

A quadratura do círculo nos trabalhos de Newton e Leibniz

Paula Cristina Pestana

Departamento de Matemática da Escola Superior de Tecnologia de Viseu

O problema da quadratura do círculo preocupa a Humanidade desde o início da História. Aparece no papiro de Rhind do Egito do 2º milénio, é estudado na Antiguidade através do método de exaustão e é usado no século XVII para validar o método dos indivisíveis. Com a introdução do cálculo infinitesimal, Newton e Leibniz abordaram o problema das quadraturas por uma nova via. O objectivo da minha apresentação é mostrar de que modo o cálculo fluxional de Newton e o cálculo diferencial de Leibniz contribuíram para a determinação da quadratura do círculo.

Começarei por apresentar o método fluxional de Newton, criado nos anos 1664-1671 mas só publicado em 1736. Trata-se dum método analítico que, aliado à teoria das séries infinitas, fornece a área de certas figuras curvilíneas. Ilustrarei com o exemplo particular dum círculo de raio $\frac{1}{2}$, apresentado por Newton na obra *Methodus fluxionum et serierum infinitarum*, que gera o número π com 16 casas decimais.

Analisarei, de seguida, uma das primeiras descobertas de Leibniz, o método de “transmutação”, de 1673. Este método geométrico permite determinar, sob a forma de séries infinitas, a área de figuras limitadas por certas curvas. Farei a aplicação deste método ao caso particular dum quarto de círculo, que origina uma expressão inédita para o número π .

A construção do Sistema dos Números Reais por Weierstrass

Ana Patrícia Martins

Escola Superior de Educação de Viseu

Apesar de já na Antiguidade Clássica se ter reconhecido a existência de *grandezas incomensuráveis*, não seria antes do século XIX que se estabeleceriam definições rigorosas do conceito de *número irracional*, sem recurso a intuições geométricas. O conceito mais geral de número real era apenas percebido intuitivamente e a sua existência apenas assegurada por considerações de natureza geométrica e algébrica.

A partir do início do século XIX surgiu uma preocupação crescente em colocar a Análise sobre bases aritméticas sólidas; reconhecia-se que a falta duma teoria dos números reais tornava incorrectas (ou, pelo menos, incompletas) as demonstrações de certos resultados. Desta forma, uma etapa importante do processo de *aritmização da Análise* seria a elaboração duma teoria da recta real sobre fundações puramente aritméticas. Dos três nomes que devem referenciar-se neste contexto – Charles Méray, Karl Weierstrass e Richard Dedekind – destacaremos o de Weierstrass que, contrariamente aos outros dois, não se limitou a construir os reais a partir duma pressuposta construção dos racionais. Weierstrass parte da noção mais geral de *número* e das operações fundamentais da Aritmética; introduz inicialmente o conceito de número natural e, de seguida, o de número racional positivo; será então a partir de “agregados” destes números que obterá grandezas para além das racionais. Por esta razão, na teoria dos números reais de Weierstrass, não se podem dissociar as naturezas dos números naturais, racionais e reais. Weierstrass constrói a sua teoria de modo inteiramente analítico, dotando-a dum rigor muito característico de toda a sua obra matemática e elaborando a teoria dos números reais mais completa do século XIX.