

Análise Psicológica (2008), 1 (XXVI): 3-14

Tarefas matemáticas e desenvolvimento do conhecimento matemático no 5.º ano de escolaridade

REGINA BISPO (*)
GLÓRIA RAMALHO (*)
NUNO HENRIQUES (*)

INTRODUÇÃO

Os níveis de insucesso em Matemática são um factor de grande preocupação social. O relatório do projecto *PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*, conclui que os estudantes portugueses de 15 anos de idade possuem um baixo desempenho em Matemática. De acordo com o referido relatório, pelo menos três quartos dos alunos não possuem “capacidades consistentes em matemática ao nível mais elementar, como sejam as capacidades de efectuar inferências directas, reconhecer elementos matemáticos numa determinada situação, usar representações simples que permitam a exploração e a compreensão de uma situação, usar algoritmos, fórmulas e procedimentos básicos, fazer interpretações literais e aplicar raciocínios directos” (OECD, 2004). Estes dados apontam para uma realidade preocupante, indicando ser necessária e urgente uma reflexão sobre o ensino da matemática em Portugal.

As razões ligadas ao insucesso na Matemática

são múltiplas e complexas, sendo recorrentemente apontadas causas relacionadas com a realidade socio-cultural e com o currículo escolar. Os movimentos de reforma curricular que têm ocorrido no ensino da matemática baseiam-se numa nova visão do que deve ser o ensino e a aprendizagem da Matemática. Nos programas de Matemática de 1991 foram incluídas recomendações contidas no documento “Renovação do Currículo da Matemática” (APM, 1988), que enunciam desde então a necessidade dum repensar das formas de trabalho e dos modos de ensino da Matemática, caminhando-se no sentido dum ensino apoiado em tarefas práticas associadas a contextos reais e objectivos cognitivos de níveis elevados (APM, 1988; NCTM, 1989).

Mas se estas novas formas de trabalho são desde há muito recomendadas é então legítimo perguntar se têm ou não vindo a ser adoptadas. Como poderemos caracterizar actualmente as formas de trabalho na Matemática? Em particular, como poderemos caracterizar as práticas lectivas, nomeadamente no que respeita às tarefas¹ propostas pelos professores?

É neste contexto que surge o presente estudo,

(*) Unidade de Investigação em Psicologia Cognitiva, Instituto Superior de Psicologia Aplicada, Lisboa.

¹ Neste contexto, tarefa designa o item (exercício, problema, actividade, ...) que o professor apresenta aos alunos como proposta de trabalho.

sendo um dos seus objectivos contribuir para analisar as tarefas enquanto objecto de trabalho no processo de ensino/aprendizagem da Matemática. Pretendeu-se efectuar uma análise das tarefas enquanto material curricular e caracterizar as tarefas enquanto potenciais veículos de desenvolvimento do conhecimento matemático. Neste estudo propusemo-nos retratar a situação actual no que respeita às tarefas propostas pelos professores de matemática do 1.º ano do 2.º ciclo.

IMPORTÂNCIA DAS TAREFAS

As práticas profissionais dos professores de Matemática são um dos factores que mais influenciam a qualidade do ensino e a aprendizagem dos alunos. Estas práticas podem subdividir-se em três grandes grupos: (1) Práticas lectivas; (2) Práticas profissionais na Instituição; (3) Práticas de formação, sendo as primeiras as que se relacionam de forma mais directa com a aprendizagem dos alunos (Ponte & Serrazina, 2004).

O estudo das práticas lectivas dos professores de Matemática tem merecido uma atenção especial no âmbito da investigação ligada ao insucesso nesta disciplina. Em particular, a análise das tarefas propostas pelos professores assume um papel fundamental no estudo das práticas lectivas dada a sua influência no processo de aprendizagem da matemática. Embora factores, como, por exemplo, os conhecimentos prévios, a motivação e as atitudes influenciem também o processo de aprendizagem da matemática, as tarefas propostas aos estudantes actuam como “causas próximas” da aprendizagem (Shavelson, Webb & Burstein, 1986, *cit. in* Doyle, 1988), isto é, as tarefas são pretextos de interacção e colaboração entre alunos e professor, funcionando, por isso, como “motores” que promovem a aprendizagem e o desenvolvimento do conhecimento matemático.

Vários autores têm analisado a relação entre as tarefas propostas pelos professores e os conhecimentos matemáticos adquiridos, constatando que o tipo de tarefa apresentada aos alunos influencia a aprendizagem da matemática (*e.g.* Marx & Walsh, 1988; Hierbert & Wearne, 1993). Esta influência está relacionada com o facto do trabalho dos alunos, condicionado em larga medida pelas tarefas que são propostas pelos professores, determinar a sua

capacidade de raciocínio e de compreensão da matemática (Doyle, 1988). A forma como os alunos entendem a tarefa, como processam a informação, as relações mentais que constroem, etc., são condicionadas pelas actividades propostas que, por isso, influenciam e estruturam a capacidade de pensamento e raciocínio e, em última análise, a aprendizagem da matemática (Hierbert & Wearne, 1993).

As tarefas que solicitam ao aluno que use um procedimento padrão previamente memorizado reduzem o pensamento do aluno a um único tipo de oportunidade; por oposição, tarefas baseadas numa aprendizagem conceptual que conduzem os alunos à conexão e reflexão oferecem diferentes tipos de oportunidades ao pensamento do aluno (Stein & Lane, 1996). Alguns estudos sugerem que tarefas baseadas na exploração dos conceitos matemáticos encorajam formas de raciocinar mais produtivas (melhor domínio dos conceitos) do que tarefas baseadas numa aprendizagem mecânica (Hierbert & Wearne, 1993) e que um ensino baseado em tarefas associadas a níveis de exigência cognitiva elevados (tarefas baseadas no raciocínio em detrimento da memorização e de processos mecânicos de resolução de problemas) parece conduzir a melhores desempenhos na matemática (Hiebert & Carpenter, 1992; Fennema *et al.*, 1993; Stein & Lane, 1996).

A influência da tarefa sobre o desempenho dos alunos pode esquematizar-se através dum processo com três etapas: (1) a tarefa enquanto material curricular, relacionada com a forma como a tarefa está “desenhada” em termos de conteúdo e nível de exigência cognitiva; (2) a tarefa tal como apresentada pelo professor, que traduz a forma com a tarefa é enunciada pelo professor, podendo ser mais ou menos elaborada e incluir ou não um direccionamento verbal, a distribuição de materiais e instrumentos auxiliares, discussão sobre aquilo que é esperado, etc.; e, (3) a tarefa implementada, tal como ela é trabalhada pelos alunos (se estes usam ou não o direccionamento do professor ou se alteram o processo de trabalho, ...) (Stein, Grover & Henningsen, 1996; Stein & Smith, 1998).

Em particular, a forma como a tarefa aparece “desenhada” é uma determinante central do processo de aprendizagem. Uma eficiente apresentação e implementação da tarefa, por si só, não são suficientes para garantir o desenvolvimento do conhecimento matemático a um elevado nível. Contudo, ter como ponto de partida tarefas adequadas é condição

TABELA 1

Níveis e respectivos tipos de exigência cognitiva (Stein & Lane, 1996)

Nível exigência cognitiva	Tipo de exigência cognitiva
Elevado	Construção da matemática (matematização) Uso de procedimentos com conexão aos conceitos, significado e/ou compreensão
Baixo	Uso de procedimentos sem conexão aos conceitos, significado e/ou compreensão Memorização
Sem actividade matemática	Não implica pensamento matemático

indispensável para que tal aconteça (Smith & Stein, 1998).

Stein e Lane (1996) definem duas dimensões determinantes na influência da tarefa sobre o processo de aprendizagem: (1) uma primeira relacionada com o grau com que a tarefa conduz à utilização de *múltiplas estratégias de resolução*, encoraja *múltiplas representações* e exige *explicação de raciocínio* aos alunos; (2) uma segunda, relacionada com o nível e o tipo de exigência cognitiva, tal como esquematizado na Tabela 1.

TAREFAS MATEMÁTICAS vs. MATEMATIZAÇÃO

A matematização de situações é um objectivo educacional importante por si mesmo, que implica confrontar os alunos com experiências que conduzam à selecção, ou mesmo à criação, de modelos e à apreciação crítica da forma como esses modelos respondam ao problema que se quer resolver (APM, 1988).

O conceito de matematização, originalmente introduzido por Freudenthal (1973), pode ser genericamente definido como sendo o processo de organização da realidade através da identificação dos aspectos matemáticos com ela relacionados. O desenvolvimento do conhecimento matemático assente no processo de matematização tem como ponto de partida situações que ocorrem no “mundo real”² (de Lange, 1987). De acordo com de Lange

² A expressão “mundo real” refere-se não só ao mundo físico e social, mas também à realidade “inerente” à matemática ou a realidade da imaginação dos indivíduos (de Lange, 1987).

(1987), a evocação de contextos realistas induz uma exploração inicial intuitiva dos problemas, sendo dada a oportunidade aos alunos de, em conjunto com os colegas e professores, *inventarem* modos matemáticos de resolução dos problemas, num processo de *(re)invenção orientada*, comparável ao próprio processo de invenção da matemática (*Matematização*). No processo de interacção com os seus pares e professores, o aluno desenvolve a capacidade de formalizar e organizar o problema e, mais cedo ou mais tarde, acaba por extrair da situação real os conceitos matemáticos. Esta fase do processo é designada por *Matematização Conceptual*. Reflectindo e formalizando, os estudantes desenvolvem conceitos matemáticos mais completos e complexos. Após esta fase, os alunos estão aptos a aplicar os conceitos matemáticos a novos problemas e ao fazê-lo reforçam e fortalecem a compreensão dos conceitos aprendidos. Esta fase é designada por *Matematização Aplicada* (de Lange, 1987).

No ciclo da matematização podem pois distinguir-se três etapas (GAVE, 2004):

1) *Tradução do problema, da realidade para a matemática*. Esta etapa implica:

- Identificar a matemática relevante no que respeita a um problema – situado na realidade;
- Representar o problema de uma maneira diferente, ou seja, organizá-lo de acordo com conceitos matemáticos e colocar as hipóteses apropriadas;
- Compreender as relações entre a linguagem do problema e a linguagem simbólica e formal necessária à sua compreensão matemática;
- Encontrar regularidades, relações e padrões;
- Reconhecer aspectos isomorfos de problemas conhecidos;

- Traduzir o problema para matemática, isto é, para um modelo matemático (de Lange, 1987).

2) *Fase dedutiva do ciclo de modelação* (Blum, 1996; Schupp, 1988). Esta etapa implica:

- Usar diferentes representações;
- Usar linguagens e operações simbólicas, formais e técnicas;
- Redefinir e ajustar modelos matemáticos; combinar e integrar modelos;
- Argumentar;
- Generalizar.

3) *Processo de reflexão e validação*. Inclui:

- Compreender a extensão e os limites dos conceitos matemáticos;
- Reflectir sobre os argumentos matemáticos, bem como explicar e justificar os resultados;
- Comunicar o processo e a solução;
- Apreciar criticamente o modelo e os seus limites.

O ciclo da matematização requer, pois, tarefas que considerem e privilegiem situações do mundo real e que possibilitem o uso de diferentes processos matemáticos. A progressão ao longo das várias etapas da matematização depende, por isso, em primeira instância das características da própria tarefa.

ESTRUTURA TEÓRICA DE CARACTERIZAÇÃO DAS TAREFAS

Nos estudos referentes à situação nacional, a análise das tarefas é tipicamente feita através da diferenciação por tipo de tarefa (isto é, por categorização as tarefas propostas em exercícios, problemas, actividades de exploração, trabalho de projecto) e da quantificação da percentagem de utilização cada um dos diferentes tipos de tarefa. Neste estudo, pretendeu-se analisar as tarefas com base nas características que conduzem ao desenvolvimento do conhecimento matemático. A estrutura teórica desenvolvida pelo Programa PISA (2000, 2003), que presidiu a elaboração das tarefas de Matemática e viabilizou a avaliação da literacia matemática no âmbito daquele programa, fornece uma estrutura de análise das tarefas. Esta estrutura possibilita uma diferenciação das tarefas com base na diferente possibilidade que cada um dos itens oferece para o desenvolvimento do conhecimento matemático. De acordo

com a estrutura desenvolvida pelo Programa PISA a diferenciação das tarefas assenta na análise de três componentes do domínio do conhecimento matemático – *conteúdo matemático*, *contexto* e *competências matemáticas* (OECD, 2004).

O conteúdo matemático está relacionado com os diversos domínios de estudo abrangidos pela matemática (Número e cálculo, Estatística, Geometria, ...). Em cada domínio as tarefas apresentadas devem englobar variedade suficiente de modo a revelar o essencial da matemática nesse mesmo domínio.

O contexto refere-se à parte do mundo real evocada na descrição da tarefa. Refere-se portanto à “história” descrita na tarefa. A importância do uso de tarefas contextualizadas prende-se com o facto de o recurso a situações problemáticas reais justificar e criar um pretexto para a utilização da matemática, ao invés de abordar a utilização da matemática como um fim em si mesma. A aplicação dos conhecimentos matemáticos na resolução de tarefas relacionadas com situações reais e a interpretação e crítica dos resultados tendo em conta o contexto envolvente imprime significado à aprendizagem pois permite uma utilização da matemática enquanto instrumento de compreensão e de domínio da realidade. Em resumo, a evocação de contextos realistas viabiliza um acesso natural à matemática, estabelece uma plataforma sólida para a aprendizagem das operações formais, procedimentos, notação e regras e expõe a realidade como fonte e domínio de aplicação (de Lange, 1987).

O uso de contextos reais pode também conduzir a um aumento na motivação e interesse pela matemática (Kloosterman & Stage, 1992). Pode ainda inspirar a criatividade dos alunos e assim aumentar o comprometimento do aluno na resolução do problema (Murphy & Ross, 1990; Boaler, 1994).

A última componente diz respeito às *competências matemáticas*. As competências matemáticas estão relacionadas com os processos matemáticos que os indivíduos têm que activar com vista a resolver um problema através do uso da matemática (OECD, 2004). O processo de matematização de problemas situados nos mais diversos contextos que abrangem os diversos domínios de estudo da matemática implica o domínio uma série de *competências matemáticas*. Em conjunto, as competências matemáticas podem ser vistas como constituintes distintos da *competência matemática*, hoje em dia entendida como a capacidade que um indivíduo tem de identificar e compreender o papel da mate-

mática no mundo real e de utilizar a matemática na resolução de problemas do dia a dia enquanto cidadão (Niss, 1999).

MATERIAIS E MÉTODO

No presente estudo foram analisadas 337 tarefas matemáticas propostas aos alunos do 5.º ano de escolaridade, pelos professores de matemática de uma escola de Lisboa. Os itens analisados abrangem tarefas propostas à população de alunos e elaboradas por todos os professores de matemática da escola (cinco professores), referentes à área do currículo *Número e Cálculo*. Em particular, foram alvo de estudo as unidades curriculares: *Unidade 1* – Números inteiros. Números decimais. Adição e subtração; *Unidade 2* – Multiplicação; *Unidade 3* – Divisão; *Unidade 4* – Números racionais. Adição e Subtração.

Conteúdo matemático

Assumindo a matemática como uma actividade humana e portanto como instrumento de compreensão da realidade, a categorização dos conteúdos matemáticos evocados pelas tarefas pode ser feita tendo por base uma organização fenomenológica (Steen, 1990; OECD, 2004). Os conteúdos matemáticos evocados pelas tarefas podem, de acordo com este critério, organizar-se em quatro categorias: Quantidade, Espaço e Forma, Mudança e Relações, e Incerteza. Em conjunto, estas quatro categorias englobam variedade suficiente de modo a revelar o essencial da matemática e representam as linhas convencionais de orientação do currículo da matemática (GAVE, 2004; OECD, 2004).

A primeira categoria – *Quantidade* – inclui o uso dos números para representar quantidades e atributos do mundo real quantificáveis, o reconhecimento de padrões numéricos; a compreensão de peso relativo e o processamento do número representado sob diversas formas. A segunda categoria – *Espaço e Forma* – está ligada à compreensão das propriedades geométricas dos objectos e da sua posição relativa no espaço. A terceira categoria – *Mudança e Relações* – reflecte o estudo das relações temporárias ou permanente entre fenómenos. Estas relações podem ser matematicamente descritas através de funções matemáticas que podem ser representadas de vários modos (e.g. algébrico, gráfico, tabular).

A última categoria – *Incerteza* – remete para a análise de dados e dos fenómenos aleatórios, alvo de estudo nas probabilidades e estatística.

Neste trabalho, apenas foi abordado o domínio *Quantidade*, domínio base no desenvolvimento do conhecimento matemático.

Contexto

O segundo componente – *Contexto* – reflecte a parte do mundo do estudante evocada na tarefa. Os problemas podem evocar diversas “situações ou contextos” relacionadas com o mundo que nos rodeia. Esta componente subdivide-se em quatro contextos-tipo: 1) *Pessoal* – Estão neste caso as tarefas que evoquem situações relacionadas com a vida pessoal dos sujeitos; 2) *Educacional/Ocupacional* – Inclui as situações que evoquem o contexto escolar ou que estejam relacionadas com a vida profissional das pessoas; 3) *Público* – Inclui as situações relacionadas com a vida dia-a-dia em comunidade/sociedade; e 4) *Científico* – Inclui contextos hipotéticos que apenas têm significado dentro do mundo da matemática. Estas quatro classes descritoras dos contextos traduzem uma ordem decrescente em termos de proximidade com a vida do estudante e portanto uma ordem decrescente de grau de familiaridade.

Competências matemáticas

Esta componente da estrutura de análise remete para a análise das competências matemáticas mobilizadas pelas tarefas propostas. A grelha de análise usada neste estudo assenta em oito competências matemáticas (Niss, 1999; OECD, 2004):

- 1) *Pensamento e Raciocínio* – Envolve o reconhecimento dos diversos tipos de questões características da matemática e o conhecimento das formas de resposta adequadas a cada tipo de questões; a distinção entre definição, teorema, hipótese, premissa, exemplo e conjectura; e o domínio dos conceitos matemáticos.
- 2) *Argumentação* – Envolve o conhecimento do que é uma demonstração matemática e a sua distinção de outros tipos de raciocínio matemático; a compreensão e a criação de argumentos matemáticos; a existência de um sentido heurístico.
- 3) *Comunicação* – Expressão do sujeito e com-

preensão em assuntos com conteúdo matemático, sob forma escrita e oral.

- 4) *Modelação* – Estruturação da situação a modelar e tradução da realidade em estruturas matemáticas; interpretação e trabalho com modelos matemáticos; validação, reflexão, análise e crítica de modelos; monitorização e controlo do processo de modelação.
- 5) *Formulação e resolução de problemas* – Colocação, definição e resolução de diferentes tipos de problemas matemáticos.
- 6) *Representação* – Descodificação, codificação, tradução, interpretação e distinção das diferentes formas de representar objectos e situações matemáticas; Escolha e mudança da forma de representar consoante a situação e objectivos.
- 7) *Uso de linguagem técnica, simbólica e formal* – Envolve a descodificação e interpretação da linguagem simbólica e formal e a compreensão da sua relação com a linguagem corrente; Tradução da linguagem corrente em linguagem simbólica e formal; Se capaz de lidar com afirmações e expressões que contenham símbolos e formulas, de usar variáveis, resolver equações e efectuar cálculos associados.
- 8) *Uso de auxiliares e de instrumentos* – Implica conhecer e ser capaz de usar auxiliares e instrumentos que podem ajudar a actividade matemática; reconhecer as limitações dos auxiliares e instrumentos.

Dentro de cada uma destas competências distinguem-se vários níveis associados a uma progressão cognitiva:

Pensamento e Raciocínio

1. Reconhecimento de instruções directas e actuação de forma óbvia.
2. Utilização de raciocínios directos e interpretações literais.
3. Tomar decisões sequenciais, interpretar e raciocinar sobre diferentes fontes de informação.
4. Uso de um raciocínio flexível e alguma perspicácia.
5. Uso do pensamento e de raciocínio bem desenvolvidos.
6. Uso de pensamento e raciocínio matemáticos avançados.

Argumentação/Comunicação

1. Reconhecimento de instruções explícitas.
2. Análise de informação e interpretações literais.
3. Produção de alguma comunicação que sustente interpretações.
4. Construção e comunicação de explicações e argumentos.
5. Formulação e comunicação de interpretações e raciocínios.
6. Formulação de comunicações precisas.

Modelação

1. Aplicação directa de modelos predefinidos.
2. Reconhecimento, aplicação e interpretação de modelos básicos predefinidos.
3. Utilização de diferentes modelos de representação.
4. Uso de modelos explícitos e seus constrangimentos e pressupostos.
5. Desenvolvimento e uso de modelos complexos e reflexão sobre o processo de modelação e resultados possíveis.
6. Conceptualização e uso de modelos matemáticos complexos e suas relações; reflexão, generalização e explicação dos resultados.

Formulação e resolução de problemas

1. Lidar com problemas directos e explícitos.
2. Usar inferência directa.
3. Usar estratégias simples de resolução de problemas.
4. Trabalhar com restrições e pressupostos.
5. Seleccionar, comparar e avaliar diferentes estratégias de resolução.
6. Investigar e modelar situações complexas.

Representação

1. Lidar com informação directa e familiar.
2. Extrair informação de representações isoladas.
3. Interpretar e usar diferentes formas de representação.
4. Seleccionar e integrar diferentes formas de representação e relacioná-las com situações do mundo real.
5. Usar representações estratégicas e interligações entre diferentes representações.
6. Relacionar informação e representações de forma flexível.

Uso de linguagem técnica, simbólica e formal

1. Aplicar procedimentos de rotina.

2. Usar algoritmos, fórmulas, procedimentos e convenções básicos.
3. Trabalhar com representações simbólicas.
4. Usar símbolos e representações formais.
- 5/6. Dominar operações matemáticas simbólicas e formais e suas interligações.

Os problemas cuja resolução pode ser alcançada pelo uso da matemática normalmente implicam a utilização conjunta de várias competências matemáticas. As tarefas não podem pois distinguir-se pela mera presença ou ausência destas competências, já que maioritariamente, elas estão sempre simultaneamente presentes. Contudo, para cada tipo de competência, é possível distinguir e comparar os itens atendendo ao nível de exigência cognitiva atingido em cada uma das tarefas. A operacionalização desta variável foi feita mediante a construção de um índice relativo (I_R) cujo cálculo se baseou na presença/ausência dos níveis ordinais de progressão (designados aqui por níveis n_i , com $i=1, \dots, p$) das diferentes competências:

$$I_R = \frac{\sum_{i=0}^p X_i}{p} \text{ onde } X_i = \begin{cases} 0 & n_i \text{ ausente} \\ 1 & n_i \text{ presente} \end{cases}$$

sendo p o número de níveis de progressão em cada uma das competências.

A descrição das tarefas tendo em conta os níveis de exigência cognitiva permite ainda a classificação das tarefas em três classes, do nível de exigência cognitiva mais baixo para o mais elevado:

1. *Reprodução*: As capacidades associadas a esta categoria envolvem sobretudo a reprodução de conhecimentos familiares já praticados. Nestes se incluem os conhecimentos mais frequentemente testados na sala de aula. Estas capacidades incluem o conhecimento de factos e de representações de problemas comuns, o reconhecimento de equivalentes, o reconhecimento de objectos matemáticos familiares e suas propriedades; a execução de procedimentos de rotina; a aplicação de algoritmos e aptidões técnicas estandarizados; manipulação de expressões que contenham símbolos e fórmulas convencionais. Esta classe inclui portanto os objectivos de níveis cognitivos mais baixos.

2. *Conexão*: Nesta categoria, as capacidades mobilizadas permitem a análise de situações não rotineiras, mas ainda implicam cenários familiares ou quase familiares. As tarefas associadas a esta categoria envolvem integração, conexão e alguma extensão do material previamente praticado.
3. *Reflexão*: As tarefas que na sua resolução envolvam reflexão, implicam o uso das capacidades associadas a esta categoria. Este tipo de problemas incluem objectos não familiares (“originais”) e a sua análise requer a planificação duma estratégia de resolução. Esta classe inclui os objectivos de níveis cognitivos mais elevados.

As tarefas propostas pelos professores foram também analisadas à luz do processo da matematização. Assim, para cada tarefa foi analisada qual a etapa do ciclo da matematização que a mesma permitiria potencialmente alcançar.

RESULTADOS

Analisando globalmente as tarefas propostas constata-se que, no que respeita à componente *contexto*, a percentagem de itens propostos sem contexto (77,15%) é significativamente maior ($p < 0,001$) que a percentagem de itens propostos com contexto (22,85%) (Tabela 2).

A importância do contexto prende-se com o facto dos processos de aprendizagem significativa ocorrerem por utilização e aplicação do conhecimento matemático pré-adquirido em novas circunstâncias (Mayer, 1978). Assim, neste processo são determinantes, por um lado, o conhecimento existente *a priori* e, por outro lado, a activação desse conhecimento face a novos desafios. Uma das estratégias usadas que permite ao aluno a activação e aplicação de conhecimento matemático pré-adquirido consiste precisamente na utilização dos designados *story problems* (aqui designados por problemas com contexto) (Mayer, 1978). Este tipo de tarefas permite a transferência e aplicação do conhecimento e assim a sua consolidação. Ao contrário, tarefas desprovidas de significado real trabalham apenas técnicas de resolução de tipos pré-estabelecidos de exercícios. Os dados analisados mostram que a grande maioria dos itens propostos enquadra-se nesta situação, isto é, a grande maioria das

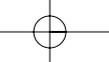


TABELA 2
Comparação das proporções de tarefas com contexto vs. sem contexto

	Número de tarefas	Percentagem de tarefas	P
Sem Contexto	260	77,2	<,001***
Com Contexto	77	22,8	
Total	337	100	

TABELA 3
Percentagem de tarefas por tipo de contexto

Contexto	Número de tarefas	Percentagem de tarefas
Sem Contexto	260	77,15
Vida Privada	21	6,23
Vida Escolar	4	1,19
Vida Pública	31	9,20
Vida Científica	21	6,23
Total	337	100

tarefas não proporciona a utilização da matemática com vista à resolução de um problema realista.

Verificou-se também que das tarefas que evocavam um contexto realista (cerca de 23%), a maioria usa situações da vida pública (Tabela 3).

Cerca de 6.23% dos contextos usados estão relacionados com temas de algum modo abstractos e técnicos (embora realistas) como sejam a velocidade, pesos (genericamente, medições) e troca de moeda (*currency transactions*) (contextos científicos). De acordo com Mayer (1981) uma tendência de utilização excessiva destes temas pode contribuir para um efeito contrário ao desejado, isto é, este tipo de temas pode, diminuir o interesse do aluno pelo problema e, conseqüentemente, desmotivá-lo. Repare-se como temas bastante mais próximos da realidade do aluno (vida escolar e vida privada) são preteridos relativamente a este tema.

A segunda componente de análise diz respeito às competências matemáticas. As tarefas implicam, em regra, a utilização conjunta de várias competências matemáticas podendo variar o grau de exigência cognitiva associada a cada tipo de competências. Nos itens analisados, o índice que quantifica o grau de exigência relativo (I_R) encontra-se listado, por

ordem decrescente de valor, na Tabela 4, para cada uma das diferentes competências.

Analisando os valores pode verificar-se que são as competências *Pensamento e Raciocínio* e *Comunicação*, que estão associadas a índices relativos médios mais elevados (Tabela 4). Tal significa que quando estas competências são trabalhadas, o nível de exigência cognitiva é, em média, significativamente mais alto ($p < 0.001$) do que quando são trabalhadas quaisquer uma das restantes competências (ver Tabela 4). As competências *Argumentação*, *Colocação e Resolução de Problemas*, *Modelação* e *Uso de Meio Auxiliares e Instrumentos* são trabalhadas com níveis de exigência cognitiva não significativamente diferentes entre si e significativamente mais baixos do que os relativos às competências *Pensamento e Raciocínio* e *Comunicação*. A competência associada ao nível de exigência cognitiva mais baixo é o *Uso de linguagem técnica, simbólica e formal*, com índice significativamente inferior ($p < 0.001$) a qualquer um dos restantes (Tabela 5).

Analisando a frequência de tarefas incluídas nas categorias *Reprodução*, *Conexão* e *Reflexão*, verifica-se que a categoria *Reprodução* predomina claramente situando-se sempre maioritariamente acima de 50%

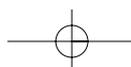


TABELA 4

*Médias e desvios-padrão do grau de exigência cognitivo por competência matemática
(M – Média e SD – Desvio-padrão)*

Competências	Grau de exigência	
	M	SD
Comunicação	,4359	,16951
Pensamento e Raciocínio	,3260	,16463
Argumentação	,2990	,16540
Colocação e Resolução de Problemas	,2976	,13412
Modelação	,2806	,14258
Meios Auxiliares e instrumentos	,2724	,30194
Representação	,2587	,11464
Uso da Linguagem	,2053	,11446

TABELA 5

Probabilidades de significância (p-values, com correção de Bonferroni) associados às comparações dos graus médios de exigência cognitiva entre competências

	PR	ARG	COM	MOD	CR	REP	LIN	MAI
PR	–	<,001*	<,001*	<,001*	<,001*	<,001*	<,001*	,002*
ARG		–	<,001*	,011ns	,813 ns	<,001*	<,001*	,086 ns
COM			–	<,001*	<,001*	<,001*	<,001*	<,001*
MOD				–	,009 ns	,002*	<,001*	,615 ns
CR					–	<,001*	<,001*	,128 ns
REP						–	<,001*	,422 ns
LIN							–	<,001*
MAI								–

Legenda: COM – Comunicação; PR – Pensamento e Raciocínio; ARG – Argumentação; CR – Colocação e Resolução de Problemas; MOD – Modelação; MAI – Meios Auxiliares e Instrumentos; REP – Representação; LIN – Uso da Linguagem.

(Tabela 6). Tal significa que mais de metade das tarefas propostas inclui-se na categoria *Reprodução*, independentemente da competência mobilizada.

Repare-se que o nível mais baixo de desenvolvimento cognitivo (reprodução) surge com maior incidência associada às competências *Colocação e resolução de problemas* e *Uso de linguagem técnica, simbólica e formal*. Em particular, mais de 80% das tarefas propostas que mobilizam estas competências incluem-se na categoria Reprodução. Por outro lado, o nível mais elevado de desenvolvimento cognitivo (reflexão) surge com maior incidência (17,3%) em tarefas que implicam *Argumentação*.

Globalmente, verificou-se que as médias das

percentagens de tarefas associadas às categorias conexão (28,9%) e a reflexão (4,8%) são significativamente inferiores ($F(2,21)=43,04$; $p<0,001$) à média da percentagem de tarefas associada à categoria reprodução (66,3%).

No que respeita ao ciclo da matematização, dado que este processo tem como ponto de partida situações que ocorrem no “mundo real”, apenas as tarefas que evocam contextos realistas podem iniciar este ciclo. Assim, apenas 22,8 % (ver Tabela 2) das tarefas analisadas induzem o início do ciclo da matematização, isto é, implicam a tradução do problema do “mundo real” para o “mundo da matemática”. Das

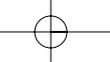


TABELA 6
Representação (valores em %) das categorias Reprodução, Conexão, Reflexão, por competência (apresentação por ordem crescente da importância da categoria Reprodução)

Competências	Reprodução	Conexão	Reflexão
Meios Auxiliares e Instrumentos	36,0	58,0	6,0
Pensamento e Raciocínio	51,5	41,7	6,8
Argumentação	65,1	17,6	17,3
Representação	66,0	33,1	0,9
Modelação	71,4	25,0	3,6
Comunicação	71,7	27,4	0,9
Uso da Linguagem	80,4	18,8	0,9
Colocação e Resolução de Problemas	88,4	9,5	2,1
<i>Média global</i>	<i>66,3</i>	<i>28,9</i>	<i>4,8</i>

tarefas analisadas 18,4% permitem alcançar a segunda etapa da matematização (fase dedutiva) e apenas 4,5% permitem completar o ciclo, isto é, apenas 15 das 337 tarefas permitem um processo de reflexão e validação da solução matemática em termos da situação real, sendo esta percentagem significativamente menor ($p < 0.001$) que a percentagem de tarefas que permite alcançar a etapa 2 do ciclo da matematização.

CONCLUSÕES

Neste estudo foi efectuada uma análise das tarefas propostas por professores de matemática do 1.º ano do 2.º ciclo, visando a sua caracterização enquanto potenciais veículos de desenvolvimento do conhecimento matemático. As tarefas são chaves determinantes no processo de ensino/aprendizagem já que criando situações de interacção e colaboração entre pares promovem a aprendizagem e o desenvolvimento do conhecimento matemático. Ter como ponto de partida tarefas adequadas é portanto uma condição indispensável para que tal aconteça.

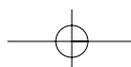
Importa salientar que neste estudo foram apenas analisadas tarefas ligadas ao uso dos números para representar quantidades e atributos do mundo real quantificáveis, ao reconhecimento de padrões numéricos e à compreensão de peso relativo e o processamento do número representado sob diversas formas.

Genericamente, pode concluir-se que as tarefas propostas se caracterizam por maioritariamente visarem objectivos cognitivos de baixo nível. De

facto, a grande maioria das tarefas propostas implicam apenas a reprodução de técnicas e algoritmos básicos pré-estabelecidos, independentemente da competência mobilizada. Os itens propostos caracterizam-se pois por maioritariamente lidar com informação familiar, por fornecerem instruções óbvias e directas e implicarem apenas a utilização de raciocínios directos e interpretações literais, sem qualquer ligação com o mundo real. A ausência de ligação ao mundo real condiciona de raiz o processo de matematização, impedindo o aluno de se confrontar com a necessidade de formalizar e organizar um problema real e de para ele encontrar uma solução matemática que genuinamente seja uma resposta ao problema formulado.

Verificou-se também que as competências *Pensamento e Raciocínio* e *Comunicação* estão associadas a objectivos cognitivos de nível mais elevado do que qualquer uma das restantes competências matemáticas. No pólo oposto aparece a competência *Uso de linguagem técnica, simbólica e formal*, associada ao nível de exigência cognitiva mais baixo.

Parece pois poder concluir-se que apesar das recomendações que enunciam desde há muito a necessidade de repensar o ensino da Matemática e a necessidade de privilegiar tarefas práticas associadas a contextos reais e objectivos cognitivos de níveis elevados (APM, 1988; NCTM, 1989), estas novas formas de trabalho não têm vindo a ser adoptadas. As conclusões a que chegamos neste estudo apontam para uma realidade em tudo idêntica à descrita no documento “Renovação do Currículo da Matemática” (APM, 1988), que caracterizava então a situação



do ensino da Matemática nas escolas como “*marcado por um domínio quase absoluto dos objetivos cognitivos de níveis mais baixos*”. No mesmo documento consta ainda que “*os objetivos visados não deixam de (...) estar associados a conteúdos rigidamente pré-fixados e ‘puramente’ matemáticos, sem qualquer ligação com problemas do mundo actual*”. Esta parece pois uma realidade difícil mas urgente de alterar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- APM (1988). *A renovação do currículo de matemática*. Lisboa: APM.
- Boaler, J. (1994). When do girls prefer football to fashion? An analysis of female underachievement in relation to “realistic” mathematics context. *British Educational Research Journal*, 20, 551-564.
- Blum, W. (1996). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht – Trends und Perspektiven. In Kadunz, G., Kautschitsch, H., Ossimitz, G., & Schneider, E. (Eds.), *Trends und Perspektiven. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik* (Vol. 23, pp. 15-38). Wien: Hoelder-Pichler-Tempsky.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students’ thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23, 167-180.
- Fennema, E., Franke, M. L., Carpenter, T. P., & Carey, D. A. (1993). Using children’s mathematical knowledge in instruction. *American Educational Research Journal*, 30, 555-583.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, Netherlands: D. Reidel Publishing Co.
- GAVE (2004). *Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática. Programa Pisa 2003*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Gouws (Ed.), *Handbook of research on mathematical teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.
- Hiebert, J., & Weame, D. (1993). Instruction tasks, classroom discourse, and students’ learning in second-grade arithmetic. *American Educational Research Journal*, 30, 393-425.
- Lange, J. de (1987). *Mathematics, insight and meaning*. Utrecht, Netherlands: Utrecht University.
- Kloosterman, P., & Stage, F. K. (1992). Measuring beliefs about mathematical problem-solving. *School Science and Mathematics*, 92, 109-115.
- Mayer, R. E. (1981). Frequency norms and structural analysis of algebra story problems. *Psychological Review*, 92, 109-129.
- Marx, R. W., & Walsh, J. (1988). Learning from academic tasks. *Elementary School Journal*, 88, 207-219.
- Murphy, L. O., & Ross, S. M. (1990). Protagonist gender as a design variable in adapting mathematics story problems to learner interest. *Educational Technology Research and Development*, 38, 27-37.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Niss, M. (1999). Kompetencer og uddannelsesbeskrivelse (Competencies and subject description). *Uddannelse*, 9, 21-29.
- OECD (2004). *Learning for tomorrow’s world – First results from PISA 2003*.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13, 51-74.
- Schupp, H. (1988). Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der sekundarstufe i zwischen tradition und neuen impulsen (Application – oriented mathematics lessons in the lower secondary between traditional and new impulses). *Der Mathematikunterricht*, 34 (6), 5-16.
- Shavelson, R. J., Webb, N. M., & Burstein, L. (1986). Measurement of teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 50-91). New York: Macmillan.
- Steen, L. A. (1990). *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy*. Washington, DC: National Academic Press.
- Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2, 50-80.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33, 455-488.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 268-275.

RESUMO

As tarefas matemáticas providenciam o contexto no qual os estudantes aprendem matemática. Embora sejam muitos os factores que influenciam o processo de aprendizagem da matemática, as tarefas propostas aos estudantes são determinantes na medida em que actuam como “causas próximas” da aprendizagem.

O nível de exigência cognitiva e a promoção do processo de matematização são características fundamentais nas tarefas propostas aos alunos.

Este estudo incide sobre a análise das tarefas matemáticas propostas por professores a alunos do 5.º ano de escolaridade. Os itens foram analisados de acordo com a estrutura teórica desenvolvida no âmbito do programa PISA da OECD.

Os níveis de exigência cognitiva mais elevados foram encontrados no desenvolvimento das competências matemáticas *Comunicação e Pensamento e Raciocínio*, sendo estes significativamente maiores que os associados às competências *Argumentação, Colocação e Resolução de problemas, Modelação e Uso de auxiliares e instrumentos*. A competência matemática menos trabalhada nos itens analisados é o *Uso de linguagem simbólica, formal e técnica*.

A análise dos dados mostrou que a maioria das tarefas incluem-se no grupo das tarefas de Reprodução.

Em conclusão, o estudo evidencia que a grande maioria das tarefas não usam contextos realistas e, predominantemente, conduzem os estudantes a seleccionar procedimentos e algoritmos de resolução pré-definidos.

Palavras-chave: Tarefas matemáticas, ensino da matemática, competências matemáticas, níveis de exigência cognitiva.

ABSTRACT

Mathematical tasks provide the context in which students learn mathematics. Although many factors also determine the learning process, instructional tasks operate as the “proximal causes” of students’ learning from teaching.

Their characterization can therefore help to understand the link between teaching and learning mathematics.

Different mathematical tasks can be associated with different cognitive processes and so induce different kinds of learning. Cognitive demand and the ability to promote mathematisation are key characteristics of instructional tasks.

This study focused on the analysis of mathematical tasks proposed to 5th grade students by their teachers. The instructional tasks were analyzed according to the OECD/PISA framework.

Higher cognitive demands appear associated with the *Communication and Thinking and Reasoning* mathematical competencies. Competencies such as *Argumentation, Problem posing and Solving, Modeling and Use of Aids and Tools* are worked at a significant lower cognitive level. The mathematical competency less worked was the *Use of symbolic, formal and technical language and operations*.

Data analysis also showed that most of the tasks are included in a reproduction cluster.

In conclusion, the analysis showed that in most cases instructional tasks do not have a real-world context and only lead students, predominantly, to select routine procedures and/or apply standard algorithms.

Key words: Mathematical tasks, mathematical competencies, levels of cognitive demande.