

# Utilização de informação auxiliar (qualitativa e quantitativa) na simulação de variáveis regionalizadas. Aplicação à parametrização da reserva do jazigo aurífero de Castromil

Use of secondary information in the simulation of regionalised variables.  
Application to the parameterisation of reserves of the Castromil Gold Deposit

A. G. Luís\* & A. J. SOUSA\*\*

*Palavras-chave:* Geoestatística multivariada; índice de síntese; simulação geoestatística; informação auxiliar; variável indicatriz.

*Resumo:* A estimação geoestatística baseia-se na quantificação da contiguidade espacial de variáveis regionalizadas, para produzir uma imagem das respectivas características médias. No entanto, sabendo que as variáveis que definem um qualquer sistema natural não são totalmente caracterizadas pela amostragem, recorreu-se também à prática ancestral de procurar substituir o desconhecido pelos seus cenários mais prováveis. Deste modo, procedeu-se à sua “imitação” através do ajustamento de processos estocásticos de simulação geoestatística, capazes de incorporar o processo de estimação seleccionado como o mais adaptado à variabilidade específica do jazigo, e a forma do sistema natural em estudo. Este procedimento permitiu complementar a imagem condicionada mais provável das características médias da variável em estudo, obtidas pela estimação, com os possíveis valores extremos e funções de distribuição, em cada suporte de descritização, que respeitam a variabilidade empírica observada.

Nesta perspectiva, apresenta-se o desenvolvimento e aplicação de processos estocásticos de simulação geoestatística à variável principal do jazigo aurífero de Castromil que, em face de oferecer algumas expectativas de exploração, está significativamente amostrado, quer na variável principal (teores de Au) quer nas variáveis complementares (teores de Ag e classificações litológicas e colorimétricas), presentes nos materiais atravessados pelas sondagens de reconhecimento.

Estas acções foram efectuadas através de análises e modificações do programa “Sequential Gaussian Simulation” da biblioteca de programas GSLIB – Geostatistical Software Library.

*Key-words:* Multivariate geostatistics; synthetic variable; secondary information; indicator variable; geostatistical simulation.

*Abstract:* Kriging is a geostatistical estimation method able to produce a average image of the studied regionalised variable and are based on a set of neighbourhood sample values weighted by a structural distance. Taking into account that each of the variables that describes any natural system is not fully characterized on surveys, it is common to assign a most likely value to all unsampled locations. In order to take into account all the secondary information available in this case study, firstly, one proceeds to the selection of the best kriging estimation method based on an exhaustive set of tests. In a second step, this selected kriging method was implemented in a sequential gaussian simulation procedure. This methodology produces an orebody model able to describe its internal variability. This procedure allows it to present an alternative of the average image produced by kriging estimation, regarding the extreme values and range of the distribution functions in each location, reproducing the observed structural variability.

Taking into account this objective, in this case study, an improved application of the methodology sequential gaussian simulation in order to characterize gold grades within Castromil auriferous orebody in the north of Portugal is presented. This auriferous orebody was highly sampled on several exploration surveys and an extensive list of grades of Au and complementary variables (grades of Ag, lithological and colour descriptions) are available. Depending on Au grades and market prices there is some expectation as to the exploitation potential for the future.

This proposed methodology was implemented through several modifications on the Sequential Gaussian Simulation module of the GSLIB – Geostatistical Software Library.

## INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento dos fenómenos naturais levou ao desenvolvimento de um tipo de variáveis muito específico, a que se dá o nome de Variáveis

Regionalizadas (VR), que conciliam um duplo aspecto: por um lado, uma estrutura espacial que reflecte as ligações existentes entre cada ponto no espaço, por outro, uma variação aleatória que conduz a uma variação imprevisível de ponto para ponto. Com os

\* Instituto Geológico e Mineiro, Centro de Informação Científica e Técnica, Estrada da Portela, Zambujal, 2720 Alfragide.

\*\* Instituto Superior Técnico, Centro de Geossistemas, Av. Rovisco Pais, 1096 Lisboa Codex.

desenvolvimentos teóricos efectuados por Matheron (MATHERON, 1965), esta teoria das VR deu origem à Geoestatística, através da sua aplicação à resolução de problemas das Ciências da Terra. A análise segundo o formalismo desenvolvido pela geoestatística visa, fundamentalmente, estimar o valor de uma VR em todos os pontos de um determinado domínio, a partir do valor assumido pela variável em alguns pontos (PEREIRA, 1979; 1981). No entanto, o conhecimento dos valores de uma VR em suportes não amostrados só fica completo se, para além dos valores mais prováveis, também forem conhecidas as respectivas incertezas. Do ponto de vista da estimação geoestatística, a maior precisão atribuída a um estimador é quantificada pela variância de estimação, definida como a variância dos desvios entre os valores estimados e os reais. Contudo, a variância de estimação não quantifica a incerteza resultante da variabilidade local do atributo em análise, mas depende só das relações geométricas existentes entre as próprias amostras e entre as amostras e o suporte a estimar (ou seja, a covariância entre duas variáveis aleatórias é assumida como estacionária em todo o domínio e, como tal, depende apenas da “distância estrutural”), o que conduz a variâncias de estimação iguais para configurações amostrais iguais (SOARES, 2000).

Assim, em fenómenos em que a precisão das estimações depende fortemente da variabilidade local da variável (como será de esperar no caso da distribuição dos teores de Au, cujo carácter errático é sobejamente conhecido), é aconselhável utilizar a simulação como método de avaliação da incerteza associada à estimação dos teores do jazigo aurífero de Castromil. Por outro lado, a forte assimetria da distribuição marginal dos teores de Au e a necessidade de efectuar teores de corte severos desaconselham fortemente basear a avaliação e

a parametrização da reserva mineral nos valores estimados por krigagem, dado o seu carácter intensamente atenuador. Para além deste aspecto, é de esperar que a simulação geoestatística conduza, de uma maneira geral, a uma avaliação da incerteza mais realista do que aquela que deriva da variância de estimação, visto que toma em conta a função de distribuição marginal (*f<sub>dcm</sub>*) da VR. Não é assim de admirar que se tenha vindo a assistir nos últimos anos a um incremento significativo da aplicação da simulação geoestatística em diversos domínios.

Uma etapa crucial da avaliação de reservas é a estimação prévia dos valores da VR nos blocos de exploração, a que se deve seguir a simulação geoestatística para quantificação da incerteza associada. No caso do estudo que apresentamos, o processo de estimação seleccionado como o mais preciso na estimação dos teores de Au do jazigo aurífero de Castromil está descrito em LUÍS & SOUSA, 2000, tendo sido também integrado no algoritmo de simulação sequencial gaussiana (SSG), dando origem a uma variante do método, chamada simulação sequencial gaussiana com deriva externa (SSG-DE).

Este processo de estimação é o resultado de uma abordagem holística, que estima a distribuição espacial dos teores de Au através da combinação de informação relativa aos próprios teores com informação auxiliar quantitativa e qualitativa possuidora de diferentes níveis de fiabilidade. Na Tab. 1 encontra-se uma síntese de toda a informação disponível para a aplicação proposta. Ora, o primeiro passo do método de simulação geoestatístico utilizado depende da estimação prévia da variável a simular. Dado que o procedimento usado em LUÍS & SOUSA, 2000 não é, obviamente, *standard*, uma vez que introduziu a informação auxiliar (quantitativa e qualitativa) no próprio processo de estimação, será de esperar que as livrarias *standard* de simulação condicional, como a do GSLIB - Geostatistics Software

TABELA 1

Tipos de informação recolhidos nos 3944 troços de 1 m de comprimento, do conjunto de amostragem

List of data types collected in the 3944 samples of one-meter length

	Teor de	Classes das litologias						Classes das cores						
		Au	Ag	Gc	Gr	Gs	Xt	Am	Be	Ca	Cz	Cr	Pr	Ve
Sondagens carotadas	n.º de troços 2138	x	x	x	x	x	x	--	--	--	--	--	--	--
Sondagens destrutivas	n.º de troços 1806	x	--	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x

Ag → prata; Au → ouro; Gc → granito caulinizado; Gr → granito; Gs → granito silicificado; Xt → xistos; Am → amarelo; Be → bege; Ca → castanho; Cz → cinza; Cr → creme; Pr → preto; Ve → vermelho; X → as sondagens forneceram informação sobre esta variável; -- → este conjunto de sondagens não forneceu informação sobre esta variável.

Library, desenvolvida por Clayton & Journel entre 1992 e 1998 (CLAYTON & JOURNEL, 1998), não contemplem aquele procedimento. Torna-se assim necessário modificar o código da sub-rotina 'SGSIM' dessa livreria, para contemplar as especificidades do caso de estudo apresentado, condicionando a simulação aos valores da informação auxiliar disponível, de acordo com o procedimento referido em LUÍS & SOUSA, 2000.

## SIMULAÇÃO GEOESTATÍSTICA

### Generalidades

Por definição, um processo de estimação fornece em cada suporte apenas uma solução determinista, resultante da combinação linear ponderada dos valores amostrais vizinhos, formando o seu conjunto a imagem condicionada mais provável das respectivas características médias, onde cada novo valor estimado é independente dos valores estimados na vizinhança, o que traduz a inaptidão dos processos de estimação para reproduzir imagens dos possíveis comportamentos extremos simultâneos dos domínios em análise. Assim, pode afirmar-se que a utilização dos valores estimados por krigagem no planeamento de fracções extremas (afastadas da média) é caracterizada por uma restrição da variabilidade espacial, e menor dispersão dos valores estimados, face aos valores experimentais. Isto conduz a desvios de previsão/estimação, quer através de situações de sobrestimação dos teores inferiores ao teor de corte, quando este é significativamente inferior à média, quer de subestimação dos valores superiores ao teor de corte, nos casos em que é superior.

Assim, quando é necessário aceder (1) aos valores extremos em cada ponto (2) ao comportamento extremo simultâneo do seu conjunto (3) à incerteza espacial que lhes está associada (só possível através de várias realizações da distribuição conjunta no domínio da VR), torna-se necessário recorrer à simulação estocástica. Estes processos sorteiam  $N$ s diferentes realizações da função aleatória  $Z(x)$  nos suportes não amostrados, e reproduzem, em cada um, características estatísticas como: a média, a função de distribuição e os variogramas encontrados na amostragem. Estas realizações condicionais (visto que obedecem à imposição de honrar os valores da VR nos pontos coincidentes com a amostragem) devem reproduzir o comportamento espacial da VR e permitir o acesso à incerteza do seu valor desconhecido em cada suporte, com base na percentagem de realizações que assumem ou ultrapassam

um dado valor de referência. Deste modo, as simulações estocásticas não produzem o cenário mais provável dos valores de uma VR, permitindo antes aceder a imagens equiprováveis com a mesma média, histograma e variabilidade espacial dos valores experimentais. São estas características que tornam estas técnicas competentes para idealizar diferentes comportamentos (que podem ser extremos), das características de dispersão ou concentração de uma VR, à custa de um conjunto lato de imagens.

### Simulação sequencial

O objectivo da simulação sequencial ( $\{z^{(l)}(x_i); i = 1, \dots, N\}$  com  $l = 1, \dots, L$ ) é gerar  $N$  valores nos  $N$  nós de uma malha, regular ou não, a partir da *fdcm* de um conjunto de  $n$  amostras ( $\{z(x_i); i = 1, \dots, n\}$ ).

$$F(x_1, \dots, x_N; z_1, \dots, z_N | (n)) = \text{Prob} \{z(x_1) \leq z_1, \dots, z(x_N) \leq z_N | (n)\}$$

A simulação sequencial baseia-se na extensão do condicionamento a toda a informação existente na vizinhança do ponto a simular, fornecida tanto pelos valores experimentais como pelos valores anteriormente simulados. Este princípio é traduzido pela relação de Bayes, cuja aplicação sequencial pode ser descrita para dois nós condicionais, através dos dois seguintes passos sucessivos: simulação do primeiro valor  $z_1$ , a partir da distribuição  $F(x_1; z_1 | (n))$ , a que se segue a simulação do segundo valor  $z_2$ , a partir da distribuição condicional  $F(x_2; z_2 | (n+1))$ , onde  $(n+1)$  representa o condicionamento aos  $n$  dados experimentais acrescidos do valor simulado no primeiro passo. Este processo é traduzido pela seguinte expressão:

$$F(x_1, x_2; z_1, z_2 | (n)) = F(x_1; z_1 | (n)) \cdot F(x_2; z_2 | (n+1))$$

A generalização deste princípio a  $N$  nós pode ser efectuada através da aplicação recursiva da relação de Bayes, de onde resulta o acréscimo de um nível de condicionamento à função de probabilidade em cada nova iteração. Este modo de condicionamento conduz à seguinte expressão geral:

$$F(x_1, \dots, x_N; z_1, \dots, z_N | (n)) = F(x_1; z_1 | (n)) \cdot F(x_2; z_2 | (n+1)) \cdot \dots \cdot F(x_{N-1}; z_{N-1} | (n+N-2)) \cdot F(x_N; z_N | (n+N-1))$$

onde a última parcela do produto ( $F(x_N; z_N | (n+N-1))$ ) se refere à condicionalização da função de distribuição

cumulativa da simulação no ponto  $N$ , ao conjunto dos  $n$  dados experimentais e aos  $(N - 1)$  pontos anteriormente simulados. A primeira realização fica concluída após a simulação dos valores dos  $N$  nós, podendo o número de realizações ser incrementado de acordo com o considerado necessário. É esta possibilidade de repetição de realizações que permite obter os parâmetros estatísticos da função de distribuição cumulativa (média e variância) da VR simulada em cada nó, de modo semelhante ao que seria conseguido, caso fosse possível amostrar várias vezes um mesmo suporte.

A simulação sequencial apoia-se no método de Monte Carlo, desenvolvido por J. von Neumann e S. Ulam em 1949, com a finalidade de modelar o comportamento de processos que dependem só de factores aleatórios. A sua aplicação assenta na possibilidade de construção da função de distribuição de probabilidade, que permite gerar de forma aleatória os valores dos parâmetros utilizados de acordo com o seu andamento.

### Simulação sequencial gaussiana

A forma mais simples de viabilizar o tratamento conjunto de funções de distribuição cumulativas condicionais (*fdcc*) é através da assunção de modelos capazes de representar adequadamente todas as leis de distribuição, e traduzi-las analiticamente numa única expressão passível de ser caracterizada por um pequeno número de parâmetros. Por outro lado, a utilização de modelos probabilísticos para prever as funções de distribuição de probabilidades (*fdp*) de uma VR, em pontos ou suportes não amostrados, só é viável desde que esta possa ser estimada a partir dos dados experimentais.

No entanto, o recurso a estes modelos, ainda que justificado pela escassa informação do comportamento real da VR, não determina o tipo de lei, mas apenas a sua média e variância, obrigando à introdução de hipóteses suplementares de modelos de permanência de lei, passando, se necessário, pela correcção da variância. Uma das formas de estimar *fdp* locais pode ser exemplificado por um conjunto de variáveis aleatórias  $\{Y(x), \in A\}$  que segue uma lei conjunta multigaussiana, e onde qualquer par de valores possui também uma lei de distribuição bigaussiana, caracterizada pela covariância  $C_Y(x_1, x_2)$ .

Assim, atendendo ao facto de qualquer combinação linear de VR normais seguir também uma distribuição normal, perfeitamente caracterizada em qualquer ponto  $x_0$  pela esperança e variância condicionais

$$E \{Y(x_0) | Y(x_1), \dots, Y(x_N)\}$$

$$\text{var} \{Y(x_0) | Y(x_1), \dots, Y(x_N)\},$$

permite calcular a *fdp* gaussiana em  $x_0$ :

$$G(x_0; y) = G \left[ \frac{y - E\{Y(x_0) | Y(x_\alpha), \alpha = 1, \dots, N\}}{\sqrt{\text{var} \{Y(x_0) | Y(x_\alpha), \alpha = 1, \dots, N\}}} \right]$$

a adopção da hipótese de multigaussianidade conduz a uma situação particular, onde basta conhecer os dois primeiros momentos (média e variância) para caracterizar completamente a *fdcc* que, atendendo à estacionaridade da média em todo o domínio, permite recorrer aos estimadores lineares de krigagem simples e à respectiva variância de estimação para efectuar o seu cálculo (GOOVAERTS, 1997; SOARES, 2000):

$$E\{Y(x_0) | Y(x_i), i = 1, \dots, N\} = [Y_{KS}(x_0)]^* =$$

$$= m(x_0) + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS} [Y(x_{\alpha}) - m(x_{\alpha})] = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS} Y(x_{\alpha})$$

$$\text{var} \{Y(x_0) | Y(x_i), i = 1, \dots, N\} = \sigma_{KS}^2(x_0) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}^{KS} C_Y(x_{\alpha}, x_0)$$

ficando a *fdp* gaussiana em  $x_0$ :

$$G(x_0; y) = G \left[ \frac{y - [Y_{KS}(x_0)]^*}{\sigma_{KS}(x_0)} \right]$$

Existem contudo situações onde a média dos valores de um atributo não é estacionária e/ou depende de outros atributos. Nestes casos, pode recorrer-se aos processos de estimação não-estacionários, como a krigagem ordinária, a krigagem universal ou a krigagem com deriva externa, para calcular a média da função de distribuição gaussiana ( $G(x; y|(n))$  num ponto  $x_0$ . No entanto, a variância de krigagem terá sempre de ser calculada através da krigagem simples, uma vez que é a única calculada no pressuposto de existir uma média conhecida e constante em todo o domínio, tal como acontece com os valores gaussianos resultantes da transformação.

É a simplicidade em definir a *fdp* em qualquer ponto do domínio em estudo que torna atractiva a opção pela utilização dos modelos paramétricos gaussianos em modelos de simulação sequencial. Inclui-se nesta categoria, como o próprio nome indica, a simulação sequencial gaussiana (SSG), que é efectuada num “ambiente” onde a variável principal em estudo tem obrigatória-

mente de ser gaussiana. O que levanta logo à partida a necessidade de transformar a função de distribuição dos dados experimentais numa função gaussiana, já que raramente as variáveis tratadas nas ciências da Terra (principalmente quando representam variáveis de baixo teor como U, Au, Ag, Cu, etc.) podem ser ajustadas por uma distribuição deste tipo. Assim, a SSG requer, num primeiro passo, a transformação gaussiana dos valores experimentais  $Z(x)$ . Esta transformação ( $\Phi$ )

$$Y(x_\alpha) = \Phi(Z(x_\alpha)), \quad \alpha = 1, \dots, N$$

é relativamente simples e pode ser efectuada por aproximação polinomial, através dos polinómios de Hermite, ou de uma transformação gráfica, que é um método mais simples que faz corresponder ao valor da *fdcc* de um atributo  $Z(x)$  um valor da *fdcc* gaussiana  $Y(x)$  que segue uma lei gaussiana de média nula e variância unitária (JOURNAL *et al.*, 1978); (MUGE, 1982) e (SOARES, 2000).

Dadas as funções de distribuição destas variáveis

$$F(z) = \text{prob}\{Z(x) < z\}$$

$$G(y) = \text{prob}\{Y(x) < y\},$$

pode generalizar-se que o valor  $z$ , que corresponde ao valor gaussiano  $y$ , e satisfaz  $F(z) = G(y)$ , é dado pela expressão:

$$Y(x_\alpha) = \Phi[Z(x_\alpha)] = G^{-1}[F(Z(x_\alpha))], \quad \alpha = 1, \dots, N$$

A normalização promove uma nova variável cuja *fdp* univariada é gaussiana, contudo, esta condição por si só não garante a multigaussianidade. Persistindo ainda a necessidade de verificar se a variável transformada  $Y(x_i)$  mantém a normalidade entre todos os bipontos, tripontos, ...,  $k$ -pontos separados pelos diferentes vectores  $h$  (bigaussianidade, trigaussianidade, tetragaussianidade, ...,  $k$ -gaussianidade). No entanto, a habitual escassez de informação, associada a malhas de amostragem com formas e passos irregulares, torna difícil a verificação da normalidade, para além dos bipontos existentes.

A simulação geoestatística para além da reprodução das características estatísticas tem por principal objectivo reproduzir a variabilidade estrutural das VR (SOUSA, 1983). Assim, é comum, caso não exista qualquer indício em contrário, assumir a multigaussianidade durante o processo de SSG, e condicionar a admissibilidade dos respectivos resultados ao comportamento dos variogramas realizados sobre os dados simulados que devem reproduzir os correspondentes variogramas experimentais.

A admissão de multigaussianidade de uma variável  $Y(x)$  num determinado domínio  $D$ , particularmente para o conjunto dos dados transformados (possuidores de média zero), é uma condição bastante conveniente, uma vez que nos casos em que a média possa ser considerada estacionária ( $m_{Y(x)} = m \forall x \in D$ ) permite recorrer aos estimadores lineares da krigagem simples para estimar a média e variância características da *fdcc* em qualquer ponto  $x_0 \in D$  de uma forma bastante robusta.

Com esta assunção, o processo da SSG pode ser descrito da seguinte forma:

1. estabelecer um percurso aleatório de visita singular a cada um dos  $N$  nós a simular;
2. estimar, por krigagem simples, a média e a variância da função de distribuição condicional cumulativa (gaussiana) no primeiro nó a visitar, à custa dos valores e variogramas ( $\gamma_Y(h)$ ) dos  $n$   $Y(x)$  valores resultantes da normalização dos valores experimentais;
3. gerar um valor aleatório  $p$  a partir de uma

$$[Y(x_1)]^* = E\{Y(x_1) | (n)\} = \sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i)$$

$$\sigma_{KS}^2(x_1) = \text{var}\{Y(x_1) | (n)\}$$

distribuição uniforme entre 0 e 1, e obter o valor gaussiano  $Y_S(x_1)$  a partir da função inversa de distribuição condicional cumulativa gaussiana em  $x_1$ , caracterizada no ponto anterior

$$Y_S(x_1) = G^{-1}([Y(x_1)]^*; \text{var}[Y(x_1)]^*; p)$$

passando  $Y_S(x_1)$  a fazer parte dos  $(n + 1)$  valores condicionantes da simulação no próximo ponto através da sua adição aos valores experimentais:

$$\{n + 1\} = \{n\} \cup \{Y_S(x_1)\};$$

4. repetir os pontos 2 e 3 para o nó seguinte, aleatoriamente escolhida no ponto 1, com base no novo conjunto de  $\{n + 1\}$  valores condicionantes da estimação. Passando este novo valor simulado  $Y_S(x_2)$  a integrar o novo conjunto condicionante de estimação

$$\{n + 2\} = \{n + 1\} \cup \{Y_S(x_2)\},$$

seguido-se a repetição deste procedimento até ser simulado o  $N$  e último nó com base nos  $(n + N - 1)$  valores condicionantes;

5. o processo é concluído através da transformação dos valores gaussianos simulados  $[Y_S(x_j)]$  nos nós, em valores com uma função de distribuição semelhante à dos dados experimentais através da aplicação da função inversa de transformação gaussiana dos dados experimentais

$$Z_S(x_j) = G^{-1}[Y_S(x_j)] \text{ com } j = 1, \dots, N.$$

Como já foi mencionado, a obtenção de novos cenários pode ser efectuada através de novas simulações, em tudo semelhantes ao descrito nos pontos anteriores, desde que no ponto 3 se usem outros valores aleatórios  $p$ .

### SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA COM DERIVA EXTERNA

Como referido no capítulo anterior, o algoritmo tradicional de SSG utiliza a krigagem simples para estimar as médias e variâncias das distribuições condicionais gaussianas em cada nó da malha (ponto 2). Com o objectivo de incluir a influência das variáveis auxiliares nos valores simulados, o procedimento de estimação apresentado em LUÍS & SOUSA, 2000, pode ser introduzido no algoritmo de SSG, dando origem à Simulação Sequencial Gaussiana com Deriva Externa – SSG-DE. O módulo “sgsim”, do GSLIB, foi modificado através da inclusão da krigagem com deriva externa para estimar as já referidas médias, mantendo a variância da krigagem simples. Uma segunda alteração introduzida permitiu simular directamente volumes não paralelepípedos.

### APLICAÇÃO DA SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA COM DERIVA EXTERNA AO JAZIGO AURÍFERO DE CASTROMIL

#### Análise e transformação dos dados de partida

Para testar as modificações inseridas no módulo “sgsim” do processo de SSG, recorreu-se, como já foi

dito, à utilização dos dados do jazigo aurífero de Castromil. Assim, a informação de base será constituída pelos teores de Au e pelas respectivas classes Au1\* e Au3\*, estimadas de acordo com o procedimento descrito em LUÍS & SOUSA, 2000, que permitiu pôr em evidência a sua importância na estimação da variável principal (o teor em Au). Por motivos de economia de cálculo, todos os testes às alterações introduzidas no processo de simulação serão realizados em suportes pontuais, semelhantes aos da amostragem, coincidentes com os centros dos suportes tecnológicos mais adequados ao desmonte deste jazigo, discretizados numa malha de  $5 \times 5 \times 4 \text{ m}^3$ .

A SSG é um processo que, como já foi indicado, exige que a *fdcm* da variável principal em simulação seja gaussiana, portanto, o seu primeiro passo consiste na transformação gaussiana ou directa da distribuição marginal dos teores de Au amostrais. Todas as transformações serão efectuadas dentro de amostras-limites iguais aos valores mínimos e máximos da amostragem. A perda do significado de classe retira qualquer sentido à normalização das variáveis auxiliares amostrais (Au1 e Au3), classificadas dicotomicamente e estimadas (quer nos nós contidos nos limites do jazigo quer na sua totalidade). Nas Figs. 1 e 2, podem observar-se os histogramas dos teores de Au amostrais e transformados directamente, estando os principais estatísticos e histogramas das variáveis utilizadas, representados na Tab. 2 e Figs. 3 a 5.

A análise do comportamento estrutural da VR amostradas consiste no cálculo e modelação de funções variograma, para quantificar os respectivos comportamentos e contiguidades espaciais. Nos casos em estudo,

TABELA 2

Estatísticos dos teores de Au transformados de modo directo, das classes Au1 e Au3 da amostragem e estimadas nos 20 487 nós contidos no jazigo e nos 172 725 nós que constituem a totalidade da malha paralelepípedica

Basic statistics of the Au1 and Au3 classes after a direct transformation for the 20 487 estimated nodes within the orebody and the total set of 172 725 nodes

Teores (ou probabilidades)	N.º de amostras	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	1.º quartil	3.º quartil	Variância	Assimetria
de Au presentes na amostragem	3944	0,01	43,00	0,83	0,23	0,05	0,83	3,60	7,92
de Au normalizados pelo “sgsim”		-3,52	3,66	-0,20	-0,20	-0,75	0,67	1,91	-1,00
dos teores de Au pertencerem à classe Au1 presente na amostragem		0,00	1,00	0,34	0,00	0,00	1,00	0,23	0,66
dos teores de Au pertencerem à classe Au3 presente na amostragem		0,00	1,00	0,32	0,00	0,00	1,00	0,22	0,75
dos teores de Au pertencerem à classe Au1 estimada nos nós contidos nos limites do jazigo	20 487	0,00	1,00	0,25	0,20	0,10	0,40	0,06	0,89
dos teores de Au pertencerem à classe Au3 estimada nos nós contidos nos limites do jazigo		0,00	1,00	0,38	0,40	0,20	0,60	0,06	0,33
dos teores de Au pertencerem à classe Au1 estimada na totalidade dos nós da malha	172 725	0,00	1,00	0,34	0,28	0,07	0,57	0,10	0,65
dos teores de Au pertencerem à classe Au3 estimada na totalidade dos nós da malha		0,00	1,00	0,34	0,28	0,06	0,56	0,10	0,66

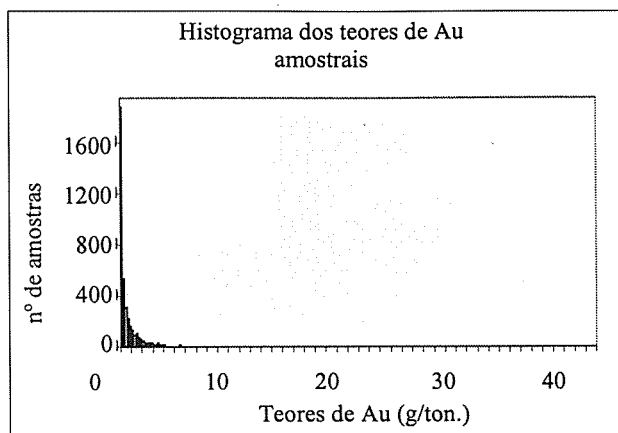


Fig. 1 – Histogramas dos teores de Au presentes nos 3944 troços de amostragem.

– Histograms of the Au grades in the 3944 samples.

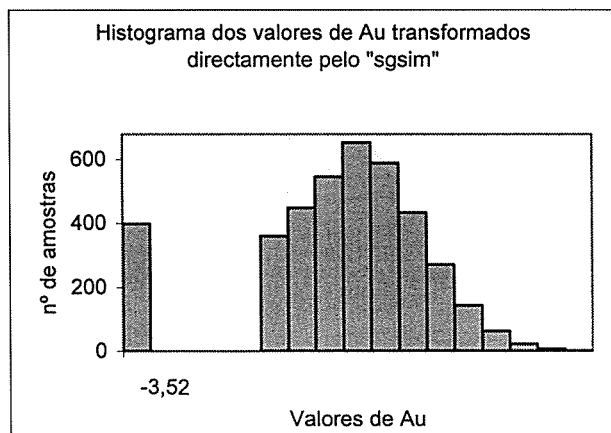


Fig. 2 – Histogramas 3944 dos valores de Au, após submissão à transformação directa.

– Histograms of the Au grades in the 3944 samples, after a direct transformation.

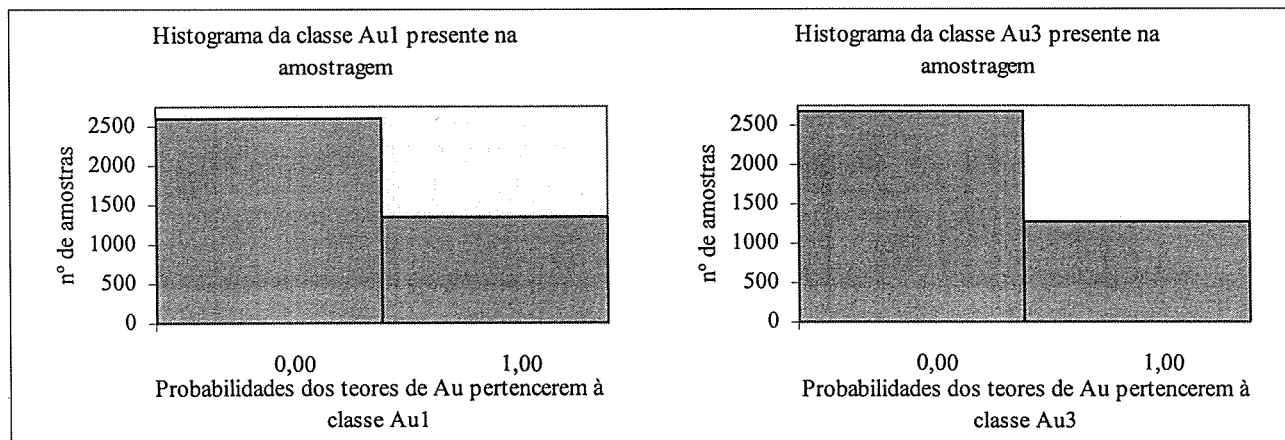


Fig. 3 – Histogramas das probabilidades dos teores de Au pertencerem às classes Au1 e Au3 presentes nas 3944 amostras.

– Au grades histogram's probabilities, in the 3944 samples, to belong to the classes Au1 and Au3.

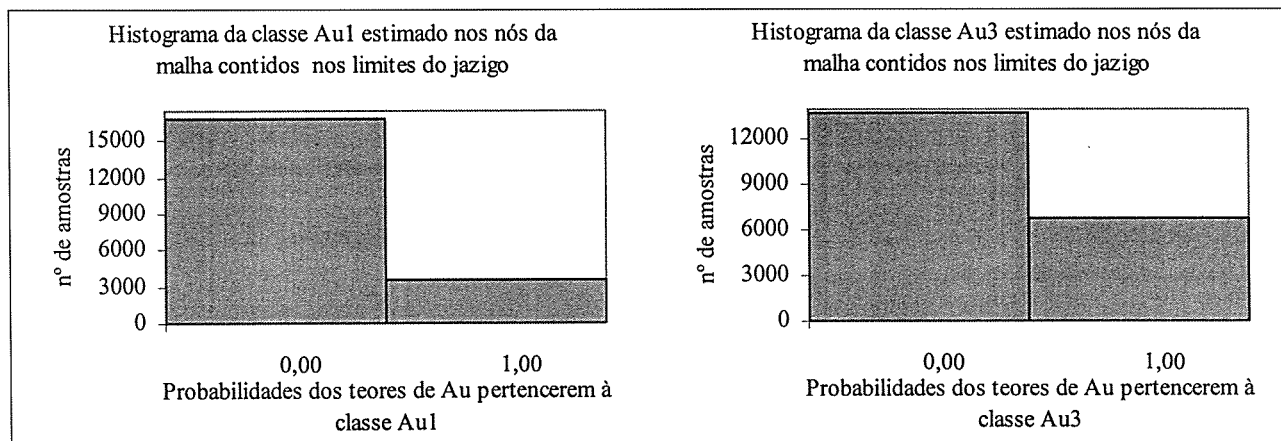


Fig. 4 – Histogramas das probabilidades estimadas para os teores de Au pertencerem às classes Au1 e Au3, nos 20 487 nós da malha contidos no jazigo.

– Estimated Au grades histogram's probabilities, present in the 20 487 nodes of the orebody, to belong to the classes Au1 and Au3.

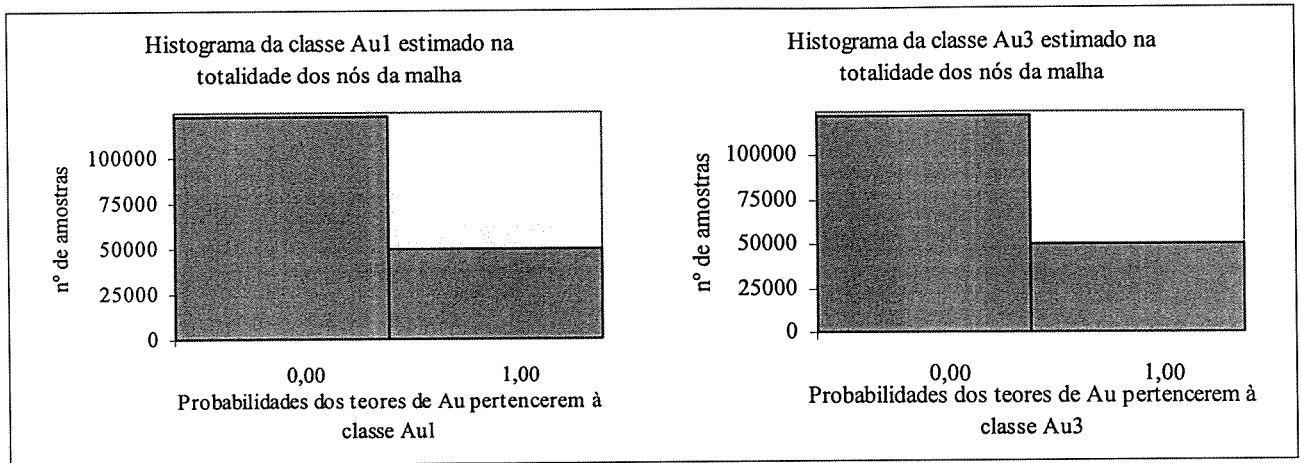


Fig. 5 – Histogramas das probabilidades estimadas dos teores de Au pertencerem às classes Au1 e Au3, nos 172 725 nós que constituem a totalidade da malha.  
 – Estimated Au grades histogram's probabilities, present in the 172 725 nodes that constitute the totality of the mesh, to belong to the classes Au1 and Au3.

foi efectuada por pesquisas das direcções e inclinações principais, através de procuras sistemáticas com regularizações de 15°, em intervalos de 5° em 5°, que permitiu verificar que a maioria dos elipsóides de anisotropia está alinhada com as direcções de maior desenvolvimento do jazigo (coincidente com a direcção E<sub>1</sub>-W<sub>1</sub>). Para uma melhor aferição dos valores do efeito de pepita, realizaram-se também estudos com regularizações de 180°. As observações de variografia simples foram efectuadas

pelas rotinas VAR3D e MODVAR do sistema RESMIN (SOUSA *et al.*, 1990), tendo-se verificado que os variogramas experimentais dos teores de Au, representados na Fig. 6, apresentam comportamentos compatíveis com o modelo teórico mais comum neste tipo de VR, designado por esférico, com efeito de pepita relativamente baixo (devido à existência de microrregionalizações a uma escala inferior à dimensão amostral e/ou a componentes aleatórias causadas por erros de análise laboratorial dos teores).

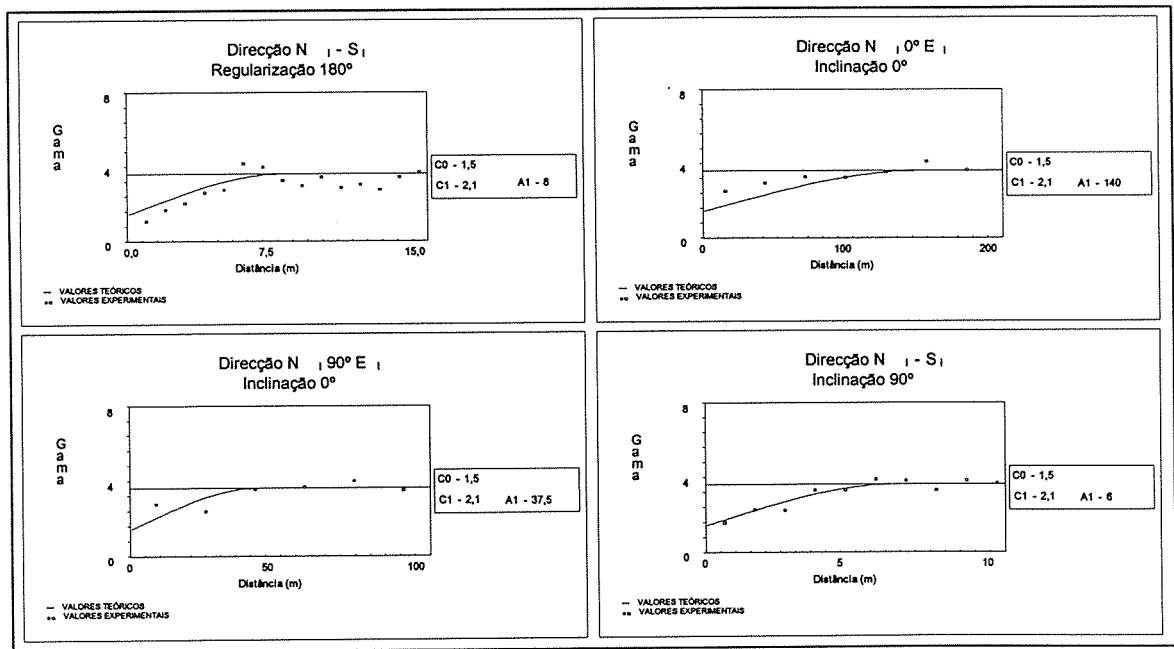


Fig. 6 – Variogramas dos teores de Au presentes nos 3944 troços de 1 m de comprimento, do conjunto de amostragem total.  
 – Variograms for the Au grades in the 3944 samples.



A transformação da função de distribuição dos teores de Au, numa distribuição normal pelo módulo “sgsim”, originou uma nova VR com média próxima de zero e variância perto de dois. Este facto obriga à realização de uma nova análise estrutural, em tudo semelhante à efectuada para os teores amostrais, da qual resultaram os variogramas representados na Fig. 7. A comparação entre estes variogramas e os encontrados para os teores da amostragem sem normalização permite salientar:

- a existência de diferenças significativas nas distâncias de correlação entre amostras que sofreram um ligeiro decréscimo, cerca de 15 % na direcção  $N_1 0^\circ E_1$ , e um substancial aumento, cerca de 320 % na direcção  $N_1 90^\circ E_1$ , ocasionaram a isotroposição da distância estrutural no plano horizontal e um incremento da ordem dos 250 % no plano vertical;
- a proporção entre a variância e o efeito de pepita diminuiu cerca de 10 % (de 41,7 % para 31,4 %).

### SSG-DE Pontual dos teores de Au

A utilização de 120 sementes (escolhidas aleatoriamente), na realização de um conjunto de 120 simulações, nos 20 487 nós da malha contidos no jazigo, conduziu à obtenção de um conjunto de 120 cenários equiprováveis, com as mesmas médias, variâncias, histogramas e variabilidades espaciais dos valores amostrais. Para melhor percepção dos resultados adquiridos, apresentam-se na Tab. 3 e Figs. 8 a 10 os principais estatísticos, variogramas e histogramas dos valores obtidos num SSG (aleatoriamente escolhida). A análise de valores simulados, antes e após a aplicação da transformação inversa, permite verificar que os teores de Au simulados,

*i.* e ainda não submetidos à transformação inversa, possuem:

- uma variabilidade espacial muito semelhante à dos teores de Au transformados de modo directo, que é traduzida nas grandes semelhanças encontradas entre os variogramas das Figs. 7 e 8;

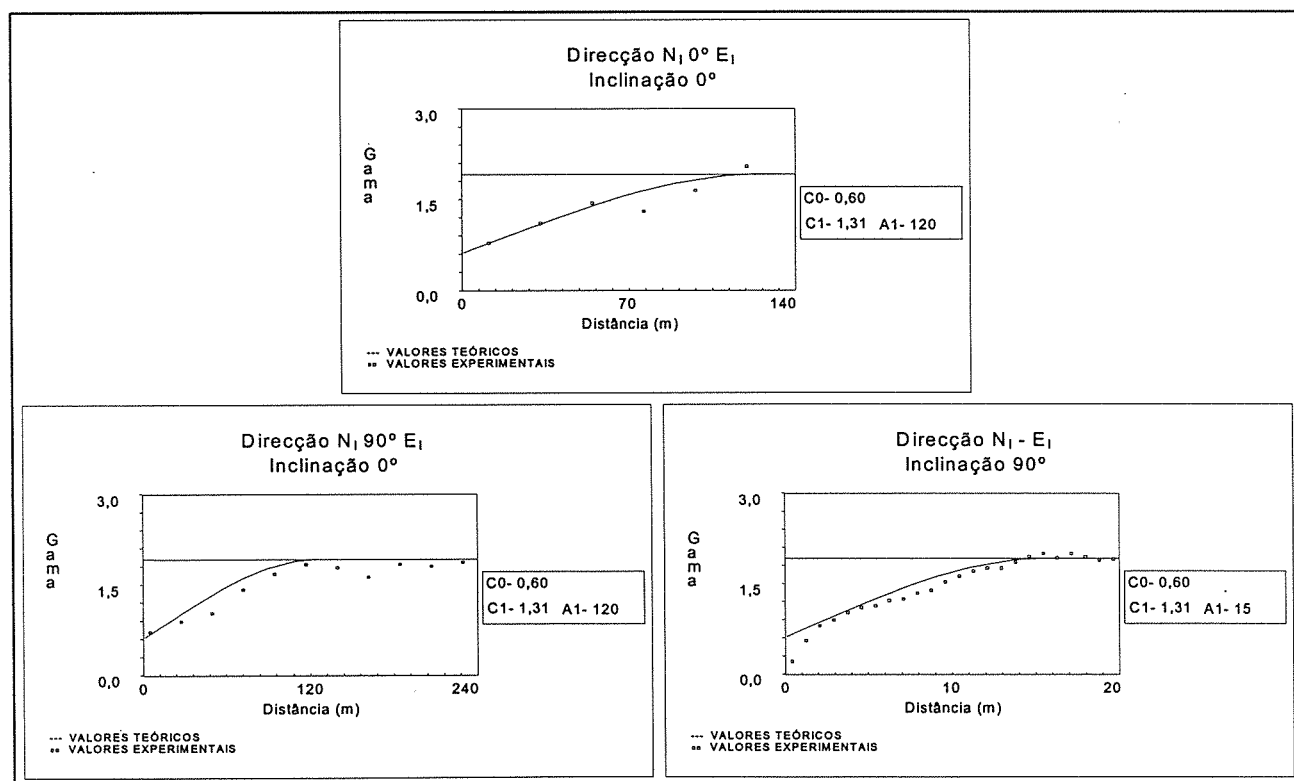


Fig. 7 – Variogramas dos 3944 teores de Au transformados de modo directo pelo “sgsim”.

– Variograms for the Au grades in the 3944 samples after gaussian transformation through the “sgsim” module of GSLIB package.

TABELA 3

Estatísticos dos teores de Au, antes e após a transformação inversa dos resultados de um processo de SSG, realizado nos 20 487 nós da malha, contidos no jazigo

Basic statistics of the grades of Au, before and after the inverse transformation of the results from one process of SSG, for the 20 487 nodes within the orebody

Valores de Au simulados por SSG nos nós contidos no jazigo, com os dados normalizados pelo módulo	N.º de nós simulados	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	1.º quartil	3.º quartil	Variância	Assimetria
“sgsim”, antes da respectiva transformação inversa	20 487	-4,66	-4,31	0,08	0,11	-0,63	0,83	1,21	-0,15
“sgsim”, após a respectiva transformação inversa		0,01	34,22	0,83	0,23	0,04	0,84	3,60	7,58

– distribuições normais, como se pode observar para o mesmo cenário referido no ponto anterior na Fig. 9, e estatísticos semelhantes aos valores amostrais transformados de modo directo, como se constata na comparação das Tabs. 2 e 3;

ii. após a transformação inversa, observa-se que:

– os variogramas dos teores simulados, representados na Fig. 11, reproduzem bastante aproximadamente o andamento dos variogramas experimentais, representados na Fig. 6, uma vez que as diferenças apenas se resumem a menos 30,0 m (-21,43%), na direcção  $N_1 0^\circ E_1$ , a mais 2,5 m (+6,67%), segundo a direcção  $N_1 90^\circ E_1$ , e a mais 4,0 m (+66,67%), na vertical;

– existem grandes semelhanças, entre a função de distribuição dos teores simulados e a função de distribuição dos teores da amostragem, como pode ser visto na comparação dos histogramas das Figs. 1 e 10.

Com o objectivo de analisar a variabilidade associada ao conjunto dos 120 cenários construídos, calcularam-se os variogramas e as curvas de distribuição das 120 simulações.

Na Fig. 12 apresentam-se os variogramas de 25 simulações seleccionadas aleatoriamente das 120 calculadas. Embora existam algumas diferenças entre simulações, verifica-se que o modelo ajustado individualmente a cada uma das simulações é semelhante ao modelo teórico pretendido, apresentado na Fig. 6.

Também as funções de distribuição obtidas em cada uma das simulações são muito semelhantes entre si, como se pode ver na Fig. 13. As Figs. 14 e 15 mostram as várias curvas de distribuição cumulativas, respectivamente para teores até 9,0 g/ton. e superiores: expe-

rimentais, de cada uma das simulações e respectiva curva média, da média dos valores simulados e dos valores estimados. Da análise das figuras conclui-se que:

i. As curvas de distribuição dos valores estimados e da média das simulações são semelhantes, isto é, os valores médios das 120 simulações em cada ponto são próximos dos respectivos valores estimados;

ii. A curva de distribuição média dos valores simulados é semelhante à dos valores experimentais;

iii. A comparação das curvas citadas em i. com as referidas em ii. mostra que, quando baseadas nos valores estimados, a proporção de valores superiores a um determinado teor de corte tendem a ser ou sub ou sobreestimados, conforme o teor de corte é superior ou inferior ao teor médio, ao contrário do que acontece no caso dos valores simulados. Logo, a avaliação de uma reserva não deve ser baseada em valores de teores estimados.

### SIMULAÇÃO DOS TEORES DE Au NOS BLOCOS DE DESMONTE DO JAZIGO

Todos os testes de simulação realizados até aqui, utilizando o algoritmo SSG-KD, foram efectuados naturalmente, apenas em suportes pontuais semelhantes aos de amostragem. No entanto, o facto de qualquer cálculo de reservas necessitar de um modelo blocométrico para descrever o jazigo conduz à necessidade de realizar simulações neste suporte, já que o respectivo valor médio difere do valor pontual simulado no seu centro.

Um procedimento usual para simulação de suportes não pontuais consiste na discretização de cada um dos

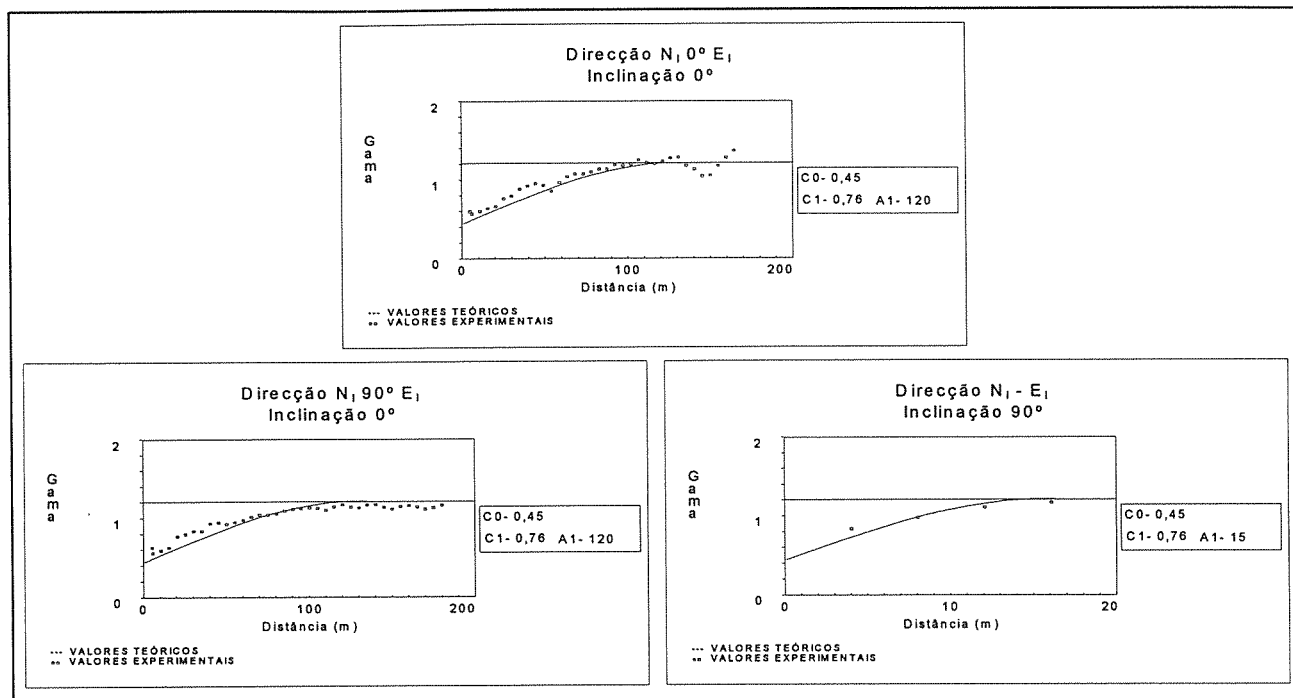


Fig. 8 – Variogramas dos valores de Au, antes da transformação inversa dos resultados de um processo de SSG, realizado nos 20 487 nós da malha, contidos no jazigo.

– Variograms for the simulated Au values by “sgsim” module of GSLIB package, before final inverse transformation (20 487 nodes within the orebody).

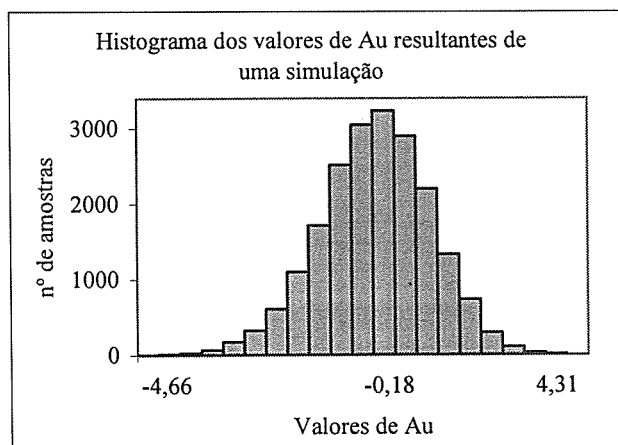


Fig. 9 – Histograma dos valores de Au, antes das transformações inversas dos resultados de um processo de SSG, nos 20 487 nós da malha, contidos no jazigo.

– Histograms for the simulated Au values by “sgsim” module of GSLIB package, before final inverse transformation (20 487 nodes within the orebody).

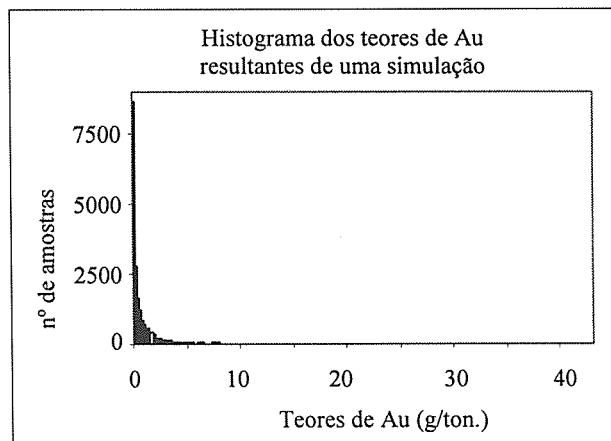


Fig. 10 – Histograma dos teores de Au, após a transformação inversa dos resultados de um processo de SSG, realizado nos 20 487 nós da malha, contidos no jazigo.

– Histograms for the simulated Au grades by “sgsim” module of GSLIB package, after final inverse transformation (20 487 nodes within the orebody).

suportes num conjunto de pontos onde são simulados valores. O valor simulado do bloco é o valor médio dos valores dos pontos nele contidos. O número de pontos

deve ser suficiente para reproduzir a variabilidade prevista para os valores simulados nos blocos. Atendendo ao comportamento estrutural dos teores de

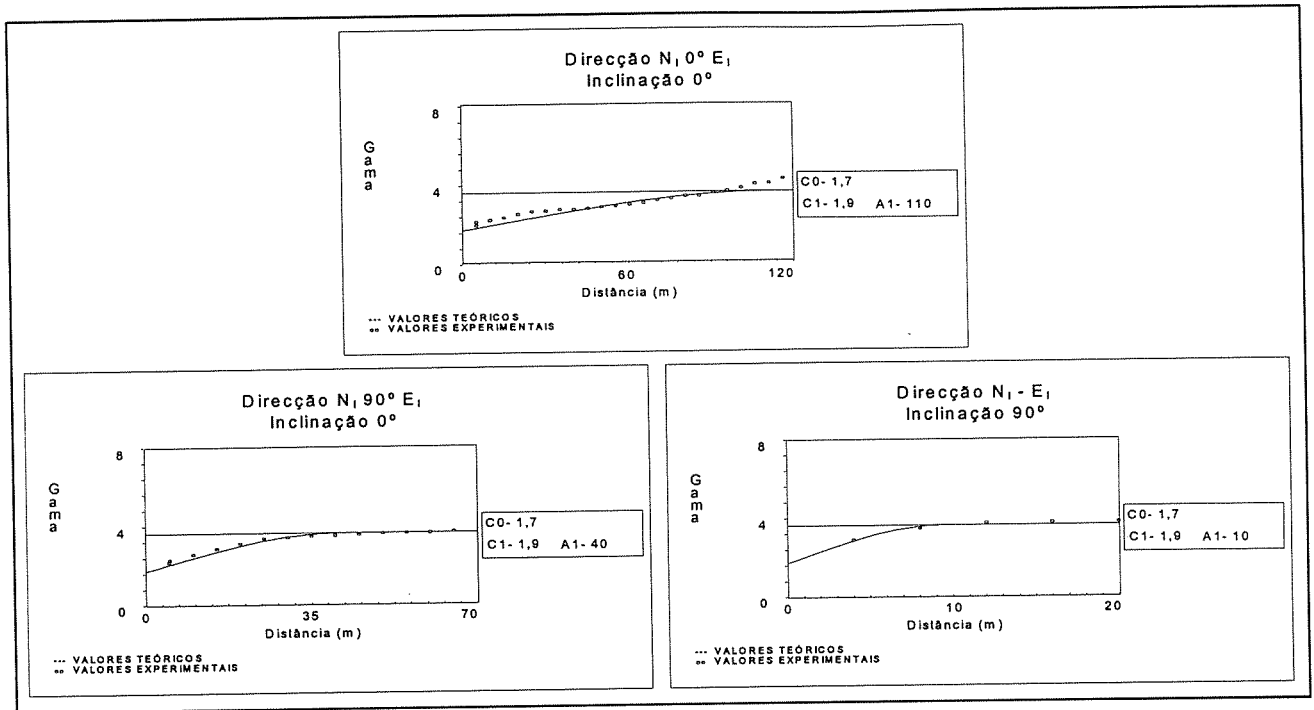


Fig. 11 – Variogramas dos teores de Au, após a transformação inversa dos resultados de um processo de SSG, realizado nos 20 487 nós, da malha coincidente com os centros dos blocos de desmonte.

– Variograms for the simulated Au grades by “sgsim” module of GSLIB package, after final inverse transformation (20 487 nodes within the orebody).

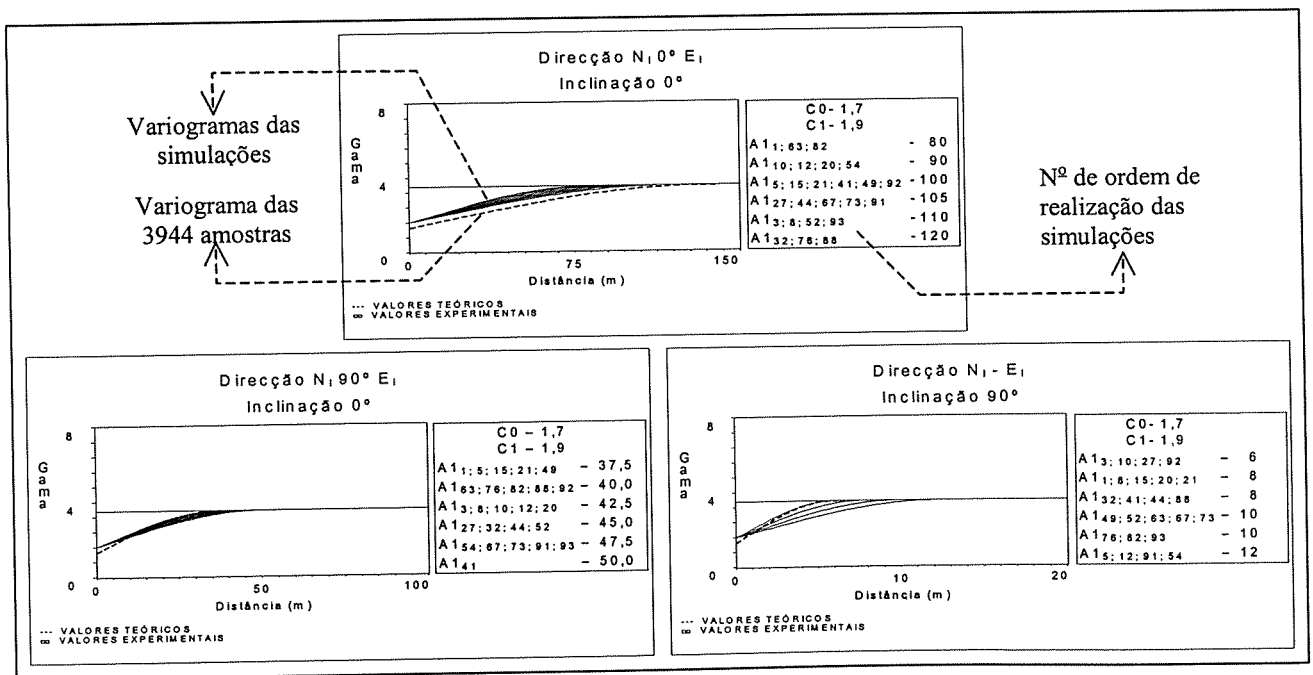


Fig. 12 – Variogramas dos teores de Au, após a transformação inversa dos resultados de 25 processos de SSG, realizados nos 20 487 nós, da malha coincidente com os centros dos blocos de desmonte.

– Variogramas of Au grades, after the inverse transformation of the results through 25 processes of SSG, accomplished in the 20 487 nodes contained in the orebody.

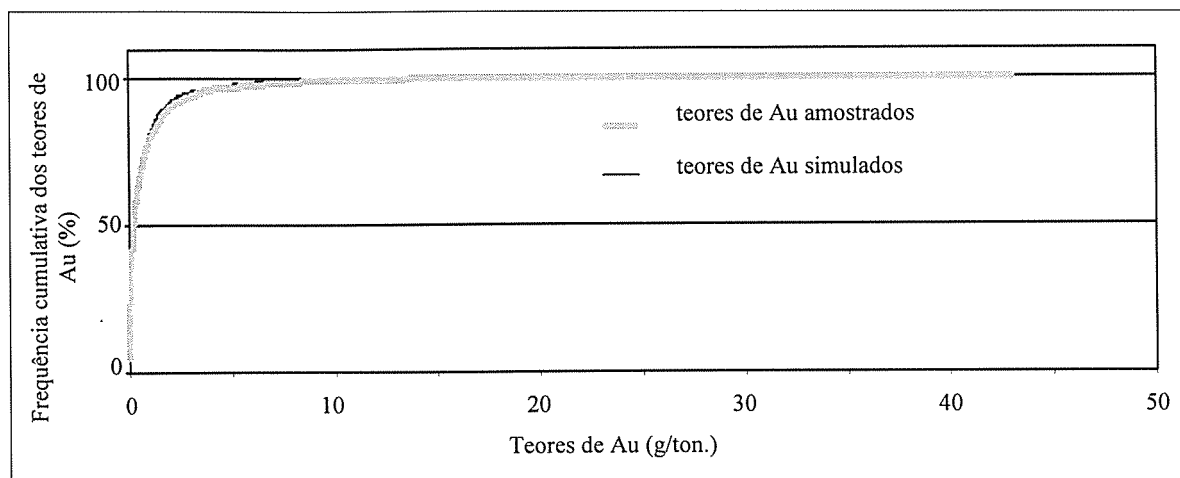


Fig. 13 – Funções de distribuição cumulativas dos teores de Au amostrais, e obtidos após a transformação inversa dos resultados dos 120 processos de SSG, realizados nos 20 487 nós, da malha coincidente com os centros dos blocos de desmonte.

– Cumulative distribution function of the initial Au grades and after a final inverse transformation of 120 realizations (20 487 nodes within the orebody).

Au normalizados, que evidencia valores iguais para as amplitudes horizontais (120 m) e um valor oito vezes menor segundo a vertical (15 m), usou-se uma discretização aproximadamente proporcional às amplitudes dos variogramas, segundo uma malha de 2,5 x 2,5 x 0,5 m.

Seguiu-se a realização de 120 simulações dos valores de Au em cada um dos 655 584 nós, contidos no interior dos suportes de desmonte, e as transformações das respectivas  $f_{dcm}$ , de modo a possuírem a mesma média e variância da amostragem. O último passo de cada uma destas 120 simulações consistiu em calcular o valor médio de cada suporte de desmonte ( $Z_v^s$ ) através da equação:

$$Z_v^s(x) = \frac{1}{n_v} \sum_{i=1}^{n_v} Z_p^s(x_i), \quad \forall x_i \subset v$$

com: –  $n_v$  = número de pontos contidos em  $v$

–  $Z_p^s$  = teor simulado pontualmente

O carácter estocástico do processo de SSG-DE conduz a uma multiplicidade de cenários de distribuições espaciais dos teores simulados que permitem calcular:

- a média dos 120 teores de Au simulados para cada bloco que, para os pisos às cotas 108, 132 e 164 m, se encontram representados nos mapas de topo das Figs. 16 a 18;
- os mapas das variâncias dos 120 teores simulados em cada bloco, que também podem ser observados nas Figs. 16 a 18;

- a variância dos 120 teores de Au simulados para cada bloco, e em conformidade para encontrar os limites dos intervalos de maior confiança. Como exemplo desta capacidade apresentam-se, nas Figs. 19 a 21, mapas dos pisos às cotas 108, 132 e 164 m, onde cada suporte de desmonte é representado por um rectângulo delimitado a preto, e cuja área está preenchida por duas cores que indicam os intervalos a que pertencem os limites inferior e superior do intervalo que contém 95 % dos respectivos valores de Au simulados. Ou seja, 2,5 % dos valores simulados encontram-se abaixo do limite inferior, e outros 2,5 % estão acima do limite superior;

- as funções de distribuição e histogramas dos teores simulados em cada suporte, representados a título exemplificativo para dois suportes de desmonte, identificados pelos quadrados e estrelas nas Figs. 16 a 18.

## PARAMETRIZAÇÃO DAS RESERVAS

A partir dos 120 cenários simulados podem construir-se 120 curvas Quantidade de metal / teor de corte, indicadas na Fig. 22, onde se representa também a curva média e a curva obtida a partir dos valores estimados. De notar que o canal formado pelas várias simulações, que é relativamente largo, ilustra a incerteza associada à quantidade de metal, cujo andamento mais

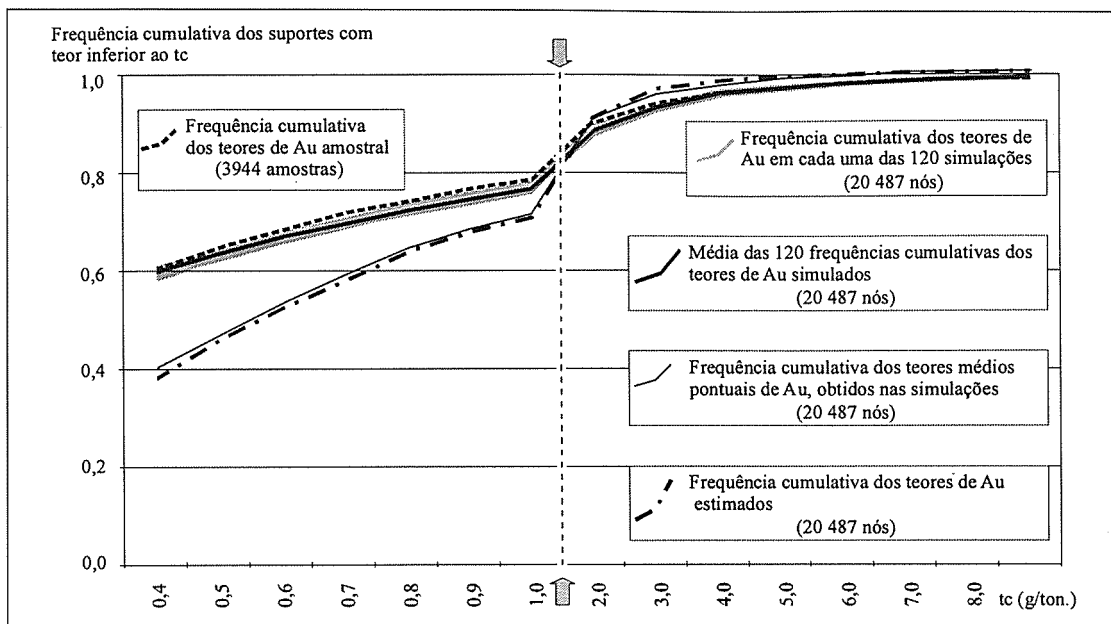


Fig. 14 – Funções de distribuição cumulativas das frequências dos teores de Au amostral e obtidos nos 20 487 nós da malha coincidente com os centros dos blocos de desmonte, pelos seguintes processos: estimação Au KDE (Au1\*, Au3\*) sem classificação multifásica; 120 processos de SSG e respectiva média; média pontual dos 120 processos de SSG (a seta corresponde a uma mudança de escala).

- Cumulative distribution functions of the Au sampling grade's frequencies and of the obtained in the 20 487 nodes within the orebody through the following processes: estimation Au KDE (Au1\*, Au3\*) without multiphase classification; 120 "sgsim" simulated images and correspondent average; punctual average of the 120 simulated images of "sgsim" (the arrow in the graph separates two scales for the Au grade's axis).

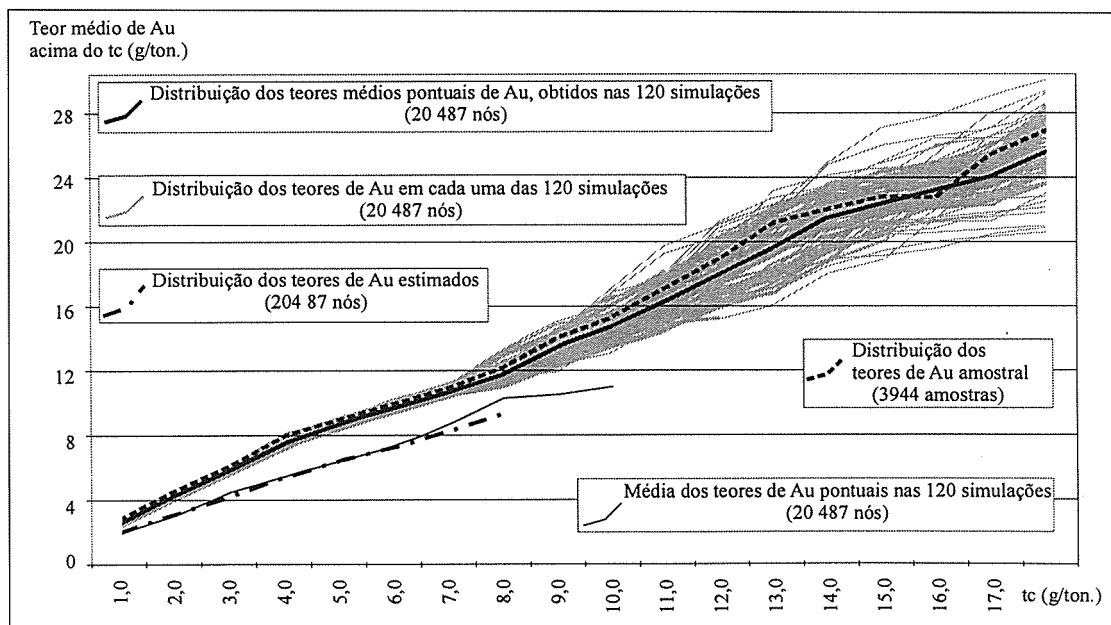


Fig. 15 – Funções de distribuição dos teores médios de Au amostral e obtidos nos 20 487 nós da malha coincidente com os centros dos blocos de desmonte, pelos seguintes processos: estimação Au KDE (Au1\*, Au3\*) sem classificação multifásica; 120 processos de SSG e respectiva média; média pontual dos 120 processos de SSG.

- Distribution functions of the average Au sampling grades and obtained in the 20 487 nodes within the orebody, through the following processes: estimation Au KDE (Au1\*, Au3\*) without multiphase classification; 120 "sgsim" simulated images and correspondent average; punctual average of the 120 simulated images of "sgsim".

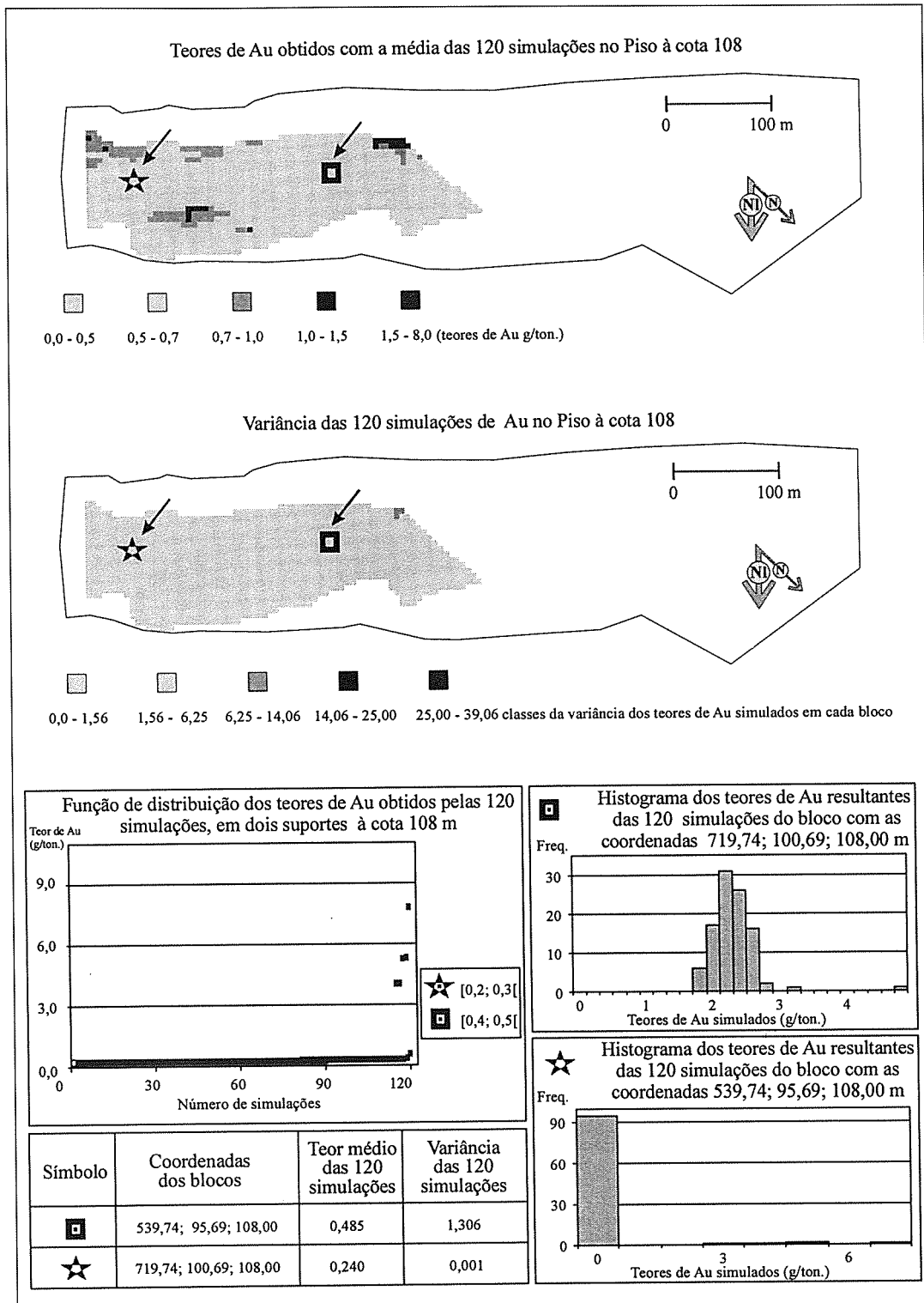


Fig. 16 – Mapas das classes do teor médio e variância dos 120 teores de Au simulados em cada bloco no piso à cota 108 m, e funções de distribuição e histogramas dos 120 teores de Au simulados em dois desses blocos (identificados pelos quadrados e estrelas).  
 – Classes of Au and variance of the 120 Au simulated images in each block in the floor, from the 108 m level and correspondent distribution functions and histograms of the 120 Au simulated grades in two of those blocks (identified by squares and stars).

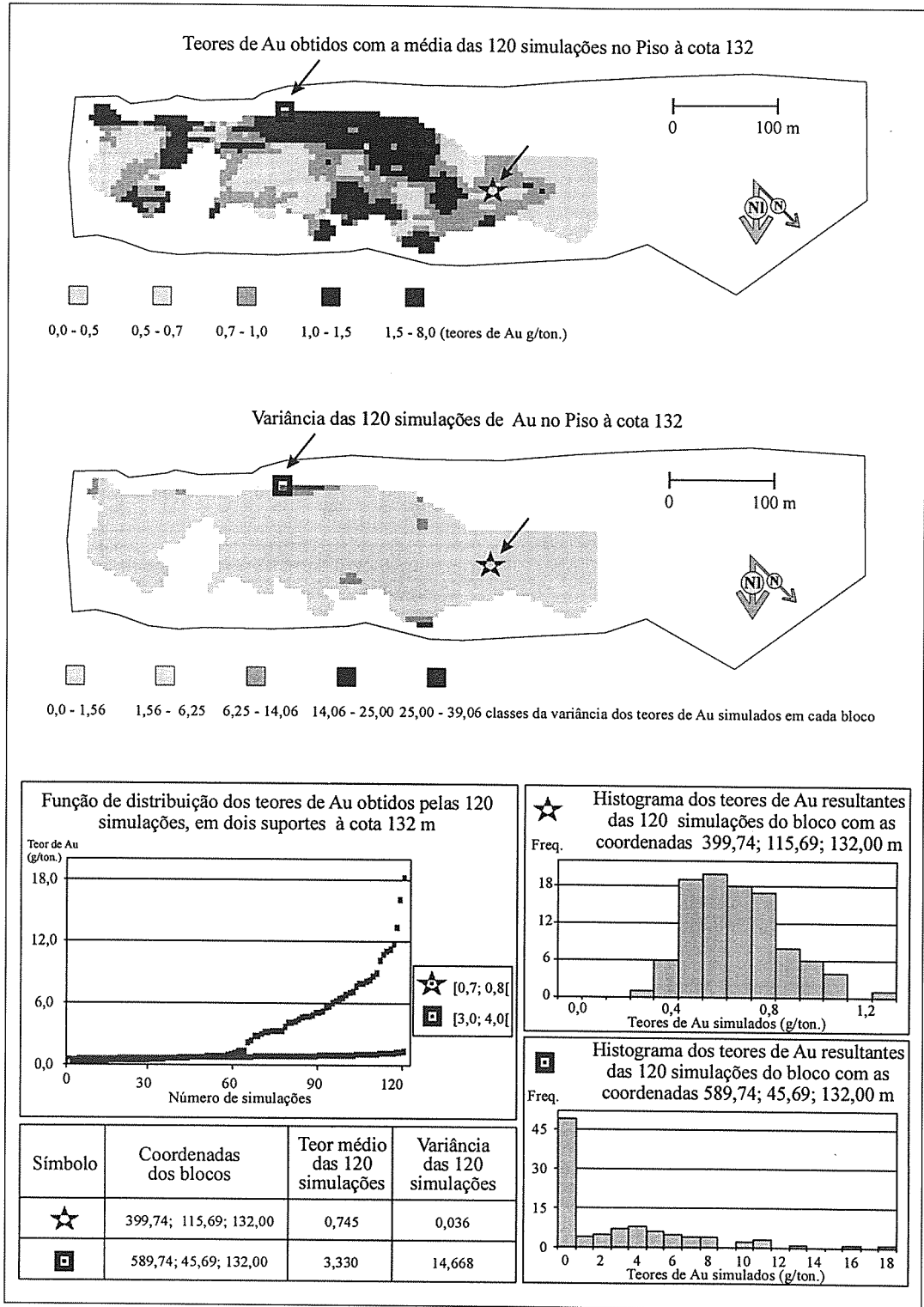


Fig. 17 – Mapas das classes do teor médio e variância dos 120 teores de Au simulados em cada bloco no piso à cota 132 m, e funções de distribuição e histogramas dos 120 teores de Au simulados em dois desses blocos (identificados pelos quadrados e estrelas).

– Classes of Au and variance of the 120 Au simulated grades in each block in the floor, from the 132 m level and correspondent distribution functions and histograms of the 120 Au simulated grades in two of those blocks (identified by squares and stars).



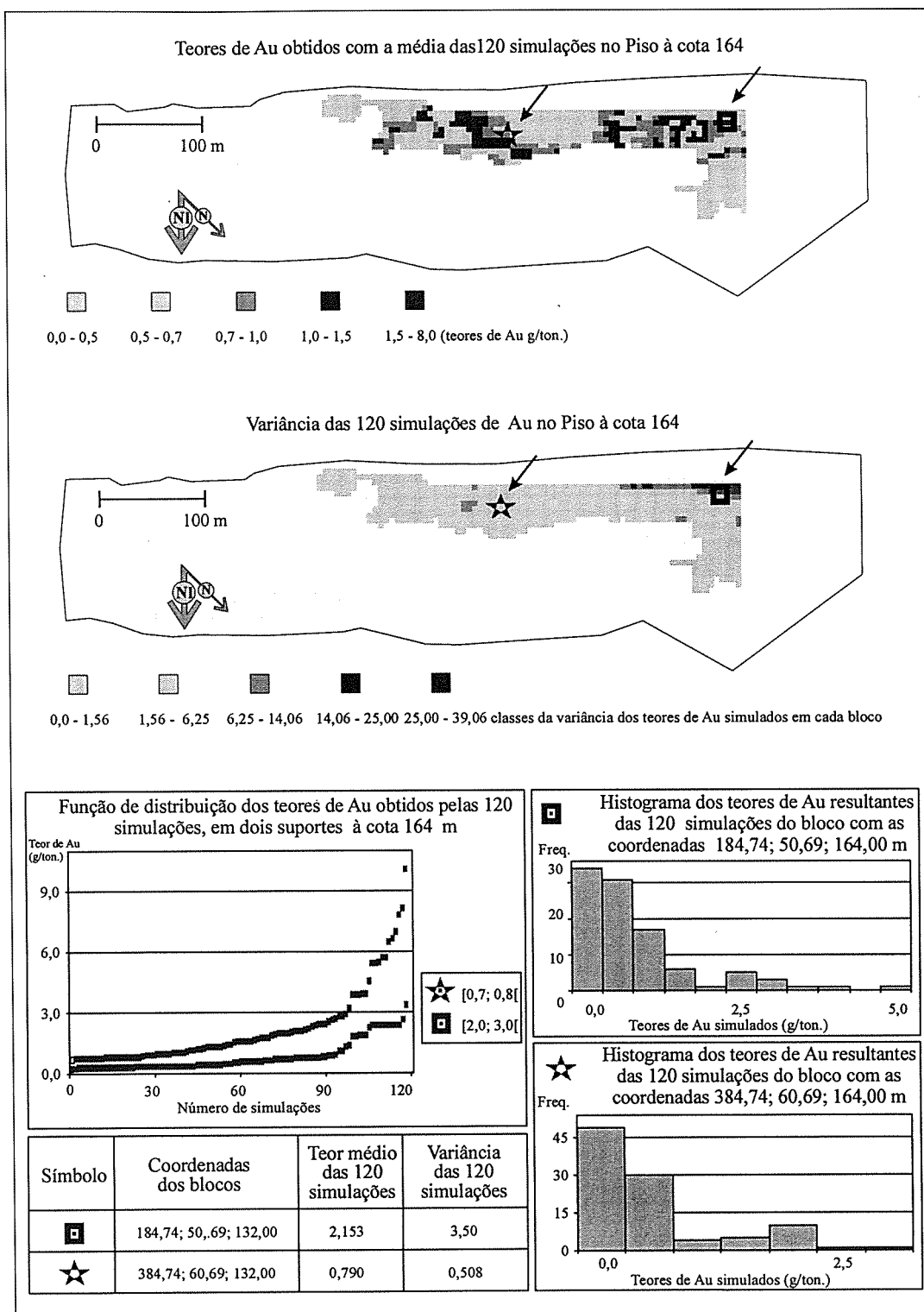


Fig. 18 – Mapas das classes do teor médio e variância dos 120 teores de Au simulados em cada bloco no piso à cota 164 m, e funções de distribuição e histogramas dos 120 teores de Au simulados em dois desses blocos (identificados pelos quadrados e estrelas).

– Classes de Au and variance of the 120 Au simulated grades in each block in the floor, from the 164 m level and correspondent distribution functions and histograms of the 120 Au simulated grades in two of those blocks (identified by squares and stars).

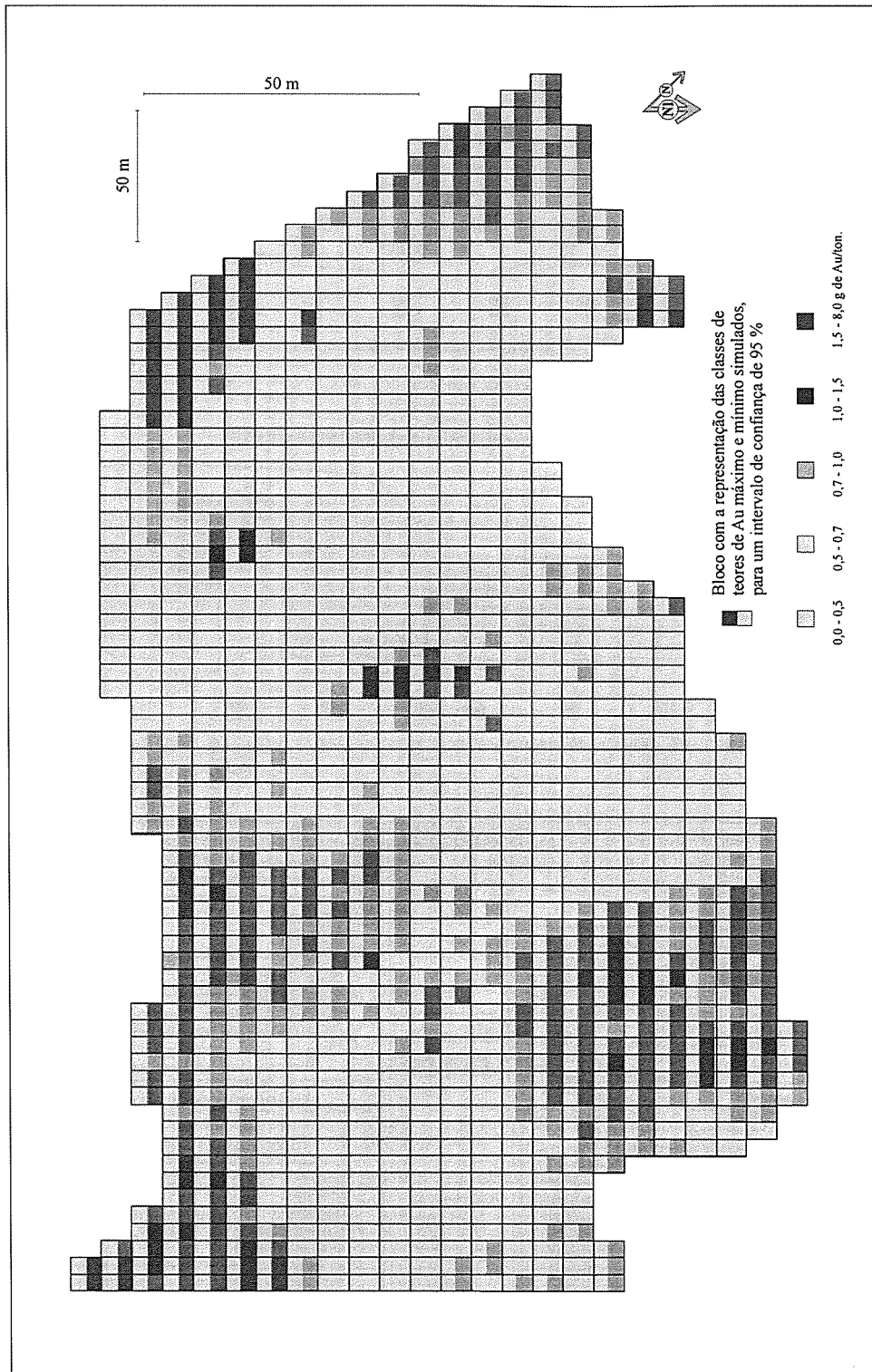


Fig. 19 – Representação das classes a que pertencem os limites inferior e superior do intervalo que contém 95 % dos teores de Au simulados em cada suporte de desmonte do piso à cota 108 m.

– Representation of the classes that includes the bottom and top limits of the range that contains 95 % of the Au simulated grades in each block in the floor, from the 108 m level.

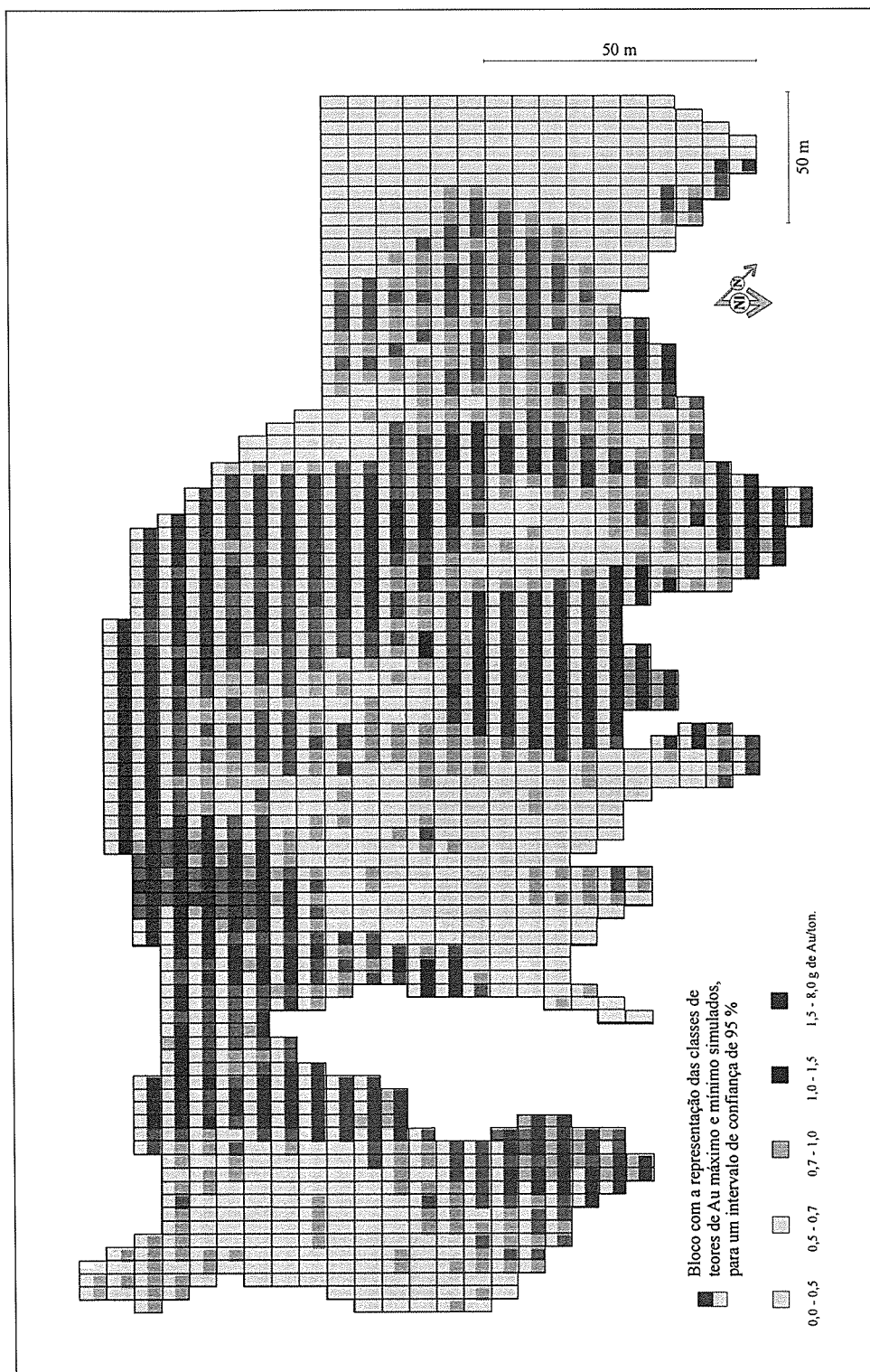


Fig. 20 – Representação das classes a que pertencem os limites inferior e superior do intervalo que contém 95 % dos teores de Au simulados em cada suporte de desmonte do piso à cota 132 m.

– Representation of the classes that includes the bottom and top limits of the range that contains 95 % of the Au simulated grades in each block in the floor, from the 132 m level.

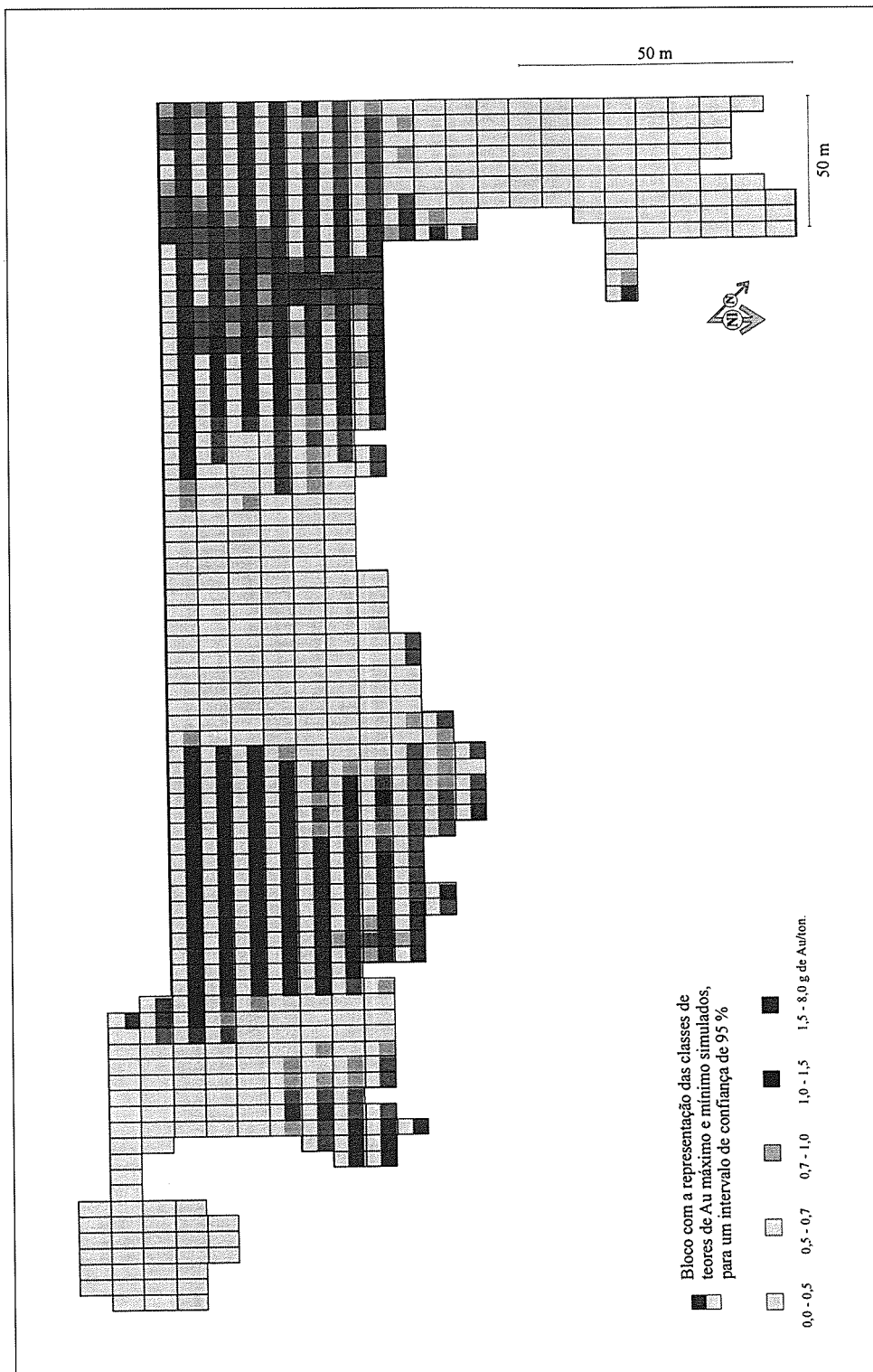


Fig. 21 – Representação das classes a que pertencem os limites inferior e superior do intervalo que contém 95 % dos teores de Au simulados em cada suporte de desmonte do piso à cota 164 m.

– Representation of the classes that includes the bottom and top limits of the range that contains 95 % of the Au simulated grades in each block in the floor, from the 164 m level.

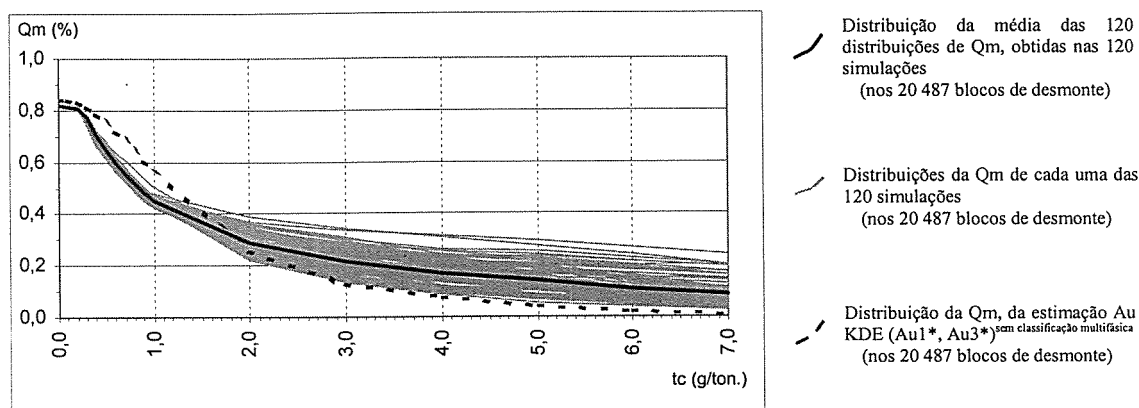


Fig. 22 – Funções de recuperação da quantidade de metal dos teores de Au simulados e estimados, nos suportes de desmonte.

– Recovery functions of the amount of Au metal for simulated and estimated grades in the blocks.

provável é dado pela curva média. A curva obtida a partir dos valores estimados apresenta um comportamento típico, conduzindo a valores demasiado optimistas para teores de corte inferiores ao teor médio e bastante conservadores na situação contrária.

## CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se um método de simulação geoestatístico que permite condicionar os valores simulados pelos valores conhecidos de uma ou mais variáveis auxiliares, quantitativas ou qualitativas.

Os resultados obtidos permitiram validar o método que produziu cenários de variabilidade espacial concordantes com a informação experimental, quer a primária (teores em Au) quer a secundária.

A utilização da simulação permitiu avaliar e parame- trizar a reserva, expressa pela quantidade de metal, à qual foi possível associar uma incerteza.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Connary Minerals – Sucursal Portuguesa, pela cedência da informação. Ao Eng.º João Luís, pelas sugestões e apoio prestado nas alterações efectuadas ao programa de simulação. Devem-se também agradecimentos ao Prof. Doutor Henrique Garcia Pereira, pela leitura, revisão crítica e comentários sobre o manuscrito, que muito contribuíram para a valorização deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

- CLAYTON, V. D. & JOURNAL, A. G. (1998) – GSLIB Geostatistics Software Library and User's Guide. Second Edition, New York, Oxford University Press.
- GOOVAERTS, P. (1997) – Geostatistical for Natural Resources Evaluation. New York, Oxford University Press.
- JOURNAL, A. & HUIJBREGHTS, C. (1978) – Mining geostatistical. *Academic Press*, 600 p.
- LUIÍS, A. G. & SOUSA, A. J. (2000) – Utilização de Informação Auxiliar (qualitativa e quantitativa) na Estimação de Variáveis Regionalizadas. Aplicação ao Jazigo Aurífero de Castromil. *Comun. Inst. Geol. e Mineiro*, Tomo 87, Lisboa, pp. 91-112.
- MATHERON, G. (1963) – Principles of geostatistics. *Econ. Geol.*, n.º 58, pp. 1246-1266.
- MUGE, F. (1982) – *As Funções de Recuperação Globais como Instrumento de Planeamento Mineiro*. Tese de doutoramento, I. S. T. – U. T. L., Lisboa, 485 p.
- PEREIRA, H. G. (1979) – Introdução às variáveis regionalizadas. *Técnica*, 451/452, Lisboa, pp. 89-96.
- (1981) – *Análise Estrutural e Seus Reflexos na Avaliação Económica de Recursos Minerais*. Tese de doutoramento, I. S. T. – U. T. L., Lisboa, 441 p.
- PEREIRA, H. G. & SOUSA, A. J. (1988) – Análise de Dados para o Tratamento de Quadros Multidimensionais. *Textos de apoio ao Curso Intensivo de Análise de Dados*, LMPMI. S. T. – U. T. L. Lisboa, 115 p.
- SOARES, A. (1989) – *Morfologia Geoestatística de Recursos Minerais*. Tese de doutoramento, LMPMI/IST, Lisboa, 136 p.
- (1992) – Geo-statistical Estimation of Multi-Phase Structures. *Mathematical Geology*, Vol. 24, N.º 2, pp. 149-160.
- (1998) – Sequential Indicator Simulation with Correction for Local Probabilities. *Mathematical Geology*, Vol. 30, n.º 6. pp. 761-765.

- SOARES, A. (2000) – Geoestatística para as ciências da terra e do ambiente, IST Press.
- SOUSA, A. J. (1983) – Aplicação da simulação condicional a uma jazida de ferro. *Encontros sobre métodos quantitativos aplicados às variáveis regionalizadas*, I. N. I. C., Lisboa, pp. 173-180.
- (1988) – *Análise de Dados e Geoestatística Multivariada*. Tese de doutoramento, I. S. T. – U. T. L., Lisboa, 152 p.
- SOUSA, A. J.; MUGE, F.; ALMEIDA, J. A.; TRAVASSOS, J. F.; VIEIRA, J. L.; GUERREIRO, L. & BRITO, G. (1990) – RESMIN, Sistema de desenho geológico e avaliação de reservas. *Registo do 10º Encontro Nacional dos Engenheiros de Minas*, Faro, pp. 253-265.
- SOUSA, A. J. & PEREIRA, H. G. (1989) – Sistema ANDAD. Manual do Utilizador. CVRM/I. S. T. – U. T. L., Lisboa, 45 p.

*Artigo recebido em Novembro de 2003*