

Na aula de Matemática

PENSO
COMUNICO
RESOLVO



ESE Viseu 2010

Luís Menezes . António Ribeiro . Ana P. Martins
Cátia Rodrigues . Helena Gomes . Sónia Novo

Escola Superior de Educação de Viseu

Penso, comunico, resolvo

Luís Menezes . António Ribeiro . Ana Patrícia Martins
Helena Gomes . Cátia Rodrigues . Sónia Novo

Escola Superior de Educação de Viseu
Maio, 2010
ISBN: 1978-972-8614-09-6
Depósito legal::



A ciência vive de (com) problemas, em especial a Matemática.
O seu avanço está relacionado com a formulação de bons
problemas e da sua resolução.

PENSO COMUNICO RESOLVO

Luís Menezes . António Ribeiro . Ana P. Martins
Cátia Rodrigues . Helena Gomes . Sónia Novo

Viseu, 2010

A ABRIR...

Penso, comunico, resolvo, uma publicação dirigida a alunos do ensino básico, pretende tratar de uma forma resumida três capacidades de natureza transversal que os alunos desenvolvem ao longo da sua escolaridade e, em particular, no seu trabalho nas aulas de Matemática.

O título desta publicação Penso, comunico, resolvo não tem subjacente qualquer ideia de sequencialidade de processos mentais, ou seja, os alunos não começam por pensar, para só depois comunicar e no final resolver um problema. Pelo contrário, estamos a falar de três capacidades que “trabalham” em simultâneo quando estamos a realizar uma actividade matemática.



Esperamos, pois, que esta pequena publicação possa constituir um instrumento útil à tua formação matemática. Neste estudo serás acompanhado pelo Vasco.



O que é o raciocínio?

O termo **raciocínio** designa, habitualmente, uma operação mental (ou processo de pensamento) através do qual, partindo-se de uma ou mais relações conhecidas, se conclui uma nova relação ou se adquire novo conhecimento.

Por exemplo, quando pretendemos encontrar uma explicação para um facto que não conhecemos, quando procuramos explicar alguma coisa que nos tenha causado surpresa ou quando evitamos fazer uma coisa que nunca fizemos porque já ‘adivinhamos’ as consequências, estamos a usar a nossa capacidade de raciocínio.

Também, na nossa vida diária, mesmo quando não somos confrontados com problemas sérios, nós recorremos à nossa capacidade de raciocínio para responder a muitas questões.

Por exemplo, se te disserem que a Maria é mais alta que o Rui e que o Rui é mais alto que o João, tu consegues concluir que a Maria é, de facto, mais alta que o João.

Tipos de raciocínio

Existem diferentes tipos de raciocínio. Os mais referidos são o do tipo **dedutivo** (ou convergente) — aquele que utilizamos quando tiramos conclusões particulares a partir de casos gerais — e o raciocínio **indutivo** (ou divergente) — aquele que utilizamos quando a partir de conhecimentos particulares tiramos conclusões mais gerais.



Vamos lá dar uns exemplos!

O exemplo seguinte utiliza um raciocínio do tipo *indutivo*:



Como os números 11, 22 e 33 são divisíveis por 11, todos os números com algarismos iguais são divisíveis por 11. Será???

Um exemplo da utilização do raciocínio do tipo *dedutivo*:



Os rectângulos têm ângulos rectos. O quadrado tem ângulos rectos. Logo, o quadrado é um rectângulo.

Muitas vezes também raciocinamos por **analogia** — raciocínio analógico. Se conhecermos certas semelhanças entre objectos ou relações, podemos supor que existam outras características semelhantes entre esses objectos ou relações.



O que é a comunicação?

Comunicar significa tornar algo comum, partilhar informação, estabelecer relação com outras pessoas. A comunicação é, pois, uma actividade humana essencial à nossa vida em sociedade.

A *comunicação matemática*, em particular, aborda ideias matemáticas, recorrendo, para além da nossa língua materna, a uma linguagem própria que foi sendo desenvolvida ao longo dos tempos.

Por que comunicamos? Para que comunicamos?

Comunicamos porque temos necessidade de nos relacionar com os outros. Através da comunicação damos a conhecer o que pensamos, o que sentimos... *Comunicamos porque todos somos conhecedores de alguma coisa* que gostamos de colocar à disposição dos outros.

Através da comunicação aprendemos, porque organizamos melhor as nossas ideias, e partilhamo-las com outras pessoas, que também aprendem.

De igual forma, na Matemática, comunicamos para dar a conhecer os nossos raciocínios e conhecer os dos outros, discutindo, clarificando, negociando... ideias matemáticas. Desse modo, aprendemos Matemática e desenvolvemos a capacidade de comunicar (em) Matemática.



Vamos espreitar a comunicação na sala de aula?

Professor — Pensem num quadrado... Se aumentarmos o lado, o que acontece?

João — Gasta mais lápis.

Rita — Hi hi hi.

Professor — Sim, é verdade. Mas se compararmos os quadrados...

Salomé — Já sei! A área aumenta para a segunda potência do que aumentou o lado.

Rita — O quê??? Não percebi nada!!! Eu acho que continuamos a ter um quadrado, mas maior!

João — Pois claro!

Professor — Bem... um de cada vez. Salomé, terás de explicar o teu raciocínio. Rita, o que queres dizer com “ficar maior”?

Salomé — Então, sei que é assim... Mas não consigo explicar.

João — Maior quer dizer mais gordo, inchado!!! Com maior área...

Rita — Isso, isso! Se o lado duplica, a área duplica!

Salomé — Errado! A área quadruplica!

João — Pois está claro!

Rita — Ai sim??? Então porquê???

Professor — Talvez usando exemplos, Salomé...

Salomé — Então... porque se o lado for 2 e mudar para 4, duplica e a área muda de 4 para 16, logo quadruplica.

João — Lógico!

Rita — Tens razão...

O professor é importante para “espevitir” a comunicação matemática. Por isso, insiste...

Professor — Queres acrescentar mais alguma coisa, Salomé?

Salomé — Sim, agora consigo explicar o que disse! Para além do que já vimos, acontecem mais coisas... É que se triplicar o lado, fica 9 vezes maior a área; e se quadruplicar, fica 16 vezes maior; e se aumentar 5 vezes, fica 25 vezes maior e; e se aumentar 6 vezes, fica 36 vezes maior; e... é sempre assim!!! Portanto, acontece o que eu disse: a área aumenta para a segunda potência do que aumentou o lado. Percebido?!

João — Uj! Que confusão...

Rita — Agora é que eu me perdi...

Professor — Talvez tenhas de justificar as tuas ideias com mais calma, Salomé. Sugiro-te que uses esquemas na explicação...



Que formas de comunicação existem?

As formas de comunicação mais comuns são aquelas em que fazemos uso das palavras, faladas e escritas (**comunicação oral e escrita**).

A Matemática possui um alfabeto e sintaxe próprios: símbolos e regras que os permitem combinar, tal como acontece na Língua Portuguesa. Na aula de Matemática, para comunicar, usamos a linguagem da Matemática e a linguagem corrente.

Rita — O que significam essas expressões? Explica lá.

$$2 < 3 < 4 \quad 3 < 4 < 5$$

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4} < \frac{4}{5}$$

Salomé — Ora deixa lá ver se te consigo explicar. E também justificar! Sim, sim... porque eu também quero justificar.

Rita — Vamos lá então saber...

Salomé — Primeiro, estive a comparar os números 2, 3, 4 e 5. Depois escrevi as fracções com esses números e comparei-as. A primeira é menor do que a segunda e esta menor do que a terceira, porque os numeradores e denominadores estão na mesma relação.

Rita — Hummm... Se bem percebi, não concordo contigo! Ora vê lá o que acontece com os conjuntos de números (1,4,5) e (5, 10, 20)!



O que fazemos quando comunicamos em Matemática?

INTERPRETAMOS, REPRESENTAMOS, EXPRESSIMOS-NOS E DISCUTIMOS!

É necessária uma boa interpretação do que lemos e ouvimos. A leitura é especialmente importante na resolução de problemas!

Podemos exprimir e representar ideias matemáticas oralmente e por escrito, usando a notação, simbologia e vocabulário próprios.

Para partilhar os teus resultados e ideias matemáticas é fundamental um momento de discussão, através do qual desenvolves os teus conhecimentos.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS



Vamos começar...

Agora que já falámos de raciocínio e de comunicação matemáticas, tratemos de **PROBLEMAS**! Sim, problemas, questões para as quais não tens à partida uma resposta imediata. Desafios que poderás resolver sozinho ou com os teus colegas, usando os teus conhecimentos matemáticos, clarificando, explicando e justificando os teus ideias!

As pessoas que resolvem bem problemas, habitualmente seguem diversos passos e recorrem a estratégias particulares.



Vamos à descoberta da resolução de problemas!

Tiago — Hoje, na escola, fizemos umas coisas muito difíceis, com muitas contas e nem sei para que é que isso serve!

Vasco — Então, que coisas?

Tiago — Problemas!

Vasco — Tu achas os problemas difíceis?? Eu gosto de resolver problemas; acho que alguns até são fáceis...E além disso, sabes que é muito importante ser capaz de resolver problemas? O meu pai diz-me que a vida tem muitos problemas e é preciso saber resolvê-los!

Tiago — Pois, mas eu não gosto porque são muitas contas e às vezes nem sei qual a conta que tenho que fazer...

Vasco — Eu nem sempre resolvo com contas!

Tiago — Então como fazes?

Vasco — Vou explicar-te...

Olha este problema,

Na loja “Sabonete Perfumado”, há caixas com dois sabonetes de morango e caixas com quatro sabonetes de maçã. A Florbela comprou cinquenta sabonetes, de ambos os perfumes. O vendedor exclamou: — Aqui tem as suas vinte caixas.

Quantas caixas de sabonetes de morango e quantas de maçã comprou a Florbela?

Repara como eu o resolvo:

É importante compreender o problema!

Começo por ler muito bem o problema e “falar” com ele:

Quantos sabonetes têm as caixas de morango? E as de maçã? Quantos sabonetes comprou? E caixas?

Que plano usar?

Como já compreendi a situação, vou pensar num plano para o resolver. Parece-me que neste caso, uma tabela poderá ser uma boa solução.

Executar o plano, fazendo tentativas!

Número de caixas de sabonetes de morango	Número de caixas de sabonetes de maçã	Total de caixas	Total de sabonetes
10	10	20	$2 \times 10 + 4 \times 10 = 60$
11	9	20	$2 \times 11 + 4 \times 9 = 58$
12	8	20	$2 \times 12 + 4 \times 8 = 56$
(...)	(...)	(...)	(...)
15	5	20	$2 \times 15 + 4 \times 5 = 50$

Avaliar a solução encontrada

Mas a resolução ainda não terminou. Tenho de verificar se a solução encontrada verifica todas as condições do problema.

E a resposta...

A Florbela comprou 15 caixas de sabonetes de morango e 5 de maçã.

Quando RESOLVES PROBLEMAS deves pois seguir estas etapas:

- 1- Compreender o problema
- 2- Conceber um plano de resolução
- 3- Executar o plano
- 4- Avaliar o trabalho realizado

Como viste, é importante escolher boas estratégias. Caso contrário, poderás não conseguir resolver o problema. Resolve agora cada um dos problemas que se seguem, usando as estratégias sugeridas.

Às vezes existem padrões...

Abraços e mais abraços

Três amigas, a Marta, a Sofia e a Margarida, encontram-se na rua e cumprimentam-se, duas a duas, com um abraço. Quantos abraços foram dados?

As três amigas lembraram-se de dar uma festa e convidaram a Inês. No início da festa, cumprimentam-se, duas a duas, com um abraço. Quantos abraços foram dados desta vez?

Um mês depois foi a Inês a organizar uma festa. Convidou as suas três amigas e também a Filipa. Como habitualmente, no início da festa todas se cumprimentaram duas a duas com um abraço. E desta vez, quantos abraços foram dados?

Trabalhar do fim para o princípio

Quanto dinheiro tenho?

O João foi a uma loja e gastou metade do dinheiro que tinha e ainda mais um euro. Depois, entrou numa segunda loja e gastou metade do dinheiro que lhe restava e ainda mais um euro, tendo esgotado o dinheiro todo. Quanto dinheiro tinha ele no início?

Devemos pensar de forma lógica

Os Anéis Olímpicos

A bandeira olímpica é formada por cinco anéis, cada um da sua cor, em fundo branco. Sabemos que:

- O anel amarelo está ao mesmo nível e à esquerda do verde.
- O anel vermelho está à direita do azul, sem o tocar.
- O anel preto toca em outros dois e está ao mesmo nível do azul.
- O anel azul não toca no verde.

Desenha a bandeira olímpica, indicando a cor de cada um dos anéis

Às vezes podemos transformar o problema num mais simples

Os cães e as casotas

Na Quinta dos Plátanos, há oito cães — o Dago e a Inca, o Fredo e a Lira, a Teca e o Bobi, o Benjamim e a Boneca. Há três grandes casotas com grandes títulos — raças grandes, raças médias e raças pequenas. Os cães costumam dormir a sesta. O dono reparou que, indiferentes aos títulos das casotas, os cães distribuem-se de vários modos pelas três casotas, ficando sempre pelo menos um numa das casotas. De quantos modos diferentes poderão distribuir-se os cães pelas casotas?

Podemos também fazer desenhos, diagramas, tabelas, gráficos ou esquemas

A foca

O Francisco esteve a observar uma foca durante uma hora. No início da observação a foca foi para debaixo de água e começou a dormir. Passados 8 minutos a foca veio à superfície respirar. Depois de 3 minutos voltou novamente para debaixo de água. Onde estará a foca ao fim de uma hora? Explica como pensaste.



Voltando aos problemas...

Os problemas constituem desafios em que não se aplica um algoritmo que conduz directamente à solução. Pelo contrário, os problemas obrigam à utilização de diversas estratégias e métodos de resolução, numa combinação nova.