

深溝かご形誘導電動機特性算定円線図手法に於ける Z_{S0} 比例推定法に伴なう算定特性の理論誤差

藤 田 宏

Error of characteristics of deep-slot-squirrel-cage induction motor which is calculated by the circle diagram method (JEC-37-1961) being used now

Hiroshi. FUJITA

Because the circle diagram method (JEC-37-1961) being used now, is using Z_{S0} which has been presumed by proportional method from the results of Rock-test in rated frequency and 1/2-rated frequency, the characteristics of deep-slot-squirrel-cage induction motor which is calculated by this method (JEC-37-1961), has some errors.

This paper shows these errors which are made theoretically.

As results, the writer has known that these errors are negligibly small in the scope whose depth of slot is under two centimeter, but are very large in the scope whose depth of slot is over two centimeter.

In the scope whose depth of slot is over two centimeter, maximum torque and power factor and slip are calculated in larger values than in true ones, and efficiency and rated current are calculated in smaller values than true ones.

And the error in the maximum torque is particularly large.

ま え が き

現在深溝かご形誘導電動機の特性算定に特殊円線図手法を用いているが、これは Z_{S0} を比例推定によって求めるもので、一般に最大値特性が実測値より大きくなって求まる傾向があるといわれている。筆者はこの点に着目し理論上比例推定法によって特性算定を行なうと定格周波数が商用周波数の場合に算出された特性にどのような誤差を伴うのか明らかにしてみた。

この結果、溝深さ約2cm近辺に誤差の正負変位点があり、2cm以下では真値に比べて最大トルク、力率、滑りは小さく、定格電流、効率は大きくなって求まり、2cm以上の範囲に於ては逆に最大トルク、力率、滑りは真値より大きく、定格電流、効率は小さくなって求まることがわかった。

また、これ等の誤差は溝深さ2cm以下の範囲では無視できる程小さいが、溝深さ2cmを超える範囲では溝深さが大きくなればなる程大で無視することはできな

い。またこの誤差は最大トルク特性に於て特に著しくあらわれかなり大きな値となることがわかった。

この問題は重慣性負荷用電動機の特性算定に重要な役割をはたすものと思われ、また電動力応用上参考になると考えられるのでここに報告する。

1. R_s , X_s の変化量推定倍率について

深溝かご形誘導電動機の拘束インピーダンスは各滑りに対応してほぼ指数曲線を描き図-1のようなベクトル軌跡を画いて変化することは筆者が先に述べたが、⁽¹⁾ 現在用いられている特殊円線図手法⁽²⁾ では Z_{S0} を推定するのに比例法を用い次の関係式で求めている。

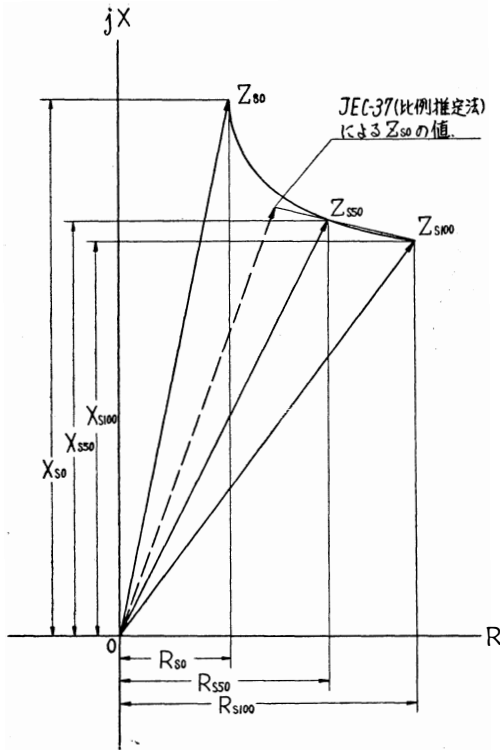
$$R'_{S0} = R_{S100} - 1.6 (R_{S100} - R_{S50}) \dots\dots\dots(1)$$

$$X'_{S0} = X_{S100} + 1.6 (X_{S50} - X_{S100}) \dots\dots\dots(2)$$

$$Z'_{S0} = R'_{S0} + jX'_{S0} \dots\dots\dots(3)$$

ここで、

R'_{S0} ; 現行法 (JEC-37) による場合の深溝効果を



図一 各滑りに対応する円線図の拘束インピーダンス軌跡

含まない拘束抵抗値

X'_{s0} ; 現行法 (JEC-37) による場合の深溝効果を含まない拘束リアクタンス

Z'_{s0} ; 現行法 (JEC-37) による場合の深溝効果を含まない拘束インピーダンス

R_{s100} ; 100%滑りの場合に相当する拘束抵抗値

R_{s50} ; 50%滑りの場合に相当する拘束抵抗値

X_{s100} ; 100%滑りの場合に相当する 拘束 リアクタンス

X_{s50} ; 50%滑りの場合に相当する拘束リアクタンスである。

これは各滑りに対応する拘束インピーダンスの抵抗分及びリアクタンス分は滑りに比例して変化し、100%滑りと50%滑りの場合の値の差の1.6倍の変化をすとして変化量を求め、100%滑りの時の値より抵抗値に於てはその変化量を減じ、リアクタンスに於てはその変化量を加えて同期速度時(0%滑り)に対応する拘束インピーダンスを求めている。

しかし、このインピーダンス軌跡は図一のように曲線を書いて変化するのであるから変化量を常に100%滑りの時の値と50%滑りの時の値の差の1.6倍とす

るのは正しくないといえる。そこで、この1.6倍の代りに抵抗の変化量の倍率を A_r 、リアクタンスの変化量の倍率を A_x とすると、

$$R_{s0} = R_{s100} - A_r (R_{s100} - R_{s50}) \dots\dots\dots(4)$$

$$X_{s0} = X_{s100} + A_x (X_{s50} - X_{s100}) \dots\dots\dots(5)$$

$$Z_{s0} = \{R_{s100} - A_r (R_{s100} - R_{s50})\} + j\{X_{s100} + A_x (X_{s50} - X_{s100})\} \dots\dots\dots(6)$$

ここで

R_{s0} : 深溝効果を含まない拘束抵抗値 (真値)

X_{s0} : 深溝効果を含まない拘束リアクタンス (真値)

Z_{s0} : 深溝効果を含まない拘束インピーダンス (真値)

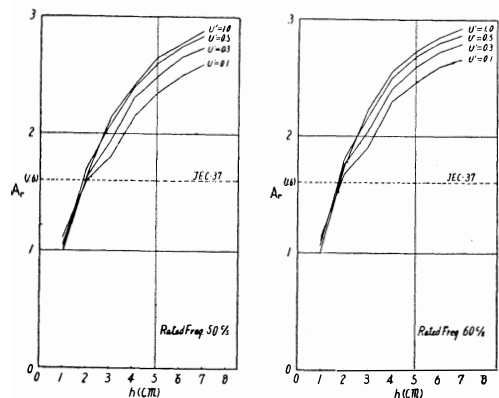
である。

ここで、 A_r 、 A_x はどのような値になるか求めてみると、100%滑りの場合の抵抗増加率を K_{r100} 、リアクタンス減少率を K_{x100} 、50%滑りの場合の抵抗増加率を K_{r50} 、リアクタンス減少率を K_{x50} 、同期速度(0%滑り)の場合の値をそれぞれ K_{r0} 、 K_{x0} とすれば (K_r 、 K_x の算出方法は周知のことであるのでここでは省略する)。(3)

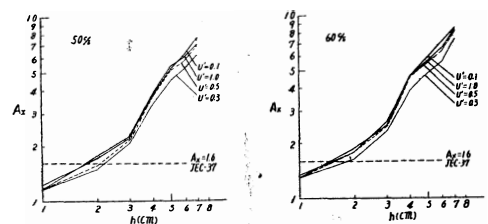
$$A_r = \frac{K_{r100} - K_{r0}}{K_{r100} - K_{r50}} = \frac{K_{r100} - 1}{K_{r100} - K_{r50}} \dots\dots\dots(7)$$

$$A_x = \frac{K_{x0} - K_{x100}}{K_{x50} - K_{x100}} = \frac{1 - K_{x100}}{K_{x50} - K_{x100}} \dots\dots\dots(8)$$

(7)、(8)式によって求めた A_r 及び A_x の値を個々の溝寸法の場合について示すと図二、図三の如き値



図二 拘束抵抗値の変化量推定倍率



図三 拘束リアクタンスの変化量推定倍率

となる。図-2, 図-3から判ることは, A_r , A_x の値は溝深さ h とほぼ関数関係にあり溝深さによって成り大きく変化する値となっている。

現在比例推定法に用いられている倍率1.6と比較してみると, 現行法の倍率は抵抗変化量の倍率, リアクタンス変化量の倍率ともに溝深さ約2cm 近辺に於て A_r , A_x と一致しており, この近辺に於ては正しいといえるが, 溝深さ2cm 以下の範囲では A_x は1.6より小さな値となる。即ち, 1.6倍を使用すると変化量を真の変化量より大きく推定することになる。一方, 溝深さ2cm 以上の範囲では A_x は1.6より大きな値となる。即ち, 1.6倍を使用すると変化量を真の変化量より小さく推定したことになる。また, 図-2, 図-3から特に溝深さ2cm 以上の範囲に於て倍率は大きく異なった値となっていることがわかる。

では, この倍率に現行法(JEC-37-1961)通り1.6倍を使用すると変化量の推定にどのような誤差を伴うか求めてみると, 抵抗変化量の誤差を ϵ_r , リアクタンス変化量の誤差を ϵ_x とすると ϵ_r , ϵ_x はそれぞれ次の(9), (10)式によって求められる。

$$\epsilon_r = \frac{1.6 - A_r}{A_r} = \frac{1.6(K_{r100} - K_{r50})}{K_{r100} - K_{r0}} - 1 \dots\dots(9)$$

$$\epsilon_x = \frac{1.6 - A_x}{A_x} = \frac{1.6(K_{x50} - K_{x100})}{K_{x0} - K_{x100}} - 1 \dots\dots(10)$$

これらの値を個々の溝寸法の場合について求めてみ

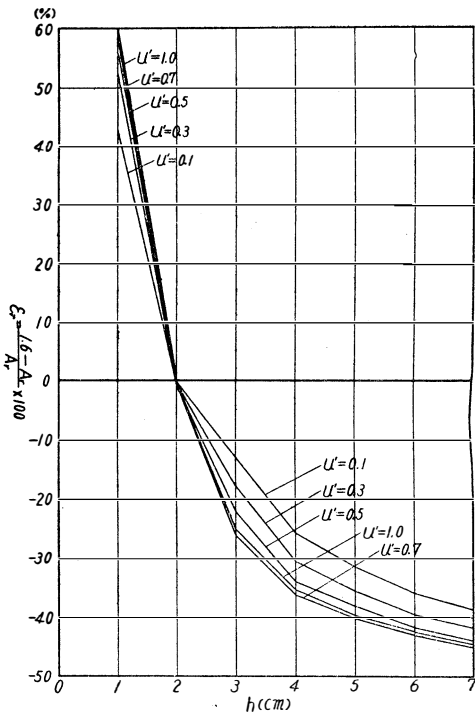


図-4. 現行法の抵抗変化量推定誤差(50c/s)

ると, 図-4, 図-5, 図-6, 図-7に示すような値となり溝深さ2cm を境として正負に大きく反転していることが判る。またその推定量の持つ誤差はかなり大きいものであることを知ることができる。

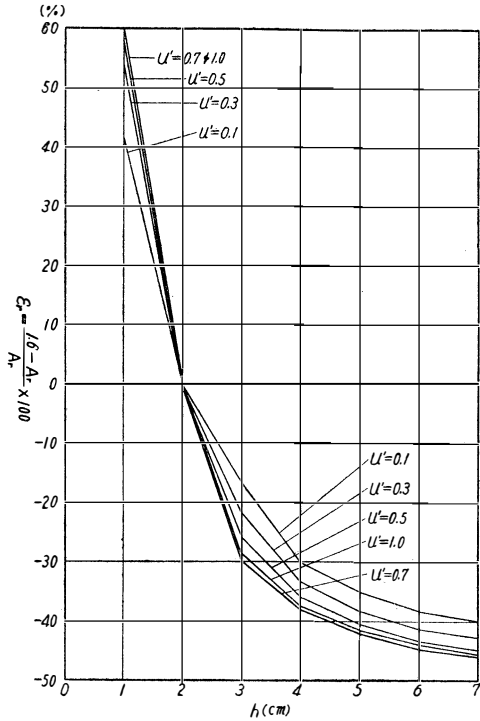


図-5 現行法の抵抗変化量推定誤差(60c/s)

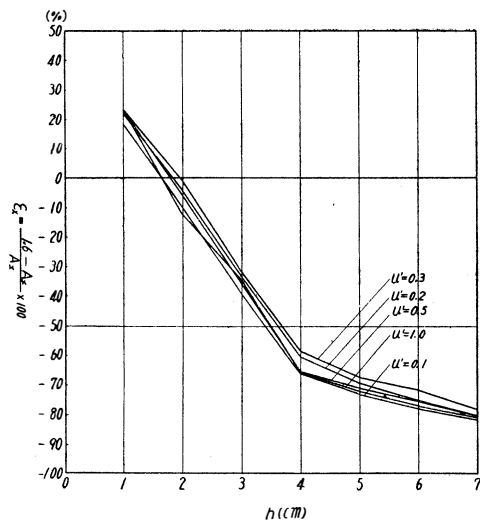


図-6 現行法のリアクタンス変化量推定誤差(50c/s)

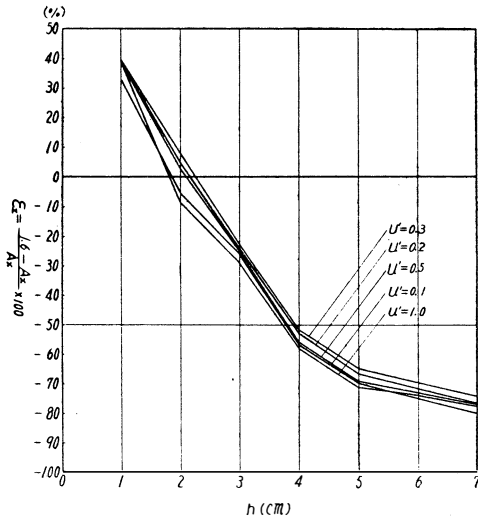


図-7 現行法のリアクタンス変化量推定誤差 (60°/s)

2. R_{S0} 及び X_{S0} の推定誤差

円線図手法の誤差を論ずるために、先に述べた抵抗及びリアクタンスの変化量が全体の抵抗値及びリアクタンスに対してどの程度の割合を占めているのか調べてみる。

抵抗値については100%滑りの場合の拘束抵抗値は深溝効果の影響を含まない拘束抵抗値の何倍ぐらいになっているかを溝寸法基準にとって実績値を集計し、リアクタンスについては最もリアクタンスの小さい100%滑りの時の値に対し深溝効果の影響を受けていない時のリアクタンスは何倍程度あるかを調べてみた。この結果を図示すれば、それぞれ図-8、図-9の如くである。

ここで、 R_{S0} の有する誤差について考えてみると、前述の(1)及び(4)式の関係より R_{S0} の有する誤差 ϵ_{RS0} は次の(11)式で求められる。

$$\epsilon_{RS0} = \frac{RS_{100} - 1.6(RS_{100} - RS_{S0})}{RS_{100} - A_r(RS_{100} - RS_{S0})} - 1 \dots\dots(11)$$

ここで、(11)式に図-8及び(9)式の関係を代入して書きかえると次の(12)式のように表わすことができる。

$$\epsilon_{RS0} = \frac{RS_{100}}{R_{S0}} - \left(\frac{RS_{100}}{R_{S0}} - 1 \right) (1 + \epsilon_r) - 1 \dots\dots(12)$$

RS_{100}/R_{S0} 及び ϵ_r はいくらかの幅を持っているのでその幅の範囲内の全ての値について(12)式の値を求めてみると図-10のような値になる。

また X_{S0} の有する誤差について考えると、(2)及び(5)式の関係から X_{S0} の有する誤差 ϵ_{XS0} は次の(13)式によ

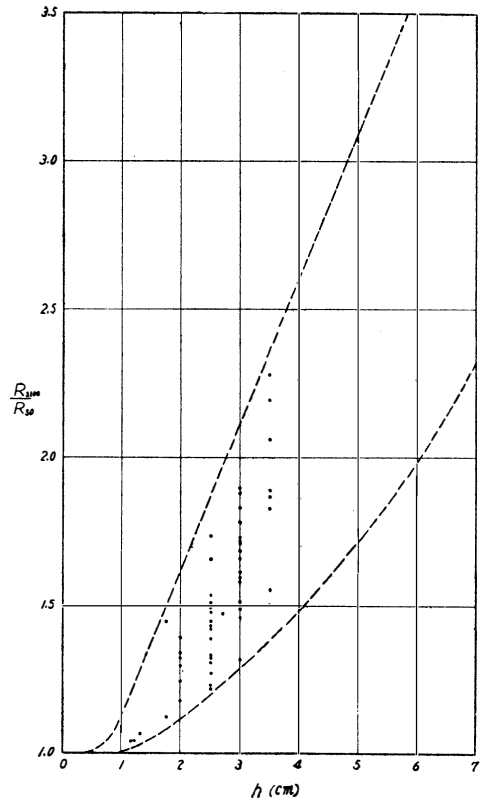


図-8 溝深さと RS_{100}/R_{S0} Ratio の関係

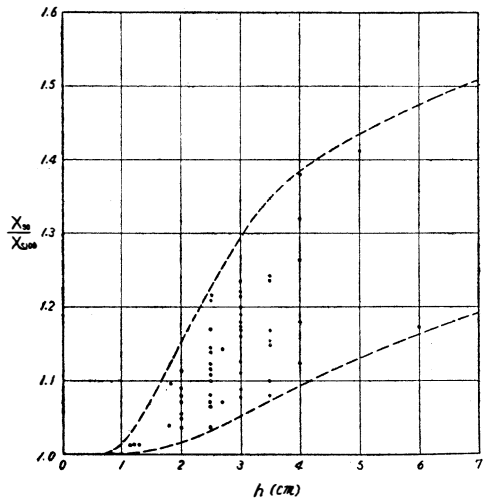


図-9 溝深さと X_{S0}/X_{S100} Ratio の関係

って求められる。

$$\epsilon_{XS0} = \frac{XS_{100} + 1.6(XS_{S0} - XS_{100})}{XS_{100} + A_x(XS_{S0} - XS_{100})} - 1 \dots\dots(13)$$

ここで、(13)式に図-9及び(10)式の関係を代入して書きかえると次の(14)式を得る。

$$\epsilon_{X_{S0}} = \frac{1 + \left(\frac{X_{S0}}{X_{S100}} - 1 \right) (1 + \epsilon_x)}{\frac{X_{S0}}{X_{S100}}} - 1 \dots\dots\dots(14)$$

(14)式の値を求めると図-11のような値になる。これらの図-10及び図-11からわかることは、 ϵ_r 及び ϵ_x は溝深さの浅い範囲 $h < 2\text{cm}$ でもかなり大きな値を持つ

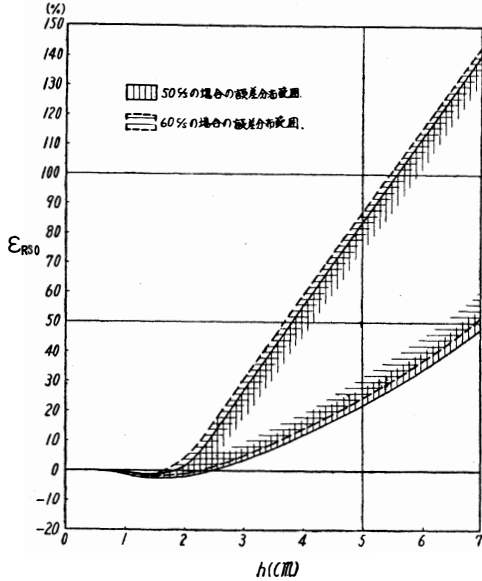


図-10 1.6倍比例法によって推定した R_{S0} の有する誤差

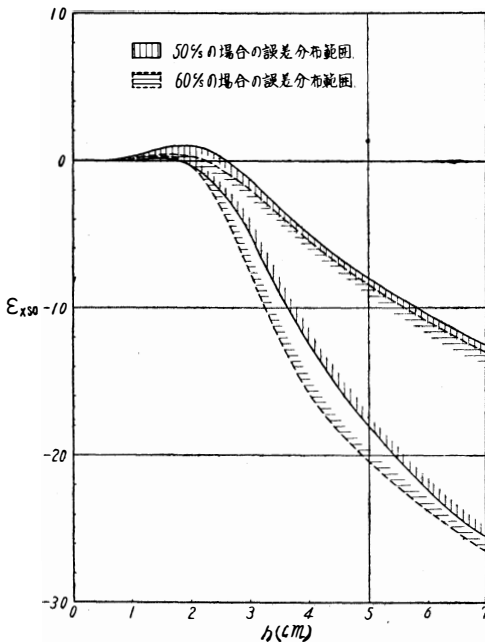


図-11 1.6倍比例法によって推定した X_{S0} の有する誤差

っているが、この範囲では深溝効果の影響を受ける抵抗値及びリアクタンスの量が少いため R_{S0} または X_{S0} 全体に及ぼす影響は極めて小さいものとなり、 R_{S0} 、 X_{S0} の有する誤差は溝深さ 2 cm 以下では僅少となる。これに反し溝深さが 2 cm を超すと深溝効果によって変化する拘束抵抗及びリアクタンスの変化する量の割合が大きくなり、その上 ϵ_r 及び ϵ_x も溝深さが深くなる程大きくなることから急激に R_{S0} 、 X_{S0} の有する誤差が増えている。

3. Z_{S0} 及び $\cos \phi_{S0}$ の有する誤差

上述のように Z_{S0} の推定に1.6倍比例推定法を用いると R_{S0} 及び X_{S0} は $\epsilon_{R_{S0}}$ 、 $\epsilon_{X_{S0}}$ なる誤差を有することになる。従って Z'_{S0} は次の(15)式で求められる。

$$Z'_{S0} = \sqrt{R_{S0}^2(1 + \epsilon_{R_{S0}})^2 + X_{S0}^2(1 + \epsilon_{X_{S0}})^2} \dots\dots(15)$$

よって、 Z_{S0} の有する誤差 $\epsilon_{Z_{S0}}$ は次の(16)式の如くなる。

$$\epsilon_{Z_{S0}} = \frac{Z'_{S0} - Z_{S0}}{Z_{S0}} = \frac{\sqrt{R_{S0}^2(1 + \epsilon_{R_{S0}})^2 + X_{S0}^2(1 + \epsilon_{X_{S0}})^2}}{\sqrt{R_{S0}^2 + X_{S0}^2}} - 1 \dots\dots\dots(16)$$

ここで、 R_{S0} と X_{S0} の関係を実績値より求めてみると (X_{S0}/R_{S0}) の比の値は電動機の出力とほぼ一定の関係を持ち図-12のような値になっている。また深溝の溝深さと電動機出力との関係を調べてみると図-13のような関係がある。これ等の関係を用いて各出力毎に(16)式の値を求め、更にそれより溝深さ基準に変換すると $\epsilon_{Z_{S0}}$ と溝深さ h の関係は図-14のような値となって求まる。ここで、図-14と図-11を比較すると、図-

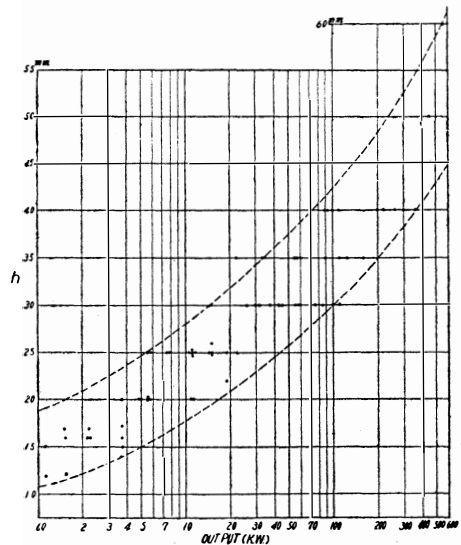


図-13 電動機出力と溝深さの関係

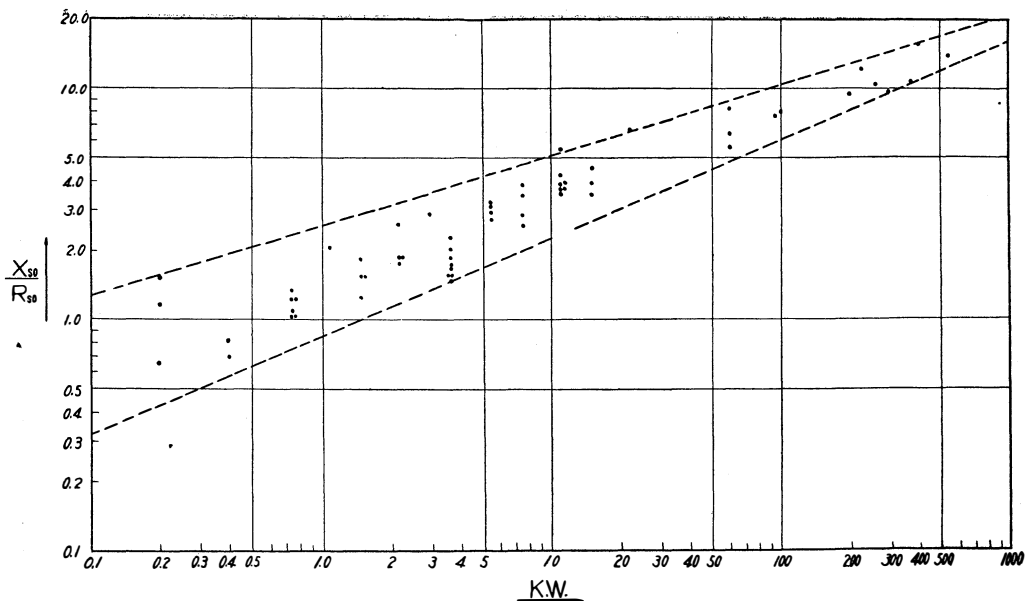


図-12 X_{s0}/R_{s0} の値

1

1に比してやや誤差が少ないが、ほぼ近似している。即ち

$$\epsilon_{Zs0} = \epsilon_{Xs0} \dots\dots\dots(17)$$

従って、誤差の傾向も同様に溝深さ 2cm 以下では無視できる程小さいが、2cm を超すと急激に誤差は増

大し、1.6倍比例推定法によると Z_{s0} は真値よりかなり小さい値となって求まることがわかる。

また、 $\cos \varphi_{s0}$ の有する誤差 ϵ_{PFS0} を求めると、

$$\begin{aligned} \epsilon_{PFS0} &= \frac{R_{s0}(1+\epsilon_{RS0})/\sqrt{R_{s0}^2(1+\epsilon_{RS0})^2+X_{s0}^2(1+\epsilon_{XS0})^2}}{R_{s0}/\sqrt{R_{s0}^2+X_{s0}^2}} \\ &- 1 \\ &= \sqrt{\frac{R_{s0}^2+X_{s0}^2}{R_{s0}^2+X_{s0}^2 \frac{1+\epsilon_{XS0}}{1+\epsilon_{RS0}}}} - 1 \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

ここで、 $(1+\epsilon_{RS0})/(1+\epsilon_{RS})$ を見ると ϵ_{RS0} 、 ϵ_{XS0} とともに溝深さ 2cm を境として ϵ_{RS0} は溝深さ 2cm 以下では負、2cm 以上では正、 ϵ_{XS0} は溝深さ 2cm 以下では正、2cm 以下では負となる。従って、

$$h < 2\text{cm の場合 } (1+\epsilon_{XS0})/(1+\epsilon_{RS0}) > 1 \dots\dots\dots(19)$$

$$h > 2\text{cm の場合 } (1+\epsilon_{XS0})/(1+\epsilon_{RS0}) < 1 \dots\dots\dots(20)$$

この関係を(18)式に入れて考察すると $\cos \varphi_{s0}$ は溝深さ 2cm 以下の範囲では真値より小さく、2cm 以上の範囲では大きくなって求まることがわかる。また(20)式の値は前述の図-10、図-11からわかるように溝深さが大きくなる程左辺の方が小さくなるのがわかる。では ϵ_{PFS0} は実際どのような誤差になるのか(18)式に図-12、図-13の値を入れて求めてみると図-15のような値となる。

これ等の値は溝深さの大きいところでは凡そ次式(2)に近似である。また溝深さの小さいところでもその占める割合が小さいのでほぼこの値とみても支障はない。

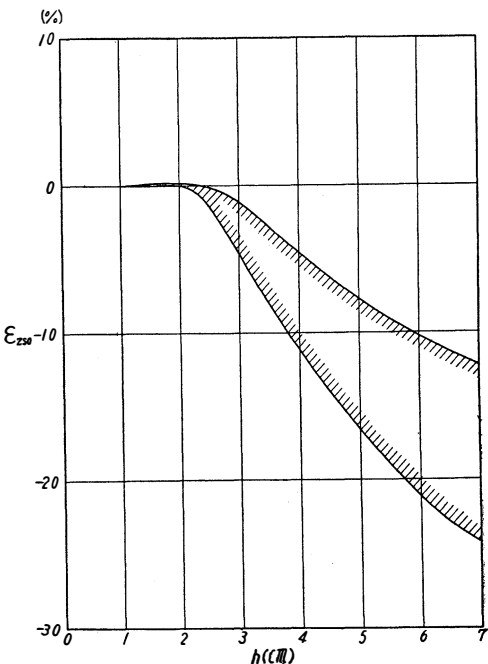


図-14 1.6倍比例推定法によって推定した Z_{s0} の有する誤差

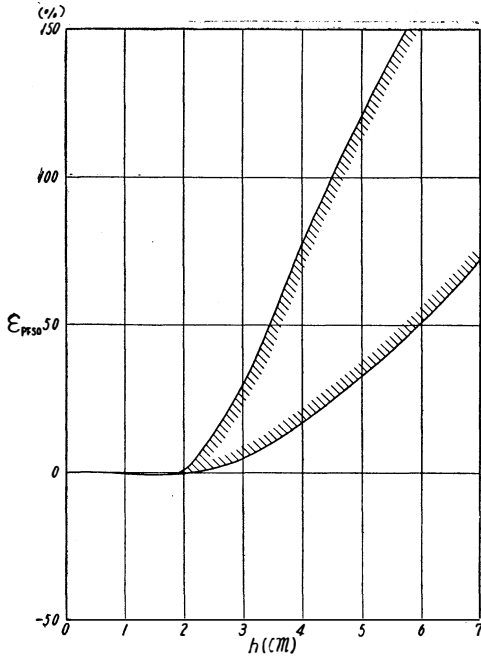


図-15 1.6倍比例推定法によって推定した $\cos \varphi_{s0}$ の有する誤差

$$\epsilon_{PFS0} = \frac{1 + \epsilon_{RS0}}{1 + \epsilon_{XS0}} - 1 \dots\dots\dots (2)$$

4. 円線図径の有する誤差

円線図の直径は (E_1/X_{S0}) であるから円線図直径の有する誤差 ϵ_{CD} は X_{S0} の有する誤差の逆の誤差を有すると考えることができるから ϵ_{CD} は(2)式で求められる。

$$\epsilon_{CD} = \frac{\frac{X_{S0}}{X_{S100}}}{1 + \left(\frac{X_{S0}}{X_{S100}} - 1\right)(1 + \epsilon_X)} - 1 \dots\dots\dots (2)$$

(2)式の値を求めると図-16の如き値となる。この場合も前述と同様に溝深さ2cmを境として溝深さ2cm以下では円線図径は真値より小に、2cm以上では大となることがわかる。特に2cm以上に於て円線図径がかなり大きくなる傾向がある。このことは特性算定のもとになる円線図の直径を全く変えてしまうことになり特性算定値に及ぼす影響は非常に大きいと考えられる。

5. 算出特性の有する誤差

以上作図上の基礎となる数値について検討してきたが、ここで整理してみると表-1のように示すことができる。

即ち、溝深さ2cmを境として誤差の正負は入れ代る

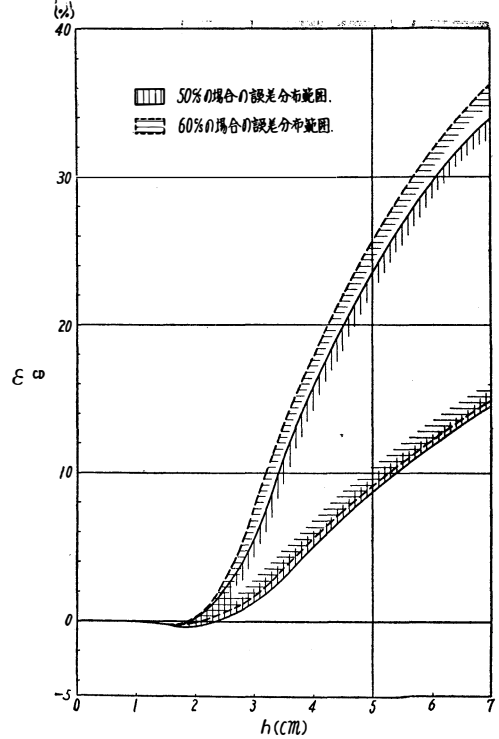
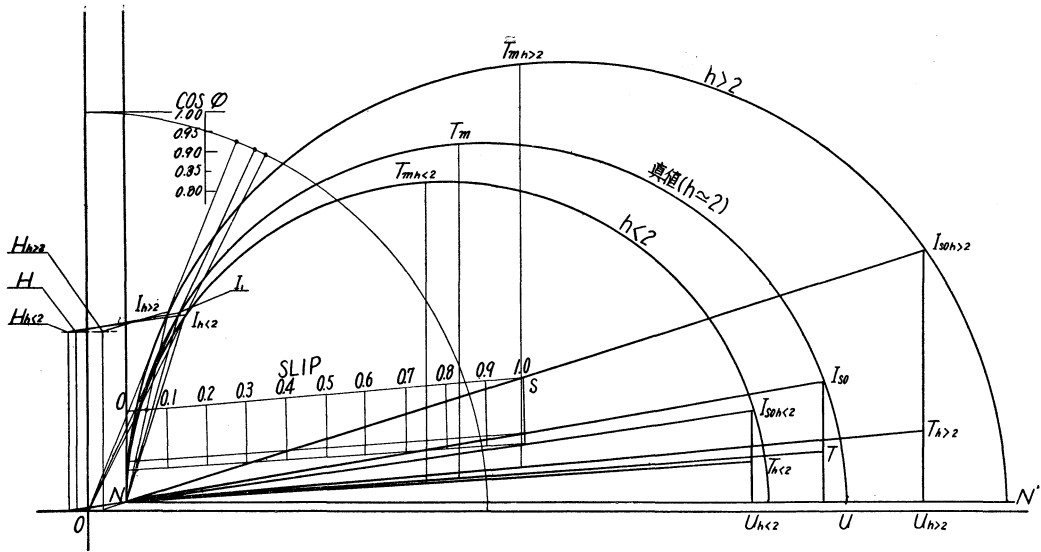


図-16 1.6倍比例法によって推定した円線図径の有する誤差

表-1 作図基礎数値の有する誤差

	h < 2cm		h > 2cm	
	誤差	誤差の程度	誤差	誤差の程度
R_{S0} の有する誤差	-	僅少	+	多い
X_{S0} の有する誤差	+	僅少	-	多い
Z_{S0} の有する誤差	+	僅少	-	多い
$\cos \varphi_{s0}$ の有する誤差	-	僅少	+	多い
円線図径の有する誤差	-	僅少	+	多い

が、溝深さ2cm以下の範囲に於ては何れの場合でも僅少であるが、溝深さ2cmを超える範囲に於ては多い誤差を有する。これ等の傾向を持って円線図を作成した場合、円線図から得られる結果は当然溝深さ2cm以上の範囲ではかなり大きい誤差を持つと思われるが、これ等の傾向を考慮に入れて作図から求めてみる。即ち、図-17のように真値の円線図に対して表-1の内容を満足している溝深さ2cm以下の場合の円線図と溝深さ2cm以上の場合の円線図を作図する。即ち、溝深さ2cm以下の場合に対しては円線図径が真値より小さく拘束力率も真値より小さく。これに対して溝深さ



図—17 円線図の誤差による算出特性の比較

2cm 以上のものに対しては円線図径及び力率とも真値より大きい円線図を作図する。ここで出力は何れの円線図の場合でも同じであるから

$$\overline{DH} = \overline{D_{h<2}} \overline{H_{h<2}} = \overline{D_{h>2}} \overline{H_{h>2}} \dots\dots\dots (23)$$

なるように H, H_{h<2}, H_{h>2} を定める。また一次銅損線（トルク線）の起点 T_{h<2}, T, T_{h>2} はそれぞれ円線図径の 2 乗に比例するから、T_{h<2}, T_{h>2} をそれぞれ (24), (24) 式によって定める。

$$\overline{U_{h<2}} \overline{T_{h<2}} = \overline{UT} (\overline{N_{I_{S0h<2}}} / \overline{N_{I_{S0}}})^2 \dots\dots\dots (24)$$

$$\overline{U_{h>2}} \overline{T_{h>2}} = \overline{UT} (\overline{N_{I_{S0h>2}}} / \overline{N_{I_{S0}}})^2 \dots\dots\dots (24)$$

これで表—1 の条件を満足し、また円線図としての他の条件も満足されるので、この条件のもとで画かれた図—17 について算出される各特性について比較してみると表—2 に示すごとく傾向の誤差を有することがわかる。

表—2 算出特性の有する誤差

算出特性の誤差	h<2cm	h>2cm	考 察
不要定格電流の有する誤差	+	-	} 比較的小さい
力率の有する誤差	-	+	
効率の有する誤差	+	-	
すべりの有する誤差	-	+	
最大トルクの有する誤差	-	+	

これらの値から重要特性である定格電流、力率、最大トルクは何れも溝深さ 2cm 以上の範囲では真値より良い値となって求まることがわかる。定格電流は力率

と効率とで誤差が逆の傾向を持ってあらわれることから或る程度誤差相殺されあまり大きな誤差を伴わないが、最大トルクは図—17 からわかるように円線図径とほぼ比例した大きになることから円線図径の有する誤差とほぼ同程度の誤差を伴うと考えられる。このことは先に述べた円線図径の誤差からわかるようになりかなり大きな誤差となることがわかる。また力率については力率改善を考慮したいと思う時には可成影響があるものと考えられる。

6. 結 論

以上、理論上現在用いられている特殊円線図手法を深溝かご形誘導電動機特性算定に用いた場合算出特性の有する誤差について論じたが、結論として次の事がいえる。

現行の比例推定法（Z_{S0}1.6倍比例推定法）を用うると、溝深さ 2cm 以下のものについては算出特性はかなり正確とみなし得るが、溝深さ 2cm 以上のものに於いてはかなり大きい誤差を伴う。特に重要特性である定格電流、力率、最大トルクが真値より良い値となって求まり、殊に最大トルクに於て著しいことを知った。

この意味に於て筆者は特に最大値特性を正確に求めるために R_{S0}, X_{S0} の推定に 1.6 倍比例法によらず溝深さを知って図—1, 図—2 より A_r, A_x を求めて R_{S0}, X_{S0} の算出を行うべきであるとする。しかしこの場合拘束試験値は磁気飽和の影響による試験値の誤差を含まない値を使用しなければならない。

- 参考文献 (1) 藤田, 富山大学工学部紀要 Vol 15,
No. 1 ~ 2. (1964)
- (2) JEC-37-1961
- (3) M. Liwsitz, Elektrische Maschinen III.
- (4) 藤田, 昭39, 電気四学会北陸支部連合大会
論文番号 7
- (5) 竹内, 電学誌 No.408, P491. (1922)
(昭和39, 10, 19受付)