



## Índice

Introdução	1
Finalidades do ensino da Matemática	2
Objectivos gerais do ensino da Matemática	4
Temas matemáticos e Capacidades transversais	7
Orientações metodológicas gerais	9
Gestão curricular	11
Avaliação	12
1.º ciclo	14
2.º ciclo	33
3.º ciclo	49
Quadros temáticos	66
Bibliografia e recursos	70

## Introdução

O presente documento constitui um reajustamento do Programa de Matemática para o ensino básico, datado do início dos anos noventa (1990 para o 1.º ciclo e 1991 para o 2.º e 3.º ciclos), desde há muito que necessitava de ser revisto. A publicação, em 2001, do *Currículo Nacional do Ensino Básico* que introduziu modificações curriculares importantes em relação àquele programa - em particular nas finalidades e objectivos de aprendizagem, valorizando a noção de competência matemática, e na forma como apresenta os temas matemáticos a abordar - o desenvolvimento do conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática nos últimos quinze anos, e, a necessidade de melhorar a articulação entre os programas dos três ciclos são algumas das razões que justificavam a sua revisão.

A necessidade de uma intervenção urgente, que corrigisse os principais problemas existentes, determinou que em vez de um programa radicalmente novo se procedesse a um reajustamento, tomando como ponto de partida o anterior. Assumindo que constituiu, na época em que foi elaborado, um passo em frente na actualização das orientações para o ensino da Matemática em Portugal, procura-se agora aperfeiçoá-lo.

Este programa começa por apresentar as Finalidades e Objectivos gerais para o ensino da Matemática que definem as principais metas para esse ensino e que são comuns aos três ciclos do ensino básico. Segue-se a apresentação dos Temas matemáticos e Capacidades transversais que são trabalhados nos três ciclos de escolaridade. As Orientações metodológicas gerais e as indicações para a Gestão curricular e para a Avaliação, igualmente dirigidas aos três ciclos, são apresentadas a seguir, também em pontos a elas inteiramente dedicados. Vêm depois, sucessivamente, as indicações programáticas relativas a cada um dos ciclos onde, em cada tema, se indicam os principais tópicos, objectivos de aprendizagem e indicações metodológicas específicas de cada ciclo. No final, consta uma bibliografia de apoio ao aprofundamento de questões abordadas neste programa e são indicados alguns recursos.

O facto de se tratar de um reajustamento não obsteu a que se introduzissem mudanças significativas em alguns aspectos. Em primeiro lugar, nas Finalidades e Objectivos gerais para o ensino da Matemática, elementos estruturantes fundamentais de qualquer programa, são apresentadas formulações completamente novas que procuram melhorar quer a clareza e o conteúdo do que é proposto como principais metas para o ensino e aprendizagem da Matemática no ensino básico, quer a sua articulação interna e com o que a este respeito está consagrado no *Currículo Nacional*.

Em segundo lugar, o programa assume a necessidade de se indicarem, para além dos temas matemáticos, três capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática – a Resolução de problemas, o Raciocínio matemático e a Comunicação matemática – que devem merecer uma atenção permanente no ensino, apresentando-as de forma desenvolvida num espaço próprio, com a explicitação de objectivos gerais e específicos de aprendizagem relativos a cada uma dessas capacidades.

Em terceiro lugar, o programa assume que o ensino-aprendizagem se desenvolve em torno de quatro eixos fundamentais: o trabalho com os números e operações, o pensamento algébrico, o pensamento geométrico e o trabalho com dados. Deste modo, a Álgebra é introduzida como tema programático nos 2.º e 3.º ciclos, e no 1.º ciclo tem já lugar uma iniciação ao pensamento algébrico. Para além disso, a Organização e tratamento de dados é reforçada em todos os ciclos e os Números e a Geometria são reestruturados tendo em vista uma maior coerência ao longo dos três ciclos.

Em cada ciclo, na introdução de cada tema matemático e das capacidades transversais, é apresentada a articulação entre o programa do ciclo em questão e o do ciclo anterior relativa a esse tema ou capacidade. Seguem-se o propósito principal de ensino e os objectivos gerais de aprendizagem (desse tema ou capacidade), as indicações metodológicas (específicas do tema ou capacidade) e os respectivos tópicos e objectivos específicos de aprendizagem.

O propósito principal de ensino constitui a orientação principal de fundo que deve nortear o ensino respeitante ao tema ou capacidade respectiva, enquanto que os objectivos gerais de aprendizagem estabelecem as metas principais que se espera que o aluno atinja com a sua aprendizagem matemática nesse tema ou capacidade. As indicações metodológicas referem-se sobretudo à abordagem geral do tema ou capacidade, às tarefas de aprendizagem e recursos a usar, e a aspectos do ensino de alguns

conceitos ou assuntos específicos do tema. Os tópicos e objectivos associados constituem uma clarificação dos assuntos que devem ser trabalhados no âmbito do respectivo tema ou capacidade, sendo complementados por notas que procuram esclarecer o seu alcance e proporcionar sugestões metodológicas para o professor.

Os tópicos matemáticos são apresentados de forma sistematizada e sintética e, na maior parte dos casos, o seu tratamento em sala de aula terá de seguir uma lógica muito diferente da que orienta a sua apresentação no programa. Este não deve, assim, ser lido como um guia directo para o trabalho do professor em cada tema, mas sim como uma especificação dos assuntos que devem ser trabalhados e dos objectivos gerais e específicos a atingir.

Finalmente, é de referir que este programa se organiza por ciclos de escolaridade e não por anos, mantendo neste aspecto continuidade com o programa anterior do 2.º e 3.º ciclos<sup>1</sup>. No caso do 1.º ciclo, o presente programa está estruturado em duas etapas (1.º - 2.º anos e 3.º - 4.º anos) por se entender que é uma forma de organização mais adequada para este nível de ensino. Não se apresenta aqui um roteiro possível dos temas e tópicos a trabalhar por se considerar que na sua definição as escolas e agrupamentos têm um papel importante a desempenhar.

## Finalidades do ensino da Matemática

A Matemática é uma das ciências mais antigas e é igualmente das mais antigas disciplinas escolares, tendo sempre ocupado, ao longo dos tempos, um lugar de relevo no currículo. A Matemática não é uma ciência sobre o mundo, natural ou social, no sentido em que o são algumas das outras ciências, mas sim uma ciência que lida com objectos e relações abstractas. É, para além disso, uma linguagem que nos permite elaborar uma compreensão e representação desse mundo, e um instrumento que proporciona formas de agir sobre ele para resolver problemas que se nos deparam e de prever e controlar os resultados da acção que realizarmos.

Contar e medir terão estado porventura entre as primeiras manifestações do que hoje chamamos actividade matemática, e foi sendo progressivamente alargada desde que a Matemática se constituiu como domínio autónomo ao estudo dos números e operações, das formas geométricas, das estruturas e regularidades, da variação, do acaso e da incerteza. Nesta actividade, a resolução e formulação de problemas, a formulação e teste de conjecturas, a generalização e a demonstração, e a elaboração e refinamento de modelos são algumas das suas dimensões principais. A abstracção e a formalização, e a argumentação lógica e o raciocínio demonstrativo, têm nela um lugar de relevo, sobretudo na fase final de organização, sistematização e apresentação dos resultados conseguidos. Todavia, no seu desenvolvimento criativo, a actividade matemática convoca recursos e capacidades cognitivas diversas como o raciocínio plausível, a imaginação e a intuição necessários à produção de conhecimento matemático.

A Matemática tem-se desenvolvido quer na resposta a solicitações internas e sobretudo pelo esforço na resolução de problemas que lhe são próprios, quer também, como muitos exemplos da sua história ilustram, na resposta a solicitações de outras ciências e aos problemas que elas colocam. Estas solicitações exteriores têm, em muitos momentos, constituído inspiração e motor do desenvolvimento da Matemática, nuns casos conduzindo à elaboração de modelos para resolver o problema colocado, em outros casos levando mesmo à incorporação, na Matemática, de elementos que lhe são externos. É esta dupla fonte do conhecimento matemático, e a relação de reciprocidade entre a Matemática e as outras ciências, que é frequentemente reconhecida como garantia da sua vitalidade.

Na sua história, como em todas as ciências, a Matemática sofreu uma grande evolução nos seus métodos, processos e técnicas, na sua organização, na sua relação com outras áreas da actividade

---

<sup>1</sup> O entendimento usual que o programa anterior está organizado por anos e não por ciclos decorre de uma confusão entre o "Programa" e o "Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem", que constitui uma proposta de roteiro que, essa sim, se organiza por anos de escolaridade. A publicação deste último documento em volume separado, com uma identificação de certo modo ambígua, terá contribuído para essa confusão.

humana e no alcance e importância das suas aplicações e, naturalmente, na quantidade e diversidade das áreas que a constituem. A Matemática, podemos dizer, sempre permeou a actividade humana e contribuiu para o seu desenvolvimento e são hoje múltiplos e variados os seus domínios internos, como são múltiplos e variados os domínios externos em que é aplicada. Hoje, mais do que nunca, está presente em todos os ramos da ciência e tecnologia, em diversos campos da arte, em muitas profissões e sectores da actividade de todos os dias.

Por isso hoje, certamente também mais do que nunca, se exige da escola uma formação sólida em Matemática para todos os alunos: uma formação que permita aos alunos compreender e utilizar a Matemática, desde logo ao longo do percurso escolar de cada um, nas diferentes disciplinas em que ela é necessária, mas igualmente depois da escolaridade, na profissão e na vida pessoal e em sociedade; uma formação que promova nos alunos uma visão adequada da Matemática e da actividade matemática, bem como o reconhecimento do seu contributo para o desenvolvimento científico e tecnológico e da sua importância cultural e social em geral; e, ainda, uma formação que também promova nos alunos uma relação positiva com a disciplina e a confiança nas suas capacidades pessoais para trabalhar com ela.

Assim, a disciplina de Matemática no ensino básico deve contribuir para o desenvolvimento pessoal do aluno, deve proporcionar a formação matemática necessária a outras disciplinas e ao prosseguimento dos estudos — em outras áreas e na própria Matemática — e deve contribuir, também, para sua plena realização na participação e desempenho sociais e na aprendizagem ao longo da vida.

Com este entendimento, o ensino da Matemática, ao longo dos três ciclos da escolaridade básica, deve ser orientado por duas finalidades fundamentais:

a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.

Esta finalidade deve ser entendida como incluindo o desenvolvimento nos alunos da:

- compreensão de conceitos, relações, métodos e procedimentos matemáticos e da capacidade de os utilizar na análise, interpretação e resolução de situações em contexto matemático e não matemático;
- capacidade de analisar informação e de resolver e formular problemas, incluindo os que envolvem processos de modelação matemática;
- capacidade de abstracção e generalização e de compreender e elaborar argumentações matemáticas e raciocínios lógicos;
- capacidade de comunicar em Matemática, oralmente e por escrito, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões a que chega.

b) Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.

Esta finalidade deve ser entendida como incluindo o desenvolvimento nos alunos de:

- autoconfiança nos seus conhecimentos e capacidades matemáticas, e autonomia e desembaraço na sua utilização;
- à-vontade e segurança em lidar com situações que envolvam Matemática na vida escolar, corrente, ou profissional;
- interesse pela Matemática e em partilhar aspectos da sua experiência nesta ciência;
- compreensão da Matemática como elemento da cultura humana, incluindo aspectos da sua história;
- capacidade de reconhecer e valorizar o papel da Matemática nos vários sectores da vida social e em particular no desenvolvimento tecnológico e científico;
- capacidade de apreciar aspectos estéticos da Matemática.

## Objectivos gerais do ensino da Matemática

Às finalidades enunciadas para o ensino da Matemática associa-se um conjunto de objectivos gerais para esse ensino, igualmente formulados em termos de resultados esperados por parte dos alunos, mas de uma forma mais específica. Os objectivos gerais propostos contemplam, no seu conjunto, o desenvolvimento de conhecimentos, capacidades e atitudes mas, diferentemente dos programas de 1991, não são apresentados em categorias separadas, por se considerar que deste modo se favorece uma visão integradora destes três domínios.

Os objectivos gerais, numa formulação mais próxima do trabalho na disciplina, pretendem clarificar o significado e alcance das finalidades enunciadas, procuram tornar mais explícito o que se espera da aprendizagem dos alunos, valorizando as dimensões dessa aprendizagem relacionadas com a representação, comunicação e raciocínio em Matemática, a resolução de problemas e as conexões matemáticas, e a compreensão e disposição para usar e apreciar a Matemática em contextos diversos. Com este entendimento, o ensino desta disciplina nos três ciclos da escolaridade básica deve ter em vista os seguintes objectivos gerais:

1. Os alunos devem *conhecer os factos e procedimentos básicos* da Matemática. Isto é, devem ser capazes de:

- ter presente e usar adequadamente as convenções matemáticas, incluindo a terminologia e as notações;
- efectuar procedimentos e algoritmos de cálculo rotineiros;
- reconhecer as figuras geométricas básicas;
- efectuar medições e realizar construções geométricas com um grau de precisão adequado;
- usar instrumentos matemáticos tais como réguas, esquadros, compassos, transferidores, e também calculadoras e computadores.

Os alunos devem possuir a informação matemática básica necessária para o trabalho na disciplina pronta a ser utilizada. Além disso, devem ser capazes de realizar os procedimentos e algoritmos básicos e de usar os instrumentos apropriados. Esta informação e estas capacidades são da ordem do “saber” e do “saber-fazer” e não devem ser vistas apenas como fins em si mesmas, mas sobretudo como meios para apoiar a compreensão da Matemática por parte dos alunos, auxiliá-los na sua aplicação e favorecer a sua apreciação.

2. Os alunos devem desenvolver uma *compreensão* da Matemática. Isto é, devem ser capazes de:

- entender o significado dos conceitos, relacionando-os com outros conceitos matemáticos e não matemáticos;
- perceber a razão de ser dos algoritmos e procedimentos de rotina;
- reconhecer regularidades e compreender relações;
- acompanhar e analisar um raciocínio ou estratégia matemática.

Este objectivo é da ordem do “saber porquê” e deve ser prosseguido a cada momento da aprendizagem. A compreensão das ideias matemáticas por parte dos alunos deve ser procurada no momento da sua aprendizagem e não apenas, eventualmente, em momentos posteriores. Os alunos devem compreender conceitos, algoritmos, procedimentos e relações, e perceber a Matemática como uma disciplina lógica e coerente.

3. Os alunos devem ser capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas *representações*. Isto é, devem ser capazes de:

- ler e interpretar representações simbólicas, pictóricas, tabelas e gráficos, e apresentar adequadamente informação em qualquer destas formas de representação;
- traduzir informação apresentada numa forma de representação para outra, em particular traduzir para termos matemáticos informação apresentada em linguagem natural;
- elaborar e usar representações para registar, organizar e comunicar ideias matemáticas;
- usar representações para modelar, interpretar e analisar situações matemáticas e não matemáticas, incluindo fenómenos naturais ou sociais.

Os alunos devem conhecer e compreender os diferentes tipos de representações, ser capazes de as utilizar em diferentes situações e de seleccionar a representação mais adequada à situação.

4. Os alunos devem ser capazes de *comunicar* as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático. Isto é, devem ser capazes de:

- interpretar enunciados matemáticos formulados oralmente e por escrito;
- usar a linguagem matemática para expressar as ideias matemáticas com precisão;
- descrever e explicar, oralmente e por escrito, as estratégias e procedimentos matemáticos que utilizam e os resultados a que chegam;
- argumentar e discutir as argumentações de outros.

Os alunos devem ser capazes de, oralmente e por escrito, descrever a sua compreensão matemática e os procedimentos matemáticos que utilizam. Devem, igualmente, explicar o seu raciocínio, bem como interpretar e analisar a informação que lhes é transmitida por diversos meios. Estas capacidades desenvolvem-se comunicando por uma variedade de formas e aperfeiçoando os seus processos de comunicação.

5. Os alunos devem ser capazes de *raciocinar matematicamente* usando os conceitos, representações e procedimentos matemáticos. Isto é, devem ser capazes de:

- seleccionar e usar fórmulas e métodos matemáticos para processar informação;
- reconhecer e apresentar generalizações matemáticas e exemplos e contra-exemplos de uma afirmação;
- justificar os raciocínios que elaboram e as conclusões a que chegam;
- compreender o que constitui uma justificação e uma demonstração em Matemática e usar vários tipos de raciocínio e formas de demonstração;
- desenvolver e discutir argumentos matemáticos;
- formular e investigar conjecturas matemáticas.

Os alunos devem aprender a justificar as suas afirmações desde o início da escolaridade recorrendo a exemplos específicos. À medida que os alunos progredem nos diversos ciclos de ensino as suas justificações devem ser mais gerais, distinguindo entre exemplos e argumentos matemáticos gerais para toda uma classe de objectos.

6. Os alunos devem ser capazes de *resolver problemas*. Isto é, devem ser capazes de:

- compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos e de os resolver utilizando estratégias apropriadas;
- apreciar a plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação ao contexto das soluções a que chegam;
- monitorizar o seu trabalho e reflectir sobre a adequação das suas estratégias, reconhecendo situações em que podem ser utilizadas estratégias diferentes;
- formular problemas.

A resolução de problemas é uma actividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático. Neste processo, os alunos devem compreender que um problema matemático, frequentemente, pode ser resolvido através de diferentes estratégias e dar atenção à análise retrospectiva da sua resolução e apreciação das soluções que obtêm.

7. Os alunos devem ser capazes de *estabelecer conexões* entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas. Isto é, devem ser capazes de:

- identificar e usar conexões entre ideias matemáticas;
- compreender como as ideias matemáticas se inter-relacionam, constituindo um todo;
- reconhecer e aplicar ideias matemáticas em contextos não matemáticos, construindo modelos matemáticos simples.

Os alunos devem reconhecer a Matemática como um todo integrado, estabelecendo conexões entre aquilo que já aprenderam e aquilo que estão a aprender em cada momento, mas também ser capazes de a usar em contextos não matemáticos. O estabelecimento de conexões é essencial para uma aprendizagem da Matemática com compreensão e para o desenvolvimento da capacidade de a utilizar e apreciar.

8. Os alunos devem ser capazes de *fazer Matemática* de modo autónomo. Isto é, devem ser capazes de:

- organizar informação por eles recolhida;
- identificar por si próprios questões e problemas em contextos variados e de os resolver autonomamente;
- explorar regularidades e formular e investigar conjecturas matemáticas.

Não se espera, naturalmente, que os alunos descubram ou inventem novos resultados matemáticos significativos. Espera-se, isso sim, que sejam capazes de realizar actividades matemáticas com autonomia, tanto na resolução de problemas como na exploração de regularidades, formulando e testando conjecturas, sendo capazes de as analisar e sustentar. Deste modo, poderão sentir-se mais envolvidos na elaboração do seu conhecimento matemático e conseguir uma apropriação mais profunda desse conhecimento.

9. Os alunos devem ser capazes de *apreciar a Matemática*. Isto é, devem ser capazes de:

- reconhecer a importância da Matemática em outras disciplinas escolares e na vida diária;
- predispor-se a usar ideias e métodos matemáticos em situações do seu quotidiano e aplicá-las com sucesso;
- partilhar as suas experiências matemáticas;
- reconhecer a beleza das formas, regularidades e estruturas matemáticas;
- mostrar conhecimento da História da Matemática e ter apreço pelo seu contributo para a cultura e para o desenvolvimento da sociedade contemporânea.

Os alunos devem desenvolver uma predisposição para usar a Matemática em contexto escolar e não escolar, apreciar os seus aspectos estéticos, desenvolver uma visão adequada à natureza desta ciência e uma perspectiva positiva sobre o seu papel e utilização. A compreensão dos conceitos e relações matemáticas, o estímulo e desafio que tarefas com carácter problemático podem proporcionar, e o envolvimento na exploração de regularidades, formas e relações matemáticas, são elementos muito importantes para o desenvolvimento deste tipo de atitudes. Por outro lado, a História da Matemática pode evidenciar o desenvolvimento de determinadas ideias matemáticas, apresentando-a como uma ciência viva e em evolução.

Estes objectivos gerais interligam-se profundamente e não envolvem uma relação de ordem entre si. Por exemplo, se o conhecimento de factos básicos é uma condição para a compreensão da Matemática,



também é verdade que a compreensão da Matemática contribui para um mais sólido conhecimento dos factos básicos. O desenvolvimento da capacidade de comunicação favorece o conhecimento de factos básicos e a sua compreensão, tal como favorece o desenvolvimento do raciocínio e da capacidade de resolução de problemas, mas também é verdade que o desenvolvimento destas capacidades favorece o desenvolvimento da capacidade de comunicação por parte do aluno. Por fim, os três últimos objectivos têm uma forte ligação com todos os outros e contribuem igualmente para o seu reforço e aprofundamento.

## Temas matemáticos e Capacidades transversais

Este programa estrutura-se, ao longo dos ciclos, em quatro grandes temas: Números e operações, Álgebra, Geometria e Organização e tratamento de dados. No entanto, no 1.º ciclo do ensino básico não surge o tema da Álgebra — embora haja objectivos de cunho algébrico em outros temas deste ciclo — e a Geometria está associada à Medida.

O tema Números e operações surge em todos os ciclos. O seu estudo tem por base três ideias fundamentais: promover a compreensão dos números e operações, desenvolver o sentido de número e desenvolver a fluência no cálculo. Uma alteração importante em relação ao programa anterior é que as representações fraccionária e decimal dos números racionais surgem agora em paralelo. Em cada situação o aluno deve ser capaz de usar a representação mais adequada, mas deve igualmente ser capaz de passar com facilidade de uma representação para outra. Além disso, a representação dos números na recta numérica adquire também uma importância significativa. O desenvolvimento do cálculo mental, da capacidade de estimação e do uso de valores aproximados são objectivos igualmente valorizados.

As ideias algébricas aparecem logo no 1.º ciclo no trabalho com sequências, ao estabelecerem-se relações entre números e entre números e operações, e ainda no estudo de propriedades geométricas como a simetria. No 2.º ciclo, a Álgebra já aparece como um tema matemático individualizado, aprofundando-se o estudo de relações e regularidades e da proporcionalidade directa como igualdade entre duas razões. Finalmente, no 3.º ciclo, institucionaliza-se o uso da linguagem algébrica, trabalha-se com expressões, equações, inequações e funções, procurando desenvolver no aluno a capacidade de lidar com diversos tipos de relações matemáticas e estudar situações de variação em contextos significativos. A alteração mais significativa em relação ao programa anterior é o estabelecimento de um percurso de aprendizagem prévio no 1.º e 2.º ciclos que possibilite um maior sucesso na aprendizagem posterior, com a consideração da Álgebra como forma de pensamento matemático, desde os primeiros anos.

A Geometria está também presente nos três ciclos e tem como ideia central o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos. O estudo das figuras geométricas bi e tridimensionais continua a ter um papel importante neste tema. Este estudo começa no 1.º ciclo, no 2.º ciclo os alunos são já chamados a relacionar propriedades geométricas, e no 3.º ciclo surgem situações de raciocínio hipotético-dedutivo proporcionando aos alunos um primeiro contacto com este modo de pensamento. Uma alteração de relevo em relação ao programa anterior é que se estudam logo desde o 1.º ciclo diversas transformações geométricas, primeiro de forma intuitiva e depois com crescente formalização. A Medida tem um peso importante no 1.º ciclo, que decresce nos ciclos seguintes, mas sendo um tema bastante rico do ponto de vista das conexões entre temas matemáticos e com situações não matemáticas, deve ser trabalhado ao longo dos ciclos.

O tema Organização e tratamento de dados merece destaque neste programa e é explicitamente referido nos três ciclos, incluindo as duas etapas do 1.º ciclo. O presente programa vai mais longe que o anterior na complexidade dos conjuntos de dados a analisar, nas medidas de tendência central e de dispersão a usar, nas formas de representação de dados a aprender e no trabalho de planeamento, concretização e análise de resultados de estudos estatísticos.

Por outro lado, como já se referiu, o programa destaca três grandes capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática: a Resolução de problemas, o Raciocínio matemático e a Comunicação

matemática. A Resolução de problemas é vista neste programa como uma capacidade matemática fundamental, considerando-se que os alunos devem adquirir desembaraço a lidar com problemas matemáticos e também com problemas relativos a contextos do seu dia-a-dia e de outros domínios do saber. Trata-se de ser capaz de resolver e de formular problemas, e de analisar diferentes estratégias e efeitos de alterações no enunciado de um problema. A resolução de problemas não só é um importante objectivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma actividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos.

O Raciocínio matemático é outra capacidade fundamental, envolvendo a formulação e teste de conjecturas e, numa fase mais avançada, a sua demonstração. Os alunos devem compreender o que é uma generalização, um caso particular e um contra-exemplo. Além disso, o raciocínio matemático envolve a construção de cadeias argumentativas que começam pela simples justificação de passos e operações na resolução de uma tarefa e evoluem progressivamente para argumentações mais complexas, recorrendo à linguagem dos Números, da Álgebra e da Geometria. No fim do 3.º ciclo, os alunos devem ser capazes de distinguir entre raciocínio indutivo e dedutivo e reconhecer diferentes métodos de demonstração.

Finalmente, a Comunicação matemática é uma outra capacidade transversal a todo o trabalho na disciplina de Matemática a que este programa dá realce. A comunicação envolve as vertentes oral e escrita, incluindo o domínio progressivo da linguagem simbólica própria da Matemática. O aluno deve ser capaz de expressar as suas ideias, mas também de interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas e de participar de forma construtiva em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos. A comunicação oral tem lugar tanto em situações de discussão na turma como no trabalho em pequenos grupos, e os registos escritos, nomeadamente no que diz respeito à elaboração de relatórios associados à realização de tarefas e de pequenos textos sobre assuntos matemáticos, promovem a comunicação escrita. O desenvolvimento da capacidade de comunicação por parte do aluno, é assim considerado um objectivo curricular importante e a criação de oportunidades de comunicação adequadas é assumida como uma vertente essencial no trabalho que se realiza na sala de aula.

Para além destas capacidades, sobre as quais directa ou indirectamente se têm debruçado numerosas experiências curriculares em Portugal, este programa valoriza também outras capacidades como as de representação e de estabelecimento de conexões dentro e fora da Matemática, contempladas quer no trabalho com as capacidades transversais apresentadas neste ponto, quer no trabalho com os diversos temas matemáticos.

No 1.º ciclo, os tópicos e objectivos específicos estão distribuídos em duas etapas, 1.º- 2.º anos e 3.º- 4.º anos. Trata-se de uma evolução do programa anterior – que estabelece temas e objectivos por ano de escolaridade – no sentido da flexibilidade e que pretende dar uma orientação geral que deve ser adaptada à realidade de cada turma, escola ou agrupamento.

## **Orientações metodológicas gerais**

A aprendizagem da Matemática decorre do trabalho realizado pelo aluno e este é estruturado, em grande medida, pelas tarefas propostas pelo professor. Como indica o *Currículo Nacional*, o aluno deve ter diversos tipos de experiências matemáticas, nomeadamente resolvendo problemas, realizando actividades de investigação, desenvolvendo projectos, participando em jogos e ainda resolvendo exercícios que proporcionem uma prática compreensiva de procedimentos. Por isso, o professor deve propor aos alunos a realização de diferentes tipos de tarefas, dando-lhes uma indicação clara das suas expectativas em relação ao que espera do seu trabalho, e apoiando-os na sua realização. Para além da realização das tarefas propriamente ditas, o ensino-aprendizagem tem de prever momentos para confronto de resultados, discussão de estratégias e institucionalização de conceitos e representações

matemáticas. Ouvir e praticar são actividades importantes na aprendizagem da Matemática mas, ao seu lado, o fazer, o argumentar e o discutir surgem com importância crescente nessa aprendizagem.

As situações a propor aos alunos, tanto numa fase de exploração de um conceito como na fase de consolidação e aprofundamento, devem envolver contextos matemáticos e não matemáticos e incluir outras áreas do saber e situações do quotidiano dos alunos. É importante que essas situações sejam apresentadas de modo realista e sem artificialidade, permitindo capitalizar o conhecimento prévio dos alunos. As situações de contextos menos conhecidos precisam de ser devidamente explicadas, de modo a não se constituírem como obstáculos à aprendizagem. A capacidade de utilizar ideias e processos matemáticos para lidar com problemas e situações contextualizadas é essencial, mas os alunos precisam de saber trabalhar igualmente em contextos puramente matemáticos, sejam de índole numérica, geométrica ou algébrica.

Desenvolver a capacidade de resolução de problemas e promover o raciocínio e a comunicação matemáticos, para além de constituírem objectivos de aprendizagem centrais neste programa, constituem também importantes orientações metodológicas para estruturar as actividades a realizar em aula. Isso significa que o professor deve proporcionar situações frequentes em que os alunos possam resolver problemas, analisar e reflectir sobre as suas resoluções e as resoluções dos colegas. Significa igualmente que o professor deve dar atenção aos raciocínios dos alunos, valorizando-os, procurando que eles os explicitem com clareza, que analisem e reajam aos raciocínios dos colegas. A comunicação deve ter também um lugar destacado na prática lectiva do professor. Através da discussão oral na aula, os alunos confrontam as suas estratégias de resolução de problemas e identificam os raciocínios produzidos pelos seus colegas. Através da escrita de textos, os alunos têm oportunidade de clarificar e elaborar de modo mais aprofundado as suas estratégias e os seus argumentos, desenvolvendo a sua sensibilidade para a importância do rigor no uso da linguagem matemática.

Para além destas orientações metodológicas, há outras que assumem igualmente um papel importante neste programa e que dizem respeito às representações, à exploração de conexões, ao uso de recursos, à valorização do cálculo mental, da História da Matemática e do papel da Matemática no mundo actual, bem como às diferentes formas de trabalho na sala de aula. As representações matemáticas desempenham um papel importante em toda a aprendizagem desta disciplina, e o trabalho com os conceitos matemáticos mais importantes deve envolver, sempre que possível, mais do que uma forma de representação. Os alunos necessitam, por isso, de adquirir desembaraço a lidar com diversos tipos de representação matemática no trabalho com os números e as operações aritméticas, os objectos geométricos, os dados estatísticos, o simbolismo algébrico e a representação cartesiana ou outros tipos de gráficos, tabelas, diagramas e esquemas. Os alunos têm de compreender que existe uma variedade de representações para as ideias matemáticas, e a capacidade de passar informação de uma forma de representação para outra é tão importante como saber reconhecer as convenções inerentes a cada tipo de representação e interpretar a informação apresentada. Antes das representações simbólicas, muitas vezes é apropriado usar representações icónicas. Os alunos podem sentir a necessidade de representar os objectos e relações matemáticas, começando por desenvolver para isso as suas próprias representações não convencionais. À medida que o trabalho prossegue, o professor tem de fazer sentir a necessidade de uma linguagem partilhada, introduzindo progressivamente as representações matemáticas convencionais.

A exploração de conexões entre ideias matemáticas, e entre ideias matemáticas e ideias referentes a outros campos do conhecimento ou a situações próximas do dia-a-dia do aluno, constitui também uma orientação metodológica importante. Os alunos têm de compreender como os conhecimentos matemáticos se relacionam entre si, ser capazes de usar a linguagem numérica e algébrica na resolução de problemas geométricos, nos mais diversos contextos.

A aprendizagem da Matemática inclui sempre vários recursos. Os alunos devem utilizar materiais manipuláveis na aprendizagem de diversos conceitos, principalmente no 1.º ciclo. Na Geometria é ainda essencial o uso de instrumentos como a régua, esquadro, compasso e transferidor, muitas vezes também úteis no estudo de outros temas. Ao longo de todos os ciclos, os alunos devem usar calculadoras e computadores na realização de cálculos complexos, na representação de informação e na representação de objectos geométricos. O seu uso é particularmente importante na resolução de problemas e na exploração de situações, casos em que os cálculos e os procedimentos de rotina não constituem objectivo prioritário de aprendizagem, e a atenção se deve centrar nas condições da situação, nas

estratégias de resolução e na interpretação e avaliação dos resultados. A calculadora e o computador não devem ser usados para a realização de cálculos imediatos ou em substituição de cálculo mental. Os manuais escolares são também um recurso de aprendizagem importante que serve de referência permanente para o aluno, devendo ser escolhidos tendo em atenção a sua qualidade científico-didáctica, mas também a qualidade discursiva e de construção da cidadania.

O cálculo mental tem de ser desenvolvido desde o início do 1.º ciclo e está intimamente relacionado com o desenvolvimento do sentido de número. Existem múltiplas situações no dia-a-dia da sala de aula que permitem trabalhá-lo. Em situações que envolvem dinheiro, tempo, massa ou distâncias, a destreza de cálculo é essencial para a manutenção de uma forte relação com os números, para que os alunos sejam capazes de olhar para eles criticamente e interpretá-los de modo apropriado. O cálculo mental caracteriza-se por: (i) trabalhar com números e não com algarismos; (ii) usar as propriedades das operações e as relações entre números; (iii) implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos numéricos elementares; e (iv) permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação. Existem diferentes estratégias de cálculo mental que devem constituir objectivos de aprendizagem na aula de Matemática, pois quanto maior for o desenvolvimento das estratégias de cálculo mental mais à-vontade se sentirá o aluno no uso de estratégias de cálculo mais convencionais como os algoritmos das quatro operações. Uma boa capacidade de cálculo mental permite aos alunos seguirem as suas próprias abordagens, usarem as suas próprias referências numéricas e adoptarem o seu próprio grau de simplificação de cálculos, permite-lhes também desenvolver a sua capacidade de estimação e usá-la na análise da razoabilidade dos resultados dos problemas. A discussão na turma dos vários tipos de estratégias desenvolvidas pelos alunos ajuda-os a construir um repertório de estratégias com os seus próprios limites e flexibilidade e ensina-os, também, a decidir quais são os seus registos mais apropriados e proveitosos.

Tal como refere o *Currículo Nacional*, os alunos devem contactar com aspectos da História da Matemática e reconhecer o papel da Matemática no desenvolvimento da tecnologia e em várias técnicas. Na História da Matemática devem salientar-se o contributo de diversos povos e civilizações para o desenvolvimento desta ciência, a sua relação com os grandes problemas científicos e técnicos de cada época, o seu contributo para o progresso da sociedade, e a sua própria evolução em termos de notações, representações e conceitos, proporcionando uma perspectiva dinâmica sobre a Matemática e o seu papel na sociedade. Para além da perspectiva histórica, a apresentação do papel da Matemática na ciência e tecnologia da sociedade actual deve também ser valorizado, com referência a domínios tão diversos como as ciências da natureza, as ciências sociais e humanas, a saúde, o desporto e a arte.

Em cada ciclo e ao longo do ensino básico, os vários temas devem ser abordados de modo interligado, retomando-se os conceitos fundamentais de forma progressivamente mais aprofundada (abordagem em espiral).

A aprendizagem da Matemática pressupõe que os alunos trabalhem de diferentes formas na sala de aula. O trabalho individual é importante, tanto na sala de aula como fora dela. O aluno deve procurar ler, interpretar e resolver tarefas matemáticas sozinho, bem como ler, interpretar e redigir textos matemáticos. Em muitas situações, na sala de aula, os alunos também trabalham em pares que é um modo de organização particularmente adequado na resolução de pequenas tarefas, permitindo que os alunos troquem impressões entre si, esclareçam dúvidas e partilhem informações. A organização em grupo é especialmente adequada no desenvolvimento de pequenos projectos que possibilitam uma divisão de tarefas pelos diversos alunos, muito pertinentes, por exemplo, no tema Organização e tratamento de dados ou em tarefas de cunho transversal, como num estudo sobre História da Matemática ou o uso da Matemática num domínio de actividade da sociedade actual. Para isso, é necessário sensibilizar os alunos para a importância da definição de objectivos comuns, a estruturação e calendarização do trabalho, tomada de iniciativas e assunção de responsabilidades, procurando desenvolver neles tanto a sua autonomia como o espírito de colaboração. O trabalho em grupo também pode ser muito produtivo na resolução de um problema ou na realização de uma investigação matemática. Finalmente, o trabalho colectivo em turma é muito importante para proporcionar momentos de partilha e discussão bem como para a sistematização e institucionalização de conhecimentos e ideias matemáticas, devendo o professor criar condições para uma efectiva participação da generalidade dos alunos nestes momentos de trabalho.

## Gestão curricular

A gestão curricular tem a ver com a forma como o conjunto dos professores da escola ou agrupamento interpreta e desenvolve o currículo tendo em conta as características dos seus alunos, os recursos existentes, as condições da sua escola e o contexto social e escolar. Ao fazerem a gestão curricular, os professores analisam os temas matemáticos a leccionar, bem como os objectivos de aprendizagem da Matemática (gerais e específicos) definidos no programa para o ciclo, distribuindo-os pelos anos, períodos lectivos, unidades curriculares e aulas. Os objectivos de aprendizagem da Matemática envolvem o conhecimento dos conceitos matemáticos, modos de os representar e utilizar, as conexões com outros conceitos já tratados, o domínio dos procedimentos e a resolução de problemas e formas de raciocinar e comunicar. Os professores planeiam a sua prática lectiva ao nível macro quando planificam para todo o ano ou para um período lectivo alargado. Planeiam num nível micro quando planificam uma dada unidade e mais particularmente uma aula.

Concretizando as decisões tomadas colectivamente na sua escola ou agrupamento de escolas, cada professor planifica o trabalho a realizar com os seus alunos, devendo ainda ter em conta as finalidades do ensino da Matemática no ensino básico, os objectivos gerais definidos para este nível de escolaridade e aquilo que foram as aprendizagens dos alunos no ano ou ciclo anterior. A relação com as outras disciplinas ou áreas disciplinares é outro aspecto a que o professor deve dar atenção quando planifica. Ao longo do ano (e do ciclo), devem, também, ser contemplados no trabalho lectivo o desenvolvimento da autonomia e do sentido de responsabilidade e de cooperação tal como previsto no *Currículo Nacional*.

Toda a planificação realizada pelo professor tem, implícita ou explicitamente, uma estratégia de ensino. Esta estratégia materializa-se na actividade do professor – o que ele vai fazer – e na actividade do aluno – o que o professor espera que o aluno faça – e tem de prever um tempo para a realização dessas actividades. A planificação detalhada do professor deve prever vários momentos de trabalho e a utilização de diferentes tipos de tarefas. A diversificação de tarefas e de experiências de aprendizagem é uma das exigências com que o professor se confronta, e a escolha das que decide propor aos alunos está intimamente ligada com o tipo de abordagem que decide fazer, de cunho essencialmente directo ou transmissivo, ou de carácter mais exploratório. Em qualquer caso, é preciso que as tarefas no seu conjunto proporcionem um percurso de aprendizagem coerente que permita aos alunos a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos em causa, o domínio da linguagem matemática e das representações relevantes, bem como o estabelecimento de conexões dentro da Matemática e entre esta disciplina e outros domínios. Neste processo, são fundamentais os momentos de reflexão, discussão e análise crítica envolvendo os alunos, pois estes aprendem, não só a partir das actividades que realizam, mas sobretudo da reflexão que efectuem sobre essas actividades.

Entre os diferentes recursos que os professores têm ao seu dispor na escola, o manual escolar assume uma presença muito forte. Na verdade o manual define um percurso de aprendizagem que muitas vezes não se adapta às características dos alunos, pelo que os professores têm de definir percursos alternativos, estabelecendo uma ordem diferente na abordagem dos assuntos e seleccionando cuidadosamente as tarefas a propor. Daí a importância de escolher cuidadosamente o manual a usar na escola, que não só deve conter uma grande diversidade de tarefas, como deve também possibilitar diversas formas de trabalho – na aula e fora dela – e permitir a realização de diferentes sequências de aprendizagem.

## Avaliação

Estritamente ligada com a gestão curricular está a avaliação. É através da avaliação que o professor recolhe a informação que lhe permite apreciar o progresso dos alunos na disciplina e, em particular, diagnosticar problemas e insuficiências na sua aprendizagem e no seu trabalho, verificando assim a

necessidade (ou não) de alterar a sua planificação e acção didáctica. A avaliação deve, por isso, fornecer informações relevantes e substantivas sobre o estado das aprendizagens dos alunos, no sentido de ajudar o professor a gerir o processo de ensino-aprendizagem. Neste contexto, é necessária uma avaliação continuada posta ao serviço da gestão curricular de carácter formativo e regulador. Com este entendimento, a avaliação é um instrumento que faz o balanço entre o estado real das aprendizagens do aluno e aquilo que era esperado, ajudando o professor a tomar decisões ao nível da gestão do programa, sempre na perspectiva de uma melhoria da aprendizagem.

Mais especificamente, a avaliação deve:

- ser congruente com o programa, incidindo de modo equilibrado em todos os objectivos curriculares, em particular nos objectivos de cada ciclo ou etapa (no caso do 1.º ciclo) e nos objectivos gerais e finalidades do ensino da Matemática no ensino básico. Também os objectivos gerais do *Currículo Nacional* devem ser considerados no processo de avaliação;
- constituir uma parte integrante do processo de ensino e aprendizagem. Assim, a avaliação é um processo contínuo, dinâmico e em muitos casos informal. Isto significa que, para além dos momentos e tarefas de avaliação formal, a realização das tarefas do dia-a-dia também permite ao professor recolher informação para avaliar o desempenho dos alunos e ajustar a sua prática de ensino;
- usar uma diversidade de formas e instrumentos de avaliação. Na medida em que são diversos os objectivos curriculares a avaliar e os modos como os alunos podem evidenciar os seus conhecimentos, capacidades e atitudes, também devem ser diversas as formas e os instrumentos de avaliação;
- ter predominantemente um propósito formativo, identificando o que os alunos não sabem tendo em vista melhorar a sua aprendizagem, mas valorizando também aquilo que sabem e são capazes de fazer;
- decorrer num clima de confiança em que os erros e as dificuldades dos alunos são encarados por todos de forma natural como pontos de partida para novas aprendizagens;
- ser transparente para os alunos e para as suas famílias, baseando-se no estabelecimento de objectivos claros de aprendizagem. Assim, a forma como o professor aprecia o trabalho dos alunos tem de ser clara para todos, nomeadamente as informações que usa para tomar decisões.

A avaliação informa o professor acerca dos progressos dos alunos e ajuda-o a determinar actividades a realizar com toda a turma e individualmente. O professor deve envolver os alunos no processo de avaliação, auxiliando-os na análise do trabalho que realizam e a tomar decisões para melhorarem a sua aprendizagem. Este procedimento favorece uma visão da avaliação mais propícia à melhoria do ensino e aprendizagem, reforçando as suas potencialidades formativas.

A avaliação sumativa destina-se a fazer um julgamento sobre as aprendizagens dos alunos e tem o seu lugar no fim de um período lectivo ou no final do ano. Esse julgamento pode traduzir-se numa classificação, qualitativa ou numérica, mas avaliar e classificar são acções muito diferentes. A classificação atribuída aos alunos é um valor numa escala unidimensional enquanto que a avaliação implica uma interpretação sobre o grau em que os objectivos foram atingidos e uma tomada de decisão com vista ao futuro.

## Números e operações

### Introdução

Os alunos entram no 1.º ciclo com conhecimentos sobre os números e as suas representações desenvolvidos informalmente na experiência do quotidiano e na educação pré-escolar. Esta experiência propicia situações que envolvem, por exemplo, contagens simples, identificação e enunciado de números, comparação e ordenação numéricas e estabelecimento de relações simples entre números. Este conhecimento e experiência com que os alunos chegam à escolaridade básica obrigatória constitui uma base importante a partir da qual a aprendizagem neste tema deve decorrer, tendo sobretudo em vista o desenvolvimento nos alunos do sentido de número. O sentido de número é aqui entendido como a capacidade para decompor números, usar como referência números particulares, tais como 5, 10, 100 ou  $1/2$ , usar relações entre operações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados (designação, quantidade, localização, ordenação e medida) e reconhecer a grandeza relativa e absoluta de números.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem:

- compreender e ser capazes de usar propriedades dos números naturais e racionais não negativos;
- compreender o sistema de numeração decimal;
- compreender as operações e ser capazes de operar com números naturais e racionais não negativos na representação decimal;
- ser capazes de apreciar ordens de grandeza de números e compreender o efeito das operações;
- ser capazes de estimar e de avaliar a razoabilidade dos resultados;
- desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito;
- ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos.

### Indicações metodológicas

*Abordagem.* O ensino e a aprendizagem dos números e operações, neste ciclo, deve tomar como ponto de partida situações relacionadas com a vida do dia-a-dia. Nas primeiras abordagens ao número é importante proporcionar aos alunos experiências de contagem, incluindo nessas contagens o recurso a modelos estruturados como, por exemplo, cartões com pontos organizados de forma padronizada e não padronizada e objectos dispostos em arranjos diversos. Nestas experiências, a exploração dos processos de contagem utilizados pelos alunos, associados a diferentes possibilidades de estruturar e relacionar os números, contribui para a compreensão das primeiras relações numéricas. Estas relações são estruturantes na compreensão das primeiras operações aritméticas e, além disso, são pilares para o desenvolvimento do sentido de número nos seus múltiplos aspectos. Neste trabalho é importante integrar a compreensão e também a memorização de factos básicos essenciais.

Nos dois primeiros anos, valoriza-se o cálculo numérico na representação horizontal, permitindo que seja levado a cabo um trabalho consistente com os números e as operações ligado ao desenvolvimento do

sentido de número. É necessário proporcionar aos alunos situações diversas que lhes permitam desenvolver o cálculo mental. Para isso, devem ser trabalhadas diferentes estratégias de cálculo baseadas na composição e decomposição de números, nas propriedades das operações e nas relações entre números e entre as operações. Devem ser também praticadas na aula rotinas de cálculo mental, podendo este ser apoiado por registos escritos. Progressivamente, os alunos devem ser capazes de utilizar as suas estratégias de modo flexível e de seleccionar as mais eficazes para cada situação. É também importante que os alunos estimem resultados e ajuízem acerca da sua razoabilidade.

A compreensão do sistema de numeração decimal desenvolve-se gradualmente ao longo do ciclo, integrando a compreensão do valor posicional dos algarismos e da sua estrutura multiplicativa. A abordagem da numeração romana, não sendo um objectivo em si mesmo, pode ter um papel formativo se forem estabelecidas relações entre esse sistema e o sistema de numeração decimal, comparando as características de cada um deles e integrando-os historicamente.

A exploração de situações relacionadas com regularidades de acontecimentos, formas, desenhos e conjuntos de números é importante neste ciclo. Os alunos devem procurar regularidades em sequências de números finitas ou infinitas (estas usualmente chamadas sucessões), e podem também observar padrões de pontos e representá-los tanto geometricamente como numericamente, fazendo conexões entre a geometria e a aritmética. Este trabalho com regularidades generalizáveis, segundo regras que os alunos podem formular por si próprios, ajuda a desenvolver a capacidade de abstracção e contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

*Recursos.* Os materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) devem ser utilizados nas situações de aprendizagem em que o seu uso seja facilitador da compreensão dos conceitos e das ideias matemáticas. No entanto, a simples utilização dos materiais não é suficiente para o desenvolvimento dos conceitos, sendo indispensável registar o trabalho feito e reflectir sobre ele.

A utilização da calculadora neste tema pode auxiliar, nomeadamente, na exploração de regularidades numéricas, em tarefas de investigação e na resolução de problemas, ou seja, em situações em que o objectivo não é o desenvolvimento da capacidade de cálculo mas sim outras aprendizagens matemáticas que a tarefa envolve. Note-se que a calculadora não deve ser utilizada, pelos alunos, para a execução de cálculos imediatos ou que se efectuam facilmente usando estratégias de cálculo mental.

*Conceitos específicos.* Neste ciclo, os números naturais constituem o conjunto numérico de referência, especialmente nos dois primeiros anos, trabalhando-se ainda o número zero. Ao longo dos quatro anos devem ser trabalhadas diversas situações que conduzam à compreensão das operações. Isso envolve o reconhecimento das condições que indicam que uma determinada operação é adequada para resolver um dado problema, a compreensão de propriedades das operações e das suas relações e a compreensão dos efeitos de uma operação. É importante ainda que os alunos aprendam a operar recorrendo a um amplo conhecimento de estratégias de cálculo e ao conhecimento que têm dos números e que aprendam a realizar algoritmos.

A aprendizagem dos algoritmos com compreensão, valorizando o sentido de número, deverá desenvolver-se gradualmente para as quatro operações. Assim, num primeiro momento, os alunos devem ter a possibilidade de usar formas de cálculo escrito informais, de construir os seus próprios algoritmos ou de realizar os algoritmos usuais com alguns passos intermédios. Por exemplo, no algoritmo usual da adição os números adicionam-se em coluna, da direita para a esquerda, trabalhando com os algarismos que compõem os números individualmente, sendo possível fazer o cálculo sem ter a mínima noção da sua ordem de grandeza. Na representação de somas parciais, os números podem adicionar-se da esquerda para a direita (como na sua leitura) e o sentido de número não se perde. Deste modo, é importante permitir aos alunos que durante algum tempo utilizem representações onde seja evidente o sentido dos números envolvidos, realizando numa etapa posterior o algoritmo na sua forma usual.

No caso da divisão, o algoritmo pode iniciar-se através do cálculo de quocientes parciais que depois são adicionados (por exemplo, múltiplos de 10) e através de subtracções sucessivas. Neste caso, não se perde o sentido dos números envolvidos (uma vez que em cada passo se trabalha com os números por inteiro) e os vários procedimentos utilizados são registados. Este processo contribui também para a compreensão do sentido da divisão.

Na aprendizagem dos algoritmos, o tempo utilizado para desenvolver a sua compreensão gradual é compensado por depois ser necessário menos tempo para o seu treino. Contudo, é fundamental que



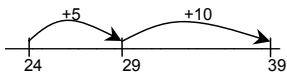
anteriormente a essa aprendizagem tenha existido um trabalho consistente com os números, valorizando o sentido de número e que os alunos sejam capazes de escolher o processo de cálculo numérico (mental ou escrito) mais adequado a cada situação.

Os números racionais começam a ser trabalhados nos dois primeiros anos com uma abordagem intuitiva a partir de situações de partilha equitativa e de divisão da unidade em partes iguais, recorrendo a modelos e à representação em forma de fracção nos casos mais simples. É nos 3.º e 4.º anos que o estudo destes números vai ser aprofundado, quer recorrendo a problemas que permitam trabalhar outros significados das fracções, quer introduzindo números representados na forma decimal (usualmente designados por números decimais) a partir de situações de partilha equitativa ou de medida, refinando a unidade de medida. Os contextos ligados ao dinheiro também são propícios para trabalhar a representação decimal dos números racionais, dada a relação entre o euro e o cêntimo. No estudo dos números racionais, em particular na representação decimal, devem ser exploradas situações para ampliação do conhecimento de estratégias de cálculo mental e escrito, incluindo a realização de algoritmos. Devem ser também proporcionadas situações que permitam aos alunos relacionar a representação fraccionária e a decimal. Neste ciclo, o trabalho com os números racionais, deve incluir também a exploração de situações que, de uma forma intuitiva, contribuam para o desenvolvimento da compreensão dos conceitos de razão e de proporção.

## Tópicos e objectivos específicos

### 1.º e 2.º anos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<b>Números naturais</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Noção de número natural</li> <li>Relações numéricas</li> <li>Sistema de numeração decimal</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Classificar e ordenar de acordo com um dado critério.</li> <li>Realizar contagens progressivas e regressivas, representando os números envolvidos.</li> <li>Compreender várias utilizações do número e identificar números em contextos do quotidiano.</li> <li>Realizar estimativas de uma dada quantidade de objectos.</li> <li>Compor e decompor números.</li> <li>Comparar e ordenar números.</li> <li>Utilizar a simbologia <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math> e <math>=</math>.</li> <li>Identificar e dar exemplos de diferentes representações para o mesmo número.</li> <li>Identificar e dar exemplos de números pares e ímpares.</li> <li>Representar números na recta numérica.</li> <li>Ler e representar números, pelo menos até 1000.</li> <li>Compreender o valor posicional de um algarismo no sistema de numeração decimal.</li> <li>Resolver problemas envolvendo relações numéricas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propor situações que envolvam classificação (invariância da quantidade), contagem (correspondência termo a termo), ordenação e cardinalidade.</li> <li>Propor o uso de modelos estruturados de contagem como, por exemplo, o colar de contas, cartões com pontos, molduras de dez e ábacos horizontais.</li> <li>No trabalho inicial com números, criar situações para introduzir o número zero.</li> <li>Inicialmente, os alunos usam a numeração apenas como designação evoluindo, progressivamente, na compreensão do sistema de numeração decimal.</li> <li>Fazer decomposições de números do tipo: <math>30=15+15</math>; <math>30=18+12</math>; <math>30=6+24</math>.</li> <li>Levar os alunos a: <ul style="list-style-type: none"> <li>contar gradualmente até 5, 10 e 20, numa etapa seguinte até 100 e, depois, até 1000;</li> <li>contar a partir de um número dado, de 2 em 2, 3 em 3, 5 em 5, 6 em 6, 10 em 10.</li> </ul> </li> <li>Utilizar números em situações envolvendo quantidades, ordenação, identificação e localização.</li> <li>Propor aos alunos que estimem, por exemplo, a quantidade de feijões que estão dentro de um frasco e comparem a estimativa com o número exacto dos feijões.</li> <li>Salientar diferentes representações de um número, como no exemplo: o número 9 pode começar por ser representado,</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
		<p>utilizando figuras ou pontos e posteriormente por 9, nove, 6+3, 4+5, 7+2, 10-1.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor aos alunos que usem, por exemplo, rectas com números entre 0 e 20, 50 e 100, 200 e 250.</li> </ul>
<p><b>Operações com números naturais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Adição</li> <li>• Subtração</li> <li>• Multiplicação</li> <li>• Divisão</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender a adição nos sentidos combinar e acrescentar.</li> <li>• Compreender a subtração nos sentidos retirar, comparar e completar.</li> <li>• Compreender a multiplicação nos sentidos aditivo e combinatório.</li> <li>• Reconhecer situações envolvendo a divisão.</li> <li>• Usar os sinais +, -, x e : na representação horizontal do cálculo.</li> <li>• Compreender e memorizar factos básicos da adição e relacioná-los com os da subtração.</li> <li>• Estimar somas, diferenças e produtos.</li> <li>• Adicionar, subtrair e multiplicar utilizando a representação horizontal e recorrendo a estratégias de cálculo mental e escrito.</li> <li>• Compreender, construir e memorizar as tabuadas da multiplicação.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo adições, subtrações, multiplicações e divisões.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nas operações com números naturais trabalhar também com o número zero.</li> <li>• Propor aos alunos situações em que o modelo rectangular seja o adequado para resolver a situação.</li> <li>• Sugerir o uso de estratégias e registos informais, recorrendo a desenhos, esquemas ou a operações conhecidas.</li> <li>• Solicitar aos alunos que digam rapidamente o resultado da adição de dois números menores ou iguais a 10 usando diferentes estratégias, como nos exemplos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- 3+3=6; 4+4=8; 5+5=10 (dobro);</li> <li>- 8+9= 8+8+1=17 (quase dobro);</li> <li>- 6+7=5+1+5+2=10+3=13 (5 como número de referência);</li> <li>- 6+8=7+7=14 (compensação);</li> <li>- 6+8=14, então 7+8=14+1=15 (relações já conhecidas).</li> </ul> </li> <li>• Propor o uso de tabelas da adição para realizar subtrações, identificando a subtração como operação inversa da adição.</li> <li>• Por exemplo: <ul style="list-style-type: none"> <li>- estimar um produto arredondando um dos factores (4x19 é um resultado próximo de 4x20);</li> <li>- calcular 143+264, adicionando mentalmente 14 dezenas+26 dezenas (o resultado é um pouco acima de 400).</li> </ul> </li> <li>• Por exemplo, calcular 39-24 de diferentes formas: <ul style="list-style-type: none"> <li>- decompondo os números, 30-20+9-4=10+5=15;</li> <li>- usando a propriedade da invariância do resto, 40-25=15; 40-20-5=15;</li> <li>- utilizando uma recta graduada;</li> <li>- utilizando uma recta não graduada</li> </ul> </li> </ul>  <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor a construção das tabuadas do 2, 3, 4, 5, 6 e 10, começando por estudar as tabuadas do 2, 5 e 10. Utilizar a tabuada de multiplicação do 2 e através dos dobros descobrir a do 4; fazer o mesmo para as tabuadas do 3 e do 6 e verificar que na tabuada do 6 já são conhecidos os resultados até ao 5x6 e que só falta saber a partir de 6x6.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<b>Regularidades</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Sequências</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Elaborar sequências de números segundo uma dada lei de formação e investigar regularidades em sequências e em tabelas de números.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Exemplos: <ul style="list-style-type: none"> <li>- 2, 4, 6, 8, 10... (números pares);</li> <li>- 1, 4, 7, 10, 13... (começar com 1 e adicionar 3 sucessivamente);</li> <li>- 2, 5, 11, 23... (duplicar o número e adicionar 1).</li> </ul> </li> <li>Colocar questões do tipo: <i>Numa tabela de números até 100, marcar números de 5 em 5, começando no 3. Qual é o padrão representado pelos algarismos das unidades?</i></li> </ul>
<b>Números racionais não negativos</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Fracções</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar a metade, a terça parte, a quarta parte, a décima parte e outras partes da unidade e representá-las na forma de fracção.</li> <li>Compreender e usar os operadores: dobro, triplo, quádruplo e quádruplo e relacioná-los, respectivamente, com a metade, a terça parte, a quarta parte e a quinta parte.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Explorar intuitivamente situações de partilha equitativa e de divisão da unidade em partes iguais, envolvendo quantidades discretas e contínuas. Representar estas quantidades por palavras, desenhos, esquemas ou fracções.</li> </ul>

### 3.º e 4.º anos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<b>Números naturais</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Relações numéricas</li> <li>Múltiplos e divisores</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Realizar contagens progressivas e regressivas a partir de números dados.</li> <li>Comparar números e ordená-los em sequências crescentes e decrescentes.</li> <li>Ler e representar números, pelo menos até ao milhão.</li> <li>Compreender o sistema de numeração decimal.</li> <li>Identificar e dar exemplos de múltiplos e de divisores de um número natural.</li> <li>Compreender que os divisores de um número são divisores dos seus múltiplos (e que os múltiplos de um número são múltiplos dos seus divisores).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propor a utilização de tabelas com números de 1000 em 1000, de 10 000 em 10 000 e outras deste tipo, como apoio na contagem de números até ao milhão.</li> <li>Propor a leitura e representação de números, aumentando gradualmente o seu valor, a par da resolução de problemas.</li> <li>Propor aos alunos que trabalhem com múltiplos de 2, 3, 4, 5... 10 e respectivos divisores.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas										
<p><b>Operações com números naturais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Adição</li> <li>• Subtracção</li> <li>• Multiplicação</li> <li>• Divisão</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar estratégias de cálculo mental e escrito para as quatro operações usando as suas propriedades.</li> <li>• Compreender e realizar algoritmos para as operações de adição e subtracção.</li> <li>• Compreender a divisão nos sentidos de medida, partilha e razão.</li> <li>• Compreender, na divisão inteira, o significado do quociente e do resto.</li> <li>• Compreender, construir e memorizar as tabuadas da multiplicação.</li> <li>• Resolver problemas tirando partido da relação entre a multiplicação e a divisão.</li> <li>• Compreender e realizar algoritmos para as operações multiplicação e divisão (apenas com divisores até dois dígitos).</li> <li>• Compreender os efeitos das operações sobre os números.</li> <li>• Realizar estimativas e avaliar a razoabilidade de um dado resultado em situações de cálculo.</li> <li>• Compreender e usar a regra para calcular o produto e o quociente de um número por 10, 100 e 1000.</li> <li>• Resolver problemas que envolvam as operações em contextos diversos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar estratégias como: <ul style="list-style-type: none"> <li>- recorrer à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição: <math>14 \times 5 = 10 \times 5 + 4 \times 5 = 50 + 20 = 70</math>;</li> <li>- usar diferentes representações para o mesmo produto: <math>4 \times 25 = 2 \times 50 = 1 \times 100</math>;</li> <li>- simplificar os termos de uma divisão para obter o quociente: <math>24 : 4 = 12 : 2 = 6 : 1 = 6</math>.</li> </ul> </li> <li>• Promover a aprendizagem gradual dos algoritmos, integrando o trabalho realizado nos dois primeiros anos. Por exemplo, para calcular: <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>543 + 267</math> representar, numa primeira fase, as somas parciais;</li> <li>- <math>346 - 178</math> representar as diferenças parciais, previamente ao algoritmo de decomposição ou ao algoritmo de compensação.</li> </ul> </li> <li>• Propor a construção das tabuadas do 7, 8, 9, 11 e 12.</li> <li>• Usar o conhecimento de tabuadas aprendidas anteriormente para o estudo de outras.</li> <li>• Começar por usar representações mais detalhadas dos algoritmos. Por exemplo, para calcular: <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>34 \times 25</math> representar os produtos parciais antes do algoritmo na sua representação usual;</li> <li>- <math>596 : 35</math> representar os quocientes parciais e as subtracções sucessivas, antes da representação usual</li> </ul> </li> </ul> $  \begin{array}{r}  596 \quad   \quad 35 \\  - 350 \quad   \quad 10 \\  \hline  246 \quad   \quad 5 \\  - 175 \quad   \quad + 2 \\  \hline  071 \quad   \quad 17 \\  - 70 \quad   \\  \hline  001  \end{array}  $										
<p><b>Regularidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sequências</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Investigar regularidades numéricas.</li> <li>• Resolver problemas que envolvam o raciocínio proporcional.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explorar regularidades em tabelas numéricas e tabuadas, em particular as dos múltiplos.</li> <li>• Usar tabelas na resolução de problemas que envolvam raciocínio proporcional. Por exemplo: <i>Duas bolas custam 30 €. Quanto custam 40 bolas? E 400 bolas?</i></li> </ul> <table border="1" data-bbox="979 1823 1315 1928"> <tbody> <tr> <td>N.º de bolas</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>40</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>Custo das bolas</td> <td>30</td> <td>60</td> <td>600</td> <td>....</td> </tr> </tbody> </table>	N.º de bolas	2	4	40	...	Custo das bolas	30	60	600	....
N.º de bolas	2	4	40	...								
Custo das bolas	30	60	600	....								

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Números racionais não negativos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fracções</li> <li>• Decimais</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender fracções com os significados quociente, parte-todo e operador.</li> <li>• Reconstruir a unidade a partir das suas partes.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo números na sua representação decimal.</li> <li>• Ler e escrever números na representação decimal (até à milésima) e relacionar diferentes representações dos números racionais não negativos.</li> <li>• Comparar e ordenar números representados na forma decimal.</li> <li>• Localizar e posicionar números racionais não negativos na recta numérica.</li> <li>• Estimar e calcular mentalmente com números racionais não negativos representados na forma decimal.</li> <li>• Adicionar, subtrair, multiplicar e dividir com números racionais não negativos na representação decimal.</li> <li>• Compreender que com a multiplicação (divisão) de um número por 0,1, 0,01, e 0,001 se obtém o mesmo resultado do que, respectivamente, com a divisão (multiplicação) desse número por 10, 100 e 1000.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explorar intuitivamente problemas do tipo: <i>Dois chocolates foram divididos igualmente por 5 crianças. Quanto recebeu cada uma? (quociente)</i> <i>Uma barra de chocolate foi dividida em 4 partes iguais. O João comeu 3 dessas partes. Que parte do chocolate comeu o João? (parte-todo).</i> <i>A Ana tem uma caixa com 48 lápis de cor. O Rui tem <math>\frac{1}{4}</math> dessa quantidade de lápis. Quantos lápis tem ele? (operador)</i></li> <li>• Explorar, por exemplo, situações de partilha equitativa, medida e dinheiro.</li> <li>• Trabalhar com situações de partilha equitativa envolvendo quantidades discretas (como o número de objectos de uma dada colecção) e contínuas (como uma porção de pão ou piza).</li> <li>• Utilizar modelos (rectangular, circular) na representação da décima, centésima e milésima e estabelecer relações entre elas.</li> <li>• Usar valores de referência representados de diferentes formas. Por exemplo: <math>0,5, \frac{1}{2}</math> e 50%; <math>0,25, \frac{1}{4}</math> e 25%; <math>0,75, \frac{3}{4}</math> e 75%; <math>0,1</math> e <math>\frac{1}{10}</math>; <math>0,01</math> e <math>\frac{1}{100}</math> ; <math>0,001</math> e <math>\frac{1}{1000}</math> .</li> <li>• Localizar, por exemplo, o número 2,75 numa recta numérica. Posicionar, por exemplo, o número 1,5.</li> <li>• Representar também na recta numérica números como <math>\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{10}</math> e <math>\frac{5}{10}</math> . relacionando a representação fraccionária com a decimal.</li> <li>• Valorizar o cálculo mental. Por exemplo, para calcular <math>15 - 0,5</math> não é necessário utilizar um algoritmo.</li> <li>• Trabalhar as operações a partir de situações do quotidiano. No exemplo, <i>Metade de um chocolate a dividir por duas crianças</i>, seria: <math>0,5:2=0,25</math> ou <math>\frac{1}{4}</math> do chocolate.</li> <li>• Usar estratégias como: <math>1,5+2,7=1,5+2,5+0,2=4,0+0,2=4,2</math>.</li> <li>• Averiguar com os alunos o que acontece na multiplicação quando um dos factores é menor que 1 e, na divisão, quando o divisor é menor que 1.</li> </ul>

## Introdução

Quando os alunos chegam à escola já possuem conhecimentos deste tema adquiridos intuitivamente. Estes conhecimentos devem ser valorizados e tomados como ponto de partida para o desenvolvimento do sentido espacial que tem por base a visualização e a compreensão das relações espaciais. A visualização engloba capacidades relacionadas com a forma como os alunos percebem o mundo que os rodeia, e envolve observação, manipulação e transformação de objectos e suas representações, e a interpretação de relações entre os objectos e entre estes e as suas representações. O sentido espacial envolve ainda as noções de orientação e movimento, desempenhando um papel importante na percepção das relações espaciais. A compreensão dos conceitos de grandeza e medida e a exploração de situações ligadas à medida de várias grandezas constituem também aprendizagens essenciais neste ciclo.

## Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a noção de grandeza e respectivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas geométricos e de medida em contextos diversos.

## Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem:

- desenvolver a visualização e ser capazes de representar, descrever e construir figuras no plano e no espaço e de identificar propriedades que as caracterizam;
- ser capazes de identificar e interpretar relações espaciais;
- compreender as grandezas dinheiro, comprimento, área, massa, capacidade, volume e tempo;
- compreender o que é a unidade de medida e o processo de medir;
- ser capazes de realizar estimativas e medições, e de relacionar diferentes unidades de medida;
- ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar no âmbito deste tema.

## Indicações metodológicas

*Abordagem e conceitos específicos.* O ensino e a aprendizagem da Geometria deve, neste ciclo, privilegiar a exploração, a manipulação e a experimentação, utilizando objectos do mundo real e materiais específicos, de modo a desenvolver o sentido espacial. Na localização de objectos, o aluno é chamado a utilizar o sistema de referência esquerda-direita e horizontal-vertical referido ao seu próprio corpo. Dado que vivemos num mundo tridimensional, o estudo da Geometria nos primeiros anos parte do espaço para o plano. Por exemplo, no estudo das figuras geométricas os alunos descrevem e comparam os sólidos geométricos, agrupam-nos e classificam-nos e identificam as figuras planas a eles associadas. Nesse processo, primeiro fazem o reconhecimento das formas globalmente e, só depois, identificam as propriedades relevantes de cada uma. O vocabulário próprio do tema surge integrado na abordagem dos conceitos e a sua apropriação faz-se de um modo gradual.

Ao longo deste ciclo, os alunos têm oportunidade de fazer observações, descrições e representações de objectos, configurações e trajectos. Desenhar objectos partindo de diferentes ângulos de visão, fazer construções e maquetas e debater ideias sobre essas representações contribui para o desenvolvimento da percepção do espaço. Os alunos devem ser capazes de agir, prever, ver e explicar o que se passa no espaço que percebem, desenvolvendo, progressivamente, a capacidade de raciocinar com base em representações mentais. São também importantes as experiências que envolvem a composição e decomposição de figuras, acompanhadas de descrições e representações.

A abordagem de aspectos históricos, artísticos e culturais relacionados com a Geometria favorece a exploração e compreensão dos tópicos abordados. Por exemplo, observar trabalhos de arte decorativa

(azulejos, bordados e tapetes) pode entusiasmar os alunos a explorarem aspectos relacionados com simetrias e pavimentações e a aperceberem-se da beleza visual que a Matemática pode proporcionar.

No estudo das grandezas, a abordagem do dinheiro começa no 1.º ano a partir de situações do quotidiano, constituindo um contexto a explorar na resolução de problemas. Nos dois últimos anos do ciclo, este contexto assume particular relevância na abordagem dos números decimais não negativos e das estruturas multiplicativas, possibilitando a realização de uma variedade de tarefas com significado para os alunos.

A noção de intervalo de tempo e a percepção de que há acontecimentos que são sequenciais no tempo são adquiridas progressivamente ao longo dos quatro anos. Além disso, os alunos devem ser capazes de comparar a duração de acontecimentos e de utilizar instrumentos para medir o tempo.

No estudo das restantes grandezas, as primeiras experiências estão associadas à invariância de determinado atributo de uma classe de objectos. Os alunos devem compreender que, por exemplo, o comprimento de um objecto ou a sua massa não mudam quando se altera a sua posição. Devem também associar grandezas a objectos e estes a grandezas, comparar grandezas em vários objectos, ordená-los e agrupá-los por classes de equivalência (por exemplo, *Ter o mesmo comprimento que...*). Para a compreensão do processo de medição é essencial que os alunos realizem experiências concretas. Por exemplo, no caso do comprimento e da área podem fazer a cobertura de objectos usando diferentes unidades de medida e contar o número de vezes que utilizam o objecto tomado como unidade. A necessidade de uma unidade de medida padrão surge após a utilização de diferentes unidades de medida e de se ter concluído que o número de unidades necessárias depende da unidade de medida utilizada.

Progressivamente, amplia-se o conhecimento das grandezas em estudo e introduz-se as unidades de medida convencionais do *Sistema Internacional de Unidades - SI*. Os alunos devem realizar medições com essas unidades usando instrumentos de medida adequados e relacionando as várias unidades associadas a cada grandeza. A resolução de problemas envolvendo grandezas e medidas em situações do dia-a-dia constitui o contexto fundamental para a aprendizagem deste tema. É a partir da exploração de situações concretas que surgem as fórmulas e os procedimentos para determinar medidas.

A vivência de experiências que envolvam a realização de estimativas de medida deve ser valorizada desde os primeiros anos. A aprendizagem de estratégias de estimação e a comparação das estimativas com as medidas obtidas através de instrumentos apropriados desenvolve nos alunos a capacidade de ajuizarem acerca da razoabilidade das suas respostas. Por exemplo, estimar a altura da porta e a área do quadro da sala de aula ou o volume da caixa dos jogos são tarefas que se podem realizar utilizando ou não unidades de medida convencionais e que contribuem para a consolidação de conhecimentos acerca do que significa medir.

A Geometria e a Medida são campos com muitas potencialidades para se fazerem conexões no âmbito da Matemática e também com outras áreas curriculares. Por exemplo, a Medida é um contexto privilegiado na abordagem dos números racionais na sua representação decimal, permitindo estabelecer múltiplas relações entre esses números em situações com significado para os alunos. O reconhecimento dessas associações ajuda os alunos a desenvolverem a capacidade de integrar ideias e conceitos e de estabelecer relações, favorecendo a confiança nas suas próprias capacidades.

*Recursos.* Os materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) têm um papel importante na aprendizagem da Geometria e da Medida. Estes materiais permitem estabelecer relações e tirar conclusões, facilitando a compreensão de conceitos. Alguns materiais são especificamente apropriados para a aprendizagem da Geometria, como por exemplo: geoplanos, tangrans, pentaminós, peças poligonais encaixáveis, espelhos, miras, modelos de sólidos geométricos, *puzzles*, mosaicos, régua, esquadros e compassos. Na abordagem da Geometria e Medida devem ser utilizados instrumentos como, por exemplo: régua, esquadros, metros articulados, fitas métricas, balanças, recipientes graduados e relógios. No entanto, é indispensável registar o trabalho feito com os materiais e reflectir sobre ele, dado que a sua utilização só por si não garante a aprendizagem. O computador possibilita explorações que podem enriquecer as aprendizagens realizadas no âmbito deste tema, nomeadamente através de *applets* – pequenos programas ou aplicações disponíveis na Internet – e permitir a realização de jogos e outras actividades de natureza interactiva.

## Tópicos e objectivos específicos – Geometria

1º

### 1.º e 2.º anos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Orientação espacial</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Posição e localização</li> <li>• Pontos de referência e itinerários</li> <li>• Plantas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Situar-se no espaço em relação aos outros e aos objectos, e relacionar objectos segundo a sua posição no espaço.</li> <li>• Seleccionar e utilizar pontos de referência, e descrever a localização relativa de pessoas ou objectos no espaço, utilizando vocabulário apropriado.</li> <li>• Realizar, representar e comparar diferentes itinerários ligando os mesmos pontos (inicial e final) e utilizando pontos de referência.</li> <li>• Ler e desenhar plantas simples.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor situações que envolvam vocabulário como: à esquerda, à direita, em cima, em baixo, atrás, à frente, entre, dentro, fora, antes, depois.</li> <li>• Solicitar aos alunos, por exemplo, que descrevam o trajecto de casa à escola, desenhando itinerários e indicando pontos de referência.</li> <li>• Propor a realização de jogos de orientação, percursos e labirintos e as suas representações em papel quadriculado.</li> <li>• A propósito de itinerários usar vocabulário como: meia-volta, um quarto de volta (à direita ou à esquerda) ou uma volta inteira.</li> <li>• Pedir representações no plano e fazer construções a partir de representações no plano.</li> <li>• Propor, como desenho, por exemplo, a planta da sala de aula.</li> </ul>
<p><b>Figuras no plano e sólidos geométricos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propriedades e classificação</li> <li>• Interior, exterior e fronteira</li> <li>• Composição e decomposição de figuras</li> <li>• Linhas rectas e curvas</li> <li>• Reflexão</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparar, transformar e descrever objectos, fazendo classificações e justificando os critérios utilizados.</li> <li>• Comparar e descrever sólidos geométricos identificando semelhanças e diferenças.</li> <li>• Identificar polígonos e círculos nos sólidos geométricos e representá-los.</li> <li>• Reconhecer propriedades de figuras no plano e fazer classificações.</li> <li>• Distinguir entre interior, exterior e fronteira de um domínio limitado por uma linha poligonal fechada.</li> <li>• Realizar composições e decomposições de figuras geométricas.</li> <li>• Identificar superfícies planas e não planas, em objectos comuns e em modelos geométricos.</li> <li>• Identificar linhas rectas e curvas a partir da observação de objectos e de figuras geométricas e representá-las.</li> <li>• Identificar no plano figuras simétricas em relação a um eixo.</li> <li>• Desenhar no plano figuras simétricas relativas a um eixo horizontal ou vertical.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo a visualização e a compreensão de relações espaciais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Classificar objectos quanto ao tamanho, forma, espessura, textura e cor.</li> <li>• Promover a observação de modelos de sólidos geométricos, separando, por exemplo, os que têm todas as superfícies planas (poliedros) e os que têm superfícies curvas (não poliedros).</li> <li>• Solicitar o desenho de polígonos (triângulo, quadrado, rectângulo, pentágono e hexágono) e círculos contornando superfícies planas de modelos de sólidos geométricos.</li> <li>• Salientar que o quadrado pode ser visto como um caso particular do rectângulo.</li> <li>• Propor o desenho no geoplano de figuras geométricas de diferentes tamanhos e em diferentes posições e a sua reprodução em papel pontado.</li> <li>• Usar peças do tangram para a construção de figuras equivalentes e para a obtenção de figuras (triângulos e quadriláteros).</li> <li>• Utilizar espelhos e miras na exploração de reflexões.</li> <li>• Propor a construção, no plano, de figuras simétricas através de dobragens e recortes e utilizando papel quadriculado.</li> <li>• Dar e pedir exemplos que evidenciem reflexões como simetrias axiais no meio natural e físico.</li> <li>• Resolver, por exemplo, o problema: <i>Qual é a face do dado que está oposta à face com seis pintas? E à face com uma pinta?</i></li> </ul>



Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Orientação espacial</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Posição e localização</li> <li>• Mapas, plantas e maquetas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Visualizar e descrever posições, direcções e movimentos.</li> <li>• Identificar, numa grelha quadriculada, pontos equidistantes de um dado ponto.</li> <li>• Descrever a posição de figuras desenhadas numa grelha quadriculada recorrendo à identificação de pontos através das suas coordenadas e desenhar figuras dadas as coordenadas.</li> <li>• Ler e utilizar mapas e plantas, e construir maquetas simples.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor, por exemplo, a realização do jogo da batalha naval.</li> <li>• Propor a representação em papel ponteadado de figuras desenhadas no geoplano, respeitando a sua posição relativa.</li> <li>• Propor a realização de maquetas (da sala de aula, rua, bairro) integrando-as em estudos ou projectos interdisciplinares.</li> </ul>
<p><b>Figuras no plano e sólidos geométricos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propriedades e classificação</li> <li>• Planificação do cubo</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Círculo e circunferência</li> <li>• Noção de ângulo</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rectas paralelas e perpendiculares</li> <li>• Reflexão</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparar e descrever propriedades de sólidos geométricos e classificá-los (prisma, paralelepípedo, cubo, pirâmide, esfera, cilindro e cone).</li> <li>• Construir sólidos geométricos analisando as suas propriedades.</li> <li>• Investigar várias planificações do cubo e construir um cubo a partir de uma planificação dada.</li> <li>• Distinguir círculo de circunferência e relacionar o raio e o diâmetro.</li> <li>• Compreender a noção de ângulo.</li> <li>• Comparar e classificar ângulos (recto, agudo, obtuso e raso) e identificar ângulos em figuras geométricas.</li> <li>• Representar rectas paralelas e perpendiculares.</li> <li>• Identificar no plano eixos de simetria de figuras.</li> <li>• Construir frisos e identificar simetrias.</li> <li>• Construir pavimentações com polígonos.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo a visualização e a compreensão de relações espaciais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Chamar a atenção que o paralelepípedo e o cubo podem ser vistos como casos particulares de prismas.</li> <li>• Utilizar caixas cúbicas de cartão, peças poligonais encaixáveis ou quadrados de cartolina e elásticos para que os alunos possam descobrir planificações do cubo, registando-as em papel quadriculado.</li> <li>• Pedir a utilização do compasso.</li> <li>• Recorrer ao movimento de rotação de uma semi-recta em torno da sua origem para apoiar a compreensão da noção de ângulo.</li> <li>• Para comparar ângulos dobrar, sucessivamente, metade de um círculo e utilizá-la como se utiliza um transferidor.</li> <li>• A propósito do estudo dos ângulos, retomar o estudo dos triângulos e dos quadriláteros, analisando as suas propriedades.</li> <li>• Propor a exploração de frisos identificando simetrias, de translação, reflexão, reflexão deslizante e rotação (meia-volta).</li> <li>• Propor a exploração de pavimentações utilizando polígonos e descobrindo polígonos regulares que pavimentam o plano.</li> </ul>

## Tópicos e objectivos específicos - Medida

## 1.º e 2.º anos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<b>Dinheiro</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Moedas, notas e contagem</li> <li>• Comparação e ordenação de valores</li> <li>• Estimação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conhecer e relacionar as moedas e notas do euro e realizar contagens de dinheiro.</li> <li>• Representar valores monetários.</li> <li>• Realizar estimativas.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo dinheiro.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utilizar réplicas de moedas e notas para manipulação e contagem.</li> <li>• Propor situações do quotidiano, incluindo aquelas em que surge naturalmente a representação decimal (por exemplo, folhetos com preços).</li> </ul>
<b>Comprimento, massa, capacidade e área</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Medida e unidade de medida</li> <li>• Comparação e ordenação</li> <li>• Medição</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Perímetro</li> <li>• Estimação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender as noções de comprimento, massa, capacidade e área.</li> <li>• Compreender o que é uma unidade de medida e o que é medir.</li> <li>• Comparar e ordenar comprimentos, massas, capacidades e áreas.</li> <li>• Realizar medições utilizando unidades de medida não convencionais e compreender a necessidade de subdividir uma unidade em subunidades.</li> <li>• Realizar medições utilizando unidades de medida convencionais (centímetro, metro, quilograma e litro).</li> <li>• Determinar o perímetro de figuras.</li> <li>• Estimar comprimentos, massas, capacidades e áreas.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo grandezas e medidas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor situações que permitam explorar propriedades mensuráveis em objectos, reconhecendo a invariância de determinado atributo num dado conjunto de objectos.</li> <li>• Propor a utilização de unidades de medida não convencionais, como palmos, pés, passos e objectos para medir comprimentos, e recipientes para medir capacidades.</li> <li>• Propor aos alunos a sobreposição de figuras para comparar áreas.</li> <li>• Propor aos alunos que realizem partições equitativas de uma unidade de medida e que relacionem as unidades usadas com o resultado da medição, concluindo que quanto menor é a unidade mais vezes é necessário repeti-la.</li> <li>• Solicitar medições com instrumentos de medida adequados às situações.</li> <li>• Propor a utilização do geoplano, do tangram e dos pentaminós no trabalho com perímetros e áreas de figuras.</li> <li>• Salientar as relações entre o quilo, o meio quilo e o quarto de quilo, e entre o litro, o meio litro e o quarto de litro.</li> </ul>
<b>Tempo</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sequências de acontecimentos</li> <li>• Unidades de tempo e medida do tempo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estabelecer relações entre factos e acções que envolvam noções temporais e reconhecer o carácter cíclico de certos fenómenos e actividades.</li> <li>• Relacionar entre si hora, dia, semana, mês e ano.</li> <li>• Identificar a hora, a meia-hora e o quarto-de-hora.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo situações temporais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Criar situações para o uso dos termos antes, entre, depois; ontem, hoje, amanhã; agora, já, em breve; muito tempo, pouco tempo, ao mesmo tempo; rápido e lento.</li> <li>• Salientar a sequência de algumas rotinas relacionadas com as actividades que os alunos fazem regularmente num determinado período de tempo.</li> <li>• Utilizar ampulhetas e relógios para explorar a duração de acontecimentos.</li> <li>• Considerar situações como noite/dia, pequeno-almoço/almoço/jantar, dias da semana, fim-de-semana, estações do ano, fases da Lua.</li> <li>• Propor a exploração de calendários assinalando datas e acontecimentos.</li> <li>• Usar tabelas estruturadas em semanas ou meses para registar, por exemplo, o estado do tempo, as presenças e faltas dos alunos ou as suas tarefas na sala de aula e realizar sínteses desses registos.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Comprimento, massa, capacidade, área e volume</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Medida e medição</li> <li>• Unidades de medida <i>SI</i></li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Perímetro, área e volume</li> <li>• Estimação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender a noção de volume.</li> <li>• Realizar medições de grandezas em unidades <i>SI</i>, usando instrumentos adequados às situações.</li> <li>• Comparar e ordenar medidas de diversas grandezas.</li> <li>• Calcular o perímetro de polígonos e determinar, de modo experimental, o perímetro da base circular de um objecto.</li> <li>• Estimar a área de uma figura por enquadramento.</li> <li>• Desenhar polígonos em papel quadriculado com um dado perímetro e uma dada área.</li> <li>• Resolver problemas relacionando perímetro e área.</li> <li>• Compreender e utilizar as fórmulas para calcular a área do quadrado e do rectângulo.</li> <li>• Determinar o volume do cubo de uma forma experimental.</li> <li>• Realizar estimativas de medidas de grandezas.</li> <li>• Resolver problemas respeitantes a grandezas, utilizando e relacionando as unidades de medida <i>SI</i>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor o preenchimento de volumes por empilhamento de objectos de igual volume contando as unidades necessárias.</li> <li>• Construir com os alunos as seguintes unidades de medida: <i>m</i>, <i>dm</i>, <i>cm</i> e <i>dam</i>; <i>cm</i><sup>2</sup>, <i>dm</i><sup>2</sup> e <i>m</i><sup>2</sup>; <i>dm</i><sup>3</sup>. Projectar a construção do <i>m</i><sup>3</sup> a partir do <i>dm</i><sup>3</sup>. Propor a realização de medições.</li> <li>• Para o estudo da capacidade, usar recipientes correspondentes às várias unidades de medida e estabelecer as relações correspondentes. Proceder de modo análogo para as outras grandezas.</li> <li>• Usar o método das metades e do enquadramento em figuras desenhadas no geoplano e em papel ponteadado ou quadriculado, para calcular aproximadamente a respectiva área.</li> <li>• Promover a utilização do geoplano, tangram e pentaminós para investigar o perímetro de figuras com a mesma área e a área de figuras com o mesmo perímetro.</li> <li>• Promover a exploração de volumes de objectos, colocando-os num recipiente graduado com líquido.</li> <li>• Propor, por exemplo, a estimação da massa de objectos e comparar com o valor obtido por pesagem.</li> </ul>
<p><b>Tempo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Unidades de tempo</li> <li>• Intervalo de tempo</li> <li>• Estimação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ler e representar medidas de tempo e estabelecer relações entre hora, minuto e segundo.</li> <li>• Medir e registar a duração de acontecimentos.</li> <li>• Identificar intervalos de tempo e comparar a duração de algumas actividades.</li> <li>• Ler e interpretar calendários e horários.</li> <li>• Realizar estimativas relativas à duração de acontecimentos.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo situações temporais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Colocar questões do tipo: <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Quantos períodos de cinco minutos tem uma hora? E de dez minutos? E quantos quartos de hora?</i></li> </ul> </li> <li>• Usar diferentes tipos de horários (por exemplo, escolares, de programas televisivos e de transportes).</li> <li>• Colocar questões do tipo: <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>A próxima 5ª feira que dia é? Quanto tempo falta para tu fazeres anos? Que dia é de hoje a quinze dias?</i></li> </ul> </li> </ul>

### Introdução

No seu dia-a-dia, os alunos lidam com vários tipos e fontes de informação, em boa parte veiculada através dos meios de comunicação social. Muita dessa informação é apresentada na forma de tabelas, gráficos ou através de linguagem corrente usando termos estatísticos. Para que a informação possa ser compreendida é cada vez mais necessário que os alunos comecem desde cedo a lidar com esses termos e representações e a desenvolver progressivamente a capacidade não só de interpretar, como de seleccionar e criticar a informação que recebem. Por isso, nos quatro primeiros anos de escolaridade, os alunos devem ter a oportunidade de realizar experiências que envolvam organização e tratamento de dados. Além disso, os alunos também contactam no seu dia-a-dia com situações aleatórias, pelo que a exploração de experiências envolvendo esse tipo de situações é também trabalhada nos dois últimos anos deste ciclo.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos a capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas e gráficos, assim como de os recolher, organizar e representar com o fim de resolver problemas em contextos variados relacionados com o seu quotidiano.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem ser capazes de:

- explorar e interpretar dados organizados de diversas formas;
- realizar estudos que envolvam a recolha, organização e representação de dados e comunicar utilizando linguagem própria deste tema.

### Indicações metodológicas

*Abordagem.* A aprendizagem deste tema deve ser alicerçada em actividades ligadas a situações do dia-a-dia. Os alunos lêem e interpretam tabelas e gráficos simples e formulam questões sobre um dado assunto, identificam os dados a recolher, e organizam, representam e interpretam esses dados com o propósito de dar resposta às questões formuladas. Em todas estas situações cabe ao professor estimular o questionamento, a tomada de decisões, o uso de linguagem apropriada e o sentido de rigor, de acordo com o nível de desenvolvimento dos alunos.

*Tarefas.* A classificação e contagem de objectos são tarefas indicadas para o início do trabalho neste tema. Os diagramas de Venn e de Carroll devem ser utilizados logo que se começam a fazer as primeiras classificações, possibilitando a organização de dados de uma forma simples. As tabelas e as representações gráficas a usar, bem como a forma como se elaboram, dependem dos dados a analisar e dos aspectos que se pretendem evidenciar. Assim, ao longo deste ciclo, é importante que os alunos tenham oportunidade de trabalhar com situações diversificadas e de comparar dois ou mais tipos de representação para a mesma situação e tirar conclusões. A construção das representações gráficas, numa primeira fase, deve ser orientada pelo professor, dando indicações precisas e apoiando os alunos nos cuidados a ter na sua elaboração.

Há muitas situações do dia-a-dia e da vida familiar ou escolar dos alunos que podem suscitar questões interessantes para serem trabalhadas neste nível de ensino no âmbito da organização e tratamento de dados. A abordagem de vários conceitos deste tema pode ser feita a partir de investigações tendo por base características dos alunos da turma, por exemplo: cor dos olhos, gostos (de jogos, alimentos, livros, filmes), número de irmãos, altura, peso. A realização de investigações ou de projectos relacionados, nomeadamente, com o Estudo do Meio, também pode suscitar questões com interesse implicando a organização e tratamento de dados. Deste modo, este tema tem potencialidades para se fazerem conexões com outras áreas curriculares e também com outros temas da Matemática. Nestes estudos, dada a sua natureza investigativa, é adequada a organização dos alunos em grupo.

*Conceitos específicos.* No âmbito deste tema, os alunos formulam questões cuja resposta depende da recolha de dados e recolhem dados relevantes para a questão em estudo. Em algumas situações, esta recolha é organizada utilizando gráficos de pontos ou esquemas de contagem gráfica (*tally charts*). Elaboram tabelas de frequências absolutas e constroem pictogramas e gráficos de barras. A moda é uma medida de tendência central que usam em conjugação com a representação de dados em tabelas e gráficos para interpretar e comparar informação. Inicia-se também a abordagem a situações aleatórias e ao conceito de acaso. Através da experimentação, os alunos vão adquirindo a noção de que uma situação aleatória está relacionada com uma experiência que, repetida nas mesmas condições, dá um resultado que depende do acaso. O lançamento da moeda ao ar, a extracção de bolas de um saco e o lançamento de dados são exemplos de jogos apropriados para os alunos fazerem aprendizagens sobre este assunto. Por exemplo, em vários lançamentos de uma moeda ao ar, qual é a face que ficará mais vezes voltada para cima? A realização de várias experiências, incluindo o registo apropriado e a sua interpretação, permite aos alunos concluir que, embora o resultado em cada realização da experiência dependa do acaso, existe uma certa regularidade ao fim de muitas realizações da experiência. Para além deste tipo de jogos, devem ser exploradas outras situações, em particular relacionadas com o dia-a-dia, que ajudem os alunos a compreender que existem acontecimentos certos, possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis, e a apropriarem-se desse vocabulário.

## Tópicos e objectivos específicos

### 1.º e 2.º anos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas									
<p><b>Representação e interpretação de dados</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos</li> <li>• Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll</li> <li>• Tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ler, explorar e interpretar informação (apresentada em listas, tabelas de frequências, gráficos de pontos e pictogramas) respondendo a questões e formulando novas questões.</li> <li>• Classificar dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll.</li> <li>• Formular questões e recolher dados registando-os através de esquemas de contagem gráfica (<i>tally charts</i>) e de gráficos de pontos.</li> <li>• Organizar os dados em tabelas de frequências absolutas e representá-los através de pictogramas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Chamar a atenção, por exemplo, que quando se diz que <i>7 alunos da turma têm 3 irmãos</i>, 3 representa o número de irmãos e 7 representa quantas vezes esse valor ocorre na turma, ou seja, a frequência.</li> <li>• Recolher dados de diversas formas: observação, questionário e análise de documentos, usando registos e contagens.</li> <li>• Propor a construção de diagramas de Carroll em situações como, classificar os dados 2, 3, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 32, 45 na seguinte tabela:</li> </ul> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">Par</td> <td style="text-align: center;">Ímpar</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">Menor ou igual a 20</td> <td style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">Maior que 20</td> <td style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 20px;"></td> <td style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 20px;"></td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabalhar dados qualitativos (que não se podem obter por contagem ou medição, como a cor de olhos) e dados quantitativos discretos (que se obtêm por contagem, como o número de irmãos). Podem ser trabalhados dados de tipo contínuo, que são discretizados. Por exemplo, os dados referentes à altura podem ser organizados em classes de acordo com critérios devidamente especificados.</li> <li>• Indicar o uso de papel quadriculado para construir gráficos de pontos.</li> </ul>		Par	Ímpar	Menor ou igual a 20			Maior que 20		
	Par	Ímpar									
Menor ou igual a 20											
Maior que 20											

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Representação e interpretação de dados e situações aleatórias</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos</li> <li>Gráficos de barras</li> <li>Moda</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>Situações aleatórias</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ler, explorar, interpretar e descrever tabelas e gráficos, e, responder e formular questões relacionadas com a informação apresentada.</li> <li>Formular questões, recolher e organizar dados qualitativos e quantitativos (discretos) utilizando tabelas de frequências, e, tirar conclusões.</li> <li>Construir e interpretar gráficos de barras.</li> <li>Identificar a moda num conjunto de dados e usá-la quando oportuno para interpretar ou comparar informação.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>Explorar situações aleatórias que envolvam o conceito de acaso e utilizar o vocabulário próprio para as descrever (certo, possível, impossível, provável e improvável).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Utilizar gráficos trabalhados nos anos anteriores e abordar outras representações gráficas, como os gráficos circulares e o diagrama de caule e folhas.</li> <li>Começar por discutir com os alunos aspectos importantes sobre um dado assunto, como o estado do tempo num determinado período (sol, chuva, nebulosidade, vento, nevoeiro e temperatura); fazer registos e organizar e tratar a informação, tirando conclusões, formulando e respondendo a questões.</li> <li>Nas situações em que se tenha recolhido informação sobre alguns alunos da escola discutir se será ou não razoável generalizar os resultados obtidos para todos os alunos da escola.</li> <li>Chamar a atenção de que os gráficos de pontos podem evoluir para gráficos de barras.</li> <li>É possível construir gráficos circulares informalmente, por exemplo, através de dobragens do círculo em partes iguais para os casos em que essas divisões sejam adequadas (duas, quatro ou oito partes).</li> <li>Explorar situações aleatórias simples, como por exemplo:             <ul style="list-style-type: none"> <li>a extracção de um berlinde de um saco com berlinde de várias cores, e registo das ocorrências em várias extracções;</li> <li>o lançamento de um dado com faces numeradas de 1 a 6, e registo do número da face voltada para cima em vários lançamentos.</li> <li>o registo do número de carros encarnados que passam à frente da escola, no intervalo da manhã.</li> </ul> </li> </ul> <p>Como resultado da exploração deste tipo de situações, os alunos ordenam acontecimentos numa escala do menos provável ao mais provável.</p>

## Capacidades transversais

### Introdução

A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos constituem importantes capacidades a desenvolver nos alunos, para o que é necessário ter em conta as suas vivências anteriores na educação pré-escolar, na família e noutros contextos sociais. No 1.º ciclo, os alunos desenvolvem a capacidade de resolução de problemas, resolvendo problemas de diversos tipos, preferencialmente do quotidiano, identificando a informação relevante sobre o problema e o seu objectivo. Além disso, concebem, aplicam e analisam diferentes estratégias para resolver um problema. O desenvolvimento do raciocínio é promovido suscitando a explicação de ideias e processos, a justificação de resultados e a formulação e teste de conjecturas simples por parte dos alunos. A comunicação desenvolve-se através da vivência de situações variadas envolvendo a interpretação de enunciados, a representação e expressão de ideias matemáticas, oralmente e por escrito, e a sua discussão na turma.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos as capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemáticos e de as usar na construção, consolidação e mobilização dos conhecimentos matemáticos.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a aprendizagem, neste ciclo, os alunos devem desenvolver a sua capacidade de:

- resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas e avaliando resultados;
- raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas, explicando processos e ideias e justificando resultados
- comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos.

### Indicações metodológicas

*Resolução de problemas.* A capacidade de resolução de problemas desenvolve-se resolvendo problemas de diversos tipos e em contextos variados, e analisando as estratégias utilizadas e os resultados obtidos. No 1.º ciclo, os contextos desempenham um papel particularmente importante, em especial os que se relacionam com situações do quotidiano, devendo ser escolhidos de modo cuidadoso uma vez que servem de modelos de apoio ao pensamento dos alunos. Neste ciclo, resolver problemas constitui um ponto de partida para a abordagem de conceitos e ideias matemáticos e funciona como um suporte para o seu desenvolvimento e aplicação.

Ao resolverem problemas com regularidade, que permitam diferentes abordagens e incluindo problemas com mais de uma solução, problemas com excesso de dados e problemas sem solução, os alunos vão adquirindo experiência e confiança no modo de procurar os dados necessários, de os interpretar de acordo com as condições dadas e de os relacionar entre si e com o que é pedido. É de esperar que adquiram flexibilidade nos processos de resolução que utilizam, evoluindo, progressivamente, de estratégias informais para estratégias formais. Isto significa que os alunos muitas vezes começam por resolver os problemas recorrendo, por exemplo, a desenhos ou a palavras, mas que, gradualmente, devem recorrer por exemplo a esquemas, diagramas, tabelas, gráficos ou operações, de acordo com a evolução do seu conhecimento matemático. A valorização de diferentes modos de resolução apresentados pelos alunos de uma mesma turma pode estimulá-los a pensarem mais demoradamente no problema e a melhorar a sua compreensão e processo de resolução. Os alunos devem ser também incentivados a avaliar a plausibilidade dos resultados obtidos e a rever os procedimentos e cálculos efectuados. A discussão dos problemas na turma proporciona momentos ricos de aprendizagem, especialmente quando se fazem sistematizações de ideias matemáticas e se estabelecem relações com outros problemas ou com extensões do mesmo problema.

**Raciocínio matemático.** A capacidade de raciocinar matematicamente desenvolve-se através de experiências que proporcionem aos alunos oportunidades que estimulem o seu pensamento. Para isso o professor deve colocar frequentemente questões como, *Porquê?*, *Porque será que isso acontece?*, *O que acontece se...?*, procurando que os alunos expressem e desenvolvam as suas ideias e clarifiquem e organizem os seus raciocínios. Deve encorajar os alunos a participar em momentos de partilha e debate na aula e a explicar e justificar o seu raciocínio de modo claro e coerente, usando propriedades e relações matemáticas. Quando essas justificações não são compreendidas devido a dificuldades no discurso, cabe ao professor incentivar a sua reformulação, sugerindo, por exemplo, que se utilizem palavras mais facilmente compreensíveis, que se clarifique alguma ideia ou que se siga outro caminho.

Ser capaz de formular e testar conjecturas constitui um aspecto importante do raciocínio matemático. O professor desempenha um papel fundamental neste processo através das questões que coloca, das pistas que dá e do modo como estimula e incentiva os alunos, transmitindo-lhes confiança nas suas capacidades. Para além disso, questões do tipo, *Porque será que esta é uma boa resposta?*, *Como sabem que esta resposta é correcta?*, proporcionam o entendimento de que não basta dar uma resposta mas é preciso também saber justificá-la.

**Comunicação matemática.** A comunicação, oral e escrita, tem um papel essencial na aprendizagem da Matemática, contribuindo para a organização, clarificação e consolidação do pensamento dos alunos. Estes devem ser incentivados a exprimir, partilhar e debater ideias, estratégias e raciocínios matemáticos com os colegas e com o professor. Além disso, a leitura e interpretação de enunciados matemáticos e a realização de tarefas que integrem a escrita de pequenos textos, incluindo descrições e explicações, também contribuem para o desenvolvimento desta capacidade.

O ambiente na sala de aula deve ser propício à comunicação, encorajando os alunos a verbalizar os seus raciocínios e, também, a expor dúvidas ou dificuldades, a colocar questões e a manifestar-se sobre erros seus ou dos colegas. Os momentos de discussão de processos de resolução e de resultados de problemas na turma devem ser frequentes. O professor assume um papel relevante, nomeadamente na colocação de questões que estimulem o pensamento dos alunos, na condução do discurso, centrando-o nos conhecimentos matemáticos, e na organização e regulação da participação dos alunos nos momentos de discussão. No decurso da comunicação, o professor vai introduzindo o vocabulário específico e adequado e ajudando à sua compreensão, relacionando a linguagem natural com a linguagem matemática. Neste processo, os alunos vão ampliando o seu conhecimento de diversas formas de representação matemática e aprendendo a identificar as mais apropriadas a cada situação.

### Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<b>Resolução de problemas</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreensão do problema</li> <li>• Concepção, aplicação e justificação de estratégias</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar o objectivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema.</li> <li>• Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar formulações de problemas com informação irrelevante ou dados insuficientes ou sem solução.</li> <li>• Partir de estratégias informais e evoluir para estratégias formais. Por exemplo, o problema <i>Um carro tem 4 rodas, quantas rodas têm 5 carros?</i> pode ser resolvido usando desenhos (estratégia informal) ou a multiplicação (estratégia formal).</li> <li>• Salientar que uma mesma estratégia pode ser usada em diferentes problemas e que estratégias diferentes podem ser utilizadas num mesmo problema.</li> <li>• Para modelar problemas propor, quando apropriado, o recurso a materiais manipuláveis.</li> </ul>



Tópicos	Objectivos específicos	Notas
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar exemplos que permitam distinguir entre a resposta à questão do problema e o resultado dos cálculos efectuados.</li> <li>• Solicitar a verificação e interpretação dos resultados revendo os dados e as estratégias utilizadas.</li> </ul>
<p><b>Raciocínio matemático</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Justificação</li> <li>• Formulação e teste de conjecturas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos.</li> <li>• Formular e testar conjecturas relativas a situações matemáticas simples.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pedir a explicação de raciocínios matemáticos oralmente e por escrito.</li> <li>• Solicitar exemplos, contra-exemplos e analogias.</li> <li>• Propor a investigação de regularidades e relações numéricas nas tabuadas.</li> <li>• Usar as tabuadas para a formulação e teste de conjecturas.</li> </ul>
<p><b>Comunicação matemática</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação</li> <li>• Representação</li> <li>• Expressão</li> <li>• Discussão</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.</li> <li>• Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas.</li> <li>• Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios.</li> <li>• Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar como recursos livros, manuais, jornais e Internet.</li> <li>• Recorrer a diversos tipos de representação, usando desenhos e palavras para representar informação e ideias matemáticas e introduzindo progressivamente símbolos, tabelas, esquemas e gráficos.</li> <li>• Introduzir associações entre símbolos criados pelos alunos e a notação convencional.</li> <li>• Solicitar o uso progressivo de vocabulário adequado às situações.</li> <li>• Incentivar os alunos a expor e discutir ideias matemáticas, tanto em pequenos grupos como na turma, solicitando a explicação dos processos e resultados e a justificação das afirmações e argumentos utilizados.</li> </ul>

## Números e operações

### Articulação com o 1.º ciclo

Com a aprendizagem no 1.º ciclo, os alunos desenvolvem o sentido de número e adquirem uma compreensão dos números naturais e da sua representação no sistema de numeração decimal, sendo capazes de ler e representar números até ao milhão. Iniciam o trabalho intuitivo com fracções e trabalham com números em representação decimal até à milésima. Ainda no 1.º ciclo, os alunos usam símbolos para indicar relações entre números ( $=$ ,  $>$  e  $<$ ), desenvolvem a compreensão das operações elementares e a destreza de cálculo com números naturais e racionais não negativos na representação decimal. No 2.º ciclo, a aprendizagem aprofunda esta compreensão e esta destreza, e amplia-as aos números inteiros e racionais não negativos na forma de fracção, considerada nos seus múltiplos significados, como, quociente entre dois números inteiros, relação parte-todo, razão, medida e operador, tendo sempre em vista o desenvolvimento do sentido de número.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações, e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem:

- compreender e ser capazes de usar propriedades dos números inteiros e racionais;
- compreender e ser capazes de operar com números racionais e de usar as propriedades das operações no cálculo;
- ser capazes de apreciar a ordem de grandeza de números e compreender os efeitos das operações sobre os números;
- desenvolver a capacidade de estimação, de cálculo aproximado e de avaliação da razoabilidade de um resultado;
- desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito;
- ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos.

### Indicações metodológicas

*Abordagem e tarefas.* No estudo dos números inteiros, e depois no alargamento aos números racionais não negativos, deve tomar-se como ponto de partida quer situações que incluem elementos do quotidiano dos alunos (por exemplo, de jornais e revistas e de horários de transportes), quer as que surgem no próprio campo da Matemática. No estudo dos números racionais não negativos, a associação a situações de medida de grandezas, como comprimento, área, volume, massa, tempo e dinheiro, favorece a compreensão desses números e de relações entre eles.

A resolução de problemas que incluam a investigação de regularidades numéricas constitui um aspecto a privilegiar da didáctica dos números neste ciclo de ensino. Desta forma, o aluno tem possibilidade de ampliar o seu conhecimento dos números, de conceber e usar estratégias e discutir a sua adequação às situações e a formular conjecturas e a testá-las. O trabalho com sequências numéricas em que se pede ao aluno que continue ou invente sequências de números estabelece uma ponte conceptual importante entre os três ciclos do ensino básico.

O desenvolvimento do cálculo mental é outro aspecto a privilegiar neste ciclo de ensino, para o que é importante recorrer a situações que suscitem a estimação do resultado das operações envolvidas antes da realização do cálculo, bem como considerar a utilização das propriedades das operações.

*Recursos.* A calculadora e o computador (por exemplo, através da folha de cálculo e *applets*) permitem experiências com números e regularidades numéricas e o trabalho com situações reais que sem estes recursos seriam difíceis de realizar. A calculadora pode ainda ser útil por possibilitar a elaboração e análise de estratégias de cálculo mental que auxiliam no desenvolvimento do sentido de número, na consolidação do significado das operações e no reconhecimento e aplicação das suas propriedades. É também um recurso que auxilia na validação dos procedimentos utilizados e no desenvolvimento da capacidade do aluno de estimar resultados.

*Conceitos específicos.* Neste ciclo, inicia-se a aprendizagem dos números inteiros (positivos e negativos) e aprofunda-se o estudo das operações com números racionais, em particular relacionando a adição e a subtração, e a multiplicação e a divisão, a partir de situações que permitam expandir os diferentes significados das operações. É igualmente importante, neste ciclo, que não se perca de vista o trabalho com os algoritmos, particularmente com o algoritmo da divisão, uma vez que é o último a ser introduzido no ciclo anterior.

O cálculo mental (exacto e aproximado) deve merecer uma grande atenção no 2.º ciclo, dada a importância de um bom domínio a este nível para o desenvolvimento da autoconfiança e desembaraço dos alunos, essenciais para a aprendizagem neste tema e em particular na resolução de problemas.

A representação de um número na forma de fracção, introduzida no ciclo anterior, é agora usada nos seus múltiplos significados: quociente entre dois números inteiros, relação parte-todo, razão, medida e operador. É a altura de introduzir a representação na forma de numeral misto, embora sem a usar em situações de cálculo. Nas operações com números racionais, é de fazer o estudo paralelo entre as representações decimal e fraccionária, evidenciando as vantagens e desvantagens de cada uma delas em situações concretas. Na resolução de problemas do quotidiano, é de privilegiar o trabalho dos alunos com números racionais na forma decimal relativamente à forma fraccionária, uma vez que é essa a realidade mais comum.

## Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Números naturais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Números primos e compostos</li> <li>Decomposição em factores primos</li> <li>Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum de dois números</li> <li>Crítérios de divisibilidade</li> <li>Potências de base e expoente naturais</li> <li>Potências de base 10</li> <li>Multiplicação e divisão de potências</li> <li>Propriedades das operações e regras operatórias</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar e dar exemplos de números primos e distinguir números primos de números compostos.</li> <li>Decompor um número em factores primos.</li> <li>Compreender as noções de mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum de dois números e determinar o seu valor.</li> <li>Utilizar os critérios de divisibilidade de um número.</li> <li>Interpretar uma potência de expoente natural como um produto de factores iguais.</li> <li>Identificar e dar exemplos de quadrados e de cubos de um número e de potências de base 10.</li> <li>Calcular potências de um número e determinar o produto e o quociente de potências com a mesma base ou com o mesmo expoente.</li> <li>Compreender as propriedades e regras das operações e usá-las no cálculo.</li> <li>Resolver problemas que envolvam as</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Solicitar exemplos de números primos menores que 100.</li> <li>Pedir a decomposição em factores primos, pelo menos de números menores que 20.</li> <li>Para determinar o valor do m.m.c. e do m.d.c. de dois números, usar quer a decomposição em factores primos, quer a representação dos seus múltiplos e divisores.</li> <li>Considerar os critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 9 e 10.</li> <li>Estudar regularidades com potências, por exemplo, regularidades do algarismo das unidades de potências com a mesma base e expoentes diferentes.</li> <li>Solicitar os quadrados até 12 x12 e os cubos de 2, 3, 4, 5 e 10.</li> <li>Dar destaque ao trabalho com potências de base 10.</li> <li>Usar a calculadora no cálculo de potências.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
	<p>propriedades da adição, subtração, multiplicação e divisão bem como potenciação, mínimo múltiplo comum, máximo divisor comum.</p>	
<p><b>Números inteiros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de número inteiro e representação na recta numérica</li> <li>• Comparação e ordenação</li> <li>• Adição e subtração com representação na recta numérica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar grandezas que variam em sentidos opostos e utilizar números inteiros para representar as suas medidas.</li> <li>• Localizar e posicionar números inteiros positivos e negativos na recta numérica.</li> <li>• Compreender as noções de valor absoluto e de simétrico de um número.</li> <li>• Comparar e ordenar números inteiros.</li> <li>• Adicionar e subtrair números inteiros.</li> <li>• Interpretar a subtração como a operação inversa da adição, compreendendo que ela é sempre possível no conjunto dos números inteiros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Abordar as operações com números inteiros em contexto, por exemplo, recta numérica, temperaturas, cartas geográficas e saldos bancários.</li> </ul>
<p><b>Números racionais não negativos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção e representação de número racional</li> <li>• Comparação e ordenação</li> </ul> <p>• Operações</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender e usar um número racional como quociente, relação parte-todo, razão, medida e operador.</li> <li>• Comparar e ordenar números racionais representados de diferentes formas.</li> <li>• Localizar e posicionar na recta numérica um número racional não negativo representado nas suas diferentes formas.</li> <li>• Representar sob a forma de fracção um número racional não negativo dado por uma dízima finita.</li> <li>• Adicionar, subtrair, multiplicar e dividir números racionais não negativos representado em diferentes formas.</li> <li>• Compreender o efeito de multiplicar (dividir) um número racional não negativo por um número menor que 1.</li> <li>• Compreender a noção de inverso de um número.</li> <li>• Calcular a potência de expoente natural de um número racional não negativo, representado nas suas diferentes formas.</li> <li>• Identificar e dar exemplos de fracções equivalentes a uma dada fracção e escrever uma fracção na sua forma irredutível.</li> <li>• Utilizar estratégias de cálculo mental e escrito para as quatro operações usando as suas propriedades.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recorrer a representações de números por fracções, decimais e numerais mistos.</li> <li>• Solicitar a localização e o posicionamento na recta numérica de números racionais, como por exemplo, <math>5/4</math>, <math>4/5</math> e <math>1,2</math> e <math>1\frac{1}{2}</math>.</li> <li>• Usar situações de medida no estudo da noção de número racional não negativo.</li> <li>• Propor situações em que os alunos exercitem os algoritmos já trabalhados, em especial o da divisão com decimais.</li> <li>• Propor situações que evidenciem, o significado das operações, por exemplo: <ul style="list-style-type: none"> <li>36: 4 e <math>36 \times 0,25</math></li> <li>48: 0,2 e <math>48 \times 1/5</math></li> </ul> </li> <li>• Solicitar o cálculo de expressões numéricas do tipo <math>10,45 - 1,2 : 2/8</math> ou <math>7/2 + 5/4 \times 2/5</math>.</li> <li>• Propor o uso de estratégias como, por exemplo: <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>1,8 \times 6 = 1,8 \times 5 + 1,8</math>;</li> <li>- <math>99 \times 8 = 100 \times 8 - 1 \times 8</math>;</li> <li>- <math>108:4=54:2= 27:1</math>.</li> </ul> </li> </ul>



### Articulação com o 1.º ciclo

No 1.º ciclo os alunos descrevem, constroem e representam figuras no plano e no espaço, identificando propriedades. No 2.º ciclo, os alunos ampliam este estudo, dando também atenção às figuras unidimensionais. As isometrias, que começam a ser abordadas no 1.º ciclo e utilizadas no estudo dos frisos, são aprofundadas no 2.º ciclo, especialmente a reflexão e a rotação. As grandezas e os respectivos processos de medição, que constituem um assunto de grande relevância no 1.º ciclo, continuam a receber atenção no 2.º ciclo, também associados à resolução de problemas do quotidiano. Ainda neste ciclo, o perímetro é trabalhado com outras figuras geométricas (círculo e polígonos irregulares), e aprofunda-se os conceitos de área e volume, incluindo o estudo das fórmulas das áreas do triângulo e do círculo, e as dos volumes do cubo, do paralelepípedo e do cilindro. No 1.º ciclo, os alunos adquirem intuitivamente a noção de ângulo e identificam diversos tipos de ângulos. Com esta base, no 2.º ciclo, introduz-se o conceito de amplitude, medem-se, classificam-se e constroem-se ângulos. Com estes conhecimentos, aprofunda-se o estudo das propriedades dos polígonos e a sua classificação.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão das propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a compreensão de grandezas geométricas e respectivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas em contextos diversos.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem:

- compreender propriedades das figuras geométricas no plano e no espaço;
- desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico e ser capazes de os usar;
- ser capazes de analisar padrões geométricos e desenvolver o conceito de simetria;
- ser capazes de resolver problemas, comunicar e raciocinar matematicamente em situações que envolvam contextos geométricos.

### Indicações metodológicas

*Abordagem.* No estudo da Geometria e das grandezas geométricas deve tomar-se como ponto de partida situações do quotidiano dos alunos, recorrendo, por exemplo, a azulejos e outros artefactos de cerâmica, a tapeçarias ou pintura e ao próprio corpo humano. Dado que a Geometria e a Medida estão directamente relacionadas com as actividades matemáticas mais antigas em que o ser humano se envolveu, o seu estudo possibilita a exploração de aspectos históricos (a Matemática como actividade de resolução de problemas práticos em algumas civilizações e também como actividade predominantemente intelectual, para os Gregos). Na sequência do ciclo anterior, a Medida continua a ser trabalhada ao longo do 2.º ciclo, relacionando-a com os números racionais e aprofundando alguns conceitos. As experiências de medição (perímetros, áreas, volumes e capacidades) devem ser diversificadas e fazer apelo a diversas unidades. No caso do ângulo, introduz-se a amplitude e a sua medida. Nestas experiências, a estimação de medidas desempenha um papel importante contribuindo para o desenvolvimento do sentido crítico dos alunos quanto à razoabilidade de um determinado resultado.

O raciocínio geométrico e a visualização espacial são capacidades a aprofundar neste ciclo que, conjuntamente com o pensamento numérico, permitem desenvolver novas estratégias na resolução de problemas.

*Tarefas e recursos.* O estudo da Geometria deve ter como base tarefas que proporcionem oportunidades para observar, analisar, relacionar e construir figuras geométricas e de operar com elas. As tarefas que envolvem as isometrias do plano devem merecer atenção especial neste ciclo, sobretudo as que dizem respeito a reflexões e rotações, pois permitem a aprendizagem de conceitos geométricos de forma dinâmica e o aprofundamento da sua compreensão.

No estudo deste tema, é fundamental o recurso a instrumentos de medida e de desenho — régua, esquadro, transferidor, compasso — bem como a utilização de materiais manipuláveis — geoplanos, tangrans, *puzzles*, mosaicos, peças poligonais encaixáveis, cartolina e elásticos, armações e palhinhas, mira e espelhos. Todos estes instrumentos e materiais são um apoio importante para a aprendizagem em Geometria, em particular na exploração, análise e resolução de problemas de natureza geométrica e na realização de desenhos e construções com um rigor adequado. Os programas computacionais de Geometria Dinâmica e os *applets* favorecem igualmente a compreensão dos conceitos e relações geométricas, pelo que devem ser também utilizados.

*Conceitos específicos.* A simetria é um conceito-chave em diversas áreas da Matemática mas é em Geometria que atinge maior relevância. Através da simetria podem caracterizar-se objectos geométricos e simplificar-se argumentos e, com o seu recurso, é possível elaborar estratégias de resolução de problemas em muitos casos de maior eficácia.

As isometrias permitem desenvolver nos alunos o conceito de congruência (figuras congruentes relacionam-se entre si através de reflexões, rotações, translações ou reflexões deslizantes). Este tipo de transformações permite a exploração, construção e classificação de frisos e rosáceas. A noção de amplitude de um ângulo e a sua medição em graus, são introduzidas neste ciclo, e têm um papel importante no estudo das rotações e no trabalho com as figuras geométricas.

### Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Sólidos geométricos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera</li> <li>• Planificação e construção de modelos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Descrever sólidos geométricos e identificar os seus elementos.</li> <li>• Compreender as propriedades dos sólidos geométricos e classificá-los.</li> <li>• Relacionar o número de faces, de arestas e de vértices de uma pirâmide e de um prisma, com o polígono da base.</li> <li>• Identificar sólidos através de representações no plano e vice-versa.</li> <li>• Identificar, validar e desenhar planificações de sólidos e construir modelos a partir destas planificações.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para o estudo de sólidos, usar objectos, materiais de uso corrente e modelos de sólidos geométricos.</li> <li>• Nas construções de modelos de sólidos usar também cartolina e elásticos, armações e palhinhas e peças poligonais encaixáveis.</li> <li>• Usar situações de possibilidade e impossibilidade e exemplos e contra-exemplos na formulação de leis gerais. (<i>Uma pirâmide pode ter 7 arestas?</i>)</li> <li>• Encontrar experimentalmente a relação de Euler.</li> </ul>
<p><b>Figuras no plano</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rectas, semi-rectas e segmentos de recta</li> <li>• Ângulos: amplitude e medição</li> <li>• Polígonos: propriedades e classificação</li> <li>• Círculo e circunferência: propriedades e construção</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar e representar rectas paralelas, perpendiculares e concorrentes, semi-rectas e segmentos de recta, e identificar a sua posição relativa no plano.</li> <li>• Medir, em graus, a amplitude de um ângulo e construir um ângulo sendo dada a sua amplitude.</li> <li>• Estabelecer relações entre ângulos e classificar ângulos.</li> <li>• Distinguir ângulos complementares e suplementares e identificar ângulos verticalmente opostos e ângulos alternos internos.</li> <li>• Identificar os elementos de um polígono, compreender as suas propriedades e classificar polígonos.</li> <li>• Classificar triângulos quanto aos ângulos e quanto aos lados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor situações para estimar a ordem de grandeza de ângulos.</li> <li>• Na medição de amplitudes aproximar ao grau.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construir triângulos e compreender os casos de possibilidade na construção de triângulos.</li> <li>• Compreender relações entre elementos de um triângulo e usá-las na resolução de problemas.</li> <li>• Compreender o valor da soma das amplitudes dos ângulos internos e externos de um triângulo.</li> <li>• Identificar as propriedades da circunferência e distinguir circunferência de círculo.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo propriedades dos triângulos e do círculo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Solicitar a construção de triângulos sendo dados: o comprimento dos lados; o comprimento de dois lados e a amplitude do ângulo por eles formado; o comprimento de um lado e a amplitude dos ângulos adjacentes a esse lado.</li> <li>• Na medição de comprimentos aproximar ao milímetro.</li> <li>• Propor como exemplos de relações entre elementos de um triângulo: num triângulo, um ângulo externo é maior que qualquer dos internos não adjacentes; ao maior lado (ângulo) opõe-se o maior ângulo (lado); qualquer lado é menor que a soma dos outros dois.</li> <li>• Para a soma das amplitudes dos ângulos internos e externos de um triângulo recorrer a provas informais ou a programas de Geometria Dinâmica.</li> </ul>
<p><b>Reflexão, rotação e translação</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção e propriedades da reflexão, da rotação e da translação</li> <li>• Simetrias axial e rotacional</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar, prever e descrever a isometria em causa, dada a figura geométrica e o transformado.</li> <li>• Construir o transformado de uma figura, a partir de uma isometria ou de uma composição de isometrias.</li> <li>• Compreender as noções de simetria axial e rotacional e identificar as simetrias numa figura.</li> <li>• Completar, desenhar e explorar padrões geométricos que envolvam simetrias.</li> <li>• Identificar as simetrias de frisos e rosáceas.</li> <li>• Construir frisos e rosáceas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• No estudo das isometrias recorrer à exploração de obras de arte e artesanato.</li> <li>• Usar imagens obtidas por composição de isometrias.</li> <li>• Fazer notar que a recta que contém a bissectriz de um ângulo é um eixo de simetria desse ângulo.</li> <li>• Na identificação dos eixos de simetria de uma figura, dar particular relevo ao caso dos triângulos.</li> <li>• Considerar o número de eixos de simetria na classificação de triângulos.</li> <li>• Propor a construção de figuras com mais de um eixo de simetria.</li> <li>• Na rotação, solicitar indicação do centro, do sentido e da amplitude do ângulo de rotação.</li> <li>• Na construção de rosáceas, considerar a divisão do círculo num número par e ímpar de sectores, desenhar uma figura (motivo) num dos sectores, e, por decalque ou por dobragem, preencher os sectores seguintes segundo uma regra (rodar ou reflectir).</li> <li>• Usar espelhos e dobragens de papel, representações gráficas e <i>applets</i>.</li> </ul>
<p><b>Perímetros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Polígonos regulares e irregulares</li> <li>• Círculo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar o perímetro de polígonos regulares e irregulares.</li> <li>• Determinar um valor aproximado de <math>\pi</math>.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo perímetros de polígonos e do círculo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor a determinação experimental de um valor aproximado de <math>\pi</math>.</li> <li>• Usar situações experimentais para encontrar a fórmula do perímetro do círculo.</li> </ul>



Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Áreas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equivalência de figuras planas</li> <li>• Unidades de área</li> <li>• Área do triângulo e do círculo</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender a noção de equivalência de figuras planas e distinguir figuras equivalentes de figuras congruentes.</li> <li>• Relacionar a fórmula da área do triângulo com a do rectângulo.</li> <li>• Calcular a área de figuras planas simples, decomponíveis em rectângulos e em triângulos ou por meio de estimativas.</li> <li>• Determinar valores aproximados da área de um círculo desenhado em papel quadriculado.</li> <li>• Resolver problemas que envolvam áreas do triângulo e do círculo, bem como a decomposição e composição de outras figuras planas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar a sobreposição, composição e decomposição de figuras.</li> <li>• Propor situações que evidenciem a distinção entre área e perímetro. Por exemplo, a separação e a reorganização das partes de uma figura que alterem o seu perímetro mas não a sua área (e reciprocamente).</li> <li>• Usar figuras e respectivo enquadramento em papel quadriculado.</li> <li>• Usar situações experimentais, para determinar a fórmula da área do círculo.</li> </ul>
<p><b>Volumes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Volume do cubo, do paralelepípedo e do cilindro</li> <li>• Unidades de volume</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar as unidades de volume com as unidades de capacidade do sistema SI.</li> <li>• Resolver problemas que envolvam volumes de cubos, paralelepípedos e cilindros.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar a fórmula do volume do paralelepípedo com a do cubo.</li> </ul>

# Álgebra

2º

## Articulação com o 1.º ciclo

Os alunos no 1.º ciclo desenvolvem o pensamento algébrico quando, por exemplo, investigam sequências numéricas e padrões geométricos. No 2.º ciclo, ampliam e aprofundam esse trabalho, explorando padrões, determinando termos de uma sequência a partir da sua lei de formação e uma lei de formação pelo estudo da relação entre os termos. Os alunos desenvolvem igualmente a capacidade de identificar relações e de usar a linguagem simbólica para as descrever, e começam a expressar relações matemáticas através de igualdades e desigualdades. No 1.º ciclo, trabalha-se com as estruturas multiplicativas e com os números racionais, o que constitui uma base para o desenvolvimento da noção de proporcionalidade. No 2.º ciclo, este assunto é aprofundado e sistematizado através da exploração de múltiplas situações que envolvem os conceitos de proporcionalidade directa, razão e proporção.

## Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos o pensamento algébrico, bem como a sua capacidade de representar simbolicamente situações matemáticas e não matemáticas e de resolver problemas em contextos diversos.

## Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem:

- ser capazes de explorar, investigar regularidades;
- compreender a noção de proporcionalidade directa e usar o raciocínio proporcional;
- ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar recorrendo a representações simbólicas.

## Indicações metodológicas

*Abordagem.* A investigação de regularidades, tanto em sequências numéricas finitas ou infinitas (sucessões), como em representações geométricas deve ser tomada como base para o desenvolvimento do pensamento algébrico. No estudo da relação de proporcionalidade directa é de privilegiar situações familiares dos alunos e contextos matemáticos simples. No que se refere aos números, a generalização das propriedades das operações aritméticas constitui uma forma de desenvolver o pensamento algébrico, representando uma diferença substancial relativamente ao ciclo anterior.

Os alunos devem ser incentivados a utilizar terminologia e simbologia matemáticas em situações variadas, a relacionar diferentes formas de representação e a linguagem matemática com a linguagem natural. A elaboração de relatórios e de pequenos textos sobre as tarefas realizadas e sobre assuntos matemáticos são boas ocasiões para essa utilização.

*Recursos.* A folha de cálculo é um recurso tecnológico importante no desenvolvimento do pensamento algébrico uma vez que permite realizar com rapidez experiências com números e pôr em evidência relações numéricas. De igual modo, a calculadora possibilita a realização deste tipo de trabalho com os números, permitindo efectuar longas cadeias de cálculos, deixando os alunos com mais disponibilidade para a procura de relações e a sua representação simbólica.

*Conceitos específicos.* O estudo de sequências envolve o trabalho com números e operações e proporciona o estabelecimento de relações e a explicitação de leis de formação. Os alunos devem ganhar desembaraço na manipulação de expressões numéricas, compreendendo o papel e a necessidade dos parênteses, a prioridade das operações e os efeitos das operações sobre os números.

São trabalhadas relações associadas a sequências numéricas e a proporcionalidade directa, que é uma relação importante no desenvolvimento do pensamento algébrico presente em muitas situações do quotidiano dos alunos (envolvendo, por exemplo, problemas de natureza multiplicativa nas compras ou em receitas culinárias, percentagens e escalas). Os alunos devem usar a proporcionalidade para fazer previsões e distinguir a relação de proporcionalidade directa de outros tipos de relações.

## Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Relações e regularidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Expressões numéricas e propriedades das operações</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender o significado dos parênteses e a prioridade das operações numa expressão numérica.</li> <li>Usar expressões numéricas para representar situações e dar exemplos de situações que possam ser representadas por uma expressão numérica.</li> <li>Expressar relações matemáticas através de igualdades e desigualdades.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propor exemplos que evidenciem as propriedades comutativa, associativa e distributiva das operações estudadas.</li> <li>Para evidenciar o papel dos parênteses e as prioridades das operações, utilizar casos do tipo, <math>9+2,5 \times 4</math> e <math>(9+2,5) \times 4</math>; <math>14,5-3+7</math> e <math>14,5-(3+7)</math>.</li> <li>Propor situações que possibilitem a 'visualização' de expressões algébricas por exemplo, o cálculo da área do rectângulo de dimensões <math>a</math> e <math>a+2</math>, usando a fórmula da área e a soma das medidas das áreas do quadrado de lado <math>a</math> e do rectângulo de dimensões <math>a</math> e <math>2</math>.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Sequências e regularidades</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar e dar exemplos de sequências e regularidades numéricas e não numéricas.</li> <li>Determinar o termo seguinte (ou o anterior) a um dado termo e ampliar uma sequência numérica, conhecida a sua lei de formação.</li> <li>Determinar termos de ordens variadas de uma sequência, sendo conhecida a sua lei de formação.</li> <li>Analisar as relações entre os termos de uma sequência e indicar uma lei de formação, utilizando a linguagem natural e simbólica.</li> <li>Representar simbolicamente relações descritas em linguagem natural e reciprocamente.</li> <li>Interpretar diferentes representações de uma relação e relacioná-las.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Usar a calculadora na exploração de regularidades numéricas.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Proporcionalidade directa</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender os conceitos de razão, proporção e constante de proporcionalidade.</li> <li>Utilizar proporções para modelar situações e fazer previsões.</li> <li>Resolver e formular problemas envolvendo situações de proporcionalidade directa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Distinguir situações em que não existe proporcionalidade de situações em que existe, solicitando, neste caso, a constante de proporcionalidade.</li> <li>Usar situações que envolvam percentagens e escalas, e a análise de tabelas e gráficos.</li> <li>Propor situações que permitam verificar a propriedade fundamental das proporções.</li> </ul>

## Organização e tratamento de dados

### Articulação com o 1.º ciclo

No 1.º ciclo, neste tema, os alunos adquirem alguma experiência de recolha e organização de dados qualitativos e quantitativos discretos, representando-os em tabelas de frequências absolutas e em gráficos de vários tipos, como os pictogramas e gráficos de barras. No 2.º ciclo, os alunos aprofundam e alargam este trabalho, realizando estudos que envolvem dados de natureza variada, incluindo dados quantitativos contínuos, representando-os em tabelas de frequências absolutas e relativas e em gráficos de barras, gráficos circulares ou diagramas de caule-e-folhas, consoante a sua adequação e utilidade na análise e interpretação da situação. Os alunos, que no 1.º ciclo aprenderam a identificar e usar a moda de um conjunto de dados, ampliam o seu reportório de medidas estatísticas, passando a dispor também da média aritmética, extremos e amplitude para descrever um conjunto de dados. Dando seguimento ao trabalho com a incerteza iniciado no 1.º ciclo, os alunos continuam o estudo de situações aleatórias simples e realizam experiências que possibilitam a exemplificação da regularidade a longo termo, consolidando, simultaneamente, o vocabulário básico relativo a situações aleatórias.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos a capacidade de compreender e de produzir informação estatística, bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem ser capazes de:

- explorar, analisar, interpretar e utilizar informação de natureza estatística;
- seleccionar e usar métodos estatísticos apropriados para recolher, organizar e representar dados;
- planear e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjecturas a partir deles, utilizando linguagem estatística.

### Indicações metodológicas

*Abordagem.* Recolher, organizar, descrever, apresentar e interpretar dados constituem actividades que devem ser colocadas ao serviço da resolução de problemas identificados pelos alunos na sua vida quotidiana. Por exemplo, compreender que se se quiser mandar fazer um campo de jogos na escola, é necessário conhecer os jogos favoritos da comunidade escolar ou, se se quiser avaliar o grau de satisfação dos alunos relativamente às refeições servidas na cantina, é necessário recolher e analisar dados junto dos alunos que a usam. É importante incentivar os alunos a formular questões relacionadas com outras disciplinas recorrendo, por exemplo, à leitura e interpretação de gráficos e tabelas relativos à evolução da população portuguesa e à emigração, ao estudo das calorias de diferentes tipos de frutos (ou outro tipo de alimento), ao estudo comparativo do número de letras das palavras de uma folha de um livro de história infantil ou de um romance. No estudo deste tema, o desenvolvimento de pequenos projectos beneficia com o trabalho em grupo, uma vez que é possível realizar maior diversidade de tarefas e obter ganhos de tempo. Na sua concretização, é importante sensibilizar os alunos para a importância da definição de objectivos comuns, para a divisão de tarefas e para a tomada de iniciativas e o assumir de responsabilidades, tendo em vista o desenvolvimento tanto da sua autonomia como do sentido de colaboração.

*Tarefas e recursos.* O estudo deste tema deve assumir uma natureza investigativa, estimulando os alunos a formular questões como ponto de partida para o trabalho a desenvolver. A procura de respostas para os problemas formulados deve conduzi-los à necessidade da recolha e análise de dados. Os alunos devem decidir que informação recolher, como a recolher, organizar e representar. A análise e interpretação de dados constitui um momento do trabalho, neste tema, que o professor deve destacar, levando os alunos a estabelecer relações e conjecturas que podem ser o ponto de partida para novas investigações. Além

disso, devem também ser incentivados a usar a análise de dados para tentar justificar essas conjecturas e fazer previsões.

No seguimento do que foi feito no 1.º ciclo, os alunos devem realizar experiências aleatórias em que se explora a regularidade a longo termo (isto é, ao fim de muitas realizações da experiência, nas mesmas circunstâncias). Devem identificar e listar todos os resultados possíveis, associados a experiências aleatórias simples tais como, lançar dois dados e registar o resultado da soma das pintas das faces que ficam voltadas para cima, ou extrair duas bolas de uma caixa, onde se colocaram cinco bolas numeradas de um a cinco, sem reposição ou com reposição, e registar todas as possibilidades. Devem ainda explorar situações em que o estudo da informação recolhida sobre alguns alunos da escola, permita, ou não, generalizar os resultados obtidos, para todos os alunos da escola.

A tecnologia assume uma grande importância no tratamento de dados. A calculadora e o computador são instrumentos fundamentais no trabalho a realizar neste tema, uma vez que permitem que os alunos se concentrem na escolha e justificação dos métodos a usar, na análise de dados e na interpretação de resultados, libertando-os de cálculos demorados. O computador, com a folha de cálculo, oferece aos alunos amplas possibilidades de organizar e representar dados em tabelas e gráficos. Por outro lado, através da Internet, os alunos podem aceder rapidamente a bases de dados e a informação estatística.

*Conceitos específicos.* No estudo deste tema, os alunos devem ser confrontados com a necessidade de produzir e interpretar informação estatística, devendo ser estimulados a sintetizar e discutir informação e a comunicar resultados, usando tabelas e gráficos e um vocabulário adequado. Neste ciclo, os alunos iniciam o estudo de dados quantitativos contínuos, utilizando o diagrama de caule-e-folhas para os representarem, e, para representar dados que evoluem com o tempo, são introduzidos os gráficos de linha. A par das representações gráficas, as medidas estatísticas estudadas neste ciclo (média aritmética, extremos e amplitude) constituem ferramentas muito úteis na interpretação e análise dos dados.

## Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Representação e interpretação de dados</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulação de questões</li> <li>• Natureza dos dados</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tabelas de frequências absolutas e relativas</li> <li>• Gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Média aritmética</li> <li>• Extremos e amplitude</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formular questões susceptíveis de tratamento estatístico, e identificar os dados a recolher e a forma de os obter.</li> <li>• Distinguir dados de natureza qualitativa de dados de natureza quantitativa, discreta ou contínua.</li> <li>• Recolher, classificar em categorias ou classes, e organizar dados de natureza diversa.</li> <li>• Construir e interpretar tabelas de frequências absolutas e relativas, gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas.</li> <li>• Compreender e determinar a média aritmética de um conjunto de dados e indicar a adequação da sua utilização, num dado contexto.</li> <li>• Compreender e determinar os extremos e a amplitude de um conjunto de dados.</li> <li>• Interpretar os resultados que decorrem da organização e representação de dados, e formular conjecturas a partir desses resultados.</li> <li>• Utilizar informação estatística para resolver problemas e tomar decisões.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor e solicitar exemplos de situações da vida real.</li> <li>• Propor pequenos projectos, identificando os dados a recolher, os processos de recolha e os procedimentos para a sua organização.</li> <li>• Recolher dados recorrendo a observações ou experimentações e a fontes secundárias como a Internet.</li> <li>• Explorar situações que evidenciem fontes de enviesamento, na recolha de dados. Por exemplo, para saber se os alunos de uma escola gostam de futebol, utilizar como amostra uma turma que pratica futebol.</li> <li>• Para o estudo de dados discretos ou contínuos construir diagramas de caule-e-folhas e utilizá-los para obter os extremos de um conjunto de dados.</li> <li>• Utilizar gráficos de linha para registo de observações que evoluem com o tempo (por exemplo, a temperatura numa sala ao longo do dia).</li> <li>• Salientar que a média só pode ser calculada para dados quantitativos.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Realçar a natureza distinta das diferentes medidas calculadas a partir dos dados: a média, localizando o centro da distribuição dos dados; os extremos, localizando outros pontos importantes; a amplitude medindo a variabilidade presente dos dados.</li> <li>• Na análise da plausibilidade de conjecturas utilizar os termos <i>impossível, possível, certo, provável, igualmente provável e improvável</i>.</li> <li>• Utilizar as tabelas de frequências relativas para explorar a regularidade a longo termo em situações aleatórias.</li> </ul>

## Capacidades transversais

### Articulação com o 1.º ciclo

No 1.º ciclo os alunos resolvem problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, concebendo e pondo em prática estratégias variadas. No 2.º ciclo, alargam o repertório de estratégias de resolução de problemas, aprofundam a análise da plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação dos processos utilizados. Ainda, no 1.º ciclo, os alunos explicam ideias e processos e justificam resultados matemáticos, base a partir da qual, no 2º ciclo, desenvolvem o seu raciocínio matemático, formulando e testando conjecturas, recorrendo a exemplos e contra-exemplos e à análise exaustiva de casos e fazendo deduções informais e generalizações. Na comunicação, os alunos evoluem na forma de exprimirem as suas ideias e de descreverem os processos matemáticos utilizados, progredindo na tradução de relações da linguagem natural para a linguagem matemática e vice-versa, na variedade de formas de representação matemática que usam e no rigor com que o fazem.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos as capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemáticos e de as usar na construção, consolidação e mobilização dos conhecimentos matemáticos.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a aprendizagem, neste ciclo, os alunos devem desenvolver a sua capacidade de:

- resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas e discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados;
- raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas e generalizações, e desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos relativos a resultados, processos e ideias matemáticos;
- comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos.

### Indicações metodológicas

*Resolução de problemas.* A resolução de problemas é uma capacidade que se articula com as outras capacidades matemáticas e deve ser trabalhada em todos os temas matemáticos, conferindo coerência à aprendizagem matemática. O seu desenvolvimento é favorecido com uma experiência continuada de resolução de problemas de tipo e contexto variados, solicitando a utilização de diferentes estratégias e a sua apreciação, bem como a dos resultados obtidos. Esta experiência, para além disso, favorece o desenvolvimento da autoconfiança dos alunos e a sua autonomia no trabalho com situações não familiares.

Ser capaz de resolver problemas pressupõe que o aluno realiza com sucesso várias etapas. Assim, ele tem de ser capaz de compreender o problema, identificando a informação adequada e o objectivo pretendido; de definir um plano, seleccionando estratégias e recursos apropriados; de aplicar o plano, pondo em prática as estratégias escolhidas ou usando estratégias alternativas para superar dificuldades; e, finalmente, de verificar soluções e rever processos.

Neste ciclo de ensino, para além dos problemas que correspondem a situações da vida quotidiana, os alunos devem resolver problemas que se relacionem com outras áreas disciplinares e também problemas relativos a situações matemáticas. Dentro de cada tipo, os alunos devem ter amplas oportunidades de lidar com uma grande diversidade de problemas (por exemplo, problemas com mais de uma solução, com excesso de dados ou sem solução).

Resolver problemas deve ser, na aula de Matemática, tanto um ponto de partida para novas aprendizagens, em que os alunos desenvolvem o seu conhecimento matemático, como uma ocasião de aplicação de aprendizagens precedentes, na qual os alunos mobilizam e põem em acção o seu conhecimento. A discussão dos problemas, tanto em pequenos grupos como em colectivo, é uma via importante para promover a reflexão dos alunos, conduzir à sistematização de ideias e processos

matemáticos e estabelecer relações com outros problemas ou com variantes e extensões do mesmo problema.

**Raciocínio matemático.** Para desenvolverem esta capacidade, os alunos devem ter experiências que lhes proporcionem oportunidade de acompanhar raciocínios matemáticos e de elaborar e justificar os seus raciocínios. Neste processo, o pensamento dos alunos é estimulado quando se colocam questões como *Por que será que isso acontece?*, *O que acontece se...?*, procurando que expressem e desenvolvam ideias e clarifiquem e organizem os seus raciocínios. Todos os alunos devem ser encorajados a participar nesses momentos de partilha e debate, para que, progressivamente, sejam capazes de explicar e justificar o seu raciocínio, dando explicações claras e coerentes, incorporando propriedades e relações matemáticas.

Do mesmo modo, o professor deve incentivar a formulação e teste de conjecturas que devem ser justificadas com base em argumentos matemáticos e, também aqui, ele desempenha um papel fundamental através do questionamento que faz, das pistas que dá e do modo como incentiva os alunos, transmitindo-lhes confiança nas suas capacidades de raciocinarem matematicamente. Questões do tipo, *A resposta está bem justificada?* *Haveria outras justificações?* favorecem a compreensão de um resultado ou da resposta a uma questão, e da importância da sua justificação.

**Comunicação matemática.** Para desenvolverem esta capacidade, os alunos têm que adquirir e usar a terminologia e a simbologia apropriadas, através de um envolvimento em situações de comunicação oral e escrita e em interacções de diferentes tipos — professor-aluno, aluno(s)-aluno(s). Nestas situações, devem dispor de oportunidades frequentes para interpretar textos, apresentar ideias e colocar questões, expor dúvidas e dificuldades, pronunciar-se sobre os seus erros e os dos colegas, recorrendo tanto à linguagem natural como à linguagem matemática.

Embora a comunicação oral seja predominante na aula de Matemática, é necessário desenvolver a capacidade de comunicação escrita, nomeadamente, através da elaboração de relatórios de tarefas e pequenos textos, levando os alunos a expressar e representar as suas ideias, passando a informação de um tipo de representação para outro e usando de forma adequada a simbologia e a terminologia da Matemática.

A comunicação é uma parte essencial da actividade matemática dos alunos em aula, desempenhando um papel fundamental na aprendizagem da disciplina. A apresentação e avaliação de resultados, a expressão, a partilha e confronto de ideias e a explicitação de processos de raciocínio constituem oportunidades para a clarificação e desenvolvimento do pensamento e para a construção do conhecimento matemático.

## Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<b>Resolução de problemas</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreensão do problema</li> <li>• Concepção, aplicação e justificação de estratégias</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar os dados, as condições e o objectivo do problema.</li> <li>• Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.</li> <li>• Averiguar da possibilidade de abordagens diversificadas para a resolução de um problema.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar formulações de problemas, por exemplo, com informação irrelevante ou dados insuficientes, ou sem solução.</li> <li>• Solicitar, quando apropriado, o recurso a esquemas e estratégias informais bem como o uso da calculadora.</li> <li>• Propor problemas que permitam diversos tipos de estratégias de resolução, por exemplo: partir do fim para o princípio, tentativa e erro, criação de um problema equivalente, simplificação do problema, identificação de regularidades, utilização de casos mais simples ou particulares.</li> <li>• Usar exemplos que permitam distinguir entre a resposta à questão que o problema coloca e o resultado dos cálculos efectuados.</li> </ul>



Tópicos	Objectivos específicos	Notas
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Solicitar a verificação e interpretação dos resultados com perguntas como, <i>A resposta encontrada é plausível?, Como poderemos assegurarmo-nos que a resposta está certa?</i></li> <li>• Discutir o problema na turma com questões do tipo, <i>Alguém resolveu o problema de outra forma?, O que acontecerá se alterar os dados?, E as condições?, E o objectivo?</i></li> <li>• Incentivar a formulação de problemas a partir de situações matemáticas e não matemáticas.</li> </ul>
<p><b>Raciocínio matemático</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Justificação</li> <li>• Argumentação</li> <li>• Formulação e teste de conjecturas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicar e justificar os processos, resultados e ideias matemáticos, recorrendo a exemplos e contra-exemplos e à análise exaustiva de casos.</li> <li>• Formular e testar conjecturas e generalizações e justificá-las fazendo deduções informais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fazer perguntas do tipo, <i>Como fizeste?, Porque consideras que o que fizeste está certo?</i></li> <li>• Fazer perguntas do tipo, <i>O que acontecerá se...? Isto verificar-se-á sempre?</i></li> <li>• Solicitar a apresentação de argumentos assim como exemplos e contra-exemplos.</li> <li>• Através da apresentação de exemplos e de outros casos particulares e de perguntas como, <i>O que acontecerá a seguir?, Será que isto é válido para outros os casos?,</i> procurar que os alunos façam generalizações.</li> </ul>
<p><b>Comunicação matemática</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação</li> <li>• Representação</li> <li>• Expressão</li> <li>• Discussão</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar a informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas.</li> <li>• Representar informação e ideias matemáticas de diversas formas.</li> <li>• Traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa.</li> <li>• Expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, usando a notação, simbologia e vocabulário próprios.</li> <li>• Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usar como recursos livros, manuais, jornais, Internet.</li> <li>• Utilizar diversos tipos de representação (pictórica, gráfica, simbólica), incluindo o recurso a tabelas e esquemas.</li> <li>• Solicitar o uso de notações, vocabulário e simbologia de forma consistente.</li> <li>• Incentivar a exposição e discussão de ideias matemáticas em pequenos grupos e na turma, solicitando a explicação dos processos e resultados e a justificação das afirmações e argumentos.</li> <li>• Dar tempo aos alunos para clarificar as suas ideias e raciocínios.</li> </ul>

## Números e operações

### Articulação com o 2.º ciclo

No 2.º ciclo, os alunos aprofundam a compreensão dos números inteiros e dos números racionais, bem como das suas operações, conceitos já trabalhados no 1.º ciclo. No estudo dos números inteiros não negativos, os alunos abordam os números primos e compostos, a decomposição em factores primos, o m.d.c. e o m.m.c. de dois números, critérios de divisibilidade e as potências de expoente inteiro positivo, tendo as potências de base 10 um tratamento particular. Os números inteiros são introduzidos no 2.º ciclo, tratando-se as noções de valor absoluto e simétrico de um número, e as operações de adição e subtração. O trabalho com números racionais não negativos, iniciado no 1.º ciclo na sua representação decimal, é ampliado no 2.º ciclo. A representação fraccionária ganha importância, sendo aqueles números apresentados como quociente entre dois números inteiros, relação parte-todo, razão, medida e operador. São igualmente apresentadas as operações com números racionais não negativos na forma de fracção, mantendo-se o trabalho operativo com estes números na forma decimal. No 3.º ciclo, o estudo dos números e operações é alargado, considerando-se os números inteiros e os números racionais, positivos e negativos, e introduzindo-se os números irracionais de modo a chegar ao conjunto dos números reais. Neste conjunto considera-se a relação de ordem  $<$ , os intervalos de números reais e o cálculo com valores aproximados. Estuda-se também a notação científica.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem:

- compreender e ser capazes de usar as propriedades dos números inteiros e racionais, e desenvolver a noção de número real;
- ser capazes de operar com números racionais, usar as propriedades das operações no cálculo e compreender os seus efeitos nos números;
- ser capazes de estimar e calcular resultados aproximados, de apreciar ordens de grandeza e de avaliar a razoabilidade de um resultado;
- desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito;
- ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos.

### Indicações metodológicas

*Abordagem.* Resolver problemas e investigar regularidades numéricas constituem as actividades principais na didáctica dos números neste ciclo. Nestas actividades, o professor solicita aos alunos a concepção e utilização de estratégias e a discussão da sua adequação às situações que estão na sua origem, bem como a formulação e teste de conjecturas. Pela resolução de problemas, os alunos também reforçam o sentido de número e a compreensão das operações.

*Tarefas e recursos.* As tarefas propostas aos alunos devem incluir, de forma equilibrada, a resolução de problemas e a exploração e investigação de situações numéricas, bem como exercícios destinados a consolidar aspectos rotineiros da aprendizagem dos números e operações (por exemplo, o cálculo do

valor de expressões numéricas). A realização destas tarefas também deve permitir aos alunos o desenvolvimento da sua capacidade de cálculo numérico (mental, escrito e usando a calculadora), de escolher o processo de cálculo numérico mais adequado a cada situação, de decidir quanto à utilização de valores exactos ou aproximados e de avaliar a ordem de grandeza e a adequação da solução encontrada para determinado problema ou questão. Na resolução de problemas numéricos, como nas tarefas de exploração e investigação, é importante que os alunos tenham um tempo apropriado para realizar experiências, elaborar estratégias, formular conjecturas, descrever processos e justificá-los com progressivo rigor. A utilização adequada da calculadora permite ao aluno concentrar-se nos aspectos estratégicos do pensamento matemático ao resolver problemas e investigar regularidades numéricas.

*Conceitos específicos.* A análise de dízimas infinitas periódicas e não periódicas constitui o ponto de partida para a introdução dos números reais. Deve notar-se que a calculadora, dadas as suas limitações, não permite decidir da irracionalidade de um número. Por isso, é importante discutir com os alunos alguns casos de irracionalidade (por exemplo,  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$ ). Os alunos com melhor desempenho matemático podem analisar uma demonstração da irracionalidade de  $\sqrt{2}$ . O caso de  $\pi$ , pela sua relevância matemática e histórica, merece igualmente uma referência especial. Os números reais também podem ser vistos como medidas de grandezas. O problema histórico dos incomensuráveis entre os pitagóricos permite perspectivar os números irracionais como grandezas incomensuráveis. Assim, a diagonal de um quadrado é incomensurável com o seu lado tomado como unidade (ou seja,  $\sqrt{2}$  é irracional) e a medida do perímetro do círculo é incomensurável com o seu diâmetro tomado como unidade (ou seja,  $\pi$  é irracional).

No estudo dos números racionais, é necessário discutir com os alunos as vantagens e limitações das aproximações nos vários contextos em que é pertinente considerá-las. Ao tratar o conjunto dos números reais, deve referir-se a sua relação com conjuntos numéricos importantes como  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{Z}$  e  $\mathbf{Q}$ . Os intervalos, como subconjuntos de  $\mathbf{R}$ , têm uma importância particular porque se ligam directamente ao estudo das inequações integrado no tema da Álgebra.

### Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Números inteiros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Multiplicação e divisão, propriedades</li> <li>• Potências, raiz quadrada e raiz cúbica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Multiplicar e dividir números inteiros.</li> <li>• Calcular o valor de potências em que a base (diferente de zero) e o expoente são números inteiros.</li> <li>• Induzir a regra da potência da potência (base e expoente naturais) e aplicá-la no cálculo.</li> <li>• Calcular a raiz quadrada e a raiz cúbica de quadrados e cubos perfeitos.</li> <li>• Relacionar potências e raízes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor situações que relacionem o cálculo de potências de base e expoente naturais com o cálculo de potências de base e expoente inteiros.</li> <li>• Propor a exploração de casos particulares de modo a induzir a regra da potência da potência. Os alunos com melhor desempenho matemático podem demonstrar esta regra.</li> <li>• Propor o cálculo de raízes quadradas e cúbicas em casos simples e o uso da calculadora em outros casos.</li> <li>• Verificar que <math>\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}</math> (<math>a</math> e <math>b</math> não negativos) e <math>\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}</math> (<math>a</math> não negativo e <math>b</math> positivo). Os alunos com melhor desempenho matemático podem demonstrar estas relações.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Números racionais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representação, comparação e ordenação</li> <li>• Operações, propriedades e regras operatórias</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representar números racionais na recta numérica e por dízimas infinitas periódicas.</li> <li>• Comparar e ordenar números racionais representados nas formas decimal e fraccionária.</li> <li>• Representar e comparar números racionais positivos em notação científica.</li> <li>• Conhecer as propriedades e as regras das operações em <math>\mathbf{Q}</math> e usá-las no cálculo.</li> <li>• Efectuar operações com potências de base racional (diferente de zero) e expoente inteiro.</li> <li>• Calcular o valor de expressões numéricas que envolvam números racionais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Na representação em notação científica, privilegiar os exemplos que emergem de contextos científicos, tecnológicos ou da realidade quotidiana.</li> <li>• Reconhecer o modo como a calculadora representa um número em notação científica.</li> <li>• Relacionar as potências de base e expoente inteiro com as potências de base racional e expoente inteiro.</li> <li>• Utilizar as propriedades das operações em <math>\mathbf{Q}</math> no cálculo do valor de expressões numéricas como <math>2 - \left(\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right)</math> e <math>\left(-\frac{2}{5}\right) \times \left[\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(\frac{7}{4}\right)\right]</math>.</li> </ul>
<p><b>Números reais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de número real e recta real</li> <li>• Relações <math>&lt;</math> e <math>&gt;</math> em <math>\mathbf{R}</math></li> <li>• Intervalos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar um número real (racional e irracional) como um número cuja representação decimal é uma dízima finita ou infinita.</li> <li>• Representar números reais na recta real, com aproximações apropriadas aos contextos.</li> <li>• Reconhecer que as propriedades das operações em <math>\mathbf{Q}</math> se mantêm em <math>\mathbf{R}</math> e aplicá-las na simplificação de expressões.</li> <li>• Comparar e ordenar números reais.</li> <li>• Compreender e utilizar a transitividade das relações <math>&lt;</math> e <math>&gt;</math> em <math>\mathbf{R}</math>.</li> <li>• Determinar valores aproximados por defeito (excesso) da soma e do produto de números reais, conhecidos valores aproximados por defeito (excesso) das parcelas e dos factores.</li> <li>• Representar e interpretar intervalos de números reais, bem como a sua intersecção e reunião, simbólica e graficamente.</li> <li>• Resolver problemas e investigar regularidades envolvendo números racionais e reais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os alunos podem tomar contacto com a irracionalidade de <math>\sqrt{2}</math> numa abordagem histórica ao problema dos incomensuráveis entre os pitagóricos. Os alunos com melhor desempenho matemático podem ter um primeiro contacto com a demonstração, por redução ao absurdo, da irracionalidade de <math>\sqrt{2}</math>. O caso de <math>\pi</math> justifica uma referência especial.</li> <li>• Representar na recta real números irracionais como <math>\sqrt{2}</math>.</li> <li>• Propor a simplificação de expressões como <math>\sqrt{2} - 3\sqrt{2}</math>.</li> </ul>

## Geometria

### Articulação com o 2.º ciclo

No 2.º ciclo, os alunos descrevem e representam figuras uni e bidimensionais e modelos de sólidos, dando-se atenção às suas propriedades e relações. No 3.º ciclo, enfatiza-se a inter-relação plano-espaço, aprofunda-se o estudo de alguns sólidos geométricos e de figuras no plano, particularmente dos triângulos, quadriláteros e círculos, e o estudo das relações de congruência. Introduce-se a relação de semelhança, o Teorema de Pitágoras e razões trigonométricas no triângulo rectângulo. Os alunos do 2.º ciclo continuam o estudo das transformações geométricas iniciado no 1.º ciclo. No 3.º ciclo, partindo do que já foi realizado, os alunos alargam e sistematizam este estudo, e aprofundam o conceito de translação associando-o a vectores. Os alunos ampliam também os conceitos de área e volume trabalhados anteriormente.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas no plano e no espaço, a compreensão das transformações geométricas e da noção de demonstração, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem:

- desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico e ser capazes de os usar;
- compreender e ser capazes de utilizar propriedades e relações relativas a figuras geométricas no plano e no espaço;
- compreender e ser capazes de usar as relações de congruência e semelhança de triângulos;
- desenvolver a compreensão das isometrias e semelhanças;
- compreender a noção de demonstração e ser capazes de fazer raciocínios dedutivos;
- ser capazes de resolver problemas, comunicar e raciocinar matematicamente em contextos geométricos e trigonométricos.

### Indicações metodológicas

*Abordagem.* Neste tema, os alunos ampliam o estudo de figuras no plano, nomeadamente triângulos (relações de congruência e semelhança, Teorema de Pitágoras e razões trigonométricas no triângulo rectângulo), quadriláteros (com particular ênfase no paralelogramo) e circunferências. Acentuando a inter-relação plano-espaço, as conclusões do estudo destas figuras são utilizadas na exploração de alguns sólidos geométricos (prismas rectos e pirâmides regulares – com bases triangulares e quadrangulares – cones e esferas). Os alunos devem ter a possibilidade de explorar conceitos e propriedades geométricos, tanto no plano como no espaço, numa lógica de resolução de problemas.

*Tarefas e recursos.* Na resolução de problemas geométricos, como nas tarefas exploratórias e de investigação, é importante que os alunos tenham um tempo apropriado para realizar experiências, elaborar estratégias, formular conjecturas, descrever processos e justificá-los com rigor progressivo. Ao elaborarem justificações, produzindo pequenas cadeias dedutivas, familiarizam-se com o processo de demonstração e iniciam o raciocínio geométrico dedutivo. Os alunos devem recorrer a *software* de Geometria Dinâmica, sobretudo na realização de tarefas exploratórias e de investigação. Os materiais manipuláveis (por exemplo, tangram, peças poligonais encaixáveis e sólidos de enchimento em acrílico) constituem recursos cuja utilização complementa a abordagem dinâmica ao estudo da Geometria. Tanto os recursos computacionais como os modelos geométricos concretos permitem desenvolver a intuição geométrica, a capacidade de visualização e uma relação mais afectiva com a Matemática. As tarefas propostas aos alunos também devem contemplar aspectos rotineiros (por exemplo, a utilização de fórmulas para calcular áreas de polígonos assim como áreas de superfície e volumes de sólidos).

*Conceitos específicos.* No estudo dos volumes de sólidos geométricos, os alunos devem usar sempre que possível processos de decomposição para estabelecerem relações entre volumes (por exemplo, decompondo um cubo em seis pirâmides). No estudo dos polígonos apenas é proposto que se estudem os polígonos convexos, embora possa ser feita uma breve referência, como curiosidade, a polígonos côncavos e estrelados.

O estudo do tema das isometrias, iniciado no 1.º ciclo e retomado no 2.º ciclo, aprofunda-se neste ciclo com o estudo da translação. Este tópico compreende uma abordagem geométrica e uma abordagem vectorial. A primeira pode ser acentuada através da análise de exemplos ligados às artes decorativas. A abordagem vectorial pode ser ilustrada com exemplos associados às ciências (por exemplo, à Física). Faz-se também uma sistematização e comparação das propriedades das diversas isometrias.

Espera-se que os alunos se familiarizem com o processo de demonstração matemática, nomeadamente ao demonstrarem propriedades e relações que encontram ao realizarem actividades de investigação. Também devem ser encorajados a questionar e avaliar a correcção matemática das demonstrações apresentadas pelos colegas e/ou pelo professor.

### Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Triângulos e quadriláteros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Soma dos ângulos internos e externos de um triângulo</li> <li>• Congruência de triângulos</li> <li>• Propriedades, classificação e construção de quadriláteros</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Deduzir o valor da soma dos ângulos internos e externos de um triângulo.</li> <li>• Compreender critérios de congruência de triângulos e usá-los na construção de triângulos e na resolução de problemas.</li> <li>• Classificar quadriláteros, construí-los a partir de condições dadas e investigar as suas propriedades.</li> <li>• Compreender e usar a fórmula da área de um paralelogramo e investigar as propriedades deste quadrilátero.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Os alunos com melhor desempenho matemático podem deduzir a fórmula para a soma dos ângulos internos e externos de um polígono de <math>n</math> lados.</li> <li>• Usar os critérios ALA, LAL e LLL de congruência de triângulos. Explicar porque não existe um critério LLA.</li> <li>• Salientar o quadrado como caso particular do losango.</li> <li>• Determinar a soma dos ângulos internos de um quadrilátero.</li> <li>• Considerar as propriedades relativas aos lados, aos ângulos e às diagonais de um paralelogramo, por exemplo num ambiente de Geometria Dinâmica.</li> </ul>
<p><b>Sólidos geométricos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Área da superfície e volume</li> <li>• Critérios de paralelismo e perpendicularidade entre planos, e entre rectas e planos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender e determinar a área da superfície e o volume de prismas rectos, pirâmides regulares, cones e esferas.</li> <li>• Utilizar critérios de paralelismo e perpendicularidade entre planos, e entre rectas e planos.</li> <li>• Resolver problemas envolvendo polígonos e sólidos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Restringir o estudo dos prismas e pirâmides aos casos em que as bases são triangulares e quadrangulares.</li> <li>• Decompor sólidos e comparar os seus volumes. Comparar volumes usando modelos de sólidos de enchimento.</li> <li>• Relacionar procedimentos da vida corrente com os critérios de paralelismo e perpendicularidade.</li> </ul>
<p><b>Circunferência</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ângulo ao centro, ângulo inscrito e ângulo excêntrico</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar a amplitude de um ângulo ao centro com a do arco correspondente e determinar a área de um sector circular.</li> <li>• Relacionar a amplitude de um ângulo inscrito e de um ângulo excêntrico com a dos arcos associados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Considerar o vértice do ângulo na circunferência e no exterior e interior do círculo.</li> <li>• Nas construções geométricas recorrer a <i>software</i> de Geometria Dinâmica.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<ul style="list-style-type: none"> <li>Lugares geométricos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar e construir circunferência, círculo, bissetriz e mediatriz.</li> <li>Identificar superfície esférica e plano mediador.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>Circunferência inscrita e circunferência circunscrita a um triângulo</li> <li>Polígono regular inscrito numa circunferência</li> </ul> <p><b>Semelhança</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Noção de semelhança</li> <li>Ampliação e redução de um polígono</li> <li>Polígonos semelhantes</li> <li>Semelhança de triângulos</li> </ul> <p><b>Isometrias</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Translação associada a um vector</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>Propriedades das isometrias</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Construir a circunferência inscrita e a circunferência circunscrita a um triângulo dado.</li> <li>Inscrever um polígono regular numa circunferência (conhecidos o centro da circunferência e um vértice do polígono).</li> <li>Determinar a amplitude de um ângulo interno e de um ângulo externo de um polígono regular.</li> <li>Estabelecer relações entre ângulos, arcos, cordas e tangentes.</li> <li>Resolver problemas envolvendo a circunferência e outros lugares geométricos.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender a noção de semelhança.</li> <li>Ampliar e reduzir um polígono, dada a razão de semelhança.</li> <li>Identificar e construir polígonos semelhantes.</li> <li>Calcular distâncias reais a partir de uma representação.</li> <li>Compreender critérios de semelhança de triângulos e usá-los na resolução de problemas.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>Compreender as noções de vector e de translação e identificar e efectuar translações.</li> <li>Identificar e utilizar as propriedades de invariância das translações.</li> <li>Compor translações e relacionar a composição de translações com a adição de vectores.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>Reconhecer as propriedades comuns das isometrias</li> <li>Reconhecer que a translação é a única isometria que conserva direcções.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propor como exemplos de relações: <ul style="list-style-type: none"> <li>A tangente à circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência;</li> <li>A perpendicular a uma corda que passa pelo centro da circunferência bissecta a corda.</li> </ul> </li> <li>Relacionar os conceitos de semelhança e proporcionalidade.</li> <li>Discutir o efeito de uma ampliação ou redução sobre a área.</li> <li>Calcular distâncias reais (por exemplo, a altura de objectos) a partir de vários tipos de representação (como plantas, mapas e esquemas).</li> <li>Utilizar os critérios AA, LLL e LAL de semelhança de triângulos.</li> <li>Relacionar o Teorema de Tales (Se duas rectas paralelas intersectam duas secantes, os triângulos obtidos têm os lados correspondentes proporcionais) com a semelhança de triângulos.</li> <li>Salientar a distinção entre direcção e sentido.</li> <li>Na identificação de translações, considerar situações da vida quotidiana (como papéis de parede, tecidos, azulejos ou frisos decorativos).</li> <li>Propor aos alunos que efectuem translações em papel quadriculado (com instrumentos de medição e desenho) ou usando <i>software</i> de Geometria Dinâmica.</li> <li>Propor a adição geométrica de apenas dois vectores e a determinação do simétrico de um vector.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Teorema de Pitágoras</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Demonstração e utilização</li> </ul> <p><b>Trigonometria no triângulo rectângulo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Razões trigonométricas de ângulos agudos</li> <li>• Relações entre razões trigonométricas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compor e decompor polígonos recorrendo a triângulos e quadriláteros.</li> <li>• Decompor um triângulo por uma mediana e um triângulo rectângulo pela altura referente à hipotenusa.</li> <li>• Demonstrar o Teorema de Pitágoras.</li> <li>• Resolver problemas no plano e no espaço aplicando o Teorema de Pitágoras.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar o seno, o co-seno e a tangente de um ângulo agudo dado como razões obtidas a partir de elementos de um triângulo rectângulo.</li> <li>• Estabelecer relações trigonométricas básicas entre o seno, o co-seno e a tangente de um ângulo agudo.</li> <li>• Resolver problemas utilizando razões trigonométricas em contextos variados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Obter uma fórmula para calcular a área de um trapézio a partir da sua decomposição.</li> <li>• Relacionar os triângulos obtidos na decomposição de um triângulo rectângulo pela altura referente à hipotenusa e na decomposição de um triângulo por uma das suas medianas.</li> <li>• Na demonstração do Teorema de Pitágoras, recorrer, por exemplo, à decomposição de quadrados.</li> <li>• Fazer uma referência ao recíproco do Teorema de Pitágoras.</li> <li>• Solicitar a determinação da área do hexágono regular e do comprimento da diagonal espacial do cubo e do paralelepípedo.</li> <li>• Propor a determinação das razões trigonométricas de um dado ângulo agudo por construção geométrica, recorrendo à calculadora ou conhecida uma razão trigonométrica do mesmo ângulo.</li> <li>• A partir das respectivas definições, estabelecer as relações trigonométricas <math>\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1</math> e <math>\text{tg} \alpha = \frac{\text{sen} \alpha}{\text{cos} \alpha}</math></li> <li>• Propor a determinação de distâncias locais inacessíveis (como a largura de um rio num certo troço ou a altura de um edifício).</li> </ul>



## Álgebra

### Articulação com o 2.º ciclo

No 2.º ciclo os alunos trabalham com situações envolvendo proporcionalidade directa, identificam relações e utilizam linguagem simbólica para as representar, e estudam padrões geométricos e regularidades em sequências numéricas finitas ou infinitas (sucessões). Além disso, generalizam as propriedades das operações aritméticas e aprendem as fórmulas das áreas e dos volumes de figuras e sólidos geométricos. No 3.º ciclo, alarga-se e aprofunda-se o estudo das relações, nomeadamente da proporcionalidade directa e introduz-se a proporcionalidade inversa, ambas trabalhadas como funções. A partir do estudo de sequências iniciado anteriormente, representa-se simbolicamente o termo geral. Estudam-se as equações do 1.º e 2.º grau e sistemas de equações do 1.º grau, e introduzem-se as inequações e funções associadas à modelação de situações da realidade.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos a linguagem e o pensamento algébricos, bem como a capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e de utilizar estes conhecimentos e capacidades na exploração e modelação de situações em contextos diversos.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem:

- ser capazes de interpretar e representar situações em contextos diversos, usando linguagem e procedimentos algébricos;
- compreender o conceito de função e ser capazes de o usar em diversas situações, em particular de proporcionalidade directa e inversa;
- ser capazes de interpretar fórmulas em contextos matemáticos e não matemáticos;
- ser capazes de resolver problemas, comunicar, raciocinar e modelar situações recorrendo a conceitos e procedimentos algébricos.

### Indicações metodológicas

*Abordagem.* Tendo em vista o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos, propõe-se neste ciclo o estudo de relações de diversos tipos (equações, inequações e funções) e da variação, bem como o trabalho com tarefas que envolvam actividades de simbolização e de modelação. No desenvolvimento dos conceitos e procedimentos algébricos é importante que sejam proporcionadas aos alunos experiências informais antes da manipulação algébrica formal (por exemplo, na resolução de equações, sistemas de equações e inequações). A investigação das fórmulas das áreas e dos volumes de figuras e sólidos geométricos e da soma dos ângulos internos e externos de polígonos convexos constitui igualmente uma oportunidade para desenvolver o pensamento algébrico.

A aprendizagem das operações com monómios e polinómios, e da simplificação de expressões algébricas, deve ser progressiva e recorrer a situações que permitam aos alunos compreender a manipulação simbólica envolvida, por exemplo, efectuando cálculos a partir de expressões algébricas substituindo as letras por valores numéricos. É conveniente usar expressões algébricas para representar problemas, usando letras para designar incógnitas ou variáveis, e introduzir expressões com variáveis ligadas a um contexto. O conceito de variável, pela sua complexidade, justifica que os alunos explorem situações variadas em que surjam letras (nomeadamente, em equações e fórmulas) e discutam os seus significados. Na resolução de equações, os alunos devem fazer uma transição progressiva da linguagem natural para a linguagem matemática, opção didáctica que também é pertinente para a abordagem da resolução de inequações do 1.º grau, de sistemas de equações do 1.º grau e de equações do 2.º grau. Neste ciclo retoma-se a investigação de sequências e regularidades, já realizada nos ciclos anteriores, com vista a aprofundar o estudo de relações algébricas e sua simbolização, fundamental para o desenvolvimento da noção de variável e para a compreensão da linguagem algébrica.

*Tarefas e recursos.* As tarefas a propor aos alunos devem privilegiar a resolução de problemas e a modelação de situações, usando conceitos e procedimentos algébricos de complexidade crescente, sem perder de vista a consolidação dos procedimentos algébricos de rotina. O computador (por exemplo, com a folha de cálculo) é um bom recurso para apoiar os alunos no estabelecimento de relações entre a linguagem algébrica e os métodos gráficos, na realização de tarefas de exploração e investigação e na resolução de problemas. Estabelecer conexões com a Geometria e os Números e Operações contribui para evitar a abordagem à Álgebra apenas como um conjunto de regras e procedimentos a memorizar.

*Conceitos específicos.* Neste ciclo, uma função é estudada essencialmente como relação entre variáveis embora também seja apresentada como correspondência unívoca entre elementos de dois conjuntos. Deve recorrer-se às várias representações (algébrica, gráfica e tabular) de uma função na interpretação e resolução de problemas e na modelação de situações. As funções cujo estudo se propõe (linear, afim, do tipo  $y = k/x$  e quadráticas simples) devem ser exploradas como ferramentas de modelação em situações diversas. Assumem particular destaque neste ciclo, como modelo de situações de proporcionalidade directa e inversa, as funções do tipo  $y = kx$  e  $y = k/x$ . O estudo das funções quadráticas restringe-se a casos particulares do tipo  $y = ax^2$  (com  $a$  inteiro e diferente de zero). Propõe-se que os alunos representem graficamente funções deste tipo e compreendam a influência da variação do parâmetro  $a$  no gráfico da função.

### Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Sequências e regularidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Termo geral de uma sequência numérica</li> <li>• Representação</li> <li>• Expressões algébricas</li> </ul> <p><b>Equações</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equações do 1.º grau a uma incógnita</li> <li>• Equações literais</li> <li>• Operações com polinómios</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreender a noção de termo geral de uma sequência numérica e representá-lo usando símbolos matemáticos adequados.</li> <li>• Determinar um termo geral de uma sequência numérica e termos de várias ordens a partir do termo geral.</li> <li>• Compreender os diferentes papéis dos símbolos em Álgebra.</li> <li>• Simplificar expressões algébricas.</li> <li>• Compreender as noções de equação e de solução de uma equação e identificar equações equivalentes.</li> <li>• Resolver equações do 1.º grau utilizando as regras de resolução.</li> <li>• Resolver equações literais em ordem a uma das letras.</li> <li>• Efectuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação.</li> <li>• Compreender e utilizar os casos notáveis da multiplicação de binómios.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor a representação de sequências de fracções em que os numeradores e os denominadores tenham relações simples (por exemplo, <math>\frac{2n}{n+1}</math> e <math>\frac{n+1}{n+3}</math>).</li> <li>• Os alunos devem distinguir “variável” de “constante” e de “parâmetro”.</li> <li>• Propor a simplificação de expressões como <math>x - (4 - 2x)</math> e <math>-x^2 - x + 3x^2</math>.</li> <li>• Os alunos devem relacionar os significados de “membro” e “termo”, e de “incógnita” e “solução” de uma equação.</li> <li>• Distinguir “expressão algébrica”, “equação” e “fórmula”.</li> <li>• Propor a resolução de equações simples antes da utilização de regras.</li> <li>• Na resolução de equações do 1.º grau, incluir casos em que: <ul style="list-style-type: none"> <li>– a incógnita está presente num ou em ambos os membros da equação;</li> <li>– é necessário desembaraçar previamente de parênteses.</li> </ul> </li> <li>• Quando os coeficientes são fraccionários tratar casos como <math>\frac{2}{3}x + 5 = 2x</math> ou <math>-\frac{1}{3}x + 3 = \frac{5}{2}x</math>.</li> <li>• Propor a resolução de equações literais como <math>F = \frac{9}{5}C + 32</math> em ordem a <math>C</math>.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p>• Equações do 2.º grau a uma incógnita</p> <p>• Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas</p> <p><b>Inequações</b></p> <p>• Inequações do 1.º grau a uma incógnita</p> <p><b>Funções</b></p> <p>• Conceito de função e de gráfico de uma função</p> <p>• Proporcionalidade directa e inversa como funções</p> <p>• Funções linear e afim</p> <p>• Funções do tipo <math>y = ax^2</math></p>	<p>• Resolver equações do 2.º grau a uma incógnita.</p> <p>• Resolver sistemas de equações pelo método de substituição.</p> <p>• Interpretar graficamente as soluções de um sistema de equações.</p> <p>• Resolver e formular problemas envolvendo equações e sistemas de equações.</p> <p>• Compreender as noções de inequação e de solução de uma inequação.</p> <p>• Resolver inequações do 1.º grau utilizando as regras de resolução.</p> <p>• Resolver e formular problemas envolvendo inequações.</p> <p>• Compreender o conceito de função como relação entre variáveis e como correspondência entre dois conjuntos, e utilizar as suas várias notações.</p> <p>• Identificar e assinalar pares ordenados no plano cartesiano.</p> <p>• Analisar uma função a partir das suas representações.</p> <p>• Interpretar a variação de uma função representada por um gráfico, indicando intervalos onde a função é crescente, decrescente ou constante.</p> <p>• Analisar situações de proporcionalidade directa e inversa como funções do tipo <math>y = kx</math> e <math>y = \frac{k}{x}</math> (<math>k \neq 0</math>) respectivamente.</p> <p>• Representar algebricamente situações de proporcionalidade directa e inversa.</p> <p>• Representar gráfica e algebricamente uma função linear e uma função afim.</p> <p>• Relacionar as funções linear e afim.</p>	<p>• Propor a adição algébrica e a multiplicação de polinómios como</p> <p>i) <math>2x - 1</math> e <math>3x + 2</math></p> <p>ii) <math>x + 2</math> e <math>x^2 - 3x + 2</math>.</p> <p>• Os alunos devem utilizar os casos notáveis da multiplicação de binómios tanto no cálculo numérico como na factorização de polinómios. Por exemplo,</p> $87^2 = (80 + 7)^2 = 80^2 + 2 \times 80 \times 7 + 7^2$ $(x + 3)^2 - 4 = (x + 3)^2 - 2^2 = (x + 5)(x + 1)$ <p>• Começar a resolução de equações do 2.º grau pelas equações incompletas. Utilizar a noção de raiz quadrada, a decomposição em factores e lei do anulamento do produto e a fórmula resolvente. O estudo deste tema é uma boa oportunidade para os alunos com melhor desempenho matemático demonstrarem algebricamente a fórmula resolvente.</p> <p>• Na interpretação gráfica de sistemas de equações, tratar os casos de sistemas possíveis (determinados e indeterminados) e impossíveis.</p> <p>• Propor a resolução de inequações simples antes da utilização de regras.</p> <p>• Propor situações em que se use a transitividade das relações de ordem em <math>\mathbf{R}</math> assim como a equivalência entre <math>a &lt; b</math> e <math>b &gt; a</math>.</p> <p>• O conjunto-solução de uma inequação deve ser representado graficamente e na forma de intervalo de números reais.</p> <p>• Salientar a necessidade de escolher soluções de uma inequação tendo em conta o contexto da situação.</p> <p>• Dar destaque ao conceito de função como relação entre variáveis.</p> <p>• Na análise de uma função, os alunos devem identificar o domínio, o contradomínio e determinar imagens de objectos quando a função é dada por uma tabela, por um gráfico e por uma expressão algébrica.</p> <p>• Propor a análise de gráficos que traduzam casos de proporcionalidade directa e inversa em contextos da vida real.</p> <p>• A partir da representação gráfica de uma função linear ou afim, identificar a imagem dado o objecto e o objecto dada a imagem.</p> <p>• Os alunos devem compreender a influência da variação dos parâmetros <math>a</math> e <math>b</math> (na expressão <math>y = ax + b</math>) no gráfico da função.</p> <p>• Propor a representação algébrica de uma:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– função linear sendo dado um objecto não nulo e a sua imagem;</li> <li>– função afim sendo dados dois objectos e as suas imagens.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relacionar a função linear com a proporcionalidade directa.</li> <li>• Representar graficamente funções do tipo <math>y = ax^2</math>.</li> <li>• Relacionar as representações algébrica e gráfica das funções estudadas.</li> <li>• Resolver e formular problemas, e modelar situações utilizando funções.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Na representação gráfica de funções quadráticas utilizar valores inteiros de <math>a</math> (positivos e negativos). Os alunos devem compreender a influência da variação do parâmetro <math>a</math> no gráfico da função.</li> </ul>

## Organização e tratamento de dados

### Articulação com o 2.º ciclo

No 2.º ciclo, os alunos adquirem experiência na análise, interpretação e produção de informação estatística trabalhando com várias formas de representação de dados – tabelas de frequências absolutas e relativas, gráficos de barras, circulares e de linha, diagrama de caule-e-folhas – e com algumas medidas estatísticas – moda, média aritmética, extremos e amplitude – no estudo de conjuntos de dados qualitativos e quantitativos (discretos ou contínuos). O 3.º ciclo alarga o repertório das medidas estatísticas – incluindo o estudo da mediana, quartis e amplitude interquartis – e das formas de representação de dados – com os diagramas de extremos e quartis. Deste modo, os alunos podem realizar estudos estatísticos que incluem a comparação de dois ou mais conjuntos de dados, identificando as suas semelhanças e diferenças. Desenvolvem as noções de população e amostra, ponderando elementos que afectam a sua representatividade e realizando e discutindo predições baseadas em estudos com amostras. No que se refere à noção de probabilidade, os programas dos ciclos anteriores prevêem que os alunos trabalhem informalmente a noção de acaso e adquiram o vocabulário básico relativo às situações aleatórias, sendo neste ciclo que se abordam os conceitos de probabilidade de Laplace e frequencista.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos a capacidade de compreender e de produzir informação estatística bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas, e ainda desenvolver a compreensão da noção de probabilidade.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a sua aprendizagem, no âmbito deste tema, os alunos devem:

- compreender a informação de natureza estatística e desenvolver uma atitude crítica face a esta informação;
- ser capazes de planear e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjecturas a partir deles, usando linguagem estatística;
- desenvolver a compreensão da noção de probabilidade;
- ser capazes de resolver problemas e de comunicar em contextos estatísticos e probabilísticos.

### Indicações metodológicas

*Abordagem.* Neste ciclo de ensino amplia-se o estudo da organização e tratamento de dados iniciado nos ciclos anteriores. Para tal, são fornecidos aos alunos novos instrumentos estatísticos para organizar, representar e analisar informação de natureza estatística (mediana, quartis, amplitude interquartis, histograma e diagrama de extremos e quartis). Neste tema os alunos realizam investigações estatísticas baseadas em situações reais, onde utilizam esses novos conceitos estatísticos, assim como os que já aprenderam nos ciclos anteriores. Para desenvolverem essas investigações, os alunos formulam questões, planeiam o estudo estatístico, seleccionam amostras adequadas, recolhem dados sobre os elementos das amostras, representam-nos e interpretam-nos. A partir das propriedades verificadas nos dados recolhidos, espera-se que os alunos façam conjecturas e discutam a validade das conclusões para a população ou populações de onde as amostras foram seleccionadas.

*Tarefas e recursos.* As tarefas associadas ao estudo da estatística, nomeadamente a recolha, organização, representação e análise de dados, bem como a formulação de conjecturas com base na informação recolhida e analisada, assumem uma maior relevância para os alunos quando são realizadas na lógica de projecto. Ao levarem a cabo pequenos estudos estatísticos, trabalhando em grupo, os alunos desenvolvem o espírito de iniciativa e autonomia, e enriquecem as suas interacções com os colegas. O professor deve relacionar os temas desses estudos com assuntos de outras disciplinas, com temas da actualidade nacional ou internacional ou com interesses dos alunos, e promover uma atitude crítica

relativamente à utilização de gráficos enganadores e amostras mal seleccionadas, exemplificando algumas destas situações. Os alunos devem usar recursos tecnológicos – por exemplo, calculadora gráfica ou folha de cálculo – para representar, tratar e apresentar a informação recolhida.

**Conceitos específicos.** Neste ciclo define-se população e amostra e identifica-se *população* com a característica populacional em estudo e *amostra* com os dados obtidos como resultado da observação dos elementos da amostra, no que diz respeito à característica em estudo. O estudo estatístico pode incidir sobre a mesma característica populacional em populações distintas.

As medidas estatísticas (de localização e dispersão) e as representações gráficas constituem meios complementares para a interpretação e análise dos dados. O cálculo dessas medidas permite a caracterização e análise das distribuições estatísticas. Deve ser feita uma análise comparativa da posição relativa da mediana e da média quando as distribuições dos dados são aproximadamente simétricas ou apresentam enviesamento. Chamar a atenção para que dois conjuntos de dados podem ter a mesma média e as suas distribuições serem muito diferentes, por apresentarem variabilidades diferentes relativamente à média. A medida desta variabilidade sai fora do âmbito do programa para este ciclo. Comparar conjuntos de dados com a mesma mediana e amplitudes interquartis diferentes.

Neste ciclo, os alunos desenvolvem a sua compreensão das noções de experiência aleatória e de acontecimento associado a uma tal experiência. Também desenvolvem a noção de probabilidade como uma medida do grau de possibilidade de um acontecimento se realizar. Devem estimar ou calcular probabilidades, quer utilizando a frequência relativa (conceito frequentista de probabilidade), quer considerando situações simples onde se possa admitir que os resultados da realização da experiência aleatória são igualmente possíveis (conceito clássico de Laplace).

### Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Planeamento estatístico</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Especificação do problema</li> <li>Recolha de dados</li> <li>População e amostra</li> </ul> <p><b>Tratamento de dados</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Organização, análise e interpretação de dados – histograma</li> <li>Medidas de localização e dispersão</li> <li>Discussão de resultados</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Formular questões e planear adequadamente a recolha de dados tendo em vista o estudo a realizar.</li> <li>Identificar e minimizar possíveis fontes de enviesamento na recolha dos dados.</li> <li>Distinguir entre população e amostra e ponderar elementos que podem afectar a representatividade de uma amostra em relação à respectiva população.</li> <li>Construir, analisar e interpretar representações dos dados (incluindo o histograma) e tirar conclusões.</li> <li>Compreender e determinar a mediana, os quartis e a amplitude interquartis de um conjunto de dados, e utilizar estas estatísticas na sua interpretação.</li> <li>Escolher as medidas de localização mais adequadas para resumir a informação contida nos dados.</li> <li>Comparar as distribuições de vários conjuntos de dados e tirar conclusões.</li> <li>Responder às questões do estudo e conjecturar se as conclusões válidas para a amostra serão válidas para a população.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>O planeamento deve contemplar o tipo e o número de dados a recolher.</li> <li>Propor a recolha de dados de fontes primárias e secundárias, incluindo a Internet e publicações periódicas.</li> <li>Diversificar os métodos de recolha de dados: observação, experimentação e questionários.</li> <li>Utilizar diversas representações gráficas: diagrama circular e gráfico de barras para dados qualitativos; gráfico de barras para dados discretos; histograma para dados contínuos; diagramas de caule-e-folhas e de extremos e quartis, para dados discretos ou contínuos.</li> <li>Usar situações que evidenciem vantagens e desvantagens da média e da mediana, bem como da amplitude e da amplitude interquartis.</li> <li>Identificar semelhanças e diferenças entre as distribuições atendendo às suas formas (simetria e enviesamento) e medidas de localização e de dispersão.</li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Probabilidade</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de fenómeno aleatório e de experiência aleatória</li> <li>• Noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar e dar exemplos de fenómenos aleatórios e deterministas, usando o vocabulário adequado.</li> <li>• Identificar e determinar todos os resultados possíveis quando se realiza determinada experiência aleatória.</li> <li>• Compreender a noção de probabilidade de um acontecimento e que a sua medida se situa entre 0 e 1.</li> <li>• Calcular a probabilidade de um acontecimento pela regra de Laplace.</li> <li>• Compreender e usar a frequência relativa para estimar a probabilidade.</li> <li>• Identificar acontecimentos complementares e compreender que a soma das suas probabilidades é 1.</li> <li>• Identificar acontecimentos disjuntos ou mutuamente exclusivos e compreender que a probabilidade da sua união é igual à soma das suas probabilidades.</li> <li>• Resolver e formular problemas envolvendo a noção de probabilidade.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recorrer, quando conveniente, a diagramas em árvore para identificação dos resultados possíveis e para contagens.</li> <li>• Salientar que ao atribuir um valor à probabilidade de um acontecimento, se está a exprimir o grau de convicção na sua ocorrência. Entre outras formas, pode quantificar-se esse valor recorrendo à regra de Laplace ou utilizando o conceito frequentista.</li> <li>• Chamar a atenção de que a regra de Laplace só é aplicável quando se pode admitir simetria (isto é, todos os resultados são igualmente possíveis).</li> <li>• Acentuar a ideia de que quanto maior for o número de vezes que a experiência é repetida, melhor será a estimativa obtida para a probabilidade.</li> <li>• Salientar que a probabilidade pode ser escrita na forma de fracção, decimal ou percentagem.</li> </ul>

## Capacidades transversais

### Articulação com o 2.º ciclo

Ao longo dos 1.º e 2.º ciclos, os alunos desenvolvem progressivamente a sua capacidade de resolução de problemas matemáticos. No 3.º ciclo, as aprendizagens realizadas nos diferentes temas permitem-lhes aprofundar esta capacidade. Em particular, desenvolvem agora a sua capacidade de analisar as consequências para a solução de um problema resultantes da alteração dos dados e das condições iniciais. Os alunos formulam também novos problemas em contextos matemáticos e não matemáticos. A partir da sua experiência de argumentação matemática do 2.º ciclo, os alunos desenvolvem no 3.º ciclo o seu raciocínio indutivo e dedutivo, têm oportunidade de reflectir sobre o papel das definições em Matemática e contactar com diversos métodos de demonstração matemática. Na sua argumentação, fundamentam melhor as ideias do ponto de vista matemático e rebatem argumentos inadequados. Também progredem na fluência e no rigor com que se exprimem, oralmente e por escrito, tanto na linguagem natural como na linguagem matemática, usando a notação e a simbologia específica dos diversos tópicos matemáticos e desenvolvem a sua capacidade de interagir num grupo e na turma.

### Propósito principal de ensino

Desenvolver nos alunos as capacidades de resolução de problemas, de raciocínio e de comunicação matemáticos e de as usar na construção, consolidação e mobilização dos conhecimentos matemáticos.

### Objectivos gerais de aprendizagem

Com a aprendizagem, neste ciclo, os alunos devem desenvolver a sua capacidade de:

- resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados;
- raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas e generalizações, e desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos incluindo cadeias dedutivas;
- comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.

### Indicações metodológicas

*Resolução de problemas.* Resolver problemas é fundamental para a construção, consolidação e mobilização de conhecimentos matemáticos dos diversos temas, em conexão com o raciocínio e a comunicação. Possuir a capacidade de resolver problemas matemáticos significa ser capaz de realizar com sucesso actividades como compreender o problema, identificando a incógnita e as condições; seleccionar as estratégias e os recursos apropriados e aplicá-los, explorando conexões matemáticas para superar dificuldades; e verificar soluções e rever processos.

Neste ciclo de ensino, tratam-se problemas que correspondem a situações próximas da vida quotidiana, problemas associados a outras áreas disciplinares, e, com uma expressão mais forte do que nos outros ciclos, problemas relativos a situações matemáticas propriamente ditas. Cabe ao professor propor problemas com diversos graus de estruturação, desde problemas assumidamente estruturados até questões abertas para investigar, bem como situações de modelação matemática.

Uma experiência continuada com diversos tipos de problemas (por exemplo, problemas com mais de uma solução, com excesso de dados ou sem solução), solicitando a utilização de diversas estratégias e a sua apreciação, favorece o desenvolvimento da autoconfiança e autonomia dos alunos no trabalho com situações não familiares. A discussão dos problemas, tanto em pequenos grupos como em colectivo, é uma via importante para estimular a reflexão dos alunos, conduzir à sistematização de ideias e processos matemáticos e estabelecer relações com outros problemas ou com extensões do mesmo problema. Deve tirar-se partido das possibilidades de experimentação que os computadores oferecem nos domínios geométrico e numérico, e no tratamento de dados. A utilização adequada de recursos tecnológicos como



apoio à resolução de problemas e à realização de actividades de investigação permite que os alunos se concentrem nos aspectos estratégicos do pensamento matemático.

**Raciocínio matemático.** Ao realizarem explorações e investigações, os alunos raciocinam indutivamente quando procuram generalizar propriedades encontradas num determinado conjunto de dados. As suas experiências matemáticas devem permitir-lhes identificar exemplos, contra-exemplos, definições, convenções, propriedades deduzidas e demonstrações. Neste ciclo de ensino, os alunos realizam cadeias curtas de deduções quando resolvem problemas e quando fazem demonstrações simples, tanto de resultados clássicos (como o Teorema de Pitágoras) como de resultados das suas investigações. Prevê-se uma aprendizagem progressiva dos métodos de demonstração. Para tal, devem ser criadas oportunidades para os alunos elaborarem raciocínios dedutivos do tipo *Se... então...* Em todos os temas, o professor deve decidir da oportunidade de demonstrar certos resultados e de organizar as etapas de investigação e demonstração. Um outro aspecto do raciocínio matemático é a capacidade de argumentação apoiada em procedimentos, propriedades e conceitos matemáticos. Para o desenvolvimento desta capacidade é essencial estimular os alunos a fundamentarem matematicamente as suas afirmações, em todas as actividades matemáticas que realizarem.

**Comunicação matemática.** Através da comunicação, os alunos exprimem e confrontam ideias, tanto com os colegas como com o professor. Na aula de Matemática, a comunicação faz-se essencialmente a nível oral e escrito. Visando o desenvolvimento desta capacidade, o professor fomenta diversos tipos de interacção na sala de aula (professor-aluno, aluno-aluno, aluno-turma, professor-turma). A comunicação oral é desenvolvida através do questionamento do professor, tanto em tarefas problemáticas e investigativas como na resolução de exercícios, levando os alunos a interpretar e discutir informação apresentada de vários modos, descrever regularidades, explicar e justificar conclusões e soluções usando linguagem natural e matemática, apresentar argumentos de modo conciso e matematicamente fundamentado, e avaliar a argumentação matemática (por exemplo, de um colega, de um texto, do próprio professor). Para fomentar a comunicação escrita, ao longo dos diversos temas matemáticos, o professor deve criar momentos em que os alunos tenham de elaborar pequenos textos e relatórios, usando de forma adequada, consistente e progressiva a notação, a simbologia e o vocabulário específicos da Matemática. Associada à comunicação escrita vem a representação simbólica de dados, ideias, conceitos e situações matemáticas sob diversas formas. É importante que os alunos adquiram facilidade em passar informação de uma forma de representação para outra para obterem diferentes perspectivas de uma mesma situação.

## Tópicos e objectivos específicos

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<b>Resolução de problemas</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreensão do problema</li> <li>• Concepção, aplicação e justificação de estratégias</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificar os dados, as condições e o objectivo do problema.</li> <li>• Conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.</li> <li>• Averiguar da possibilidade de abordagens diversificadas para a resolução de um problema.</li> <li>• Analisar as consequências da alteração nos dados e nas condições de um problema na respectiva solução.</li> <li>• Formular problemas a partir de situações matemáticas e não matemáticas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor problemas com informação irrelevante ou dados insuficientes, ou sem solução.</li> <li>• Considerar abordagens tais como: <ul style="list-style-type: none"> <li>– desdobrar um problema complexo em questões mais simples;</li> <li>– explorar conexões matemáticas para obter múltiplas perspectivas de um problema;</li> <li>– resolver um problema análogo mas mais simples;</li> <li>– explorar casos particulares;</li> <li>– resolver o problema admitindo que se conhece uma solução.</li> </ul> </li> <li>• Usar as TIC na: <ul style="list-style-type: none"> <li>– resolução de problemas e em actividades de exploração e investigação;</li> </ul> </li> </ul>

Tópicos	Objectivos específicos	Notas
<p><b>Raciocínio matemático</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulação, teste e demonstração de conjecturas</li> <li>• Indução e dedução</li> <li>• Argumentação</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formular, testar e demonstrar conjecturas.</li> <li>• Distinguir entre uma demonstração e um teste de uma conjectura e fazer demonstrações simples.</li> <li>• Identificar e usar raciocínio indutivo e dedutivo.</li> <li>• Compreender o papel das definições em matemática.</li> <li>• Distinguir uma argumentação informal de uma demonstração.</li> <li>• Seleccionar e usar vários tipos de raciocínio e métodos de demonstração.</li> </ul>	<p>– análise de um problema em diferentes representações (por exemplo, na representação gráfica de um problema algébrico).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pedir aos alunos para identificar casos particulares, formular generalizações e testar a validade dessas generalizações.</li> <li>• Proporcionar situações em que os alunos raciocinem indutivamente (formulando conjecturas a partir de dados obtidos na exploração de regularidades) e dedutivamente (demonstrando essas conjecturas).</li> <li>• Salientar o papel das definições na dedução de propriedades, por exemplo no estudo dos quadriláteros.</li> <li>• Realizar uma pesquisa histórica sobre os <i>Elementos</i> de Euclides e a organização axiomática desta obra. Salientar os significados de axioma, teorema e demonstração. Analisar a demonstração da primeira proposição dos <i>Elementos</i>.</li> <li>• Fazer referência à análise exaustiva de casos e à redução ao absurdo como métodos de demonstração.</li> <li>• Pedir a fundamentação de afirmações através de conceitos, propriedades ou procedimentos matemáticos, ou contra-exemplos.</li> </ul>
<p><b>Comunicação matemática</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação</li> <li>• Representação</li> <li>• Expressão</li> <li>• Discussão</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar informação, ideias e conceitos representados de diversas formas, incluindo textos matemáticos.</li> <li>• Representar informação, ideias e conceitos matemáticos de diversas formas.</li> <li>• Traduzir relações de linguagem natural para linguagem matemática e vice-versa.</li> <li>• Expressar resultados, processos e ideias matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios.</li> <li>• Discutir resultados, processos e ideias matemáticos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionar a análise e interpretação de textos matemáticos com origens diversas (livros, manuais, jornais, Internet).</li> <li>• Recorrer a vários tipos de representações (gráfica, algébrica e tabular) e estabelecer conexões entre elas para obter múltiplas perspectivas de um problema e das suas soluções.</li> <li>• Solicitar aos alunos a utilização progressiva e consistente de simbologia e vocabulário adequados às situações.</li> <li>• Criar oportunidades para apresentações individuais e em grupo, e para diversos tipos de interacção (professor-aluno, aluno-aluno, aluno-turma, professor-turma).</li> <li>• Criar situações em que os alunos interpretam e criticam as soluções de um problema (ou a inexistência de soluções) no seu contexto e discutem o processo de resolução usado, apresentando argumentos fundamentados.</li> </ul>

## Quadros temáticos

### Números e operações

1.º ciclo		2.º ciclo	3.º ciclo
1.º e 2.º anos	3.º e 4.º anos		
<p><b>Números naturais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de número natural</li> <li>• Relações numéricas</li> <li>• Sistema de numeração decimal</li> </ul> <p><b>Operações com números naturais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Adição</li> <li>• Subtração</li> <li>• Multiplicação</li> <li>• Divisão</li> </ul> <p><b>Regularidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sequências</li> </ul>	<p><b>Números naturais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relações numéricas</li> <li>• Múltiplos e divisores</li> </ul> <p><b>Operações com números naturais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Adição</li> <li>• Subtração</li> <li>• Multiplicação</li> <li>• Divisão</li> </ul> <p><b>Regularidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sequências</li> </ul>	<p><b>Números naturais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Números primos e compostos</li> <li>• Decomposição em factores primos</li> <li>• Mínimo múltiplo comum e máximo divisor comum de dois números</li> <li>• Critérios de divisibilidade</li> <li>• Potências de base e expoente naturais</li> <li>• Potências de base 10</li> <li>• Multiplicação e divisão de potências</li> <li>• Propriedades das operações e regras operatórias</li> </ul> <p><b>Números inteiros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de número inteiro e representação na recta numérica</li> <li>• Comparação e ordenação</li> <li>• Adição e subtração com representação na recta numérica</li> </ul> <p><b>Números racionais não negativos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção e representação de número racional</li> <li>• Comparação e ordenação</li> <li>• Operações</li> <li>• Valores aproximados</li> <li>• Percentagem</li> </ul>	<p><b>Números inteiros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Multiplicação e divisão, propriedades</li> <li>• Potências, raiz quadrada e raiz cúbica</li> </ul> <p><b>Números racionais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representação, comparação e ordenação</li> <li>• Operações, propriedades e regras operatórias</li> </ul> <p><b>Números reais</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de número real e recta real</li> <li>• Relações <math>&lt;</math> e <math>&gt;</math> em <math>\mathbf{R}</math></li> <li>• Intervalos</li> </ul>

## Geometria e Medida

1.º ciclo		2.º ciclo	3.º ciclo
1.º e 2.º anos	3.º e 4.º anos		
<p><b>Orientação espacial</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Posição e localização</li> <li>• Pontos de referência e itinerários</li> <li>• Plantas</li> </ul> <p><b>Figuras no plano e sólidos geométricos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propriedades e classificação</li> <li>• Interior, exterior e fronteira</li> <li>• Composição e decomposição de figuras</li> <li>• Linhas rectas e curvas</li> <li>• Reflexão</li> </ul> <p><b>Dinheiro</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Moedas, notas e contagem</li> <li>• Comparação e ordenação de valores</li> <li>• Estimação</li> </ul> <p><b>Comprimento, massa, capacidade e área</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Medida e unidade de medida</li> <li>• Comparação e ordenação</li> <li>• Medição</li> <li>• Perímetro</li> <li>• Estimação</li> </ul> <p><b>Tempo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sequências de acontecimentos</li> <li>• Unidades de tempo e medida do tempo</li> </ul>	<p><b>Orientação espacial</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Posição e localização</li> <li>• Mapas, plantas e maquetas</li> </ul> <p><b>Figuras no plano e sólidos geométricos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Propriedades e classificação</li> <li>• Planificação do cubo</li> <li>• Círculo e circunferência</li> <li>• Noção de ângulo</li> <li>• Rectas paralelas e perpendiculares</li> <li>• Reflexão</li> </ul> <p><b>Comprimento, massa, capacidade, área e volume</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Medida e medição</li> <li>• Unidades de medida SI</li> <li>• Perímetro, área e volume</li> <li>• Estimação</li> </ul> <p><b>Tempo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Unidades de tempo</li> <li>• Intervalo de tempo</li> <li>• Estimação</li> </ul>	<p><b>Sólidos geométricos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera</li> <li>• Planificação e construção de modelos</li> </ul> <p><b>Figuras no plano</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rectas, semi-rectas e segmentos de recta</li> <li>• Ângulos: amplitude e medição</li> <li>• Polígonos: propriedades e classificação</li> <li>• Círculo e circunferência: propriedades e construção</li> </ul> <p><b>Perímetros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Polígonos regulares e irregulares</li> <li>• Círculo</li> </ul> <p><b>Áreas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equivalência de figuras planas</li> <li>• Unidades de área</li> <li>• Área do triângulo e círculo</li> </ul> <p><b>Volumes</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Volume do cubo, paralelepípedo e cilindro</li> <li>• Unidades de volume</li> </ul> <p><b>Reflexão, rotação e translação</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção e propriedades da reflexão, da rotação e da translação</li> <li>• Simetrias axial e rotacional</li> </ul>	<p><b>Sólidos geométricos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Área da superfície e volume</li> <li>• Critérios de paralelismo e perpendicularidade entre planos, e entre rectas e planos</li> </ul> <p><b>Triângulos e quadriláteros</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Soma dos ângulos internos e externos de um triângulo</li> <li>• Congruência de triângulos</li> <li>• Propriedades, classificação e construção de quadriláteros</li> </ul> <p><b>Circunferência</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ângulo ao centro, ângulo inscrito e ângulo excêntrico</li> <li>• Lugares geométricos</li> <li>• Circunferência inscrita e circunferência circunscrita a um triângulo</li> <li>• Polígono regular inscrito numa circunferência</li> </ul> <p><b>Teorema de Pitágoras</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Demonstração e utilização</li> </ul> <p><b>Trigonometria no triângulo rectângulo</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Razões trigonométricas de ângulos agudos</li> <li>• Relações entre razões trigonométricas</li> </ul> <p><b>Semelhança</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de semelhança</li> <li>• Ampliação e redução de um polígono</li> <li>• Polígonos semelhantes</li> <li>• Semelhança de triângulos</li> </ul> <p><b>Isometrias</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Translação associada a um vector</li> <li>• Propriedades das isometrias</li> </ul>

## Álgebra

2.º ciclo	3.º ciclo
<p><b>Relações e regularidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expressões numéricas e propriedades das operações</li> <li>• Sequências e regularidades</li> <li>• Proporcionalidade directa</li> </ul>	<p><b>Sequências e regularidades</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Termo geral de uma sequência numérica</li> <li>• Representação</li> <li>• Expressões algébricas</li> </ul> <p><b>Equações</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equações do 1.º grau a uma incógnita</li> <li>• Equações literais</li> <li>• Operações com polinómios</li> <li>• Equações do 2.º grau a uma incógnita</li> <li>• Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas</li> </ul> <p><b>Inequações</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Inequações do 1.º grau a uma incógnita</li> </ul> <p><b>Funções</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conceito de função e de gráfico de uma função</li> <li>• Proporcionalidade directa e inversa como funções</li> <li>• Funções linear e afim</li> <li>• Funções do tipo <math>y = ax^2</math></li> </ul>

## Organização e tratamento de dados

1.º ciclo		2.º ciclo	3.º ciclo
1.º e 2.º anos	3.º e 4.º anos		
<p><b>Representação e interpretação de dados</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos</li> <li>• Classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll</li> <li>• Tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas</li> </ul>	<p><b>Representação e interpretação de dados e situações aleatórias</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos</li> <li>• Gráficos de barras</li> <li>• Moda</li> <li>• Situações aleatórias</li> </ul>	<p><b>Representação e interpretação de dados</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulação de questões</li> <li>• Natureza dos dados</li> <li>• Tabelas de frequências absolutas e relativas</li> <li>• Gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas</li> <li>• Média aritmética</li> <li>• Extremos e amplitude</li> </ul>	<p><b>Planeamento estatístico</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Especificação do problema</li> <li>• Recolha de dados</li> <li>• População e amostra</li> </ul> <p><b>Tratamento de dados</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Organização, análise e interpretação de dados — histograma</li> <li>• Medidas de localização e dispersão</li> <li>• Discussão de resultados</li> </ul> <p><b>Probabilidade</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Noção de fenómeno aleatório e de experiência aleatória</li> <li>• Noção e cálculo da probabilidade de um acontecimento</li> </ul>

## Capacidades transversais

1.º ciclo	2.º ciclo	3.º ciclo
<p><b>Resolução de problemas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreensão do problema</li> <li>• Conceção, aplicação e justificação de estratégias</li> </ul> <p><b>Raciocínio matemático</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Justificação</li> <li>• Formulação e teste de conjecturas</li> </ul> <p><b>Comunicação matemática</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação</li> <li>• Representação</li> <li>• Expressão</li> <li>• Discussão</li> </ul>	<p><b>Resolução de problemas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreensão do problema</li> <li>• Conceção, aplicação e justificação de estratégias</li> </ul> <p><b>Raciocínio matemático</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Justificação</li> <li>• Argumentação</li> <li>• Formulação e teste de conjecturas</li> </ul> <p><b>Comunicação matemática</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação</li> <li>• Representação</li> <li>• Expressão</li> <li>• Discussão</li> </ul>	<p><b>Resolução de problemas</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Compreensão do problema</li> <li>• Conceção, aplicação e justificação de estratégias</li> </ul> <p><b>Raciocínio matemático</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formulação, teste e demonstração de conjecturas</li> <li>• Indução e dedução</li> <li>• Argumentação</li> </ul> <p><b>Comunicação matemática</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação</li> <li>• Representação</li> <li>• Expressão</li> <li>• Discussão</li> </ul>

## Bibliografia e recursos

### Bibliografia de referência

As seguintes referências assumiram um papel particularmente importante na elaboração deste programa:

- Guzmán, M. (2002). The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis. Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics (at the Undergraduate Level) Hersonissos, Crete, Greece (ERIC doc SE 066 909).
- McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, 12(3), 2-8 e 44.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Ponte, J. P., Boavida, A. M., Canavarró, A. P., Guimarães, F., Oliveira, H., Guimarães, H. M., Brocardo, J., Santos, L., Serrazina, L., & Saraiva, M. (2006). *Programas de Matemática no 3.º ciclo do ensino básico: Um estudo confrontando Espanha, França, Irlanda, Suécia e Portugal*. Lisboa: APM e FCUL, Centro de Investigação em Educação.
- Canadá, Alberta, *Mathematics Kindergarten to Grade 9 Program of Studies* (2007) ([www.education.gov.ab.ca](http://www.education.gov.ab.ca)).
- Canadá, Alberta, *Mathématiques 14-24* (2003) ([www.education.gov.ab.ca](http://www.education.gov.ab.ca)).
- França, *Programmes des Mathématiques* (2004) ([www.cndp.fr/ecole](http://www.cndp.fr/ecole)).
- Irlanda, *Primary School Curriculum. Mathematics* (1999) ([www.curriculumonline.ie](http://www.curriculumonline.ie)).
- Irlanda, *Junior Cycle Mathematics Curriculum* (2000) ([www.teachnet.ie/resources](http://www.teachnet.ie/resources)).
- Reino Unido, *The National Curriculum for England. Mathematics* (1999) ([www.nc.uk.net](http://www.nc.uk.net)).

### Bibliografia para aprofundamento dos temas e orientações do programa

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: ME-DEB.
- APM (1988). *A renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM.
- APM (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM.
- Burrill, G. F., & Elliot, P. (Orgs.) (2006). *Thinking and reasoning with data and chance (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Caraça, B. J. (1998). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Gradiva.
- Cebola, G., & Pinheiro, M. A. (Orgs.) (1998). *Desenvolvimento curricular em Matemática*. Lisboa: SEM-SPCE.
- Clements, D. H., & Bright, G. (Orgs.) (2003). *Learning and teaching measurement (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Coxford, A. F., & Schulte, A. P. (Orgs.) (1988). *The ideas of algebra, K-12 (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Cuoco, A. A., & Curcio, F. R. (Orgs.) (2001). *The roles of representation in school mathematics (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Elliot, P. C., & Kenney, M. J. (Orgs.) (1996). *Communication in mathematics, K-12 and beyond (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Fey, J. T., & Hirsch, C. R. (Orgs.) (1992). *Calculators in mathematics education (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.

- Fosnot, C., & Dolk, M. (Orgs.) (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (Orgs.) (2001). *Young mathematicians at work: Constructing number sense, addition, and subtraction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Fosnot, C., & Dolk, M. (Orgs.) (2002). *Young mathematicians at work: Constructing fractions, decimals, and percents*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Graça Martins, M. E., Loura, L. C., & Mendes, M. F. (2007). *Análise de dados*. Ministério da Educação.
- Grupo Azarquiel (1993). *Estatística no 3.º ciclo do ensino básico* (traduzido e adaptado por A. Borralho). Lisboa: APM.
- GTI (Org.) (2002). *Refletir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM.
- GTI (Org.) (2005). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM.
- Haylock, D. (2001). *Mathematics explained for primary teachers*. London: Paul Chapman.
- House, P. A., & Coxford, A. F. (Orgs.) (1995). *Connecting mathematics across the curriculum (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Jensen, R. J. (Org.) (1993). *Research ideas for the classroom: Early childhood mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- King, J., & Schattchneider, D. (2003). *Geometria dinâmica*. Lisboa: APM.
- Litwiller, B. H., & Bright, G. W. (Orgs.) (2002). *Making sense of fractions, ratios and proportions (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Loureiro, C., Oliveira, F., & Brunheira, L. (Orgs.) (2000). *Ensino e aprendizagem da Estatística*. Lisboa: SPE e APM.
- Matos, J. F. (1995). *Modelação matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Matos, J. M., & Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Moreira, D., & Oliveira, I. (2004). *O jogo e a Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Morrow, L. J., & Kenney, M. J. (Orgs.) (1998). *The teaching and learning of algorithms in school mathematics (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Musser, G. L., Burger, W. F., & Peterson, B. E. (1997). *Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach*. New York, NY: Wiley.
- NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.
- NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: IIE e APM.
- NCTM (1999). *Normas para a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- NCTM (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten to grade 8 mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- NCTM (1993). *Geometria a partir de múltiplas perspectivas — Normas profissionais para o ensino da Matemática: Coleção de adendas*. Lisboa: APM.
- NCTM (2001). *Geometria dos 2.º e 3.º ciclos — Normas profissionais para o ensino da Matemática: Coleção de adendas*. Lisboa: APM.
- NCTM (2001). *Lidar com dados e probabilidades — Normas profissionais para o ensino da Matemática: Coleção de adendas*. Lisboa: APM.
- Nogueira, J. E., Nápoles, S., Monteiro, A., Rodrigues, J. A., & Carreira, M. A. (2004). *Contar e fazer contas: Uma introdução à teoria dos números*. Lisboa: Gradiva.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artmed.
- Nunes, T., Campos, T. M. M., Magina, S., & Bryant, P. (2005). *Educação e Matemática: Números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez.
- Owens, D. T. (Org.) (1993). *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Pinto, J., & Santos, L. (2006). *Modelos de avaliação das aprendizagens*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.



- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Ponte, J. P., & Canavarro, P. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., Costa, C. Rosendo, A. I., Maia, E., Figueiredo, N., & Dionísio, A. F. (Orgs.) (2002). *Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores*. Lisboa: SEM-SPCE.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guerreiro, A., Ribeiro, C. & Veia, L. (Orgs.) (2007). *Currículo e desenvolvimento curricular: Actas do XV Encontro de Investigação em Educação Matemática (CD-ROM)*. Lisboa: SEM-SPCE.
- Rubenstein, R. R. & Bright, G. W. (Orgs.) (2004). *Perspectives on the teaching of mathematics (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Santos, L. Canavarro, A. P., & Brocardo, J. (Orgs.) (2005). *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 83-101). Lisboa: APM.
- Stiff, L. V., & Curcio, F. R. (Eds.) (1999). *Developing mathematical reasoning in grades K-12 (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Strutchens, M. E., & Martin, W. G. (2007). *The learning of mathematics K-12 (NCTM Yearbook)*. Reston, VA: NCTM.
- Valadares, J., & Graça, M. (1998). *Avaliando... para melhorar a aprendizagem*. Lisboa: Plátano.
- Vale, I., Pimentel, T., Barbosa, A., Fonseca, L., Santos, L., & Canavarro, A. P. (Orgs.) (2006). *Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores*. Lisboa: SEM-SPCE.
- van den Heuvel-Panhuizen, M., & Buys K. (Orgs.) (2001). *Young children learn measurement and geometry: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- van den Heuvel-Panhuizen, M., Buys K., & Treffers A. (Orgs.) (2001). *Children learn mathematics: A learning-teaching trajectory with intermediate attainment targets for calculation with whole numbers in primary school*. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Veloso, E., Fonseca, H., Ponte, J. P., & Abrantes, P. (Orgs.) (1999). *Ensino da Geometria no virar do milénio*. Lisboa: DEFCUL.
- Veloso, E. (1998). *Geometria: Temas actuais*. Lisboa: IIE.
- Watson, J. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Wilson, P. S. (Org.) (1993). *Research ideas for the classroom: High school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

## Recursos: sítios da Internet e materiais

<http://www.alea.pt/>

O ALEA - Acção Local Estatística Aplicada, disponibiliza instrumentos de apoio ao ensino da Estatística para alunos e professores. Contém problemas baseados em notícias publicadas em órgãos de comunicação social, quebra-cabeças, jogos etc.

<http://www.dgidc.min-edu.pt>

ClicMat. Conjunto de 32 actividades matemáticas interactivas, dirigidas a alunos do 1.º ao 9.º anos, concebidas para ser utilizadas tanto em situações de sala de aula, como em pequeno grupo ou individualmente de forma autónoma.

<http://www.gave.min-edu.pt/np3/113.html>

1000 Itens. Questões de Matemática para alunos do 3.º ciclo sobre Álgebra e Funções, Estatística e Probabilidades, Geometria e Cálculo.

<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/>

Sítio sobre história da Matemática, com cerca de 1300 biografias de matemáticos célebres, dezenas de artigos sobre a história da Matemática e seus vários tópicos e história e propriedades de 60 curvas especiais.

<http://archives.math.utk.edu/topics/history.html>

Arquivo de endereços da Internet com materiais diversos (actividades, *software*, planos de aula, etc.) que abarcam os diferentes tópicos matemáticos e a história da Matemática.

<http://www.fi.uu.nl/rekenweb/>

Recurso *kidskout* incluído no sítio do Instituto Freudenthal, com tarefas interactivas (em inglês) que permitem uma exploração dos principais conceitos de Matemática. (Em <http://www.fi.uu.nl/rekenweb/pt/> estão seis destas tarefas traduzidas).

<http://illuminations.nctm.org/>

Cerca de uma centena de actividades e mais de 500 planos de lição abrangendo diversos temas curriculares de todos os níveis de ensino.

<http://nlvm.usu.edu/en/nav/vlibrary.html>

Materiais interactivos e tutoriais muito dos quais em Java *applets*, para todos os anos de escolaridade (em espanhol e inglês).

<http://www.cut-the-knot.org>

Tarefas matemáticas interactivas e *puzzles*. Mais de 800 Java *applets*.

<http://www.geogebra.org/>

GeoGebra. Programa de Geometria dinâmica, e Álgebra para as escolas.

<http://scratch.mit.edu>

Scratch. Ambiente de programação visual e toolkit, para os alunos construírem jogos, histórias animadas, arte interactiva, e comunicar na Internet.

APM (2000). *Pavimentações*. Lisboa: APM.

APM (2007). *Pentaminós*. Lisboa: APM.

GT 1.º ciclo, APM (1997). *Actividades do 1.º ciclo I e II*. Lisboa: APM.

GT 1º ciclo, APM (2001). *A Matemática é de todos*. Lisboa: APM.

GT T<sup>3</sup>, APM (1999). *Estatística e calculadoras gráficas*. Lisboa: APM.

GT T<sup>3</sup>, APM (1999). *Geometria com o Cabri Géomètre*. Lisboa: APM.

GT T<sup>3</sup>, APM (1999). *Modelação no Ensino da Matemática: Calculadora, CBL e CBR*. Lisboa: APM.

Bernardes, O., & Viana, J. (1997). *Mais jogos, mais enigmas, mais problemas* (1997). Lisboa: APM.

Cameron, A., Hersch, S., & Fosnot C. (2005). *Turkey investigations: A context for multiplication, grades 3-5 (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Cameron, A., Hersch, S., & Fosnot C. (2004). *Addition and subtraction: Minilessons, grades preK-3 (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Cameron, A., Hersch, S., & Fosnot C. (2004). *Exploring ages: The role of context, grade 3 (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Cameron, A., Hersch, S., & Fosnot C. (2005). *Exploring soda machines: A context for division, grades 3-5 (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Cameron, A., Jacob B., Fosnot C., & Hersch, S. (2006). *Working with the ratio tables, grades 5-8: Mathematical models (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Cameron, A., Jacob, B., Fosnot C. e Hersch, S. (2006). *Working with the ratio tables: Mathematical models, grades 3-5 (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Cameron, A., Teig C., Hersch, S. e Fosnot C. (2005). *Multiplication and division: Minilessons, grades 3-5 (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Hargittai I., & Hargittai, M. (1994). *Symmetry: A unifying concept*. Berkeley, CA: Ten Speed Press.

- Hersch, S., Fosnot C., & Cameron, A. (2005). *Working with the array: Mathematical models, grades 3-5 (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Hersch, S., Fosnot C., & Cameron, A. (2005). *Fostering children's mathematical development: The landscape of learning, grades 3-5 (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Hersch, S., Fosnot C., & Cameron, A. (2006). *Fostering children's mathematical development: The landscape of learning, grades 5-8 (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Hersch, S., Fosnot C., & Cameron, A. (2006). *Sharing submarine sandwiches, grades 5-8: A context for fractions (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Hersch, S., Fosnot C., & Cameron, A. (2006). *Sharing fostering children's mathematical development, grades 5-8: The landscape of learning (resource package)*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- NCTM (1998). *Adendas 1.º ano*. Lisboa: APM.
- NCTM (1992). *Adendas 2.º ano*. Lisboa: APM.
- NCTM (1992). *Adendas 3.º ano*. Lisboa: APM.
- NCTM (1992). *Adendas 4.º ano*. Lisboa: APM.
- NCTM (1992). *Adendas 5.º ano*. Lisboa: APM.
- NCTM (1992). *Adendas 6.º ano*. Lisboa: APM.
- Projecto DSN (2005). *Desenvolvendo o sentido do número: Perspectivas e exigências curriculares*. Lisboa: APM.
- Projecto DSN (2007). *Desenvolvendo o sentido do número: Perspectivas e exigências curriculares*. (Volume II). Lisboa: APM.
- Projecto Matemática para Todos (2000). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Lisboa: APM.
- Sá, A. J. C. (1995). *A aprendizagem da Matemática e o jogo*. Lisboa: APM.
- Serrazina, L., & Matos, J. M. (1988). *O geoplano na sala de aula*. Lisboa: APM.
- Silva, A., Loureiro, C., & Veloso, G. (1989). *Calculadoras na educação matemática: Actividades*. Lisboa: APM.