



Instituto Superior de Psicologia Aplicada

ALUNOS DO 4º ANO DE ESCOLARIDADE  
E O CÁLCULO MENTAL:  
PREFERÊNCIAS, ATITUDES,  
DESEMPENHO E ESTRATÉGIAS

MARIA MARGARIDA ANTUNES  
BOTELHO FURTADO  
Nº 13058

Orientador de Dissertação:  
PROFESSORA DOUTORA GLÓRIA RAMALHO

Coordenador de Seminário de Dissertação:  
PROFESSORA DOUTORA GLÓRIA RAMALHO

Tese submetida como requisito parcial para a obtenção do  
grau de:

MESTRE EM PSICOLOGIA  
Especialidade em Psicologia Educacional

2009

Dissertação de Mestrado realizada sob a orientação da Professora Doutora Glória Ramalho, apresentada ao Instituto Superior de Psicologia Aplicada para obtenção do grau de Mestre na especialidade de Psicologia da Educação conforme o despacho da DGES, nº 19673/2006 publicado em Diário da República 2ª série de 26 de Setembro, 2006.

*“Whenever mathematics becomes a series of difficult-to-understand procedures or rules, it quickly loses its beauty and power for students, and their role in learning mathematics is reduced to memorizing and performing low-level tasks.”*

*(Reys & Reys, 1998)*



## **Agradecimentos**

À Professora Doutora Glória Ramalho, pela disponibilidade demonstrada ao longo de todo este processo, pelo incentivo e pelo apoio, por tudo o que me ensinou e por me ter introduzido no “mundo” da aprendizagem da Matemática.

À Professora Doutora Ana Cristina Silva pelo apoio que me deu durante este ano e com quem tanto aprendi.

Às escolas pela forma como acolheram este estudo, em particular a todos os alunos que o possibilitaram.

Ao Tiago e à Andreia pela pressão saudável que exerceram sobre mim.

Aos meus pais por todas as oportunidades que me deram, pelo suporte incondicional e por terem acreditado que era possível.

À minha irmã Rita, por tudo...

Aos meus amigos que compreenderam as minhas ausências. Em particular à Margarida e ao Daniel, que acompanharam todo este processo, por me terem feito rir nos momentos mais inesperados. À minha Tia Lena e ao Manel, que tantas vezes me ajudaram durante os nossos jantares e cafés.

À Joana, à Rita e à Filomena por terem feito comigo esta caminhada, por termos partilhado tantos momentos, pela motivação, o apoio e a compreensão.

Por último à Maria Ana, que esteve sempre comigo.



## Resumo

O principal objectivo deste estudo consiste em caracterizar o perfil dos alunos do 4º ano do ensino básico relativamente ao cálculo mental. Mais especificamente pretende-se caracterizar as suas preferências e atitudes, o seu desempenho e as estratégias que utilizam para resolver tarefas de cálculo mental.

Para tal, participaram no estudo 46 alunos do 4º ano de escolaridade de duas escolas da região de Lisboa e foram recolhidos dados através do questionário de preferências, do questionário de atitudes, do teste de cálculo mental e, por último, através da realização de entrevistas.

Os principais resultados encontrados foram: 1) Os alunos portugueses preferem utilizar o cálculo mental em detrimento de outro tipo de cálculo, e esta preferência é mais evidente em alunos com um desempenho superior em tarefas de cálculo mental; 2) Os alunos acham que o cálculo mental é mais interessante e mais desafiante do que o cálculo escrito; 3) A maioria dos alunos afirma que faz mais cálculo escrito do que mental na escola; 4) Os alunos não se percebem como sendo eficazes na realização de tarefas de cálculo mental; 5) O desempenho dos alunos em tarefas de cálculo mental é razoável; 6) Os alunos recorreram a um leque de estratégias pouco variado, e usam frequentemente a “Imagem mental do algoritmo” para resolver os cálculos que lhes são propostos; 7) São poucos os alunos que conseguem referir estratégias alternativas para a realização dos cálculos.

**Palavras-Chave:** 4º ano de Escolaridade; Cálculo Mental, Estratégias de Cálculo; Preferências; Atitudes; Desempenho





## **Abstract**

The main purpose of this study consists in characterizing the profile of the 4<sup>th</sup> grade students in what concerns mental computation. More specifically it is intended to characterize their preferences and attitudes, their performance and the strategies they used to solve mental computation tasks.

Forty-six 4<sup>th</sup> grade students of the Lisbon area participated in this study. Data was gathered through the use of the preferences questionnaire, the attitudes questionnaire, the mental computation test and lastly through the realization of interviews.

The main found results were: 1) The Portuguese students prefer to use mental computation in detriment of other types of computation and this preference is clearer in students whose performance is superior in mental computation tasks; 2) The students find mental computation more interesting and more daring than other types of computation; 3) Most students state that they do more written computation and less mental computation at school; 4) The students don't percept themselves as being effective in the fulfilment of mental computation tasks; 5) Students performance in mental computation tasks was reasonable; 6) The students turned to a little varied range of strategies and frequently use the "Mental image of the algorithm" to solve the proposed computations; 7) Few students manage to mention alternative strategies for the realization of the computations.

**Key words:** 4<sup>th</sup> grade; Mental Computation; Computation Strategies; Preferences; Attitudes; Performance.



## Índice

<b>Introdução .....</b>	<b>1</b>
<b>Revisão de Literatura.....</b>	<b>3</b>
Cálculo Mental .....	3
Importância do desenvolvimento de estratégias de cálculo ....	6
Estratégias de cálculo mental.....	8
Sentido de Número.....	12
Desenvolvimento do Sentido de Número e o Cálculo Mental .....	21
Desenvolvimento do Sentido de Número e o Algoritmo.....	24
<b>Objectivos e Hipóteses.....</b>	<b>27</b>
<b>Método .....</b>	<b>28</b>
Delineamento do estudo .....	28
Participantes .....	28
Instrumentos e Procedimentos .....	28
<b>Resultados.....</b>	<b>32</b>
Preferências em Cálculo Mental .....	32
Atitudes dos alunos relativamente ao cálculo .....	35
Desempenho em cálculo mental .....	40
Entrevistas aos alunos.....	43
<b>Discussão.....</b>	<b>53</b>
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>61</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>72</b>



## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Estratégias de cálculo mental de adição e subtração definidas por Heirdsfield (2002, 2004).....	9
Tabela 2: Estratégias de cálculo mental de adição e subtração definidas por Varol e Farran (2007).....	10
Tabela 3: Estratégias de cálculo mental definidas por Reys e Reys (1993) para a adição .....	11
Tabela 4: Estratégias de cálculo mental definidas por Reys e Reys (1993) para a subtração .....	11
Tabela 5: Estratégias de cálculo mental definidas por Reys e Reys (1993) para a multiplicação .....	11
Tabela 6: Exemplos de erros comuns cometidos pelos alunos na utilização do algoritmo .....	25
Tabela 7: Percentagem de respostas “Sim” e “Não” dos alunos de 4º ano no questionário de Preferências em cálculo mental. ....	32
Tabela 8: Percentagem de respostas “Sim” no questionário de Preferências em cálculo mental dos alunos dos quintis superior, inferior e médio de acordo com o teste de cálculo mental.....	34
Tabela 9: Percentagem de respostas “sim”, “não” e “não sei” dos alunos do 4º ano de escolaridade, às afirmações que reflectem a atitude face ao cálculo, na categoria “Gosto e Interesse” .....	35
Tabela 10: Percentagem de respostas “sim”, “não” e “não sei” dos alunos do 4º ano de escolaridade, às afirmações que reflectem a atitude face ao cálculo, na categoria “Percepção de Competência” .....	36
Tabela 11: Percentagem de respostas “sim”, “não” e “não sei” dos alunos do 4º ano de escolaridade, às afirmações que reflectem a atitude face ao cálculo, na categoria Percepção de valor .....	37

Tabela 12: Percentagem de respostas “sim”, “não” e “não sei” dos alunos do 4º ano de escolaridade, às afirmações que reflectem a atitude face ao cálculo, na categoria Percepção de uso .....	<b>38</b>
Tabela 13: Percentagem de respostas “sim”, “não” e “não sei” dos alunos do 4º ano de escolaridade, às afirmações que reflectem a atitude face ao cálculo, na categoria Percepção de Fonte de Aprendizagem .....	<b>39</b>
Tabela 14: Média de desempenho e desvio padrão no TCM geral e por turma .....	<b>40</b>
Tabela 15: Percentagem de respostas correctas em itens do TCM referentes à adição, em geral e por turma .....	<b>41</b>
Tabela 16: Percentagem de respostas correctas em itens do TCM referentes à subtracção, em geral e por turma .....	<b>42</b>
Tabela 17: Percentagem de respostas correctas por item do TCM para itens referentes à multiplicação, geral e por turma .....	<b>42</b>
Tabela 18: Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 1 (79 + 26). .....	<b>45</b>
Tabela 19: Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 2 (165 + 99) .....	<b>48</b>
Tabela 20: Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 3 (105 - 97). .....	<b>51</b>
Tabela 21: Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 4 (100 - 68) .....	<b>53</b>
Tabela 22: Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 5 (38 x 50) .....	<b>55</b>
Tabela 23: Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 6 (7 x 25) .....	<b>57</b>
Tabela 24: Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 8 (0,5 + 0,75) .....	<b>59</b>

## ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo A: Carta Enviada aos Encarregados de Educação .....	76
Anexo B: Teste de Cálculo Mental .....	73
Anexo C: Questionário de Avaliação de Preferências .....	75
Anexo D: Questionário de Atitudes Face ao Cálculo .....	77
Anexo E: Guião da Entrevista para Alunos do 4º Ano .....	79
Anexo F: Folha de Respostas do Teste de Cálculo Mental .....	84
Anexo G: Definição dos Quintis do Teste de Cálculo Mental .....	86

## Introdução

Nos últimos anos, o interesse pelo cálculo mental tem vindo a crescer em vários países. Neste sentido, têm vindo a ser realizados diversos estudos que procuram compreender a forma como o cálculo mental pode potenciar o desenvolvimento do sentido de número, as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos, a forma como as estratégias de cálculo se desenvolvem e qual a forma mais correcta de se ajudar os alunos a desenvolver estratégias de cálculo mais eficazes.

Assim, Heirdsfield (2000) afirma que, quando as crianças são encorajadas a formular as suas próprias estratégias de cálculo mental, aprendem a forma como os números funcionam, adquirem mais experiência a lidar com os números e, ainda, desenvolvem a sua capacidade de atribuir um sentido às operações numéricas. No entanto na maioria dos países não é isto que acontece e os alunos acabam por ser confrontados com uma introdução precoce do algoritmo escrito formal (Blöte, Klein & Beishuizen, 2000), o que pode levar a que os alunos fiquem restritos a este método de cálculo, não aplicando outras estratégias mais eficazes. Porém, muitas crianças são capazes de utilizar procedimentos de cálculo mental espontaneamente para resolver problemas.

Desta forma, tem existido alguma preocupação em Portugal em adiar a introdução do algoritmo escrito atribuindo-se mais importância ao desenvolvimento do sentido de número e ao cálculo mental. No Programa de Matemática do Ensino Básico, (Ponte et. al, 2007) é referido que o cálculo mental deve, então, ser desenvolvido desde o início do 1º ciclo e está intimamente relacionado com o desenvolvimento do sentido de número.

Serrazina, Canavarro, Guerreiro, Rocha, Portela e Saramago (2005) referem que os professores devem ter em consideração que o ensino dos números e das operações tem como objectivo uma compreensão global dos números e operações e as suas relações. Os mesmos autores referem que esta compreensão inclui aspectos da competência de cálculo e do sentido de número – associados ao desenvolvimento e aplicação flexível de estratégias e manipulação de números e operações – com procedimentos não formais de cálculo, incluindo estratégias de cálculo mental, que deverão anteceder o ensino dos algoritmos formais para as quatro operações que incluem também um conjunto de técnicas de rotina. Para estes autores, o



desenvolvimento desta compreensão passa pelo envolvimento dos alunos em problemas com contextos reais, bem como pela exploração e investigação de regularidades numéricas.

De acordo com Ponte e Serrazina (2000) a importância de se colocar o ênfase do ensino da matemática no cálculo mental está também relacionada com o facto de no nosso dia-a-dia, fazermos maioritariamente cálculos mentalmente, visto que nem sempre se pode recorrer ao papel e lápis, nem é necessário que tal aconteça.

Muitas vezes, a Matemática é vista como um conjunto de regras que têm de ser aprendidas e que não têm necessariamente de fazer sentido. Esta visão é perniciososa para os alunos. Quando as crenças de que a matemática tem de fazer sentido e de que existem várias formas de resolver os problemas são postas de parte, os níveis de desempenho podem ser diferentes (Heirdsfield, 2000; Heirdsfield & Cooper, 2004). A destreza de cálculo é essencial para que os alunos mantenham uma boa relação com os números, e que os interpretem de forma apropriada.

O principal objectivo deste estudo é caracterizar o perfil dos alunos portugueses do 4º ano do ensino básico relativamente ao cálculo mental. Pretende-se, assim, conhecer as suas atitudes relativamente aos cálculos mental e escrito, as suas preferências por cálculo mental em detrimento de outro tipo de cálculo, o seu desempenho em tarefas de cálculo mental e ainda as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver exercícios de cálculo mental.

Desta forma, e com o propósito de conseguir compreender o desempenho na área da Matemática e, mais especificamente, conhecer as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos, serão abordados, na primeira parte deste estudo, alguns conceitos fundamentais como o de cálculo mental, o de sentido de número, a relação que existe entre o cálculo mental e o algoritmo escrito e o desenvolvimento do sentido de número. Serão, ainda, referidas as estratégias utilizadas pelas crianças na resolução de problemas de Matemática.

Seguidamente, será referido o método utilizado para levar a cabo o presente estudo. Serão, então, caracterizados os participantes deste estudo bem como os instrumentos e procedimentos utilizados. Por último, será feita a análise e a discussão dos resultados obtidos.

## Revisão de Literatura

### Cálculo Mental

Segundo Reys, Reys, Nohda e Emori (1995), o cálculo mental é um processo que consiste em calcular um resultado aritmético exacto sem recorrer ao uso de auxiliares externos de cálculo. O cálculo mental é visto como sendo útil e importante, quer em situações do dia-a-dia, quer para promover e monitorizar um nível mais elevado de pensamento matemático.

Também Varol e Farran (2007) afirmam que o cálculo mental consiste em realizar operações aritméticas sem utilizar dispositivos auxiliares, incluindo papel e lápis e calculadoras.

Heirdsfield (2002, 2005) acrescenta que o cálculo mental diz respeito a operações realizadas mentalmente e que envolvam mais de um dígito.

Janeiro (2007) refere que o cálculo mental é mais do que um cálculo feito mentalmente. Ou seja, o cálculo mental deve ser visto como um cálculo feito com a cabeça – quando é feito pensando nos procedimentos a utilizar – e não como um cálculo feito de cabeça – quando as regras e os procedimentos aprendidos são aplicados de forma mecanizada, isto é, sem se pensar sobre eles. O mesmo autor refere ainda que o cálculo mental não é necessariamente utilizado para calcular um resultado exacto mas sim para fazer uma estimativa ou para determinar uma ordem de grandeza.

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et. al, 2007) o cálculo mental caracteriza-se por:

- Trabalhar números e não algarismos;
- Usar propriedades das operações e as relações entre os números;
- Implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento de factos numéricos elementares;
- Permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação.

Para Reys, Reys, Nohda e Emori (1995) o cálculo mental pode ser entendido segundo duas perspectivas. De acordo com a perspectiva comportamental, o cálculo mental diz respeito a uma capacidade básica que serve de pré-requisito para a capacidade de realizar cálculos através da escrita e da estimativa e pode ser compreendido como um conjunto de procedimentos aplicados mentalmente. Os autores que defendem esta perspectiva reconhecem

a importância de incluir, de forma bem delineada e sequenciada, o cálculo mental no currículo, estabelecendo quais as estratégias que serão ensinadas aos alunos e quais os métodos mais importantes, de forma a que se possa ensinar de uma forma mais directiva. Segundo a perspectiva construtivista, o cálculo mental é um processo de pensamento de ordem elevada, no qual a invenção das estratégias utilizadas é considerada como sendo tão importante como a sua execução. Nesta situação são dados aos alunos problemas de cálculo com significado. Os alunos são, então, encorajados a utilizar estratégias de cálculo que tenham por base a sua compreensão intuitiva dos números. A perspectiva construtivista implica maiores mudanças ao nível da organização do currículo, da filosofia de ensino e das técnicas de instrução utilizadas, instruções essas que deverão ser condutivas e precisas (Reys, Reys, Nohda e Emori, 1995).

Vários factores podem estar relacionados com melhor ou pior desempenho em cálculo mental. Investigações referem que o cálculo mental está relacionado com factores afectivos, como atitudes face à matemática ou um particular domínio da matemática, crenças em si próprio (eficácia percebida – percepção de competência) (Heirdsfield, 2004). O cálculo mental está, ainda, relacionado com sentido de número, mais especificamente factos numéricos, estimativa, propriedades numéricas e operações, factores sociais

Também Reys e Reys (1993), procuram caracterizar o perfil de alunos japoneses no que respeita o cálculo mental. Para o efeito são caracterizadas as suas atitudes e preferências e o seu desempenho relativos a este método de cálculo

Em vários estudos realizados, mais especificamente num estudo levado a cabo por Reys, Reys, Nohda e Emori (1995), verificou-se que o modo como os problemas de cálculo mental são apresentados também pode influenciar o desempenho dos estudantes. Nestes estudos tem vindo a ser estudado até que ponto é que a apresentação dos visual ou oral dos itens, pode influenciar o desempenho dos alunos na resolução de problemas de matemática.

Através do estudo realizado por Reys, Reys, Nohda e Emori (1995), foi possível concluir que o modo de apresentação de itens tem efeitos significativos nos níveis de desempenho dos alunos. As principais conclusões destes estudos apontam para que, quando os problemas são apresentados visualmente, o desempenho na resolução dos mesmos é mais elevado. Este efeito foi verificado em vários anos lectivos, mais especificamente no segundo, no quarto, no sexto e no oitavo anos. Os mesmos resultados foram obtidos num estudo

realizado por Ramalho, M. (2009), com alunos portugueses de diferentes anos de escolaridade.

De acordo com vários estudos, o cálculo mental na adição e subtração de números com mais de um dígito desempenha um papel fundamental quando se pretende ensinar às crianças a forma como os números funcionam, na tomada de decisões acerca dos procedimentos a utilizar e, ainda, a serem capazes de criar diferentes estratégias para resolver problemas de matemática (Varol e Farran, 2007).

Nos últimos anos têm vindo a ser realizados cada vez mais estudos que têm por objectivo averiguar a importância da inserção do cálculo mental no currículo da disciplina de Matemática. Assim, tem vindo a ser sustentada a ideia de que se deverá adiar, ou mesmo pôr fim, ao padrão de ensino que tem por base o algoritmo. Deverá, então, ser colocado o ênfase na noção de número e no desenvolvimento do cálculo mental enquanto principais componentes do cálculo (Heirdsfield, 2002).

Ao longo dos anos, tem vindo a ser atribuída cada vez mais importância ao cálculo mental no currículo da matemática (Heirdsfield, 2002). Cobb e Merkel, Reys e Barger (1989 cit. por Heirdsfield, 2002) e Sowder (1990 cit. por Heirdsfield, 2002) defendem que o cálculo mental é um método válido de cálculo através do qual as crianças conseguem aprender como é que os números funcionam, tomar decisões relativamente a procedimentos, criar estratégias e, ainda, experienciar, de forma mais enriquecedora, diversas áreas da Matemática (Heirdsfield, 2002).

Um exemplo da importância atribuída mais recentemente ao cálculo mental verifica-se na Austrália, onde, em alguns casos, a introdução de algoritmos tem sido adiada por pelo menos dois anos, para permitir que seja dado ênfase a estratégias mentais. Esta preocupação surge do facto de as crianças, quando aprendem o algoritmo escrito, não focarem a sua atenção em estratégias e procedimentos de cálculo que podem ser mais eficazes, focando-se apenas na execução de procedimentos mais convenientes e, desta forma, não procurarem compreender a matemática (Bobis, 2006).

## Importância do desenvolvimento de estratégias de cálculo

Kamii, Lewis e Jones (1991) recomendam que as crianças sejam livres para formular as suas estratégias mentais à medida que compreendam os procedimentos, e propõem, ainda, que sejam as crianças a criar os seus próprios procedimentos tendo por base a sua forma de pensar. Blöte, Klein & Beishuizen (2000) acrescentam que estes procedimentos inventados devem ser utilizados em detrimento dos procedimentos formais de cálculo ensinados nas aulas de Matemática. Desta forma, as crianças tornar-se-ão mais activas na construção do seu conhecimento, uma vez que, assim, as crianças estão envolvidas no desenvolvimento das suas estratégias, manipulando quantidades e não símbolos, tomando decisões acerca do procedimento que irão utilizar e desenvolvendo uma noção de número (Heirdsfield, 2002).

Brocardo et. al (2005) afirmam que a flexibilidade e a variabilidade são duas das características do cálculo mental. Assim, os alunos devem ser capazes de perceber que não existe uma estratégia melhor e sim que existem várias estratégias disponíveis que podem ser utilizadas e que podem ajustar-se aos números em causa. O aluno sentir-se-á, portanto, confiante a utilizar a estratégia que surgiu da sua forma de pensar os números envolvidos no cálculo e que para ele foi melhor compreendida (Brocardo et. al 2005).

Alguns autores, como Reys, Reys, Nohda e Emori (1995), afirmam que não se deverá ensinar às crianças métodos formais de cálculo mental. Ou seja, as crianças deverão ser encorajadas a formular os seus próprios métodos. Heirdsfield (2002) afirma que a promoção de estratégias mentais irá ocorrer, provavelmente, mais quando os problemas de matemática apresentados tenham por base situações reais do que quando sejam apresentados exercícios simbólicos tradicionais. Para tal, será importante conhecer os interesses das crianças por forma a identificar contextos que sejam mais apropriados para a formulação de problemas (Heirdsfield, 2002). Vários estudos indicam que, mesmo que não exista um ensino formal de estratégias de cálculo mental, as crianças são capazes de desenvolver / inventar as suas próprias estratégias espontaneamente, isto é, sem informação prévia (Varol & Faran, 2007). Janeiro (2007) diz que os estudantes devem conhecer, aplicar e compreender as várias estratégias de cálculo mental existentes, com rapidez e destreza. Neste sentido, o autor sugere que os professores não só realizem testes de cálculo mental com tempo limitado mas também que, em determinadas situações de trabalho em sala de aula, não permitam o uso de calculadora.

Vários autores referem que é importante que as crianças sejam estimuladas não só a desenvolver as suas estratégias mas também a discuti-las e partilhá-las (e.g. Heirdsfield, 2002, 2005; NCTM, 2007). Todas as respostas das crianças a um dado problema devem ser valorizadas para que se constitua um ambiente de liberdade de escolha e de vontade de experimentar e partilhar as dificuldades que precisam de ser superadas. É, ainda, importante referir que as crianças devem ser encorajadas a registar os seus procedimentos mentais, já que estas estratégias podem revelar-se eficazes quando se trata de algoritmos escritos (Heirdsfield, 2002). Os alunos devem ainda ser incentivados a criticar as estratégias propostas por outros para resolver os problemas (NCTM, 2007).

Segundo Bobis (2006) à medida que as crianças se tornam mais competentes na área da matemática, vão desenvolvendo uma variedade de estratégias na resolução de problemas matemáticos. De acordo com Bobis (2006) as crianças modificam as suas estratégias segundo dois factores: as exigências do problema matemático apresentado e as limitações do seu conhecimento. O principal desafio para os professores será encorajar o desenvolvimento e a utilização consistente de estratégias mais eficazes e mais apropriadas para que as crianças possam resolver problemas de matemática sem que lhes seja muito difícil. Para tal, é importante que os professores não só compreendam quais são essas estratégias, mas também como uma estratégia se torna a preferida de um estudante mesmo quando aplicada em situação stressante (Bobis, 2006). Siegler (2000 cit. por Bobis, 2006) propõe uma teoria que tem por base os seguintes pressupostos: 1) geralmente as crianças utilizam uma multiplicidade de estratégias na resolução de problemas; 2) estratégias mais ou menos eficientes podem coexistir em períodos de tempo prolongados e não apenas em curtos períodos de transição; 3) a confiança relativa em estratégias já existentes e mais eficientes pode ser modificada através de experiências apropriadas (Bobis, 2006).

Segundo Bobis (2006) as estratégias utilizadas pelas crianças vão-se tornando cada vez mais sofisticadas à medida que elas vão aprendendo novas formas de utilizar a Matemática. De forma geral, as crianças começam por utilizar estratégias básicas que envolvem o processo de contar (*counting*) e que as ajudarão na resolução de um problema mais simples. De seguida passam a ser utilizadas estratégias (*non-counting*) que já não implicam a utilização deste processo e que são mais complexas (Bobis, 2006). É de referir que, muitas vezes, as crianças utilizam uma multiplicidade de estratégias que nem sempre se revelam como sendo as mais

eficazes. Podem existir momentos em que as crianças utilizam estratégias menos complexas do que aquelas que conhecem e que conseguem utilizar facilmente. Isto ocorre quando a criança é, de alguma forma, pressionada (Bobis, 2006).

Para Bobis (2006) os principais quadros teóricos não são claros pois não referem a forma como as crianças progredem e passam a utilizar estratégias mais eficazes em detrimento de estratégias menos eficazes. No entanto, é de extrema importância que os professores compreendam a natureza desta mudança.

### Estratégias de cálculo mental

Inúmeros estudos têm vindo a identificar as estratégias utilizadas pelas crianças na resolução de problemas de cálculo mental que envolvem os processos de adição e de subtração. Algumas serão aqui identificadas, uma vez que, ao estarmos conscientes destas estratégias iremos compreender melhor as explicações dadas pelas crianças acerca dos procedimentos que utilizaram para resolver os problemas de cálculo mental que lhes são apresentados (Heirdsfield, 2002).

As estratégias de separação ocorrem quando os dois números são separados, dando origem a valores, fazendo-se de seguida um cálculo que pode ser realizado da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita. As estratégias de agregação ocorrem quando se mantém um dos números inteiro, separando o outro nos valores de posição, de seguida são somados ou subtraídos em múltiplos de 10. Por último surgem as estratégias holísticas. Neste tipo de estratégias os números são mantidos como um todo. Estudos realizados nesta área têm vindo a defender que as estratégias holísticas e as estratégias de agregação são as mais avançadas, isto porque envolvem menos passos o que se traduz numa menor carga para a memória de trabalho (Heirdsfield, 2002, 2004).

Na tabela seguinte é possível verificar que os exemplos que envolvem subtração podem ser resolvidos quer através da adição (*Build up*) ou através da subtração (*Build down*) (Heirdsfield, 2002).

**Tabela 1:** Estratégias de cálculo mental de adição e subtração definidas por Heirdsfield (2002, 2004)

Estratégias		Exemplos
Separação	Direita para a esquerda	28+35 8+5=13; 20+30=50, 63
		52-24 12-4 = 8, 40-20= 20, 28 (subtração)
		52-24 4+8=12, 20+20=40, 28 (adição)
	Esquerda para a direita	28+35 20+30=50, 8+5=13, 63
		52-24 40-20= 20, 12-4 = 8, 28 (subtração)
		52-24 20+20=40, 4+8=12, 28 (adição)
Soma ou diferença comutativa	28+35 20+30=50, 50+8= 58, 58+5 =63	
	52-24 50-20=30, 30+2=32, 32-4= 28	
Agregação	Direita para a esquerda	28+35 28+5=33, 33+30=63
		52-24 52-4=48, 48-20= 28 (subtração)
		52-24 24+8=32, 32+20=52, 28 (adição)
	Esquerda para a direita	28+35 28+30= 58, 58+5=63
		52-24 52-20=32, 32-4=28 (subtração)
		52-24 24+20=44, 44+8=52, 28 (adição)
Holísticas	Compensação	28+35 30+35=65, 65-2= 63
		52-24 52-30=22, 22+6=28 (subtração)
		52-24 24+26=50, 50+2=52, 26+2= 28 (adição)
	Nivelamento	28+35 30+33= 63
		52-24 58-30= 28 (subtração)
		52-24 28+22=50, 28 (adição)

Além das estratégias para a adição mental e para a subtração mental acima referidas, muitas outras têm vindo a ser incluídas na literatura como: N10, N10C, 1010, A10, contagem (*counting*), *short jump* (pequenos saltos) e, imagem mental do algoritmo (Varol e Farran, 2007).



**Tabela 2:** Estratégias de cálculo mental de adição e subtração definidas por Varol e Farran (2007)

Estratégias	Exemplos para a adição	Exemplos para a subtração
N10	$36+20=56$ ; $56+7=63$	$74-60=14$ ; $14-9=5$
N10C	$36+30=66$ ; $66-3=63$	$74-70=4$ ; $4+1=5$
10s	$30+20=50$ ; $50+6=56$ ; $56+7=63$	$70-60=10$ ; $10+4=14$ ; $14-9=5$
1010	$30+20=50$ ; $6+7=13$ ; $50+13=63$	$70-60=10$ ; $4-9=-5$ ; $10+(-5)=5$
A10	$36+4=40$ ; $40+23=63$	$74-4=70$ ; $70-65=5$
Contagem (counting)		Contar para trás a partir do 74 para 69
Short Jump		$69 ? 70 ? 74 = 1+4=5$
Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	Utilizar o algoritmo de papel e lápis mentalmente	

De acordo com estudos realizados verificou-se que de entre as estratégias referidas as mais utilizadas pelas crianças são: N10, 1010 e a imagem mental do algoritmo. Apesar da imagem mental do algoritmo ser uma estratégia à qual os alunos recorrem com frequência, foi considerada por vários autores como sendo pouco eficaz (Varol & Faran, 2007). Torna-se, então, importante definir estas estratégias.

Na estratégia N10 o segundo número numa expressão escrita de uma adição ou subtração é dividido em unidades e são-lhe adicionados 10's e uns. No que se refere à estratégia 1010 implica que ambos os números da expressão numérica sejam divididos em unidades e que, a cada um, sejam adicionados 10's, e que no final os resultados sejam ajustados (Varol & Faran, 2007).

Também Reys e Reys (1993) definem estratégias de cálculo mental que podem ser utilizadas pelos alunos que participaram no seu estudo. Esta categorização inclui estratégias padrão, ou seja, estratégias que fazem parte do currículo da matemática, e estratégias não padronizadas, ou seja estratégias que não são ensinadas aos alunos, mas sim inventadas por eles e aplicadas de acordo com propriedades matemáticas. Estas estratégias serão descritas na tabela que se segue.

**Tabela 3:** Estratégias de cálculo mental definidas por Reys e Reys (1993) para a adição

Estratégia	Exemplos
A. Agrupas por Dez e Uns	
A1. Da esquerda para a direita (dez primeiro)	$79+26$ ; $70+20=90$ ; $9+6=15$ ; $90+15=105$
A2. Da direita para a esquerda (Uns primeiro)	$79+26$ ; $9+6=15$ ; $70+20=90$ ; $15+90=105$
A3. Soma Cumulativa	$79+26$ ; $70+20=90$ ; $90+9=99$ ; $99+6=105$ ou $70+20\dots+10\dots+5$
B. Mantem uma parcela constante	
B1. Primeira Parcela	$79+26$ ; $79+20=99$ ; $99+6=105$
B2 Segunda Parcela	$26+70=96$ ; $96+9=105$
C. Arredonda uma ou ambas as parcelas para múltiplos de dez e depois ajusta	
C1. Primeira Parcela	$79+26$ ; $80+26=106$ ; $106-1=105$
C2. Segunda Parcela	$79+30=109$ ; $109-4=105$
C3. Ambas as Parcelas	$79+26$ ; $80+30=110$ ; $110-1-4=105$
D. Arredonda as parcelas para múltiplos de cinco e	$79+26$ ; $75+25=100$ ; $100+4+1$
E. Imagem Mental do Algoritmo de papel e lápis	
F. Imagem mental do <i>Soroban</i>	

**Tabela 4:** Estratégias de cálculo mental definidas por Reys e Reys (1993) para a subtração

Estratégia	Exemplos
A. Problema aditivo relacionado	
A1. Conta “para cima”	$105-97$ (conta por uns até 105) $105-97$ (conta por uns até 100 e soma 5)
A3. Facto conhecido	
A4. supõe e confirma	
B. Arredonda os números e depois ajusta	
B1. Primeiro	$105-97$ ; $107-97=10$ ; $10-2=8$ ou $100-97=3$ ; $3+5=8$
B2 Segundo	$105-97$ ; $105-95=10$ ; $10-2=8$ ou $105-100=5$ ; $5+3=8$
B3. Ambas	$105-97$ ; $100-90=10$ ; $15-7=8$
C. Dez e Uns Parcial	$100-68$ ; $100-60=40$ ; $40-8=32$ ou $100-8=92$ ; $92-60=32$
E. Imagem Mental do Algoritmo de papel e lápis	
F. Imagem mental do <i>Soroban</i>	

**Tabela 5:** Estratégias de cálculo mental definidas por Reys e Reys (1993) para a multiplicação

Estratégia	Exemplos
A. Produtos Parciais	
A1. Adição	$7 \times 25$ ; $(7 \times 20 + 7 \times 5) = 175$
A2. Subtração	$7 \times 25$ ; $(7 \times 30 - 7 \times 5) = 175$
A3. Distributividade	$38 \times 50$ ; $(30 \times 50) + (8 \times 50) = 1900$ ou $[(30 \times 5) + (8 \times 5)] = 1900$
B. Arredonda os factores para potências de Dez e depois ajusta	
B1. Primeiro factor	$7 \times 25$ ; $10 \times 25 = 250$ ; $3 \times 25 = 75$ ; $250 - 75 = 175$
B2 Segundo factor	$7 \times 25$ ; $7 \times 100 = 700$ ; $700 : 4 = 175$
E. Imagem Mental do Algoritmo de papel e lápis	
F. Imagem mental do <i>Soroban</i>	

Através das tabelas 1,2,3 e 4, é possível verificar que as estratégias de cálculo mental para a adição e para a subtração propostas por Heirdsfield (2002, 2004), por Varol e Farran (2007) e por Reys e Reys (1993) são muito semelhantes. No entanto, Reys e Reys (1993) são os únicos que definem estratégias para cálculo que envolvem a multiplicação.

Alguns estudos tiveram por objectivo investigar programas que foram bem sucedidos e que tiveram por base a instrução. Estes estudos indicam que o ênfase da instrução deve ser colocado na flexibilidade das estratégias, promovendo a exploração, a discussão e a justificação das estratégias utilizadas pelos estudantes e as soluções dos problemas (Heirdsfield, 2005; Heirdsfield, Dole & Beswick, 2007). Além da atitude do estudante, a competência do professor também constitui um importante factor no sucesso da instrução (Heirdsfield, 2005). De acordo com os mesmos estudos, alguns dos factores que determinam a eficácia do ensino incluem as expectativas do professor, a sistematização e coerência das instruções e, ainda, quatro características propostas por Brown et al. (2001 cit. por Heirdsfield, 2005): as tarefas, a comunicação, os instrumentos e as relações e as normas. Verifica-se, assim, que a competência do professor é um factor chave para a compreensão dos alunos (Heirdsfield, 2005).

### **Sentido de número**

O termo “sentido de número” tem sido amplamente utilizado no âmbito da reforma da educação da Matemática, uma vez que caracteriza o tema da aprendizagem da disciplina enquanto uma actividade que faça sentido (McIntosh, Reys & Reys, 1992).

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico o sentido de número é entendido como “a capacidade de decompor números, usar como referencia números particulares, tais como, 5 10 e 100 ou  $\frac{1}{2}$ , usar relações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados (designação, quantidade, localização, ordenação e medida) e reconhecer a grandeza relativa e absoluta do número” (Ponte et. al, 2007, p.13).

Segundo o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (2007) o desenvolvimento do sentido de número é essencial para que se possa compreender números e operações e é um dos pilares da educação matemática para os primeiros anos do ensino

básico. No mesmo sentido McIntosh, Reys e Reys (1992) afirmam que o sentido de número surge como sendo o principal resultado da aprendizagem da matemática.

No NCTM (2007) o sentido de número é definido como a “ capacidade de decompor naturalmente os números específicos, como 100 e  $\frac{1}{2}$  como referência, utilizar as relações entre as várias operações aritméticas na resolução de problemas, compreender o sistema decimal, fazer estimativas, dar sentido aos números e reconhecer a grandeza relativa e absoluta dos números” (Sowder, 1992, cit. por NCTM, 2007, p.34).

McIntosh, Reys e Reys (1992) referem que o sentido de número é um conceito extremamente personalizado e está relacionado com as ideias que alguém tem acerca do número e, ainda, com a forma como essas ideias foram concebidas. De acordo com Cebola (s.d.), a definição de sentido de número está muitas vezes relacionada com a sua natureza intuitiva, com o seu desenvolvimento gradual e com os processos através dos quais o sentido de número se apresenta.

McIntosh, Reys e Reys (1992) afirmam que o sentido de número diz respeito à compreensão geral que uma pessoa tem do número e das operações a par da sua capacidade para utilizar esta compreensão de forma flexível, fazendo julgamentos matemáticos e desenvolvendo estratégias úteis e eficazes para lidar com números e operações. O sentido de número pode ser descrito como algo que é impreciso, pessoal e que está relacionado com as ideias que cada pessoa foi estabelecendo acerca dos números e operações e, portanto, nem sempre é fácil de descrever (cebola, s.d.).

Segundo Griffin (2004) o sentido de número implica que seja construída uma relação entre a quantidade, a contagem verbal dos números e, ainda, os símbolos escritos. Ou seja, os alunos devem, em primeiro lugar, ser capazes de relacionar a quantidade real com a contagem dos números. Só depois serão capazes integrar o seu conhecimento nos símbolos que representam os números e compreender o seu significado. Para que o sentido de número seja adquirido, os alunos precisam de ter oportunidades para descobrir e construir relações entre estas três ideias a um nível mais complexo.

O sentido de número pode ser visto de várias formas à medida que os alunos se vão envolvendo na aprendizagem da Matemática (Reys & Reys, 1998). À medida que os alunos vão trabalhando com os números, vão progressivamente desenvolvendo um pensamento mais flexível acerca deles o que constitui uma característica fundamental do sentido de número (NCTM, 2007). Heirdsfield e Cooper (2004) referem que ser-se capaz de manipular os números implica ser-se capaz de se separar o número. Por exemplo, 34 são não só 3 dez e 4

uns – forma regular – mas também 2 dez e 14 uns – forma irregular. Os alunos precisam de entender o número enquanto entidades e não enquanto símbolos dispostos lado a lado. Por outro lado, de acordo com NTCM (2007) é fundamental que se consiga compreender que um número pode ser decomposto e visualizado de diferentes formas (por exemplo, 24 é igual a duas dezenas mais quatro unidades e são também duas dúzias), só assim será possível compreender o número. A aquisição desta capacidade é um ponto importante para que os alunos comecem a compreender a estrutura decimal do sistema numérico. À medida que os alunos vão compreendendo os números e as formas através das quais estes podem ser representados vão adquirindo bases para compreender relações numéricas.

Ao longo do seu percurso escolar, os alunos vão sendo capazes de escolher, desenvolver e usar diferentes métodos de cálculo, incluindo cálculo escrito, mental, calculadoras e a estimativa (Reys e Reys, 1998). De acordo com NCTM (2007) a destreza de cálculo é indispensável, ou seja, os alunos devem ter capacidade para utilizar uma combinação de estratégias e métodos de cálculo que sejam eficazes. Reys e Reys (1998) afirmam que o sentido de número desempenha um papel fundamental na utilização de cada um destes métodos. A invenção e aplicação de algoritmos inventados estão intimamente relacionadas com o sentido de número como, por exemplo, na decomposição / recomposição e na compreensão das propriedades do número. À medida que os algoritmos vão sendo utilizados, o sentido de número é importante para que o aluno seja capaz de reflectir acerca das respostas que propõe para um determinado problema (Reys & Reys, 1998).

Segundo o NTCM (2007), paralelamente à aquisição da capacidade de optar pelo método e pela estratégia mais eficazes para a realização de um determinado cálculo, é essencial que os alunos sejam capazes de o explicar e de compreender que existem outros métodos que podem ser úteis e eficazes. Os alunos deverão, ainda, compreender o cálculo escrito e o significado das operações.

De acordo com NCTM (2007) a compreensão do número começa a ser desenvolvida durante o pré-escolar até ao 2º ano. Este processo vai ocorrendo à medida que as crianças começam a aprender a contar e a reconhecer o número de objectos presente num dado conjunto. McIntosh, Reys & Reys (1992) afirmam que a aquisição do sentido de número ocorre de forma gradual, e é um processo evolutivo que tem início antes da aprendizagem formal da Matemática começar. O sentido de número vai-se desenvolvendo à medida que os

alunos compreendem a sua ordem de grandeza, desenvolvem várias formas de pensar sobre ele e de o representar, utilizam números de referência e desenvolvem uma percepção exacta acerca do modo como as operações o afectam (Sowder, 1992, cit. por NCTM, 2007).

McIntosh, Reys e Reys (1992) referem que o sentido de número pode ser observado desde muito cedo e o facto de se ir crescendo não é condição necessária para assegurar nem o desenvolvimento nem a utilização das noções mais básicas do sentido de número. De referir que, apesar de muitas crianças apresentarem estratégias de cálculo inovadoras e eficazes para realizar operações com números, o facto de focarem a sua atenção no algoritmo escrito pode impedir a utilização de métodos informais. Esta utilização do algoritmo escrito em detrimento da utilização de métodos informais de cálculo, apesar de fazer com que os alunos expandam o seu conhecimento matemático não vai permitir que o seu leque de estratégias se alargue, sendo que este pode mesmo tornar-se mais vago (McIntosh, Reys & Reys, 1992). De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et. al 2007) o principal propósito do ensino do 1º ciclo é desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade quer de cálculo mental quer de cálculo escrito e utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.

O desenvolvimento do sentido de número vai sendo aprofundado através da construção de ideias e destrezas, da identificação e da utilização de relações na resolução de problemas e da associação de ideias prévias às aprendizagens. As capacidades são adquiridas com maior eficácia quando, na base das aprendizagens, se encontra a compreensão (NCTM, 2007).

Para McIntosh, Reys e Reys (1992), o sentido de número é um conceito que mais do que uma definição precisa de análise teórica. No seguimento desta ideia, os autores propõem um quadro teórico que permite a caracterização do sentido de número, no qual procuram esclarecer a forma como o sentido de número se organiza e a forma como os seus vários componentes interagem. No modelo proposto pelos autores são definidos três grandes blocos e cada um deles inclui vários pontos específicos. Apresentamos de seguida este modelo.

## **Bloco 1: Conhecimento e destreza com os números**

### Sentido da regularidade dos números

Para que se adquira sentido de número é indispensável compreender o sistema de numeração hindu-árabe e perceber a forma como este sistema posicional está estruturado, permitindo a sua aplicação quer a números inteiros, quer a números decimais. Esta compreensão vai permitir uma análise na crítica dos números, fazendo com que o aluno se organize, e seja capaz de ordenar e comparar mentalmente os números. Por exemplo, quando uma criança conta a partir do 20, começa a conseguir identificar padrões (orais e escritos) que são inerentes ao sistema de numeração. Quando estes padrões são identificados vão funcionar como suporte para que a sequência de contagem continue e seja generalizada.

### Múltiplas representações dos números

O número pode surgir de diversas formas e em diferentes contextos, através de várias representações. O sentido de número implica ser-se capaz de reconhecer as diferentes formas através das quais o número se pode apresentar e ser pensado e manipulado, dependendo da situação em causa. Isto significa que é de extrema importância que se seja capaz de perceber que, perante uma situação problemática, existem várias representações possíveis. No entanto, umas podem ser mais úteis e eficazes do que outras. Por exemplo ser capaz de reconhecer que  $2 + 2 + 2 + 2$  é mesmo que  $4 \times 2$ , é uma relação conceptual entre a adição e a multiplicação.

A decomposição / recomposição do número diz respeito ao modo de expressar um número de diferentes formas, todas elas equivalentes, que resultam da capacidade de se compreender que a nova forma de representação do número (o número recomposto), pode facilitar a operação.

### Sentido das grandezas relativa e absoluta dos números

A capacidade de se ser capaz de reconhecer o valor relativo de um número ou uma quantidade relativamente a outro número ou a outra quantidade. Isto é, ter sensibilidade no que diz respeito à grandeza de um determinado número ou quantidade.

## Sistemas de referência

Utilizar referências como forma de avaliar uma resposta ou arredondar o número, para que o cálculo mental possa ser facilitado. Por exemplo ser capaz de reconhecer que a soma de dois números de dois dígitos nunca poderá ser superior a 200 ou que 0,98 está próximo de 1. Nestes casos trata-se de números desprovidos de contexto e que podem vir a ser desenvolvidos com a experiência. Estas referências podem ainda surgir através de atributos pessoais, por exemplo, uma pessoa pode tentar estimar a altura de outra, recorrendo à sua própria altura.

## **Bloco 2 Conhecimento e destreza com as operações.**

Hoje em dia, o ensino da Matemática foca-se em ajudar os alunos a compreenderem as operações, incluindo a forma como estas são efectuadas. Por exemplo, no início da escolaridade é ensinada a conceptualização da base das operações de adição, subtracção, multiplicação e divisão, permitindo o desenvolvimento de capacidades específicas para cada uma das operações através do procedimento do algoritmo de papel e lápis. Com o decorrer da escolaridade vão sendo introduzidas novas e complexas operações, com números também mais complexos.

Para que se possa compreender e utilizar as operações, são necessários alguns componentes fundamentais: a compreensão do efeito das operações e a consciência das propriedades matemáticas e da relação entre as operações.

## Compreensão do efeito das operações

Na sua plenitude, a conceptualização das operações não implica que se compreenda o seu efeito com diferentes números, inteiros ou não. Neste sentido, os modelos frequentemente utilizados para ajudar os alunos a compreender a acção da operação, por exemplo, para modelar a multiplicação como acção repetida, permite que os alunos pensem a multiplicação de forma mais concreta. Todavia, devem ser explorados vários modelos para a multiplicação para que os alunos se habituem a ver a multiplicação em diferentes contextos e modelos.

Os alunos devem ser levados a reflectir acerca das operações, dos números e dos resultados, contribuindo assim para o desenvolvimento do sentido de número. Esta reflexão



pode ser auxiliada através de questões como “O que é que acontece quando dois números inferiores a 1 são multiplicados”; “O que acontece se um dos factores é inferior à unidade e o outro superior?”. Estas questões acerca da interacção entre operações e números vão estimular o desenvolvimento de um pensamento de nível superior e, posteriormente, o sentido de número.

### Compreensão das propriedades matemáticas

As várias propriedades matemáticas são incluídas nos programas de Matemática há algum tempo. No entanto, são ensinadas aos alunos enquanto regras formais e normalmente são vistas como afirmações do óbvio. Porém, o que se pretende é que os alunos sejam capazes de aplicar estas propriedades aritméticas de forma intuitiva em processos de cálculo. Quando tal acontece, estamos perante uma manifestação do sentido de número. Por exemplo, quando calculamos mentalmente  $36 \times 4$ , podemos pensar em  $(4 \times 35) + (4 \times 1)$ . Neste caso, foi aplicada a propriedade comutativa da multiplicação, mudando a ordem dos factores, e a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, uma vez que  $4 \times 36$  foi decomposto em  $(4 \times 35) + (4 \times 1)$ . A estratégia utilizada poderia ter sido outra mas, o objectivo de realçar o sentido de número fica, desta forma, explícito. É de referir que alunos com elevado sentido de número são capazes de estabelecer estas ligações das aplicações práticas ao desenvolvimento e compreensão das propriedades matemáticas, em várias situações.

### Compreensão da relação entre as operações

As ligações entre as diversas operações permitem que sejam desenvolvidas diferentes formas de pensar para resolver problemas, e cada uma das formas de resolver o problema terá diferentes graus de eficácia. A identificação e utilização destas ligações vai também permitir ao aluno pensar o problema de forma diferente como, por exemplo, através da operação inversa.

É importante referir que, para que se possa compreender a relação que se estabelece entre as várias operações, é necessário, em primeiro lugar, compreender cada uma das operações isoladamente. Só depois se poderá perceber que estas relações existem, esta compreensão vai aumentando à medida que se passa das operações com números naturais para operações com números não inteiros.

### **Bloco 3 Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo**

Quando estamos perante uma situação de cálculo no nosso dia-a-dia, é importante que sejam tomadas algumas decisões no que diz respeito ao tipo de resposta mais apropriada (exacta / aproximada), qual o método de cálculo mais eficaz e mais acessível (calculadora, cálculo mental, estimativa, etc.), qual a estratégia a ser aplicada e, caso seja necessário reformular todo o pensamento utilizando uma estratégia alternativa. Para que todas estas decisões possam ser tomadas, é importante que se compreenda a relação entre o contexto do problema e os cálculos necessários, que se tome consciência que existem várias estratégias mais ou menos eficazes para resolver o cálculo proposto e, ainda, a capacidade de rever a resposta, verificando se esta se adequa ao contexto do problema.

#### Compreender a relação entre o contexto do problema e os cálculos necessários

Compreender que o contexto fornece pistas para que seja utilizada, não só a operação apropriada, mas também o tipo de números que devem ser utilizados. É também através do contexto que se pode compreender se é apropriada uma resposta exacta ou aproximada.

#### Consciencialização da existência de múltiplas estratégias

O sentido de número implica que se reconheça que existem várias estratégias que podem ser utilizadas para solucionar um determinado problema e que umas estratégias de cálculo podem ser mais eficazes do que outras. É também importante que se reconheça que nem sempre a estratégia inicial é a mais eficaz e que, por vezes, se apresenta com improdutivo. Quando tal acontece deve-se formular e aplicar uma nova estratégia.

#### Apetência para utilizar uma representação ou um método eficiente

Quando o sentido de número é desenvolvido existe uma consciência de que algumas estratégias e instrumentos de cálculo são mais eficazes em algumas situações do que noutras. Por exemplo, quando se pede a um aluno do 2º ano para calcular  $8 + 7$ , a estratégia de contar

um a um não deve ser utilizada, e o problema seria reformulado e transformado em  $7 + 7 + 1$ , baseando-se no facto de que duas vezes 7 serão 14, ou em  $8 + 2 + 5$ , neste caso tendo em conta que  $2 + 8 = 10$ .

### Sensibilidade para rever os dados e o resultado

Quando é apresentada uma solução para um problema e quando o sentido de número está desenvolvido, a pessoa que apresentou a solução é capaz de determinar se a sua resposta “faz sentido”. De forma geral, esta resposta é feita rápida e naturalmente, pois torna-se parte integrante do processo de resolução de problemas.

Uma vez finalizada a apresentação do modelo de desenvolvimento do sentido de número proposto por McIntosh, Reys e Reys (1992), abordaremos factores envolvidos na escolha da operação a utilizar na resolução de situações problemáticas, bem como o papel do professor nessa matéria.

De acordo com NCTM (2007) quando os alunos estão perante um determinado problema devem ser capazes de determinar qual a operação a ser aplicada (adição, subtracção, multiplicação e divisão). Para tal, os alunos têm de ser capazes de compreender que a mesma operação pode ser utilizada em diferentes problemas e saber qual o resultado que devem esperar. Sowder (1988, cit. por Cebola, s.d.) afirma que o sentido de número é uma rede organizada de conceitos acerca da informação do número, que vai permitir que os números e as operações utilizadas para resolver problemas sejam relacionados de forma flexível.

Cebola (s.d.) refere que, para que o sentido de número seja desenvolvido da melhor forma possível, os professores são desafiados a criar condições que permitam às crianças desenvolver, por elas próprias e desde o início da escolaridade, instrumentos que lhes permitam inventar, formalizar e flexibilizar progressivamente métodos e técnicas de cálculo adequados à resolução dos problemas propostos e compreender que, na vida quotidiana, recorrer aos algoritmos escritos tradicionais é cada vez menos importante. Portanto, os professores deverão apelar cada vez mais à capacidade de calcular e estimar de forma flexível. Ao longo dos primeiros anos, os professores deverão ajudar os alunos a desenvolver e fortalecer o sentido de número, transitando do inicial desenvolvimento das técnicas de

contagem para conhecimentos mais aprofundados acerca da dimensão dos números, das relações numéricas, dos padrões, das operações e do valor de posição (NCTM, 2007).

De acordo com Serrazina, et. al (2005) é de extrema importância que os professores desenvolvam uma melhor compreensão acerca das operações e das suas propriedades e da importância do desenvolvimento de procedimentos informais de cálculo, incluindo estratégias flexíveis e diversificadas de cálculo mental e os raciocínios que os justificam, porque estas capacidades requerem um bom conhecimento e compreensão dos números e relações entre eles (sentido de número) e são facilitadores na transição de níveis de cálculo com raciocínios cada vez mais elevados (da contagem para o cálculo por estruturação e deste para o cálculo mais formal), permitindo tornar mais significativa a aprendizagem posterior dos algoritmos formais das operações. Para os mesmos autores, é também indispensável que os professores compreendam que os algoritmos (os tradicionais e outros) envolvem o conhecimento de fundamentos matemáticos inerentes à sua utilização, pelo que é fundamental que se reconheça a importância das propriedades das operações como ferramenta útil na prática de procedimentos de cálculo.

Bobis (2006) afirma que a fluência de cálculo, quer mental quer através de procedimentos escritos, e o sentido de número estão interligados e devem ser desenvolvidos em conjunto.

### **Desenvolvimento do sentido de número e o Cálculo mental**

A literatura tem vindo a enfatizar a necessidade de se incluir o cálculo mental no currículo da Matemática, uma vez que promove o sentido de número (eg. Heirdsfield, 2000; Heirdsfield e Cooper, 2004).

Segundo Ponte et. al (2007), nos primeiros dois anos do ensino básico deve ser valorizado o cálculo mental na representação horizontal, permitindo que seja desenvolvido um trabalho consistente com os alunos no que se refere à capacidade de compreender números e operações permitindo um melhor desenvolvimento do sentido de número. Deve, portanto, proporcionar-se situações diversas que permitam desenvolver o cálculo mental, trabalhando várias estratégias de cálculo baseadas na composição e decomposição dos números, nas propriedades das operações e nas relações entre números.

Heirdsfield (2000) propõe que existem relações específicas entre o cálculo mental e aspectos do sentido de número como os factos numéricos e a estimação, as operações e o valor de posição. Segundo Brocardo, et. al (2005) o desenvolvimento do sentido de número está intimamente relacionado com as capacidades de cálculo mental, isto porque as capacidades necessárias para que se seja eficaz a realizar tarefas de cálculo mental implicam se conheça o número e que se seja capaz de compreender os números e as relações que são estabelecidas entre eles. Vários estudos indicam que crianças que têm um bom desempenho ao nível do cálculo mental adquirem uma noção de número bem desenvolvida (Bobis, 2006). Heirdsfield (2002) refere que o cálculo mental irá promover uma melhor compreensão e uma maior flexibilidade relativas quer aos números quer às operações. Ou seja, a noção de número é mais desenvolvida quando as crianças estão envolvidas em actividades que impliquem o cálculo mental. É de referir que crianças (e adultos) com uma noção de número mais desenvolvida são capazes de utilizar variadas estratégias para diferentes combinações de números.

Reys e Reys (1998) afirmam que o desenvolvimento do sentido de número está, de forma geral, intimamente relacionado com a flexibilidade e performance na realização de tarefas de cálculo mental e de estimativa. No entanto, Heirdsfield (2004) estabelece que a relação entre cálculo mental e sentido de número é bastante complexa. Estas complexidades devem-se ao facto de, por um lado, o cálculo mental poder facilitar a aquisição de sentido de número, quando os alunos são encorajados a ser flexíveis, por outro lado, nem esta flexibilidade nem o sentido de número são condições necessárias para que se seja eficaz a realizar tarefas de cálculo mental. É possível que a utilização de uma estratégia com a qual os alunos já estão familiarizados compense a lacuna que existe quer ao nível do sentido de número quer ao nível da utilização de processos pouco eficazes (Heirdsfield, 2004).

Vários autores têm vindo a sugerir que o cálculo mental deve ser introduzido no currículo da matemática enquanto meio para auxiliar e promover o desenvolvimento do sentido de número, sempre que os alunos são encorajados a desenvolver as suas próprias estratégias de cálculo (e.g. Heirdsfiel, 2004; Heirdsfield & Cooper, 2004; Reys e Reys, 1998; Cebola, s.d.). Quando as crianças são encorajadas a inventar as suas estratégias de cálculo aprendem a forma como os números funcionam ganham mais experiência a lidar com os números e desenvolvem o sentido de número. Desta forma as crianças irão adquirir mais confiança na sua capacidade de compreender o número e fazer sentido das operações (Heirdsfield, 2000).

Reys e Reys (1998) apresentam uma proposta para um currículo de cálculo que inclui cálculo mental, cálculo escrito, estimativa e o uso de calculadoras. Segundo os autores, os alunos que frequentam os primeiros anos de escolaridade devem ser estimulados e incentivados a inventar as suas próprias estratégias de cálculo baseando-se na sua compreensão emergente de número e operação. Por norma, estas estratégias são realizadas mentalmente mas, por vezes, são auxiliadas por notas, ou apontamentos que os estudantes fazem em papel.

Como já foi referido, o cálculo mental é uma das formas através das quais se pode chegar ao sentido de número. Isto ocorre porque este método de cálculo permite que os conceitos de número e de operações sejam aplicados de forma flexível, para que possam ser inventados novos processos para solucionar problemas, e para reflectir acerca dos números e do seu significado no contexto de um dado problema (Cebola, s.d.). Porém, para que tal aconteça, os alunos deverão ser encorajados a explorar diferentes formas para resolver um dado problema e a discuti-las, sendo que estas discussões devem ser orientadas por forma a que as razões da utilização de uma determinada estratégia (à partida mais eficaz) em detrimento de outra, sejam justificadas (Cebola, s.d.). De acordo com Ponte e Serrazina (2000) a utilização de diferentes estratégias de cálculo para chegar a um mesmo resultado vai ajudar os alunos a compreender o sentido de número e a desenvolver estratégias de cálculo mental.

O cálculo mental exacto e flexível pode ser o resultado da aplicação de estratégias que mostram ser mais eficazes e que revelam sentido de número. Esta exactidão também pode ser o resultado de se ser capaz de aplicar de forma eficaz os procedimentos de cálculo escritos ensinados. Neste caso, o cálculo mental pode ser considerado exacto mas não flexível (Heirdsfiel & Cooper, 2004).

Vários estudos têm vindo a demonstrar que muitos alunos acabam por realizar cálculos “na cabeça”, ou seja, sem compreenderem os procedimentos que estão a utilizar, o que mostra que se pode ser bem sucedido em cálculo mental sem se conhecer estratégias mais eficazes e sem que o sentido de número seja adquirido (Heirdsfield, 2004).

Várias investigações têm vindo a propor que o cálculo mental e alguns aspectos do sentido de número se relacionam, como, por exemplo, as propriedades do número, operações e a numeração e ainda os factos numéricos e a estimativa. Num estudo realizado por Heirdsfield (1996, cit. por Heirdsfield & Cooper, 2004) com alunos do 4º ano de escolaridade verificou-se que crianças que eram mais exactas e mais flexíveis em cálculo mental tinham adquirido capacidades avançadas de factos numéricos. Estas crianças eram capazes de, por

exemplo, utilizar estratégias que tinham origem em factos numéricos (por exemplo:  $10-6+9=6+10-1=15$ ).

## **Desenvolvimento do Sentido de Número e o Algoritmo**

Bobis (2006) afirma que o algoritmo é um procedimento que envolve várias etapas específicas, que produz uma resposta exacta para um conjunto de problemas e que é caracterizado por uma prática a longo termo.

Ponte e Serrazina (2000) referem que o algoritmo é uma sequência de passos que permite realizar certas operações de forma mecânica, permitindo uma “economia” de pensamento, visto que não se tem, obrigatoriamente, de pensar sobre o que se está a fazer mas sim, seguir as regras e passos pré-determinados.

Segundo Brocardo, Serrazina e Kraemer (2003) os algoritmos continuam a ser introduzidos muito precocemente no currículo e, desta forma, não é dada oportunidade aos alunos para que desenvolvam o sentido de número ou para serem capazes de pensarem de forma crítica as operações que utilizam prejudicando, assim, o desenvolvimento de outras estratégias de cálculo.

Reys e Reys (1998) referem que, na Austrália, os professores têm vindo a receber uma mensagem diferente através currículos da disciplina da Matemática, que sugerem que o cálculo através do algoritmo seja introduzido e desenvolvido num determinado ano de escolaridade. Acrescentam que o algoritmo escrito só deve ser introduzido no currículo quando as operações já foram trabalhadas através da introdução de estratégias de cálculo mental, tendo por base a composição e decomposição do número, levando em consideração o sistema numérico de valor de posição. Ponte e Serrazina (2000) afirmam que não se deve ensinar o algoritmo formal de uma operação a um aluno que ainda não compreendeu essa mesma operação como conceito matemático. No mesmo sentido, é possível verificar que no Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et. al, 2007) é referido que a compreensão dos algoritmos das quatro operações (adição, subtracção, multiplicação e divisão) deve ser desenvolvida gradualmente, pelo que os alunos devem ter a possibilidade de usar formas mais informais de cálculo e construir os seus próprios algoritmos ou de realizar os algoritmos usuais com alguns passos intermédios, antes de serem confrontados com o algoritmo escrito tradicional. Ainda de acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte, et. al 2007), quanto maior for o desenvolvimento das estratégias de cálculo mental, mais

confortável o alunos estarão no uso de estratégias de cálculo mais convencionais, como o algoritmo das quatro operações.

Na Austrália, muitas investigações têm procurado que o ensino do algoritmo seja adiado com o objectivo de permitir uma concentração nas estratégias de cálculo mental durante o máximo tempo possível (Bobis, 2006).

À medida que os alunos vão aprendendo métodos de cálculo tradicionais (algoritmo tradicional de papel e lápis) vão adoptando estes métodos como os seus preferidos, uma vez que, assim, podem executar tarefas de cálculo de forma automática sem terem de pensar no contexto e nos números que estão envolvidos nos problemas (Reys e Reys, 1998). Os erros cometidos pelos alunos aquando da aplicação do algoritmo escrito têm sido alvo de investigação. Na tabela 6 estão representados alguns dos erros mais frequentes aquando a utilização dos algoritmos escritos.

**Tabela 6: Exemplos de erros comuns cometidos pelos alunos na utilização do algoritmo**

Adição	Subtracção	Multiplificação
$\begin{array}{r} 37 \\ +15 \\ \hline 412 \end{array} \rightarrow (7+5=12)$	$\begin{array}{r} 116 \\ -58 \\ \hline 142 \end{array} \rightarrow (8-6=2)$ $\begin{array}{r} 58 \\ -1 \\ \hline \end{array} \rightarrow (5-1=4)$	$\begin{array}{r} 1^13 \\ \times 5 \\ \hline 105 \end{array} \quad (3 \times 5=15), \text{ vai } 1$ $\begin{array}{r} 1+1=2; 5 \times 2=10 \end{array}$

Kamii e Dominick (1997) afirmam que estes erros são comuns o que demonstra que, à medida que os alunos vão realizando a operação através do algoritmo, focam a sua atenção em tentar relembrar os passos ou regras que têm de seguir e, desta forma, o sentido de número não é tido em consideração. Neste sentido, são vários os autores que têm vindo a propor que não se continue com o ensino do algoritmo escrito e que o algoritmo é prejudicial para o desenvolvimento do sentido de número nas crianças (Kamii e Dominick, 1997).

Reys e Reys (1998) consideraram que o ensino do algoritmo numa idade precoce pode ser prejudicial para o desenvolvimento do sentido de número e afirmam que alunos que têm grandes capacidades de realizar algoritmo podem, ou não, vir a desenvolver o sentido de número. Isto porque, quando os alunos estão perante um determinado cálculo tentam aplicar o algoritmo aprendido e não estão a reflectir acerca do sentido do número (Reys e Reys, 1998). Ponte e Serrazina (2000) referem a importância de se ser capaz de interpretar o resultado obtido através do algoritmo, verificando se este constitui uma solução adequada para o problema proposto. Neste sentido, Bobis (2006) afirma que a principal preocupação no que



concerne a introdução precoce do algoritmo prende-se com o facto dos alunos centrarem a sua atenção em procedimentos convenientes e não na compreensão da Matemática. Assim, a crescente atenção que tem vindo a ser dada ao sentido de número surge como reacção ao elevado ênfase que tem vindo a ser colocado nos procedimentos de cálculo algorítmicos desprovidos de sentido de número (Bobis, 2006).

Segundo Kamii e Dominick (1997) os algoritmos são prejudiciais por duas razões. A primeira refere-se ao facto do algoritmo fazer com que as crianças se esqueçam do que já sabem sobre o valor de posição na escrita dos números, impedindo o desenvolvimento do sentido de número. A segunda razão pela qual o algoritmo é considerado prejudicial deve-se ao facto da utilização do algoritmo encorajar as crianças a desistirem do seu próprio pensamento, ou seja, as crianças acabam por utilizar um procedimento rotineiro que parece impedir o seu pensamento, e acabam por “desaprender” a posição de valor.

Apesar de terem vindo a ser focadas algumas desvantagens do algoritmo que possam levar à ideia de que este é prejudicial e que não deverá ser incluído no currículo da disciplina da matemática, importa referir que o algoritmo tem vantagens. Segundo Brocardo, Serrazina & Kraemer (2003) estas vantagens prendem-se com o facto de o algoritmo ser válido para qualquer número, recorrendo à utilização das mesmas regras. Uma outra vantagem do algoritmo está relacionada com a sua eficácia. Ou seja, o algoritmo pode sempre levar a uma resposta correcta caso as regras que lhe estão subjacentes sejam bem utilizadas.

No caso do Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et. al 2007), português, é possível verificar que a introdução do algoritmo foi, de facto, adiada para o terceiro ano de escolaridade e é referido que, nos anos anteriores, o ênfase deve estar na realização de tarefas de cálculo mental. Esta foi uma das grandes diferenças da adaptação do Programa de Matemática do Ensino Básico, isto porque no programa anterior referia-se a introdução do algoritmo, de todas as operações excepto a divisão, ao nível do segundo ano de escolaridade (Departamento da Educação Básica, 2001).

Podemos, desta forma, concluir que se quisermos desenvolver nas crianças a capacidade de calcular mentalmente através de vários métodos e de decidir qual o melhor método a utilizar em cada contexto, não se pode continuar a incluir no currículo apenas o ensino do algoritmo escrito (Bocardo, Serranzina & Kraemer, 2003).

## Objectivos e Hipóteses

Tendo por base a teoria referida anteriormente, o objectivo geral do presente estudo é caracterizar o perfil dos alunos do 4º ano do ensino básico relativamente ao cálculo mental.

No que se refere aos objectivos específicos pretende-se, relativamente a estes alunos:

1. Caracterizar as suas preferências pela utilização de cálculo mental em detrimento de outro tipo de cálculo;
2. Caracterizar as suas atitudes relativas aos cálculos mental e escrito;
3. Caracterizar o seu desempenho em tarefas de cálculo mental;
4. Relacionar as suas preferências por cálculo mental, afirmadas no questionário, com a sua utilização efectiva no teste de cálculo mental;
5. Caracterizar as estratégias de cálculo mental, iniciais e alternativas, utilizadas pelos alunos de desempenho médio e de desempenho superior.

Com o objectivo de verificar se os resultados obtidos por Reys, Reys, Nohda e Emori em 1995 com alunos Japoneses também são encontrados em escolas na região de Lisboa são colocadas quatro hipóteses.

Hipótese 1: As preferências por cálculo mental afirmadas pelos alunos diferem consoante o seu desempenho em tarefas de cálculo mental.

Hipótese 2: As estratégias utilizadas para a realização das tarefas de cálculo mental são maioritariamente reflexo do algoritmo mental do cálculo escrito.

Hipótese 3: A utilização de estratégias de algoritmo mental é mais frequente em alunos cujo resultado no teste de cálculo mental é médio por oposição aos alunos que obtiveram um resultado elevado.

Hipótese 4: A existência de estratégias alternativas de resolução dos problemas propostos é minoritária, mais concretamente é inferior a 50%.

## **Método**

### **Delineamento do estudo**

O presente estudo é uma abordagem quantitativa, descritiva e relacional. Pretende analisar as atitudes face ao cálculo mental e escrito, as preferências por cálculo mental ou outro tipo de cálculo, o desempenho em tarefas de cálculo mental, as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos do 4º e 5º anos de escolaridade e, ainda, relacionar as preferências de cálculo e o nível de desempenho dos alunos em tarefas de cálculo mental. A aplicação dos instrumentos decorreu nos meses de Junho (com alunos do 4º ano) e Novembro (com alunos já no 5º ano) de 2009.

O estudo segue o método utilizado por Reys e Reys (1993).

### **Participantes**

No presente estudo participaram 46 alunos de três turmas do quarto ano do Ensino Básico, idades entre os 9 e os 10 anos, de duas escolas, uma do concelho de Lisboa e outra do concelho de Oeiras, de níveis socioeconómico e cultural médio médio-alto, onde 52,2% pertencem ao género masculino e 47,8% ao feminino. A amostra foi seleccionada por conveniência, procurando manter constante o nível sócio-económico médio.

### **Instrumentos e Procedimentos**

Numa fase inicial foi solicitada a colaboração das escolas, para que os alunos pudessem participar no estudo. O objectivo do estudo foi também comunicado aos encarregados de educação dos alunos e foi-lhes pedida autorização para que o seu educando participasse no estudo (Anexo A – carta enviada aos encarregados de educação).

Neste estudo foram utilizados quatro instrumentos, para avaliar o desempenho em tarefas de cálculo mental foi utilizado o Teste de Cálculo Mental (Anexo B), as preferências relativamente aos cálculos mental e escrito foram avaliadas através do Questionário de Avaliação de Preferências de Cálculo (Anexo C), as atitudes dos participantes relativamente ao cálculo mental foram avaliadas através de um Questionário de Atitudes Face ao Cálculo Mental (Anexo D). Com o objectivo de caracterizar as estratégias de cálculo foram realizadas

entrevistas a parte da amostra (Anexo E: Guião de Entrevistas). Os instrumentos utilizados neste estudo são uma adaptação dos instrumentos utilizados por Reys e Reys no seu estudo de 1993, alguns deles já utilizados em Portugal por Cruz (2008) e por Ramalho, M. (2009).

O Teste de Cálculo Mental (Reys & Reys, 1993) foi elaborado para ser aplicado em grupo e é constituído por 30 itens.

Os itens que constituem este teste são desprovidos de qualquer contexto, permitindo, assim, que os alunos se foquem apenas na tarefa de cálculo que lhes é apresentada. Desta forma, é eliminada a necessidade de decidir qual a operação a utilizar. São, também, eliminadas dificuldades relacionadas com a interpretação das questões apresentadas.

Uma vez que o modo de apresentação dos problemas de cálculo mental pode influenciar significativamente o desempenho dos estudantes e que no estudo realizado por Reys e Reys (1993) e por Reys, Reys, Nohda e Emori (1995) se concluiu que o desempenho dos estudantes na resolução de problemas de cálculo mental é superior quando os itens são apresentados visualmente, neste estudo optou-se por apresentar os itens do teste de cálculo mental visualmente. Existe, portanto uma diferença relativamente ao estudo de Reys e Reys (1993), durante o qual os itens são apresentados em diferentes modalidades (oral e visual).

Os itens foram apresentados em formato de papel, um de cada vez, tendo sido controlado o tempo entre a apresentação de um item e do seguinte. Para a resolução do exercício proposto e por forma a todos os participantes conseguirem ver, à medida que o teste ia decorrendo, os exercícios de cálculo mental foram afixados, com um intervalo de 20 segundos entre cada item.

É importante referir que quatro dos itens ( $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ ;  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ ;  $1 - \frac{1}{3}$ ) que constituem este teste não foram apresentados aos sujeitos uma vez que a adição e subtracção de fracções não fazem parte do currículo da disciplina de matemática do 4º ano do ensino básico. Consequentemente, o instrumento utilizado é constituído por 26 dos itens originais.

O registo das respostas a este teste foi feito pelos participantes numa folha de resposta (Anexo F) disponibilizada para o efeito. As respostas ao teste de cálculo mental foram avaliadas individualmente e, posteriormente, cotadas. As respostas de cada participante podem ser cotadas como correctas (1) ou incorrectas (0).

No questionário de avaliação de preferências, os participantes foram lembrados da existência de diferentes métodos de cálculo e que cada pessoa deve escolher qual o método

que irá utilizar para cada exercício de cálculo. O questionário é constituído por 12 itens, sendo que o item 10 ( $1 - 1/3$ ) foi retirado aquando da análise de dados, visto os alunos ainda não estarem familiarizados com esta nomenclatura. Em cada item é apresentado um exercício de cálculo e foi pedido aos participantes que decidissem se resolveriam, ou não, o exercício mentalmente. Não lhes era pedido que resolvessem os exercícios propostos nem que, caso afirmassem que não resolveriam o problema mentalmente, indicassem qual o método que utilizariam. Este questionário teve como principal objectivo avaliar as preferências dos alunos face ao cálculo mental. Para tal os participantes expressaram a sua opinião relativamente à questão “Resolveria este problema mentalmente? Sim ou Não”, ao longo dos vários itens apresentados.

O questionário de atitudes permite, através de um conjunto de afirmações, avaliar as atitudes dos participantes relativamente ao cálculo mental e ao cálculo escrito. Este instrumento é constituído por 26 itens.

Este questionário teve como objectivo ilustrar a forma como os participantes percebem o cálculo mental, sendo que os itens apresentados podem ser divididos em duas categorias. A primeira diz respeito às afirmações relativas ao cálculo mental que são acompanhadas por afirmações idênticas relativas ao cálculo escrito. A segunda diz respeito a afirmações que explicitam uma comparação de valor entre os dois tipos de cálculo.

Os itens que constituem este questionário são incluídos em cinco dimensões: percepção de competência em tarefas de cálculo mental (se é desafiante, se sente que é bem sucedido); percepção da fonte de aprendizagem de cálculo mental (se é a própria criança ou a escola); percepção de utilização do cálculo (quando utiliza / utilizará mais o cálculo mental e o cálculo escrito); percepção da importância do cálculo mental (se é importante ser bem sucedido quando realiza tarefas de cálculo mental e cálculo escrito); e a percepção do interesse relativamente ao cálculo mental e da função lúdica do cálculo (se vê o cálculo mental e o cálculo escrito como sendo interessantes e como actividades lúdicas).

O último instrumento utilizado foi uma entrevista constituída por 8 itens, realizada individualmente. No entanto, um dos itens ( $1/2 + 3/4$ ) foi excluído da entrevista, uma vez que a soma de fracções não se encontra no programa da disciplina de matemática para o 4º ano de escolaridade. As entrevistas tiveram, em média, a duração de 30 minutos, o que vai ao

encontro das indicações de Reys e Reys (1993). Os procedimentos utilizados, assim como os itens apresentados nesta entrevista, tiveram por base o estudo de Reys e Reys (1993)

As entrevistas relativas às estratégias de cálculo utilizadas, foram realizadas com 12 dos participantes do estudo cujo desempenho no teste de cálculo mental foi médio ou superior, 4 de uma escola e 8 de outra escola. Os entrevistados foram seleccionados aleatoriamente a partir do quintil superior e médio no teste de cálculo mental, sendo que para um dos grupos foram ainda incluídos participantes que se encontravam no quarto quintil.

Cada item foi apresentado oralmente e repetido sempre que necessário. Ao longo da entrevista, foi pedido ao aluno que respondesse utilizando cálculo mental e que explicasse como chegou a essa resposta, ou seja, quais as estratégias de cálculo por ele utilizadas. Durante a entrevista, os participantes puderam pensar em voz alta à medida que iam resolvendo o problema proposto ou dizer o que fizeram depois de terem dado a resposta. Foi dado o tempo necessário aos alunos para responderem e explicarem os processos que utilizaram. À medida que as entrevistas decorriam não foi dado qualquer *feedback* aos alunos relativamente às suas respostas.

Todas as entrevistas foram gravadas em formato áudio para posterior análise, embora no estudo de Reys e Reys (1993) as entrevistas tenham sido filmadas.

## Resultados

Após concluída a recolha de dados, procedeu-se ao tratamento ao seu tratamento através de análise estatística dos questionários de preferências e atitudes face ao cálculo e do teste de cálculo mental e de análise de conteúdo das entrevistas.

### Preferências em Cálculo Mental

De forma a avaliar as preferências relativamente ao cálculo mental e a outros tipos de cálculo, foi apresentado aos alunos do 4º ano um questionário (Anexo B) constituído por 12 questões. No questionário era perguntado aos alunos se resolveriam um determinado problema mentalmente ou não (por exemplo  $60 + 80$ ) e foi-lhes pedido que assinalassem a sua opção.

Para analisar as respostas dos alunos foi elaborada uma tabela (tabela 6) descritiva das percentagens de respostas dos alunos para cada um dos itens. Na tabela 6 encontram-se os resultados globais da amostra e ainda os resultados em cada uma das turmas que participaram no estudo.

**Tabela 7:** Percentagem de respostas “Sim” e “Não” dos alunos de 4º ano no questionário de Preferências em cálculo mental.

Item	4º ano (n=46)		Turma A (n=8)		Turma B (n=13)		Turma C (n=25)	
	S	N	S	N	S	N	S	N
$500 + 300$	100	0	100	0	100	0	100	0
$58 + 34$	93,5	6,5	100	0	75	25	100	0
$60 + 80$	97,8	2,2	100	0	100	0	96,2	3,8
$165 + 99$	82,6	17,4	87,5	12,5	75	25	84,6	15,4
$74 - 30$	87	13	100	0	75	25	88,5	11,5
$80 - 24$	89,1	10,9	100	0	83,3	16,7	88,5	11,5
Dobro de 26	87	13	100	0	83,3	16,7	84,6	15,4
$60 \times 70$	73,8	26,1	87,5	12,5	83,3	16,7	65,4	34,6
$14 \times 83$	39,1	60,9	37,5	62,5	16,7	83,3	50	50
$100 \times 35$	87	13	100	0	91,7	8,3	80,8	19,2
$7 \times 25$	87	13	100	0	91,7	8,3	80,8	19,2
Média	84	16	92,1	7,9	79,5	20,5	83,6	16,4

Ao observar a tabela 7 é possível verificar que os alunos do 4º ano demonstram maior preferência pela resolução de problemas através de cálculo mental, sendo que 84% dos alunos respondem que resolveriam mentalmente os problemas que lhes foram apresentados. Esta preferência é mais evidente quando os problemas envolvem a adição de múltiplos de 10 ou 100, como nos itens  $60 + 80$  (97,8%) e  $500 + 300$  (100%). Esta preferência também é evidente nos itens que envolvem a adição de dois números de dois algarismos com transporte, como no item  $58 + 34$  (93,5%).

Através da observação da tabela pode também verificar-se que os alunos referem que não gostariam de resolver mentalmente itens que envolvessem a multiplicação de dois números de dois algarismos, como é o caso dos itens  $14 \times 83$  (39,1%) e do item  $60 \times 70$  (73,8).

No que diz respeito à turma A, verifica-se que os alunos preferem resolver mentalmente a maioria dos exercícios que lhes foram apresentados, sendo esta preferência superior ao padrão encontrado nas três turmas. Porém, existe uma exceção: os alunos desta turma demonstraram que, quando se tratasse de multiplicação de dois números diferentes, presente no item  $14 \times 83$  (37,5%), não iriam optar por resolver os exercícios mentalmente.

Relativamente à turma B, pode verificar-se que as preferências dos alunos vão ao encontro do padrão encontrado na totalidade da amostra. No entanto, é de referir que nesta turma existe uma grande discrepância entre o item  $14 \times 83$  e os restantes itens, visto que mais de 75% dos alunos afirma que resolveria mentalmente todos os itens que lhes foram apresentados, com exceção do item  $14 \times 83$ , ao qual apenas 16,7% dos alunos responde que o resolveria mentalmente.

No que respeita a turma C, observa-se que as preferências dos alunos vão ao encontro do padrão encontrado na amostra.

Através da tabela 7 é possível verificar que os alunos, de forma geral, parecem estar motivados para realizar tarefas de cálculo mental, uma vez que a maioria (84%) assinala a opção “sim, resolveria este problema mentalmente”, sendo esta aparente motivação mais evidente nos alunos da turma A (92,1%).

Por forma a analisar se as preferências dos alunos por cálculo mental em oposição a outro tipo de cálculo difere consoante o nível de desempenho dos alunos (superior, médio ou inferior) no teste de cálculo mental, os participantes foram divididos em cinco grupos iguais de acordo com os resultados obtidos no teste de cálculo mental, de que adiante se falará



(Anexo G – definição dos quintis do Teste de Cálculo Mental). Foram, então, considerados para esta análise os alunos do primeiro grupo (quartil superior), os alunos do terceiro grupo (quartil médio) e os alunos do quinto grupo (quartil inferior). O questionário de preferências foi analisado de acordo com os quintis superior, médio e inferior, de acordo com o desempenho no Teste de cálculo mental.

**Tabela 8:** Percentagem de respostas “Sim” no questionário de Preferências em cálculo mental dos alunos dos quintis superior, inferior e médio de acordo com o teste de cálculo mental

Item	Quartil		
	S	M	I
500 + 300	100	100	100
58 + 34	100	88,9	66,7
60 + 80	100	88,9	88,9
165 + 99	100	100	88,9
74 – 30	100	88,9	88,9
80 – 24	100	88,9	100
Dobro de 26	100	66,7	22,2
60 x 70	50	44,4	11,1
14 x 83	100	77,8	55,6
100 x 35	90	88,9	44,4
7 x 25	100	77,8	77,8
Média	94,55	82,85	67,68

Ao observar a tabela 8, é possível verificar que as preferências dos alunos relativamente ao cálculo mental diferem consoante o seu desempenho no teste de cálculo mental. Na tabela 8 pode verificar-se que, em média, 94,55% dos alunos do quartil superior optam por resolver mentalmente os cálculos que lhes são apresentados. No que respeita ao quartil médio, observa-se que 82,85% dos alunos, optam por resolver mentalmente os cálculos propostos. A média de alunos do quartil inferior que opta por resolver os cálculos mentalmente é de apenas 67,68%.

Estas diferenças são mais evidentes nos cálculos que envolvem a multiplicação, como é o caso do item dobro de 26 ao qual respondem de forma afirmativa 100% dos alunos do quartil superior, 66,7% dos alunos do quartil médio e apenas 22,2% dos alunos do quartil inferior, e do item 14x83, ao qual respondem de forma afirmativa 100% dos alunos do quartil superior, 77,8% dos alunos do quartil médio e 55,6% dos alunos do quartil inferior. Num dos itens que envolve a adição esta diferença também é evidente, visto que 100% dos alunos do

quartil superior respondem que resolveriam o cálculo  $58+34$  mentalmente. Esta mesma resposta é dada por 88,9% dos alunos do quartil médio e por 66,7% dos alunos do quartil inferior.

Apesar de, na maioria dos itens, os alunos do quartil médio afirmarem que resolveriam os exercícios propostos mentalmente de forma mais evidentedo que os alunos do quartil inferior, existe uma exceção. No item 80-24, 88,9% dos alunos do quartil médio afirmam que resolveriam o cálculo mentalmente e a mesma resposta é dada pela totalidade de alunos do quartil inferior.

Desta forma, verifica-se que, por norma, os alunos mais bem sucedidos na realização de tarefas que envolvem o cálculo mental são os que mais dizem optar pelo cálculo mental como o seu método de cálculo preferido e que esta preferência diminui de acordo com os resultados no teste de cálculo mental.

### Atitudes dos alunos relativamente ao cálculo

Para avaliar as atitudes dos alunos relativamente ao cálculo foi realizada uma análise de frequências. Desta forma as afirmações relativas às atitudes dos alunos face ao cálculo foram organizadas de acordo com as categorias já referidas: Gosto e Interesse, Percepção de Competência, Percepção de Valor, Percepção de Uso e Percepção de Fonte de Aprendizagem.

De seguida serão apresentadas as tabelas com as percentagens de respostas dos participantes, sim (S), não (N) e não sei (N/s), organizadas por turma e de acordo com as categorias referidas.

**Tabela 9:** Percentagem de respostas “sim”, “não” e “não sei” dos alunos do 4º ano de escolaridade, às afirmações que reflectem a atitude face ao cálculo, na categoria “Gosto e Interesse”

Atitudes face ao cálculo: categoria gosto e interesse	4º ano (n=46)			Turma A (n=8)			Turma B (n=13)			Turma C (n=25)		
	S	N	N/s	S	N	N/s	S	N	N/s	S	N	N/s
Gosto de fazer cálculo escrito.	76,1	13	10,9	75	12,5	12,5	58,3	33,3	8,3	88,5	7,7	3,8
Gosto de fazer cálculo mental.	80,4	13	6,5	62,5	37,5	0	83,3	8,3	8,3	84,6	7,7	7,7
Acho o cálculo mental interessante.	76,1	10,9	13	62,5	12,5	25	58,3	16,7	25	88,5	7,7	3,8
Cálculo escrito é mais interessante do que o cálculo mental.	15,2	65,2	19,6	25	50	25	0	75	25	19,2	65,4	15,4
Cálculo mental é mais interessante do que cálculo escrito.	52,2	23,9	23,9	37,5	25	37,5	58,3	16,7	25	53,8	26,9	19,2

Relativamente à categoria *gosto e interesse* (tabela 9) pode verificar-se que os alunos do 4º ano manifestam gosto, quer na realização de cálculo escrito (76,1%), quer na realização de cálculo mental (80,4%) e que consideram o cálculo mental interessante (76,1%), sendo que metade dos alunos afirma que o cálculo mental é mais interessante do que o cálculo escrito (52,2%), em oposição à afirmação oposta à qual aderem apenas 15% dos alunos.

No que respeita os alunos da turma A, é possível observar que os alunos afirmam gostar mais de fazer cálculo escrito (75%) do que cálculo mental (62,5%). No entanto, metade dos alunos desta turma afirma que o cálculo escrito não é mais interessante do que o cálculo mental. É de referir que a percentagem de alunos desta turma que afirma gostar de cálculo mental (62,5%) é inferior ao padrão verificado na totalidade da amostra (80,4%). Já os alunos da turma B afirmam que gostam de fazer cálculo mental (83,3%) mais do que cálculo escrito e esta preferência só se verifica nesta turma. Os alunos desta turma afirmam de forma evidente que o cálculo mental é mais interessante do que o cálculo escrito (58,3%), por oposição à afirmação oposta à qual nenhum aluno responde de forma positiva. Relativamente aos alunos da turma C constata-se que as suas respostas vão ao encontro do padrão encontrado na amostra.

**Tabela 10:** Percentagem de respostas “sim”, “não” e “não sei” dos alunos do 4º ano de escolaridade, às afirmações que reflectem a atitude face ao cálculo, na categoria “Percepção de Competência”

Atitudes face ao cálculo: categoria de percepção de competência	4º ano (n=46)			Turma A (n=8)			Turma B (n=13)			Turma C (n=25)		
	S	N	N/s	S	N	N/s	S	N	N/s	S	N	N/s
O cálculo escrito desafia-me.	28,3	60,9	10,9	37,5	62,5	0	25	66,7	8,3	26,9	57,7	15,4
O cálculo mental desafia-me.	87	8,7	4,3	75	12,5	12,5	91,7	8,3	0	88,5	7,7	3,8
Sou bom em cálculo escrito.	82,6	2,2	15,2	75	0	25	75	0	25	88,5	3,8	7,7
Sou bom em cálculo mental.	63	17,4	19,6	50	37,5	12,5	58,3	8,3	33,3	69,2	15,4	15,4
Acho o cálculo escrito mais desafiante do que o cálculo mental.	6,5	82,6	10,9	12,5	87,5	0	0	83,3	16,7	7,7	80,8	11,5
Acho o cálculo mental mais desafiante do que o cálculo escrito.	84,8	10,9	4,3	75	25	0	83,3	8,3	8,3	88,5	7,7	3,8
Sou melhor em cálculo escrito do que em cálculo mental.	54,3	21,7	23,9	75	25	0	33,3	16,7	50	57,7	23,1	19,2
Sou melhor em cálculo mental do que em cálculo escrito.	15,2	39,1	45,7	0	37,5	62,5	16,7	41,7	41,7	19,2	38,5	42,3

No que diz respeito à categoria de *percepção de competência* (Tabela 10) é possível verificar que os alunos do 4º ano afirmam que o cálculo mental os desafia mais do que o cálculo escrito (84,8%). Porém, afirmam que são melhores a desempenhar tarefas de cálculo escrito do que de cálculo mental (54,3%).

Relativamente à turma A, é de salientar que nenhum dos alunos se percebe como sendo melhor em cálculo mental do que em cálculo escrito. No que respeita a turma B, verifica-se que apenas um quarto dos alunos se sente desafiado pelo cálculo escrito e que nenhum dos alunos considera o cálculo mental mais desafiante do que o cálculo escrito. No entanto, estes alunos percebem-se como sendo melhores em cálculo escrito do que em cálculo mental (33,3%), pois apenas 16,7% dos alunos afirma o contrário. No que diz respeito à turma C, é importante referir que 88,5% dos alunos acha que o cálculo mental é mais interessante do que o cálculo escrito, sendo este valor superior ao encontrado no padrão da amostra.

**Tabela 11:** Percentagem de respostas “sim”, “não” e “não sei” dos alunos do 4º ano de escolaridade, às afirmações que reflectem a atitude face ao cálculo, na categoria Percepção de valor

Atitudes face ao cálculo: categoria percepção de Valor	4º ano (n=46)			Turma A (n=8)			Turma B (n=13)			Turma C (n=25)		
	S	N	N/s	S	N	N/s	S	N	N/s	S	N	N/s
É importante ser bom em cálculo escrito.	75,6	8,9	15,6	85,7	0	14,3	50	16,7	33,3	84,6	7,7	7,7
É importante ser bom em cálculo mental.	87	4,3	8,7	100	0	0	75	8,3	16,7	88,5	3,8	7,7
É mais importante ser bom em cálculo escrito do que em cálculo mental.	6,5	58,7	34,8	0	75	25	8,3	50	41,7	7,7	57,7	34,6
É mais importante ser bom em cálculo mental do que em cálculo escrito.	45,7	23,9	30,4	75	12,5	12,5	25	16,7	58,3	46,2	30,8	23,1

No que respeita a categoria *percepção de valor* (Tabela 11) verifica-se que a maioria dos alunos considera importante ser bom em cálculo escrito (75,6%) e em cálculo mental (87%). Para 45,7 % dos alunos é mais importante ser bom em cálculo mental do que em cálculo escrito. Relativamente à turma A é de referir que três quartos dos alunos afirmam que é mais importante ser bom em cálculo mental do que em cálculo escrito. Em relação à turma B, é de referir que apenas 25% dos alunos considera ser mais importante ser bom em cálculo mental do que em cálculo escrito, sendo esta média inferior à encontrada na totalidade da amostra (45,7%). Os alunos da turma C destacam-se do padrão da amostra, quando afirmam que é importante ser bom a cálculo escrito (84,6%).

**Tabela 12:** Percentagem de respostas “sim”, “não” e “não sei” dos alunos do 4º ano de escolaridade, às afirmações que reflectem a atitude face ao cálculo, na categoria Percepção de uso

Atitudes face ao cálculo: categoria percepção de uso	4º ano (n=46)			Turma A (n=8)			Turma B (n=13)			Turma C (n=25)		
	S	N	N/s	S	N	N/s	S	N	N/s	S	N	N/s
Penso que irei fazer mais cálculo escrito do que cálculo mental	23,9	47,8	28,3	12,5	50	37,5	16,7	41,7	41,7	30,8	50	19,2
Penso que irei fazer mais cálculo mental do que cálculo escrito	45,7	15,2	39,1	50	12,5	37,5	58,3	8,3	33,3	38,5	19,2	42,3
Na escola faço mais cálculo escrito do que cálculo mental.	73,9	6,5	19,6	100	0	0	66,7	0	33,3	69,2	11,5	19,2
Na escola faço mais cálculo mental do que cálculo escrito.	13	50	37	12,5	50	37,5	8,3	58,3	33,3	15,4	46,2	38,5
Fora da escola faço mais cálculo escrito do que cálculo mental.	31,1	51,1	17,8	28,6	42,9	28,6	25	58,3	16,7	34,6	50	15,4
Fora da escola faço mais cálculo mental do que cálculo escrito.	50	28,3	21,7	37,5	25	37,5	75	8,3	16,7	42,3	38,5	19,2

No que diz respeito à categoria *percepção de uso* (Tabela 12) é possível verificar que a maioria dos alunos faz mais cálculo escrito do que mental na escola (73,9%), sendo este facto mais evidente na turma A na qual todos os alunos afirmam fazer mais cálculo escrito na escola do que cálculo mental. É de referir que fora da escola metade dos alunos afirma fazer mais cálculo mental do que cálculo escrito. Quando os alunos pensam no futuro as suas opiniões não são claras e dividem-se pelas três opções (“Sim”, “Não” e “Não sei”), o que significa que os alunos do 4º ano ainda não são capazes de dizer claramente qual o tipo de cálculo que irão utilizar mais. E existe, todavia, uma ligeira tendência por parte dos alunos para afirmar que farão mais cálculo mental do que escrito (45,7%). No entanto, verifica-se uma excepção na turma B onde os alunos afirmam com mais clareza que pensam que irão fazer mais cálculo mental do que escrito (58,3%), por oposição à afirmação oposta.

No que diz respeito aos alunos da turma B, é de salientar que a maioria dos alunos (75%) faz mais cálculo mental do que escrito fora da escola, sendo que apenas um quarto dos alunos afirma o contrário.

**Tabela 13:** Percentagem de respostas “sim”, “não” e “não sei” dos alunos do 4º ano de escolaridade, às afirmações que reflectem a atitude face ao cálculo, na categoria Percepção de Fonte de Aprendizagem

Atitudes face ao cálculo: categoria percepção de fonte de aprendizagem	4º ano (n=46)			Turma A (n=8)			Turma B (n=13)			Turma C (n=25)		
	S	N	N/s	S	N	N/s	S	N	N/s	S	N	N/s
Aprendi a fazer cálculo escrito na escola.	87	8,7	4,3	100	0	0	83,3	16,7	0	84,6	7,7	7,7
Aprendi a fazer cálculo mental na escola.	58,7	34,8	6,5	87,5	12,5	0	41,7	58,3	0	57,7	30,8	11,5
Aprendi a fazer cálculo escrito sozinho.	13	80,4	6,5	0	100	0	16,7	83,3	0	15,4	73,1	11,5
Aprendi a fazer cálculo mental sozinho.	37	56,5	6,5	25	75	0	58,3	41,7	0	30,8	57,7	11,5

No que respeita a categoria *Percepção da fonte de aprendizagem* (Tabela 13) a maioria dos alunos afirma ter aprendido cálculo escrito na escola (87%), relativamente à aprendizagem do cálculo mental, mais de metade dos alunos afirma ter aprendido cálculo mental na escola (58,7%). De referir ainda que apenas 13% dos alunos afirma ter aprendido cálculo escrito sozinho, por oposição a 37% dos alunos que afirma ter aprendido cálculo mental sozinho.

Relativamente à turma A, verifica-se que 87,5% dos alunos afirma ter aprendido a fazer cálculo mental na escola, contrastando com o padrão encontrado no conjunto das três turmas, sendo que apenas um quarto dos alunos afirma ter aprendido cálculo mental sozinho. É de salientar o caso da turma B uma vez que mais de metade dos alunos (58,3%) afirma ter aprendido cálculo mental sozinho, destacando-se do padrão da totalidade da amostra. Mais de metade dos alunos da turma C (57,7%) afirma ter aprendido a fazer cálculo mental na escola.

Através da observação das tabelas 9, 10, 11, 12 e 13 é possível verificar que os alunos consideram o cálculo mental mais interessante e desafiante, no entanto, afirmam que são melhores a realizar tarefas de cálculo escrito do que tarefas de cálculo mental. Os alunos referem que na escola passam mais tempo a fazer cálculo escrito. É de referir que os alunos do 4º ano dizem ter aprendido cálculo escrito na escola, já no que respeita ao cálculo mental existe uma maior percentagem de alunos a afirmar que o aprenderam sozinhos. Para os alunos é igualmente importante ser-se bom a realizar cálculo escrito e mental.

## Desempenho em cálculo mental

Para que fosse possível caracterizar os alunos do 4º ano no que diz respeito ao desempenho em cálculo mental foi realizado um Teste de Cálculo Mental (TCM), constituído por 26 itens (Anexo C).

Com o objectivo de analisar os resultados obtidos pelos participantes no teste de cálculo mental foi elaborada uma tabela (Tabela 13) na qual constam as médias de desempenho dos alunos das 3 turmas participantes e a média de todos os alunos do 4º ano que fizeram parte deste estudo.

**Tabela 14:** Média de desempenho e desvio padrão no TCM geral e por turma

	4º ano	Turma A	Turma B	Turma C
<b>Nº de alunos</b>	46	8	13	25
<b>Média de desempenho (Valor max.=26)</b>	17,57	20,75	19,1	15,88
<b>Média de desempenho (%)</b>	67,58	79,8	73,5	61,07
<b>Desvio padrão</b>	4,87	4,6	4,76	4,43

Ao observar a tabela 14 pode verificar-se que os alunos do 4º ano tiveram uma média de desempenho de 67,58% no teste de cálculo mental. A turma A teve a média mais elevada no teste (79,8%), seguindo-se a Turma B com uma média de desempenho de 73,5%. A turma com desempenho mais baixo foi a turma C, que apresenta uma média de desempenho de 61,07%. É de salientar que em nenhuma das turmas que participaram no estudo se verifica uma média de desempenho inferior a 50%.

Com o objectivo de analisar o desempenho dos alunos em cálculo mental foram ainda elaboradas três tabelas de frequências de acordo com o tipo de operação (adição, subtracção e multiplicação), nas quais se encontram os resultados de todos os alunos da amostra e os resultados por turma. Assim, foi possível compreender quais os itens em que os alunos tiveram maior e menor sucesso.

**Tabela 15:** Percentagem de respostas correctas em itens do TCM referentes à adição, em geral e por turma

Itens referentes à adição	4º ano (n= 46)	Turma A (n=8)	Turma B (n= 13)	Turma C (n= 25)
60 + 80	91,3	100	91,7	88,5
300 + 5	95,7	87,5	100	96,2
150 + 25	93,5	87,5	91,7	96,2
450 + 15	89,1	87,5	91,7	88,5
3500 + 35	87	75	83,3	92,3
4200 + 60	93,5	87,5	100	92,3
58 + 34	89,1	100	100	80,8
68 + 32	93,5	100	91,7	92,3
79 + 26	76,1	87,5	91,7	65,4
165 + 99	63	75	83,3	50
182 + 97	71,7	75	75	69,2
6,2 + 4,9	67,4	100	66,7	57,7
0,5 + 0,75	39,1	75	25	34,6

No que respeita os itens que envolvem a adição (Tabela 15) é possível verificar, através da tabela 14, que a maioria dos alunos responde correctamente aos itens que envolvem a adição de múltiplos de cinco, dez e cem. Como é o caso dos itens  $300 + 5$  (95,7%),  $150 + 25$  (93,5%) ou  $4200 + 60$  (93,5%). Verifica-se ainda que os alunos tiveram mais dificuldade nos itens relativos à adição de números decimais, como em  $0,5 + 0,75$  (39,1%).

Ao observar a tabela 15 verifica-se que os alunos da turma A se destacam nos itens relativos à adição de números decimais quando comparados com a totalidade da amostra, uma vez que 100% dos alunos responde correctamente ao item  $6,2 + 4,9$  e que 75% dos alunos responde correctamente ao item  $0,5+0,75$ . Os alunos da turma B são os que apresentam piores resultados no item  $0,5 + 0,75$ , ao qual responderam correctamente apenas 25% dos alunos. No que diz respeito à turma C esta apresenta mais insucesso nos itens  $165+99$ , no qual metade dos alunos respondem de forma incorrecta, e  $79+26$ , ao qual respondem correctamente 65,4% dos alunos, quando comparados com os resultados da totalidade da amostra.



**Tabela 16:** Percentagem de respostas correctas em itens do TCM referentes à subtracção, em geral e por turma

Itens referentes à subtracção	4º ano (n=46)	Turma A (n=8)	Turma B (n=13)	Turma C (n=25)
80 - 24	65,2	87,5	83,3	50
74 - 30	69,6	87,5	66,7	65,4
100 - 68	52,2	75	66,7	38,5
105 - 26	43,5	87,5	58,3	23,1
105 - 97	43,5	62,5	41,7	38,7
140 - 60	73,9	87,5	75	69,2
Tirar metade a 52	39,1	50	50	30,8

A tabela 16 refere-se aos itens que envolvem a subtracção. Nestes itens os alunos do 4º ano apresentam melhores resultados a resolver 140 – 60 (73,9%) e 74 – 30 (69,6%). Os alunos apresentam maiores dificuldades nos itens 105 – 26 (43,5%), 105-97 (43,5%) e tirar metade a 52 (39,1%). É de salientar que nos itens referentes à subtracção os alunos apresentam um pior desempenho do que nos itens relativos à adição. Os alunos da turma A destacam-se na resolução do item 105 – 26, ao qual respondem correctamente 87,5% dos alunos, quando comparados com a totalidade da amostra. Ao comparar o desempenho das três turmas, verifica-se que as turmas A e B têm resultados mais próximos apesar dos alunos da turma A terem melhor desempenho. Já a turma C destaca-se por ter um desempenho mais baixo, quando comparada com as restantes turmas.

**Tabela 17:** Percentagem de respostas correctas por item do TCM para itens referentes à multiplicação, geral e por turma

Itens referentes à multiplicação	4º ano (n=46)	Turma A (n=8)	Turma B (n=13)	Turma C (n=25)
60 x 70	30,4	50	33,3	23,1
100 x 35	76,1	87,5	83,3	69,2
300 x 40	50	50	83,3	34,6
7 x 25	63	87,5	66,7	53,8
38 x 50	23,9	37,5	41,7	11,5
Dobro de 26	76,1	87,5	66,7	76,9

Ao observar a tabela 17, verifica-se que os itens relativos à multiplicação são os que apresentam piores resultados quando comparados com os itens relativos à adição e à

subtracção, sendo que esta diferença é mais evidente quando se compara o desempenho dos alunos em itens relativos à adição com o desempenho em itens referentes à subtracção e à multiplicação. Na tabela 17 verifica-se que os alunos do 4º ano tiveram melhores resultados nos itens  $100 \times 35$  (76,1%) e dobro de 26 (76,1%) e que os alunos demonstraram ter mais dificuldade a resolver os cálculos  $38 \times 50$  (23,9%) e  $60 \times 70$  (30,4%). É de referir que os alunos da turma A se destacam na resolução do item  $7 \times 25$ , uma vez que 87,5% dos alunos responde correctamente a este item, sendo que apenas 63% dos alunos na totalidade da amostra responde correctamente. Já os alunos da turma B destacam-se no item  $300 \times 40$  ao qual respondem correctamente 83,3%. Os alunos da turma C são os que apresentam maiores dificuldades a resolver o item  $38 \times 50$ , ao qual respondem correctamente, apenas, 11,5% dos alunos.

Ao observar as tabelas 15, 16 e 17, verifica-se que os alunos obtiveram melhores resultados nos itens referentes à adição do que nos itens referentes à subtracção e à multiplicação. Quando se trata da adição de números decimais, os alunos têm resultados semelhantes aos que obtêm quando se trata de itens relativos à multiplicação. É de referir que os alunos sentem mais facilidade na resolução de tarefas de cálculo mental quando se trata de múltiplos de cinco, dez e cem.

### **Entrevistas aos alunos**

As entrevistas realizadas com os alunos do 4º ano são constituídas por 7 itens. Os alunos foram seleccionados para participar nas entrevistas de acordo com os resultados obtidos no teste de cálculo mental. Desta forma, as entrevistas foram realizadas com 4 alunos da turma A (2 do quintil superior e 2 do quintil mediano) representados por S ou M, e com 8 alunos da turma B (2 do quintil superior e 6 do terceiro e quarto quintis – quintis medianos), representados por S ou M.

As estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes no decorrer das entrevistas foram organizadas de acordo com as categorias definidas por Reys e Reys (1993).

Para cada item da entrevista é apresentada a primeira forma que os participantes utilizaram para resolver o problema proposto, “estratégia inicial”, e a forma alternativa através da qual os participantes podem resolver o mesmo problema, “estratégia alternativa”. Em determinadas situações, os participantes respondem de forma incorrecta ao cálculo

proposto. Nestes casos, quando a estratégia utilizada é coerente a sua resposta é considerada. Noutras situações os alunos sugerem uma estratégia alternativa igual à estratégia inicial. Aqui as respostas não são consideradas. Existem ainda algumas situações em que o aluno, apesar do auxílio do entrevistador, não foi capaz de concluir a descrição da estratégia utilizada. Neste tipo de situações, é tido em conta o raciocínio do aluno e a sua estratégia é incluída numa das categorias. No entanto, a sua resposta não é considerada, e é assinalada como incompleta através das siglas Mi (para um aluno do quintis medianos) ou Si (para um aluno do quintil superior). Os casos em que a resposta final está errada devido a um erro num cálculo intermédio, mas em que a estratégia descrita é coerente, são assinalados com as siglas Me (para um aluno dos quintis medianos) ou Se (para um aluno do quintil superior).

Neste estudo são apresentados os resultados obtidos por Reys e Reys no estudo realizado com estudantes japoneses e são, ainda, apresentados os resultados obtidos por Ramalho e Cruz (2009) e por Ramalho, M. (2009) em dois estudos realizados com estudantes portugueses.

De seguida serão apresentadas as tabelas de análise das entrevistas. As tabelas são constituídas por seis colunas, sendo a primeira a constituída pelas “estratégias iniciais” e a segunda pelas “estratégias alternativas” referidas pelos participantes neste estudo, a terceira coluna diz respeito aos resultados obtidos por Ramalho, M. (2009), a quarta refere-se aos resultados de Ramalho e Cruz (2009) e a última aos resultados do estudo realizado por Reys e Reys (2009).

**Tabela 18:** Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 1 (79 + 26)

Estratégias Item 1: 79 + 26	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho, M. (2009)	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Agrupar por dez e uns					
A1. Da esquerda para a direita (Dez primeiro): (70+20=90; 9+6=15; 15+90=105)	SM	SM	S	S	S
A2. Da Direita para a esquerda (uns primeiro): (9+6=15; 70+20=90; 15+90= 105)		M			S
A3. Soma cumulativa (70+20...+9...+6 ou 70+20...+10...+5)			SMM		MM
B. Mantém uma parcela constante			Mi		
B1. Primeira parcela: (79+20=99; 99+6=105) ou <b>Neste estudo:</b> <b>(79 6= 85; 85+20=105)</b>				S	S
B2. Segunda Parcela (26+70=96; 96+9=105)			S		
C. Arredonda uma ou ambas as parcelas para múltiplos de dez e depois ajusta					
C1. Primeira parcela (80+26=106; 106-1=105)	M				
C2. Segunda parcela (79+30=109; 109-4=105)					
C3. Ambas as parcelas (80+30=110; 110-1-4=105)					
C4. Arredonda as parcelas para múltiplos de cinco e depois ajusta. (75+25=100; 100+1+4=105)				S	
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSSMMeMe Me	M	SSSSMM	SSMMMMMM	SM
G. Não consegue explicar.	M	SSMMMM	SMMMM		SMM

Através da análise da tabela 18 podemos verificar que, no que diz respeito às estratégias iniciais, os estudantes referem três tipos de estratégias para resolver o problema que lhes foi apresentado (79+26). A maioria dos participantes resolve o problema recorrendo à “imagem mental do algoritmo”. Esta estratégia é utilizada por 3 alunos do quintil superior (75%) e por 2 alunos dos quintis medianos (12,5%). Pode assim, verificar-se que a estratégia “Imagem mental do algoritmo” não é utilizada por 25% dos alunos que pertencem ao quintil superior nem por 37,5% dos alunos pertencentes aos quintis medianos. Dois dos participantes (1 do quintil superior e 1 dos quintis medianos) utilizam a estratégia “agrupa por dez e uns”. A estratégia “mantém a primeira parcela constante” é utilizada por um dos alunos dos quintis medianos. Outra estratégia utilizada por um dos alunos dos quintis medianos é “arredonda a primeira parcela para múltiplos de dez e depois ajusta”. Ainda no que diz respeito às estratégias iniciais utilizadas podemos verificar que todos os alunos da turma A utilizaram como estratégia a imagem mental do algoritmo. Já os alunos da turma B utilizaram uma maior variedade de estratégias para resolver o cálculo que lhes foi proposto. É de referir que 33,3% dos alunos não conseguem explicar a estratégia utilizada para resolver o cálculo.

Relativamente às estratégias alternativas é possível verificar que a maioria dos alunos não é capaz de explicar uma forma alternativa para resolver o problema que lhes foi proposto. Isto acontece com 2 participantes do quintil superior e com 4 do quintil mediano. Dos alunos que referem uma estratégia alternativa para a resolução deste item, 1 do quintil superior e 1 do quintil mediano alegam a estratégia “agrupar por dez e uns” (da esquerda para a direita). Um aluno do quintil mediano refere a estratégia “agrupar por dez e uns” (da direita para a esquerda). A estratégia “Mantém a primeira parcela constante” é utilizada por 1 aluno do quintil superior e por 1 aluno dos quintis medianos. A estratégia “imagem mental algoritmo” é referida por 1 aluno dos quintis medianos, como alternativa à estratégia inicial. É importante referir que todas as estratégias alternativas foram referidas por alunos da turma B, sendo que apenas 2 alunos dessa turma não conseguiram encontrar uma forma alternativa para resolver este cálculo.

Assim pode verificar-se que 2 alunos do quintil superior e 4 do quintil mediano são capazes de utilizar uma estratégia alternativa à inicial para resolver o cálculo proposto. Isto significa que metade dos alunos consegue resolver o cálculo de forma diferente da inicial.

A maioria dos alunos que participaram no estudo realizado por Ramalho, M. (2009) e no estudo de Ramalho e Cruz (2009) utilizaram a “imagem mental do algoritmo” como estratégia para resolver o problema que lhes foi apresentado. No estudo realizado por Ramalho, M. (2009) verifica-se ainda, a utilização por parte dos alunos, das seguintes estratégias: “Agrupar por Dez e uns” (da esquerda para a direita e através de soma cumulativa) e ainda “Mantém a primeira parcela constante” e “mantém a segunda parcela constante”. No estudo realizado por Ramalho e Cruz (2009) pode notar-se que os estudantes usam ainda as seguintes estratégias: “Agrupar por Dez e uns” (da esquerda para a direita), “Mantém a primeira parcela constante” e ainda “Arredonda as parcelas para múltiplos de cinco e depois ajusta”. Como se pode verificar, as estratégias utilizadas, excluindo a imagem mental do algoritmo, não são as mesmas nos três estudos realizados com alunos portugueses.

Relativamente ao estudo de Reys e Reys verifica-se que 4 alunos utilizam as estratégias “agrupa por dez e uns” e “Mantém uma parcela constante”. Ao contrário do que acontece nos estudos realizados com estudantes portugueses nos quais se repara que a maioria dos alunos utiliza a imagem mental do algoritmo, no estudo de Reys e Reys (1993) realizado com estudantes japoneses apenas dois dos participantes utilizam como estratégia a imagem mental do algoritmo.

**Tabela 19:** Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 2 (165 + 99)

Estratégias Item 2: 165 +99	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho, M. (2009)	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Agrupar por dez e uns					
A1. Da esquerda para a direita (Dez primeiro): $(60+90=150;$ $5+9=14; 100+150+14=264)$					SMM
<b>No estudo de Ramalho, M. (2009): <math>160 + 90= 250;</math> <math>5+9=14; 250+24= 264</math></b>			M		
A2. Da Direita para a esquerda (uns primeiro): $(5+9=14;60+90=150;14+150+1$ $00= 264)$			S		S
<b>Neste estudo e no estudo de Ramalho, M. (2009): <math>99+65=164... +100=264</math></b>	M				
A3. Soma cumulativa $(100+60...+90...+5...+9)$					M
<b>Neste estudo: <math>(165+9=174...+90=264)</math> ou <math>(9+5=14; 14+90=104...+60=264)</math></b>	M	M			
<b>No estudo de Ramalho, M. (2009): <math>160+40=200...+50=250...+9= 264</math></b>			S		
B. Mantém uma parcela constante					
B1. Primeira parcela: $(165+90=255; 255+9=264)$		S	M	SS	S
B2. Segunda Parcela $(99+100=199; 199+60=259;$ $259+5=264)$			MS		
<b>Neste estudo: <math>(100+99= 199; arredonda o</math> <b>resultado da adição para 200;</b> <math>200+65=265...-1= 264)</math></b>	M				
C. Arredonda uma ou ambas as parcelas para múltiplos de dez e depois ajusta					
C1. Primeira parcela $(170+99-5)$ ou $200+99-35$					
C2. Segunda parcela $(165+100)-$ $1$	SM	S	S	S	
C3. Ambas as parcelas $(170+100=270; 270-5-1=264)$					
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSSMMM	M	SSSSMMM	SSMMMMM	SMM
G. Não consegue explicar	Me	SSMMMMM M	SM MMM		S

Na tabela 19 observa-se que, no que diz respeito ao segundo problema proposto, a maioria dos participantes, 3 alunos do quintil superior (75%) e 3 dos quintis medianos (37,5%), utilizaram como estratégia inicial a imagem mental do algoritmo de papel e lápis. Ou seja, esta estratégia não é utilizada por 25% dos alunos do quintil superior nem por 50% dos alunos dos quintis medianos. Através da análise da tabela 19, pode, ainda notar-se que 1 dos participantes do quintil mediano utiliza a estratégia “agrupa por dez e uns da direita para a esquerda”, 1 participante do quintil mediano utiliza a estratégia “agrupa por dez e uns” (através da soma cumulativa) e 1 aluno do quintil mediano utiliza a estratégia “mantém a primeira parcela constante”. A estratégia “arredonda a segunda parcela para múltiplos de dez e depois ajusta” é utilizada por 1 aluno do quintil superior e por 1 do quintil mediano. Ao observar as estratégias iniciais utilizadas, pode verificar-se que todos os alunos da escola A optam pela estratégia “Imagem mental do algoritmo” e que esta estratégia é utilizada por 3 alunos do quintil mediano da turma B. Os restantes alunos da turma B optam por estratégias de cálculo mais variadas. Importa ainda referir que 8,33% dos alunos não é capaz de explicar a estratégia que utiliza para resolver o cálculo.

Relativamente às estratégias alternativas, é possível verificar que a maioria dos alunos não é capaz de explicar uma estratégia alternativa. Isto acontece com 2 alunos do quintil superior e com 6 alunos dos quintis medianos. Ao observar a tabela 18 é possível verificar que a estratégia “agrupa por Dez e Uns” (através da soma cumulativa) é referida por 1 participante do quintil mediano. Um dos alunos do quintil superior refere a estratégia “Mantém a primeira parcela constante”. O outro aluno do mesmo quintil que foi capaz de referir uma estratégia alternativa e utiliza a estratégia “Arredonda a segunda parcela”. A estratégia da “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis” é utilizada por um aluno do quintil mediano. Ou seja, dos 12 alunos, 8 não são capazes de referir uma estratégia alternativa à inicial para resolver este cálculo. Dos alunos que utilizam estratégias alternativas, 2 pertencem ao quintil superior e 2 ao quintil mediano. No que diz respeito às estratégias alternativas, verifica-se que nenhum dos alunos da turma A consegue resolver o cálculo de forma diferente da inicial. Esta situação também ocorre em 4 alunos do quintil mediano da turma B, o que significa que as estratégias alternativas anteriormente descritas foram referidas por 2 alunos do quintil superior e por 2 alunos do quintil mediano da turma B. Apenas 33,3% dos alunos referem estratégias alternativas para este item.



À semelhança do que acontece neste estudo, também nos estudos realizados por Ramalho, M. (2009) e por Ramalho e Cruz (2009) a maioria dos alunos utiliza a estratégia de “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis”. No estudo de Ramalho, M. (2009) esta estratégia é utilizada por 5 alunos do quintil superior e por 3 alunos do quintil mediano e no estudo de Ramalho e Cruz (2009) por 2 alunos do quintil superior e por 5 alunos do quintil mediano. Verifica-se, portanto, que as estratégias utilizadas pelos alunos portugueses que participaram nos três estudos são semelhantes. Todavia, é possível verificar que a estratégia “Agrupa por dez e Uns – da esquerda para a direita” só é utilizada no estudo realizado por Ramalho, M. (2009). Verifica-se também que no estudo realizado por Ramalho e Cruz (2009) foi utilizada uma menor variedade de estratégias para resolver o cálculo apresentado.

No estudo realizado por Reys e Reys (1993), podemos verificar que apenas 3 dos alunos (2 do quintil superior e um do quintil mediano) utilizam como estratégia de cálculo a “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis”.

Relativamente aos cálculos que envolvem a adição, é de referir que neste estudo a maioria dos alunos utiliza a “imagem mental do algoritmo”. No entanto, ao observar as tabelas 18 e 19, verifica-se que esta estratégia é mais frequente na turma A do que na B, uma vez que a “imagem mental do algoritmo” é a única estratégia utilizada pelos alunos da turma A como forma inicial de resolver o cálculo proposto. Já os alunos da turma B referem uma maior variedade de estratégias. É ainda de notar que os alunos da turma A não referiram nenhuma estratégia alternativa para resolver os cálculos que envolvem a adição. O mesmo não aconteceu com os alunos da turma B que, na maioria, foram capazes de utilizar uma estratégia alternativa para resolver os cálculos que lhes foram apresentados.

Pode, então, verificar-se que, no que respeita à adição, a maioria dos alunos portugueses que participam nos estudos referenciados opta pela estratégia “imagem mental do algoritmo”. Tal não acontece com os alunos japoneses que participaram no estudo de Reys e Reys (1993), que na maioria optam por utilizar outras estratégias de cálculo.

**Tabela 20:** Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 3 (105 - 97).

Estratégias Item 3: 105 – 97	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho, M. (2009)	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Problema aditivo relacionado. 97+...=105					
A1. Conta “para cima” (por uns até 105)			S		
A2. Conta “para cima” (por uns até 100 e junta 5)					
A3. Facto conhecido					
A4. Supõe e confirma					S
B. Arredonda os números e depois ajusta					
B1. Primeira (107-97=10; 10-2=8) ou (100-97=3; 3+5= 8)	S		M		SMM
B2. Segunda (105-95=10; 10-2=8) ou (105-100=2; 5+3=8)		M	S	SS	
B3. Ambas (100 – 90 =10; 10-2=8);	SeMi		Me		M
<b>Neste estudo e no estudo de Ramalho, M. (2009): Mantem uma parcela constante</b>					
<b>Primeira parcela: 105-7=98; 98-90=8 ou 105-90=15; 15-7=8</b>	MeMM		S		
<b>Segunda parcela: 97-5=92; 100-92= 8</b>		M	S		
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	Se S MeMeMM	SM	SSMMMe	SSSMMMM M	SSSMM
G. Não consegue explicar		SSSMMM M	SMMMMM		

Ao observar a tabela 20, é possível verificar os alunos utilizam três estratégias diferentes para resolver o cálculo 105-97. A maioria dos alunos utiliza como estratégia inicial a “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis”. Esta estratégia é utilizada por 1 aluno do quintil superior (25%) e por 2 alunos dos quintis medianos (25%). Da totalidade dos alunos apenas 25% dos alunos do quintil superior e 25% dos quintis medianos não utilizam a estratégia “Imagem mental do algoritmo”. A estratégia “Mantém a primeira parcela constante” é utilizada por 2 alunos dos quintis medianos. As duas últimas estratégias referidas foram utilizadas pelos alunos da turma B. É importante referir que 71,42% dos alunos não foram capazes de explicar a estratégia que utilizaram para resolver o cálculo 105-97.

No que se refere às estratégias alternativas, é possível verificar que 3 alunos do quintil superior e 5 dos quintis medianos não são capazes de explicar uma estratégia alternativa para a resolução deste cálculo (105-97). A estratégia “Arredonda os números da segunda parcela e depois ajusta” é utilizada por 1 aluno dos quintis medianos. Um aluno dos quintis medianos refere a estratégia “mantém a segunda parcela constante” como estratégia alternativa para resolver o problema proposto. A estratégia de “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis” é referida por 1 aluno dos quintis medianos e por 1 aluno do quintil superior como forma alternativa para a resolução do cálculo. Do que foi apresentado, ressalta que a maioria dos alunos não é capaz de resolver o problema de forma alternativa à utilizada inicialmente. Entre os alunos que o conseguem fazer encontram-se 1 aluno do quintil superior e 3 alunos dos quintis medianos. É importante referir que apenas os alunos da turma B utilizaram estratégias alternativas e que estas só são referidas por 33,3% dos alunos.

É ainda possível verificar que todos os alunos da turma A utilizam como estratégia inicial a “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis” e que nenhum deles consegue explicar uma forma alternativa de resolver o cálculo proposto.

Ramalho, M. (2009) verifica que a estratégia mais utilizada pelos alunos (2 do quintil superior e 2 do quintil mediano) para resolver 105-97 é a “imagem mental do algoritmo de papel e lápis”. No entanto, neste estudo também se verifica a utilização das estratégias “arredonda os números e depois ajusta” (utilizada por 1 aluno do quintil superior e por 1 alunos do quintil mediano) e “mantém uma parcela constante” (utilizada por 2 alunos do quintil superior).

No estudo realizado por Ramalho e Cruz (2009) também se verifica que a maioria dos alunos (3 do quintil superior e 5 do quintil mediano) opta por utilizar a estratégia “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis”. Dois dos alunos que participaram no estudo de Ramalho e Cruz (2009) utilizaram a estratégia “Arredonda os números e depois ajusta”. Como se pode constatar, as estratégias utilizadas, excluindo a imagem mental do algoritmo, não são as mesmas nos três estudos realizados com alunos portugueses.

Relativamente ao estudo realizado por Reys e Reys (1993) verifica-se que metade dos participantes utiliza a “Imagem mental do algoritmo” e que os restantes alunos utilizam ou a estratégia “Arredonda os números e depois ajusta” ou “Problema aditivo relacionado”.

É de referir que, de forma geral, os alunos tendem a utilizar a imagem mental do algoritmo para resolver o cálculo proposto neste item. Porém, esta tendência é mais evidente entre os alunos portugueses do que entre os alunos japoneses.

**Tabela 21:** Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 4 (100 - 68)

Estratégias Item 4: 100 - 68	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho, M. (2009)	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Dez e Uns					
A1. Parcial ( $100-60=40$ ; $40-8=32$ ) ou ( $100-8=92$ ; $92-60=23$ )	SMMe	SM	S	SSSS	SSMMM
B. Problema aditivo relacionado ( $68+\dots=100$ )					
B1. Conta “para cima” (por uns)					
B2. Conta “para cima” (por uns até 70 e depois dez até 100)					
B3. Facto conhecido					
C. Arredonda os números e depois ajusta					
C1. Primeira --- Não aplicável ---					
C2. Segunda ( $100-70=30$ ; $30+2=32$ ) ou ( $100-65=35$ ; $35-3=32$ )	M			S	
<b>Neste estudo: Decompõe em números decimais (10,0 - 6,8; <math>10-7=3</math>; <math>7-6,8=0,2</math>; <math>3+0,2=3,2\dots=32</math>)</b>		S			
<b>No estudo de Ramalho, M. (2009): <math>70 - 68=2</math>; <math>100 - 70=30</math>; <math>30+2=32</math></b>			M Se		
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSSMMe Me	M	SSMM MeMe	SM MMMM	SSSMM
G. Não consegue explicar		SSMMMMM M			

Relativamente às estratégias iniciais utilizadas pelos alunos para resolver o cálculo 100-68 (Tabela 21), verifica-se que a maioria dos alunos utiliza a estratégia “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis”, tendo sido utilizada por 3 alunos do quintil superior (75%) e por 2 do quintil mediano (25%). Isto significa que apenas 25% dos alunos do quintil superior e 25% dos alunos dos quintis medianos não utilizam a estratégia “Imagem mental do algoritmo”. Esta estratégia foi, mais uma vez, a escolha de todos os alunos da turma A para a

resolução do cálculo, e de 1 aluno da turma B. Um aluno do quintil superior e outro dos quintis medianos adoptam a estratégia “Dez e Uns (parcial)” para resolver o cálculo que lhes é proposto. A estratégia “Arredonda os números da segunda parcela e depois ajusta” foi utilizada por 1 aluno do quintil mediano. Estas duas estratégias foram referidas por alunos da turma B. Importa referir que 57,14% dos alunos não foram capazes de explicar a estratégia utilizada para resolver o cálculo que lhes foi proposto.

No que concerne as estratégias alternativas, é possível observar que a maioria dos alunos não é capaz de resolver o cálculo proposto de forma diferente. 1 aluno do quintil superior e 1 aluno do quintil mediano referem a estratégia “Dez e uns” como alternativa à estratégia utilizada inicialmente. A estratégia “Arredonda os números e depois ajusta” é utilizada por 1 aluno do quintil superior. Pode ainda observar-se que 1 aluno do quintis medianos utiliza a estratégia da imagem mental do algoritmo. Isto significa que 4 dos 12 alunos (33,3%) são capazes de apresentar alternativas para a resolução do cálculo, sendo 2 desses 4 alunos do quintil superior e os outros 2 dos quintis medianos. É de referir que todas as estratégias alternativas são mencionadas por alunos da turma B.

Relativamente ao estudo de Ramalho, M. (2009) verifica-se que a maioria dos alunos adoptou a estratégia de imagem mental do algoritmo, sendo que também está presente a utilização das estratégias “Dez e Uns” e “Arredonda os números e depois ajusta”.

Nos estudos de Ramalho e Cruz (2009) e de Reys e Reys (1993) verifica-se que os alunos optaram pelas mesmas estratégias para resolver o cálculo que lhes foi proposto, existindo, no entanto, algumas diferenças, uma vez que no estudo de Reys e Reys (1993) metade dos alunos utilizam a imagem metal do algoritmo e a outra metade utiliza a estratégia “Dez e uns”, já no estudo de Ramalho e Cruz (2009) a maioria dos alunos utiliza a “imagem mental de papel e lápis” e apenas 3 utilizam a estratégia “Dez e Uns”.

Através da observação da tabela 20 pode-se, ainda, verificar que as estratégias utilizadas nos estudos realizados com alunos portugueses são as mesmas.

Através da observação das tabelas 20 e 21, pode verificar-se que os alunos da turma A, optam pela imagem mental do algoritmo para a resolução dos itens que envolvem a subtracção. Ainda no que diz respeito à turma A, é possível observar que nenhum dos alunos propõe uma estratégia alternativa para a resolução dos itens que envolvem a subtracção.

Relativamente à turma B, verifica-se que, apesar de alguns alunos utilizarem a imagem mental do algoritmo, os alunos utilizam uma maior variedade de estratégias do que os alunos da turma A. Pode ainda notar-se que os alunos da turma B conseguem resolver os itens relativos à subtração de formas diferentes às utilizadas inicialmente.

Assim, verifica-se que, nos dois itens que envolvem a subtração, a maioria dos alunos, resolve os cálculos utilizando a imagem mental do algoritmo. Apesar desta tendência ser comum aos alunos portugueses e japoneses, constata-se que os segundos recorrem com mais frequência a estratégias de cálculo diferentes.

Através das tabelas 18, 19, 20 e 21, é possível verificar que os alunos turma A só referem a estratégia “Imagem mental do algoritmo” para resolver os cálculos que envolvem a adição e a subtração, o que significa que os alunos da turma B foram os que utilizaram uma maior variedade de estratégias para resolver os exercícios propostos.

**Tabela 22:** Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 5 (38 x 50)

Estratégias Item 5: 38 x 50	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho, M. (2009)	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Arredonda os factores e depois ajusta					
A1. Primeiro factor (40 x 50= 2000; 2 x 50=100; 2000- 100= 1900)			Se		
A2. Segundo factor (38 x 100= 3800; 3800: 2= 1900)					
B. Produtos parciais					SM
B1. Distributividade (30x50)+(8x50) ou (30x5+8X5) x10		S			
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSSSMMM MM		SSSSMMM MeMe	SSSS MMMMM	SSSMMMM
G. Não consegue explicar	MMM	SSSMMM MMMM	SSMMMMM		S

Na tabela 22 é possível verificar que os alunos entrevistados utilizam apenas uma estratégia inicial para resolver o cálculo 38x50. A estratégia “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis” é utilizada por 4 alunos do quintil superior (100%) e por 5 alunos dos quintis

medianos (62,5%). É de referir ainda que 3 alunos da turma B dos quintis medianos não são capazes de explicar a estratégia utilizada.

No que diz respeito às estratégias alternativas, apenas 1 aluno do quintil superior (8,33%) pertencente à turma B utiliza a estratégia “Produtos parciais” (distributividade). Os restantes alunos não são capazes de referir uma estratégia alternativa à inicial para realizar este cálculo.

Nos estudos de Ramalho, M. (2009) e de Ramalho e Cruz (2009) verifica-se que os alunos referem apenas com estratégia a utilização da “imagem mental do algoritmo” para resolver o problema proposto. Pode constatar-se que as estratégias utilizadas pelos alunos portugueses nos três estudos aqui referenciados são idênticas. Já no estudo de Reys e Reys (2009), apesar de também predominar esta estratégia, 1 aluno do quintil superior e 1 do quintil mediano referem a estratégia “produtos parciais” (distributividade) para a resolução do cálculo  $38 \times 50$ .

Pode, então, verificar-se que neste primeiro item que envolve a multiplicação a estratégia mais utilizada pelos estudantes, quer japoneses quer portugueses, é a “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis”.

**Tabela 23:** Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 6 (7 x 25)

Estratégias Item 6: 7x25	Estratégia Inicial	Estratégia alternativa	Ramalho, M. 2009	Ramalho e Cruz, 2009	Reyes e Reys 1993
A. Produtos parciais (Distributividade)					
A1. Adição ( $7 \times 20 + 7 \times 5 = 175$ )	SM				SM
Neste estudo: Adições sucessivas. $25 + 25 = 50 \dots + 25 = 75 \dots + 25 = 100 \dots + 25 = 125 \dots + 25 = 150 \dots + 25 = 175$	M				
No estudo de Ramalho, M (2009): $7 \times 2 = 14 \dots 140$ , $7 \times 5 = 35$ ; $140 + 35 = 175$			S		
A2. Subtração ( $7 \times 30 - 7 \times 5 = 175$ )					
B. Arredonda os factores e potências de dez e depois ajusta					
B1. Primeiro factor ( $10 \times 25 = 250$ ; $3 \times 25 = 75$ ; $250 - 75 = 175$ )					
Neste estudo: ( $8 \times 25 = 200$ ; $200 - 25 = 175$ )		S			
B2. Segundo factor ( $7 \times 100 = 700$ ; $700 : 4 = 175$ )					
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSSMMeMM Me	SM	SSSSMMMM MM	SSSSMMMM MMM	SSSM MMM
G. Não consegue explicar	M	SSMM MMM MM	SSMMMMMM		S

Através da observação da tabela 23, nota-se que a estratégia adoptada pela maioria dos alunos é a “Imagem mental do algoritmo”. Esta estratégia foi utilizada por 3 alunos do quintil superior (75%) e por 4 do quintil mediano (37,5%). Verifica-se também que um aluno do quintil mediano da turma B não consegue explicar a estratégia que utilizou para resolver o cálculo. A estratégia “Imagem mental do algoritmo” não é utilizada por 25% dos alunos do quintil superior, nem por 25% dos alunos dos quintis medianos. 1 aluno do quintil superior e 2 alunos do quintil mediano utilizam a estratégia “Produtos parciais” (distributividade) através da adição. É de referir que esta estratégia é utilizada por 1 aluno da turma A e por 2 da turma B. 16.66% dos alunos não foram capazes de explicar a estratégia utilizada para realizar o cálculo  $7 \times 25$ .

No que diz respeito às estratégias alternativas, verifica-se que 2 alunos do quintil superior e 7 alunos do quintil mediano não são capazes de identificar uma forma alternativa para a resolução do cálculo que lhes foi proposto. Dos alunos que conseguem utilizar uma



estratégia alternativa à inicial, 2 (1 do quintil superior, que pertence à turma A e 1 do quintil mediano, pertencente à turma B) referem a “Imagem mental do algoritmo” e outro (do quintil superior, pertencente à turma B) refere a estratégia “Arredonda o primeiro factor e potências de dez e depois ajusta”. É de referir que um quarto dos alunos foi capaz de referir estratégias alternativas para a resolução deste item.

Nos estudos de Ramalho, M. (2009), de Ramalho e Cruz (2009) e de Reys e Reys (2009), também se constata que a estratégia adoptada pela maioria dos alunos é a imagem mental do algoritmo. Em Ramalho e Cruz (2009), esta estratégia é adoptada por todos os alunos e nos estudos de Ramalho, M. (2009) e de Reys e Reys (1993) a estratégia “Produtos parciais” (distributividade) é referida por 3 alunos (1 aluno do quintil superior no estudo de Ramalho (2009), por 1 aluno do quintil superior e por 1 do quintil mediano no estudo de Reys e Reys).

Através da observação das tabelas 22 e 23 pode verificar-se que os alunos das duas turmas optam, de forma geral, pela imagem mental do algoritmo e que não são capazes de resolver os problemas propostos de forma diferente da inicial. Porém, há algumas excepções, uma vez que 1 aluno da turma A e 3 da turma B resolvem o cálculo  $7 \times 25$  através da estratégia “Produtos parciais”. É de referir que destes alunos - 1 da turma A e 1 da turma B - referem a imagem mental do algoritmo para resolver o mesmo cálculo. Outra excepção encontrada diz respeito ao facto de 1 dos alunos da turma B ser capaz de referir estratégias alternativas para os dois itens que envolvem a multiplicação.

No que respeita os itens que envolvem a multiplicação pode verificar-se que os alunos optam, de forma geral, pela estratégia “imagem mental do algoritmo” para resolver os cálculos propostos. Isto acontece quer entre os alunos portugueses quer entre os japoneses. ”. Notou-se ainda que os alunos apresentam mais dificuldades em referir estratégias alternativas para os itens que envolvem a multiplicação, do que para os itens que envolvem a adição e a subtracção.

**Tabela 24:** Estratégias de cálculo utilizadas pelos participantes para resolver o Item 8 (0,5 + 0,75)

Estratégias Item 8: 0,5+ 0,75	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho, M. (2009)	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Décimas e centésimas (,5+,7=1,2+0,05= 1,25)					SSSMM
B. Decomposição					
B1. 0,5+ 0,5 + 0,25					
B2. 0,5+1 -0,25					
Neste estudo: 50+75= 125...1,25	SSMM				
C. Converte para fracções e calcula					
C1. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = 1 \frac{1}{4}$					
D. “Misconception” (Ignora o valor de posição e soma 5 e 75...0,8)	MMM		SSSMMMM	SSSMM	M
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSMMM	SSM	SSM	SSMMM	SMMS
G. Não consegue explicar		SSMMMM MM	SMMMM		

No que diz respeito ao item 8 (Tabela 24) desta entrevista, pode verificar-se que 3 dos alunos do quintil mediano ignoraram o valor de posição dos algarismos no número, o que levou a que fossem cometidos erros como somar 5 com 75. É de referir que apenas os alunos da turma B ignoraram o valor de posição dos algarismos nos números. Para realizar este cálculo os alunos utilizaram duas estratégias diferentes: “imagem mental do algoritmo” (utilizada por 2 alunos do quintil superior, 50%, e por 3 alunos do quintil mediano, 37,5%) e “Decomposição” (utilizada por 2 alunos do quintil superior e por 2 do quintil mediano). Isto significa que a estratégia “Imagem mental do algoritmo” não é utilizada por 50% dos alunos do quintil superior nem por 25% dos alunos dos quintis medianos. Os alunos da turma A optaram todos por utilizar a estratégia de imagem mental do algoritmo para resolver este cálculo, sendo que esta também foi utilizada por 1 aluno da turma B. Os 2 alunos que utilizaram como estratégia a decomposição pertencem à turma B.

Relativamente às estratégias alternativas, pode verificar-se que 2 alunos do quintil superior e 1 aluno do quintil mediano (25%), pertencentes à turma B, utilizam a “imagem mental do algoritmo” para resolver o cálculo. Os restantes alunos afirmam que não conhecem ou que não sabem explicar outra forma para solucionar o problema que lhes foi proposto.

Nos estudos de Ramalho, M. (2009), Ramalho e Cruz (2009) a maioria dos alunos ignora o valor de posição dos algarismos no número, o que só não acontece a alunos que utilizaram a “Imagem mental do algoritmo” para obter o resultado deste cálculo. Assim, Constatase que apenas os alunos que participaram no presente estudo referiram uma estratégia diferente à “Imagem mental do algoritmo”. Desta forma verifica-se que, apenas neste estudo os alunos portugueses referem uma estratégia diferente da “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis”.

No estudo de Reys e Reys (1993) metade dos alunos recorre à estratégia “décimas e centésimas” para obter o resultado a este problema e fá-lo de forma correcta. Apenas 1 aluno ignora o valor de posição dos algarismos no número. Os restantes alunos utilizam a imagem mental do algoritmo ou o soroban (ábaco japonês) como estratégia para resolver este cálculo.

Depois de uma análise detalhada por item, por operação e por turma, apresenta-se em seguida, uma caracterização global dos resultados no que respeita aos aspectos que mais se destacaram.

A partir de uma análise geral das entrevistas, verifica-se que a maioria dos alunos opta pela estratégia de cálculo “imagem mental do algoritmo de papel e lápis”, sendo que o mesmo se verifica nos estudos realizados por Ramalho (2009) e por Ramalho e Cruz (2009). A análise geral das entrevistas mostra que, em média, apenas 25% dos alunos do quintil superior e 26,8% dos alunos dos quintis medianos não utiliza a “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis” para resolver os problemas propostos. Já no estudo realizado por Reys e Reys (1993), constata-se que os alunos japoneses tendem a contrariar os resultados encontrados nos estudos referidos anteriormente, uma vez que optam por utilizar uma maior variedade de estratégias, a não ser quando estão perante uma tarefa que envolva a multiplicação. No que concerne as estratégias mais utilizadas pelos alunos neste estudo destaca-se a “Agrupar por Dez e Uns – da esquerda para a direita” para solucionar cálculos aditivos. Já para solucionar os cálculos substractivos, destaca-se a estratégia “Mantém a primeira parcela constante”. No que diz respeito a cálculos que envolvem a multiplicação, verifica-se que existe uma menor variabilidade de estratégias utilizadas, visto a maioria dos alunos ter optado por resolver os problemas apresentados através da imagem mental do algoritmo de papel e lápis. No entanto é

possível destacar que três alunos optaram por resolver um dos cálculos relativos à multiplicação recorrendo à estratégia “Produtos parciais (distributividade) – Adição”.

Relativamente às estratégias alternativas, pode verificar-se que, em média, apenas 29,74% dos alunos é capaz de referir uma estratégia alternativa para resolver os cálculos propostos. É de referir que os alunos do quintil superior mencionam mais estratégias alternativas (42,86%) do que os alunos que pertencem aos quintis médios (23,21%). O item para o qual os alunos referem mais estratégias alternativas é o um (79 + 26), uma vez que metade dos alunos entrevistados o consegue fazer. No que diz respeito aos itens relativos à adição, verifica-se que a estratégia “Mantém a primeira parcela constante” é aquela que mais alunos escolhem como alternativa para solucionar os problemas aditivos propostos. Já nos itens relativos à subtração, a estratégia alternativa mais utilizada foi “ Mantém a segunda parcela constante”. Por último, é importante referir que nos itens que dizem respeito à multiplicação, os alunos que são capazes de utilizar estratégias alternativas para solucionar os cálculos propostos utilizam, na maioria, a estratégia “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis”. E, ainda, notar que dois alunos do quintil superior referem as estratégias “Produtos parciais (distributividade) ” e “Arredonda o primeiro factor e depois ajusta”.

## Discussão

Neste capítulo os resultados obtidos são apresentados e contrastados com a literatura científica existente. Em primeiro lugar, é feita uma breve referência aos resultados que se obtiveram no que concerne as preferências dos alunos quanto à utilização de cálculo mental em detrimento de outro tipo de cálculo, seguindo-se uma síntese acerca das atitudes dos alunos face aos cálculos mental e escrito. De seguida, são abordados os resultados dos alunos do 4º ano de escolaridade no teste de cálculo mental. Serão ainda contrastadas as preferências dos alunos por cálculo mental em detrimento de outro tipo de cálculo com o desempenho dos alunos (superior, médio e inferior) no teste de cálculo mental. Por último, referem-se aspectos centrais das entrevistas realizadas com alunos do 4º ano que permitam caracterizar as estratégias de cálculo mental utilizadas. As sínteses dos resultados são, sempre que possível, confrontadas com resultados obtidos noutros estudos.

Um dos objectivos do presente estudo consiste em caracterizar as preferências dos alunos pela utilização de cálculo mental em detrimento de outros tipos de cálculo. Os resultados deste estudo indicam que a maioria dos alunos portugueses do 4º ano de escolaridade preferem utilizar cálculo mental para resolver a maior parte das tarefas de cálculo que lhes foram apresentadas. No entanto, quando os alunos do 4ºano são confrontados com cálculos que envolvem a multiplicação de dois números de dois algarismos, afirmam que optariam por utilizar outro tipo de cálculo que não o cálculo mental. No seu estudo, Ramalho, M. (2009) encontrou resultados semelhantes.

No estudo realizado por Reys e Reys (1993) com alunos Japoneses os resultados obtidos relativamente às preferências dos alunos do 4º ano de escolaridade também indicam que a maioria dos alunos opta por resolver mentalmente os cálculos apresentados. À semelhança do que acontece com os alunos portugueses que participaram no presente estudo, os alunos japoneses também afirmam que não resolveriam mentalmente cálculos que envolvessem a multiplicação de dois números com dois algarismos.

O segundo objectivo deste estudo prende-se com a caracterização das atitudes dos alunos face aos cálculos mental e escrito. Os resultados obtidos revelam que os alunos do 4ºano de escolaridade acham que o cálculo mental é mais interessante e mais desafiante do que o cálculo escrito. Porém, pensam que têm melhor desempenho a realizar tarefas de

cálculo escrito do que tarefas que impliquem a utilização de cálculo mental. Os alunos referem ainda que, na escola, passam mais tempo a fazer cálculo escrito do que cálculo mental. É de referir que estes alunos dizem ter aprendido cálculo escrito na escola mas, no que respeita o cálculo mental são mais os que afirmam que o aprenderam sozinhos. Para os alunos que participaram neste estudo é igualmente importante ser-se bom a realizar cálculo escrito e mental.

No estudo realizado por Cruz (2008), foram obtidos resultados semelhantes, existindo uma excepção: neste estudo verificou-se que alunos do 4º ano consideram que ser bom em cálculo mental é mais importante do que ser bom em cálculo escrito. Num outro estudo realizado com alunos portugueses do 4º ano por Ramalho, M. (2009), os resultados encontrados também são muito semelhantes aos deste estudo. Todavia, os alunos afirmam de forma mais clara que o cálculo mental é mais importante do que o cálculo escrito e que quando adultos irão utilizar mais cálculo mental do que escrito.

Também Reys e Reys (1993) verificaram que, quando as afirmações são independentes, os alunos japoneses do 4º ano de escolaridade afirmam que é tão importante ser bom em cálculo escrito como em cálculo mental, o que vai ao encontro dos resultados obtidos no presente estudo. Porém, metade dos alunos japoneses afirma que é mais importante ser bom a realizar cálculo mental do que cálculo escrito, sendo que o mesmo é referido por mais de quase metade dos alunos portugueses. Assim como o que acontece com os alunos portugueses, os alunos japoneses afirmam que o cálculo mental os desafia mais do que o cálculo escrito, mas que são melhores a realizar tarefas que envolvam cálculo escrito. Também à semelhança do que acontece com os alunos portugueses que participaram neste estudo, os alunos japoneses afirmam que na escola fazem mais cálculo escrito do que cálculo mental. Do mesmo modo, os alunos Japoneses vão ao encontro das afirmações dos alunos portugueses quando afirmam que aprenderam cálculo escrito mais na escola e cálculo mental mais sozinhos. Apesar destas semelhanças importa referir que para os alunos japoneses as expectativas são mais claras quando afirmam que farão mais cálculo mental do que escrito enquanto adultos.

No que diz respeito ao desempenho dos alunos em tarefas de cálculo mental, terceiro objectivo deste estudo, foi possível verificar que os alunos que participaram neste estudo tinham, em geral, melhor desempenho em cálculos que envolvessem a adição, quando comparados com cálculos que envolvessem a multiplicação e a subtracção. Todavia, os alunos

apresentam maiores dificuldades em resolver cálculos que envolvem a adição de números decimais, apresentando, nestes casos, um desempenho semelhante ao dos cálculos que envolvem a multiplicação. Os participantes neste estudo mostraram ter mais facilidade em realizar cálculo mental quando os cálculos que lhes são apresentados incluem múltiplos de cinco, dez e cem.

No estudo realizado por Reys e Reys (1993), verificou-se que a média de desempenho dos alunos japoneses é ligeiramente superior à média dos alunos portugueses que participaram neste estudo. No que respeita aos itens que envolvem a adição é possível verificar que os alunos japoneses obtêm, em geral, melhores resultados do que os portugueses. Verifica-se ainda que os alunos japoneses têm mais dificuldade nos itens relativos à adição de números decimais, sendo que o mesmo acontece com os alunos portugueses. Apesar destas semelhanças, é de referir que enquanto os alunos portugueses têm dificuldades nos itens  $165+99$  e  $79+26$ , que envolvem números muito próximos da dezena, o mesmo não acontece com os alunos japoneses.

Estas semelhanças já não são encontradas nos itens relativos à subtracção. Nestes casos, verifica-se que o desempenho dos alunos japoneses é sempre superior ao desempenho dos portugueses. Os alunos japoneses também demonstraram um melhor desempenho nos itens relativos à multiplicação. Porém, no item  $100 \times 35$ , o desempenho dos alunos portugueses é superior ao dos alunos japoneses.

Como quarto objectivo deste estudo, pretende-se relacionar as preferências pelo cálculo mental afirmadas no questionário com a sua utilização efectiva no teste de cálculo mental. Ou seja, pretende-se verificar se o facto de os alunos preferirem resolver mentalmente os cálculos que lhes são propostos acompanha uma melhor resolução de tarefas de cálculo mental. Os resultados obtidos no presente estudo indicam que os alunos de desempenho mais elevado no teste de cálculo são aqueles que mais optam por resolver mentalmente os cálculos que lhes são apresentados. Esta preferência vai diminuindo à medida que o desempenho dos alunos no teste de cálculo mental também diminui, o que mostra que os alunos portugueses são consistentes no que diz respeito ao seu desempenho e às suas preferências.

No estudo que realizaram com alunos japoneses, Reys e Reys (1993) também verificaram que os alunos japoneses são consistentes quanto às suas preferências e desempenho em cálculo mental. Os autores referem que quando os alunos afirmavam que

preferiam resolver um determinado problema mentalmente, tinham um bom desempenho nesse mesmo item.

Estes resultados vêm confirmar a primeira hipótese colocada neste estudo na qual se afirmava que as preferências por cálculo mental dos alunos vão ao encontro do seu desempenho.

No que diz respeito às entrevistas realizadas com os alunos do 4º ano de escolaridade, matéria do nosso quinto objectivo, verificou-se que a estratégia mais utilizada pelos alunos para resolver os cálculos propostos era a “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis”. Isto significa que, no decorrer das entrevistas, a maioria dos alunos utiliza estratégias de cálculo que são sobretudo um reflexo da aprendizagem do cálculo escrito. Estes resultados também foram encontrados noutros estudos realizados com alunos portugueses do 4º ano (Ramalho e Cruz, 2009; Ramalho, M., 2009). Os mesmos resultados foram encontrados por Reys, Reys, Nohda e Emori (1995) num estudo realizado com alunos japoneses. No seu estudo verificaram que os alunos do 4º ano, no decorrer das entrevistas, utilizam maioritariamente estratégias de cálculo que reflectem a aprendizagem do cálculo escrito, tendo sido raras as situações em que foram utilizadas estratégias menos comuns para a realização de tarefas de cálculo mental. No entanto, é importante referir que esta tendência para utilizar maioritariamente a estratégia de “imagem mental do algoritmo de papel e lápis” é mais evidente nos estudos realizados com alunos portugueses do que no estudo realizado com alunos japoneses, há quinze anos.

Os resultados encontrados vêm confirmar a segunda hipótese colocada neste estudo, na qual se afirmava que as estratégias utilizadas para a realização das tarefas de cálculo mental eram maioritariamente reflexo do algoritmo mental do cálculo escrito.

A terceira hipótese deste estudo estabelecia que “a utilização de estratégias de algoritmo mental é mais constante em alunos cujo resultado no teste de cálculo mental é médio por oposição aos alunos que obtiveram um resultado superior”. Ao analisar as entrevistas realizadas com os alunos do 4º ano, foi possível verificar que a utilização da estratégia “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis” é ligeiramente mais utilizada por alunos que pertencem aos quintis medianos do que por alunos do quintil superior, o que contraria a hipótese estabelecida.



No estudo realizado por Reys, Reys, Nohda e Emori (1995) verifica-se que os alunos com resultados superiores no teste de cálculo mental são capazes de utilizar abordagens menos comuns para a resolução dos problemas do que alunos que se encontram num nível de desempenho médio.

As diferenças encontradas entre este estudo e o estudo realizado por Reys, Reys, Nohda e Emori (1995), podem ser explicadas pelo facto de praticamente todos os alunos de uma das turmas que participaram no estudo, quer do quintil superior, quer do quintil mediano, apenas usarem a estratégia “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis” para resolver os cálculos propostos a estratégia. Importa referir que esta foi a turma que revelou melhor desempenho no teste de cálculo mental. Pode, então, afirmar-se que, apesar dos alunos desta turma serem eficazes na realização de tarefas de cálculo mental, não demonstram ser flexíveis, visto não apresentarem um leque de estratégias variado.

Ainda no que concerne as entrevistas realizadas com os alunos do 4º ano, importa referir que a maioria dos alunos entrevistados não foi capaz de apresentar estratégias alternativas para resolver os cálculos que lhes foram propostos, e que a maioria dos alunos que o conseguiu fazer pertence ao quintil superior. Os mesmos resultados foram encontrados por Reys, Reys, Nohda e Emori (1995) que, no decorrer do seu estudo, concluíram que foram poucos os alunos que conseguiram oferecer estratégias alternativas de cálculo para resolver os cálculos que lhes foram apresentados.

Estes resultados vão ao encontro da quarta hipótese colocada neste estudo, na qual se afirma que a existência de estratégias alternativas de resolução dos problemas propostos é minoritária, mais concretamente inferior a 50%. Esta hipótese foi, portanto, confirmada, uma vez que pouco mais de um quarto dos alunos foi capaz de referir uma estratégia alternativa para resolver os cálculos propostos ao longo da entrevista.

Em síntese, podemos afirmar que os alunos portugueses que participaram neste estudo demonstram interesse pelo cálculo mental, considerando-o mais desafiante e mais interessante do que o cálculo escrito. No entanto, não se percebem como sendo eficazes na realização de tarefas de cálculo mental. A maioria dos alunos afirma que na escola faz mais cálculo escrito do que mental. O cálculo mental é bem recebido por estes alunos, uma vez que dizem preferir realizar mentalmente cálculos que envolvam a adição e a subtração. Os alunos revelam um desempenho razoável em tarefas de cálculo mental. Os alunos que têm melhor

desempenho em tarefas de cálculo mental são os que afirmam de forma mais clara preferir o cálculo mental como método para resolver os exercícios propostos em detrimento de outros métodos de cálculo. Os alunos que participaram neste estudo utilizam um leque de estratégias pouco variado e, na sua maioria, recorrem à “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis” para resolver os cálculos que lhes são propostos, independentemente do seu desempenho em tarefas de cálculo mental. Verificou-se ainda que apenas uma minoria dos alunos foi capaz de propor estratégias alternativas para a realização dos cálculos.

No que respeita às limitações do presente estudo, importa sobretudo referir quer a pequena dimensão da amostra, quer o facto de esta ter sido seleccionada por conveniência, pelo que não é representativa dos alunos portugueses do 4º ano de escolaridade. Logo os resultados obtidos neste estudo não podem ser generalizados.

Por último, é relevante sugerir futuras investigações. Neste sentido, sugere-se que este tipo de estudo realizado com alunos do 4º ano de escolaridade seja repetido, porque o programa de matemática do ensino básico foi alterado e dá, agora, mais atenção ao cálculo mental. Seria, também, interessante que se realizasse um estudo longitudinal com alunos que integrassem, desde o 1º ano de escolaridade, um programa específico de aprendizagem de matemática que se focasse sobretudo no desenvolvimento do sentido de número e, conseqüentemente, no cálculo mental, e que, no 4º ano de escolaridade, se repetisse com estes alunos este tipo de estudo, e que se contrastasse este grupo de alunos com outro grupo que não tivesse sido submetido ao programa.

## Referências Bibliográficas

- Bobis, J. (2006). From here to there, the path to computational fluency with multi-digit multiplication. *APMC*, 12, (4), 22 – 27.
- Blöte, A. W., Klein, A.S. & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and instruction* , 10, 221 – 247.
- Brocardo, J., Serranzina, L. & Kraemer, J. (2003). *Algoritmos e sentido de número*. Consultado em 10 de Outubro 2009 através de [http://fordis.esse.ips.pt/conumero/textos/sentido\\_numero.pdf](http://fordis.esse.ips.pt/conumero/textos/sentido_numero.pdf)
- Brocardo, J., Delgado, C., Mendes, F., Rocha, I., Castro, J., Serrazina, L., & Rodrigues, M. (2005). Desenvolvendo o sentido do número. In Equipa de Projecto Desenvolvendo o sentido do número: perspectivas e exigências curriculares (2005). *Desenvolvendo o sentido do número. Materiais para o educador e para o professor do 1º Ciclo*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Cruz, S. (2008). Atitude dos alunos e professores portugueses face ao cálculo e o desempenho dos alunos dos 2º, 4º e 6º anos de escolaridade em cálculo mental. Tese de Mestrado em Psicologia da Educação, Instituto Superior de Psicologia Aplicada.
- Cebola, G. (s.d.). *Do número ao sentido do número*. Consultado em 10 de Outubro de 2009 através de [http://www.dgidec.minedu.pt/matematica/Documents/npmeb/sentido\\_numero.pdf](http://www.dgidec.minedu.pt/matematica/Documents/npmeb/sentido_numero.pdf)
- Griffin, S. (2004). Teaching number sense. *Educational Leadership*, 61, 39 – 42.
- Departamento Curricular da educação básica. (2001). *Organização curricular de programas ensino básico – 1º ciclo*. 3ª Edição. Mem Martins: Ministerio da Educação.
- Heirdsfield, A. (2000). *Mental computation: Is it more than mental architecture?* Center

*for mathematics and science education*. Consultado em 5 de Fevereiro de 2009 através de <http://www.aare.edu.au/00pap/hei00259.htm>

Heirdsfield, A. (2002). Mental methods moving along. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 7,(1), 4 – 8.

Heirdsfield, A. (2004). *Enhancing computation teaching and learning in year 3*. Proceedings Australian Association for research in education, Melbourne. Consultado em 14 de Junho de 2009 através de <http://eprints.qut.edu.au>

Heirdsfield, A & Cooper, T. (2004). Factors affecting the process of proficient mental addition and subtraction: case studies of flexible and inflexible computers. *Journal of mathematics behavior* (23), 443-463.

Heirdsfield, A. (2005). One teacher's role in promoting understanding in mental computation. In Chick H.L. & Vincente, J.L. (Eds.) *Proceedings of the 29<sup>th</sup> conference of the international group for the psychology of mathematics education*, 3, 113-120. Melbourne: PME.

Heirdsfield, A., Dole, S. & Beswick, K. (2007). *Instruction to support mental computation development in young children of diverse ability*. In: Australian Association for Research in Education Conference, 26 November – 30 November 2006, Adelaide, Australia.

Janeiro, J. (2007). 13 ideias sobre o cálculo mental. *Educação Matemática*, 93.

Kamii, C. Lewis, B.A. & Jones, S. (1991). *Reform in Primary mathematics education: a constructive view*. Education Horizons, 19 – 26.

Kamii, C. & Dominick, A. (1997). To teach or not to teach algorithms. *Journal of mathematical behaviour* 16 (1), 51 – 61.

McIntosh, A., Reys B. & Reys, R. (1992). A proposed Framework for examining Basic number sense. *For the learning of mathematics*, 12, (3), 2 – 8.

National Council of Teachers of Mathematics (2007). Princípios e Normas para a matemática escolar. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. & Serrazina, L. (2002). Didáctica da matemática do 1º ciclo. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Consultado em 10 de Junho através de [http://www.dgidc.min-edu.pt/matematica/Documents/Programa%20FC%20\\_1C\\_Mat.pdf](http://www.dgidc.min-edu.pt/matematica/Documents/Programa%20FC%20_1C_Mat.pdf)

Ramalho, G. & Cruz, S. (2009). Comunicação no âmbito do “Programa operacional ciência e inovação 2010 – ministério da ciência, tecnologia e ensino superior”. Mental computation: atitudes and strategies in 2nd, 4th and 6th grade students. ISPA.

Ramalho, M. (2009). Desempenho, atitudes e estratégias de cálculo mental de alunos do ensino básico. Tese de Mestrado em Psicologia da Educação, Instituto Superior de Psicologia Aplicada.

Reys, R.E. & Reys, B.J. (1993). *Mental computation performance and strategy use of japanese students in grade 2, 4, 6 and 8*. Washington D.C.: National Science Foundation,

Reys, R.E., Reys, B. J., Nohda & Emori, H. (1995). Mental computation performance and strategy use of Japanese students in grades 2,4,6 and 8. *Journal for research in Mathematic education*, 26, (4), 304-326.

Reys, B. J. & Reys, R. E. (1998). Computation in elementary curriculum: Shifting the emphasis. *Teaching children mathematics*, 5, (4), 236 – 241.

Serranzina, L., Canavarro, A.P., Guerreiro, A., Rocha, I, Portela, J. & Saramago, M.J.

(2005) *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1º ciclo*. Consultado em 18 Março (2009) através de

[http://www.dgidec.min-edu.pt/matematica/Documents/Programa%20FC%201C\\_Mat.pdf](http://www.dgidec.min-edu.pt/matematica/Documents/Programa%20FC%201C_Mat.pdf)

Varol, F. & Farran, D. (2007). Elementary school students' mental computation proficiencies. *Early childhood Education Journal* (35), 1, 89-94.

# ANEXOS

## Anexo A: Carta enviada aos Encarregados de Educação



Exmo(a). Encarregado(a) de Educação

Sou aluna do 5º ano do Mestrado Integrado em Psicologia – área de psicologia Educacional – do Instituto Superior de Psicologia Aplicada. Estou neste momento a realizar a tese de mestrado e venho pedir a sua autorização para que o seu educando participe num estudo que integra o referido mestrado. Neste estudo tenho como principais objectivos analisar as estratégias de cálculo mental utilizadas por alunos do 4º ano e compreender as suas atitudes face ao mesmo. Para o efeito ser-lhe-á proposto que realizem uma tarefa de cálculo mental, o preenchimento de dois questionários relacionados com as suas atitudes face ao cálculo proposto, e, eventualmente, estas acções serão seguidas de uma entrevista. Assinalo desde já que os dados recolhidos no âmbito deste trabalho são confidenciais, estando, por isso, o anonimato do aluno assegurado.

Agradeço desde já a sua atenção

Maria Margarida furtado

(Pede-se que a autorização seja entregue até dia 26 de Maio, terça-feira)

-----

Eu, abaixo assinado, Encarregado de Educação do aluno \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_, autorizo/ não autorizo o meu educando a participar na realização de um estudo de investigação sobre o cálculo mental, a realizar na escola que este frequenta, tendo-me sido garantida a total confidencialidade dos dados recolhidos

Lisboa, \_\_\_ de Abril de 2009

\_\_\_\_\_  
(o encarregado de educação)

## Anexo B: Teste de Cálculo Mental

1)  $58 + 34$

2)  $68 + 32$

3)  $165 + 99$

4)  $80 - 24$

5)  $100 - 68$

6)  $105 - 26$

7) O dobro de 26

8)  $300 \times 40$

9)  $7 \times 25$

10) Tira metade a 52

11)  $3500 + 35$

12)  $450 + 15$

13)  $6,2 + 4,9$

14)  $60 + 80$

15)  $79 + 26$

16)  $182 + 97$

17)  $74 - 30$

18)  $140 - 60$

19)  $105 - 97$

20)  $60 \times 70$

21)  $100 \times 35$

22)  $38 \times 50$

23)  $300 + 5$

24)  $4200 + 60$

25)  $150 + 25$

26)  $0,5 + 0,75$

## Anexo C: Questionário de Avaliação de Preferências

Nome: \_\_\_\_\_ 4º Ano Turma: \_\_\_\_\_

O cálculo está habitualmente envolvido na resolução de problemas do quotidiano. Para a resolução de problemas existem diversos métodos de cálculo:

- Algumas vezes as pessoas usam a calculadora.
- Algumas vezes as pessoas usam papel e lápis.
- Algumas vezes as pessoas calculam mentalmente sem escrever.

Nós queremos aprender quais são os problemas que tu preferes resolver mentalmente. Por favor olha para cada um dos problemas abaixo e decide se preferes resolvê-lo mentalmente. Circunda SIM ou NÃO para indicares a tua resposta. **Não** é necessário que resolvas os problemas.

		<b>Problema</b>	<b>Eu resolveria este problema mentalmente</b>
1.	$500 + 300$	Sim	Não
2.	Dobro de 26	Sim	Não
3.	$58 + 34$	Sim	Não
4.	$60 + 80$	Sim	Não
5.	$74 - 30$	Sim	Não
6.	$80 - 24$	Sim	Não
7.	$60 \times 70$	Sim	Não
8.	$14 \times 83$	Sim	Não
9.	$100 \times 35$	Sim	Não
10.	$1 - \frac{1}{3}$	Sim	Não
11.	$165 + 99$	Sim	Não
12.	$7 \times 25$	Sim	Não

## Anexo D: Questionário de Atitudes Face ao Cálculo

Sexo F  M  Idade \_\_\_\_\_ Ano \_\_\_\_\_

Encontram-se aqui algumas frases sobre cálculo mental e cálculo escrito. Assinale com uma cruz (x) a coluna que melhor traduz o que pensa.

	Sim	Não	Não Sei
1 - Gosto de fazer cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2 - Acho o cálculo mental interessante.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3 - Acho o cálculo mental mais desafiante do que o cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4 - Sou melhor em cálculo escrito do que em cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5 - Na escola faço mais cálculo escrito do que cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6 - Fora da escola, faço mais cálculo mental do que cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7 - Aprendi a fazer cálculo mental sozinho.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8 - É mais importante ser bom em cálculo mental do que em cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9 - Penso que irei fazer mais cálculo escrito do que cálculo mental como adulto.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10 - Aprendi a fazer cálculo escrito sozinho.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11 - Fora da escola faço mais cálculo escrito do que cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12 - Sou bom em cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13 - Acho o cálculo escrito mais desafiante do que o cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14 - Cálculo escrito é mais interessante do que cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15 - Gosto de fazer cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16 - O cálculo mental desafia-me.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17 - Sou bom em cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18 - Na escola faço mais cálculo mental do que cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19 - É importante ser bom em cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20 - Aprendi a fazer cálculo mental na escola.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21 - O cálculo escrito desafia-me.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
22 - Sou melhor em cálculo mental do que em cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
23 - Acho o cálculo mental interessante.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
24 - Penso que irei fazer mais cálculo mental do que cálculo escrito como adulto.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
25 - É importante ser bom em cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
26 - É mais importante ser bom em cálculo escrito do que em cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
27 - Cálculo mental é mais interessante do que cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
28 - Aprendi a fazer cálculo escrito na escola.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Anexo E: Guião de Entrevista para Alunos do 4º Ano



4.º ano

$$1 - 79 + 26$$

$$2 - 165 + 99$$

$$3 - 105 - 97$$

$$4 - 100 - 68$$

$$5 - 38 \times 50$$

$$6 - 7 \times 25$$

$$7 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}$$

$$8 - 0.5 + 0.75$$

Linhas orientadoras para a entrevista de calculo mental:

1. Apresente cada item oralmente, um de cada vez. Repita caso seja necessário.
2. Deixe claro que está interessado tanto nas respostas propriamente ditas como na forma como a resposta foi produzida.
3. Peça ao aluno que responda usando o cálculo mental e pergunte como chegou a essa resposta. Eles podem pensar em voz alta à medida que vão fazendo ou dizer o que fizeram depois de responderem.
4. Dê aos alunos o tempo que precisarem para responder e explicar os processos
5. que utilizaram.
6. Não dê nenhum feedback relativamente à correcção ou incorrecção da resposta ou da estratégia descrita.
7. Depois de uma resposta ou de uma explicação ser dada, pergunte ao aluno “Consegues pensar noutra maneira de resolver este problema mentalmente?”
8. Desencoraje os alunos de escrever ou anotar o que seja.
9. Utilize questões de modo a encorajar na elaboração do processo de reflexão. Estas podem incluir, mas não são limitadas a:
  - a. Como é que disseste que tinhas feito?
  - b. Como explicarias a um colega o que fizeste?
  - c. Diz-me novamente como é que fizeste exactamente?

Como último auxílio de clarificação do processo, o examinador pode dizer: “Deixa-me ver, se eu percebi ....” (o examinador repete o que acha que o aluno disse).

## Anexo F: Folha de Respostas do Teste de Cálculo Mental

Nome: \_\_\_\_\_ 4º Ano Turma: \_\_\_\_\_

Folha de respostas

1	_____
2	_____
3	_____
4	_____
5	_____
6	_____
7	_____
8	_____
9	_____
10	_____
11	_____
12	_____

13	_____
14	_____
15	_____
16	_____
17	_____
18	_____
19	_____
21	_____
22	_____
23	_____
24	_____
25	_____

## Anexo G: Definição dos Quintis do Teste de Cálculo Mental

### Statistics

scoretest2

N	Valid	46
	Missing	0
Percentiles	20	12,4000
	40	15,8000
	60	20,0000
	80	23,0000