



OŚRODEK
ROZWOJU
EDUKACJI

Tomasz Wójtowicz

Aktywnie na matematyce

Program nauczania matematyki
dla IV etapu edukacyjnego
– poziom podstawowy i rozszerzony

AKTYWNIEMATEMATYCE

Program nauczania matematyki IV etap edukacyjny

Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym
i rozszerzonym



Przedmowa

"Matematyka jest produktem myśli ludzkiej, niezależnej od doświadczenia, jednak wspaniale pasuje do świata realnego i tak świetnie go tłumaczy"
Albert Einstein

„W matematyce nie ma drogi specjalnie dla królów” – te słowa słynnego matematyka Euklidesa są myślą przewodnią, która przyświeca założeniom mojego programu. Program nauczania matematyki „Aktywnie na matematyce” przeznaczony jest dla szkoły ponadgimnazjalnej kończącej się maturą o kształceniu ogólnym w zakresie podstawowym i rozszerzonym. Jest też podsumowaniem mojego dotychczasowego, dwuletniego doświadczenia pracy w szkole. Głównymi dokumentami, na których opierałem się w opracowaniu tego programu są:

- ✓ Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 06 stycznia 2009 r. w sprawie dopuszczenia do użytku szkolnego programów wychowania przedszkolnego, programów nauczania i podręczników oraz cofania dopuszczenia. Dz.U Nr 4 poz.18
- ✓ Ustawa o Systemie Oświaty z dnia 07 września 1991r. (Dz.U z 2004r. Nr 255 poz.2572, z póź zm.),
- ✓ Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 grudnia 2008 r. w sprawie podstawy programowej kształcenia ogólnego dla poszczególnych typów szkół.

Zaproponowana przeze mnie koncepcja pracy z uczniem powinna przekonać każdego pedagoga, że aby być dobrym nauczycielem trzeba nad tym pracować całe życie, poszukiwać dobrych pomysłów i je wypróbować. W tym programie proponuje się rewolucję w uczeniu, która pomoże każdemu młodemu człowiekowi uczyć się znacznie szybciej i lepiej, by zapewnić w dowolnej formie natychmiastowy dostęp do światowych zasobów informacji. Proponuję zatem zmienić sposób, w jaki uczy się świat, tak żeby wykorzystać najlepsze metody przyspieszonego uczenia,

maksymalnie uprościć sposób przekazywania materiału i wybrać wiedzę, która będzie przydatna w życiu codziennym. Wiemy, że każdy z nas ma odrębny styl nauki, pracy i myślenia, dlatego musimy pamiętać o tym, że najlepsze rezultaty daje wykonywanie tego, czego chcemy się nauczyć. W programie kładzie się duży nacisk na najbardziej efektywną naukę, która wypływa z własnej chęci uczenia się – stworzymy przy tym środowisko i dostarczymy odpowiednich narzędzi w taki sposób, aby młody człowiek stał się entuzjastycznie nastawionym samoukiem. Po zakończeniu pracy z tym programem uczeń będzie w pełni świadomy tego, że uczy się w celu nabycia wiedzy i umiejętności oraz dowiaduje się, jak można to zrobić łatwiej, lepiej i szybciej. Ważne jest też, by rozwinął ogólną umiejętność myślenia – jak stosować te same lub pokrewne koncepcje w różnych dziedzinach, a przy tym odkrył swoje indywidualne umiejętności i postawy, które może łatwo zastosować we wszystkim, co robimy. Zadaniem nauczyciela będzie pobudzenie u ucznia jego inteligencji matematycznej i racjonalnej, tak by posiadał wielką łatwość posługiwania się liczbami, a także zdolność porządkowania rzeczywistości wszechświata i wyrażania jego charakterystyki w sposób logiczny, uwzględniając przy tym wykorzystanie wiedzy w formie racjonalnej.

I. Główne założenia programu i ich uzasadnienie

"Myślę, więc jestem"

Kartezjusz

Kształcenie ogólne na III i IV etapie edukacyjnym, choć realizowane w dwóch różnych szkołach, tworzy programowo spójną całość i jest fundamentem wykształcenia – otwiera proces kształcenia się przez całe życie. Wszystko opiera się na nowoczesnym modelu nauczania i indywidualnego uczenia się, w którym uczeń posiada zróżnicowane potrzeby, możliwości, preferencje, uzdolnienia i zainteresowania - rozwija w ten sposób swoje wrodzone predyspozycje na miarę swoich możliwości, jednak opanowuje kluczowe umiejętności. Nauczyciel jest dydaktykiem, który traktuje indywidualnie ucznia jako człowieka samodzielnego, stawiającego sobie cele, przezwyciężającego trudności w ich osiągnięciu, jeśli tylko stworzy mu warunki do rozpoznania jego mocnych stron i jak najlepszych wyników. Opierając się na założeniach nowoczesnego wzorca przyszłego systemu edukacji można wszystkie zadania realizować według następujących zasad:

- 1. Uczeń samodzielnie tworzy strategie rozwiązywania problemów, zaś nauczyciel tak planuje i przeprowadza proces edukacyjny, by uczeń mógł realizować swoje zainteresowania.*
- 2. Nauczyciel maksymalnie upraszcza sposób przekazywania materiału stosując przy tym najlepsze metody przyspieszonego uczenia.*
- 3. Uczniowi zapewnia się dostęp do nowoczesnych narzędzi, które sprawiają że nauka staje się przyjemniejsza i bardziej efektywna.*
- 4. Każdy uczeń rozpoznaje własny styl uczenia się i wykorzystuje różne rodzaje inteligencji.*
- 5. Sposób nauczania dostosowywany jest do indywidualnego stylu przyswajania wiedzy.*
- 6. Aktywność twórcza i twórcze myślenie jest gwarancją rozwoju ucznia.*

W procesie kształcenia ogólnego szkoła musi kształtować u uczniów takie postawy jak: odpowiedzialność, kreatywność, przedsiębiorczość, gotowość do uczestnictwa w kulturze, podejmowanie inicjatyw oraz chęć wzięcia udziału w pracy zespołowej.

Jeżeli jest to możliwe, uczniowie sami powinni mieć możliwość wyboru i ponosić odpowiedzialność za własną edukację. W książce G.Dryden i J. Vos pt.: „Rewolucja w uczeniu” czytamy, że „umysł rozciągnięty nową ideą nigdy nie powraca do pierwotnych wymiarów”, zaś „człowiek najlepiej uczy się wówczas, gdy pomoże mu się samodzielnie odkrywać podstawowe zasady”, dlatego realizując koncepcję rewolucji w uczeniu proponuję zastąpienie procesu nauczania procesem uczenia się. Wtedy nauka może stać się bardziej efektywna, bo daje przyjemność czy sprawia radość i zgłębiana jest z wykorzystaniem wszystkich zmysłów.

Ponieważ nauczanie matematyki stanowi spójną całość, dlatego zakłada się że nauczyciel uczący w szkole ponadgimnazjalnej zna podstawy programowe z matematyki dla I, II i III etapu edukacyjnego wraz z wymaganymi osiągnięciami uczniów. Program jest zbudowany tak, żeby nauczyciel mógł zrealizować podstawę programową dla zakresu podstawowego (w wymiarze minimum 300 godzin) oraz zakresu rozszerzonego (w wymiarze minimum 180 godzin).

II. Cele ogólne i szczegółowe kształcenia i wychowania

Ukształtowanie u ucznia myślenia matematycznego jest głównym zadaniem kształcenia na IV etapie edukacyjnym. Uczeń powinien umiejętnie wykorzystywać narzędzia matematyczne w życiu codziennym oraz formułować sądy oparte na rozumowaniu matematycznym. Duży nacisk należy kłaść na myślenie naukowe – jako zdolność wykorzystania wiedzy o charakterze naukowym do identyfikowania i rozwiązywania problemów, a także formułowania wniosków opartych na obserwacjach empirycznych dotyczących przyrody i społeczeństwa. Podtrzymując ciągłość procesu edukacji należy kształtować u ucznia umiejętność wyszukiwania, selekcjonowania i krytycznej analizy informacji, szczególnie wykorzystując zdolność ucznia do pracy zespołowej. Nie jest możliwa realizacja tych założeń, jeżeli uczeń z pomocą nauczyciela nie rozpozna własnych potrzeb edukacyjnych.

Po zakończeniu edukacji w szkole ponadgimnazjalnej ukształtuje się sylwetka absolwenta, który po zrealizowaniu zakresu podstawowego wyposażony jest w umiejętności wykorzystywane w życiu codziennym oraz takiego, który jest przygotowany do kontynuowania nauki na studiach wyższych po edukacji na poziomie rozszerzonym.

Jak czytamy w podstawie programowej kształcenia ogólnego **celem ogólnym** kształcenia na III i IV etapie edukacyjnym jest:

1. Przystwojenie przez uczniów określonego zasobu wiadomości na temat faktów, zasad, teorii i praktyki.
2. Zdobycie przez uczniów umiejętności wykorzystania posiadanych wiadomości podczas wykonywania zadań i rozwiązywania problemów.
3. Kształtowanie u uczniów postaw warunkujących sprawne i odpowiedzialne funkcjonowanie we współczesnym świecie.

Kształcenie należy traktować jako działanie edukacyjne zrównoważone w aspektach emocjonalnym i poznawczym – inaczej wychowawczym i dydaktycznym. Biorąc pod uwagę zmiany zachodzące we współczesnym świecie można ukształtować sylwetkę ucznia szkoły ponadgimnazjalnej, który jest samoukiem, nowoczesnym

matematykiem oraz indywidualistą, który potrafi rozwinąć myślenie matematyczne i przyswoić podstawowe umiejętności.

Ucząc dobrej organizacji pracy, wyrabiając dociekliwość i krytycyzm, pokazując uczniowi, że umiejętności matematyczne są niezbędne do funkcjonowania w życiu codziennym, wzbudzając aktywność umysłową oraz rozwijając zdolności poznawcze należy zrealizować poniższe szczegółowe cele kształcenia i wychowania.

Szczegółowe cele kształcenia i wychowania:

1. Pobudzanie inteligencji matematycznej (jako jednego z rodzajów inteligencji wg Howarda Gardnera):

Uczeń:

- ✓ wykształca umiejętność logicznego argumentowania,
- ✓ buduje odpowiedni model matematyczny, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia,
- ✓ operuje obiektami matematycznymi i używa języka matematyki do opisu rozumowania,
- ✓ umiejętnie formułuje hipotezy wraz z ich uzasadnieniem,
- ✓ planuje strategię rozwiązania problemu,
- ✓ tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia ich poprawność,
- ✓ rozwija wyobraźnię przestrzenną i myślenie abstrakcyjne.

2. Przystwojenie podstawowych umiejętności matematycznych:

Uczeń:

- ✓ zna i rozumie definicje, pojęcia i twierdzenia matematyczne,
- ✓ sprawnie wykonuje obliczenia,
- ✓ sprawdza poprawność hipotez matematycznych dobierając odpowiednie przykłady,
- ✓ potrafi zinterpretować tekst matematyczny,
- ✓ kształtuje umiejętność konstruowania wykresów,
- ✓ definiuje pojęcia, podaje przykłady i kontrprzykłady,
- ✓ wykonuje działania na liczbach i wyrażeniach algebraicznych,
- ✓ prowadzi proste rozumowanie, które zawiera określoną liczbę kroków, ustala

kolejność czynności, a następnie po rozwiązaniu problemu wyciąga odpowiednie wnioski,

- ✓ stosuje podany wzór lub przepis postępowania, wykonuje rutynową procedurę.

3. Kształtowanie umiejętności samodzielnego uczenia się:

Uczeń:

- ✓ wybiera najlepszą, niezbędną wiedzę przedmiotową,
- ✓ poznaje wiedzę matematyczną w maksymalnie uproszczony sposób jej przekazywania,
- ✓ kształtuje umiejętności matematyczne poprzez to co robi, wyobraża sobie i czuje,
- ✓ wie, w jaki sposób się uczyć oraz uczy się jak myśleć,
- ✓ poznaje najnowsze sposoby przypomnienia sobie tego, czego się nauczył,
- ✓ jest ukierunkowany na zdobycie wiedzy dostosowanej do jego możliwości i tempa rozwoju,
- ✓ rozwija zdolności i zainteresowania matematyczne,
- ✓ jest kreatywny i samodzielnie zdobywa wiedzę.

4. Wspieranie indywidualnego rozwoju ucznia:

Uczeń:

- ✓ zadaje pytania, dostrzega problemy,
- ✓ właściwie planuje swoją pracę,
- ✓ chętnie podejmuje współpracę,
- ✓ wybiera własną strategię rozwiązywania problemu,
- ✓ wykonuje zadania dostosowane do jego tempa rozwoju oraz możliwości,
- ✓ jest odpowiedzialny za powierzone mu zadania.

5. Prezentowanie postawy „nowoczesnego matematyka”:

Uczeń:

- ✓ prezentuje postawy poszukujące i krytyczne,
- ✓ jest dociekliwy i sprawnie operuje obiektami matematycznymi,

- ✓ dostrzega prawidłowości w życiu codziennym i przekłada je na język matematyki,
- ✓ wyznacza zależności w figurach i bryłach geometrycznych,
- ✓ wyszukuje, selekcjonuje oraz poddaje analizie informacje wyszukane w różnych źródłach,
- ✓ wykorzystuje nowoczesne technologie informacyjne,
- ✓ ma opanowaną umiejętność korzystania z literatury matematycznej,
- ✓ bierze udział w kołach zainteresowań oraz w działaniach promujących matematykę,
- ✓ ocenia efekty zastosowanej strategii.

Jak pisze B. Niemierko w książce pt.: „Ocenianie szkolne bez tajemnic” to właśnie o doborze czynności do opanowania decydują szczegółowe cele kształcenia, rozumiane jako zamierzone właściwości uczniów uzyskane przez opanowanie tych czynności. Szczegółowe cele kształcenia mają zatem za zadanie przewidywać najważniejsze wyniki kształcenia i świadczyć o jego wartości, a odpowiednio dobrane działanie edukacyjne powinno dokonać różnorodnych zmian w uczniach.

III. Treści kształcenia i założone osiągnięcia uczniów

„Kluczem do powodzenia w nauce i karierze zawodowej jest poznanie własnego stylu nauki i pracy.”

Barbara Prashing

Matematyka jest niezbędnym narzędziem i językiem potrzebnym do korzystania z dorobku naszej cywilizacji. Język ten jest trudny, wymaga wieloletniej, systematycznej nauki i co bardzo ważne – uczyć się go trzeba w odpowiednim wieku. W nauczaniu matematyki warto zastosować optymalną organizację materiału nauczania, gdyż wprowadzenie niektórych pojęć daje uczniowi możliwość zrozumienia całej konstrukcji matematyki szkolnej. Należy zwrócić uwagę na elementarny charakter matematyki, gdyż każde pojęcie może zostać wyabstrahowane z naturalnej matematyzacji znanych uczniowi stosunków rzeczywistych. Odpowiednio dobrane treści kształcenia pozwolą absolwentowi gimnazjum przejść w wiek licealny, który zmienia całe jego życie.

Poniżej przedstawiam cele kształcenia - wymagania ogólne dla poziomu podstawowego i rozszerzonego, jakie podaje podstawa programowa:

ZAKRES PODSTAWOWY	ZAKRES ROZSZERZONY
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	
Uczeń interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik.	Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.	Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.
III. Modelowanie matematyczne.	
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.	Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.

IV. Użycie i tworzenie strategii.	
Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.	Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu.
V. Rozumowanie i argumentacja.	
Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.	Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

Treści kształcenia mają układ spiralny, tzn. uporządkowane są w taki sposób, żeby można było do nich powracać i ciągle utrwać.

Program przewiduje realizację treści na poziomie podstawowym w cyklu minimum 300 godzin w 3-letnim okresie nauczania oraz minimum 180 godzin zakresu rozszerzonego (w każdej klasie przewiduje się 160 godzin). Pozostałe godziny w każdej klasie mogą zostać uzupełnione o treści wykraczające poza podstawę programową dla poziomu podstawowego i rozszerzonego, które umieszczono w tabeli pod treściami kształcenia dla klasy trzeciej. W klasie trzeciej przewiduje się 72 godziny do dyspozycji nauczyciela na przygotowanie do egzaminu maturalnego (w tym 32 godziny dla zakresu podstawowego i 40 godzin dla zakresu rozszerzonego).

Pod treściami kształcenia i założonymi osiągnięciami uczniów dla poziomu podstawowego i rozszerzonego podano przewidywaną liczbę godzin do ich realizacji. Liczba ta jest jednak uzależniona od specyfiki klasy, zaś nauczyciel powinien ją dostosowywać do możliwości i potrzeb uczniów.

Treści kształcenia i założone osiągnięcia uczniów – zakres podstawowy i rozszerzony

Klasa 1	Klasa 2	Klasa 3
<p>1. Liczby rzeczywiste. Uczeń: 1.1 przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. w postaci ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg), 1.2 oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych), 1.3 posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach, 1.4 oblicza potęgi o wykładnikach całkowitych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach całkowitych, 1.5 wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy np. fizyką, chemią i informatyką), 1.6 oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia, 1.7 posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej, 1.8 wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zyski z lokat.</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 1. 9 wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $x - a < b$, $x - a > b$,</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 19.</p>	<p>1. Liczby rzeczywiste. Uczeń: 1.1 korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu: $x^3 = -8$, 1.2 korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu: $x(x + 1)(x - 7) = 0$, 1.3 rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, 1.4 oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych, 1.5 wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym.</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 1.6 stosuje w obliczeniach wzór na logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu,</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 22.</p> <p>2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 2.1 dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$, 2.2 rozkłada wielomian na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias, 2.3 dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wielomiany,</p>	<p>1. Stereometria. Uczeń: 1.1 rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów, 1.2 rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów, 1.3 rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów, 1.4 rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami, 1.5 określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną, 1.6 stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 1.7 określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną, 1.8 określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa lub ostrosłupa płaszczyzną.</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 27.</p> <p>2. Elementy statystyki opisowej. Teoria</p>

<p>2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń: 2.1 używa wzorów skróconego mnożenia na $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$.</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 2.2 używa wzorów skróconego mnożenia na $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^3 - b^3$.</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 5.</p> <p>3. Równania i nierówności. Uczeń: 3.1 sprawdza, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania lub nierówności, 3.2 wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi, 3.3 rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, 3.4 rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą, 3.5 rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą,</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 3.6 stosuje wzory Viete'a, 3.7 rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem, 3.8 rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych, 3.9 stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$, 3.10 stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych, 3.11 rozwiązuje równania wielomianowe dające</p>	<p>2.4 wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych, 2.4 dodaje, odejmuje, mnoży, dzieli wyrażenia wymierne, rozszerza i (w łatwych przypadkach) skraca wyrażenia wymierne.</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 22.</p> <p>3. Funkcje. Uczeń: 3.1 szkicuje wykresy funkcji $f(x) = a/x$ dla danego a, korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, 3.2 szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw, 3.3 posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także osadzonych w kontekście praktycznym.</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 3.4 na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y= f(x)$, $y=f(x)$, $y=c*f(x)$, $y=f(c*x)$, 3.5 szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami, odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 18.</p> <p>4. Ciągi. Uczeń: 4.1 wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym, 4.2 bada, czy dany ciąg jest geometryczny lub</p>	<p>prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń: 2.1 oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretujemy te parametry dla danych empirycznych, 2.2 zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania. 2.3 oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 2.4 wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych, 2.5 oblicza prawdopodobieństwo warunkowe, 2.6 korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 35.</p> <p>3. Rachunek różniczkowy. Uczeń: 3.1 oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych, 3.2 oblicza pochodne funkcji wymiernych, 3.3 korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej 3.4 korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności</p>
--	--	---

<p><i>się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych,</i> 3.12 rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe, 3.13 rozwiązuje nierówności wymierne, 3.14 rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną.</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 18.</p> <p>4. Funkcje. Uczeń: 4.1 określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego, 4.2 oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość, 4.3 odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą), 4.4 na podstawie wykresu funkcji $y=f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y=f(x+a)$, $y=f(x) + a$, $y=-f(x)$, $y = f(-x)$, 4.5 rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając ze wzoru, 4.6 wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub jej wykresie, 4.7 interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej, 4.8 szkicuje wykres funkcji kwadratowej, 4.9 wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie, 4.10 interpretuje współczynniki występujące we</p>	<p>arytmetyczny, 4.3 stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego, 4.4 stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 4.5 wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym, 4.6 oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $1/n$, $1/n^2$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów, 4.7 rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy.</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 29.</p> <p>5. Planimetria. Uczeń: 5.1 stosuje zależności między kątem środkowym i wpisanym, 5.2 korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych.</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 5.3 stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i opisane na okręgu, 5.4 znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i cosinusów.</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 23.</p> <p>6. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne. Uczeń:</p>	<p>funkcji, 3.5 znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych, 3.6 stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 26.</p> <p>Treści wykraczające poza podstawę programową dla poziomu podstawowego i rozszerzonego: Uczeń: - opanował prawa rachunku zdań, - zna iloczyn kartezjański zbiorów, - stosuje zasadę indukcji matematycznej, - rozwiązuje układy równań liniowych metodą wyznaczników, - wykorzystuje sito Eratostenesa, - stosuje ułamki łańcuchowe, - wie, na czym polega programowanie liniowe, - wielomiany dwóch zmiennych, - stosuje macierze do rozwiązywania układów równań liniowych, - poznał geometrię nieeuklidesową, - stosuje wzory Cardano, - posługuje się schematem Hornera, - opanował wiadomości nt. hiperboli, - stosuje wyrażenia wymierne dwóch zmiennych, - konstruuje kąt o danej wartości funkcji trygonometrycznej, - podaje przykłady fraktali, - rysuje krzywe stożkowe.</p>
---	--	--

<p>wzorce funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, iloczynowej i kanonicznej, 4.11 wyznacza wartość największą i najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale, 4.12 wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych (także osadzonych w kontekście praktycznym).</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 71.</p> <p>5. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń: 5.1 wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej), 5.2 bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych, 5.3 wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt, 5.4 oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych, 5.5 wyznacza współrzędne środka odcinka, 5.6 oblicza odległość dwóch punktów, 5.7 znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta,) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 5.8 interpretuje graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności,</p>	<p><i>Treści rozszerzone:</i> 6.1 szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw, 6.2 posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym,</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 16.</p> <p>7. Trygonometria. Uczeń: 7.1 korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (z tablic lub kalkulatora), 7.2 oblicza miarę kąta ostrego dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość,</p> <p><i>Treści rozszerzone:</i> 7.3 stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie, 7.4 wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus, tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego), 7.5 wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych, 7.6 posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych, 7.7 stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów, 7.8 rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne.</p> <p>Przewidywana liczba godzin do realizacji: 30.</p>
---	--

5.9 bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych,
5.10 wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt,
5.11 oblicza odległość punktu od prostej,
5.12 posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ oraz opisuje koło za pomocą nierówności,
5.10 wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu,
5.11 oblicza współrzędne oraz długość wektora, dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach,
5.12 stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.

Przewidywana liczba godzin do realizacji: 22.

6. Planimetria. Uczeń:

6.1 rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów,
6.2 korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o dwóch danych bokach i kącie między nimi.

Treści rozszerzone:

6.3 stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych,
6.4 znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.).

6.5 rozpoznaje figury podobne i jednokładne; wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności.

Przewidywana liczba godzin do realizacji: 19.

7. Trygonometria. Uczeń:

7.1 wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus, tangens kątów o miarach od 0 do 180 stopni,

7.2 stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi (jedynek trygonometryczna, wzory na $\text{tg}x$),

7.3 znając wartość jednej funkcji, sinus lub cosinus, wyznacza wartość pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.

Przewidywana liczba godzin do realizacji: 6.

IV. Sposoby osiągnięcia celów edukacyjnych

*"Twórcze myślenie to przełamywanie utartych schematów,
by spojrzeć na sprawy z różnych punktów widzenia"*

Dr Edward de Bono

Praca z programem nauczania "Aktywnie na matematyce" wymaga od nauczyciela zastosowania różnorodnych form i metod pracy z uczniami. Podstawą działania nauczyciela jest rzetelna diagnoza pedagogiczna pozwalająca nauczycielowi i uczniowi na rozpoznanie preferencji ucznia. Istotą nauczania jest, aby nauczyciel postawił dobrą diagnozę i dostosował metody i formy pracy do różnorodnych preferencji uczniów. W swojej pracy nauczyciel musi być efektywny tak, aby wybierać spośród metod nauczania najlepsze i tak przygotowywać lekcje, by odpowiadały indywidualnym potrzebom uczniów. Tworzenie przez nauczyciela środowiska dla procesu uczenia się jest pomocne w osiągnięciu celów realizowanych zajęć. Jak czytamy w książce „Rewolucja w uczeniu” przyspieszone uczenie się, na którym opiera się ten program jest:

- ❖ szybkie – bazuje na zintegrowanych półkulach mózgowych,
- ❖ syntetyczne,
- ❖ nastawione na rozwijanie kluczowych kompetencji i umiejętności,
- ❖ skoncentrowane na osiągnięciach,
- ❖ interaktywne – źródłem wiedzy jest nauczyciel, książka, całe środowisko i sam uczeń,
- ❖ gwarancją osiągnięcia potencjalnego rozwoju ucznia.

Uczeń może osiągnąć swój potencjalny rozwój, wtedy gdy będzie odnosił sukcesy w procesie kształcenia, a napotkane trudności będzie mógł pokonać. W tym ma pomóc program, który będzie realizował na miarę swoich możliwości. Dlatego istotne jest zastosowanie indywidualizacji nauczania, która jest niezbędnym elementem kształcenia matematycznego. Różnorodność metod pracy na lekcji oraz urozmaicony warsztat pracy nauczyciela powoduje, że lekcje są bardziej ciekawe i angażujące ucznia. W tym programie opieramy się na następujących działaniach w pracy nauczyciela z uczniem:

1. Prace o charakterze badawczym wraz z prezentacją ich wyników z wykorzystaniem technologii informacyjnej.
 2. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem ich w życiu codziennym.
 3. Działania praktyczne z dobieraniem i wykorzystywaniem różnorodnych modeli.
- Realizując program „Aktywnie na matematyce” należy zwrócić uwagę na następujące elementy kształcenia uczniów:

I. Organizacja pracy na lekcji.

Właściwa organizacja pracy na lekcjach jest ściśle związana z procesem dydaktycznym i wychowawczym. Powinna być taka, aby uczeń pewne prace mógł wykonywać samodzielnie, nie tylko te mechaniczne, ale i poznawcze. Należy pozwalać uczniowi na poznawanie pewnych partii materiału nauczania bez pomocy nauczyciela. Odpowiednie warunki organizacyjne mogą sprawić, że uczeń sam będzie dochodził do nowych rozwiązań, a nie czekał aż nauczyciel poda mu wszystko. Dlatego wskazane jest zwrócić uwagę na to, by:

- uczeń pełnił rolę badacza, a nauczyciel był współorganizatorem jego pracy,
- nauczyciel podsuwał uczniowi nowe pomysły, pomagał i nie dopuszczał do zniechęcenia w jego pracy,
- każde nowe odkrycie ucznia motywowało go do dalszych poszukiwań,
- zamiast odpytywać uczniów stwarzać sytuacje, w których można wiedzę zastosować praktycznie,
- pomagać uczniom planować własną drogę rozwoju,
- zapisywać tematy lekcji w różnej postaci np. *Rysujemy wykresy wielomianów z wykorzystaniem kalkulatora graficznego*. W ten sposób temat podaje uczniom treść i zakres pracy na lekcji, stawia uczniów w stan gotowości oraz koncentruje uwagę ucznia na określonej umiejętności,
- nauczyciel swoją postawą prezentował pozytywny przykład na lekcji w taki sposób, by był akceptowany przez młodzież,
- w każdym zespole jednostka czuła się bezpieczna i miała zapewnioną pomoc kolegów,
- stworzyć w sali miejsce do indywidualnej pracy ucznia, tak żeby pobudzić u niego aktywność twórczą i inspirację do samodzielnych poszukiwań,

- zgromadzić przed lekcją niezbędne materiały pomocnicze, które uatrakcyjnią zajęcia oraz będą miały związek z praktyką życia codziennego,
- zapewnić wszystkim uczniom możliwość wykazania się zaangażowaniem.

II. Odkrywanie i wspieranie zdolności wśród uczniów.

Praca z uczniem uzdolnionym powinna mieć charakter twórczy zarówno ze strony nauczyciela, jak i ucznia. Biorąc pod uwagę indywidualność każdego młodego człowieka, należy umożliwić mu rozwijanie talentów, kształtowanie własnej osobowości oraz przygotowanie do dalszego zdobywania wiedzy. Nauczyciel powinien pracować efektywniej, dostrzegać i wspierać rozwój intelektualny każdego ucznia, a wszystko może odbywać się poprzez:

1. Gromadzenie i uzupełnianie literatury z zakresu pracy z uczniami zdolnymi – dostępność również dla rodziców.
2. Stwarzanie uczniom możliwości prezentacji swojej wiedzy w szkole i poza nią np. na Olimpiadzie Matematycznej, festiwalach i projektach promujących matematykę, obozach naukowych, zawodach międzyszkolnych, wycieczkach edukacyjnych połączonych z udziałem np. w Dolnośląskich Meczach Matematycznych czy Ogólnopolskim Sejmiku Matematyków.
3. Motywowanie i inspirowanie uczniów poprzez stosowanie różnych form i metod nauczania, dostrzeganie najdrobniejszych osiągnięć, dostosowanie aktywizujących metod nauczania do stylów uczenia się – wprowadzenie cyklu przyspieszonego uczenia się.
4. Kontakty z instytucjami lub osobami, dzięki którym uczeń będzie mógł rozwijać swoje zdolności – wyjazdy na uczelnie wyższe na wykłady i warsztaty, a następnie dzielenie się zdobytymi doświadczeniami z innymi uczniami. Podjęcie próby prezentacji osiągnięć w mediach.
5. Promocję osiągnięć uczniów poprzez zorganizowanie *Gali Mistrzów* – uczniów wyróżniających się w naukach ścisłych (w tym matematycznych).
6. Realizację zadań wynikających z projektu Szkoła Odkrywców Talentów.
7. Proponowanie uczniowi indywidualnego toki nauki przy współpracy z Poradnią Psychologiczno – Pedagogiczną.

8. Stworzenie w szkole środowiska wspierającego uzdolnienia uczniów – umożliwienie uczniowi udziału w kółkach matematycznych, rozwijających inicjatywę i będących źródłem inspiracji do samorozwoju.
9. Prowadzenie *Portfolio Ucznia*, w którym umieszczona zostanie dokumentacja jego dotychczasowych osiągnięć, kserokopie dyplomów z konkursów matematycznych oraz potwierdzony zaświadczeniami udział ucznia w projektach, warsztatach, wykładach oraz wycieczkach edukacyjnych.
10. Udział ucznia w projektach edukacyjnych.

III. Planowanie procesu uczenia z wykorzystaniem metod aktywizujących.

Metoda aktywizująca to całokształt działań grupy i prowadzącego, służących uczeniu się przez doświadczanie. Obejmuje ona techniki aktywizujące oraz interwencje prowadzącego, które służą realizacji właściwego toku zajęć. W programie proponuje się zastosowanie cyklu przyspieszonego uczenia się, który składa się z kilku faz. Jak czytamy w książce „Rewolucja w uczeniu” każda z nich oraz jej miejsce w cyklu są jednakowo ważne. Zaliczamy do nich:

- ❖ Tworzenie środowiska wspierającego proces uczenia się – przekazanie przez nauczyciela wysokich oczekiwań w pozytywny sposób,
- ❖ Powiązanie treści nauczania – nauczyciel ma pomóc uczniowi w połączeniu przerabianych treści z poprzednimi tematami i powiązaniu następnych,
- ❖ Stworzenie ogólnego obrazu „przerabianego” tematu – zadajemy sobie nawzajem pytania związane z tematem,
- ❖ Określenie efektów – nauczyciel lub uczniowie mówią czego nauczą się podczas lekcji z użyciem pozytywnych stwierdzeń oraz mówią o efektach,
- ❖ Szczegółowe przedstawienie tematu – poinformowanie ucznia o temacie lekcji oraz o zagadnieniach wchodzących w jego zakres z wykorzystaniem systemów wizualnych,
- ❖ Ćwiczenia – rozwiązywanie zadań indywidualnie, w grupach i w parach, zachęcanie uczniów do samooceny, wykorzystanie wszystkich siedmiu typów inteligencji,
- ❖ Prezentacja – dzielenie się wiadomościami z wykorzystaniem np. technologii informacyjnej wraz z analizą procesów, które miały miejsce podczas uczenia się,

- ❖ Powtórka, przypomnienie i utrwalenie wiadomości z wykorzystaniem różnorodnych technik powtarzania wiadomości i wcześniej przygotowanym planem powtórki.

Jeżeli jest taka możliwość, należy wykorzystać w nauczaniu *technologię informacyjną*, za pomocą której można zapoznać ucznia z treściami matematyki w atrakcyjny sposób. Jest to również okazja do wdrożenia uczniów w nauczanie za pomocą e – lekcji, które zmuszają ucznia do systematycznej pracy. Użycie dostępnych źródeł informacji z wykorzystaniem komputera pozwala uczniowi na ćwiczenie samodzielności intelektualnej. Najważniejszym dla ucznia źródłem informacji na matematyce jest jednostka lekcyjna, jednak warto zachęcać uczniów do korzystania z encyklopedii, słowników pojęć matematycznych, czasopism takich jak *Świat wiedzy* czy *Świat nauki*, filmów popularnonaukowych, programów komputerowych zawierających różnego rodzaju ćwiczenia interaktywne oraz z zasobów internetu, co dodatkowo wspomogę proces dydaktyczny.

Przy wprowadzaniu uczniów do nowego tematu proponuje się zastosowanie *techniki JIGSAW*, która służy szybkiemu i skutecznemu uczeniu się większych partii materiału. Ten rodzaj pracy z uczniami można wykorzystać w realizacji tematu *Funkcja kwadratowa* w trzeciej klasie, gdy powtarzamy do matury. W tym celu dzielimy uczniów na pięcioosobowe zespoły i przygotowujemy pięć stolików problemowych: postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej, postać kanoniczna funkcji kwadratowej, znajdowanie miejsc zerowych funkcji kwadratowej, rozwiązywanie, szkicowanie wykresów funkcji kwadratowej, znajdowanie współrzędnych wierzchołka paraboli. Każdy zespół wyznacza po jednym członku do każdego stolika. Uczestnicy zapoznają się z fragmentem wiedzy i omawiają go w grupie. Następnie każdy wraca do swojego zespołu i w chronologicznej kolejności przedstawia fragment swojego zagadnienia. Musi to uczynić w miarę szybko, co zmusza ucznia do wyboru materiału najbardziej istotnego.

Przerabiając z uczniami tematy, które już wcześniej znane są z gimnazjum, jednak wymagają rozszerzenia w szkole ponadgimnazjalnej warto zastosować *technikę mapy pamięci*. Szczególnie przydaje się to w realizacji zagadnień z planimetrii, gdy istnieje potrzeba przypomnienia wszystkich własności figur płaskich. Uczniowie podzieleni na grupy mogą zapisywać na planszach wszystko

to, co pamiętają o wskazanych przez nauczyciela figurach płaskich. W ten sposób uczeń odnosi się twórczo do jakiegoś zagadnienia, przejrzysto zapisuje swoje wyniki lub cudze przemyślenia. Taki rodzaj pracy z uczniami pozwala na swobodne przeglądanie materiału oraz dokonywanie podsumowań.

W przypadku analizowania i definiowania pojęć można użyć *burzy mózgów*, która angażuje wszystkich uczniów i daje możliwość nieskrępowanej wypowiedzi. Nauczyciel ma za zadanie przygotowanie problemu np. w formie pytania: Co jest potrzebne do przeprowadzania badań statystycznych?, zaś uczeń po podaniu pomysłów i przedyskutowaniu rozwiązań wspólnie z nauczycielem wybiera najtrafniejsze rozwiązania pomysłów oraz uzasadnia swój wybór. Wszystko składa się z 3 etapów, a najlepsze rozwiązanie zostaje wprowadzone do dalszych prac nad tematem.

Wykorzystanie aktywizujących metod nauczania wraz z przyspieszonym uczeniem zostało zastosowane w scenariuszu lekcji *Wykorzystanie ciągów liczbowych do rozwiązywania problemów praktycznych* (załącznik nr 1).

Angażowanie uczniów do czynnego udziału w lekcji poprzez wykorzystanie sytuacji z życia codziennego ma również duży wpływ na kształtowanie osobowości młodego człowieka. Proponuje się, aby uczniowie rozwiązywali jak największą liczbę zadań praktycznych tak, żeby widzieli potrzebę uczenia się matematyki. Problemy, które można rozwiązywać na lekcjach matematyki są następujące:

- ❖ wyliczanie stóp procentowych w lokatach przy oprocentowaniu rocznym, gdy odsetki są kapitalizowane np. kwartalnie,
- ❖ planowanie budżetu własnego gospodarstwa domowego,
- ❖ umiejętność obliczenia należnego podatku VAT oraz PIT,
- ❖ przeliczanie ciężaru na objętość w przepisach kulinarnych,
- ❖ wykorzystanie pochodnych do zmierzenia gęstości roztworu przy założeniu, że znamy zmianę masy w zależności od zmiany objętości możemy obliczyć błąd pomiarowy,
- ❖ szyfrowanie z użyciem teorii prawdopodobieństwa,
- ❖ kodowanie liczb i znaków na klawiaturze komputerowej,
- ❖ umiejętność oceny korzyści z rabatu udzielanego przy zakupie towaru.

Duży nacisk powinno się kłaść na *nauczanie problemowe*, na które składają się trzy elementy: postawienie problemu, rozwiązanie problemu oraz sprawdzenie rozwiązania. Zadanie nauczyciela w tej metodzie sprowadza tylko do kierowania procesem nauczania, zaś uczniowie wykonują różne zadania teoretyczne i praktyczne. Proponuje się, aby uczniowie przeanalizowali problem wyrażony w formie pytania, następnie postawili hipotezy i zaprezentowali swoje wyniki przed całą klasą. Realizując temat lekcji tą metodą pobudzane są u uczniów aktywności specyficznie matematyczne, uczeń przejmuje informacje matematyczne przekazywane mu w rozmaitych formach, ćwiczy podstawowe sprawności matematyczne i rozwiązuje typowe zadania. Wykorzystuje w tym wszystkim aktywność twórczą, która polega na dostrzeżeniu prawidłowości matematycznych oraz na stosowaniu języka matematyki do opisu zjawisk i problemów.

W nauczaniu matematyki można zastosować również *metodę drzewa decyzyjnego*, aby wykształcić u uczniów umiejętność dostrzegania błędnych rozwiązań oraz wyboru różnych możliwości rozwiązania zadania – wypisywanie zalet i wad każdego rozwiązania, ocena poprawności oraz podjęcie grupowej decyzji o sposobie rozwiązania danego zadania. Ten rodzaj pracy z uczniami można zastosować w trakcie lekcji przygotowujących do egzaminu maturalnego, gdzie uczeń może przyjąć rolę egzaminatora i ocenić poprawność rozwiązania. Kończąc lekcję należy umożliwić uczniom samoocenę i zastosować *metodę zdań podsumowujących*, która polega na poleceniu uczniom dokończenia zdań typu:

1. Dziś nauczyłem się...
2. Zrozumiałem, że.....
3. Przypomniałem sobie, że.....
4. Zaskoczyło mnie, że.....
5. Dziś osiągnąłem założony cel, gdyż.....

IV. Indywidualizacja pracy na lekcjach matematyki.

Indywidualizacja w procesie nauczania uwzględnia w swoim założeniu fakt występowania różnic w zakresie zdolności, zainteresowań czy umiejętności u poszczególnych uczniów. Polega na tym, aby uczenie się było dostosowane do

możliwości ucznia oraz rozwijało w maksymalnym stopniu jego zdolności. Proponuje się, aby nauczyciel ujął w planie nauczania i przeprowadził z pomocą psychologa szkolnego specjalne testy pozwalające określić indywidualny styl przyswajania wiedzy wszystkich uczniów, po czym dobrał odpowiednie techniki do głównych stylów występujących w szkole. W celu indywidualizacji procesu nauczania poleca się zastosowanie tzw. *Banku zadań* (załącznik nr 2), w którym każdy uczeń może znaleźć odpowiednie do swoich możliwości zadanie, na które ma ustalony czas. Warto zachęcać uczniów, aby w miarę upływu czasu sami uzupełniali taki zbiór zadań w wymyślone przez siebie zadania, a nawet wzajemnie je sobie zadawali. Oprócz tego na lekcjach można stosować zróżnicowane karty pracy, które dostosowane są do potrzeb i możliwości uczniów (załącznik nr 3).

Akcentując podczas lekcji indywidualizację nauczania należy wziąć pod uwagę czynniki organizacyjne tak, aby uczeń:

- decydował, w którym miejscu w klasie chce wykonać przydzielone mu zadanie,
- miał możliwość wyboru, czy zadanie chce wykonać samodzielnie, w parze lub w grupie,
- dobierał techniki i formę wykonania zadania,
- miał wpływ na to, ile zadań wykona – jest to ocena przez ucznia jego własnych możliwości,
- płynnie przechodził od zadania do zadania, decydując o kolejności wykonywania określonych zadań.

W ten sposób uczeń staje się aktywny, samodzielnie pracuje i tworzy, monitoruje swoje postępy w nauce, wykorzystuje wiedzę w praktyce do rozwiązywania bardziej złożonych zadań i ocenia siebie względem wyznaczonych celów. Kształcenie opiera się wtedy na interakcjach nauczyciela z uczniem, a także pomiędzy uczniami co w konsekwencji prowadzi do tego, że uczeń pełni rolę poszukiwacza.

Uwzględniając indywidualne systemy reprezentacyjne uczniów należy przygotowywać dużą liczbę tabel i wykresów dla *wzrokowców*, stosować formę wykładu dla *słuchowców* oraz ćwiczenia praktyczne dla *kinestetyków*.

Różnicując pracę na lekcji ze względu na indywidualne możliwości uczniów potrzeba również:

- ✓ mobilizować uczniów do uczestnictwa w projektach edukacyjnych,
- ✓ wprowadzić odpowiedni system nagradzania i motywowania,
- ✓ organizować koła zainteresowań zgodne z zainteresowaniami uczniów.

V. Wykorzystanie zasobów portalu internetowego Scholaris.

Strona internetowa Scholaris.pl – bezpłatny portal wiedzy jest dla nauczyciela źródłem ciekawych pomocy, które mogą wzbogacić proces dydaktyczny oraz dostosować różne pomoce do zainteresowań oraz rozwoju uczniów poprzez udostępnianie gotowych zasobów edukacyjnych. Zaletą tego portalu jest jego ogólnodostępność oraz możliwość pobierania różnych pomocy bez potrzeby logowania się. Dobierając zasoby z tego portalu, a czasem wybierając potrzebny scenariusz lekcji nauczyciel ma możliwość wyboru odpowiedniego poziomu kształcenia i przedmiotu. Po zalogowaniu się nauczyciel może także udostępniać własne zasoby oraz opracowywać autorskie lekcje. Portal posiada pełną integrację zasobów w funkcjonalnej multiwyszukiwarce. Wśród różnorodnych plików występują gotowe scenariusze lekcji, prezentacje multimedialne, filmy, testy, poradniki sprawdziany itp. Wymienione zasoby portalu znacznie ułatwią realizację tego programu nauczycielowi poprzez sprawne planowanie jego pracy i wykorzystanie nowoczesnych technologii:

1. Filmy wideo i animacje – znakomita pomoc na lekcji, która ułatwi uczniom zapamiętywanie nowych informacji. Portal oferuje m.in. film pt. „Całkowite pierwiastkowanie”, w którym ekspert radzi jak znaleźć pierwiastki drugiego stopnia i jak sobie poradzić z równaniami wyższego stopnia. Innym ciekawym przykładem jest animacja na temat: „Ciąg arytmetyczny”, która pokazuje w jaki sposób można znaleźć rosnący ciąg arytmetyczny.
2. Tablice – dobrym przykładem jest tablica przedstawiająca schemat blokowy algorytmu z rozgałęzieniami przedstawiająca metodę rozwiązywania równania kwadratowego, sposób na rozwiązywanie układu równań liniowych z dwiema niewiadomymi za pomocą współczynników, czy rozwiązywania równania liniowego z jedną niewiadomą. Rysunek w prosty sposób może zobrazować uczniowi jak przebiega ten algorytm.
3. Ćwiczenia interaktywne – portal oferuje ekran objaśniający co to jest azymut i jak można stosować twierdzenie cosinusów w problemach z życia wziętych, zawiera ćwiczenia rozwijające umiejętność obliczania azymutu. Omawiając z uczniami zagadnienie sumy oraz części wspólnej zbiorów warto wykorzystać ekran zawierający ćwiczenia polegające na odnajdowaniu zbioru wartości, dla których nierówność jest spełniona, a także na zapisywaniu zbiorów jako przedziałów lub sumy przedziałów.

4. Karty pracy dla ucznia – taki rodzaj pomocy można wykorzystać na przykład na lekcji podczas badania przebiegu zmienności funkcji. Portal oferuje kartę pracy z kalkulatorem graficznym do wypełnienia przez uczniów. Celem pracy z kartą jest odczytanie z wykresu, jakie są związki pochodnej funkcji z punktami ekstremalnymi oraz monotonicznością funkcji. Karta ułatwia zrozumienie własności pochodnej funkcji. Innym, ciekawym przykładem jest karta pracy ucznia „ciągi geometryczne – wzór na n -ty wyraz i sumę”, która jest poświęcona pojęciu ciągu geometrycznego.
5. Scenariusze lekcji – w programie podaje się przykładowy scenariusz lekcji, jednak nauczyciel może posłużyć się gotowymi scenariuszami lekcji np. na temat: „Błąd przybliżenia – szacowanie wartości”. Jest to lekcja, w trakcie której uczniowie poznają przybliżenia z nadmiarem i niedomiarem oraz błędu bezwzględnego i względnego. W ciekawy sposób poznane wiadomości wykorzystują do szacowania wartości z życia codziennego. Temat: „Drzewka” może być również zrealizowany z użyciem gotowego scenariusza lekcji. Zostało tu dokładnie objaśnione, jak zapisuje się drzewa do obliczania prawdopodobieństwa.
6. Prezentacje multimedialne – materiał oferowany przez portal, który można wykorzystać nie tylko na lekcjach powtórzeniowych, ale również na kółkach matematycznych. Warto użyć prezentacji pt.: „Ciekawe wykresy”, ponieważ zawiera ona szereg zadań do wykonania z kalkulatorem graficznym wraz z rozwiązaniami. Rozpoczynając dział geometrii analitycznej można zapoznać uczniów z prezentacją „Figury w układzie współrzędnych”, w której w sposób graficzny przedstawia się w układzie współrzędnych koło, okrąg, prostą i półpłaszczyznę.
7. Gry dydaktyczne – metoda pracy z uczniami, która może uatrakcyjnić zajęcia kółka matematycznego. Oferowane przez portal gry nie tylko pomagają uczniom utrwalić poznane pojęcia wiadomości np. o funkcji, ale także ćwiczyć umiejętność rywalizacji i współpracy.
8. Testy i sprawdziany – w programie przedstawiono propozycję pracy klasowej, jednak warto wykorzystać to, że portal oferuje również gotowe sprawdziany np. sprawdzian z Funkcji liniowej i jej własności, w którym wykorzystano wykresy z okienka kalkulatora graficznego lub sprawdzian dotyczący Pól i obwodów figur płaskich.
9. Teksty źródłowe – materiał zawierający np. funkcje okresowe: wykresy funkcji sinus z dodatkowym współczynnikiem przy zmiennej większej od jedności.
10. E – lekcje – w moim programie proponuje się wykorzystanie technologii informacyjnej jako nowej formy uczenia się, e – lekcje są oferowane przez portal do takich tematów jak: funkcje trygonometryczne kąta ostrego oraz graficznego rozwiązywania równań, omawiająca przedstawianie równań za pomocą wykresu i zastosowanie graficznego rozwiązania równań z interpretacją graficzną rozwiązań algebraicznych oraz lekcja dotycząca miar tendencji centralnej.

11. Program matematyczne: GeoGebra – bezpłatne oprogramowanie do samodzielnego uczenia się i nauczania, zawierające interaktywną grafikę, algebrę i arkusz kalkulacyjny.
12. Akty prawne i poradniki dla nauczyciela – pomoc dla nauczyciela nie tylko w realizacji tego programu, ale również w całej pracy np. podstawa programowa kształcenia ogólnego z dnia 23 grudnia 2008r. czy poradnik dla nauczycieli matematyki klasy III trzyletniej szkoły kończącej się maturą z propozycją planowania pracy dydaktycznej, treściami materiału i przykładowymi zadaniami do sprawdzianu.
13. Symulacje zjawisk i procesów – jest to interesujący dla ucznia sposób przedstawienia omawianego problemu. Można je wykorzystać np. w lekcji dotyczącej nierówności kwadratowej z dwiema zmiennymi, gdzie symulacja przedstawia rozwiązanie graficzne nierówności czy podczas lekcji sprawdzającej umiejętność opisywania zdarzeń elementarnych.

Portal Scholaris.pl zawiera również linki do instytucji współpracujących oraz do Ośrodka Rozwoju Edukacji, który jest instytucją realizującą ten projekt. Jedną z funkcjonalności tego portalu jest łatwe w obsłudze narzędzie do tworzenia lekcji, z wykorzystaniem nowoczesnych technologii informacyjnych. W tym panelu nauczyciel ma możliwość edycji treści edukacyjnych i projektowania każdego ekranu do swojej e-lekcji. Dodatkowo w narzędziu znajduje się moduł do tworzenia testów kontrolnych podsumowujących dany temat. Dzięki portalowi można zróżnicować pracę na lekcji, dobierając odpowiednie zasoby w zależności od tempa pracy poszczególnych uczniów. Wykorzystane zasoby można odtwarzać na tablicy interaktywnej.

V. Kryteria oceniania i metody sprawdzania osiągnięć ucznia

"Trzeba się nauczyć ponosić porażki. Nie można stworzyć nic nowego, jeżeli nie potrafi się akceptować pomyłek."

Charles Knight

W tym rozdziale zajmiemy się ocenianiem szkolnym na lekcjach matematyki, które jest procesem edukacyjnym opartym na sprawdzaniu osiągnięć uczniów. Ocenianie szkolne jest powiązane z ustalaniem i komunikowaniem oceny szkolnej, przy czym w programie proponuje się skupienie zarówno na jednym, jak i na drugim. Ważna jest nie tylko diagnoza osiągnięć ucznia, ale także wspieranie rozwoju i motywacja do dalszej pracy.

W poniższej tabeli zestawiono główne rodzaje oceniania szkolnego, które zastosowano w tym programie:

Ocenianie	Znaczenie oceny	Zalety oceny
Kształtujące	Zbliżanie się do celu kształcenia	Wspomaganie rozwoju
Sumujące	Etapowy lub końcowy stan osiągnięć	Ocena wykształcenia
Analityczne	Szczegółowy wykaz umiejętności	Duża liczba danych
Holistyczne	Jakość pojedynczych elementów i sposób powiązania ich w strukturę.	Ocena umiejętności ucznia

Ocenianie sumujące i ocenianie holistyczne powinny być bardziej sformalizowane, zaś ocenianie kształtujące i analityczne bardziej otwarte i elastyczne.

W ocenianiu kształtującym należy wziąć pod uwagę motywację do nauki, ze szczególnym uwzględnieniem wysiłków ucznia. Rywalizować uczeń powinien ze sobą samym poprzez porównywanie swoich osiągnięć w czasie. Opierając się na

koncepcji D. Sterny w książce: „Ocenianie kształtujące w praktyce” można wyodrębnić trzy postawy nauczyciela, który zmotywuje ucznia do nauki:

- Nadzorca – ten, który skrupulatnie obserwuje pracę ucznia i jego postępy w nauce,
- Mistrz – czyli specjalista, który wie wszystko i jest autorytetem dla uczniów,
- Sojusznik – nauczyciel, który dzieli się odpowiedzialnością z uczniami, pomaga im, pozwala im i sobie robić błędy.

Prezentując postawę nauczyciel powinien być sojusznikiem uczniów, ale dobrze jest gdy posiada cechy nadzorcy i prezentuje postawę mistrza.

Najważniejszym elementem oceniania kształtującego jest uświadomienie sobie znaczenia wyznaczania celu lekcji oraz określenie celów dla ucznia. Nauczyciel powinien wiedzieć, że w każdym ze sposobów oceniania warto zwrócić uwagę na przyrost wiedzy ucznia, a nie tylko efekt końcowy. W ocenianiu kształtującym podstawą musi być informacja zwrotna uwzględniająca to, co uczeń zrobił dobrze, jak i to, co powinien zrobić inaczej. Jest to szczególny kontakt nauczyciela z uczniem, który musi zawierać takie aspekty jak:

- docenienie dobrych elementów pracy ucznia,
- wskazówki, w jaki sposób poprawić pracę,
- wskazówki, w jakim kierunku uczeń powinien dalej pracować,
- odnotowanie tego, co wymaga dodatkowej pracy lub poprawy ze strony ucznia.

Warto w tego typu ocenianiu wykorzystać opisaną wcześniej *metodę zdań podsumowujących*, która może zmotywować ucznia do pracy. W tym wszystkim nie można zapomnieć o zapewnieniu przychylności i współpracy ze strony rodziców. Jednak kluczowym zadaniem oceniania kształtującego musi być zadawanie pytań, ponieważ jak pisze D. Sterny: „...bez dobrych pytań nie ma nauczania”. Nauczyciel musi zadawać uczniom pytania, które pokazują uczniom szerszą perspektywę zagadnienia, są ściśle związane z celem lekcji i mają spowodować zainteresowanie ucznia tematem. Dzięki tego typu pytaniom wzmacniane są cele uczenia i przyspiesza się ich osiągnięcie, stawia się uczniom wyzwania i pobudza ich do samodzielnego myślenia i poszukiwania odpowiedzi, a także zachęca do uzasadniania poglądów i sposobu rozumowania. Przykłady pytań kluczowych, które można zadać uczniom w liceum:

- Jaka jest najlepsza opcja wykupienia akcji pewnej firmy na giełdzie?
- Do czego w życiu codziennym można zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej?
- Jak myślisz, jaka jest najlepsza kombinacja liczb gwarantująca wygraną w grze lotto?

Według B. Niemierki ewaluacja osiągnięć uczniów jest procesem łącznym i wielostronnie uwarunkowanym. Opowiadając się za ewaluacją kształtującą osiągnięcia, umożliwiającą sprzężenie zwrotne w uczeniu się – czyli oddziaływanie informacji o stanie osiągnięć na strategię uczenia się w programie proponuje się następujące kryteria oceniania sumującego wraz z metodami sprawdzania osiągnięć ucznia, przy uwzględnieniu pozostałych sposobów oceniania:

Ocenianie na lekcjach matematyki zawiera następujące aspekty:

- formy aktywności ucznia,
- ogólne kryteria oceny,
- zasady okresowego podsumowania osiągnięć edukacyjnych,
- informowanie uczniów i rodziców o ocenach.

Szczegółowe zasady okresowego podsumowania osiągnięć edukacyjnych:

1. Na początku roku szkolnego uczniowie zostają poinformowani przez nauczyciela przedmiotu o zakresie wymagań z matematyki, obowiązującym w danym roku (zakres wiadomości i umiejętności, które trzeba mieć opanowane na koniec roku szkolnego) oraz o sposobie i zasadach oceniania z danego przedmiotu;
2. Uczniowie muszą zaliczyć prace klasowe, testy, sprawdziany i zapowiedziane kartkówki;
3. Uczniowie nieobecni na pracach klasowych lub sprawdzianach muszą je zaliczyć w terminie wyznaczonym przez nauczyciela (do dwóch tygodni). W przypadku niestawienia się na zaliczenie pracy klasowej lub sprawdzianu w wyznaczonym terminie, uczeń otrzymuje ocenę niedostateczną;
4. Na każdej lekcji nauczyciel ma prawo sprawdzenia i ocenienia zadania domowego;
5. Uczeń ma prawo raz w semestrze być nieprzygotowany do lekcji, ale ma obowiązek o tym poinformować nauczyciela na początku lekcji;
6. Na lekcji uczeń może być oceniony za pracę na lekcji: odpowiedź, aktywność, wykonywane ćwiczenia lub brak pracy;
7. Uczeń jest zobowiązany przygotować się do lekcji z 3 ostatnich tematów;
8. Uczeń ma możliwość poprawy oceny z prac klasowych i sprawdzianów w terminie wyznaczonym przez nauczyciela, uczeń może poprawić ją tylko jeden raz. Czas

na poprawę oceny nie powinien przekroczyć dwóch tygodni od momentu jej wystawienia;

9. Punkty uzyskane z prac pisemnych przeliczane są wg następującej skali:

PROCENT PUNKTÓW	OCENA
100% - 91%	BARDZO DOBRY
90% - 71%	DOBRY
70% - 51%	DOSTATECZNY
50% - 30%	DOPUSZCZAJĄCY
29% - 0%	NIEDOSTATECZNY

10. Uczeń otrzymuje w ciągu semestru minimum 5 ocen cząstkowych;

11. Ocenę semestralną i roczną nauczyciel wystawia w terminie ustalonym w rozporządzeniu Dyrektora Szkoły;

12. Na miesiąc przed Radą Klasyfikacyjną uczeń zostaje poinformowany o przewidywanej ocenie semestralnej i rocznej;

13. O zagrożeniu oceną niedostateczną nauczyciel informuje ucznia oraz wychowawcę klasy, który pisemnie powiadamia rodziców ucznia na miesiąc przed Radą Klasyfikacyjną;

14. Ocenę semestralną i roczną nauczyciel wystawia na podstawie ocen cząstkowych uzyskanych przez ucznia, lecz *nie jest to średnia arytmetyczna z ocen*;

Oceniane formy aktywności ucznia:

1. Odpowiedź ustna – obejmuje trzy ostatnie tematy, bez zapowiedzi i nie przewiduje się poprawiania oceny.
2. Kartkówka, quiz – obejmuje trzy ostatnie tematy, bez zapowiedzi, trwa do 20 min i nie przewiduje się poprawiania oceny.
3. Test, sprawdzian, praca klasowa – obejmuje materiał z przerobionego działu, zapowiadany co najmniej tydzień przed ustalonym terminem, trwa 45 min, uczeń ma możliwość jednorazowej poprawy oceny niedostatecznej.
4. Aktywność twórcza - próba definiowania i formułowania nowych problemów, zastosowanie matematyki w sytuacjach nietypowych, prowadzenie skomplikowanych rozumowań.
5. Aktywność na lekcji – polega na systematycznym i aktywnym uczestniczeniu w lekcji, pięciokrotne odnotowanie aktywności daje możliwość uzyskania cząstkowej oceny bardzo dobrej.
6. Przygotowanie do lekcji – posiadanie i staranne prowadzenie zeszytu przedmiotowego, posiadanie podręcznika, odrabianie pracy domowej, znajomość aktualnie realizowanego materiału – brak lub nie realizowanie

któregokolwiek z powyższych elementów jest jednoznaczne z nieprzygotowaniem się do lekcji, uczeń może zgłosić brak przygotowania do lekcji 2 razy w semestrze, wszystkie braki należy uzupełnić na następne zajęcia.

7. Udział w konkursach, olimpiadach przedmiotowych oraz projektach edukacyjnych.

Ogólne kryteria oceny:

- **stopień celujący** – otrzymuje uczeń, który spełnia jeden z warunków:
 - posiada wiedzę i umiejętności znacznie wykraczające poza obowiązujący program nauczania, samodzielnie rozwija własne uzdolnienia i zainteresowania,
 - twórczo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania, sprawnie posługuje się zdobytymi wiadomościami w rozwiązywaniu problemów matematycznych,
 - bierze udział i osiąga sukcesy w zawodach, konkursach i olimpiadach matematycznych.
- **stopień bardzo dobry** – otrzymuje uczeń, który opanował pełen zakres wiadomości i umiejętności przewidzianych podstawą programową i programem nauczania oraz potrafi:
 - korzystać z różnych źródeł wiedzy,
 - samodzielnie rozwiązywać problemy matematyczne,
 - wykazać się znajomością pojęć, definicji, twierdzeń oraz umiejętnością poprawnego ich zastosowania w sytuacjach typowych i nietypowych,
 - poprawnie interpretować tekst matematyczny,
 - posługiwać się poprawnie terminologią matematyczną,
 - argumentować i prowadzić rozumowanie matematyczne.
- **stopień dobry** – otrzymuje uczeń, który opanował wiadomości i umiejętności przewidziane podstawą programową oraz wybrane elementy programu nauczania a także potrafi:
 - prawidłowo interpretować tekst matematyczny,
 - posiada wiadomości i umiejętności w zakresie obejmującym podstawę programową,
 - samodzielnie rozwiązywać typowe zadania matematyczne,
 - posługiwać się terminologią matematyczną z drobnymi błędami,
 - przeprowadzić proste rozumowanie matematyczne.
- **stopień dostateczny** – otrzymuje uczeń, który opanował wiadomości i umiejętności przewidziane podstawą programową, co pozwala mu na:
 - wykazanie się znajomością i rozumieniem podstawowych pojęć, definicji i twierdzeń matematycznych,
 - stosowanie poznanych pojęć, definicji i twierdzeń w sytuacjach typowych,

- rozwiązywanie samodzielnie zadania teoretycznego i praktycznego o elementarnym stopniu trudności.
- **stopień dopuszczający** – otrzymuje uczeń, który ma braki w opanowaniu treści zawartych w podstawach programowych, ale braki te nie uniemożliwiają dalszego kształcenia oraz potrafi:
 - samodzielnie lub z niewielką pomocą nauczyciela rozwiązywać zadania o niewielkim stopniu trudności,
 - wykazać się znajomością i rozumieniem najprostszych pojęć, definicji i algorytmów,
 - wskazać elementarne związki pomiędzy poznanymi pojęciami.
- **stopień niedostateczny** – otrzymuje uczeń, który nie opanował podstawowych wiadomości i umiejętności wynikających z podstawy programowej i programu nauczania oraz:
 - nie rozumie najprostszych pojęć, terminów, definicji i twierdzeń matematycznych,
 - nie wykazuje chęci nawet przy pomocy nauczyciela rozwiązywać najprostszych zadań,
 - nie jest otwarty na współpracę w celu uzupełnienia braków oraz nabycia podstawowej wiedzy i umiejętności,
 - nie uczynił postępów w wiedzy i umiejętnościach w stosunku do poprzedniego roku.

Informowanie uczniów i rodziców o ocenach:

- oceny są zapisywane w dzienniku lekcyjnym,
- oceny opatrzone są legendą, z której wynika za co dana ocena jest wystawiona;
- uczniowie i rodzice mają prawo wglądu do ocen i prawo do informacji na jej temat, na terenie szkoły, w czasie wywiadówek, dyżurów nauczycielskich lub w innym terminie uzgodnionym z nauczycielem;
- prace klasowe, sprawdziany, kartkówki i inne prace pisemne przechowuje nauczyciel przez okres danego roku szkolnego;
- uczniowie swoje oceny mogą wpisywać do dzienniczka ucznia lub do zeszytu przedmiotowego;
- informacje o ocenie z pracy klasowej powinny być przekazywane w ciągu dwóch tygodni od jej przeprowadzenia, ze sprawdzianów w ciągu tygodnia, a z kartkówek na następną lekcję.

Samoocena uczniów:

Samoocena ucznia ma ogromny wpływ na jego osiągnięcia szkolne. Pozwalając uczniowi na wypełnianie specjalnych kart możemy dokonać analizy jego pracy, osiągnięć i co najważniejsze – pozwala nauczycielowi poznać ucznia i pomóc mu eksponować jego pozytywne cechy lub eliminować negatywne. Taki sposób oceny ma duży wpływ na skuteczność uczenia się i podnosi trafność oceny wiadomości i

umiejętności uczniów. Kształcenie tej umiejętności wymaga zaangażowania zarówno ucznia, jak i nauczyciela. W programie proponuje się następujące narzędzia samooceny uczniów:

- **KALENDARZ POSTĘPÓW MATURZYSTY** – karta samooceny ucznia, która pozwala ocenić ucznia w sposób analityczny. Na początku edukacji matematycznej w liceum uczeń otrzymuje wypisane przewidywane osiągnięcia zgodne z podstawą programową i z pomocą nauczyciela dokonuje wpisów w trakcie trzech lat nauki. W ten sposób dostaje pełny obraz tego, które treści ma już opanowane, a które należy jeszcze przećwiczyć (załącznik nr 4).
- **Karta samooceny osiągnięć ucznia** – rodzaj samooceny, który uczeń wypełnia po zrealizowaniu i napisaniu pracy kontrolnej z danego działu. W ten sposób na bieżąco może monitorować umiejętności, które ma najlepiej i najslabiej opanowane (załącznik nr 5)

Ostatni wymieniony we wcześniejszej tabeli rodzaj oceniania, jakim jest ocenianie holistyczne jest dobrym sposobem na ocenę zadań maturalnych, gdzie ocenia się postęp ucznia w wykonanym zadaniu. Ten rodzaj oceniania warto zastosować szczególnie w maturach próbnych, diagnozach wstępnych i końcowych oraz na sprawdzianach podsumowujących wiedzę z danego działu (załącznik nr 6).

VI. Ewaluacja programu

Nie tylko nauczyciel przekazuje informację zwrotną uczniom, może ją również otrzymywać od uczniów. Informacja zwrotna ucznia dla nauczyciela może dotyczyć oceny sposobów i metod nauczania, które stosuje nauczyciel.

Program nauczania umożliwia przekazanie wiedzy uczniom oraz nabycie przez nich określonych umiejętności. Treści są ułożone tak, aby zaciekać uczniów, wzbudzić ich zainteresowanie i mobilizować do aktywnego udziału w zajęciach. W czasie realizacji programu będą prowadzone notatki z uwagami dotyczącymi przebiegu zajęć. Narzędziami badawczymi w celu ewaluacji programu nauczania „Aktywnie na matematyce” będą ankiety, w których uczniowie wyrażą swoje opinie na temat realizowanego programu. Następnie nauczyciel uwzględniając sugestie uczniów wprowadzi modyfikacje. Działania jakie podejmował nauczyciel mają przynieść zamierzone efekty, a krytyczne uwagi mogą wpłynąć na podniesienie jakości pracy w przyszłości.

Ankieta, którą wypełnią uczniowie będzie zawierała cztery aspekty: mocne i słabe strony oraz szanse i zagrożenia.

Przykład ankiety:

Odpowiedz na pytania udzielając odpowiedzi TAK lub NIE:

1. Czy chętnie uczestniczyłeś w zajęciach?
2. Czy przychodziłeś na zajęcia przygotowany?
3. Czy odniosłeś korzyści z uczestnictwa w lekcjach?
4. Czy treści były przedstawione w sposób zrozumiały i interesujący?
5. Czy forma prowadzenia lekcji była dla Ciebie ciekawa?
6. Czy stosowane przez nauczyciela metody pracy pozwoliły Ci aktywnie uczestniczyć w lekcjach?
7. Czy łączenie teorii z praktyką sprawiło, że materiał był bardziej zrozumiały?
8. Czy praca w grupach powodowała, że czujesz się pewnie?
9. Czy proponowana przez nauczyciela forma zajęć skłaniała cię do samokształcenia?
10. Czy w czasie lekcji mogłeś samodzielnie podejmować decyzje?
11. Czy mogłeś obserwować rezultaty swojej pracy?

Udziel krótkiej odpowiedzi:

- Wymień temat, którego realizacja podobała Ci się najbardziej
.....

- Wymień zagadnienia, których zrozumienie sprawiało Ci największą trudność
.....
- Które tematy były zbędne i dlaczego?
- Wymień zagadnienia o jakie wzbogaciłbyś program
- Ocenianie na matematyce jest
- Ocenę otrzymaną za cały okres nauki postrzegam jako
.....
- Gdybym jeszcze raz mógł zacząć tą klasę, to uwzględniając moje doświadczenia
.....
.....



VII. Podsumowanie

Realizacja opisanego programu umożliwi rozwiązywanie ciekawych zadań z algebry, jak i z geometrii. Pozwoli również na zdobycie takich umiejętności interpretowania tekstu matematycznego z użyciem prostego obiektu matematycznego. Poprzez prowadzenie prostych rozmów uczeń zostanie wyposażony w zdolność analizowania i przetwarzania informacji. Umożliwi także uczniowi zdobycie wiadomości i umiejętności opisanych w podstawie programowej oraz zapewnia dużą efektywność kształcenia. Daje również możliwość powtórzenia najważniejszych zagadnień występujących w podstawie programowej z matematyki na niższych etapach edukacyjnych. Bardzo ważne w tym wszystkim jest kształtowanie postaw młodego człowieka. Każdy uczeń powinien czuć się odpowiedzialny za powierzone mu zadania, a przy tym uczyć się współpracy z rówieśnikami. W programie kładzie się duży nacisk na używanie języka matematyki i swobodę wypowiedzi ucznia, która zawiera logiczną konstrukcję. W ten sposób kształci się umiejętność jasnego i precyzyjnego formułowania wypowiedzi. Wykorzystanie matematyki w życiu codziennym pozwoli uczniowi dostrzegać prawidłowości matematyczne w otaczającym nas świecie i rozwinie umiejętność wykorzystania matematyki w praktyce. Udział w projektach edukacyjnych oraz kołach zainteresowań sprawi, że uczeń będzie się czuł odpowiedzialny za powierzone mu zadania. Program daje również uczniowi matematyczne podstawy do uczenia się przedmiotów przyrodniczych, przede wszystkim fizyki, biologii, chemii. Służy rozwojowi intelektualnemu młodego człowieka, a także kształtuje jego postawy, przy czym wyrabia się ciekawość i zdolności poznawcze. Osiąganie założonych celów tego programu może się również odbywać poprzez uczestnictwo uczniów w kołach matematycznych, kołach interdyscyplinarnych, a także w konkursach i olimpiadach matematycznych. Pełne zrealizowanie tego programu daje gwarancję dobrego przygotowania ucznia do egzaminu maturalnego na poziomie podstawowym i rozszerzonym. Uwzględniając zróżnicowane potrzeby edukacyjne uczniów szkoła powinna zorganizować zajęcia zwiększające szanse edukacyjne dla uczniów mających trudności w matematyce oraz dla uczniów, którzy mają szczególne zdolności matematyczne. W przypadku uczniów zdolnych, można wymagać większego zakresu umiejętności, jednakże wskazane jest podwyższanie stopnia trudności zadań lub poszerzanie tematyki.

VIII. Bibliografia

- William Glasser, *Każdy uczeń może osiągnąć sukces*, Pracownia Alternatywnego Wychowania, Łódź 2005,
- Stanisław Dylak, *Wprowadzenie do konstruowania szkolnych programów nauczania*, PWN, Warszawa 2000,
- Bolesław Niemierko: *Ocenianie szkolne bez tajemnic*, WSiP, Warszawa 2002,
- Paul Black, Christine Harisson, Clare Lee, Bethan Marshall, Dylan William, *Jak oceniać, aby uczyć*, Centrum Edukacji Obywatelskiej, Warszawa 2006,
- Christiane Dropeau, *Jak uczyć się szybko i skutecznie?*, Bauer – Weltbild, Warszawa 2002,
- Bożena Kubiczell, *Metody aktywizujące. Jak nauczyć uczniów uczenia się?*, Wydawnictwo Nowik, Opole 2005,
- Danuta Sterna, *Ocenianie kształtujące w praktyce*, Centrum Edukacji Obywatelskiej, Warszawa 2006,
- Gordon Dryden, Jeanuette Vos, *Rewolucja w uczeniu*, Wyd. Zysk i S-ka, Poznań 2003.
- Elżbieta Świda, Elżbieta Kurczab, Marcin Kurczab, Małgorzata Przeniosło, *Powtórka przed maturą. Matematyka. Zadania*, Oficyna Edukacyjna, Warszawa 2011.
- W.Babiański, L.Chańko, *Matematyka. Kształcenie ogólne w zakresie podstawowym i rozszerzonym*, Nowa Era, Warszawa 2010.

Załącznik nr 1

SCENARIUSZ LEKCJI MATEMATYKI

Temat lekcji: Wykorzystanie ciągów liczbowych do rozwiązywania problemów praktycznych.

Cel ogólny lekcji: kształtowanie u uczniów logicznego argumentowania, wnioskowania, planowania oraz wykorzystania narzędzi matematyki w praktyce.

Cele szczegółowe:

➤ **Umiejętności.** Uczeń:

1. Stosuje wiadomości w sytuacjach typowych i problemowych.
2. Sprawnie wykonuje obliczeń rachunkowych.
3. Oblicza sumy ciągu arytmetycznego i geometrycznego.
4. Analizuje zadania tekstowe i sprowadza je do równania lub układu równań.

➤ **Wiadomości.** Uczeń:

1. Rozróżnia ciąg arytmetyczny od geometrycznego.
2. Sprawdza, czy ciąg jest arytmetyczny, czy geometryczny.
3. Przypomina i zapamiętuje definicje ciągu arytmetycznego i geometrycznego.
4. Wykorzystuje wzory na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego i geometrycznego.

➤ **Postawy.** Uczeń:

1. Kształtuje postawę niesienia pomocy innym.
2. Posługuje się językiem matematycznym.
3. Rozwija umiejętność odpowiedniego argumentowania.

Metody nauczania:

- burza mózgów,
- technika „mapy pamięci”,
- praca z materiałem przygotowanym przez nauczyciela,
- prezentacja,
- pogadanka.

Formy pracy:

- praca wspólnym frontem,
- praca indywidualna.

Środki dydaktyczne:

- tablica interaktywna,
- laptopy z dostępem do internetu,
- kartki z zadaniami dla uczniów,
- film edukacyjny.

Przebieg lekcji

1. Przywitanie się z klasą i sprawdzenie obecności.
2. Przekazanie przez nauczyciela wysokich oczekiwań w pozytywny sposób - krótka pogadanka z uczniami, stosowanie pochwał słownych, wzbudzenie wśród uczniów motywacji do pracy na lekcji.
3. Powiązanie treści nauczania – obejrzenie wspólnie z uczniami filmu edukacyjnego na temat „Ciągu Fibonacciego” i dyskusja na temat wykorzystania ciągów w życiu codziennym (burza mózgów).
4. Stworzenie ogólnego obrazu przerabianego tematu. Zadawanie sobie nawzajem pytań:
 - gdzie można wykorzystać ciągi arytmetyczne i geometryczne?,
 - których wzorów użyć, żeby obliczyć najkorzystniejszą ofertę lokaty w banku?,
 - jaka kapitalizacja odsetek jest najlepsza: roczna, miesięczna, półroczna? Od czego to zależy?,
 - czym różni się stopa procentowa nominalna od efektywnej?
5. Określenie efektów: nauczyciel wskazuje uczniom możliwość wyboru najbardziej interesującego ich zagadnienia spośród:
 - ✓ Określanie zysku z lokaty bankowej przy różnych ofertach kapitalizacji i zmiennym oprocentowaniu (załącznik nr I),
 - ✓ Wykorzystanie ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach tekstowych (załącznik nr II),
 - ✓ Wykorzystanie w przyrodzie ciągów liczbowych (załącznik nr III).
6. Szczegółowe przedstawienie tematu: poinformowanie uczniów o temacie lekcji oraz o zagadnieniach wchodzących w jego zakres z wykorzystaniem tablicy interaktywnej.
7. Ćwiczenia: uczniowie dzielą się na 6 grup, przy czym tworzymy po dwie grupy do każdego tematu z punktu 5. Wykonują zadania na otrzymanych kartach pracy.
8. Prezentacja pracy grup: każda grupa wybiera lidera, który wykonuje zadanie. Zadanie zadaje grupa przeciwna, która opracowywała ten sam temat, po czym sama prezentuje swoje zadanie. Za poprawne rozwiązanie grupa otrzymuje 1 punkt. (punkty są przeliczane na oceny – liczba punktów odpowiada ocenie tj. 5 pkt – bdb itd.).
9. Powtórka, przypomnienie i utrwalenie wiadomości z wykorzystaniem różnych technik powtarzania – prezentacja multimedialna na temat ogólnych wiadomości o ciągu arytmetycznym i geometrycznym, stworzenie „mapy pamięci”, użycie metody „zdań podsumowujących” jako ewaluacja i samoocena ucznia.

Załącznik nr I: Określanie zysku z lokaty bankowej przy różnych ofertach kapitalizacji i zmiennym oprocentowaniu.

Zadania do wykonania dla grup:

I. Bank przyjął kwotę 10000zł na 4% rocznie, a następnie pożyczył ją na 6% rocznie. Ile zyskał bank w ciągu 3 lat, a ile by zyskał w ciągu 10 lat?

II. Pan Andrzej zamierza kupić samochód, który kosztuje 30000zł. Zakup finansuje ze środków własnych oraz z zaciągniętego kredytu. Kredyt wraz z odsetkami, które wyniosą

1200zł, ma być spłacony po roku. Ile miał środków własnych, jeśli oprocentowanie kredytu wyniosło 7% w skali roku?

III. Jaki kapitał dostanie 18-latek, jeżeli rodzice, począwszy od jego urodzenia, wpłacali mu do banku na początku każdego roku 500zł, a stopa procentowa wynosiła 5% w skali roku i odsetki były kapitalizowane co kwartał?

IV. Bank CZYSTY ZYSK oferuje kapitalizację półroczną przy stopie procentowej rocznej 7%, a bank SAM ZYSK – kapitalizację miesięczną przy rocznej stopie procentowej p . Dla jakiej wartości stopy p oprocentowanie w skali roku jest w obu bankach najbardziej zbliżone?

V. Ułóż i rozwiąż własne zadanie dotyczące lokat bankowych i oprocentowania przy ustalonej kapitalizacji odsetek.

Załącznik nr II: Wykorzystanie ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach tekstowych.

Zadania do wykonania dla grupy:

I. Trzy liczby, których suma jest równa 28, tworzą ciąg geometryczny. Liczby te są również kolejno wyrazem pierwszym, drugim i czwartym ciągu arytmetycznego. Wyznacz te liczby.

II. Oblicz sumę wszystkich liczb dwucyfrowych, które nie są podzielne ani przez 6, ani przez 5.

III. Piramidę zbudowano w taki sposób, że najniższa warstwa bloków skalnych ma objętość V , a objętość każdej następnej warstwy wynosi 80% objętości warstwy leżącej bezpośrednio pod nią. Piramida ta składa się z 5 warstw. Czy objętość piramidy jest większa od $3V$?

IV. Wstaw pomiędzy liczby 5 i 30 takie dwie liczby, aby pierwsze trzy tworzyły ciąg geometryczny, a ostatnie trzy – ciąg arytmetyczny.

V. Ułóż i rozwiąż własne zadanie tekstowe wykorzystujące ciąg arytmetyczny i geometryczny.

Załącznik nr III: Wykorzystanie w przyrodzie ciągów liczbowych.

Zadania do wykonania dla grupy:

I. Obejrzyj jeszcze raz film edukacyjny na temat ciągu Fibonacciego, zapisz wzór rekurencyjny oraz podaj kilka pierwszych wyrazów tego ciągu.

II. Znajdź za pomocą internetu zależność pomiędzy ciągami a fraktalami.

III. Na czym polega złoty podział odcinka i jaki ma związek z ciągami?

IV. Jakie zastosowanie na rynkach finansowych ma ciąg Fibonacciego?

V. Wyszukaj inne zastosowanie ciągu arytmetycznego lub geometrycznego w przyrodzie.

Załącznik nr 2

Przykładowy Bank zadań

W banku zadań znajdują się zadania maturalne zamknięte, otwarte krótkiej odpowiedzi i otwarte rozszerzonej odpowiedzi.

Podzielony jest na poszczególne działy w celu sprawnego przygotowania do egzaminu maturalnego.

Np. bank zadań działu *Funkcja liniowa*:

Zadania zamknięte: (czas wykonania każdego zadania 1 min.)

- (1pkt) Liczba 33 jest wartością funkcji $f(x) = 3x^3 + 9, x \in \mathfrak{R}$, dla argumentu:
A. -22 B. -2 C. 22 D. 2
- (1pkt) Punkt P(a,5) należy do wykresu funkcji liniowej $f(x) = 4 - 2x$. Zatem:
A. a=-6 B. a=0,5 C. a=-0,5 D. a=6.
- (1pkt) Funkcja f dowolnej liczbie całkowitej przyporządkowuje jej odległość od liczby 6 na osi liczbowej. Ile miejsc zerowych ma funkcja f?
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- (1pkt) Punkt przecięcia się wykresów funkcji liniowych $f(x) = 3x - 6$ i $g(x) = -2x + m$ leży na osi OY wtedy, gdy:
A. m=-6 B. m=0 C. m=4 D. m=6.

Zadanie autorstwa ucznia.....

Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi: (czas wykonania każdego zadania 2 min.)

- (2pkt) Wyznacz współrzędne punktów, w których wykres funkcji $f(x) = |x-3| - 4$, przecina oś OX.
- (2pkt) Wykaż, że rozwiązaniem równania $2(2-x) - x = 18 - 3(3 - 3x) - x$ jest liczba pierwsza.
- (2pkt) Rozwiąż równanie $f(x + 3) = -x + 1$, wiedząc że $f(x) = 3x - 5$.

Zadanie autorstwa ucznia.....

Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi: (czas wykonania każdego zadania 5min.)

1. (4pkt) Suma cyfr liczby trzycyfrowej podzielnej przez 5 jest równa 15. Zapisując cyfry tej liczby w odwrotnej kolejności, otrzymujemy liczbę trzycyfrową o 198 większą od początkowej. Wyznacz liczbę początkową.
2. (5pkt) Funkcje liniowe f i g określone są wzorami: $f(x) = (a+2)x - 2a$, $g(x) = -2x + 2 - 4a$. Wiedząc, że wykresy tych funkcji są prostymi prostopadłymi:
 - a) wyznacz parametr a i miejsce zerowe funkcji f i g ,
 - b) oblicz pole trójkąta ograniczonego wykresami funkcji f i g oraz osią OX .
3. (5pkt) W zbiorniku samochodu jest 60 litrów benzyny. Samochód ten spala średnio 8 litrów benzyny na 100 km. Napisz wzór funkcji f opisującej ilość benzyny w zbiorniku w zależności od liczby przejechanych kilometrów (zakładamy, że samochód nie jest zatankowany do chwili, kiedy zbiornik będzie pusty). Podaj dziedzinę tej funkcji.
 - a) naszkicuj wykres tej funkcji,
 - b) oblicz, ile benzyny pozostanie w zbiorniku po przejechaniu 240km.

Zadanie

autorstwa

ucznia.....



Załącznik nr 3

WIELOMIANY – karta pracy

Imię i

nazwisko.....

Zanim rozwiążesz kartę pracy przeczytaj i zastosuj wskazówki:

- masz możliwość podjęcia decyzji o wyborze zadań,
- uwzględnij w tym punkty, które możesz zdobyć za poprawne rozwiązanie,
- postaraj się zdobyć jak najwięcej punktów.

Zadanie 1. (2 pkt)

Podaj przykład wielomianu stopnia 4 oraz określ stopień wielomianu:

$$W(x) = -x^7 + x^9 - 12x + 6.$$

Zadanie 2. (1 pkt)

Sprawdź, czy liczba 1 jest pierwiastkiem wielomianu : $W(x) = 4x^4 - 4x^3 + 2x + 2$.

Zadanie 3. (4 pkt)

Rozłóż wielomian na czynniki i podaj jego pierwiastki:

- (2pkt) $W(x) = 5x^5 - 10x^3 + 5x$
- (2pkt) $W(x) = 125x^3 - 27$

Zadanie 4. (2 pkt)

Wykonaj dzielenie wielomianów: $(3x^4 - 2x^3 - x^2 + x) : (x - 1)$.

Zadanie 5. (1 pkt)

Dane są wielomiany:

$$w(x) = 2x^3 - 3x + 5, \quad u(x) = 4x^3 + 2x^2 - 7. \quad \text{Wykonaj działanie: } -2w(x) + 4u(x).$$

Zadanie 6. (2 pkt)

Dla jakich wartości a i b wielomian $u \cdot v - w$ jest wielomianem zerowym?

$$u(x) = -x + 4, \quad v(x) = 2x^2 + ax + b, \quad w(x) = -2x^3 + 6x^2 + 5x + 12$$

Zadanie 7. (5 pkt)

- (2pkt) rozwiąż równanie: $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$
- (3pkt) rozwiąż nierówność: $-x^3 + 2x^2 - x \leq 0$.

Zadanie 8. (6 pkt)

Uzupełnij zdania:

- Jeżeli wielomian $w(x)$ jest podzielny przez $x + 3$, to liczbajest.....
- Jeżeli wielomian $w(x)$ jest podzielny przez $x - 2$, to liczbajest.....
- Liczba 5 jest pierwiastkiem wielomianu $w(x)$, to $w(5)=$
- $w(-5)=0$, to liczba -5 jest.....
- Jeżeli liczba 4 jest pierwiastkiem wielomianu $w(x)$, to wielomian $w(x)$ jest podzielny przez

- Jeżeli liczba -10 jest pierwiastkiem wielomianu $w(x)$, to wielomian $w(x)$ jest podzielny przez

Podsumowanie:

Liczba rozwiązanych zadań:.....

Liczba punktów:.....

Załącznik nr 4

KALENDARZ POSTĘPÓW MATURZYSTY

Osiągnięcia ucznia Uczeń potrafi:	Termin realizacji	Ocena w skali 1-6 Uwagi
<p>Liczby rzeczywiste</p> <ul style="list-style-type: none"> • przedstawiać liczby rzeczywiste w różnych postaciach, • wykonywać obliczenia na liczbach rzeczywistych, w szczególności na pierwiastkach dowolnego stopnia i stosować prawa działań na pierwiastkach; • zamieniać ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne okresowe i odwrotnie; • porównywać liczby rzeczywiste; • stosować wzory skróconego mnożenia, • szacować wartości wyrażeń liczbowych; • obliczać błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia; • stosować obliczenia procentowe; używać pojęcia punktu procentowego; • używać pojęcia przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej; <p>Równania i nierówności</p> <ul style="list-style-type: none"> • sprawdzić, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności; • rozwiązywać nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą oraz ich układy i zapisywać wyniki w postaci przedziałów liczbowych, • rozwiązywać równania i nierówności liniowe z parametrem; • znać pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną; • zaznaczać na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności, • rozwiązywać równania i nierówności z wartością bezwzględną, <p>Funkcje i wektory</p> <ul style="list-style-type: none"> • określać funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego; • rysować wykresy funkcji liczbowych zadanych tabelką; • obliczać ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu oraz wyznaczać argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną 		

<p>wartość;</p> <ul style="list-style-type: none"> • odczytywać z wykresu funkcji jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, • szkicować wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego a, korzystać ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi; • znajdować na podstawie wykresu funkcji jej wartości największe (najmniejsze) w dziedzinie lub jej podzbiorze; • przekształcać wykresy funkcji (przesunięcia i symetrie względem osi układu); • szkicować na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ wykresy funkcji: $y = f(x)$, $y = c \cdot f(x)$, $y = f(cx)$; • obliczać współrzędne oraz długość wektora; dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć je przez liczbę; • interpretować geometrycznie działania na wektorach; • stosować wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji; <p>Planimetria</p> <ul style="list-style-type: none"> • korzystać z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych; • stosować związki pomiędzy: kątem środkowym, kątami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą koła, • rozpoznawać trójkąty podobne i wykorzystywać cechy podobieństwa trójkątów; • stosować twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu; • stosować twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych; • znajdować obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności, • rozpoznawać figury podobne i jednokładne, wykorzystywać ich własności; <p>Trygonometria</p> <ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach od 0° do 180°; • stosować proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi, • korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych • wyznaczać miarę kąta ostrego, znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta; • wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta, znając wartość funkcji trygonometrycznej sinus lub cosinus kąta ostrego; 		
--	--	--

Geometria analityczna

- rysować wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
- wyznaczać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;
- interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- szkicować wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami i odczytywać własności takiej funkcji z wykresu;
- wyznaczać równanie prostej na płaszczyźnie;
- rozwiązywać układy równań liniowych i znać interpretację geometryczną takich układów w układzie współrzędnych;
- stosować układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi do rozwiązywania zadań tekstowych.
- wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty na płaszczyźnie (w postaci kierunkowej lub ogólnej);
- obliczać współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych oraz współrzędne punktów przecięcia prostej z osiami układu współrzędnych;
- badać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;
- badać równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych;
- wyznaczać równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;
- wyznaczać równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt;
- wyznaczać współrzędne środka odcinka;
- obliczać odległość dwóch punktów;
- obliczać odległość punktu od prostej;
- posługiwać się równaniem okręgu oraz opisywać koła za pomocą nierówności;
- wyznaczać punkty wspólne prostej i okręgu;
- znajdować obrazy niektórych figur geometrycznych w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu;

Funkcja kwadratowa

- szkicować wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;
- wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);
- odczytywać z wykresu własności funkcji kwadratowej – dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, rozwiązania nierówności: $f(x) > 0$, $f(x) < 0$;

<ul style="list-style-type: none"> wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej określonej na przedziale domkniętym; rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą; rozwiązywać nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; <p>Wielomiany</p> <ul style="list-style-type: none"> dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany; odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej; dzielić wielomiany przez dwumian $ax + b$; rozkładać wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia, stosować twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$; stosować twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych; korzystać z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu $x^3 - 8 = 0$; rozwiązywać równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych; rozwiązywać nierówności wielomianowe; <p>Wyrażenia wymierne</p> <ul style="list-style-type: none"> obliczać wartości wyrażeń wymiernych; wyznaczać dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych; dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; rozszerzać i skracać wyrażenia wymierne; rozwiązywać proste równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych; rozwiązywać nierówności wymierne, wykorzystywać własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. <p>Ciągi liczbowe</p> <ul style="list-style-type: none"> wyznaczać wyrazy ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; podawać przykłady ciągów liczbowych skończonych i nieskończonych; zbadać, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny; stosować wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego; 		
---	--	--

<ul style="list-style-type: none"> znac i stosować zależność między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego; stosować własności ciągu geometrycznego do zadań związanych z bankowością, w szczególności korzystać z pojęcia procentu składanego, obliczać podatki, zysk z lokat, wyznaczać wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym; <p>Rachunek różniczkowy</p> <ul style="list-style-type: none"> obliczać granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{n^2}$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów; rozpoznawać szeregi geometryczne zbieżne i obliczać ich sumy. obliczać granice funkcji, korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych; obliczać pochodne funkcji wymiernych; korzystać z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej; korzystać z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji; znajdować ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych; stosować pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych; <p>Trygonometria</p> <ul style="list-style-type: none"> wyznaczać wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach, korzystać z okresowości funkcji trygonometrycznych i posługuje się wykresami; stosować miarę łukową, zamieniać miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie; stosować wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów; rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne, korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi; znajdować związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów; <p>Kombinatoryka i prawdopodobieństwo</p> <ul style="list-style-type: none"> zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych; wykorzystywać wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych; stosować zasadę mnożenia i dodawania; obliczać prawdopodobieństwo w przykładach wykorzystujących klasyczną definicję prawdopodobieństwa; obliczać prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite; 		
--	--	--

Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

- posługiwać się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- korzystać z pojęcia logarytmu,
- obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych;
- stosować prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;
- korzystać z podstawowych własności potęg,
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczej i logarytmicznej i opisywać ich własności;
- korzystać z funkcji wykładniczych do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- stosować w obliczeniach wzory na: logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;
- stosować w obliczeniach wzór na zamianę podstawy logarytmu;

Stereometria

- rozpoznawać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), obliczać miary tych kątów;
- rozpoznawać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), obliczać miary tych kątów;
- rozpoznawać w walcach i w stożkach kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą stożka), obliczać miary tych kątów;
- rozpoznawać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami;
- określać, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- określać, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;
- określać, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa lub ostrosłupa płaszczyzną.
- stosować trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości;

Statystyka

- krytycznie analizować badania statystyczne i ich graficzne reprezentacje, operować podstawowymi charakterystykami liczbowymi zestawów danych,
- obliczać średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretować te parametry dla danych empirycznych;

Załącznik nr 5

Karta samooceny osiągnięć ucznia.

Imię i nazwisko ucznia:

Data przeprowadzenia pracy kontrolnej:.....

Nazwa działu.....

Uwaga: zadania wpisujemy do tabeli w kolejności od najłagodniej wykonanego do zadania najlepiej rozwiązanego (według łatwości)!

Numer zadania	Sprawdzane umiejętności	Liczba punktów zdobytych	Liczba punktów możliwych do zdobycia	Łatwość zadania

Analizując powyższą tabelę otrzymujemy:

Najłagodniej opanowane umiejętności:

-
-
-

Najlepiej opanowane umiejętności:

-
-
-

podpis ucznia

.....

podpis nauczyciela

.....

Załącznik nr 6

DIAGNOZA KOŃCOWA PO KLASIE 2 LICEUM – ZAKRES PODSTAWOWY I ROZSZERZONY

Zadania otwarte krótkiej odpowiedzi

Zadanie 1. (2pkt) Rozwiąż równanie $4x^3 - x^2 - 16x + 4 = 0$.

Zadanie 2. (2pkt) Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność:

$$(a + b)^2 \geq 4ab.$$

Zadanie 3. (2pkt) Liczby x , y , z , których suma jest równa 24 tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny. Wyznacz liczbę y .

Zadanie 4. (2pkt) Wiedząc, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{5}$ i α jest kątem ostrym, wyznacz $\sin \alpha$ oraz $\cos \alpha$.

Zadania otwarte rozszerzonej odpowiedzi

Zadanie 5. (4pkt) Dany jest równoległobok o kącie ostrym 30° . Przekątna równoległoboku jest prostopadła do jego boku i ma długość równą 12. Wyznacz pole i obwód równoległoboku.

Zadanie 6. (5pkt) Wyznacz wszystkie wartości x , dla których ciąg $(|x - 1|, 2, |x + 3|)$ jest malejącym ciągiem arytmetycznym.

Zadanie 7. (5pkt) Jednym z pierwiastków wielomianu $W(x)$ stopnia trzeciego jest liczba 1, a suma pozostałych dwóch jest równa 0. Do wykresu tego wielomianu należy punkt $A=(3,1)$. Wiedząc, że reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x - 2$ jest równa -2 , wyznacz wzór tego wielomianu porządkując go malejąco.

Zadanie 8. (4pkt) Dana jest liczba czterocyfrowa o cyfrach należących do zbioru $\{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$. Od tej liczby odejmujemy liczbę, którą otrzymamy, zapisując cyfry danej liczby w odwrotnej kolejności. Wykaż, że otrzymana liczba jest podzielna przez 9.

Kryteria oceniania:

Oceniając zadania otwarte krótkiej odpowiedzi stosujemy tylko dwa kryteria:

- ocenę postępu – 1pkt
- bezbłędne rozwiązanie – 2pkt

W zadaniach 5 – 8 stosujemy następujące ocenianie:

- rozwiązanie, w którym postęp jest niewielki, ale konieczny na drodze do pełnego rozwiązania –1pkt

- rozwiązanie, w którym jest istotny postęp – **2pkt**,
- pokonanie zasadniczych trudności zadania – **3pkt**,
- rozwiązanie zadania do końca, lecz z usterkami, które nie przekreślają poprawności zadania – **4pkt** (pomijamy to kryterium w zadaniach za 4pkt),
- rozwiązanie pełne – **5pkt**.



OŚRODEK
ROZWOJU
EDUKACJI

Aleje Ujazdowskie 28
00-478 Warszawa
tel. 22 345 37 00
fax 22 345 37 70

www.ore.edu.pl



KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI

UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY

