

Tethys, 6, 3–14, 2009
Revista del tiempo y el clima del Mediterráneo occidental
www.tethys.cat
ISSN-1697-1523
eISSN-1139-3394
DOI:10.3369/tethys.2009.6.01

Revista editada por **ACAM**
(Associació Catalana de Meteorologia)



Estudio climático del exponente “n” de las curvas IDF: aplicación para la Península Ibérica

R. Moncho¹, F. Belda² y V. Caselles³

¹Unidad de Investigación Marina. AZTI-Tecnalia

²Delegación Territorial en Murcia. AEMET

³Departamento de Física de la Tierra y Termodinámica. Universitat de València

Recibido: 4-IX-2008 – Aceptado: 11-II-2008 – **Versión original**

Correspondencia a: rmoncho@azti.es

Resumen

El análisis de las precipitaciones máximas suele llevarse a cabo mediante curvas IDF (Intensidad-Duración-Frecuencia), que a su vez pueden expresarse como curvas IMM (Intensidades Medias Máximas). En este trabajo, hemos desarrollado un índice “n”, definido a partir del exponente que se obtiene de ajustar las curvas climáticas IDF a las curvas IMM. Dicho índice proporciona información sobre el modo en que se alcanzan las precipitaciones máximas en una determinada zona climática, atendiendo a la distribución temporal relativa de las intensidades máximas. A partir del análisis climático del índice “n”, en la Península Ibérica se pueden distinguir grandes zonas caracterizadas por máximos de lluvia de origen más tormentoso (interior peninsular) y áreas caracterizadas por máximos de lluvia de origen más frontal (suroeste, litoral atlántico y litoral mediterráneo). Además, estas áreas pueden subdividirse más específicamente según la persistencia de las precipitaciones máximas.

Palabras clave: intensidad precipitación, curvas IDF, curvas IMM, índice regularidad

1 Introducción

El régimen de precipitaciones intensas es una de las posibles variables sensibles al cambio climático. De hecho la intensidad de la lluvia, además de depender del contenido de agua precipitable de la atmósfera, también depende del gradiente térmico vertical en los distintos sistemas nubosos de precipitación. Diferentes organismos están observando cambios en la temperatura global en diversas capas de la atmósfera, entre la superficie y la estratosfera (NASA, 2008; NOAA, 2008).

Por ellos cabe esperar variaciones en el comportamiento de las intensidades máximas, que vendrán dadas por dos factores: la variabilidad natural e intrínseca de un clima y la variación de los promedios propios del clima.

A modo de preámbulo para un posible estudio de la variación del régimen de intensidades, en este trabajo proponemos una manera de analizar la variabilidad natural de las intensidades máximas de un clima.

El objetivo es identificar y cuantificar las características generales del régimen climático de las precipitaciones in-

tensas a partir de un modelo de distribución temporal de las Intensidades Medias Máximas de la precipitación. Es decir, pretendemos caracterizar las precipitaciones extremas según si su distribución temporal se asemeja más a las tormentas (precipitaciones concentradas en “tiempos breves”) o si se aproximan más a los frentes (precipitaciones regulares respecto a “tiempos largos”). Dicho modelo de distribución se aplica a las precipitaciones aisladas en el tiempo en forma de chubascos puntuales y trata de cuantificar esa regularidad de la precipitación convectiva-advectiva en el ámbito de la meteorología. Sin embargo comprobaremos que lo podemos extender para aplicarlo a la climatología mediante las curvas IDF.

2 Metodología

2.1 Curvas de Intensidades Medias Máximas

La magnitud principal que usaremos en este trabajo es la Intensidad Media Máxima, I , que recordemos es el cociente



Tabla 1. Clasificación de la lluvia según la regularidad de la intensidad.

<i>n</i>	Tipo de curva	Intensidad	Distribución temporal
0.00 - 0.20	Muy suave	Prácticamente constante	Muy regular
0.20 - 0.40	Suave	Débilmente variable	Regular
0.40 - 0.60	Normal	Variable	Irregular
0.60 - 0.80	Pronunciada	Moderadamente variable	Muy irregular
0.80 - 1.00	Muy pronunciada	Fuertemente variable	Casi instantáneo

entre la acumulación máxima en un determinado tiempo, $P_{max}(t)$, y dicho período de tiempo, t :

$$I(t) = \frac{P_{max}(t)}{t} \tag{1}$$

La distribución relativa de las Intensidades Medias Máximas (IMM) de la precipitación, respecto al tiempo de promedio, viene dada de forma aproximada en función únicamente del exponente n de la siguiente curva (ver Anexo A),

$$I(t) = I_0(t_0) \left(\frac{t_0}{t}\right)^n \tag{2}$$

donde I es la IMM en un tiempo t , I_0 es la IMM en un tiempo de referencia t_0 , y n es un parámetro adimensional ajustable a los datos. Obsérvese que la expresión es invariable ante el cambio de unidades y ante cambios de la intensidad de referencia $I_0(t_0)$.

De este modo, para clasificar cuantitativamente una precipitación, necesitaremos teóricamente tres valores:

- Una Intensidad Media Máxima de referencia cualquiera $I_0(t_0)$,
- La duración del chubasco asociado a un máximo relativo de intensidad t ,
- La variabilidad de la intensidad, según el valor del exponente n .

Así pues, queremos clasificar la precipitación según la variabilidad de la intensidad, y para ello nos fijaremos en el exponente de la curva de Intensidad Media Máxima (ver Tabla 1).

Este criterio de clasificación es independiente de la intensidad máxima absoluta, de tal modo que se centra en describir la variabilidad de la intensidad de las precipitaciones, pudiendo tomar valores entre 0 y 1, ambos excluidos. De este modo, podemos encontrar precipitaciones poco o muy intensas, tanto de intensidad constante como muy variable.

En este trabajo proponemos como novedad principal el uso de este modelo para analizar detalladamente la distribución temporal de las precipitaciones máximas climáticas de la España peninsular, y por tanto necesitaremos combinarlo con otros modelos que hagan referencia a la frecuencia de suceso de determinadas precipitaciones intensas.

2.2 Curvas de Intensidad-Duración-Frecuencia

Las curvas de Intensidad-Duración-Frecuencia (IDF) son curvas que resultan de unir los puntos representativos de la intensidad media de precipitación en intervalos de diferente duración, y correspondientes todos ellos a una misma frecuencia o período de retorno (Témez, 1978); de ese modo, podemos analizar cómo cambia la curva respecto a dicho período de retorno. Para ello, podemos tomar una duración cualquiera y analizar la intensidad de corte en todas las curvas IDF, esto es, para una misma duración qué valores de intensidad media se esperan para cada período de retorno.

Por tanto, la precipitación máxima esperada Y , para una cierta duración t , vendrá en función del período de retorno p . Una de las expresiones más sencillas que describen esa dependencia viene dada por la ley de Gumbel:

$$F(Y) = \exp[-\exp(-\alpha(Y - u))] \tag{3}$$

donde $F(Y)$ es la probabilidad de que se supere una precipitación $Y(p)$ de un determinado período de retorno p , mientras que α y u son parámetros ajustables. Para un período de retorno p mucho mayor que un año, encontramos la solución,

$$F(Y) = 1 - \frac{1}{p} \tag{4}$$

donde p es el período de retorno expresado en años.

A partir de las Ecuaciones 3 y 4, se obtiene que la precipitación máxima esperada para un período de retorno p es:

$$Y(p) = u - \frac{1}{\alpha} \ln \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{p} \right) \right] \approx u + \frac{1}{\alpha} \ln p = k + \frac{1}{\alpha} \ln \frac{p}{p_0} \tag{5}$$

donde k resulta de una redefinición de constantes como $k = u + \frac{\ln p_0}{\alpha}$.

Otra relación matemática que suele usarse para describir la función implícita entre la precipitación y el período de retorno es la que emplean Etoh et al. (1986), conocida como SQRT-ET_{max},

$$F(Y) = \exp \left[-\kappa \left(1 + \sqrt{\beta Y} \right) \exp \left(-\sqrt{\beta Y} \right) \right] \tag{6}$$

donde κ y β son parámetros ajustables. Esta expresión también puede desarrollarse y aproximarse, mediante la solución de la Ecuación 4, en la misma forma que la Ecuación 5. En el caso general, para períodos de retorno

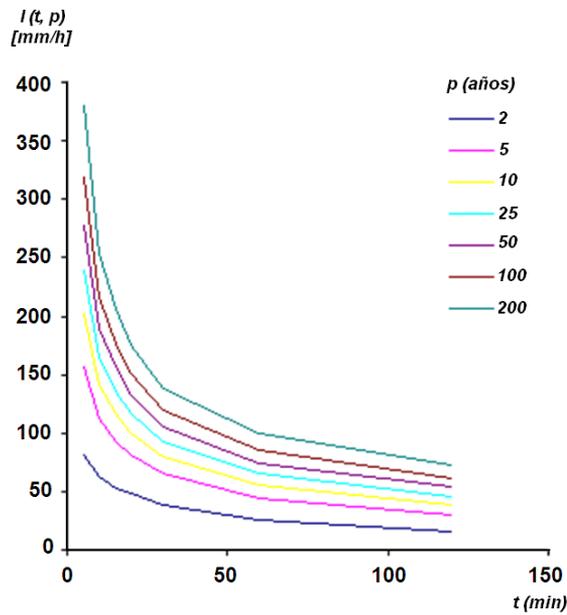


Figura 1. Curvas IDF de València, $I(t,p)$, donde p representa el período de retorno en años y t la duración en minutos.

normalizados tales que p/p_0 se sitúe entre 1 y 100, se obtiene aproximadamente:

$$Y(p) \approx (s^2 - 4.12) + (2s + 4.65) \frac{1}{0.756\sqrt{\beta}} \ln \frac{p}{p_0} \quad (7)$$

donde $s \equiv \left(\frac{\ln \kappa + \ln p_0 + 0.135}{0.756\sqrt{\beta}} \right)$.

2.3 Combinación de curvas IMM y curvas IDF

El método central empleado en este trabajo se basa principalmente en el ajuste de las curvas IDF (Intensidad-Duración-Frecuencia) a las curvas IMM (Intensidades Medias Máximas). Esto es posible ya que cada una de las curvas IDF representa una distribución temporal de las Intensidades Medias Máximas asociadas para un período de retorno determinado.

Así, mediante una nomenclatura adecuada de las variables, encontramos que las curvas IDF necesariamente han de ser equivalentes a la Ecuación 2, a la que añadiremos la dependencia con el período de retorno:

$$I(t,p) = I(t_0,p) \left(\frac{t_0}{t} \right)^{n(p)} \quad (8)$$

donde $I(t,p)$ es la intensidad correspondiente a una curva IDF de duración parcial t , período de retorno p , e intensidad de referencia $I_0(t_0,p)$, que se corresponde con la precipitación media durante t_0 minutos, es decir P_0/t_0 .

Por lo tanto, usaremos la Ecuación 8 a lo largo del trabajo para representar la dependencia temporal de la intensidad de la precipitación; así, uno de los objetivos es

encontrar las expresiones matemáticas que representen la dependencia de la intensidad de referencia I_0 , y del índice n con el período de retorno, p .

Destacamos que la novedad de este trabajo será la caracterización de la climatología de las curvas IDF mediante el parámetro adimensional, $n(p)$, que representa la distribución temporal relativa en la Ecuación 8. Cabe recalcar, no obstante, que en la bibliografía podemos encontrar otros modelos empíricos muy similares a la Ecuación 8, citados en Pereyra-Díaz et al. (2004) y Ghahraman y Hoss Eini (2005), sobre la distribución temporal de las curvas IDF; por ejemplo rescatamos la expresión de Besson (Remenieras, 1970), Ecuación 9, la de Sherman (1931), Ecuación 10, y la expresión de Chow (1962), Ecuación 11:

$$I = \frac{a}{t + b} \quad (9)$$

$$I = \frac{a}{(t + b)^c} \quad (10)$$

$$I = \frac{a}{t^c + b} \quad (11)$$

donde I es la intensidad correspondiente a una curva IDF de duración parcial t , mientras que a , b y c son parámetros ajustables empíricamente. Obsérvese que si $b = 0$ en la Ecuación 10 y en la Ecuación 11, obtenemos la Ecuación 8.

Es decir, en la Ecuación 8 sólo encontramos dos parámetros para cada período de retorno: el parámetro más importante como decíamos es la n , que es independiente del tiempo (Moncho, 2008); y el otro parámetro es la intensidad de referencia $I(t_0)$, que se puede ajustar con todas las intensidades, o bien, tomar cualquiera de ellas.

Otros de los trabajos que tratan la dependencia temporal de las curvas IDF en la Península Ibérica son los de M.O.P.U. (1990) y Ferrer (1996), en los que encontramos que la Intensidad Media Máxima en un tiempo t viene dada por la expresión:

$$I(t,p_0) = I(1d,p_0) \left[\frac{I(1h,p_0)}{I(1d,p_0)} \right]^{3.529 - 2.529t^{0.1}} \quad (12)$$

donde $I(t,p_0)$ es la Intensidad Media Máxima en t horas, mientras que $I(1h,p_0)$ es la Intensidad Media Máxima en una hora, y $I(1d,p_0)$ es la intensidad máxima en un día.

3 Resultados

3.1 Estudio de un caso particular: curvas IDF de València

Disponemos de los datos de las curvas IDF de València (AEMET, 2003), indicados en la Tabla 2 y representados en la Figura 1, que fueron calculadas mediante SQRT-ET_{max}.

Tabla 2. Datos IDF de València, Intensidad $I(t,p)$ (mm h⁻¹), donde p representa el período de retorno en años y t la duración en minutos.

Duración (minutos)	p , Período de retorno (años)							
	2	5	10	25	50	100	200	500
5	81	124	156	202	239	278	319	380
10	63	91	112	141	165	189	216	253
15	53	76	93	117	135	156	177	206
20	48	67	81	100	117	133	151	175
30	39	54	65	80	93	105	119	138
60	25.3	36.2	44.3	55.7	65	74.4	84.8	99.6
120	16.2	24.3	30.4	39	45.9	53.7	61.5	72.9
180	12.6	19.3	24.3	31.5	37.4	43.6	50.2	59.6
360	8.2	12.8	16.4	21.4	25.3	29.8	34.5	40.8
720	5	7.7	9.8	12.8	15.2	17.8	20.6	24.5

Tabla 3. Ajuste de las curvas IDF a las curvas IMM, en función del período de retorno para los datos de València.

p	n	$I(t_0)$	R^2
2	0.573	23.4	0.990
5	0.558	34.5	0.995
10	0.550	42.9	0.997
25	0.543	54.6	0.997
50	0.539	64.1	0.998
100	0.534	74.2	0.997
200	0.531	84.9	0.997
500	0.528	99.9	0.997

Dichos datos se han ajustado a las curvas IMM correspondientes para deducir el exponente n asociado a cada período de retorno, p .

Las curvas IDF, como cualquier otra curva de Intensidades Medias Máximas (IMM), siguen la forma de la Ecuación 2, en la cual $I(t)$ es la Intensidad Media Máxima correspondiente a t minutos, y $I(t_0)$ es la intensidad de referencia a t_0 minutos. Por comodidad escogeremos como tiempo de referencia $t_0 = 60$ minutos, aunque ello no afecta a la forma de $I(t)$ debido a las propiedades matemáticas de dicha expresión. Por tanto, ajustando los datos de València a la Ecuación 2, para cada período de retorno, obtenemos la Tabla 3.

Dado que por definición las curvas IDF vienen dadas en función del período de retorno, es decir $I(t) = I(t,p)$, en consecuencia $n = n(p)$ y también $I(t_0) = I(t_0,p)$. Fijémonos primero en la relación entre el exponente, n , y el período de retorno, p (ver Figura 2).

Con una muy buena aproximación ($R^2 = 0.9954$) hemos obtenido la Ecuación 13:

$$n = 0.54 \left(\frac{25}{p} \right)^{0.0151 - 0.0021 \ln \frac{25}{p}} \quad (13)$$

Y si sólo tenemos en cuenta los períodos de retorno iguales o inferiores a 50 años, entonces obtenemos ($R^2 = 0.96$) la Ecuación 14:

$$n \approx 0.54 \left(\frac{25}{p} \right)^{0.019 \pm 0.004} \quad (14)$$

El exponente n varía muy poco en función del período de retorno, por lo que, por comodidad, podemos tomarlo como constante. De este modo, para las curvas IDF de València, obtenemos $n_{med} = 0.545 \pm 0.015$, donde el intervalo viene dado por la desviación estándar.

En la Tabla 4 podemos comprobar que la intensidad relativa $\frac{I(t_0,p)}{I(t_0,p_0)}$ es indiferente del tiempo de referencia escogido, t_0 , así pues podemos coger cualquier tiempo de referencia o simplemente promediar las intensidades relativas para eliminar posibles ruidos.

Si representamos la relación entre la intensidad y el período de retorno, veremos en la Figura 3a que es prácticamente indiferente de la duración t_0 que se tome de referencia.

Tomando un ajuste lineal de los logaritmos (Figura 3b), obtenemos un coeficiente $R^2 = 0.98$:

$$I(t_0,p) = I(t_0,p_0) \left(\frac{p}{p_0} \right)^{0.26 \pm 0.03} \quad (15)$$

En este caso también es indiferente de qué período de retorno se tome como referencia. Por ejemplo, tomaremos $I(60 \text{ min}, 25 \text{ a}) = 52 \text{ mm h}^{-1}$. Lógicamente, a mayor período de retorno, p , mayor es la intensidad de referencia $I(t_0,p)$.

Recapitulando, las curvas IMM del clima de València se relacionan con el período de retorno p inferior a 50 años, según la Ecuación 8 y las siguientes expresiones:

$$n \approx n(p_0) \left(\frac{p_0}{p} \right)^x \quad (16)$$

$$I(t_0,p) = I(t_0,p_0) \left(\frac{p}{p_0} \right)^m \quad (17)$$

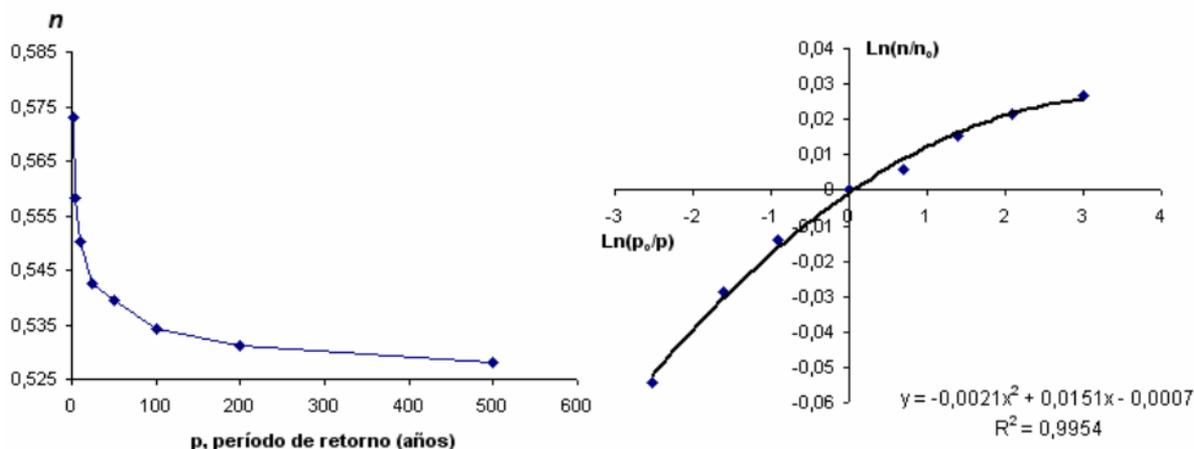


Figura 2. Relación entre el exponente n y el período de retorno, p , para la precipitación anual de València, donde p_0 es 25 años y n_0 es 0.543.

Tabla 4. Comparación de la intensidad con el período de retorno. Se ha tomado la intensidad relativa para cada duración, dividiéndola por la intensidad correspondiente a un período de 25 años, $I(t_0, 25 \text{ años})$. Finalmente se han tomado los valores medios de todas las intensidades normalizadas $I(p)/I(25 \text{ años})$ para cada período de retorno, p .

t_0 (minutos)	p , Período de retorno (años)							
	2	5	10	25 = p_0	50	100	200	500
5	0.401	0.614	0.772	1.000	1.183	1.376	1.579	1.881
10	0.447	0.645	0.794	1.000	1.170	1.340	1.532	1.794
15	0.453	0.650	0.795	1.000	1.154	1.333	1.513	1.761
20	0.480	0.670	0.810	1.000	1.170	1.330	1.510	1.750
30	0.488	0.675	0.813	1.000	1.163	1.313	1.488	1.725
60	0.454	0.650	0.795	1.000	1.167	1.336	1.522	1.788
120	0.415	0.623	0.779	1.000	1.177	1.377	1.577	1.869
180	0.400	0.613	0.771	1.000	1.187	1.384	1.594	1.892
360	0.383	0.598	0.766	1.000	1.182	1.393	1.612	1.907
720	0.391	0.602	0.766	1.000	1.188	1.391	1.609	1.914
p/p_0	0.080	0.200	0.400	1.000	2.000	4.000	8.000	20.000
$I(p)/I(p_0)$	0.431	0.634	0.786	1.000	1.174	1.357	1.554	1.828
Desv. est.	0.038	0.028	0.018	0.000	0.011	0.030	0.046	0.072

donde, para València, hemos obtenido que:

- $x = 0.019 \pm 0.004$
- $m = 0.26 \pm 0.03$
- $n(25 \text{ años}) \approx 0.540$
- $I(60 \text{ min}, 25 \text{ años}) \approx 52 \text{ mm h}^{-1}$

Dado que el parámetro x es pequeño, podemos aproximar: $n(p) \approx n_{med} \approx 0.545 \pm 0.015$. Por lo tanto, todas las curvas IDF de València pueden escribirse como:

$$I(t, p) \approx I(t_0, p_0) \left(\frac{p}{p_0}\right)^{0.26} \left(\frac{t_0}{t}\right)^{0.545} \tag{18}$$

Por otro lado, podemos aproximar la Ecuación 17 a una forma logarítmica para darnos:

$$I(t_0, p) \approx b(m)I_0 + a(m)I_0 \ln \frac{p}{p_0} \tag{19}$$

donde $a(m) \approx 1.818m - 0.052$ y $b(m) \approx 1.0093 - 0.1479m$. Obsérvese que con la Ecuación 19 obtenemos la forma aproximada de Gumbel en la Ecuación 5 y la forma aproximada de SQRT-ET_{max} en la Ecuación 7.

3.2 Estudio de un caso general: curvas IDF de la Península Ibérica

Repetiendo los cálculos para 66 estaciones más de la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET, 2003), hemos obtenido los siguientes valores medios de los tres parámetros adimensionales (ver Anexo B):

- $x = -0.02 \pm 0.02 \approx 0$
- $m = 0.24 \pm 0.03$
- $n_{med} \approx 0.63 \pm 0.07$

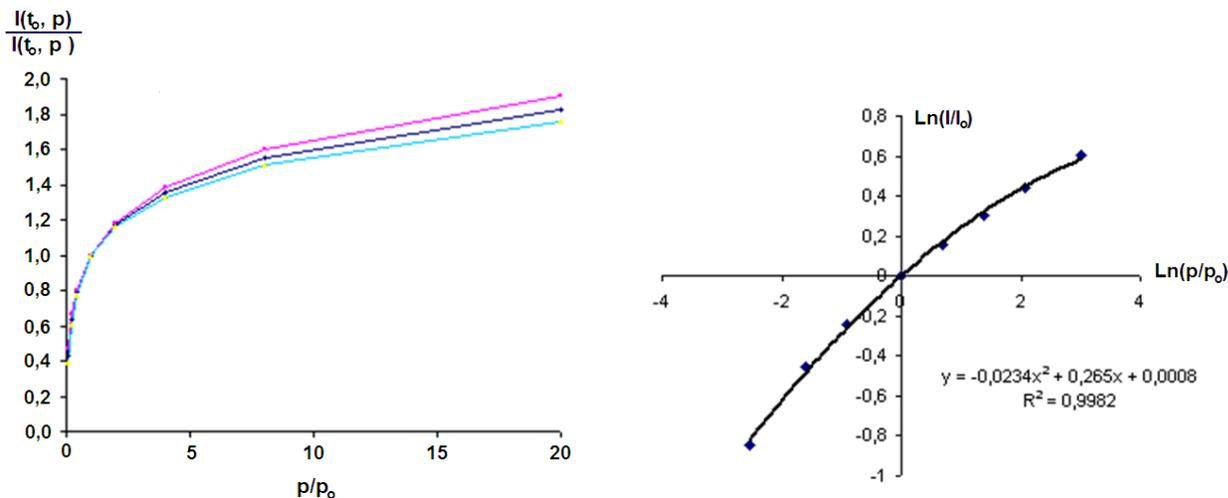


Figura 3. (a) (izquierda) Relación entre la intensidad normalizada I/I_0 y el período de retorno normalizado, p/p_0 , de la precipitación anual de València, para cualquier tiempo de referencia (las dos curvas exteriores representan la desviación típica considerando un tiempo de referencia u otro). Hemos tomado como período de retorno de referencia, p_0 , de 25 años. (b) (derecha) Logaritmo de las intensidades relativas en función del logaritmo del período de retorno relativo.

donde los índices ajustan las Ecuaciones 16 y 17 y los errores son la desviación estándar.

Se observa que los promedios de los índices para las 67 estaciones sugieren que la variabilidad de éstos es débil a lo largo del territorio analizado, por lo que en una primera aproximación podríamos tomar los tres índices como constantes para todo el territorio. En ese caso, podríamos pensar que localmente las precipitaciones extremas vendrían caracterizadas únicamente por la intensidad de referencia $I(t_0, p_0)$ de cada estación, para un mismo tiempo t_0 y período de retorno p_0 .

Sin embargo, si nos fijamos en los valores para cada una de las 67 estaciones con su error (ver Anexo B), el índice n_{med} varía bastante de una estación a otra (los intervalos de error no son compatibles entre sí), por lo que en general no lo consideraremos constante, sino que diremos que depende de las estaciones consideradas, $n_{med} \neq const.$ Lo mismo ocurre con el índice x , que también presenta variaciones relativamente muy significativas según la localidad, sin embargo, el valor absoluto de x es tan pequeño que lo podemos aproximar a cero, $x \approx 0$.

Por último, el valor del índice m presenta muy poca variabilidad entre las localidades consideradas, con una buena compatibilidad entre los distintos intervalos de error típico, por lo que podremos considerar que el valor promedio $m = 0.24 \pm 0.03$ es una constante para nuestro territorio.

Por lo tanto, resulta una buena aproximación expresar cualquier curva IDF de cualquier estación mediante un punto y un parámetro, es decir, necesitamos: (a) Una intensidad de referencia cualquiera, $I(t_0, p_0)$, y (b) el exponente medio n_{med} . Ambos valores son característicos del clima local.

Es importante recordar que cuanto más distinto de cero sea el índice x , más variable será el exponente n de una estación. Por ello, podríamos pensar que, para corregir esto, lo mejor sería no despreciar la dependencia del índice n con el período de retorno. Sin embargo, pensamos que dicha dependencia no es real sino una consecuencia de la diferencia de criterios al definir la curva IDF y la IMM.

Debemos destacar que en los casos en que el índice n cambiase en función del período de retorno, esto significaría que la tipología de las lluvias extremas varía de convectividad a advektividad o viceversa, y sin embargo no se observa una tendencia general clara que defina la dirección de esa transformación en función del período de retorno. Es decir, no se ha observado una norma que establezca que la extremidad de una precipitación tienda a desplazar su tipología hacia la convectividad (aumento de n) o la advektividad (disminución de n), sino que dichas propiedades responden únicamente de la dominación estadística de cada clima local.

Por consiguiente, cualquier diferencia climática respecto al índice medio n_0 (asociado a la extremidad pluviométrica) representa una anomalía, por definición, y por tanto supondrá una variación climática local, en base probablemente al régimen de vientos, ya que ése es el patrón principal de la advektividad. Por todo ello, seguiremos optando por usar el exponente medio n_{med} para cada estación.

En conclusión, las curvas IDF de cualquier estación de las examinadas en este trabajo pueden escribirse de la forma:

$$I(t, p) \approx I(t_0, p_0) \left(\frac{p}{p_0}\right)^{0.24} \left(\frac{t_0}{t}\right)^{n_{med}} \quad (20)$$

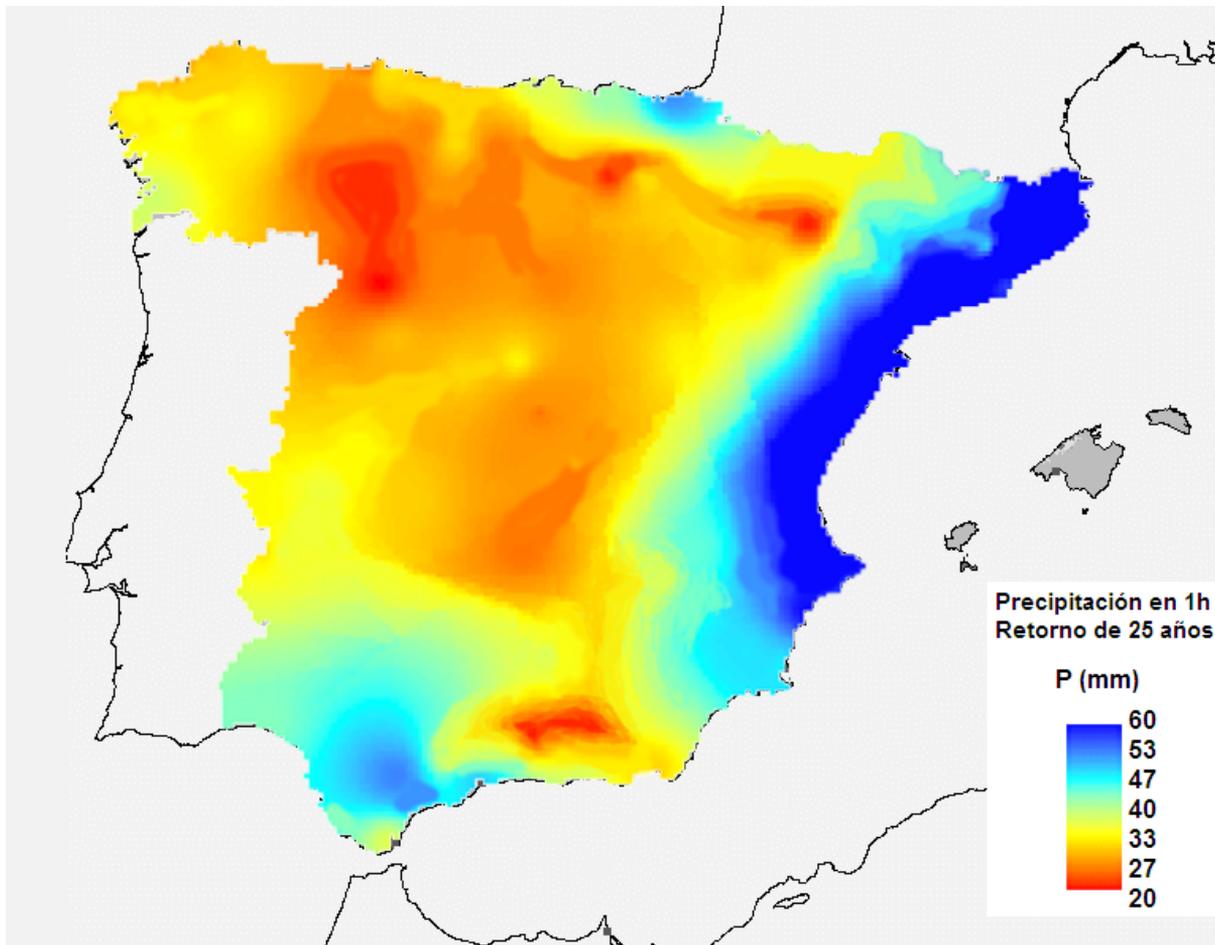


Figura 4. Precipitación máxima en una hora con un período de retorno puntual de 25 años, a partir de las curvas IDF de 67 estaciones de la Agencia Estatal de Meteorología. El mapa ha sido obtenido mediante *kriging multivariable*, teniendo en cuenta la distancia, las dependencias regionales con la altura y la distancia al mar, así como la orientación de las vertientes.

donde $I(t,p)$ es la Intensidad Media Máxima en función de la duración, t , y el período de retorno, p , mientras que $I(t_0,p_0)$ es la intensidad de referencia, y el exponente n_{med} es característico de la climatología local. Si representamos geográficamente la intensidad de referencia para una hora y un período puntual de 25 años, obtenemos el mapa de la Figura 4.

En la Península Ibérica podemos distinguir diferentes zonas asociadas a los climas de España, destacando el este y nordeste peninsular con intensidades de referencia cercanas a 60 mm h^{-1} , y en el otro extremo encontramos Sierra Nevada y Zamora con valores cercanos a los 20 mm h^{-1} .

Por otro lado, si representamos geográficamente dicho índice n_{med} para la Península Ibérica, obtenemos el mapa de la Figura 5.

Las curvas IDF representan distribuciones temporales de “precipitaciones máximas” en función del período de retorno, curvas que a su vez se relacionan entre sí como curvas IMM; así, cuanto menor es el exponente n de la IMM asociada, las precipitaciones máximas se obtienen más por

persistencia que por intensidad, mientras que para índices n grandes, las precipitaciones máximas se obtienen más por intensidad que por persistencia. Este juego entre la persistencia y la intensidad de las “precipitaciones máximas” se refleja en el clima, de tal modo que en general podemos distinguir dos grandes grupos:

- Los climas cuyas precipitaciones máximas están dominadas por la advección marítima (corriente zonal, septentrional y antizonal) presentan un índice n más bajo, indicando una mayor persistencia de las intensidades más altas. Podemos distinguir aproximadamente tres grupos: mitad oeste (zonal), litoral cantábrico (septentrional) y litoral mediterráneo (antizonal). En el litoral mediterráneo encontramos tres zonas con especial persistencia: golfo de València, Girona y Málaga, las tres dominadas por vientos de levante. En el litoral cantábrico encontramos una zona con índice n muy bajo, al este de Asturias, que se corresponde con vientos del norte. Y por último, en la franja atlántica encontramos una zona muy importante, el Sistema Central,

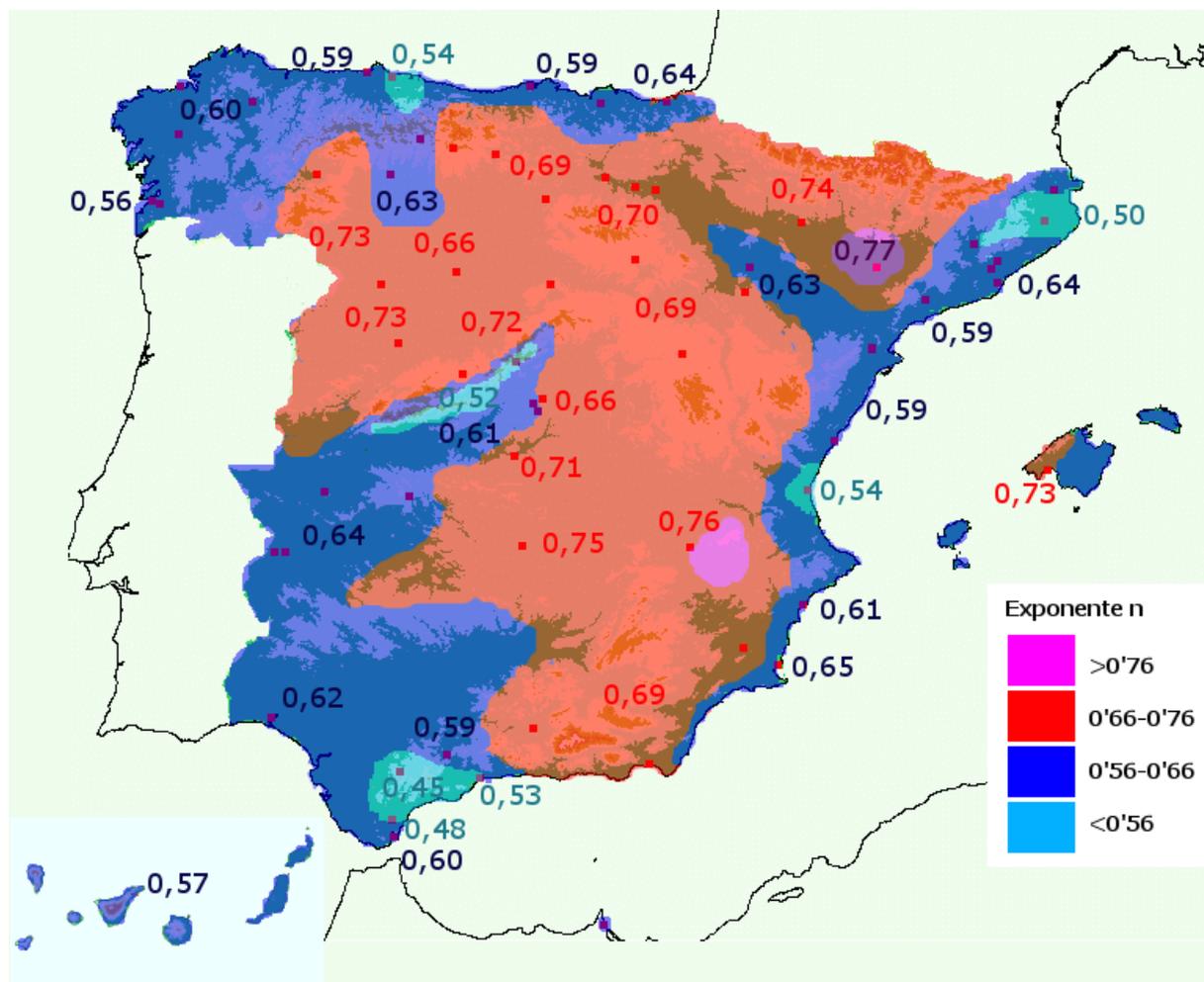


Figura 5. Distinción entre climas con lluvias máximas persistentes (azul) y antipersistentes (rojo), a partir del exponente n que ajusta las curvas IDF de 67 estaciones de la AEMET (2003). El mapa ha sido obtenido mediante *kriging multivariable*, teniendo en cuenta la distancia, las dependencias regionales con la altura y la distancia al mar, así como la orientación de las vertientes.

que presenta una importante persistencia de la lluvia con los vientos del sur de los típicos frentes atlánticos.

- Los climas cuyas precipitaciones máximas están dominadas por convección (climas del interior) presentan índices más altos indicando una menor duración de las precipitaciones máximas. En este caso encontramos dos grandes áreas: el interior del este y el interior del norte peninsular. Así mismo cabe destacar que en el sur de los Pirineos y en el noreste de la Cordillera Subbética encontramos dos zonas con un índice n muy elevado que posiblemente se deba a la escasa presencia de persistencia pluviométrica, al menos durante las precipitaciones máximas.

Sin embargo disponemos de pocos datos para poder analizar tanto la coherencia espacial por proximidad y similitud como para poder caracterizar de forma detallada a todas las regiones, donde ahora no hay datos (Pirineos, Sistema Ibérico, etc.).

4 Conclusiones

Las curvas IDF de cualquier estación analizada de España pueden escribirse de la forma de la Ecuación 20.

Existen muchas formas equivalentes, pero esta expresión tiene ventajas respecto a las demás:

- Es sencilla. Sólo necesita un parámetro adimensional, n_{med} , y un punto arbitrario $I(t_0, p_0)$.
- Contiene tanto la dependencia con el período de retorno como la dependencia de la duración de la precipitación.
- Es intuitiva. Contiene significado físico respecto a la atenuación con el tiempo, mediante un índice entre 0 y 1, al igual que la distribución temporal de un chubasco aislado.

Si atendemos al índice n característico, podemos distinguir dos grandes grupos de climas en la Península Ibérica:

- Los climas cuyas precipitaciones máximas están dominadas por la advección marítima (corriente zonal, late-

ral y antizonal) presentan un índice n más bajo, indicando una mayor persistencia de las intensidades más altas. Podemos distinguir aproximadamente tres grupos: mitad oeste (zonal), litoral cantábrico (lateral) y litoral mediterráneo (antizonal).

- Los climas cuyas precipitaciones máximas están dominadas por convección (climas del interior) presentan índices más altos indicando una menor extensión temporal de las precipitaciones máximas.

Por lo tanto, por la propia definición climática del índice de distribución temporal relativa, n , asociado a la extremidad pluviométrica local, cualquier diferencia climática respecto al índice medio n_o será entendida como una anomalía, es decir, una variación climática local, o en todo caso una variabilidad intrínseca.

Agradecimientos. Agradecemos la colaboración de la Agencia Estatal de Meteorología por poner a disposición los diferentes datos de estaciones pluviométricas necesarios para elaborar el estudio comparativo de curvas IDF. Agradecemos la revisión y comentarios de G. Chust (AZTI).

Anexo A Justificación teórica de la ley de atenuación de las Intensidades Medias Máximas

Deseamos ver que la Intensidad Media Máxima sigue una distribución temporal de esta forma:

$$I(t) = I_0(t_0) \left(\frac{t_0}{t} \right)^n \quad (A1)$$

donde I es la IMM en un tiempo t , I_0 es la IMM en un tiempo de referencia t_0 , y n es un parámetro adimensional ajustable a los datos. Recordemos que la Intensidad Media Máxima se define como:

$$I(t) \equiv \frac{P_{max}(t)}{t} \quad (A2)$$

Para ello usaremos un esquema sencillo de un sistema general de precipitación intensa (ver Figura A1).

Podemos distinguir tres zonas “concéntricas” (con asimetría espacial):

- Área de formación, F : engloba todo el sistema.
- Área de maduración, M : engloba las precipitaciones intensas.
- Área de derrumbamiento, D : engloba el foco más intenso del sistema.

Lógicamente, la precipitación total máxima, P_F (obtenida en un punto), es mayor que la precipitación máxima durante la fase de maduración, P_M , y a su vez, ésta es mayor que la precipitación máxima del foco, P_D , ya que las primeras engloban las segundas. Es decir, $P_F = P_F^+ + P_M + P_F^-$ y $P_M = P_M^+ + P_D + P_M^-$, donde P_M^\pm es la precipitación de maduración de antes y después de

la fase de derrumbamiento, mientras que P_F^\pm es la precipitación en el área de formación, antes y después del área-fase de maduración. Por lo tanto:

$$\begin{aligned} P_D \leq P_M &\rightarrow I_D t_D \leq I_M t_M &\rightarrow \frac{I_D}{I_M} \leq \frac{t_M}{t_D} \\ P_M \leq P_F &\rightarrow I_M t_M \leq I_F t_F &\rightarrow \frac{I_M}{I_F} \leq \frac{t_F}{t_M} \end{aligned} \quad (A3)$$

donde I_F es la Intensidad Media Máxima en el área de formación total (de duración t_F), mientras que I_M es la Intensidad Media Máxima en el área de maduración (de duración t_M), e I_D es la Intensidad Media Máxima en el área de derrumbamiento (de duración t_D).

Por otro lado, sabemos que la Intensidad Media Máxima en el área de derrumbamiento es mayor, por definición, que la intensidad media en el área de maduración, y ésta a su vez es mayor que la intensidad media en el área total de formación:

$$\begin{aligned} I_D \leq I_M &\rightarrow 1 \leq \frac{I_D}{I_M} \\ I_M \leq I_F &\rightarrow 1 \leq \frac{I_M}{I_F} \end{aligned} \quad (A4)$$

A partir de las Ecuaciones A3 y A4, obtenemos que:

$$\begin{aligned} 1 &\leq \frac{I_D}{I_M} \leq \frac{t_M}{t_D} \\ 1 &\leq \frac{I_M}{I_F} \leq \frac{t_F}{t_M} \end{aligned} \quad (A5)$$

Puesto que los tiempos cumplen que $t_F \leq t_M \leq t_D$, la función más sencilla de los tiempos que satisface la Ecuación A5 es:

$$\begin{aligned} 1 &\leq \left(\frac{t_M}{t_D} \right)^n \leq \frac{t_M}{t_D} \\ 1 &\leq \left(\frac{t_F}{t_D} \right)^n \leq \frac{t_F}{t_M} \end{aligned} \quad (A6)$$

donde n es un parámetro entre 0 y 1. Juntando las Ecuaciones A5 y A6 vemos que siempre podemos ajustar un valor de n tal que:

$$\begin{aligned} \frac{I_D}{I_M} &= \left(\frac{t_M}{t_D} \right)^n \\ \frac{I_M}{I_F} &= \left(\frac{t_F}{t_M} \right)^n \end{aligned} \quad (A7)$$

Por lo tanto, generalizando la Ecuación A7 para todas las Intensidades Medias Máximas, obtenemos:

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{t_0}{t} \right)^n \quad (A8)$$

donde I es la Intensidad Media Máxima para un tiempo de promedio t , mientras que I_0 es la intensidad de referencia para un tiempo de promedio t_0 , y n es un parámetro adimensional entre 0 y 1. Empíricamente se comprueba que el parámetro n es aproximadamente independiente del tiempo y de la intensidad de referencia (Moncho, 2008).

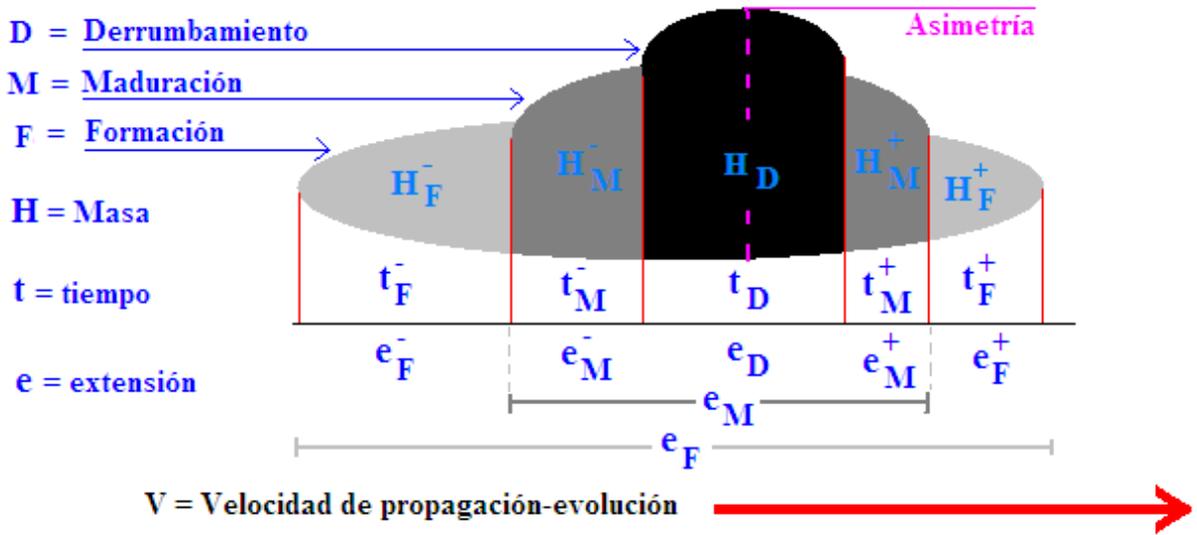


Figura A1. Esquema general de un sistema precipitante, donde P es la precipitación media asociada a cada nivel de desarrollo del sistema, y e es la extensión o duración total que engloba las distintas fases de la precipitación coexistentes.

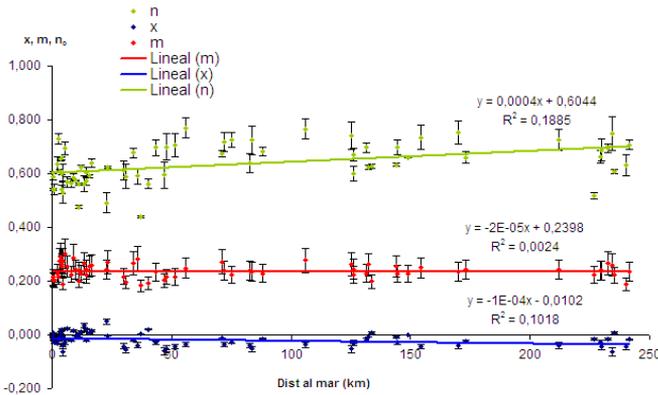


Figura B1. Comparación entre los índices adimensionales de la curva IDF-IMM, en función de la distancia al mar.

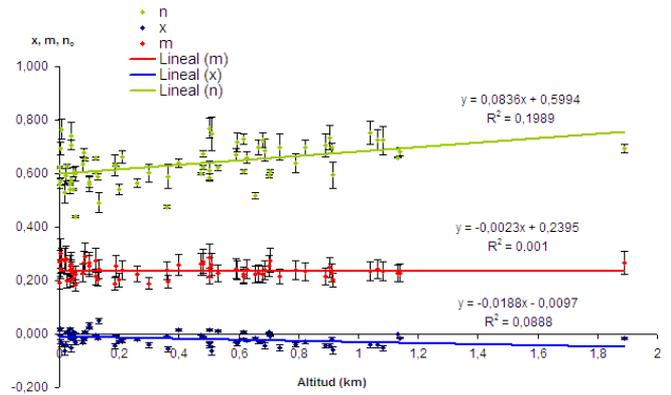


Figura B2. Comparación entre los índices adimensionales de la curva IDF-IMM, en función de la altura.

Anexo B Tabla de los ajustes IMM a las curvas IDF de un conjunto de 67 estaciones meteorológicas con pluviógrafo, de la Agencia Estatal de Meteorología (AEMET, 2003). Los tiempos de referencia son 60 minutos para el tiempo de promedio (t_0) y 25 años para el período de retorno (p_0)

En la Tabla B1, $I(t_0, p_0)$ es el valor de la intensidad máxima obtenido directamente de la curva IDF para el período de retorno p_0 y la duración t_0 ; mientras que $I(t_0, p_0)'$ es el valor de la intensidad máxima obtenido del ajuste de tipo IMM realizado sobre los valores de intensidad

de la curva IDF, siendo la intensidad de referencia para el período de retorno p_0 y la duración t_0 :

$$I(t_0, p) = I(t_0, p_0)' \left(\frac{p}{p_0} \right)^m \tag{B1}$$

donde m es el exponente ajustado y tabulado en la tabla anterior. Obsérvese que, teóricamente, ambos valores de la intensidad de referencia deberían coincidir si el ajuste fuese perfecto (sólo habría un parámetro ajustable, m , que sería adimensional, ya que la intensidad de referencia sería un punto arbitrario de la curva, cualquiera de los datos a ajustar).

Por otro lado, $n(p_0)$ es el valor del exponente obtenido directamente del ajuste de la distribución temporal de

Tabla B1. Ajustes IMM a las curvas IDF.

Identificador de estación	$I(t_0, p_0)$ Valor IDF	$I(t_0, p_0)$ de la Ecuación B1	m	$\varepsilon(m)$	n_{med}	$\varepsilon(n_{med})$	$n(p_0)$ de la Ecuación B2	$n(p_0)'$ de la Ecuación B3	x	$\varepsilon(x)$
0034 Valls (Tarragona)	57.7	73.2	0.256	0.028	0.592	0.006	0.591	0.591	0.007	0.004
0111 Sallent Cabrianes	40.1	46.9	0.192	0.016	0.563	0.018	0.562	0.561	0.021	0.002
0201 Barcelona centro	48.4	50.9	0.276	0.032	0.657	0.006	0.658	0.658	-0.007	0.001
0222 Caldes de Montbui	59.1	75.3	0.270	0.030	0.625	0.004	0.625	0.625	-0.004	0.004
0225 Sabadell	52.6	57.6	0.259	0.028	0.643	0.015	0.641	0.641	0.016	0.006
0370 Girona	62.3	67.9	0.242	0.025	0.498	0.037	0.493	0.492	0.049	0.003
0429 Figueres	47.1	50.4	0.265	0.030	0.566	0.029	0.562	0.562	0.035	0.002
1024E San Sebastián Igueldo	43.7	45.5	0.229	0.023	0.632	0.027	0.634	0.635	-0.031	0.003
1082 Bilbao Sondica	36.2	35.8	0.242	0.025	0.574	0.002	0.574	0.575	-0.003	0.001
1110 Santander Centro	32.5	33.2	0.224	0.021	0.598	0.028	0.599	0.599	-0.032	0.002
1208 Gijón	28.6	28.2	0.207	0.019	0.544	0.005	0.542	0.541	0.007	0.004
1212 Arnao	24.3	20.2	0.205	0.018	0.590	0.012	0.589	0.587	-0.014	0.018
1387 La Coruña	25.3	24.6	0.214	0.020	0.602	0.005	0.603	0.604	-0.005	0.009
1428 Santiago Compostela	30.0	29.1	0.195	0.017	0.587	0.046	0.589	0.590	-0.056	0.008
1495 Vigo Peinador	33.1	30.5	0.225	0.021	0.563	0.016	0.564	0.565	-0.020	0.005
1496 Gondomar (Pontevedra)	29.7	33.0	0.203	0.018	0.540	0.020	0.541	0.541	-0.026	0.003
1499 Lugo punto centro	29.8	32.6	0.217	0.021	0.607	0.035	0.610	0.611	-0.042	0.004
1549 Ponferrada	23.3	22.8	0.236	0.024	0.717	0.053	0.722	0.724	-0.053	0.001
2030 Soria	26.5	27.4	0.229	0.022	0.693	0.018	0.696	0.698	-0.018	0.001
2139 Linares Arroyo (Seg.)	24.8	26.1	0.249	0.027	0.729	0.043	0.734	0.735	-0.043	0.002
2243 Pantano Aguilar (Pal.)	23.7	23.2	0.216	0.021	0.703	0.043	0.706	0.707	-0.043	0.003
2331 Burgos Villafria	26.2	27.2	0.229	0.022	0.684	0.014	0.684	0.683	-0.014	0.007
2363 Pantano Compuerto (P.)	28.4	33.3	0.216	0.021	0.693	0.050	0.697	0.699	-0.051	0.004
2422 Valladolid	24.9	24.8	0.227	0.023	0.662	0.001	0.661	0.661	0.000	0.004
2444 Ávila	28.8	32.0	0.266	0.030	0.696	0.017	0.696	0.695	-0.017	0.002
2462 Navacerrada puerto	29.7	23.9	0.225	0.022	0.517	0.012	0.518	0.518	-0.017	0.004
2614 Zamora	20.4	22.1	0.235	0.024	0.749	0.042	0.753	0.753	-0.040	0.009
2633 Pantano Porma (León)	24.1	19.8	0.202	0.019	0.591	0.049	0.595	0.596	-0.060	0.002
2661 León	21.7	19.1	0.241	0.025	0.630	0.035	0.636	0.639	-0.040	0.010
2867 Salamanca Matacán	27.3	27.2	0.242	0.025	0.721	0.040	0.724	0.725	-0.040	0.010
3013 Molina de Aragón	29.7	30.7	0.228	0.022	0.695	0.027	0.699	0.700	-0.029	0.005
3195 Madrid Retiro	25.7	26.2	0.240	0.025	0.683	0.040	0.687	0.688	-0.043	0.010
3196 Cuatro Vientos Madrid	25.3	25.7	0.222	0.021	0.609	0.008	0.609	0.609	0.008	0.001
3200 Getafe base aérea	23.9	25.4	0.241	0.025	0.658	0.024	0.662	0.664	-0.026	0.003
3259 Toledo	25.5	25.1	0.236	0.024	0.705	0.017	0.707	0.707	-0.018	0.006
3469 Cáceres	31.5	32.7	0.244	0.025	0.658	0.023	0.660	0.660	-0.025	0.014
4121 Ciudad Real	24.2	24.3	0.260	0.030	0.741	0.062	0.749	0.750	-0.063	0.010
4245 Guadalupe (Cáceres)	27.5	19.6	0.188	0.017	0.627	0.040	0.630	0.631	-0.045	0.009
4452 Talavera (Badajoz)	31.8	32.9	0.256	0.027	0.630	0.007	0.632	0.632	-0.008	0.009
4478 Badajoz	28.5	30.7	0.198	0.017	0.628	0.007	0.628	0.629	0.008	0.002
4605 Huelva	36.8	42.2	0.227	0.022	0.621	0.010	0.621	0.622	0.010	0.007
5530 Granada	20.6	20.4	0.234	0.024	0.694	0.028	0.696	0.696	-0.028	0.005
5911 Grazalema	43.5	38.9	0.183	0.015	0.442	0.003	0.441	0.440	0.004	0.007
6000A Melilla	35.5	37.2	0.255	0.027	0.573	0.019	0.570	0.570	0.023	0.011
6006 Algeciras	31.6	34.6	0.190	0.016	0.601	0.035	0.602	0.602	-0.040	0.003
6024 Pan. Guadarranque	33.4	32.2	0.238	0.024	0.474	0.006	0.476	0.476	-0.009	0.010
6120 Pan. Guadalupe (Ma)	32.1	29.6	0.284	0.033	0.583	0.029	0.589	0.591	-0.038	0.015
6172 Málaga 'jardín observ.'	42.3	46.9	0.275	0.032	0.523	0.043	0.530	0.531	-0.062	0.006
6325O Almería	29.0	32.5	0.301	0.038	0.689	0.024	0.693	0.694	-0.026	0.007
7031 San Javier	41.5	44.5	0.291	0.035	0.654	0.007	0.653	0.653	0.007	0.004
7228 Alcantarilla (Murcia)	41.3	44.6	0.266	0.029	0.676	0.018	0.678	0.678	-0.020	0.001
8025 Alicante	50.4	55.7	0.275	0.032	0.606	0.006	0.608	0.608	-0.007	0.002
8175 Albacete	39.1	38.6	0.277	0.032	0.760	0.037	0.765	0.765	-0.036	0.002
8416 Valencia	54.6	51.9	0.255	0.028	0.545	0.015	0.543	0.541	0.019	0.006
8500A Castelló	60.1	71.4	0.262	0.028	0.602	0.004	0.602	0.602	-0.005	0.001
9121 Haro (La Rioja)	21.3	21.9	0.272	0.031	0.674	0.012	0.674	0.673	-0.013	0.009
9148 Logroño	28.3	29.6	0.240	0.025	0.712	0.035	0.717	0.719	-0.035	0.009
9171 Cabreja (Navarra)	24.3	21.2	0.225	0.022	0.723	0.027	0.725	0.726	-0.026	0.004
9434 Zaragoza aeropuerto	28.0	28.4	0.263	0.029	0.623	0.008	0.624	0.625	-0.008	0.011
9443 Pan. Mezalocha (Zar.)	30.1	29.5	0.244	0.026	0.666	0.024	0.670	0.671	-0.026	0.004
9771 Lleida	40.1	43.7	0.248	0.026	0.764	0.037	0.768	0.770	-0.035	0.007
9898 Huesca Monflorite	21.2	19.1	0.262	0.030	0.730	0.051	0.738	0.740	-0.053	0.011
9980 Tortosa (Tarragona)	56.4	67.4	0.225	0.022	0.602	0.018	0.604	0.605	-0.021	0.004
9981A Tortosa Roquetas	53.6	58.4	0.243	0.025	0.573	0.015	0.571	0.571	0.018	0.015
B228 Palma ciudad	33.2	37.5	0.215	0.021	0.728	0.020	0.729	0.729	-0.019	0.002
C447A Tenerife N. Rodeos	28.3	25.2	0.200	0.018	0.562	0.005	0.562	0.561	0.005	0.009
C449C Sta. Cruz de Tenerife	29.4	29.9	0.288	0.035	0.586	0.013	0.585	0.586	0.016	0.003
Media	33.9	31.7	0.239	0.025	0.633	0.023	0.634	0.635	-0.018	0.931
Desviación típica	11.0	10.2	0.027	0.005	0.072	0.015	0.073	0.074	0.025	0.116

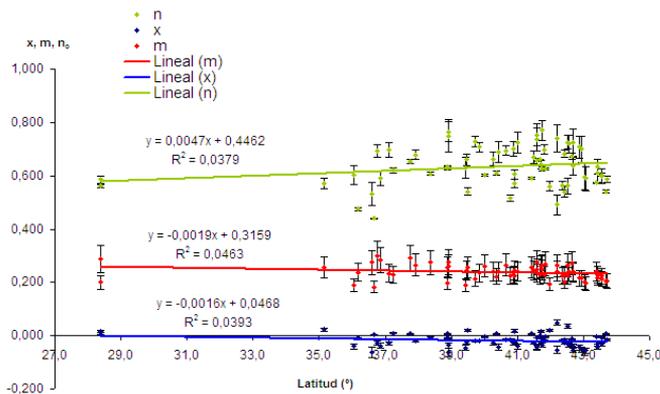


Figura B3. Comparación entre los índices adimensionales de la curva IDF-IMM, en función de la latitud.

las intensidades de la curva IDF, para cada período de retorno p_0 :

$$I(t) = I(t_0) \left(\frac{t_0}{t} \right)^n \rightarrow I(t, p_0) = I(t_0, p_0) \left(\frac{t_0}{t} \right)^{n(p_0)} \quad (B2)$$

Es decir, identificaremos directamente los valores de $n(p_0)$, como los exponentes de la curva IDF (obtenidos de los ajustes de la Ecuación B2). Mientras que $n(p_0)'$ es el valor del exponente de referencia que ajusta a su vez todos los exponentes de las curvas IDF, según la expresión:

$$n(p) = n(p_0)' \left(\frac{p_0}{p} \right)^x \quad (B3)$$

Recordemos que la expresión completa de las curvas IDF es, desarrollándola con las Ecuaciones B1 y B3:

$$IDF \equiv I(t, p) = I(t_0, p_0) \left(\frac{p}{p_0} \right)^m \left(\frac{t_0}{t} \right)^{n(p_0)' \left(\frac{p_0}{p} \right)^x} \quad (B4)$$

Sin embargo, hemos visto que aproximadamente $x \approx 0$, por lo que es mejor definir un exponente medio, n_{med} , que teóricamente es $n_{med} = n(p_0)$, para $x = 0$. Este exponente medio es el que encontramos en la Ecuación B5:

$$I(t, p) \approx I(t_0, p_0) \left(\frac{p}{p_0} \right)^m \left(\frac{t_0}{t} \right)^{n_{med}} \quad (B5)$$

En las Figuras B1, B2 y B3 hemos analizado la dependencia con la distancia al mar, con la altura y con la latitud de los tres índices exponenciales n_{med} , m , x , de las Ecuaciones B3 y B5.

n_0 = Exponente del ajuste de las curvas IDF-IMM de la Ecuación B5, que es aproximadamente el exponente medio (independiente del período de retorno). Obsérvese que es el índice más variable de todos, tanto en cuanto a dispersión (fuerte dependencia local) como a variación con las variables consideradas (ligera dependencia con la altura y la distancia

al mar -Figura B2 y Figura B1-, y por lo tanto probablemente depende del clima).

m = Exponente de los períodos de retorno. En este caso la dependencia con cualquier parámetro geográfico es prácticamente nula. Con esto deducimos que m es una constante, al menos para el territorio considerado, y que la variabilidad observada es probablemente ruido condicionado a los datos (ver Figura B1, Figura B2 y Figura B3).

x = Exponente de la variabilidad de n respecto a los períodos de retorno. En este caso también existe una pequeña variación respecto al clima, pero en cualquier caso x es cercano a 0, por lo que lo podemos despreciar (ver Figura B1, Figura B2 y Figura B3).

Referencias

AEMET, 2003: CURVAS de intensidad - duración - frecuencia [Archivo de ordenador]: Estructura temporal de la precipitación, AEMET, Madrid, 1 disco compacto; 12 cm. D. L. M. 53200-03. ISBN 84-8320-258-1.

Chow, V. T., 1962: Hydrologic determination of waterway areas for drainage structures in small drainage basins, Engrg. Experimental Station, Univ. of Illinois, Urbana, I11, Illinois, bulletin No. 462.

Etoh, T., Murota, A., y Nakanishi, M., 1986: SQRT-Exponential Type Distribution of Maximum, Hydrologic Frequency Modelling, V. P. Shing (ed.), Reidel Pub. Com. U.S.A., Louisiana State University, proceedings of the International Symposium on Flood Frequency and Risk Analyses, 14-17 May 1986, pp. 253-264.

Ferrer, F. J., 1996: El modelo de función de distribución SQRT-ET max en el análisis regional de máximos hidrológicos : aplicación a lluvias diarias, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid.

Ghahraman, B. y Hoss Eini, S. M., 2005: *A new investigation on the performance of rainfall IDF models*, Iran J Sci Technol Trans B-Eng, **29**.

Moncho, R., 2008: *Análisis de la intensidad de precipitación. Método de la intensidad contigua*, RAM3, **Enero**.

M.O.P.U., 1990: Unidades hidrogeológicas de la España peninsular e Islas Baleares, Informaciones y estudios n° 52. Servicio Geológico, Madrid.

NASA, 2008: *Global Temperature Trends: 2007 Summation*, DATASETS & IMAGES in GISS Surface Temperature Analysis.

NOAA, 2008: *Climate of 2007 Annual Report*, National Climatic Data Center, **15 January**.

Pereyra-Díaz, D., Pérez-Sesma, J. A. A., y Gómez-Romero, L., 2004: *Ecuaciones que estiman las curvas Intensidad-Duración-Período de retorno de la lluvia*, GEOS, **24**, 46-56.

Remenieras, G., 1970: L'Hydrologie de L'ingénieur. Collection du Recherches et D'essais de Chatou, Water Affair Publication, Ministry of Energy, 1, 383, translated to Persian by: H. Sedghi.

Sherman, C., 1931: *Frequency and intensity of excessive rainfall at Boston, Massachusetts*, Transactions, American Society of Civil Engineers, **95**, 951-960.

Témez, J., 1978: Cálculo Hidrometeorológico de caudales máximos en pequeñas cuencas naturales, Dirección General de Carreteras, Madrid, p. 111.