coordenadas  $\mathbf{r}'_1 = (x_1, y_1)$  y  $\mathbf{r}'_2 = (x_2, y_2)$  respectivamente. El vector objeto:

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad (4.58)$$

se proyecta sobre el plano imagen, siendo el vector:

$$\Delta \mathbf{r}' = \mathbf{r}'_2 - \mathbf{r}'_1, \quad (4.59)$$

el vector imagen correspondiente.

Aplicando la transformación lineal (4.56) obtenemos:

$$\Delta \mathbf{r}' = \mathbf{M} \Delta \mathbf{r}. \quad (4.60)$$

Consideremos ahora una translación pura en plano del objeto  $\mathbf{t}$ , de forma que la nueva posición de los puntos del objeto  $O_1$  y  $O_2$  son  $\mathbf{r}_1 + \mathbf{t}$  y  $\mathbf{r}_2 + \mathbf{t}$ , respectivamente. Esta transformación proporciona el vector imagen  $\Delta \mathbf{r}'_{\text{new}}$ :

$$\Delta \mathbf{r}'_{\text{new}} = \mathbf{M}(\mathbf{r}_2 + \mathbf{t}) - \mathbf{M}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{t}). \quad (4.61)$$

Es trivial que:

$$\Delta \mathbf{r}'_{\text{new}} = \Delta \mathbf{r}'. \quad (4.62)$$

Por ello, translaciones puras en plano del objeto no cambian la forma de su imagen. Tenemos que destacar dos cosas. La primera es que esta conclusión es válida para sistemas formadores de imagen ideales; en sistemas formadores de imagen reales las aberraciones limitan la validez del resultado. En segundo lugar, esta propiedad se puede aprovechar para formar la imagen de la BDL por segmentos. Para hacer esto, tendríamos que montar la BDL sobre un eje de traslación de precisión. En cada posición de la BDL se captura una imagen del segmento examinado por medio de una matriz CCD y es salvado en el PC. Las imágenes de los diferentes segmentos se pueden integrar en una más grande en el PC. Para facilitar esta labor, se pueden aprovechar las marcas que se aprecien en la cara de la BDL para alinear las imágenes y hacer así la composición de las mismas. Este método puede ser una solución cuando la imagen de la BDL entera no se puede formar en la matriz CCD.

### *Invariancia a rotación*

Consideremos de nuevo dos puntos arbitrarios  $O_1$  y  $O_2$  del objeto con coordenadas  $\mathbf{r}_1 = (\xi_1, \eta_1)$  y  $\mathbf{r}_2 = (\xi_2, \eta_2)$ , respectivamente. Los correspondientes puntos imagen son  $P_1$  y  $P_2$  de  $\mathbf{r}'_1 = (x_1, y_1)$  y  $\mathbf{r}'_2 = (x_2, y_2)$  respectivamente. Podemos reescribir el vector objeto (4.59) de la siguiente forma:

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

$$\Delta \mathbf{r} = |\Delta \mathbf{r}| \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}, \quad (4.63)$$

donde  $\theta$  es el ángulo entre el vector  $\Delta \mathbf{r}$  y el eje  $\xi$  y  $\cos \theta$ ,  $\sin \theta$  sus proyecciones sobre los ejes  $\xi$  y  $\eta$ , respectivamente.

Fijémonos en que el parámetro  $\theta$  puede emplearse para describir la rotación en plano del vector  $\Delta \mathbf{r}$  y que el módulo del vector  $\Delta \mathbf{r}$  no depende de  $\theta$ .

Aplicando la expresión (4.61) obtenemos la proyección del vector  $\Delta \mathbf{r}$  sobre el plano imagen,  $\Delta \mathbf{r}'$ :

$$\Delta \mathbf{r}' = \mathbf{M} |\Delta \mathbf{r}| \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}. \quad (4.64)$$

De acuerdo con esto, el modulo del vector  $\Delta \mathbf{r}'$  y su ángulo  $\beta$  con respecto al eje  $x$  para  $|\theta| < \pi/2$  son:

$$|\Delta \mathbf{r}'| = |\Delta \mathbf{r}| \sqrt{m_x^2 \cos^2 \theta + m_y^2 \sin^2 \theta}, \quad (4.65)$$

$$\tan \beta = \frac{m_y}{m_x} \tan \theta. \quad (4.66)$$



## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

La forma de la imagen depende del alineamiento angular de la BDL con respecto al eje. Esto se ilustra en la figura 4.15. Por este motivo, tenemos que aplicar la transformación (4.56) para obtener las dependencias del parámetro de *smile* respecto a las coordenadas del espacio objeto  $(x, y)$  en lugar de hacerlo en el espacio imagen  $(\xi, \eta)$  como mostraremos en la sección 4.5.2.

### *Resolución espacial*

Para *SHs* que vayan de  $1\mu\text{m}$  a  $10\mu\text{m}$  la resolución espacial que se requiere es del orden de  $1\mu\text{m}$  o mejor. Fijémonos en que esta resolución espacial es comparable con la de microscopios ópticos en seco. Al igual que en cualquier sistema óptico para microscopía hay que prestar especial atención a la corrección de la aberración esférica, coma, distorsión y curvatura del campo. En cambio, la aberración cromática no es problemática dado lo estrecho del ancho de banda espectral de los DL.

Consideremos ahora que los DL son incoherentes entre sí y que la apertura efectiva en el eje rápido está determinada por el sistema óptico. Aplicando la expresión de la resolución

espacial para luz incoherente [Inoué 1995] para estimar la resolución espacial en el eje rápido  $R$  obtenemos:

$$R \approx \frac{0.5\lambda}{NA}, \quad (4.67)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda media y  $NA$  es la apertura numérica del sistema óptico. Supongamos que  $\lambda \approx 800\text{nm}$  y una  $NA \approx 0.5$  obtendremos  $R \approx 800\text{nm}$ . Por lo tanto, el MI parece funcionar bien para  $SH > 1\mu\text{m}$  ( $\lambda \approx 800\text{nm}$ ). Esta resolución se puede mejorar mediante el empleo de mejores objetivos ópticos (de mayores aperturas) y procesamiento digital de imagen; ved, por ejemplo [Inoué 1995 y Nixon 2002].

### 4.5.2. Transformación de parámetros de *smile* por el sistema formador de imágenes

#### *Altura y relación de aspecto del smile*

La altura del *smile*  $SH'$ , la longitud  $L'$  y la relación de aspecto del *smile*  $SAR'$  de la imagen de la BDL están relacionados con los correspondientes parámetros en el plano objeto  $SH$ ,  $L$  y  $SAR$  mediante las expresiones:

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

$$SH' = SH \sqrt{m_x^2 \cos^2 \gamma + m_y^2 \sin^2 \gamma}, \quad (4.68)$$

$$L' = L \sqrt{m_x^2 \sin^2 \gamma + m_y^2 \cos^2 \gamma}, \quad (4.69)$$

$$SAR' = \frac{\sqrt{m_x^2 \cos^2 \gamma + m_y^2 \sin^2 \gamma}}{\sqrt{m_x^2 \sin^2 \gamma + m_y^2 \cos^2 \gamma}} SAR, \quad (4.70)$$

donde  $\gamma$  es el ángulo entre el segmento  $HH'$  y el eje  $\xi$ .

La demostración de las expresiones de arriba es inmediata.

Para  $\gamma \approx \pi/2$ ,  $\sin^2 \gamma \approx 1$ , y  $\cos^2 \gamma \approx 0$ , las expresiones (4.68) - (4.70) se transforman en:

$$SH' = |m_y| SH, \quad (4.71)$$

$$L' = |m_x| L, \quad (4.72)$$

$$SAR' = \frac{m_y}{m_x} SAR. \quad (4.73)$$

*Parámetro de smile*

La pendiente  $b'$  y valor en el eje  $y$   $d'$  de la recta de mínimos cuadrados que mejor se ajusta a los puntos de la imagen  $(x_q, y_q)$ ,  $q = 1, 2, \dots, N$  son:

$$b' = \frac{\langle x_q y_q \rangle + \langle x_q \rangle \langle y_q \rangle}{\langle x_q^2 \rangle - \langle y_q \rangle^2}, \quad (4.74)$$

$$d' = \langle y_q \rangle - b' \langle x_q \rangle, \quad (4.75)$$

donde:

$$\langle x_q^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N x_q^2, \quad (4.76)$$

$$\langle x_q \rangle = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N x_q, \quad (4.77)$$

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

$$\langle y_q \rangle = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N y_q, \quad (4.78)$$

$$\langle x_q y_q \rangle = \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N x_q y_q. \quad (4.79)$$

Si aplicamos la expresión (4.56) a las expresiones (4.74) y (4.75) obtendremos:

$$b' = \frac{m_y}{m_x} b, \quad (4.80)$$

$$d' = m_y d. \quad (4.81)$$

Ahora calculamos el parámetro de *smile* en la imagen de la BDL,  $S'$ . Tras un cálculo sencillo obtenemos:

$$S' = |m_y| S. \quad (4.82)$$

Con lo que demostramos que el parámetro de *smile* de la imagen de BDL está relacionado con el *smile* de la BDL un

## Caracterización del *smile* de barras de diodos láser

factor igual al módulo del aumento del sistema óptico empleado, en la dirección del eje  $y$ .



## Capítulo 5. Conclusiones

En el presente capítulo analizamos el cumplimiento de los objetivos de la tesis resumiéndolo en una serie de conclusiones, la publicación de los resultados derivados de la misma y, esbozamos las perspectivas de desarrollo ulterior.

### 5.1. Conclusiones

Las conclusiones de la tesis se pueden resumir como sigue:

1. Hemos hecho un compendio de definiciones y propiedades fundamentales de los haces láser monocromáticos y paraxiales. Estos fundamentos establecen las bases que nos permiten llevar a cabo generalizaciones posteriormente.
2. Hemos estudiado la propagación de un haz láser policromático a través de una lente delgada empleando modelos sencillos que tienen en cuenta aberraciones cromáticas. Este haz es una superposición en eje de modos  $TEM_{00}$  monocromáticos de distinta longitud de onda. Las aberraciones cromáticas se han descrito permitiendo que la distancia de Rayleigh y posición de la cintura de cada componente monocromática del haz dependa de la longitud de onda en el vacío.

## Conclusiones

3. Se obtienen expresiones analíticas para el radio del haz (momento de segundo orden de la irradiancia) en un plano perpendicular a la dirección de propagación, la posición y radio de la cintura, la distancia de Rayleigh, el producto de haz, el factor de propagación del haz y, el parámetro de kurtosis. Los resultados obtenidos para el modo TEM<sub>00</sub> se han generalizado a modos de orden superior hermito-gaussianos o laguerro-gaussianos puros. Para parámetros relacionados con el momento de cuarto orden se han empleado relaciones de proporcionalidad entre momento de segundo orden del modo TEM<sub>00</sub> y el momento de cuarto orden de modos hermito- o laguerro-gaussianos puros.
4. Se ha propuesto, descrito y aplicado un nuevo método para la caracterización del *smile* basado en la interferencia de luz. Para estudiarlo se empleó un modelo físico. El procedimiento para la obtención de datos se ha basado en el empleo de la FFT 1-D de la matriz de irradiancia del patrón de interferencia. El método se ha aplicado para determinar el parámetro de *smile* de una BDL LDB MC-LBS-1bar CW.
5. Estudiamos sistemas de imagen diseñados para medir el *smile* de barras de diodos láser. La matriz de aumento se obtiene a partir del periodo de muestreo

requerido y la geometría de la barra de diodos láser BDL y de la matriz CCD. Estos dispositivos presentan invariancia a traslaciones puras pero carecen de invariancia en cuanto a rotación en plano. Mostramos que el parámetro de *smile* de la imagen de BDL está relacionado con el parámetro de *smile* de la BDL mediante expresiones matemáticas sencillas. Estimamos la resolución espacial de este tipo de sistemas ópticos en aproximadamente  $1\mu\text{m}$  para una longitud de onda media de  $\lambda \approx 800\text{nm}$  y una divergencia en el eje rápido de  $\phi_{\text{fast}} \approx 20^\circ - 40^\circ$ . Nuestros resultados aconsejan emplear sistemas de imagen para la medición del *smile* de BDL en rangos entre  $1\mu\text{m} - 10\mu\text{m}$ .

### 5.2. Difusión de los resultados de la tesis

Los resultados de la presente tesis han sido publicados en los siguientes trabajos:

L. Martí-López, J. A. Ramos-de-Campos, Walter D. Furlan. Analysis of the imaging method for the assessment of the

## Conclusiones

smile of laser diode bars. Applied Optics Vol. 48, No.26 (2009) 4879-4884.

Luis Martí-López, José A. Ramos-de-Campos and Walter D. Furlan. Analysis of the imaging method for the assessment of the smile of laser diode bars. TECNOLASER '09. VI Taller de Tecnologías Láser en la Industria. ISBN 978-959-7139-88-1.

J. A. Ramos de Campos, L. Martí-López y R. A. Martínez. Método para la medida del smile de barras de diodos láser. PHOTONICS VALENCIA '08. V Taller Nacional de Procesado de Materiales con Láser. ISBN-978-84-934886-1-1.

L. Martí-López, J. A. Ramos-de-Campos and R. A. Martínez-Celorio. Interferometric method for characterizing the smile of laser diode bars. Optics Communications 275 (2007) 359–371.

J. A. Ramos de Campos, L. Martí López, C. Soriano y J. M. Sampedro. Estado del arte de las técnicas de conformado de haces láser de alta potencia. TECNOLASER'07. V Taller de Tecnologías Láser en la Industria. ISBN 959-7136-48-1.

L. Martí-López, J. A. Ramos de Campos and R. A. Martínez. Method for measuring the smile of laser diode bars TECNOLASER´07. V Taller de Tecnologías Láser en la Industria. ISBN 959-7136-48-1.

J. A. Ramos de Campos, L. Martí López, C. Soriano Reyes y J. M. Sampedro Ortiz de Urbina. Estado del arte en el empleo de la técnica de conformado de haces láser de alta potencia Segundo Taller Nacional de procesamiento de materiales con láser 2005. ISBN 84-923203-8-9.

J. A. Ramos, A. García, G. Viera, M. Galán, J. Sampedro, C. Soriano and E. Pérez, Techniques and devices for the characterization of high power laser beams in the context of the EUREKA CHOCLAB II Project at AIDO. Proceedings of Instruments and Standard Test Procedures for Laser Beam and Optics Characterization, Eureka project EU-2359 (2003) 154-160.

A. García Marín, J. A. Ramos de Campos, J. M. Sampedro, C. Soriano y E. Pérez Picazo, "Caracterización de haces láser de alta potencia". 8-11 Septiembre, 2003, VII Reunión Nacional de Óptica, Santander (Spain).

## Conclusiones

A. García Marín, J. A. Ramos-de-Campos, J. Sampedro y C. Soriano, "Caracterización de haces láser de alta potencia", 14-16 Julio, 2003, OPTOEL'03 (3ª Reunión Nacional de Optoelectrónica), Leganés (Spain).

L. Martí-López, O. Mendoza-Yero and J. A. Ramos-de-Campos. Propagation of polychromatic Gaussian Beams through thin lenses. J. Opt. Soc. Am. A. 18 (2001) 1348-1356.

J. A. Ramos de Campos. Diagnóstico de Haces Láser de Alta Potencia. Tesina del Departamento de Óptica de la Universidad de Valencia. Dirigida por el Dr. Juan Carlos Soriano. Leída en abril de 1999.

J. Garrafón, R. Coscollá, R. Estrela y J. A. Ramos de Campos, Comportamiento de un haz láser al atravesar una lente convergente. Actas del V Reunión Nacional de Óptica 1997. 151 -152. Deposito legal: V-3.368-1997.

R. Estrela-Llopís, J. A. Ramos-de-Campos and J. C. Soriano. Laser beam characteristics related to the design of a system to improve engraving process. Third International Workshop on Laser Beam and Optics Characterization. Proceedings SPIE Vol. 2870 (1996), 410 – 416. ISBN 0-8194-2267-3.

R. Estrela-Llopís, J. A. Ramos-de-Campos and J. Sochacki. Phase retardation for Gaussian beam homogenizer: geometrical design and its verification. Third International Workshop on Laser Beam and Optics Characterization. Proceedings SPIE Vol. 2870 (1996), 417 – 425. ISBN 0-8194-2267-3.

### **5.3. Perspectivas de desarrollo futuro**

Corte, soldadura, ablación, recargue, taladrado y marcaje, son sólo algunos de los procesos tecnológicos que los láseres desempeñan en la industria. Los láseres desarrollan un sinfín de aplicaciones industriales, procesando materiales que van del acero y los plásticos a los semiconductores. Para piezas únicas o bien en serie, los láseres demuestran su versatilidad.

El desarrollo de fuentes láser cada vez mejores está continuamente revolucionando las tecnologías de producción. Se obtiene cada vez mayores velocidades y menores costes de fabricación a muy diversos sectores, desde el de máquina herramienta, el de automoción, o el aerospacial, entre otros. El éxito en la comercialización de este tipo de equipos depende del continuo desarrollo de los

## Conclusiones

mismos, como ha ocurrido recientemente con la comercialización de los láseres de disco o de fibra de altas potencias.

La tendencia general en el desarrollo de los láseres industriales desde su invención ha sido la de obtener mayores potencias medias para mejorar la productividad de sus aplicaciones. En muchos casos un aumento en la potencia media no va acompañada de una mayor productividad ya que para ello suele comprometerse la calidad del haz láser y por lo tanto las irradiancias que se pueden alcanzar, que afecta directamente no sólo a la calidad del proceso sino a su productividad. La tendencia en los últimos desarrollos de láser es la de alcanzar mayores potencias medias pero manteniendo excelentes calidades de haz, que es lo que se ha venido a llamar como láseres de alto brillo. Se trata principalmente de los láseres de estado sólido bombeado por diodos de segunda generación, como se conocen los láseres de disco y los de *slab*, así como los láseres de fibra de alta potencia y, los láseres de diodo de alta potencia acoplados a fibra óptica flexible. No debemos olvidar los láseres de pulsos ultracortos como son los de femtosegundo y picosegundos, estos últimos más para aplicaciones de micro y nanoprocesado.

En el diseño de la nueva generación de láseres de estado sólido y de fibra, se emplean láseres de diodo ya bien sea

para el bombeo de un medio activo, directamente o bien acoplado a fibras ópticas flexible. Para ello hace falta algún tipo de conformado de los haces láser. Una de las principales ventajas de los láseres de diodo frente a otro tipos de láseres es su alta eficiencia energética, con lo que en los casos en los que la aplicación lo permita, resultará más interesante emplear este tipo de láseres frente a otros menos eficientes. Es precisamente en este sentido en el que se espera se haga un progreso más significativo en los próximos años. Para ello, todo lo relacionado con el conocimiento de las propiedades de los haces láser emitidos va a ser fundamental a la hora de optimizar al máximo el diseño de los sistemas ópticos conformadores y de guiado.

Como consecuencia de las investigaciones realizadas se detectan varios temas que sería interesante abordar. Por una parte hemos podido comprobar que existen insuficientes trabajos en el ámbito de la caracterización de los parámetros de polarización de los haces láser emitidos por matrices de diodos láser. Por otra parte y conectado a lo anterior, identificamos a las matrices de diodos láser como uno de los tipos de láser más prometedores para infinidad de aplicaciones. Por lo tanto deben desarrollarse métodos de medición mejores y que satisfagan las necesidades de las nuevas o mejoradas aplicaciones.

## **Conclusiones**

El método de caracterización del *smile* propuesto, el montaje experimental para su realización y el método para obtener la información se puede desarrollar y mejorar de muchas maneras. Por ejemplo, una optomecánica específicamente diseñada para la aplicación facilitaría el proceso de alineado previo a la toma de datos. En este sentido, un software de cálculo específicamente programado para el análisis de los datos recabados sería imprescindible si se quisiera llevar el método al control de calidad en producción de láseres de diodo.

## Glosario

ABCD	Formalismo de matrices desarrollado originalmente para el cálculo de la propagación de rayos en óptica geométrica y generalizado al caso de haces y resonadores.
AENOR	Asociación Española de Normalización y Certificación, <a href="http://www.aenor.es">http://www.aenor.es</a> .
AIDO	Instituto Tecnológico de Óptica, Color e Imagen, <a href="http://www.aido.es">http://www.aido.es</a> .
BDL	Barra de diodos láser.
BP	Parámetro producto del haz, también llamado " <i>the near-field far-field product</i> ".
CCD	Del inglés <i>charged-coupled device</i> , dispositivo de carga acoplada.
DDC	Parámetro divergencia-dispersión cintura.
DL	Diodo láser.
<i>Doughnut</i>	En relación a la forma anular de ciertas irradiancias de haz láser.
EGB	Del inglés <i>embedded Gaussian beam</i> , haz laser incrustado.
FFT	Del inglés <i>Fast Fourier transform</i> , transformada rápida de Fourier.
FWHM	Del inglés <i>full width at half maximum</i> , que es la anchura a media altura de un pico de señal o representación.
ISO	<i>International Organization for Standardization</i> , <a href="http://www.iso.org">http://www.iso.org</a> .
<i>Laser cladding</i>	Del inglés <i>to clad</i> , técnica de plaquado láser, que consiste en aportar un material sobre otro para crea una

## Glosario

	capa, normalmente de propiedades mejoradas.
MI	Método de la imagen para la caracterización del <i>smile</i> en BDL.
MDL	Matriz de diodos láser.
NA	Del inglés <i>Numerical Aperture</i> , apertura numérica.
NSOM	Del inglés <i>Near-field scanning optical microscopy</i> , microscopía óptica de campo cercano.
S	Parámetro de <i>smile</i> .
SAR	Del inglés <i>Smile aspect ratio</i> , relación de aspecto de <i>smile</i> .
SH	Del inglés <i>Smile height</i> , altura de <i>smile</i> .
<i>Smile</i>	Sonrisa, en relación a la curvatura que presentan las BDL como resultado de los procesos de fabricación.
<i>Spot</i>	Mancha, en relación al aspecto de la irradiancia de un haz láser al incidir sobre una pantalla o superficie.
TEM	Del inglés <i>Transverse Electro-Magnetic</i> , en relación a distribución transversal a la dirección de propagación de modos de oscilación de campos electromagnéticos.
UNE	De Una Norma Española, hace referencia al conjunto de normas españolas creadas o adaptadas por los comités técnicos de normalización de AENOR.
<i>Waist</i>	Cintura, la posición a lo largo de la dirección de propagación en la que el radio del haz láser es mínimo y, el radio de la cintura es por lo tanto el radio del haz láser en dicha posición.

## Bibliografía

- [Agrawal 1993] G. P. Agrawal and N. K. Dutta, *Semiconductor Lasers*, Second edition, Van Nostrand Reinhold, New York, 1993.
- [Amarande 1996] S.-A. Amarande, "Beam propagation factor and the kurtosis parameter of flattened Gaussian beams," *Opt. Commun.*, 129, 311–317, 1996.
- [Amarande 2000] S. Amarande, A. Giesen, and H. Hügel, "Propagation Analysis of Self-Convergent Beam Width and Characterization of Hard-Edge Diffracted Beams," *Appl. Opt.* 39, 3914-3924, 2000.
- [Betzig 1992] E. Betzig and J. K. Trautman, "Near-field Optics: Microscopy, Spectroscopy, and Surface Modification Beyond the Diffraction Limit," *Science* 257, 189-195, 1992.
- [Bhowmik 1993] *Modeling, Technology and Applications*, A. Bhowmik, ed., *Proc. SPIE* 1868, 2–12, 1993.
- [Bock 1975] R. D. Bock, *Multivariate Statistical Methods in Behavioral Research*, McGraw-Hill, New York, p. 623, 1975.
- [Borghi 2001] R. Borghi, G. Piquero, and M. Santarsiero, "Use of biorthogonal functions for the modal decomposition of multimode beams," *Opt. Commun.* 194, 235-242, 2001.
- [Born 2003] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th (expanded) edition. Cambridge University Press, 2003.
- [Gao 2000] C. Gao and H. Weber, "The problems with  $M^2$ ," *Opt. Laser Technol.* 32, 221-224, 2000.
- [Cao 1997] Q. Cao and D. Ximing, "Spatial parametric characterization of general polychromatic beams," *Opt. Commun.* 142, 135– 145, 1997.
- [Carter 1980] W. H Carter, "Spot size and divergence for Hermite-Gaussian beams of any order," *Appl. Opt.* 19, 1027-1029, 1980.

## Bibliografía

[Charman 1995] W. N. Charman, "Optics of the eye," Handbook of Optics, Volume I Fundamentals, Techniques and Design, Second edition, M. Bass, E. W. Van Stryland, D. R. Williams, and W. L. Wolfe editors, McGraw-Hill, Inc. New York, 1995.

[Collins 1970] S. A. Collins, JR, "Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics," J. Opt. Soc. A. 60, 1168-1177, 1970.

[Davis 1996] C. C. Davis, Laser and Electro-Optics: Fundamentals and Engineering, Cambridge University Press, 720p, 1996.

[Diehl 2000] High-Power Diode Lasers, Fundamentals, Technology, Applications, edited by R. Diehl, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2000.

[Dürig 1986] U. Dürig, D. W. Pohl, and F. Rohner, "Near-field optical-scanning microscopy," J. Appl. Phys. 59, 3318-3327, 1986.

[Fang 2005] Hai-Tao Fang and De-Shuang Huang, "Extracting mode components in laser intensity distribution by independent component analysis," App. Opt. 44, 3646-3653, 2005.

[Galán-Valiente 2003] M. Galán-Valiente, "Laser module," European Patent Application EP 1 341 275 A2, International classification: H01S 5/022, H01S 5/024, 2003.

[Goodman 1996] J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, Second edition, McGraw-Hill, Inc., 1996.

[Hachfeld 1988] K. D. Hachfeld, Laser-beam quality and brightness in industrial applications, Industrial Laser Handbook, 1988.

[Herzog 1997] W. D. Herzog, M. S. Ünlü, B. B. Goldberg, G. H. Rhodes, and C. Harder, "Beam divergence and waist measurements of laser diodes by near-field scanning optical microscopy," Appl. Phys. Lett. 70 (6), 688-690, 1997.

[Hetch 2002] E. Hetch, Optics Fourth Edition, Addison Wesley, 2002.

- [Hipp 2004] M. Hipp, J. Woisetschläger, P. Reiterer, and T. Neger, "Digital evaluation of interferograms," *Measurement*, Elsevier, 36:53-66, 2004.
- [Hunt 2000] J. L. Hunt, B. G. Nickel, and C. Gigault, "Anamorphic images," *Am. J. Phys.* 68, 232–237, 2000.
- [Hügel 1992] H. Hügel, *Strahlwerkzeug Laser, Eine Einführung*, B. G. Teubner Stuttgart 1992.
- [Inoué 1995] S. Inoué, and R. Oldenbourg, "Microscopes," in *Handbooks of Optics vol. II Devices, measurements & properties*, M. Bass, E. W. Van Stryland, D. Williams, and W. L. Wolfe, eds., New York: McGraw-Hill, 1995.
- [Klimkov 1978] М. Ю. Климов, *Основы расчёта оптико-электронных приборов с лазерами (Fundamentos del cálculo de dispositivos optoelectrónicos con láseres)*, Советское Радио, Москва, p. 264, 1978.
- [Knappe 2008] R. Knappe, and Achim Nebel, "High-speed micromachining with high-power picosecond ultraviolet lasers," *Solid State Lasers XVII: Technology and Devices* edited by W. Andrew Clarkson, Norman Hodgson, Ramesh K. Shori. *Proc. of SPIE Vol. 6871, 687121*, 2008.
- [Koechner 1992] W. Koechner, *Solid State Laser Engineering*, Springer Verlag. Berlin, 1992.
- [Kogelnik 1966A] H. Kogelnik, "Laser beams and resonators," *Proc. IEEE* 54, 1312–1329, 1966.
- [Kogelnik 1966B] H. Kogelnik and T. Li, "Laser Beams and Resonators," *App. Opt.* Vol. 5(10), 1550-1560, 1966.
- [Kortz 1981] H. P. Kortz, R. Iffländer, and H. Weber, "Stability and beam divergence of multimode lasers with internal variable lenses," *Appl. Opt.* 20, 4124–4134, 1981.
- [Kostenbauder 1990] A. G. Kostenbauder, "Ray-pulse matrices: a rotational treatment for dispersive optical systems," *IEEE J. Quantum Electron.* 26, 1148–1157, 1990.
- [Kratky 2009] A. Kratky, D. Schuöcker, and G. Liedl, "Processing with kW lasers – advantages and limits," *XVII International Symposium on Gas Flow, Chemical Lasers, and High-Power Lasers*, edited by Rui Vilar, Olinda Conde, Marta

## Bibliografía

Fajardo, Luis O. Silva, Margarida Pires, Andrei Utkin, Proc. of SPIE Vol. 7131, 71311X, 2009.

[Louvergnaux 1996] E. Louvergnaux, D. Hennequin, D. Dangoisse, and P. Glorieux, "Transverse mode competition in a CO<sub>2</sub> laser," *Physical Review A*, Vol. 53, 6, 4435-4438, 1996.

[Lin 1993] Q. Lin, S. Wang, J. Alda, and E. Bernabeu, "Transformation of pulsed nonideal beams in a four-dimension domain," *Opt. Lett.* 18, 669–671, 1993.

[Malacara 1995] D. Malacara, "Optical testing," *Handbook of Optics. Volume II Devices, Measurements & Properties*. Second edition, M. Bass, E. W. Van Stryland, D. R. Williams, and W. L. Wolfe editors, McGraw-Hill Inc., New York, 1995.

[Mana 2001] G. Mana, E. Massa, and A. Rovera, "Accuracy of laser beam center and width calculations," *App. Opt.* 40, 1378-1381, 2001.

[Marsh 2010] J. H. Marsh, "Emerging Technologies for High Power Diode Lasers," *IEEE Photonics Society Newsletter*, 4-7, December 2010.

[Martí-López 1999] L. Martí-López and O. Mendoza-Yero, "Effect of chromatic aberration on Gaussian beams: non-dispersive laser resonators," *Opt. Laser Technol.* 31, 239–245, 1999.

[Martí-López 2001A] L. Martí-López and O. Mendoza-Yero, "Polychromatic Gaussian beams emitted by dispersive laser resonators," *Opt. Laser Technol.* 33, 1–5, 2001.

[Martí-López 2001B] L. Martí-López, O. Mendoza-Yero, and J. A. Ramos-de-Campos, "Propagation of polychromatic Gaussian beams through thin lenses," *J. Opt. Soc. Am. A* 18, 1348-1356, 2001.

[Martí-López 2007] L. Martí-López, J. A. Ramos-de-Campos, and R. A. Martínez-Celorio, "Interferometric method for characterizing the smile of laser diode bars," *Optics Communications* 275 (2), 359-371, 2007.

- [Martínez 1988] O. E. Martínez, "Matrix formalism for pulse compressors," *IEEE J. Quantum Electron.* 24, 2530–2536, 1988.
- [Martínez 1989] O. E. Martínez, "Matrix formalism for dispersive laser cavities," *IEEE J. Quantum Electron.* 25, 296–300, 1989.
- [Martínez-Herrero 1995] R. Martínez-Herrero, G. Piquero, and P. M. Mejías, "On the propagation of the kurtosis parameter of general beams," *Opt. Commun.* 115, 225–232, 1995.
- [Martínez-Herrero 1997] R. Martínez-Herrero and P.M. Mejías, "On the fourth-order spatial characterization of laser beams: new invariant parameter through ABCD systems," *Optics Communications* 140, 57-60, 1997.
- [Mejías 1995] P. M. Mejías and R. Martínez-Herrero, "Time-resolved spatial parametric characterization of pulsed light beams," *Opt. Lett.* 20, 660–662, 1995.
- [Mejías 2002] P. M. Mejías, R. Martínez-Herrero, G. Piquero, and J. M. Movilla, "Parametric characterization of the spatial structure of non-uniformly polarized laser beams," *Progress in Quantum Electronics* 26, 65–130, 2002.
- [Mendoza-Yero 2003] O. Mendoza-Yero, L. Martí-López, and R. A. Martínez-Celorio, "Roughness and gradient parameters for characterising shape uniformity of laser beams," *Optics and Lasers in Engineering* 39, 549–566, 2003.
- [Miloni 1988] P. W. Miloni and J.H. Eberly, *Lasers*, New York: John Wiley & Sons, 1988.
- [Monjardin 2006] J. F. Monjardin, K. M. Nowak, H. J. Baker, and D. R. Hall, "Correction of beam errors in high power laser diode bars and stacks," *Opt. Exp.* 14, 8178–8183, 2006.
- [Nixon 2002] M. S. Nixon and A. S. Aguado, *Feature Extraction and Image Processing*, Oxford: Newnes, 2002.
- [Piquero 1994] G. Piquero, P. M. Mejías, and R. Martínez-Herrero, "Sharpness changes of Gaussian beams induced by spherically aberrated lenses," *Opt. Commun.* 107, 179–183, 1994.

## Bibliografía

[Porras 1996] M. A. Porras, "Non-paraxial vectorial moment theory of light beam propagation," *Opt. Commun.* 127, 79-95, 1996.

[Porras 1998] M. A. Porras, "Ultrashort pulsed Gaussian light beams," *Phys. Rev. E* 58, 1086–1093, 1998.

[Porras 1999] M. A. Porras, "Propagation of single-cycle pulsed light beams in dispersive media", *Phys. Rev. A* 60, 5069–5073, 1999.

[Ramo 1993] S. Ramo, J.R. Whinnery, and T. van Duzer; "Campos y Ondas en Electrónica de Comunicación," 3rd Edition, Wiley, New York, 1993.

[Ramos 1999] J. A. Ramos de Campos, Diagnóstico de Haces Láser de Alta Potencia, tesina del Departamento de Óptica de la Universidad de Valencia, Dirigida por el Dr. Juan Carlos Soriano, leída en abril de 1999.

[Roundy A] C. Roundy, "Current technology of laser beam profile measurements," Technical report, Spiricon, Inc. [www.spiricon.com](http://www.spiricon.com).

[Roundy 1999] C. Roundy, Beam-Profile Analysis: Propagation factor quantifies laser beam performance. *Laser Focus World*, Dec. 1999. [http://www.laserfocusworld.com/display\\_article/54463/12/non-e/none/Feat/BEAM-PROFILE-ANALYSIS:-Propagation-factor-quantifies-laser-beam-performance](http://www.laserfocusworld.com/display_article/54463/12/non-e/none/Feat/BEAM-PROFILE-ANALYSIS:-Propagation-factor-quantifies-laser-beam-performance)

[Saghafi 1998] S. Saghafi and C. J. R. Sheppard, "The beam propagation factor for higher order Gaussian beams," *Opt. Commun.* 153, 207–210, 1998.

[Sasnett 1989] M. W. Sasnett, "Propagation of multimode laser beams: the  $M^2$  factor, in *The physics and technology of laser resonators*," D. R. Hall and P. E. Jackson, eds. New York, Adam Hilger, 132-142, 1989.

[Sasnett 1991] M. W. Sasnett and T. F. Johnston, "Beam characterization and measurement of propagation attributes," *Laser beam diagnostics*, Proc. SPIE 1414, 21-32, 1991.

[Scholz 2009] C. Scholz and M. Belitz, "High Resolution Near-Field Analysis of High-Power Diode Lasers,"

<http://www.ilt.fraunhofer.de/eng/100299.html>. Last accessed on March 4, 2009.

[Schulz 2000] W. Schulz and R. Poprawe, "Manufacturing with novel high-power diode lasers," *IEEE J. of Selected Topics in Quantum Electronics* 6, 696–705, 2000.

[Self 1983] S. A. Self, "Focussing of spherical Gaussian beams," *Appl. Opt.* 22, 658–660, 1983.

[Serna 1991] J. Serna, R. Martínez-Herrero, and P. M. Mejías, "Parametric characterization of general partially coherent beams propagating through ABCD optical systems," *J. Opt. Soc. Am. A* 8, 1094–1098, 1991.

[Sheppard 1997] C. J. R. Sheppard and X. Gan, "Free-space propagation of femtosecond light pulses," *Opt. Commun.* 133, 1–6, 1997.

[Shimon 1988] L. Shimon, R. Prochaska, and E. Keren, "Generalized beam parameters and transformation laws for partially coherent light," *Appl. Opt.* 27, 3696–3703, 1988.

[Siegman 1986] A. E. Siegman, *Lasers*, University Science Books, Mill Valley, Calif., 1267p, 1986.

[Siegman 1990] A. E. Siegman, "New developments in laser resonators," *Optical Resonators*, Proc. SPIE, 1224, 2-14, 1990.

[Siegman 1991] A. E. Siegman, M.W. Sasnett, and T. F. Johnston Jr., "Choice of clip level for beam width measurements using knife-edge techniques," *IEEE Journal of Q. Electron.*, 27, 1991.

[Siegman 1993A] A. E. Siegman and S. W. Townsend, "Output beam propagation and beam quality from a multimode stable-cavity laser," *IEEE J. of Q. Electron.* 29, 1212-1217, 1993.

[Siegman 1993B] A. E. Siegman, "Defining, measuring, and optimizing laser beam quality," in *Laser Resonators and Coherent Optics*, SPIE Vol. 1868, 1-12, 1993.

[Siegman 1998] A. E. Siegman, "How to (Maybe) measure laser beam quality," in *DPSS Lasers: Applications and Issues*,

## Bibliografía

M. W. Dowley, Ed. Optical Society of America, Washington, 184–199, 1998.

[Silfvast 2004] W. T. Silfvast, *Laser Fundamentals*, second edition. Cambridge University Press., 2004.

[Simon 1988] R. Simon, N. Mukunda, and G. C. E. Sudarshan, “Partially coherent beams and a generalized ABCD-law,” *Opt. Commun.* 65, 322–328, 1988.

[Spalding 1986] I. J. Spalding, “High Power Laser Beam Diagnostics-Part I,” *Gas flow and chemical lasers*, Rosenwaks, Springer Verlag, 1986.

[Spalding 1994] I. J. Spalding, “Industrial Laser Systems,” *EuroLaser Academy’94 Course Notes*, 1994.

[Steele 2008] R. Steele, *Laser Marketplace 2007: Diode-laser market takes a breather*.  
[http://www.laserfocusworld.com/display\\_article/283868/12/ARTCL/none/none/LASER-MARKETPLACE-2007:-Diode-laser-market-takes-a-breather/](http://www.laserfocusworld.com/display_article/283868/12/ARTCL/none/none/LASER-MARKETPLACE-2007:-Diode-laser-market-takes-a-breather/)

[Svelto 1989] O. Svelto and D. C. Hanna, *Principles of Lasers*, third edition, Plenum Press, New York, 1989.

[Talbot 2005] C. L. Talbot, M. E. J. Friese, D. Wang, I. Brereton, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, “Linewidth reduction in a large-smile laser diode array,” *Appl. Opt.* 44 (29), 6264-6268, 2005.

[Treusch 2000] H.-G. Treusch, A. Ovtchinnikov, X. He, M. Kanskar, J. Mott, and S. Yang, “High-brightness semiconductor laser sources for materials processing: stacking, beam shaping, and bars”, *IEEE J. of Selected Topics in Quantum Electronics* 6, 601-614, 2000.

[UNE-EN ISO 11146-1: 2006] Norma Española UNE-EN ISO 11146-1, *Láseres y equipos relacionados: Métodos de ensayo para anchuras del haz láser, anchura del haz, ángulo de divergencia y factor de propagación del haz. Parte 1: Haces estigmáticos y astigmaticos simples*, 2006.

[Vanderlugt 1991] A. Vanderlugt, “*Optical Signal Processing*,” John Wiley & Sons, Inc., New York, 1991.

[Verdult 1997] Mathematical Tables. Composed by Vincent Verdult. Department of Electrical Engineering. Delft University of Technology. November, 1997. <http://www.seminaire-sherbrooke.qc.ca/math/Pierre/Tables.pdf>

[Vokinger 1998] U. Vokinger, R. Dändliker, P. Blattner, and H. P. Herzig, "Unconventional treatment of focal shift," *Opt. Commun.* 157, 218–224, 1998.

[Weber 1992] H. Weber, "Some historical and technical aspects of beam quality," *Opt. Quantum Electron.* 24, S861–S864, 1992.

[Wetter 2001] N. U. Wetter, "Three-fold effective brightness increase of laser diode bar emission by assessment and correction of diode array curvature," *Opt. Laser Technol.* 33 (3), 181-187, 2001.

[Yariv 1991] A. Yariv, *Optical Electronics*, fourth edition, Saunders College Publishing, 1991.





