

## Curiosidades Matemáticas: à Descoberta dos Fractais

PAULA PESTANA

TERESA DIAS

Departamento de Matemática,  
Escola Superior de Tecnologia de Viseu

No Ano Mundial da Matemática – ano 2000, o Departamento de Matemática da ESTV realizou algumas actividades com o intuito de comemorar este evento. Para tal propusemo-nos dinamizar a sessão: “*À descoberta dos fractais*” para alunos do 2º e 3º ciclos, enquadrada nas “tardes de matemática”.

Escolhemos esta sessão por abordar um tema recente e pouco conhecido dos alunos: os *objectos fractais*, que surgem envoltos num ambiente “mágico” e contemporâneo dos computadores.

Com “*À descoberta dos fractais*” pretendeu-se:

- Desenvolver o raciocínio matemático
- Incentivar o gosto pela matemática relacionando-a com situações da vida real
- Criar momentos de descoberta e de envolvimento na elaboração de conjecturas e em aprendizagens significativas
- Introduzir o conceito de fractal, de forma a que na natureza sejam reconhecidos alguns elementos que, curiosamente, se assemelham a objectos fractais.

Nesta sessão começámos por introduzir a noção de fractal, através de um excerto de uma banda desenhada do livro “*Les Fractals*” de Stewart. Os alunos foram distribuídos por grupos de trabalho a fim de, melhor, discutirem as actividades que se apresentam a seguir:

**ACTIVIDADE 1**

**(A) TRIÂNGULO DE SIERPINSKI**

Vais construir, tu próprio, o famoso fractal: *Triângulo de Sierpinski*. Para isso considera o triângulo equilátero da folha anexa 1 e segue as seguintes instruções:

- ◆ Etapa 1: une os pontos médios dos lados do triângulo e retira o triângulo médio (pintando-o).
- ◆ Etapa 2: dos três triângulos não pintados, une os pontos médios dos seus lados e retira os triângulos médios.
- ◆ Etapa 3: aplica o processo anterior a cada triângulo não pintado.
- ◆ Repete este processo até que não tenhas espaço no triângulo para continuar.

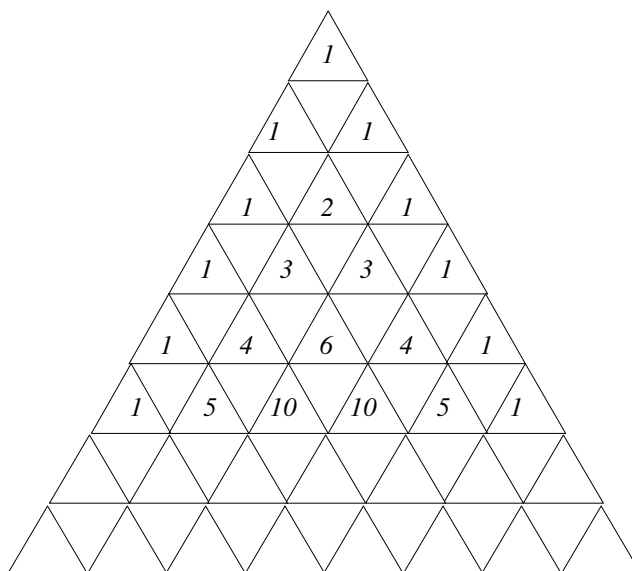
**Observa com atenção o fractal que obtiveste.**

**I-** Regista, na tabela seguinte, a sequência que permite calcular o número de triângulos em cada etapa da construção do Triângulo de Sierpinski.

<i>Etapas</i>	<i>Nº de triângulos</i>
<i>0</i>	
<i>1</i>	
<i>2</i>	
<i>3</i>	
<i>4</i>	
<i>5</i>	

**(B) TRIÂNGULO DE PASCAL**

O diagrama seguinte representa algumas linhas do *Triângulo de Pascal*.



1. Completa o diagrama anterior.
2. Descobre e pinta os triângulos que tenham alguns termos da sequência:
  - dos números naturais
  - dos números triangulares.
3. Descobre outras sequências neste Triângulo de Pascal.
4. Considera o Triângulo de Pascal da folha anexa 2 e pinta os triângulos que tenham um número ímpar. O que descobriste?

***(C) O JOGO DO CAOS***

Para jogares este jogo tens uma folha com um triângulo desenhado, um dado, uma régua e uma grelha de números. Ganha o jogo quem primeiro descobrir qual a figura que é parecida com este triângulo à medida que se vai enchendo com pontos e números.

Segue as seguintes instruções:

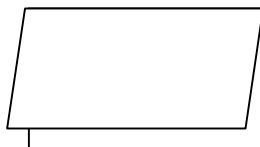
- ◆ Atira o dado.
- ◆ Mede a distância do último ponto marcado ao vértice correspondente à pontuação que obtiveste no dado e marca o ponto médio com um ponto e um número (um a mais que o número do último ponto).
- ◆ Regista na grelha o último número que marcaste para que a próxima pessoa saiba por onde começar.

## ACTIVIDADE 2

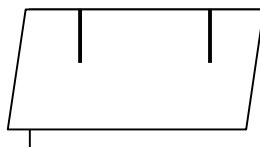
### CONSTRUÇÃO DE UM FRACTAL DE PAPEL: “DEGRAUS CENTRAIS”

Tens uma folha de papel e uma tesoura para construíres um bonito fractal.

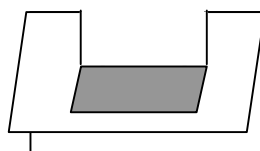
- ◆ Dobra a folha de papel ao meio



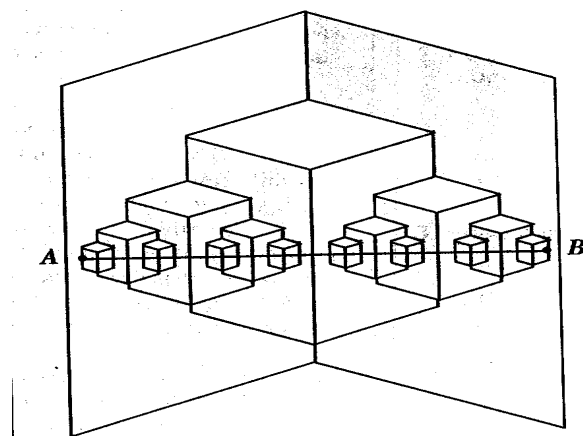
- ◆ Faz dois cortes até meio, a  $\frac{1}{4}$  de cada margem



- ◆ Dobra pelo segmento entre os dois cortes



- ◆ Repete os cortes e as dobras até que a espessura do papel te permita continuar
- ◆ Para obteres o fractal, desdobra as dobragens e puxa as figuras em relevo.



*Observa com atenção o fractal que obtiveste.*

1. Regista, na tabela seguinte, a sequência do número de degraus que eram acrescentados a cada etapa e a sequência do número total de degraus existentes em cada etapa da construção do fractal “*degraus centrais*”

<i>Etapas</i>	<i>n° de degraus</i>	<i>n° total de degraus</i>
1		
2		
3		
4		
5		
6		

2. O que acontece com a medida de comprimento de cada um dos degraus?
3. Qual é o comprimento total da escada?

**ANEXOS**

*Anexo 1*

