

実海域における船体応答の予測に関する研究

著者	寺田 大介
学位授与機関	東京商船大学
学位授与年度	2002
URL	http://id.nii.ac.jp/1342/00000628/

実海域における 船体応答の予測に関する研究

平成14年度
(2002)

東京商船大学大学院
商船学研究科
交通システム工学専攻

寺田 大介

目 次

第1章	緒論	1
1.1	緒言	1
1.2	本研究の背景	2
1.3	本研究の目的と内容	6
1.4	本論文の構成	7
第2章	定常確率過程としての船体応答の推定および予測	8
2.1	緒言	8
2.2	船体応答の推定法および短期予測法の概要	9
2.3	Bayes法による方向波スペクトルの推定	10
2.3.1	方向波スペクトルの推定	10
2.3.2	Bayes型推論法による未知係数ベクトルの推定	13
2.3.3	数値計算技法	15
2.4	船体縦曲げ応力の推定	16
2.5	解析結果と考察	17
2.5.1	実船実験	17
2.5.2	方向波スペクトルの推定	19
2.5.3	船体縦曲げ応力のパワースペクトル	22
2.5.4	船体縦曲げ応力の有義値	23
2.5.5	船体動揺および船体縦曲げ応力の予測	23
2.6	結言	25
第3章	非定常確率過程としての船体動揺の解析	26
3.1	緒言	26
3.2	時変係数多変量自己回帰モデルによる瞬間クロススペクトル解析	27
3.2.1	瞬間クロススペクトルの推定	27
3.2.2	Kalmanフィルタによる自己回帰係数の逐次算出	29
3.2.3	実際の推定アルゴリズム	30
3.3	時系列データの規格化	31
3.3.1	トレンドモデルによるトレンド成分のオンライン除去	31
3.3.2	時変分散モデルによる分散の推定	33
3.4	急激に変化する時系列に対する計算アルゴリズムの対応	35
3.5	実船実験によるデータの取得	37

3. 6	瞬間クロススペクトル解析の検証	40
3. 6. 1	SVAR モデルによる解析結果	40
3. 6. 2	T-VVAR モデルによる解析結果	43
3. 6. 3	SVAR モデルと T-VVAR モデルの結果の比較	45
3. 7	トレンドモデルおよび時変分散モデルによるデータの規格化の効果	48
3. 8	時系列の急変に対応する計算アルゴリズムの効果	55
3. 9	結言	60
第4章 Bayes 法に基づく方向波解析法のオンライン化		61
4. 1	緒言	61
4. 2	波高計アレイによるシミュレーション数値実験	62
4. 2. 1	推定アルゴリズム	62
4. 2. 2	数値シミュレーションの概要	65
4. 2. 3	実験結果と考察	67
4. 3	実船実験データに基づく方向波のオンライン推定	74
4. 3. 1	逐次型 Bayes 法の拡張・改良	74
4. 3. 2	実船データに基づく方向波のオンライン推定	77
4. 3. 3	船体動揺の予測	80
4. 5	結言	82
第5章 結論		83
謝辞		85
参考文献		86
Appendix 一覧表		91
Appendix 1	定常多変量自己回帰 (SVAR) モデルによる クロススペクトルの推定	92
Appendix 2	船体運動の理論計算法 (New Strip Method) について	95
Appendix 3	システムノイズの分散に関する時間不変性の仮定	111
Appendix 4	Kalman フィルタについて	115

主要記号一覧

第2章 定常確率過程としての船体応答の推定および予測

$\eta(t)$: 海面変動量

$E(f, \chi)$: 方向波スペクトル

$\sqrt{2E(f, \chi)df d\chi}$: 周波数 f で方向 χ から到来する成分波の振幅

$\varepsilon(f, \chi)$: 周波数 f で方向 χ から到来する成分波の位相

f_0 : 絶対周波数

f_e : 波との出会い周波数

χ : 波との出会い角

$E(f_e, \chi)$: 方向波スペクトル

$\phi_{mn}(f_e)$: 出会い周波数ベースの m モードと n モードのクロススペクトル

$H_m(f_e, \chi)$: m モードの応答関数

* : 複素共役

K : 出会い角 χ に関する積分範囲の分割数

$K1$: 離散的積分範囲の中で追い波状態になるものの個数

θ : 縦揺れ角

ϕ : 横揺れ角

η : 絶対波高

$\Phi(f_e)$: 3×3 行列のクロススペクトルマトリックス

\mathbf{B} : クロススペクトル $\Phi(f_e)$ の実数部と虚数部で構成されるベクトル

\mathbf{A} : 船体動揺の応答関数の理論値で構成される係数マトリックス

\mathbf{W} : 問題を統計的に取り扱うために導入されたホワイトノイズ

$\mathbf{F}(\mathbf{x})$: 離散化された方向波スペクトルから構成される未知ベクトル

$L(\mathbf{x}|\sigma^2)$: 尤度関数

$\|\bullet\|$: ベクトルのノルム

L : ベクトル \mathbf{B} の要素数

$P(\mathbf{x})$: 事前分布

\mathbf{D} : 事前分布を表すマトリックス

M : 事前分布を構成する式の数

u^2 : ハイパーパラメータ

$ABIC$: 赤池の Bayes 型情報量基準

M_L : 船体縦曲げモーメント

I : 断面全体の断面 2 次モーメント

y : 縦曲げ応力を求めたい場所の中立軸からの距離

z : 断面係数

σ_L : 船体の任意位置における縦曲げ応力

第3章 非定常確率過程としての船体動揺の解析

$\mathbf{y}(n)$: k 変量時系列

$\mathbf{A}_l(n)$: 時間によって変化する時刻 n におけるラグ l の T-VVAR 係数マトリックス

$\mathbf{u}(n)$: $\mathbf{y}(m), (n > m)$ に対して独立である平均 0, 分散共分散 Σ_n の k 変量正規分布に従う白色雑音

$\mathbf{D}(n)$: 時刻 n での同時応答マトリックス

$\mathbf{B}_l(n)$: 時刻 n での自己回帰係数マトリックス

$\varepsilon(n)$: 平均値 0, 分散共分散 \mathbf{Q} の k 変量正規分布に従う白色雑音

$b_{ij}(n)$: $\mathbf{B}_l(n)$ マトリックスの系列 i における (j, l) 成分

∇^q : q 階の時間差分オペレータ

$v_{ij}(n)$: 平均値 0, 未知分散 τ_{ij}^2 の正規分布にしたがう白色雑音

\mathbf{I} : $k \times k$ の単位マトリックス

$\mathbf{A}(f, n)$: $\mathbf{A}_l(n)$ の Fourier 変換

* : 複素共役

p : モデル次数

$\mathbf{x}(n)$: $b_{ij}(n)$ で構成される状態ベクトル

$\mathbf{w}(n)$: $v_{ij}(n)$ で構成されるシステムノイズのベクトル

$\mathbf{H}(n)$: 観測値 $\mathbf{y}(n)$ で構成される観測ベクトル

M : $M = kp + i - 1$

\mathbf{F} : $M \times M$ の単位マトリックス

\mathbf{G} : $M \times M$ の単位マトリックス

$E[\]$: 統計的期待値

$\mathbf{x}(n|n-1)$: 状態 $\mathbf{x}(n)$ の条件付平均

$\mathbf{V}(n|n-1)$: 状態 $\mathbf{x}(n)$ の分散共分散マトリックス

$\mathbf{K}(n)$: カルマンゲイン

$l(\theta_i)$: $\theta_i = (\tau_i^2, \sigma_i^2)$ とした場合の対数尤度

$t(n)$: 時系列 $y(n)$ のトレンド

∇ : 時間差分オペレータ

$v_i(n)$: 平均 0, 分散 τ_i^2 の正規分布に従う白色雑音

$w_i(n)$: 平均 0, 分散 σ_i^2 の正規分布に従う白色雑音

$\mathbf{x}_i(n)$: $t(n)$ で構成される状態ベクトル

k : 確率差分方程式の次数

\mathbf{F}_i : $k \times k$ のマトリックス

\mathbf{G}_i : $k \times 1$ のベクトル

\mathbf{H}_i : $1 \times k$ の観測ベクトル

σ_v^2 : 時系列データの分散

λ_i : 状態方程式と観測方程式の分散値 (トレードオフパラメータ)

第4章 Bayes法に基づく方向波推定法のオンライン化

B : 船体動揺クロススペクトル $\phi_{mn}(f_e)$ の要素で構成されるベクトル

A : 船体動揺の応答関数で構成される係数マトリックス

F(x) : 出会い角で離散化された方向波スペクトルから構成される未知ベクトル

W : 平均 0, 分散 σ^2 の正規分布にしたがうホワイトノイズ

$L(\mathbf{x}|\sigma^2)$; 尤度関数

$\|\cdot\|$: ベクトルのノルム

L : ベクトル **B** の要素数

P(x) : 事前分布

D : 事前分布を表すマトリックス

M : 事前分布を構成する式の数

u^2 : ハイパーパラメータ

ABIC : 赤池の Bayes 型情報量基準

$J(\mathbf{x})$: 評価関数

χ : 波との出会い角

f_{0i} ($i=1,2,3$) : 追い波時において出会い周波数に対応する絶対周波数

f_e : 波との出会い周波数

χ : 波との出会い角

$E(f_e, \chi)$: 方向波スペクトル

$\phi_{mn}(f_e)$: 出会い周波数ベースの m モードと n モードのクロススペクトル

$H_m(f_e, \chi)$: m モードの応答関数

* : 複素共役

$\Phi(f_e)$: クロススペクトルを要素とするマトリックス

H(f_{0i}) ($i=1,2,3$) : 絶対周波数 f_{01} , f_{02} および f_{03} に対応する船体動揺の応答関数マトリックス

E(f_{0i}) ($i=1,2,3$) : 絶対周波数 f_{01} , f_{02} および f_{03} に対応する方向波スペクトルのマトリックス

T : 転置マトリックス

B : 船体動揺クロススペクトル $\phi_{mn}(f_e)$ の要素で構成されるベクトル

A : 船体動揺の応答関数で構成される係数マトリックス

F(x) : 出会い角で離散化された方向波スペクトルから構成される未知ベクトル

W : 平均 0, 分散 σ^2 の正規分布にしたがうホワイトノイズ

$H_{1/3}$: 有義波高

圖一覽

Fig. 1.1	Illustration of short-term predictions	2
Fig. 2.1	Basic idea of the proposed method	9
Fig. 2.2	Relationship between encounter wave frequencies and true wave frequencies	10
Figs. 2.3	Example of estimated response amplitude operator for longitudinal bending moment	16
Figs. 2.4	Typical time histories of measured data	17
Figs. 2.5	Point of measurement of strain	18
Figs. 2.6	Cross-spectra of ship motions and wave height	20
Figs. 2.7	Estimated directional wave spectra	20
Fig. 2.8	Scatter diagram of wave directions	21
Fig. 2.9	Comparison of longitudinal bending stress power spectra	22
Fig. 2.10	Scatter diagram of the bending stresses	23
Figs. 2.11	Results of the short-term prediction for ship responses	24,25
Fig. 3.1	Flow chart for estimation of instantaneous cross-spectrum	30
Fig. 3.2	Flow chart for estimation of trend component	32
Fig. 3.3	Flow chart for estimation of time varying variance	34
Fig. 3.4	Flow chart for estimation of instantaneous cross-spectrum based on the improved method	36
Fig. 3.5	Location of experimental area and trajectory	38
Fig. 3.6	Measured time histories	39
Figs. 3.7	Power spectra of ship motions for Condition A	41
Figs. 3.8	Power spectra of ship motions for Condition B	42
Figs. 3.9	Estimated instantaneous auto spectra based on T-VVAR analysis	44
Fig. 3.10	Optimum value of hyperparameters	45
Figs. 3.11	Comparisons of the estimated spectra based on SVAR and T-VVAR analysis	46
Figs. 3.12	Statistical values for pitch angle	47
Figs. 3.13	Comparison of estimated trend components and the mean value	50
Figs. 3.14	Comparison of estimated time varying standard deviation and stationary one	51
Figs. 3.15	Normalized data	52
Figs. 3.16	Estimated instantaneous auto spectra based on normalized data	53
Figs. 3.17	Trends of the significant values	54
Figs. 3.18	Results of analyses based on the improved method for trend model and time varying variance model	57

Figs. 3.19	Normalized data based on the improved method	58
Figs. 3.20	Estimated instantaneous auto spectra based on improved method	59
Fig. 4.1	Flow chart for estimation of directional wave spectrum	64
Fig. 4.2	Coordinate systems and a triangular array for simulation	65
Figs. 4.3	Reproduced time histories of wave height	66
Figs. 4.4	Estimated instantaneous cross-spectra	68-70
Figs. 4.5	Example of estimated directional wave spectrum [440(sec)]	71
Figs. 4.6	Example of estimated directional wave spectrum [560(sec)]	72
Figs. 4.7	Example of estimated directional wave spectrum [620(sec)]	73
Fig. 4.8	Relationship between encounter wave frequencies and true wave frequencies	75
Fig. 4.9	Flow chart for directional wave spectrum based on the improved method	76
Figs. 4.10	Example of estimated directional wave spectrum [200(sec)]	78
Figs. 4.11	Example of estimated directional wave spectrum [870(sec)]	79
Fig. 4.12	Location of experimental area and trajectory	80
Fig. 4.13	State estimation for Pitch angle	81
Fig. 4.14	State estimation for Roll angle	81

表一覽

Table 1.1	Estimation method of wave directions in support systems	2
Table 2.1	Principal particulars	17
Table 2.2	Ship courses and speeds	24
Table 3.1	Specification of JCS7401GA	37
Table 3.2	Measurement conditions	38
Table 3.3	Estimated significant values	40
Table 4.1	Comparison of the results between the estimates and the observations	77
Table 4.2	Ship course and speed	80

第1章 緒論

1. 1 緒言

日本の主要貨物の国際輸送において、トンベースにおける海上輸送の占める割合は約99%⁽¹⁾であり、海上輸送に関連する産業（以後、「海運産業」と呼ぶ。）は我々の日常生活を支えるうえで非常に大きな役割を果たしている。そのため、海上輸送における事故すなわち海難を防止し、船舶の安全運航に関する重要性をあらためて認識する必要がある。海難は、衝突や乗り揚げおよび荒天航海中において発生する浸水・転覆・沈没などに大別される。ここでは、荒天航海時に発生する海難を防止することを考える。

荒天中を航海する場合において、船舶運航者の責務は船舶・積載貨物および乗組員の安全を確保することである。しかしながら、海難審判裁決録⁽²⁾を調査した結果から必ずしもこの責務が果たされているとは言えない⁽³⁾。IMO（国際海事機構：International Maritime Organization）は重大な海難が発生する度に設備・構造などのハード面の基準を SOLAS 条約（1974年の海上における人命の安全のための国際条約：International Convention for the Safety of Life at Sea, 1974）付属書として作成して対応してきた。近年、海難の原因の概ね80%が人的要因によるものであることが明らかになってきた。これは、船舶運航者の努力だけでは海難を防止できないということを意味する。そのため、IMOは船舶運航者にすべての責任を負わせる法制度から陸上の管理部門を含めた安全運航を確保するための体制すなわち安全管理システム（ソフト要件）の構築をISM（International Safety Management）コードにより規定した⁽⁴⁾。したがって、これからの海上輸送は、船舶および陸上管理部門の海運産業（ユーザー）のみならず造船業（メーカー）をも含めた体制で船舶の安全運航を管理・支援する、新しい時代に突入したといえる。このような時代の要求として、航行環境および船体応答のモニタリングを高精度で行うことおよび計測データを利用した船載型安全運航支援システムを開発することが重要な技術課題となっている^{(5),(6)}。

本研究では、近年の造船学の分野における耐航性研究の成果を利用した船載型安全運航支援システムの開発を念頭においている。このシステムの主な特徴は、船舶耐航性研究における短期予測法を応用した船体応答の予測機能を有していることである。船舶運航者は、このシステムを利用することにより、操船意思決定のための情報を得ることができ、荒天航海時における海難を防止することが容易になると思われる。そこで、本論文においては、安全運航支援システムの重要な要素技術である実海域における船体応答の予測手法を提示するとともにこの手法に関する有効性の検討を行うこととする。

1. 2 本研究の背景

G. Neumann や W.J. Pierson Jr.等の海洋学者が海洋波の解析に確率過程の理論を導入したことは、M. St. Dennis & W.J. Pierson Jr.⁽⁷⁾ならびに山内⁽⁸⁾の不規則波中の船体動揺の解析への応用につながった。造船学の分野に確率過程の理論が応用されたことは、実海域における船舶の性能評価に関する今日の波浪データの重要性を位置付ける大きな意味を与えたといえる^{(9),(10),(11)}。また、確率過程論の導入は近年の波浪中における船体動揺の解析理論の進歩に大きく寄与したと考えられる。

過去、1980年12月30日に発生したばら積貨物船「尾道丸」の沈没事故を機に運輸省（当

時：現国土交通省）において「異常海難防止システムの総合的研究開発」が行われ、船載型安全運航支援システムが開発された⁽¹²⁾。また、メーカーにおいても同様のシステムが個別に開発された^{(13),(14),(15),(16)}。これらのシステムの開発目的は、動揺計および応力計などの各種センサで計測した船体応答データを船舶運航者に提供し、荒天時における操船判断の明確な基準を与えることである。そのため、これらのシステムには、方向情報を含めた遭遇波浪のスペクトル（以後、「方向波スペクトル」と呼ぶ。）を入力として与え、線形重ね合わせの理論⁽⁷⁾を応用したエネルギースペクトル法により船体応答の短期予測⁽¹⁷⁾を行う機能が備わっている。この概念を模式的に示すと Fig. 1.1 のようになる。

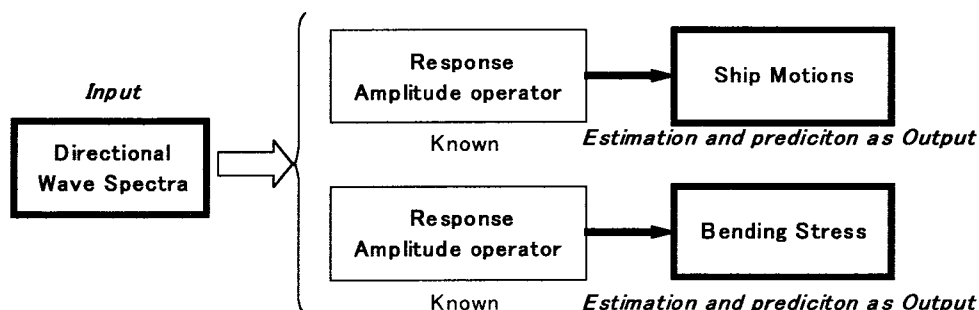


Fig. 1.1 Illustration of short-term predictions

このような機能を備えたシステムの開発は、谷澤ら⁽¹²⁾によって最初に行われた。このシステムにおける船体応答の短期予測機能には、船用レーダーで推定した方向波スペクトルが利用されている。なお、欧米においては谷澤らに先駆けて、波浪ブイで取得した波浪データと船体応答との関係から整備された波浪情報データベースを利用する船体応答の予測システムが K. V. Taylor⁽¹⁸⁾によって開発されている。これらのシステムの特徴は、船体応答を種々の計測器で直接監視することにより、船舶の安全運航を支援することである。このため、システムとして複雑なものとなっている。これらのシステムにおける方向波スペクトル推定における方向情報の取得方法をまとめて Table 1.1 に示す。

Table 1.1 Estimation method of wave directions in support systems

Developer	Method
Mitsubishi Heavy Industries, Ltd. ⁽¹³⁾	Visual observation
Mitsui Engineering & Shipbuilding Co., Ltd. ⁽¹⁴⁾	Visual observation
NKK Corporation ⁽¹⁵⁾	Provided Information by weather forecast service
Lloyd's Register of Shipping ⁽¹⁸⁾	Visual observation
Ship Research Institute ⁽¹²⁾	Radar
Sumitomo Heavy Industries, Ltd. ⁽¹⁶⁾	Radar

この表から、当時の船載型安全運航支援システムでは波浪の方向情報の推定に目視観測およびレーダー情報などを必要とすることがわかる。ゆえに、方向波をシンプルなシステムで自動的に推定することが検討課題として残されているといえる。

ところで、波浪の方向情報の推定は様々な研究分野において益々その重要性が増している。造船学の分野では、耐航性研究の「船体応答の短期予測」ならびに構造強度研究の「船舶の初期設計」において、波浪エネルギーの方向分布を知ることが重要である^{(19),(20)}。航海学の分野では、波浪の状況が船舶の稼働能率および安全性に影響を与えるため、航行海域の波浪の長期特性ならびに短期特性を把握した船舶運航が重要である⁽²¹⁾。海洋学の分野では、気象・海象の予報精度を向上させるために、波浪情報の高精度観測の必要性が指摘されている⁽²²⁾。方向波スペクトルの推定法は、海洋学の分野において海洋波動の測定技術の進歩とともに発達した。高石ら⁽²³⁾が述べているように、1960年代にはじまる到来方向の情報を含む波浪データの測定方法は、プイ方式、アレイ方式、リモートセンシング方式および船舶利用方式などに大別できる。ここで、船舶利用方式に着目する。1980年代にはじまる船舶利用方式はさらに2つに分類することができ、船舶の動揺応答特性を利用する方法と利用しない方法である。後者は、桑島によって行われた方法⁽²⁴⁾で、船載式波高計を用いて停船中に計測した1次元波スペクトルと航走中に計測した出会い波のスペクトルとを用いて方向波スペクトルを推定する方法である。一方、前者は、W. C. Webster & J. T. Dillingham⁽²⁵⁾および平山⁽²⁶⁾が黎明期に行った方法で、船舶の波に対する応答特性が既知である場合において、2つ以上の応答を計測することにより方向波スペクトルを推定するものである。この解析方法は、計測データの周波数解析(クロススペクトル解析)、船体動揺の応答関数の推定計算および方向波スペクトルの推定計算によって構成される。これらの研究において、方向波スペクトルを推定するために用いられた解析手法は、W. C. Webster & J. T. Dillingham が Linear Programming 法、平山が Jefferys ら⁽²⁷⁾の方法を応用した EMLM(拡張最尤法: Extended Maximum Likelihood Method) である。その後、井関らも磯部ら⁽²⁸⁾によって定式化された EMLM を応用した方法⁽²⁹⁾を提案した。これらの方法の特徴を以下に記す。

(1) W. C. Webster & J. T. Dillingham の方法

この方法は、計測データを FFT(高速 Fourier 変換: Fast Fourier Transform) で解析し、方向波スペクトルの推定に Fourier 変換マッチング法の応用によって定式化した手法すなわち Linear Programming 法を用いている。手法の妥当性を検討するために、例として没水体を扱い、6自由度の船体動揺と流速計のデータを使用した数値シミュレーションが行われている。さらに、推定した方向波スペクトルに逆 Fourier 変換を施すことにより波面の上下変動量および流体粒子の速度をシミュレートし、入力として与えたデータとの比較を行っている。ただし、この方法においては船速が考慮に入れられていない。

(2) 平山の方法

船体動揺のうち縦運動すなわち縦揺れ角および船体上下加速度のデータを使用し、これらのデータに対して FFT によるクロススペクトル解析を行っている。また、船体応答関数の推定法としては N.S.M. (New Strip Method) が用いられている。これらの結果を用いて方向波スペクトルは EMLM により推定されている。正弦波による数値シミュレーションを行い EMLM の精度を検討した後、実船実験データを用いた解析を行っている。EMLM の結果とレーダー画像解析の結果とを比較することにより、EMLM による方向波スペクトル解析の有用性を示している。

(3) 井関らの方法

平山と同様に縦揺れ角および船体上下加速度のデータを使用し、船体応答関数の推定法

として N.S.M.、方向波スペクトルの推定に EMLM が用いられている。ただし、スペクトル解析法として多次元 AR（自己回帰：Auto Regressive）モデルによるクロススペクトル解析法を用いている点が平山の方法と異なる。実船実験時のデータを用いた EMLM 解析の結果と目視観測の結果を比較することにより、提案した手法の妥当性を検討している。

しかしながら、これらの解析方法には精度のよい方向波スペクトル推定のための大きな問題が解決されるべき課題として残されていた。追い波中を航走する場合において生じる問題、すなわち波との出会い周波数を絶対周波数へ変換する際にこれらが 1 対 1 に対応しないという問題（周波数変換の 3 価関数問題）を解決することである。

この問題に対して明確な解答を与えたのは、橋本により提案された BDM（Bayes 法：Bayesian Directional Spectrum Estimation Method）⁽³⁰⁾を応用した井関らの推定法^{(31),(32)}が最初である。続いて、吉元と渡辺による橋本らの EMEP（拡張最大エントロピー原理法：Extended Maximum Entropy Principal Method）⁽³³⁾を応用した推定法⁽³⁴⁾、平山らによる EMLM と画像解析を用いた推定法^{(35),(36)}および斎藤と前田による非線形計画法を用いた推定法^{(37),(38),(39)}が提案された。これらの方法の特徴を以下に記す。

(1) 井関らの方法^{(31),(32)}：Bayes 法

縦揺れ角、横揺れ角および船載型波高計のデータを使用し、スペクトル解析として多次元 AR（自己回帰：Auto Regressive）モデルによるクロススペクトル解析、船体応答関数の推定法として N.S.M.、方向波スペクトルの推定に BDM が用いられている。推定結果の妥当性を検討するために、まず前進速度がない場合において長波頂不規則波中の模型船実験が行われ、EMLM 解析の結果と Bayes 法による解析結果との比較を行っている。続いて、追い波中における周波数変換の 3 価関数問題を解決するために、Bayes 法を拡張・改良し、実船実験データを用いた解析を行っている。Bayes 法による結果と目視観測結果とを比較することにより、追い波中においても Bayes 法による方向波スペクトル解析は有効であることを示している。

(2) 吉元らの方法⁽³⁴⁾：パラメトリック法

波高計の相対水位変動のデータを使用し、スペクトル解析として多次元 AR（自己回帰：Auto Regressive）モデルによるクロススペクトル解析、相対水位の応答関数の推定法として渡辺による改良された N.S.M.、方向波スペクトルの推定に EMEP が用いられている。まず、数値シミュレーションを行い、方向性の分解能について調査されており、EMEP 解析は高い推定精度を持つことが明らかにされている。続いて、水槽実験データを用いて解析を行い良好な結果を得ている。

(3) 平山らの方法^{(35),(36)}：ハイブリット法

この方法はレーダー画像、縦揺れ角、横揺れ角および船体上下加速度ならびに相対水位変動の 3 ケースのデータを必要に応じて組み合わせることにより推定するハイブリット型となっている。縦揺れ角、横揺れ角および船体上下加速度のデータを使用する場合においては、スペクトル解析として FFT、船体応答関数の推定法として N.S.M.、方向波スペクトルの推定に EMLM が用いられている。波高計の相対水位変動のデータを使用する場合も同様に、方向波スペクトルを推定する手法として EMLM が用いられている。この手法においては、模型船実験および実船実験により推定精度の検証が行われており、実用上有意なシステムであることが確認されている。

(4) 齋藤らの方法^{(37),(38),(39)}：非線形計画法

第2報においては、縦揺れ角および Heave のデータを使用し、船体応答関数の推定法として N.S.M.、方向波スペクトルの推定に非線形計画法が用いられている。推定精度を検討するために模型船実験が行われている。第3報は、模型船実験において3地点の上下加速度のデータが使用されている。第4報は、実船実験において縦揺れ角および2地点の上下加速度のデータが使用されている。推定精度を検討するために、非線形計画法による方向波スペクトルの推定結果から得られる統計量と実船実験時の目視観測結果および SMB (Sverdrup - Munk - Bretschneider) 法による波浪推算値との比較が行われている。

以上のように、これらの解析手法においては、波浪中において動揺しながら航行する船舶を一種の波浪計⁽⁴⁰⁾とみなして、船体応答から逆算することにより方向波の推定を行っている。これらの手法は、一部において船体波浪計化法と呼ばれるようになっており、方向波スペクトル推定に対する有効性が確認されている。したがって、今日ではこの船体波浪計化法による方向波推定の実時間解析への応用ならびに推定した方向波スペクトルの船載型安全運航支援システムへの応用が重要な技術課題となっている^{(41),(42),(443),(44),(45)}。近年計算機の処理速度が飛躍的に向上したことに伴い、これらの技術課題を解決することが可能になりつつある。

ところで、これまでに述べたシステムあるいは方向波解析法は、確率過程として定常性を満たす場合についてのものであり、増減速などの操船により定常性の仮定が成り立たない場合が生じると対応できない。したがって、これらのシステムは、船舶運航者ではなく、船舶設計者の視点から開発されたものといえる。そこで、船舶運航者の視点に基づいた実用的な船載型安全運航支援システムを開発するには、非定常確率過程に対する理論的解析法を確立しておくことが重要であり、近年の確率統計理論の研究成果を利用する必要がある。Ozaki & Tong⁽⁴⁶⁾と Kitagawa & Akaike⁽⁴⁷⁾は非定常な時系列に対して時間区間を小区間に分割し、各小区間で自己回帰モデルを推定する局所定常自己回帰モデリング手法を開発し、大津と井関⁽⁴⁸⁾はこの手法を用いて船載型の船体運動予測システムの研究を行っている。さらに、Kitagawa & Gersch⁽⁴⁹⁾は、強い非定常性を示す地震波の時系列データの解析に対して、Bayes 型平滑化事前分布と状態空間モデルを基とした T-VVAR (時変係数多変量自己回帰: Time Varying Coefficient Vector AR)モデルによる解析法を提案し、推定した T-VVAR モデルの係数から瞬間スペクトルを算出し、スペクトル構造の変化を明らかにしている。また、Jiang & Kitagawa⁽⁵⁰⁾はこの手法を多変量時系列の解析に拡張し、瞬間クロススペクトルならびに瞬間相対パワー寄与率等の推定法を示している。最近になり、井関と寺田は、Jiang & Kitagawa⁽⁵⁰⁾の手法を応用し、非定常性を有する船体動揺の解析に対しても有効であることを示している^{(51),(52)}。

船舶の安全運航に関する新しい動向としては、現在 IMO によって、あらたに SOLAS 条約の一部として VDR (航海データ記録装置: Voyage Data Recorder) の搭載が義務付けられた⁽⁵³⁾。VDR は船内で得られる情報を一元的に集約する装置であり、これらの情報は自由に分岐させることができる。それゆえ、得られた様々なデータに対して、船上で適切な統計処理を行うことが十分に可能である⁽⁵⁴⁾。したがって、前述の検討課題を解決した実用的な船載型安全運航支援システムを開発し、一般商船の安全性を向上させる環境は既に整っているといえる^{(55),(56)}。

1. 3 本研究の目的と内容

前節で述べたように、船載型安全運航支援システムは船体応答を定常確率過程とみなす仮定に基づいて多くの研究機関および造船会社において開発されてきたが、波浪の方向に関する情報を得るための特殊なセンサーを必要とせず、変針増減速後における船体応答の予測機能を備え、操船によって定常確率過程とみなせなくなった船体応答にも対応できる、すなわち一般商船の運航者が操船の現場で使用するこのできる船載型安全運航支援システムは未だ開発されていないといえる。

本研究では、実海域を航行する船舶の操船者に対して安全運航上有効な情報をオンラインで提供することのできる、いわゆる船舶運航者の立場に立った船載型安全運航支援システムの開発を念頭に置き、操船者の意思決定を支援する目的で、操船後における船体応答の予測に関する手法を開発することを目的としている。

(1) 定常確率過程としての船体応答の推定および予測

海洋波および船体応答の挙動が定常確率過程とみなせるならば、船舶耐航性研究における短期予測法を利用した船体応答の推定が可能である。変針増減速などの操船を行えば、船体と波との出会い関係が変化し、船体応答は非定常確率過程となるが、不規則な海面に対する定常確率過程の仮定は依然として成り立っていると考えられる。したがって、船体応答の入力である方向波スペクトルを推定し、種々の船体応答の応答関数を理論的に推定しておけば、操船後の船体運動を予測できるばかりではなく、船体縦曲げ応力などの各種船体応答を直接計測することなしに推定・予測することが可能である。本研究では、Bayes法による方向波スペクトル推定法を用いて、船舶が遭遇している波浪の方向波スペクトルを推定し、各種船体応答を予測する一連の推定手法を提示する。また、実船実験を行い、操船後の船体応答や直接計測に因らない船体応答がどの程度の精度で推定できるのかを検証しており、本手法の実用性および有用性を明らかにしている。

(2) 非定常確率過程としての船体動揺の解析

実際の船舶運航においては、変針増減速などの操船により、船体と波との出会い関係が変化し、船体応答は非定常確率過程となる。そのため、船舶運航者が船体の動揺特性を正確に把握し、適切な操船判断を下すための安全運航支援システムを構築するためには、船上で計測された非定常な時系列データに対して適切な統計処理をオンラインで施し、理論的に船体応答を予測することが必要である。理論的に船体応答を推定するためには、前述のように方向波スペクトルを推定する必要があり、そのためには船体動揺のクロススペクトルをあらかじめ求めておく必要がある。オンラインで船体動揺の統計量およびクロススペクトルを推定するためには、T-VVAR モデルによる時系列解析の手法が有効である。T-VVAR モデルによる時系列解析法では、まず時系列の非定常性の度合いを表すハイパーパラメータを MAICE (Minimum AIC Estimation) 法で決定し、このハイパーパラメータを用いて最適な T-VVAR 係数を推定している。そのため、この手法をオンライン解析に利用するためには、ハイパーパラメータの探索を適応的に行い、T-VVAR 係数を逐次的に推定する計算アルゴリズムに拡張すれば良いことになる。本研究では、T-VVAR モデルによる時系列解析の手法を逐次型アルゴリズムに変換し、安定した瞬間クロススペクトルを推定するための手法および時系列の急変に対応する瞬間クロススペクトルの推定法を提示する。また、非定常な時系列を得るための実船実験を行い、定常時系列解析の結果と比較しつつ、

本手法の実用性および有効性を検討している。

(3) Bayes 法による方向波スペクトル推定法のオンライン化

Bayes 法による方向波スペクトルの推定では、計測された船体動揺クロススペクトルを出力、理論的に計算された船体動揺応答関数を伝達関数とみなし、入力である方向波スペクトルを線形回帰モデルの係数として逆推定する。この手法では、方向波スペクトルの推定量が出会い角・周波数に対して滑らかに変化するという平滑化条件等を事前分布としてモデルに取り込むことにより、観測誤差の影響が少ない安定した解析を実現している。しかしながら、数値解法においてスペクトルが非負であるという条件を考慮しているために非線形方程式を反復計算によって解く必要があり、また事前分布の重み係数であるハイパーパラメータの最適値を推定する過程において反復探索を必要としている。そのため、実際の推定計算においては二重の反復計算によって計算量が膨大となり、オンライン処理に対して不利な面を有している。本研究では、Bayes 法における毎時間ステップの計算量を低減するためにハイパーパラメータの最適値探索のアルゴリズムを改良し、方向波スペクトル推定のオンライン化を図る。また、提案した手法の有用性は、シミュレーション数値実験ならびに実船実験の解析結果の詳細な検討から明らかにされている。

1. 4 本論文の構成

本論文は、次に示す5章から構成される。

第1章は緒論であり、本研究の背景および目的について詳細を示し、各章の内容に関する概要を記した。

第2章においては、定常確率過程としての船体応答の推定および予測に関する諸検討を行っている。まず、船体応答の推定法および予測法の概要について述べ、Bayes 法による方向波スペクトルの推定法について述べる。続いて、船体縦曲げ応力の推定法を説明し、解析結果について詳細な検討を行った結果について記す。

第3章においては、非定常確率過程としての船体動揺解析に関する諸検討を行っている。具体的には、時変係数多変量自己回帰モデルによる瞬間クロススペクトル解析について述べ、安定した瞬間クロススペクトルを推定する方法として、時系列の規格化について説明する。つぎに、時系列が急変する場合において時変自己回帰係数をその変化に良く追従させるために改良した計算アルゴリズムについて記し、最後に実船実験データの解析を行い、解析結果について検討を行った結果について示す。

第4章においては、Bayes 法による方向波スペクトル推定法のオンライン化に関する検討を行っている。第3章において提示した瞬間クロススペクトル推定法に基づいて求めた瞬間クロススペクトルを用いて、方向波スペクトルをオンラインで推定する手法について述べる。提案した手法を検証するために、長波頂不規則波中において出会い角が時々刻々変化する波高計アレイのシミュレーション数値実験を行った結果を示し推定精度の検証を行う。さらに、実船実験データを用いて実海域の方向波スペクトルを船体動揺データのみから逆推定することを試みる。これらの実験における解析結果の詳細な検討から本手法の有効性について示す。

第5章は、本研究の結論であり、第2章から第4章において得た知見を総括したものである。また、今後の検討課題ならびに研究の展望についても述べる。

第2章 定常確率過程としての船体応答の推定および予測

2.1 緒言

海洋波および船体応答の挙動が定常確率過程とみなせるならば、短期予測法を利用した船体応答の短期予測を行うことが可能である。そのためには、まず船舶が航行する海域の方向波スペクトルを推定する必要がある。船舶において方向波スペクトルを推定する手法としては、船舶利用方式の一種である Bayes 法が有効である。

井関と大津が提案した Bayes 法による方向波スペクトル推定法は、船体動揺のクロススペクトル解析、応答関数の理論計算および BDM を用いた方向波スペクトル推定計算の3つのプロセスで構成される⁽³²⁾。まず、船体動揺のクロススペクトル解析には、SVAR (Stationary Vector Auto Regressive) モデルによる解析方法⁽⁵⁷⁾が用いられている。この方法は、FFT による方法に比べて、すでにウィンドウによる平滑化がモデルの選択過程に行われているため、鋭いピーク周波数を表現できる。したがって、現象が複雑である波浪外力の影響を顕著に受ける縦揺れ角および船体上下加速度の解析に適している。次に、船体動揺の応答関数の計算には田才と高木によって提案された N.S.M.⁽⁵⁸⁾が用いられている。なお、応答関数を計算する際に必要となるラディエーション流体力の推定に特異点分布法の一種である Close Fit 法を用い、ディフラクション流体力は相対運動の概念を利用してラディエーション流体力から算出されている。最後に、BDM を用いた方向波スペクトルの推定計算は、港湾工学の分野において橋本が提案した手法を応用・拡張し、追い波中を航走する場合に生じる周波数変換の三価関数問題を初めて解決した手法である。この手法の特徴は、モデルを仮定しないため複雑な現象をよく表現することができることおよび観測誤差の影響を受けにくいことである。

本章では、井関と大津が提案した Bayes 法による方向波スペクトル推定法を拡張し、短期予測法を応用することにより、各種船体応答を直接計測することなしに推定する手法、ならびに変針・増減速後の船体応答を推定・予測する方法について述べる。つぎに、Bayes 法による方向波スペクトルの推定精度を検証するために、実船実験で得られたデータ 42 例を解析し、推定値と目視観測結果との比較を行う。さらに、推定した方向波スペクトルと船体縦曲げ応力の応答関数を用いて、縦曲げ応力のパワースペクトルを計算し、歪ゲージによって計測された時系列データの解析結果と比較することによって、直接計測に因らない船体縦曲げ応力推定法の有用性について検証する。このスペクトルから船体縦曲げ応力の分散を推定し、計測した時系列の分散と比較することによって、直接計測に因らない船体縦曲げ応力の有用性について確認する。最後に、海洋波が定常確率過程であると仮定して、方向波スペクトルの推定値と船体応答（縦揺れ角、横揺れ角および船体縦曲げ応力）の応答関数を用いて、これらの応答の操船後における予測を行い、実際の操船後の応答と比較することにより精度の検証を行う。

2. 2 船体応答の推定法および予測法の概要

実際の船舶運航において、そのときの気象・海象条件を考慮した操船は耐航性および経済性の観点から非常に重要である。特に、荒天中を航行する場合には、その厳しい運航条件から船体および積載貨物の安全を確保するために減速および変針操船を余儀なくされることがある。このような判断は船舶運航者の経験に基づいて決定されるわけであるが、どの程度の操作量を与えれば安全に船舶を運航できるのかという基準を数値的に与えることができれば、船舶運航者にとって非常に有益な情報となる。

Fig. 2.1に本章で提案するBayes法による方向波スペクトル推定法と短期予測法を利用した船体応答の推定および予測に関する概念図を示す。まず、実船上で計測された船体動揺のクロススペクトルと理論計算から推定された船体動揺の応答関数を用いて遭遇している実海面の方向波スペクトルをBayes法により逆推定する。その後、この推定した方向波スペクトルを入力と考え、再度線形の入出力の仮定により、船体動揺および船体縦曲げ応力の推定・予測を行う。この手法の最大の利点は、知りたい応答の情報を計測器により直接計測することが必要ない点である。すなわち、船体縦曲げ応力などを推定・予測するためにはあらかじめ知りたい応答の応答関数のみを用意しておけばよい。それゆえに、本章において論じる船体応答の推定法および予測法を利用することは、緒論において論じたシンプルな計測システムによる実用的な安全運航支援システムの構築につながると考えられる。

なお、船体動揺のクロススペクトル解析法および応答関数の理論計算法の詳細は、Appendix 1 および Appendix 2 にそれぞれ記すこととする。

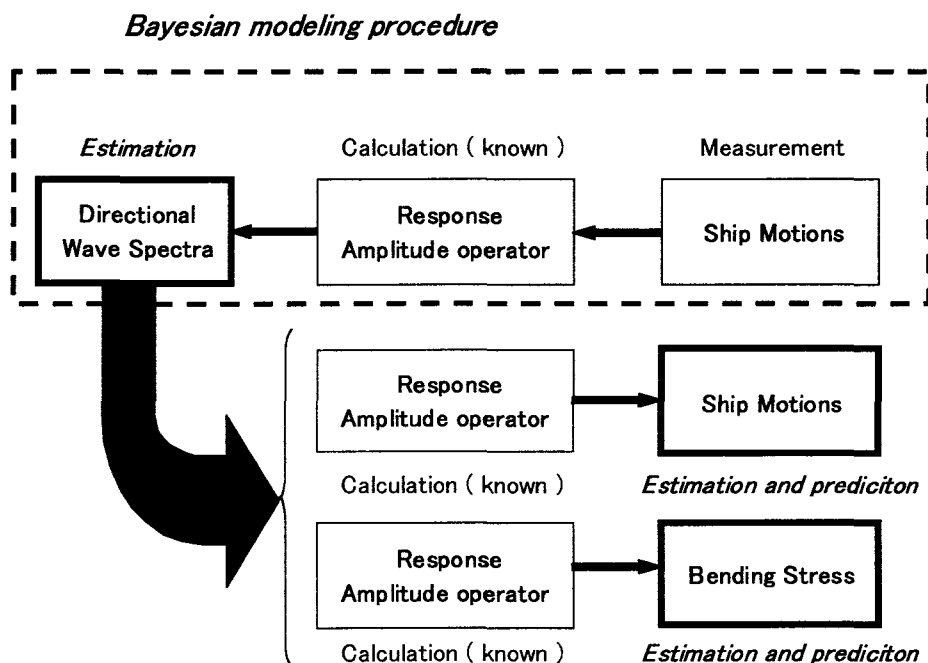


Fig. 2.1 Basic idea of the proposed method

2. 3 Bayes 法による方向波スペクトルの推定

本節では、本論文において重要な役割を果たす Bayes 法による方向波スペクトルの推定法について井関ら^{(32),(59),(60)}にしたがって詳細を記すこととする。

2. 3. 1 方向波スペクトルの推定

海洋波があらゆる方向から到来するすべての周波数を含む成分波の重ね合わせで表現できるとすれば、ある時間における固定点での海面変動量 $\eta(t)$ は方向波スペクトル $E(f, \chi)$ を用いて次式で表される。

$$\eta(t) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \cos\{2\pi ft + \varepsilon(f, \chi)\} \sqrt{2E(f, \chi)} df d\chi \quad (2.1)$$

ただし、 $\sqrt{2E(f, \chi)} df d\chi$ と $\varepsilon(f, \chi)$ は周波数 f で方向 χ から到来する成分波の振幅と位相である。

一方、船体動揺が波浪入力に対して線形応答であると仮定すると、ある波の出会い周波数 f_e における方向波スペクトル $E(f_e, \chi)$ と船体動揺のクロススペクトラム $\phi_{mn}(f_e)$ との関係は、一般に次のような式で表される。

$$\phi_{mn}(f_e) = \int_{-\pi}^{\pi} H_m(f_e, \chi) H_n^*(f_e, \chi) E(f_e, \chi) d\chi \quad (2.2)$$

ここで、 m と n は船体動揺の要素を表し、 $H_m(f_e, \chi)$ および $H_n^*(f_e, \chi)$ はそれぞれの動揺要素の応答関数を表す。また、 χ は波との出会い角を表している。

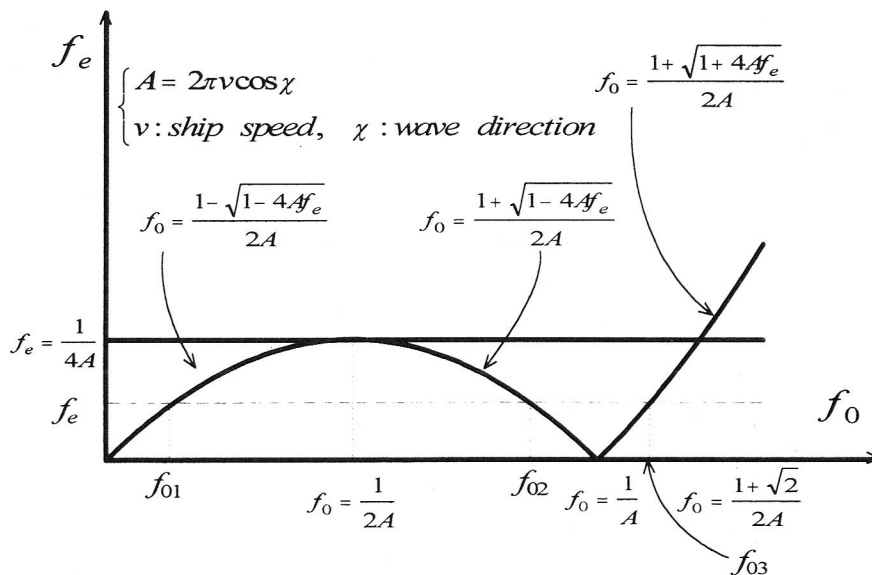


Fig. 2.2 Relationship between encounter wave frequencies and true wave frequencies

(2.2)式は出会い周波数ベースで表されているので、絶対周波数ベースに変換して解析を行う必要がある。しかしながら、追い波中を航行している場合において波の出会い周波数と絶対周波数が Fig. 2.2 に示すように一対一に対応しない。そこで、追い波に対応する項を付加して(2.2)式を次のように変換する。

$$\begin{aligned}
\phi_{ij}(f_e) = & \int_{-\pi/2}^{\pi} H_i(f_{01}, \chi) H_j^*(f_{01}, \chi) E(f_{01}, \chi) \left| \frac{df_{01}}{df_e} \right| d\chi \\
& + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H_i(f_{01}, \chi) H_j^*(f_{01}, \chi) E(f_{01}, \chi) \left| \frac{df_{01}}{df_e} \right| d\chi \quad (f_e < 1/4A) \\
& + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H_i(f_{02}, \chi) H_j^*(f_{02}, \chi) E(f_{02}, \chi) \left| \frac{df_{02}}{df_e} \right| d\chi \quad (f_e < 1/4A) \\
& + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} H_i(f_{03}, \chi) H_j^*(f_{03}, \chi) E(f_{03}, \chi) \left| \frac{df_{03}}{df_e} \right| d\chi \\
& + \int_{-\pi}^{-\pi/2} H_i(f_{01}, \chi) H_j^*(f_{01}, \chi) E(f_{01}, \chi) \left| \frac{df_{01}}{df_e} \right| d\chi
\end{aligned} \tag{2.3}$$

ここで、パラメータ A は次式で定義される。

$$A = \frac{2\pi v \cos \chi}{g} \tag{2.4}$$

ただし、 v は船速であり、 g は地球重力加速度を表している。

また、(2.3)式における右辺第2項から第4項は追い波時の寄与を表しており、絶対周波数と対応する3つの出会い周波数およびヤコビアンは次式でそれぞれ定義される。

$$\begin{aligned}
f_{01} = \frac{1 - \sqrt{1 - 4Af_e}}{2A}, \quad f_{02} = \frac{1 + \sqrt{1 - 4Af_e}}{2A}, \quad f_{03} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4Af_e}}{2A}, \\
\left| \frac{df_{01}}{df_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 - 4Af_e}}, \quad \left| \frac{df_{02}}{df_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 - 4Af_e}}, \quad \left| \frac{df_{03}}{df_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + 4Af_e}}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

出会い角 χ に関する積分範囲を K 個の微小区間に分け、 K を十分大きな数と仮定すれば、微小積分範囲内での変動量の応答関数および方向波スペクトルは一定と見なすことが可能である。したがって、(2.3)式は次式のように離散化することができる。

$$\begin{aligned}
\phi_{ij}(f_e) = & \Delta\chi \sum_{k=1}^K H_{ik}(f_{01}) H_{jk}^*(f_{01}) E_k(f_{01}) + \Delta\chi \sum_{k=1}^{K1} H_{ik}(f_{02}) H_{jk}^*(f_{02}) E_k(f_{02}) \\
& + \Delta\chi \sum_{k=1}^{K1} H_{ik}(f_{03}) H_{jk}^*(f_{03}) E_k(f_{03})
\end{aligned} \tag{2.6}$$

ただし、

$$\begin{aligned}
\Delta\chi = 2\pi / K, \quad E_k(f_0) = E(f_0, \chi_k), \quad \chi_k = -\pi + (k-1)\Delta\chi, \\
H_{ik}(f_0) = H_i(f_0, \chi_k), \quad H_{jk}^*(f_0) = H_j^*(f_0, \chi_k).
\end{aligned}$$

であり、 $K1$ は離散的積分範囲の中で追い波状態になるものの個数を表している ($K1 \sim K/2$)。

いま、任意の変動量として θ :縦揺れ角, ϕ :横揺れ角および η :絶対波高を計測するものとする、これらのクロススペクトルは 3×3 行列 $\Phi(f_e)$ となり、(2.6)式は次のようにマトリックス表示できる。

$$\Phi(f_e) = \mathbf{H}(f_{01})\mathbf{E}(f_{01})\mathbf{H}(f_{01})^T + \mathbf{H}(f_{02})\mathbf{E}(f_{02})\mathbf{H}(f_{02})^{*T} + \mathbf{H}(f_{03})\mathbf{E}(f_{03})\mathbf{H}(f_{03})^{*T} \quad (2.7)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \Phi(f_e) &= \begin{pmatrix} \phi_{\theta\theta}(f_e) & \phi_{\theta\phi}(f_e) & \phi_{\theta\eta}(f_e) \\ \phi_{\phi\theta}(f_e) & \phi_{\phi\phi}(f_e) & \phi_{\phi\eta}(f_e) \\ \phi_{\eta\theta}(f_e) & \phi_{\eta\phi}(f_e) & \phi_{\eta\eta}(f_e) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}(f_{01}) = \begin{pmatrix} H_{\theta 1}(f_{01}) & \cdots & H_{\theta K}(f_{01}) \\ H_{\phi 1}(f_{01}) & \cdots & H_{\phi K}(f_{01}) \\ H_{\eta 1}(f_{01}) & \cdots & H_{\eta K}(f_{01}) \end{pmatrix}, \\ \mathbf{E}(f_{01}) &= \begin{pmatrix} E_1(f_{01}) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & E_K(f_{01}) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}(f_{0i}) = \begin{pmatrix} H_{\theta 1}(f_{0i}) & \cdots & H_{\theta K_1}(f_{0i}) \\ H_{\phi 1}(f_{0i}) & \cdots & H_{\phi K_1}(f_{0i}) \\ H_{\eta 1}(f_{0i}) & \cdots & H_{\eta K_1}(f_{0i}) \end{pmatrix}, \\ \mathbf{E}(f_{0i}) &= \begin{pmatrix} E_1(f_{0i}) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & E_{K_1}(f_{0i}) \end{pmatrix}, \quad i=2,3, \end{aligned}$$

であり、 $\mathbf{H}(f_{01})$ は $3 \times K$ 行列、 $\mathbf{H}(f_{02}), \mathbf{H}(f_{03})$ は $3 \times K_1$ 行列、 $\mathbf{E}(f_{01})$ は $K \times K$ の対角行列、 $\mathbf{E}(f_{02}), \mathbf{E}(f_{03})$ は $K_1 \times K_1$ の対角行列である。また、記号(T)は転置行列を表すものとする。

クロススペクトル行列 $\Phi(f_e)$ はエルミート行列であるから上三角行列のみ扱えばよい。さらに、実数部と虚数部を分けて考え、誤差項を導入して表記すると、(2.7)式は次式のような線形回帰モデルで表すことができる。

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{W} \quad (2.8)$$

ここで、 \mathbf{B} はクロススペクトル $\Phi(f_e)$ の実数部と虚数部で構成されるベクトル、 \mathbf{A} は船体動揺の応答関数の理論値で構成される係数マトリックスおよび \mathbf{W} は問題を統計的に扱うために導入されたホワイトノイズをそれぞれ表す。また、 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ は離散化された方向波スペクトルから構成される未知ベクトルである。実際には、スペクトルは非負であるため $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ の各要素を次のように指数関数で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{x})^T &= (\exp(x_1) \cdots \exp(x_j)), \quad \exp(x_j) = E_j(f_{0i}), \\ i &= 1, 2, 3, \quad j = 1 - J, \quad J = K + 2 \times K_1. \end{aligned} \quad (2.9)$$

この線形回帰モデルは、方程式の数に比べて未知数が非常に多いため、一般的な最小二乗法による求解が不可能である。

2. 3. 2 Bayes 型推論法による未知係数ベクトルの推定

(2.8)式における未知ベクトル $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ を推定するために、赤池博士により定式化された Bayes 的推論法⁽⁶¹⁾を援用する。

この手法に従えば、(2.8)式の尤度関数と適当に仮定された事前分布との積を最大化する未知係数ベクトルを方向波スペクトルの最良推定量とすればよいことになる。いま、 L 個の離散的出会い周波数を考慮するものとすれば、このモデルの尤度関数は \mathbf{W} が平均 0, 分散 σ^2 の正規分布に従うという仮定から次式のように表される。

$$L(\mathbf{x}|\sigma^2) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{9L/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\|\mathbf{A}\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{B}\|^2\right] \quad (2.10)$$

ただし、 $\|\mathbf{a}\|$ はベクトル \mathbf{a} のノルムである。

また、事前分布として方向波スペクトルの推定量が波との出会い角 χ と絶対周波数 f_0 に対して滑らかに変化するという条件を課す。具体的には、次式で表される 2 次の階差の総和が大きくないという確率分布である。

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \varepsilon_{1mn}^2 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (x_{m,n-1} - 2x_{mn} + x_{m,n+1})^2 \quad (2.11)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \varepsilon_{2mn}^2 = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M (x_{m-1,n} - 2x_{mn} + x_{m+1,n})^2 \quad (2.12)$$

ただし、 M と N はそれぞれ離散的波周波数と離散的出会い角の数を表している。

さらに、船体運動の応答振幅が小さい部分において方向波スペクトルが過大に推定される傾向を抑制するために次式で表される条件も考慮する。

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \varepsilon_{3mn}^2 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (x_{m,n} - x_0)^2 \quad (2.13)$$

ただし、 x_0 は $x_{m,n}$ の初期値である。

いま、 ε_{lmn} ($l=1,2,3$) が平均 0, 分散 σ^2/u^2 の正規分布に従うと仮定すれば、事前分布 $P(\mathbf{x})$ は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x}) &= \left(\frac{u^2}{2\pi\sigma^2}\right)^{3MN/2} \exp\left[-\frac{u^2}{2\sigma^2} \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \varepsilon_{lmn}^2\right] \\ &= \left(\frac{u^2}{2\pi\sigma^2}\right)^{3MN/2} \exp\left[-\frac{u^2}{2\sigma^2}\|\mathbf{D}\mathbf{x}\|^2\right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

ここで、 \mathbf{D} は事前分布を表すマトリックス、 u^2 はハイパーパラメータと呼ばれるものでありモデルの適合度と事前分布で与えられた性質のバランスを決める重み係数である。

ハイパーパラメータ u^2 の決定は、測定されたデータから仮定したモデル分布と真のモデル分布との距離を与える *ABIC*(赤池の Bayes 型情報量基準 : Akaike's Bayesian Information Criterion)

$$ABIC = -2 \log \int L(\mathbf{x} | \sigma^2) P(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2.15)$$

の最小化によって行う。

したがって、Bayes的手法により未知パラメータ $F(\mathbf{x})$ を決定するためには、(2.10)式および(2.14)式より種々の u^2 について

$$L(\mathbf{x} | \sigma^2) P(\mathbf{x}) = \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^{9L/2} \left(\frac{u^2}{2\pi\sigma^2} \right)^{3MN/2} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \|\mathbf{A}F(\mathbf{x}) - \mathbf{B}\|^2 + u^2 \|\mathbf{D}\mathbf{x}\|^2 \right\} \right] \quad (2.16)$$

を最大にする \mathbf{x} を求め、その中で $ABIC$ を最小にする \mathbf{x} を選ばばよい。

ところで、(2.16)式の指数部分に着目すれば、この式の最大化は

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{A}F(\mathbf{x}) - \mathbf{B}\|^2 + u^2 \|\mathbf{D}\mathbf{x}\|^2 \quad (2.17)$$

を最小化すれば良いことがわかる。さらに、前述のように $F(\mathbf{x})$ の各要素が指数関数であることから、(2.17)式の右辺第1項は \mathbf{x} に関して非線形であることもわかる。そのため、(2.17)式を線形化する必要がある。初期値 \mathbf{x}_0 が \mathbf{x} の推定値 $\hat{\mathbf{x}}$ に十分近いものとして、 $F(\mathbf{x})$ を \mathbf{x}_0 のまわりで Taylor 展開すれば、

$$F(\mathbf{x}) \cong F(\mathbf{x}_0) + E(\mathbf{x}_0)(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \quad (2.18)$$

ただし、

$$E(\mathbf{x}) = \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \exp(x_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \exp(x_2) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \exp(x_k) \end{pmatrix}$$

となるので、(2.18)式を(2.17)式に代入すれば、

$$J(\mathbf{x}) = \|\hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} - \hat{\mathbf{B}}\|^2 + u^2 \|\mathbf{D}\mathbf{x}\|^2 = \left\| \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{A}} \\ u\mathbf{D} \end{pmatrix} \mathbf{x} - \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{B}} \\ 0 \end{pmatrix} \right\|^2 \quad (2.19)$$

ただし、

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A}E(\mathbf{x}_0), \quad \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} - \mathbf{A}F(\mathbf{x}_0) + \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x}_0, \quad E(\mathbf{x}) \equiv \frac{\partial F(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}$$

なる式が実際に解く式として得られる。

実際の計算においては、適当な初期値 \mathbf{x}_0 を与え、(2.19)式を最小二乗法⁽⁶²⁾によって解き、得られた \mathbf{x} を新しい \mathbf{x}_0 として繰り返し計算を行い、収束した \mathbf{x} の値を(2.15)式を最大化する推定値としている。

2. 3. 3 数値計算技法

計算精度と安定性を向上させるための手法として以下の2つの技法を導入する。

第1番目は、推定された方向波スペクトルの可逆性を保証するための条件式を線形回帰モデル(2.8)式に加えた点である。

$$\Delta f_e \sum_{l=1}^L \phi_{ill} = \Delta \chi \Delta f_0 \sum_{k=1}^K \sum_{m=1}^M H_{ikm} H_{ikm}^* E_{km} \quad (2.20)$$

ただし、

$$\phi_{ijl} = \phi_{ij}(\Delta f_e \cdot l), \quad H_{ikm} = H_{ik}(\Delta f_0 \cdot m), \quad H_{ikm}^* = H_{ik}^*(\Delta f_0 \cdot m).$$

(2.20)式の左辺は計測された船体運動のクロススペクトルの分散(面積)を表しており、右辺は方向波スペクトルから計算された船体運動スペクトルのスペクトルの分散を表している。Bayes法では、(2.19)式を最小二乗法によって解いているため、ハイパーパラメータの値によっては(2.8)式が満足される度合いが低くなる。この条件式に適当な重み係数を乗じて(2.8)式と同時に解くことにより推定された方向波スペクトルの可逆性が保証されることになる。

第2番目は、計測された船体運動のクロススペクトルをその分散で無次元化することである。これにより、推定誤差を正規化することができる。無次元化されたクロススペクトルを $\hat{\phi}_{ij}(f_e)$ とすれば、具体的な計算は次式によって行われる。

$$\hat{\phi}_{ij}(f_e) = \phi_{ij}(f_e) / \text{Var}[\phi_{ij}(f_e)] \quad (2.21)$$

ここで、 $\text{Var}[\]$ は分散を表し、有限離散 Fourier 変換を用いたスペクトルの分散は近似的に以下のように与えられる⁽⁶³⁾。

$$\text{Var}[C_{ij}(f_e)] \cong \frac{1}{2} \{ \phi_{ii}(f_e) \phi_{jj}(f_e) + C_{ij}(f_e)^2 - Q_{ij}(f_e)^2 \} \quad (2.22)$$

$$\text{Var}[Q_{ij}(f_e)] \cong \frac{1}{2} \{ \phi_{ii}(f_e) \phi_{jj}(f_e) - C_{ij}(f_e)^2 + Q_{ij}(f_e)^2 \} \quad (2.23)$$

ただし、 $C_{ij}(f_e)$ および $Q_{ij}(f_e)$ はそれぞれコ・スペクトルおよびクオドラチャ・スペクトルを表している。

2. 4 船体縦曲げ応力の推定

ここで、与えられた方向波スペクトルから船体の任意の位置における縦曲げ応力を求める手順は以下のとおりである。

(1) 船体縦曲げモーメントの応答関数の推定

船体動揺の応答関数を求める方法とほぼ同じ計算によって船体縦曲げモーメントの応答関数を計算することができる。具体的には、前項で述べた船体動揺の応答関数の計算と同様に、Close Fit 法を用いた N.S.M.に基づいて、上下揺、縦揺から船体縦曲げモーメント、せん断力の応答関数を計算している⁽⁶⁴⁾。ここでは、計算結果の一例として東京商船大学付属練習船汐路丸の船体中央部における船体縦曲げモーメントの応答関数を Figs. 2.3 に示す。

(2) 応力を求めたい位置における断面係数の計算

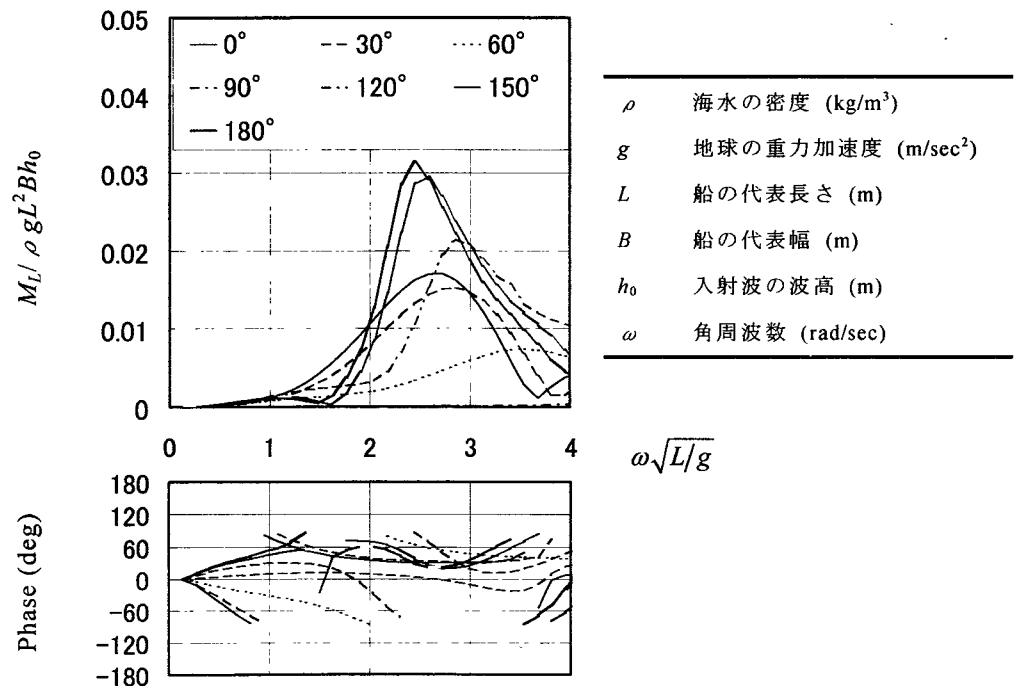
船体中央横断面中の縦強度部材をすべて抽出し、船体の縦曲げに関する中立軸とその軸まわりの断面 2 次モーメントを各部材ごとに計算し、その結果を合計して断面全体の断面 2 次モーメント I を求める。さらに、縦曲げ応力を求めたい場所の中立軸からの距離 y を計測し、次式により断面係数を計算する。

$$z = I / y \quad (2.24)$$

(3) 船体縦曲げ応力の推定

船体の任意位置における縦曲げ応力 σ_L は梁理論に基づき、(1)で求めた船体縦曲げモーメント M_L と(2)で求めた断面係数 z を用いて次式で求めることができる。

$$\sigma_L = M_L / z \quad (2.25)$$



Figs. 2.3 Example of estimated response amplitude operator for longitudinal bending moment
[Froude number = 0.24, ITTC coordinate system]

2. 5 解析結果と考察

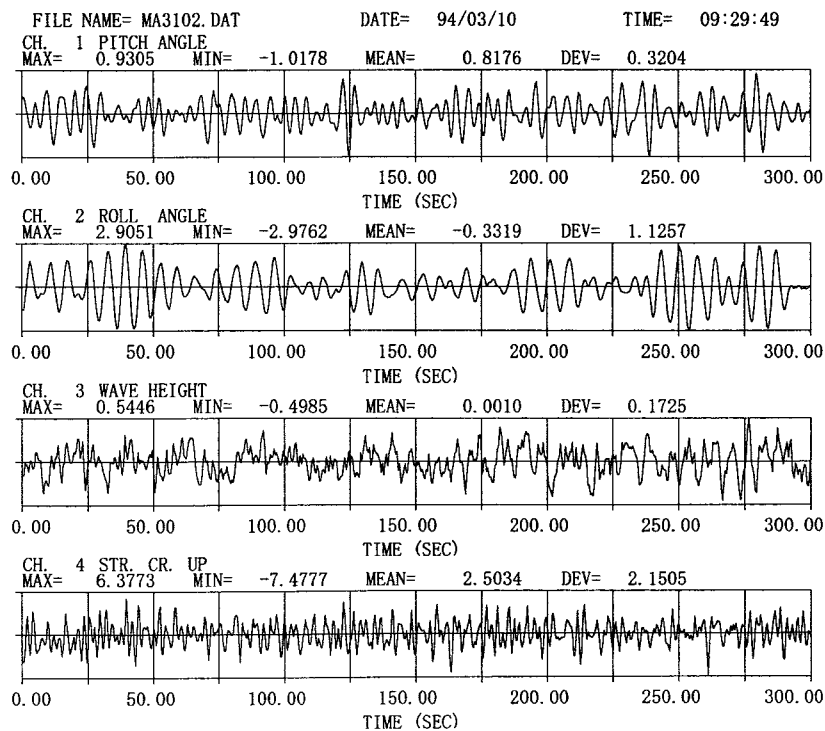
2. 5. 1 実船実験

解析に使用した船体動揺データは、東京商船大学付属練習船汐路丸（主要目を Table 2.1 に示す）の実験航海時に収録されたものであり、平成 2 年から平成 5 年の間に計測された 42 の時系列データである。各時系列データは、サンプリング周期 0.5 秒で収録されており、データ点数は 600 から 720 である。

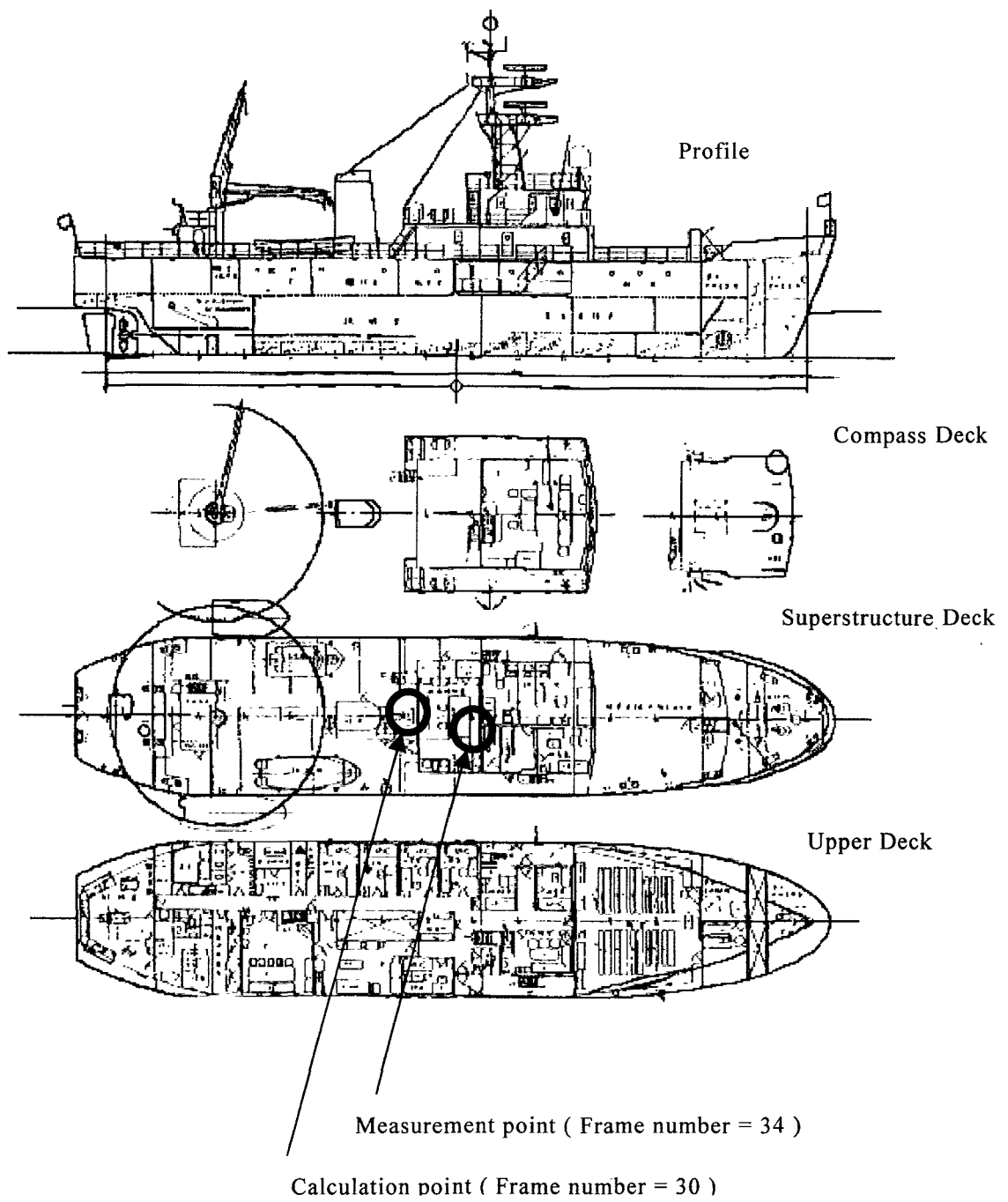
Table 2.1 Principal particulars

Length (P.P.)	46.00m
Breadth (M _{LD})	10.00m
Depth (M _{LD})	6.10m
Draught (M _{LD})	3.00m
Displacement	785.0t
Section modulus	0.632m ³

Fig. 2.4 に解析に用いた時系列データの一例を示す。この図に示した時系列は、上から順に、船体動揺総合計測装置によって計測された縦揺れ角および横揺れ角、マイクロ波式波高計によって計測された船首絶対波高、全通船楼甲板の中央部付近に貼付された歪ゲージ (Figs. 2.5 に貼付け位置の詳細を示す。) によって計測された船体歪を表している。なお、このデータの収録時には、190 度の方位から波高約 0.4(m)、出会い周期約 6 秒のうねりが目視観測されており、汐路丸は斜め追い波状態で直進していたと記録されている。



Figs. 2.4 Typical time histories of measured data



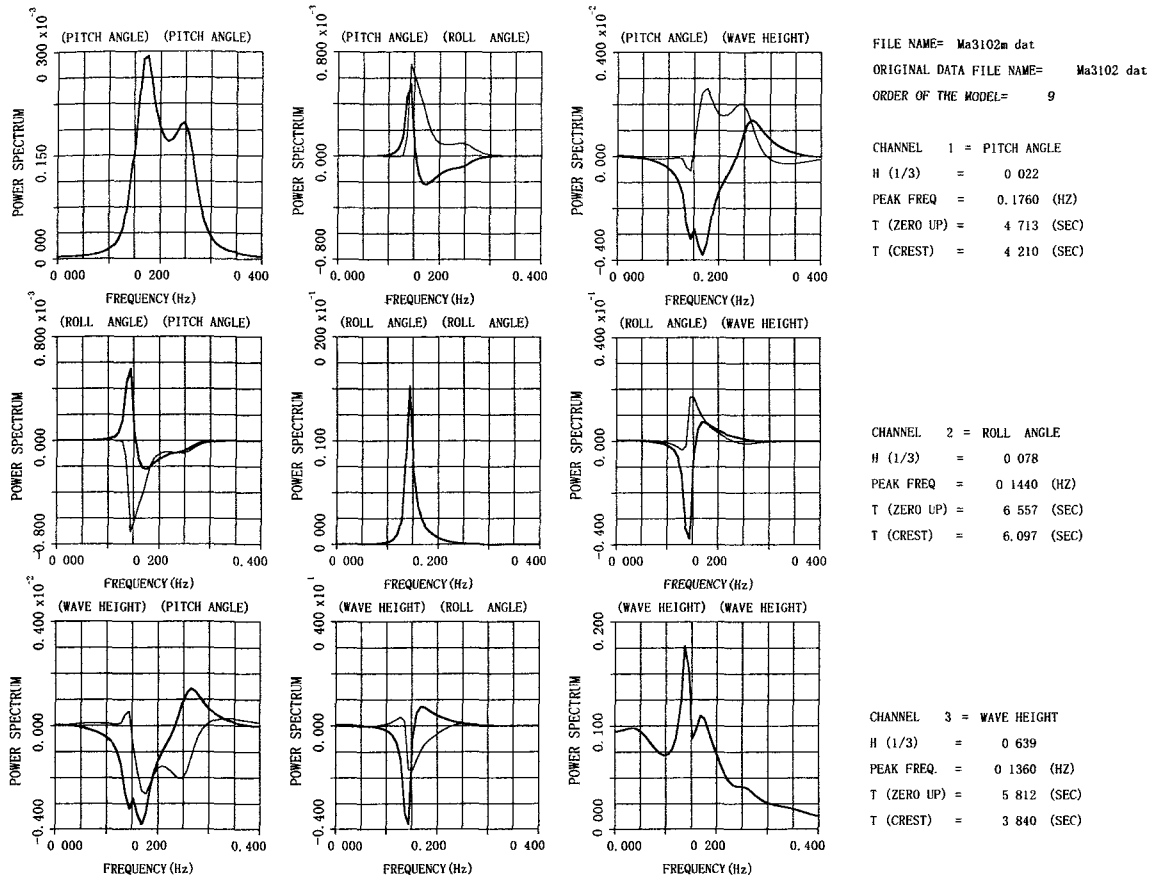
Figs. 2.5 Point of measurement of strain

2. 5. 2 方向波スペクトルの推定結果

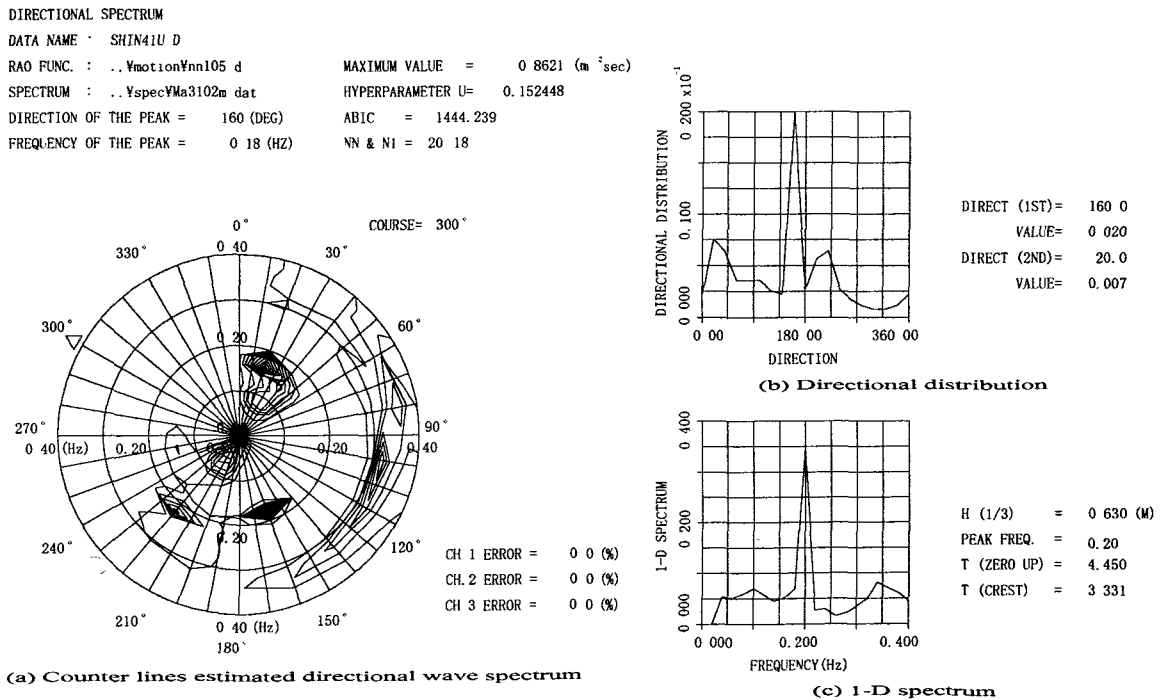
方向波スペクトルの推定は縦揺れ角，横揺れ角および船首絶対波高のデータを使用して行った。

Figs. 2.6 には、Figs. 2.4 のデータに対して、SVAR モデルによるクロススペクトル解析を行った結果を示している。図は対角線上に縦揺れ角，横揺れ角および船首絶対波高のデータのオートスペクトルを表し、それ以外に各クロススペクトルを示している。これらの図において、横軸は出会い周波数であり、縦軸はスペクトル密度である。図中の太線はクロススペクトルの実部であり、細線は虚部を表している。また、図の欄外には各データのオートスペクトルの面積から推定した統計量[H (1/3) : 有義値, T (ZERO UP) : ゼロアップクロス周期, T (CREST) : 極値間周期]とピーク周波数を記している。固有周期の弱いすなわち波浪外力の影響を顕著に受ける縦揺れ角の出会い周波数ベースのスペクトルにおいては、向かい波状態では高周波数側に裾野が広く伸びた形状となり、追い波状態では低周波数側に圧縮されたようなスペクトルの形となる。Figs. 2.4 のデータが斜め追い波状態において収録されたことを考慮すると、Figs. 2.6 における縦揺れ角の結果は、この傾向をよく示している。縦揺れ角および船首絶対波高のオートスペクトルから、周期の異なる2つの成分が卓越していることがわかる。固有周期の強い横揺れ角のオートスペクトルにおいては、船体はその船の固有周期で運動していることがよく表されている。クロススペクトル性質から対応するデータの組み合わせ（例えば、縦揺れ角/横揺れ角と横揺れ角/縦揺れ角）の虚数部は正負になるが、解析結果はこのことをよく表している。

Figs. 2.7(a)-(c) に、Figs. 2.5 で示したクロススペクトルから推定した方向波スペクトルを示す。Figs. 2.7(a) は、方向波スペクトルを等高線で表したものであり、半径方向に絶対周波数、円周方向に方位角を表している。この図から、目視観測による波向きとほぼ同じ方向に方向波スペクトルのピークが存在することがわかる。Figs. 2.7(b) は、推定した方向波スペクトルを周波数に関して積分することによって求めた方向分布を表している。この図において、横軸は絶対周波数であり、縦軸は方向分布である。この図から 160° 方向からの寄与が卓越していることがわかる。Figs. 2.7(c) は、推定した方向波スペクトルを方位角に関して積分することによって求めた1次元スペクトルを表している。この図において、横軸は絶対周波数であり、縦軸はスペクトル密度である。この図から推定した方向波スペクトルのピーク周波数は 0.2 (Hz) にあることがわかる。さらに、図の欄外に示した有義値が 0.63 (m) であることから、Figs. 2.4 で示した波高計の有義値とほぼ一致していることがわかる。



Figs. 2.6 Cross-spectra of ship motions and wave height



Figs. 2.7 Estimated directional wave spectra

Fig. 2.8 は、すべてのデータの目視観測による波向きと Bayes 法により推定した波向きとの相関を表している。なお、ここでの推定された波向きとは、推定された方向波スペクトルを周波数について積分し、得られた方向分布の最大のピークが存在する方向（図中における Wave Dir.1）および二番目に大きいピークが存在する方向（図中における Wave Dir.2）を指している。図の横軸は観測値であり、縦軸は推定値である。ただし、絶対波向きによる推定値は実験海域の性質から一方向に偏ることになるので、この図では正面向い波状態を 0 度とする相対波向きで示している。この図から、Bayes 法による方向波スペクトルの推定値は観測値と大体一致していることがわかる。解析に用いたデータの動揺振幅が必ずしも大きくはなく、したがって船体を波浪計とみなすには十分な実験条件ではなかったことを考慮すると、波向きを概略推定する場合には Bayes 法は非常に有効であることがわかる。

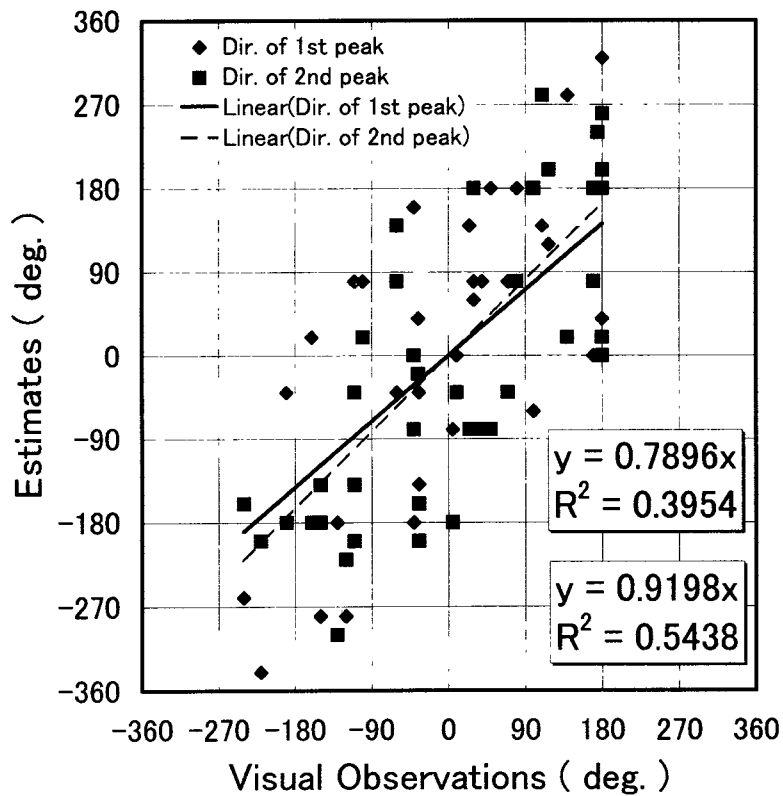


Fig. 2.8 Scatter diagram of wave directions

2. 5. 3 船体縦曲げ応力のパワースペクトル

前節で述べたように、方向波スペクトルと船体縦曲げ応力の間に関係を仮定すると、方向波スペクトルの推定結果と理論的に計算された応答関数を用いて、船体縦曲げ応力のスペクトルを推定することが可能である。そこで、本項では提案する手法の有効性を周波数ベースで検討する。Fig. 2.9 はその一例であり、汐路丸が斜め追い波状態で直進している場合の出会い周波数ベースの実測値と推定値の比較を示している。図中の実線は歪ゲージの実測値に基づく船体縦曲げ応力のパワースペクトルであり、破線は Bayes 法によって推定された方向波スペクトルと船体縦曲げ応力の応答関数を用いて求められたパワースペクトルを出会い周波数ベースに変換した結果を示している。ただし、船体縦曲げモーメントの応答関数は船体動揺の応答関数と同様に、Close Fit 法を用いて 2 次元流体力を求めた N.S.M. によって理論的に計算されたものであり、曲げ応力を求めるための断面係数は歪ゲージ貼付位置付近の船体横断面図より計算されたものである。これらの結果を比較すると、パワースペクトルの面積は少なからず異なっているが、ピーク値が存在する周波数近傍においては、推定結果は十分な精度を有していることがわかる。計測値と推定値の面積に若干のずれが生じた理由としては、実測値は船体振動や撓みの影響を受けていると同時に、船体前後方向の軸力や、歪ゲージが船体中心線上に取り付けられていないために生ずる横曲げ応力が計測値に含まれていることが考えられる。

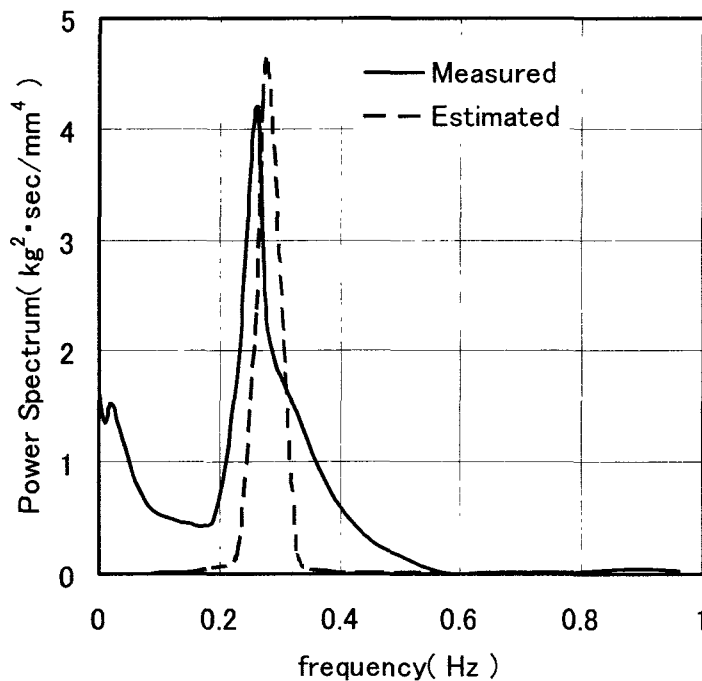


Fig. 2.9 Comparison of longitudinal bending stress power spectra

2. 5. 4 船体縦曲げ応力の有義値

前項で示したように、方向波スペクトルの推定結果と理論的に計算された応答関数を用いて、船体縦曲げ応力のスペクトルをある程度の精度で推定できることが確認された。ここでは、船体縦曲げ応力の有義値に着目し、実測値と推定値の相関について考察する。Fig. 2.10 は本章で用いた全データの相関図であり、横軸は歪ゲージの時系列データから計算された縦曲げ応力の有義値、縦軸は推定された縦曲げ応力のスペクトルから計算された有義値を示している。計測値と推定値は若干ばらついてはいるものの、図中に示されるように、線形回帰式は決定係数 R^2 が約 0.6 で正の相関を持っていることがわかる。前項で述べたように、実測値が船体振動や横曲げ応力の影響を受けていることを考慮すると、縦曲げ応力の推定式を高精度化することにより相関の度合いを十分に高めることが可能であると考えられる。

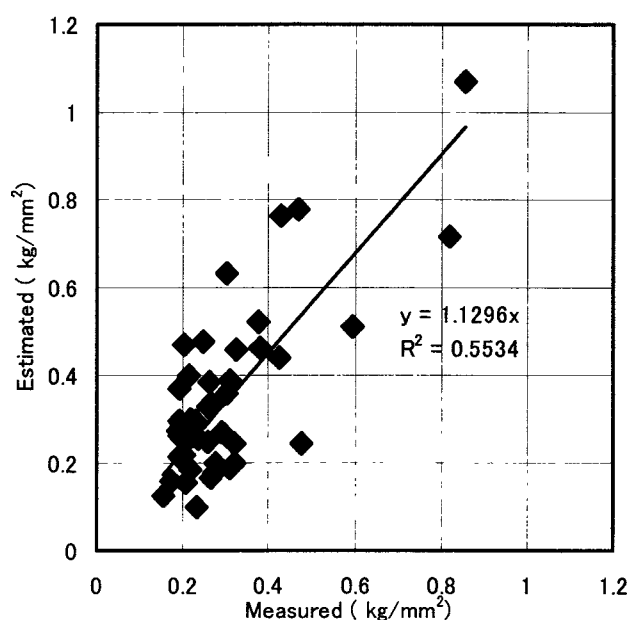


Fig. 2.10 Scatter diagram of the bending stresses

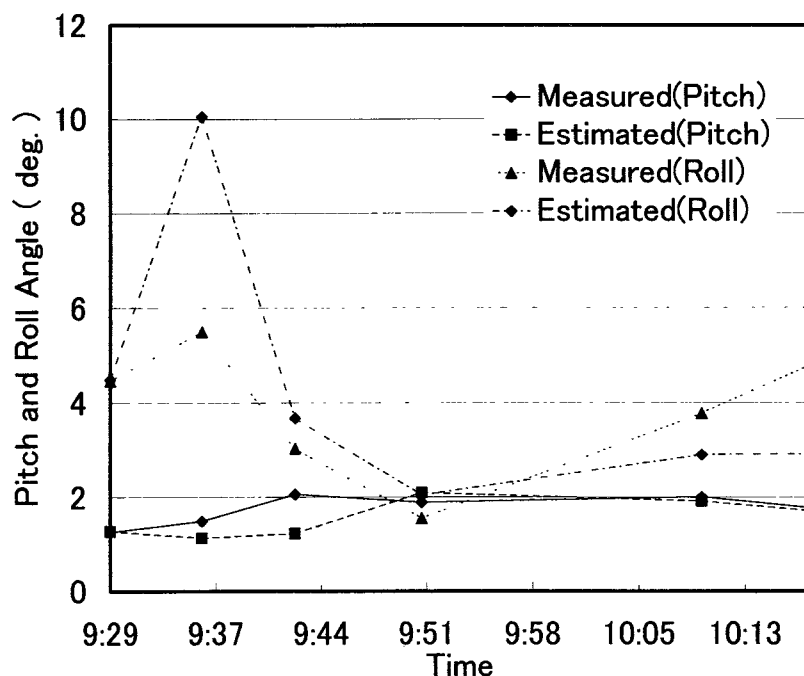
2. 5. 5 船体動揺および船体縦曲げ応力の予測

前項では、船体縦曲げ応力の有義値に着目し、実測値と推定値の相関について考察したが、ここでは変針・増減速後の船体縦曲げ応力やその他の船体応答の変化を予測することを試みる。すなわち、船体まわりの波浪が定常であると仮定すると、ある時刻において逆推定された方向波スペクトルを用いて、あらゆる変針・増減速に対する船体動揺および船体縦曲げ応力等の変化を理論的に予測することが可能である。前項では船体縦曲げ応力の有義値を直接比較したのに対し、ここでは有義値の変化の傾向を予測することが主眼となる点異なる。Table 2.2 に針路と船速を種々変化させて行った一連の実験の概要を示す。この表中の 9 時 29 分のデータから方向波スペクトルを逆推定し、その結果のみを用いて以後の操船に対する船体動揺や船体縦曲げ応力の変化を予測したものを Figs.2.11(a)および Figs.2.11(b)に示す。Figs.2.11(a)は縦揺れ角および横揺れ角の有義値の変化を予測した結果

と実際に変針・増減速を行った後の有義値とを比較した図であり、Figs.2.11(b)は船体縦曲げ応力について同様に比較した図である。前述のように、船体縦曲げ応力の実測値は船体振動や横曲げ応力の影響を受けているために、変針・増減速に対して推定値ほど大きく変化してはいるが、縦揺れ角および横揺れ角の有義値の変化はかなりの精度で推定できていることがわかる。

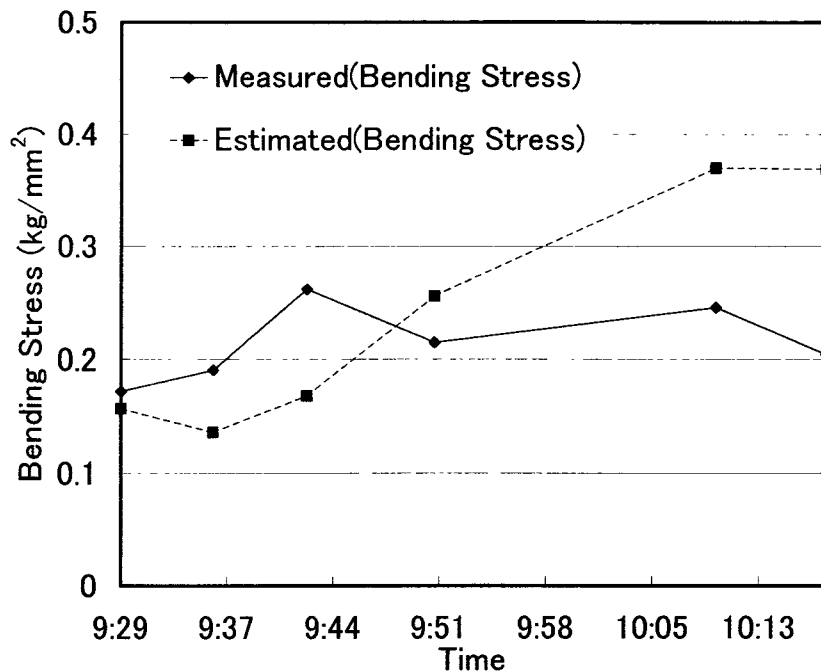
Table 2.2 Ship courses and speeds

Time stamp	Course	Speed	Angle of encounter (ITTC coordinate system)
9:29	300(deg)	10.5(knots)	70(deg)
9:36	330(deg)	10.2(knots)	40(deg)
9:42	0(deg)	10.1(knots)	10(deg)
9:51	30(deg)	10.4(knots)	350(deg)
10:10	60(deg)	10.5(knots)	320(deg)
10:17	90(deg)	11.0(knots)	290(deg)



(a) Results for ship motions (pitching and rolling)

Figs. 2.11 Results of the short-term prediction for ship responses



(b) Results for the longitudinal bending stress

Figs. 2.11 Results of the short-term prediction for ship responses

2. 6 結言

本章では、実用的な安全運航支援システムを開発することを念頭において、Bayes 法で逆推定した方向波スペクトルから直接計測することなしに船体縦曲げ応力の推定・予測および船体動揺の予測を試みた。推定値と実際の計測値とを比較することにより、次のような知見を得た。

- (1) 方向波スペクトルを精度良く逆推定できれば、船体縦曲げ応力の推定したパワースペクトルと歪ゲージによって計測されたパワースペクトルは良く一致する。従って、そのパワースペクトルから得られる有義値についても良く一致し、船体縦曲げ応力は直接計測することなく推定することが可能である。
- (2) さらに、遭遇している波浪が定常であるならば、変針・増減速後における船体動揺および縦曲げ応力の有義値は概略予測することができる。

ただし、これらの結論は、方向波スペクトルの逆推定の精度に大きく依存している。従って、信頼性の高い方向波スペクトルが推定できているかどうかを判定する条件を明らかにすることが必要である。また、応答関数は三次元理論等を用いることにより高精度化することが必要である。さらに、船体縦曲げ応力の推定・予測については、横曲げモーメント、前後方向の軸力および船体振動などの影響を考慮した計算法を確立することが必要である。これらの課題を克服することにより、信頼性の高い実用的な安全運航支援システムの開発が実現できると考えられる。

第3章 非定常確率過程としての船体動揺の解析

3.1 緒言

前章においては、海洋波および船体応答の挙動が定常確率過程であると仮定して、方向波スペクトルの推定および船体応答の予測を行った。しかしながら、実際の船舶運航においては、変針・増減速などの操船により船体と波浪との出会い関係が変化するため、船体応答が定常確率過程と見なせない場合が少なからず生じる。したがって、船舶運航者が船体の動揺特性を正確に把握し、適切な操船判断を下すための安全運航支援システムを構築するためには、船上で計測された非定常な時系列データに対して適切な統計処理をオンラインで施し、理論的に船体応答を予測することが必要である。

本章では、T-VVAR モデルによる時系列解析の手法を逐次型アルゴリズムに変換し、オンライン処理が行えるように拡張するとともに、実船実験で得られた非定常な時系列に対して瞬間クロススペクトル解析を実施する^{(51),(52)}。この場合において、Kitagawa & Gersch⁽⁴⁹⁾と同様に安定した瞬間クロススペクトルを推定することを目的として、時間領域において非定常時系列データに対する適切な統計処理を施す。具体的には、時間とともに変化する時系列のトレンド成分および分散をトレンドモデルおよび時変分散モデルにより時々刻々推定し、トレンド成分を除去した時系列の時変分散の平方根（以後、「時変標準偏差」と呼ぶ。）を用いた規格化を行う^{(55),(56)}。また、変針操船を行った場合における船体動揺データのような急変する時系列に対応する計算アルゴリズムを提案する。

提示した手法の有用性を検証するために、2つの定常状態および変針時の非定常状態からなる実船の動揺データを用いて解析を行う。具体的な検討項目を以下に示す。

- (1) 計測した時系列に対する瞬間クロススペクトルの推定結果
- (2) 規格化した時系列に対する瞬間クロススペクトルの推定結果
- (3)トレンドや時変分散が解析結果に及ぼす影響
- (4) 時系列の急変に対応する計算アルゴリズムの効果

これらの手法を採用することにより瞬間クロススペクトルを推定するための計算時間を短縮することが可能となるとともに、急激に変化する時系列に対する時変係数の追従性を向上させることができることを示す。

3. 2 時変係数多変量自己回帰モデルによる瞬間クロススペクトル解析

3. 2. 1 瞬間クロススペクトルの推定

一般に、非定常な k 変量時系列 $\mathbf{y}(n)$ に対する T-VVAR モデルは、次のように定義される。

$$\mathbf{y}(n) = \sum_{l=1}^p \mathbf{A}_l(n) \mathbf{y}(n-l) + \mathbf{u}(n) \quad (3.1)$$

ここで、 $\mathbf{A}_l(n)$ は時刻 n におけるラグ l の T-VVAR 係数マトリックスであり、時間によって変化する。また、 $\mathbf{u}(n)$ は平均 0、分散共分散マトリックス Σ_n の k 変量正規分布に従う白色雑音で、 $\mathbf{y}(m), (n > m)$ に対して独立であるものとする。

未知の T-VVAR 係数マトリックスは各時刻において $k \times k \times p$ の大きさであるから、時々刻々のモデルの当てはめにおいては膨大な演算量と記憶容量が必要となる。そこで、Akaike⁽⁶⁵⁾ならびに Kitagawa & Akaike⁽⁶⁶⁾ に従い、同時応答を含む T-VVAR モデルを導入して計算の効率化を図る。同時刻の応答を含む T-VVAR モデルは次の形で定義される。

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{D}(n) \mathbf{y}(n) + \sum_{l=1}^p \mathbf{B}_l(n) \mathbf{y}(n-l) + \boldsymbol{\varepsilon}(n) \quad (3.2)$$

ただし、 $\boldsymbol{\varepsilon}(n)$ は平均値 0、分散共分散マトリックス \mathbf{Q} の k 変量正規分布に従う白色雑音であり、

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}(n) &= (\varepsilon_1(n), \varepsilon_2(n), \dots, \varepsilon_k(n))^T, \\ \mathbf{Q} &= \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_k^2) \end{aligned} \quad (3.3)$$

のように表される。また、 $\mathbf{D}(n)$ と $\mathbf{B}_l(n)$ はそれぞれ時刻 n での同時応答マトリックスと係数マトリックスで、

$$\mathbf{D}(n) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_{210}(n) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{k10}(n) & \dots & b_{k(k-1)0}(n) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_l(n) = \begin{bmatrix} b_{11l}(n) & \dots & b_{1kl}(n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{k1l}(n) & \dots & b_{kkl}(n) \end{bmatrix}$$

という形で表される。

同時応答を含む T-VVAR モデルを用いる最大の利点は、 $\varepsilon_i(n)$ と $\varepsilon_j(n)$, ($i \neq j$) が互いに独立であると仮定することによって、このモデルは

$$\begin{aligned} y_i(n) &= \sum_{j=1}^k \sum_{l=0}^p b_{ijl}(n) y_j(n-l) + \varepsilon_i(n), \\ (i &= 1, 2, \dots, k) \end{aligned} \quad (3.4)$$

のように k 個の独立したモデルを別々に当てはめる問題に帰着でき、計算効率の飛躍的な向上が望める点にある。ここで、 $b_{ijl}(n)$ は不規則な確率変数と考えることができるが、モデルの推定を安定に行うために平滑化事前分布を導入する。平滑化事前分布は $b_{ijl}(n)$ が滑らかに変化するという仮定を設けるもので、各時間ステップにおける $b_{ijl}(n)$ の q 階差分が平均値 0、未知分散 τ_{ijl}^2 の正規白色雑音 $v_{ijl}(n)$ に等しいとおくことで次のように表される。

$$\begin{aligned}\nabla^q b_{ijl}(n) &= v_{ijl}(n), \\ (i, j &= 1, 2, \dots, k; l = 0, 1, \dots, p)\end{aligned}\tag{3.5}$$

ここで、

$$\begin{aligned}\nabla b_{ijl}(n) &= b_{ijl}(n) - b_{ijl}(n-1), \\ \nabla^q b_{ijl}(n) &= \nabla^{q-1}(\nabla b_{ijl}(n))\end{aligned}$$

である。

未知分散 τ_{ijl}^2 はモデルの適合度と係数の滑らかさのトレードオフをコントロールするハイパーパラメータと考えることもできる。なお、この未知分散 τ_{ijl}^2 は Jiang & Kitagawa⁽⁵⁰⁾により時間不変として取り扱うことが可能であることが示されている。この理論的根拠を Jiang & Kitagawa⁽⁵⁰⁾に倣って Appendix 3 に示す。

(3.1)式と(3.2)式における T-VVAR 係数マトリックスおよび分散共分散マトリックスの間には、次の関係がある。

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_l(n) &= (\mathbf{I} - \mathbf{D}(n))^{-1} \mathbf{B}_l(n), \quad (l = 1, 2, \dots, p), \\ \Sigma(n) &= (\mathbf{I} - \mathbf{D}(n))^{-1} \mathbf{Q} (\mathbf{I} - \mathbf{D}(n))^{-T}\end{aligned}\tag{3.6}$$

ただし、 \mathbf{I} は次のように定義される $k \times k$ の単位マトリックスである。

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}.$$

時々刻々推定される T-VVAR 係数マトリックスを用いて、瞬間クロススペクトルマトリックスは次のように定義される。

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(f, n) &= \mathbf{A}(f, n)^{-1} \Sigma \mathbf{A}^*(f, n)^{-T} \\ -\frac{1}{2\Delta t} &\leq f \leq \frac{1}{2\Delta t}\end{aligned}\tag{3.7}$$

ただし、 $\mathbf{A}(f, n)$ は $\mathbf{A}_l(n)$ の Fourier 変換であり、 $\mathbf{A}_0(n) = -\mathbf{I}$ として、

$$\mathbf{A}(f, n) = \sum_{l=0}^p \mathbf{A}_l(n) e^{-2\pi i f l}, \quad (i = \sqrt{-1})\tag{3.8}$$

で計算される。また、 $\mathbf{A}^*(f, n)$ は $\mathbf{A}(f, n)$ の共役複素数マトリックスである。なお、この Fourier 変換には、Appendix 2 の場合と同様に Goertzel 法を用いた。

3. 2. 2 Kalman フィルタによる自己回帰係数の逐次算出

ここでは、同時応答を含む T-VVAR モデルの時変係数を平滑化事前分布を考慮しながら逐次的に推定する方法について述べる。前節の(3.4)式および(3.5)式の状態空間表現は、次のように表される。

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(n) &= \mathbf{F}\mathbf{x}(n-1) + \mathbf{G}\mathbf{w}(n) \\ y_i(n) &= \mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n) + \varepsilon_i(n), \quad (i=1, 2, \dots, k)\end{aligned}\tag{3.9}$$

ここで、

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(n) &= (b_{i10}(n), \dots, b_{i(i-1)0}(n), b_{i11}(n), \dots, b_{i1p}(n), \dots, b_{ik1}(n), \dots, b_{ikp}(n))^T \\ \mathbf{w}(n) &= (v_{i10}(n), \dots, v_{i(i-1)0}(n), v_{i11}(n), \dots, v_{i1p}(n), \dots, v_{ik1}(n), \dots, v_{ikp}(n))^T \\ \mathbf{H}(n) &= (y_1(n), \dots, y_{i-1}(n), y_1(n-1), \dots, y_1(n-p), \dots, y_k(n-1), \dots, y_k(n-p))^T\end{aligned}$$

であり、 \mathbf{F}, \mathbf{G} は $M \times M$ の単位マトリックスである。次数 M は $M = kp + i - 1$ で計算され、 k 変量時系列の要素番号 i によって異なる点に注意する必要がある。

まず、状態 $\mathbf{x}(n)$ の条件付平均と分散共分散マトリックスを(3.10)式で定義する。

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(n|n-1) &\equiv E[\mathbf{x}(n) | y(1), \dots, y(n-1)], \\ \mathbf{V}(n|n-1) &\equiv E[(\mathbf{x}(n) - \mathbf{x}(n|n-1))(\mathbf{x}(n) - \mathbf{x}(n|n-1))^T]\end{aligned}\tag{3.10}$$

状態空間モデルが構成されれば、与えられた初期条件 $\mathbf{x}(0|0)$ とその分散共分散マトリックス $\mathbf{V}(0|0)$ および観測データ $y_i(n)$, ($i=1, \dots, k$) にもとづいて、Kalman フィルタのアルゴリズムを用いて時変係数を時々刻々推定することができる。Kalman フィルタ^{(67),(68),(69),(70)}は、以下に示すように一期先予測とフィルタリングを繰り返すことにより、新しい観測値が得られるごとに古い推定量を修正して新しい推定量を求めるものである。Kalman フィルタに関する詳細を Appendix 4 に示す。

(一期先予測)

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(n|n-1) &= \mathbf{F}\mathbf{x}(n-1|n-1), \\ \mathbf{V}(n|n-1) &= \mathbf{F}\mathbf{V}(n-1|n-1)\mathbf{F}^T + \tau_i^2\mathbf{G}\mathbf{G}^T\end{aligned}\tag{3.11}$$

(フィルタリング)

$$\begin{aligned}\mathbf{K}(n) &= \mathbf{V}(n|n-1)\mathbf{H}^T(n) \{ \mathbf{H}(n)\mathbf{V}(n|n-1)\mathbf{H}^T(n) + \sigma_i^2 \}^{-1} \\ \mathbf{x}(n|n) &= \mathbf{x}(n|n-1) + \mathbf{K}(n) \{ y_i(n) - \mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n|n-1) \} \\ \mathbf{V}(n|n) &= \{ \mathbf{I} - \mathbf{K}(n)\mathbf{H}(n) \} \mathbf{V}(n|n-1)\end{aligned}\tag{3.12}$$

ハイパーパラメータ σ_i^2 と τ_i^2 は対数尤度 $l(\theta)$

$$l(\theta) = -\frac{1}{2} \{ N \log 2\pi + \sum_{n=1}^N \log v^2(n) + \sum_{n=1}^N \frac{1}{v^2(n)} \{ y_i(n) - \mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n|n-1) \}^2 \}\tag{3.13}$$

の最大化、すなわち最尤法で推定される。ただし、 $\theta_i = (\tau_i^2, \sigma_i^2)$ であるとしている。

3. 2. 3 実際の推定アルゴリズム

実際の推定計算においては、3成分の動揺に対する瞬間クロススペクトル解析を行う。Fig. 3.1に推定計算のフローチャートを示す。適切な状態の初期条件 $\mathbf{x}(0|0)$, $\mathbf{V}(0|0)$ を与え、ハイパーパラメータ τ_i^2 は各時間ステップにおいて 20 種類の異なる値を用いてモデルを推定し、尤度関数が最大となるものを最適値として採用する方法を採用した。モデルの最適な次数は Jiang & Kitagawa⁽⁵⁰⁾によれば定常時系列解析と同様に MAICE 法で計算できることが明らかにされている。しかしながら、最適次数をオンラインで推定するためには計算時間が問題となる。そのため、ここではモデル次数は一定として計算を行うこととする。

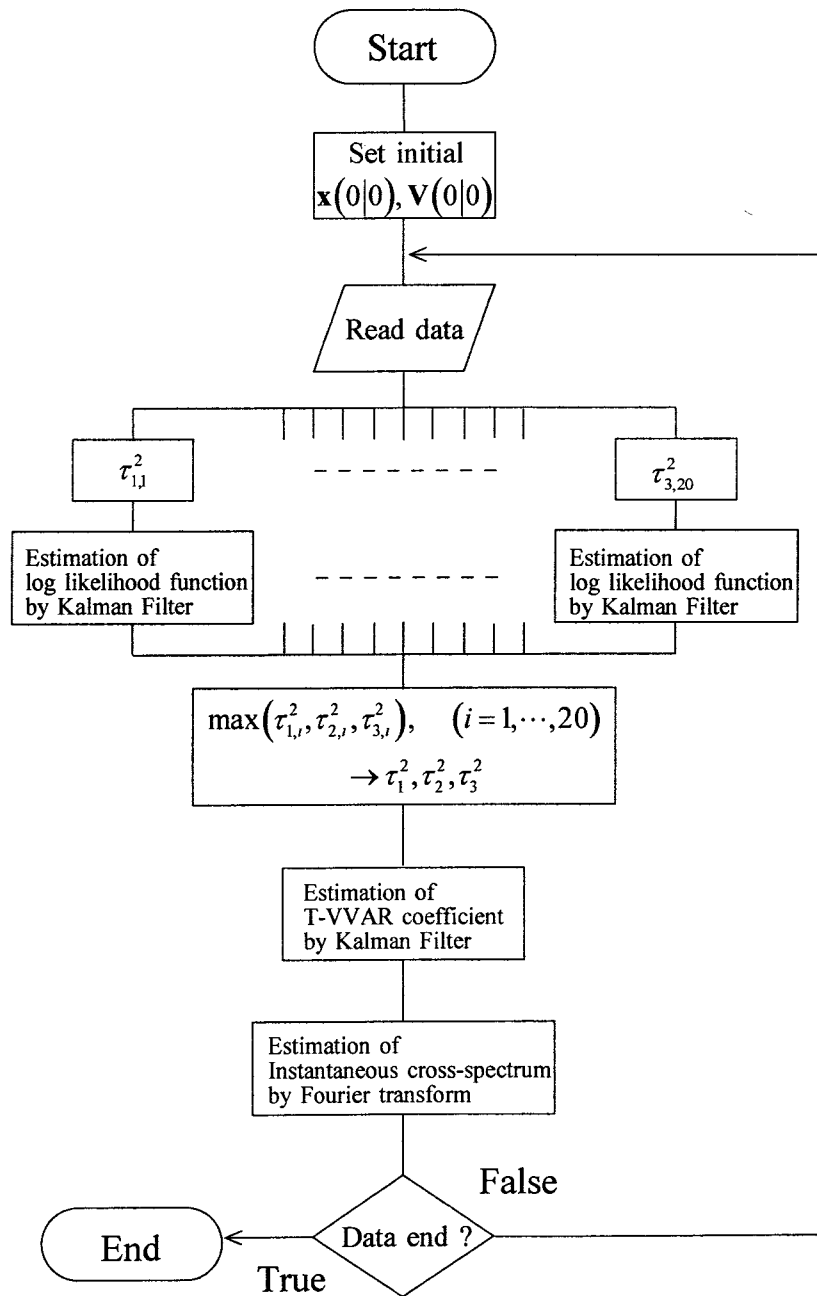


Fig. 3.1 Flow chart for estimation of instantaneous cross-spectrum

3. 3 時系列データの規格化

前節において論じた Kalman フィルタの利用に際しては最適な初期値の設定方法が問題となるが、これについては時系列データを規格化することが有効である⁽⁷¹⁾。本節においては時系列を規格化するために統計的時系列解析法の一つであるトレンドモデルおよび時変分散モデルを導入する^{(55),(56)}。

3. 3. 1 トレンドモデルによるトレンド成分のオンライン除去

時間とともに変化する平均値すなわちトレンドを推定する手法としては、トレンド成分モデルと観測モデルを組み合わせて状態空間表現で表したトレンドモデルによる解析が有効である。ここで、トレンド成分モデルとは、時系列データのトレンド $t(n)$ が確率的变化に従うモデルであり、次のような k 階の確率差分方程式で表される。

$$\nabla^k t(n) = v_t(n) \quad (3.14)$$

ここで、 ∇ は時間差分オペレータであり、 $v_t(n)$ は平均 0、分散 τ_t^2 の正規分布 $N(0, \tau_t^2)$ に従う白色雑音である。また、観測モデルとは、実際に観測される時系列データ $y(n)$ がトレンドに様々な変動成分が加わって形成されると考えるモデルであり、次のように表される。

$$y(n) = t(n) + w_t(n) \quad (3.15)$$

ただし、 $w_t(n)$ は平均 0、分散 σ_t^2 の正規分布 $N(0, \sigma_t^2)$ に従う白色雑音である。

以上より、トレンドモデルは(3.14)式および(3.15)式を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t(n) &= \mathbf{F}_t \mathbf{x}_t(n-1) + \mathbf{G}_t v_t(n), \\ y(n) &= \mathbf{H}_t \mathbf{x}_t(n) + w_t(n) \end{aligned} \quad (3.16)$$

ここで、 $\mathbf{x}_t(n)$ は状態ベクトルであり、 \mathbf{F}_t 、 \mathbf{G}_t 、 \mathbf{H}_t はそれぞれ $k \times k$ 、 $k \times 1$ 、 $1 \times k$ のマトリックスおよびベクトルである。本研究においては、トレンドが局所的には直線的に変化すると仮定して、確率差分方程式の次数は 2 次とした。ゆえに、各係数行列は次のようになっている。

$$\mathbf{x}_t(n) = \begin{bmatrix} t(n) \\ t(n-1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_t = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_t = [1 \quad 0]. \quad (3.17)$$

(3.16)式のように状態空間表現でモデルが表されれば、前章において示したように Kalman フィルタのアルゴリズムを用いて状態ベクトル $\mathbf{x}_t(n)$ すなわちトレンド $t(n)$ を時々刻々推定することができる。Fig. 3.2 にトレンド推定のフローチャートを示す。

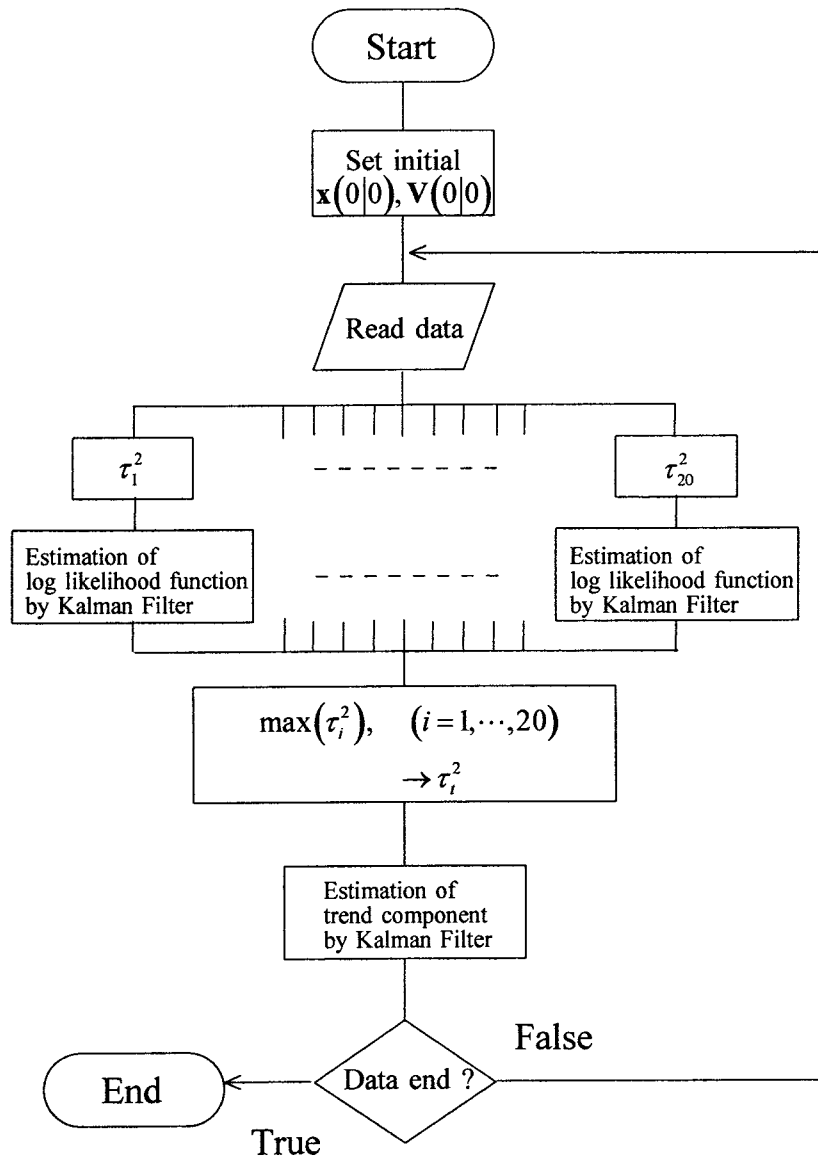


Fig. 3.2 Flow chart for estimation of trend component

3. 3. 2 時変分散モデルによる分散の推定

時間とともに変化する分散を推定する手法としては時変分散モデルによる解析が有効である。時変分散モデルは、次のような考え方に基づくものである。時刻 n において平均 0、分散 σ_v^2 の正規白色雑音を有する時系列データ $y(n)$ に対して、

$$\sigma_{v(2m-1)}^2 = \sigma_{v(2m)}^2$$

を仮定して、次のように新たな時系列 $s(m)$ を作成する。

$$s(m) = y^2(2m-1) + y^2(2m)$$

さらに、次のような変換

$$z(m) = \log\left(\frac{s(m)}{2}\right) \tag{3.18}$$

を考えれば、この確率変数 $z(m)$ の確率密度関数は、

$$g(z) = \exp\left\{\left(z - \log \sigma_v^2\right) - e^{\left(z - \log \sigma_v^2\right)}\right\} \tag{3.19}$$

と表すことができる。これは

$$z(m) = \log \sigma_v^2 + u(m) \tag{3.20}$$

と表現できることを表している。ただし、 $u(m)$ は 2 重指数分布でその確率密度関数は

$$f(u) = \exp\{u - e^u\} \tag{3.21}$$

で与えられる。ここで、 $\log \sigma_v^2 \equiv h_m$ として、 k 階の確率差分方程式を導入し(3.20)式と組み合わせれば、これは次のような状態空間表現で表すことができる。

$$\begin{aligned} \nabla^k h(m) &= \Sigma(m) \\ z(m) &= h(m) + u(m) \end{aligned} \tag{3.22}$$

ただし、 $\Sigma(m)$ は平均 0、分散 τ_v^2 の正規分布 $N(0, \tau_v^2)$ に従う白色雑音である。ここで、観測雑音 $u(m)$ は正規分布ではなく 2 重指数分布であるが、これは平均が $-\gamma \equiv -0.577$ (オイラー定数)、分散が $\pi^2/6$ で与えられるので $u(m) \sim N(-\gamma, \pi^2/6)$ と近似し、これを正規分布とみなすことで Kalman フィルタによる状態推定を可能にしている。この場合において、 $\exp[h(m) + \gamma]$ が計測される時系列データの分散 σ_v^2 の推定値となる。ここでは、トレンド推定の場合と同様、分散も局所的には直線的に変化すると仮定して、確率差分方程式の次数は 2 次として計算を行っている。Kalman フィルタによる状態推定については、 $u(m)$ の分散が既知であることが T-VVAR モデルおよびトレンドモデルと異なるが、他の計算過程は T-VVAR モデルおよびトレンドモデルと同じである。Fig. 3.3 に時変分散推定のフローチャートを示す。

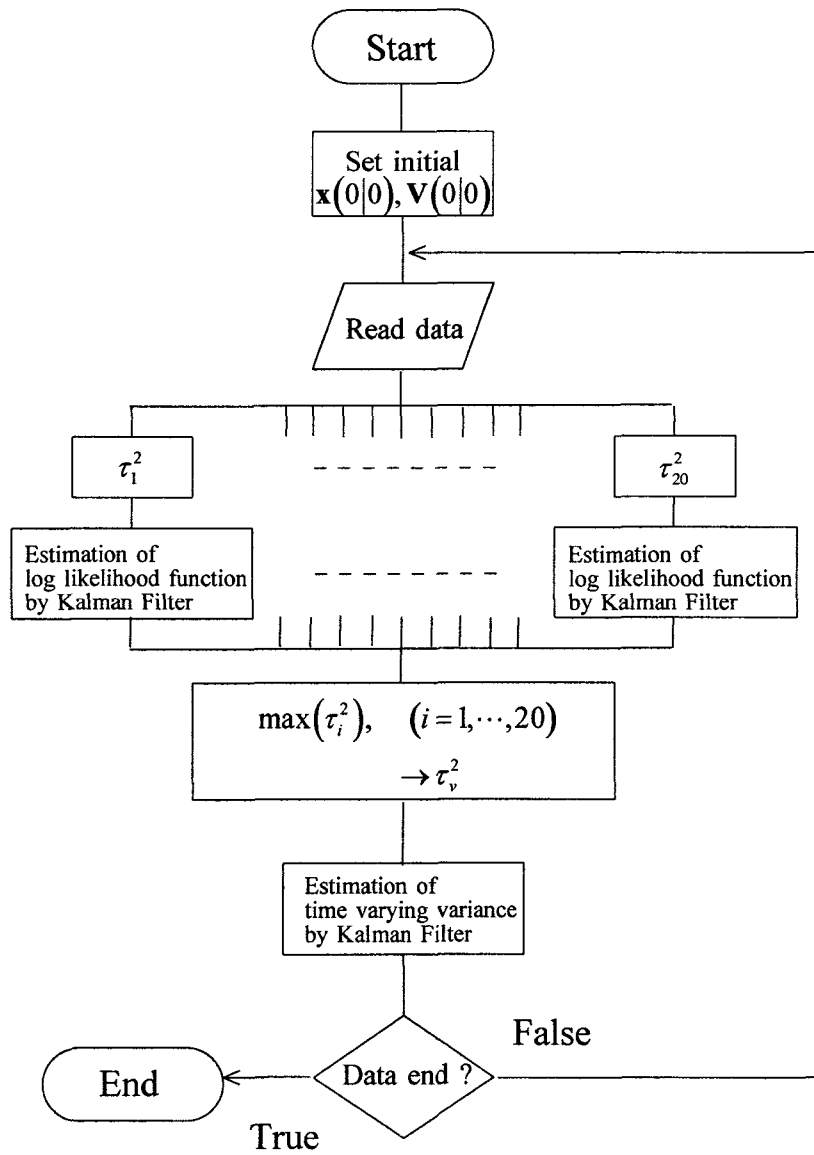


Fig. 3.3 Flow chart for estimation of time varying variance

3. 4 急激に変化する時系列に対する計算アルゴリズムの対応

Appendix 4 に示しているように、T-VVAR 係数を推定するために用いる Kalman フィルタは、システムノイズおよび観測ノイズの分散 (τ_i^2, σ_i^2) が既知であるという条件のもとで最適な推定値を与える。そのため、3. 2 節においては第 i 番目の時系列におけるハイパーパラメータ $\theta_i = (\tau_i^2, \sigma_i^2)$ を対数尤度 $l(\theta_i)$ の最大化、すなわち最尤法によって適応的に推定する方法について述べた。しかしながら、この方法では過去の N 個のデータを使用するために、時系列が急激に変化する場合において、T-VVAR 係数とその変化に対して良い追従を示さないことがある。また、過去のデータを使用するので瞬間クロススペクトルの推定計算に時間を必要とすることになる。

そこで、本節では、北川が地震波の解析に対して導入した手法⁽⁷¹⁾を援用して、これらの問題の解決を図る。北川によれば、地震波 (P 波および S 波) の到着時間すなわち時系列が急激に変化する時刻においてシステムノイズの分散 τ_i^2 に大きな値を与えることにより、時変係数の急激な変化を表せることが示されている。本研究においては、時系列が急変する場合における時変係数の追従性を向上させるために、北川の方法を動的に取り入れることとする。

定式化を行うに当たって、まず海洋波の一般的性質について考える。広く知られているように⁽²²⁾、十分に発達した海洋波は弱定常確率過程とみなすことができる。また、海洋波と船体応答との間に線形の入出力関係が成り立つものと仮定する。したがって、海洋波に対する出力である船体応答も弱定常確率過程とみなせるものと考えられる。そこで、(3.9) 式における船体応答の T-VVAR 係数で構成される状態方程式は、時間に対する局所定常性を仮定できるものとして、システムノイズの影響を考慮しない次式で表されるものと仮定する。

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{F}\mathbf{x}(n-1) \quad (3.23)$$

ここで、各時間 n において(3.23)式を考えることは、時系列の状態が時間とともに変化しない、すなわち定常時系列として解析を行うことを意味する。それゆえ、時系列が急激に変化する場合においては、この変化に対応して T-VVAR 係数が追従しない。

この問題を解決するために、ここではハイパーパラメータ θ_i に対して新たに、

$$\lambda_i = \frac{\tau_i^2}{\sigma_i^2} \quad (3.24)$$

なるパラメータを考える。(3.24)式は状態方程式と観測方程式の分散値の比を表しており、データの当てはめに対する妥当性を決定するトレードオフパラメータ、すなわち時系列の非定常性の強さを決定するパラメータであると考えられる。したがって、観測ノイズの分散 σ_i^2 を評価基準として採用し、 σ_i^2 がある一定値を超えた場合に、通常 $\tau_i^2 = 0$ としているシステムノイズの分散に対してインパルス状の大きな値を与えるという方法を提案する。このような処理を行うことにより、状態方程式における時変係数 $\mathbf{x}(n)$ の自由度が増し、過去への依存度を低くしつつ状態を更新することが可能となる。

また、この手法をトレンドモデルおよび時変分散モデルに対しても適用する。

Fig. 3.4 に瞬間クロススペクトルを推定するために改良した計算方法のフローチャートを示す。

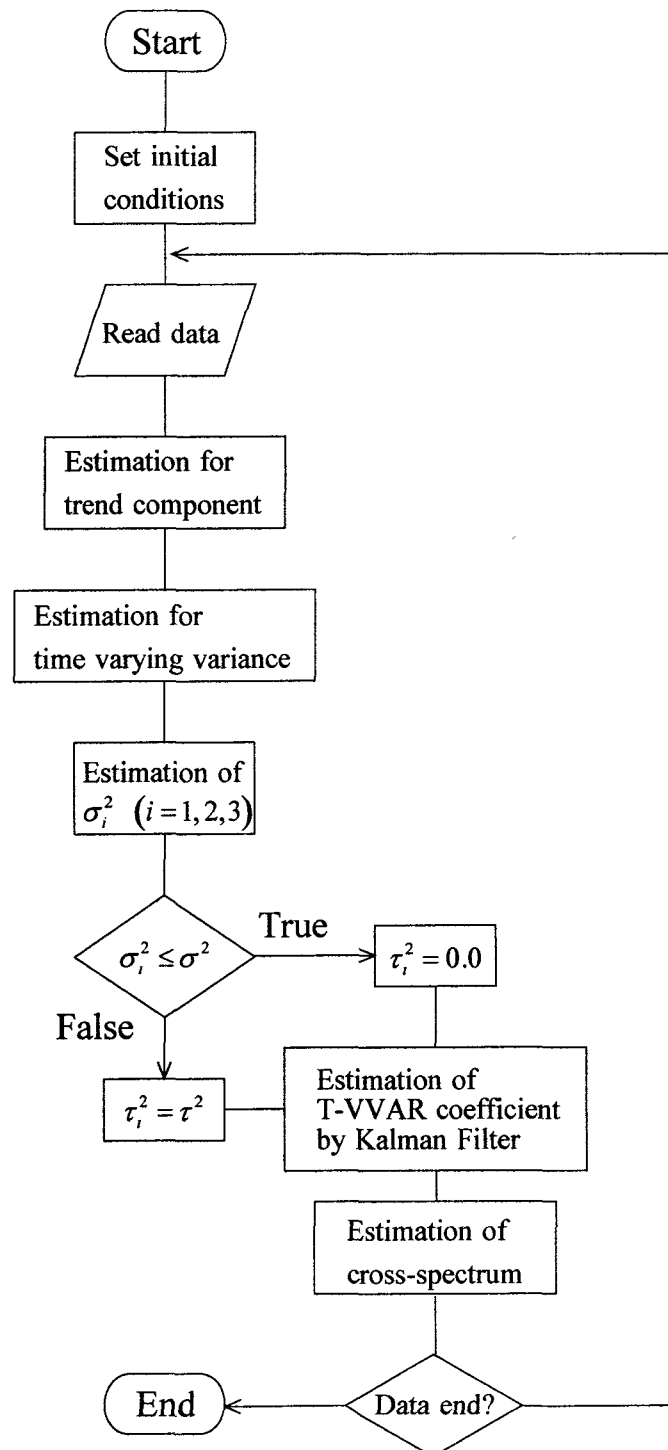


Fig. 3.4 Flow chart for estimation of instantaneous cross-spectrum based on the improved method

3. 5 実船実験によるデータの取得

実船実験データは平成13年3月7日、東京商船大学附属練習船汐路丸の実験航海において収録されたものを使用する。実験海域は千葉県大房岬沖であり、波との出会い角による船体動揺の変化を計測するために、変針と6分間の直進を繰り返して計測した。実験時の航跡図を Fig. 3.5 に示す。

船体動揺は(株)日本航空電子製光ファイバージャイロ JCS7401GA を用いて計測し、時系列データは0.5秒のサンプリング周期でノートパソコンのRS-232Cポートから取り込まれ、内蔵のハードディスクにテキストファイルとして記録することとした。計算アルゴリズムはオンラインであるが、種々の検討を行うためにここではオフラインで解析を行っている。計測項目は、3軸方向の加速度、回転角、回転角速度ならびに内蔵GPSによる船位、針路、船速、UTCである。JCS7401GAの性能仕様を Table 3.1 に示す。

Figs. 3.6(a)-(c) は実験時に計測された時系列データの一例である。図は(a)が横揺れ角、(b)が縦揺れ角、(c)が上下加速度のデータをそれぞれ示している。データは前半部と後半部に直進状態で計測された定常時系列部分とデータの中央部に変針時に計測された非定常部分から構成され、波との出会い角に対する船体動揺の変化を良く示している。ここでは、前半部と後半部の定常部分の条件を Condition A, Condition B と呼ぶことにし、それらの詳しい計測条件を Table 3.2 に示す。時系列と実験条件を考慮すると、グラフの最初の360秒間においては、船体と波との出会い角は145度(ITTC座標系において)であり、比較的大きな縦揺れ、上下加速度が計測されていることがわかる。また、変針後においては出会い角が10度の追い波状態となり、縦揺れ、上下加速度とも振幅が大きく減少していることがわかる。さらに変針中においては大きな横揺れが計測されており、その前後の直進状態における横揺れの平均値(ヒール角)が相対風向等の変化に伴ってわずかに異なっていることがわかる。

Table 3.1 Specification of JCS7401GA

	Range	分解能	精度
Roll angle	$\pm 45^\circ$	$45^\circ / V$	1% of Input + 0.2°
Pitch angle	$\pm 45^\circ$	$45^\circ / V$	1% of Input + 0.2°
Bearing angle	$\pm 180^\circ$	$180^\circ / V$	2° / min + 0.2°
Acceleration	$\pm 19.6m / sec^2$	$5.3m / sec^2 / V$	$1.5m / sec^2$
Angular velocity	$\pm 100^\circ / sec$	$20^\circ / sec / V$	$11^\circ / sec$

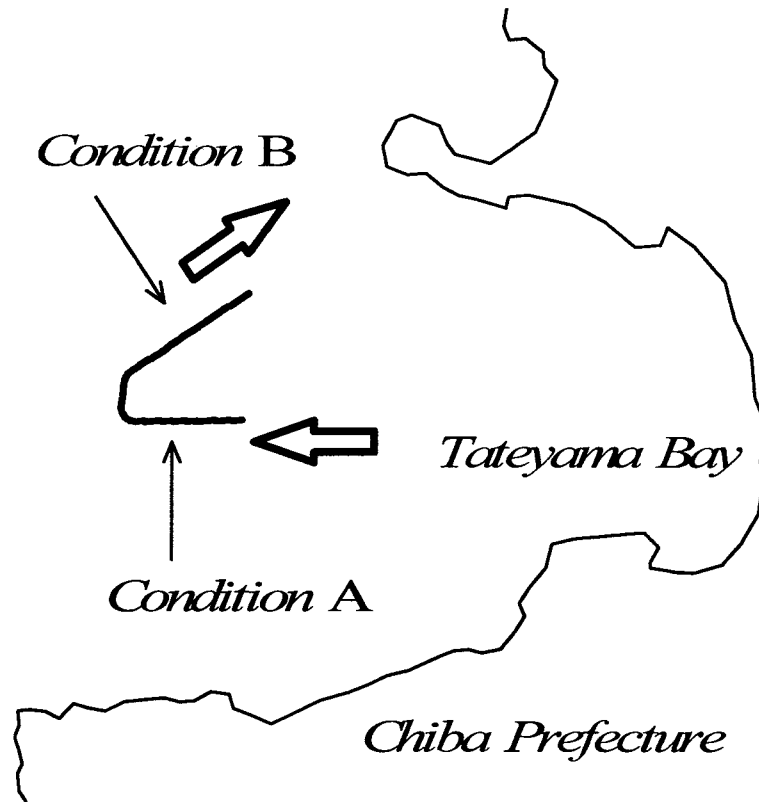
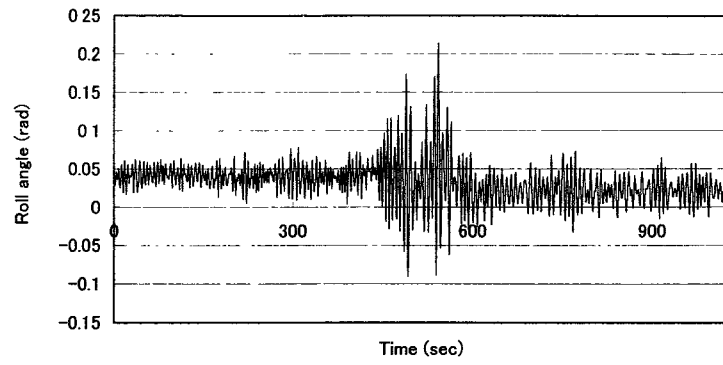


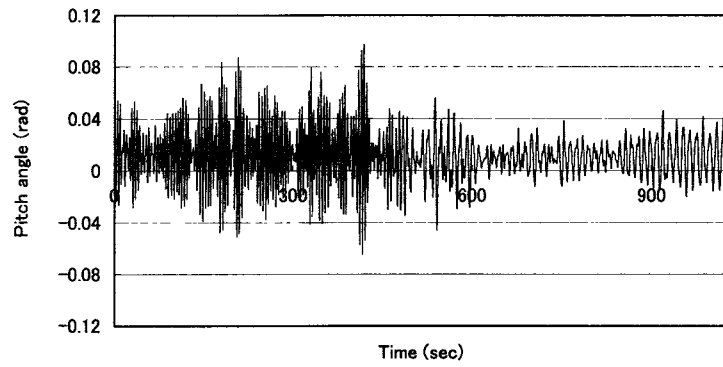
Fig. 3.5 Location of experimental area and trajectory

Table 3.2 Measurement conditions

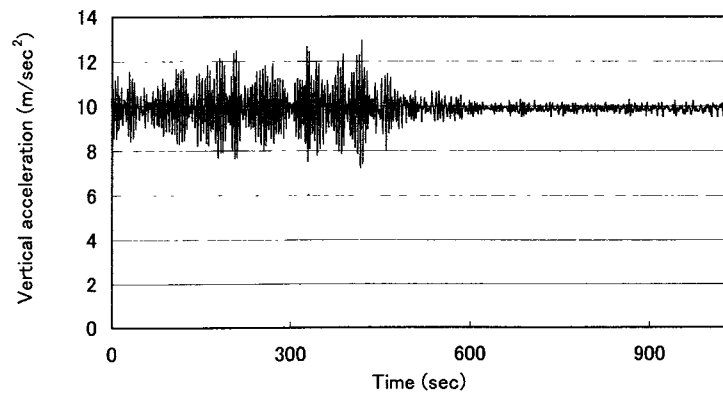
	Condition A	Condition B
Ship Speed	8.5(knot)	9.5(knot)
Ship Course	270(degree)	60(degree)
Observed Wave Direction	235(degree)	250(degree)
Observed Wave Period	7(sec)	7(sec)
Observed Wave Height	1.6(m)	1.3(m)



(a) Roll angle



(b) Pitch angle



(c) Vertical acceleration

Figs. 3.6 Measured time histories

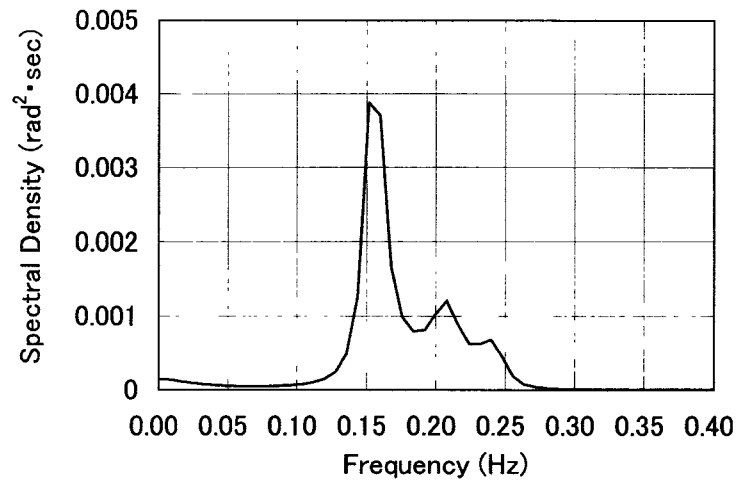
3. 6 瞬間クロススペクトル解析の検証

3. 6. 1 SVAR モデルによる解析結果

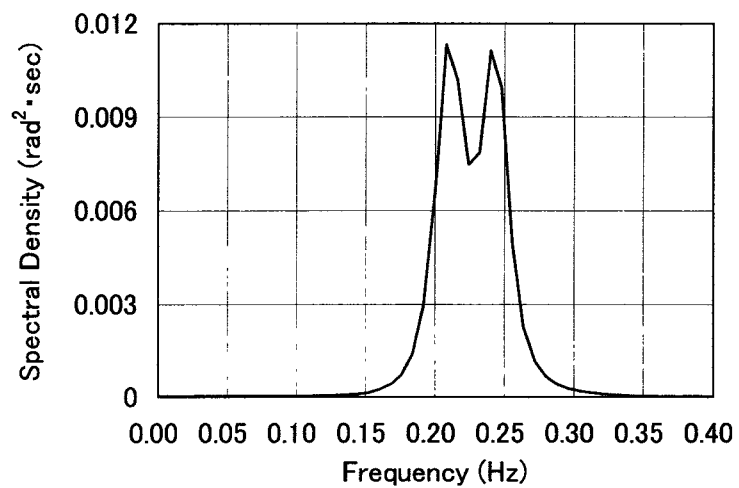
Figs. 3.6 に示した時系列データの中から、前半部ならびに後半部の定常部分を分離し、3変量 SVAR モデルを当てはめてクロススペクトル解析を行った。Figs. 3.7(a)-(c) および Figs. 3.8(a)-(c) に解析結果のオートスペクトルのみを示す。解析に用いたデータ点数は 720 点で、MAICE 法によって選ばれた最適なモデル次数、スペクトルのモーメントから計算される有義値ならびに平均周期を Table 3.3 にまとめて示す。前方から波を受けている Figs 3.7 の状態では、全体的にスペクトルの周波数範囲が広がっているのに対し、後方から波を受けている Figs 3.8 の状態では、縦揺れ角のスペクトルがスパイク状の形状をしており、規則波中船体動揺スペクトルに似ていることが良くわかる。また、上下加速度のスペクトルは Figs 3.7 と Figs 3.8 で大きく異なり、両者のピークの対応関係を推定するのはこれらの結果だけからでは困難であるといえる。

Table 3.3 Estimated significant values

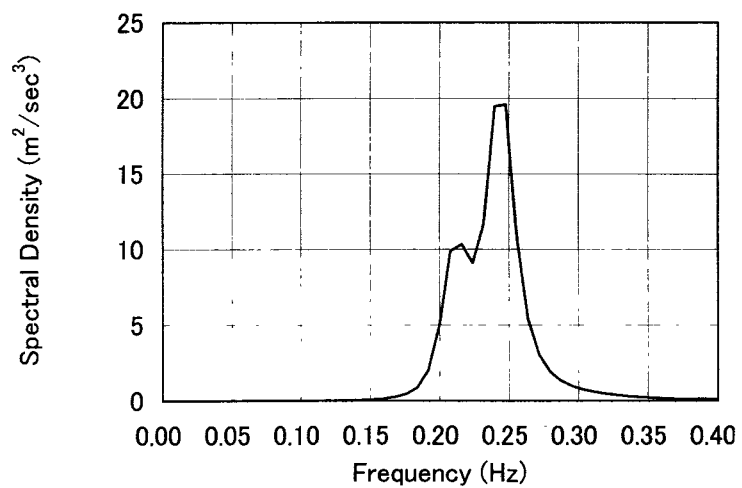
	Condition A			Condition B		
	Roll Angle	Pitch Angle	Vertical Acceleration	Roll Angle	Pitch Angle	Vertical Acceleration
Significant Value	0.052 (rad)	0.102 (rad)	3.85 (m/sec ²)	0.0748 (rad)	0.0472 (rad)	0.596 (m/sec ²)
Zero Crossing Period	5.621 (sec)	4.383 (sec)	4.162 (sec)	7.095 (sec)	8.615 (sec)	4.559 (sec)
Peak to Peak Period	5.085 (sec)	4.270 (sec)	4.035 (sec)	6.564 (sec)	6.316 (sec)	3.942 (sec)
Peak Frequency	0.152 (Hz)	0.208 (Hz)	0.248 (Hz)	0.136 (Hz)	0.0960 (Hz)	0.0960 (Hz)
Model Order	12			11		



(a) Roll angle

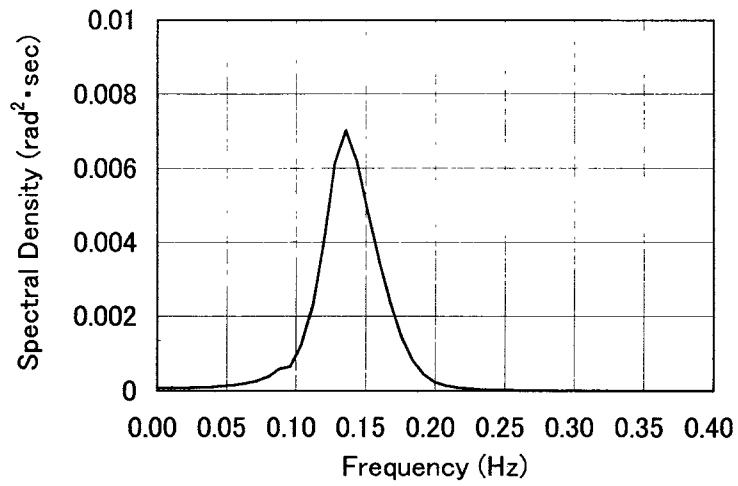


(b) Pitch angle

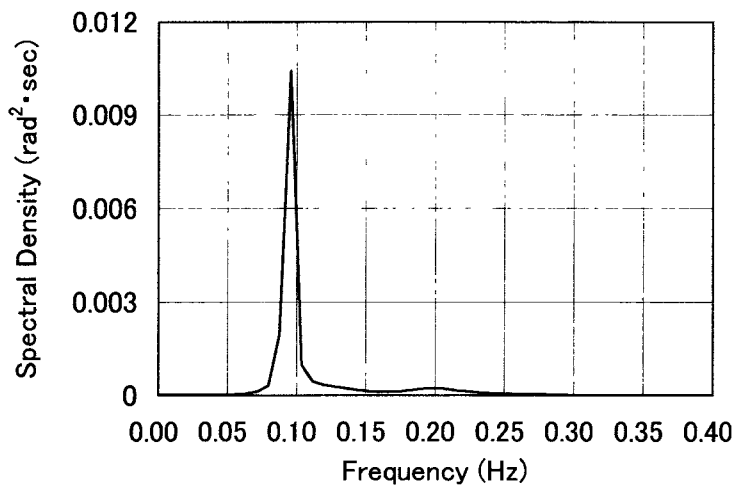


(c) Vertical acceleration

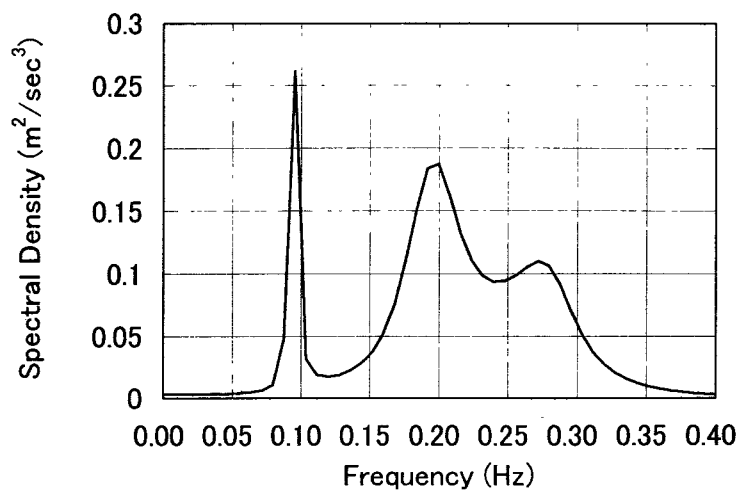
Figs. 3.7 Power spectra of ship motions for Condition A



(a) Roll angle



(b) Pitch angle

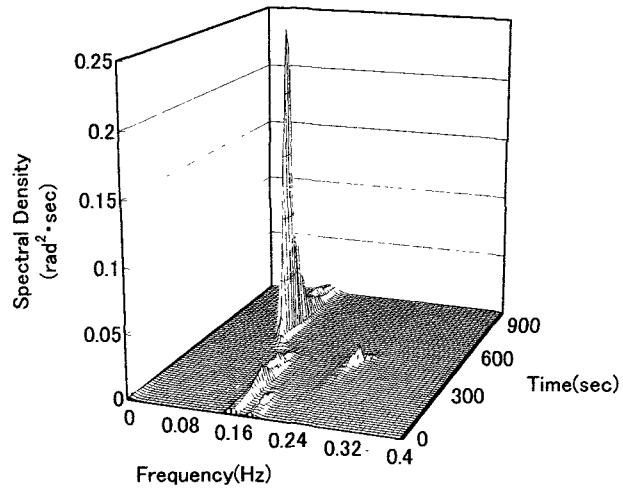


(c) Vertical acceleration

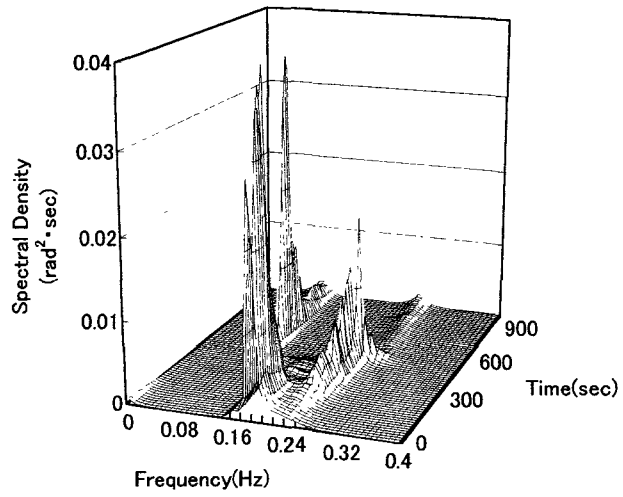
Figs. 3.8 Power spectra of ship motions for Condition B

3. 6. 2 T-VVAR モデルによる解析結果

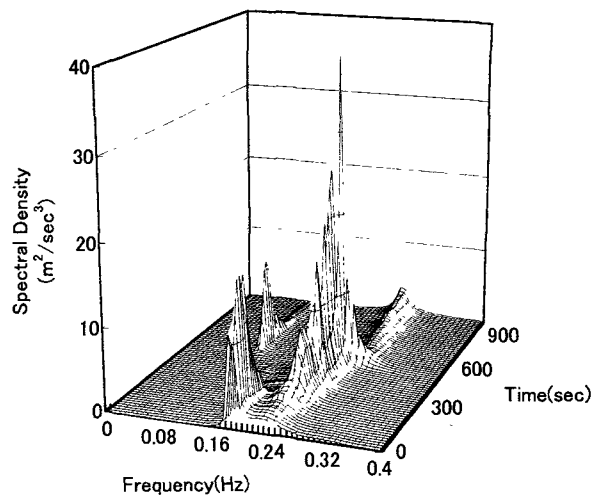
Figs. 3.6 に示した時系列は変針時のデータを含むために非定常な時系列と考えられる。この時系列全体に T-VVAR モデルを当てはめ、瞬間クロススペクトル解析を行った結果を Figs. 3.9(a)-(c) に示す。3. 2 節で述べたように、この計算における各動揺の分散値の初期値を横揺れ角が 10,000, 縦揺れ角が 1,000, 上下加速度が 500 として与え、ハイパーパラメータ τ_i^2 ($i = Roll, Pitch, Vertical\ acceleration$) は各時間ステップにおいて 20 種類の異なる値を用いてモデルを推定し、尤度関数が最大となるものを最適値として採用する方法を用いている。また、モデルの次数は SVAR モデルの次数と同じ 12 次としている。図は奥行き方向に時間を取り、時々刻々得られた瞬間オートスペクトルを 3 次元的に示したものであり、スペクトルのピークの発生、移動、消滅を良く表している。すなわち、横揺れ角のスペクトルにおいては変針時に大きなピークが発生しており、Figs. 3.6 の時系列における変針時の動揺振幅が大きくなっている部分とよく対応していることが分かる。波浪外力の影響が顕著に表れる縦揺れ角および上下加速度については、向波状態で航走している Condition A の場合において広い周波数帯域にスペクトルが存在し、そのパワーも大きいことが分かる。そして、変針後の追い波状態で航走している Condition B の場合では低周波数領域にスペクトルのピークが移動するとともにそのパワーが小さくなっていることが分かり、Figs. 3.6 に示した時系列の後半部分の動揺および上下加速度が小さい結果と一致する。これらは、波浪との出会い関係によるスペクトル形状の変化の傾向を良く表している。また、上下加速度のスペクトルにおいては、スペクトルのピークが移動する様子がよく観察でき、SVAR モデルでは解析不可能であったピークの対応関係が明瞭に把握できる。



(a) Roll angle



(b) Pitch angle



(c) Vertical acceleration

Figs. 3.9 Estimated instantaneous auto spectra based on T-VVAR analysis

これらのスペクトルの時間的な変化の度合いを調節するのがハイパーパラメータであり、この計算におけるハイパーパラメータ τ^2 の時間的な変化をグラフ化して Fig. 3.10 に示す。ハイパーパラメータは、3.2 節に示した方法すなわち最尤法によって決定されているが、最適値は非常に微小でありほとんど変化しないことがわかる。

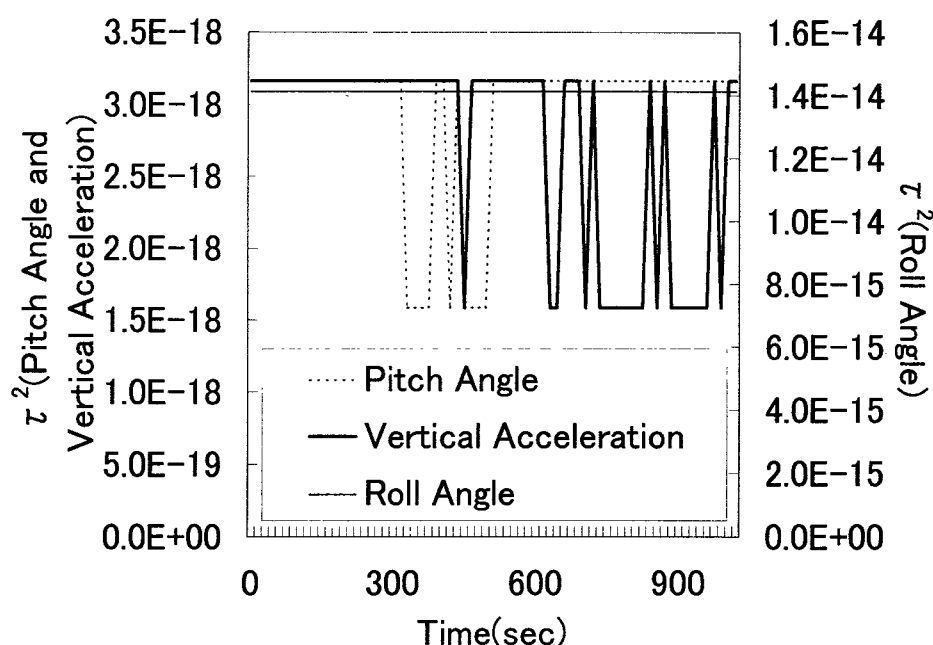
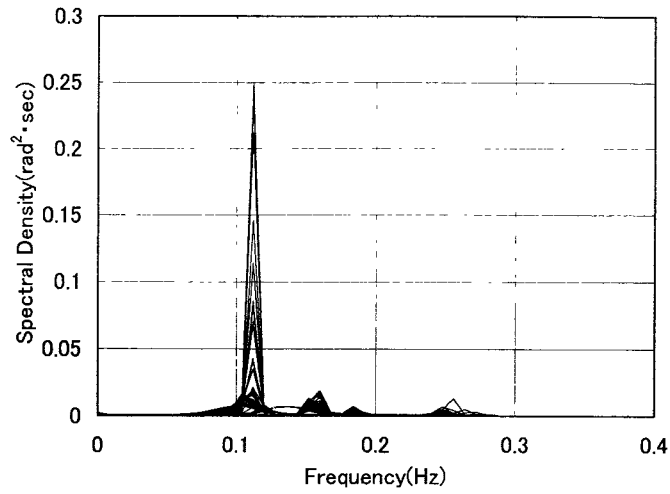


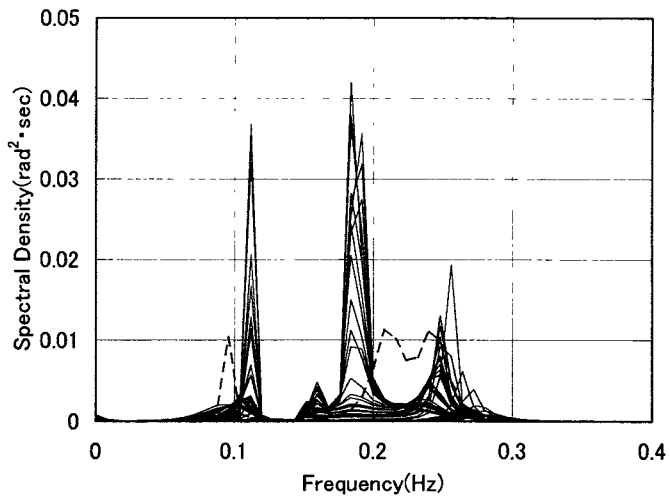
Fig. 3.10 Optimum value of hyperparameters

3.6.3 SVAR モデルと T-VVAR モデルの結果の比較

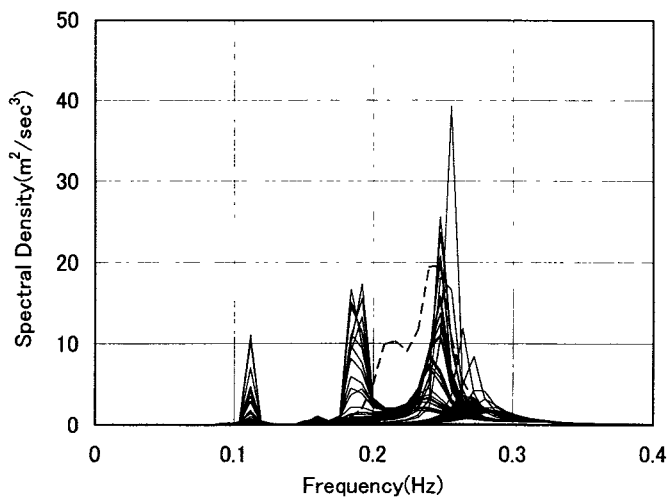
Figs. 3.11(a)-(c) に SVAR モデルと T-VVAR モデルとによるクロススペクトル解析結果の比較を示す。図は(a)が横揺れ角、(b)が縦揺れ角、(c)が上下加速度のオートスペクトルを示している。図中の実線は SVAR モデルによる変針前後のスペクトルを示しており、破線は T-VVAR モデルによる瞬間スペクトルの変化を示している。T-VVAR モデルによる瞬間スペクトルは変針前後の SVAR モデルのスペクトルを補完するように変化しており、その大きさもほぼ同じになっていることがわかる。これは、T-VVAR モデルによる解析結果が途中の非定常部分の影響を受けないことを意味している。Figs. 3.11 に示されるスペクトルのモーメントから有義値と平均周期の時間的な変化を求め、グラフ化したものの一例を Figs. 3.12 に示す。図中の太線は SVAR モデルによる縦揺れ角の有義値と平均周期であり、細線は T-VVAR モデルによる有義値と平均周期の時間的な変化を示している。Figs 3.11 の結果と同様に、T-VVAR モデルによる解析結果は変針前後の SVAR モデルの結果を滑らかに補完しており、非定常時系列の解析に対して有効であることを示している。



(a) Roll angle

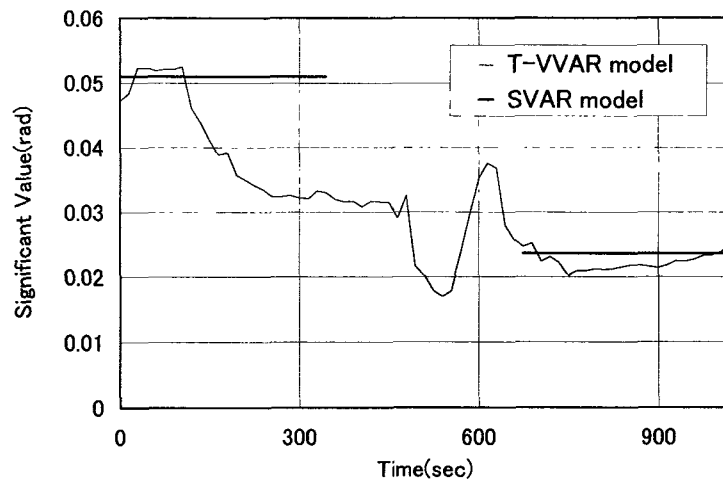


(b) Pitch angle

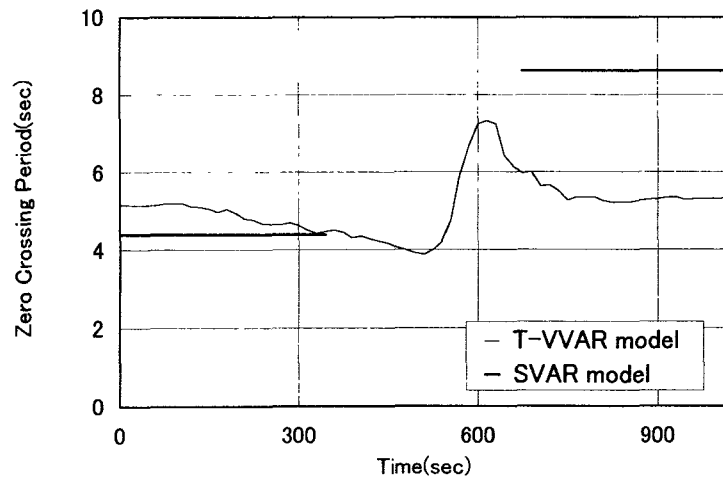


(c) Vertical acceleration

Figs. 3.11 Comparisons of the estimated spectra based on SVAR and T-VVAR analysis



(a) Significant value



(b) Zero up crossing periods

Figs. 3.12 Statistical values for pitch angle

3. 7 トレンドモデルおよび時変分散モデルによるデータの規格化の効果

本節では、3. 3節において示した方法を採用した場合すなわちトレンドモデルおよび時変分散モデルを用いて時系列を規格化した場合における解析結果について検証を行う。

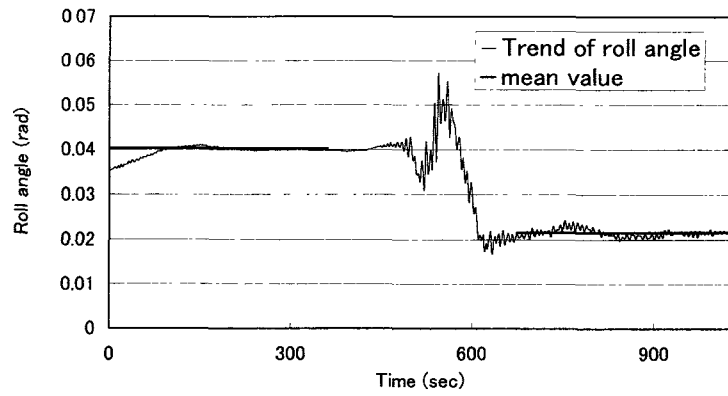
Figs. 3.13(a)-(c) に Figs. 3.6のデータに対してトレンドモデルで時々刻々推定した船体動揺のトレンドと Condition A および Condition B の各区間の時系列データから求めた平均値を示す。これらの時系列は、(a)が横揺れ角、(b)が縦揺れ角、(c)が上下加速度のデータである。これら図において、縦軸はそれぞれ各船体動揺の動揺角および上下加速度であり、横軸は時間である。また、図中の細線はトレンドモデルで推定したトレンドであり太線は Condition A および Condition B の各区間の時系列データから求めた平均値である。これらの図から、トレンドモデルで推定した各船体動揺のトレンドは Condition A および Condition B の平均値のまわりを若干振動しながら推移していることが分かる。さらに、変針時の非定常な区間においては、トレンドモデルで推定しているトレンドが Condition A における平均値から Condition B における平均値に推移していく様子をよく表していることがわかる。

前述のように、時系列データの規格化は非定常システムを安定に解析する上で重要である。ここでは、時変分散モデルにより時系列データの分散を時々刻々推定し、その平方根、すなわち標準偏差で元のデータを割ることにより規格化を行う。Figs. 3.14(a)-(c) に Figs. 3.6のデータに対して時変分散モデルで時々刻々推定した船体動揺の標準偏差と Condition A および Condition B の各区間の時系列データから求めた標準偏差を示す。これらの時系列は、(a)が横揺れ角、(b)が縦揺れ角、(c)が上下加速度のデータである。これら図において、縦軸は各応答の標準偏差であり、横軸は時間である。また、図中の細線は時変分散モデルで推定した標準偏差であり太線は Condition A および Condition B の各区間の時系列データから求めた標準偏差である。これらの図から、時変分散モデルで推定した各応答の標準偏差はトレンドと同様に Condition A および Condition B における定常時の標準偏差のまわりを振動しながら推移していることが分かる。また、横揺れ角および縦揺れ角においては、時系列の後半部分において推定している時変標準偏差の値が若干小さいことが見て取れる。Figs. 3.15(a)-(c) に規格化した時系列データを示す。これらの時系列は、(a)が横揺れ角、(b)が縦揺れ角、(c)が上下加速度のデータである。これらの図と Figs. 3.6で示した計測した時系列とを比較すると、各時系列データの分散はほぼ一定になっていることが分かる。しかしながら、上述したように横揺れ角および縦揺れ角の時変標準偏差が時系列の後半部分で小さいために、これらの規格化した時系列においては後半部分で振幅が大きくなっている。

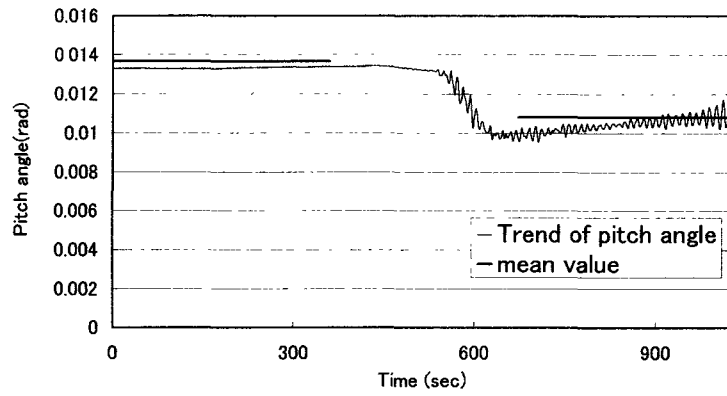
Figs. 3.16(a)-(c) に規格化した時系列データに対して瞬間クロススペクトル解析を行った結果を示す。これらの図も Figs. 3.9と同様、奥行き方向を時間として、時々刻々得られた瞬間オートスペクトルを3次元的に示している。また、これらの図において推定した瞬間クロススペクトルはそのときの時変分散を掛けることにより計測された時系列データに対する瞬間クロススペクトルに変換している。前節における考察と同様に、これらの図は時系列データのスペクトル構造の変化をよく表していることがわかる。

Figs. 3.17(a)-(c) は T-VVAR モデルによる瞬間クロススペクトル解析から得られた有義値を変針時の非定常な時系列データの区間のみについて示した図である。これらの時系列は、(a)が横揺れ角、(b)が縦揺れ角、(c)が上下加速度のデータである。これらの図において、

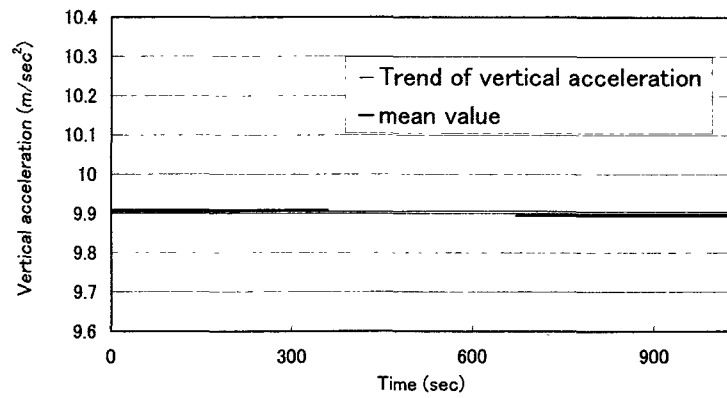
横軸は時間であり、縦軸は各応答の瞬間クロススペクトルを積分することによって求めた有義値である。図中における太線は規格化した時系列データに対する瞬間オートスペクトルから求めた結果である。細線は計測された時系列データに対する瞬間オートスペクトルから求めた結果である。安定したトレンドと時変標準偏差を用いて規格化している縦揺れ角と上下加速度の解析結果においては、スパイク状の計算誤差が減少しており、時間変化に対して滑らかで安定した有義値が得られていることがわかる。すなわち、トレンドモデルおよび時変分散モデルで時々刻々推定した滑らかなトレンドおよび標準偏差による計測データの規格化が、安定した瞬間クロススペクトルの推定に有効であることを示している。横揺れ角の結果において振動が見られる原因としては、Figs. 3.14(a) に示したように、規格化した瞬間クロススペクトルに掛け合わせる時変分散が振動している影響が考えられる。



(a) Roll angle

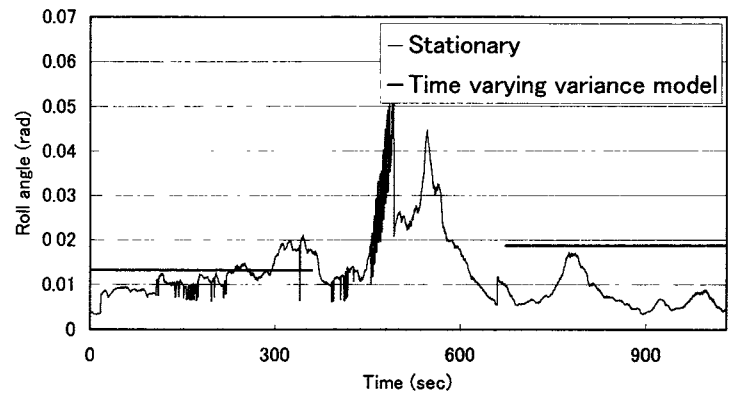


(b) Pitch angle

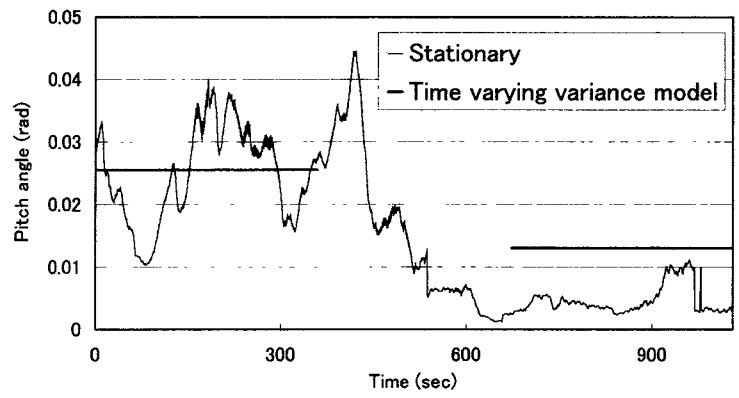


(c) Vertical acceleration

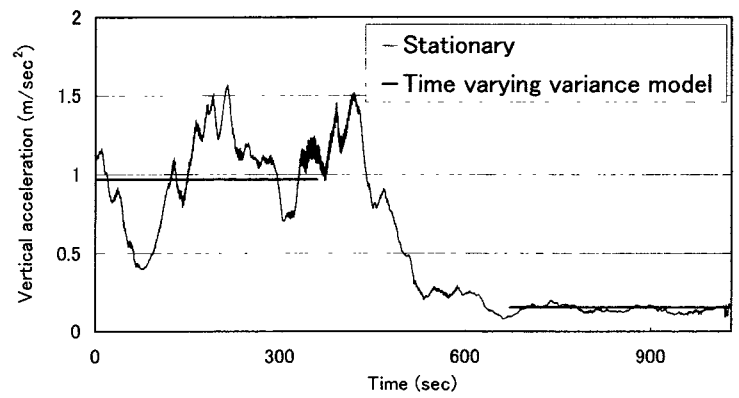
Figs. 3.13 Comparison of estimated trend components and the mean value



(a) Roll angle

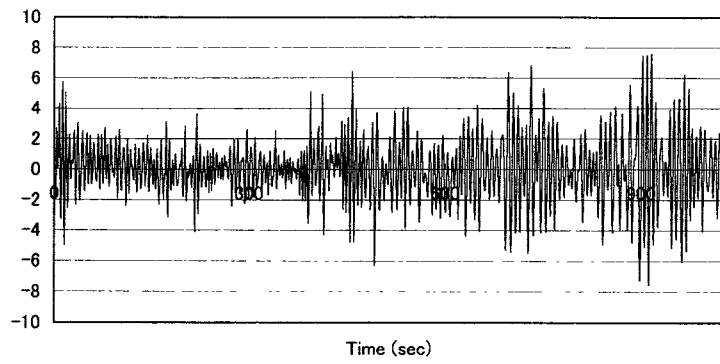


(b) Pitch angle

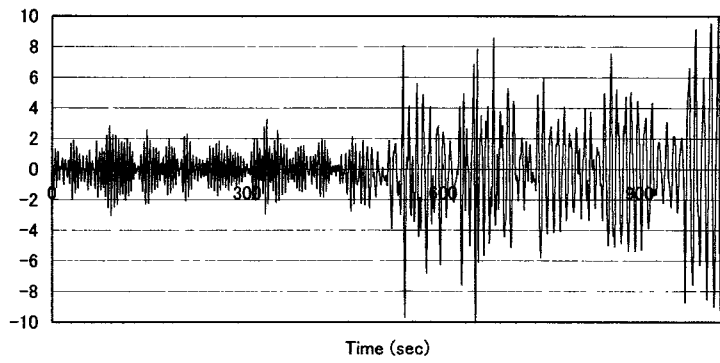


(c) Vertical acceleration

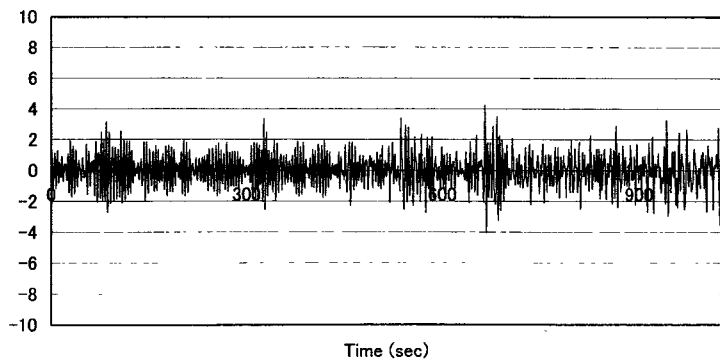
Figs. 3.14 Comparison of estimated time varying standard deviation and stationary one



(a) Roll angle

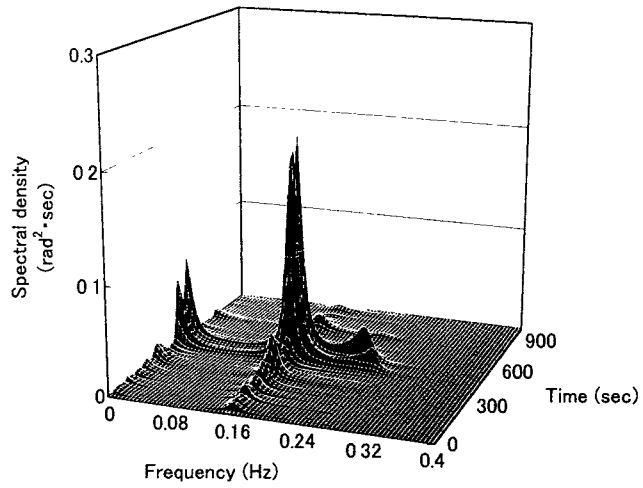


(b) Pitch angle

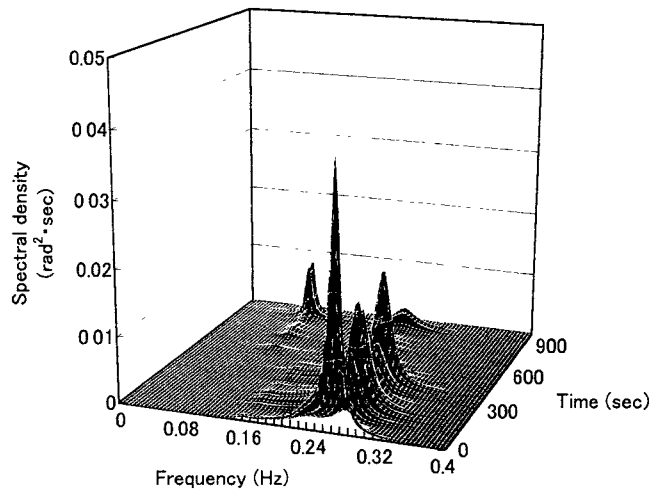


(c) Vertical acceleration

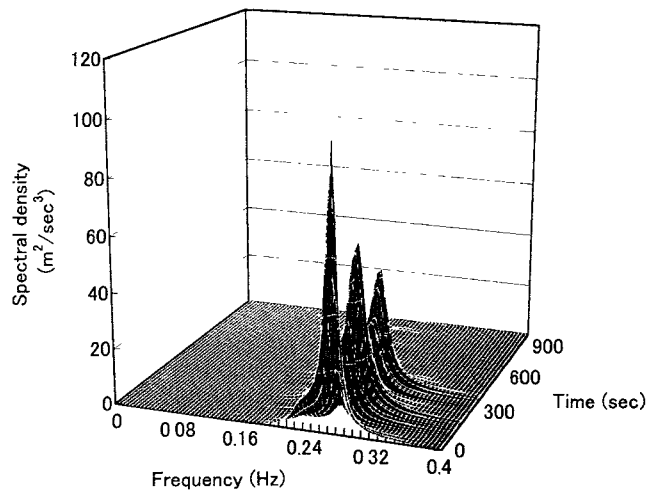
Figs. 3.15 Normalized data



(a) Roll angle

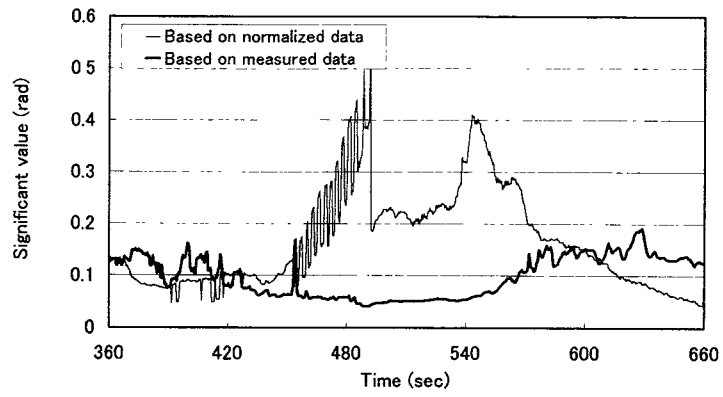


(b) Pitch angle

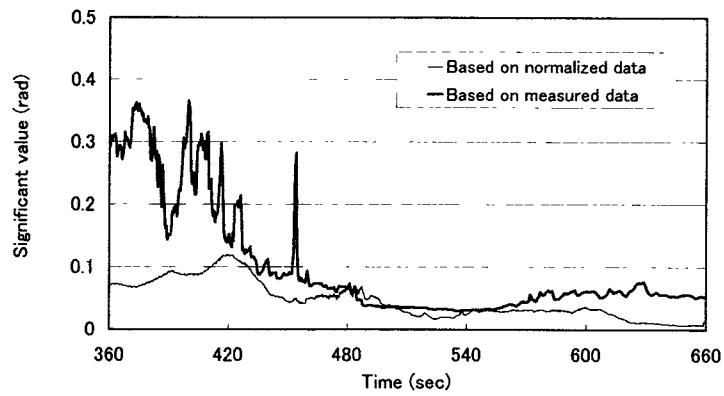


(c) Vertical acceleration

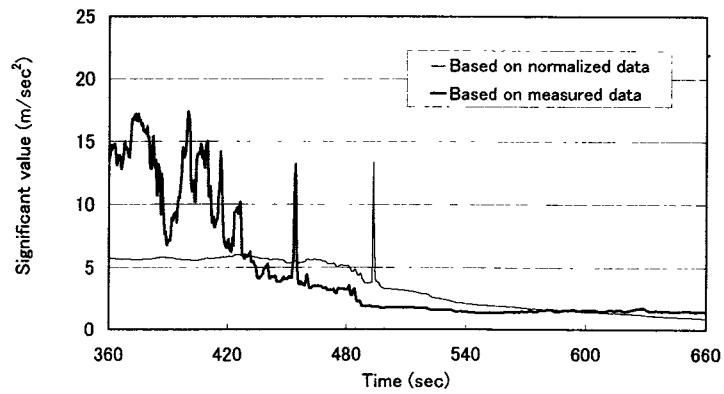
Figs. 3.16 Estimated instantaneous auto spectra based on normalized data



(a) Roll angle



(b) Pitch angle



(c) Vertical acceleration

Figs. 3.17 Trends of the significant values

3. 8 時系列の急変に対応する計算アルゴリズムの効果

3. 4 節において提案した手法に基づいて 3. 5 節で取得した実船データの解析を行う。

3. 4 節では、時系列データが急変する場合において、非定常性に対する追従性を向上させるために、トレードオフパラメータに関して仮定を設けた計算アルゴリズムについて述べた。本節では、時系列が急変する部分に着目して、計算アルゴリズムの効果および有用性について検証を行う。

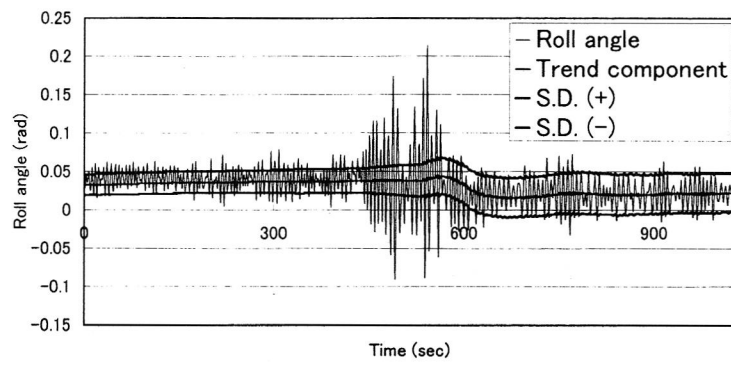
Figs. 3.18(a)-(c) は実験時に計測された時系列データ，改良した手法を用いて推定したトレンドおよび時変標準偏差を示している。図は(a)が横揺れ角、(b)が縦揺れ角、(c)が上下加速度のデータである。図中において、細線は計測した時系列、中太線はトレンドおよび太線は正負の時変標準偏差をそれぞれ示している。時系列が定常であるとみなせるならば、推定しているトレンドおよび時変標準偏差は一定値を示すことになる。前述のように、これらの図における時系列の前半部と後半部は定常時系列であるから、解析結果に対してこのことが成り立っている必要がある。これらの図は定常時系列に関してほぼ一定の安定したトレンドおよび時変標準偏差が推定されていることを示しており、改良した手法が有用であることを示している。ただし、横揺れ角の結果においては図中央部の時系列が非定常な部分で時変標準偏差が適切に推定されていない。縦揺れ角の結果においては時系列の定常部分において時変標準偏差が若干振動している。上下加速度の結果においては後半の定常時系列に移行する際の時変標準偏差が良く追従していない。これらの原因は、設定したしきい値および与えるシステムノイズの分散 σ^2 の値などが考えられ、今後の検討課題であるといえる。

Figs. 3.19(a)-(c) は、Figs. 3.18 の各図における計測した時系列から、前節と同様にトレンド成分を除去し時変標準偏差で規格化した時系列を示している。これらの時系列は、(a)が横揺れ角、(b)が縦揺れ角、(c)が上下加速度のデータである。ここでは、これらの図と前節における Figs.3.15 で示した時系列とを比較することにより、時系列の規格化という観点から、トレンドモデルおよび時変分散モデルに関して改良した計算アルゴリズムの効果を考察する。横揺れ角の結果に関しては、定常時系列の前半部および後半部においてほぼ同じ大きさの振幅に時系列が揃えられていることが確認できる。縦揺れ角の結果に関しては、Figs.3.15 における結果で後半部における時系列の振幅が大きくなっている点が、Figs. 3.19 における結果ではほぼ同じ大きさの振幅に時系列が揃えられていることが確認できる。上下加速度の結果に関しては、Figs.3.15 における結果のほうが一定の振幅を示しているが、Figs. 3.19 における結果においても概ね同じ大きさの振幅に時系列が揃えられている。したがって、改良した計算アルゴリズムによる結果に基づく時系列の規格化は有効であり、Figs. 3.15 で示した規格化した時系列と比較して、ここで示した各時系列データの振幅は計測時間に関してほぼ一定になるように改善されているといえる。しかしながら、時系列の規格化はトレンドおよび時変標準偏差の推定に大きく依存するので、前述の問題点を解決していくことが重要な課題であるといえる。

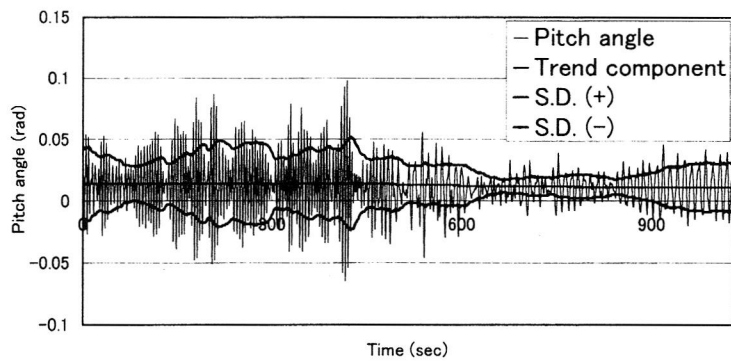
Figs. 3.20(a)-(c) は、Figs. 3.19 のデータに対して瞬間クロススペクトル解析を施した結果を示しており、各動揺データのオートスペクトルである。これらの図も Figs. 3.9 と同様、奥行き方向を時間として、時々刻々得られた瞬間オートスペクトルを 3 次元的に示している。これらの図は、奥行き方向を時間軸として、時々刻々推定されるスペクトルを 3 次元

的に示している。各図の結果は、前節までにおける考察と同様に、時系列データのスペクトル構造の変化をよく表している。さらに、非定常性に対する追従性を向上させるために提案した計算アルゴリズムを利用した結果から、横揺れ角、縦揺れ角および上下加速度の各結果に関して、変針後の後半部の定常時系列におけるピーク周波数がスムーズに移動している様子がよくわかる。したがって、3.4節において提案した手法を用いることは、時系列の変化に対してよく追従する瞬間クロススペクトルの推定が可能であるといえる。

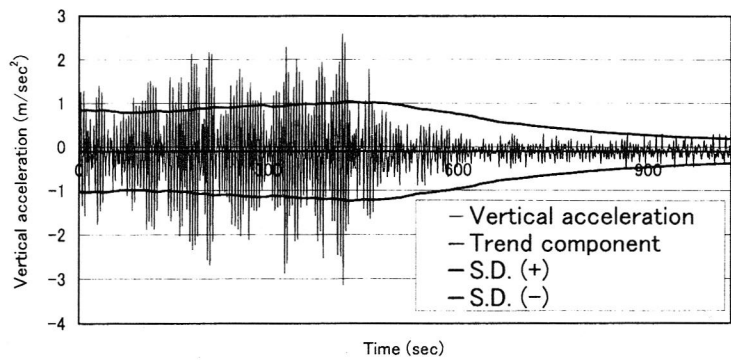
以上の考察に基づけば、改良した計算アルゴリズムは、非定常時系列データに対する瞬間クロススペクトル解析に関して、前節までの手法と比較してより有用であることがいえる。さらに、計算時間の短縮を図ることが可能となったため、Bayes法に基づく方向波解析法のオンライン化を行ううえで有効な手法であるといえる。



(a) Roll angle

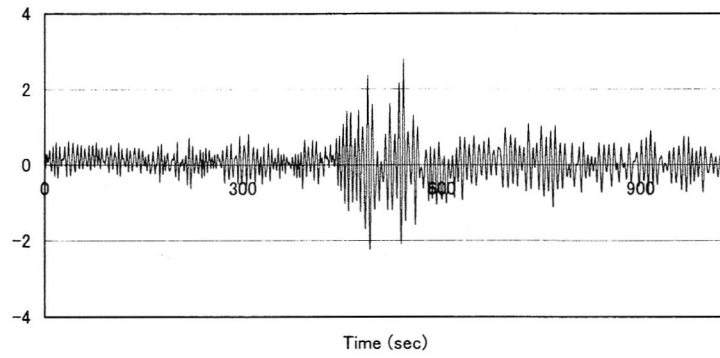


(b) Pitch angle

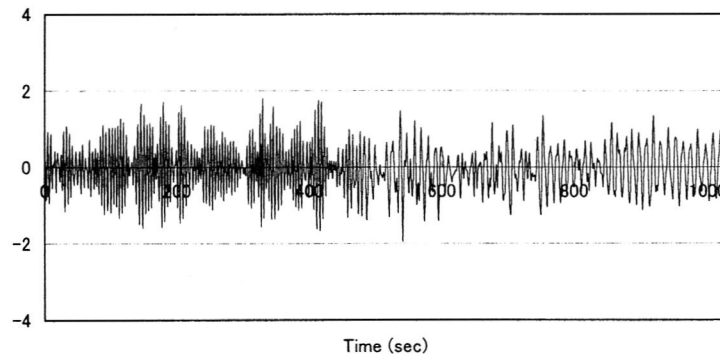


(c) Vertical acceleration

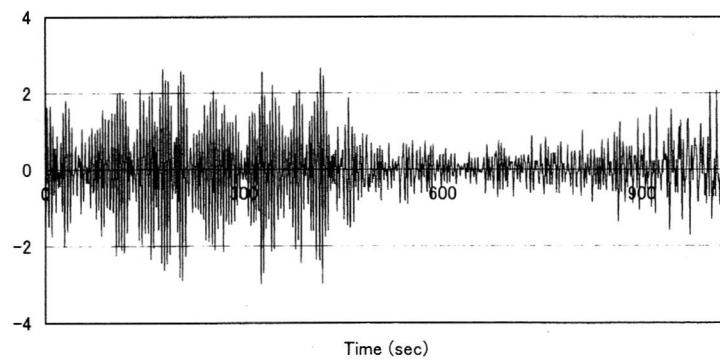
Figs. 3.18 Results of analyses based on the improved method for trend model and time varying variance model



(a) Roll angle

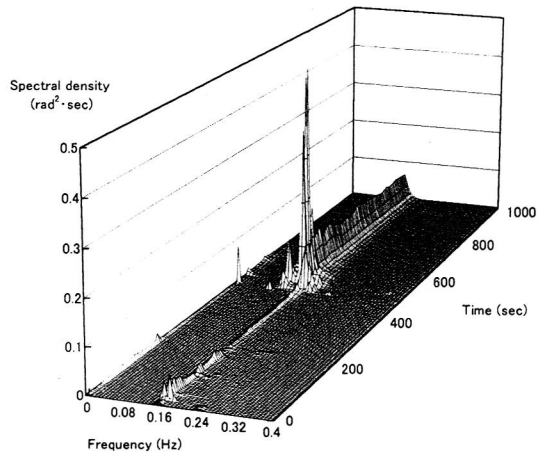


(b) Pitch angle

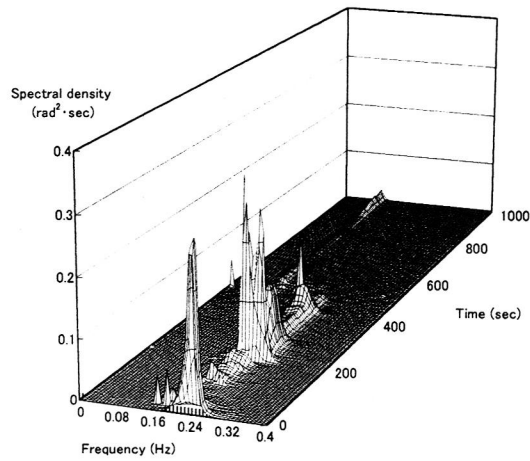


(c) Vertical acceleration

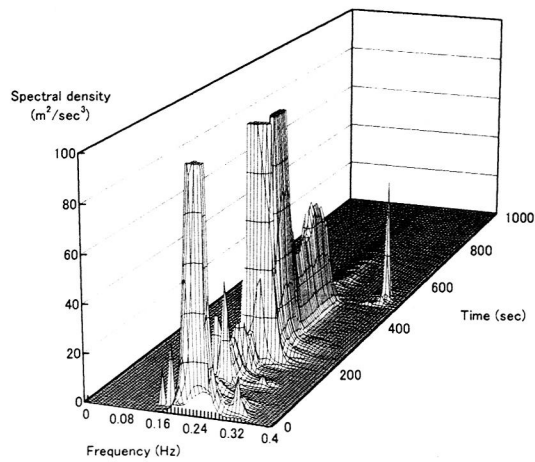
Figs. 3.19 Normalized data based on the improved method



(a) Roll angle



(b) Pitch angle



(c) Vertical acceleration

Figs. 3.20 Estimated instantaneous auto spectra based on improved method

3. 9 結言

本章では、統計モデルの一種である T-VVAR (時変係数多変量自己回帰: Time Varying Vector Auto Regressive) モデルを用いて非定常な船体応答の時系列データを解析する方法を示した。具体的には、T-VVAR モデルを状態空間で表現し、Kalman フィルタのアルゴリズムに基づいて時変自己回帰係数を時々刻々推定し、オンラインで瞬間クロススペクトルを求める手法を提示した。実船データを用いた解析結果から得られた知見をまとめると以下のようなになる。

- (1) 非定常時系列データに対する T-VVAR モデルの瞬間クロススペクトル解析結果は、スペクトルのピークの発生、移動、消滅の時間的変化を良く表している。
- (2) 定常部分では T-VVAR モデルと SVAR モデルの結果は良く一致しており、T-VVAR モデルの解析結果が途中の非定常部分の影響を受けない。
- (3) T-VVAR モデルによる解析結果は、変針前後の SVAR モデルの結果を滑らかに補完すると同時に、変針時の大きな動揺振幅の影響を表しており、非定常時系列の解析に対して有効である。
- (4) トレンドモデルおよび時変分散モデルを用いることにより、時系列データのトレンドおよび標準偏差を時々刻々推定することが可能である。
- (5) トレンドおよび時変標準偏差の推定値で規格化した時系列データを使用して瞬間クロススペクトル解析を行うことにより、安定した瞬間クロススペクトルの推定が可能である。
- (6) 時系列の非定常性に対する追従性を改良するために提案した計算アルゴリズムは有効であることが明らかにされた。さらに、計算時間の短縮を図ることが可能となったため、Bayes 法に基づく方向波解析法のオンライン化を行ううえで有効な手法であるといえる。

最後に、本報告では簡単のために、T-VVAR モデルの次数を MAICE 法によって決定された SVAR モデルの次数と同じにして計算を行っているが、今後の課題としてモデルの次数の決定法について詳しく検討する必要があると思われる。また、安定した瞬間クロススペクトルを推定するためには、適切に時系列を規格化しなければならない。したがって、3. 8 節において述べたように、改良した計算アルゴリズムに基づくトレンドモデルおよび時変分散モデルにおけるトレードオフパラメータの決定方法に関する詳細な検討も今後の検討課題として挙げられる。

第4章 Bayes法による方向波スペクトル推定法のオンライン化

4.1 緒言

前章において、船体動揺の瞬間クロススペクトルの推定法を提示した。したがって、Bayes法を同時に用いることによりオンラインで船体応答から方向波スペクトルを推定することが可能となる。

第2章で示したように、Bayes法による方向波スペクトルの推定では、計測された船体動揺クロススペクトルを出力、理論的に計算された船体動揺応答関数を伝達関数とみなし、入力である方向波スペクトルを線形回帰モデルの係数として逆推定する。この手法では、方向波スペクトルの推定量が出会い角・周波数に対して滑らかに変化するという平滑化条件等を事前分布としてモデルに取り込むことにより、観測誤差の影響を少なくし安定した解析を実現している。しかしながら、数値解法においてスペクトルが非負であるという条件を考慮しているために非線形方程式を反復計算によって解く必要があり、また事前分布の重み係数であるハイパーパラメータの最適値を推定する過程において反復探索を必要としている。そのため、実際の推定計算においては二重の反復計算によって計算量が膨大となり、オンライン処理に対して不利な面を有している。

本章では、前章の結果を応用して Bayes法による方向波スペクトル推定法のオンライン化を図り、推定した方向波スペクトルに基づいて実海域における船体応答を予測する。まず、Bayes法による方向波スペクトルの推定において、毎時間ステップの計算量を低減するためにハイパーパラメータの最適値探索のアルゴリズムを改良し、方向波スペクトル推定のオンライン化を図る。さらに、提案した手法を検証するために、長波頂不規則波中において出会い角が時々刻々変化する波高計アレイのシミュレーション数値実験を行う⁽⁷²⁾。実験結果の詳細な検討から、提示する手法（以後、「逐次型 Bayes法」と呼ぶ。）の有効性を示す。次に、逐次型 Bayes法を拡張・改良し、実海域の方向波スペクトルを船体動揺データのみから逆推定することを試みる。具体的には、pitch角,roll角および船体上下加速度のデータの瞬間クロススペクトルおよびそのときの船速に対応する船体動揺応答関数を使用して方向波スペクトルを逆推定する。このとき、船体動揺が非定常になる場合において推定計算が不安定になる可能性がある。そこで、有義波高の過大な推定を抑えることを目的として、推定計算には有義波高が目視観測結果に一致するという制約条件式を付加することとする。変針時の非定常性を含んだ時系列データによる方向波スペクトルの推定計算を行った結果から、逐次型 Bayes法の有効性を示す⁽⁷³⁾。最後に、オンラインで推定した方向波スペクトルを用いて、第2章で提示した手法により操船後における船体動揺の予測を行い、解析結果に基づいて、本手法の有用性を検討する。

4. 2 波高計アレイによるシミュレーション数値実験

4. 2. 1 推定アルゴリズム

Bayes 法による計算手順は第 2 章において既に詳細を示したので、ここでは Bayes 法の計算の流れを要約しオンライン推定のために改良されたアルゴリズムについて説明を加える。

Bayes 法によって方向波スペクトルを推定するために解かれる式は(2.8)式に示したように次の線形回帰モデルである。

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{W} \quad (4.1)$$

ここで、 \mathbf{B} は計測した船体動揺データのクロススペクトルで構成されるベクトル、 \mathbf{A} は船体動揺の応答関数の理論値で構成される係数マトリックス、 \mathbf{W} は問題を統計的に取り扱うために導入されたホワイトノイズおよび $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ は離散化された方向波スペクトルから構成される未知ベクトルを表す。

赤池博士により定式化された Bayes 的推論法に従えば、一般的に次の形をとる尤度関数 $L(\mathbf{x}|\sigma^2)$ と事前分布 $P(\mathbf{x})$ との積を最大化するベクトル \mathbf{x} を求めれば良い。

$$\begin{aligned} & L(\mathbf{x}|\sigma^2)P(\mathbf{x}) \\ &= \left(\frac{1}{2\pi\sigma^2}\right)^{L/2} \left(\frac{u^2}{2\pi\sigma^2}\right)^{M/2} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\left\{\|\mathbf{A}\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{B}\|^2 + u^2\|\mathbf{D}\mathbf{x}\|^2\right\}\right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

ここで、 σ^2 は \mathbf{W} が分散正規分布に従うと仮定した場合の分散値、 \mathbf{D} は事前分布を表すマトリックス、 L はベクトル \mathbf{B} の要素数、 M は事前分布を構成する式の数、 $\|\cdot\|$ はベクトルのノルムを表す。

いま、(4.2)式の指数部に着目すれば、(4.2)式を最大化するためには

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{A}\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{B}\|^2 + u^2\|\mathbf{D}\mathbf{x}\|^2 \quad (4.3)$$

を最小化すれば良いが、スペクトルは非負であるので $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ の各要素を次のように指数関数表示する必要がある。

$$\mathbf{F}(\mathbf{x})^T = (\exp(x_1) \cdots \exp(x_j)) \quad (4.4)$$

この未知ベクトルの置き換えによって、(4.3)式のノルム内が非線形方程式となるため、右辺第 1 項の $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ を \mathbf{x}_0 のまわりで Taylor 展開すると、実際に解く式が次のように得られる。

$$J(\mathbf{x}) = \|\hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} - \hat{\mathbf{B}}\|^2 + u^2\|\mathbf{D}\mathbf{x}\|^2 = \left\| \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{A}} \\ u\mathbf{D} \end{pmatrix} \mathbf{x} - \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{B}} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \right\|^2 \quad (4.5)$$

ただし、

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} \mathbf{E}(\mathbf{x}_0), \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} - \mathbf{A} \mathbf{F}(\mathbf{x}_0) + \hat{\mathbf{A}} \mathbf{x}_0, \mathbf{E}(\mathbf{x}) \equiv \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}.$$

第2章で述べたように、実際の計算においては、適当な初期値 \mathbf{x}_0 を与え、(4.5)式を最小二乗法によって解き、得られた \mathbf{x} を新しい \mathbf{x}_0 として繰り返し計算を行い、収束した \mathbf{x} の値を(4.2)式を最大化する推定値としている。一方、(4.2)式の中に含まれる u^2 は、ハイパーパラメータと呼ばれるものであり、モデルの適合度と事前分布で与えられた性質のバランスを決める重み係数の役割を果たし、*ABIC* の最小化により客観的に決定することができる。したがって、従来の Bayes 法では反復計算を二重に行うことになるため、膨大な計算量を要する。そこで、本章においては、非線形方程式を解く場合に限定して反復計算を実施し、オンライン推定を実現するためにハイパーパラメータの探索方法を改良する。

いま、海洋波のスペクトル構造について考えた場合、実際の推定結果は局所的にほぼ一定の値を示すと考えられる。そのため、*ABIC* を最小化するハイパーパラメータが局所的に一定であると仮定することができるものとする。そこで、実際の推定計算においては、ハイパーパラメータの最適値が時間とともに一定値に収束すると仮定して、各時間ステップにおいて2分木探索法⁽⁷⁴⁾を1回用いてハイパーパラメータを決定し、時間進行とともに徐々に最適値に近づく手法を採用した。オンライン解析のための信号処理および方向波スペクトル推定に関するフローチャートを Fig. 4.1 に示す。

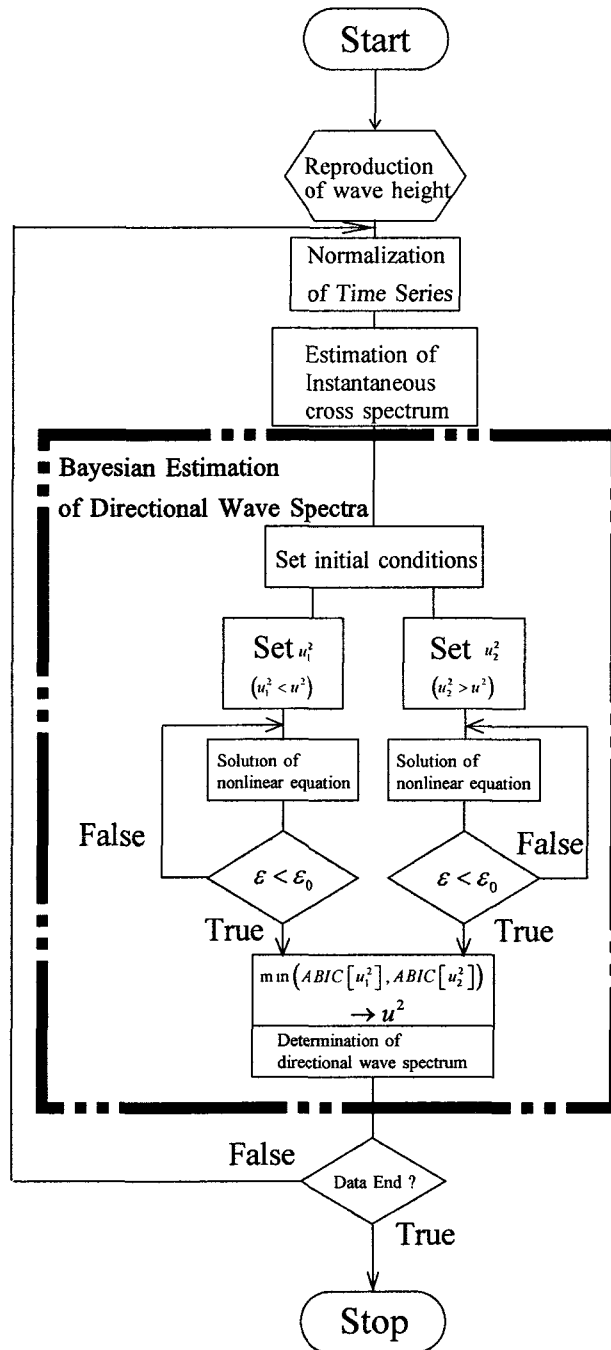


Fig. 4.1 Flow chart for estimation of directional wave spectrum

4. 2. 2 数値シミュレーションの概要

提案した手法を検証するために、波との出会い角が動的に変化する波高計アレイのシミュレーション数値実験を行った。Fig. 4.2 に使用した座標系と波高計の配置を示す。本実験では3本の波高計を用いたデルタアレイを想定した。シミュレーションには、有義波高5m, ゼロアップクロス周期11秒のISSC波スペクトルに基づき、0.5秒間隔で発生させた長波頂不規則波の時系列データを使用した。本実験においては、波向が異なるデータを合成することによって、波高計アレイと波との出会い角が動的に変化する時系列を作成した。その一例を Figs. 4.3 に示す。図は上から Fig. 4.2 で示した No.1, No.2 および No.3 の波高計のデータである。この時系列データにおいて、最初の500秒間は60度から波が到来しており、その後1秒間に1度の速度で波向が変化し、560秒以降は0度から波が到来しているデータとなっている。すなわち、これらは、データの前半部ならびに後半部において波向き一定の定常時系列部分と500秒から560秒までの間において波向きが変化する非定常部分から構成される非定常時系列データである。本節では、このような非定常時系列データに T-VVAR モデルによる瞬間クロススペクトル解析を施し、得られた瞬間クロススペクトルに基づき、オンラインアルゴリズムを採用した Bayes 法により逐次的に方向波スペクトルを推定した結果を示す。

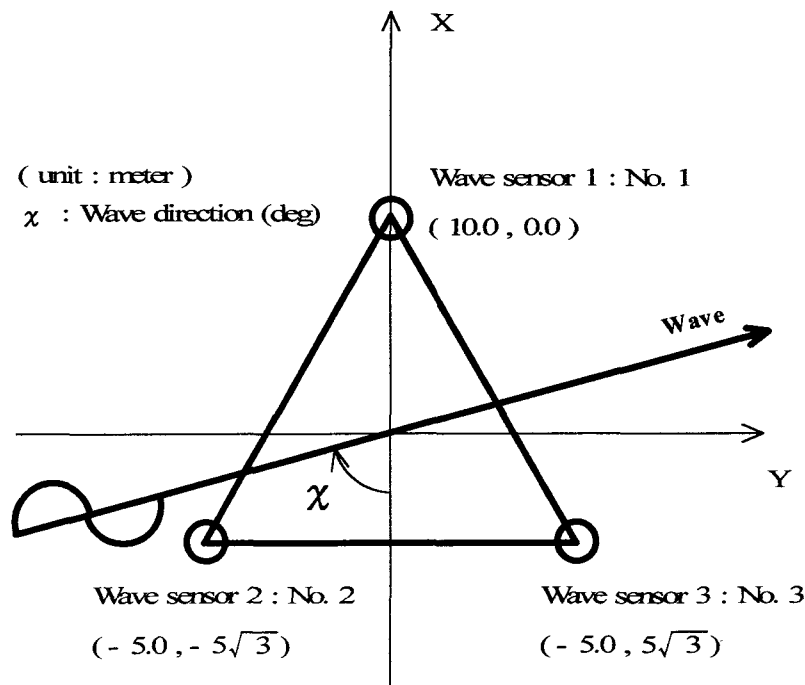
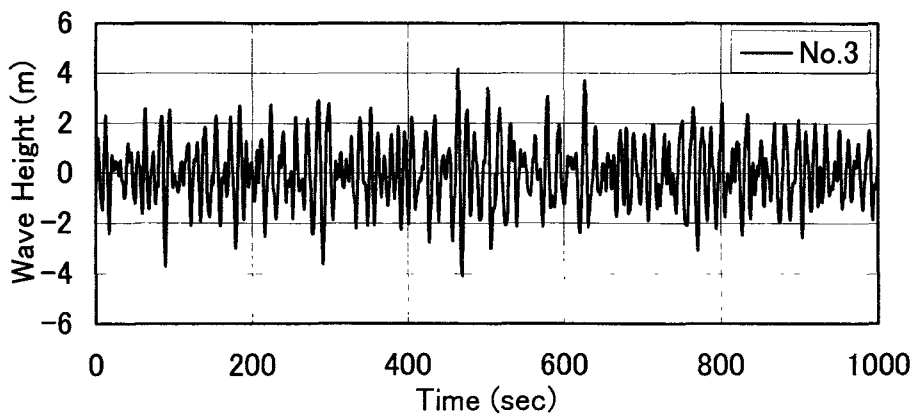
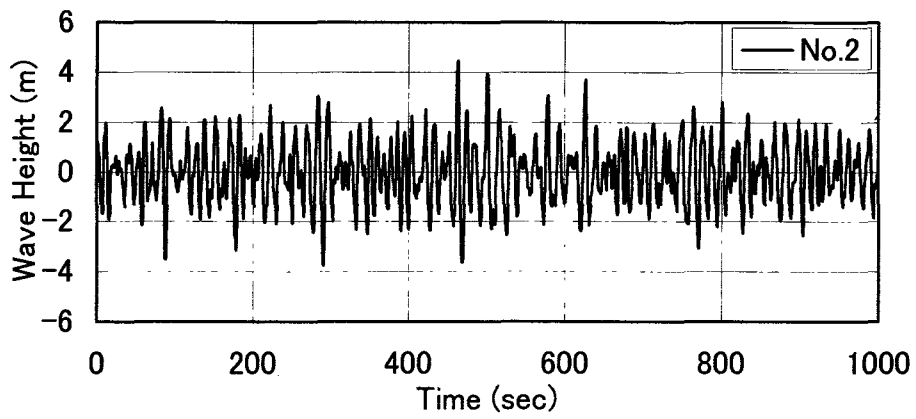
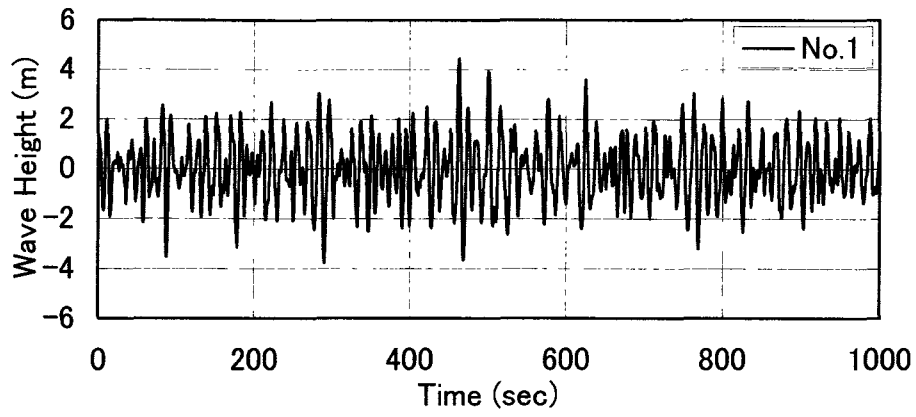


Fig. 4.2 Coordinate systems and a triangular array for simulation



Figs. 4.3 Reproduced time histories of wave height

4. 2. 3 実験結果と考察

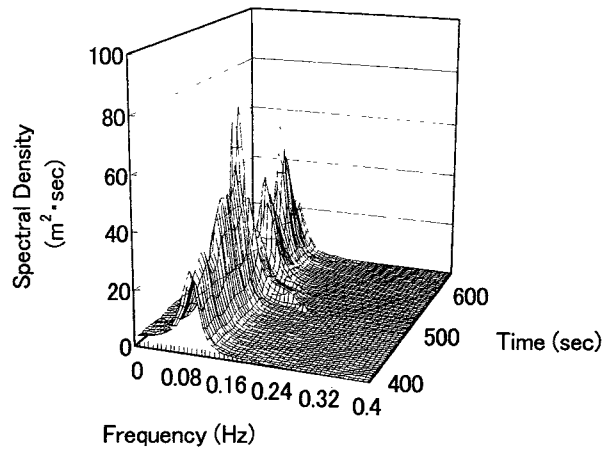
(1) T-VVAR モデルによる瞬間クロススペクトル解析

Figs. 4.4(a)-(i) は、Figs. 4.3 の時系列に対して T-VVAR モデルによる瞬間クロススペクトル解析を行った結果の一例である。これらの図は、奥行き方向に時間軸をとり、時々刻々得られるクロススペクトルを 3 次元的に示している。ここで、(a)から(c)は各波高計のオートスペクトルを表しており、(d)から(i)は各波高計のクロススペクトルの実数部と虚数部を表している。Figs. 4.4(a)-(c) に示したように、各波高計のオートスペクトルは、波との出会い角が変化する図中央付近の非定常な部分を除き、時系列が定常である前半部分と後半部分においてピーク周波数が同一位置にあり、かつそのパワーについても入力として与えた ISSC 波スペクトルとほぼ一致していることが分かる。そして、Figs. 4.4(d)-(f) に示すように、各波高計のクロススペクトルの実部についてもオートスペクトルの結果と同様、良く一致していることが分かる。さらに、Fig.4.2 および Figs. 4.4(g)-(i) により、クロススペクトルの虚数部分については、波向 60 度の場合において No.1 と No.3 の波高計が波頂に対して平行となるため、スペクトル解析の結果が一致しており、同様に、波向 0 度の場合において No.2 と No.3 波高計の結果が一致していることが分かる。

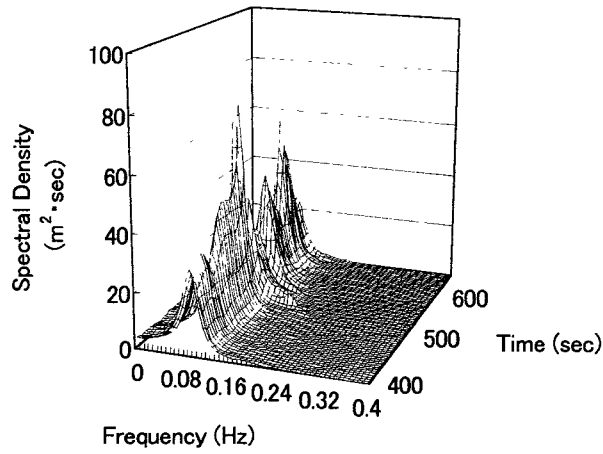
(2) 逐次型 Bayes 法による方向波スペクトルのオンライン推定

Figs.4.5(a)から Figs. 4.7(c)に、Figs. 4.4 で示した瞬間クロススペクトルを用いて推定した方向波スペクトルの一例を示す。これらの図は、440 秒、560 秒および 620 秒の時点における推定結果を表している。これらの図中の(a)は方向波スペクトルを等高線で示した図であり、奥行き方向に絶対周波数、横軸に波との出会い角をそれぞれ表している。なお、縦軸は出会い角を(rad)で表した場合の値を示している。(b)は方向波スペクトルを出会い角について積分することにより求めた 1 次元のパワースペクトルを示した図であり、横軸を絶対周波数として縦軸にスペクトル密度を表している。(c)は方向波スペクトルを周波数について積分することにより求めた方向分布を示した図であり、横軸を出会い角として縦軸にスペクトルの方向分布を表している。

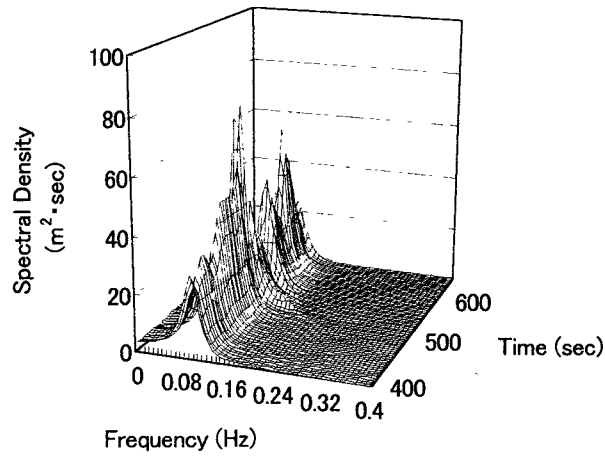
これらの図から、波高計アレイを用いて逐次的に逆推定した方向波スペクトルは、波との出会い角の動的な変化に対応して、その方向に良く追従していることが分かる。さらに、推定した 1 次元のパワースペクトルは入力として与えた ISSC 波スペクトルと良く一致していることが分かる。したがって、逐次型 Bayes 法は、非定常性を有する時系列に基づく方向波スペクトルの逐次推定に対して有効であると言える。



(a) Auto spectra of No.1 wave sensor

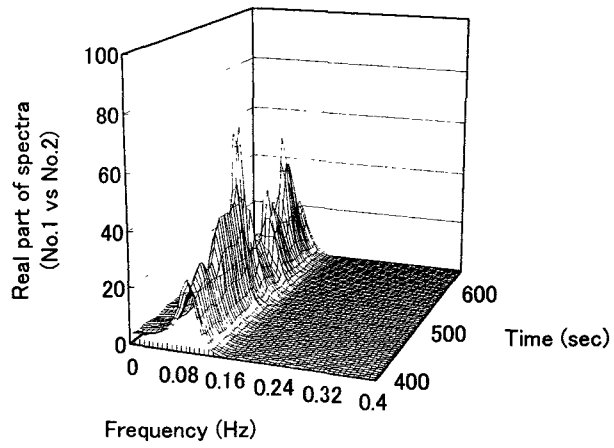


(b) Auto spectra of No.2 wave sensor

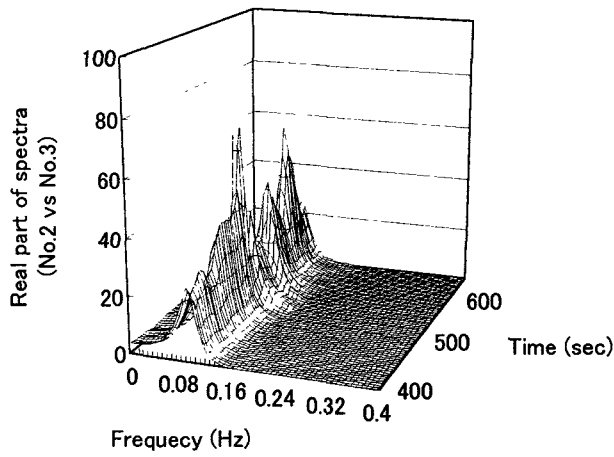


(c) Auto spectra of No.3 wave sensor

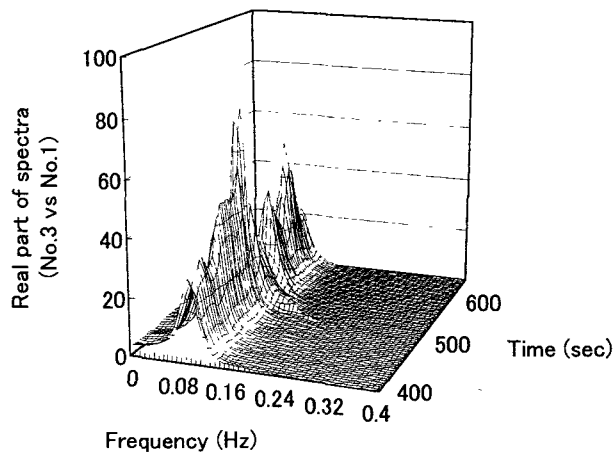
Figs. 4.4 Estimated instantaneous cross-spectra



(d) Real part of cross spectra for (No.1 vs No.2) wave sensor

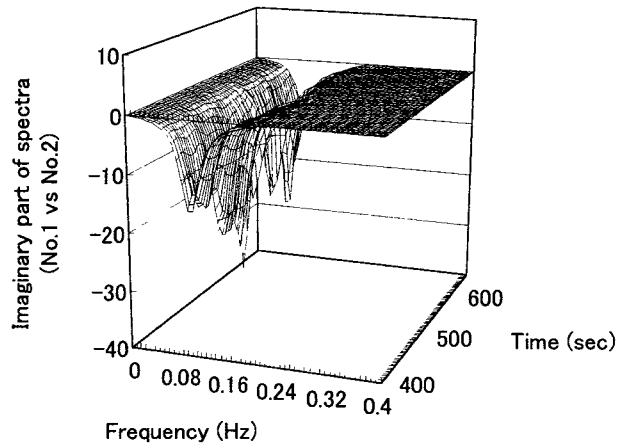


(e) Real part of cross spectra for (No.2 vs No.3) wave sensor

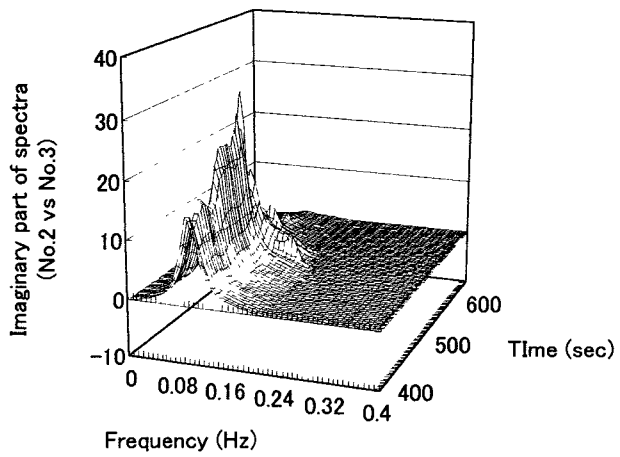


(f) Real part of cross spectra for (No.3 vs No.1) wave sensor

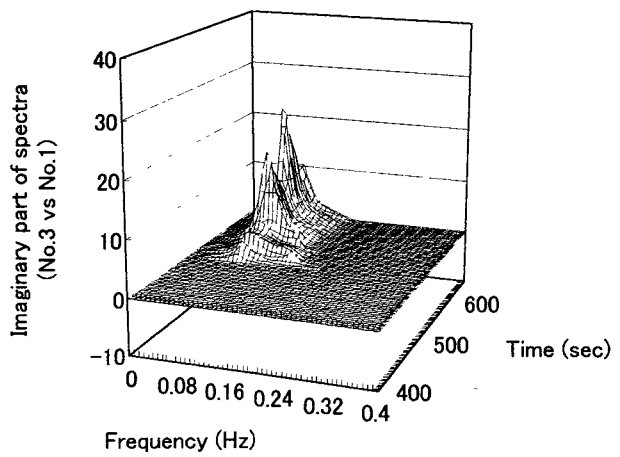
Figs.4.4 Estimated instantaneous cross-spectra



(g) Imaginary part of cross spectra for (No.1 vs No.2) wave sensor

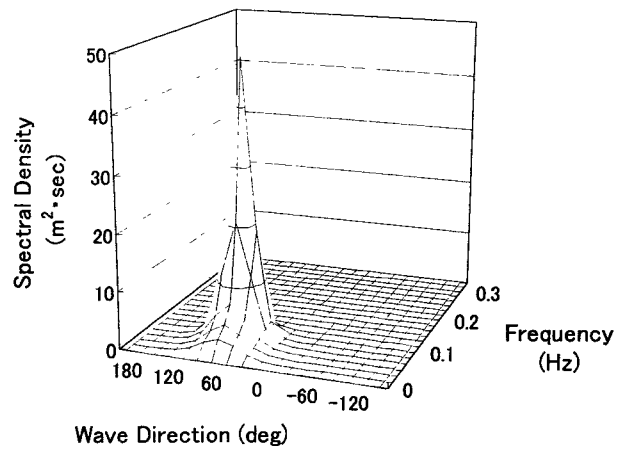


(h) Imaginary part of cross spectra for (No.2 vs No.3) wave sensor

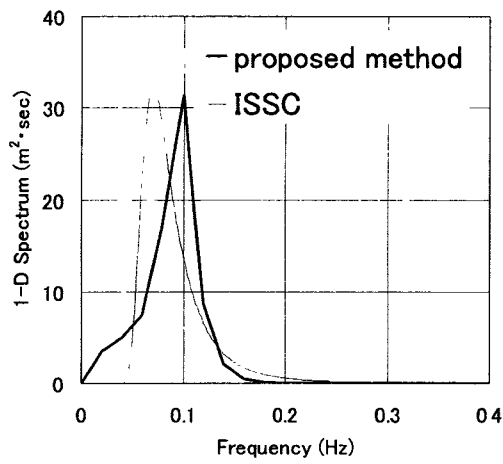


(i) Imaginary part of cross spectra for (No.3 vs No.1) wave sensor

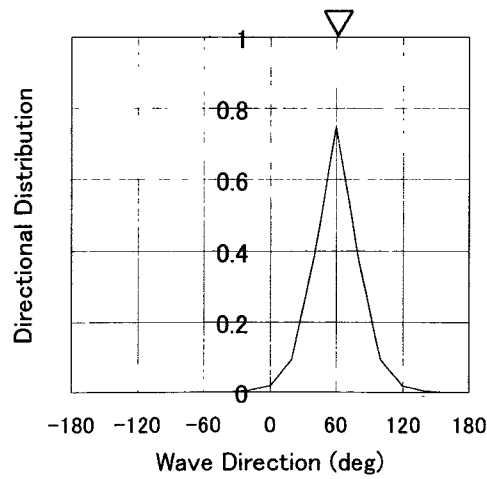
Figs. 4.4 Estimated instantaneous cross-spectra



(a) Estimated directional wave spectrum

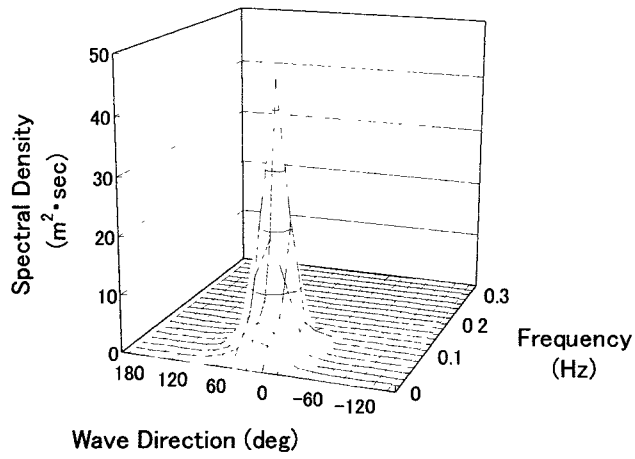


(b) 1-Dimensional spectrum

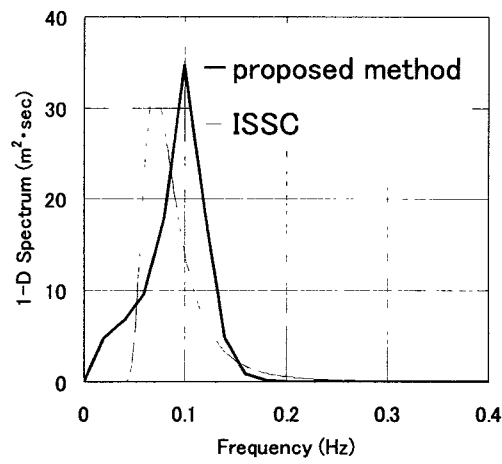


(c) Directional distribution

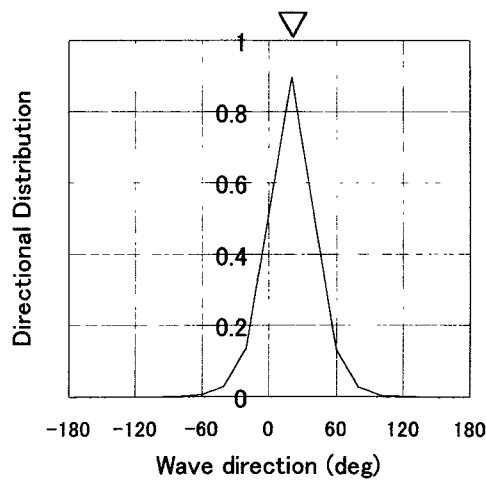
Figs. 4.5 Example of estimated directional wave spectrum [440(sec)]



(a) Estimated directional wave spectrum

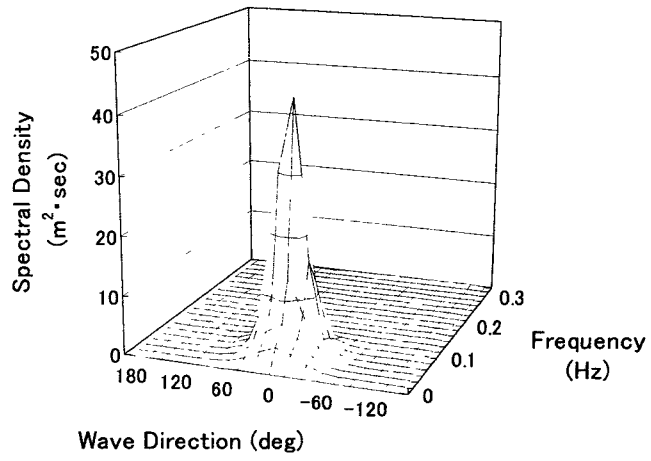


(b) 1-Dimensional spectrum

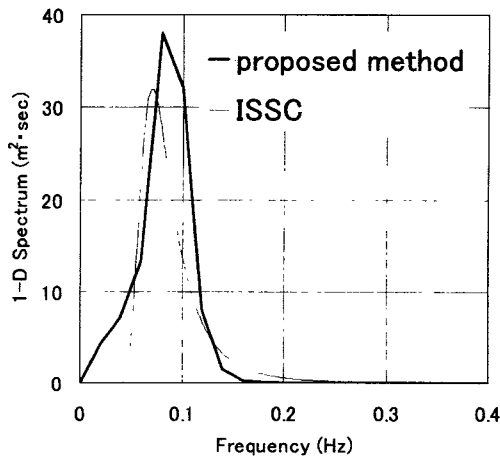


(c) Directional distribution

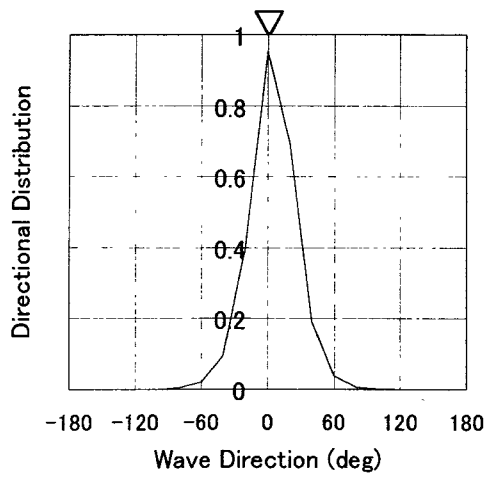
Figs. 4.6 Example of estimated directional wave spectrum [560(sec)]



(a) Estimated directional wave spectrum



(b) 1-Dimensional spectrum



(c) Directional distribution

Figs. 4.7 Example of estimated directional wave spectrum [620(sec)]

4. 3 実船実験データに基づく方向波のオンライン推定

4. 3. 1 逐次型 Bayes 法の拡張・改良

本節においては、実海域の方向波スペクトルを船体動揺データのみから逆推定することを試みる。すなわち、逐次型 Bayes 法において、方向波スペクトルを推定するために船体動揺データの瞬間クロススペクトルおよびそのときの船速に対応する船体動揺応答関数を用いる手法に拡張する。

船体動揺が波浪入力に対して線形応答であると仮定すると、ある波の出会い周波数 f_e における方向波スペクトル $E(f_e, \chi)$ と船体動揺のクロススペクトル $\phi_{mm}(f_e)$ との関係は、一般に次のような式で表される。

$$\phi_{mm}(f_e) = \int_{-\pi}^{\pi} H_m(f_e, \chi) H_n^*(f_e, \chi) E(f_e, \chi) d\chi \quad (4.6)$$

ここで、 m と n は船体動揺の要素を表し、 $H_m(f_e, \chi)$ および $H_n^*(f_e, \chi)$ はそれぞれの動揺要素の応答関数であり、* は複素共役であることを表している。また、 χ は波との出会い角を表している。

(4.6)式は出会い周波数ベースで表されているので、絶対周波数ベースに変換して解析を行う必要がある。しかしながら、第2章で示したように、追い波中を航行している場合において波の出会い周波数と絶対周波数が一対一に対応しない。模式的に示すと、再記になるが Fig. 4.8 のようになる。したがって、前節に示した手法をそのまま適用することができない。そこで、追い波に対応する項を付加して(4.6)式を変換し、出会い角で離散化すれば、次式のようにマトリクス表示で表される。

$$\Phi(f_e) = \mathbf{H}(f_{01})\mathbf{E}(f_{01})\mathbf{H}(f_{01})^T + \mathbf{H}(f_{02})\mathbf{E}(f_{02})\mathbf{H}(f_{02})^T + \mathbf{H}(f_{03})\mathbf{E}(f_{03})\mathbf{H}(f_{03})^T \quad (4.7)$$

ただし、 f_{01} 、 f_{02} および f_{03} は波との出会い周波数に対応する絶対周波数をそれぞれ表しており、 $\Phi(f_e)$ はクロススペクトル行列、 $\mathbf{H}(f_{0i})$ 、 $\mathbf{E}(f_{0i})$ ($i=1,2,3$) はそれぞれ絶対周波数 f_{01} 、 f_{02} および f_{03} に対応する船体動揺の応答関数行列および方向波スペクトルを表す行列である。さらに、クロススペクトル行列 $\Phi(f_e)$ の性質を利用することによって、(4.7)式は次式のような線形回帰モデルで表すことができ、本章ではこのモデルを当てはめることにより方向波スペクトルを推定する。

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{F}(\mathbf{x}) + \mathbf{W} \quad (4.8)$$

ここで、 \mathbf{B} は計測した船体動揺データのクロススペクトルで構成されるベクトル、 \mathbf{A} は船体動揺の応答関数の理論値で構成される係数マトリクス、 \mathbf{W} は問題を統計的に取り扱うために導入されたホワイトノイズおよび $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ は離散化された方向波スペクトルから構成される未知ベクトルである。オンライン推定のためのアルゴリズムを Fig. 4.9 に示す。前節と異なる点は、船速と船体動揺の応答関数を読み込むことである。

Bayes 法による方向波スペクトルの推定において、精度の良い推定を行うためにはピッチ角、ロール角および波高計データを使用することが望ましいことが明らかにされている⁽⁶⁰⁾。しかしながら、実際に波高計を装備している商船は少ない。そこで、本節においては、

慣性センサのみから入手できるデータすなわちピッチ角，ロール角および船体上下加速度のデータを使用することとする。この場合、参考文献(60)においても指摘されているように、方向波スペクトルの推定精度は波高計データの使用による推定結果および目視観測の結果と比較して悪くなる。また、方向波スペクトルを逐次的に推定する場合において、時系列データが非定常になる場合に推定計算が不安定あるいは不可能になることが予想される。これらの問題点を解決するために、本章では新しく次のような制約条件を(4.8)式中の既知のベクトル \mathbf{B} および係数マトリックス \mathbf{A} に付加した。

$$H_{1/3} = 4.0 \sqrt{\Delta f \Delta \chi \sum_{i=1}^{F_0} \sum_{j=1}^{K_0} x_{ij}} \quad (4.9)$$

ただし、 $H_{1/3}$ は目視観測により得た有義波高， $\Delta f \Delta \chi$ は面積要素， F_0 は周波数分割数， K_0 は方向分割数および x_{ij} は方向波スペクトルをそれぞれ表している。これは、推定した方向波スペクトルを積分することによって得た有義波高と目視観測によって得た有義波高が等しいという条件を表している。ゆえに、この条件式を追加することによって、安定した方向波スペクトルの推定が可能になるとともに目視観測結果と同程度の有義波高を推定することが可能となる。

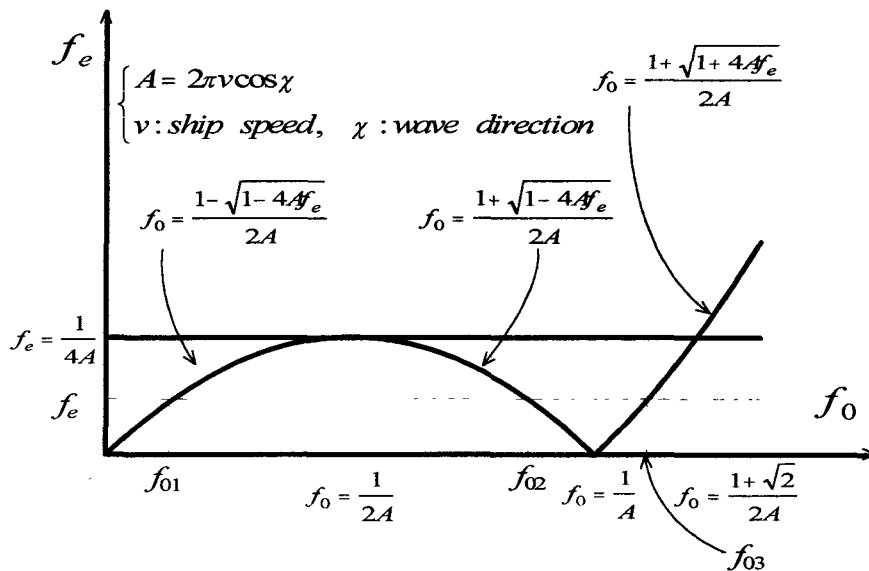


Fig. 4.8 Relationship between encounter wave frequencies and true wave frequencies

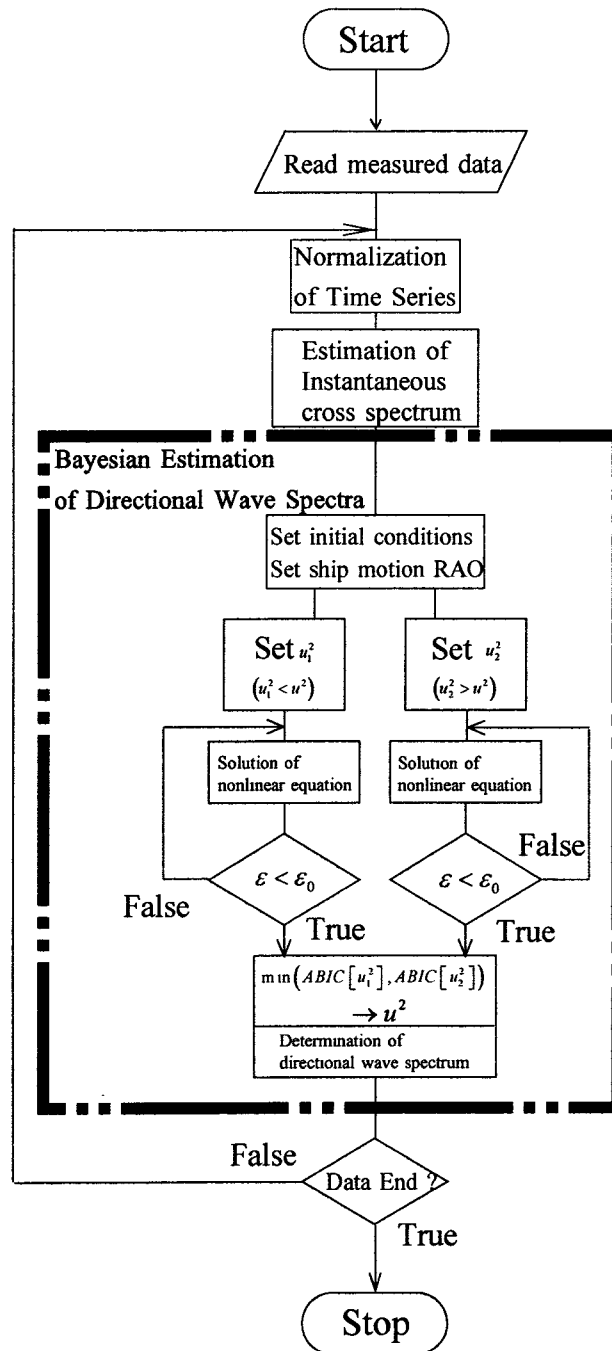


Fig. 4.9 Flow chart for directional wave spectrum based on the improved method

4. 3. 2 実船データに基づく方向波スペクトルのオンライン推定

本節で使用する実船実験データは、第3章におけるデータと同一であり、平成13年3月7日、東京商船大学附属練習船汐路丸の実験航海において収録されたものである。このデータに関する解説は第3章において行ったので、本節における詳細な解説は割愛する。実験条件および実験呼称などは第3章において示したとおりである。

本節において拡張・改良した逐次型 Bayes 法の検証を行うために、第3章において示した瞬間クロススペクトルのオート成分の結果である Figs. 3 20 および同時に推定しているクロス成分を用いる。

Figs.4.10(a)-(c) と Figs.4.11(a)-(c) は、前述の瞬間クロススペクトルを用いて5秒ごとに方向波スペクトルを推定した結果の一例である。これらの図は、200秒および780秒の時点における推定結果を表している。これらの図中の(a)は方向波スペクトルを等高線で示した図であり、奥行き方向に絶対周波数、横軸に出会い角 (ITTC 座標系) をそれぞれ表している。(b)は方向波スペクトルを出会い角について積分することにより求めた1次元のパワースペクトルを示した図であり、横軸を絶対周波数として縦軸にスペクトル密度を表している。(c)は方向波スペクトルを周波数について積分することにより求めた方向分布を示した図であり、横軸を出会い角として縦軸にスペクトルの方向分布を表している。

推定結果をまとめて Table 4.1 に示す。目視観測による結果と推定結果を比較した場合、Condition A および Condition B において、両者の完全な一致は見られないがおおむね良好な精度で推定できていると考えられる。Zero up cross 周期において若干の差が見られるが、この原因としてはトレンド、時変分散および瞬間クロススペクトルの推定誤差の影響が考えられる。また、今回の推定計算においては、変針時の船速を一定として考えて応答関数を推定計算に取り入れている。そのため、船速に対応する応答関数を正確に取り込まれていないことも推定誤差に影響を与えていると考えられる。

一方、本研究においては船体動揺データのみを用いて推定計算を行うこととした。そのため、推定値の精度が悪いおよび非定常部分の解析において推定計算が不安定となるなどの問題点が生じることとなった。しかしながら、前項で導入した新しい制約条件の効果により、推定計算が安定に行えるように改善された。さらに、目視観測による有義波高を与えているので、Table 4.1 に示したように、有義波高に関する推定値は良い結果を与えていることが確認できる。

Table 4.1 Comparison of the results between the estimates and the observations

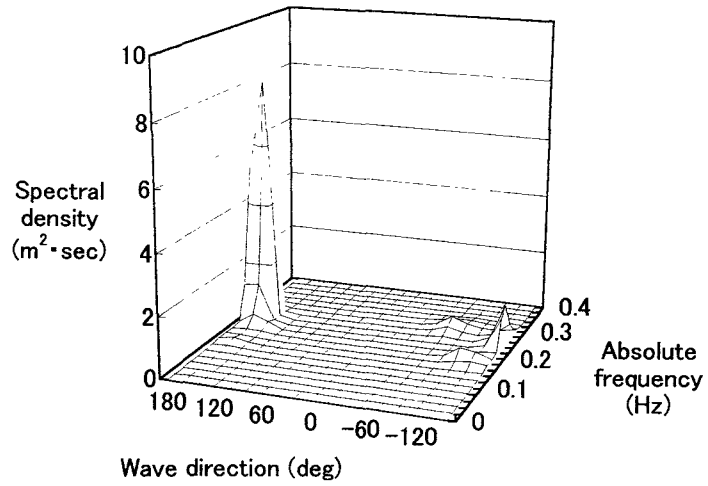
	Condition A			Condition B		
	$H_{1/3}$	T	$Dir.$	$H_{1/3}$	T	$Dir.$
Observations	1.6(m)	7.0(sec)	145(deg)	1.3(m)	7.0(sec)	10(deg)
Estimates	1.83(m)	4.28(sec)	160(deg)	1.27(m)	4.84(sec)	20(deg)

ただし、

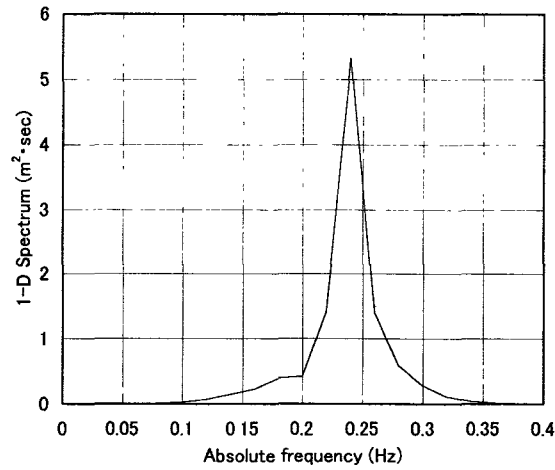
$H_{1/3}(m)$: Significant Wave Height

$T(sec)$: Zero-Up Cross Period

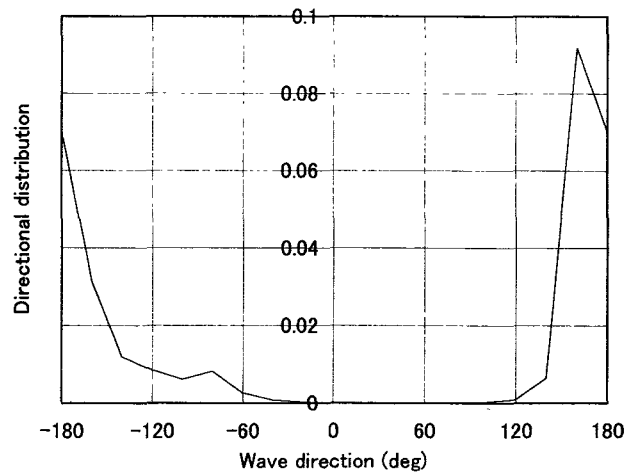
$Dir.(deg.)$: Encounter Wave Direction



(a) Estimated directional wave spectrum

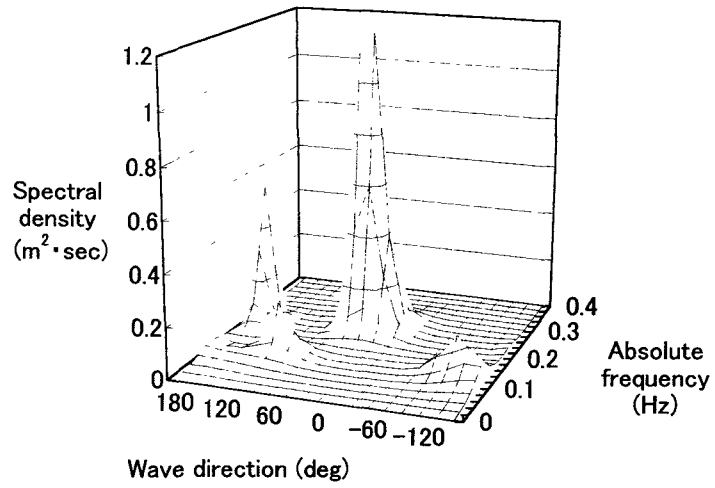


(b) 1-Dimensional spectrum

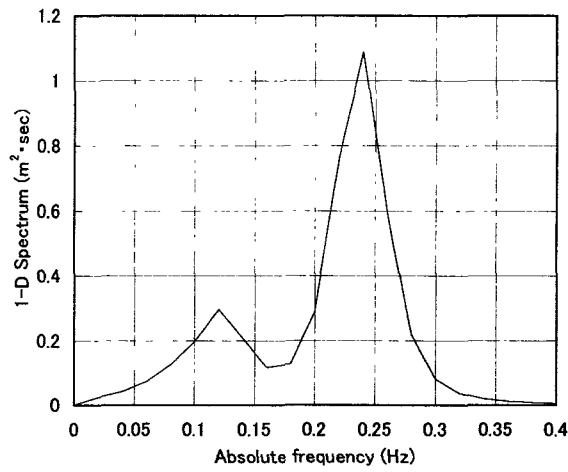


(c) Directional distribution

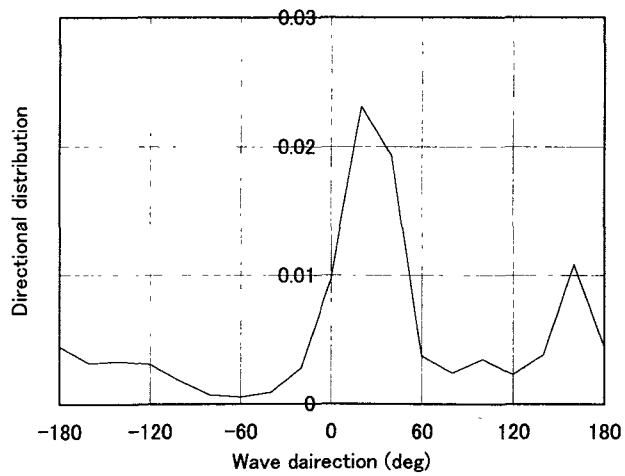
Figs. 4.10 Example of estimated directional wave spectrum [200(sec)]



(a) Estimated directional wave spectrum



(b) 1-Dimensional spectrum



(c) Directional distribution

Figs. 4.11 Example of estimated directional wave spectrum [870(sec)]

4. 3. 3 船体動揺の予測

ここでは第2章において論じた船体応答の短期予測を縦揺れおよび横揺れに関して実施する。すなわち第2章に示した方法と同様に、船体まわりの波浪が定常であると仮定し、ある時刻において逆推定された方向波スペクトルを用いて、あらゆる変針・増減速に対する船体動揺の予測を実施する。

Table 4.2およびFig. 4.12に針路と船速を種々変化させて行った一連の実験の概要を示す。ここでは、ある時刻において推定した方向波スペクトルとして前節の結果すなわちCondition Aの200秒の時点で推定値を用いる。ただし、前項までにおけるCondition AおよびCondition Bは、本項におけるNo.1およびNo.2に相当する。実験No.1の200秒における方向波の推定値を用いて以後の操船に対する縦揺れおよび横揺れの変化を予測したものをFig. 4.13およびFig. 4.14に示す。Fig. 4.13は縦揺れ角の有義値の変化を予測した結果と実際に変針・増減速を行った後の有義値とを比較した図であり、Fig. 4.14は横揺れ角について同様に比較した図である。これらの図において、横軸は実験開始時間であり、縦軸は各応答の有義値を表している。Fig. 4.13から縦揺れ角の有義値の変化は定性的および定量的に良い一致を示していることがわかる。

Table 4.2 Ship course and speed

	Time stamp	Course	Speed	Angle of encounter (ITTC coordinate system)
No.1	12:15:26	270(deg)	8.5(knots)	145(deg)
No.2	12:26:37	60(deg)	9.5(knots)	15(deg)
No.3	12:37:44	220(deg)	7.0(knots)	185(deg)
No.4	12:47:31	180(deg)	8.5(knots)	45(deg)

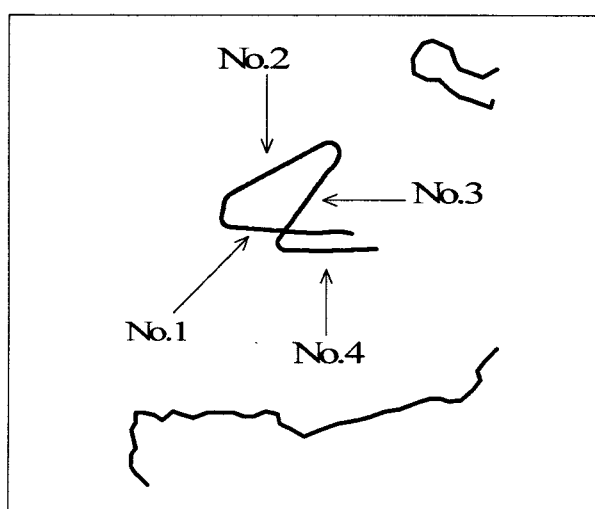


Fig. 4.12 Location of experimental area and trajectory

また、Fig. 4.14 に示したように横揺れ角の結果は定性的には良い一致を示しているが、定量的な一致は見られない。このような結果を示した原因については次のように考えることができる。一般的に、横揺れ運動は自己相関の非常に強い運動すなわち波浪外力の影響をあまり受けない運動である。それゆえ、横揺れ運動を流体力学的に推定する場合においては、運動方程式を解く際に必要となる横揺れ減衰係数および固有周波数いわゆる動揺パラメータを適切に与えることが重要となる^{(75),(76)}。したがって、横揺れ角の結果に関して定量的な一致が見られなかった一因としては、予測している時点における動揺パラメータが適切ではなかったと考えることができる。今後の課題としては、予測を行う際に、大津と北川⁽⁷⁵⁾および井関と大津⁽⁷⁶⁾の研究に見られるような手法を用いて、適切な動揺パラメータをオンラインで計算アルゴリズムに取り込むことが挙げられる。

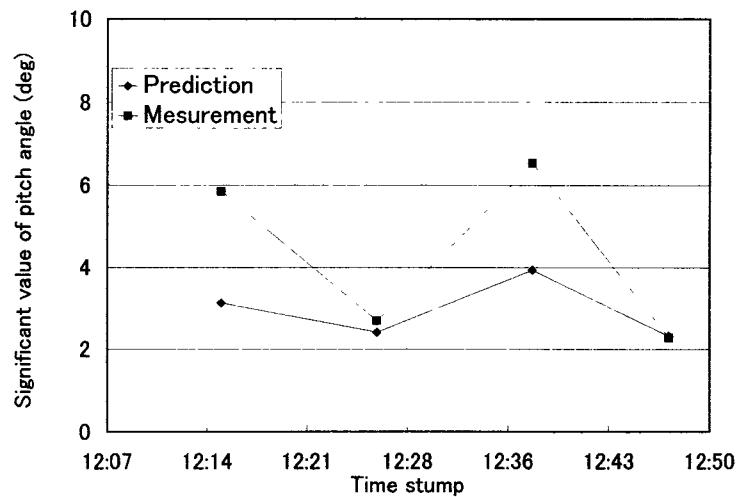


Fig. 4.13 State estimation for Pitch angle

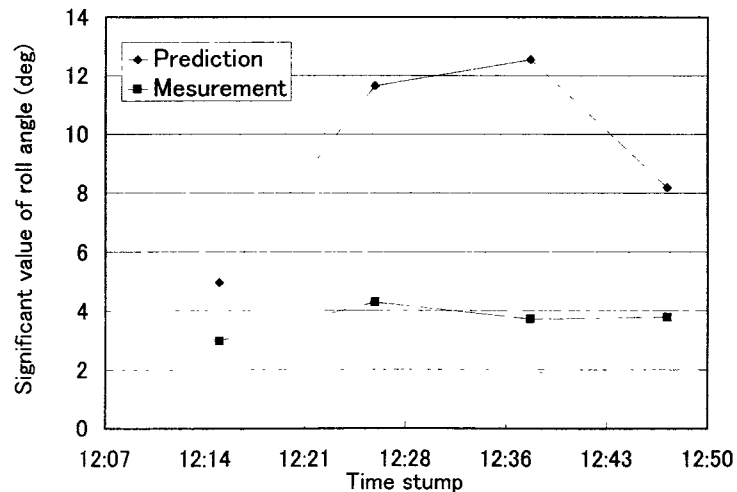


Fig. 4.14 State estimation for Roll angle

4. 5 結言

本章では、T-VVAR（時変係数多変量自己回帰）モデルによる瞬間クロススペクトル解析を導入し、非定常性を有する時系列データに対して方向波スペクトルを逐次的に推定する手法を示した。具体的には次のとおりである。

方向波スペクトルの推定において、Bayes 法を採用するとともに計算アルゴリズムを逐次型に変換することによって、計算のオンライン化を図った。提案した手法の有効性を確認するために、長波頂不規則波中において出会い角が動的に変化する波高計アレイのシミュレーション数値実験および実船実験を行った。解析結果の詳細な検討から得られた知見をまとめると以下ようになる。

- (1) 推定した瞬間クロススペクトルのオート成分は、波向きが変化する前後の定常と考えられる部分において、入力として与えた ISSC 波スペクトルとよく一致する。
- (2) 時系列の位相関係が急激に変化するような場合においても、推定した瞬間クロススペクトルはよく追従する。
- (3) 方向波スペクトルについては、波向きの変化に対して、精度良く安定した推定結果を得ることができる。
- (4) 目視観測による有義波高データを推定計算に直接入力する新しい制約条件式の効果によって、船体動揺データのみを用いた推定計算においても安定した方向波スペクトルが得られ、かつ方向波スペクトルから求められる有義波高の推定値と目視観測の結果はよく一致する。
- (5) 目視観測による結果と推定結果を比較した場合、両者の完全な一致は見られないがおおむね良好な精度で推定できる。Zero up cross 周期において若干の差が見られるが、この原因としてはトレンド、時変分散および瞬間クロススペクトルの推定誤差の影響が考えられる。また、今回の推定計算においては、変針時の船速を一定として考えて応答関数を推定計算に取り入れている。そのため、船速に対応する応答関数を正確に取り込まれていないことも推定誤差に影響を与えていると考えられる。
- (6) 推定した方向波を用いて行った船体動揺の予測においては、縦揺れ角に関して定性的および定量的に良く一致する。しかしながら、横揺れ角に関しては、動揺パラメータの問題から、定量的な一致を見ることはできなかった。

本研究においては新しい手法の提案およびその有効性の検証を行ったが、今後の課題としては上記(5)に記したように瞬間クロススペクトル解析の信頼性を向上させることおよびそのときの船速に対応する船体動揺の応答関数を自動で取り込めるようにすることなどがあげられる。また、実船実験、ブイ式波浪計および波浪推算などの結果と比較することにより、逐次型 Bayes 法による方向波解析法の信頼性を高めていくことが必要であると考えられる。船体応答の予測に関しては、船体応答の応答関数を高精度化することが必要であると考えられる。

第5章 結論

本論文では、実海域を航行する船舶の操船者に対して安全運航上有効な情報をオンラインで提供することのできる、いわゆる船舶運航者の立場に立った船載型安全運航支援システムの開発を念頭に置いた研究を行った。具体的には、操船者の意思決定を支援する目的で、操船後における船体応答の予測法を提示した。

本論文の各章において得られた結果をまとめると次のようになる。

(1) 第2章 定常確率過程としての船体応答の推定および予測

本章では、実用的な安全運航支援システムを開発することを念頭において、Bayes法で逆推定した方向波スペクトルから直接計測することなしに船体縦曲げ応力の推定・予測および船体動揺の予測を試みた。推定値と実際の計測値とを比較することにより、次のような知見を得た。

- ① 方向波スペクトルを精度良く逆推定できれば、船体縦曲げ応力の推定したパワースペクトルと歪ゲージによって計測されたパワースペクトルは良く一致する。従って、そのパワースペクトルから得られる有義値についても良く一致し、船体縦曲げ応力は直接計測することなく推定することが可能である。
- ② さらに、遭遇している波浪が定常であるならば、変針・増減速後における船体動揺および縦曲げ応力の有義値は概略予測することができる。

(2) 第3章 非定常確率過程としての船体動揺の解析

本章では、統計モデルの一種である T-VVAR (時変係数多変量自己回帰: Time Varying Vector Auto Regressive) モデルを用いて非定常な船体応答の時系列データを解析する方法を示した。具体的には、T-VVAR モデルを状態空間で表現し、Kalman フィルタのアルゴリズムに基づいて時変自己回帰係数を時々刻々推定し、オンラインで瞬間クロススペクトルを求める手法を提示した。実船データを用いた解析結果から得られた知見をまとめると以下のようなことになる。

- ① 非定常時系列データに対する T-VVAR モデルの瞬間クロススペクトル解析結果は、スペクトルのピークの発生、移動、消滅の時間的変化を良く表している。
- ② 定常部分では T-VVAR モデルと SVAR モデルの結果は良く一致しており、T-VVAR モデルの解析結果が途中の非定常部分の影響を受けない。
- ③ T-VVAR モデルによる解析結果は、変針前後の SVAR モデルの結果を滑らかに補完すると同時に、変針時の大きな動揺振幅の影響を表しており、非定常時系列の解析に対して有効である。
- ④ トレンドモデルおよび時変分散モデルを用いることにより、時系列データのトレンドおよび標準偏差を時々刻々推定することが可能である。
- ⑤ トレンドおよび時変標準偏差の推定値で規格化した時系列データを使用して瞬間クロススペクトル解析を行うことにより、安定した瞬間クロススペクトルの推定が可能である。
- ⑥ 時系列の非定常性に対する追従性を改良するために提案した計算アルゴリズムは有効であることが明らかにされた。さらに、計算時間の短縮を図ることが可能となった。

め、Bayes 法に基づく方向波解析法のオンライン化を行ううえで有効な手法であるといえる。

(3) 第4章 Bayes 法に基づく方向波解析法のオンライン化

本章では、T-VVAR（時変係数多変量自己回帰）モデルによる瞬間クロススペクトル解析を導入し、非定常性を有する時系列データに対して方向波スペクトルを逐次的に推定する手法を示した。具体的には次のとおりである。方向波スペクトルの推定において、Bayes 法を採用するとともに計算アルゴリズムを逐次型に変換することによって、計算のオンライン化を図った。提案した手法の有効性を確認するために、長波頂不規則波中において出会い角が動的に変化する波高計アレイのシミュレーション数値実験および実船実験を行った。解析結果の詳細な検討から得られた知見をまとめると以下ようになる。

- ① 推定した瞬間クロススペクトルのオート成分は、波向きが変化する前後の定常と考えられる部分において、入力として与えた ISSC 波スペクトルとよく一致する。
- ② 時系列の位相関係が急激に変化するような場合においても、推定した瞬間クロススペクトルは良く追従する。
- ③ 方向波スペクトルについては、波向きの変化に対して、精度よく安定した推定結果を得ることができる。
- ④ 目視観測による有義波高データを推定計算に直接入力する新しい制約条件式の効果によって、船体動揺データのみを用いた推定計算においても安定した方向波スペクトルが得られ、かつ方向波スペクトルから求められる有義波高の推定値と目視観測の結果はよく一致する。
- ⑤ 目視観測による結果と推定結果を比較した場合、両者の完全な一致は見られないがおおむね良好な精度で推定できる。Zero up cross 周期において若干の差が見られるが、この原因としてはトレンド、時変分散および瞬間クロススペクトルの推定誤差の影響が考えられる。また、今回の推定計算においては、変針時の船速を一定として考えて応答関数を推定計算に取り入れている。そのため、船速に対応する応答関数を正確に取り込まれていないことも推定誤差に影響を与えていると考えられる。
- ⑥ 推定した方向波を用いて行った船体動揺の予測においては、縦揺れ角に関して定性的および定量的に良く一致する。しかしながら、横揺れ角に関しては、動揺パラメータの問題から、定量的な一致を見ることができなかった。

各章において、これらの結論と同時に克服すべき課題についても記した。今後これらの技術的課題を解決することにより、緒論において言及したシンプルな計測システムで船体応答の予測機能を備えた船載型安全運航支援システムの開発が可能になると考えられる。このシステムを利用することにより、船舶運航者は操船意思決定のための情報を得ることができ荒天航海時における海難を防止することが容易になると考えられる。

海難を防止することは、ミクロ的な観点からは積載貨物、船舶および乗組員の安全確保につながり、マクロ的な観点からは地球環境の保全につながる。したがって、前述したシステムの開発およびこのシステムの実船への搭載を行うことにより、海運産業は世界に対して安全ならびに信頼を提供することができると考えられる。

謝辞

本研究は、東京商船大学大学院商船学研究科博士後期課程に在学中に、同大学商船学部海洋工学講座・井関俊夫助教授のもとで行った研究をまとめたものである。

本研究を行うに際して、井関俊夫指導教授ならびに大津皓平副指導教授には終始温かい御指導、御教示および激励を頂きました。ここに感謝の意を表し厚く御礼を申し上げます。

東京商船大学・庄司邦昭教授には、多大な尽力と時間を割いて御討論および御指導を頂き、深く感謝致しますとともに厚く御礼を申し上げます。

所属学会である(社)日本航海学会ならびに(社)日本造船学会に論文を投稿しました際には、各学会の論文査読委員の方々から問題点の御指摘および御討論を承りました。論文発表に際しましては、北海道大学大学院・木村暢夫教授、(元)日本大学・高石敬史教授、横浜国立大学大学院・平山次清教授ならびに(株)横浜ゴム・榊原繁樹博士から御討論を頂きました。ここに感謝の意を表しますとともに厚く御礼申し上げます。

汐路丸における実船実験に際しましては、歴代の船長ならびに乗組員の方々に快く協力していただきました。実船実験時には、東京商船大学・萩原秀樹教授、南 清和助教授、清水悦郎助教授ならびに庄司り講師から有意義な御討論を頂きました。ここに、感謝の意を表し厚く御礼を申し上げます。(株)三井造船昭島研究所・織田博行博士、名古屋工業大学・水野直樹助教授、富山商船高校専門学校・中谷俊彦助教授、石川島播磨重工業(株)・田崎哲夫氏、(独)海上技術安全研究所・岡崎忠胤博士、横河電子機器(株)・Jin Seok Park 博士ならびにオーストラリア海事大学・Nguyen Hung Duc 講師には貴重な助言ならびに御討論を頂きました。深く感謝致しますとともに厚く御礼を申し上げます。

東京商船大学商船学部海洋工学講座所属の桑島 進教授、小林弘明教授、松下 修教授、岩坂直人助教授、佐野裕司助教授、福田直子助教授、石橋 篤講師、黒部雄三講師ならびに三田重雄助手には常に激励と御鞭撻を頂きました。ここに感謝の意を表しますとともに厚く御礼申し上げます。同大学大学院商船学研究科博士課程の鎌田功一氏、寺田秀夫氏、林 潤子さん、西村知久氏、大野祐子さん、佐藤淑子さん、松尾典幸氏、奥村継一氏ならびに後本 学氏には貴重な御討論を頂きました。ここに感謝の意を表します。

(株)エム・オー・マリンコンサルティング・水野弘之氏、石川島播磨重工業(株)・遠藤政利氏、正司公一氏ならびに横河電子機器(株)・森本 隆博士には貴重な討論と的確な助言を頂きました。ここに感謝の意を表しますとともに厚く御礼申し上げます。

東京商船大学商船学部海洋工学講座誘導制御研究室の関係者の方々には研究を遂行する上で多大なご協力を頂きました。特に、博士後期課程・田丸人意氏、榎野 純氏、博士前期課程・遠藤小百合さん、横川 智氏、学部4年生・青木 譲氏、眞田隆史氏、武富史暁氏、中山 猛氏、濱中慎一郎氏、藤谷 貴氏ならびに研究室 OB の国土交通省・西田健一氏、鈴与(株)・海野吉輝氏、日本郵船(株)・浅野 亨氏、新日本石油タンカー(株)・有田大輔氏ならびに研究室の秘書・織田美千子さんには大変お世話になりました。ここに感謝の意を表しますとともに厚く御礼申し上げます。

最後に、亡き父・芳輝と学費を工面し続けてくれた母・久子ならびに妹・朋子に感謝の意を表しますとともに心から御礼申し上げます。

参考文献

- (1) 物流問題研究会監修：数字で見る物流 2002 年版，(社)日本物流団体連合，2002.
- (2) 高等海難審判庁監修：海難審判裁決録，(財)海難審判協会，1988~2002.
- (3) 造船技術開発協議機構：「船舶の安全確保に関する研究成果活用に関する調査」調査報告書，(社)日本造船研究協会，2001.
- (4) 国土交通省海事局検査測度課監修：新訂 ISM コードの解説と検査の実態－国際安全規則がよくわかる本－，成山堂書店，2001.
- (5) 日本造船研究協会第 233 研究部会：船舶の高度モニタリングの基礎研究成果報告書，(社)日本造船研究協会，1999.
- (6) 日本造船研究協会第 240 研究部会：新しいフリートサポートシステムの開発成果報告書，(社)日本造船研究協会，2002.
- (7) M. St. Denis & W.J. Pierson Jr.: On the Motions of Ships in Confused Sea, Transactions of The Society of Naval Architects and Marine Engineers, Vol. 61, 1953, pp.280-357.
- (8) 山内保文：船の動揺の時系列論的解析について，造船協会論文集，第 99 号，1956，pp.47-64.
- (9) 山内保文：海洋波中の応答，第 1 回耐航性に関するシンポジウムテキスト，日本造船学会，1969，pp.53-97.
- (10) シップ・アンド・オーシャン財団：船舶設計用標準海象データベースの構築と利用技術の調査研究報告書「北太平洋の波と風（1974~1988）」，1992.
- (11) 石田茂資，小川剛考：波浪データベースの整備状況，日本造船学会誌，第 831 号，1998，pp.3-10.
- (12) 谷澤克治，岡 修二，竹本博安，橋爪 豊：船載型安全運航支援システムの実船実験，日本造船学会論文集，第 162 号，1987，pp.398-407.
- (13) 戸沢 秀，金丸英幸：三菱総合航海システム，日本造船学会誌，第 705 号，1988，pp.24-27.
- (14) 仁藤雅夫：三井造船(株)の船体運動状態表示装置，日本造船学会誌，第 705 号，1988，pp.28-29.
- (15) 平川雄二，山口賢二，西口 映：日本鋼管株の CANSY-II の船体強度モニタリング機能，日本造船学会誌，第 705 号，1988，pp.30-33.
- (16) 山口雄三：「高度自動運航システム」における船体状態監視システム，日本造船学会誌，第 705 号，1988，pp.34-37.
- (17) 福田淳一：船体応答の統計的予測，第 1 回耐航性に関するシンポジウムテキスト，日本造船学会，1969，pp.99-119.
- (18) K. V. Taylor: Onboard Guidance for Heavy Weather Operation, Transactions (C) THE INSITUTE OF MARINE ENGNEERS, Vol. 92, 1980, pp.37-44.
- (19) 平山次清，富田 宏，新開明二，石田茂資，馬 寧，小川剛考：応答から見た波浪の諸問題，運動性能研究委員会第 13 回シンポジウムテキスト第 1 編，日本造船学会，1997，pp.31-80.
- (20) 河邊 寛，土岐直二，倉本美男，福岡哲二：設計波浪の考え方，運動性能研究委員会第 13 回シンポジウムテキスト第 1 編，日本造船学会，1997，pp.91-175.

- (21) ウェザー・ルーティング研究グループ：ウェザー・ルーティングー気象情報に基づく最適航法ー，成山堂書店，1992.
- (22) 磯崎一郎，鈴木 靖：波浪の解析と予報，東海大学出版会，1999.
- (23) 高石敬史，大松重雄，富田 宏，石田茂資，吉元博文：海洋波の方向波スペクトルについて，日本造船学会誌，第 740 号，1991，pp.32-51.
- (24) 桑島 進：航走出会い波浪による波浪方向スペクトルの推定，日本航海学会論文集，第 65 号，1981，pp.115-124.
- (25) W. C. Webster & J. T. Dillingham: Directional seaway determined from ship motions, Proceedings of The Directional Wave Spectra Application '81, Berkeley, 1981, pp.1-20.
- (26) 平山次清：航走中の船体運動による海洋波スペクトルのリアルタイム推定法（その 2）ー方向波推定ー，関西造船協会誌，第 204 号，1987，pp.21-27.
- (27) E. R. Jefferys, G. T. Wareham, N. A. Ramsden, M. J. Platts: Measuring Directional Spectra with The MLM, Proceedings of The Directional Wave Spectra Application '81, Berkeley, 1981, pp.203-219.
- (28) 磯部雅彦，近藤浩右，堀川清司：方向スペクトルの推定における MLM の拡張，第 31 回海岸工学講演会論文集，1984，pp.173-177.
- (29) 井関俊夫，大津皓平，藤野正隆：船体運動データからの方向波スペクトル推定について，日本航海学会論文集，第 86 号，1992，pp.179-188.
- (30) 橋本典明：ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定，港湾技術研究所報告，第 26 巻第 2 号，1987，pp.97-125.
- (31) 井関俊夫，大津皓平，藤野正隆：船体運動データを用いた方向波スペクトルの Bayes 推定，日本造船学会論文集，第 172 号，1992，pp.17-25.
- (32) 井関俊夫，大津皓平：船体運動データを用いた方向波スペクトルの Bayes 推定（第 2 報），日本造船学会論文集，第 176 号，1994，pp.99-105.
- (33) 橋本典明，永井紀彦，浅井 正，菅原一晃：海洋波の方向スペクトルの推定における最大エントロピー原理法（MEP）の拡張，港湾技術研究所報告，第 32 巻第 1 号，1993，pp.3-25.
- (34) 吉元博文，渡辺 巖：航走する船舶が遭遇する方向波スペクトルの推定法について，日本造船学会論文集，第 176 号，1994，pp.107-116.
- (35) 平山次清，南 清和，平松真紀子：方向波スペクトルのハイブリット型船上計測法開発，日本造船学会論文集，第 180 号，1996，pp.295-309.
- (36) 平山次清，南 清和，平松真紀子：方向波スペクトルのハイブリット型船上計測法開発（その 2），日本造船学会論文集，第 182 号，1998，pp.295-309.
- (37) 斎藤公男，前田克弥：船体運動からの波浪情報の推定について（第 2 報）ー波スペクトル推定における周波数変換の取り扱いー，日本造船学会論文集，第 184 号，1998，pp.163-169.
- (38) 斎藤公男，前田克弥，松田秋彦，鈴木四郎：船体運動からの波浪情報の推定について（第 3 報）ー水槽試験における方向波スペクトルの推定ー，日本造船学会論文集，第 187 号，2000，pp.77-83.
- (39) 前田克弥，斎藤公男，明石泰輝：船体運動からの波浪情報の推定について（第 4

- 報) - 実船計測値から推定した方向波スペクトル-, 日本造船学会論文集, 第 190 号, 2002, pp.241-246.
- (40) K. TAKEKUMA, T. TAKAHASHI: On the Evaluation of Sea Spectra based on the Measured Ship Motions, TRANSACTIONS OF THE WEST-JAPAN SOCIETY OF NAVAL ARCHITECTS, No. 45, 1973, pp.51-57.
- (41) Iseki, T, Terada, D: Bayesian Estimation of Directional Wave Spectra for Ship Guidance System, Transactions of The ISOPE, VOLUME 12, NUMBER 1, 2002, pp.25-30.
- (42) 寺田大介, 井関俊夫: 船体縦曲げ応力の Bayes 推定, 日本航海学会論文集, 第 104 号, 2001, pp.133-139.
- (43) Toshio Iseki, Daisuke Terada and Kohei Ohtsu: Study on stochastic guidance system for heavy weather operation, Proceedings of the 2nd International Congress on Maritime Technological Innovations and Research, Cadiz, Spain, November 9-11, 2000, pp30-43.
- (44) Toshio Iseki and Daisuke Terada: Bayesian Estimation of Directional Wave Spectra for Ship Guidance System, Proceedings of the 11th International Offshore and Polar Engineering Conference, Vol.4, Stavanger, Norway, Jun 17-22, 2001, pp577-582.
- (45) Toshio Iseki and Daisuke Terada: Study on Onboard Stochastic Ship Guidance System for Heavy Weather Operation, Proceedings of the PACIFIC2002 International Maritime Conference, Sydney, Australia, January 29-31, 2002, pp329-336.
- (46) Ozaki, T. & H. Tong : On the fitting of non-stationary autoregressive models analysis, Proc. 8th Hawaii International Conference on System Sciences, 1975, pp.224-226.
- (47) Kitagawa, G. & H. Akaike : A procedure for the modeling of non-stationary time series, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, Vol.30-B, No.2, 1978, pp.351-363.
- (48) 大津皓平, 井関俊夫: 船載型船体運動予測解析システムの研究 - I, 日本航海学会論文集, 第 92 号, 1995, pp. 177-184.
- (49) Kitagawa, G. & W. Gersch : A smoothness priors time varying AR coefficient modeling of nonstationary covariance time series, IEEE Tansaction on Automatic Control, Vol.AC-30, No.1, January, 1985, pp.48-56.
- (50) Jiang, X. Q. & G. Kitagawa : A time varying coefficient vector AR modeling of nonstationary covariance time series, Signal Processing, Vol.33, No.3, 1993, pp.315-331.
- (51) 井関俊夫, 寺田大介: 船体応答クロススペクトルのリアルタイム推定に関する研究, 日本造船学会論文集, 第 190 号, 2001, pp.161-168.
- (52) Daisuke Terada and Toshio Iseki: On-line Identification of Ship Motion Characteristics Based on Nonstationary Time Series Analysis, Proceedings of the 7th Academic Symposium between Japan and China Institute of Navigation, Tokyo, Japan, Dec. 5-7 2001, pp123-130.
- (53) 片山瑞穂: IMO 決議 VDR (Voyage Data Recorder) について - 海難事故究明の革命をもたらすか, 新規則要求 航海データ記録装置 -, 日本造船学会誌, 第 862 号, 2001, pp.88-450.

- (54) 木村千秋, 川口 誠, 高山正樹: VDR の装備について, 日本航海学会誌, 第 151 号, 2002, pp.17-28.
- (55) 寺田大介, 横川智, 井関俊夫: 船載型船体動揺解析システムの開発に関する研究 - I, 日本航海学会論文集, 第 106 号, 2002, pp.201-206.
- (56) Daisuke Terada and Toshio Iseki: Onboard Ship Motion Analyzer Based on Nonstationary Time Series Analysis, Proceedings of the 12th International Offshore and Polar Engineering Conference, Kita-Kyushu, Japan, May 26-31, 2002.
- (57) 大津皓平, 北川源四郎, 堀籠教夫: 保針運動の統計的同定と最適操舵, 日本造船学会論文集, 第 139 号, 1976, pp.31-43.
- (58) 田才福造, 高木又男: 規則波中の応答理論及び計算法, 第 1 回耐航性に関するシンポジウムテキスト, 日本造船学会, 1969, pp.1-52.
- (59) 井関俊夫, 田尾茂郎, 大津皓平: 実船運航データに基づく遭遇波向きの推定について, 日本航海学界論文集, 第 97 号, 1997, pp. 149-154.
- (60) 井関俊夫: 船体波浪計化法による波浪モニタリングについて - 上下加速度と船載式波浪計による推定精度の比較 -, 日本航海学会論文集, 第 102 号, 2000, pp. 107-113.
- (61) 林 知己夫, 鈴木建三, 赤池弘次: 統計学特論, 日本放送出版協会, 1986, pp.46-55.
- (62) 坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎: 情報量統計学, 共立出版, 1983, pp.149-154.
- (63) 磯部雅彦, 古市耕輔: 不規則波に対する統計量の変動に関する理論的考察, 第 33 回海岸工学講演会論文集, 1986, pp.159-163
- (64) 藤井 斉・菅井和夫・藤野正隆: 船体に働く波浪外力, 第 2 回耐航性に関するシンポジウムテキスト, 日本造船学会, 1977, pp. 135-163.
- (65) H. Akaike et al : TIMSAC-78, Computer Science Monographs, No.11, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo, 1979, Japan.
- (66) G. Kitagawa & H. Akaike: On TIMSAC-78, Applied Time Series Analysis II, Academic Press, 1981, pp.499-547.
- (67) R. E. Kalman: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Trans. ASME, J. Basic Eng., Vol. 82D, No. 1, 1960, pp.34-45.
- (68) R. J. Meinhold, & N. D. Singpurwalla: Understanding the Kalman Filter, The American Statistician, Vol. 37, No. 2, 1983, pp.123-126.
- (69) 中野道雄監修: パソコンで解くカルマンフィルタ, 丸善, 1993.
- (70) 片山 徹: 新版応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 2000.
- (71) 北川源四郎: FORTRAN77 時系列解析プログラミング, 岩波書店, 1993, pp.295-319.
- (72) 寺田大介, 井関俊夫: 方向波スペクトルのオンライン推定法, 日本造船学会論文集, 第 192 号, 2002, pp.163-169.
- (73) 寺田大介, 井関俊夫: 逐次型 Bayes 法による方向波スペクトルのオンライン推定, 日本航海学会論文集, 第 108 号, 2002(掲載予定).
- (74) 例えば, 奥村晴彦: C 言語による最新アルゴリズム事典, 技術評論社, 1991.
- (75) 大津皓平, 北川源四郎: 実船データによる船体動揺パラメータの統計的推定 - 連続型自己回帰モデルの応用 -, 日本造船学会論文集, 第 165 号, 1989, pp.181-191.

- (76) 井関俊夫, 大津皓平: 船体動揺パラメータのオンライン推定, 日本造船学会論文集, 第 186 号, 1999, pp.107-113.
- (77) 山内保文監修: 船舶・海洋技術者のための不規則現象論, 海文堂出版, 1986, pp.1-113.
- (78) 大津皓平, 井関俊夫: 運動性能委員会・第 11 回シンポジウムテキスト「時系列解析の最近の動向」, 日本造船学会, 1994, pp.339-387.
- (79) 赤池弘次監修: 時系列解析の方法, 朝倉書店, 1998.
- (80) R. W. Hamming: Numerical Methods for Scientists and Engineers, McGraw-Hill, New York, 1962, pp.67-78.
- (81) 渡辺 巖, 土岐直二, 伊藤章雄: 運動性能委員会・第 11 回シンポジウムテキスト「ストリップ法」, 日本造船学会, 1994, pp.167-218.

Appendix 一覧表

Appendix 1	定常多変量自己回帰 (SVAR) モデルによるクロススペクトルの推定	92
A 1. 1	多変量定常時系列の SVAR モデル	92
A 1. 2	自己回帰係数の推定	92
A 1. 3	MAICE (Minimum AIC Estimation) 法によるモデル次数の決定	93
A 1. 4	クロススペクトルの推定	94
Appendix 2	船体運動の理論計算法 (New Strip Method) について	95
A 2. 1	座標系	95
A 2. 2	入射波および船体動揺の記述	95
A 2. 3	船体に働く流体力	97
A 2. 4	運動方程式	109
Appendix 3	システムノイズの分散に関する時間不変性の仮定	111
Appendix 4	Kalman フィルタについて	115
A4. 1	定式化	115
A4. 2	状態推定問題	116
A4. 3	予測問題	116
A4. 4	Kalman フィルタ	117

ここでは、多変量定常時系列データに SVAR モデルを当てはめ、クロススペクトル解析を行う方法について述べる^{(57),(77),(78),(79)}。

A1. 1 多変量定常時系列の SVAR モデル

相互に関連しあう k 次元定常時系列は、自己回帰表現として、次のように表される。

$$y_i(n) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=1}^k A_{ij}(m) y_j(n-m) + \varepsilon_i(n) \quad (\text{A1.1})$$

ただし、 $A_{ij}(m)$ は時刻 m における y_i と y_j との自己回帰係数であり、 $\varepsilon_i(n)$ は白色雑音である。

上式をベクトル形式で表現すると、次式で表される。

$$\mathbf{y}(n) = \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{A}(m) \mathbf{y}(n-m) + \mathbf{u}(n) \quad (\text{A1.2})$$

ただし、 $\mathbf{A}(m)$ は $A_{ij}(m)$ を要素とする $k \times k$ 行列である。また、 $\mathbf{u}(n)$ は、正規分布 $N(0, \Sigma)$ (ただし、成分は $\sigma_{ij}^2 (i, j=1, \dots, k)$) にしたがう要素 ε_i の k 次元列ベクトルで、 $\mathbf{y}(m), (n > m)$ に対して独立である。この場合において、モデルの次数を有限次数 p で打ち切れば、実用的な式として次式を得る。

$$\mathbf{y}(n) = \sum_{m=1}^p \mathbf{A}(m) \mathbf{y}(n-m) + \mathbf{u}(n) \quad (\text{A1.3})$$

A1. 2 自己回帰係数の推定

多変量時系列 $\mathbf{y}(n)$ の相互相関関数 $\mathbf{R}_{yy}(m)$ は

$$\mathbf{R}_{yy}(m) = E[\mathbf{y}(n) \mathbf{y}(n-m)^T] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{y}(n) \mathbf{y}(n-m)^T = \begin{bmatrix} r_{11}(m) & \cdots & r_{1k}(m) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k1}(m) & \cdots & r_{kk}(m) \end{bmatrix} \quad (\text{A1.4})$$

によって定義される。ここで、 $E[\bullet]$ は統計的な期待値、記号(T)は転置ベクトルであることを表している。また、各 $\mathbf{R}_{yy}(m)$ は $k \times k$ 行列であり、その (i, j) 成分 $r_{ij}(m)$ は

$$r_{ij}(m) = E[y_i(n) y_j(n-m)] \quad (\text{A1.5})$$

によって定義される。特に、その対角成分 $r_{ii}(m)$ は第 i 番目の時系列 $y_i(n)$ の自己相関関数である。

一方、(A1.3)の右辺の相互相関関数は次式で表される。

$$\mathbf{R}_{yy}(m) = E \left[\left\{ \sum_{j=1}^p \mathbf{A}(j) \mathbf{y}(n-j) + \mathbf{u}(n) \right\} \mathbf{y}(n-m)^T \right]$$

$$= \sum_{j=1}^p \mathbf{A}(j) E \left[\mathbf{y}(n-j) \mathbf{y}(n-m)^T \right] + E \left[\mathbf{u}(n) \mathbf{y}(n-m)^T \right] \quad (\text{A1.6})$$

ここで、白色雑音の性質を利用することにより、次の多変量 *Yule-Walker* 方程式が導かれる。

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{yy}(0) &= \sum_{j=1}^p \mathbf{A}(j) \mathbf{R}_{yy}(-j) + \Sigma \\ \mathbf{R}_{yy}(m) &= \sum_{j=1}^p \mathbf{A}(j) \mathbf{R}_{yy}(m-j) \quad (m=1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

いま、観測値 $y(1), \dots, y(N)$ が得られているものとすれば、 $\mathbf{R}_{yy}(m)$ はあらたに標本相互相関関数 $\mathbf{C}_{yy}(m)$ として次式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{yy}(m) &= \frac{1}{N} \sum_{n=m+1}^N \mathbf{y}(n) \mathbf{y}(n-m)^T \\ C_{y_i, j} &= \frac{1}{N} \sum_{n=m+1}^N y_i(n) y_j(n-m) \end{aligned} \quad (\text{A1.18})$$

(A1.17)式を(A1.18)式で置き換えれば、実際に解くべき方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{yy}(m) &= \sum_{j=1}^p \mathbf{A}(j) \mathbf{C}_{yy}(m-j) \quad (m=1, \dots, p) \\ \hat{\Sigma} &= \mathbf{C}_{yy}(0) - \sum_{j=1}^p \hat{\mathbf{A}}(j) \mathbf{C}_{yy}(-j) \end{aligned} \quad (\text{A1.19})$$

ただし、 $\hat{\cdot}$ は推定値であることを意味している。

この自己回帰係数行列 $\mathbf{A}(m)$ は *Levinson-Durbin* 法によって効率的に求めることができる。

A 1. 3 MAICE (Minimum AIC Estimation) 法によるモデル次数の決定

モデルの次数 p は次に示す *AIC* (赤池の情報量規準: Akaike's information criterion) を最小にする次数を最適次数 M として選ぶことによって客観的に決定することができる。

$$AIC(M) = N \log |\hat{\Sigma}(M)| + 2k^2 M + k(k+1) \quad (\text{A1.20})$$

A1.4 クロススペクトルの推定

クロススペクトルの推定法について述べる。 $\mathbf{A}_0 = -\mathbf{I}$ とにおいて、 $\mathbf{y}(n), \mathbf{u}(n)$ および \mathbf{A}_l のフーリエ変換を以下のように定義する。

$$\begin{aligned}\mathbf{y}(f) &= \sum_{n=1}^N \mathbf{y}(n) e^{-2\pi i f n}, \\ \mathbf{u}(f) &= \sum_{n=1}^N \mathbf{u}(n) e^{-2\pi i f n}, \\ \mathbf{A}(f) &= \sum_{l=0}^M \mathbf{A}_l e^{-2\pi i f l}\end{aligned}$$

(A1.21)

このとき、(A1.3)式で定義されるSVARモデルのフーリエ変換は、次式で表される。

$$\mathbf{y}(f) = \mathbf{A}(f) \cdot \mathbf{u}(f)$$

(A1.22)

ただし、 f は $-1/2\Delta t < f < 1/2\Delta t$ で定義される周波数であり、 $\mathbf{A}(f)$ はSVARモデルの周波数応答関数を表す。

したがって、 $\mathbf{y}(n)$ のクロススペクトル行列 $\mathbf{P}(f)$ は定義によって次のように計算される。

$$\begin{aligned}\mathbf{P}(f) &= E[\mathbf{y}(f) \cdot \mathbf{y}^*(f)^T] \\ &= \mathbf{A}(f)^{-1} \Sigma \mathbf{A}^*(f)^{-T}\end{aligned}$$

(A1.23)

ここで、記号(-1)は逆行列を表し、記号(*)は共役複素を表すものとする。

実際の推定計算においてはGoertzel法⁽⁸⁰⁾を用いている。

本研究では、波浪中における船体動揺を推定する理論として New Strip Method (以下、「N.S.M.」と記す。)を用いた。N.S.M.は船体が細長いことを利用して3次元船体に働く流体力を船体各断面の2次元流体力の知識だけから求める方法である。以下にその詳細を記す^{(58),(81)}。

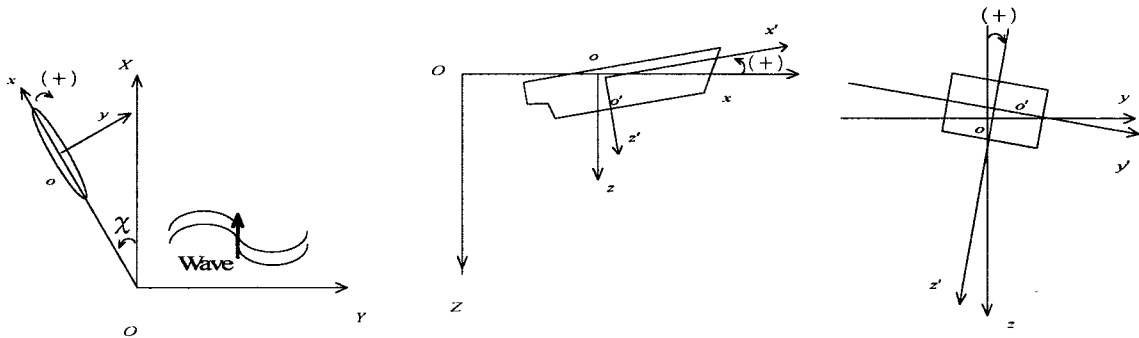
A2.1 座標系

波浪中を一定速度で前進している船を考える。船は長さ比べて幅・喫水が小さくかつ左右対称の形状をしている。入射波は微小振幅とし、それによって誘起される船体運動も小さいと仮定する。船体動揺および流体運動の記述のために Figs. A2.1 で示す座標系を導入する。空間固定座標系として $O-XYZ$ をとり、 X 軸が波の進行方向を正、 Z 軸が鉛直下向きを正とする。波の進行方向に対して角度 χ をなす方向を船体とともに一定速度 V で移動する空間座標系 $o-xyz$ を定義し、 o は静止水面上にあるものとする。船体固定座標として $o'-x'y'z'$ を定義し、 o' は船体が動揺していない場合は o に一致するものとする。船体重心は水線面下にあり、船は一定速度を保ちながら平均位置 o 周りに微小振幅で動揺しているものとする。これらの座標系において動揺変位および回轉變位の (±) の定義は、Figs. A2.1 中に示した矢印の方向にしたがう。

このとき、空間固定座標と船体とともに移動する空間座標は、幾何学的な関係から(A2.1)式のように表される。

$$\begin{cases} X = x \cos \chi + y \sin \chi + Vt \cos \chi \\ Y = -x \sin \chi + y \cos \chi + Vt \sin \chi \\ Z = z \end{cases} \tag{A2.1}$$

ただし、 χ は船体と入射波との出会い角であり、追い波を 0° としている。



Figs. A2.1 Coordinate system

A2.2 入射波および船体動揺の記述

入射波の平水面に対する上下変動量 h は、 X 軸を正の方向に進行する単一の正弦波で表すことを考えれば、(A2.2)式のようになる。

$$h = h_0 \cos(\omega \cdot t - kX) \tag{A2.2}$$

ただし、 h_0 は波の振幅、 k は波数、 ω は角周波数および t は時間をそれぞれ示している。なお、波数 k は水深が十分に大きい場合には近似的に ω^2/g で表すことができる。ここで、 g は地球の重力加速度である。(A2.2)式は空間固定座標系で表されているので、等速空間移動座標系で表すために(A2.1)式を代入する。

$$h = h_0 \cos\left\{(\omega - kV \cos \chi)t - k^*x - ky \sin \chi\right\} \quad (\text{A2.3})$$

ただし、 $k^* = k \cos \chi$ を示している。

ここで、 \cos 関数において時間 t にかかる係数は船と入射波の出会い周波数を表すので、これをあらためて ω_e と定義し(A2.4)式に示す。

$$\omega_e \equiv \omega - kV \cos \chi \quad (\text{A2.4})$$

したがって、等速空間移動座標系における入射波の上下変動量 h は次に示す(A2.5)式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} h &= h_0 \cos\left\{\omega_e t - k^*x - ky \sin \chi\right\} \\ &= h_0 \operatorname{Re}\left[\exp\left\{-i(k^*x + ky \sin \chi) + i\omega_e t\right\}\right] \end{aligned} \quad (\text{A2.5})$$

ただし、 i は虚数単位であり、 $\operatorname{Re}[\]$ は実数部をとることを意味する。

波によって励起される船体動揺は、波が微小振幅であるという仮定からの類推で、その振幅が微小であると仮定する。このとき、等速空間移動座標と船体固定座標との関係は線形化したオイラー角を用いて次のように表される。

$$\begin{Bmatrix} x - \xi \\ y - \eta \\ z - \zeta - \overline{oG} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\phi & \theta \\ \phi & 1 & -\phi \\ -\theta & \phi & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' - \overline{oG} \end{Bmatrix} \quad (\text{A2.6})$$

ただし、 ξ は前後揺れ、 η は左右揺れ、 ζ は上下揺れ、 ϕ は横揺れ、 θ は上下揺れおよび ϕ は船首揺れである。

いま、 $y' = z' = 0$ を仮定すれば、等速空間移動座標における各軸方向の変位量は次のように表すことができる。

$$\begin{cases} x = \xi + x' - \overline{oG}\theta \\ y = \eta + x'\phi + \overline{oG}\phi \\ z = \zeta - x'\theta \end{cases} \quad (\text{A2.7})$$

また、船体各断面での流体に対する相対速度成分をそれぞれ u 、 v 、 w とすると、(A2.7)式を実質微分することにより、

$$\begin{cases} u = \dot{\xi} - \overline{oG}\dot{\theta} + V \\ v = \dot{\eta} + x'\dot{\phi} + \overline{oG}\dot{\phi} - V\phi \\ w = \dot{\zeta} - x'\dot{\theta} + V\theta \end{cases} \quad (\text{A2.8})$$

のように表すことができる。(A2.8)式から上下方向の運動に対しては ζ および θ のみ、横方向の運動に対しては η 、 ϕ および ϕ の組み合わせを考えればよいことが分かる。前後方向の運動に対しては、船が幅および喫水に比べて長さが大きいという仮定から単独で扱うこととする。これらの動揺は、波によって励起されることから、次のように表すことができる。

$$\begin{aligned}\Xi_1 &\equiv \xi = \xi_0 \operatorname{Re} \left[\exp \left\{ i(\omega_e t + \varepsilon_\xi) \right\} \right], & \Xi_4 &\equiv \phi = \phi_0 \operatorname{Re} \left[\exp \left\{ i(\omega_e t + \varepsilon_\phi) \right\} \right] \\ \Xi_2 &\equiv \eta = \eta_0 \operatorname{Re} \left[\exp \left\{ i(\omega_e t + \varepsilon_\eta) \right\} \right], & \Xi_5 &\equiv \theta = \theta_0 \operatorname{Re} \left[\exp \left\{ i(\omega_e t + \varepsilon_\theta) \right\} \right] \\ \Xi_3 &\equiv \zeta = \zeta_0 \operatorname{Re} \left[\exp \left\{ i(\omega_e t + \varepsilon_\zeta) \right\} \right], & \Xi_6 &\equiv \varphi = \varphi_0 \operatorname{Re} \left[\exp \left\{ i(\omega_e t + \varepsilon_\varphi) \right\} \right]\end{aligned}\tag{A2.9}$$

ただし、suffix 0 はそれぞれの動揺の振幅であり、 ε は動揺の波に対する位相進みを表しており波の谷が船体中央を過ぎる瞬間を時間原点とする応答の正の極大値である。また、各動揺モードを Ξ_j ($j=1\sim 6$) であらためて定義しなおしている。

A2.3 船体に働く流体力

N.S.M.は、前述のように船体に働く流体力を二次元流体力の知識のみを利用してとめる。すなわち、船体の x 方向を幅 dx (ストリップ) に区切り、各ストリップに働く二次元流体力を x 方向に積分することによって三次元船体に働く流体力を算出する。船体には慣性力 (モーメント)、Radiation 流体力 (モーメント)、静的復原力 (モーメント) および波浪強制力 (モーメント) が働くので、以下これらの各成分について説明する。

A2.3.1 Radiation 流体力および Radiation 流体モーメント

Radiation 流体力および Radiation 流体モーメントとは、船体動揺により流場が乱れることに起因する力およびモーメントであり、それぞれ付加質量の項と造波減衰の項からなる。これは、線形理論においてポテンシャル問題を解くことによって求まる Radiation ポテンシャルから算出される。ここで、Radiation ポテンシャルは Close fit 法を用いて求めた。

Radiation ポテンシャルを(A2.8)式を用いて表せば次のようになる。

$$\begin{cases} \phi_{R2} = v(\varphi_{c2} + i\varphi_{s2}) \\ \phi_{R3} = w(\varphi_{c3} + i\varphi_{s3}) \\ \phi_{R4} = \dot{\Xi}_4(\varphi_{c4} + i\varphi_{s4}) \end{cases}\tag{A2.10}$$

ここで、(A2.10)式は(A2.8)式および(A2.9)式を用いて次のように変形することができる。

$$\begin{cases} \phi_{R2} = -\omega_e \varphi_{s2} \Xi_2 + \varphi_{c2} \dot{\Xi}_2 - (\omega_e x' \varphi_{s2} + V \varphi_{c2}) \Xi_6 \\ \quad + \left(x' \varphi_{c2} - \frac{V}{\omega_e} \varphi_{s2} \right) \dot{\Xi}_6 - \omega_e \overline{OG} \varphi_{s2} \Xi_4 + \overline{OG} \varphi_{c2} \dot{\Xi}_4 \\ \phi_{R3} = -\omega_e \varphi_{s3} \Xi_3 + \varphi_{c3} \dot{\Xi}_3 + (\omega_e x' \varphi_{s3} + V \varphi_{c3}) \Xi_5 - \left(x' \varphi_{c3} - \frac{V}{\omega_e} \varphi_{s3} \right) \dot{\Xi}_5 \\ \phi_{R4} = -\omega_e \varphi_{s4} \Xi_4 + \varphi_{c4} \dot{\Xi}_4 \end{cases}\tag{A2.11}$$

次に、圧力について考える。圧力は(A2.12)式で表される線形化されたベルヌーイの圧力方程式から求められる。

$$\frac{p_j}{\rho} = gZ - \frac{D}{Dt} \phi_{Rj} = gz - \left(\frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi_{Rj}$$

(A2.12)

ただし、 p_j は圧力 ($j=2,3,4$)、 ρ は流体の密度および ϕ_{Rj} は Radiation ポテンシャル ($j=2,3,4$) を表している。

ここで、 x に関する微分を船体固定座標の x' の微分に置き換える。この操作によって生じる誤差は(A2.7)式から高次となる。したがって、以下の演算では記号の簡略化のために Dash を省略して記すことにする。

右辺第1項は静水圧に関する項であるから後述するものとする。ここでは、右辺第2項の Radiation ポテンシャルによる変動圧力について考える。Radiation ポテンシャルによる変動圧力は、(A2.12)式の右辺第2項に(A2.11)式を代入することにより、次のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \frac{p_2}{\rho} &= \left(\omega_e \varphi_{s2} + V \frac{\partial \varphi_{c2}}{\partial x} \right) \dot{\Xi}_2 - \left(\varphi_{c2} - \frac{V}{\omega_e} \frac{\partial \varphi_{s2}}{\partial x} \right) \ddot{\Xi}_2 \\ &+ \left(V \varphi_{c2} + \omega_e x \varphi_{s2} + V \frac{\partial(x\varphi_{c2})}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e} \frac{\partial \varphi_{s2}}{\partial x} \right) \dot{\Xi}_6 \\ &- \left(x \varphi_{c2} - \frac{V}{\omega_e} \varphi_{s2} - \frac{V}{\omega_e} \frac{\partial(x\varphi_{s2})}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{\partial \varphi_{c2}}{\partial x} \right) \dot{\Xi}_6 \\ &+ oG \left(\omega_e \varphi_{s2} + V \frac{\partial \varphi_{c2}}{\partial x} \right) \dot{\Xi}_4 - oG \left(\varphi_{c2} - \frac{V}{\omega_e} \frac{\partial \varphi_{s2}}{\partial x} \right) \ddot{\Xi}_4 \end{aligned}$$

(A2.13)

$$\begin{aligned} \frac{p_3}{\rho} &= \left(\omega_e \varphi_{s3} + V \frac{\partial \varphi_{c3}}{\partial x} \right) \dot{\Xi}_3 - \left(\varphi_{c3} - \frac{V}{\omega_e} \frac{\partial \varphi_{s3}}{\partial x} \right) \ddot{\Xi}_3 \\ &- \left(V \varphi_{s3} + \omega_e x \varphi_{s3} + V \frac{\partial(x\varphi_{c3})}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e} \frac{\partial \varphi_{s3}}{\partial x} \right) \dot{\Xi}_5 \\ &+ \left(x \varphi_{c3} - \frac{V}{\omega_e} \varphi_{s3} - \frac{V}{\omega_e} \frac{\partial(x\varphi_{s3})}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{\partial \varphi_{c3}}{\partial x} \right) \dot{\Xi}_5 \end{aligned}$$

(A2.14)

$$\frac{p_4}{\rho} = \left(\omega_e \varphi_{s4} + V \frac{\partial \varphi_{c4}}{\partial x} \right) \dot{\Xi}_4 - \left(\varphi_{c4} - \frac{V}{\omega_e} \frac{\partial \varphi_{s4}}{\partial x} \right) \ddot{\Xi}_4$$

(A2.15)

動揺に対する圧力から二次元流体力を算出することができる。すなわち、断面あたりの流体力は圧力を船体横断面に沿って積分することにより求められる。したがって、船体表面における方向余弦 (n_2, n_3, n_4) を用いて、各動揺モードにおける流体力は次のように求まる。

$$\frac{1}{\rho} \frac{dF_j}{dx} = - \int_{SH} \frac{p_j}{\rho} n_j ds \quad (j=2,3,4)$$

(A2.16)

ただし、 $n_4 = yn_3 - (Z - o\overline{G})n_2$ であり、 F_2 は横方向の動揺、 F_3 は縦方向の動揺および F_4 は回転方向の動揺をそれぞれ表している。

ここで、動揺の加速度に対応する項および速度に対応する項を次のように定義する。

$$\begin{aligned} M_j &= \int_{SH} \varphi_{ej} n_j ds \\ N_j &= -\omega_e \int_{SH} \varphi_{sj} n_j ds \end{aligned} \quad (A2.17)$$

また、左右揺れと横揺れの連成項を表すために左右揺れの付加質量と造波減衰力の着地点 l_m および l_n を次のような定義する。

$$\begin{aligned} -l_m M_2 &= \int_{SH} \varphi_{c4} n_2 ds = \int_{SH} \varphi_{c2} (yn_3 - zn_2) ds \\ -l_n N_2 &= -\omega_e \int_{SH} \varphi_{s4} n_2 ds = -\omega_e \int_{SH} \varphi_{s2} (yn_3 - zn_2) ds \end{aligned} \quad (A2.18)$$

(A2.16)式、(A2.17)式および(A2.18)式を用いることにより、各動揺モードの断面あたりの流体力は次のように表される。このとき、横方向および回転方向の動揺モードでは、Sway、Roll および Yaw が同時に存在していることから圧力として p_2 および p_4 の両方をあわせて考える必要がある。

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{dF_2}{dx} &= \left\{ N_2 - V \frac{\partial M_2}{\partial x} \right\} \dot{\Xi}_2 + \left\{ M_2 + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial N_2}{\partial x} \right\} \ddot{\Xi}_2 \\ &+ \left\{ xN_2 - VM_2 - V \frac{\partial(xM_2)}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{\partial N_2}{\partial x} \right\} \dot{\Xi}_6 + \left\{ xM_2 + \frac{V}{\omega_e^2} N_2 + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial(xN_2)}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{\partial M_2}{\partial x} \right\} \ddot{\Xi}_6 \\ &+ \left\{ N_2 l'_n - V \frac{\partial(M_2 l'_m)}{\partial x} \right\} \dot{\Xi}_4 + \left\{ M_2 l'_m + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial(N_2 l'_n)}{\partial x} \right\} \ddot{\Xi}_4 \end{aligned} \quad (A2.19)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{dF_3}{dx} &= \left\{ N_3 - V \frac{\partial M_3}{\partial x} \right\} \dot{\Xi}_3 + \left\{ M_3 + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial N_3}{\partial x} \right\} \ddot{\Xi}_3 \\ &- \left\{ xN_3 - VM_3 - V \frac{\partial(xM_3)}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{\partial N_3}{\partial x} \right\} \dot{\Xi}_5 - \left\{ xM_3 + \frac{V}{\omega_e^2} N_3 + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial(xN_3)}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{\partial M_3}{\partial x} \right\} \ddot{\Xi}_5 \end{aligned} \quad (A2.20)$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{dF_4}{dx} &= \left\{ N_2 l'_n - V \frac{\partial M_2 l'_m}{\partial x} \right\} \dot{\Xi}_2 + \left\{ M_2 l'_m + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial N_2 l'_n}{\partial x} \right\} \ddot{\Xi}_2 \\ &+ \left\{ xN_2 l'_n - VM_2 l'_m - V \frac{\partial(xM_2 l'_m)}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{\partial N_2 l'_n}{\partial x} \right\} \dot{\Xi}_6 + \left\{ xM_2 l'_m + \frac{V}{\omega_e^2} N_2 l'_n + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial(xN_2 l'_n)}{\partial x} - \frac{V^2}{\omega_e^2} \frac{\partial M_2 l'_m}{\partial x} \right\} \ddot{\Xi}_6 \\ &+ \left\{ N_4 - V \frac{\partial M_4}{\partial x} \right\} \dot{\Xi}_4 + \left\{ M_4 + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial N_4}{\partial x} \right\} \ddot{\Xi}_4 \end{aligned} \quad (A2.21)$$

ただし、 $l'_m = o\overline{G} - l_m$ 、 $l'_n = o\overline{G} - l_n$ である。

A2.3.2 波浪強制力および波浪強制モーメント

波浪強制力および波浪強制モーメントは、船体が無いとした場合における入射波そのものの圧力すなわち *Froude-Krylov* 力と固定した船体に作用する入射波が散乱すること起因する *Diffraction* 流体力および *Diffraction* モーメントの和によって表される。*Diffraction* 流体力および *Diffraction* モーメントは、*Radiation* 問題の場合と同様に境界値問題を解くことにより求めなければならない。しかし、この問題を解くことは容易ではない。そこで、本論文では *Diffraction* 流体力および *Diffraction* モーメントを相対運動の概念を利用して近似的に求める。波強制力および波強制モーメントは一般に次のように表すことができる。

$$\frac{dF_{4j}}{dx} = \rho g h_0 \int_{SH} \left(\phi_w \frac{\partial \phi_j}{\partial n} - \phi_j \frac{\partial \phi_w}{\partial n} \right) ds = \rho g h_0 \int_{SH} \phi_w n_j ds - \rho g h_0 \int_{SH} \phi_j \frac{\partial \phi_w}{\partial n} ds \quad (\text{A2.22})$$

ただし、 ϕ_w は入射波の速度ポテンシャル、 ϕ_j ($j=2,3,4$) は *Radiation* ポテンシャルおよび n_j ($j=2,3,4$) は j 方向の方向余弦である。

(A2.22)式において右辺第1項は *Froude-Krylov* 力であり、第2項は *Diffraction* 流体力および *Diffraction* モーメントを表している。以下に、これらの具体的な算出方法について述べる。

まず、*Froude-Krylov* 力について考える。*Froude-Krylov* 力は、入射波そのものの圧力であるから、船体表面上の圧力を知るために、入射波の速度ポテンシャルを導く必要がある。入射波の速度ポテンシャルは、次のように表される。

$$h = \frac{1}{g} \left(\frac{\partial \phi_w}{\partial t} \right)_{z=0} \quad (\text{A2.23})$$

ただし、 h は入射波の水平面に対する上下変動量および ϕ_w は深海波の速度ポテンシャルである。

したがって、入射波の速度ポテンシャルは(A2.23)式と複素数に拡張した(A2.2)式を用い、 z の増加とともに減衰する項 $\exp[-kz]$ を付加することにより次のように求まる。

$$\begin{aligned} \phi_w &= g \int h dt = g h_0 \int \exp\{i(\omega t - kX)\} dt \\ &\cong \frac{g h_0}{i\omega} \exp[i(\omega t - kX) - kz] \end{aligned} \quad (\text{A2.24})$$

船体表面上の圧力は、速度ポテンシャルを用いて

$$p = -\rho \left(\frac{\partial \phi_w}{\partial t} \right) \quad (\text{A2.25})$$

ただし、 ρ は流体の密度である。

のように表されるため、次のように求めることができる。

$$p = -\rho g h_0 \exp\left\{ -i(k^* x + k y \sin \chi) + i\omega_e t \right\} - kz \quad (\text{A2.26})$$

以上より、船体の各ストリップに働く *Froude-Krylov* 力 F_{FKj} ($j=2,3,4$) は、このようにして求められた圧力を船体表面に沿って積分することにより、左右方向 ($j=2$)、上下方向

($j=3$) および回転方向 ($j=4$) について次のように求めることができる。

$$\frac{dF_{FK2}}{dx} = - \int_{SH} p n_2 ds = - \int_{SH} p dz = -i \rho g h_0 \exp(-ik^* x) \int_{SH} \exp(-kz) \sin(ky \sin \chi) dz \quad (A2.27)$$

$$\frac{dF_{FK3}}{dx} = - \int_{SH} p n_3 ds = \int_{-B}^B p dy = \rho g h_0 \exp(-ik^* x - kz) \int_{-B}^B \exp(-iky \sin \chi) dy \quad (A2.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_{FK4}}{dx} &= - \int_{SH} p n_4 ds = - \int_{SH} p \{ y n_3 - (z - \overline{oG}) n_2 \} ds = \overline{oG} \frac{dF_{FK2}}{dx} + \int_{SH} p (y dy + z dz) \\ &= \overline{oG} \frac{dF_{FK2}}{dx} - i \rho g h_0 \exp(-ik^* x) \int_{SH} \exp(-kz) \sin(ky \sin \chi) (y dy + z dz) \end{aligned} \quad (A2.29)$$

ただし、上式において周期項 $\exp[-i\omega_e t]$ は省略してあり、また以降周期項は省略して考える。
(A2.28)式において、船体横断面形状を矩形で近似したときの喫水を T^* として z を T^* で置き換えることにより次のように変形する。

$$\begin{aligned} \frac{dF_{FK3}}{dx} &= \rho g h_0 \exp(-ik^* x - kz) \int_{-B}^B \exp(-iky \sin \chi) dy \\ &= \rho g h_0 \exp(-ik^* x) \exp(-kT^*) \left[\frac{1}{ik \sin \chi} \{ \exp(ikB \sin \chi) - \exp(-ikB \sin \chi) \} \right] \\ &= \rho g h_0 \exp(-ik^* x) \exp(-kT^*) \frac{2 \sin(kB \sin \chi)}{k \sin \chi} \end{aligned} \quad (A2.30)$$

さらに、(A2.27)式、(A2.29)式および(A2.30)式を実部と虚部に分けて表現すると次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left[\frac{dF_{FK2}}{dx} \right] &\equiv \frac{dF_{FKR2}}{dx} = \rho g h_0 \int_{SH} \exp(-kz) \sin(ky \sin \chi) dz \cdot \sin(k^* x) \\ \operatorname{Im} \left[\frac{dF_{FK2}}{dx} \right] &\equiv \frac{dF_{FKI2}}{dx} = -\rho g h_0 \int_{SH} \exp(-kz) \sin(ky \sin \chi) dz \cdot \cos(k^* x) \end{aligned} \quad (A2.31)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left[\frac{dF_{FK3}}{dx} \right] &\equiv \frac{dF_{FKR3}}{dx} = \rho g h_0 C_1 C_2 \cos(k^* x) \\ \operatorname{Im} \left[\frac{dF_{FK3}}{dx} \right] &\equiv \frac{dF_{FKI3}}{dx} = -\rho g h_0 C_1 C_2 \sin(k^* x) \\ C_1 &\equiv \frac{2 \sin(kB \sin \chi)}{ky_w(x) \sin \chi} \\ C_2 &\equiv \exp(-kT^*) \end{aligned}$$

(A2.32)

ただし、 $y_w(x)$ は x における水線幅を表している。

$$\begin{aligned}
\operatorname{Re}\left[\frac{dF_{FK4}}{dx}\right] &\equiv \frac{dF_{FKR4}}{dx} = -\rho gh_0 \int_{SH} \exp(-kz) \sin(ky \sin \chi) \left\{ y dy - (z - \overline{oG}) dz \right\} \cdot \sin(k^* x) \\
\operatorname{Im}\left[\frac{dF_{FK4}}{dx}\right] &\equiv \frac{dF_{FKI4}}{dx} = \rho gh_0 \int_{SH} \exp(-kz) \sin(ky \sin \chi) \left\{ y dy - (z - \overline{oG}) dz \right\} \cdot \cos(k^* x)
\end{aligned}
\tag{A2.33}$$

次に、Diffraction 流体力および Diffraction モーメントについて考える。そのために、(A2.22)式の右辺第2項を次のように変形する。

$$\begin{aligned}
\frac{dF_{Dj}}{dx} &\equiv -\rho gh_0 \int_{SH} \phi_j \frac{\partial \phi_w}{\partial n} ds = -\rho gh_0 \int_{SH} \phi_j \left(n_2 \frac{\partial}{\partial y} + n_3 \frac{\partial}{\partial z} \right) \frac{i\omega}{gh_0} \phi_w ds \\
&= i\rho\omega \int_{SH} (-v_2) \phi_j n_2 ds + i\rho\omega \int_{SH} (-v_3) \phi_j n_3 ds
\end{aligned}
\tag{A2.34}$$

$$\text{ただし、} \begin{cases} v_2 = \frac{\partial \phi_w}{\partial y} = \frac{gh_0}{\omega} k \sin \chi \exp\left[-i(k^* x + ky \sin \chi) - kz\right] \\ v_3 = \frac{\partial \phi_w}{\partial z} = -\frac{gh_0}{i\omega} k \exp\left[-i(k^* x + ky \sin \chi) - kz\right] \end{cases}
\tag{A2.35}$$

であり、入射波の存在による流体流速を表している。

また、簡単のために流体流速を次に示す場所での値で代表させて考えるものとする。

$$\begin{cases} \Xi_2 : y=0, z = \frac{d}{2} \\ \Xi_3 : y=0, z = T^* \end{cases}$$

このとき、(A2.34)式で $j=2,4$ の場合には Radiation ポテンシャルは反対称運動に対するもので y 軸について反対称であるから、方向余弦の性質を考慮すると右辺第2項は0となる。同様に、 $j=3$ の場合は右辺第1項が0になる。そこで、この速度と大きさが等しく方向が反対であるものを代表速度 $\overline{v_2}$ および $\overline{v_3}$ として

$$\begin{cases} \overline{v_2} \equiv -v_2 \Big|_{(y=0, z=\frac{d}{2})} = \omega h_0 \sin \chi \exp\left[-ik^* x - \frac{kd}{2}\right] \\ \overline{v_3} \equiv -v_3 \Big|_{(y=0, z=T^*)} = -i\omega h_0 C_1 C_2 \exp\left[-ik^* x\right] \end{cases}
\tag{A2.36}$$

と置くことにより、(A2.34)式は次のように変形される。

$$\begin{aligned}
\frac{dF_{D2}}{dx} &= i\rho\omega \int_{SH} \overline{v_2} \phi_{R2} n_2 ds \\
\frac{dF_{D3}}{dx} &= i\rho\omega \int_{SH} \overline{v_3} \phi_{R3} n_3 ds \\
\frac{dF_{D4}}{dx} &= i\rho\omega \int_{SH} \overline{v_2} \phi_{R4} n_4 ds
\end{aligned}
\tag{A2.37}$$

つまり、Diffraction 流体力および Diffraction モーメントは船体が v_2 あるいは v_3 の速度振幅で動揺している場合の Radiation 流体力および Radiation 流体モーメントを計算しているのと同じであることがわかる。

従って、Radiation 問題の場合と同様、代表速度 \bar{v}_2 および \bar{v}_3 に周期項 $\exp[-i\omega_e t]$ を付加して等価な Diffraction ポテンシャルを次のように表す。

$$\begin{cases} \phi_{D2} = \bar{v}_2(\varphi_{c2} + i\varphi_{s2}) = \bar{v}_2\varphi_{c2} + \frac{\bar{v}_2}{\omega_e}\varphi_{s2} \\ \phi_{D3} = \bar{v}_3(\varphi_{c3} + i\varphi_{s3}) = \bar{v}_3\varphi_{c3} + \frac{\bar{v}_3}{\omega_e}\varphi_{s3} \end{cases} \quad (\text{A2.38})$$

これらの Diffraction ポテンシャルによる変動圧力は、(A2.38)式を(A2.12)式の右辺第 2 項に代入することにより次のように求まる。

$$p_{D2} = \left(\omega_e \varphi_{s2} + V \frac{\partial \varphi_{c2}}{\partial x} \right) \bar{v}_2 - \left(\varphi_{c2} - \frac{V}{\omega_e} \frac{\partial \varphi_{s2}}{\partial x} \right) \bar{v}_2 \quad (\text{A2.39})$$

$$p_{D3} = \left(\omega_e \varphi_{s3} + V \frac{\partial \varphi_{c3}}{\partial x} \right) \bar{v}_3 - \left(\varphi_{c3} - \frac{V}{\omega_e} \frac{\partial \varphi_{s3}}{\partial x} \right) \bar{v}_3 \quad (\text{A2.40})$$

この変動圧力を船体断面に沿って積分することになるが、船体が動揺しているために動揺の瞬間瞬間に対して積分は行われなければならない。これは不便であるため、積分は圧力を動揺の平均位置周りにテイラー展開しその平均位置で行う。テイラー展開によって生じる誤差は高次となるため省略することができるので、積分は(A2.17)式、(A2.18)式および(A2.36)式を用いて次のように表すことができる。

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho} \frac{dF_{D2}}{dx} &= \int_{SH} p_{D2} n_2 ds \\ &= \left(-N_2 + V \frac{\partial M_2}{\partial x} \right) \bar{v}_2 - \left(M_2 + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial N_2}{\partial x} \right) \bar{v}_2 \\ &= \left(-N_2 + V \frac{\partial M_2}{\partial x} \right) \{ \omega h_0 C_3 \exp(-ik^* x) \} - \left(M_2 + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial N_2}{\partial x} \right) \{ i\omega \omega_e h_0 C_3 \exp(-ik^* x) \} \\ &= -\omega h_0 C_3 N_2 \exp(-ik^* x) + \omega V h_0 C_3 \frac{\partial M_2}{\partial x} \exp(-ik^* x) \\ &\quad - i\omega \omega_e h_0 C_3 M_2 \exp(-ik^* x) - iV \frac{\omega}{\omega_e} h_0 C_3 \frac{\partial N_2}{\partial x} \exp(-ik^* x) \end{aligned} \quad (\text{A2.41})$$

ただし、 $C_3 = \sin \chi \cdot \exp\left(-\frac{kd}{2}\right)$ である。

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{\rho} \frac{dF_{D3}}{dx} &= \int_{SH} p_{D3} n_3 ds \\
&= \left(-N_3 + V \frac{\partial M_3}{\partial x} \right) \bar{v}_3 - \left(M_3 + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial N_3}{\partial x} \right) \bar{\dot{v}}_3 \\
&= \left(-N_3 + V \frac{\partial M_3}{\partial x} \right) \left\{ i\omega h_0 C_1 C_2 \exp(-ik^* x) \right\} - \left(M_3 + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial N_3}{\partial x} \right) \left\{ \omega \omega_e h_0 C_1 C_2 \exp(-ik^* x) \right\} \\
&= i\omega h_0 C_1 C_2 N_3 \exp(-ik^* x) - i\omega V h_0 C_1 C_2 \frac{\partial M_3}{\partial x} \exp(-ik^* x) \\
&\quad - \omega \omega_e h_0 C_1 C_2 M_3 \exp(-ik^* x) - V \frac{\omega}{\omega_e} h_0 C_1 C_2 \frac{\partial N_3}{\partial x} \exp(-ik^* x)
\end{aligned} \tag{A2.42}$$

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{\rho} \frac{dF_{D4}}{dx} &= \int_{SH} p_{D2} n_4 ds \\
&= \left(-N_2 I'_n + V \frac{\partial M_2 I'_m}{\partial x} \right) \bar{v}_2 - \left(M_2 I'_m + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial N_2 I'_n}{\partial x} \right) \bar{\dot{v}}_2 \\
&= \left(-N_2 I'_n + V \frac{\partial M_2 I'_m}{\partial x} \right) \left\{ \omega h_0 C_3 \exp(-ik^* x) \right\} - \left(M_2 I'_m + \frac{V}{\omega_e^2} \frac{\partial N_2 I'_n}{\partial x} \right) \left\{ i\omega \omega_e h_0 C_3 \exp(-ik^* x) \right\} \\
&= -\omega h_0 C_3 N_2 I'_n \exp(-ik^* x) + \omega V h_0 C_3 \frac{\partial M_2 I'_m}{\partial x} \exp(-ik^* x) \\
&\quad - i\omega \omega_e h_0 C_3 M_2 I'_m \exp(-ik^* x) - iV \frac{\omega}{\omega_e} h_0 C_3 \frac{\partial N_2 I'_n}{\partial x} \exp(-ik^* x)
\end{aligned} \tag{A2.43}$$

このとき、Diffraction 流体力および Diffraction 流体モーメントを

$$\frac{dF_{Dj}}{dx} = \frac{dF_{Dej}}{dx} + i \frac{dF_{Ds_j}}{dx} \quad (j = 2, 3, 4)$$

の形に整理すると次のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
\left. \begin{aligned} \frac{dF_{De2}}{dx} \\ \frac{dF_{Ds2}}{dx} \end{aligned} \right\} &= \rho \omega h_0 C_3 N_2 \begin{Bmatrix} \cos(k^* x) \\ -\sin(k^* x) \end{Bmatrix} + \rho \omega V h_0 C_3 \frac{\partial M_2}{\partial x} \begin{Bmatrix} -\cos(k^* x) \\ \sin(k^* x) \end{Bmatrix} \\
&\quad + \rho \omega \omega_e h_0 C_3 M_2 \begin{Bmatrix} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix} + \rho V \frac{\omega}{\omega_e} h_0 C_3 \frac{\partial N_2}{\partial x} \begin{Bmatrix} -\sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{A2.44}$$

$$\begin{aligned}
\left. \begin{aligned} \frac{dF_{De3}}{dx} \\ \frac{dF_{Ds3}}{dx} \end{aligned} \right\} &= \rho \omega h_0 C_1 C_2 N_3 \begin{Bmatrix} -\sin(k^* x) \\ -\cos(k^* x) \end{Bmatrix} + \rho \omega V h_0 C_1 C_2 \frac{\partial M_3}{\partial x} \begin{Bmatrix} \sin(k^* x) \\ \cos(k^* x) \end{Bmatrix} \\
&\quad + \rho \omega \omega_e h_0 C_1 C_2 M_3 \begin{Bmatrix} \cos(k^* x) \\ -\sin(k^* x) \end{Bmatrix} + \rho V \frac{\omega}{\omega_e} h_0 C_1 C_2 \frac{\partial N_3}{\partial x} \begin{Bmatrix} \cos(k^* x) \\ -\sin(k^* x) \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{A2.45}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dF_{Dc4}}{dx} \\ \frac{dF_{Ds4}}{dx} \end{aligned} \right\} = -\omega h_0 C_3 N_2 l'_n \begin{Bmatrix} \cos(kx^*) \\ \sin(kx^*) \end{Bmatrix} + \omega V h_0 C_3 \frac{\partial M_2 l'_m}{\partial x} \begin{Bmatrix} \cos(kx^*) \\ \sin(kx^*) \end{Bmatrix} \\ -\omega \omega_e h_0 C_3 M_2 l'_m \begin{Bmatrix} \sin(kx^*) \\ -\cos(kx^*) \end{Bmatrix} - V \frac{\omega}{\omega_e} h_0 C_3 \frac{\partial N_{l'_n 2}}{\partial x} \begin{Bmatrix} \sin(kx^*) \\ -\cos(kx^*) \end{Bmatrix} \quad (\text{A2.46})$$

A2.3.3 慣性力および慣性モーメント

慣性力および慣性モーメントは(A2.7)式で示した各軸方向の変位を2回微分することにより次のように与えられる。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dF_{I1}}{dx} &= \frac{w(x)}{g} \ddot{x}, & \frac{dF_{I2}}{dx} &= \frac{w(x)}{g} \ddot{y}, & \frac{dF_{I3}}{dx} &= \frac{w(x)}{g} \ddot{z} \\ \frac{dF_{I4}}{dx} &= -\frac{w(x)}{g} \bar{X} \ddot{x}, & \frac{dF_{I5}}{dx} &= -\frac{w(x)}{g} \bar{X} \ddot{y}, & \frac{dF_{I6}}{dx} &= -\frac{w(x)}{g} \bar{X} \ddot{z} \end{aligned} \right. \quad (\text{A2.47})$$

ただし、 $\bar{X} = x - x_G$ である。

A2.3.4 静的復原力および静的復原モーメント

前述のように線形化したベルヌーイの圧力方程式(A2.12)式の右辺第1項について考えればよい。復原力および復原モーメントが働く動揺モードは上下揺、横揺れおよび縦揺れであるから、これらの動揺モードについてのみ考えればよい。結果のみを記せば次のようになる。

$$\frac{dF_{S3}}{dx} = -2\rho g y_w(x) (\Xi_3 - \bar{X} \Xi_5) \quad (\text{A2.48})$$

$$\frac{dF_{S4}}{dx} = -\overline{gm} \Xi_4 \quad (\text{A2.49})$$

$$\frac{dF_{S5}}{dx} = -2\rho g y_w(x) \bar{X} (\Xi_3 - \bar{X} \Xi_5) \quad (\text{A2.50})$$

ただし、 \overline{gm} は断面の復原てこを表している。

A2.3.5 船全体の流体力係数

船全体の流体力は、以上に示した各断面における流体力分布を x 方向に積分することにより求められる。すなわち、A2.3.1 から A2.3.4 までに求めた各式を積分の中に入れてよい。ここで、 i モードの運動による j モードの流体力のなかで加速度項（付加質量係数）を A_{ij} 、速度項（減衰力係数）を B_{ij} および復原力係数を C_{ij} と定義し、Table A2.1 から Table A2.5 に示す。前後揺を除いた縦方向動揺および横方向動揺について分けて記せば、以下のようなになる。

$$\left\{ \begin{aligned} -\bar{F}_1 &= A_{11}\ddot{\Xi}_1 - F_{w1} \\ -\bar{F}_3 &= \int_{A.P}^{F.P} \left\{ \frac{dF_3}{dx} + \frac{dF_{FK3}}{dx} + \frac{dF_{D3}}{dx} + \frac{dF_{S3}}{dx} \right\} dx \\ &= A_{33}\ddot{\Xi}_3 + B_{33}\dot{\Xi}_3 + C_{33}\Xi_3 + A_{35}\ddot{\Xi}_5 + B_{35}\dot{\Xi}_5 + C_{35}\Xi_5 - F_{w3} \\ -\bar{F}_5 &= - \int_{A.P}^{F.P} \left\{ \frac{dF_3}{dx} + \frac{dF_{FK3}}{dx} + \frac{dF_{D3}}{dx} + \frac{dF_{S3}}{dx} \right\} \bar{X} dx \\ &= A_{53}\ddot{\Xi}_3 + B_{53}\dot{\Xi}_3 + C_{53}\Xi_3 + A_{55}\ddot{\Xi}_5 + B_{55}\dot{\Xi}_5 + C_{55}\Xi_5 - F_{w5} \end{aligned} \right.$$

(A2.51)

$$\left\{ \begin{aligned} -\bar{F}_2 &= \int_{A.P}^{F.P} \left\{ \frac{dF_2}{dx} + \frac{dF_{FK2}}{dx} + \frac{dF_{D2}}{dx} \right\} dx \\ &= A_{22}\ddot{\Xi}_2 + B_{22}\dot{\Xi}_2 + C_{22}\Xi_2 + A_{24}\ddot{\Xi}_4 + B_{24}\dot{\Xi}_4 + C_{24}\Xi_4 + A_{26}\ddot{\Xi}_6 + B_{26}\dot{\Xi}_6 + C_{26}\Xi_6 - F_{w2} \\ -\bar{F}_4 &= \int_{A.P}^{F.P} \left\{ \frac{dF_4}{dx} + \frac{dF_{FK4}}{dx} + \frac{dF_{D4}}{dx} + \frac{dF_{S4}}{dx} \right\} dx \\ &= A_{42}\ddot{\Xi}_2 + B_{42}\dot{\Xi}_2 + C_{42}\Xi_2 + A_{44}\ddot{\Xi}_4 + B_{44}\dot{\Xi}_4 + C_{44}\Xi_4 + A_{46}\ddot{\Xi}_6 + B_{46}\dot{\Xi}_6 + C_{46}\Xi_6 - F_{w4} \\ -\bar{F}_6 &= \int_{A.P}^{F.P} \left\{ \frac{dF_2}{dx} + \frac{dF_{FK2}}{dx} + \frac{dF_{D2}}{dx} \right\} \bar{X} dx \\ &= A_{62}\ddot{\Xi}_2 + B_{62}\dot{\Xi}_2 + C_{62}\Xi_2 + A_{64}\ddot{\Xi}_4 + B_{64}\dot{\Xi}_4 + C_{64}\Xi_4 + A_{66}\ddot{\Xi}_6 + B_{66}\dot{\Xi}_6 + C_{66}\Xi_6 - F_{w6} \end{aligned} \right.$$

(A2.52)

Table A2.1 Table of hydrodynamic coefficients for heaving

A_{33}	$\int (w/g + \rho M_3) dx + V/\omega_e^2 [\rho N_3]$
B_{33}	$\int \rho N_3 dx - V [\rho M_3]$
C_{33}	$\int 2\rho g y_w(x) dx$
A_{35}	$-\int (w/g + \rho M_3) x dx - V/\omega_e^2 \int \rho N_3 dx - V/\omega_e^2 [\rho N_3 x] + (V/\omega_e)^2 [\rho M_3]$
B_{35}	$-\int \rho N_3 x dx + V \int \rho M_3 dx + V [\rho M_3 x] + (V/\omega_e)^2 [\rho N_3]$
C_{35}	$-\int 2\rho g y_w(x) x dx$
$\left. \begin{matrix} F_{w3c} \\ F_{w3s} \end{matrix} \right\}$	$h_0 \int 2\rho g y_w(x) C1C2 \begin{Bmatrix} \cos k^* x \\ -\sin k^* x \end{Bmatrix} dx + \omega_e h_0 \int \rho N_{10} C1C2 \begin{Bmatrix} -\sin k^* x \\ -\cos k^* x \end{Bmatrix} dx + \omega_e h_0 \int \rho M_{10} C1C2 \begin{Bmatrix} \cos k^* x \\ -\sin k^* x \end{Bmatrix} dx$ $+ \omega V h_0 \left[\rho M_{10} C1C2 \begin{Bmatrix} \sin k^* x \\ \cos k^* x \end{Bmatrix} \right] + V h_0 \left[\rho N_{10} C1C2 \begin{Bmatrix} \cos k^* x \\ -\sin k^* x \end{Bmatrix} \right]$

Table A2.2 Table of hydrodynamic coefficients for pitching

A_{53}	$-\int (w/g + \rho M_3) \bar{X} dx + V/\omega_e^2 \int \rho N_3 dx - V/\omega_e^2 [\rho N_3 \bar{X}]$
B_{53}	$-\int \rho N_3 \bar{X} dx - V \int \rho M_3 dx + V [\rho M_3 \bar{X}]$
C_{53}	$-\int 2\rho g v_w(x) \bar{X} dx$
A_{55}	$\int (w/g + \rho M_{13}) x \bar{X} dx - V/\omega_e^2 \int \rho N_3 (x - \bar{X}) dx + (V/\omega_e)^2 \int \rho M_3 dx + V/\omega_e^2 [\rho N_3 x \bar{X}] - (V/\omega_e)^2 [\rho M_3 \bar{X}]$
B_{55}	$\int \rho N_3 x \bar{X} dx - V \int \rho M_3 (\bar{X} - x) dx + (V/\omega_e)^2 \int \rho N_3 dx - V [\rho M_3 x \bar{X}] - (V/\omega_e)^2 [\rho N_3 \bar{X}]$
C_{55}	$\int 2\rho g v_w(x) x \bar{X} dx$
$\left. \begin{matrix} F_{w5c} \\ F_{w5s} \end{matrix} \right\}$	$h_0 \int 2\rho g v_w(x) C1C2 \bar{X} \begin{Bmatrix} -\cos k^* x \\ \sin k^* x \end{Bmatrix} dx + \omega_e h_0 \int \rho N_{10} C1C2 \bar{X} \begin{Bmatrix} \sin k^* x \\ \cos k^* x \end{Bmatrix} dx + \omega_e h_0 \int \rho M_{10} C1C2 \bar{X} \begin{Bmatrix} -\cos k^* x \\ \sin k^* x \end{Bmatrix} dx$ $+ \omega V h_0 \left[\rho M_{10} C1C2 \begin{Bmatrix} -\sin k^* x \\ \cos k^* x \end{Bmatrix} \right] + \omega V h_0 \int \rho M_{10} C1C2 \begin{Bmatrix} \sin k^* x \\ -\cos k^* x \end{Bmatrix} dx$ $+ V h_0 \left[\rho N_{10} C1C2 \bar{X} \begin{Bmatrix} -\cos k^* x \\ \sin k^* x \end{Bmatrix} \right] + V h_0 \int \rho N_{10} C1C2 \begin{Bmatrix} \cos k^* x \\ -\sin k^* x \end{Bmatrix} dx$

Table A2.3 Table of hydrodynamic coefficients for swaying

A_{22}	$\int (w/g + \rho M_2) dx + V/\omega_e^2 [\rho N_2]$
B_{22}	$\int \rho N_2 dx - V [\rho M_2]$
C_{22}	0
A_{24}	$\int \rho M_2 I_n dx + V/\omega_e^2 \rho N_2 I_m$
B_{24}	$\int \rho N_2 I_n dx - V [\rho M_2 I_n]$
C_{24}	0
A_{26}	$\int (w/g + \rho M_2) x dx + V/\omega_e^2 \int \rho N_2 dx - (V/\omega_e)^2 [\rho M_2] + V/\omega_e^2 [\rho N_2 x]$
B_{26}	$\int \rho N_2 x dx - V \int \rho M_2 dx - V [\rho M_2 x] - (V/\omega_e)^2 [\rho N_2]$
C_{26}	0
$\left. \begin{matrix} F_{w2c} \\ F_{w2s} \end{matrix} \right\}$	$h_0 \int_c 2\rho g e^{-kz} \sin(ky \sin \chi) dz \begin{Bmatrix} \sin k^* x \\ -\cos k^* x \end{Bmatrix} dx + \omega_e h_0 \int \rho N_2 C3 \begin{Bmatrix} \cos k^* x \\ -\sin k^* x \end{Bmatrix} dx$ $+ \omega_e h_0 \int \rho M_2 C3 \begin{Bmatrix} \sin k^* x \\ \cos k^* x \end{Bmatrix} dx$ $+ \omega V h_0 \left[\rho M_2 C3 \begin{Bmatrix} -\cos k^* x \\ \sin k^* x \end{Bmatrix} \right] + \omega/\omega_e V h_0 \left[\rho N_2 C3 \begin{Bmatrix} -\sin k^* x \\ \cos k^* x \end{Bmatrix} \right]$

Table A2.4 Table of hydrodynamic coefficients for yawing

A_{62}	$\int (w/g + \rho M_2 \bar{X}) dx - V/\omega_e^2 \int \rho N_2 dx + V/\omega_e^2 [\rho N_2 \bar{X}]$
B_{62}	$\int \rho N_2 \bar{X} dx + V \int \rho M_2 dx - V [\rho M_2 \bar{X}]$
C_{62}	0
A_{64}	$\int \rho M_2 I_n \bar{X} dx - V/\omega_e^2 \int \rho N_2 I_n dx + V/\omega_e^2 [\rho N_2 I_n \bar{X}]$
B_{64}	$V \int \rho M_2 I_n dx - V [\rho M_2 I_n \bar{X}] + \int \rho N_2 I_n \bar{X} dx$
C_{64}	0
A_{66}	$\int (w/g + \rho M_2) x \bar{X} dx + V/\omega_e^2 \int \rho N_2 (\bar{X} - x) dx + (V/\omega_e)^2 \int \rho M_2 dx - (V/\omega_e)^2 [\rho M_2 \bar{X}] + V/\omega_e^2 [\rho N_2 x \bar{X}]$
B_{66}	$\int \rho N_2 x \bar{X} dx - V \int \rho M_2 (\bar{X} - x) dx - V [\rho M_2 x \bar{X}] - (V/\omega_e)^2 [\rho N_2 \bar{X}] + (V/\omega_e)^2 \int \rho N_2 dx$
C_{66}	0
$\left. \begin{matrix} F_{w6c} \\ F_{w6s} \end{matrix} \right\}$	$h_0 \iint_C 2\rho g e^{-kz} \sin(ky \sin \chi) dz \bar{X} \begin{Bmatrix} \sin k^* x \\ -\cos k^* x \end{Bmatrix} dx + \omega h_0 \int \rho N_2 C3 \bar{X} \begin{Bmatrix} \cos k^* x \\ -\sin k^* x \end{Bmatrix} dx + \omega \omega_e h_0 \int \rho M_2 C3 \bar{X} \begin{Bmatrix} \sin k^* x \\ \cos k^* x \end{Bmatrix} dx$ $+ \omega V h_0 \int \rho M_2 C3 \begin{Bmatrix} -\cos k^* x \\ \sin k^* x \end{Bmatrix} dx + \omega/\omega_e V h_0 \int \rho N_2 C3 \bar{X} \begin{Bmatrix} -\sin k^* x \\ \cos k^* x \end{Bmatrix} dx$ $+ \omega V h_0 \left[\rho M_2 C3 \bar{X} \begin{Bmatrix} \cos k^* x \\ -\sin k^* x \end{Bmatrix} \right] + \omega/\omega_e V h_0 \left[\rho N_2 C3 \bar{X} \begin{Bmatrix} \sin k^* x \\ -\cos k^* x \end{Bmatrix} \right]$

Table A2.5 Table of hydrodynamic coefficients for rolling

A_{42}	$\int \rho M_2 I_n dx + V/\omega_e^2 [\rho N_2 I_n]$
B_{42}	$\int \rho N_2 I_n dx - V [\rho M_2 I_n]$
C_{42}	0
A_{44}	$\int (I_{xx} + M_4) dx + V/\omega_e^2 [\rho N_4]$
B_{44}	$\int \rho N_4 dx - V [\rho M_4]$
C_{44}	WGM
A_{46}	$\int \rho M_2 I_n X dx + V/\omega_e^2 \int \rho N_2 I_n dx - (V/\omega_e)^2 [\rho M_2 I_n] + V/\omega_e^2 [\rho N_2 X I_n]$
B_{46}	$\int \rho N_2 I_n X dx - V \int \rho M_2 I_n dx - V [\rho M_2 I_n X] - (V/\omega_e)^2 [\rho N_2 I_n]$
C_{46}	0
$\left. \begin{matrix} F_{w4c} \\ F_{w4s} \end{matrix} \right\}$	$h_0 \iint_C \rho g e^{-kz} \sin(ky \sin \chi) dz \{y dy - (z - z_G) dz\} \bar{X} \begin{Bmatrix} -\sin k^* x \\ \cos k^* x \end{Bmatrix} dx + \omega h_0 \int \rho N_2 I_n C3 \bar{X} \begin{Bmatrix} \cos k^* x \\ -\sin k^* x \end{Bmatrix} dx$ $+ \omega \omega_e h_0 \int \rho M_2 I_n C3 \bar{X} \begin{Bmatrix} \sin k^* x \\ \cos k^* x \end{Bmatrix} dx$ $+ \omega V h_0 \left[\rho M_2 I_n C3 \bar{X} \begin{Bmatrix} -\cos k^* x \\ \sin k^* x \end{Bmatrix} \right] + \omega/\omega_e V h_0 \left[\rho N_2 I_n C3 \bar{X} \begin{Bmatrix} -\sin k^* x \\ -\cos k^* x \end{Bmatrix} \right]$

A2.4 運動方程式

運動方程式は等速移動空間座標系すなわち慣性座標系で考えるので、A2.3で示した流体力を外力として Newton の第2法則を適用すればよい。すなわち、以下のように示すことができる。

$$\begin{cases} M\ddot{\Xi}_j = \bar{F}_j & (j=1,2,3) \\ I_{jj}\ddot{\Xi}_j = \bar{F}_j & (j=4,5,6) \end{cases} \quad (\text{A2.53})$$

ただし、 M は船体の質量であり、 I_{jj} は慣性モーメントである。

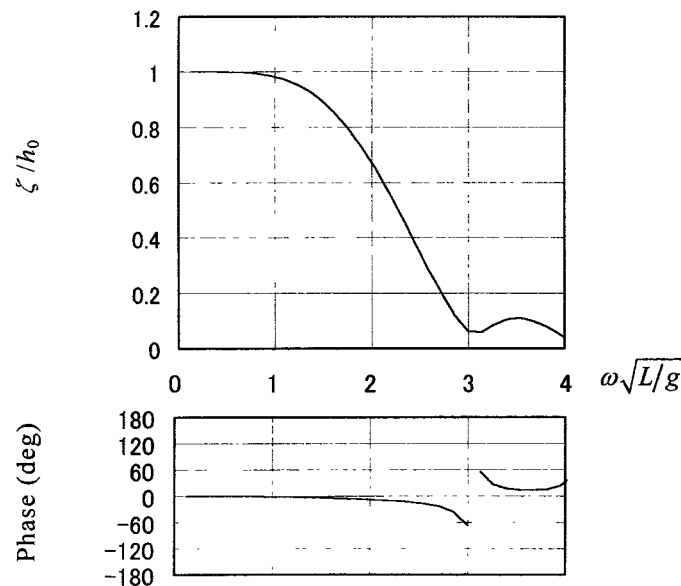
(A2.53)式の右辺に各動揺モードの流体力を代入し、左辺を動揺に関する項、右辺を波力に関する項にまとめると次に示す運動方程式が得られる。

$$(M + A_{11})\ddot{\Xi}_1 = F_{w1} \quad (\text{A2.54})$$

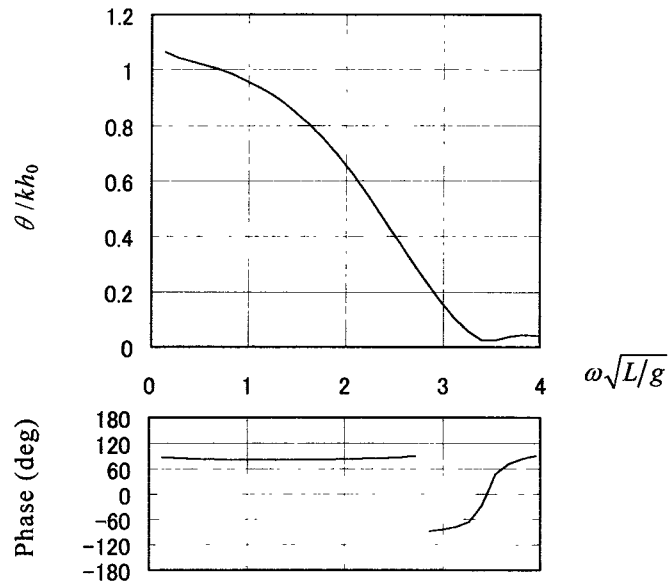
$$\begin{cases} (M + A_{33})\ddot{\Xi}_3 + B_{33}\dot{\Xi}_3 + C_{33}\Xi_3 + A_{35}\ddot{\Xi}_5 + B_{35}\dot{\Xi}_5 + C_{35}\Xi_5 = F_{w3} \\ A_{53}\ddot{\Xi}_3 + B_{53}\dot{\Xi}_3 + C_{53}\Xi_3 + (I_{55} + A_{55})\ddot{\Xi}_5 + B_{55}\dot{\Xi}_5 + C_{55}\Xi_5 = F_{w5} \end{cases} \quad (\text{A2.55})$$

$$\begin{cases} (M + A_{22})\ddot{\Xi}_2 + B_{22}\dot{\Xi}_2 + C_{22}\Xi_2 + A_{24}\ddot{\Xi}_4 + B_{24}\dot{\Xi}_4 + C_{24}\Xi_4 + A_{26}\ddot{\Xi}_6 + B_{26}\dot{\Xi}_6 + C_{26}\Xi_6 = F_{w2} \\ A_{42}\ddot{\Xi}_2 + B_{42}\dot{\Xi}_2 + C_{42}\Xi_2 + (I_{44} + A_{44})\ddot{\Xi}_4 + B_{44}\dot{\Xi}_4 + C_{44}\Xi_4 + A_{46}\ddot{\Xi}_6 + B_{46}\dot{\Xi}_6 + C_{46}\Xi_6 = F_{w4} \\ A_{62}\ddot{\Xi}_2 + B_{62}\dot{\Xi}_2 + C_{62}\Xi_2 + A_{64}\ddot{\Xi}_4 + B_{64}\dot{\Xi}_4 + C_{64}\Xi_4 + (I_{66} + A_{66})\ddot{\Xi}_6 + B_{66}\dot{\Xi}_6 + C_{66}\Xi_6 = F_{w6} \end{cases} \quad (\text{A2.56})$$

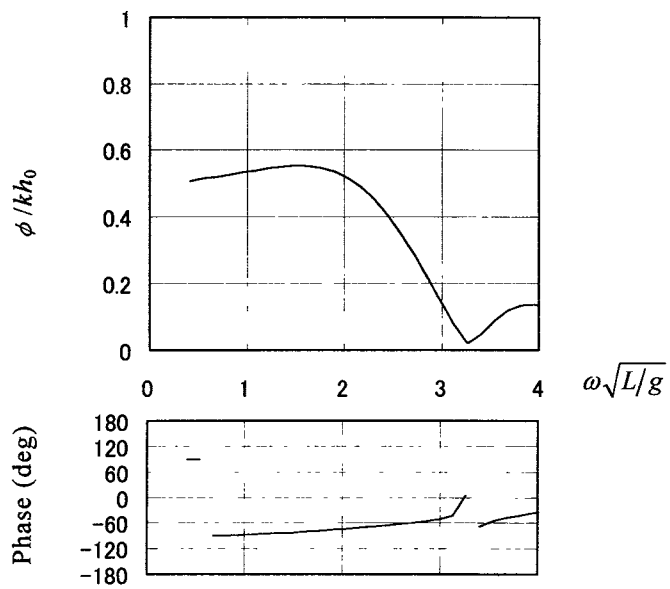
応答関数は(A2.55)式および(A2.56)式で表される連立方程式を Gauss の消去法などの解法を用いて解くことにより求められる。ここでは、一例として汐路丸の応答関数（上下揺れ、縦揺れ角および横揺れ角）の計算結果を Figs. A2.2 から A2.4 に示す。



Figs. A2.2 Response amplitude operator for Heave
[Froude number = 0.24, Angle of encounter = 30°]



Figs. A2.3 Response amplitude operator for Pitch angle
 [Froude number = 0.24, Angle of encounter = 30°]



Figs. A2.4 Response amplitude operator for Roll angle
 [Froude number = 0.24, Angle of encounter = 30°]

線形システムの入力と出力の関係にある定常確率過程は、一般に次の関係を満たす。

$$P_{xx}(f)_{ij} = |A_{ij}(f)|^2 P_{yy}(f)_{ij} \quad (\text{A3.1})$$

ただし、

$P_{xx}(f)_{ij}$; 入力 $x(t)$ のクロススペクトラム $P_{xx}(f)$ の ij 成分
 $P_{yy}(f)_{ij}$; 出力 $y(t)$ のクロススペクトラム $P_{yy}(f)$ の ij 成分
 $A_{ij}(f)$; 周波数応答関数 $A(f)$ の ij 成分。

時変自己回帰過程は時刻 n においては定常であるから、(A3.1)式の関係を満たす。

したがって、時変自己回帰過程は白色雑音に対する線形システムの応答であるから、このシステムの周波数応答関数と白色雑音のスペクトルとを求めればよい。いま、3 変量の時系列に対して同時刻応答を含むモデル次数 p の T-VVAR モデルについて考えれば、第 3 章で示したように次式で表される。

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{D}(n)\mathbf{y}(n) + \sum_{l=1}^p \mathbf{B}_l(n)\mathbf{y}(n-l) + \boldsymbol{\varepsilon}(n) \quad (\text{A3.2})$$

ここで、各記号の定義は以下のようなになる。

$$\mathbf{D}(n) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_{210}(n) & 0 & 0 \\ b_{310}(n) & b_{320}(n) & 0 \end{bmatrix}$$

: 時刻 n における同時応答マトリックス

$$\mathbf{B}_l(n) = \begin{bmatrix} b_{11l}(n) & b_{12l}(n) & b_{13l}(n) \\ b_{21l}(n) & b_{22l}(n) & b_{23l}(n) \\ b_{31l}(n) & b_{32l}(n) & b_{33l}(n) \end{bmatrix}, \quad (l=1, 2, \dots, p)$$

: 時刻 n における係数マトリックス

$$\boldsymbol{\varepsilon}(n) = (\varepsilon_1(n), \varepsilon_2(n), \varepsilon_3(n))^T$$

: 平均 0, 分散共分散行列 V の 3次元正規分布に従う白色雑音

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2)$$

: 未知パラメータ

この場合において、時間遅れ作要素 C を $C^l \mathbf{y}(n) \equiv \mathbf{y}(n-l)$, とすることにより、(A3.2)式は

$$\left\{ \mathbf{I} - \mathbf{D}(n) - \sum_{l=1}^p \mathbf{B}_l(n) \cdot C^l \right\} \cdot \mathbf{y}(n) = \boldsymbol{\varepsilon}(n), \quad \mathbf{y}(n) = \left\{ \mathbf{I} - \mathbf{D}(n) - \sum_{l=1}^p \mathbf{B}_l(n) \cdot C^l \right\}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}(n)$$

$$\mathbf{y}(n) = \left(-\sum_{l=0}^p \mathbf{B}_l(n) \cdot C^l \right)^{-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(n) \quad , \quad [\mathbf{B}_0(n) = \mathbf{D}(n) - \mathbf{I}]$$

(A3.3)

のように変形することができる。(A3.3)式より $\boldsymbol{\varepsilon}(n)$ から $\mathbf{y}(n)$ への周波数応答関数が

$$\left(-\sum_{l=0}^p \mathbf{B}_l(n) \cdot \exp[-i2\pi lf]\right)^{-1} = -\mathbf{B}(f, n)^{-1} \quad (\text{A3.4})$$

ただし、

$$\mathbf{B}(f, n) = \begin{bmatrix} B_{11}(f, n) & B_{12}(f, n) & B_{13}(f, n) \\ B_{21}(f, n) & B_{22}(f, n) & B_{23}(f, n) \\ B_{31}(f, n) & B_{32}(f, n) & B_{33}(f, n) \end{bmatrix}.$$

になることも明らかである。このとき、マトリックス $\mathbf{B}(f, n)$ の成分 $B_{ij}(f, n)$ は

$$B_{ij}(f, n) \equiv \sum_{l=1}^p B_{ijl}(n) \exp[-2\pi i fl] \quad (\text{A3.5})$$

によって定義される。また、白色雑音のスペクトルは $-1/2 \leq f \leq 1/2$ に対して、

$$P_{ee}(f) = \mathbf{Q} \quad (\text{A3.6})$$

で与えられる。したがって、(A3.6)式および(A3.4)式で示された周波数応答関数をもとに、瞬間クロススペクトルは(A3.1)式のマトリックス表示を用いて、

$$\mathbf{P}(f, n) = \mathbf{B}(f, n)^{-1} \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{B}^*(f, n)^T \quad (\text{A3.7})$$

のように表される。

ここで、次のような仮定をおく。

$$\mathbf{E}(f, n) = \mathbf{Q}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{B}(f, n) \quad (\text{A3.8})$$

このとき、瞬間クロススペクトルは

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(f, n) &= \left(\mathbf{Q}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{B}(f, n)\right)^{-1} \left(\mathbf{Q}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{B}^*(f, n)\right)^{-T} = \mathbf{B}(f, n)^{-1} \cdot \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}T} \cdot \mathbf{B}^*(f, n)^{-T} \\ &= \mathbf{E}(f, n)^{-1} \cdot \mathbf{E}^*(f, n)^{-T} \end{aligned} \quad (\text{A3.8})$$

と表すことができる。ここで、マトリックス $\mathbf{E}(f, n)$ の時間変化に対する滑らかさを決定するための測度を次のように定義する。

$$S^2 = \sum_{n=1}^N \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \|\nabla \mathbf{E}(f, n)\|^2 df \quad (\text{A3.9})$$

ここで、各記号は以下の定義にしたがう。

$$\nabla \mathbf{E}(f, n) = \mathbf{E}(f, n) - \mathbf{E}(f, n-1)$$

$$\mathbf{A} = (a_{ij}), \quad \|\mathbf{A}\|^2 = \text{tr}(\mathbf{A}'\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |a_{ij}|^2 \dots \S \text{が実数の場合}$$

$$\mathbf{A} = (a_{ij}), \quad \|\mathbf{A}\|^2 = \text{tr}(\mathbf{A}^{*\top}\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |a_{ij}|^2 \dots \mathbf{A} \text{が複素数の場合}$$

(A3.9)式を具体的に変形すると次のようになる。

$$S^2 = \sum_{n=1}^N \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \|\nabla \mathbf{E}(f, n)\|^2 df$$

$$S^2 = \sum_{n=1}^N \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \text{tr} \left\{ \begin{array}{ccc} \sigma_1^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{11l}(n) e^{2\pi i f l} & \sigma_2^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{21l}(n) e^{2\pi i f l} & \sigma_3^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{31l}(n) e^{2\pi i f l} \\ \sigma_1^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{12l}(n) e^{2\pi i f l} & \sigma_2^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{22l}(n) e^{2\pi i f l} & \sigma_3^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{32l}(n) e^{2\pi i f l} \\ \sigma_1^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{13l}(n) e^{2\pi i f l} & \sigma_2^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{23l}(n) e^{2\pi i f l} & \sigma_3^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{33l}(n) e^{2\pi i f l} \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \sigma_1^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{11l}(n) e^{-2\pi i f l} & \sigma_1^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{12l}(n) e^{-2\pi i f l} & \sigma_1^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{13l}(n) e^{-2\pi i f l} \\ \sigma_2^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{21l}(n) e^{-2\pi i f l} & \sigma_2^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{22l}(n) e^{-2\pi i f l} & \sigma_2^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{23l}(n) e^{-2\pi i f l} \\ \sigma_3^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{31l}(n) e^{-2\pi i f l} & \sigma_3^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{32l}(n) e^{-2\pi i f l} & \sigma_3^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{33l}(n) e^{-2\pi i f l} \end{array} \right\} df$$

$$S^2 = \sum_{n=1}^N \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \text{tr} \left\{ \begin{array}{ccc} \left(\sigma_1^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{11l}(n) \right)^2 & \sigma_1^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{11l}(n) \nabla B_{12l}(n) & \sigma_1^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{11l}(n) \nabla B_{13l}(n) \\ + \left(\sigma_2^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{21l}(n) \right)^2 & + \sigma_2^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{21l}(n) \nabla B_{22l}(n) & + \sigma_2^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{21l}(n) \nabla B_{23l}(n) \\ + \left(\sigma_3^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{31l}(n) \right)^2 & + \sigma_3^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{31l}(n) \nabla B_{32l}(n) & + \sigma_3^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{31l}(n) \nabla B_{33l}(n) \\ \sigma_1^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{12l}(n) \nabla B_{11l}(n) & \left(\sigma_1^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{12l}(n) \right)^2 & \sigma_1^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{12l}(n) \nabla B_{13l}(n) \\ + \sigma_2^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{22l}(n) \nabla B_{21l}(n) & + \left(\sigma_2^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{22l}(n) \right)^2 & + \sigma_2^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{22l}(n) \nabla B_{23l}(n) \\ + \sigma_3^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{32l}(n) \nabla B_{31l}(n) & + \left(\sigma_3^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{32l}(n) \right)^2 & + \sigma_3^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{32l}(n) \nabla B_{33l}(n) \\ \sigma_1^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{13l}(n) \nabla B_{11l}(n) & \sigma_1^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{13l}(n) \nabla B_{12l}(n) & \left(\sigma_1^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{13l}(n) \right)^2 \\ + \sigma_2^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{23l}(n) \nabla B_{21l}(n) & + \sigma_2^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{23l}(n) \nabla B_{22l}(n) & + \left(\sigma_2^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{23l}(n) \right)^2 \\ + \sigma_3^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{33l}(n) \nabla B_{31l}(n) & + \sigma_3^{-2} \sum_{l=0}^p \nabla B_{33l}(n) \nabla B_{32l}(n) & + \left(\sigma_3^{-1} \sum_{l=0}^p \nabla B_{33l}(n) \right)^2 \end{array} \right\} df$$

$$\begin{aligned}
S^2 &= \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sigma_i^2} \left| \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sum_{j=1}^3 \sum_{l=0}^p \nabla B_{ijl}(n) df \right|^2 = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sigma_i^2} \left\{ \sum_{j=1}^3 \sum_{l=0}^p \nabla B_{ijl}(n) \left[f \right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \right\}^2 \\
&= \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{1}{\sigma_i^2} \sum_{l=0}^p \{ \nabla b_{ijl}(n) \}^2 \\
S^2 &= \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\sigma_i^2} \sum_{j=1}^3 \sum_{l=0}^p \sum_{n=1}^N (v_{ijl}(n))^2
\end{aligned}$$

(A3.10)

(A3.10)式において、 S^2 の値が大きければ時間に関して $E(f, n)$ および瞬間クロススペクトル $P(f, n)$ が滑らかではないことを意味している。(A3.10)式における重み係数は i のみによるので、時変係数の滑らかさを制約する白色雑音 $v_{ijl}(n)$ の未知分散 τ_{ijl}^2 は、時間に対して不変であり、また σ_i^2 に比例すると仮定することができる。したがって、 $\tau_{ijl}^2 \equiv \tau_i^2$ とおくことができる。

Appendix 4 Kalman フィルタについて

ここでは、Kalman フィルタによる逐次推定のアルゴリズムについて参考文献(70)にしたがって記す。ただし、定理および命題の証明は割愛するものとする。

A4. 1 定式化

問題を定式化するために、Fig. A4.1 に示す線形確立システムについて考える。

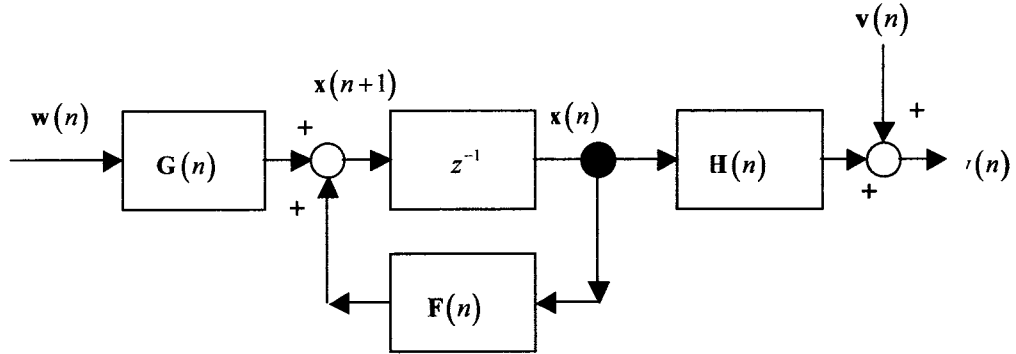


Fig. A4.1 Representation of state space model in liner dynamic system

このシステムにおける状態空間モデルは次式で表される。

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{F}(n)\mathbf{x}(n) + \mathbf{G}(n)\mathbf{w}(n) \quad (\text{A4.1})$$

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n) + \mathbf{v}(n) \quad (\text{A4.2})$$

ここで、

$\mathbf{x}(n)$: m 次元状態ベクトル

$\mathbf{y}(n)$: p 次元観測ベクトル

$\mathbf{w}(n)$: r 次元ガウス白色雑音ベクトル

$\mathbf{v}(n)$: p 次元ガウス白色雑音ベクトル

$\mathbf{F}(n)$: 時間 n に依存して変化する $m \times m$ マトリックス

$\mathbf{G}(n)$: 時間 n に依存して変化する $m \times p$ マトリックス

$\mathbf{H}(n)$: 時間 n に依存して変化する $p \times m$ マトリックス。

この場合において、 $\mathbf{w}(n)$ 、 $\mathbf{v}(n)$ の平均は 0 であり、共分散マトリックスは

$$E \begin{bmatrix} \mathbf{w}(n) \\ \mathbf{v}(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}(s)^\top & \mathbf{v}(s)^\top \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}(n) & 0 \\ 0 & \mathbf{R}(n) \end{bmatrix} \delta_{ns}, \quad \mathbf{R}(n) > 0 \quad (\text{A4.3})$$

$$E[\mathbf{w}(n)\mathbf{x}(s)^\top] = 0, \quad E[\mathbf{v}(n)\mathbf{x}(s)^\top] = 0, \quad n \geq s \quad (\text{A4.4})$$

と仮定する。ここで、 $E[\bullet]$ は統計的期待値であり、 δ_{ns} はクロネッカーのデルタである。

A4. 2 状態推定問題

時刻 0 から n までの観測データの作る集合を $\Psi(n) = \{\mathbf{y}(0), \mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(n)\}$ について考える。 $\Psi(n)$ は観測値の持つ情報で、 $\Psi(s) \subset \Psi(n), s \leq n$ が成り立つので、増大情報系という。

増大情報系 $\Psi(n)$ に基づいて、時刻 $n+l$ における状態 $\mathbf{x}(n+l)$ の最小分散推定値を求めることを考える。これは、以下に示す評価関数

$$J = E \left[\left\| \mathbf{x}(n+l) - \hat{\mathbf{x}}(n+l|n) \right\|^2 \right] \quad (\text{A4.5})$$

を最小にする $\hat{\mathbf{x}}(n+l|n)$ を与えるフィルタを設計することに相当する。すなわち Bayes 推定値 $\hat{\mathbf{x}}(n+l|n)$ は $\Psi(n)$ に関する $\mathbf{x}(n+l)$ の条件付期待値

$$\hat{\mathbf{x}}(n+l|n) = E \left[\mathbf{x}(n+l|n) | \Psi(n) \right] \quad (\text{A4.6})$$

により与えられる。このとき、推定誤差を $\tilde{\mathbf{x}}(n+l|n) = \mathbf{x}(n+l) - \hat{\mathbf{x}}(n+l|n)$ とおけば、推定誤差の共分散マトリックスは次のように与えられる。

$$P(n+l|n) = E \left[\left(\mathbf{x}(n+l|n) - \hat{\mathbf{x}}(n+l|n) \right) \left(\mathbf{x}(n+l|n) - \hat{\mathbf{x}}(n+l|n) \right)^T \right] \quad (\text{A4.7})$$

また、観測データ $\mathbf{y}(0), \mathbf{y}(1), \dots, \mathbf{y}(n)$ の作るデータ空間を Y^T とすると、 $\hat{\mathbf{x}}(n+l|n)$ は $\mathbf{x}(n+l)$ の Y^T 上への直交射影

$$\hat{\mathbf{x}}(n+l|n) = \hat{E} \left[\mathbf{x}(n+l|n) | Y^T \right] \quad (\text{A4.8})$$

で表すことができる。

A4. 3 予測問題

本節では、予測推定値 $\hat{\mathbf{x}}(n+l|n), l=1, 2, \dots$ に関するアルゴリズムおよび予測誤差 $\tilde{\mathbf{x}}(n+l|n)$ の性質に関する定理を示す。なお、ここではフィルタリングによる推定値 $\hat{\mathbf{x}}(n+l|n)$ およびその推定誤差の共分散マトリックス $P(n|n)$ は与えられているものとする。

定理 1 (1) 予測推定値は次式で計算される。

$$\hat{\mathbf{x}}(n+l|n) = \Phi(n+l, n) \mathbf{x}(n|n), \quad l=1, 2, \dots \quad (\text{A4.9})$$

(2) $\tilde{\mathbf{x}}(n+l|n), l=1, 2, \dots$ は平均 0, 共分散マトリックス

$$P(n+l|n) = \Phi(n+l, n) P(n|n) \Phi(n+l, n)^T + \sum_{k=n}^{n+l-1} \Phi(n+l, k+1) \mathbf{G}(k) \mathbf{Q}(k) \mathbf{G}(k)^T \Phi(n+l, k+1)^T \quad (\text{A4.10})$$

のガウス-マルコフ過程である。ここで、 $\Phi(n, \tau)$ は次式で定義される推移行列であ

る。

$$\Phi(n, \tau) = \begin{cases} \mathbf{F}(n-1) \cdot \mathbf{F}(n-2) \cdots \mathbf{F}(\tau), & n > \tau \\ \mathbf{I}, & n = \tau \end{cases}$$

ただし、 \mathbf{I} は単位マトリックスである。

A4. 4 Kalman フィルタ

本節では、直交射影の理論を応用して(A4.1)式から(A4.4)式で与えられるシステムに対する Kalman フィルタを導出する。

観測データの作る集合 $\Psi(n)$ に対するイノベーション $v(n)$ を次のように定義する。

$$v(n) = y(n) - E[y(n) | \Psi(n-1) = \{y(0), y(1), \dots, y(n-1)\}] \quad (\text{A4.11})$$

(A4.11)式は(A4.2)式を用いることにより、

$$\begin{aligned} v(n) &= y(n) - E[\mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n) + v(n) | \Psi(n-1)] \\ &= y(n) - \mathbf{H}(n)\hat{\mathbf{x}}(n|n-1) \\ &= \mathbf{H}(n)\tilde{\mathbf{x}}(n|n-1) + v(n) \end{aligned} \quad (\text{A4.12})$$

となる。よって、次の命題を得る。

命題 1 イノベーション $v(n)$ は p 次元ガウス白色雑音ベクトルであり、平均値は 0、共分散マトリックスは

$$E[v(n)v(s)^T] = [\mathbf{R}(n) + \mathbf{H}(n)P(n|n-1)\mathbf{H}(n)^T] \delta_{ns} \quad (\text{A4.13})$$

で与えられる。ただし、

$$P(n+1|n) = E[(\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}(n|n-1))(\mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}(n|n-1))^T]$$

である。

続いて、フィルタリングによる推定値の導出法について述べる。以下、推定値の定義は(A4.8)式を用いることとする。 $v(n)$ および Y^T の定義から、

$$Y^T = Y^{T-1} \vee \{v(n)\}$$

と表される。ただし、 \vee は空間の直和を表している。ここで、 $v(n)$ と Y^{T-1} とが直交することを考慮すると、

$$\hat{\mathbf{x}}(n|n) = \hat{E}[\mathbf{x}(n) | Y^T] = \hat{E}[\mathbf{x}(n) | Y^{T-1} \vee v(n)] = \hat{E}[\mathbf{x}(n) | Y^{T-1}] + \hat{E}[\mathbf{x}(n) | v(n)] \quad (\text{A4.14})$$

を得る。直交射影の定義から $\hat{E}[\mathbf{x}(n) | v(n)] = K(n)v(n)$ を満足する $m \times p$ マトリックス $K(n)$ が存在するので、(A4.14)は

$$\hat{\mathbf{x}}(n|n) = \hat{\mathbf{x}}(n|n-1) + K(n)v(n) \quad (\text{A4.15})$$

となる。ここで、 $K(n)$ は $\hat{\mathbf{x}}(n|n)$ の最適条件すなわち推定誤差 $\tilde{\mathbf{x}}(n|n) = \mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}(n|n)$ がデータ空間 Y^T に直交するという条件

$$\tilde{\mathbf{x}}(n|n) = \mathbf{x}(n) - \hat{\mathbf{x}}(n|n) \perp Y^T \quad (\text{A4.16})$$

から決定される。(A4.15)式から

$$\tilde{\mathbf{x}}(n|n) = \tilde{\mathbf{x}}(n|n-1) - K(n)v(n)$$

となるが、 $\tilde{\mathbf{x}}(n|n-1) = \mathbf{x}(n) - \hat{E}[\mathbf{x}(n)|Y^{T-1}]$ および $v(n)$ は Y^{T-1} と直交するので、 $\tilde{\mathbf{x}}(n|n) \perp Y^{T-1}$ となる。よって、(A4.16)式が成立するためには $\tilde{\mathbf{x}}(n|n) \perp v(n)$ となればよい。したがって、命題1を用いることにより、

$$\begin{aligned} 0 &= E\left[\left(\tilde{\mathbf{x}}(n|n-1) - K(n)v(n)\right)v(n)^T\right] \\ &= E\left[\tilde{\mathbf{x}}(n|n-1)\left(\mathbf{H}(n)\tilde{\mathbf{x}}(n|n-1) + v(n)\right)^T\right] - K(n)E\left[v(n)v(n)^T\right] \\ &= P(n|n-1)\mathbf{H}(n)^T - K(n)\left[\mathbf{H}(n)P(n|n-1)\mathbf{H}(n)^T + \mathbf{R}(n)\right] \end{aligned} \quad (\text{A4.17})$$

を得る。よって、次の命題が成立する。

命題2 フィルタリングによる推定値は

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(n|n) &= \hat{\mathbf{x}}(n|n-1) + K(n)v(n) \\ &= \hat{\mathbf{x}}(n|n-1) + K(n)\left[\mathbf{y}(n) - \mathbf{H}(n)\hat{\mathbf{x}}(n|n-1)\right] \end{aligned} \quad (\text{A4.18})$$

で与えられる。ここで、

$$K(n) = P(n|n-1)\mathbf{H}(n)^T \left[\mathbf{H}(n)P(n|n-1)\mathbf{H}(n)^T + \mathbf{R}(n)\right]^{-1} \quad (\text{A4.19})$$

である。 $m \times p$ マトリックス $K(n)$ はKalmanゲインと呼ばれる。また、 $\hat{\mathbf{x}}(n|n)$ の推定誤差の共分散マトリックス $P(n|n)$ は次式で与えられる。

$$P(n|n) = P(n|n-1) - K(n)\mathbf{H}(n)P(n|n-1) \quad (\text{A4.20})$$

次に、 $\hat{\mathbf{x}}(n-1|n-1)$ 、 $P(n-1|n-1)$ が与えられた場合における $\hat{\mathbf{x}}(n|n-1)$ 、 $P(n|n-1)$ の計算アルゴリズムを命題3において与える。

命題3 予測推定値 $\hat{\mathbf{x}}(n|n-1)$ および予測誤差の共分散マトリックスはそれぞれ次のように与えられる。

$$\mathbf{x}(n|n-1) = \mathbf{F}(n)\mathbf{x}(n-1|n-1) \quad (\text{A4.21})$$

$$P(n|n-1) = \mathbf{F}(n)P(n-1|n-1)\mathbf{F}(n)^T + \mathbf{G}(n)\mathbf{Q}(n)\mathbf{G}(n)^T \quad (\text{A4.22})$$

以上の結果をまとめると次の定理に示すように Kalman フィルタによる逐次推定アルゴリズムが得られる。

定理 2 離散時間確率システムに対するカルマンフィルタは次のように与えられる。

(1) 初期条件

$$\hat{\mathbf{x}}(0|-1) = \bar{\mathbf{x}}(0), \quad P(0|-1) = \Sigma_0 \quad (\text{A4.23})$$

(2) 一期先予測

$$\mathbf{x}(n|n-1) = \mathbf{F}(n)\mathbf{x}(n-1|n-1) \quad (\text{A4.24})$$

$$P(n|n-1) = \mathbf{F}(n)P(n-1|n-1)\mathbf{F}(n)^T + \mathbf{G}(n)\mathbf{Q}(n)\mathbf{G}(n)^T \quad (\text{A4.25})$$

(3) フィルタリング

$$\mathbf{K}(n) = P(n|n-1)\mathbf{H}(n)^T [\mathbf{H}(n)P(n|n-1)\mathbf{H}(n)^T + \mathbf{R}(n)]^{-1} \quad (\text{A4.26})$$

$$\mathbf{x}(n|n) = \mathbf{x}(n|n-1) + \mathbf{K}(n)[\mathbf{y}(n) - \mathbf{H}(n)\mathbf{x}(n|n-1)] \quad (\text{A4.27})$$

$$P(n|n) = \{\mathbf{I} - \mathbf{K}(n)\mathbf{H}(n)\} P(n|n-1) \quad (\text{A4.28})$$

したがって、線形確率システムにおける雑音の分散の特性が既知であるという条件の下で、Kalman フィルタは一期先予測およびフィルタリングを繰り返すことにより最適な状態ベクトルの推定値を与えることができる。