

UNIVERSIDAD ESTATAL A DISTANCIA  
SISTEMA DE ESTUDIOS DE POSGRADO  
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

PROGRAMA DE MAESTRÍA EN  
PSICOPEDAGOGÍA

OPERACIONES MENTALES  
Y SU RELACIÓN CON EL RENDIMIENTO ACADÉMICO EN  
MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES DE OCTAVO AÑO, DEL LICEO DE  
MIRAMAR

Informe final de Seminario Proyecto de Graduación  
correspondiente al Plan de Estudios de Maestría en Psicopedagogía

Sara Trejos Gamboa  
Maritza Trejos Gamboa

SEDE DE LIBERIA, GUANACASTE

2008

## **Agradecimiento**

A Zayra Méndez Barrantes por la motivación y confianza depositadas para la realización de este trabajo, por su ejemplar profesionalismo como psicopedagoga.

**TRIBUNAL EXAMINADOR**

**La presentación oral y pública de este informe se efectuó ante los miembros del tribunal examinador, constituidos por profesores de la Maestría en Psicopedagogía**

**Msc. Gerardo Arroyo Navarro**

**Lector**

**Msc. Cristian León Granados**

**Tutor**

**Dra. Sandra Aráuz Ramos**

**Coordinadora adjunta del Programa de Maestría**

**Dra. Zayra Méndez**

**Coordinadora del Programa de Maestría**

**Sara Trejos Gamboa**

**Sustentante**

**Maritza Trejos Gamboa**

**Sustentante**

iii

**ÍNDICE**

	<i>Contenidos</i>	<i>Pág.</i>
	<b>CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN</b>	1
<b>1.1</b>	Tema.....	2
<b>1.2</b>	Título.....	2
<b>1.3</b>	Objetivos.....	2
<b>1.3.1.</b>	Objetivo general.....	2
<b>1.3.2.</b>	Objetivo específico.....	2
<b>1.4.</b>	Problema.....	3
<b>1.5.</b>	Justificación.....	3
	<b>CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO</b>	8
<b>2.1</b>	<b>Antecedentes</b> .....	9
<b>2.1.1</b>	Dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas .....	9
<b>2.1.2</b>	Rendimiento académico.....	10
<b>2.1.3.</b>	El lenguaje en la enseñanza de las matemáticas.....	11
<b>2.1.4.</b>	Aprendizaje significativo.....	17
<b>2.1.4.1.</b>	Significatividad lógica del material.....	18
<b>2.1.4.2.</b>	Significatividad psicológica del material.....	18
<b>2.1.4.3.</b>	Actitud favorable del estudiante.....	19
	iv	
<b>2.1.5.</b>	Operaciones mentales.....	21
<b>2.1.6.</b>	Aprendizaje operatorio.....	22
<b>2.1.7.</b>	Constructivismo.....	24
	<b>CAPÍTULO III : MARCO METODOLÓGICO</b>	28
<b>3.1.</b>	<b>Universo y población</b> .....	29
<b>3.1.1.</b>	Contexto sociocultural de la comunidad.....	29
<b>3.1.2.</b>	Contexto institucional.....	30
<b>3.1.3.</b>	Participantes.....	31
<b>3.1.4.</b>	Sujetos del estudio de casos.....	32
<b>3.2.</b>	<b>Diseño de la investigación</b> .....	35

<b>3.3.</b>	<b>Instrumentos.....</b>	<b>37</b>
<b>3.3.1.</b>	<b>Instrumento No. 1: Prueba piagetianas.....</b>	<b>38</b>
<b>3.3.1.1.</b>	Prueba de combinaciones.....	38
<b>3.3.1.2.</b>	Prueba de cuantificación e inclusión de clases.....	40
<b>3.3.1.3.</b>	Prueba de cálculo de probabilidades.....	41
<b>3.3.1.4.</b>	Prueba de inclusión de clases complementarias.....	45
<b>3.3.1.5.</b>	Prueba de cuantificación de probabilidades.....	46
<b>3.3.2.</b>	<b>Instrumento No. 2: Prueba pedagógica.....</b>	<b>48</b>
<b>3.3.2.1.</b>	Descripción la prueba pedagógica.....	49
<b>3.3.2.2.</b>	Rangos de la prueba pedagógica.....	51

v

<b>3.3.3.</b>	<b>Instrumento 3. Entrevista.....</b>	<b>52</b>
<b>3.3.3.1.</b>	Las entrevistas clínicas piagetianas.....	52
<b>3.3.3.2.</b>	La entrevista no estructurada.....	54
<b>3.3.4.</b>	<b>Rendimiento académico en Matemática.....</b>	<b>54</b>
<b>3.3.5.</b>	<b>Estrategias para el análisis de los resultados obtenidos.....</b>	<b>55</b>
<b>3.4.</b>	<b>Limitaciones y recomendaciones.....</b>	<b>56</b>
	<b>CAPÍTULO IV: ANÁLISIS DE RESULTADOS</b>	<b>58</b>
<b>4.1.</b>	<b>Resultados de pruebas piagetianas, pedagógica, entrevista no estructurada y rendimiento académico..</b>	<b>59</b>
<b>4.1.1.</b>	<b>Resultados de pruebas piagetiana.....</b>	<b>59</b>
<b>4.1.1.1.</b>	Cuantificación de la inclusión de clases.....	60
<b>4.1.1.2.</b>	Inclusión de clases complementarias.....	60
<b>4.1.1.3.</b>	Combinaciones.....	61
<b>4.1.1.4.</b>	Cálculo de probabilidades.....	62
<b>4.1.1.5.</b>	Cuantificación de probabilidades.....	63
<b>4.1.2.</b>	<b>Resultado de pruebas pedagógicas.....</b>	<b>64</b>
<b>4.1.3.</b>	<b>Rendimiento académico en Matemática.....</b>	<b>67</b>
<b>4.2.</b>	<b>Análisis individual.....</b>	<b>68</b>

<b>4.2.1</b>	<b>Daniel</b> .....	68
vi		
<b>4.2.2.</b>	<b>Yenny</b> .....	72
<b>4.2.3.</b>	<b>Eduardo</b> .....	75
<b>4.2.4.</b>	<b>Yennia</b> .....	79
<b>4.2.5.</b>	<b>Dianna</b> .....	82
<b>4.2.6.</b>	<b>Ángela</b> .....	85
<b>4.2.7.</b>	<b>Fernanda</b> .....	89
<b>4.2.8.</b>	<b>Flor</b> .....	92
<b>4.2.9.</b>	<b>Kenny</b> .....	96
<b>4.3.</b>	<b>Análisis general</b> .....	99
	<b>CAPÍTULO V: CONCLUSIONES</b>	104
<b>5.1.</b>	<b>Conclusiones</b> .....	105
<b>5.2.</b>	<b>Discusión</b> .....	105
<b>5.3.</b>	<b>Recomendaciones</b> .....	107
	<b>Referencias bibliografía</b> .....	109
	<b>Anexos</b> .....	114
	<b>Anexo # 1:</b> Pruebas piagetianas.	
	<b>Anexo # 2:</b> Prueba pedagógica.	

**I CAPÍTULO:  
INTRODUCCIÓN**

### **1.1. Tema**

Desarrollo mental y rendimiento académico en estudiantes de octavo año del Liceo de Miramar.

### **1.2. Título**

Operaciones mentales y su relación con el rendimiento académico en Matemáticas en estudiantes de octavo año, del Liceo de Miramar.

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1. Objetivo general**

Estudiar la relación entre las operaciones mentales y el rendimiento académico en Matemáticas de estudiantes de octavo año del Liceo de Miramar.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

1. Evaluar un grupo de estudiantes de octavo año del Liceo de Miramar con pruebas operatorias piagetianas.

2. Analizar el rendimiento académico de los alumnos en la asignatura de Matemáticas durante el curso lectivo del 2007.

3. Analizar el rendimiento académico de los estudiantes con base en una prueba pedagógica.



4. Establecer relaciones entre el nivel operatorio de los sujetos de la investigación y los diversos factores del estudio.

#### **1.4. El problema y su importancia**

¿Cuáles relaciones se dan entre el nivel de las operaciones mentales y el rendimiento académico en Matemáticas de estudiantes de octavo año del Liceo de Miramar?

#### **1.5. Justificación**

La enseñanza de las matemáticas es en nuestro país una de las causas de baja promoción en Pruebas Nacionales. En el Liceo de Miramar, un 50% de los estudiantes aplazan al año en esta asignatura, lo cual se convierte, según inquietudes de los docentes de esa institución en esta área, en un verdadero problema, según datos brindados por el Departamento de Matemática de dicho Liceo.

Las estrategias didácticas, la contextualización de los contenidos, la motivación, entre otros, son factores que se intentan mantener los docentes de Matemática, a lo largo del curso lectivo, sin embargo no hay un resultado satisfactorio estadísticamente hablando. Por el contrario, el rendimiento académico, no remedia las expectativas de los docentes, aún más si se compara con los resultados de otras asignaturas, según la versión del Departamento de Matemática del Liceo de Miramar. La Dirección del Liceo de Miramar solicita individualmente, y por Departamento, planes remediales para tratar de solucionar el bajo rendimiento académico.

Esto como una directriz emanada desde la Supervisión Escolar del Circuito 09 de la Dirección Regional de Enseñanza de Puntarenas.

Lo anterior lleva a cuestionarse: ¿qué es lo que afecta tanto el aprendizaje de las matemáticas en el nivel de secundaria?; ¿cuáles factores pedagógicos que van en detrimento de esta asignatura?; ¿tienen los fundamentos, bases, destrezas y conocimientos previos los alumnos en el nivel de séptimo año?, ¿se ajustan los docentes a las estructuras mentales que poseen los estudiantes de dicho nivel?

Todas estas interrogantes han calado para que exista el interés por analizar si el nivel de las operaciones mentales será uno de los factores por considerar como influyente en el rendimiento académico de los alumnos y el nivel de las operaciones mentales de cada uno de ellos.

La experiencia de los educadores lleva a afirmar que la enseñanza de las matemáticas, debe partir de experiencias concretas y de la cotidianidad del estudiante, según el enfoque constructivista, que se basa en teóricos como Piaget, Vigotsky y Bruner.

El docente, según Vigotsky, es alguien más capaz que el aprendiz, de modo que si el docente no tiene un manejo completo de los conocimientos que enseña, se preocupará más por comprender e informar los contenidos que por organizar el proceso de aprendizaje para los alumnos. El dominio de contenidos permitirá al agente mediador ayudar al estudiante a descubrir relaciones y comprender procesos. Asimismo, el docente podrá crear los escenarios de actividad para la construcción del aprendizaje.

Es importante que el docente conozca el plan y programa de estudios para poder instrumentar didácticamente los propósitos del curso, decidir previamente qué va a enseñar, cómo lo va a enseñar, cómo y cuándo evaluar de acuerdo con las características y necesidades de aprendizaje de los alumnos. La instrumentación didáctica debe ser flexible y adecuarse en función de las necesidades que se vayan detectando.

El educador debe conocer que los niños se van desarrollando y conforme evoluciona su desarrollo mental logran adquirir una serie de operaciones mentales para razonar de manera abstracta. Si se parte de experiencias concretas, se puede guiar al niño o al joven a la construcción de conceptos abstractos indispensables para el aprendizaje y que se deben manejar en la asignatura de Matemática.

No se trata del manejo del metalenguaje de esta ciencia, que es indispensable para el desarrollo intelectual, sino también de los conceptos abstractos. Los estudiantes pueden saber de memoria términos que en su mente no significan nada o no saben aplicar.

Para lo mencionado, el alumno debe realizar todo un proceso mental que requiere de conocimientos previos. El razonamiento se lleva a cabo gracias a lo que los docentes de secundaria se refieren como "bases", las cuales, según la Teoría Piagetiana, se conoce como el proceso de **asimilación y acomodación**. Sin embargo, en el caso de los niveles II y III de la Educación General Básica de Costa Rica, se debe revisar el discutible paso del estadio de las operaciones concretas al de las operaciones formales. En otras palabras, si no se

logra superar eficazmente cierta etapa, dicha deficiencia se podría traducir en bajo rendimiento académico.

La importancia de conocer si existe relación entre el nivel de las operaciones concretas y el rendimiento académico, en la asignatura de Matemática, facilitaría notablemente la corrección del proceso de enseñanza-aprendizaje en esta área, ya que el esfuerzo se enfocaría en la estimulación de las operaciones concretas y los planes remediales que se solicitan abarcarían aspectos más puntuales que desgastarían menos, tanto al docente como al alumno en el mejoramiento del rendimiento académico.

La etapa de las operaciones concretas se establece desde los 7 años hasta los 11 años de edad del niño. Es en este periodo, en el cual el razonamiento se relaciona casi estrictamente con la experiencia concreta, pero cuando existe capacidad de razonamiento lógico y el niño puede realizar diferentes operaciones mentales que implican seriación, clasificaciones jerárquicas, relaciones de inclusión de clase, conservación de la cantidad, simetría y reciprocidad, aparece, además, el sistema de los números. Todas estas operaciones se realizan con base en experiencias muy concretas de los niños y estas son las "bases" que requieren al ingresar a secundaria, tal y como lo confirma Méndez (2005).

Por último se encuentra el estadio de las operaciones formales, el cual está ubicado desde los 11 años hasta la adolescencia, los jóvenes ya en esta etapa pueden razonar de manera hipotética y en ausencia de pruebas materiales. Asimismo, está en condiciones de formular hipótesis y ponerlas a prueba para hallar soluciones reales de

los problemas entre varias soluciones posibles, alcanzando el razonamiento hipotético deductivo.

Se tiene, entonces, que la enseñanza de las Matemáticas conjuga tres elementos que se deben tomar en cuenta: los procedimientos, los conceptos y el simbolismo. Por lo tanto, esta investigación se avoca a escudriñar acerca de procedimientos utilizados por los docentes de Matemática para impartir sus lecciones, la metodología que utilizan los muchachos para aprender, pero, primordialmente, el reconocimiento y relación que existe entre el nivel de las operaciones mentales de los estudiantes y el desempeño escolar en Matemática.

**II CAPÍTULO:**  
**MARCO TEÓRICO**

En este capítulo se plantean algunos de los sustentos teóricos que se hacen necesarios para fundamentar la trascendencia del estudio de casos para la problemática plantada.

Algunos aspectos se relacionan con el contexto en que se desarrolla el estudio de casos y teorías del desarrollo, las cuales están implícitas en el proceso de enseñanza aprendizaje.

## **2.1. Antecedentes**

### **2.1.1 Dificultad en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**

La enseñanza de las matemáticas es una de las preocupaciones más importantes, ya que se encuentra sujeta a variables que trascienden el aprendizaje del conocimiento, tanto en primaria, secundaria y educación superior.

Existen mitos culturales, transmitidos socialmente, en el sistema educativo y en el ámbito familiar. El malestar o incomodidad, por llamarlo popularmente, ha creado una cierta fobia hacia el aprendizaje de los contenidos de esta asignatura, esto acompañado de apatía frente a la abstracción de esta ciencia.

La problemática constituye un reto nacional, en cada institución, en las aulas, en los hogares, entre otros, para erradicar ese temor generalizado hacia esta disciplina. Una de las formas de abordar esta problemática tiene relación con el uso de las corrientes pedagógicas más adecuadas y de las destrezas del pensamiento del ser humano.

Los estudiantes de primaria y secundaria presentan dificultades para aprender matemáticas, pero aprenden un lenguaje, algoritmos, reglas, lo cual no siempre es un indicador de que están adquiriendo un aprendizaje duradero.

### **2.1.2. Rendimiento académico**

El fracaso escolar indica que la enseñanza de la Matemáticas ha presentado, en la Enseñanza General Básica, así como en el nivel de Educación Diversificada, limitaciones y deficiencias.

Los casos de investigaciones en el campo del bajo rendimiento académico en Matemática son bastantes y con conclusiones generalizadas, como por ejemplo las realizadas por el Instituto de Investigaciones para el Mejoramiento de la Educación Costarricense, durante 1983 y 1984.

Este fracaso escolar mencionado, según las investigaciones, se presenta por causas relacionadas con la formación de docentes, limitaciones económicas de los alumnos y de las instituciones educativas, poca contextualización de los contenidos de los Programas de Estudio, concepción confusa de los fundamentos pedagógicos y psicológicos que orientan la enseñanza de las Matemáticas, entre otras.

Cabe señalar que para la papelería e informes que se solicitan en Direcciones Regionales de Educación, Asesores Supervisores y Directores se establece como parámetro que las notas mínimas de aprobación de cada asignatura, para el nivel de octavo año, es de 65%.



Dicha calificación la obtiene cada estudiante con base en: Pruebas (65%); trabajo cotidiano (15%); trabajos extractase (10%); concepto (5%) y asistencia (5%), según lo establece el Ministerio de educación Pública (2004), en el "Reglamento de Evaluación de los aprendizajes", que rige la evaluación de la enseñanza formal en III Ciclo de la Enseñanza General Básica.

### **2.1.3. El lenguaje en la enseñanza de la Matemática**

El aprendizaje requiere del lenguaje, que a su vez está íntimamente ligado al empleo de conceptos y a la formación de los mismos. Por ejemplo José Luis Cózar Mata, de la Universidad de Granada, en su artículo "*Educación y desarrollo en Matemática*" plantea esta dificultad en la enseñanza de las matemáticas, de la siguiente manera:

"La distinción entre un concepto y su nombre es algo esencial. Un concepto es una idea; el nombre de un concepto es un sonido o una marca sobre el papel que el niño asocia con él. Ésta asociación puede formarse después de que el concepto se haya formado." (Cózar, 2007)

Para fundamentar esta teoría nos referiremos a Saussure (1989), quien plantea que en cualquier tipo de lenguaje existe el signo lingüístico y que a su vez coexisten en el signo dos componentes indispensables para la verdadera comunicación: significante y significado.

Según este teórico, de origen francés, el significante hace referencia a las palabras o sonidos que son perceptibles por medio de los sentidos del ser humano y el significado es la referencia visible,

táctil o de idea que se forma en la mente del individuo al percibir el significativo.

Por lo tanto, la enseñanza en Matemática implica tres componentes que se pueden mencionar como procedimientos, conceptos y símbolos. Componentes que deben estar claros durante el proceso, para que la comunicación y el aprendizaje se den adecuadamente.

A propósito Ardón (1994) y otras, apoyadas en Bruner afirman que para hacerse entender en matemáticas, el profesor necesariamente debe dominar el lenguaje tanto oral como escrito.

En algunos casos se ha creído que el aprendizaje de esta asignatura se haya obstaculizado por factores que competen propiamente al lenguaje formal que se utiliza en ella, tal y como lo señala Castillo (2006), cuyo objetivo es reflexionar acerca de las principales opiniones de algunos profesores y estudiantes de undécimo año y profesores de la Subregión Educativa de San Ramón, en cuanto al empleo del lenguaje formal y su impacto en la educación. En dicha investigación, se aborda los usos de los símbolos matemáticos, la estimación de las matemáticas como un lenguaje, la relación de las matemáticas con la vida real, los intereses que poseen los estudiantes para aprender matemáticas y la visualización que tienen los estudiantes acerca de la importancia de esta asignatura en sus vidas.

Castillo (2006) concluye que existe relación entre cómo se perciben las matemáticas: una asignatura importante, aplicable en la vida cotidiana y la motivación por aprenderla.

Pese a esta muestra de interés, también observa que los docentes de esta asignatura gustan de usar exposiciones axiomáticas de los temas que explican en sus lecciones y que el uso de los símbolos matemáticos representa un obstáculo en el aprendizaje de los contenidos, por lo que ese lenguaje formal, que es importante, no siempre es comprendido por los estudiantes. Atribuye a ese formalismo (el lenguaje), características limitantes en el aprendizaje de esta ciencia, ya que los estudiantes no lo comprenden.

Desde otro punto de vista, el aprendizaje es un proceso tan complejo por los factores influyentes en él que requiere de otras teorías para poder ser explicado y fundamentado, además ser efectivo. El aprendizaje de las matemáticas no se exime de esta situación.

Méndez y Mainieri en su informe "*Una experiencia de aprendizaje operatorio de nociones geométricas con niños costarricenses*" (Centro Multinacional de Investigación Educativa [CEMEIC], 1984) describen experiencias de aprendizaje operatorio en la Escuela Porfirio Brenes, de Moravia, durante las cuales se realizaron varias sesiones con actividades que implicaban nociones como: conservación y medida de longitud y conservación y medida de superficie.

Las experiencias consistían en propiciar que los niños lograran dar respuesta, solución o explicación a algunas situaciones que se les planteaban (con base en lo que conocen previamente).

La experimentación anterior se realiza fundamentada en la teoría de Jean Piaget, citado por Méndez (2005), acerca de la abstracción empírica y la abstracción reflexiva.

Algunas teorías trascendentes para este estudio que se pueden mencionar son las que se refieren al desarrollo mental e intelectual.

De acuerdo con lo retomado por Méndez (2005), siempre de Piaget, acerca del pensamiento preoperatorio, se da entre los 18 meses y los 6 o 7 años de edad y se manifiesta con la adquisición de la capacidad de representación mental y el surgimiento de la función simbólica. A partir de dichos planteamientos, se habla de un primer periodo de la etapa del pensamiento preoperatorio llamado, por el mismo autor, "inteligencia preconceptual" (hasta los 4 años de edad).

La inteligencia preconceptual se manifiesta con los esquemas mentales que no son ni la generalidad del concepto, ni la individualidad de los elementos que lo componen, sino que se sitúa entre lo general y lo particular y el razonamiento transductivo (el pensamiento va de lo particular a lo particular).

Según Méndez (2005), una de las perspectivas de Piaget es que el aprendizaje empieza con las primeras experiencias sensoriomotoras, las cuales son fundación del desarrollo cognitivo y el lenguaje, donde el aprendizaje continúa por la construcción de estructuras mentales, basadas éstas en la integración de los procesos cognitivos propios donde la persona construye el conocimiento mediante la interacción continua con el entorno.

Para que el niño alcance su desarrollo mental, es fundamental, por lo tanto, que atraviese desde su nacimiento diferentes y progresivas etapas del desarrollo cognitivo, etapas que no puede saltarse ni pueden forzarse en el niño a que las alcance con un ritmo acelerado. Estas etapas Piaget las denomina:

- ✓ Etapa sensorio-motriz: inicia con el nacimiento y concluye a los 2 años.
- ✓ Etapa preoperacional: de los 2 años hasta los 6 años.
- ✓ Etapa de operaciones concretas: de los 7 años a los 11 años.
- ✓ Etapa de operaciones formales: 12 años en adelante.

Vigotsky, retomado por Méndez (2005), destaca el papel fundamental del habla para la formación de los procesos mentales. En su concepción, Vigotsky señala que el habla tiene dos funciones: la comunicación externa con los demás y la manipulación interna de los pensamientos de la persona consigo misma y aunque ambos usan el mismo código lingüístico parten de actividades distintas, desarrollándose independientemente aunque a veces puedan coincidir.

Bruner, según recapitula Méndez (2005), presupone que la actividad mental está interrelacionada al contexto social, dándose una íntima interrelación entre los procesos mentales y la influencia del contexto sociocultural en que estos procesos se desarrollan. Para Bruner, el niño está en constante transformación. Su desarrollo está determinado por diferentes estímulos y agentes culturales como sus padres, maestros, amigos y demás personas que son parte de su comunidad y del mundo que lo rodea; es decir que el niño está en contacto con una serie de experiencias que le permiten poseer

conocimientos previos: De ahí que Garton (1994) afirma: "El lenguaje permite compartir la conciencia colectiva y la expresión transgeneracional de conocimiento nuevo y del viejo".

Ardón y otros (1994) retoman a Bruner, quien explica seis aspectos por considerar en el desarrollo intelectual, de los cuales se rescata el aspecto que se refiere a que el lenguaje es el medio por el cual se lleva a cabo el intercambio y un instrumento que le facilita al niño, ordenar su medio. Lo cual se confirma con lo citado por Bruner (1969): "(...) reconocer la aplicabilidad o inaplicabilidad de una idea a una nueva situación y aplicar su aprendizaje respectivo (...)"

Piaget, abogó, de acuerdo con la interacción entre el medio y la herencia como coadyuvantes en la determinación del desarrollo intelectual de la persona. Partiendo de esa premisa, cobra relevancia el rol de educador para contribuir, en buena medida, con un ambiente estimulante al desarrollo cognitivo de los estudiantes. Así lo plantean Méndez y otros (1983) en su estudio *Desarrollo del pensamiento formal en estudiantes de enseñanza secundaria del Área Metropolitana de San José, Costa Rica*.

Papalia y otros (2005) se refieren a la infancia entre el nacimiento y los tres años para abordar el desarrollo físico como aquel en el que todos los sentidos y los sistemas corporales funcionan en diferentes grados, el cerebro crece en complejidad y es muy sensible a la influencia ambiental, el crecimiento físico y el desarrollo de las habilidades motoras es rápido.

La misma autora presenta el desarrollo cognoscitivo en el periodo del nacimiento y los tres años como aquella en la que las capacidades para aprender y recordar están presentes (incluso en las

primeras semanas); también se da el uso de símbolos y la capacidad para resolver problemas (a finales del segundo año); además, la comprensión y el uso del lenguaje se desarrollan rápidamente.

En cuanto al desarrollo psicosocial del niño de 0 a 3 años, Papalia indica el apego con los padres y otros, el desarrollo de la conciencia de sí mismo, el cambio de la dependencia hacia la autonomía, el incremento del interés por otros niños.

#### **2.1.4. El aprendizaje significativo**

¿Qué es el aprendizaje significativo? ¿Cómo se lleva a cabo? Los orígenes de esta teoría se inician con Ausubel, quien propone el término de "aprendizaje significativo" en oposición a lo que se venía dando como "aprendizaje memorístico o receptivo". De acuerdo con la *Enciclopedia de Psicopedagogía, pedagogía y psicología*, Ausubel y Piaget coinciden en que las personas, para darle significado al material, deben operar mentalmente con él. Además, el primero, retoma el concepto de "asimilación" como el proceso de almacenamiento de nuevas ideas que se relacionan con otras ya existentes

Ausubel, afirma Concha (2007), reconoce que el aprendizaje por descubrimiento es un hecho, aunque se opone a su aplicación reflexiva y una de las desventajas acotadas radicaba en que las actividades reflexivas necesitan mayor cantidad de tiempo para su realización.

Para Ausubel el aprendizaje por recepción no necesariamente implica pasividad del alumno ni el activismo por sí mismo propicia el aprendizaje.

Es útil mencionar que los tipos de aprendizaje memorístico y significativo son los extremos. Ambos existen simultáneamente en mayor o menor grado y en la realidad no se pueden excluir. Se aprende algo en forma *memorista* y tiempo después, gracias a una lectura o una explicación, aquello cobra *significado* para nosotros; o lo contrario, podemos comprender en términos generales el *significado* de un concepto, pero no somos capaces de recordar su definición o su clasificación.

Para lograr aprendizajes significativos según Ausubel, sustenta Pozo (2000), hay que tomar en consideración los siguientes puntos de referencia:

#### **2.1.4.1. Significatividad lógica del material.**

Esto es, que el material presentado tenga una estructura interna organizada, que sea susceptible de dar lugar a la construcción de significados. (Coll, 1999). Los conceptos que el profesor presenta, siguen una secuencia lógica y ordenada. Es decir, importa no sólo el contenido, sino la forma en que éste es presentado.

#### **2.1.4.2. Significatividad psicológica del material.**

Esto se refiere a la posibilidad de que el alumno haga una "conexión" del conocimiento presentado con los conocimientos previos, ya incluidos en su estructura cognitiva. Los contenidos entonces son comprensibles para el alumno. El alumno debe contener ideas que incluyan conocimientos previos en su estructura cognitiva, si esto no es así, el alumno guardará en memoria a corto plazo la información para contestar un examen memorista, y olvidará después, y para siempre, ese contenido.



### **2.1.4.3. Actitud favorable del alumno.**

Bien se señala anteriormente, que el que el alumno quiera aprender no basta para que se dé el aprendizaje significativo, pues también es necesario que pueda aprender (significación lógica y psicológica del material). Sin embargo, el aprendizaje no puede darse si el alumno no quiere aprender. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en el que el maestro sólo puede influir a través de la motivación.

Todo proceso de enseñanza debe iniciar, desde su planeamiento, con un diagnóstico. Este elemento es uno de los más importantes porque resume información, para el docente, acerca de los conocimientos previos que tiene el estudiante. Así, cada contenido que se desarrolla, también debe partir de los conocimientos que ya posee el alumno ya que, de lo contrario, no logrará procesar la información nueva, la cual se le presenta al estudiante por medio de las actividades programadas.

Las actividades planeadas, (o estrategias de aprendizaje) condicionan la manera en que el estudiante recibirá la información nueva, así como determinan la forma de aplicarla a otras situaciones. Pueden ser actividades que fomenten la recepción de información en forma pasiva, o situaciones que se le permita descubrir al estudiante el conocimiento, por medio de cuestionamientos, partiendo de lo que ya sabe, quizá repita información en situaciones diferentes que se le plantean o también puede que se le brinde la información de manera significativa, por su interés hacia aquella.

Lo cierto es que las diferentes actividades se pueden combinar para lograr estimular la autonomía, el interés y la curiosidad del

estudiante y no manejar al alumno como receptor de información, quien muchas veces no ha logrado comprender.

Las estrategias no son el único elemento valioso dentro del planeamiento. El docente debe ser meticuloso en la selección del material que va a utilizar, para que sea significativo (que el estudiante le encuentre utilidad en su entorno). Por ello, el material debe organizarse adecuadamente para que observe atinencia con el procesamiento humano de la información y del desarrollo intelectual. Además, deben contener información valiosa y trascendente, no tener datos superfluos que entorpezcan el aprendizaje.

El discente, protagonista del proceso de aprendizaje, debe estar motivado. Es decir, el alumno presentará una actitud positiva. Se tendrá presente la preparación mental (estructura cognitiva) y emocional para el aprendizaje y la posesión de conocimientos previos de acuerdo con el tema por desarrollar. Por lo tanto es pertinente, como lo afirma Díaz (1998), tomar en cuenta, en la programación del proceso de enseñanza y aprendizaje, lo siguiente:

“(...) la perspectiva sociológica y antropológica de las influencias culturales en el desarrollo del individuo y en los procesos educativos y socializadores; el análisis epistemológico de la naturaleza, estructura y organización del conocimiento científico y de su traducción en conocimiento escolar y personal; la reflexión sobre las prácticas pedagógicas y la función reproductora y de transmisión ideológica de la institución escolar; el papel de los agentes socializadores en el aprendizaje del individuo,

sean padres, el grupo de referencia o los medios masivos de comunicación, (...).” (p. 13)

### **2.1.5. Operaciones mentales**

Pozo (2000), desde una visión de la Psicología Cognitiva, hace un análisis de las distintas concepciones que implican los conocimientos previos en las personas y señala sus efectos en el diseño curricular y fundamentado en Ausubel, Novak Y Hanesian, justifica la vital importancia de las experiencias previas de los estudiantes al afirmar que “si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia”. (p. 5)

Pérez (2002) aborda el tema de los conocimientos previos en el ámbito de las concepciones denominadas operaciones mentales, concepciones alternativas y teorías implícitas o personales. De cada una de estas concepciones se ofrece el criterio del autor, así tenemos que las primeras se refieren a “los esquemas mentales que el estudiante tiene para apropiarse de los nuevos conocimientos.” Por segundo término están las concepciones alternativas, las cuales remiten a “las concepciones que los estudiantes y que funcionan en la realidad en la cual se desempeñan. En la mayoría de los casos resultan difíciles de explicar, pues se practican de manera inconsciente.”

### **2.1.6. Aprendizaje operatorio**

Pérez confronta la perspectiva de Piaget con la de Vigotsky al mencionar que el interés del primero se esmera en responder cómo se avanza de una etapa a otra y cuál es la condición necesaria para superar un determinado estadio, mientras el segundo enfoca la cuestión acerca de cómo adquiere el ser humano el conocimiento.

Entre otros aportes al estudio de la psicología cognitiva y sumamente apegada a la línea del pensamiento piagetano, la doctora Zayra Méndez (2005) en su texto *Aprendizaje y cognición* establece:

“El constructivismo responde a estos interrogantes señalando, en primer lugar, que debe hacerse un esfuerzo por relacionar el desarrollo psicogenético del niño con el contenido de la enseñanza. La génesis de las estructuras cognitivas del niño han sido suficientemente estudiadas como para que sirvan de puntos de referencia en cuanto a qué, cuándo y cómo se enseña un determinado contenido, Así, por ejemplo la aritmética elemental debe tomar en cuenta la necesidad de que el educando haya elaborado la noción de número, pues sin ella el aprendizaje de las operaciones elementales y de los signos matemáticos carece de sentido.” (P15)

Con la base constructivista no se trata sólo de emplear material agradable, o una enseñanza inspirada en la imagen, sino de que el niño, por sí mismo se ejercite mentalmente para desarrollar y fortalecer su capacidad de pensamiento, así sus estructuras cognitivas evolucionan.

Para Piaget, estudiado por Méndez (2005) existe paralelismo entre las funciones cognitivas y las funciones biológicas (asimilación y acomodación), ya que para él la inteligencia no es otra cosa que la capacidad de adaptación del ser humano y los seres vivos se ajustan mediante estas funciones biológicas a su medio ambiente.

Es importante destacar que lo que Piaget llama abstracción reflexiva es lo que permite la elaboración de estructuras mentales y que implica una reconstrucción, de información nueva y en un nivel superior, dado previamente, en un nivel inferior.

La preocupación del costarricense Rafael Ángel Pérez por la formación que debe tener el docente, lo llevó a buscar el sustento de sus ideas relacionadas con el **aprendizaje significativo** en estudios extranjeros como el que expone a continuación: "En un amplio trabajo de investigación con niños pequeños, Piaget encuentra que hay ciertas tareas intelectuales que los niños no pueden realizar a pesar de que se les proporcione la enseñanza. Por ejemplo, la incapacidad de comprender la **conservación de la cantidad.**" (Pérez, 2002, p. 13).

Además, Pérez (2002) se refiere a Piaget para afirmar que "para ello (realizar nuevas tareas intelectuales) es necesario "construir" estructuras mentales nuevas, producto, en parte de la madurez, pero también de la experiencia en las interacciones con el mundo. Las estructuras mentales son el resultado de operaciones físicas que el sujeto realiza y luego las transforma en operaciones mentales."

Méndez(2005) aporta sobre este aspecto que:

“Las operaciones mentales que esta no derivan de la imagen, sino de la acción. Por ello, reducir la actividad del escolar a la motricidad o a una enseñanza inspirada en la imagen (...) es insuficiente. Lo esencial es que el niño ejercite sus mecanismos mentales para que su desarrollo se oriente de acuerdo con la evolución de sus estructuras cognitivas. Esto ocurre cuando se le pide experimentar, resolver problemas o participar en discusiones que promuevan la reflexión”(p.19-20)

Pérez (2002) enfatiza la importancia del aporte piagetiano en el campo del aprendizaje debido a las siguientes implicaciones:

“(...) para los educadores, tener conciencia acerca de las estructuras mentales que tienen los niños para poder apropiarse de los conocimientos; y de la necesidad de crear situaciones tendientes a la construcción de estructuras mentales nuevas, condición necesaria para la asimilación de los contenidos educativos, por ejemplo, un niño de edad preescolar y aún escolar, no puede comprender el concepto de número, si antes no ha construido la operación mental consistente en “agrupar objetos.” (p. 14)

### **2.1.7. Constructivismo**

Coll, Martín, Mauri, Miras, Onrubia, Solé y Zabala (1999) en un documento que refiere al constructivismo en el aula acotan las siguientes ideas relacionadas con los conocimientos previos:

“(…) para llevar a cabo el aprendizaje, el alumno dispone de un conjunto de instrumentos, estrategias y habilidades generales que ha ido adquiriendo en distintos contextos a lo largo del desarrollo y, de manera especial, en el de la escuela. Instrumentos como el lenguaje (oral y escrito), la representación gráfica numérica, habilidades como subrayar, tomar apuntes o resumir, estrategias generales para buscar y organizar la información, repasar, leer un texto de manera comprensiva o para escribir reflexivamente sobre un tema (…)”

Siempre con el enfoque constructivista como eje de la educación, Pérez (2002) plantea que “el constructivismo social de la escuela de la escuela se caracteriza, fundamentalmente, por concebir el desarrollo del pensamiento y la conciencia como un proceso de carácter sociohistórico y cultural”. Lo anterior, explica el autor, significa que:

“(…) los procesos psicológicos como la percepción, la atención voluntaria, la memoria, el razonamiento y la solución de problemas son el resultado de la internalización de las relaciones sociales tal como se dan en determinada cultura. De esta afirmación se deriva (…) un principio fundamental: conocer la historia y la cultura de la cual procede la persona que aprende, pues esa persona ha influenciado las formas de percibir el mundo, que más tarde son determinantes en la apropiación de nuevos conocimientos. ” (p.19)

Nuevamente, Pérez ubicado desde una óptica pedagógica y sostiene que:

“La persona que educa con un enfoque constructivista es propiciadora de oportunidades de aprendizaje. Estimula un escenario agradable, atractivo y retador que permita al educando caminar por un sendero que lo lleve a construir sus propias experiencias y a derivar las estructuras cognitivas y valóricas que le posibiliten una interpretación cada vez más profunda de la realidad.”

Díaz (1998), en el Capítulo 2 de *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista* recalca que:

“El constructivismo postula la existencia de procesos activos en la construcción de conocimientos: habla de un sujeto cognitivo aportante que claramente rebasa a través de su labor constructiva lo que le ofrece su entorno.” (p 14)

Cabe señalar además que el constructivismo, tal y como sintetiza Díaz (1998), se basa en ciertos principios que no deben ser ignorados:

- El aprendizaje es un proceso constructivo interno y autoestructurable.
- El grado de aprendizaje depende del nivel del desarrollo cognitivo.
- El punto de partida de todo aprendizaje son los conocimientos previos.



- El aprendizaje es un proceso de construcción o reconstrucción de saberes culturales.
- También el aprendizaje se facilita gracias a la mediación y la interacción con los otros.
- Este proceso de aprendizaje implica un proceso de reorganización interna de esquemas.
- El aprendizaje se produce cuando entran en conflicto lo que el alumno sabe con lo que debería saber.

**II CAPÍTULO:**  
**MARCO METODOLÓGICO**

### **3.1. UNIVERSO Y POBLACIÓN**

#### **3.1.1. Contexto sociocultural de la comunidad**

Miramar es el distrito primero del Cantón Puntarenense llamado Montes de Oro. Un aspecto determinante en la configuración del panorama económico actual de este cantón, especialmente de la parte donde está ubicado el Liceo, es su origen y formación. Dicha comunidad se estableció como una zona de paso hacia las minas ubicadas en La Unión y Bella vista al Norte de Miramar. Los pobladores que llegaron a establecerse provenían de diferentes etnias, especialmente chinos, españoles y criollos provenientes todos del Valle Central, fundamentalmente de Esparza y Palmares. Esto explica porqué esta población es predominantemente de piel color blanca a pesar de pertenecer a una provincia costera.

Una vez pasada la etapa más productiva en la minería, Miramar quedó con un asentamiento con pocas fuentes de trabajo, pues lo que los hombres, que eran mineros de oficio, ya no tenían posibilidades de explotar las minas sin el financiamiento que había existido. Por otra parte, las características del clima: cálido y ventoso, obligaron a muchos pobladores a emigrar hacia la zona norte de este cantón donde las condiciones climáticas, más favorables, permitieron desarrollar la el cultivo y la ganadería, al menos para la subsistencia de las familias. Mientras tanto, hacia el Sur también existían asentamientos con condiciones más inhóspitas que las del distrito de Miramar, las cuales continúan siendo un reto para el gobierno local en cuanto a economía, salud y educación

### **3.1.2. Contexto institucional**

La idea para la creación de un centro de estudios en Miramar surgió desde 1967 con la formación de una asociación de desarrollo y cobró ímpetu en 1968, después de una homilía ofrecida por el presbítero José María Galán Becerra. Aunque en la primera visita que hicieron los interesados al señor Ministro, Guillermo Malavassi Vargas, no se concretó el proyecto, se formó un Comité pro Colegio.

En febrero de 1971, el Comité se entrevistó con el Presidente de la República José Figueres Ferrer, durante una visita que éste hizo a Chacarita de Puntarenas, quien los remitió al Ministro de Educación Uladislao Gámez Solano. Precisamente, ese mismo día, el profesor Mesías Espinoza Porras visitó Miramar e instó a los vecinos para que se mantuvieran en pie de lucha. Como medida de presión, se levantó una matrícula clandestina, Por su parte, el director del Liceo de Chacarita cerró la matrícula a los estudiantes oromontanos. Fue de esta manera que el Liceo de Miramar comenzó a funcionar en aulas prestadas por la escuela José María Zeledón Brenes, con una matrícula inicial de ciento cincuenta y cuatro alumnos, pero sin autorización del Ministro. Sin embargo, no pasaron muchos días para que el Consejo Superior de Educación acordara oficialmente la creación del Liceo de Miramar.

Actualmente, el Liceo de Miramar cuenta con **32** aulas. Además, dos aulas destinadas al servicio prevocacional, laboratorio de cómputo, cuyo equipo fue otorgado por la Fundación Omar Dengo, aula con equipo de cocina destinada para la materia Educación para la vida en familia, taller (parcialmente equipado) para Artes Industriales. El personal es de 56 docentes, y 15 servidores entre administrativos, oficinista, bibliotecaria, orientadoras, misceláneas y

guardas. La matrícula al iniciar el año lectivo 2007 fue de 1085 estudiantes.

El Liceo de Miramar se ha debatido entre grupos de población estudiantil muy heterogéneos desde todo punto de vista. Con el agravante de que desde años recientes se incrementa la llegada de estudiantes provenientes de Barranca, El Roble, Puntarenas y Esparza. Además de que existe servicio de transporte hacia la zona norte y, a pesar de que dicha zona cuenta con el sistema de Telesecundaria, prefieren venir al Liceo de Miramar.

Este será el panorama que se enfrenta en las aulas: la heterogeneidad, especialmente la económica. Así se confirma en los grupos de octavo año que forman parte de la investigación.

Esta investigación, que pertenece al campo la psicopedagogía en particular, contempla un fenómeno educativo, el cual se orienta hacia la relación entre las operaciones mentales y el rendimiento en Matemáticas. Ya que la investigación psicopedagógica se enmarca en el ámbito social, el carácter de los fenómenos de dicho ámbito requiere de una metodología de investigación que respete su naturaleza. De este modo, se da a conocer seguidamente, la metodología por utilizar en la realización de esta investigación.

### **3.1.3. Participantes**

Se trabaja con un universo de análisis correspondiente a los estudiantes del Liceo de Miramar. Universo del cual se escoge una unidad de análisis intencionada de 5% de estudiantes de octavo año que cursen el tercer periodo durante el año lectivo 2008 para realizar un estudio de casos. Este porcentaje se aplica a cada uno de los

sectores en que están agrupados dichos estudiantes, por cuestión organizacional: transporte y proveniencia geográfica. Y, los estudiantes que representan ese 5% se escogen al azar.

#### **3.1.4. Sujetos del estudio**

Por cuestión de estilo, en la redacción del análisis de los resultados se presenta la lista de nombres de los sujetos del Estudio de casos.

Los nombres son ficticios y corresponden a estudiantes reales del Liceo de Miramar que cursaron octavo año en el curso lectivo 2007.

Los sujetos de los casos que se estudian, debido a que la población del Liceo de Miramar es heterogénea (desde el punto de vista de la procedencia geográfica) se ven representados por las diferentes zonas que se detallan.

Se tiene entonces que las zonas de procedencia geográfica son cuatro, las cuales presentan características socio-culturales, económicas y geográficas diferentes y por esta razón los grupos (secciones) están organizados con base en estos rasgos.

De cada subgrupo de la población hay segmentos representados por los sujetos de la investigación, lo cual se presenta como un estudio de casos.

El total de estudiantes que asistieron al Liceo de Miramar, en el nivel de octavo año, hasta el mes de noviembre del 2007, es de 169, los cuales estaban agrupados en siete secciones.

La procedencia de las diferentes zonas geográficas se estableció de la siguiente manera:

**a. Zona #1**

De esta zona se contemplaron lugares como: Tajo Alto, Velásquez, San Buenaventura, La Unión, Bajo Caliente, San Martín. Laguna, Palmital y Zapotal, con relieve irregular y montañoso. Así se tiene un subtotal de estudiantes de octavo año provenientes de esta zona geográfica, en el nivel de octavo año, de 19 alumnos.

**b. Zona #2**

La zona #2 se caracteriza por ser geográficamente cercana a la carretera interamericana, y un relieve más regular, con lugares como Zagala Nueva, Zagala Vieja, Aranjuez, Pitahaya, El Palmar, Ciruelas.

La cantidad de alumnos de octavo que se trasladan hasta el Liceo de Miramar desde estos lugares es un subtotal total de 32 estudiantes.

**c. Zona #3**

La zona tres contempla a jóvenes de tres lugares básicamente, solo que más poblados que en los casos anteriores: San Isidro, Santa Rosa Y Las Delicias. Los estudiantes que proceden de estos lugares son 40, en octavo año.

#### **d. Zona #4**

La zona referida como zona #4 es la del distrito central de Miramar, con un subtotal de 78 estudiantes.

La distribución de los sujetos del estudio, por zona queda distribuida de la siguiente forma:

**Zona 1:** Daniel.

**Zona 2:** Yenny y Eduardo.

**Zona 3:** Yennia y Dianna.

**Zona 4:** Ángela, Fernanda, Flor y Kenny.

De manera que, agrupados los datos, quedan como se muestra en el siguiente cuadro:

Cuadro No. 1  
CANTIDAD DE SUJETOS DE OCTAVO AÑO  
DEL LICEO DE MIRAMAR DISTRIBUIDOS POR ZONAS

	<b>Zona #1</b>	<b>Zona # 2</b>	<b>Zona # 3</b>	<b>Zona # 4</b>	<b>TOTALES</b>
CANTIDAD DE ESTUDIANTES POR ZONA	19	32	40	78	<b>169</b>
5% DE ESTUDIANTES POR ZONA	1	2	2	4	<b>9</b>

*Fuente: Dirección del Liceo de Miramar*



Los sujetos del estudio de casos fueron seleccionados al azar y con representación de cada una de las zonas referidas.

Este estudio de casos es de carácter colectivo, ya que se estudiaron varios casos conjuntamente, con el fin de indagar dentro del fenómeno, la población y las condiciones generales. Al respecto Buendía (1999) apunta que:

“Los datos obtenidos no siempre manifiestan características comunes. Pueden ser redundantes o variados, similares o distintos. Se eligen porque se piensa en la comprensión de ellos llevará a un mejor entendimiento teórico, al ser mas extensiva la recogida de la información.”  
(p. 257).

La elección de esta estrategia para el estudio se hace con base en que el aporte de información que brinde a cada uno de los objetivos planteados es de gran riqueza, profundidad y calidad y no precisamente la estandarización de la misma. El proceso de investigación es detallado, comprensivo y sistemático de los casos.

### **3.2. Diseño de la investigación**

Esta investigación se proyecta de carácter descriptivo y correlacional-causal, y de enfoque metodológico mixto (cuantitativo –cualitativo) en concordancia con los objetivos que persigue dicha investigación y la necesidad de establecer la relación entre el nivel de las operaciones mentales y el rendimiento académico en la materia de Matemáticas.

Es así como la metodología utilizada responde a un paradigma cualitativo de investigación, en el cual según Gutiérrez y Denis (1989) es inaceptable desligar el pensamiento de la realidad, ya que ella está modelada y construida por nuestros pensamientos, así, el objetivo de toda investigación cualitativa se vincula con el hecho social, en este caso con las representaciones sociales y su descubrimiento se realiza, a través, de lo que piensa el sujeto que actúa.

Se debe señalar que los propósitos básicos del paradigma cualitativo en investigación socio-educativa, consisten en describir e interpretar el contexto social y cultural del objeto de estudio, comprendiendo la realidad y llegando a levantar teorías y conceptos de ésta.

En consecuencia de lo anterior, el paradigma cualitativo, en el que se centra esta investigación, hace énfasis en el significado, es decir, la interpretación que hace el investigador de la realidad estudiada; en el contexto, que incluye aspectos que forman parte de la vida social, cultural e histórica de los participantes y en la cultura, vale decir, qué hace, qué sabe y qué construye el sujeto en estudio (Gutiérrez y Denis, 1989)

Los autores anteriores señalan que bajo la mirada del paradigma cualitativo de investigación y por tanto, en una metodología coherente a éste, los hechos sociales se diferencian de los hechos de las ciencias físicas, por considerar las creencias y opiniones de quienes participan, respecto a lo cual, Gutiérrez (1989 en Hayet 2007), indica que los hechos sociales no deben ser definidos según lo que podría describirse sobre ellos a través de los métodos objetivos de la ciencia, sino por lo que piensa la persona que actúa.

En esta investigación, se utiliza un procedimiento metodológico basado en entrevista clínica piagetiana y una prueba de razonamiento lógico, así como la valoración de los sujetos de estudio con pruebas operatorias, para un perfil académico de octavo año.

### **3.3. Instrumentos**

Para la obtención de datos pertinentes a los objetivos planteados plantean tres instrumentos que se las aplica a los sujetos de la investigación, no obstante, existe un dato aportado por la Dirección del Liceo de Miramar: rendimiento académico.

Durante la investigación se logra aplicar todos los instrumentos propuestos en la metodología e implícitos en los objetivos. Se valida la prueba pedagógica con criterio técnico de profesores de Matemáticas del Liceo de Miramar.

También, la entrevista no estructurada y las pruebas piagetianas se validan mediante el asesoramiento y supervisión de la especialista en la materia.

El rendimiento académico del periodo 2007 en la materia de Matemáticas, para cada uno de los casos, se obtiene con base en los registros aportados por la Administración del Liceo de Miramar.

Tanto pruebas piagetianas, prueba pedagógica y entrevista se aplicaron en momentos diferentes e individualmente a cada sujeto durante finales del periodo lectivo 2007, bajo la dirección de las investigadoras. Esto con el fin de crear un ambiente cómodo, confiable y que los datos sean válidos

### **3.3.1. Instrumento No.1: Pruebas piagetianas**

Según la teoría piagetiana se considera el desarrollo cognitivo del individuo con base en etapas. Piaget desarrolla una serie de pruebas que valoran el nivel de las operaciones mentales de las personas.

Es así como en este estudio se seleccionan cinco pruebas piagetianas óptimas para el nivel de secundaria, específicamente de octavo año, las que se describen en los apartados siguientes.

#### **3.3.1.1. Prueba de combinaciones**

La prueba de combinaciones se realiza con tarjetas que tienen los números 1, 2, 3, 4 y 5.

En el desarrollo de la prueba se presenta a cada sujeto las colecciones de tarjetas con los dígitos 1, 2, 3, 4 y 5.

Se le pregunta a cada uno: ¿Cuántos números diferentes de dos cifras podemos obtener si combinamos esos cuatro dígitos?

Se le indica que, para ello, puede tomar tantas tarjetas de esas cinco colecciones como crea necesario y que no se que tomaría en cuenta los números repetidos.

Se registra detalladamente los números que el sujeto forma y la sistematización en que los forma.

También se pregunta si consideraba que ya no se podían formar más números.

Se interroga al sujeto acerca de la estrategia empleada por él para crear los diversos números de dos dígitos formados.

En el momento en que el sujeto da por concluido el ejercicio, se le cuestiona acerca de la posibilidad de crear más números con un grupo de tarjetas del número 6, y que cuántos números más de dos dígitos se podrían formar, igualmente si existiera la posibilidad de usar otro grupo de tarjetas con el número 7.

Lo anterior se formula para inferir si el alumno logra tener claro la denominada "ley del cuadrado", que consiste en la elevación al cuadrado de la cantidad de números posibles de formar, mediante la combinación de las tarjetas propuestas.

Como resultados de la prueba de combinaciones se tiene que los sujetos que se categorizan en el estadio I son los que descubren empíricamente las combinaciones, sin emplear ningún sistema, por simple ensayo y error. A veces llegan a encontrar todas las combinaciones posibles, pero con mayor frecuencia se detienen después de unas diez combinaciones. Se procede por construcción sucesiva de parejas, pero sin seguir ningún plan.

Los sujetos que se encuentran en el estadio II son los que mantienen una búsqueda de un sistema para realizar las combinaciones. El sujeto parte de la idea aditiva de yuxtaposición y la simetría, carece de la capacidad de sintetizarlas en un método de intersecciones dirigidas, tal que cada término se asocie sucesivamente a todos los demás. No descubre aún la ley del cuadrado.

Para el estadio III, los sujetos realizan combinaciones metódicas y completas, así como descubren un sistema tal, que ninguna asociación deja de ser tomada en cuenta. Descubre la ley del cuadrado.

### **3.3.1.2. Prueba de cuantificación de inclusión de clases**

Los materiales que se usan en la aplicación de las pruebas consisten en siete naranjas y tres bananos reales o plásticos y dos recipientes de diferente color.

Se colocan juntas las frutas sobre la mesa, formando una hilera con todas ellas (las naranjas y los bananos).

Se le pregunta a los sujetos que si están de acuerdo en que todos los materiales mencionados y colocados sobre la mesa son frutas.

Luego a cada sujeto se le plantean las siguientes interrogantes:

“¿Qué hay más sobre la mesa?, ¿frutas o naranjas?”

“¿Si regalo las naranjas, qué me queda? ¿Por qué?”

“¿Si regalo las frutas qué me queda? ¿Por qué?”

“¿Si regalo las naranjas, qué me queda? ¿Por qué?”

“¿Si regalo las frutas qué me queda? ¿Por qué?”

También se le presenta a cada sujeto diferentes situaciones como que se colocan las frutas en un recipiente llamado recipiente 1, luego se sacan y se colocan dentro del recipiente 2. En ambas

situaciones se le pregunta al sujeto en cuál de los dos recipientes hay más frutas (en el 1 o en el 2) y que razonara su respuesta.

Para categorizar las respuestas de los sujetos del estudio de casos se establece como parámetro el establecimiento de tres estadios: estadio I, en donde el sujeto contesta mal todas las preguntas plantadas, inclusive aquellas sobre resta de clases; el estadio II, en el cual el sujeto maneja bien la resta de clases, pero se equivoca en las preguntas de cuantificación de la inclusión. Cree que hay más naranjas que frutas; estadio III, en este nivel el sujeto contesta bien todas las preguntas de la prueba.

### **3.3.1.3. Cálculo de probabilidades**

Para desarrollar esta prueba, cuyos materiales son, dos juegos de 10 fichas plásticas de un solo color, con diámetro aproximado de 1,5 cm., un juego está marcado en una de las caras con una cruz y en el otro con un círculo o "cero". Otro de los juegos sólo tiene fichas marcadas por ambos lados con cruces.

Al iniciar la prueba se emplea el juego de fichas marcadas con cruz y cero y se le muestra el juego de fichas y se le pregunta sobre la probabilidad de que, al lanzar las fichas al aire, caigan sobre la mesa del lado de la cruz o del cero.

Luego, con una sola ficha se interroga, cuestionando: "¿Si tiro esta ficha podremos saber de qué lado va a caer, si cruz o cero?" Se le solicita un razonamiento de su respuesta.

En otra de las situaciones, con diez fichas se le pregunta: "Si tiramos estas 10 fichas al mismo tiempo, ¿cuántas cruces y cuántos

ceros iremos a tener sobre la mesa?”, seguidamente se le cuestiona si sería posible que cayeran sólo cruces o sólo ceros.

También se le cuestiona que si se lanzan diez veces seguidas estas fichas, ¿cuáles tienen más probabilidades de salir: las cruces o los ceros?

Por unas cinco veces se tiran las fichas anotando cada vez el total de ceros y cruces que han salido. Luego se pide a cada joven que sume el total de cruces y ceros que se han dado en los cinco lanzamientos.

Con referencia del ejercicio realizado se le pregunta a cada uno “si lanzáramos las fichas cien veces e hiciéramos la suma de las cruces y los ceros, ¿qué ocurriría?, ¿por qué. ¿Y si lanzáramos las fichas mil veces e hiciéramos la suma de las cruces y los ceros, qué ocurriría?, ¿por qué?

En una segunda parte, sin que el sujeto lo note, se introduce el juego de fichas “marcadas” (ambas caras tienen cruces) y se le pregunta: —Si lanzáramos estas diez fichas nuevamente al aire, ¿qué cree que ocurriría?

Seguidamente se lanzan las fichas y se anota la reacción del sujeto ante el hecho de que sólo salgan cruces, y se le interroga para verificar si le parece normal y si es posible que sólo salgan cruces.

Si el sujeto no adivina inmediatamente el truco, se le pide anticipar lo que ocurriría en un segundo y, eventual, tercer lanzamiento. Se anota detalladamente la reacción del sujeto y se le interroga sobre la normalidad del hecho.



Si el sujeto logra identificar el truco en las fichas marcadas con doble x, se le hace el siguiente cuestionamiento: "¿Cuántas veces habría que lanzar las fichas no trucadas al aire para que cayeran todas del lado de la cruz o del lado de los ceros?".

La tercera parte de la prueba se aplica a sujetos quienes aún no han notado que uno de los juegos está trucado, se le muestran los dos juegos antes de continuar con la prueba que consiste en el lanzamiento al aire, de una en una, la ficha de uno solo de los juegos, con el fin de que los sujetos logren determinar, cuando lo sepan, de qué juego provienen las fichas que está lanzando la experimentadora y por qué.

Además, se le pregunta a cada sujeto: "¿Cuánta fichas tendríamos que tirar para saber de cuál de los juegos provienen?"

Los niveles de respuesta para esta prueba contemplan tres estadios: En el estadio I, se ubica a los sujetos que, en ningún caso, cuantifican ni reaccionan intuitivamente o que en la segunda parte de la prueba no se sorprenden por el hecho de que solo salgan cruces o no se sorprende mayormente. Cuando se le obliga a anticipar lo que sucederá en el segundo lanzamiento, con frecuencia afirma que podrían volver a salir diez cruces, sin tomar en cuenta la dificultad real que existe de que se produzca este hecho. Este tipo de respuesta se reafirma en la tercera parte de la prueba, cuando después de saber que hay dos colecciones de fichas, considera que son las normales y se puede repetir el milagro de las diez cruces. El sujeto sabe que pueden salir o cruces o bolas, porque la experiencia se lo ha demostrado, pero no hay ninguna deducción a partir de las operaciones de combinación. Presenta, a veces, razonamientos subjetivos como cuando anticipa que la próxima vez saldrán más

bolas porque "hasta ahora han salido muchas cruces" (sentimiento de justicia). Algunos sujetos hacen alusión al poder personal del experimentador que "puede tirar las fichas así, para que salgan sólo las cruces".

Para el estadio II se debe tener un sentido global de las probabilidades, pero el sujeto carece aún de una cuantificación final al realizar las operaciones de combinación. Así por ejemplo, en la primera parte de la prueba, puede anticipar que en 100 o en 1000 lanzamientos habrá más bolas, si en los cuatro o cinco lanzamientos que se ha realizado antes de la suma hubo, efectivamente, más bolas. En la segunda parte hay rechazo en aceptar el resultado de la experiencia con las fichas "trucadas". Casi todos los sujetos dan vuelta a las fichas y descubren el truco. En la tercera parte se precipitan a adivinar de cuál de las dos colecciones provienen las fichas que se van lanzando al aire. Basta, así, que salga una ficha con cruz para que crean que la segunda ficha con cruz proviene de la colección de doble cruz. No deducirían, con las figuras normales, que la combinación más probable es la de 50%.

El estadio III exige del sujeto un buen cálculo de las probabilidades, por ejemplo, con respecto al número de veces que hay que tirar las fichas para que caigan todas del mismo lado. En la tercera parte de la prueba, el sujeto no acepta deducir de cuál colección provienen las fichas a menos de haber tirado unas 5 ó 6. Comprende que, cuanto mayor número de veces se lancen las fichas, es más probable que la cantidad de bolas y cruces sea la misma, puesto que cada una de esas figuras tienen cada vez un 50% de probabilidades de salir.

#### **3.3.1.4. Inclusión de clases complementarias**

Esa prueba requiere de tarjetas con ilustraciones de diferentes animales (caballos, gatos, aves, simios ente otros).

La prueba consiste en la separación, por parte de los sujetos, de material presentado en dicotomías sucesivas: aves y no aves; mamíferos y no mamíferos.

Posteriormente, con el material de aves, los sujetos deben clasificar en gallinas y no gallinas; y con el material de mamíferos, separar los felinos y no felinos.

Como segunda parte de esta prueba, con base en el material presentado, los sujetos deben contestar las siguientes interrogantes:

“¿Hay más animales que son gallinas o más que son aves? ¿Por qué?”

“¿Hay más animales que no son felinos o más que no son mamíferos? ¿Por qué?”

Se produce un momento de evocación de animales existentes y seguidamente se interroga con preguntas como: ¿Los animales son seres vivos? ¿Qué otros seres vivos hay, además de los animales? ¿Se pueden nombrar más seres vivos que no son gallinas o más seres vivos que no son aves? ¿Se pueden nombrar más seres vivos que no son felinos o más seres vivos que no son mamíferos?

Lo anterior con base en el material existente desde el inicio de la prueba.

Si alguno de los sujetos fracasa totalmente en las pruebas se le plantean preguntas de inclusión simple como en el caso de la prueba 2, de este conjunto de instrumentos.

Los estadios se establecen bajo el siguiente criterio:

a. Si no resuelve las preguntas de inclusión simple (tercera parte de la prueba) ni las de inclusión de clases complementarias, se cataloga como en el I.

b. Si resuelve bien las preguntas de inclusión simple, ya que algunos sujetos resuelven adecuadamente los ejercicios de inclusión de clases complementarias, pero frente al material concreto, en el II.

c. Finalmente, si se da éxito total (respuestas correctas, tanto en las preguntas realizadas frente a un material concreto como en aquellas en que se interroga en general, con referencia más abstracta) en el estadio III.

### **3.3.1.5. Cuantificación de probabilidades**

Los materiales utilizados son veinte fichas plásticas, de 1,5 centímetros de diámetro, de las cuales diez se han marcado con cruz en una de sus caras fue el material empleado para la aplicación de esta prueba.

La primera parte de la prueba consiste en presentar al sujeto dos conjuntos de los cuales se combinan las fichas en blanco con las fichas marcadas en cruz en distintas proporciones. Se le pide que examine atentamente la cantidad de cruces que hay en uno o en otro conjunto, y luego de volcar todas las fichas del lado sin cruz se le presentan diferentes situaciones.

En todas las situaciones se le hace el mismo cuestionamiento: "¿En cuál de estos dos grupitos de fichas hay más posibilidad (chance) de sacar, en un primer lanzamiento, una cruz? Suponiendo que introducimos cada grupo en un saquito y lo revolvemos bien, ¿de cuál de los saquitos tomaríamos una ficha si estuviéramos jugando a que gana quien saca una cruz en el primer lanzamiento?"

En la primer situación se da igual proporción de cruces en los dos conjuntos de fichas presentadas (se presenta con cero la ficha en blanco y x la ficha con cruz.

<u>1º colección</u>	<u>2º colección</u>
(3/7)XXX0000000	(2/8) XX00000000

En la situación segunda igualdad de casos favorables y desigualdad de casos posibles.

<u>1º colección</u>	<u>2º colección</u>
(5/5) XXXXX00000	(3/7) XXX0000000

La situación tercera contempla desigualdad de casos favorables y de casos posibles

<u>1º colección</u>	<u>2º colección</u>
(6/1) XXXXXX0	(2/6) XX000000

La cuarta situación expone desigualdad de casos posibles y de casos favorables.

<u>1º colección</u>	<u>2º colección</u>
(4/3)XXXX000	(3/4)XXX0000

Los rangos establecidos para los diferentes niveles se proponen como estadio I en caso de ausencia de comparaciones entre las dos colecciones en cuanto a las relaciones cuantitativas que están en

juego. A veces hay una comparación intuitiva cuando las desproporciones entre las cruces en una y otra colección son muy llamativas.

El estadio II comprueba si los sujetos logran comparar las colecciones pero tomando en cuenta una sola de las variables, casos favorables o casos desfavorables. Esto le permite responder correctamente a la segunda parte de la prueba en la que hay igualdad de casos favorables en las dos colecciones de fichas. Pero, todavía hay error en los ejercicios de proporcionalidad y en los que hay igualdad entre casos favorables y posibles, aunque los sujetos más avanzados de este nivel responden adecuadamente a los ejercicios de la tercera parte, pero siguen fallando en proporcionalidad.

Y en el estadio III, si el sujeto relaciona siempre los casos favorables con los casos posibles, asegura la comprensión de las posibilidades de los ejercicios en que hay desigualdad entre posibles y favorables. Los problemas son resueltos por cálculo de fracciones, o a veces, por el análisis sucesivo de diversas estructuraciones perceptivas.

### **3.3.2. Instrumento No. 2: Prueba pedagógica**

Como prueba pedagógica se entiende, para efectos de esta investigación, a los 10 problemas sencillos de razonamiento lógico, con base en el nivel de razonamiento que debe poseer el estudiante que cursa octavo año, según el ***Programa de estudios del MEP***.

Los estudiantes resuelven dichos ejercicios haciendo los cálculos y empleando la estrategia que consideran pertinente para

cada caso. El sujeto puede seleccionar una de cuatro respuestas que se ofrecen mediante preguntas de selección única que se le presentan en la mayoría de los problemas, con excepción del problema número 7. En dicho problema cada sujeto explica sus respuestas en forma escrita.

### **3.3.2.1. Descripción de la prueba pedagógica**

#### **PROBLEMA NÚMERO 1:**

En el caso del problema número 1, los aciertos se refieren a lograr determinar que siete es el mínimo número de goles que debe tener a favor un equipo de fútbol, el cual ha jugado cinco partidos y todos los ha ganado y que tiene dos goles en contra. El otro razonamiento que se debe realizar es establecer que tres es el máximo número de personas que pueden recibir cinco naranjas si se deben repartir 20 de dichas frutas entre seis personas, tal que, a cada persona le corresponda por lo menos una naranja.

#### **PROBLEMA NÚMERO 2:**

En este problema se pretende combinar correctamente las cifras "1", "2" y "3" para saber cuántos números menores que 320 es posible formar, tal que cada número tenga tres dígitos distintos.

#### **PROBLEMA NÚMERO 3:**

Mediante la suma y la resta, se debe determinar los días que tarda un gusano para alcanzar la cúspide de un poste de cinco metros de altura si sube dos metros al día y desciende uno

#### PROBLEMA NÚMERO 4:

Se pretende que el sujeto logre establecer el número máximo de personas que puede recibir cinco naranjas si se deben repartir 20 de ellas entre seis personas, de modo que, a cada persona le corresponda por lo menos una naranja.

#### PROBLEMA NÚMERO 5:

Como problema número 5, el sujeto debe realizar un cálculo de proporciones al tener que determinar cuántos niños, de 600 que hay en un pueblo, son "Boy scouts", si existe uno de estos por cada 15 niños.

#### PROBLEMA NÚMERO 6:

Por su parte, el sexto problema, cuya resolución se logra mediante la multiplicación, se trata de establecer la cantidad de abrazos que se produjeron si seis mujeres se dieron, una a otra, un abrazo.

#### PROBLEMA NÚMERO 7:

En este caso, se le plantea una proposición ante la cual debe razonar y hacer inferencias para responder cuántas naranjas tiene la persona que subió (sin llevar naranjas) al árbol que no tiene naranjas.



#### PROBLEMA NÚMERO 8:

Nuevamente, el problema número 8 requiere el razonamiento mediante la división y la resta para saber cuántos aguacates le quedarán a alguien que tiene 90 de esas frutas y vende, primero, la tercera parte de ellas y luego vende la tercera parte del resto.

#### PROBLEMA NÚMERO 9:

En una novena cuestión, se prueba el razonamiento para establecer la proporción de personas que habitan en un pueblo, si en total existen 50 hombres y hay una mujer por cada dos hombres y, a su vez, tres niños por cada hombre.

#### PROBLEMA NÚMERO 10:

Como último caso, se le ofrece al sujeto un problema cuya respuesta requiere una suma, puesto que debe averiguar cuántas campanadas se escuchan desde las 11 a.m. hasta las 3 p.m., si el reloj da las medias horas con una campanada y las horas con tantas campanadas como marca la aguja de las horas.

#### **3.3.2.2. Rangos de la prueba pedagógica**

Se considera como excelente un total de respuestas correctas entre 70% y 100%, de los diez planteamientos; alto o bueno el resultado de respuestas correctas en la prueba pedagógica el acierto estipulado de 50% a 70% de respuestas correctas; como regular o intermedio el rango se establece con respuestas de 20% a 30% de aciertos en el total de respuestas y, por último, un rango denominado

bajo a los que obtuviesen 20% o menos de respuestas correctas, del total de los problemas.

Así, la propuesta de cada rango queda establecida de la siguiente manera:

Excelente	70% a 100%
Alto	50% a 70%
Intermedio	20% a 30%
Bajo	10% a 20%

### **3.3.3. Instrumento 3: Entrevista**

#### **3.3.3.1. Las entrevistas clínicas piagetianas**

El instrumento en cuestión deriva del método clínico de Piaget, su empleo en esta investigación obedece a que, según propone Murani, Alberto (1999):

“La originalidad del estudio del pensamiento infantil que realiza Piaget se basa en efecto en el principio metodológico según el cual la flexibilidad y la precisión de la entrevista en profundidad, que caracterizan el método clínico, deben modularse mediante la búsqueda sistemática de los procesos lógico-matemáticos que subyacen a los razonamientos expresados (...)” (p. 2).

Este método será el que se aplica, en primera instancia en las pruebas piagetianas y en segundo lugar, en la entrevista no estructurada.

De modo que, siendo la conversación una forma tan productiva para el intercambio de ideas, la entrevista puede considerarse como una continuación del diálogo, el cual permite el razonamiento. Vale recordar lo señalado por Ving- Bang en cuanto método clínico:

“Clínico, por tanto, el método lo era en la medida en que se negaba constreñir a la presentación de los problemas estandarizados, de asuntos de vocabulario fijados de una vez por todas, y prefería, por el contrario, a partir de ideas precisas rectoras, adaptar las expresiones y, en caso necesario, las situaciones mismas a las respuestas, a las actitudes y hasta al vocabulario del sujeto.”(p.5)

De lo anterior se desprende que en una entrevista, cuyo método de aplicación es clínico, es una forma de diálogo entre el investigador y el sujeto de la investigación, y constituye una interacción verbal y no verbal. Además, dicha conversación, tiene un objetivo definido previamente planificado.

Por lo tanto, y también a partir de la acotación tomada de Ving-Bang, la entrevista es una manera para obtener información, que permite la adaptación al contexto cultural del entrevistado y dichos datos se obtienen en los propios términos del interesado, en su lenguaje natural.

Según los criterios citados, la entrevista utilizada en el presente estudio, es de tipo semi-estructurada ya que se utiliza preguntas abiertas y de tipo clínica piagetiana de acuerdo con los objetivos de la investigación, por lo cual se debe construir un conjunto de categorías para apreciar la variedad de respuestas de los entrevistados. Después

de obtenidos los datos, requieren ser sometidos a un análisis de triangulación y levantamiento de subcategorías.

La entrevista, como instrumento, será confeccionada por las investigadoras, quienes tomarán en cuenta aspectos propios de su desempeño académico, entre otros. Además, deberá mediar una validación por parte de un grupo expertos.

### **3.3.3.2. Entrevista no estructurada**

La entrevista, cuya denominación es la de no estructurada y sustentada en el método clínico de Piaget y que se aplica a los estudiantes, versa acerca de los siguientes puntos de referencia:

- a. Asignatura que más se le dificulta en secundaria.
- b. Percepción de su rendimiento en Matemática en comparación con otras asignaturas.
- c. Explicación de cuál es la forma que más se le facilita para estudiar y aprender, especialmente Matemática.
- d. Metodología empleada por los docentes de la asignatura de Matemática y que le ha favorecido para obtener mejores resultados en el rendimiento en esa materia.
- e. ¿Cuáles temas que ha estudiado en la asignatura de Matemática se le han facilitado y cuáles dificultado más y por qué considera que ha sido así?

### **3.3.4. Rendimiento académico**

Para efectos de este estudio se entiende como rendimiento académico las calificaciones obtenidas por los sujetos de la investigación durante los tres periodos que comprende el curso

lectivo. Así mismo, se toma en cuenta el promedio anual y la condición de los estudiantes como aprobados o aplazados, según sea el caso.

Se instituyen tres categorías para denominar lo que se refiere a este dato de los sujetos:

a. Como bueno se propone el grupo de estudiantes cuya calificación en Matemática oscila entre 80 a 100.

b. Regular es el rango de los sujetos que se ubican con calificaciones desde 65 a 79.

c. Los estudiantes que tienen rendimiento académico en Matemática como deficiente, son los que no logran la calificación mínima de aprobación, según el *Reglamento de evaluación de los aprendizajes*, es decir, notas inferiores a 65.

Las calificaciones obtenidas por los estudiantes son indicadores de su desempeño escolar en la asignatura de Matemáticas, por lo que su valoración, conjuntamente con otros instrumentos propuestos, es de importancia para esta investigación.

### **3.3.5. Estrategias para el análisis de los resultados.**

Los instrumentos que se proponen en este estudio de casos para ser aplicados a los sujetos son tres: pruebas piagetianas, prueba pedagógica y entrevista clínica. El rendimiento académico es un dato que aportan exclusivamente los profesores de Matemática a la Dirección de la institución educativa y que este ente administrativo facilita a las investigadoras.

Las pruebas piagetianas son cinco y los resultados obtenidos por los sujetos se sintetizan indicando la ubicación de cada estudiante en el estadio correspondiente, según lo que valora cada prueba.

Se establece el análisis de los resultados obtenidos en el estadio de cada alumno en cada prueba piagetiana y los resultados de la prueba pedagógica.

La prueba pedagógica contiene diez planteamientos, con los cuales se valorara la capacidad de razonamiento de cada sujeto del estudio, ya que las matemáticas involucran el razonamiento y con este instrumento se quiere verificar si el sujeto posee tal capacidad.

Los datos que se aportan en la entrevista se apegan a elementos que se refieren al proceso de enseñanza-aprendizaje en Matemática.

La estrategia de análisis de los resultados se basa en comparar un grupo de estudiantes y sus resultados obtenidos en las pruebas piagetianas, y ese mismo grupo de estudiantes y los resultados de una prueba de razonamiento, así como el rendimiento académico de estos alumnos en la asignatura de Matemática en el curso lectivo 2007.

### **3.4. Limitaciones y recomendaciones**

Dentro de las limitaciones que se encuentran durante el desarrollo de la investigación están:

a. Es necesario el adiestramiento, por parte de las investigadoras, para la aplicación de pruebas piagetianas con el fin de lograr confiabilidad en la aplicación de las mismas.

b. Se requiere la validación de la prueba pedagógica que se mejora y así no se evalúan contenidos pertinentes al nivel escolar, sino que se plasme, mediante los resultados, la capacidad de razonamiento de los jóvenes sujetos de la investigación.

c. Se aplican instrumentos a un sujeto que al final del curso lectivo no se presenta al Liceo de Miramar, por lo que se debe iniciar con el proceso de aplicación de instrumentos a un sujeto diferente.

d. Los sujetos del estudio de casos se escogen al azar de acuerdo con las diferentes zonas geográficas desde donde asisten al Liceo de Miramar, por lo que los resultados no se pueden generalizar.

e. Los sujetos del estudio corresponden únicamente a estudiantes del Liceo de Miramar.

## **IV CAPÍTULO:**

# **ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN**



#### 4.1. Resultado de pruebas piagetianas, pedagógicas, entrevista no estructurada y rendimiento académico

A continuación se presenta los resultados obtenidos en las pruebas piagetianas, pedagógicas, entrevista no estructurada y rendimiento académico. Además se presenta, al análisis individual de los resultados obtenidos por cada sujeto en cada uno de los instrumentos aplicados.

##### 4.1.1. Resultados de pruebas piagetianas

CUADRO No. 2  
**RESULTADOS DE LOS NIVELES ALCANZADOS  
 POR LOS SUJETOS DE OCTAVO AÑO DEL LICEO DE MIRAMAR  
 SEGÚN EL TIPO DE PRUEBAS OPERATORIA PIAGETIANA**

<b>Prueba</b> <b>Sujeto</b>	<b>1</b> <i>Combinaciones</i>	<b>2</b> <i>Cuantificación e inclusión de clases</i>	<b>3</b> <i>Cálculo de probabilidades</i>	<b>4</b> <i>Inclusión de casos complementarias</i>	<b>5</b> <i>Cuantificación de probabilidades</i>
<b>Daniel</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>I</b>	<b>I</b>	<b>I</b>
<b>Yenny</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>II</b>	<b>II</b>	<b>III</b>
<b>Eduardo</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>I</b>	<b>I</b>	<b>III</b>
<b>Yennia</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>II</b>	<b>III</b>
<b>Dianna</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>
<b>Ángela</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>
<b>Fernanda</b>	<b>I</b>	<b>III</b>	<b>I</b>	<b>III</b>	<b>III</b>
<b>Flor</b>	<b>I</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>II</b>	<b>III</b>
<b>Kenny</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>II</b>	<b>III</b>

*Fuente: Estudiantes de octavo año del Liceo de Miramar en diciembre de 2007*

Las pruebas piagetianas implican dos competencias del pensamiento cuales son el lenguaje y el razonamiento lógico matemático. Se procederá, entonces, a describir, primeramente, los resultados hallados en las respuestas de las pruebas denominadas

“cuantificación de la inclusión de clases” e “inclusión de clases complementarias” (la primera del nivel operatorio concreto y la segunda del nivel operatorio abstracto formal). Por otra parte, se muestran los resultados encontrados en las respuestas de las pruebas denominadas “combinaciones”, “cálculo de probabilidades” y “cuantificación de probabilidades – Fichas marcadas” (del nivel operatorio abstracto formal).

#### **4.1.1.1. Cuantificación de la inclusión de clases**

Se advierte en la prueba **cuantificación de inclusión de clases** que los nueve estudiantes (o 100%), se ubican en el estadio III, ya que todos lograron incluir las subclases: manzanas y bananos en la clase mayor “frutas”, haciendo una operación aditiva y otra multiplicativa (el joven tiene que ser capaz de entender que los bananos, por ejemplo son a la vez bananos y frutas. Esto se llama multiplicación lógica. Afirman que hay más frutas que manzanas o bananos porque siempre comparan las partes en relación con el todo.

#### **4.1.1.2. Inclusión de clases complementarias**

A partir de los resultados obtenidos en la **inclusión de clases complementarias**, se establece que en el nivel III se logró ubicar tres de los nueve estudiantes, en otros términos, el 33,33%. Esto indica que únicamente tres sujetos tienen éxito, tanto en las preguntas realizadas frente a un material concreto como en aquellas en que se interroga en general, con referencia más abstracta.

Mientras que en el nivel II se tiene un porcentaje de 44,44% para 4 estudiantes. Las preguntas de inclusión dan lugar a dudas y a veces a respuestas correctas. Comprenden el problema de

sustracción. Resuelven bien las preguntas de inclusión simple. Algunos sujetos resuelven adecuadamente los ejercicios de inclusión de clases complementarias, pero frente al material concreto. Estas conductas corresponden a un nivel intermedio.

Y en el nivel I, se sitúan dos sujetos para un 22,22%. Aquí se aprecia a jóvenes quienes comparan las subclases: manzanas y bananos, sin incluirlas en una clase mayor: frutas. En las preguntas de inclusión "¿Hay más bananos o más frutas?" el sujeto responde: "más bananos". Puede comprender el problema de sustracción: "Si regalo todos los manzanas, ¿qué queda?" Estas conductas corresponden a un nivel pre-operatorio.

#### **4.1.1.3. Combinaciones**

Se nota que, en la **prueba de combinaciones**, de los nueve sujetos, se ubican cinco en el **estadio III**, que equivale al 55,55%. En general, estos sujetos realizan combinaciones metódicas y completas. Descubren un sistema tal, que ninguna asociación deja de ser tomada en cuenta.

Mientras que en el **estadio II** se ubican dos de ellos, lo cual corresponde al 22,22%. En estos casos hay búsqueda de un sistema para realizar las combinaciones. El sujeto parte de la idea aditiva de yuxtaposición y la simetría, carece de la capacidad de sintetizarlas en un método de intersecciones dirigidas, tal que cada término se asocie sucesivamente a todos los demás. Aún no descubre la ley del cuadrado.

Y, en el **estadio I** se ubican, nuevamente, dos estudiantes, es decir 22,22%, lo cual implica que descubren empíricamente las

combinaciones, sin emplear ningún sistema, por simple ensayo y error. No llegan a encontrar todas las combinaciones posibles y con mayor frecuencia se detuvieron antes de lograr todas las combinaciones. Se procede por construcción sucesiva de parejas, pero sin seguir ningún plan.

#### **4.1.1.4. Cálculo de probabilidades**

En el **cálculo de probabilidades**, fueron cinco los sujetos que obtuvieron el estadio III, lo que indica un 55,55. Dichos individuos, de manera general, presentan un buen cálculo de las probabilidades, por ejemplo, con respecto al número de veces que hay que tirar las fichas para que caigan todas del mismo lado. En la tercera parte de la prueba, los sujetos no deducen de cuál colección provienen las fichas a menos de haber tirado unas cinco ó seis. Comprenden que, cuanto mayor número de veces se lancen las fichas, es más probable que la cantidad de bolas y cruces sea la misma, puesto que cada una de esas figuras tiene cada vez un 50% de probabilidades de salir.

Por otra parte, en el **estadio II**, únicamente un estudiante o el 11,11% lo obtienen. Éste muestra un sentido global de las probabilidades, pero el sujeto carece aún de una cuantificación final al realizar las operaciones de combinación. Así por ejemplo, en la primera parte de la prueba, puede anticipar que en 100 o en 1000 lanzamientos habrá más bolas, si en los cuatro o cinco lanzamientos que se ha realizado antes de la suma hubo efectivamente más bolas. En la segunda parte hay rechazo en aceptar el resultado de la experiencia con las fichas "trucadas". El sujeto da vuelta a las fichas y descubre el truco. En la tercera parte se precipita a adivinar de cuál de las dos colecciones provienen las fichas que se van lanzando al aire. Basta, así, que salga una ficha con cruz para que crea que la

segunda ficha con cruz proviene de la colección de doble cruz. No deduce, con las figuras normales, que la combinación más probable es la de 50% .

En el **I estadio**, dos estudiantes, para un 22,22% son los que manifestaron la ausencia de cuantificación y reaccionaron intuitivamente. En la segunda parte de la prueba, los sujetos no se sorprenden por el hecho de que solo salieran cruces o no se sorprenden mayormente. Cuando se les obliga a anticipar lo que sucede en el segundo lanzamiento, afirmaron que podría repetirse el hecho de salir diez cruces, sin tomar en cuenta la dificultad real que existe de que se produzca este hecho. Este tipo de respuesta se reafirma en la tercera parte de la prueba, cuando después de saber que hay dos colecciones de fichas, considera que son las normales y se puede repetir el milagro de las diez cruces. El sujeto sabe que pueden salir cruces o bolas, porque la experiencia se lo ha demostrado, pero no hay ninguna deducción a partir de las operaciones de combinación. Presenta, a veces, razonamientos subjetivos como cuando anticipa que la próxima vez saldrían más bolas porque "hasta ahora han salido muchas cruces" (sentimiento de justicia). Algunos sujetos hicieron alusión al poder personal del experimentador que "puede tirar las fichas así, para que salgan sólo las cruces".

#### **4.1.1.5. Cuantificación de probabilidades**

En la prueba número 4, **cuantificación de probabilidades**, 8 de los nueve sujetos (88,88%) demuestran ubicarse en el **estadio III** ya que relacionan siempre los casos favorables con los casos posibles, lo que asegura la comprensión de las posibilidades de los ejercicios en que hay desigualdad entre posibles y favorables. Los

problemas son resueltos por cálculo de fracciones, o a veces, por el análisis sucesivo de diversas estructuraciones perceptivas.

Por su parte, el **estadio II** no fue manifiesto por ninguno de los sujetos. Lo cual deja ver que solo uno de los investigados (11,11%) reveló conductas como la ausencia de comparaciones entre las dos colecciones en cuanto a las relaciones cuantitativas que están en juego.

#### 4.1.2. Resultados de la prueba pedagógica

La prueba pedagógica consta de diez problemas cuyos resultados se presentan a continuación:

CUADRO No. 3  
**RESULTADOS POR SUJETOS Y PROBLEMA  
EN LA PRUEBA PEDAGÓGICA DE RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO**

Nombre Problema	Daniel	Yenny	Eduardo	Jenny	Diana	Ángela	Fernand a	Flor	Kenny	Total de aciertos
1	+	-	-	+	-	-	+	+	-	4
2	-	-	+	-	+	-	-	-	+	2
3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
4	+	-	-	-	+	+	-	+	+	5
5	-	+	-	-	+	-	-	-	+	3
6	-	-	-	-	+	-	-	-	+	2
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0
9	-	+	-	-	+	-	-	+	+	4
10	-	+	+	+	+	-	-	-	-	5
% de aciertos	20	30	20	20	60	10	10	30	50	25

*FUENTE: Estudiantes de octavo año del Liceo de Miramar en diciembre de 2007*

+	=	<b>Acierto</b>
-	=	<b>Desacierto</b>

La prueba pedagógica contempla diez problemas sencillos, para cuya solución los estudiantes emplean las estrategias que consideren pertinentes en cada caso. Así, el sujeto puede seleccionar una de cuatro respuestas que se ofrecen mediante preguntas de selección única que se le presentan en la mayoría de los casos, excepto en el problema número 7, en el cual se le solicita al estudiante que explique sus respuesta. De tal forma, una vez aplicada la prueba y organizados los datos, se desprende la siguiente información:

En los ejercicios identificados con los números 3, 7 y 8, los estudiantes no tuvieron ningún acierto; hubo cero respuestas correctas. En los problemas 2 y 6 hubo solo dos estudiantes que dieron respuestas correctas. Tres estudiantes dieron respuestas correctas en el problema 5 y cuatro contestaron correctamente ante los problemas 1 y 9.

Se puede decir que, en general, los resultados de estos estudiantes en la Prueba Pedagógica son bastante pobres, ya que en 3 de los problemas (casi un tercio de la prueba) hubo un fracaso de todos los sujetos. En un estudio posterior, valdría la pena analizar con mayor profundidad la razón de este fracaso, si es la complejidad misma del problema la que lo causa, o si es una dificultad para comprender el lenguaje mismo de cada uno. Por otra parte, en ninguno de los problemas se obtiene más allá de un 40 % de éxito, lo que indicaría que no hay dominio de los mismos.

Establecidos los anteriores datos dentro de los criterios de los rangos predefinidos en la metodología, se tiene que dentro del rango que contempla entre 50% y 60% de respuestas correctas y considerado, para fines de este análisis, "alto", se ubicó a dos

estudiantes únicamente, los llamados Kenny y Diana, respectivamente. En el rango llamado intermedio (20% y 30%) de aciertos, se ubicó a cinco sujetos (Danny, Yenny, Eduardo, Yennia y Flor). Y, como último grupo, el que incluye a quienes obtuvieron el 10% de aciertos, lo componen dos jóvenes (Ángela y Fernanda).

**CUADRO No. 3**  
**RESULTADOS DE LOS NIVELES ALCANZADOS**  
**POR SUJETOS SEGÚN EL TIPO DE PRUEBAS OPERATORIA PIAGETIANA**  
**Y PORCENTAJE DE LOGRO EN LA PRUEBA PEDAGÓGICA**

<b>Prueba</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>% de aciertos en pruebas de razonamiento</b>
<b>Sujeto</b>	<i>Combinaciones</i>	<i>Cuantificación e inclusión de clases</i>	<i>Cálculo de probabilidades</i>	<i>Inclusión de casos complementarios</i>	<i>Cuantificación de probabilidades</i>	
<b>Daniel</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>I</b>	<b>I</b>	<b>I</b>	<b>20</b>
<b>Yenny</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>II</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>30</b>
<b>Eduardo</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>I</b>	<b>I</b>	<b>III</b>	<b>20</b>
<b>Yennya</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>20</b>
<b>Dianna</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>60</b>
<b>Ángela</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>10</b>
<b>Fernanda</b>	<b>I</b>	<b>III</b>	<b>I</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>10</b>
<b>Flor</b>	<b>I</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>30</b>
<b>Kenny</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>III</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>50</b>

*FUENTE: Estudiantes de octavo año del Liceo de Miramar en diciembre de 2007*

En el cuadro anterior se muestran los logros obtenidos de manera conjunta, tanto en las pruebas piagetianas como en las pruebas pedagógicas. Dicha información se emplea en el análisis de los resultados que se ofrece posteriormente. Se observa que, en general, los estudiantes con menor desarrollo en las pruebas de Piaget, son también los que obtienen menores puntajes en la prueba pedagógica (Daniel, Eduardo y Fernanda). Por el contrario, los que obtienen puntajes mejores en la prueba pedagógica también se sitúan en los niveles II y III en las pruebas de Piaget (Diana y Kenny). Un caso especial es el de Ángela con buenos resultados en las pruebas de Piaget, pero muy bajo en la pedagógica. Habría que



hacer un estudio posterior de esta alumna para profundizar en su conocimiento e intentar definir las causas de su aparente fracaso en la prueba pedagógica.

#### 4.1.3. Rendimiento académico en Matemática

**CUADRO No. 4  
RESULTADOS TRIMESTRAL Y ANUAL  
DEL RENDIMIENTO ACADÉMICO POR SUJETOS EN MATEMÁTICA  
DURANTE EL AÑO 2007**

<b>Sujeto</b>	<b>I PERIODO</b>	<b>II PERIODO</b>	<b>III PERIODO</b>	<b>PROMEDIO ANUAL</b>	<b>CONDICIÓN</b>
Daniel	77,00	65,00	85,00	75,66	Aprobado
Yenny	80,00	60,00	80,00	73,33	Aprobada
Eduardo	70,00	65,47	65,16	66,87	Aprobado
Yennya	65,00	51,58	52,00	56,19	Aplazada
Diana	80,00	85,00	75,00	80,00	Aprobada
Ángela	83,00	70,00	82,00	78,33	Aprobada
Fernanda	75,00	79,00	79,00	77,66	Aprobada
Flor	60,00	65,00	70,00	65,00	Aprobada
Kenny	100	85,00	100	95,00	Aprobado

*FUENTE: Estudiantes de octavo año del Liceo de Miramar en diciembre de 2007*

De todos los sujetos del estudio de casos, los únicos que obtienen resultados inferiores a 65, en alguno de los tres periodos o en el promedio anual, son Flor, Yenny y Yennia, quien es la única estudiante aplazada por no haber superado el parámetro de "deficiencia" en el segundo y el tercer periodo.

Estudiantes que se ubican en el parámetro considerado "bueno" son los sujetos Yenny, Danny, Diana, Ángela y Kenny, quien en todos los periodos, incluyendo en el promedio anual, obtuvieron, notas superiores a 85.

Los demás sujetos del estudio, obtuvieron notas comprendidas en la categoría denominada como "regular".

## **4.2. Análisis individual**

El propósito del siguiente apartado es presentar los resultados obtenidos, en cada uno de los instrumentos aplicados a cada sujeto y el análisis pertinente en cada caso.

### **4.2.1. Daniel**

En las pruebas piagetianas, Daniel se sitúa en el estadio III en la prueba de **cuantificación de inclusión de clases**, maneja correctamente la resta de clases, pues no se equivoca en las respuestas, según las situaciones planteadas en el protocolo. Él determina que, al final quedan más frutas que bananos. Y que el recipiente en el cual hay más frutas es (ciertamente) el 2, porque hay más bananos en ese que el de manzanas.

Sin embargo, Daniel no superó el I estadio en la prueba de **inclusión de clases complementarias**. Por lo tanto, no pasó de resolver las preguntas de inclusión simple con material concreto.

Ahora bien, lo anterior con respecto a dos pruebas operatorias que involucran el manejo del lenguaje. Pero, en general, se aprecia que únicamente en una de ellas supera el I estadio.

Este sujeto logra incluir una subclase (bananos o manzanas), dentro de una clase mayor (frutas).

En la prueba de **combinaciones** este sujeto se ubica en el estadio I, ya que logra formar 24 combinaciones de números diferentes, solo por ensayo y error, no por un plan mental que sistematice el orden de la formación de los números. No logra descubrir la ley del cuadrado.

En el **cálculo de probabilidades** el sujeto reacciona intuitivamente, no se sorprende que salgan sólo cruces. No logra anticipar lo que sucedería ante un segundo lanzamiento ni toma en cuenta la dificultad real de la repetición, en otro lanzamiento, del hecho de que sólo salgan cruces.

La prueba de **cuantificación de probabilidades** arroja información que ubica chico alcanza el estadio I, ya que se da ausencia de comparación entre las dos colecciones en juego.

En el caso de Daniel, éste obtuvo un total de dos respuestas correctas. Dichos aciertos se refieren a los problemas número 1, en el cual resuelve la suma y distribuye los posibles marcadores y el 4, donde encuentra el *cociente* con una operación de una cifra, por lo tanto realiza el cálculo matemático correctamente.

No obstante, Daniel no logra realizar la *distribución* y la *permutación del orden* incluida en el problema número 2.

El sujeto en cuestión tampoco logró ejecutar la *suma* y la *resta* que implican el problema número 3.

Sin embargo, Daniel sí ejecuta correctamente, en el planteamiento número 5, la *división* para responder que 40 de 600

son los niños "Boy Scouts" de un pueblo donde 1 de cada 15 pertenece a ese grupo.

La interrogante número 6, es negativamente contestada, por lo que se determina que Daniel no logró hacer la multiplicación que se requería para resolver el problema planteado en ese caso.

Puesto que el sujeto no realizó la inferencia requerida, en el problema 7, para establecer que era posible que la persona bajara con una naranja, se considera como no esperada la respuesta. Él joven afirma que la persona se subió al árbol con naranjas y que ahora tiene *"la misma cantidad de naranjas cuando llegó al suelo"*.

El primer sujeto tampoco acierta el cálculo de las fracciones propuesto para la tercera parte en cada uno de los casos presentados en el problema No. 8.

El problema 9, que involucra realizar una división sencilla, es resuelto en forma errónea.

Así mismo, el décimo problema es resuelto equivocadamente al no realizar la suma de las campanadas correspondientes que indican las horas y medias horas.

En la entrevista Daniel manifiesta su agrado por asignaturas relacionadas con el aprendizaje de idiomas, especialmente Francés e Inglés. También expresa que las asignaturas en las que su rendimiento es mejor, son las que se les denomina asignaturas básicas y particularmente al estudiar teoría mediante estrategias de tipo memorístico, en su casa, y grupal en la clase, ya que considera que en grupo se ayudan mutuamente.

La asignatura que más le cuesta es Matemática, pero basa el aprendizaje en la lectura repetitiva de los contenidos y considera que los contenidos estudiados en el colegio le sirven como base para comprender un trabajo; solo en Estudios Sociales el contenido del clima tiene relación con la vida cotidiana.

Daniel aspira a estudiar Ingeniería eléctrica y percibe que su rendimiento escolar es bueno.

En el primer periodo este sujeto tuvo como resultado un 77%; un 65% fue la calificación obtenida en el segundo periodo y un 85% en el tercer periodo, para un promedio anual de 76.30%. Para obtener la condición de aprobado en el 2007.

El nivel en el que se encuentra Daniel en las operaciones concretas es "relativamente bajo", ya que se espera que en el nivel de octavo año, con la edad de 14 años que tiene el sujeto y en teoría, haya superado la etapa de las operaciones concretas, según Piaget. Al tiempo que, en la prueba pedagógica, solo tiene dos aciertos, como indicador de que su rendimiento académico en Matemática no es el óptimo y, aunque supera la nota de 80 en el III periodo, no es regular.

Lo anterior evidencia que Daniel no tiene construidas las estructuras mentales que le permitan manifestar, en las pruebas piagetanas, el pensamiento formal. Este sujeto apenas logra cuantificar e incluir clases simples (una dentro de otra). Esto se reafirma, además, en los resultados de la prueba pedagógica, en la que obtuvo, únicamente, dos aciertos. Por otra parte, según lo manifestado por Daniel, las asignaturas que más se le dificultan son

las académicas, ya que su forma de estudiar es memorizar los contenidos. A esto se le debe sumar que, generalmente, esas asignaturas tienen más contenidos. Además, el joven manifiesta que prefiere realizar los trabajos grupales porque así se ayudan entre los compañeros (colaboración recíproca). Esta afirmación hace presumir que el sujeto manifiesta poca capacidad de análisis y comprensión de los contenidos que se estudian y propios de las operaciones formales. Al observar el rendimiento académico, se tiene que Daniel, logra aprobar el curso, pero solamente en el tercer periodo obtuvo una nota considerada como buena en este estudio de casos.

#### **4.2.2. Yenny**

Como segundo sujeto tenemos a la joven denominada como Yenny, quien logra el estadio III en la prueba de **cuantificación de inclusión de clases**, maneja correctamente la resta de clases, pues tampoco se equivoca en las respuestas, según las situaciones planteadas en el protocolo. Ella determina que, al final quedan más frutas que bananos. Contesta acertadamente que hay más frutas en el recipiente que es en el que están los bananos, porque hay más bananos que manzanas.

Por otra parte, Yenny supera únicamente el II estadio en la prueba de **inclusión de clases complementarias**. Por lo tanto, resuelve las preguntas de inclusión simple y las cuestiones de inclusión de clases complementarias frente al material concreto.

Al analizar las pruebas que incluyen el razonamiento lógico matemático, se aprecia que en la de **combinaciones** alcanza el II estadio; es decir, el sujeto pretende encontrar un sistema de combinaciones, pero no descubre la ley del cuadrado. Sin embargo,

en el **cálculo de probabilidades** y la **cuantificación de probabilidades**, la joven alcanza el II y III estadio, respectivamente.

En la prueba pedagógica, Yenny alcanza el 30% de las respuestas correctas. Dichas se refieren a los problemas 5, 9 y 10. En los cuales pudo realizar el cálculo de proporciones mediante una división (en los casos de los problemas 5 y 9), así como ejecuta correctamente la suma (problema 10).

Los procedimientos que no logra realizar fueron la inferencia para ejecutar la suma y la distribución de los posibles marcadores de la pregunta 1. Tampoco permuta el orden correcto para saber cuántos números menores de 320 es posible formar con las cifras "1", "2" y "3", de modo que cada número tenga tres números distintos, en el caso del problema 2. De igual forma, falla en el ejercicio 3, en el cual debe practicar la suma y la resta. El otro desacuerdo se presenta en la respuesta de la pregunta 4, puesto que no obtiene el cociente correcto mediante la división. La respuesta 6 en la que debe efectuarse el repartimiento mediante la multiplicación, por lo tanto se encuentra errada. El planteamiento de la cuestión número 7, la joven razona lo siguiente ante la pregunta "¿cuántas naranjas tiene ahora?": "Las encontré en el suelo". Ante la solicitud de la explicación solicitada, ella argumenta que "porque se habían caído del árbol las naranjas", sin embargo, no es el razonamiento esperado, lo cual no excluye un proceso de razonamiento probable. Tampoco, en el problema 8, logra fraccionar las cantidades mediante una división.

En el desarrollo de la entrevista Yenny expresa que la asignaturas que se le dificultan más son Ciencias y Estudios Sociales,

esto porque los contenidos son muy extensos: gran cantidad de materia.

Para estudiar ella prefiere un proceso de autorreflexión, donde lee los contenidos y luego se explica a sí misma o extrae preguntas y las responde, en forma escrita u oral. Al explicarse a sí misma comprende, lo cual evidencia que el factor de comprensión del lenguaje es elemental para ella. También agrega que, en el caso de Ciencias, se le dificulta el aprendizaje de las fórmulas, pero que luego, al comprender las fórmulas, logra aprenderlas.

Para Yenny, las asignaturas de tipo práctico y las llamadas especiales (Artes Plásticas y Educación Física) son aquellas por las que siente agrado.

No encuentra, especialmente en Ciencias y Estudios Sociales, mucha relación de los contenidos con la vida cotidiana, pero sí en otras asignaturas.

Las expectativas de estudio de Yenny se limitan a sacar el Bachillerato en secundaria y tomar alguna carrera corta como alternativa, si logra tener la oportunidad de continuar estudiando.

En los periodos primero y segundo obtiene nota de 80%, en el segundo periodo, de 60% y como consecuencia, su promedio anual es de 73%. Su condición es de aprobada en el curso 2007.

Yenny se encuentra en un buen nivel de sus operaciones concretas porque en ninguna de las pruebas piagetanas se ubica en el estadio I, sino que en tres pruebas se encuentra en el estadio II y en las otras dos, en el estadio III. Junto a esos resultados están los de



la prueba pedagógica, en los cuales solo tiene tres respuestas correctas. Y, en el problema 7 no ofrece la respuesta esperada, pero sí realiza el razonamiento para justificar el porqué aquel hombre tenía naranjas. Mientras que, según la entrevista, Yenny se basa en la comprensión del lenguaje para estudiar los contenidos. Por eso, gusta de las explicaciones, tanto de los profesores como de las que ella misma se hace de los temas que estudia. La joven tiene conciencia de que si ella logra explicar un contenido, es porque ya lo comprende. Además, en su rendimiento académico se observa un rendimiento ambivalente entre "bueno" y "regular".

#### **4.2.3. Eduardo**

Eduardo, tercer sujeto, logra los estadios III y II en las prueba de *cuantificación de inclusión de clases e inclusión de clases complementarias*, respectivamente. En el primer caso, supera las preguntas de cuantificación de la inclusión y en el segundo, resuelve las preguntas de inclusión simple, pero solo puede resolver los ejercicios de inclusión de clases complementarias, frente a material concreto.

Por otra parte, en la prueba de ***combinaciones***, el sujeto tiene un éxito total, lo cual quiere decir que realiza combinaciones metódicas y completas. Sistematiza, de manera que toma en cuenta todas las combinaciones y descubrió la ley del cuadrado.

En el ***cálculo de probabilidades***, Eduardo alcanza solo el I estadio, lo cual arroja que reacciona intuitivamente. No le causa sorpresa el hecho de solo hubieran salido cruces y asiente acerca de la posibilidad de que salgan solo cruces nuevamente. Al preguntarle si le parece normal que aparezcan solo cruces presenta un

razonamiento subjetivo pues alude al poder de la experimentadora: "quizá por la colocación de las manos al lanzarlas".

No obstante el resultado anterior, Eduardo concluye exitosamente la prueba de **cuantificación de probabilidades**, por cuanto afirma siempre que habrá más oportunidad de que salgan equis al sacar del grupo de fichas que tengan más de esas fichas con equis. Y, teniendo en cuenta que el sujeto está frente al material concreto, es de esperar que él resuelva los ejercicios por cálculo de fracciones o por el análisis de las estructuras que ve.

Para Eduardo, en la prueba pedagógica, las respuestas de los problemas 2 y 10 son los correctos y así logra acertar solo el 20% de los ejercicios. El logro radica en realizar la sistematización para distribuir o permutar el orden, así también logra sumar y realizar la inferencia.

Mientras tanto, existen algunos ejercicios en los que el sujeto no aporta la respuesta esperada. Por ejemplo en el problema número 1, se espera que deduzca el mínimo de goles, además debe sumar y distribuir los posibles marcadores.

En la resolución del problema 3, el sujeto no realiza la sustracción ni la adición de manera que resuelva el problema, para determinar cuál es el máximo de personas que puede recibir cinco naranjas de los veinte individuos que forman el total.

Se nota que Eduardo, en el problema 5, no logra resolver el cálculo de proporciones de "Boy Scout" que corresponde a 40 de 600 niños y que se resuelve mediante una división y se equivoca en su respuesta.

Para solucionar el problema en que se debe averiguar los abrazos, que se daban mutuamente seis mujeres, este sujeto dispone de una opción incorrecta, ya que considera que hay un total de 36 abrazos y en realidad son 30 en total, y que se determina al aplicar una multiplicación en el problema número 6.

Eduardo considera que sí le gusta estudiar, y su desempeño fue regular. Tiene el criterio que se desempeña bien en las materias.

Tiene el objetivo de terminar el colegio y seguir estudios posteriores.

Entre las materias que menos le cuestan está Educación Física. Y de otras materias prácticas le cuesta Cómputo, porque se le dificulta el manejo de las máquinas. Mientras que las materias teóricas, según dice, las va sacando adelante, pero le cuestan un tanto.

No tiene horario de estudio, estudia solo cuando habrá pruebas y se le facilita estudiar con cuestionario.

Presume que la causa de que le cueste una materia sea por falta de poner atención o porque, a veces, no entiende la materia y porque es muy distraído.

Prefiere que los profesores le asignen trabajo en grupo y que el profesor explique a todo el grupo. Entiende mejor cuando el profesor explica parte por parte la materia y no muchos contenidos a la vez. A su vez, indica, que le gusta que le expliquen primero la teoría y luego hacer las prácticas. Insiste en que mejor un poquito de materia y luego la práctica.

Considera que los contenidos de las materias que le imparten no tienen tanta relación con la vida cotidiana. Por ejemplo, cita, Matemática, Ciencias y Estudios Sociales.

La materia que más se le dificulta es Ciencias, porque "hay mucha teoría". Es por eso que estudia haciendo resúmenes y así aprende mejor. Aunque, a veces, no logra resolver los ejercicios (en Ciencias, el **Programa** enfatiza en Química), pero tampoco solicita ayuda al docente para evacuar sus dudas. Se queda con la explicación del profesor.

De las materias básicas, la que menos le cuesta es Español, en el área de literatura, y le gusta más.

Matemática no le cuesta mucho, pero es común que se quede con dudas.

El razonamiento lógico matemático le representa dificultad a Eduardo, no así el factor lingüístico según se desprende de su criterio ofrecido en la entrevista

En el primer periodo, tiene un 70 como calificación, seguido de un 75,47%, en el segundo periodo; así como un 65,16% en el tercer periodo. Obtiene la condición de aprobado en el promedio anual.

El caso de este sujeto, se aprecia inconstancia en cuanto a los resultados de las pruebas operatorias, porque en dos pruebas se encuentra en el estadio I y también en dos pruebas obtiene resultados que lo ubican en el estadio III. Por generalización obtenida en los estadios de las operaciones concretas, los aciertos obtenidos

en la prueba pedagógica son relativamente pocos, ya que solo tiene dos respuestas correctas, de diez.

Para Eduardo, la Matemática es una asignatura con más grado de dificultad que la de Español y en cuando al rendimiento en esta asignatura él se ubica en la categorización de regular, porque en tres trimestres con calificación apenas para aprobar, como 65 y 66, por lo que se demuestra que esta asignatura se le dificulta bastante.

#### **4.2.4. Yennia**

Yennia, sujeto 4, en las pruebas operatoria piagetanas que se refieren a la habilidad del lenguaje logra ascender al estadio III en la prueba de **cuantificación de inclusión de clases**, mientras que alcanza el II estadio en la prueba de **inclusión de clases complementarias**.

En la prueba de **combinaciones**, Yennia se ubica en el estadio III puesto que en un primer intento, agrupa los 25 números de dos dígitos. Además, afirma que se pueden formar 10 números más si se le agrega el número 6 y diez más si se de la añade el número 7 (descubre la ley del cuadrado). Inclusive la afirmación de la joven ante la cuestión de cómo había realizado los 25 números "Fui ordenándolos por parejas, al derecho y al revés" evidencia que ella realiza combinaciones metódicas y completas.

Una vez más, la joven se ubica en el estadio III en la prueba **cálculo de probabilidades**, ya que se muestra maliciosa y manifiesta no creer que pudiera ser posible que cayeran solo cruces: "eso es trampa"-dijo. Aunque, ante la evidencia que tenía al frente dice que es posible, pero no, normal.

Nuevamente, al revisar la prueba **cuantificación de probabilidades**, se observa el avance hasta el estadio III, debido a que relaciona siempre los casos favorables con los casos posibles.

Yennia logra acertar solo el 20% de los ejercicios de la prueba pedagógica, cuales son los problemas 1 y 10, cuyo logro radica en realizar la sistematización para lo cual resuelve la suma y distribuye los posibles marcadores, así también logra adicionar para realizar el cálculo.

Por otra parte, este sujeto, no realiza cálculos como, en el primer caso de la pregunta número 2, pues no hace la correcta distribución de los números y la permutación del orden para combinar los dígitos.

Otro error hallado es la imposibilidad para sumar y restar la distancia que recorre el gusano hasta la cúspide del poste.

Como tercer problema cuya respuesta no es la esperada, se tiene el número 4 en el que no logra averiguar el cociente de una división de 20 entre 6 personas.

Entre otro de los yerros, la estudiante no logra deducir la proporción implícita en el problema número 5.

En el problema número 6, Yennia no realiza la multiplicación que requiere el cuestionamiento.

A pesar de no ofrecer la respuesta esperada en la pregunta número 7, hace el siguiente razonamiento: "Había naranjas en el suelo, entonces el señor tiene las naranjas que hay en el suelo".

En el caso de la pregunta 8, la joven no realiza un cálculo de fracciones mediante la división.

La pregunta número 9 requiere una división, la cual ella no realiza correctamente.

Para Yennia el desempeño escolar es malo, debido a que su condición es reprobada en seis asignaturas (curso lectivo 2007), incluida Matemática. También aporta que sus expectativas con respecto al estudio se ven frustradas, ya que desea estudiar y ser profesional, aunque no tiene una definición de lo que desea estudiar.

Este sujeto reconoce que aunque ha intentado esforzarse en el segundo periodo se percata que aplazaría Matemática.

Yennia, tiene conciencia de que lo que más la indisponen son los profesores y las estrategias que utilizan para desarrollar los contenidos, ya que sus "materias" preferidas son las más prácticas y dinámicas, lo que le da la seguridad de que no aplazaría.

Como parte de la metodología para estudiar este sujeto indica que la forma que le parece más efectiva es la interacción con sus compañeros y que la lectura y la memorización no es la forma más apropiada para ella.

Además, es importante destacar que para Yennia los contenidos estudiados mantienen muy poca relación con la vida

cotidiana. Al pedirle alguna explicación expresa específicamente que en Matemática muy poco.

Yennia, obtiene un 65,00 en el primer periodo, mientras que, en el segundo un 51,58; un 52,00 en el tercer periodo. De modo que obtuvo un promedio anual de 56,19%.

La estudiante Yennia presenta excelentes resultados en las pruebas piagetianas, pues exceptuando una de las pruebas que evidencia el II estadio, se ubica en el III en las demás. Contradictoriamente, en las pruebas pedagógicas, solo acierta dos de las respuestas, pero sí razona en la prueba 7. Ella argumenta, mediante la entrevista, múltiples factores que han interferido negativamente en su desempeño en el rendimiento en Matemática. Y, esto se evidencia porque aplaza al año, a pesar de haber ganado el primer trimestre.

#### **4.2.5. Diana**

Dianna obtuvo exitosos resultados en las pruebas de **cuantificación e inclusión de clases** y la de **inclusión de clases complementarias** pues demuestra un desarrollo en el estadio III. De manera general, entonces, se logra determinar que este sujeto opera correctamente habilidades del desarrollo cognitivo referidas a inclusión e inclusión de clases complementarias, no solo frente al material concreto sino aquellas con referencia abstracta.

En cuanto al estadio en la prueba de **combinaciones**, Dianna forma, en un primer intento, 25 números. Sistematiza un método de combinación que le permite un mínimo de error, lo cual no es al azar, puesto que al interrogarla acerca de cómo lo logra, ella explica que



toma el primer número (1) y lo asocia con los demás, luego el segundo (2) le junta el anterior (1) y todos los posteriores, y así sucesivamente con todos los números.

En la prueba de **cálculo de probabilidades** este sujeto alcanza se sitúa en el nivel III, debido a que ella insiste en cualquier caso que habiendo la misma de cantidad de ceros y equis, existe la misma posibilidad para ambos de salir. Enfatiza esa posibilidad al aducir que tienen 50% y 50 % posibilidades. Luego, al ver que solo salen equis después de lanzar las fichas al aire, se sorprende y dice: "¡Solo equis!", pero al ver que efectivamente, frente a su vista solo hay equis admite: "Sí, parece normal". Sin embargo, no acepta deducir de cuál colección provienen las fichas que lanza la examinadora una a una, ella dice que por lo menos la mitad.

Nueva y exitosamente, arriba al estadio III, en la prueba de **cuantificación de probabilidades** el sujeto 5. Esta vez se justifica su estadio de desarrollo mental por que, del modo que sea, cuantifica en cuál colección de fichas existe mayor posibilidad de obtener equis, si hubiera que sacarlas al azar de una bolsa. Compara, tomando en cuenta las variables: proporción, igualdad entre casos favorables y posibles.

Dianna, quien presenta un 60% de los aciertos, la acertada distribución de los números y la permutación del orden para combinar los dígitos en el problema número 2. Asimismo, en el ejercicio número 4, ella divide certeramente para 20 naranjas entre 6 personas. Esta habilidad para deducir la proporción la vuelve a utilizar para deducir la proporción de "Boy Scots" por cada 15 niños, en el problema número 5. En el ejercicio 6, Dianna confirma su habilidad para distribuir y multiplicar. Además, vuelve a encontrar

el cociente respectivo en el planteamiento 9. Igualmente, realiza la adición requerida en el cuestionamiento número 10.

Diana tiene un total de seis resultados positivos (en los problemas 2, 4, 5, 6, 9 y 10, de la prueba pedagógica. Dentro del 40% de desaciertos, se encuentran las respuestas del ejercicio 1, en el cual no resuelve la suma para distribuir los posibles marcadores. Tampoco acierta efectuar la suma de la construcción número 3. Del mismo modo que no realiza el razonamiento esperado en el dificultad número 7, pero infiere que "al trepar el hombre al árbol, éstas se cayeron, y tendrá cuantas naranjas junte del suelo". La división pretendida en el problema 8, no es correctamente realizada, no obstante realiza otras divisiones.

Tomando en cuenta los aportes que Dianna hace en el momento de la entrevista, ella declara que no se le dificulta ninguna asignatura y que su rendimiento académico es bueno y en Matemática no es la excepción.

La razón por la que le va muy bien en las calificaciones es, según su criterio, porque Matemática es una de sus asignaturas preferidas, junto con Español e Inglés, idiomas a los que considera fáciles.

Para estudiar, este sujeto aplica metodología donde se dé el manejo del lenguaje, como por ejemplo sacar ideas y explicarle a los compañeros. La metodología que prefiere para el transcurso de las lecciones se basa en explicaciones del profesor, ejemplos aportados por los docentes y ejercicios o prácticas.

Con base en el sistema que prefiere que usen los profesores se puede inferir que Dianna tiene la capacidad de reproducir modelos para resolver ejercicios y la comprensión del lenguaje es básica en su sistema de aprendizaje, pues también dice que los trabajos grupales no son sus preferidos porque en realidad se distrae en su desarrollo.

Este sujeto tiene expectativas positivas para su futuro y profesionalización porque desea llevar cursos de inglés y de computación, aunque no define una carrera todavía.

Dianna, el primer periodo de curso lectivo 2007, obtiene una calificación de 80%, en el segundo periodo la nota obtenida por ella es 85% y en el tercer periodo, de 75%. Su promedio anual es de 80% y logra obtener la condición de aprobada.

Dianna, en todas las pruebas piagetianas se encuentra en el estadio III. Obtiene, además, seis respuestas correctas de las diez que contiene la prueba pedagógica. Y, en la entrevista, ella afirma que no le cuesta ninguna asignatura, y que todas las entiende. Su manera de estudiar es explicar a los compañeros. Aporta, además que, unas materias más que otras, tienen relación con la vida diaria, pero todas tienen relación. Esto se debe, posiblemente, a que la joven logra un aprendizaje significativo y reconoce la relación existente entre los contenidos y la cotidianidad. Mientras, en su rendimiento académico, se observa que solo en un trimestre tiene un 75, y en el resto de periodos se mantiene con 80 y 85, el cual, en promedio, es bueno.

#### **4.2.6. Ángela**

En los resultados obtenidos en la aplicación de las pruebas de **cuantificación de inclusión de clases** y **inclusión de clases**

**complementarias**, Ángela logra los estadios avanzados puesto que opera correctamente habilidades del desarrollo cognitivo referidas a inclusión de clases complementarias, a la resta de clases y a la cuantificación de la inclusión, no solo frente al material concreto sino aquellas con referencia abstracta.

El estadio logrado por el sujeto seis, en la prueba de **combinaciones** fue el II, pues no logra, en un inicio, realizar todas las combinaciones posibles. Si bien las puede hacer después de sugerirle, no alcanza una óptima sistematización. La joven tampoco domina las operaciones mentales de combinación que le permiten anticipar la cantidad de parejas que se formarían al agregar el número 6 y el número 7.

Tanto en la prueba de **cálculo de probabilidades** como en la de **cuantificación de probabilidades**, Ángela queda ubicada en el estadio III. La afirmación anterior se debe a que ella considera la posibilidad de que al lanzar las fichas resulten tanto cruces como ceros hacia arriba. Afirma categóricamente: "pueden salir variado y 50% y 50%". A pesar de que ve todas las cruces hacia arriba después del lanzamiento, la joven no da crédito a la legalidad del hecho y pese a haber aceptado como normal el hecho, de frente a un segundo lanzamiento, ella se niega a aceptarlo como normal.

Nuevamente, Ángela evidencia estar en el tercer estadio puesto que logra relacionar los casos favorables con los casos posibles, también los ejercicios en los que hay posibles y favorables. Si bien los problemas son resueltos por cálculo de fracciones, a veces lo son por el análisis de varias estructuras.

La descripción de los resultados hallados en la prueba pedagógica realizada por el sujeto llamado Ángela, presenta como única respuesta correcta, la del problema número 4, en la cual se debe realizar la distribución de 20 naranjas entre 6 personas. Sin embargo, no hubo razonamientos correctos, como en el problema número 1, se espera que se deduzca el mínimo de goles, además se debe sumar y distribuir los posibles marcadores. Tampoco distribuye los números y permuta su orden para combinar los dígitos en el problema número 2. Aparece como errada la suma del planteamiento número 3. No logra ejecutar, en el planteamiento número 5, correctamente la *división* para responder que 40 de 600 son los niños "Boy Scouts" de un pueblo, donde 1 de cada 15 pertenece a ese grupo. La interrogante número 6 es negativamente contestada, por lo que se determina que Ángela no multiplica (reparte) en ese caso. Puesto que el sujeto no realizó la derivación requerida, en el problema 7, para establecer que era posible que la persona bajara con una naranja, se considera como no esperada la respuesta. La joven razona lo siguiente: "pueden haber más árboles cerca, o las naranjas no estaban en el árbol, pero estaban en el suelo". Al solicitarle el número de naranjas que tiene ahora el hombre del problema, ella dice: "Más de una, porque habla en plural". Mientras que en la pregunta 8, la respuesta que resolvería adecuadamente el problema es la división, la cual no fue realizada en forma conveniente. En el problema 9, tampoco resuelve la división. Y, finalmente, en el asunto 10 no logra hacer la adición pertinente a la respuesta.

De la entrevista que se le realiza a este sujeto se obtiene información que se presenta seguidamente.

Percibe su rendimiento académico como muy bueno, ya que lleva calificaciones superiores a 90 y afirma que no le cuesta obtener esos resultados.

Junto con Cívica y Estudios Sociales, Matemática es una de las que más requieren de su tiempo para estudiar para las pruebas, pero la última porque se le dificulta más.

La estrategia de estudio que ella aplica se basa en comprender lo que lee y explicar con sus propias palabras. Además de sacar palabras claves e ideas principales.

Como estrategias que emplean los docentes este sujeto prefiere que sean más prácticas y que el profesor demuestre sus conocimientos y aplicabilidad de los contenidos en relación con la vida diaria, ya que en pocas asignaturas se da la relación.

Las asignaturas especiales son de su agrado y responde muy bien a las actividades programadas.

Las expectativas para su futuro, en cuanto al estudio Ángela declara que le gustaría estudiar Sociología o algo similar.

El sujeto del estudio, denominada Ángela, cuenta con las siguientes calificaciones: 83%, 70% y 82%, en el primer, segundo y tercer período del curso lectivo 2007, y su promedio anual equivale a 78.33%, por lo que su condición es de aprobada.

Ángela mostró un desempeño en las pruebas piagetanas acorde con lo esperado, esto porque, únicamente estuvo en el estadio II en la prueba de combinaciones; mientras que en la prueba pedagógica

solo tuvo un acierto y razona adecuadamente el problema número 7. En la entrevista, ella reconoce que encuentra en Matemática cierto grado mayor de dificultad que en otras materias que son de su agrado como en Español, Estudios Sociales y Cívica. De modo que, en la entrevista, Ángela argumenta que en dichas materias se debe entender, pensar, analizar y aplicar. Asimismo, alude a la materia de Matemática como la que menos le agrada porque es la que más le cuesta. Aunque su rendimiento académico oscila entre regular y bueno. Para estudiar, ella afirma que le gusta explicarle a los compañeros y extraer palabras claves e ideas principales. Además, prefiere las clases en las que el docente explica de manera llamativa y relacionada con la vida diaria.

#### **4.2.7. Fernanda**

Fernanda, en las pruebas de **cuantificación de inclusión de clases** e **inclusión de clases complementarias** consigue el III estadio. De esta manera se deja notar que, además de que aplica la resta de clases, cuantifica la inclusión de clases y, además de resolver la inclusión simple frente a material concreto, resuelve preguntas que hacen referencia a material abstracto.

Este sujeto, en la prueba de **combinaciones**, llega con dificultad al estadio I, pues no logra sistematizar ningún orden para colocar los números, repite números y no lo nota. Además, no quiere revisar para asegurarse de que son todos los números que se pueden formar. Tampoco descubre la ley del cuadrado para saber cuántos números se pueden formar al agregar tarjetas con el número 6 y con el número 7. Ante dicho cuestionamiento dice que 11 y 13 números más, respectivamente.

Siguiendo con el sujeto número seis, se detalla que logra el estadio I en el **cálculo de probabilidades**, pues reacciona intuitivamente en cada caso en que se le pregunta cuáles fichas tienen mayor oportunidad de salir hacia arriba al lanzar los grupos al aire. Tampoco le causa sorpresa que caigan solo cruces y afirma que es normal. Como el sujeto de este caso no nota el truco se le muestran los dos juegos de fichas fue después del quinto lanzamiento cuando Fernanda afirma que las fichas lanzadas son las del grupo de cruces. Según ella, se podría saber de cuál grupo vienen las fichas al quinto lanzamiento.

Ahora bien, en la prueba de **cuantificación de probabilidades**, Fernanda avanza hasta el estadio III al considerar como favorables todos los casos en los que, verdaderamente, tienen mayor posibilidad de salir las equis. De acuerdo con los comentarios que emite la joven, ella saca sus conclusiones a partir de las estructuras que percibe; es decir, toma en cuenta las proporciones de las fichas, según sean ceros o equis.

Fernanda, denominada como el sujeto 7, presenta, según los datos recogidos, solo un tino en la prueba pedagógica, el cual se produjo al inferir que se debe ejecutar la suma y distribuir los posibles marcadores de la pregunta 1. Sin embargo, sus fallas en las restantes nueve preguntas hablan de que no logra distribuir los números y permutar el orden para combinar los dígitos en el problema número 2. De semejante modo, en el ejercicio número 4, ella no divide apropiadamente 20 naranjas entre 6 personas. En el problema 3, la joven deja ver su dificultad para sumar y restar. Esta habilidad para deducir la proporción la vuelve a declinar para deducir la proporción de "Boy Scots" por cada 15 niños, en el problema número 5. En el ejercicio 6, Fernanda confirma su incompetencia



para distribuir y multiplicar. En el caso particular del planteamiento 7, la chica expone su razonamiento así: *"Sucede que podía ser que en el suelo había un saco de naranjas que alguien apeó"*. De igual modo, no ejecuta adecuadamente el cálculo de las fracciones que implica la pregunta 8, ni encuentra el cociente respectivo en el planteamiento 9. Tampoco realiza la adición requerida en el cuestionamiento número 10.

Para Fernanda, en el colegio le va de manera regular, porque se considera una persona "vaga" y por las amistades que tiene que la influyeron negativamente, ya que presenta prueba de aplazados en la asignatura de Estudios Sociales.

De las materias del colegio la que más le gusta es Matemática, Educación Física y los deportes.

La materia que menos le agrada es Artes Plásticas, porque tenía que hacer dibujos y considera que no es muy buena en eso.

En el caso de Matemática le gusta cómo le explica la materia el profesor y que le entiende bien, el profesor tiene su manera de explicar que le agrada.

Para poder entender los contenidos le gustaría que le expliquen y luego le pongan ejercicios cortos de lo que le explicaron, para comprobar lo que va entendiendo.

Para estudiar, esta joven afirma que lo hace leyendo y haciendo prácticas, que le gusta hacer resúmenes, por eso es que le gustan las materias prácticas.

No ha pensado mucho en lo que pasará después de que termine el colegio, pero le gustaría poder estudiar en una universidad.

Para el caso de Fernanda los promedios de cada uno de los periodos quedaron de la siguiente manera: 75%, en el primero, 79% en el segundo periodo y en el tercer periodo otro 79%. La condición de Fernanda es de aprobada con un 77,76% en el promedio anual.

De las pruebas piagetianas realizadas a Fernanda, se ubica en tres de ellas en el estadio III. Y, también, los resultados de dos de las pruebas, se establecen en el rango del estadio I. A la par de estas consecuencias, se tienen las de la prueba pedagógica que demuestra solo una respuesta correcta, a pesar de haber razonado la respuesta de la pregunta número 7. Tienen relación los resultados de dos de las pruebas piagetanas referidas al ámbito matemático, con lo que ella aporta en la entrevista, en la cual afirma que se le dificulta Matemática, aunque es una de las materias que más le gusta porque le exige el razonamiento. Consecuentemente, el rendimiento académico de Matemática es regular porque sus calificaciones van de 75 a 79.

#### **4.2.8. Flor**

A continuación aparece el recuento del desempeño de Flor (sujeto número 8), quien en las pruebas de **cuantificación de inclusión de clases** e **inclusión de clases complementarias** se sitúa en los estadios III y II respectivamente. En el primer experimento citado se comprueba que la joven ejecuta la resta de clases y la cuantificación de la inclusión. Sin embargo, en el siguiente ejercicio, a pesar de que logró resolver las preguntas de

inclusión simple, no logra resolver las de inclusión de clases complementarias **sin** el material concreto. Tuvo dificultad en identificar la subclase establecida mediante la negación: “¿Se pueden nombrar más seres vivos que no son felino o más seres vivos que no son mamíferos?”.

En cuanto a las habilidades detectadas mediante la prueba de **combinaciones**, se observó un desarrollo mental que llegó, únicamente, hasta el I estadio. Las razones son las siguientes: La joven construye, un grupo de 19 números de dos dígitos en vez de 25. Tampoco formaliza un sistema para combinar metódicamente. No atina la ley del cuadrado puesto que dice se formarían 38 (en vez de 36) números de dos dígitos si se agrega un grupo de tarjetas con el número 6. Además, abiertamente, dice que no sabe cuántos números se formarían si tuviera tarjetas con el número 7.

El desarrollo mental operatorio que se refleja en la prueba de **cálculo de probabilidades** la joven Flor se halla en el III estadio, porque considera que es difícil saber cuáles tienen mayor posibilidad de salir (las equis o los ceros) y, ante el hecho de que cayeran solo equis, después de haber sido lanzadas al aire, la joven presupone una trampa y expresa “ya me suponía que iba a pasar”, lo cual evidencia que ella calcula efectivamente las probabilidades. Además, no acepta deducir de cuál grupo provienen las fichas lanzadas una a una, sino hasta que salga una diferente. Esto habla de que ella comprende que entre mayor cantidad de fichas sean lanzadas, hay más posibilidad de de que salga una diferente, pues tanto pueden salir cruces o ceros.

De la misma forma, el sujeto en cuestión, muestra un ascenso hasta el estadio III del desarrollo, según las pruebas de **cuantificación de probabilidades** al demostrar la comprensión de

las posibilidades de los ejercicios en que hay desigualdad entre posibles y favorables. En algunos casos, resuelve por un cálculo de fracciones y cálculo en las proporciones.

En el caso de Flor, el sujeto obtuvo tres respuestas correctas de la prueba pedagógica, cuyos problemas corresponden al 1,4 y 9.

El razonamiento se dio en el problema 1, mediante una adición y la distribución respectiva, para averiguar el número de goles pertinentes al planteamiento.

Ya en el problema 4 la sistematización del resultado requiere de una suma y una resta, que Flor realizó adecuadamente y determina el máximo de persona que pueden recibir 5 naranjas, así como también logra determinar proporcionalmente la cantidad de personas que habitan en el pueblo en el problema 9.

La combinación de números que realiza el sujeto, en el caso del problema 2 no fue la adecuada, por lo que no responde correctamente.

Se tiene que en el problema 3 Flor no logra, usando el sistema de adición y sustracción, establecer la distancia recorrida en el problema 3 de la prueba pedagógica.

Otro de los fallos en la resolución de la prueba pedagógica, para este sujeto, se da en el problema 5, en el cual el cálculo proporcional es básico para resolverlo y que se realizaba una división la cual no Flor erró.

En la operación aritmética como multiplicación, indispensable para solucionar el problema 6, falla el sujeto de este caso, ya que no logra repartir los abrazos.

El razonamiento escrito por Flor, en el problema No.7 es, ante la solicitud de la explicación, de cuántas naranjas tiene ahora: "Um, no lo sé", lo que indica una actitud desconcertante del sujeto ante el problema.

Para resolver el problema 8 se aplica un cálculo de fracciones, con división sencilla, el cual no es certero para Flor, en su respuesta, al igual que falla en la suma que debió realizar en el problema 10, para determinar la cantidad de campanadas escuchadas en el pueblo.

En cuanto a su desempeño académico la joven afirma que le fue más o menos, por la asignatura de Matemática...estuvo de vaga y además se le dificulta, pero ganó el curso.

La asignatura que más le gusta es Español es que en las asignaturas le gusta más "lo que es de escribir", le gusta más escribir la materia. Me gustan las materias más "pasivas".

La asignatura que más se le dificulta es Matemática, aunque depende de los profesores. Por ejemplo, el profesor que tiene (en octavo) la distrae en su manera de explicar

La manera en que ella estudia es: con resúmenes, memorizar, sacar ideas importantes.

Le gusta que le den atención individual cuando le enseñan contenidos, pero gusta de las lecciones más pasivas que las de mucha actividad o de destrezas motoras.

En cuanto a sus expectativas, la joven considera que estudiará después de sacar el Bachillerato y que le atrae algo así como diseño de modas, cinematografía, veterinaria.

Flor es el sujeto de este estudio que obtiene resultados en los promedios de Matemática en el siguiente orden: 60%, 65%, 70% en cada uno de los respectivos periodos del curso lectivo, lo que indica que aplazó el primer periodo del 2007, y su condición final fue de aprobada con un promedio anual de 65%

Los resultados de las pruebas piagetanas reflejaron un buen nivel operatorio, ya que en solo una de las pruebas, Mariflor está en el estadio I, y la mayoría correspondieron con el estadio III. De modo contrario, Flor solo tuvo tres respuestas correctas en la prueba pedagógica. Lo cual sí concuerda con sus palabras de la entrevista, donde manifiesta que Matemática es una de las asignaturas que más se le dificulta y, aunque aprueba el curso lectivo, apenas logra las notas mínimas para aprobar el curso.

#### **4.2.9. Kenny**

El último de los sujetos, llamado Kenny, en el estudio alcanza el estadio III del desarrollo cognitivo, según las pruebas **de cuantificación de clases**, pero no en la de inclusión de clases complementarias que manifiesta el estadio II. Lo anterior demuestra que el sujeto opera bien la resta de clases y la cuantificación de la inclusión, no así cuando se establece una no clase (o subclase

negativa) mediante el adverbio de negación y con referencia a material abstracto, por ejemplo al preguntársele: "¿Se pueden nombrar más seres vivos que **no** son felinos o más seres vivos que **no** son mamíferos?"

Continuando con la prueba de **combinaciones**, en ella se refleja una cierta sistematización al ordenar los números 11, 12, 13... hasta formar los 25 números esperados, pero no logra deducir correctamente cuántos números se formarían si tuviera tarjetas con el número 6 y con el 7 (dice que se formarían seis más en cada caso). Por lo tanto no ha descubierto la ley del cuadrado.

El desarrollo mental demostrado por Kenny en la prueba de **cálculo de probabilidades** evidencia un estadio en el que el joven tiene buen cálculo de probabilidades. Descubre el truco, pues su rechazo a aceptar el resultado del lanzamiento con las fichas trucadas lo impele a darles vuelta. Tampoco se aventura a decir, con pocos lanzamientos, de cual grupo son las fichas lanzadas al final. Por lo tanto este sujeto se halla en el estadio III.

Y, finalmente, en cuanto a las pruebas piagetanas se refiere, Kenny aborda el estadio III en la **cuantificación de probabilidades**. Mediante la anterior, se logra establecer que el sujeto toma en cuenta diferentes variables: casos favorables o casos desfavorables, proporcionalidad e igualdad entre casos favorables y posibles.

La situación particular de Kenny expone cinco problemas, de la prueba pedagógica, resueltos en los que consigue, en el primer caso, distribuir los números y permutar su orden para formar cinco números menores que 320. Como segundo acierto (problema

número 4), cuya respuesta es la esperada, averigua el cociente de una división de 20 entre 6 personas. Entre otro de los logros, el estudiante deduce la proporción implícita en el problema número 5. También, en el problema número 6, realiza la multiplicación que requiere el cuestionamiento. Por último razonamiento efectivo está la inferencia para realizar la división correcta en el problema 9.

Para Kenny en el colegio su desempeño académico fue regular, para él más o menos, aunque aprobó el año sin tener que presentar ninguna prueba de aplazados.

En cuanto a sus materias preferidas en el colegio se refirió a dos que llaman más su atención, como Ciencias y Matemática. De esas dos asignaturas la que más le agrada es Matemática.

La razón por la que le gusta esta materia es porque, para él, es más sencillo hacer las cosas. Aunque antes no le gustaba mucho, era porque no la entendía, pero que conforme fue estudiando y entendiendo cómo hacer las fórmulas le agradó, y es más práctico, ya que cuando le explican y hace los ejercicios lo entiende, si logra poner atención.

Y la asignatura que no le gusta es Español. Especialmente lo de la lectura. Lo ve horrible y aburrido.

Su mecanismo de estudio se enfoca en que lee los contenidos, los lee varias veces y cuando ya se aprende uno sigue con otro, hasta que termine de aprenderse todo.

Para su futuro considera que es posible que ingrese a la universidad y que quiere estudiar veterinaria.



Kenny obtiene condición de aprobado en Matemática con un 95%, debido a que sus calificaciones corresponden a: un 100% en el primer periodo, un 85% en el segundo periodo y un 100% en el tercero.

Los resultados de las pruebas demuestran la ubicación del III estadio en dos de ellas, y ninguna merece el lugar del tercer estadio. Mientras que en la prueba pedagógica, tuvo seis respuestas correctas, dentro de ellas la número 7, en la cual no ofrece la respuesta esperada, pero si un razonamiento. Consecuentemente, en la entrevista afirma que su asignatura favorita es Matemática porque, según Kenny, hay que pensar. Lo que se reafirma con su forma de estudiar cual es realizando ejercicios. Todo concuerda con su rendimiento académico en la materia cuestionada, en la que obtiene un promedio anual de 95, con un mínimo de 85 en el segundo periodo.

### **4.3. Análisis general de resultados**

Algunos datos generales acerca del grupo de estudiantes y la información obtenida en los diferentes instrumentos aplicados son:

a. De manera general, de los 45 resultados (cinco pruebas a nueve estudiantes) en las pruebas piagetianas se presenta que en un 60% de los resultados, los sujetos se ubican en el estadio III; mientras que los estadios II y I quedan distribuidos en un 22,22% y 17,77%, respectivamente.

b. En las pruebas piagetanas, los resultados obtenidos indican que la mayoría de los sujetos evaluados se mantiene aún en la

etapa de las operaciones concretas. Solo un 46,6% parece haber construido las operaciones formales.

c. Los sujetos logran incluir una clase menor dentro de otra mayor (en el caso de la prueba de inclusión de clases simples) pero con base en un lenguaje muy sencillo y cantidades pequeñas. Contrariamente a lo que ocurre en la inclusión de clases complementarias, en donde el grado de dificultad es mayor, tanto en el uso del lenguaje, como en la cantidad de elementos por considerar. Esto se refleja en el hecho de que únicamente la tercera parte de los sujetos reconoce la no clase.

d. Los sujetos de estudio de casos, a pesar de realizar cálculos aritméticos sencillos no logran aplicar los que son indispensables para dar la respuesta correcta a los problemas. Los sujetos no comparan la relación entre unos y otros.

e. Los estudiantes presentan dificultad en el manejo de lenguaje, en el nivel inferencial, para determinar cuál operación aritmética les permita hallar el resultado correcto, en los planteamientos en la prueba pedagógica. Por ejemplo en la

f. Los sujetos de los casos obtienen resultados en el rendimiento académico en Matemáticas incongruentes con las capacidades mentales reflejadas en las pruebas piagetianas.

g. La prueba pedagógica, (pese a un grado de dificultad sencillo para el nivel de octavo año, y carente de tecnicismos matemáticos) no refleja la capacidad de las operaciones mentales manifiestas en los resultados de las pruebas piagetianas aplicadas.

h. Los sujetos que manifiestan conciencia de su dificultad en la asignatura de Matemáticas, según lo expuesto por ellos en las entrevistas, presentan, en su mayoría, mayor frecuencia de los estadios I y II en las pruebas piagetianas aplicadas.

i. Los sujetos que son conscientes de su dificultad en Matemáticas obtuvieron resultados bajos en la prueba pedagógica.

j. En relación con la prueba pedagógica, la mayoría de los sujetos del estudio, se ubican en un ámbito menor al 50% de respuestas correctas. Vale la pena mencionar que la mayoría de los estudiantes demuestran tener poca comprensión del lenguaje y poca capacidad de razonar.

k. En el problema número siete, todos los sujetos ofrecen un razonamiento válido y aportan una explicación concreta, aunque no es el razonamiento esperado, ya que se pretende que los estudiantes resuelvan el problema tomando en cuenta el uso del plural como el factor de cantidad.

l. Los resultados de los problemas 3 y 8 no tienen ningún acierto, a pesar de que fueron contestados aplicando operaciones aritméticas por los sujetos. Es de notar, sin embargo, que resuelven operaciones aritméticas sencillas.

m. Los problemas 4 y 10, que obtuvieron 4 y 5 respuestas correctas, respectivamente, lograron determinar la respuesta mediante la graficación que, en algunos de los casos realizaron en el mismo material de la prueba y, en otros, solicitaron

autorización para usar hojas adicionales. Lo anterior equivaldría a resolver el problema con material concreto.

n. Los sujetos del estudio aprobaron en un 90% el año escolar en la asignatura de Matemáticas, en el curso lectivo 2007, porque superan la nota mínima de aprobación (65%), de acuerdo con documentos oficiales aportados por la Dirección del Liceo de Miramar.

ñ. Los sujetos manifiestan en la entrevista que carecen de las explicaciones necesarias por parte de los docentes. Las explicaciones de los compañeros, y los ejercicios, son elementales para su aprendizaje significativo, lo cual hace notar que el aprendizaje obtenido no es significativo.

o. En ninguno de los casos los sujetos del estudio encuentran en Matemáticas una relación de los contenidos concreta con la vida cotidiana.

p. La metodología común empleada para estudiar por parte de los sujetos es la memorización, lo que indica una tendencia marcada hacia el nivel literal. Además existe poco interés por la verdadera comprensión de los contenidos, es decir, poca inclinación hacia el nivel inferencial.

q. En términos generales, casi todos los estudiantes se encuentran en el nivel de las operaciones concretas, salvo el caso en que el estudiante parece estar en el nivel preoperatorio.

r. Para casos en los que los sujetos no ha superado el nivel operatorio, el sujeto se adapta al sistema educativo con

memorización de los contenidos desarrollados y logra aprobar el curso lectivo.

s. Sujetos ubicados en el rango comprendido como bueno del rendimiento académico en Matemáticas, no necesariamente se ubican en el estadio III en todas y cada una de las pruebas piagetianas.

**V CAPÍTULO:**  
**CONCLUSIONES**

## **5.1. Conclusiones**

Con base en el análisis de los resultados obtenidos en los instrumentos aplicados y el rendimiento académico en la asignatura de Matemáticas, en estudiantes de octavo año, se puede concluir:

- a) Los sujetos del estudio se encuentran mayoritariamente en el nivel de las operaciones concretas.
- b) Su capacidad de razonamiento para resolver problemas pedagógicos sencillos es también bastante limitada.
- c) El rendimiento académico no es excelente, aunque no se puede considerar pobre.
- d) Se infiere que los estudiantes han desarrollado estrategias memorísticas, pero no de razonamiento para hacerle frente a los exámenes escritos que se aplican en el colegio.
- e) Los resultados obtenidos en la prueba pedagógica hacen pensar que podría haber una limitante en el uso del lenguaje.

## **5.2. Discusión**

Las posibles causas que determinan las conclusiones presentadas en el apartado anterior se plantean de la siguiente manera:

- a) Los estudiantes, por edad cronológica y nivel académico, según diferentes teorías del desarrollo, deberían haber alcanzado el nivel adecuado y superan la etapa de las

operaciones concretas ya para el momento de la investigación (finales del curso lectivo 2007).

- b)** La falta de inferencia por parte de los sujetos del estudio, con base en información dada, evidencia que la capacidad del pensamiento formal aún no es completa.
- c)** Las estrategias pedagógicas empleadas por los docentes, en la metodología de trabajo, no son las que llenan las expectativas de los sujetos de estudio, porque las explicaciones son limitadas y escuetas, así como monotonía en las clases y carencia de dinamismo, según lo expresan los sujetos mediante la entrevista
- d)** Los docentes desconocen el proceso de razonamiento que debe estar presente en relación con los diversos conceptos y contenidos que se desarrollan en las lecciones. Por ejemplo desarrollan el tema sin hacer un diagnóstico certero de conocimientos previos o sin la respectiva mediación pedagógica para proporcionar los conocimientos requeridos.
- e)** Desde el punto de vista de la comunicación, el lenguaje utilizado por los docentes durante las explicaciones y pruebas escritas, ejemplificadas con la prueba pedagógica, no es interpretado efectivamente por los sujetos del estudio. Por ejemplo, en el problema ocho de la prueba pedagógica aplicada.
- f)** Los factores emocionales, en cuanto al desarrollo de las lecciones, afectan el rendimiento académico de los estudiantes, indistintamente de los estadios de las



operaciones mentales, ya que en la entrevista los estudiantes expresan cómo les afecta una relación inapropiada con los profesores, se indisponen en una prueba o en las clases en las que solo se hace lectura de contenidos.

- g)** Es posible que, en lo que respecta a la prueba piagetana de inclusión de clases complementarias, el factor que influye, como una de las dificultades más notorias es el uso de la negación, lo que posiblemente ocasionaría confusión en la percepción de las interrogantes por parte del sujeto. Se propone que se familiarice a los estudiantes en el uso e interpretación de la negación.

### **5.3. Recomendaciones**

Con base en lo que se discute anteriormente se recomienda:

- a)** Fortalecer las estructuras mentales del nivel operatorio: En casos de sujetos con deficiencia en la etapa de las operaciones concretas, ya para el nivel académico de noveno año, se deben promover estrategias que le permitan adiestrarse en cuanto a los procesos mentales que se encuentran débiles, con una adecuada mediación pedagógica; reconocimiento, por parte de los docentes, del proceso de razonamiento que se necesita al enseñar cualquiera de los contenidos programados; talleres para los estudiantes que requieran fortalecimiento en la asignatura de Matemáticas y proponer un proyecto para el desarrollo de la inteligencia, que contemple actividades que mejoren el nivel de las operaciones mentales del nivel operatorio, principalmente para estudiantes de séptimo año.

- b)** Es pertinente una investigación que incluya otras variables como la procedencia geográfica, condición socioeconómica, género y factores socioculturales.
  
- c)** Realizar estudios posteriores que identifiquen las causas de los desaciertos de los estudiantes en la prueba pedagógica, específicamente en el área del lenguaje.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ardón, Ma. Marta y otros. (1994) *Una propuesta para integrar el lenguaje a la Enseñanza de la Matemática en la Escuela Primaria*. Memoria Lic. Ciencias Educ. con Énfasis en Educ. Primaria. San Pedro, Montes de Oca: Facultad de Educación, Universidad de Costa Rica. 194 p. 146 p.

Barrantes Echeverría, Rodrigo. (2005) *Investigación: un camino al conocimiento, un enfoque cualitativo y cuantitativo* (10 reimp. de la 1. ed. San José: EUNED.

Bang, Vingh. (2005) *El método clínico y la investigación en psicología del niño*. En: *Compendio de lecturas para el curso La Investigación psicogenética: características y aplicaciones*. San José: UNED.

Buendía, E.; Colás, Ma. Pilar y otros. (1999) *Métodos de investigación psocopedagógica*. Madrid: McGraw-Hill.

Castillo, José Pablo. (2006) *La educación de la Matemática: un valor encarcelado en la prisión del lenguaje formal*. Tesis para optar por el título de Licenciatura en Matemática, Universidad de Costa Rica, San Ramón, Costa Rica.

Centro Multinacional de Investigación educativa (1984) *"Enfoques psicogenéticos en la enseñanza de las Matemáticas"*

(Publicación 114) San José, Costa Rica: Zayra Méndez y Aida Mainieri.

Centro Multinacional de Investigación educativa (1984) "*Una experiencia de aprendizaje operatorio de nociones geométricas con niños costarricenses*" (Publicación 115) San José, Costa Rica: Zayra Méndez y Aida Mainieri.

Coll, C.; Marti, Elena y otros. (1999) *El constructivismo en el aula*. (11<sup>a</sup> ed.).Madrid: Alianza.

Cózar, Mata José Luis: Desarrollo y Educación matemática. Consultado el 11 de julio, 2007. Disponible en <http://www.psicopedagogía.com>.

Concha, A.: *Ausubel y el aprendizaje significativo*. Consultado el 20 de agosto, 2007. Disponible en <http://www.rmm.cl>

Díaz, F., Hernández G. (1998) *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. (Col. Atrampa, N° 512) México:McGraw.

"*Dimensiones del aprendizaje*". (1998) (En: *Enciclopedia de psicopedagogía, pedagogía y psicología* Barcelona: Océano Centrum.

Garton, A. F. (1994). *Interacción social y desarrollo del lenguaje y la cognición*, Madrid: Paidós Ibérica, S.A. Disponible en

Gutiérrez B. Paradigmas cuantitativo y cualitativo en la investigación socio-educativa: proyecciones y reflexiones. Consultado el 20 de agosto de 2007. Disponible en <http://www.revistaparadigma.org.ve/Doc/Paradigma96/doc1.htm>

Gutiérrez, L. y Denis, L. (1989). "La Etnografía como metodología de investigación", Caracas, Hegel, Ciencia de la lógica, trad. de A. y R. Mondolfo.

Hernández, S., Roberto. (2006) *Metodología de la investigación*. (4<sup>o</sup> ed.) México: McGraw-Hill Interamericana.

Méndez, Z. y otras. (1983) *Desarrollo del pensamiento formal en estudiantes de enseñanza secundaria del Área Metropolitana de San José, Costa Rica*. Costa Rica: Universidad de Costa Rica.

Mendez, Z., Pereira, Z., (1985) *Aprendizaje operatorio y Matemática*. (I.I.M.E.C. Fascículo N<sup>o</sup> 1) San José, Costa Rica: Universidad de Costa Rica, Facultad de Educación.

Méndez, Zayra. (1995/2006) *Aprendizaje y cognición* (9.reimp. de la 1. ed.) San José- Costa Rica: EUNED.

MEP (Ministerio de Educación Pública). 2004. *Reglamento de Evaluación de los aprendizajes*. San José, Costa Rica.

Alberto Munari JEAN PIAGET Consultado el 4 de agosto de 2007. Disponible en: <http://www.ibe.unesco.org/publications/ThinkersPdf/piagets.PDF>

Papalia, Diane y otros. (2005) *Psicología del desarrollo. De la infancia a la adolescencia*. 9ª ed. México: Mac Graw-Hill.

Pereira Pérez, Zulai. (1991) *Aprendizaje opertorio para niños de tercer año con bajo rendimiento en Matemáticas* Tesis Mag. Sc. San Pedro, Montes de Oca: Universidad Costa Rica.

Pérez, Rafael A. (2002) *El constructivismo en los espacios educativos*. (Colección pedagógica. Formación inicial de docentes centroamericanos de educación primaria o básica. Vol. 5) Cartago, Costa Rica.

Pozo, Juan. (2000) *La psicología cognitiva y la educación científica*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.

Saussure, Ferdinand. (1989) *Curso de lingüística general*. Alianza editorial S.A .Madrid. Trad. Amado Alonso

### **Consultada**

Arnobio Maya B. (1996) *Lecturas sobre el desarrollo de la inteligencia y del pensamiento*. (CIMED-MEP) Costa Rica

Centro de Investigación y perfeccionamiento para la educación técnica. (1990) *Psicología de la Educación*. Alajuela: CIPET

Dávila, Sergio.. (2000, Julio 9).*El aprendizaje significativo. Revista Digital de Educación y Nuevas Tecnologías*. Extraído el 25 de junio, 2007 de <http://contexto-educativo.com.ar/>

Rosas, R., Sebastián,C. (1997) *Piaget, Vigotsky, Maturana. Constructivismo a tres voces*. Argentina: AIQUE

Creo que en síntesis se puede decir que hay poco desarrollo de las estructuras operatorias en este grupo de estudiantes, salvo en la que obtuvo mejores resultados en las piagetianas, pedagógica, entrevista y rendimiento académico. Les envío esto así ya que si no lo van a tener listo para el domingo en que tendrán la última presencial.

## **ANEXOS**