

# INNOVACIÓN EN LAS CLASES DE MATEMÁTICAS

Experiencias metodológicas

Carlos Javier Rojas Álvarez, Rafael Escudero Trujillo y Guillermo Cervantes Campo



**UN** UNIVERSIDAD  
DEL NORTE

Editorial



# INNOVACIÓN EN LAS CLASES DE MATEMÁTICAS: Experiencias Metodológicas

Carlos Javier Rojas Álvarez  
Rafael Enrique Escudero Trujillo  
Guillermo Cervantes Campo

Barranquilla  
COLOMBIA, 2013

  
**UNIVERSIDAD  
DEL NORTE**  
Editorial

Rojas Álvarez, Carlos Javier.

Innovación en las clases de matemáticas : experiencias metodológicas / Carlos Javier Rojas Álvarez, Rafael Enrique Escudero Trujillo, Guillermo Cervantes Campo. -- Barranquilla : Editorial Universidad del Norte, 2013.

65 p. : il., col. ; 28 cm.

Incluye referencias bibliográficas (p. 58-59)

ISBN 978-958-741-352-6 (PDF)

1. Matemáticas -- Enseñanza con ayuda de computadores  
2. Matemáticas -- Innovaciones tecnológicas 3. Metodología en matemáticas I. Escudero Trujillo, Rafael Enrique II. Cervantes Campo Guillermo.

(510.71 R741 23 ed.) (CO-BrUNB)



[www.uninorte.edu.co](http://www.uninorte.edu.co)  
Km 5, vía a Puerto Colombia  
A. A. 1569, Barranquilla (Colombia)

© Editorial Universidad del Norte, 2013

© Carlos Javier Rojas Álvarez, Rafael Enrique Escudero Trujillo  
y Guillermo Cervantes Campo, 2013

*Coordinación editorial*  
Zoila Sotomayor O.

*Diseño y diagramación*  
Luis Gabriel Vásquez M.

*Diseño de portada*  
Andrés Racedo Llanos

*Corrección de textos*  
Sigilfredo Eusse M.

*Procesos técnicos*  
Munir Kharfan de los Reyes

Hecho en Colombia  
*Made in Colombia*

# CONTENIDO

---

<b>Los autores .....</b>	<b>5</b>
<b>Introducción .....</b>	<b>6</b>
Capítulo 1	
<b>COMPARACIÓN ENTRE LOS PROCESOS DE ARGUMENTACIÓN DEDUCTIVA Y DEMOSTRACIÓN EN UN GRUPO DE ALUMNOS .....</b>	<b>8</b>
Marco teórico .....	9
Objetivos.....	10
Metodología.....	10
Resultados .....	11
Conclusiones.....	13
Bibliografía .....	14
Anexo 1: Primer parcial.....	15
Anexo 2: Segundo parcial.....	16
Anexo 3: Ejemplos de preguntas .....	17
Capítulo 2	
<b>LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS REALES Y LA COMPETENCIA EN LA MEDIDA.....</b>	<b>18</b>
Marco teórico .....	19
Objetivos.....	20
Metodología.....	20
Resultados .....	21
Conclusiones.....	24
Bibliografía .....	24
Anexo 1: Ejemplos de problemas propuestos.....	25
Anexo 2: Encuesta aplicada a los alumnos para recoger sus opiniones acerca de la metodología .....	25
Capítulo 3	
<b>LA ESTIMACIÓN Y EL CÁLCULO DE UNA INTEGRAL DEFINIDA .....</b>	<b>26</b>
Marco teórico .....	27
Objetivos.....	27
Metodología.....	28
Resultados .....	28
Conclusiones.....	29
Bibliografía .....	29
Anexo: Ejemplos de problemas y ejercicios .....	30

---

Capítulo 4

**IMPACTO DE CLASES INTERACTIVAS CON TARJETAS DE RESPUESTA INMEDIATA (CITRI) EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS..... 34**

Marco teórico ..... 37

Objetivos..... 37

Metodología ..... 37

Resultados ..... 38

Cálculo II..... 41

Conclusiones..... 42

Aspectos cuantitativos en Matemáticas Básicas y Cálculo II ..... 43

Aspectos cualitativos en Matemáticas Básicas y Cálculo II ..... 44

Bibliografía ..... 44

Anexo 1: Ejemplos de preguntas y proporción de respuestas ..... 45

Anexo 2: Datos generales ..... 46

Anexo 3: Foto de una sesión ..... 47

Capítulo 5

**IMPACTO DEL MÉTODO “INSTRUCCIÓN POR PARES” CON EL APOYO DE “CLICKERS” EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS BÁSICAS .....48**

Marco teórico ..... 49

Objetivos..... 51

Metodología ..... 51

Resultados ..... 52

Análisis estadístico ..... 54

Conclusión 1 ..... 54

Conclusión 2 ..... 54

Conclusión 3..... 55

Conclusión 4 ..... 57

Conclusión 5 ..... 58

Bibliografía ..... 58

Anexo 1: Cuestionario del pre test ..... 60

Anexo 2: Cuestionario del pos test..... 62

Anexo 3: Resultado de pregunta contestada individualmente ..... 64

Anexo 4: Resultado de la misma pregunta contestada grupalmente, después de la instrucción por pares ..... 65

## LOS AUTORES

---

### **CARLOS JAVIER ROJAS ÁLVAREZ**

Profesor investigador del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad del Norte. Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad del Atlántico. Magister en Educación Universidad Javeriana-Uninorte. Especialista en Docencia Universitaria, Universidad del Norte.

Coautor del libro *Estadística Descriptiva y Distribuciones de Probabilidad* (Ediciones Uninorte, 2005) Coautor del libro *Matemáticas Básicas* (Ediciones Uninorte, 2012). Ganador del premio Innovación Pedagógica Uninorte, 2004, 2007 y 2011.

### **RAFAEL ENRIQUE ESCUDERO TRUJILLO**

Profesor investigador del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad del Norte. Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad del Atlántico. Magister en Educación Universidad Javeriana-Uninorte. Ph.D en Educación Énfasis en Educación Matemáticas. Newport International University.

Autor del libro *Matemáticas y sus relaciones con las ciencias de la vida* (Ediciones Uninorte, 2005). Reconocimiento como Profesor Distinguido Uninorte, 2000. Ganador del premio Innovación Pedagógica Uninorte, 2003 y 2010. Ganador del premio Excelencia Docente en el aula, período 200630-2007.

### **GUILLERMO CERVANTES CAMPO**

Profesor investigador del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad del Norte. Jefe del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad del Norte. Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad del Atlántico. Magister en Matemáticas de la Universidad Nacional Sede Medellín. Magister en Educación Universidad Javeriana-Uninorte. Reconocimiento como Profesor Distinguido. Ganador del premio Innovación Pedagógica Uninorte, 2010.

## INTRODUCCIÓN

---

Este libro es una recopilación de experiencias pedagógicas presentadas en la convocatoria interna anual que hace la Universidad del Norte denominada “Experiencias de innovación pedagógica”, por los profesores Carlos J. Rojas Álvarez, Rafael Escudero Trujillo y Guillermo Cervantes Campo en el área de matemáticas, y correspondientes a los años 2006, 2008, 2009, 2010 y 2012.

El libro está distribuido en cinco capítulos, cada uno corresponde a una experiencia. Cada capítulo consta de los siguientes ítems:

- Resumen.
- Marco teórico.
- Objetivos: Contiene el objetivo general y los objetivos específicos.
- Metodología: Consta de los sujetos, el procedimiento y, en algunos casos, los recursos.
- Resultados.
- Conclusiones.
- Anexos: Contiene algunos cuestionarios, ejercicios, problemas y preguntas planteadas en las experiencias.

Los capítulos son los siguientes:

**Capítulo 1: Comparación entre los procesos de argumentación deductiva y demostración en un grupo de alumnos (2006). Carlos J. Rojas Álvarez.**

Esta experiencia surgió porque una pregunta planteada a un grupo de alumnos de primer semestre de ingenierías, antes de comenzar el curso de geometría, permitió establecer que ellos no estaban en capacidad de hacer una demostración deductiva. Se propone como proceso previo al aprendizaje de hacer la demostración deductiva, la argumentación deductiva con dos reglas de inferencia: afirmación del antecedente y negación del consecuente, y se comparan los niveles de éxito para cada proceso.

**Capítulo 2: La solución de problemas reales y la competencia en la medida (2008). Carlos J. Rojas Álvarez.**

Esta experiencia surgió como una alternativa a los ejercicios y problemas de área y volumen de sólidos que usualmente traen los libros de geometría. La experiencia consiste en que los alumnos deben



construir, con cartulina, en grupo de a dos y dentro de la clase, un sólido geométrico conociendo su capacidad. Cada grupo debe entregar al final de la clase el sólido y un informe escrito con los cálculos efectuados. En las clases posteriores cada grupo debe exponer y sustentar su problema en el tablero.

### **Capítulo 3: La estimación y el cálculo de una integral definida (2009). Carlos J. Rojas Álvarez.**

Esta experiencia pretende fomentar la comprobación, como proceso de autorregulación, del cálculo de una integral definida a través de la estimación del área de la región respectiva, que está dividida en cuadrículas. La experiencia muestra la relación que hay entre la integral definida y el área de una región por medio de la explicitación de que ambos números están en unidades cuadradas.

### **Capítulo 4: Impacto de clases interactivas con tarjetas de respuesta inmediata (CITRI) en el aprendizaje de las matemáticas. (Aplicación de las TIC'S en el aula de clase) (2010). Rafael Escudero Trujillo y Guillermo Cervantes Campo.**

La experiencia “Clases interactivas con tarjetas de respuesta inmediata” tuvo como propósito determinar su impacto en el aprendizaje de Matemáticas Básicas y Cálculo Integral en un grupo de estudiantes de Ciencias de la Universidad del Norte. Se fundamentó en identificar errores y concepciones equivocadas de los estudiantes en tiempo real, mediante la utilización de un sistema compuesto por: un software llamado Turning Point, unas tarjetas para marcar respuestas a preguntas de selección múltiple elaboradas por los profesores y una antena receptora que recibe la señal emitida por los estudiantes y cuyas respuestas son presentadas por el programa inmediatamente a los estudiantes en una pantalla o tablero, permitiendo la retroalimentación del proceso de enseñanza, aprendizaje y evaluación en tiempo real.

### **Capítulo 5: Impacto del método “Instrucción por Pares” con el apoyo de “Clickers” en el aprendizaje de Matemáticas Básicas (2012). Rafael Escudero Trujillo.**

Esta innovación tuvo como propósito promover una mayor interacción entre los estudiantes y enfocar su atención en los conceptos subyacentes estudiados en la asignatura Matemáticas Básicas, en lugar de presentar el material en secuencia como en los libros de textos y las notas de clase. Las sesiones consisten en un número corto de presentaciones de los puntos clave del material, cada uno seguido por una *prueba conceptual* en un test corto de opciones múltiples. Se da un tiempo para contestar individualmente una pregunta, y luego se pide a los estudiantes que discutan sus respuestas con sus pares. Este proceso promueve el pensar críticamente a través de los argumentos desarrollados en clase y les proporciona, tanto a estudiantes como a profesores, un medio para evaluar la comprensión de conceptos en tiempo real. El proceso de evaluación y retroalimentación se produce en tiempo real.

Presentamos este proyecto a profesores y educadores en el área de matemáticas, para obtener sus observaciones y también promover posibilidades de réplica.

Los Autores

# COMPARACIÓN ENTRE LOS PROCESOS DE ARGUMENTACIÓN DEDUCTIVA Y DEMOSTRACIÓN EN UN GRUPO DE ALUMNOS

Carlos Javier Rojas Álvarez

### Resumen

Esta experiencia tiene como objetivo fortalecer algunos procesos de argumentación deductiva, en un grupo de alumnos, y compararlos con el proceso de la demostración deductiva. La metodología consistió en aplicar dos reglas de inferencia: afirmación del antecedente y negación del consecuente, en la argumentación de las respuestas a los problemas de respuesta corta, como alternativa a la demostración deductiva.

La metodología se aplicó a 37 alumnos de primer semestre de ingenierías, en un período de 10 semanas de tres horas semanales, en la asignatura de Geometría. Se escogió como instrumento de evaluación el primer y segundo parcial y, como modelo de decisión estadística, la comparación de proporciones o porcentajes. Los resultados indican que hubo una mejoría en la argumentación entre el primer y el segundo parcial con un nivel de significancia de  $\alpha = 0,07$ ; en el segundo parcial, a los alumnos les cuesta más aplicar la regla de la negación del consecuente que la afirmación del antecedente, con un nivel de significancia de  $\alpha = 0,01$ ; y por último, en el segundo parcial se encontró que a los alumnos les cuesta más demostrar que argumentar, con un nivel de significancia de  $\alpha = 0,01$ .

## 1. MARCO TEÓRICO

La argumentación, en términos generales, es definida así por Calderón y León (1996):

Argumentar es hacer uso del lenguaje verbal para formar un discurso que de cuenta de nuestras convicciones acerca de un asunto. Este discurso tiene como función fundamental convencer o persuadir, en forma razonada, a otro (s) de las creencias personales; exige, entonces, realizar, a partir de la premisa que se tiene por cierta, construcciones que expliquen, justifiquen, relacionen y concluyan convincentemente la(s) tesis (s) supuesta (s) (p. 12-13).

Cuando, como en este caso, se utiliza la argumentación deductiva como metodología, la verdad de las premisas utilizadas por el hablante garantizan la verdad de sus conclusiones,

Si **A** es verdad entonces **B** es verdad

(donde **A** es *razón* y **B** *conclusión*)

La utilización de este tipo de argumentos se hace más compleja de acuerdo con la ubicación y la modalidad usada para establecer el enunciado (Correa, Dimaté Martínez, 1999). Así, se identifican:

- Modus Ponendo Ponens (afirmar afirmando) o ley de afirmación de la hipótesis:

$$\frac{p \rightarrow q}{p} \\ q$$

Por ejemplo:

Si Juan obtiene la máxima calificación en el examen final,

entonces pasará el curso.

$$p \rightarrow q$$

Juan obtiene la máxima calificación en el examen final.

$$\frac{p}{q}$$

Por lo tanto, Juan pasa el curso.

$$q$$

- Modus Tollendo Tollens (negar - negando) o negación del consecuente:

$$\frac{p \rightarrow q}{\neg q} \\ \neg p$$

Por ejemplo:

Si la zorra veloz salta sobre el perro lento, entonces se tropieza.  $p \rightarrow q$

La zorra veloz no se tropieza.

$$\frac{\neg q}{\neg p}$$

Por lo tanto, la zorra veloz no salta sobre el perro lento.

$$\neg p$$

## 2. OBJETIVOS

### 2.1 OBJETIVO GENERAL

Comparar los procesos de argumentación deductiva con el proceso de demostración deductiva en un grupo de alumnos.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Comparar los aciertos de la aplicación de la afirmación del antecedente entre el primer parcial y el segundo parcial.
- Comparar los aciertos de la aplicación de la afirmación del antecedente y de la negación del consecuente en el segundo parcial.
- Comparar los aciertos de la aplicación de la afirmación del antecedente y de la demostración deductiva en el segundo parcial.
- Determinar el grado de importancia que le otorgan los alumnos a la argumentación deductiva dentro del aprendizaje.

## 3. METODOLOGÍA

### 3.1 SUJETOS

Los sujetos fueron 37 alumnos, de ambos géneros, de ingenierías de primer semestre, en la asignatura de Geometría.

### 3.2 PROCEDIMIENTO

1. El primer día de clases se les preguntó a los alumnos, por escrito: “*Es cierto que la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180°? Justifique su respuesta*”. Los resultados arrojaron que, hipotéticamente, ningún alumno estaba en el nivel 3 de Van Hiele en el aspecto de la demostración.
2. En la unidad 1 se explica cómo se aplican las reglas de inferencia pertinentes a las preguntas de respuesta corta y cómo se argumenta explicitando dichas reglas.

3. Posteriormente, se propone a los alumnos que resuelvan problemas del mismo tipo cuyas respuestas deben ser argumentadas deductivamente. La evaluación de dichos problemas es en el tablero.
4. A medida que se avanza en el curso, se siguen planteando problemas a los alumnos, hasta finalizar la unidad 2. En el transcurso de la unidad 2 se explicó la demostración deductiva con ejemplos y se les propuso a los alumnos que hicieran algunas en el tablero.
5. En cada parcial (anexos 1 y 2) se plantean uno o dos problemas de respuesta corta cuyas respuestas deben ser argumentadas deductivamente.
6. En el segundo parcial (anexo 2) se colocó un punto de demostración para observar el desempeño de los alumnos en este aspecto.

#### 4. RESULTADOS

En el cuadro 1 se presentan los resultados de la argumentación deductiva y la demostración, evaluados en el primer y segundo parcial:

**Cuadro 1.** Resultados de la argumentación y la demostración

Sujeto	1 <sup>er</sup> Parcial		2 <sup>o</sup> Parcial	
	A. A.	A. A.	N. C.	Dms
1	0	0	0	0
2	0	1	0	0
3	0	0	1	0
4	0	1	1	0
5	1	1	1	0
6	1	1	0	0
7	0	0	0	0
8	0	0	0	0
9	0	0	0	0
10	1	1	0	0
11	0	1	0	0
12	0	0	0	0
13	0	0	0	1
14	1	1	0	0
15	0	0	0	0
16	0	1	0	0
17	1	0	0	0
18	1	1	0	0

	1 <sup>er</sup> Parcial		2 <sup>o</sup> Parcial		
19	1	1	1	0	0
20	1	1	0	0	0
21	0	1	1	0	0
22	0	1	0	0	0
23	1	0	0	0	0
24	1	1	1	0	0
25	0	1	0	0	0
26	0	1	0	0	0
27	1	1	1	1	1
28	0	0	0	0	0
29	0	1	0	0	0
30	1	0	1	0	0
31	0	1	0	0	0
32	1	1	0	0	0
33	1	1	0	1	1
34	0	0	0	0	0
35	1	1	1	1	1
36	1	1	1	1	1
37	0	0	0	0	0

A.A.: Afirmación del antecedente

N.C.: Negación del consecuente

Dms.: Demostración

0 significa que no hizo el ítem

1 significa que hizo correctamente el ítem

Del cuadro 1 se observa que, a excepción del sujeto 13, todo el que hizo la demostración directa sabe aplicar la regla de la afirmación del antecedente.

### Comparación de la afirmación del antecedente entre el primer y el segundo parcial

En el primer parcial, 16 alumnos de 37 realizaron bien el ítem de afirmación del antecedente; mientras que en el segundo parcial, 23 de 37 lo realizaron bien. La prueba de diferencia de proporciones arrojó un valor  $p$  de 0,0517487. Dado que el  $p$  valor es menor que 0,075, se rechaza la hipótesis nula con un nivel de confianza del 93%. Se concluye que los alumnos mejoraron significativamente en la aplicación de la regla de la afirmación del antecedente, con un nivel de confianza del 93%.

### Comparación entre la afirmación del antecedente y la negación del consecuente en el segundo parcial

En el segundo parcial, 23 alumnos de 37 realizaron bien el ítem de afirmación del antecedente; mientras que el de la negación del consecuente 10 de 37 lo realizaron bien. La prueba de diferencia de proporciones arrojó un valor  $p$  de 0,00119276. Dado que el  $p$  valor es menor que 0,01, se rechaza la hipótesis nula con un nivel de confianza del 99%. Se concluye que, significativamente, los alumnos, tienen más dificultad en la aplicación de la regla de la negación del consecuente que la afirmación del antecedente, con un nivel de confianza del 99%.

### **Comparación entre la afirmación del antecedente y la demostración en el segundo parcial**

En el segundo parcial, 23 alumnos de 37 realizaron bien el ítem de afirmación del antecedente; mientras que el de la demostración (corta, de cinco o seis pasos), 5 de 37 lo realizaron bien. La prueba de diferencia de proporciones arrojó un valor  $p$  de 0,0000162614. Dado que el  $p$  valor es menor que 0,01, se rechaza la hipótesis nula con un nivel de confianza del 99%. Se concluye que, significativamente, los alumnos tienen más dificultad en la realización de demostraciones que en la aplicación de la afirmación del antecedente, con un nivel de confianza del 99%.

Por otro lado, en el curso se aplicó una metodología más amplia que se denominó “metodología integral”, la cual consta de cuatro componentes: diagramas conceptuales, procedimiento para resolver problemas, argumentación con reglas de inferencia y la construcción de figuras. Con el objetivo de averiguar la importancia que los alumnos le atribuyeron a la argumentación deductiva, al final del curso se les aplicó una encuesta, en la cual una de las preguntas era que clasificaran, según su criterio, el orden de importancia de los componentes de la “metodología integral”, encontrando los siguientes resultados con respecto a la argumentación:

- 6 de 20 consideran que la argumentación es el componente más importante de la “metodología integral”.
- 7 de 20 consideran que la argumentación ocupa el segundo lugar en importancia.
- 5 de 20 consideran que está en el tercer lugar, y
- 2 de 20 consideran que es el componente menos importante de la “metodología integral”.

En conclusión, 13 de 20 (65%) consideran que la argumentación es un proceso importante en el aprendizaje de las ciencias.

## **5. CONCLUSIONES**

La realización de este estudio ha aportado conocimientos y experiencias relevantes que permiten elaborar las siguientes conclusiones:

- El análisis estadístico inferencial indica que los alumnos vienen con serias dificultades para hacer demostraciones deductivas.

- Los alumnos mejoraron significativamente del primer al segundo parcial en la aplicación de la afirmación del antecedente.
- Los alumnos tienen más dificultad en aplicar la negación del consecuente que la afirmación del antecedente.
- La aplicación de la afirmación del antecedente y la negación del consecuente es una buena alternativa a la demostración, además de que la comprensión de dichas reglas es el paso previo en la comprensión y construcción de demostraciones.
- A excepción de un alumno, todos los que realizaron bien la demostración en el segundo parcial, también argumentaron correctamente la afirmación del antecedente. En otras palabras: si un alumno aplica bien la afirmación del antecedente, entonces sabrá hacer una demostración por el método directo.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Calderón, D. & León, O. (1996). *La argumentación en matemáticas en el aula: una oportunidad para la diversidad*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.

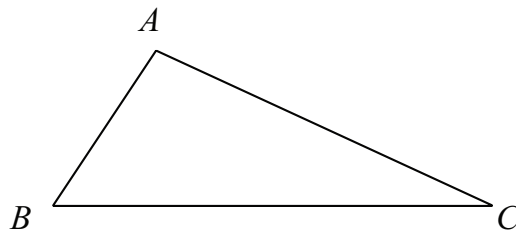
Correa, J.; Dimaté, C. & Martínez, N. (1999). *Saber y saberlo demostrar: Hacia una didáctica de la argumentación*. Bogotá: Universidad Externado de Colombia.

Jaime, A. & Gutiérrez, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele*. Artículo disponible en la siguiente URL: <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf>



**ANEXO 1: PRIMER PARCIAL**

1. El  $\triangle ABC$  es rectángulo en  $C$ , con  $AB = 15\text{cm}$ ,  $AC = (x + 3)\text{cm}$  y  $BC = x\text{cm}$ . Calcule el valor de  $x$ . Al plantear la ecuación, escriba el enunciado del teorema utilizado, el nombre de la regla de inferencia empleada y su correspondiente fórmula. Indique en el teorema la simbología en la fórmula.
2. Construya la circunferencia inscrita al  $\triangle ABC$ .



- a. Construya el diagrama conceptual\* completo del rectángulo.
- b. Determine si la siguiente proposición es verdadera o falsa. Si es verdadera, cite el teorema o el postulado que la valida; si es falsa, construya un contraejemplo: "Si dos ángulos son suplementarios, entonces forman un par lineal"

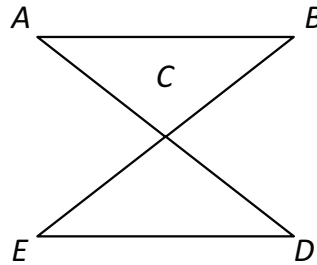
---

\* El diagrama conceptual se refiere al mentefacto propuesto por el Instituto Alberto Merani.

**ANEXO 2: SEGUNDO PARCIAL**

En la figura de la derecha:  $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$  y  $AC = CD$

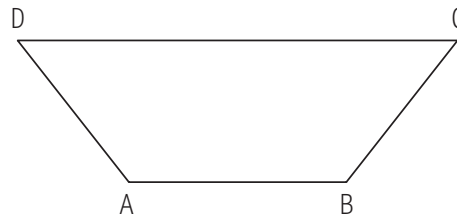
Demuestre que  $\overline{AB} \cong \overline{DE}$



Para **a.** y **b.:** responda la pregunta, escriba el enunciado del teorema utilizado, el nombre de la regla de inferencia empleada y su correspondiente fórmula. Indique en el teorema la simbología empleada en la fórmula.

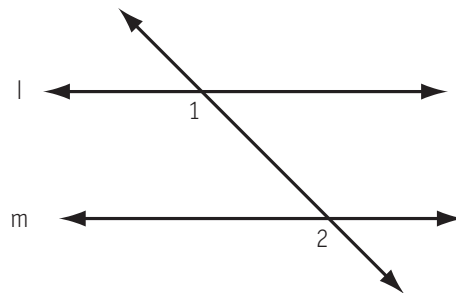
En ABCD,  $m \angle A = 110$ ,  $m \angle D = 70$  y  $m \angle B = 125$ .

¿Es  $\overline{DA} \parallel \overline{CB}$ ?



En la figura de la derecha,  $\angle 1 \cong \angle 2$

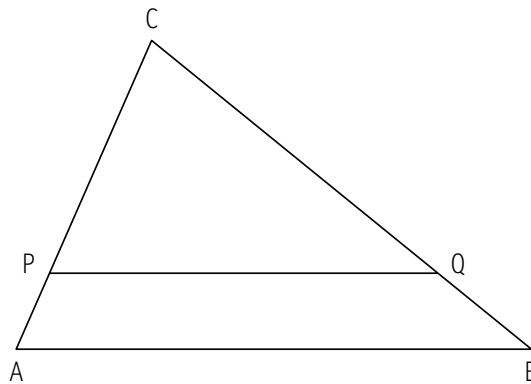
¿Es  $l \parallel m$ ?



Construya dos triángulos, cada uno con lados de  $4cm$ ,  $7cm$  y  $9cm$ . Asígnele nombre a cada uno. ¿Son congruentes los triángulos? Si su respuesta es afirmativa, escriba la relación de congruencia de tres maneras diferentes y el enunciado del criterio de congruencia. Si su respuesta es negativa, explique por qué.

**ANEXO 3: EJEMPLOS DE PREGUNTAS**

- En el  $\triangle ABC$ ,  $AC = 12 \text{ cm}$ ,  $BC = 10 \text{ cm}$  y  $AB = 2\sqrt{61} \text{ cm}$ . ¿Es el  $\triangle ABC$  rectángulo en  $C$ ? Al responder la pregunta, escriba el enunciado del teorema utilizado, el nombre de la regla de inferencia empleada y su correspondiente fórmula. Indique en el teorema la simbología empleada en la fórmula.
- En el  $\triangle ABC$ ,  $AC = 12 \text{ cm}$ ,  $BC = 10 \text{ cm}$  y  $AB = 14 \text{ cm}$ . ¿Es el  $\triangle ABC$  rectángulo en  $C$ ? Al responder la pregunta, escriba el enunciado del teorema utilizado, el nombre de la regla de inferencia empleada y su correspondiente fórmula. Indique en el teorema la simbología empleada en la fórmula.
- En el  $\triangle ABC$  de abajo,  $AC = 20 \text{ cm}$ ,  $BC = 30 \text{ cm}$ ,  $PC = 16 \text{ cm}$  y  $CQ = 25 \text{ cm}$ . ¿Es  $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ ? Al responder la pregunta, escriba el enunciado del teorema utilizado, el nombre de la regla de inferencia empleada y su correspondiente fórmula. Indique en el teorema la simbología empleada en la fórmula.



- Construya el  $\triangle ABC$  con  $AB = 5 \text{ cm}$  y  $BC = 8 \text{ cm}$ . Escoja el punto  $D$  tal que  $A-D-B$  y  $AD = 2 \text{ cm}$ . Seleccione el punto  $E$ , tal que  $B-E-C$  y determine  $BE$  y  $CE$  para que  $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ . Luego escriba el enunciado del teorema utilizado, el nombre de la regla de inferencia empleada y su correspondiente fórmula. Indique en el teorema la simbología empleada en la fórmula.

# LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS REALES Y LA COMPETENCIA EN LA MEDIDA

Carlos Javier Rojas Álvarez

### Resumen

Esta experiencia tiene como objetivo evidenciar la aplicación práctica de las fórmulas de área y volumen de sólidos geométricos, a través de la construcción de un sólido geométrico a partir de su capacidad. La experiencia está soportada teóricamente en los sistemas de representación de Bruner (enactivo, icónico y simbólico) y en la competencia.

La metodología se aplicó a alumnos universitarios de segundo semestre de Diseño Industrial. De 13 grupos (de dos alumnos cada uno), 6 construyeron correctamente el sólido, los 7 grupos restantes no lo lograron en el primer intento.

Cualitativamente, en opinión de los alumnos, la actividad permite pensar, entender mejor los conceptos de área y volumen, aplicar los conocimientos en la vida real, ver el significado de las fórmulas e interactuar con una persona en la solución de un problema.

**Palabras clave:** solución de problemas, medida, sistemas de representación.

## MARCO TEÓRICO

La experiencia está basada en los sistemas de representación de Bruner: enactivo, icónico y simbólico. Bruner afirma sobre ellos:

Hay cambios sorprendentes en el énfasis que acontecen con el desarrollo de la representación. Al principio, el bebé conoce su mundo principalmente por las acciones habituales que realiza para enfrentarse a él. Con el tiempo se le añade una técnica de representación a través de imágenes que son relativamente independientes con la acción. Gradualmente va ampliando un nuevo y poderoso método de traslación de acciones e imágenes al lenguaje, propiciando un tercer sistema de representación. Cada uno de estos tres modos - enactivo, icónico y simbólico - tiene maneras diferentes de representar los acontecimientos. Cada uno de estos tres modos tiene un poderoso efecto en la vida mental de los seres humanos a diferentes edades y su interacción persiste como uno de los aspectos más importantes de la vida intelectual adulta. (Bruner, 1980, p. 23).

Algo similar afirmó Piaget, en un discurso que pronunció en el Segundo Congreso Internacional de Educación Matemática, en 1973:

“De lo anterior se deduce que, aun en lo que se refiere a la pedagogía de la matemática, caeríamos en un grave error si, limitándonos al plano del lenguaje, dejásemos de lado el papel de las acciones” (1978, p. 220), dejando entrever que toda abstracción procede a partir de estructuras más concretas.

De lo anterior se infiere que el razonamiento de una persona se modifica gradualmente a partir de sus experiencias y de la interacción con los objetos y el mundo que lo rodea. Es por ello que se plantearon problemas reales en la actividad.

Un problema de contexto real es un problema que se produce efectivamente en la realidad y compromete el accionar del estudiante en el mismo (Poblete y Díaz, 1999). La solución de un problema real requiere mucho más que la comprensión de los conceptos involucrados; requiere de competencia.

¿Qué es la competencia?

Un diccionario de Psicología define “competencia” como la “capacidad de realizar una tarea o de finalizar algo con éxito”. Godino (2002) afirma que el uso de competencia está ligado principalmente a un saber específico; alguien puede ser competente para el bricolaje, la mecánica de los automóviles, pero un incompetente para la gestión burocrática, etc. Más adelante, sostiene que la competencia atiende al componente práctico, mientras que la comprensión al componente teórico o relacional del conocimiento. Tanto la competencia como la comprensión, ponen en juego conocimientos. En el primer caso se trata de conocimientos de tipo procedimental; en el segundo, conceptual y argumentativo.

En otras palabras, hay diferencia entre conocer y ser capaz de aplicar un conocimiento. Los problemas de los libros de texto se centran en los conocimientos técnicos; los problemas reales hacen que los alumnos adquieran también competencia y conocimiento estratégico.

## OBJETIVOS

### OBJETIVO GENERAL

Evidenciar la aplicación práctica de las fórmulas de área y volumen de los sólidos geométricos.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Poner en juego la competencia de los alumnos para resolver un problema real de área y volumen de sólidos geométricos.
- Entrevistar a los alumnos para obtener sus opiniones acerca de la actividad.

## METODOLOGÍA

### SUJETOS

Los sujetos fueron alumnos, de ambos géneros, de segundo semestre de Diseño Industrial.

### PROCEDIMIENTO

1. El primer día de clases se les informó a los alumnos que debían de estudiar la deducción de las fórmulas del área total y del volumen de los poliedros y cuerpos redondos. La bibliografía recomendada fue el libro de Geometría de Clemens, la Geometría de Baldor y la Geometría Moderna de Moise-Down. El objetivo, se les dijo, es que en 22 días iban a construir un poliedro o un cuerpo redondo, en grupos de a dos, en clase, con recursos bibliográficos disponibles, y que al final de dicha clase cada grupo debe entregar el sólido hecho en cartulina y un informe escrito de los cálculos realizados para construirlo. Por último, también se les informó que cada grupo tiene que exponer y argumentar en el tablero los cálculos realizados.
2. Se desarrolla la unidad 1, que se denomina perímetro y área, y se evalúa en un parcial escrito. En un día cualquiera en que se desarrolla la Unidad 1, los alumnos acuerdan los grupos de trabajo y lo entregan por escrito al profesor.
3. Llegado el día de la construcción del sólido geométrico, a cada grupo se le asigna de manera aleatoria un problema distinto (anexo 1). Los alumnos disponen de cualquier recurso bibliográfico durante la solución del problema. En algunos grupos el sólido es el mismo, pero no su capacidad. Cada grupo debe construir el sólido en las dos horas de clase. Al final de la clase, deben entregarlo junto con el informe de los cálculos.
4. En las clases siguientes cada grupo expone y argumenta en el tablero los cálculos efectuados. El sólido y el informe obtienen una calificación que es la nota del segundo parcial.
5. Si un grupo construyó mal el sólido, tiene la oportunidad de volver a realizarlo, esta vez fuera de la clase, y volver a exponerlo.

## RECURSOS

Los alumnos deben llevar el día de la actividad:

1. Una cartulina.
2. Una regla.
3. Un transportador.
4. Un compás.
5. Tijeras.
6. Pegante.
7. Cinta.
8. Una calculadora científica.
9. Recursos bibliográficos al gusto de cada grupo.
10. Computador portátil con internet inalámbrico, si el grupo lo desea.

## RESULTADOS

En el cuadro 1 se reseñan algunas de las respuestas dadas por los alumnos en la encuesta escrita acerca de la metodología:

**Cuadro 1.** Resultados de la encuesta

PREGUNTA	RESPUESTAS
<p>¿Qué le gustó de la actividad que consistió en la construcción del sólido? ¿Por qué?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Que se compartieron con la persona en el grupo las ideas, dialogando hasta poder llegar a la solución y construcción de la figura deseada.</li> <li>▪ Que se puede interactuar y es útil para mi carrera.</li> <li>▪ La forma en que nos enfrentan a problemas reales, como esa interacción entre el problema matemático y algo real.</li> <li>▪ Que al construir el sólido ponemos en práctica todo lo aprendido (fórmulas, etc.) y le encontramos sentido a lo mismo pues son cosas de la vida real.</li> <li>▪ Que le permite al estudiante pensar y desarrollar prácticamente lo aprendido en clase.</li> <li>▪ Que nos da la concepción real de cómo aplicar los conceptos de volumen y área.</li> <li>▪ Que lo pone a uno a pensar en la solución más rápida y es mejor que hacerlo solo en papel.</li> <li>▪ El hecho de la estimación de datos y construcción del modelo.</li> <li>▪ Que aprendí cómo diferenciar áreas y volúmenes.</li> <li>▪ Aprendí - estudié con mi compañera y entendí conceptos que no entendía.</li> <li>▪ Armar algo que en realidad pueda contener el volumen pedido. Practicar la teoría con una manualidad.</li> <li>▪ Al hacer el ejercicio de verdad (tangible) se entienden mejor los conceptos y se quedan grabados; se entiende el porqué.</li> </ul>



PREGUNTA	RESPUESTAS
<p>¿El desarrollo de la actividad promueve más aprendizaje que una clase tradicional de área y volumen? Explique su respuesta.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Sí, porque podemos aprender más ya que no todo es el papel sino también hay que llevarlo a la práctica.</li> <li>▪ Claro que sí. Por qué se da tanto la teoría como la práctica para ver que los problemas son toda una realidad.</li> <li>▪ Sí, ya que es mucho más fácil entender de esta manera los términos y el significado real y visual del área y volumen.</li> <li>▪ Sí, ya que los ejercicios se llevan al plano de problemas del diario vivir.</li> <li>▪ Sí, pues ponemos en práctica lo aprendido, y como es una actividad interactiva ayuda a que se nos grabe más el tema desarrollado.</li> <li>▪ Sí, porque el conocimiento se puede aplicar.</li> <li>▪ Esta actividad sí promueve el aprendizaje pues no se nota monotonía como las clases tradicionales, lo que motiva al estudiante.</li> </ul>
<p>¿Qué conocimientos o habilidades le exigió la construcción del sólido?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Conversiones de capacidad, medidas, etc, fórmulas de volumen. Creatividad para la construcción del mismo.</li> <li>▪ Aprenderte todas las fórmulas y ver mi ingenio como diseñador.</li> <li>▪ La construcción exigió formar en la cabeza una imagen teórica para así desarrollarla después y entender las proporciones de las medidas de los objetos para contener una capacidad determinada.</li> <li>▪ Fórmulas, razonamiento, cálculo, comprensión y de mucha dedicación.</li> </ul>
<p>¿Qué no le gustó de la actividad? ¿Por qué?</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La mayoría respondió que todo le gustó.</li> <li>▪ Que no sabía cómo hacerlo.</li> <li>▪ Falta de tiempo dentro de la clase.</li> </ul>

Cuantitativamente, de 13 grupos que participaron en la actividad, 6 lograron construir el objeto correctamente; los 7 restantes, que no tuvieron éxito en el primer intento, tuvieron otra oportunidad para corregir los errores y entregar el objeto con el informe escrito.

## CONCLUSIONES

La realización de este estudio ha aportado conocimientos y experiencias relevantes que permiten elaborar las siguientes conclusiones:

- Según los alumnos, la actividad da la concepción real de la aplicación de conocimientos, favorece el diálogo en la solución de problemas, pone a pensar y permite entender mejor los conceptos de área y volumen.
- Según lo expresado por los alumnos en la encuesta, le ven el “sentido” a las fórmulas porque lo están aplicando a un problema real, superando el hecho de que “los alumnos saben hacer cosas pero no entienden lo que hacen” (Pozo & Gómez, 2000, p.20).
- El hecho de que 7 de los trece grupos no hayan tenido éxito inicial, es una clara evidencia de que no es lo mismo hacer un problema aplicado que un problema real, ya que la solución de estos últimos requiere la competencia matemática.
- Los alumnos fueron conscientes de que la solución de un problema real exige la puesta en práctica de los conocimientos que adquirieron en las clases anteriores, acerca de perímetro y área.
- Las opiniones de los alumnos permiten corroborar la siguiente afirmación: “Las habilidades necesarias para ser exitoso en la aplicación de las matemáticas son enteramente distintas de las que se necesitan para comprender conceptos, demostrar teoremas o resolver ecuaciones” (Edwards & Hamson, 2001, p. 1).

## BIBLIOGRAFÍA

- Bruner, J. (1980). *Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo*. Madrid : Pablo del Río, 1980.
- Edwards, D. & Hamson, M. (2001). *Guide to Mathematical Modelling*. 2ª ed. Great Britain: Palgrave Macmillan.
- Godino, J. (2002) Competencia y comprensión matemática: ¿Qué son y cómo se consiguen? *UNO*, 29, 9-19.
- Piaget, J.; Choquet, G.; Dieodonne, J.; Thom, R. & otros. (1978). *La enseñanza de las matemáticas modernas*. Madrid: Alianza Editorial.
- Poblete, A. & Díaz, V. (1999). Evaluación de tipos de problemas en derivación. *Educación Matemática*, 11, (1), 46-56.
- Pozo, J. & Gómez, M. (2000). *Aprender y enseñar ciencia*. 2ª ed. Madrid: Morata.

**ANEXO 1: EJEMPLOS DE PROBLEMAS PROPUESTOS**

- Construya un cono de 1,5 litros de capacidad de agua. Si se desprecia el grosor de la cartulina, calcule la cantidad de cartulina empleada en construir el cono.
- Construya una pirámide triangular regular a la que le quepan 16 onzas de agua. Si se desprecia el grosor de la cartulina, calcule la cantidad de cartulina empleada en construir la pirámide.
- Construya un prisma cuadrangular de un cuarto de litro de capacidad. Si se desprecia el grosor de la cartulina, calcule la cantidad de cartulina empleada en construir el prisma.

**ANEXO 2: ENCUESTA APLICADA A LOS ALUMNOS PARA RECOGER SUS OPINIONES ACERCA DE LA METODOLOGÍA**

1. ¿Qué le gustó de la actividad que consistió en la construcción del sólido? ¿Por qué?
2. ¿Qué no le gustó de la actividad? ¿Por qué?
3. ¿El desarrollo de la actividad promueve más aprendizaje que una clase tradicional de área y volumen? Explique su respuesta.
4. ¿Qué conocimientos o habilidades le exigió la construcción del sólido?

## LA ESTIMACIÓN Y EL CÁLCULO DE UNA INTEGRAL DEFINIDA

Carlos Javier Rojas Álvarez

### Resumen

Esta experiencia tiene como objetivo promover en los alumnos la aplicación del proceso de estimación del resultado de una integral definida antes de calcularla. La metodología consiste en estimar el área de una superficie plana bajo una curva impresa en una cuadrícula, para luego calcular la misma área con una integral definida.

Los sujetos fueron 27 alumnos de tercer semestre de Administración de Empresas. Se encontró que 8 alumnos de los 27 aplicaron, de manera explícita, el proceso de estimación del área bajo la curva antes de calcular la respectiva integral definida.

**Palabras clave:** estimación, área, integral definida.

## MARCO TEÓRICO

La experiencia está basada en la estimación y la percepción.

Segovia et al (2000), apoyado en Laurent (1976), afirma que “estimación es la habilidad mental para hacer conjeturas en cálculo y medida con una formación previa”. Se trata de una descripción recursiva: para hacer conjeturas en cálculo y medida es necesaria una formación, pero esas mismas conjeturas servirán para adquirir nueva formación que redundará a su vez en un perfeccionamiento de habilidades y procesos que se empleen en hacer las conjeturas siguientes. Es esta característica de la estimación, “ser un proceso educable”, lo que la hace especialmente interesante para el profesorado (Segovia et al, 2000).

Las características de la estimación son:

- Consiste en valorar una cantidad o el resultado de una operación.
- El sujeto que debe hacer la valoración tiene alguna información.
- La valoración se realiza por lo general de forma mental.
- Se hace con rapidez y empleando números lo más sencillos posibles.
- El valor asignado no tiene que ser exacto pero sí adecuado para tomar decisiones.
- El valor asignado admite distintas aproximaciones, dependiendo de quien realice la valoración (Segovia et al, 2000).

La estimación involucra también la percepción y la comparación, procesos secuenciales e indispensables en la actividad de la medición (Godino, p. 365).

La percepción es un proceso sensorial consciente, cuyos propósitos son: informarnos acerca de las propiedades del ambiente que son vitales para nuestra supervivencia y ayudarnos a actuar en relación con el ambiente (Goldstein, 2005).

## OBJETIVOS

### OBJETIVO GENERAL

Promover en los alumnos el proceso de estimación.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estimar el área bajo una curva impresa en cuadrículas.
- Resolver la integral definida respectiva.
- Contrastar los dos resultados anteriores.

## **METODOLOGÍA**

### **SUJETOS**

Los sujetos fueron alumnos, de ambos géneros, de tercer semestre de Administración de Empresas.

### **PROCEDIMIENTO**

El procedimiento seguido en la clase es el siguiente:

1. El profesor le pide a los alumnos que enumeren las cuadrículas cubiertas por la región a la que se le va a calcular el área.
2. Los alumnos deben estimar lo que la región cubre en cada cuadrícula. Luego deben sumar los números para obtener el área de la región en unidades cuadradas.
3. Posteriormente, el profesor resuelve la integral definida respectiva.
4. El profesor explicita la relación entre el resultado de la solución de la integral definida y el área estimada.
5. Finalmente, los alumnos solucionan los problemas de manera independiente.
6. En algunos casos se calcula el área en  $\text{mm}^2$  y  $\text{cm}^2$  con ayuda de la regla.
7. Los problemas resueltos en clase los realizan los alumnos en el tablero con el mismo procedimiento.
8. En el parcial se colocan también las regiones en cuadrículas para que los alumnos puedan verificar el resultado de la integral definida.

### **RECURSOS**

En las clases y en el parcial se emplearon gráficas de curvas impresas en cuadrículas. Ejemplos de ejercicios y problemas están en el anexo.

## **RESULTADOS**

En el parcial, 8 alumnos de los 27 que participaron en el estudio, verificaron explícitamente, con la estimación, el resultado de las integrales definidas. El problema presentado es que en el parcial y en las clases los alumnos tienen resistencia a la comprobación de la integral definida a través de la estimación. Esta situación concuerda con la que encontró Rojas (2010) en una experiencia en la cual los alumnos, en un curso de geometría, dieron diferentes razones para no comprobar la respuesta a la solución de un problema. La razón de ello es que no están acostumbrados a verificar la solución de un problema. Polya (1992) se refiere a esto afirmando que el profesor no debe esperar una respuesta satisfactoria a la pregunta “¿puede verificarse el resultado?” de parte de alumnos inexpertos. (p.36).

## CONCLUSIONES

La realización de este estudio ha aportado conocimientos y experiencias relevantes que permiten elaborar las siguientes conclusiones:

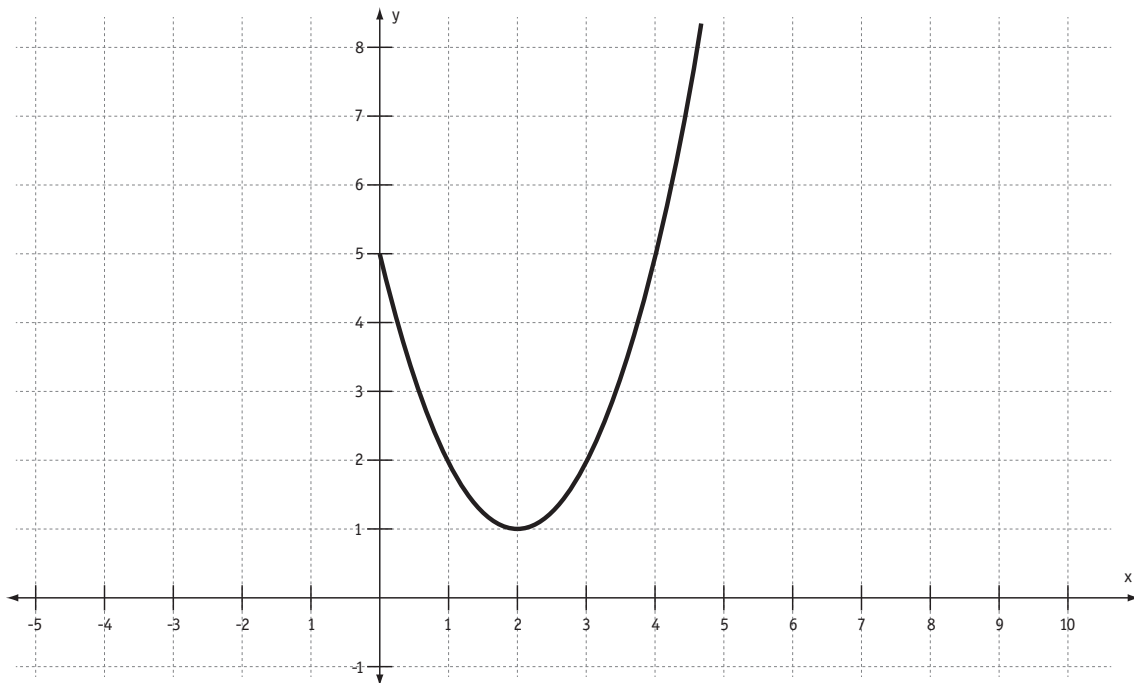
- 8 alumnos de los 27 aplicaron la estimación antes de resolver la respectiva integral definida. La razón del bajo número la sostiene Polya (1992) al afirmar que los alumnos inexpertos en solución de problemas no tienen como conducta el proceso de verificación.
- La metodología es un modo sistemático que permite la percepción de la medida de una región plana, en este caso el área.

## BIBLIOGRAFÍA

- Godino, J., et al. *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Documento recuperable en Internet en la siguiente dirección: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Goldstein, B. *Sensación y percepción*. 6ª ed. Mexico: Thomson.
- Polya, G. (1992). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Rojas, C. (2010). Aplicación de un heurístico como estrategia didáctica en la solución de problemas. *Innovar para educar: Prácticas universitarias exitosas*. Tomo 2. Capítulo 1. Disponible en la web: <http://www.uninorte.edu.co/documents/72553/716fad3e-e727-43e5-96d8-d426ec46f4e8>
- Segovia, I., et al. (2000). *Estimación en cálculo y medida*. Madrid: Síntesis, No. 9.

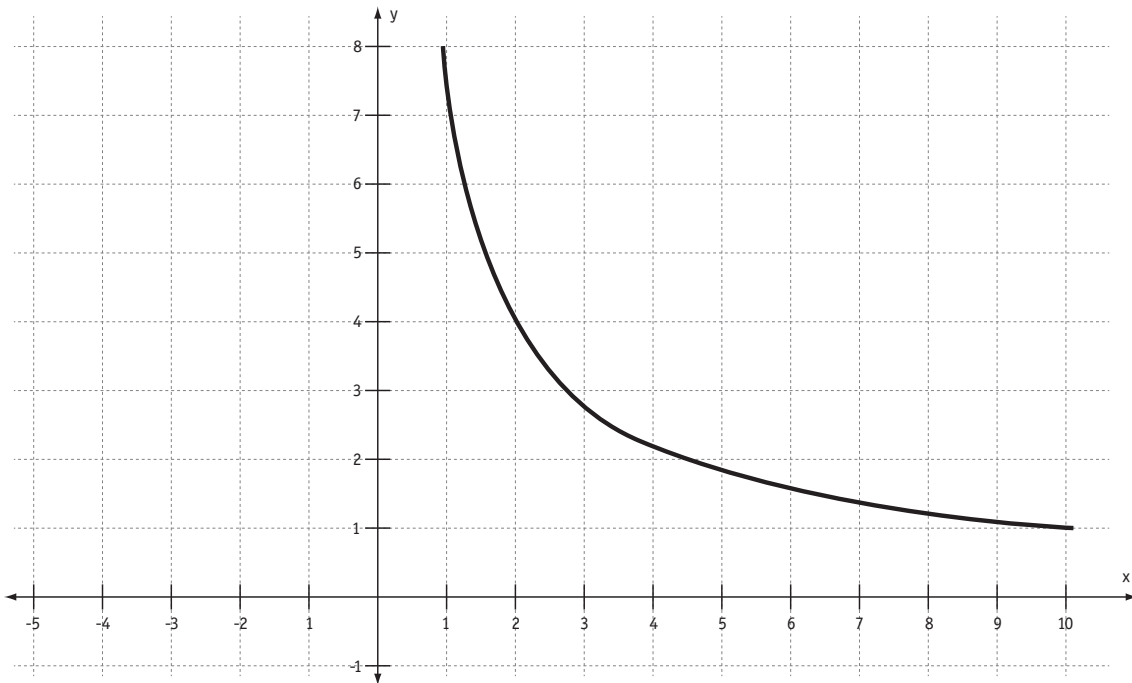
**ANEXO: EJEMPLOS DE PROBLEMAS Y EJERCICIOS**

1. La gráfica adjunta corresponde a la gráfica del costo marginal de un producto. El eje vertical está en múltiplos de \$100000 y el eje horizontal en múltiplos de 1000 artículos. Estime el costo de producir entre 1000 y 4000 artículos. Escriba una expresión matemática para expresar la solución y muestre el proceso de la misma.

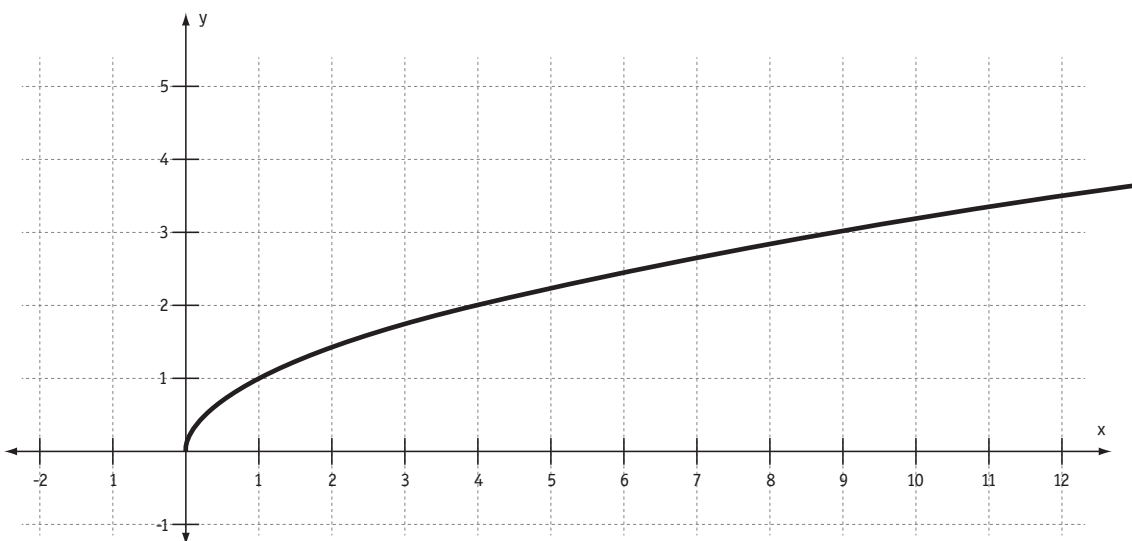




2. La gráfica adjunta corresponde a la curva del costo marginal de un producto. El eje vertical está en múltiplos de \$100 / artículo y el eje horizontal en múltiplos de 1000 artículos. Calcule el costo de producir entre 200 y 500 artículos y escriba el procedimiento.

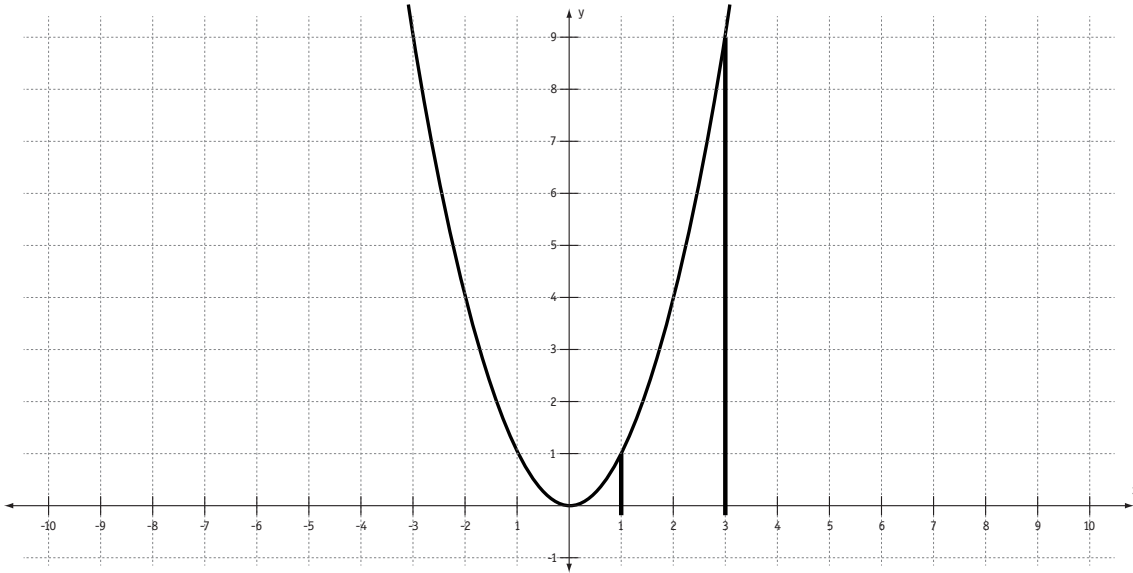


3. La gráfica adjunta corresponde a la curva del ingreso marginal de un producto. El eje vertical está en múltiplos de \$100 / artículo y el eje horizontal en múltiplos de 10 artículos. Calcule el ingreso de vender entre 30 y 70 artículos y escriba el procedimiento.

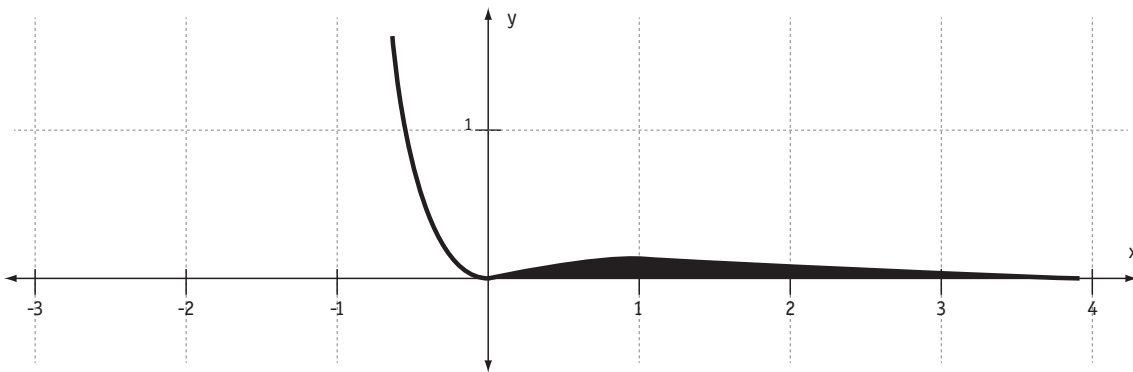


En los ejercicios 4-6: estime el área de la región delimitada en unidades cuadradas (debe hacer los cálculos enumerando las cuadrículas) y luego calcúlela. ¿Cuál es el área en  $\text{cm}^2$  y  $\text{mm}^2$ ?

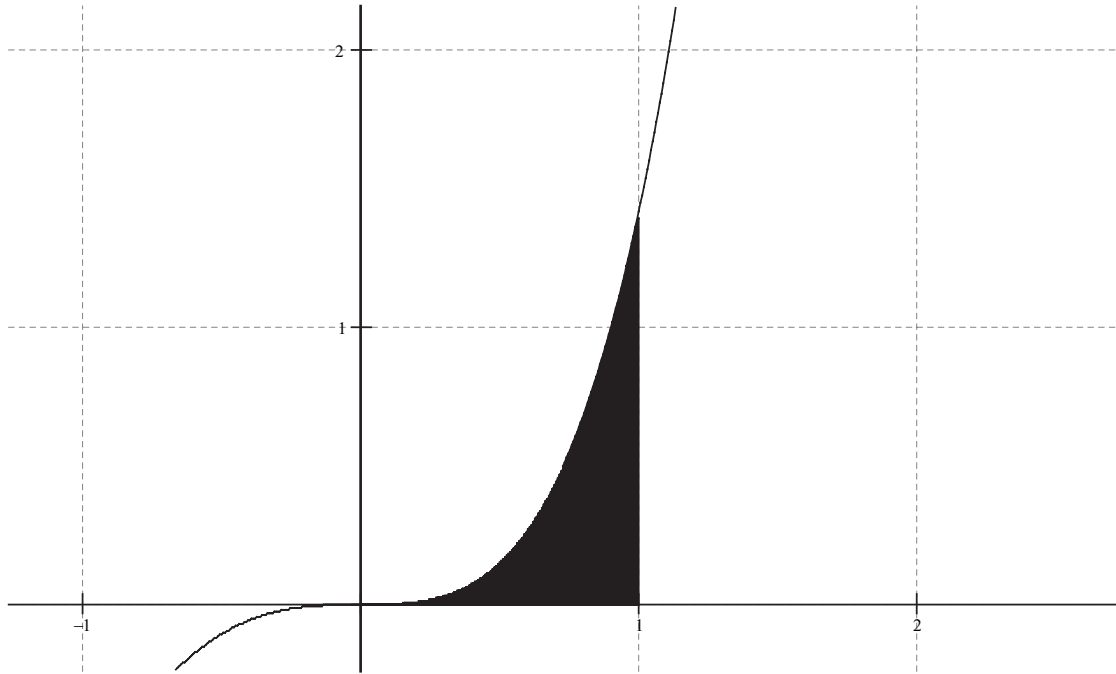
4.  $f(x) = x^2$



5.  $f(x) = x^2 e^{-2x}$



6.  $f(x) = x^3 e^{\frac{x}{3}}$



# IMPACTO DE CLASES INTERACTIVAS CON TARJETAS DE RESPUESTA INMEDIATA (CITRI) EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Rafael Escudero Trujillo y Guillermo Cervantes Campo

### Resumen

La experiencia “Clases interactivas con tarjetas de respuesta inmediata”, que en adelante mencionaremos con la sigla CITRIUN, tuvo como propósito determinar su impacto en el aprendizaje de Matemáticas Básicas y Cálculo Integral en un grupo de estudiantes de Ciencias de la Universidad del Norte. Se fundamenta en identificar errores y concepciones equivocadas de los estudiantes en tiempo real, mediante la utilización de un sistema compuesto por: un software llamado Turning Point, unas tarjetas para marcar respuestas a preguntas de selección múltiple elaboradas por los profesores y una antena receptora que recibe la señal emitida por los estudiantes; dichas respuestas son presentadas inmediatamente por el programa a los estudiantes en una pantalla o tablero, permitiendo la retroalimentación del proceso de enseñanza, aprendizaje y evaluación en tiempo real.

Generalmente, las CITRI se utilizan en clases magistrales para tratar de resolver el problema de la pérdida de interactividad profesor-estudiante, estudiante-profesor y estudiante-estudiante, que se presenta en clases masivas, pero igualmente se pueden utilizar en clases pequeñas. En ambos casos, además de ser un medio para resolver el problema de interactividad, se busca identificar errores, concepciones equivocadas y problemas mal resueltos en tiempo real, de manera que luego, con el uso del sistema: (Turning Point + tarjetas + antena), se construyan estrategias que le permitan al estudiante, con la guía del profesor, generar aprendizaje significativo.

La propuesta está basada en las líneas de investigación llamadas “El error como fuente de aprendizaje” (Escudero, 2003) y (Rico, 1995), y “Living and Learning With New Media” (Mizuko Ito et al, 2011). Sistemáticamente, la experiencia se ha llevado a cabo desde el año 2008. En el año 2008 se realizó la fundamentación por parte de los profesores y desde el primer semestre del 2009 se implementó el proyecto. En este informe se presentan los resultados del proyecto, sistematizados desde el 2009 hasta el primer semestre del 2010.

**Palabras clave:** Clases interactivas, errores, aprendizaje, evaluación inmediata.

**En Matemáticas Básicas**, se han atendido estudiantes de 5 programas, a saber: Medicina, Enfermería, Licenciatura en Educación Infantil, Relaciones Internacionales, Comunicación y Ciencias Políticas y Gobierno. Mientras que en Cálculo Integral se atendieron estudiantes del ciclo básico de ingeniería.

El proyecto se ha desarrollado bajo un enfoque mixto cuantitativo-cualitativo, con grupos de estudiantes de las asignaturas de Matemáticas Básicas y Cálculo Integral, del Departamento de Matemáticas y Estadísticas.

En el aspecto cuantitativo, en Matemáticas Básicas se realizaron 4 tipos de correlaciones:

- i. Correlación entre la nota final obtenida por los estudiantes de cada programa, con el uso de la tarjeta, versus la nota final sin el uso de la tarjeta.
- ii. Correlación entre las notas finales obtenidas con el uso de la tarjeta y la nota final sin el uso de la tarjeta, entre los estudiantes de medicina y los estudiantes de cada programa diferente a medicina.
- iii. Correlación de la misma manera, pero solo con los estudiantes que no eran del programa de medicina.
- iv. Correlación de la misma manera, pero solo con los estudiantes del programa de medicina.

En la primera correlación se obtuvieron resultados de 0.66; 0.57 y 0.75 en los períodos 2009 10, 2009 30 y 2010 10 respectivamente. Lo que nos indicó correlaciones positivas favorable, media y considerable a nivel de significancia del 95% (Hernández, R. Fernández, C. & Baptista, P. 2010, 312). Indicando estos hallazgos correlación entre los resultados promedios obtenidos con el uso de la tarjeta y los promedios obtenidos en la nota final sin el uso de la tarjeta.

En la segunda correlación, los resultados fueron: 1, 1 y 0.875. Lo que reflejó correlación perfecta en el caso de 1 y positiva fuerte en el caso de 0.75 entre los resultados promedios obtenidos con el uso de la

tarjeta, versus los promedios obtenidos en nota final sin el uso de la tarjeta, entre los estudiantes de medicina y los estudiantes de otros programas diferentes a medicina.

En la tercera correlación se obtuvieron 0.67; 0.21 y 1 Lo que indicó correlación favorable, ninguna correlación y correlación perfecta entre los resultados promedios obtenidos con el uso de la tarjeta y la nota final sin el uso de la tarjeta sólo tomando estudiantes distintos del programa de medicina.

La cuarta correlación elaborada sólo con estudiantes de medicina arrojó: 1; 1 y - 1, lo que indicó correlación positiva perfecta en el caso de 1 y correlación negativa perfecta para el caso de -1. Todo lo cual indica un mejor desempeño y correlación entre los estudiantes de medicina con respecto a los de otros programas en los períodos 2009 10; 2009 30 y 2010 10.

**En Cálculo II**, se atendieron estudiantes del ciclo básico de Ingeniería y se establecieron dos tipos de correlaciones:

i. Correlación entre el promedio de notas obtenidas con la tarjeta y el promedio de notas obtenidas en los distintos resultados de los aprendizajes.

ii. Correlación entre el promedio final de notas obtenidas con la tarjeta y el promedio final de notas sin el uso de la tarjeta.

La primera correlación fue baja, de 0.11, y la segunda correlación positiva perfecta, de 1, mostrando los estudiantes una mejor apropiación de los conceptos y del uso de la tarjeta, en Cálculo II.

Además, el índice de aprobación por parte de los estudiantes tanto en Matemáticas Básicas como en Calculo II, ha sido alto (354 de 411 estudiantes atendidos = 86.1% en Matemáticas Básicas) en los tres últimos semestres y (17 de 21 estudiantes atendidos = 80.9% en Cálculo II) solo en el último semestre, donde se sistematizó la experiencia.

Por ende, el índice de retiros y reprobación ha sido bajo (57 de 411 estudiantes atendidos = 13.9%, en Matemáticas Básicas) y (4 de 21 estudiantes = 19.1% en Cálculo II).

En el aspecto cualitativo, los estudiantes percibieron muy favorablemente la experiencia con el uso de las tarjetas en cuanto a la dinámica, interactividad, participación y aspectos lúdicos en las clases. Para ello, se les aplicó una encuesta en la que debían destacar los aspectos positivos y negativos que a su consideración tuvo el uso de la tarjeta en las clases de Matemáticas Básicas y Cálculo Integral. Al mismo tiempo se cruzó el resultado de esta encuesta con el resultado del ítem en la evaluación docente correspondiente a *utilización de recursos tecnológicos* obteniéndose en los periodos 2009 10; 2009 30 y 2010 10 resultados de (4.4/5.0; 4.8/5.0 y 4.8/5.0) que corresponden a (88; 96 y 96%) de percepción favorable por parte de los estudiantes de Matemáticas Básicas y de (4.3/5.0, 4.6/5.0 y 4.7/5.0) que corresponden a (86%, 92% y 94%) en Cálculo II.

## MARCO TEÓRICO

La experiencia está basada en tres teorías: El error como fuente de aprendizaje, la solución de problemas y el uso de las TICs en el aula de clases. La primera, el error como fuente de aprendizaje para la elaboración de las preguntas, consiste en tener en cuenta que en los errores que cometen los estudiantes en sus concepciones y algoritmos hay una fuente de aprendizaje (Rico, 1995), (Escudero, 2003).

Con respecto a la segunda, la solución de problemas, las dificultades en la solución de problemas, a veces, radican en la no comprensión del mismo por no tener un plan heurístico para resolverlo (Polya & Schoenfeld, 1995). Con el uso de las tarjetas (clickers), un problema puede subdividirse en diferentes partes convertidas en preguntas, con el propósito de preparar al estudiante a enfrentar el problema en su totalidad.

Finalmente, por cerca de tres años en la Universidad de Carolina, se hizo una investigación, en la cual se entrevistaron a más de 800 jóvenes y se les observó por más de 5000 horas para determinar cómo las variedades de medios pertenecientes a las NTIC'S generan en los estudiantes aprendizajes más autónomos, más motivación por las clases y creación de redes para aprender (Mizuko Ito, et al. 2010).

Por otro lado, utilizamos a (Hernández S, R. Fernández, C. & Baptista, P. 2010, 312) para los cálculos estadísticos.

## OBJETIVOS

### OBJETIVO GENERAL

Determinar el impacto en el aprendizaje de Matemáticas Básicas y Cálculo Integral en un grupo de estudiantes de Ciencias Básicas de la Universidad del Norte.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Correlacionar los resultados de las evaluaciones obtenidas con el uso de las tarjetas con los resultados obtenidos en los parciales.
- Categorizar los aspectos positivos y negativos consignados por los estudiantes sobre el uso de las tarjetas.

## METODOLOGÍA

### SUJETOS

Los sujetos fueron alumnos, de ambos géneros, de primer semestre de Medicina y Licenciatura en Pedagogía infantil; Enfermería, Relaciones Internacionales, Ciencias Políticas y Gobierno, Comunicación Social, y de segundo semestre de Ingenierías.

## PROCEDIMIENTO

El procedimiento seguido en la clase fue el siguiente:

1. Etapa de inducción para la familiarización con el uso de las tarjetas.
2. Antes de cada parcial se elaboraron al menos tres evaluaciones con las tarjetas y se obtenía la evaluación en tiempo real y al tiempo se hacía la retroalimentación, también en tiempo real.
3. Las preguntas que contenían problemas, se subdividían en varias preguntas para que el estudiante se preparara para afrontar un problema completo en los parciales.
4. Las evaluaciones con las tarjetas en los cursos magistrales eran grupales, pero en las clases complementarias eran individuales. En los parciales no se usaba la tarjeta, para medir el impacto del uso de la tarjeta en los resultados de los parciales.

## RECURSOS

El software TurningPoint, unas tarjetas para elaborar respuestas inmediatas (response cards), una antena receptora y un computador.

## RESULTADOS

Los resultados están clasificados para las dos asignaturas: Matemáticas Básicas y Cálculo Integral, y dentro de cada una de estas, en resultados cuantitativos y cualitativos, los cuales a su vez están divididos en los tipos de análisis y sus resultados.

### 4.1 MATEMÁTICAS BÁSICAS:

En Matemáticas Básicas se atendieron estudiantes de 5 programas a saber: Medicina, Enfermería, Licenciatura en Educación Infantil, Relaciones Internacionales, Comunicación y Ciencias Política y Gobierno.

### RESULTADOS CUANTITATIVOS

#### Tipos de análisis

Los tipos de análisis efectuados fueron:

1. Correlación entre la nota final obtenida por los estudiantes de cada programa, con el uso de la tarjeta versus la nota final sin el uso de la tarjeta.
2. Correlación entre las notas finales obtenidas con el uso de la tarjeta y la nota final sin el uso de la tarjeta entre los estudiantes de medicina y los estudiantes de cada programa diferente a medicina.



3. Correlación de la misma manera, pero sólo con los estudiantes que no eran del programa de medicina.
4. Correlación de la misma manera, pero sólo con los estudiantes del programa de medicina.

### Resultados de los tipos de análisis

1. En la primera se obtuvieron resultados de 0.66; 0.57 y 0.75 en los períodos: 2009 10, 2009 30 y 2010 10 respectivamente. Lo que nos indicó correlaciones positivas favorable, media y considerable a nivel de significancia del 95% (Sampieri, R. Fernández, C. & Baptista, P. 2010, 312). Indicando estos hallazgos correlación entre los resultados promedios obtenidos con el uso de la tarjeta y los promedios obtenidos en la nota final sin el uso de la tarjeta.
2. En la segunda correlación, los resultados fueron: 1, 1 y 0.875. Lo que reflejó correlación perfecta en el caso de 1 y positiva fuerte en el caso de 0.875 entre los resultados promedios obtenidos con el uso de la tarjeta versus los promedios obtenidos en nota final sin el uso de la tarjeta entre los estudiantes de medicina y los estudiantes de otros programas diferentes a medicina.
3. En la tercera correlación se obtuvieron 0.67; 0.21 y 1 Lo que indicó correlación favorable, ninguna correlación y correlación perfecta entre los resultados promedios obtenidos con el uso de la tarjeta y la nota final sin el uso de la tarjeta sólo tomando estudiantes distintos del programa de medicina.
4. La cuarta correlación elaborada sólo con estudiantes de medicina arrojó: 1; 1 y - 1, lo que indicó correlación positiva perfecta en el caso de 1 y correlación negativa perfecta para el caso de -1, lo que indicó mejor desempeño y correlación entre los estudiantes de medicina con respecto a los de otros programas en los períodos 2009 10; 2009 30 y 2010 10. Los cálculos de las correlaciones se hizo con Software SPSS.

Además, el índice de aprobación por parte de los estudiantes tanto en Matemáticas Básicas ha sido alto. (354 de 411 estudiantes atendidos = 86.1%) y por ende el índice de retiros y reprobación ha sido bajo (57 de 411 estudiantes atendidos = 13.9%) .

### RESULTADOS CUALITATIVOS

Los estudiantes percibieron muy favorablemente la experiencia en cuanto a la dinámica, interactividad, participación y aspectos lúdicos en las clases con el uso de las tarjetas.

### Tipos de análisis

Los tipos de análisis efectuados fueron:

- Una encuesta semiestructurada en la que los estudiantes debían destacar los aspectos positivos y negativos que a su consideración tuvo el uso de la tarjeta en las clases de Matemáticas

Básicas. Se categorizaron las encuestas para determinar la favorabilidad y desfavorabilidad de los aspectos positivos y negativos consignados por los estudiantes.

Cruce del resultado de las encuestas con el resultado del ítem en la evaluación docente correspondiente a *utilización de recursos tecnológicos*.

### Resultados de los tipos de análisis

1. La categorización y resultado de la encuesta semiestructurada es el siguiente cuadro 1:

**Cuadro 1.** Categorización y resultado de la encuesta

PERÍODO	CATEGORÍAS	%
2009 10	Clases más dinámicas	97%
	Clases más motivantes	96%
	Clase más participativas	92%
	Falta de tiempo	40%
	Copia	25%
2009 30	Clases más dinámicas	90%
	Clases más interactivas	95%
	Clases más motivantes	89%
	Clase más participativas	95%
	Falta de tiempo	35%
	Copia	23%
2010 10	Clases más dinámicas	93%
	Clases más interactivas	57%
	Clases didácticas	80%
	Clases más prácticas	67%
	Clases lúdicas	13%
	Facilita el aprendizaje	35%
	Preparación para Examen	25%
	Agilidad mental	10%
	Falta de tiempo	30%
	Copia	26%
	Desorden	18%

El siguiente cuadro 2 muestra el resultado de la evaluación docente con respecto al ítem “Utilización de recursos tecnológicos”.

**Cuadro 2.** Resultados de la Evaluación Docente (Recursos tecnológicos)

PERIODO	EVALUACIÓN	PORCENTAJE
2009 10	4.4/5.0	88%
2009 30	4.8/5.0	96%
2010 10	4.8/5.0	96%

## CÁLCULO II

Se atendieron estudiantes del Ciclo Básico de Ingenierías.

### RESULTADOS CUANTITATIVOS

#### **Tipos de análisis**

Se efectuaron los siguientes análisis, solamente en el período 2010 10:

Correlación entre el promedio de notas obtenidas con la tarjeta y el promedio de notas obtenidos en los distintos resultados de aprendizajes.

Correlación entre el promedio final de notas obtenidas con la tarjeta y el promedio final de notas sin el uso de la tarjeta.

#### **Resultados de los tipos de análisis**

- i. La primera correlación arrojó un resultado de 011, indicando que no hubo correlación en los promedios que obtuvieron los estudiantes de ingeniería con el uso de la tarjeta con respecto a los resultados de aprendizaje obtenidos en los parciales.
- ii. En la segunda correlación se obtuvo un valor de 1, lo que mostró correlación positiva perfecta entre el promedio de notas obtenidas con la tarjeta y el promedio final de nota final, mostrando los alumnos una mejor apropiación del uso de la tarjeta y de los resultados de aprendizaje en Cálculo II.

### RESULTADOS CUALITATIVOS

De igual manera los alumnos de Ingeniería han percibido muy favorablemente la experiencia en cuanto a la dinámica, interactividad, participación y actitud positiva en las clases con el uso de las tarjetas.

#### **Tipos de análisis**

Los tipos de análisis efectuados fueron:

- i. Una encuesta semiestructurada en la que los estudiantes debían destacar los aspectos positivos y negativos que a su consideración tuvo el uso de la tarjeta en las clases de Cálculo II. Se categorizaron las encuestas para determinar la favorabilidad y desfavorabilidad de los aspectos positivos y negativos consignados por los estudiantes.
- i. Cruce del resultado de las encuestas con el resultado del ítem en la evaluación docente correspondiente a *utilización de recursos tecnológicos*.

## Resultados de los tipos de análisis

- i. El siguiente cuadro 3 muestra la categorización y el resultado de la encuesta semiestructurada:

**Cuadro 3.** Categorización y resultado de la encuesta

PERIODO	CATEGORÍAS	PORCENTAJE
2009 10	Clases más dinámicas	94%
	Clases más motivantes	90%
	Clase más participativas	100%
	Falta de tiempo	6%
	Copia	10%
2009 30	Clases más dinámicas	90%
	Clases más motivantes	85%
	Clase más participativas	95%
	Falta de tiempo	15%
	Copia	0%
2010 10	Clases más dinámicas	60%
	Clases más interactivas	70%
	Clases más participativas	60%
	Falta de tiempo	6%
	Evaluación Rápida	29%
	Copia	13%

- ii. El siguiente cuadro 4 muestra el resultado de la evaluación docente con respecto al ítem “Utilización de recursos tecnológicos”.

**Cuadro 4.** Resultados de la Evaluación Docente (Recursos tecnológicos)

PERIODO	EVALUACION	PORCENTAJE
2009 10	4.3/5.0	86%
2009 30	4.6/5.0	92%
2010 10	4.7/5.0	94%

## CONCLUSIONES

- La experiencia globalmente ha sido satisfactoria, los índices de aprobación han sido altos tanto en Matemáticas Básicas como en Cálculo II durante los tres periodos en los cuales se ha implementado la experiencia y por consiguiente los índices de reprobación y retiros han bajado notablemente. En las clases magistrales se ha logrado el dinamismo, interacción, participación,

motivación y participación a juzgar por la percepción que consignaron los estudiantes en las encuestas.

- El valor agregado del proyecto y del uso de la tecnología mediante la implementación de “Clases interactivas con tarjetas de respuesta inmediata” es la evaluación en tiempo en tiempo real y consecuentemente la retroalimentación inmediata que puede hacer el profesor de las evaluaciones tanto para los aciertos de los alumnos como de sus errores.
- Las evaluaciones con las tarjetas les han servido a los estudiantes como preparación para las evaluaciones de más tiempo como los parciales.
- Hay una mayor correlación entre las evaluaciones que hacen los estudiantes de Medicina en la asignatura de Matemáticas Básicas con respecto a las evaluaciones que hacen sin la tarjeta en los respectivos parciales, con respecto a los estudiantes de otros programas.
- En cuanto a los profesores, se ha logrado desde el inicio del proyecto en el 2008 una capacitación en la elaboración de preguntas y sistematización y monitoreo de la experiencia, especialmente: en Matemáticas Básicas y Cálculo II que permiten orientar a otro grupo de profesores de la División de Ciencias Básicas o de otras Divisiones de la Universidad que deseen replicar la experiencia; o a grupos de docentes del medio externo que igualmente se interesen por la experiencia.
- Hay que seguir trabajando en la elaboración de preguntas de alta calidad y en la sistematización de la experiencia en todas las disciplinas.

Puntualmente las conclusiones tanto en el aspecto cuantitativo como cualitativo son las siguientes:

#### **ASPECTOS CUANTITATIVOS EN MATEMÁTICAS BÁSICAS Y CÁLCULO II**

- Se obtuvieron resultados de 0.66; 0.57 y 0.75 en los períodos: 2009 10, 2009 30 y 2010 10 respectivamente. Lo que nos indicó correlaciones positivas favorable, media y considerable a nivel de significancia del 95% Indicando estos hallazgos, correlación entre los resultados promedios obtenidos con el uso de la tarjeta y los promedios obtenidos en la nota final sin el uso de la tarjeta.
- Se alcanzaron altos índices de correlación de 1, 1 y 0.875; lo que reflejó correlación perfecta en el caso de 1 y positiva fuerte en el caso de 0.875 entre los resultados promedios obtenidos con el uso de la tarjeta versus los promedios obtenidos en nota final sin el uso de la tarjeta entre los estudiantes de medicina y los estudiantes de otros programas diferentes a medicina.
- Se obtuvieron resultados de 0.67; 0.21 y 1 en la tercera correlación: Lo que indicó correlación favorable, ninguna correlación y correlación perfecta respectivamente, entre los resultados promedios obtenidos con el uso de la tarjeta y la nota final sin el uso de la tarjeta sólo tomando estudiantes distintos del programa de medicina.

- La cuarta correlación elaborada sólo con estudiantes de medicina arrojó: 1; 1 y - 1, lo que indicó correlación positiva perfecta en el caso de 1 y correlación negativa perfecta para el caso de -1, lo que indicó mejor desempeño y correlación entre los estudiantes de medicina con respecto a los de otros programas en los períodos 2009 10; 2009 30 y 2010 10.
- En Cálculo II los resultados mostraron resultado de 011, indicando que no hubo correlación en los promedios que obtuvieron los estudiantes de ingeniería con el uso de la tarjeta con respecto a los resultados de aprendizaje obtenidos en los parciales y correlación positiva perfecta de 1 entre el promedio de notas obtenidas con la tarjeta y el promedio final de nota final, mostrando que los alumnos tuvieron una mejor apropiación del uso de la tarjeta y de los resultados de aprendizaje.

## ASPECTOS CUALITATIVOS EN MATEMÁTICAS BÁSICAS Y CÁLCULO II

- **En Matemáticas Básicas:** Una vez se categorizaron las encuesta en promedio durante los tres periodos los alumnos encuestados percibieron unas clases más dinámicas y motivantes en 93%, clases más participativas 93%, más interactivas 76%, participativas 94%, lúdicas 13%, agilidad mental 30%. El promedio de la percepción sobre el uso de recursos tecnológicos de acuerdo con la evaluación en la Web fue de 93%. Los aspectos negativos que manifestaron los estudiantes fueron: falta de tiempo para responder las preguntas 25% y que el uso de la tarjeta puede generar copia 25%.
- **En Cálculo II:** Los estudiantes de ingeniería consignaron en las encuestas realizadas: clases más dinámicas 81%, motivantes 87%, participativas 85%. El promedio de la percepción sobre el uso de recursos tecnológicos de acuerdo con la evaluación en la Web fue de 91%.

En síntesis, tanto cuantitativa como cualitativamente se evidencia que hubo un impacto altamente positivo con la implementación de “**Clases interactivas con tarjetas de respuesta inmediata (CITRI) en el aprendizaje de las matemáticas**”. Y que las TIC´S son un buen medio y no un fin para promover el aprendizaje de las matemáticas en el aula de clases.

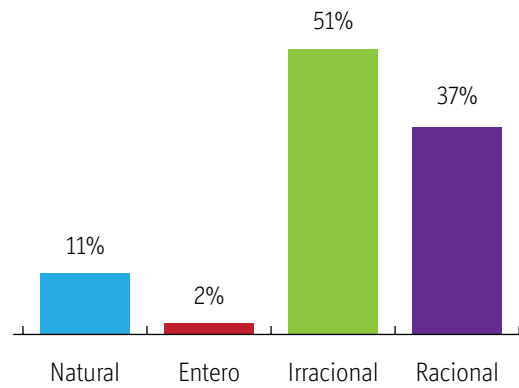
## BIBLIOGRAFÍA

- Escudero, R. (2003). *Uso de los errores matemáticos como dispositivo didáctico para generar aprendizaje de la racionalización de radicales de tercer orden*. Tesis doctoral. Newport University, California, USA.
- Hernández, R. Fernández, C. & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. 5ª ed. México: McGrawHill.
- Mizuko Ito, et al. (2009). *Living And Learning With Media Summary Of Findings Digital Youth Project*. Diposnible en la siguiente página web: <http://mitpress.mit.edu/catalog/item/default.asp?type=2&tid=11940>.
- Polya, G. & Shoenfeld, A.(1995). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Rico, L. (1994). *Errores en el aprendizaje de las matemáticas*. [ed.] Kilpatrick Jeremy , Gómez Pedro & Rico Luis. Bogotá : Una Empresa Docente y Grupo Editorial Iberoamérica, 1994. págs. 69 - 108.

**ANEXO 1: EJEMPLOS DE PREGUNTAS Y PROPORCIÓN DE RESPUESTAS**

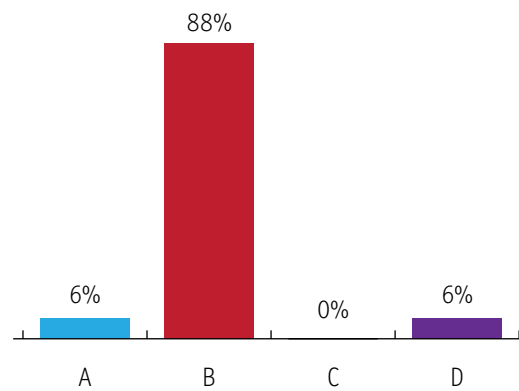
1. El número 1.23456 es:

- Natural
- Entero
- Irracional
- ✓ Racional



2. La derivada de la función  $g(x) = \int_0^{x^6} \cos(\sqrt{t}) dt$  es:

- A.  $\sin(x^3)$
- ✓ B.  $6x^5 \cos(x^3)$
- C.  $\cos(x^3) - 1$
- D.  $\cos(x^3)$



**ANEXO 2: DATOS GENERALES**

## DATOS GENERALES MATEMÁTICAS BÁSICAS

Periodo	Promedio Tarjeta MD	Promedio NF	Promedio Tarjeta Otros programas	Promedio NF Otros Programas	Aprobados	Reprobados	Retiros
2009 10	3.9	4.1	3.6	3.4	120/131 91.6%	5/131 3.8%	6/131 4.6%
2009 30	4.3	4.1	3.9	3.1	133/166 80.1%	16/166 9.6%	17/166 10.3%
2010 10	4.1	4.1	3.8	3.5	101/114 88.6%	6/114 5.3%	7/114 6.1%
Totales	4.1	4.1	3.8	3.3	354/411 86.1%	27/411 6.6%	30/411 7.3%

## DATOS GENERALES CÁLCULO II

Periodo	Promedio Tarjeta MD	Promedio NF	Aprobados	Reprobados	Retiros
2009 30	4.3	3.2	29/40 72%	1/40 2.5%	10/40 25%
2010 10	3.6	3.6	17/21 80.9%	1/21 4.8%	3/21 4.3%
Totales	4.0	3.4	46/61 75.4%	3/61 4.9%	4/61 19.7%



**ANEXO 3: FOTO DE UNA SESIÓN**



# IMPACTO DEL MÉTODO “INSTRUCCIÓN POR PARES” CON EL APOYO DE “CLICKERS” EN EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS BÁSICAS

Rafael Escudero Trujillo

### Resumen

Esta experiencia tuvo como propósito promover una mayor interacción entre los estudiantes y enfocar su atención en los conceptos subyacentes estudiados en la asignatura Matemáticas Básicas, en lugar de presentar el material en secuencia como en los libros de textos y las notas de clase. Las sesiones consisten en un número corto de presentaciones de los puntos claves del material, cada uno seguido por una *prueba conceptual* en un test corto de opciones múltiples. Se da un tiempo para contestar individualmente una pregunta, y luego se pide a los estudiantes que discutan sus respuestas con sus pares. Este proceso promueve el pensar críticamente a través de los argumentos desarrollados en clase y les proporciona, tanto a estudiantes como a profesores, un medio para evaluar la comprensión de conceptos en tiempo real (Mazur, E. 2011).

La experiencia se desarrolló utilizando un software llamado Turning Point, unas tarjetas para marcar respuestas a preguntas de selección múltiple y una antena receptora que recibe la señal emitida por los estudiantes; dichas respuestas son presentadas inmediatamente en una pantalla o tablero, permitiendo la retroalimentación del proceso de enseñanza, aprendizaje y evaluación, en tiempo real.

El estudio se ha realizado durante el primer semestre del 2012 (2012 10) y el período intersemestral del 2012 (2012 20), mediante un proceso de investigación mixta cuantitativa y cualitativa y, además, apoyado en el trabajo

anterior presentado en este libro: “Impacto de clases interactivas con tarjetas de respuesta inmediata en el aprendizaje de matemáticas” (Escudero, R. 2010)

El número de estudiantes tratados en 2012 (10) fue de 249 y en el intersemestral, de 10. De los 249 se tomó aleatoriamente un curso de 37 estudiantes, a los que se les aplicó un pre test al inicio del curso y sin haber recibido el tratamiento del método; y en la última semana, se aplicó un pos test. Igual tratamiento se hizo con el curso intersemestral.

Las muestras provinieron de distribuciones normales, lo que se comprobó usando los estadísticos Chi Cuadrado y Shapiro-Wilk.

Se encontraron diferencias significativas entre las medias de los post test y pre test, en ambos cursos, para lo cual se aplicó una prueba t de Student para muestras pareadas, por ser un estudio antes y después. Para el grupo de 37 estudiantes,  $t = 5.87212$  con un  $p = 0.0000296539 < 0.05$ . En el grupo de 10 estudiantes,  $t = 4.39678$  con un  $p = 0.00172844 < 0.05$ . En ambos casos, a un nivel de confiabilidad de 95%.

Para medir el impacto cualitativamente, se realizaron encuestas tipo Likert a la totalidad de estudiantes, en las que fue destacable una alta favorabilidad (más del 80%) del método en cuanto a clases más dinámicas, mayor motivación, buen ambiente de aprendizaje, mayor participación, tiempo suficiente para responder las preguntas y mejoramiento en el aprendizaje

**Palabras Clave:** Aprendizaje, evaluación en tiempo real, clickers, interactividad, dinamismo, instrucción por pares.

## MARCO TEÓRICO

A continuación, se presenta un listado sucinto del marco teórico utilizado para llevar a cabo el análisis estadístico del proyecto “*Impacto del método instrucción por pares con el apoyo de “clickers” en el aprendizaje de las matemáticas en un grupo de estudiantes de Ciencias Básicas de la Universidad del Norte*”.

**Mizuko Ito, et al. (2011).** *Living And Learning With Media Summary Of Findings Digital Youth Project.*

Por cerca de tres años, en la Universidad de Carolina se hizo una investigación en la cual se entrevistó a más de 800 jóvenes y se les observó por más de 5000 horas, para determinar cómo las variedades de medios pertenecientes a las NTIC’S generan en los estudiantes aprendizajes más autónomos, mayor motivación por las clases y la creación de redes para aprender.

**Mazur, E. (2011).** *Comprensión o memorización: Estamos enseñando lo correcto? Instrucción por Pares”.*

El propósito de este método es promover la interacción de los estudiantes y enfocar su atención en los conceptos subyacentes, en lugar de presentar el material en secuencia como en los libros de textos y las notas de clase. Las clases consisten en un número corto de presentaciones de los puntos claves del material, cada uno seguido por una *prueba conceptual* consistente en una prueba corta de opciones múltiples del tema tratado. A los estudiantes se les da un tiempo para contestar individualmente una pregunta, y luego se les pide que discutan sus respuestas con los otros estudiantes en clase. Este proceso promueve en los alumnos el pensar críticamente a través de los argumentos desarrollados en clase y les proporciona, tanto a estudiantes como a profesores, un medio para evaluar la comprensión de conceptos.

**Galvis, A. (2004).** *“TIC’S in the classroom” Click en la didáctica: oportunidades de enseñar y aprender mediante experiencia, indagación, reflexión y socialización con apoyo de tecnología.*

El mundo digital, hoy por hoy, genera un buen ambiente de aprendizaje. Promueve en los alumnos la grata sensación de aprender de manera interactiva, dinámica y lúdica, usando la tecnología como medio y no como un fin.

**Rodriguez, E. Focus I. 2 (2002)** *El Assessment en el aula de clases. “Técnicas de Assessment” y “Evaluación en tiempo real”*

En las clases interactivas con tarjetas de respuesta inmediata (clickers), se usó el “assessment” para recopilar, analizar, interpretar y sistematizar la información obtenida, con el propósito de mejorar el aprendizaje de los estudiantes y para que el profesor evalué el logro de los objetivos propuestos en un curso, o en una clase.

**Anderson, L. & Krathwohl, L(2012).** *Taxonomía de Bloom.*

Este referente se utilizó para clasificar las preguntas en las categorías de: conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evolución, en la mira de impulsar las habilidades de pensamiento, de acuerdo con los resultados de aprendizaje formulados por el profesor.

**Polya, A. & Shoenfeld, G. (1995).** *Cómo plantear y resolver problemas “Metodología Basada en Problemas”.*

Las dificultades en la solución de un problema a veces radica en la no comprensión del mismo, por no tener un plan heurístico para resolverlo. Con el uso de las tarjetas (clickers), un problema puede subdividirse en diferentes partes convertidas en preguntas, con el propósito de preparar al estudiante a enfrentar el problema en su totalidad.

**Rico, L. (1994).** *Errores en el aprendizaje de las matemática.*

Según este autor, en los errores cometidos por los estudiantes en sus conceptos y desarrollos en procesos matemáticos, hay una fuente de conocimiento incompleta; pero ello puede servir de inicio para que, mediante un proceso metacognitivo guiado por el profesor, el estudiante salga concientemente de su

error. Según Rico, los errores pueden tomarse como fuente de aprendizaje. Este referente fue utilizado en la implementación del método “Instrucción por pares”, cuando se construyen las preguntas en las cuales algunos de sus ítems están basados en los errores más frecuentes que cometen los alumnos. La idea consiste en que los estudiantes, mediante la reflexión por pares con la guía del profesor, salgan del error.

## **OBJETIVOS**

### OBJETIVO GENERAL

Determinar el impacto del método “Instrucción por Pares” con el apoyo de clickers en el aprendizaje de Matemáticas Básicas.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Promover la interacción de los estudiantes.
- Hacer una clase más dinámica e interactiva.
- Controlar las lecturas asignadas sobre conceptos fundamentales mediante tests con los clickers.
- Promover el trabajo colaborativo entre los estudiantes.
- Fomentar la argumentación de las respuestas que dan los estudiantes en los tests, usando los clickers.

## **METODOLOGÍA**

### SUJETOS

Los sujetos fueron alumnos de ambos géneros, de Matemáticas Básicas en los cursos magistrales del primer semestre de 2012 y del curso vacacional 2012 de los programas de Medicina, Relaciones Internacionales, Música, Ciencia Política y Gobierno, Licenciatura en Educación Infantil y Comunicación.

### PROCEDIMIENTO

El procedimiento de la experiencia es el siguiente:

1. Asignación de lecturas en el catálogo Web sobre conceptos fundamentales.
2. Control de las lecturas mediante tests individuales y grupales, usando los clickers.
3. Evaluación y retroalimentación de los desempeños de los estudiantes en tiempo real.

4. Desarrollo de exámenes individuales por escrito, en los cuales los alumnos deben dar razones de sus respuestas.
5. Aplicación de pre-test y pos-test para medir el impacto del método “Instrucción por Pares con el apoyo de clickers en el aprendizaje de Matemáticas Básicas”. El pre test se aplicó el primer día de clases y el pos test en la última semana de clases.
6. Aplicación de encuesta tipo Likert para categorizar las opiniones de los estudiantes sobre el método “Instrucción por Pares” con el apoyo de clickers, en cuanto a dinamismo, interactividad, motivación por el aprendizaje, participación y mejoramiento del aprendizaje.

## RECURSOS

El software Turning Point, dispositivos de respuestas (tarjetas de respuestas inmediatas o clickers), una antena receptora, un computador, un video beam y una pantalla o tablero.

## RESULTADOS

Las siguientes tablas muestran los diversos resultados:

**Tabla 1.** Promedio de Tarjeta, Nota Final, Número de Aprobados, Reprobados y Retirados

Período	Promedio Tarjeta MD	Promedio NF MD	Promedio Tarjeta OP	Promedio NF OP	Aprobados	Reprobados	Retirados
2012 10	4,0	4,2	3,3	3,5	219/249 88%	19/249 8%	11/249 4%
2012 20	4,0	4,2	3,9	4,1	10/11 91%	1/11 9%	0/11 0%

**Tabla 2.** Resultado de Encuesta Tipo Likert a Curso Magistral (2012 1) (92/121 encuestados = 76%)

Categorías	Totalmente de Acuerdo	De Acuerdo	En Desacuerdo	Totalmente en Desacuerdo	No Responde
Mayor dinamismo e interactividad en clase	89%	11%	0%	0%	0%
Más motivación	74%	16%	0%	0%	0%
Buen ambiente de aprendizaje	70%	27%	3%	0%	0%
Participo más	77%	22%	1%	0%	0%
Tiempo suficiente para responder preguntas	56%	32%	7%	5%	0%
Mejora el aprendizaje	72%	22%	6%	0%	0%

**Tabla 3.** Resultado de Encuesta Tipo Likert a Curso Magistral II (2012 1)  
(91/117 encuestados = 78%)

Categorías	Totalmente de Acuerdo	De Acuerdo	En Desacuerdo	Totalmente en Desacuerdo	No Responde
Mayor dinamismo e interactividad en clase	86%	12%	0%	2%	0%
Más motivación	86%	13%	0%	1%	0%
Buen ambiente de aprendizaje	74%	24%	1%	1%	0%
Participo más	73%	24%	2%	1%	0%
Tiempo suficiente para responder preguntas	31%	47%	19%	3%	0%
Mejora el aprendizaje	62%	33%	3%	1%	1%

**Tabla 4.** Resultado Encuesta Tipo Likert a Curso Intersemestral (2012 20)  
(10/11 Encuestados = 91%)

Categorías	Totalmente de Acuerdo	De Acuerdo	En Desacuerdo	Totalmente en Desacuerdo	No Responde
Mayor dinamismo e interactividad en clase	100%	0%	0%	0%	0%
Más motivación	100%	0%	0%	0%	0%
Buen ambiente de aprendizaje	100%	0%	0%	0%	0%
Participo más	80%	0%	20%	0%	0%
Tiempo suficiente para responder preguntas	90%	10%	0%	0%	0%
Mejora el aprendizaje	100%	05	0%	0%	0%

**Tabla 5.** Resultado de Pre test y Pos test Curso Aleatorio (2012 1)  
(Muestra 33/37 estudiantes = 89%)

Prueba	Fecha	Media	Desviación Estandar	Varianza	Mediana
Pretest	2.7	1.12	1.25	1.25	3.0
Postest	3.9	0.79	0.62	4.0	4.0

## ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Pruebas de Normalidad para Pre test

Prueba	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	17	0,149597
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,940648	0,129266

La prueba Chi-cuadrado divide el rango de Pre test en 15 clases igualmente probables y compara el número de observaciones en cada clase con el número esperado de observaciones. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuartiles de la distribución normal ajustada a los datos; entonces, con los P – Valores se observa que no se puede rechazar la hipótesis de normalidad de los datos de Pre test.

Pruebas de Normalidad para Pos test

Prueba	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	17	0,149597
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,944554	0,162233

La prueba Chi-cuadrado divide el rango de Pos test en 15 clases igualmente probables y compara el número de observaciones en cada clase con el número esperado de observaciones. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuartiles de la distribución normal ajustada a los datos; entonces, con los P – Valores se observa que no se puede rechazar la hipótesis de normalidad de los datos de Pos test. Software utilizado para el análisis STATGRAPHIC.

## CONCLUSIÓN 1

Se concluye, bajo las pruebas estadísticas realizadas con el Software STATGRAPHICS, que los datos correspondientes a PRETEST Y POSTEST, provienen de una distribución normal.

## PRUEBA DE HIPÓTESIS

$H_0$  (Hipótesis Nula): No hay diferencia significativa entre las medias del Pos test y el Pre test.

$H_1$  (Hipótesis Alternativa): Hay diferencia significativa entre las medias del Pos test y el Pre test.

## TIPO DE PRUEBA E INSTRUMENTO EMPLEADO PARA COMPROBAR HIPÓTESIS

Se aplicó una prueba  $t$  de Student para muestras pareadas, por ser un estudio antes y después, con los siguientes resultados  $t = 5.87212$  con  $p = 0.0000296539 < 0.05$  con confiabilidad del 95%.

## CONCLUSIÓN 2

De acuerdo con el resultado de la prueba  $t$  y el  $p$  valor, se concluye que hubo diferencias estadísticamente significativas entre las medias de los post test y pre test. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa. Esto es, **los estudiantes después de recibir las clases con el**



**método de instrucción por pares apoyado por clickers, puntuaron mejor que cuando no recibieron el tratamiento.**

Tabla 6. Resultado de Pre test y Pos test Curso Intersemestral (2012 20) (10/11 estudiantes = 91%)

PRUEBA	FECHA	MEDIA	DESVIACIÓN ESTANDAR	VARIANZA	MEDIANA
PRETEST	2.4	1.12	0.77	0.59	2.6
POSTEST	3.9	0.79	0.62	0.38	4.2

## ANÁLISIS ESTADÍSTICO

### Pruebas de Normalidad para PRE TEST

Prueba	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	6,0	0,539749
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,952309	0,680762
Valor-Z para asimetría	0,426608	0,669661

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor o igual a 0,05, no se puede rechazar la idea de que **PRE TEST** proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

### Pruebas de Normalidad para POST TEST

Prueba	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	12,0	0,100559
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0,863576	0,0805684
Valor-Z para asimetría	1,42856	0,153129

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor o igual a 0,05, no se puede rechazar la idea de que **POST TEST** proviene de una distribución normal con 95% de confianza.

## CONCLUSIÓN 3

Se concluye, bajo las pruebas estadísticas realizadas con el Software STATGRAPHICS, que los datos correspondientes a PRETEST Y POSTEST, provienen de una distribución normal.

## PRUEBA DE HIPOTESIS

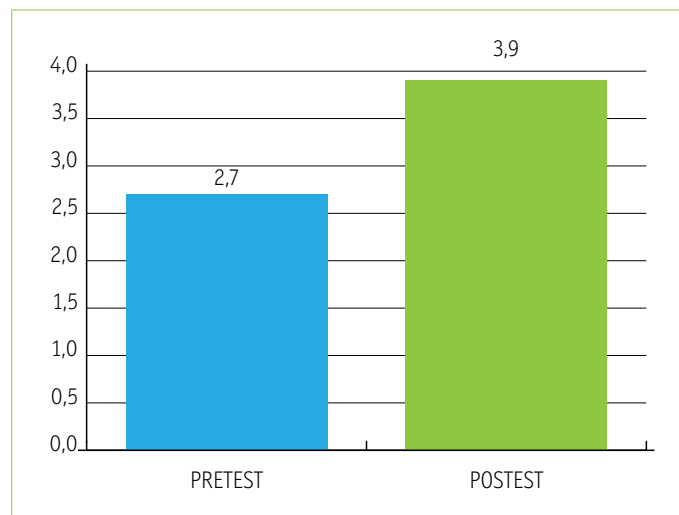
$H_0$  (Hipótesis Nula): No hay diferencia significativa entre las medias del Pos test y Pre test.

$H_1$  (Hipótesis Alternativa): Hay diferencia significativa entre las medias del Pos test y Pre test.

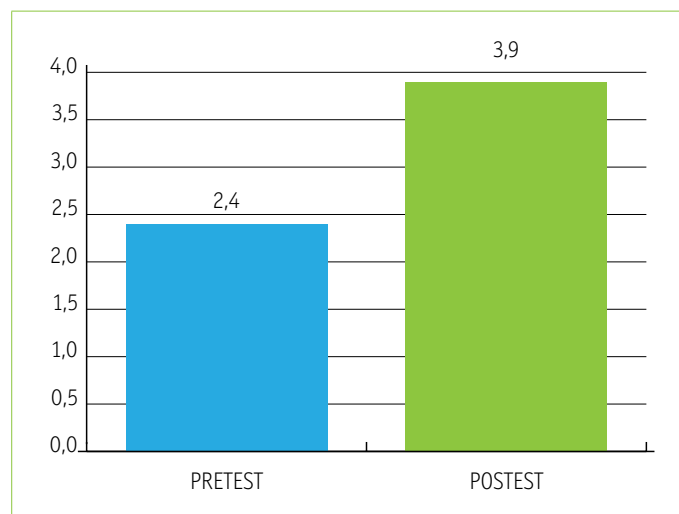
## TIPO DE PRUEBA E INSTRUMENTO EMPLEADO PARA COMPROBAR HIPÓTESIS

Se aplicó una prueba **t de student**, para muestras pareadas, por ser un estudio antes y después, con los siguientes resultados: **t = 4.39678 con un p = 0.00172844 < 0.05 a un nivel de confiabilidad de 95%**.

**Gráfico 1.** RESULTADO DE PRETEST y POSTEST Curso aleatorio 2012 10



**Gráfico 2.** RESULTADO DE PRETEST y POSTEST Curso Intersemestral 2012 20



## CONCLUSIÓN 4

De acuerdo con el resultado de la prueba **t** y el **p valor**, se concluye que hubo diferencias estadísticamente significativas entre las medias de los post test y pre test. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa. Esto es, los estudiantes después de recibir las clases con el método de instrucción por pares apoyado por clickers, puntuaron significativamente mejor que cuando no recibieron el tratamiento.

**Tabla 7.** Resultado de respuestas a las preguntas, de manera individual y grupal, de los conceptos tratados en clase mediante el método Instrucción por pares con el apoyo de clickers en los cursos 2012 1 y curso intersemestral 2012 20, para un total de 259 estudiantes.

CONCEPTOS	MG I Individual	MG I Pares	MG II Individual	MG II Pares
Clasificación de proposiciones	75%	90%	45%	73%
Diferencia entre Tautología y Falacia	33%	81%	17%	41%
Enunciados Tautológicos	81%	92%	76%	99%
Enunciados Equivalentes	34%	94%	21%	94%
Formas Equivalentes de un Condicional	71%	88%	67%	88%
Cuantificadores	65%	76%	59%	95%
Diagramas Condicional y Cuantificadores	61%	83%	56%	90%
Significado de pendiente	67%	79%	57%	98%
Cálculo de $x$ , dado $y$ en una función lineal de la forma $y = mx + b$	81%	93%	81%	96%
Interpretación del porcentaje como pendiente	92%	99%	98%	99%
Incremento y descuento porcentual expresado como función lineal	8%	11%	11%	68%

## ANÁLISIS

De acuerdo con los resultados expresados en la tabla 7, se observa que los estudiantes tuvieron mejor desempeño en pares que cuando contestaron individualmente a las preguntas. Este resultado coincide con investigaciones realizadas por Mazur, E. (2010), (Lorenzo, M. Crouch, C. & Mazur, 2006), (Mazur, E. & Crouch, C. 2001), Scott, P (2001) & Somers, E. (1999).

## CONCLUSIÓN 5

Estos resultados ratifican, desde otros puntos de vista, el impacto positivo del método “Instrucción por Pares” con el apoyo de clickers en el aprendizaje de conceptos fundamentales en Matemáticas Básicas.

## CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos puede concluirse que el **Impacto del método “Instrucción por Pares” con el apoyo de “Clickers” en el aprendizaje de Matemáticas Básicas**, fue altamente positivo porque:

- Hubo un alto índice de aprobación en los cursos donde se aplicó el método: (219/249 = 88% aprobaron en el curso 2012 10) y en el curso intersemestral (2012 20) (10/11 = 91% aprobaron). Ver datos en Tabla 1.
- Los estudiantes en ambos grupos investigados, mostraron una percepción muy favorable sobre el método de “Instrucción por pares con el apoyo de clickers” en cuanto a clases más dinámicas, mayor motivación, buen ambiente de aprendizaje, mayor participación, tiempo suficiente para responder las preguntas y mejoramiento en el aprendizaje. La favorabilidad en los ítems referidos es de 80% o más. Ver datos en Tablas 2, 3 y 4.
- Los estudiantes en el curso tomado aleatoriamente y en el curso intersemestral, se desempeñaron significativamente mejor cuando recibieron el tratamiento del método Instrucción por Pares apoyados por clickers, que cuando no recibieron el tratamiento. Ver Tablas 5 y 6 con sus respectivos análisis estadísticos y conclusiones, y Gráficos 1 y 2.
- Se produjo un mejoramiento en el aprendizaje de conceptos cuando los estudiantes contestaban las preguntas en “pares” que cuando lo hacían individualmente, ratificando así la eficacia del método “Instrucción por Pares” con el apoyo de clickers en el aprendizaje de matemáticas básicas. Ver datos en Tabla 7.

En general, fue una experiencia muy gratificante, en la cual los estudiantes tuvieron un alto grado de compromiso y desempeño positivo, a pesar de la gran heterogeneidad del grupo. El impacto, de acuerdo con los resultados expuestos tanto cuantitativa como cualitativamente, fue muy positivo y permitió establecer una gran sinergia entre los estudiantes y el profesor.

Fue una gran oportunidad de usar la tecnología como medio para facilitar el aprendizaje de los alumnos y para promover una actitud positiva hacia las matemáticas.

## BIBLIOGRAFÍA

Anderson, L. & Krathwohl, D. (2012). *Taxonomía de Bloom Revisada*. <http://www.eduteka.org/TaxonomiaBloomCuadro.php3> [En línea][Citado el 23 de Agosto de 2012]

- Escudero, R. (2011). *Impacto de clases interactivas de respuesta inmediata en el aprendizaje de las matemáticas*. (Una aplicación de las TIC'S en el aula). En: Baralt, J. et al [Ed]. Orlando, Florida (EE.UU.) CISCI 2011. Décima conferencia iberoamericana en sistemas, cibernética e informática 19 a 22 de Julio de 2011. Memorias, Vol II. Págs. 200 -205.
- Galvis, A. (2004). Cilic en la didáctica: oportunidades de enseñar y aprender mediante experiencia, indagación, reflexión y socialización con apoyo de tecnología. [ed.] Margarita de Meza. Bogotá: Empresa Docente Universidad de los Andes, Revista *EMA*, 9, 38-64.
- Grau, R, & Cuxart, A. (2002). La calidad en el proceso de corrección de las pruebas de acceso a la Universidad: variabilidad y factores. *Revista de Investigación Educativa*, 20, (1), 209-223. <http://revistas.um.es/rie/article/view/97621/93671> [En línea] [Citado el: 11 de Febrero de 2011.]
- Lorenzo, M.; Crouch, C. & Mazur, E. (2006). Reducing the gender gap in the physics classroom. *American Journal Physics*, (74), 2.
- Mazur, E. (2010). *Peer Instrucción: A User's Manual*. Prentice Hall.
- Mazur, E. (2011). *Comprensión o memorización: Estamos enseñando lo correcto?* (Conferencia dictada en la Universidad del Norte, 9 de junio de 2011).
- Mazur, E. and Crouch, C. (2001). Peer Instruction: Ten years of experiences and results. *American Journal Physics*, (69), 9.
- Mizuko Ito, et al. Living And Learning With Media Summary Of Findings Digital Youth Project. <http://mitpress.mit.edu/catalog/item/default.asp?tttype=2&tid=11940> [En línea] Junio de 2009. [Citado el: 11 de Febrero de 2011.]
- Polya, G. & Shoenfeld, A. (1995). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas,
- Rico, L. (1994). *Errores en el aprendizaje de las matemáticas*. [ed.] Kilpatrick Jeremy, Gómez Pedro & Rico Luis. Bogotá: Una Empresa Docente y Grupo Editorial Iberoamérica, 1994. págs. 69 - 108.
- Rodriguez, E. Focus I. 2 (2002) El Assessment en el aula de clases. [En línea]. [http://bc.inter.edu/focus/a1\\_n2/elba.pdf](http://bc.inter.edu/focus/a1_n2/elba.pdf) - Puerto Rico [Citado el 11 de Febrero de 2011.]
- Scott, Pilzer. (2001). Peer Instruction in Physics and Mathematics. *Primus, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*. (11), 2, 185 – 192.
- Sommers, M. (1999). Book of Review of Peer Instruction. *American Journal Physics*, (67), 9.

**ANEXO 1: CUESTIONARIO DEL PRE TEST**

NOMBRE \_\_\_\_\_ PROGRAMA \_\_\_\_\_

1. La oración “Si un animal es una iguana, entonces es un reptil” y la oración “Un animal es un reptil si es una iguana”, ¿es la misma oración o no? Explique. R/ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Seleccione el diagrama que representa la siguiente oración y escriba las palabras “mamíferos”, “vertebrados” y “perros” en el lugar que usted considere del diagrama seleccionado: “Algunos mamíferos son perros”

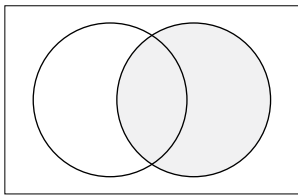


Diagrama 1

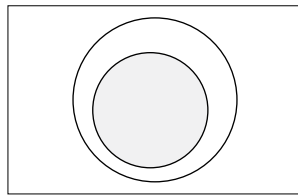


Diagrama 2

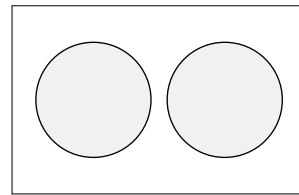


Diagrama 3

3. La siguiente figura muestra la longitud de un hilo en una escala que está en pulgadas:



¿Cuál es la longitud del hilo en pulgadas? R/ \_\_\_\_\_

¿Por qué? R/

4. Un alumno obtuvo 3,2 en el primer parcial; 2,5 en el segundo y 2,4 en el tercero. Para saber qué calificación debe obtener en el examen final (*EF*) para ganar la asignatura a 3,0, teniendo en cuenta que cada calificación tiene mismo porcentaje, debe despejar la variable *EF* en la siguiente ecuación:

$$\frac{3,2 + 2,5 + 2,4 + EF}{4} = 3,0 \text{ Despeje la variable } EF \text{ para obtener dicha calificación.}$$

R/

5. En cada uno de los modelos que se expresan, indique si la variación es directa, inversa, múltiple o exponencial y explique su respuesta.

a.)  $y = 2x$    b.)  $y = K \frac{x}{z^2}$    c.)  $y = 2x^3$    d.)  $y = 2x^t$    e.)  $y = \frac{32}{x}$

**ANEXO 2: CUESTIONARIO DEL POS TEST**

NOMBRE \_\_\_\_\_ PROGRAMA \_\_\_\_\_

1. Es la misma oración “Si un animal es una iguana, entonces es un reptil”, que la oración “Un animal es un reptil si es una iguana”. Explique. R/ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2. Seleccione el diagrama que representa la siguiente oración y escriba las palabras “mamíferos”, “vertebrados” y “perros” en el lugar que usted considere del diagrama seleccionado: “Algunos mamíferos son perros”

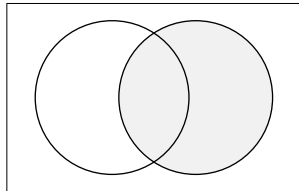


Diagrama 1

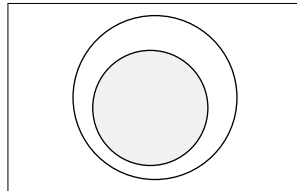


Diagrama 2

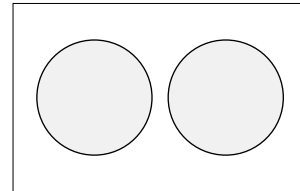
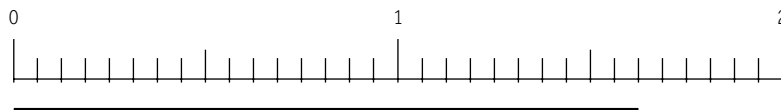


Diagrama 3

3. La siguiente figura muestra la longitud de un hilo en una escala que está en pulgadas:



¿Cuál es la longitud del hilo en pulgadas? R/ \_\_\_\_\_.

¿Por qué? R/

4. Un alumno obtuvo 3,2 en el primer parcial; 2,5 en el segundo y 2,4 en el tercero y 3,5 en los exámenes cortos. Para saber qué calificación debe obtener en el examen final (EF) para ganar la asignatura a 3,0, teniendo en cuenta que cada calificación tiene mismo porcentaje, debe despejar la variable EF en

la siguiente ecuación:  $\frac{3,2 + 2,5 + 2,4 + 3,5 + EF}{4} = 3,0$  Despeje la variable EF para obtener dicha calificación.

R/

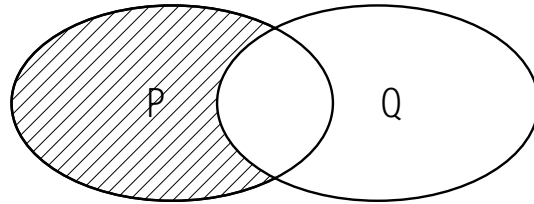


5. En cada uno de los modelos que se expresan, indique si la variación es directa, inversa, múltiple o exponencial y explique su respuesta.

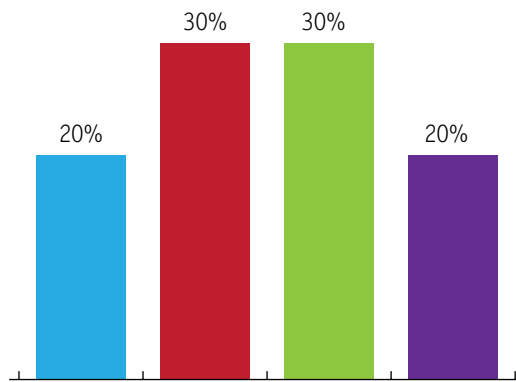
a.)  $y = 4x$    b.)  $y = K \frac{x}{z^2}$    c.)  $y = 2x^3$    d.)  $y = x^t$    e.)  $y = \frac{16}{x}$

**ANEXO 3: RESULTADO DE PREGUNTA CONTESTADA INDIVIDUALMENTE**

3.1. El diagrama representa

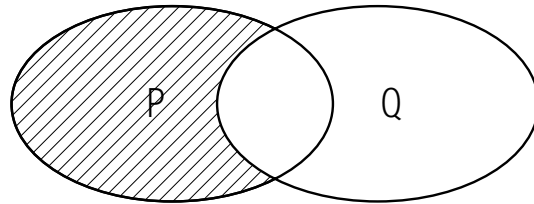


1. Todos los Q son P
- ✓ 2. Algunos P no son Q
3. Algunos P son Q
4. Ningun P es Q

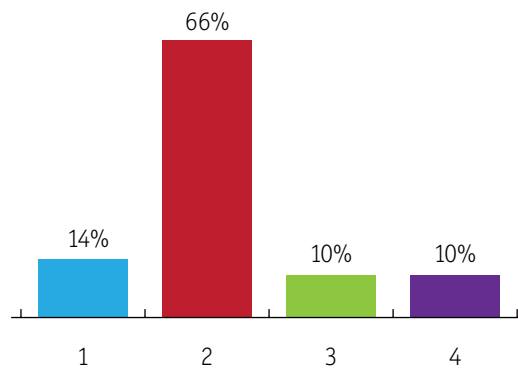


**ANEXO 4: RESULTADO DE LA MISMA PREGUNTA CONTESTADA GRUPALMENTE, DESPUÉS DE LA INSTRUCCIÓN POR PARES**

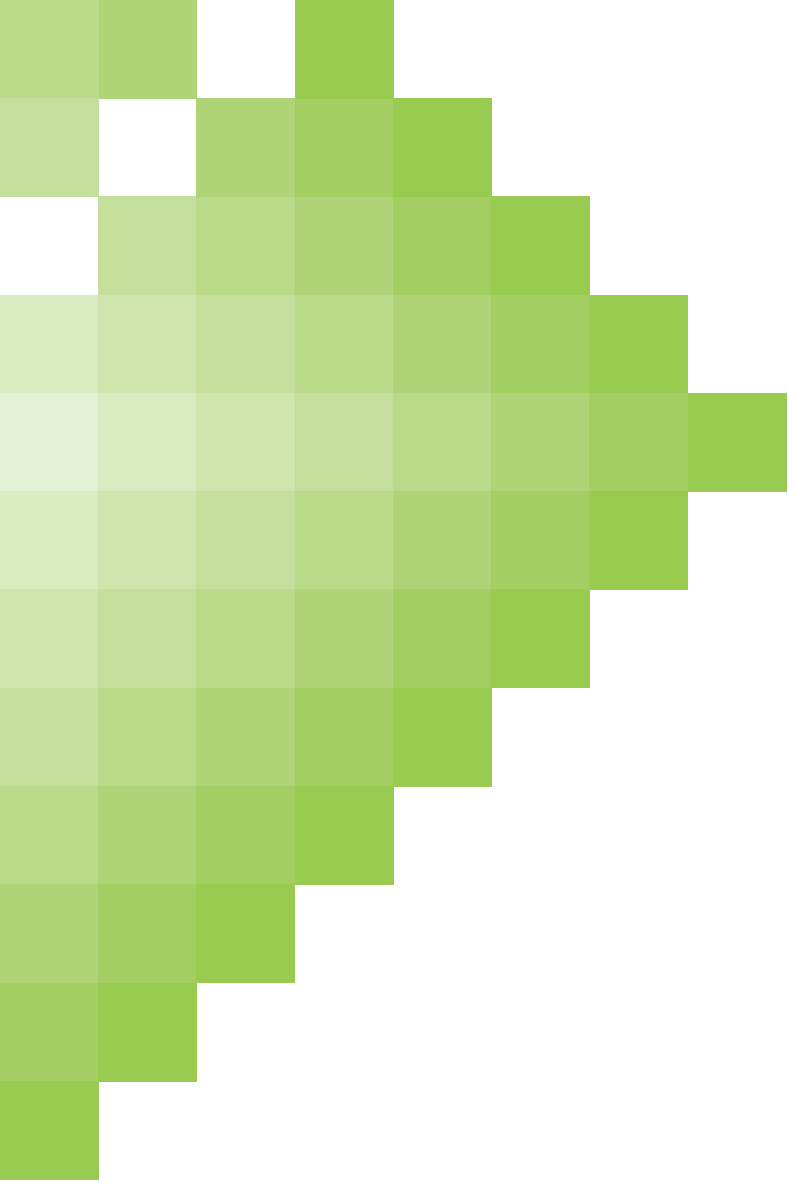
3.1. El diagrama representa



- 1. Todos los Q son P
- ✓ 2. Algunos P no son Q
- 3. Algunos P son Q
- 4. Ningun P es Q







---

Este libro es una recopilación de experiencias presentadas por los autores en el área de matemáticas, en los años 2006, 2008, 2009, 2010 y 2012, en la convocatoria interna anual que hace la Universidad del Norte, denominada "Experiencias de innovación pedagógica". El propósito de la publicación es que otros profesores de matemáticas conozcan cuáles han sido los procesos implementados con los estudiantes uninorteños y sus posibilidades de réplica en diversos entornos académicos.

---