

Menezes , Luís ; Santos, Filipe ; Silva, Arlete ; Trindade, Maria João (2003). Investigar a comunicação matemática no 1º Ciclo. *Millenium*, 27.

---

## INVESTIGAR A COMUNICAÇÃO MATEMÁTICA NO 1º CICLO

Luís Menezes<sup>1</sup>

Filipe Santos<sup>2</sup>

Arlete Silva<sup>3</sup>

Maria João Trindade<sup>4</sup>

Escola Superior de Educação - Viseu

2 Escola do 1º Ciclo de Sobrado - Castro Daire

3 Escola n.º 1 da Ribeira - Viseu

4 Escola do 1º Ciclo de Caria - Moimenta da Beira

Este trabalho apresenta parte da investigação conduzida por quatro professores (três do primeiro Ciclo e um do Superior) que trabalharam num projecto colaborativo focado na comunicação matemática no 1º Ciclo. A investigação foi conduzida em colaboração e teve como objecto de estudo as práticas comunicativas dos professores do primeiro ciclo ao trabalharem a área de Matemática, através da problematização crítico-reflexiva feita por cada um. Para permitir uma análise mais profunda das acções comunicativas desenvolvidas por cada um deles, o grupo do projecto começou por discutir alguns trabalhos da área da comunicação matemática, com a presença de episódios de aulas. Os problemas colocados no projecto foram trabalhados até aparecerem boas questões que pudessem orientar a investigação; após esta fase edificou-se um dispositivo de investigação, com o trabalho a desenvolver por cada um dos elementos do grupo, na preparação de materiais, na recolha e análise de dados. O texto que agora emerge corresponde a um relato dos passos dados e traduz um esforço para tornar público alguns pontos desse caminho.

### **A comunicação matemática no 1º Ciclo – um campo de reflexão**

A nossa discussão do tema começou com a constatação de que a comunicação é algo tão arreigado à condição humana que para podermos partilhar perspectivas sobre ela temos de a usar – constitui assim uma certa forma de meta-comunicação. O termo "comunicar" está ligado ao adjectivo *comum* e ao substantivo *comunidade*. Assim, *comunicar* significa "tornar comum", "pôr em comum", ou ainda, "estabelecer comunidade". Depois, a análise dirigiu-se para a comunicação no 1º Ciclo.

A comunicação é um elemento essencial da acção educativa, confundindo-se em grande medida as acções de ensinar e aprender com aquele processo. Nos primeiros anos de escolaridade, a realidade da comunicação é um fenómeno transversal a todo o currículo, dando unidade às diversas áreas. No entanto, o desenvolvimento das competências comunicativas tem sido muito associado à área de Língua Portuguesa, parecendo a ligação à Matemática menos natural. Os programas em vigor para o primeiro ciclo (Ministério da Educação, 1990), em vigor desde a década de noventa, na sequência de recomendações de diversas investigações e organizações (APM, 1088; NCTM, 1992, 1994), põem em lugar de destaque a comunicação matemática, tanto em termos de conteúdo de aprendizagem (enquanto capacidade) como em termos de orientação metodológica para ensinar.

A comunicação matemática, através do discurso da aula em que participam alunos e professor, é fortemente influenciada pela forma como este último organiza as situações de aprendizagem. Neste âmbito, o grupo do projecto elegeu as tarefas colocadas pelo professor como um tema a aprofundar, dada a sua ligação com a comunicação.

As tarefas matemáticas apresentadas pelo professor, no quadro geral das estratégias de ensino, desempenham também um papel crucial na aprendizagem dos alunos. As tarefas, embora tenham uma natureza variada, podendo ir desde os problemas até aos exercícios rotineiros, têm em vista uma certa actividade dos alunos, conducente às aprendizagens que o professor considera desejáveis – a partir da leitura que faz dos programas. Tanto a selecção, como a condução e a avaliação das tarefas têm uma componente comunicativa muito forte. Grande parte das tarefas problemáticas colocadas pelos professores têm um suporte escrito, seja através dos livros de texto, de fichas ou outros suportes. O recurso a propostas escritas torna-se ainda mais frequente quando os professores têm dentro da mesma sala e em simultâneo vários anos – situação muito vulgar em localidades pequenas do interior

do país – face à necessidade de manter tudo "em movimento". A metáfora do *professor maestro* é aqui levada aos limites.

O estudo das dificuldades colocadas aos alunos, no plano comunicativo, pelos enunciados das tarefas apresentadas na aula, tornou-se num aspecto que concentrou a atenção do grupo. A influência dos enunciados das tarefas problemáticas no desempenho dos alunos, tanto na fase inicial de interpretação como na de discussão que se lhe segue foi um tema para o qual não se encontraram muitas respostas e emergiram muitas dúvidas.

### **O problema emergente**

A tarefa de formular um problema, a partir da reflexão das nossas práticas comunicativas, traduziu-se numa actividade que se estendeu ao longo do tempo e que implicou todo o grupo. Os problemas comunicativos, desencadeados por uma tarefa problemática com um enunciado escrito, surgiram como uma área em que o grupo pretendia alargar o seu conhecimento, de modo a melhorar as práticas pedagógicas. Assim, formularam-se as questões que se enunciam:

#### **Qual a influência dos enunciados escritos no processo de resolução de problemas pelos alunos?**

Com que dificuldades se debatem os alunos quando são confrontados com tarefas escritas?

Que características dos enunciados das tarefas afectam o processo de resolução de problemas?

Qual o papel do professor no processo de resolução de problemas colocados através de enunciados escritos?

Das questões à recolha e análise de dados: um roteiro

Após a formulação das questões foi necessário pôr de pé um dispositivo que permitisse recolher dados para lhes responder. Deste modo, foram desenvolvidas e discutidas um conjunto de tarefas problemáticas escritas, para os diversos anos de escolaridade. Destas tarefas, e apesar das diferenças em termos de anos que cada um tinha, combinou-se realizar duas em comum, de modo a permitir a comparação de dados. As tarefas apresentadas distinguem-se umas das outras pelo grau de estruturação, pelo modo de formulação e também pelo contexto do enunciado. Estas tarefas foram

implantadas ao longo de todo o terceiro período do ano lectivo, sempre que cada um dos professores considerasse oportuno face ao desenrolar das suas aulas.

Para podermos obter dados que constituam evidência e iluminem as questões formuladas, optou-se pelo recurso aos seguintes meios: a) - observação directa dos alunos (procurando estar atento a dificuldades, a diálogos relevantes); b) - registos dos alunos (do caderno deles ou de folhas em branco que se distribuíram aos grupos e que depois se recolheram); c) - gravações áudio de um grupo de alunos a resolver os problemas; d) - registos da forma como nós, enquanto professores, nos envolvemos na actividade (o nosso papel, o que falámos na aula e se mostrou importante/decisivo no desenrolar da situação). Nos nossos registos a) e d), o diário individual de cada professor revelou-se um instrumento extremamente útil. O professor do ensino superior participou numa das tarefas, constituindo um recurso adicional, através da observação, de recolha de dados.

A análise de dados foi sendo feita à medida que aqueles eram recolhidos, sob a forma de reflexões nas sessões conjuntas do projecto. Estas reflexões permitiram ir ajustando a implantação das tarefas seguintes e o próprio processo de recolha de dados. Depois, iniciou-se uma fase mais sistemática de análise, envolvendo de modo mais intensivo cada um dos elementos do grupo. Nesta fase, a metáfora, apresentada por Bodgan e Bicklen (1992), do investigador como alguém que tem uma sala imensa com brinquedos e que é preciso arrumar, criando categorias, inspirou bastante o trabalho realizado por cada um. Deste trabalho resultou um texto escrito produzido por cada um dos professores, que foi discutido pelo grupo nas sessões conjuntas, cruzando dados e análises. Este trabalho de análise foi aprofundado em virtude da necessidade de fazer uma apresentação de um Grupo de Discussão num encontro de professores.

A apresentação e discussão das tarefas é feita na primeira pessoa – identificada na tarefa – pese embora todo o trabalho colaborativo que foi desenvolvido.

### **Reflectindo sobre as tarefas colocadas**

**Tarefa:** ESCOLA, AUTOCARROS E UM PASSEIO (Maria João)

Esta tarefa foi realizada por alunos do terceiro e quarto anos, enquanto os alunos dos anos precedentes trabalhavam em outra tarefa. A proposta de trabalho foi apresentada numa folha A4, dispondo os

alunos de bastante espaço em branco para escreverem o que entendessem. A tarefa tinha o seguinte enunciado:

#### ESCOLA, AUTOCARROS E UM PASSEIO

*Uma escola tem 168 alunos e 8 professores. Estão a preparar uma viagem de estudo à Serra da Estrela. Para o efeito, a escola já conseguiu o empréstimo gratuito de um pequeno autocarro de 40 lugares, mas vai precisar de outros. A empresa de camionagem dispõe de autocarros com capacidades para 40, 52 e 70 passageiros, este último de dois pisos.*

*Qual será a melhor forma de alugarem os autocarros, sabendo que cada lugar vazio traz prejuízo à escola?*

A actividade começou com a leitura oral do enunciado, feita por mim, à qual se seguiu a leitura silenciosa e análise do mesmo por cada um dos alunos.

Após a análise individual, propus a cada um dos alunos que "contassem" para a turma a "história" do problema, o que todos fizeram sem dificuldades, mantendo os dados, bem como a "sequência" dos factos.

Questionei toda a turma acerca de questão colocada no problema, o que é que lhes tinha sido "pedido". Apenas o Micael respondeu: "*Qual é a melhor forma de não trazer prejuízo à escola?*" E logo alguns alunos sugeriram:

" – *Não deixar lugares vazios.*

- *Alugarem autocarros, mas não ficarem lugares vazios"*

Ao ouvir estas respostas, sugeri aos alunos que iniciassem, numa primeira fase, a resolução individual do problema. Durante esta fase da resolução, fui questionando os alunos acerca da razão dos cálculos que faziam; no seguimento, solicitei aos alunos que explicassem, por escrito, o que representava cada uma das operações que usaram, registando no quadro um exemplo de como o poderiam fazer.

Senti que os alunos do 3º ano estavam a "ficar perdidos" na resolução da tarefa, pelo que lhes coloquei as seguintes questões:

" - *Quantas pessoas vão ao passeio?*

- *Quantos lugares existiam?*
- *Em que autocarros podem ir as restantes pessoas?"*

Só o Hugo e o Carlos é que não responderam a estas perguntas. Para que estes dois alunos participassem na resolução do problema, decidi levá-los para o quadro, pedindo o auxílio dos outros alunos na sua resolução, explicando como o tinham feito.

Uma das alunas do 4º ano, a Beta, cujo raciocínio parecia ir de encontro à solução do problema (quando me explicou oralmente os passos seguidos), ao escrever a resposta trocou dados. Foi necessário que a Beta lesse para a turma o seu processo de resolução, para se dar conta desse engano; então, chamei a atenção dos restantes alunos para o que a Beta tinha lido, repetindo-o eu. Na tentativa de que os alunos detectassem a contradição da colega, coloquei algumas questões mas não obtive respostas; apenas a Beta se apercebeu do que tinha feito, corrigindo de imediato o seu texto.

A partir das diversas resoluções expostas e explicações dadas pelos alunos, escrevi no quadro questões relacionadas com o problema - a que chamei *perguntas escondidas* - tendo os alunos que as registar no seu caderno e responder-lhes. Foram elas:

"a) *Quantos passageiros vão no passeio?*

b) *Quantos lugares faltam alugar?"*.

Em seguida, questioneei oralmente os alunos:

"*Se alugarmos dois autocarros de 40 lugares, o problema está resolvido?"*

Ao Hugo e ao Carlos, que responderam correctamente, perguntei-lhes: "*Porquê?*" Novamente explicaram à turma, sem grandes dificuldades, o seu raciocínio. As soluções encontradas individualmente, foram discutidas na turma, procurando-se a melhor solução, ou seja, aquela que envolvesse menos custos.

"Contar a história" do problema, explicar o que era pedido, apresentar os processos de resolução, justificar os seus cálculos perante os colegas, ajudou os alunos a construírem o seu conhecimento, a

aprenderem outras formas de pensar. No caso da Beta, a discussão geral na turma, contribuiu para a clarificação e organização do seu pensamento, depois de ter detectado uma contradição entre o que dizia e o que tinha escrito. No caso do Hugo e do Carlos, na fase final, ajudou-os a compreenderem o problema e motivou-os para não abandonarem a tarefa. O diálogo contribui para que os alunos desenvolvam capacidades de concentração, interpretação e decisão, pois têm que estar atentos para compreenderem as ideias dos colegas, reflectirem sobre a validade dos mesmos e decidirem sobre a razoabilidade dos resultados. Eu própria consegui aperceber-me melhor das ideias dos alunos, para a partir daí os poder ajudar e orientar. Ao dialogar, o professor vai desenvolvendo as suas capacidades de comunicação, detecta as dificuldades sentidas pelos alunos, bem como as suas causas; tornar-se-á mais simples o leque de estratégias para manter os alunos interessados na resolução de qualquer problema, seja ele de Matemática ou não, e enriquece o vocabulário também.

**Tarefa:** TROCOS (Filipe)

Esta tarefa foi realizada por alunos do segundo ano, enquanto os alunos do primeiro trabalhavam em outra tarefa. A proposta de trabalho foi apresentada numa folha A4, dispondo os alunos de bastante espaço em branco para escreverem o que entendessem. A tarefa tem o seguinte enunciado:

TROCOS

*O João foi comprar um gelado que custava 80 cêntimos e pagou com uma nota de 5 EUROS. Recebeu de troco 5 moedas. Que troco recebeu ele e em que moedas?*

Juntamente com a proposta de trabalho foi distribuído um conjunto de moedas para os alunos poderem manusear. A actividade foi iniciada com uma revisão das notas e moedas de Euro, não se verificando grandes dificuldades por parte dos alunos. A tarefa foi proposta, os alunos leram-na sozinhos e, de seguida, fizeram o reconto, estabelecendo-se um diálogo entre professor e alunos para a compreensão do enunciado:

*"Professor – Pois é, o João gastou quanto no gelado?"*

*Miguel – 80 cêntimos.*

*Professor – Mas além de querer saber o troco, ainda pergunta outra coisa o que é?*

*(Ninguém responde)*

*Professor - Leiam outra vez o problema, vejam qual é o outro pedido.*

*Simão – O número de moedas.*

*Professor – Será o número de moedas?*

*Miguel – Não. É que moedas recebeu de troco..."*

Os alunos mostraram algumas dificuldades em lidar com o dinheiro e com as duas partes do problema: o troco e as moedas que recebeu de troco. Com o apoio do professor e com algumas esquematizações, os alunos foram resolvendo a tarefa; no final do trabalho passou-se à discussão geral, indo um elemento de cada grupo apresentar a solução encontrada, desenhando no quadro o esquema efectuado. Estabeleceu-se um diálogo muito aberto, sendo possível verificar diferentes soluções:

*Professor - Então vamos lá ver quem é que conseguiu resolver o problema.*

*[silêncio]*

*Professor - Então... quem é que quer explicar? Anda cá Simão, eu vi o que fizeste. És capaz de fazer esse esquema e explicá-lo.*

*[Simão dirige-se ao quadro e faz o esquema]*

<i>1euro</i>	<i>1euro</i>	<i>1euro</i>	<i>1euro</i>	<i>1euro</i>
			<i>20c.</i>	<i>80c.</i>

*Simão - O troco são 4 moedas de Euro e uma de 20 cêntimos.*

*[Os colegas mostram alguma dificuldade em compreender aquele esquema]*

*Professor - Não consegues explicar isso melhor? Dá-me ideia que alguns colegas teus, que não são do teu grupo, não terão entendido esse esquema.*

*Simão - Então o João tinha cinco moedas de Euro, como eu aqui desenhei...*

*Uma colega interrompe o Simão para lhe perguntar:*

*Adelina - Como é que tu sabes que foram cinco moedas.*

*Miguel - Pois, para que são essas moedas. Aqui não fala de moedas nenhuma,*

*[O Simão hesita por instantes. Olha o quadro e responde:]*

*Simão - E depois, isso não faz diferença.... é só para eu explicar.*

*Professor - Explica outra vez como fizeram no grupo.*

*Simão - Estas quatro moedas não são precisas. Basta uma moeda para pagar o gelado. Como o gelado custa 80 cêntimos, crescem 20 cêntimos.*

*Miguel - Mas eu fiz com outras moedas, 1E, 2E, 1E, 10C, 10C*

*Professor - Será que está bem?*

*Adelina - Também, as moedas não têm que ser todas de 1 Euro como o Simão fez.*

*Professor - Portanto, o troco, é 4 e 20, aqui já não há dúvidas. Agora a questão é descobrir se poderia ter recebido o troco com outras moedas.*

*[silêncio]*

*Professor - Será que poderia receber alguma moeda de 50 cêntimos?*

*Ana - Todas.*

*Professor - Todas?*

*[Silêncio]*

*Miguel - Todas não dá, falta troco.*

*O Simão, ainda no quadro, faz 5 círculos novos e começa a completar: 50c, 50c, 50c.*

*[Apaga a terceira moeda, coloca 2E e a seguir 1E. Depois hesita e coloca 20c, perante o*

*silêncio da classe.]*

*Simão - Assim também dá.*

Na realização desta tarefa os alunos preocuparam-se inicialmente em efectuar uma operação; só com apoio do professor é que foram resolvendo o problema, através de esquemas ou desenhos das moedas.

Nem sempre foi fácil aos alunos comunicarem aos colegas as suas conclusões, o vocabulário muito restrito e a falta de hábito de se expressarem em público dificultou a apresentação de algumas conclusões obtidas. É nestas situações que o professor tem um papel primordial na motivação e moderação dos trabalhos da turma, sem nunca se substituir aos alunos, deverá ser o coordenador dos trabalhos de forma a que estes desenvolvam as suas próprias estratégias.

**Tarefa:** INVESTIGANDO FACES, VÉRTICES E ARESTAS (Arlete)

Era uma turma de dezanove alunos do quarto ano com idades compreendidas entre os oito e os onze anos: Na sala de aula esta turma estava sempre disposta em grupo, embora a forma de trabalhar fosse diversificada (aula conjunta, grupo, pares ou individualmente), conforme o objectivo da actividade proposta. Na tarefa que a seguir se transcreve optou-se por trabalho em grupos de 4/5 alunos:

*INVESTIGANDO FACES, VÉRTICES E ARESTAS*

*Tu já conheces alguns sólidos geométricos. Pensa naqueles que só têm superfícies planas. Em todos encontramos faces, arestas e vértices. Vamos contar, para cada um deles, o seu número de faces, vértices e arestas. Que tal usar uma tabela para registar os números encontrados!*

*Para cada sólido geométrico, calcula a soma do número de faces com o número de vértices. Compara o resultado obtido com o número de arestas.*

*Que podes concluir sobre a relação entre os números de faces, vértices e arestas?*

Tal como as tarefas anteriores, também esta foi apresentada em folhas A4, sem linhas para os alunos responderem e com amplo espaço para registos. Antes de se apresentar a tarefa, fizeram-se algumas revisões sobre os vários sólidos e as suas propriedades.

Depois da revisão foram distribuídos pelos grupos, vários modelos de sólidos (pirâmides e prismas vários, na forma de objectos do quotidiano dos alunos) tal como a folha do enunciado. Todos manuseavam e observavam. Pediu-se-lhes para se envolverem, fazerem o melhor, lerem com muita atenção e em silêncio. Depois, pediu-se à Francisca para ler em voz alta para todos e tentámos verificar se tinham percebido.

Iniciou-se o trabalho. A proposta para usar uma tabela e nela registar os números encontrados foi prontamente acolhida pelos alunos, tendo-a construído rapidamente. A contagem e registo do número de faces, vértices e arestas de cada sólido foi assumida com grande responsabilidade.

Os alunos facilmente construíram a tabela, preencheram-na com os nomes dos sólidos e os números das arestas, vértices e faces. De quando em vez, pediam o auxílio do professor, especialmente nos sólidos com muitos vértices.

A parte final da tarefa foi mais problemática para os alunos. Nesta fase, conversaram demoradamente sobre o assunto, questionaram-se... Depois de os alunos terem contado em diversos poliedros convexos o número de faces, vértices e arestas e de terem calculado a soma do número de faces com vértices, registando esses dados em tabelas, segue-se num dos grupos a seguinte discussão:

*"Aluna 1- Bom, então vamos lá, Temos que ver se há alguma relação entre os resultados... nós temos de comparar o resultado que nos deu ao número de arestas.*

Milton - Pois, então pomos aqui [aponta para a ficha] "comparação".

Aluna 1 - Ou "relação", não é?

Milton - Hum, hum (abana a cabeça afirmativamente).

Aluna 2 - Comparação.

Aluna 1 - Sim, pode ser comparação.

[Começam todos a registar na ficha]

Milton - Com-pa-ra-ção... [soletra], é assim que se escreve?...

Aluna 1 - É.

Milton - A tua letra é gira [observando o registo da colega do lado. Durante alguns instantes falam da importância de ter uma letra bem feita.]

Aluna 1 - Bom, nós temos de ver se há alguma comparação, se não...

Aluna 2 - Então, é sempre mais, porque... [pausa] então 14 menos dois dá doze, catorze menos dois dá doze, dezassete menos dois dá 15, 20 menos dois... não é 21 [a aluna nota uma dificuldade na procura da regularidade. Algo está a falhar - porque havia um problema de contagem do número de vértices do prisma hexagonal que utilizaram].

Aluna 3 - [Ri-se] Mas diz-me lá o que estás a pensar.... vinte menos dois... menos dois!

Aluna 2 - Não, .... então, 14 menos dois é 12.

Aluna 1 - Mas aonde é que vais buscar esse dois?

Aluna 2 - Então, dois para.... ai.... doze para catorze não é dois?

Aluna 1 - É, mas.... pronto, mas esse dois não está aqui em lado nenhum.

Milton - Pois, eu também dei conta.

*[A aluna 2 fica a olhar para a ficha por uns instantes]*

*Aluna 1 - Bom, temos de comparar.*

*Aluna 2 - Então, 14 e 12, a diferença é de dois, 14 e 12 a diferença é de dois, 20 e 21 a diferença é de um [surge novamente o problema do erro], 10 e 8, a diferença é de dois.*

*Aluna 1 - É, mas isso não é uma comparação.*

*Milton - Pois não.*

*Aluna 1- Pois não.*

*Aluna 2 - Tenho tantas coisas na cabeça que não consigo explicar... Milton, só eu, a Natasha e a Bárbara é que estamos a fazer alguma coisa e tu a escrever.*

*[Durante alguns instantes observam o resto da classe, fazendo alguns comentários]*

*Aluna 2 - Bom, vamos lá... isto é um bocadinho.... talvez...*

*Aluna 3 - Talvez o quê?... Como é que vamos fazer esta?*

*Aluna 2 - Bom, é assim [pausa]*

*Aluna 1 - Chama aí o professor.*

*Milton - Ó professor, nós estamos aqui com uma dúvida.*

*Professor - Então, aonde é que vocês estão?*

*Aluna 1 - Já fizemos as contas....*

*Professor - E.... (dá uma entoação que convida os alunos a responderem, o que acontece)*

*Milton - Agora não sabemos qual é a comparação.*

*Professor - Então vejam lá, quando comparamos dois números o que é que pode acontecer?*

*Aluna 1 - Que há diferença ou são iguais.*

*Professor - O que eu quero é que vocês comparem os números... vejam o enunciado.... o que é que comparo?*

*Aluna 3 - O número de faces e vértices com as arestas.*

*Professor - Leiam outra vez o enunciado e comparem os números. São iguais? São diferentes? Como? De que maneira?*

*Aluna 2 - Já compreendo! [grande exclamação]*

*Professor - Vejam lá, como é que eu passo daqui para aqui, ou seja, como é que eu relaciono as duas colunas?*

*Aluna 2 . O número de faces com vértices é sempre maior que o número de arestas.*

*Milton - Pois é.*

*Aluna 1 -É.*

*Professor - É, mas será que eu consigo saber quanto? Sou capaz de prever, ou seja, se souber este número (F+V) sou capaz de saber este (A)?*

*Aluna 1 - Não.*

*Professor - Então?vértices [aponta na ficha]*

*Alunos - 9 e aqui 6; aqui 14 e aqui 12*

*Aluna 2 - Já sei, é sempre diferença de dois, mas então aqui está mal [começam a corrigir, voltando a fazer a contagem no sólido.]*

*Alunos - Já descobrimos.*

*Professor - Então agora vou deixar-vos sozinhos. Quero que descubram uma relação, uma espécie de fórmula [pausa] vocês viram o Harry Potter?*

*[alguns alunos respondem afirmativamente]*

*A matemática é também assim, há relações mágicas entre os números.*

*Aluna 1- Então já sabemos, temos o resultado [F+V] e juntamos mais dois.*

*Aluna 3 - Então já não precisamos do raio da tabela.*

*Aluna 1 - Precisamos. Então o que é que escrevemos.*

*Aluna 2 - O resultado que temos é igual a aresta mais dois.*

*[Fazem o registo sem usarem qualquer tipo de abreviatura]*

*Aluna 2 - Vês como eu tinha razão há bocado, Tu é que começaste a perguntar de onde é que vinha o dois.*

*Aluna 1 - Pois, mas este resultado estava mal.*

Circulámos pelos grupos, respondíamos a algumas questões no sentido de compreenderem, sem indicarmos caminhos, mas encorajando-os a ler de novo o enunciado, a olharem, a verem as semelhanças e as diferenças entre as colunas da tabela. Os alunos acrescentaram à tabela mais uma coluna com a soma do número de vértices com o número de faces. Agora a tabela tinha mais uma coluna, a da soma do número de faces com o número de vértices. Mais ou menos ao mesmo tempo e da mesma forma descobriram a tal diferença " o dois mais dois" e que era igual em todas as filas, ou seja, o dois era uma constante em todos os sólidos. A resposta à última questão surgiu sob a forma de diversas identidades que os alunos registaram no quadro:

$$F+V-2=A \quad F+V=A+2 \quad A+2=F+V$$

Após alguma discussão entre todos, chegou-se à conclusão de que todas as igualdades eram válidas e de que afinal não havia uma única resposta. Ficaram muito contentes ao saberem que tinham descoberto o mesmo que o matemático Euler, há 300 anos atrás.

Todos gostaram da actividade e não lhes pareceu difícil; trabalhando, assim, em grupo, conversando, ouvindo-se, pensando e reflectindo resolveram e aprenderam mais e melhor, dando conta de que são capazes e sujeitos activos na aprendizagem da Matemática, entre o rigor e o prazer de saber cada vez mais.

Reflectindo sobre estas tarefas e voltando às questões iniciais

**Enunciado da tarefa.** O vocabulário usado e a dimensão do enunciado influenciam o desempenho dos alunos no primeiro embate com o problema. Embora, algumas vezes, os alunos até possam narrar a situação do problema, têm por vezes dificuldade em atribuir sentido ao que foi lido. Esta situação é evidente na tarefa *Escola, autocarros e um passeio*, em que apesar dos alunos terem aparentemente compreendido a situação, pois fizeram o seu reconto, mostraram dificuldades em saber o que fazer com a questão: *Qual será a melhor forma de alugarem os autocarros, sabendo que cada lugar vazio traz prejuízo à escola?*

Por estes alunos terem uma experiência de resolução de tarefas com uma estrutura que se apoia muito no cálculo, muitas vezes com recurso a uma única operação, leva-os a verem enunciados como um pouco estranhos – como foi o caso das duas primeiras tarefas. Mesmo na terceira tarefa, na terceira questão, a operação de comparação de números, aparentemente acessível, colocou algumas dificuldades aos alunos. Parece pois existir uma certa padronização do tipo de enunciados dos problemas, que se torna num factor que coloca dificuldades aos alunos quando resolvem tarefas com enunciados próximos da realidade (caso da tarefa *Escola, autocarros e um passeio*).

A estruturação do problema, através de sub-questões que preparam os alunos para outras de nível cognitivo superior, constitui um elemento que também tem repercussões no nível de resolução de problemas pelos alunos, logo na fase inicial. A tarefa *Faces, Arestas e Vértices* optou por um facto estruturado ao contrário da primeira *Escola, autocarros e um passeio*. Nesta tarefa, face às dificuldades evidenciadas foi conduzida a formular essas questões a que chamou "perguntas escondidas", que se mostraram decisivas no prosseguimento da actividade dos alunos. Quando os

alunos são confrontados com problemas de um nível cognitivo mais exigente, parece ser importante, pelo menos de início, estruturar as tarefas – diminuindo esse grau à medida que se resolvem outras - ou então apoiar os alunos mais de perto (como aconteceu nas tarefas *Escola, autocarros e um passeio e Trocos*).

Em suma, as dificuldades reveladas, na fase de análise do enunciado pelos alunos foram consequência de:

- a. competências de comunicação pouco desenvolvidas, como por exemplo a interpretação de enunciados escritos – ler é muito mais do que traduzir grafemas em fonemas. Este é um problema que parece ter relação com o ambiente familiar e social dos alunos, em que o desenvolvimento da comunicação, através da leitura e da escrita, é pouco valorizada.
- b. O tipo de questão colocada que é pouco clara para estes alunos, por não especificar o que realmente se pretende, ou seja, que o aluno encontre o "tipo" de autocarros que a escola deve alugar. Poder-se-ia considerar, desde logo, como solução, as respostas que os alunos deram: "Não deixar lugares vazios",
- c. A tarefa não ser estruturada. Os alunos não tinham "pistas", orientações que lhes permitissem avançar na resolução da tarefa; daí, alguns desistirem, tendo o professor que levantar outras questões oralmente e, assim, só quando estas são escritas no quadro (*perguntas escondidas*) é que esses alunos voltam a envolver-se na sua resolução.

**Escrever em Matemática.** Na primeira tarefa, a aluna Beta, ao analisar o que tinha escrito, conseguiu detectar uma contradição entre a sua explicação e os registos que tinha efectuado. A aluna teve assim que reflectir sobre o seu pensamento e clarificou o mesmo, mas também desenvolveu as suas capacidades em Língua Portuguesa, pois foi capaz de avaliar o seu texto e voltou a reformular a sua explicação, por sua própria iniciativa.

Escrever ajudou, também, os alunos a comunicarem mais facilmente as suas ideias perante a turma, a organizarem o seu pensamento e a estruturarem a resolução do problema. Em qualquer uma das três tarefas, os alunos socorreram-se dos seus registos na fase de discussão, para poderem defender com mais vigor os seus pontos de vista (particularmente evidente na primeira e última tarefas).

Analisando os registos que os alunos apresentaram, dá-se conta de que os cálculos ainda predominam; se por um lado, as tarefas envolvem cálculos que não poderiam deixar de ser apresentados, por outro, parece mostrar uma certa forma de alunos fazerem matemática (bastante evidente na tarefa *Trocós*).

A importância dos alunos registarem os dados, representando-os em tabelas (como foi sugerido na tarefa *Faces, arestas e vértices*) ou elaborando diagramas (que podem evitar a realização de algoritmos das operações, como foi o caso da tarefa *Trocós*) é fundamental para os alunos visualizarem relações entre os dados (segunda tarefa), que de outro modo seria quase impossível de alcançar.

**A acção do professor.** A sua presença torna-se fundamental em qualquer uma das fases da resolução das tarefas problemáticas. A análise inicial – com leitura e reconto – é importante para tentar despistar dificuldades ao nível da compreensão global do enunciado. A observação dos alunos quando começam a trabalhar na realização da tarefa é igualmente importante; um professor mais distraído, nesta fase, corre o risco de chegar ao fim do tempo destinado à realização da tarefa e os alunos não terem avançado significativamente, porque ficaram bloqueados prematuramente em algumas partes do problema (esta situação é evidente nas duas primeiras tarefas em que a acção do professor, através de perguntas ou outras pistas, foi fundamental para o avanço dos alunos).

A natureza da intervenção do professor nas diversas fases da elaboração da tarefa está intimamente relacionada com a sua própria natureza e com as dificuldades que por seu intermédio são colocadas aos alunos. No entanto, a análise dos dados sugere duas linhas de força: por um lado, o professor deve estar bastante atento aos processos de pensamento por que passam os alunos (explicitado na tarefa *Escola, autocarros e um passeio*,) para poder ajustar a sua forma de actuação; por outro lado, o professor deve evitar dar demasiadas pistas sempre que os enunciados coloquem mais dificuldades aos alunos e evitar também assumir o papel de primeiro e principal validador das ideias expressas pelos alunos (posição defendida expressamente na tarefa *Faces, arestas e vértices*).

## **Bibliografia**

APM (1988). *Renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Bogdan, R. e Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora (Trabalho original publicado em 1982).

Ministério da Educação (1990). *Programa do 1º Ciclo do Ensino Básico*, Direcção Geral dos ensinos Básico e Secundário. Lisboa: Imprensa Nacional - Casa da Moeda.

NCTM (1980). *An agenda for action: Recommendations for school Mathematics of the 1980's*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.«

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original publicado em 1989).

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: APM e IIE. (Trabalho original publicado em 1991).