準定常なプラズマ配位での Collisional Tearing 不安定

S.V.Bulanov*, 坂井純一, S.I.Syrovotskii*

1. はじめに

Tearing不安定は，天体プラズマ及び実験室プラズマでの応用[(1)〜(6)]と関連して，多くの研究がある。この不安定は，MHD的扱い[(1)]のみならず Collisionless プラズマでも起こる[(2)]。又，この不安定は，太陽大気でのフレアー現象[(3)・(7)]や，地球磁気圏での爆発的現象(substorm)と関連[(8)・(9)]して，そして又，トカマクプラズマでのdisruptive不安定と関連しており，重要な不安定として研究されている。

太陽の活動領域の例では，常に弱い磁場があり，有限の厚さをもつ静的な平衡にある電流層に対して研究されてきた。この様なシートは，次の磁場をもつ。

$$\vec{B}=B_0(y)\ \vec{e}_x+\ \vec{B}_{11}\ e_z \qquad (1)$$

ここで，$B_0(y)$は$y=0$で符号を変え，たとえば$B_0(y)=B_\infty th(y/a)$の様なものである。MHD近似では，次の成長率をもつtearing不安定が発生する。((6)，(10)式参照)

$$\gamma_0=\tau_A^{-1}S^{-\frac{3}{5}}(Ka)^{-\frac{2}{5}} \qquad (2)$$

ここで，$S=4\pi\sigma v_A L/c^2=\tau_R/\tau_A$は磁気レイノルズ数で，$\sigma$は電気伝導度，$v_A=B_\infty/\sqrt{4\pi\rho}$, Lは特長的長さで$L\cong a$(シートの厚さ)，$\tau_R=4\pi\sigma L^2/c^2$は磁場の拡散時間，$\tau_A=L/v_A$はアルフヴェン波のシートの通過時間である。

文献(11)では，簡単なforce-free場が扱われ，そこでは，磁場のシアーがあり次の様に1つの座標のみ依存している。

$$\vec{B}=B_0(\vec{e}_x\quad sink_0 z+\vec{e}_y cosk_0 z) \qquad (3)$$

この配位での不安定の成長率は$\gamma_0=\tau_R^{-1}S^{0.57}$で与えられている。文献(1)の場合と同様に，不安定なモードは，その波数ベクトルが$(\vec{k}\cdot\vec{B})=0$をみたす領域近傍に局在化する。

以上の結果を太陽フレアーに応用すると明らかに困難にぶちあたる。Force-free場(3)によれば，特長的長さ$L=2\pi/k_0$は$b\gtrsim10^9$cmである。この値は，フレアー領域の観測的長さ及び，フレアーのエネルギーに必要な磁場のエネルギー$W_B=lb^2B_0^2/8\pi=10^{32}$ergの評価から得られる。ここで，特長的な磁場として$B_0=300$gaussで，活動領域の長さは$l\lesssim10^{10}$cmであるので，$b\gtrsim10^9$cmである。これらのパラメーターを用いるとtearing modeの成長時間は$\gamma_0^{-1}\cong10^8$secで，フレアーの断続時間$\tau=10^2\sim10^3$secよりはるかに長い。この矛盾は，充分薄い電流層($a\ll l$, b)，又は，$k_0 l\gg1$なるforce-free場を考えると克服出来る。(この様な配位はtearing mode不安定の最終的なふるまいの結果として生じうる)しかし，この様な静的な平衡状態にある電流層の不安定のために，別の困難が生じる。即ち，これらの配位が，どの様に形成されるか明らかでないし，又，フレアーに必要な磁場のエネルギーを必要十分なだけ，その様な配位で，いかに貯えられるかもはっきりしない。

一方，又，実験室でも，従来の理論[(1)]との不一致が示された。実際の電流層は，理論で予想される成長率と比較して，より長く安定に存在する。続いて，磁場の速いreconnectionが発生し，電場が生じて粒子が加速される[(12)〜(15)]。

これらの矛盾は，おそらく従来の研究[1]が単に静的な平衡にあるプラズマ配位で考えられていたことと関連していると考えられる。現実に存在する電流層には，外部からの電場や，その他いろいろの影響による種々のプラズマの流れが存在する。プラズマが広い電流層の表面に流れこみ，シートの狭い所を通って流れ出ていく[16][17]。その他にある程度有限の大きさの磁場の normal 成分がシート近傍に発生する。この様な効果が tearing mode 不安定に修正をもたらす可能性がある。この論文の目的はこれらの効果をＭＨＤ近似で調べることである。

文献⒅ではシートに流れこむプラズマ流の影響が調べられた。その様な速度の normal 成分は $y=0$の近傍では零に近づく。それで$\vec{k}\,/\!/\,\vec{e}_x$なる波数をもつ摂動の場合や，$B_{z0}=0$ の場合には本質的でのない。$S\gg1$ なる極限では，プラズマ密度はシートの内外で一定になることを示すことが出来る。ことはＭＨＤ近似の線形な段階では，シートの外にプラズマが存在することは teaning modeに影響しない。Collisionless プラズマでも同様で，そのことは文献⒆に与えられてある[20]〜[22]。

Collisionlessの極限では，文献㉓で，比較的小さい磁場のnormal成分（シートの近傍に存在)が，安定化の効果をもつことが示された。そこでは次の様な磁場が用いられた。

$$\vec{B}=B_0(y)\vec{e}_x+B_n\vec{e}_y \qquad (4)$$

我々は，以下で，この様な配位では，ＭＨＤ領域で tearing mode が安定化されないことを示す。有限の大きさの磁場の normal 成分によって，一般的には，非定常な速度をともなうプラズマ流が生じる。文献㉔ではcollisionlessの極限でexpanding plasma流がtearing modeを安定化させることが示された。tearing mode不安定は，物理的に異った２つの状態，即ちＭＨＤ領域及びcollisionless プラズマで起こる。我々は，ここではＭＨＤ領域でシートを流れ出すexpanding plasma流の効果を調べる。不均一な normal 成分 $B_n\left(\dfrac{\partial B_n}{\partial x}>0\right)$が，又，安定化作用をもたらす。論文の終りで tearing modeの非線形段階で現われる２次的な流れの効果についても述べる。

2．基礎方程式

⑷式で与えられる磁場をもつ電流層が $y=0$に存在するとする。一定の磁場成分B_nによる力と平衡にするために次の外場を加える。

$$\vec{f}=-\rho g\,\vec{e}_x \qquad (5)$$

これは x 方向に沿っての加速度 $g=\dot{v}_x$ 又は，tensionの効果を示す。文献⑴で用いられた様に電流層のパラメーターとして次のものを用いる。$\rho_0=\rho(0)ch^{-2}(y/a)$ ―プラズマ密度；$j=j(0)ch^{-2}(y/a)$―電流；$B_0(y)=B_\infty th(y/a)$ ― 磁場。B_n＝一定のため，x 方向の平衡条件から B_n と g は次の関係で結ばれる。

$$\epsilon_n=B_n/B_\infty=4\pi\rho(o)ag/B_\infty^2 \qquad (6)$$

ここで，$\epsilon_n\ll1$ である。

電流層に沿ってのフラズマ流を考える。数値計算⒄によれば，流出速度は次の様における：

$$V_x^o=hx,\qquad h>0, \qquad (7)$$

これは x 方向に沿って単調増加を示す。プラズマ流の流れ込む速度の方が，シートに沿って流れ出す速度より充分小さいと考えられる。以上の平衡状態のまわりの微小摂動を考えて，次の様におく；$B=(B_0+B_x)\vec{e}_x+(B_n+B_y)\vec{e}_y$，$\rho=\rho_0+\rho_1$，$v=(hx+v_x)\vec{e}_x+v_y\ \vec{e}_y$．文献⒅によれば，プラズマの流れこむ効果は不安定の状態をかえない。シートの $y=0$ の平面近傍(ここにプラズマの流れがある)以外ではv_y^oは零とおける。即ち，シートの遠方では静的な平衡状態のシートで流れこむ小さいプラズマ流を無視する。

ＭＨＤ方程式を線形化すると次の様になる。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+h+hx\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial}{\partial x}(\rho_0 v_x)-\frac{\partial}{\partial y}(\rho_0 v_y)\right)=\frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 g)-$$
$$\frac{1}{4\pi}\left[B_0(y)\left(\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 B_y}{\partial y^2}\right)-\frac{\partial^2 B_0}{\partial y^2}B_y-B_n\left(\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2}\right)\right], \tag{8}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+h+hx\frac{\partial}{\partial x}\right)\rho_1+\frac{\partial\rho_0}{\partial y}v_y=0, \qquad \frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}=0, \tag{9}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+hx\right)B_x+\frac{c^2}{4\pi\sigma}\left(\frac{\partial^2 B_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2}\right)=B_n\frac{\partial v_x}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial y}(B_0 v_x), \tag{10}$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x}+\frac{\partial B_y}{\partial y}=0 \tag{11}$$

ここで(9)式では非圧縮性の仮定を用い，熱効果は無視したがS≫1の領域では正しい仮定である。逆の極限（S≪1）ではもっと一般的な方程式から出発して考えなければならぬ。[(1)・(25)] (7)式で与えられるプラズマ流の場で tearing mode を扱う際に，膨張宇宙での重力不安定の理論[(26)]で用いられた方法を使う。即ち(8)〜(11)の方程式における関数依存性を次の様におく。

$$\psi(x,y,t)=\psi(y,t)\exp(ik(t)x) \tag{12}$$

波数 $k(t)$は時間の関数で以下で決定される。(8)〜(12)式より次式がえられる。

$$(\rho_0\dot{v}')'-k^2\rho_0\dot{v}+(h-\dot{k}/k)(\rho_0 v')'-(h+\dot{k}/k)\rho_0 v+ikx(h+\dot{k}/k)[(\rho_0 v')'-k^2\rho_0 v]$$
$$=ik(\rho g)'-\frac{ik}{4\pi}\left[B_0(B''-k^2B)+B_0''B-\frac{iB_n}{k}(B'''-k^2B')\right], \tag{13}$$

$$\dot{B}-(k/k)B+ikx(h+\dot{k}/k)B-(c^2/4\pi\sigma)(B''-k^2B)=B_n v'+ikB_0 v, \tag{14}$$

$$\dot{\rho}+h\rho+ikx(h+\dot{k}/k)\rho+\rho_0' v=0, \tag{15}$$

ここで，・は時間についての微分を示し，′は y についての微分を示す。又，$\rho=\rho_1$，$v=v_y$，$B=B_y$ である。もし

$$k(t)=k_0\exp\left(-\int^t h\,dt'\right) \tag{16}$$

の様に選ぶと，(13)〜(15)式で x に比例する項が消える。次に幾何光学的近似で時間の依存性を次の形で求める：

$$\psi(y,t)=\bar{\psi}(y,t)\exp\left[\int^t \gamma(k(t'),t')\,dt'\right], \tag{17}$$

この近似の適用限界 $|\dot{\bar{\psi}}/\bar{\psi}|<\gamma$ は，次の様に与えられる。

$$\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial k}\frac{\dot{k}}{\bar{\psi}}\simeq hka<\gamma \tag{18}$$

以下で $ka\cong k_0 a\exp(-ht)<1$ で，$\gamma\geq h$ となり(17)式が妥当であることがわかる。以下で関数の上の－を省略する。y 方向のプラズマの微小変位 ξ を導入する；

$$\xi=\int v\,dt=v/(\gamma+h) \tag{19}$$

その結果(13)〜(15)式は次の様になる。

$$(\gamma+h)(\gamma+2h)(\rho_0\xi')'-k^2\gamma(\gamma+h)\rho_0\xi=ikg(\rho_0'\xi)'$$
$$-\frac{ik}{4\pi}\left[B_0(B''-k^2B)+B_0''B-i\frac{B_n}{k}(B'''-k^2B')\right], \tag{20}$$

$$B-\{c^2/4\pi\sigma(\gamma+h)\}(B''-k^2B)=B_n\xi'-ikB_0\xi, \tag{21}$$

電流層を2つの領域；外部$|y|>\delta$と内部に分ける。[1),(6),(16)] 外部では frozen-in の条件が成立し，$\epsilon_n\ll 1$ ならば，断熱的にゆっくりとした運動として計算出来る。内部（$y<|\delta|$）では，ϵ_nが充分小さくても，normal成分の磁場があると様子が変わる。

normal成分の磁場B_nの影響が，比較的大きい場合の特長的長さを決めよう。$y=0$の近傍では$B_0(y)$の依存性は，

$$B_0(y)\approx B_\infty y/a, \tag{22}$$

で与えられる。(20)，(21)式で，B_nとB_0に比例する項を比較すると，次の特長的長さがわかる。

$$\delta_B=a(\epsilon_n/\alpha)^{1/2}, \tag{23}$$

ここで$\alpha=ka$．散逸効果が重要である場合の特長的長さは，文献(1)，(6)との類似で次式で与えられる；

$$\delta_R=a(\gamma+2h)^{1/4}S^{-\frac{1}{2}}\alpha^{-\frac{1}{2}}\tau_R^{\frac{1}{4}} \tag{24}$$

次に(20)式における加速度gに比例する項の評価を$y\cong\delta$で行う。(22)式より$B_0=B_0\delta/a$，密度ρ_0'は$\rho_0'\cong\rho(0)\delta/a^2$であるから，

$$ikg(\rho_0'\xi)'\cong ikg\,\rho(0)\xi\,\delta/(a^2\delta)\ \approx ikg\,\rho(0)\,\xi/a^2. \tag{25}$$

一方，磁場Bは(21)式より$S\gg 1$のときには，次の様に与えられる；

$$B\approx B_n\xi/\delta+ikB\ \xi\delta/a. \tag{26}$$

(20)式の右辺の第1項（(25)式で評価される）と(26)式を用いて他の項との比較をすると，$\epsilon_n\ll 1$では，平衡を保つために必要な摂動項をtearingの解析には無視することが出来る。

3．外　部　解

以下では，x成分の磁場$B_0(y)$の座標依存性として次のものを利用する。

$$B_0(y)/B_\infty=\begin{cases} y/a & ;\ |y|<a \\ sign(y) & ;\ |y|>a \end{cases} \tag{27}$$

この様な場に対して，T_0=一定，$\rho_0=\rho(0)(1-y^2/a^2)\theta(a-|y|)$で与えられる。(20)式の2階微分$B_0''$は(27)式を用いると，

$$B_0''=\frac{B}{a}\left[\delta(y+a)-\delta(y-a)\right], \tag{28}$$

で与えられる。(20)式は外部（$|y|>\delta$）では，次の様になる；

$$i\frac{B_n}{k}(B'''-k^2B')-B_0(y)(B''-k^2B)=\frac{B_\infty}{a}\left[\delta(y+a)-\delta(y-a)\right]B. \tag{29}$$

この方程式の解は，$|y|\to\infty$で$B\to 0$となる境界条件を満す必要がある。文献(1)の様に$y=0$でBの対数の微分のとびを示す記号を導入する；

$$\Delta'(\alpha)\equiv\{(ln\,B)'\}_0=\frac{B'(+0)}{B(+0)}-\frac{B'(-0)}{B(-0)} \tag{30}$$

以下で，関数$f(y)$の$y=Y$でのとびの記号として次のものを利用する；

$$\{f\}_Y\equiv f(Y+0)-f(Y-0) \tag{31}$$

$y=0$の面に対して摂動が対称であることを用いるとtearing modeに対して次式がえられる。

$$\Delta'(\alpha) = -2\alpha\left[\frac{i\epsilon_n\,exp\left(\alpha - i\dfrac{\alpha}{2\epsilon_n}\right) + \displaystyle\int_0^1 ch(\alpha y)\,exp\left(-i\dfrac{\alpha y^2}{2\epsilon_n}\right)dy}{i\epsilon_n\,exp\left(\alpha - i\dfrac{\alpha}{2\epsilon_n}\right) + \displaystyle\int_0^1 sh(\alpha y)\,exp\left(-i\dfrac{\alpha y^2}{2\epsilon_n}\right)dy}\right] \tag{32}$$

もしシート近傍で，磁場のnormal成分が充分小さいと，即ち $\epsilon_n/\alpha \to 0$ ならば(32)式より次式をえる。

$$\Delta'(\alpha) \approx 2\alpha\left(\frac{exp(-2\alpha)-2\alpha+1}{exp(-2\alpha)+2\alpha-1}\right) - \frac{8i\alpha^4\epsilon_n}{[exp(-2\alpha)+2\alpha-1]^2} \tag{33}$$

上式の右辺の最後の項は $\epsilon_n=0$ の極限でなくなり，文献(1)での結果と一致する。明らかに文献(1)とのちがいは，磁場のnormal成分によって，実数の周波数成分が生じることである；$\omega=i\gamma=\Omega+i\Gamma$，不安定の境界 $\alpha\sim 1$ の近くでは，Ωは小さい。長波長の極限；$\alpha/\epsilon_n \to 0$ では次の様になる。

$$\Delta'(\alpha) = -2\alpha - 2i\alpha/\epsilon_n \tag{34}$$

ここで $\alpha/\epsilon_n < 1$ のときには（(23)式参照），特長的長さ δ_Bは，シートの厚さ a よりも大きくなる。その様な場合には，以前に用いられたシートを内部と外部に分解する近似を用いることは出来ない。分散式を求めるには，電流層の外部と内部をつなぐ必要がある。

4．磁場のnormal成分のtearing modeに与える影響

前にものべた様に，normal磁場成分の計算の必要な場合は不等式 $\delta_B > \delta_R$が成立する場合に相当する。内部では（$|y|<\delta_B$）分散項と磁場 $B_0(y)\overrightarrow{e_x}$を考慮すればよい。始めに$\epsilon_n/\alpha \ll 1$ の場合を考えると(20)，(21)式より，内部では次の様になる；

$$B''' - \left(k^2 + (\gamma+h)(\gamma+2h)v_A^{-2}\epsilon_n^{-2}\right)B' = 0\,. \tag{35}$$

$y=\delta$での解の接続から次の分散式がえられる。

$$(\gamma+h)(\gamma+2h) = 2\epsilon_n^{3/2}\alpha^{1/2}\Delta'(\alpha)\tau_A^{-2} - \alpha^2\epsilon_n^2\tau_A^{-2} \tag{36}$$

この解は，

$$\gamma = -\frac{3}{2}h \pm\sqrt{\frac{h^2}{4} - \frac{\alpha^2\epsilon_n^2 - 2\epsilon_n^{3/2}\alpha^{1/2}\Delta'(\alpha)}{\tau_A^2}} \tag{37}$$

もし $h=0$ で $\alpha<\alpha\approx 1$ ならば，次式で与えられる成長率をもつ不安定が生じる。

$$\gamma_0 \approx \alpha^{1/4}\epsilon_n^{3/4}[\Delta'(\alpha)]^{1/2}\tau_A^{-1} \tag{38}$$

次に$\alpha/\epsilon_n \ll 1$ の場合を考える。この時には内部で成立する(35)式の解と次式で与えられる外部方程式の解をつなぐ必要がある。

$$B'' - k^2B = 0 \tag{39}$$

$y=a$での境界条件は次式で与えられる。

$$\{B\}_a = 0, \qquad \{B'\}_a = 0, \qquad \{B''\}_a = i\frac{\alpha}{a^2\epsilon_n}B(a) \tag{40}$$

すると次の分数式をえる。

$$(\gamma+h)(\gamma+2h) = -\epsilon_n^2\tau_A^{-2}\left(\alpha + i\frac{\alpha}{\epsilon_n}\right) \tag{41}$$

もし $h=0$ ならば，次の成長率をえる。

$$\gamma_0 \approx \frac{\epsilon_n^{\frac{1}{2}}\alpha^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2}\,\tau_A}(1+i) \tag{42}$$

ここで，式の適用限界について少しのべておく。不等式$\delta_B > \delta_R$が充分大きいnormal成分の磁場B_nに対して成立するから，もし$\epsilon_n/\alpha \ll 1$ならば，

$$\epsilon_n > 2^{\frac{5}{2}} \frac{(1-\alpha^2)^{2/5}}{\alpha^{1/5} S^{4/5}} \tag{43}$$

でなければならぬ。ここで$\Delta'(\alpha) \approx 2(1-\alpha^2)/\alpha$なる近似式を用いたが，これは$\epsilon_n/\alpha < 1$，$\alpha < 1$で成立する。

もし$\epsilon_n/\alpha \gg 1$ならば（これは長波長領域に相当する），$\delta_B > \delta_R$の関係は$\alpha > \delta_R$に等価である。δ_R（24式）の中の成長率は，(42)式と(2)式を用いて評価出来るが，次のB_nに対する条件をとり入れておくことは必要である。

$$\epsilon_n > \alpha, \qquad \epsilon_n < S^4\alpha^3, \qquad S^2\alpha^3 > 1 \tag{44}$$

これは，長波長領域でシートの近傍では磁場のnormal成分の項が重要であることを示す。

次に低電気伝導度の極限（$S \ll 1$）の場合を考える。ここでは，プラズマの電気伝導度$\sigma = \sigma_0\theta(a-|y|)$の摂動を考慮する必要がある。それは電流層の境界での変形のためである。

$$\sigma_1 = \sigma_0[\delta(y+a) - \delta(y-a)]\,\xi \tag{45}$$

小さい磁気レイノルズ数$S \ll 1$をもつプラズマのため，普通は，熱伝導が大きく，等温の仮定がよい近似となる。それ以外にプラズマ流はないとする($h=0$)。文献(25)の類似によって摂動に対する次の方程式系をえる。

$$(\rho_0\xi)'' - Q^2\rho_0\xi = i\frac{B_\infty}{4\pi k v_T^2 a}B' + \frac{B_0 Q^2}{4\pi k\gamma^2}(B'' - k^2B) + i\frac{B_n Q^2}{4\pi\gamma^2 k^2}(B''' - k^2B') + \frac{ikB_\infty B[\delta(y-a) - \delta(y+a)]}{4\pi\gamma^2 a^2} \tag{46}$$

$$B + \frac{c^2}{4\pi\sigma\gamma}(B'' - k^2B) = B_n\xi' - ikB_0\xi + i\frac{kB_\infty}{4\pi\sigma\gamma a}\xi[\delta(y+a) - \delta(y-a)]. \tag{47}$$

ここで$v_T = \sqrt{T/m_i}$は音速で，$Q^2 = k^2 + \gamma^2/v_T^2$.　$S \ll 1$の場合には(46), (47)式は次の様になる。

$$(\rho_0\xi)'' - Q^2\rho_0\xi = i\frac{B_\infty}{4\pi k v_T^2 a}B' + \left[\frac{Q^2 B_\infty}{4\pi\gamma^2 a}\xi + \frac{kB_\infty}{4\pi\sigma a}B\right][\delta(y+a) - \delta(y-a)] + i\frac{Q^2 B_n B_\infty}{4\pi\gamma^2 ka}\xi[\delta'(y-a) - \delta'(y+a)], \tag{48}$$

$$B'' - k^2B = \frac{kB_\infty}{a}\xi[\delta(y-a) - \delta(y+a)] \tag{49}$$

これらの式から次の分数式がえられる。

$$\frac{exp(-\alpha)}{2v_T^2 Q}\int_{-a}^{a} exp(-Q|a-y|)\,sh(ky)\,dy + (Q^2a^2 - exp(-\alpha)\,ch\alpha)\frac{exp(-Qa)\,shQa}{\gamma^2 Qa} - i\frac{\epsilon_n Q^2 a^2}{2\alpha\gamma^2}shQa = 0. \tag{50}$$

不安定の境界から充分離れた所（$\alpha < 1$）では，次の成長率がえられる。

$$\gamma_0 = \left(\frac{k}{a}\right)^{1/2}\frac{v_T}{(1+i\epsilon_n/\alpha)^{1/2}} \tag{51}$$

5．準定常な電流層での tearing mode の安定化[27]

$\delta_R > \delta_B$，即ち，磁場の normal 成分が無視出来る場合を考える。(20)，(21)式から次の分散式がえられる；

$$(\gamma+h)(\gamma+2h)^{1/4} = \sqrt{2}\,\Delta'(\alpha)\,S^{\frac{1}{2}}\,\alpha^{\frac{1}{2}}/3\tau_R^{5/4} \tag{52}$$

$\gamma=0$ が不安定，安定の境界を決定する。($\epsilon_n=0$ とおいた) もし $h=0$ ならば，境界は無次元化された波数 α が $\alpha=\alpha^*=1$ の所で 起こる。$h \neq 0$ ならば $\alpha<\alpha^*$ の波が不安定になり，α^* は次式で与えられる。

$$\alpha^* = S\cdot 3/2^{\frac{1}{4}}\,(h\tau_R)^{5/2} \tag{53}$$

ただし，ここで $S \gg 1$ の仮定を用いた。h の値は，電流層が $|x|=b$ で，アルフヴェン速度でもって流れ出す速度を用いて評価出来る[16][17][28]。すると ((7)式参照)

$$h = v_a/b \tag{54}$$

で，次の様な長さのシートは安定である。

$$b < a\ (8\pi^2 S^3)^{1/7} \tag{55}$$

もし，$b>(8\pi^2)^{1/7}aS^{\frac{3}{7}}$ ならば ($\alpha<\alpha^*$ に対応) (2)式で与えられる成長率をもったtearing mode不安定が生じる。$\alpha \gg \alpha^*$ ならば摂動は $\gamma=-h$ の減衰率で減衰する。

次に $\delta_R<\delta_B$ なる電流層を考える。もし $\alpha/\epsilon_n \gg 1$ のときは，(36)，(37) 式より $\gamma=0$ を用いて次の不安定・安定の境界の波数を決める式をえる；

$$\sqrt{\alpha^*}\ \Delta'(\alpha^*) = h^2\tau_A^2\epsilon_n^{-\frac{3}{2}} \tag{56}$$

これより

$$\alpha^* \approx \epsilon_n^3/(h\tau_A)^4 \tag{57}$$

これより安定なシートの長さは

$$b < (2\pi)^{1/5}\ \epsilon_n^{-\frac{3}{5}}\ a \tag{58}$$

で与えらろる。もし $\alpha/\epsilon_n \ll 1$ ならば，(41)式より不安定の境界での実の周波数は

$$\Omega = \epsilon_n\alpha/(3h\tau_A^2) \tag{59}$$

で与えられ，$\gamma=\Gamma-i\Omega$ である。臨界波数 α^* は次式で与えられる。

$$\alpha^* = \frac{9}{2}\frac{h^2}{\epsilon_n}\left(\sqrt{\epsilon_n^2+\frac{2}{9}}+\ \epsilon_n\right) \approx 3h^2\,\tau_A^2/(\sqrt{2}\,\epsilon_n) \tag{60}$$

プラズマ流のない時のシートの安定性は $b<2\pi a$ 即ち $b<6.28\,a$ である。もし ϵ_n を $\epsilon_n \lesssim S^{-1}$ とみつもると磁気レイノルズ数が充分大きいため，シートはより長く存在可能である。シートの安定化は(53)，(55)式の場合には $S>2^{\frac{4}{3}}\ \pi^{\frac{5}{3}}=16.98$，(57)，(58)式の場合には $S>(2\pi)^{1/3}\approx 11.59$ の時に，より流れのない場合より有効になり，長いシートとして存在可能である。

6．Tearing mode に対する線形理論の適用限界及び非線形段階について

外部（$|y|>\delta$）では，(21)式がプラズマの変位 ξ を決定する。もちろん磁場 B が与えられておればのことである。ξ は y に逆比例する；

$$\xi = i\frac{Ba}{B_0\alpha} \cong i\frac{Ba^2}{B_\infty \alpha y} \tag{61}$$

ここで B は，摂動の始めの値である。線形理論の適用限界は，もし $y=\delta$ とおくと ξ は δ より小さくなければならぬ。即ち，

$$B/B_\infty < \alpha \ \delta^2/a^2 \tag{62}$$

(62)式と(24)式の δ_R を代入すると，次の線形理論の適用範囲を示す式がえられる。

$$B/B_\infty < S^{-\frac{4}{5}}\alpha^{-\frac{1}{5}} \tag{63}$$

即ち，高電気伝導度の極限では，線形理論は，非常に狭い適用範囲しかないことがわかる。このことを太陽大気に応用すると，すぐに次のことが明らかである。$S \approx 10^{10}$ なので(63)式より現存する太陽大気(*)では，乱流のレベルが tearing mode の発展に導びかぬが，２次的電流層の形成になることがわかる。(62)式より非線形な特長的長さを決めることが出来る；

$$\delta_N = a\left(\frac{B}{B_\infty \alpha}\right)^{1/2} \tag{64}$$

これは，よく知られた magnetic island の大きさを示す量である[6]。従って(63)式は不等式 $\delta_R > \delta_N$ に等価である。もし(62)式で磁場の normal 成分が零でなく（$\epsilon_n \neq 0$）(23)式の δ_B を用いると線形理論の適用限界の式は $\delta_N < \delta_B$ となる。即ち

$$\epsilon_n > B/B_\infty, \qquad i.\ e. \qquad B_n > B \tag{65}$$

次に非線形 tearing mode の状況を簡単に調べる。電流層での tearing 不安定の発達の結果，中性線の列がいくつも出来て normal 成分の磁場のある環状（O型）の磁場が発生する。tearing によって出来た２次的磁場の normal 成分がどうかを(20)，(21)式の B_n で説明するとすれば，非線形段階での成長率 γ_n の評価に(38)，(42)式を使用することが出来る。B_n が増加すると γ_n も又，増加することがわかる。（これは文献(31)の結果と一致する）

具体的に γ_n を求めようとすれば，文献(8)の成長率の評価の方法を思い出して，文献(34)でやられた方法と類似の方法で行うことが出来る。平衡状態はベクトンポテンシャル $A=A_0(x,\ y)\overrightarrow{e_z}$ で記述される。そして，次式を満足する。

$$\frac{\partial^2 A_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_0}{\partial y^2} = -\frac{4\pi}{c}j(A_0) \tag{66}$$

微小摂動（$\overrightarrow{A}=A_0+\overrightarrow{A_1}$）の支配する式は，tearing mode の場合には次の様に与えられる；

$$\frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} = -\frac{4\pi}{c}\frac{\partial j_0(A)}{\partial A_0}A_1 - \frac{4\pi}{c}j_1 \tag{67}$$

ここで，$\dfrac{\partial}{\partial A_0}j(A_0)A_1$ は(27)式の磁場に対しての断熱的な摂動項で $\{\delta(y+a)-\delta(y-a)\}\ \dfrac{cA_1}{4\pi}$ となる。j_1 は非断熱的電流密度で，これは，tearing mode が $|y|<\delta$ の内部領域に局在化することより生じる。(67)式に A_1 をかけて電流層にわたって積分する；

（＊）脚注；磁気中性面での非線形電磁流体波のふるまいについては文献(29)を参照。

$$\iint dxdy\left\{\ |A_1'|^2+k^2|A_1|^2-\frac{4\pi}{c}\frac{\partial j_0}{\partial A_0}|A_1|^2\right\}=\frac{4\pi}{c}\iint dxdy\ j_1 A_1. \tag{68}$$

(68)式の左辺は不安定の境界近くでは$\Delta'\pi a|A_1|^2/k$で支えられ，右辺は$\delta_x\delta_y\dfrac{4\pi}{c}j_1A_1$で与えられる。

δ_yはy方向の特長的長さで$\delta=max\{\delta_R,\ \delta_B,\ \delta_N\}$の中からとられ，$\delta_x$は$x$方向に沿っての長さである。線形の場合には$\delta_x=\pi/k$である。もし(24)式で与えられる$\delta=\delta_R$ならば$h=0$の場合には$j_1=\sigma E_1=-\gamma\sigma A_1/c$であるから(68)式から成長率(2)が得られる。もし$\delta=\delta_B=a(\epsilon_n/\alpha)^{\frac{1}{2}}$ならば，$j_1$としては，必ず$c\gamma^2A_1/4\pi V_A^2\epsilon_n^2$を採用しなければならぬ。これは内部領域での(35)式から明らかで，この式は次の様に書ける；

$$\frac{\partial^2A_1}{\partial x^2}+\frac{\partial^2A_1}{\partial y^2}=\frac{\gamma^2\tau_A{}^2}{a^2\epsilon_n^2}A_1=-\frac{4\pi}{c}j_1 \tag{69}$$

これより，成長率は$\tau_A\gamma=\sqrt{\Delta'}\ \epsilon_n^{3/4}\ \alpha^{1/4}$をえる。これは(38)式と一致する。(68)式を使っての成長率の評価は，外部領域でnormalな磁場成分を考慮しなくてよい場合（$\delta_B\ll a$）には正しい。

次に非線形段階での成長率γ_Nの評価にうつる。この状態では，電流がxに沿ってδ_{xR}の間隔で分割され$\delta_{xB}=\pi/k-\delta_{xR}\approx\pi/k$である。$|x|<\delta_{xR}$の所では，閉じた磁力線が存在する。その領域の外では磁場のnormal成分が本質的に寄与する。そしねy方向の局存化した摂動の幅は，$\delta_N=a(B/\alpha B_\infty)^{1/2}$で与えられる。$\delta_{xR}$の値を(24)式の$\delta_R$と等しくおき，磁場として$Bx/\delta_N$を用いると，

$$\delta_{xR}=\frac{(\gamma\tau_R)^{1/4}\ a}{S_n^{1/2}\ \alpha^{1/2}}\quad,\quad S_n=S\ \epsilon_n^{-\frac{1}{2}} \tag{70}$$

最終的に(68)式より非線形成長率に対する分散式は次の様になる；

$$\frac{\gamma\ 4\pi\sigma\delta_R\ \delta_{xR}}{c^2}+\frac{\gamma_N^2\tau_A^2\delta_N\pi}{\epsilon_n^2\ k}=\frac{\Delta'(\alpha)\pi\alpha}{k} \tag{71}$$

もし，$\gamma_N<\dfrac{4\pi\sigma\delta_R\delta_{xR}\ \epsilon_n^2\ k}{\tau_A^2\delta_n\ \pi c^2}$ならば$\gamma_N\sim B^{2/3}$，逆の場合には$\gamma_N\sim B^{3/4}$の依存性をもつ。

しかし，以上の考察では，２次的電流層の形成による，非線形段階での不安定の安定化は考慮されていない。この２次的電流層は，文献(6)，(30)で扱われた convection の計算に相当するものである。実際，前にのべた不安定の安定化の評価式(53)，(56)式をえるには，プラズマの流れを考慮しない計算によってえられる成長率(2)，(38)式と，減衰率hとの比較によって求めることが出来る。不安定の抑制の条件は$\gamma_0<h$となる。もし$\gamma_0>h$ならば安定化作用はない。多分この様な考えはもっと一般的な場合での評価に適用出来るだろう。中性線の近傍Xでは，２次的流れの形は双曲線状になる。即ち，

$$\vec{v}=v_x\vec{e}_x+v_y\vec{e}_y,\qquad v_x\sim x,\qquad v_y\sim y$$

速度成分　v_xとv_yとの間には，次の関係がある。

$$v_x\delta_N\ \approx\ v_yL \tag{72}$$

Lはxに沿っての island の幅で$\pi/k\approx\pi a/\alpha$である。この様な流れを特長づける因子h_Nは$h_N=v_x/L$で与えられるだろう。v_yを(72)式より$u_y=\gamma_N\delta$と評価すると，$\gamma_N=h_N$となる。即ち，これは２次的に形成された流れは，安定と不安定の境界に存在することを示す。線形段階では，時間的に指数関数的に成長する不安定はもっとゆっくりとした成長と変化し[30]，そして非線形段階で準定常な状態になる。これに関連して，文献(35)の計算結果は興味深い。静的な配位の電流層が最終的にはMHD slow shock をともなったプラズマの流れのある準定常な配位が，始めの長さよりも短い２次的な電流層の形で生じる。これは又，tearing mode の非線形段階についての文献(20)，(21)でも示唆された。

もし電気伝導度σが充分大きいと（$S \gg 1$）前述のことより明らかな様に，電流層は大きい幅の状態では安定であろう。それ故，電流層の崩壊には，そして又，プラズマ乱流による異常電気伝導度による有効な磁場の reconnection には，シートにおけるプラズマ乱流の考察が必要となる。[(20)〜(22)]

＊ソ連科学アカデミー．レベデフ物理学研究所

（付記）
この仕事は，著者がレベデフ物理学研究所に滞在中，共同で行われた。日本学術振興会とソ連科学アカデミーの援助に感謝する。

〔文献〕

(1) H. P. Furth, J. K. Killen, M. N. Rosenbluth, Phys. Fluids, 6, 459 (1963)
(2) G. Laval. R. Pellat, M. Vuillomm, Proc. Conf. IAE. Vienna, 2, 259 (1966)
(3) P. A. Sturrock, Proc. IAU Symp. 35, 471 (1968)
(4) V. D. Schafranov, J. Tech. phys. 40, 241 (1970)
(5) B. B. Kadomtsev, Sov. J. plasma phys. 1, 710 (1975)
(6) B. B. Kadomtsen, O. P. Pogutse, "Problems in Plasma Theory" Vol. 5, 209 (1967)
(7) S. I. Syrovatskii, Report of Academy Sci. of USSR, 10, 33 (1977)
(8) B. Coppi, G. Laval, R. Pellat, Phys. Rev. Lett. 16, 1207 (1966)
(9) A. A. Galeev, L. M. Zeleney, Preprint No. 249, Space Research Institute. (1977)
(10) J. F. Drake, Y. S. Lee, Phys, Fluids. 20, 1341 (1977)
(11) M. A. Gross, G. Van Hoven, Phys Rev. A 4, 2347 (1971)
(12) M. Alidieres, R. Aymar, D. Jowden, F. Koechlin, A. Sawain, Plasma phys. 10, 841 (1968)
(13) G. B. Dpeiden, N. P. Kirii, V. S. Markov, A. M. Mirzavekov, G. V. Ostrobskaya, A. G. Frak, A. Z. Hagaev, E. N. Shedova, Sov. J. plasma Phys. 3, 45 (1977)
(14) N. P. Kirii, V. S. Markov, A. G Frank, A. Z. Hagaen, Sov. J. plasma phys. 3, 533 (1977)
(15) A. T. Alinzev, V. I. Krasov, V. S. Markov, M. V. Petrov, A. G. Frank, A. Z. Hagaev, Sov. J. plasma phys. 4, 18 (1978)
(16) P. A. Sweet, Ann. Rev. Astron and Astrophys. 7, 149 (1969)
(17) N. I. Gerlach, S. I. Syrovatskii, Report of Lobedev phys. Institute, 74, 73 (1974)
(18) D. Dobrott. S. C. Prager, J. Taylor, Phys. Fluids, 20, 1850 (1977)
(19) S. V. Bulanov, P. V. Sasorov, Sov. J. plasma phys. 4, 640 (1977)
(20) S. I. Syroustskii, Report of Lebedev Phys. Institute, 74, 3 (1974)
(21) S. I. Syrovatskii, Report of Academy of Sci. of USSR, 39, 375 (1975)
(22) S. V. Bulanov, P. V. Sasorov, S. I. Syrovatskii, Sov. J. JETP Lett. 26, 729 (1977)
(23) A. A. Galeev, L. M. Zeleney, Sov. J. JETP, 70, 2135 (1976)
(24) S. V. Bulanov, P. V. Sasorov, Sov. J. JETP Lett. 27, 554 (1978)
(25) S. V. Bulanov, Sov. J. Tech. Phys. 44, 2008 (1974)
(26) L. D. Landau, E. M. Lifshitz, "Theory of Field" (1967)
(27) S. V. Bulanov, Jun-ichi Sakai, S. I. Syrovatskii, Sov. J. JETP Lett. 28, 193 (1978)
(28) E. N. Parker, J. G. R. 62, 509 (1963)
(29) J. Sakai, Astrophys. & Space Science, 23, 285 (1973)

(30) P. H. Ruthford, Phys. Fluids, 16, 1903 (1973)
(31) A. V. Gordeev, Sov. J. Plasma Phys. 1, 258 (1975)
(32) V. I. Arefev, A. V. Gordeev, L. I. Rudakov, Plasma physics and problems of controlled thermo-nuclear fusion, 2, 165 (1969)
(33) A. V. Gordeev, Sov. J. plasma phys. 3, 1159 (1977)
(34) A. A. Galeev, F. V. Coroniti, M. Ashour-Abdalla, J. G. R (1978)
(35) T. Hayashi, T. Sato, Preprint, University of Tokyo. N 116 (1977)

The Collisional Tearing Mode Instability in a Quasi-stational Plasma

S. V. Bulanov, Jun-ichi Sakai, S. I. Syrovatskii

The behaviour of a small perturbation in the diffuse neutral sheet is analysed in a frame of MHD equations. It is shown that the normal magnetic component perpendicular to the current sheet does not contribute to the stability of the tearing instability in both the cases of high coductivity limit and low conductivity limit.

The plasma flow expanding along the sheet can effectively stabilize the tearing instability. The nonlinear stage of this mode is estimated. It is shown that the secondary stationary flow with a hyperbolic pattern is structed.

(1978年10月30日受理)