

UNIVERZA V MARIBORU  
FAKULTETA ZA GRADBENIŠTVO

Žiga Unuk

**OPTIMIZACIJA NOSILCEV IN STEBROV Z  
MEŠANIM CELOŠTEVILSKIM NELINEARNIM  
PROGRAMIRANJEM**

Magistrsko delo

Maribor, september 2014





Univerza v Mariboru

Fakulteta za gradbeništvo

Smetanova ulica 17  
2000 Maribor, Slovenija

Magistrsko delo na študijskem programu 2. stopnje UM

**OPTIMIZACIJA NOSILCEV IN STEBROV Z MEŠANIM CELOŠTEVILSKIM  
NELINEARNIM PROGRAMIRANJEM**

Študent: Žiga Unuk

Študijski program: 2. stopnja, Gradbeništvo

Smer: Gradbene konstrukcije

Mentor: red. prof. dr. Kravanja Stojan, univ.dipl. inž. grad.

Maribor, september 2014



Univerza v Mariboru

Fakulteta za gradbeništvo

Smetanova ulica 17  
2000 Maribor, Slovenija

Številka: G2001397  
Maribor, 07.08.2014

Na osnovi 330. člena Statuta Univerze v Mariboru (Ur. l. RS, št. 46/2012 – UPB10) izdajam

### SKLEP O MAGISTRSKEM DELU

**Žiga Unuk**, študentu(ki) študijskega programa 2. stopnje GRADBENIŠTVO, se dovoljuje izdelati magistrsko delo.

Tema magistrskega dela je pretežno s področja Katedre za metalne konstrukcije.

MENTOR(ICA): red. prof. dr. Stojan Kravanja  
SOMENTOR(ICA):

Datum veljavnosti teme: 14.06.2015

Tema podaljšana:

**Naslov magistrskega dela:**

OPTIMIZACIJA NOSILCEV IN STEBROV Z MEŠANIM CELOŠTEVILSKIM NELINEARNIM PROGRAMIRANJEM

**Naslov magistrskega dela v angleškem jeziku:**

THE MIXED INTEGER NONLINEAR PROGRAMMING OPTIMIZATION OF BEAMS AND COLUMNS

Magistrsko delo je potrebno izdelati skladno z "Navodili za izdelavo magistrskega dela" in ga oddati v treh izvodih do 14.06.2015 v referatu za študentske zadeve.

V skladu z Navodili o pripravi in oddaji e-diplom je potrebno magistrsko delo oddati v Digitalno knjižnico Univerze v Mariboru.

Pravni pouk: Zoper ta sklep je možna pritožba na senat članice v roku 15 dni.

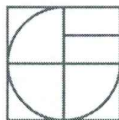
Obvestiti:

- kandidata -ko,
- mentorja,
- somentorja,
- odložiti v arhiv



DEKAN  
red. prof. dr. Miroslav Premrov

  
po pooblastilu dekana  
prodekan FG  
izr. prof. dr. Stanislav Škrabl



## ZAHVALA

Zahvaljujem se staršem, ki so mi omogočili študij in me vsestransko podpirali.

Prav tako se zahvaljujem mentorju dr. Stojanu Kravanji za pomoč in napotke pri opravljanju magistrskega dela.

## **OPTIMIZACIJA NOSILCEV IN STEBROV Z MEŠANIM CELOŠTEVILSKIM NELINEARNIM PROGRAMIRANJEM**

**Ključne besede:** gradbeništvo, konstrukcije, armirani beton, jekleni profili, lepljen lameliran les, stroškovna optimizacija konstrukcij, mešano celoštevilsko nelinearno programiranje, MINLP

**UDK:** 624.012.45.04:519.8(043.2).

### **Povzetek**

Magistrsko delo obravnava optimizacijo nosilcev in stebrov iz armiranega betona, jekla in lepljenega lameliranega lesa. Za izbrane konstrukcije so bili izračunani optimalni (najnižji) materialni stroški in izbrane optimalne dimenzije prečnih prerezov ter trdnostni razredi posameznega materiala. Izračuni so bili izvedeni za različne razpone nosilcev, različne višine stebrov in različne koristne obtežbe. Rezultati so bili med seboj primerjani. Za optimizacijo, ki je bila izvedena z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem, so bili razviti in uporabljeni optimizacijski modeli omenjenih konstrukcij, zapisani v višjem algebraskem jeziku GAMS.

## THE MIXED INTEGER NONLINEAR PROGRAMMING OPTIMIZATION OF BEAMS AND COLUMNS

**Key words:** civil engineering, structures, reinforced concrete, steel sections, glued laminated timber, cost structural optimization, Mixed Integer Nonlinear Programming, MINLP

**UDK:** 624.012.45.04:519.8(043.2).

### **Abstract**

This Master thesis deals with the optimization of beams and columns made of reinforced concrete, steel and glued laminated timber. For selected structures the optimal (minimal) material costs, optimal cross section dimensions and optimal strength classes were calculated. The calculations were performed for different spans of beams, different heights of columns and for different live loads. The results were compared. For the optimization, which was performed by the Mixed Integer Nonlinear Programming approach, optimization models of the mentioned structures were developed and applied, modelled in GAMS, a high level language.

## VSEBINA

<b>1</b>	<b>UVOD.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>OPTIMIRANJE KONSTRUKCIJ.....</b>	<b>3</b>
2.1	OPTIMIRANJE KONSTRUKCIJ Z MATEMATIČNIM PROGRAMIRANJEM.....	4
2.1.1	<i>Mešano celoštevilsko nelinearno programiranje.....</i>	<i>6</i>
2.2	OPTIMIRANJE S HEVRISTIČNIMI METODAMI.....	8
<b>3</b>	<b>OSNOVE PROGRAMSKEGA OKOLJA GAMS.....</b>	<b>10</b>
<b>4</b>	<b>OPTIMIZACIJA – MODELI.....</b>	<b>12</b>
4.1	BETONSKE KONSTRUKCIJE.....	13
4.1.1	<i>Betonski nosilci.....</i>	<i>15</i>
4.1.2	<i>Betonski stebri.....</i>	<i>32</i>
4.2	JEKLENE KONSTRUKCIJE.....	56
4.2.1	<i>Jekleni nosilci.....</i>	<i>60</i>
4.2.2	<i>Jekleni stebri.....</i>	<i>66</i>
4.3	LESENE KONSTRUKCIJE.....	76
4.3.1	<i>Leseni nosilci.....</i>	<i>78</i>
4.3.2	<i>Leseni stebri.....</i>	<i>81</i>
<b>5</b>	<b>OPTIMIZACIJA – REZULTATI.....</b>	<b>85</b>
5.1	NOSILCI.....	85
5.1.1	<i>Betonski nosilci.....</i>	<i>85</i>
5.1.2	<i>Jekleni nosilci.....</i>	<i>89</i>
5.1.3	<i>Leseni nosilci.....</i>	<i>94</i>
5.1.4	<i>Primerjava rezultatov.....</i>	<i>98</i>
5.2	STEBRI.....	101
5.2.1	<i>Betonski stebri.....</i>	<i>101</i>
5.2.2	<i>Jekleni stebri.....</i>	<i>105</i>
5.2.3	<i>Leseni stebri.....</i>	<i>109</i>
5.2.4	<i>Primerjava rezultatov.....</i>	<i>113</i>



<b>6</b>	<b>ZAKLJUČKI .....</b>	<b>115</b>
<b>7</b>	<b>LITERATURA.....</b>	<b>117</b>
<b>8</b>	<b>PRILOGE .....</b>	<b>118</b>
8.1	SEZNAM SLIK.....	118
8.2	SEZNAM TABEL .....	119
8.3	SEZNAM GRAFIKONOV .....	120
8.4	NASLOV ŠTUDENTA.....	122
8.5	KRATEK ŽIVLJENJEPIS.....	122

## **UPORABLJENI SIMBOLI**

Uporabljeni simboli so povzeti po evrokodih ali pa pojasnjeni v besedilu.

**UPORABLJENE KRATICE**

LP – linearno programiranje

NLP – nelinearno programiranje

MILP – mešano celoštevilsko linearno programiranje

MINLP – mešano celoštevilsko nelinearno programiranje

GAMS – The General Algebraic Modeling System



## 1 UVOD

Gradbene konstrukcije so zgrajene oz. sestavljene iz različnih gradbenih materialov z različnimi lastnostmi. Naloga inženirja je izbrati najprimernejši material. V osnovi mora konstrukcija zadovoljiti kriterije nosilnosti in uporabnosti, ob tem pa mora biti njena cena čim nižja. Čeprav je mnogokrat gradbeni material konstrukcije že v naprej določen, mora inženir še vedno določiti podvrsto oz. trdnostni razred izbranega materiala. Različni materiali kot tudi podvrste materiala imajo seveda različne trdnosti, cene itd. Najpogosteje ima material ali podvrsta materiala z večjo trdnostjo tudi višjo ceno. Inženir se torej odloča med množico rešitev, ki so omejene z dvema skrajnostma:

- izbrati cenejši material ali podvrsto materiala in zaradi nižje trdnosti imeti večje prečne prereze konstrukcijskih elementov.
- izbrati dražji material ali podvrsto materiala in zaradi višje trdnosti imeti manjše prečne prereze konstrukcijskih elementov

Iz te množice rešitev je potrebno izbrati optimalno rešitev. V klasičnem smislu bi moral inženir torej preračunati več različnih možnosti, med temi možnostmi pa izbrati najboljšo – najcenejšo. Za kaj takšnega bi bilo potrebno veliko časa, poleg tega pa bi bilo vprašljivo, če je med to množico tudi dejanska optimalna rešitev. Obstaja več različnih pristopov, ki rešijo omenjeni težavi. Eden takšnih pristopov je uporaba metode matematičnega programiranja za optimizacijo konstrukcij, med katero sodi tudi mešano celoštevilsko nelinearno programiranje, MINLP (Mixed Integer Non-Linear Programming).

Širši namen magistrske naloge je bila ponovitev, uporaba in nadgradnja znanj pridobljenih tekom študija gradbeništva. Problemi iz projektiranja konstrukcij, s katerimi smo se srečali tekom študija in se jih naučili rešiti, so omejeni na analizo konstrukcij, to je kontrolo nosilnosti in uporabnosti konstrukcije, kjer so vse lastnosti (material, geometrija, prečni prerezi itd.) že določene. V magistrskem

delu pa smo tem znanjem dodali še optimiranje dimenzij prečnih prerezov enostavnih konstrukcij oz. konstrukcijskih elementov, kjer je določena samo geometrija in topologija konstrukcije. Cilj je bil določiti najprimernejši material in najprimernejše dimenzije prečnih prerezov za konstrukcije z določeno geometrijo, tako, da bodo najcenejše. Pri tem smo upoštevali samo materialne stroške. Preverili smo hipotezo, da so pri manjših razponih oz. višinah najcenejše lesene konstrukcije, pri srednjih razponih oz. višinah betonske konstrukcije, pri največjih razponih in višinah pa jeklene konstrukcije.

V magistrskem delu smo optimirali dimenzije različnih prečnih prerezov prostoležečih nosilcev in stebrov iz različnih materialov. Pri prerezih smo se omejili na pravokotne prereze in še nekatere jeklene standardne prereze (IPE,HEA), pri materialih pa na beton, les in jeklo. Konstrukcije so morale zadovoljiti kriterije nosilnosti in uporabnosti, kot jih določajo veljavni gradbeni standardi – Evrokodi. Razponi oz. višine, za katere so se izračunale najprimernejše rešitve, so znašali od 5 do 25 metrov, višine stebrov pa od 2 do 6 metrov. Cene gradbenih materialov smo pridobili s kombiniranjem različnih javno dostopnih cen . Konstrukcije so bile poleg lastne teže obremenjene še z različno spremenljivo obtežbo.

Za raziskovanje teorije smo uporabili različne vire, za izračun oz. optimizacijo pa programe v GAMS okolju (The General Algebraic Modeling System). Pri spoznavanju programskega okolja GAMS smo si pomagali z različnimi priročniki in z GAMS-ovo bazo različnih optimizacijskih problemov. Hipotezo smo ocenili glede na rezultate našega izračuna. Izračun je bil izveden z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem. Za izbrane razpore in višine smo izračunali optimalne materialne stroške izdelave preučevanih konstrukcij iz različnih materialov. Rezultate smo primerjali in tako ugotovili, kateri material je najprimernejši za določen razpon pri podani obtežbi.

Strukturno je magistrska naloga sestavljena iz teoretičnega dela, v katerem smo predstavili področje optimiranja konstrukcij. Sledi teoretično-praktični del, kjer smo navedli pogojne enačbe nosilnosti, uporabnosti in namensko funkcijo posamezne konstrukcije, ki smo jih uporabili za model v okolju GAMS. Zadnje poglavje magistrske naloge je predstavitev rezultatov optimizacije.

## 2 OPTIMIRANJE KONSTRUKCIJ

Splošno znano je, da sta prve zametke optimiranja konstrukcij s svojimi klasičnimi deli podala J.C.Maxwell (1869) in A.G.M. Michell (1904). Zaradi računske zahtevnosti problema pa se je optimiranje konstrukcij, kakršnega poznamo danes, dejansko začelo razvijati šele v šestdesetih letih prejšnjega stoletja, kar je bilo pogojeno z razvojem računalniške opreme in numeričnih metod matematičnega programiranja. Kot prvinsko delo na področju modernega optimiranja konstrukcij različni avtorji pogosto navajajo delo L.A.Schmidta (1960), ki je kot prvi povezal nelinearno programiranje in metodo končnih elementov (KRAVANJA, Stojan, 2006).

Z »odkritjem« matematičnega programiranja s strani gradbenih projektantov, se je za kratek čas pojavilo splošno mnenje, da bo klasično projektiranje (v smislu kontrole izbrane konstrukcije) nadomeščeno s tem, da bo projektant enostavno formuliral zahteve za konstrukcije kot problem nelinearnega programiranja in za rešitev slednjega uporabil določen program za rešitev nelinearnih problemov. Slednji trditvi pa ni bilo tako. Do osemdesetih let prejšnjega stoletja (če izvzamemo hevristične metode) so namreč velike težave povzročali že majhni optimizacijski problemi optimiranja konstrukcij, saj optimizacijski modeli konstrukcij vsebujejo veliko število enačb. Šele v devetdesetih letih prejšnjega stoletja so se začele metode matematičnega programiranja pogosteje pojavljati in uporabljati za rešitev velikih sistemov enačb (SPILLERS, William R. in MACBAIN, Keith M., 2009).

Optimiranje konstrukcij se glede na namen deli na:

- optimiranje dimenzij prečnih prerezov,
- optimiranje oblike,
- optimiranje topologije.

Metode optimiranja konstrukcij lahko razvrstimo v dve veliki skupini:

- metode matematičnega programiranja,
- hevristične metode.

Med zagovorniki matematičnega programiranja in zagovorniki hevrističnih metod so se pogosto kresala mnenja. Zagovorniki matematičnega programiranja so namreč zagovornikom hevrističnih metod očitali teoretične pomanjkljivosti, saj hevristične metode (pogosto) ne upoštevajo gradientov funkcij oz. vektorjev, kar bi lahko imelo za posledico, da optimalna rešitev ne bo najdena. Zagovorniki hevrističnih metod pa so zagovornikom matematičnega programiranja očitali, da niso sposobni rešiti sistemov enačb resničnih (velikih) konstrukcij. Zadnji argument sicer glede na trenutna orodja ne drži več, res pa je, da so hevristične metode zelo privlačne, zaradi svojega »posnemanja« narave in svoje »kreativnosti«, saj ne iščejo rešitve problema zvezno (SPILLERS, William R. in MACBAIN, Keith M., 2009).

## **2.1 Optimiranje konstrukcij z matematičnim programiranjem**

Matematično programiranje konstrukcij imenujemo vsakršno optimiranje konstrukcij, ki temelji na optimizacijskih metodah matematičnega programiranja. V nasprotju s klasično metodo optimiranja konstrukcij, kjer se nekemu »optimalnemu« rezultatu približujemo z računskim ponavljanjem dimenzioniranja konstrukcije, da bi z vsako računsko ponovitvijo dobili ugodnejše dimenzije in ceno konstrukcije, poteka pri matematičnem programiranju izračun pogojev analize, oblikovanja geometrije, dimenzioniranja prerezov in konstrukcijskih elementov sočasno z optimiranjem cene ali mase konstrukcije (KRAVANJA, Stojan, 2006).

Pri matematičnem programiranju konstrukcij nam kriteriji nosilnosti in uporabnosti predstavljajo pogojne neenačbe oziroma enačbe. Spremenljivke so lastnosti konstrukcije, katere spreminjamo, da dosežemo optimalno vrednost namenske funkcije, konstante pa so dane lastnosti konstrukcije (vhodne vrednosti). Namensko funkcijo, katere vrednosti hočemo maksimirati ali minimirati, pa nam najpogosteje predstavlja cena konstrukcije, ki mora biti čim nižja.



Za razliko od hevrističnih metod je pri matematičnem programiranju pomembnejša vloga dana mejam spremenljivk in njihovim začetnim vrednostim, saj stremimo k temu, da bi bila namenska funkcija konveksna, to pomeni, da bi imela samo eno optimalno rešitev. Konveksnost poskušamo doseči s pravilno postavitvijo mej za vrednosti spremenljivk. To je večkrat oz. najpogosteje nemogoče, saj težko v naprej dovolj natančno vemo, kaj je optimalen rezultat. Tukaj svojo vlogo odigrajo začetne vrednosti spremenljivk, ki v primeru, da so dovolj »blizu« optimalni rešitvi omogočajo, da se tudi v nekonveksnih problemih, vrednost namenske funkcije približuje vsaj lokalni optimalni vrednosti.

Osnovne metode matematičnega programiranja so:

- linearno programiranje (Linear Programming, LP)

Pogojne (ne)enačbe in namenska funkcija so linearne.

- nelinearno programiranje (Non-Linear Programming, NLP)

Pogojne (ne)enačbe in namenska funkcija so lahko nelinearne.

- mešano celoštevilsko linearno programiranje (Mixed Integer Linear Programming, MILP)

Pogojne (ne)enačbe in namenska funkcija so linearne. Spremenljivke so lahko zvezne in diskretne.

- mešano celoštevilsko nelinearno programiranje (Mixed Integer Non-Linear Programming, MINLP)

Pogojne (ne)enačbe in namenska funkcija so lahko nelinearne. Spremenljivke so lahko zvezne in diskretne.

Od naštetih metod je v tehniki najpogosteje uporabljena metoda nelinearnega programiranja (NLP), kar niti ni presenetljivo, saj je večina problemov v mehaniki nelinearne narave.

Za optimiranje v tem magistrskem delu je bila uporabljena metoda celoštevilskega nelinearnega programiranja (MINLP), za katero bi lahko dejali, da rešuje probleme vseh treh ostalih metod. Pri MINLP gre za najzahtevnejšo metodo matematičnega

programiranja, katero so za realne probleme začeli uporabljati šele sredi devetdesetih let prejšnjega stoletja in se od takrat tudi hitreje razvija.

### 2.1.1 Mešano celoštevilsko nelinearno programiranje

Splošni problem MINLP se lahko zapiše kot (KRAVANJA, Stojan, 2006):

$$\begin{aligned}
 \min z &= \mathbf{c}^T \cdot \mathbf{y} + f(\mathbf{x}) \\
 \mathbf{h}(\mathbf{x}) &= \mathbf{0} \\
 \mathbf{g}(\mathbf{x}) &\leq \mathbf{0} \\
 \mathbf{B} \cdot \mathbf{y} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} &\leq \mathbf{b} \\
 \mathbf{x} \in X &= \{\mathbf{x} | \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n, \mathbf{x}^{LO} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{UP}\} \\
 \mathbf{y} \in Y &= \{0,1\}^m
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Spremenljivka »z« predstavlja namensko funkcijo. V splošnem je namenska funkcija enaka nelinearnemu izrazu  $f(\mathbf{x})$ , linearni izraz  $\mathbf{c}^T \mathbf{y}$  pa predstavlja morebitne stalne stroške, ki so odvisni samo od števila elementov. Enačba  $\mathbf{h}(\mathbf{x})=\mathbf{0}$  predstavlja sistem nelinearnih pogojnih enačb, neenačba  $\mathbf{g}(\mathbf{x})\leq\mathbf{0}$  pa predstavlja sistem nelinearnih pogojnih neenačb. Vektor  $\mathbf{x}$  predstavlja zvezne spremenljivke, vektor  $\mathbf{y}$  pa binarne spremenljivke, s kombinacijo katerih lahko »sestavimo« poljubno celo število. Sistem (ne)enačb  $\mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{C}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$  vsebuje diskretne in zvezne spremenljivke.

Prednosti sposobnosti reševanja nelinearnih problemov smo že utemeljili, ostane še sposobnost optimiranja z diskretnimi spremenljivkami, pogosto binarnimi, ki se lahko koristi za:

- optimiranje topologije (»vklop oz. izklop« elementa, število elementov)

Elementom se pripišejo binarne spremenljivke. V kolikor element za končno optimalno rešitev ni potreben, je pripadajoča binarna spremenljivka enaka 0.

- zadostitev pred določenim možnim diskretnim vrednostim (npr. širina in višina prečnega prereza, število armaturnih palic, število lamel v lameliranih lepljenih lesenih prečnih prerezih)

Primer: določitev premera (d) in števila (n) armaturnih palic za zadostno površino (A) armature

Za spremenljivko n velja, da je celo, pozitivno število, za premer d pa so na voljo določene diskretne vrednosti (npr. 12, 16, 19). Problem rešimo z uvedbo binarnih spremenljivk  $d_{12}, d_{16}, d_{19}$  in z naslednjimi enačbami:

$$A = n \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad (2.2)$$

$$d = d_{12} \cdot 12 + d_{16} \cdot 16 + d_{19} \cdot 19 \quad (2.3)$$

$$1 = d_{12} + d_{16} + d_{19} \quad (2.4)$$

Z zadnjo izmed zgornjih enačb smo določili, da bo izbrana samo ena diskretna vrednost za premer armature. Izkazalo se je sicer, da je primernejše, če za vsak možen premer definiramo svojo enačbo, npr.:

$$d_{12} \cdot (12 - d) = 0 \quad (2.5)$$

- izbira med seboj izločujočih se pogojnih (ne)enačb

Primer: spremenljivka a mora biti manjša od večje izmed spremenljivk (izrazov) b in c

$$a \leq \max(b, c) \quad (2.6)$$

Ta problem rešimo z uvedbo binarne spremenljivke y in dveh logičnih pogojev:

$$(b - c) \cdot y \geq 0 \quad (2.7)$$

$$(b - c) \cdot (1 - y) \leq 0 \quad (2.8)$$

Prvi pogoj trdi, da je b več kot c, drugi pa da je c več kot b. Za veljavnost prvega pogoja mora biti  $y=1$ , za veljavnost drugega pa  $y=0$ . Zgoraj zapisan kriterij se tako glasi:

$$a \leq y \cdot b + (1 - y) \cdot c \quad (2.9)$$

Na splošno se da različne probleme modelirati na različne načine. Podani primeri tako predstavljajo samo enega od načinov.

Poznane metode reševanja MINLP so (KRAVANJA, Stojan, 2006):

- nelinearna metoda vejanja in omejevanja (Nonlinear Branch and Bound),
- zaporedno linearno diskretno programiranje (sequential Linear Discrete Programming),
- razširjeno rezanje ravnine (Extended Cutting Plane),
- posplošena Bendersova dekompozicija (Generalized Benders Decomposition),
- metoda zunanje aproksimacije (Outer-Approximation),
- tehnika možnosti (Feasibility Technique),
- LP/NLP metoda vejanja in omejevanja (LP/NLP based Branch and Bound).

Razvoj MINLP je po eni strani razvoj novih algoritmov, po drugi strani pa tudi razvoj strategij za uporabo obstoječih algoritmov. S tem v grobem mislimo na večkratno računanje matematičnih problemov in uporabo dobljenih rešitev za začetno točko novega računa. Za vsak nov račun oz. iteracijo pa spremenimo omejitve za spremenljivke (omejitve zaostrujemo).

Zelo pogosto probleme MINLP ločimo na konveksne in nekonveksne probleme. V preteklosti so MINLP problemi bili omejeni na konveksne, če smo hoteli izračunati globalni optimum, v nasprotnem primeru (nekonveksnem) je rešitev (če je bila najdena) predstavljala le lokalni optimum. Danes programe za reševanje MINLP problemov ločimo na lokalne in globalne. Slednji z različnimi tehnikami (npr. razčlenitev problema MINLP na več podproblemov) rešujejo tudi nekonveksne probleme.

## 2.2 Optimiranje s hevrističnimi metodami

Kot hevristične metode razumemo metode, pri katerih se maksimum ali minimum namenske funkcije najde z različnimi poenostavitvami, ki včasih celo kršijo kriterije glede na katere optimiramo. Hevristične metode (v glavnem) ne upoštevajo gradientov funkcij. Rezultate izboljšujejo npr. z združevanjem, skaliranjem različnih rešitev. Za rešitev, ki jo podajo hevristične metode, zato ni možno trditi, da je

optimalna. Njihova prednost pa je, da najdejo vsaj približne rešitve velikih kompleksnih problemov v relativno kratkem času.

V skupino hevrističnih metod uvrščamo:

- direktno iskanje (Direct Search, DS),
- evolucijske algoritme (Evolutionary Algorithms, EA),
- simulirano ohlajanje (Simulated Annealing, SA),
- tabu iskanje (Tabu Search, TS),
- nevronske Mreže (Neural Networks, NN),
- kolonijo mravelj (Ant colony Optimization, ACO),
- harmonijsko iskanje (Harmony Search, HS).

### 3 OSNOVE PROGRAMSKEGA OKOLJA GAMS

GAMS oziroma The General Algebraic Modeling System je programsko okolje oz. jezik za modeliranje in reševanje problemov matematičnega programiranja za namene optimiranja. Omogoča nam, da obravnavani problem zapišemo v optimizacijski model, torej problem zapišemo z množico (ne)enačb. Uporabniku tako GAMS omogoča velik prihranek časa, ki bi ga ta porabil za modeliranje, poleg tega pa zmanjšuje morebitno prepreko zaradi skromnega uporabnikovega znanja na področju matematičnega programiranja. Okolje GAMS nato matematični model problema pošlje izbranemu programu za reševanje optimizacijskih problemov (solver – reševalec), ki ta problem reši in ga pošlje nazaj uporabniku. Rešitev prevede v obliko, v kateri mu je bil problem tudi podan.

V grobem optimizacijski problem v okolju GAMS zapišemo v optimizacijski model s pomočjo naslednjih ukazov:

- Set (oz. množica)

Pod to kategorijo so v naših primerih spadali npr. trdnostni razredi materialov, različni razponi, obtežbe itd.

- Data (oz. vhodne vrednosti)

Vhodne vrednosti se lahko zapišejo s pomočjo naslednjih oblik:

- Scalar - točno določena vrednost
- Parameter – vrednosti v odvisnosti od elementov v množicah (set)
- Table – vrednosti odvisne vsaj od elementov 2 množic (set)
- Variables – spremenljivke

Spremenljivke so lahko definirane kot proste, pozitivne, negativne, binarne in celoštevilске. Določimo lahko (oz. je priporočljivo) tudi poljubne zgornje in spodnje meje.

- Equations – enačbe oz. neenačbe

Znotraj enačb določimo tudi našo namensko funkcijo.

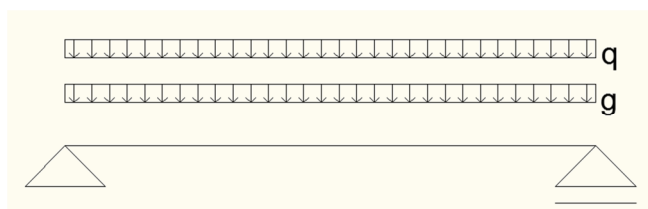
Z ukazom »Model« določimo, katere enačbe naj program upošteva v matematičnem modelu, z ukazom »Solve« pa vrsto matematičnega modela in pa spremenljivko, ki jo hočemo maksimirati oz. minimirati.

Za MINLP so v GAMS-u na voljo naslednji programi (solverji – reševalci):

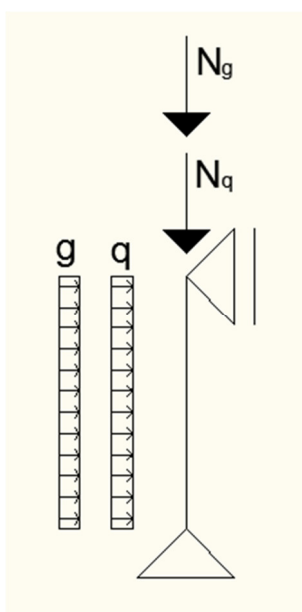
- ALPHAECP
- ANTIGONE
- BARON
- BONMIN
- COUENNE
- DICOPT
- KNITRO
- LINDO(GLOBAL)
- OQNLP
- SBB
- SCIP

## 4 OPTIMIZACIJA – MODELI

V magistrskem delu smo se odločili prikazati optimizacijo dveh statičnih sistemov iz treh različnih materialov (beton, jeklo, les). Prvi je prostoležeči nosilec, obremenjen z enakomerno zvezno obtežbo (slika 4.1), drugi pa členkasto podprti steber, obremenjen z osno silo in enakomerno zvezno obtežbo (slika 4.2). Predpostavili smo tudi, da je prostoležeči nosilec bočno podprt na vsakih 5 m svoje dolžine ( $l_{\text{podp}}=5\text{m}$ ).



Slika 4.1: Prostoležeči nosilec



Slika 4.2: Členkasto podprti steber

Za kriterije nosilnosti in uporabnosti smo uporabili kriterije iz veljavnih slovenskih gradbenih predpisov – evrokodov. Kot stalna obtežba je bila upoštevana samo



lastna teža. Koristno obtežbo smo deklarirali kot koristno obtežbo za skladišča in sicer iz preprostega razloga, ker so za to kategorijo kombinacijski faktorji za obtežbe največji.

Optimalni rezultat smo poskušali doseči s spreminjanjem prečnega prereza. Za vsak material in vsak statični sistem v tem poglavju podajamo izraze in predpostavke, katere smo uporabili v modelu za optimizacijo v okolju GAMS.

#### **4.1 Betonske konstrukcije**

Pri betonskih konstrukcijah smo se omejili na pravokotne prereze. Pri določevanju upogibne nosilnosti betonskih konstrukcij se pogosto uporabljajo kar različni diagrami za dimenzioniranje, ki ob določeni geometriji betonskega prereza in obtežbi oz. notranjih statičnih količinah podajajo računsko potrebno vzdolžno armaturo. V primeru naše naloge pa to ne pride v poštev, zato je potrebno izpeljati oz. nastaviti potrebne enačbe za upogibno nosilnost. Te enačbe se razlikujejo glede na ekscentričnost osne sile. V praktičnem smislu to pomeni, da se nosilci dimenzionirajo kot elementi z veliko ekscentričnostjo in posledično nesimetrično lego vzdolžne armature – armirana je samo tegnjena stran prereza. Stebri pa kot elementi z majhno ekscentričnostjo osne sile in s posledično simetrično lego vzdolžne armature – polovica potrebne armature je (zaradi upogibne obremenitve) v tegnjeni strani prereza, polovica pa (zaradi upogibne obremenitve) v tlačeni strani prereza. Osnovna hipoteza za dimenzioniranje je Bernoulli-Eulerjeva hipoteza, ki pravi, da so deformacije prečnega prereza razporejene linearno, kar pa ne moremo trditi za napetosti (v mejnem stanju nosilnosti), ki izkazujejo nelinearnost. V nadaljevanju, zaradi zgoraj navedenega razloga, sledijo enačbe potrebne za optimiranje prečnih prerezov stebrov in nosilcev ločeno. Dimenzioniranje je povzeto po standardu Evrokod 2 (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005). Lastnosti trdnostnih razredov betona in cena betona glede na trdnostne razrede, ki smo jih obravnavali, so podane v tabeli 4.1.

Tabela 4.1: Lastnosti trdnostnih razredov betona

	$f_{ck}$ [MPa]	$E_{cm}$ [GPa]	$f_{ctk, 0,05}$ [MPa]	$f_{ctm}$ [MPa]	$ce_b$ [€/m <sup>3</sup> ]	$\rho_b$ [kg/m <sup>3</sup> ]
C20	20	30	1,5	2,2	85	2500
C25	25	31	1,8	2,6	90,8	2500
C30	30	33	2	2,9	96,7	2500
C35	35	34	2,2	3,2	102,5	2500
C40	40	35	2,5	3,5	108,3	2500
C45	45	36	2,7	3,8	114,2	2500
C50	50	37	2,9	4,1	120	2500

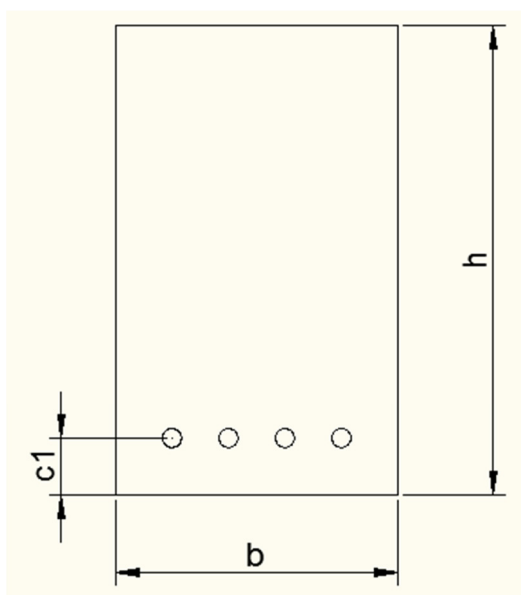
Za jeklo za armiranje smo upoštevali armaturo S500 z lastnostmi razvidnimi iz tabele 4.2.

Tabela 4.2: Lastnosti jekla za armiranje

Jeklo za armiranje	$f_{yk}$ [MPa]	$E_s$ [GPa]	$ce_j$ [€/kg]	$\rho_j$ [kg/m <sup>3</sup> ]
S500	500	200	0,8	7800

#### 4.1.1 Betonski nosilci

Za pravokotni betonski prerez nosilcev smo določili, da bo vzdolžna armatura razporejena v eni vrsti (slika 4.3). Pri tem je lahko posamezna palica nadomeščena z dvema palicama enakega premera, ki sta nameščeni ena nad drugo in se stikata.



Slika 4.3: Prečni prerez betonskega nosilca

Določili smo tudi, da naša konstrukcija spada v razred konstrukcij S4 in v razred izpostavljenosti XC1. Na podlagi tega smo določili potreben krovni sloj ( $c_{nom}$ ).

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (4.1)$$

kjer je:

$c_{min}$  – najmanjša debelina krovnega sloja

$\Delta c_{dev}$  – dovoljeno projektno odstopanje ( $\Delta c_{dev} = 10 \text{ mm}$ )

Za  $c_{min}$  velja:

$$c_{min} = \max(c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,y} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10 \text{ mm}) \quad (4.2)$$

kjer je:

$c_{min,b}$  – najmanjša debelina krovnega sloja glede na zahteve sprijemnosti ( $c_{min,b} = d_{pal}$ )

$c_{\min,dur}$  – najmanjša debelina krovnega sloja glede na pogoje okolja  
( $c_{\min,dur}=15\text{mm}$ )

$\Delta c_{dur,y}$  – dodatni varnostni sloj ( $\Delta c_{dur,y}=0$ )

$\Delta c_{dur,st}$  – zmanjšanje najmanjše debeline krovne plasti pri uporabi nerjavnega jekla  
( $\Delta c_{dur,st}=0$ )

$\Delta c_{dur,add}$  – zmanjšanje najmanjše debeline krovne plasti pri uporabi dodatne zaščite ( $\Delta c_{dur,add}=0$ )

$d_{pal}$  – premer palice vzdolžne armature

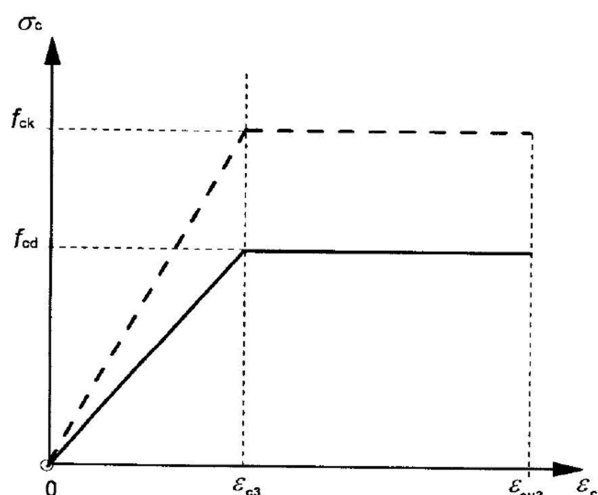
Za  $c_{nom}$  torej velja:

$$c_{nom} = \max(d_{pal}; 15\text{mm}) + 10\text{mm} \quad (4.3)$$

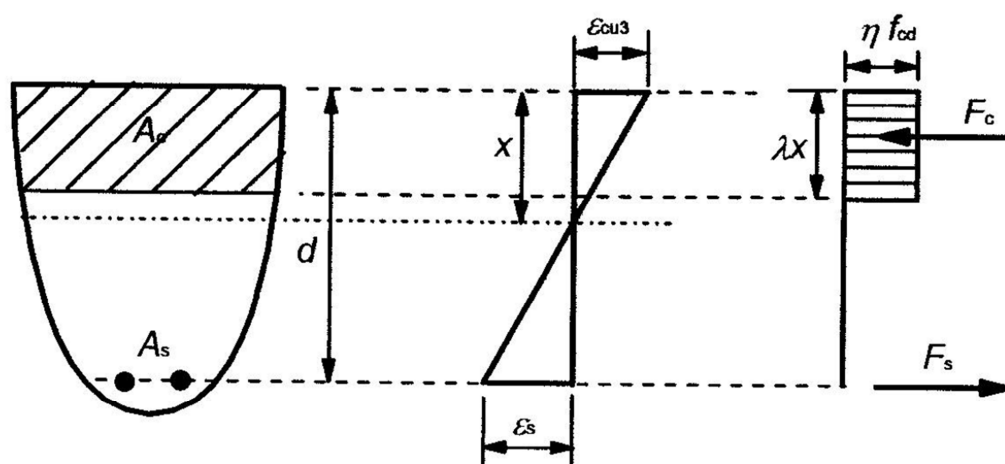
V našem modelu je spremenljivka  $c_1$  predstavljal oddaljenost težišča vzdolžne armature od roba. Za določitev vrednosti spremenljivke  $c_1$  smo torej sešteli debelino krovne sloja betona ( $c_{nom}$ ), predviden premer palic strižne armature (12mm) in polovico ali cel premer vzdolžne armature (odvisno od razporeditve armaturnih palic).

$$\begin{aligned} c_1 &= c_{nom} + 12\text{mm} + d_{pal} \\ &= \max(d_{pal}; 15\text{mm}) + 10\text{mm} + 12\text{mm} + d_{pal} \\ &= \max(d_{pal}; 15\text{mm}) + 22\text{mm} + d_{pal} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Za določevanje nosilnosti prečnih prerezov nosilcev (elementov z veliko ekscentričnostjo osne sile), smo uporabili bilinearni delovni diagram betona (slika 4.4) s predpostavko o konstantni razporeditvi tlačnih napetosti in o učinkoviti višini tlačne cone (slika 4.5).

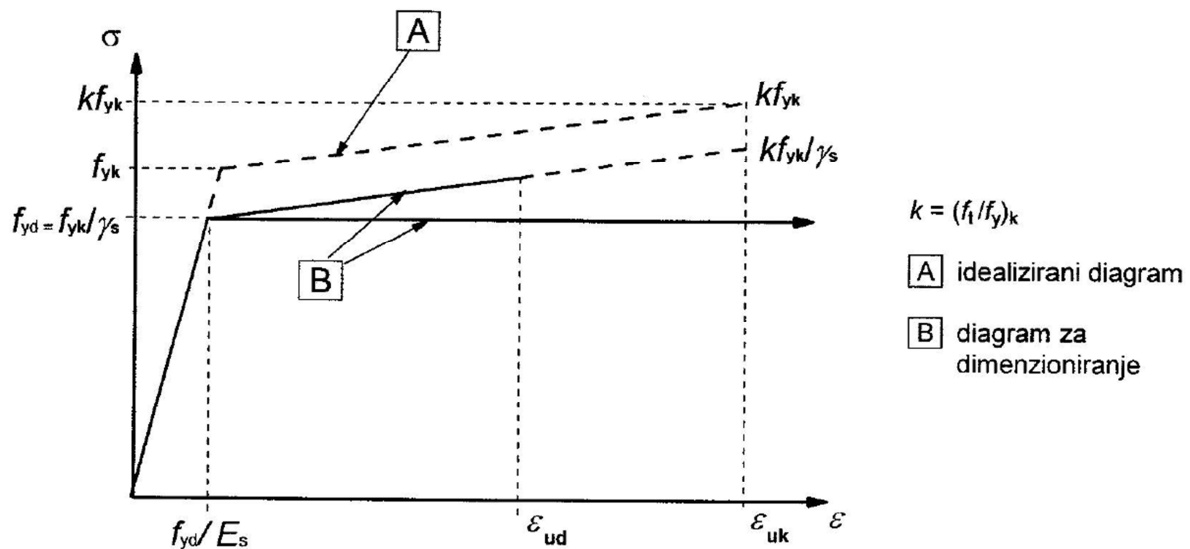


Slika 4.4: Bilinearni delovni diagram betona (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005)



Slika 4.5: Konstantna porazdelitev napetosti (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005)

Za ponazoritev obnašanja armature smo uporabili bilinearni delovni diagram jekla (slika 4.6), s predpostavko o vodoravni zgornji veji diagrama brez omejitve deformacije.



Slika 4.6: Bilinearni delovni diagram jekla za armiranje (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005)

Upogibno nosilnost betonskega prereza oz. potrebno vzdolžno armaturo za zagotovitev zadostne nosilnosti glede na upogibni moment, določimo z rešitvijo ravnotežnih enačb za sile in momente v ravnini prereza.

Enačba momentnega ravnotežja glede na lego armature:

$$\begin{aligned}
 0 & \\
 &= \eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x \cdot (c_1 - h + 0.4 \cdot x) + N_{Ed} \cdot (0.5 \cdot h - c_1) + M_{Ed}
 \end{aligned} \quad (4.5)$$

Enačba ravnotežja sil:

$$0 = \eta \cdot f_{cd} \cdot b \cdot \lambda \cdot x - N_{Ed} - f_{yd} \cdot A_s \quad (4.6)$$

kjer je:

$\eta$  – faktor, s katerim je določena učinkovita trdnost

$\lambda$  – faktor, s katerim je določena učinkovita višina tlačne cone

$f_{yd}$  – projektna trdnost jekla za armiranje

$f_{cd}$  – projektna tlačna trdnost betona

$h$  – višina pravokotnega betonskega prereza

$b$  – širina pravokotnega betonskega prereza

$x$  – višina tlačnega dela betonskega prereza

$A_s$  – potrebna površina jekla za armiranje

Za  $\lambda$  in  $\eta$  velja:

$$\lambda = 0,8; f_{ck} \leq 50MPa \quad (4.7)$$

$$\eta = 1 ; f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \quad (4.8)$$

Za projektni trdnosti jekla ( $f_{yd}$ ) in betona ( $f_{cd}$ ) velja:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (4.9)$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.10)$$

kjer je :

$\gamma_s$  – delni varnostni faktor za jeklo za armiranje ( $\gamma_s = 1,15$ )

$\gamma_c$  – delni varnostni faktor za beton ( $\gamma_c = 1,5$ )

$\alpha_{cc}$  – koeficient, ki upošteva učinke trajanja in neugodne učinke načina nanosa obtežbe na tlačno trdnost betona ( $\alpha_{cc} = 1$ )

Ob tem mora biti izpolnjen pogoj, da je deformacija armature večja od meje tečenja (tako zagotovimo, da je napetost v armaturi enaka napetosti pri meji tečenja):

$$\frac{\epsilon_{cu3}}{x} \cdot (h - x - c_1) > \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (4.11)$$

kjer je:

$\epsilon_{cu3}$  – mejna tlačna deformacija betona ob upoštevanju bilinearnega delovnega diagrama betona (Za betone trdnostnih razredov C12-C50 velja:  $\epsilon_{cu3} = 3,5\%$ )

$E_s$  – elastični modul jekla za armiranje (200GPa)

Projektni upogibni moment  $M_{Ed}$  je določen z enačbo:

$$M_{Ed} = \frac{(\gamma_G \cdot (b \cdot h \cdot \rho_b + g) + \gamma_Q \cdot q) \cdot l^2}{8} \quad (4.12)$$

kjer je:

$\gamma_G$  – delni varnostni faktor za stalne vplive ( $\gamma_G = 1,35$ )

$\gamma_Q$  – delni varnostni faktor za spremenljive vplive ( $\gamma_Q = 1,5$ )

Za omejitve oblike prereza smo upoštevali:

$$h \leq 2,5 \cdot b \quad (4.13)$$

$$h \geq b. \quad (4.14)$$

Površina prereza vzdolžne armature je omejena z izrazi:

$$A_s \leq 0,04 \cdot b \cdot h \quad (4.15)$$

$$A_s \geq 0,26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot (h - c_1) \quad (4.16)$$

$$A_s \geq 0,0013 \cdot b \cdot (h - c_1) \quad (4.17)$$

Projektna prečna sila je določena z:

$$V_{Ed} = \frac{(\gamma_G \cdot (b \cdot h \cdot \rho_b + g) + \gamma_Q \cdot q) \cdot l}{2} \quad (4.18)$$

Projektno strižno odpornost betona ( $V_{Rd,c}$ ) določimo z izrazi 4.19 – 4.22 :

$$V_{Rd,c} = \left( \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b \cdot (h - c_1) \quad (4.19)$$

$$\geq 0,035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}$$

$$k = 1 + \sqrt{\left( \frac{200}{(h - c_1)} \right)} \leq 2,0 \quad (4.20)$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b \cdot (h - c_1)} \leq 0,02 \quad (4.21)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{h \cdot b} \leq 0,2 \cdot f_{cd} \quad (4.22)$$

V kolikor pogoj

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad (4.23)$$

ni izpolnjen, je potrebno uporabiti izraze za dimenzioniranje elementov, kjer je strižna armatura računsko potrebna.

Odločili smo se za navpična stremena, tako računsko potrebno armaturo ( $a_{sw}$ ) določimo z:

$$a_{sw} = \frac{V_{Ed} - (h - c_1) \cdot (\gamma_G \cdot (b \cdot h \cdot \rho_b + g) + \gamma_Q \cdot q)}{(h - c_1 - 0,4 \cdot x) \cdot \left( \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \right) \cdot \cos \theta}; \quad (4.24)$$

$$0,380506 \leq \theta \leq 0,785398$$



kjer je:

$\theta$  kot med betonsko tlačno razporo in osjo nosilca, ki je pravokotna na prečno silo

Strižna armatura je omejena z:

$$\frac{a_{sw}}{b} \geq \rho_{w,min} = 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (4.25)$$

$$a_{sw} \leq a_{sw,max} = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \quad (4.26)$$

kjer je:

$\rho_{w,min}$  – minimalna stopnja armiranja s strižno armaturo

$a_{sw,max}$  – največja učinkovita ploščina prečnega prereza strižne armature

Preveriti je treba tudi nosilnost tlačnih diagonal ( $V_{Rd,max}$  – model betonskega paličja)

$$V_{Rd,max} = (h - c_1 - 0,4 \cdot x) \cdot 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (4.27)$$

Pri mejnem stanju uporabnosti smo uporabili kriterije za omejitev povesov, omejitev napetosti in omejitev razpok. Upoštevali smo tudi lezenje.

Predpostavili smo, da je relativna vlažnost enaka 50 % (suho notranje okolje, RH=50). Projektna življenjska doba je 50 let oz. 18250 dni ( $t_k=18250$ ). Starost betona ob prvi obremenitvi pa znaša 28 dni ( $t_0=28$ ).

Lezenje betona smo upoštevali s pomočjo koeficienta lezenja ( $\phi$ ). Ta se sicer razlikuje glede na tlačno napetost v betonu pri navidezno stalni kombinaciji ( $\sigma_{c,navidezno-stalna}$ ). Ločimo torej primera, ko je tlačna napetost v betonu manjša od 45% karakteristične tlačne trdnosti in večja od 45% karakteristične tlačne trdnosti (upoštevamo nelinearnost lezenja). Koeficient lezenja določimo z izrazi 4.28 – 4.42:

$$\phi = \phi(t, t_0); \sigma_{c,navidezno-stalna} \leq 0,45 \cdot f_{ck} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_k(t, t_0) \\ &= \phi(t, t_0) \cdot \exp(1,5 \cdot (k_\sigma - 0,45)); \sigma_{c,navidezno-stalna} > 0,45 \cdot f_{ck} \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$k_{\sigma} = \left( \frac{\sigma_{c,navidezno-stalna}}{f_{ck} + 8} \right) \quad (4.30)$$

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (4.31)$$

$$\phi_0 = \phi_{rh} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (4.32)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} \quad (4.33)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{(f_{ck} + 8)^{0,5}} \quad (4.34)$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left( \frac{t_k - t_0}{\beta_H + t_k - t_0} \right)^{0,3} \quad (4.35)$$

$$\beta_H = 1,5 \cdot (1 + (0,012 \cdot rh)^{18}) \cdot \left( \frac{2 \cdot b \cdot h}{2 \cdot b + 2 \cdot h} \right) + 250 \leq 1500 ; f_{cm} \leq 35MPa \quad (4.36)$$

$$\beta_H = 1,5 \cdot (1 + (0,012 \cdot rh)^{18}) \cdot \left( \frac{2 \cdot b \cdot h}{2 \cdot b + 2 \cdot h} \right) + 250 \leq 1500 ; f_{cm} \geq 35MPa \quad (4.37)$$

$$\phi_{RH} = \left( 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \left( \frac{b \cdot h \cdot 2}{2 \cdot b + 2 \cdot h} \right)^{\frac{1}{3}}} \right) ; f_{cm} \leq 35MPa \quad (4.38)$$

$$\phi_{RH} = \alpha_2 \cdot \left( 1 + \alpha_1 \cdot \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \left( \frac{b \cdot h \cdot 2}{2 \cdot b + 2 \cdot h} \right)^{\frac{1}{3}}} \right) ; f_{cm} \geq 35MPa \quad (4.39)$$

$$\alpha_1 = \frac{35}{(f_{ck} + 8)^{0,7}} \quad (4.40)$$

$$\alpha_2 = \frac{35}{(f_{ck} + 8)^{0,2}} \quad (4.41)$$

$$\alpha_3 = \frac{35}{(f_{ck} + 8)^{0,5}} \quad (4.42)$$

kjer je:

$f_{cm}$  – srednja tlačna trdnost betona ( $f_{cm} = f_{ck} + 8$ )

$k_{\sigma}$  – razmerje med tlačno napetostjo v betonu pri navidezno-stalni kombinaciji in srednjo tlačno trdnostjo betona v času obremenitve

$\phi(t, t_0)$  – koeficient lezenja brez upoštevanja nelinearnosti

$\phi_0$  – nazivni koeficient lezenja

$\beta(t_0)$  – faktor za upoštevanje učinka starosti betona ob obremenitvi na nazivni koeficient lezenja

$\beta(f_{cm})$  – faktor za upoštevanje učinka trdnosti betona na nazivni koeficient lezenja

$\beta_c(t, t_0)$  – koeficient za opisovanje časovnega razvoja lezenja po nanosu obtežbe

$\beta_H$  – koeficient, ki je odvisen od relativne vlažnosti okolja in nazivne velikosti elementa

$\phi_{RH}$  – faktor za upoštevanje učinka trdnosti betona na nazivni koeficient lezenja

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  – koeficienti za upoštevanje vpliva trdnosti betona

Pri kontroli napetosti ločimo 2 stanja:

- Pred lezenjem
- Po lezenju

Projektne vrednosti obremenitev določimo z:

$$M_{Ed,karak} = \frac{((b \cdot h \cdot \rho_b + g) + q) \cdot l^2}{8} \quad (4.43)$$

$$M_{Ed,navidezno-stalna} = \frac{((b \cdot h \cdot \rho_b + g) + \psi_2 \cdot q) \cdot l^2}{8} \quad (4.44)$$

kjer je:

$M_{Ed,karak}$  – projektni upogibni moment pri karakteristični obtežni kombinaciji

$M_{Ed,navidezno-stalna}$  – projektni upogibni moment pri navidezno stalni obtežni kombinaciji

$\psi_2$  – kombinacijski faktor za navidezno stalno kombinacijo

Naša konstrukcija ni obremenjena z osno silo, zato se lahko globina nevtralne osi v mejnem stanju uporabnosti ( $x_{sls}$ ) določi z (Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po evrokod standardih, 2011) :

$$x_{sls} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_e \cdot A_s}{b}\right)^2 + \frac{2 \cdot \alpha_e \cdot A_s \cdot (h - c)}{b}} - \frac{\alpha_e \cdot A_s}{b} \quad (4.45)$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \quad (4.46)$$

kjer je:

$\alpha_e$  – razmerje med moduloma elastičnosti jekla in betona

Napetost v armaturi pri karakteristični kombinaciji ( $\sigma_{s,karak}$ ) je potrebno omejiti na 80% karakteristične trdnosti jekla za armiranje, tlačno napetost v betonu pri karakteristični kombinaciji ( $\sigma_{c,karak}$ ) pa na 60% karakteristične tlačne trdnosti:

$$\sigma_{s,karak} = \frac{M_{Ed,karak}}{A_s \cdot \left(h - c_1 - \frac{1}{3} \cdot x_{sls}\right)} \leq 0,8 \cdot f_{yk} \quad (4.47)$$

$$\sigma_{c,karak} = \frac{\sigma_{s,karak} \cdot x_{sls}}{\alpha_e \cdot (h - c_1 - x_{sls})} \leq 0,6 \cdot f_{ck} \quad (4.48)$$

Po izvršenem lezenju je potrebno upoštevati novo globino nevtralne osi  $x_{sls,lez}$  (Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po evrokod standardih, 2011):

$$x_{sls,lez} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_{e,lez} \cdot A_s}{b}\right)^2 + \frac{2 \cdot \alpha_{e,lez} \cdot A_s \cdot (h - c_1)}{b}} - \frac{\alpha_{e,lez} \cdot A_s}{b} \quad (4.49)$$

$$\alpha_{e,lez} = \frac{E_s \cdot (1 + \phi)}{E_{cm}} \quad (4.50)$$

kjer je:

$\alpha_{e,lez}$  – razmerje med moduloma elastičnosti jekla in betona po izvršenem lezenju betona

Tudi po izvršenem lezenju je potrebno napetost v armaturi pri karakteristični kombinaciji ( $\sigma_{s,karak,lez}$ ) omejiti na 80% karakteristične trdnosti jekla za armiranje,

tlačno napetost v betonu po izvršenem lezenju pri karakteristični kombinaciji ( $\sigma_{c,karak,lez}$ ) pa na 60% karakteristične tlačne trdnosti:

$$\sigma_{s,karak,lez} = \frac{M_{Ed,karak}}{A_s \cdot \left( h - c_1 - \frac{1}{3} \cdot x_{sls,lez} \right)} \leq 0,8 \cdot f_{yk} \quad (4.51)$$

$$\sigma_{c,karak,lez} = \frac{\sigma_{s,karak,lez} \cdot x_{sls,lez}}{\alpha_e \cdot (h - c_1 - x_{sls,lez})} \leq 0,6 \cdot f_{ck} \quad (4.52)$$

Za izračun pomikov smo poenostavljeno upoštevali enoten koeficient lezenja po celotnem nosilcu (ne glede na to, če je bil upoštevan nelinearen del ali ne).

Poves v začetnem nerazpokanem stanju ( $u_1$ ) izračunamo z:

$$u_1 = \frac{5 \cdot (g + b \cdot h \cdot \rho_b + q) \cdot l^4}{384 \cdot E_{cm} \cdot I_y} \quad (4.53)$$

$$I_y = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (4.54)$$

kjer je:

$I_y$  – vztrajnostni moment betonskega prereza

Ukrivljenost nerazpokanega prereza ob obremenitvi izračunamo z:

$$\left( \frac{1}{r} \right)_{I,0} = \frac{M_{Ed,navidezno-stalna}}{E_{cm} \cdot I_y} \quad (4.55)$$

Ukrivljenost razpokanega prereza ob obremenitvi izračunamo z:

$$\left( \frac{1}{r} \right)_{II,0} = \frac{\epsilon_{c,navidezno-stalna} + \epsilon_{s,navidezno-stalna}}{h - c_1} \quad (4.56)$$

Razmerje ukrivljenosti ob obremenitvi izračunamo z:

$$\frac{\left( \frac{1}{r} \right)_{II,0}}{\left( \frac{1}{r} \right)_{I,0}} = \frac{\frac{\epsilon_{c,navidezno-stalna} + \epsilon_{s,navidezno-stalna}}{h - c_1}}{\frac{M_{Ed,navideznostalna}}{E_{cm} \cdot I_y}} \quad (4.57)$$

$$\epsilon_{s,navidezno-stalna} = \frac{\sigma_{s,navidezno-stalna}}{E_s} \quad (4.58)$$

$$\epsilon_{c,navidezno-stalna} = \frac{\sigma_{c,navidezno-stalna}}{E_{cm}} \quad (4.59)$$

$$\sigma_{s,navidezno-stalna} = \frac{M_{Ed,navidezno-stalna}}{A_s \cdot \left( h - c_1 - \frac{1}{3} \cdot x_{sls} \right)} \quad (4.60)$$

$$\sigma_{c,navidezno-stalna} = \frac{\sigma_{s,navidezno-stalna} \cdot x_{sls}}{\alpha_e \cdot (h - c_1 - x_{sls})} \quad (4.61)$$

kjer je:

$\epsilon_{s,navidezno-stalna}$  – deformacija armature pri navidezno stalni kombinaciji

$\epsilon_{c,navidezno-stalna}$  – deformacija betona pri navidezno stalni kombinaciji

Končni povos z upoštevanjem nerazpokanega stanja ( $u_2$ ) izračunamo z:

$$u_2 = u_1 \cdot (1 + \phi) \quad (4.62)$$

Ukrivljenost nerazpokanega prereza po izvršenem lezenju izračunamo z:

$$\left( \frac{1}{r} \right)_{I,\infty} = \frac{M_{Ed,navidezno-stalna} \cdot (1 + \phi)}{E_{cm} \cdot I_y} \quad (4.63)$$

Ukrivljenost razpokanega prereza po izvršenem lezenju izračunamo z:

$$\left( \frac{1}{r} \right)_{II,\infty} = \frac{\epsilon_{c,navidezno-stalna,lez} + \epsilon_{s,navidezno-stalna,lez}}{h - c_1} \quad (4.64)$$

Razmerje ukrivljenosti po izvršenem lezenju izračunamo z:

$$\frac{\left( \frac{1}{r} \right)_{II,\infty}}{\left( \frac{1}{r} \right)_{I,\infty}} = \frac{\frac{\epsilon_{c,navidezno-stalna,lez} + \epsilon_{s,navidezno-stalna,lez}}{h - c_1}}{\frac{M_{Ed,navidezno-stalna} \cdot (1 + \phi)}{E_{cm} \cdot I_y}} \quad (4.65)$$

$$\epsilon_{s,navideznostalna,lez} = \frac{\sigma_{s,navidezno-stalna,lez}}{E_s} \quad (4.66)$$

$$\epsilon_{c,navideznostalna,lez} = \frac{\sigma_{c,navidezno-stalna,lez} \cdot (1 + \phi)}{E_{cm}} \quad (4.67)$$

$$\sigma_{s,navideznostalna,lez} = \frac{M_{Ed,navidezno-stalna}}{A_s \cdot \left( h - c_1 - \frac{1}{3} \cdot x_{sls,lez} \right)} \quad (4.68)$$

$$\sigma_{c,navidezno-stalna,lez} = \frac{\sigma_{s,navidezno-stalna,lez} \cdot x_{sls,lez}}{\alpha_{e,lez} \cdot (h - c_1 - x_{sls,lez})} \quad (4.69)$$

kjer je:

$\epsilon_{s,navidezno-stalna,lez}$  – deformacija armature pri navidezno stalni kombinaciji po izvršenem lezenju

$\epsilon_{c,navidezno-stalna,lez}$  – deformacija betona pri navidezno stalni kombinaciji po izvršenem lezenju

Razdelitveni koeficient ( $\zeta$ ) izračunamo z:

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left( \frac{M_{cr}}{M_{Ed,navidezno-stalna}} \right)^2 \quad (4.70)$$

$$M_{cr} = W_y \cdot f_{ctm} \quad (4.71)$$

$$W_y = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad (4.72)$$

kjer je:

$M_{cr}$  – upogibni moment, pri katerem se pojavi prva razpoka

$\beta$  – koeficient, ki upošteva vpliv trajanja obtežbe ali ponavljajoče se obtežbe na povprečno deformacijo jekla (=0,5 za trajno obtežbo ali za več ciklov ponavljajoče se obtežbe)

$W_y$  – elastični odpornostni moment prereza

Upogibek popolnoma razpokanega nosilca po izvršenem lezenju ( $u_3$ ) izračunamo z:

$$u_3 = u_2 \cdot \frac{\left(\frac{1}{r}\right)_{II,\infty}}{\left(\frac{1}{r}\right)_{I,\infty}} \quad (4.73)$$

Dejanski končni upogibek ( $u_4$ ) mora biti manjši od  $l/250$ . Izračunamo ga z:

$$u_4 = \zeta \cdot u_3 + (1 - \zeta) \cdot u_2 \leq \frac{l}{250} \quad (4.74)$$

Dovoljena širina razpok je za razred izpostavljenosti XC1, pri navidezno stalni kombinaciji enaka 0.4mm. Dejansko širino razpok ( $w_k$ ) izračunamo z:

$$w_k = s_{r,max} \cdot (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

kjer je

$s_{r,max}$  – največja razdalja med razpokami

$\epsilon_{sm}$  – srednja deformacija armature

$\epsilon_{cm}$  – povprečna deformacija betona med razpokami

Širina razpok se izračuna glede razdaljo med armaturnimi palicami ( $raz_{pal}$ ):

$$s_{r,max} = 3,4 \cdot c + 0,425 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot \frac{d_{pal}}{\rho_{p,eff}}; \quad raz_{pal} \leq 5 \cdot \left(c_1 + \frac{d_{pal}}{2}\right) \quad (4.75)$$

$$s_{r,max} = 1,3 \cdot (h - x_{sls}); \quad raz_{pal} \geq 5 \cdot \left(c_1 + \frac{d_{pal}}{2}\right) \quad (4.76)$$

Razdalja med palicami se izračuna z:

$$raz_{pal} = \frac{b - 2 \cdot c_1 - n_{pal} \cdot d_{pal}}{n_{pal} - 1} \quad (4.77)$$

pri čemer mora veljati:

$$raz_{pal} \geq \max(d_{pal}, d_g + k_2, 20mm) \quad (4.78)$$

kjer je:

$k_2$  – koeficient, ki upošteva vpliv razporeditve deformacij po prerezu ( $k_2=5$  mm)

$d_g$  – premer največjega zrna agregata (upoštevamo  $d_g=16$  mm)

$n_{pal}$  – število armaturnih palic izbranega premera

Razliko med srednjo deformacijo armature ( $\epsilon_{sm}$ ) in povprečno deformacijo betona med razpokami ( $\epsilon_{cm}$ ) izračunamo z:

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} \cdot 1 + \alpha_e \cdot \rho_{p,eff}}{E_s} \geq \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (4.79)$$



$$\rho_{p,eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad (4.80)$$

$$A_s = \frac{n_{pal} \cdot \pi \cdot d_{pal}^2}{4} \quad (4.81)$$

$$A_{c,eff} = b \cdot h_{c,eff} \quad (4.82)$$

$$h_{c,eff} = \min \left( 2,5 \cdot c_1, \frac{h - x_{sls}}{3}, \frac{h}{2} \right) \quad (4.83)$$

kjer je:

$\rho_{p,eff}$  – razmerje med vzdolžno armaturo in učinkovitim delom betonskega prereza v natezni coni

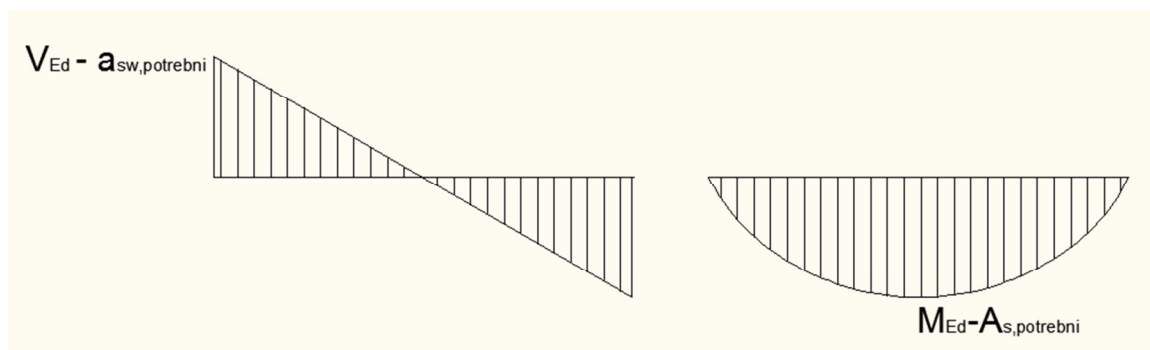
$A_{c,eff}$  – učinkoviti del betonskega prereza v natezni coni

$h_{c,eff}$  – višina učinkovitega dela betonskega prereza v natezni coni

$k_t$  – faktor, ki je odvisen od trajanja obtežbe ( $k_t=0,4$  za dolgotrajno obtežbo)

### Določitev namenske funkcije

Pri določitvi celotne potrebne vzdolžne in prečne armature smo napravili določene predpostavke. Potrebni površini obeh armatur sta bili določeni za najbolj obremenjen prerez, se pravi, sta to največji vrednosti potrebne armature, saj se le ta (potrebna armatura) spreminja glede na notranje statične količine (slika 4.7).



Slika 4.7: Zveza med notranjimi statičnimi količinami in potrebno armaturo

Za določitev skupne potrebne količine armature smo zato integrirali ploščine likov (slika 4.7), ki jih omejujejo krivulje vrednosti notranjih statičnih količin (oz. potrebne armature):

- Strižna armatura:

$$2 \cdot \int_0^l V_{Ed} - \frac{2 \cdot V_{Ed}}{l} \cdot x \, dx = \frac{1}{2} \cdot V_{Ed} \cdot l; (0,5 \cdot a_{sw} \cdot l) \quad (4.84)$$

Zaradi dejstva, da je povsod v nosilcu potrebna vsaj minimalna strižna armatura in da je v resnici količina strižne armature zaradi konstrukcijskih razlogov večja, povečamo izračunano količino za 10%. Spremenljivka  $a_{sw}$  predstavlja površino potrebne strižne armature na tekoči meter nosilca. Predpostavili smo tudi, da je strižna armatura nameščena v obliki stremen, torej je potrebno  $a_{sw}$  pomnožiti še z dimenzijama stremen. Določitve premera stremen strižne armature v model nismo vključili, saj lahko dejansko količino strižne armature spreminjamo z zmanjševanjem ali večanjem razdalje med stremeni.

Potrebna strižna armatura je torej:

$$0,6 \cdot a_{sw} \cdot ((h - 2 \cdot c_{nom}) + (b - 2 \cdot c_{nom})) \cdot l \quad (4.85)$$

- Vzdolžna armatura:

$$\int_0^l \frac{q \cdot l}{2} \cdot x - q \cdot \frac{x^2}{2} \, dx = \frac{1}{12} \cdot q \cdot l^3 = \frac{2}{3} \cdot M_{Ed} \cdot l; (0,67 \cdot A_s \cdot l) \quad (4.86)$$

Zaradi dejstva, da je potrebno pri vzdolžni armaturi upoštevati tudi dodatno natezno silo, ko jo v vzdolžni armaturi povzroča prečna sila  $V_{Ed}$  in da je v resnici količina vzdolžne armature zaradi konstrukcijskih razlogov večja, povečamo izračunano količino za 15%.

Potrebna vzdolžna armatura je torej:

$$0,82 \cdot A_s \cdot l \quad (4.87)$$

Namenska funkcija, materialni stroški za izdelavo naše konstrukcije (ce), se za betonske nosilce glasi:

$$\begin{aligned} & ce \\ & = ce_b \cdot b \cdot h \cdot l + ce_j \cdot \frac{n_{pal} \cdot d_{pal}^2 \cdot \pi}{4} \cdot l \cdot \rho_j \cdot 0,82 + 0,6 \cdot l \cdot a_{sw} \\ & \cdot ((h - 2 \cdot c_{nom}) + (b - 2 \cdot c_{nom})) \cdot \rho_j \cdot ce_j + (2 \cdot b + 2 \cdot h) \cdot l \\ & \cdot ce_{opaž} \end{aligned} \quad (4.88)$$

kjer je

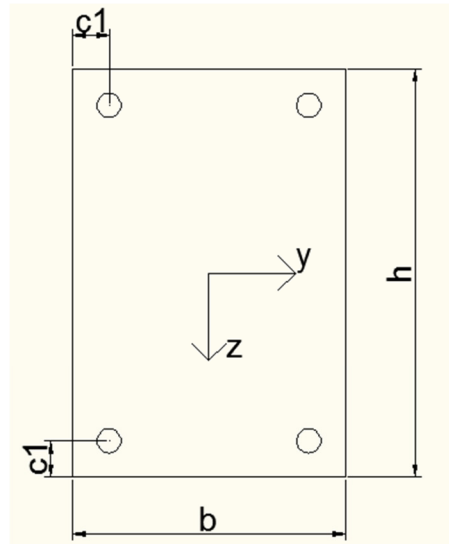
$ce_b$  – cena betona (podana v tabeli 4.1)

$ce_j$  – cena armature (podana v tabeli 4.2)

$ce_{opaž}$  – cena opaža (12 €/m<sup>2</sup>)

#### 4.1.2 Betonski stebri

Za pravokotni betonski prerez stebrov smo določili, da bo vzdolžna armatura simetrično razporejena v vogalih betonskega prereza (slika 4.8).



Slika 4.8: Prečni prerez betonskega stebra

Predpostavili smo, da naša konstrukcija spada v razred konstrukcije S4 in v razred izpostavljenosti XC1. Na podlagi tega smo določili potreben krovni sloj ( $c_{nom}$ ).

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (4.89)$$

kjer je:

$c_{min}$  – najmanjša debelina krovnega sloja

$\Delta c_{dev}$  – dovoljeno projektno odstopanje ( $\Delta c_{dev}=10$  mm)

Za  $c_{min}$  velja:

$$c_{min} = \max(c_{min,b}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10 \text{ mm}) \quad (4.90)$$

kjer je:

$c_{min,b}$  – najmanjša debelina krovnega sloja glede na zahteve sprijemnosti ( $c_{min,b} = d_{pal}$ )

$c_{min,dur}$  – najmanjša debelina krovnega sloja glede na pogoje okolja ( $c_{min,dur}=15$ mm)

$\Delta c_{dur,y}$  – dodatni varnostni sloj ( $\Delta c_{dur,y}=0$ )

$\Delta c_{dur,st}$  – zmanjšanje najmanjše debeline krovne plasti pri uporabi nerjavnega jekla ( $\Delta c_{dur,st}=0$ )

$\Delta c_{dur,add}$  – zmanjšanje najmanjše debeline krovne plasti pri uporabi dodatne zaščite ( $\Delta c_{dur,add}=0$ )

$d_{pal}$  – premer palice vzdolžne armature

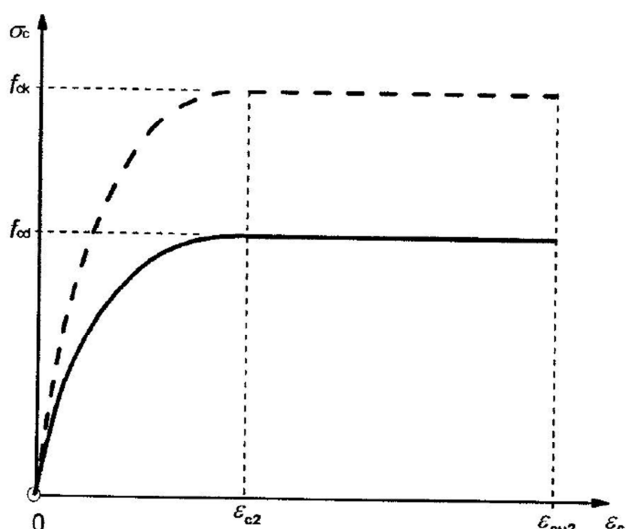
Za  $c_{nom}$  torej velja:

$$c_{nom} = \max(d_{pal}; 15mm) + 10 mm \quad (4.91)$$

V našem modelu je spremenljivka  $c_1$  predstavljala oddaljenost težišča vzdolžne armature od roba. Za določitev vrednosti spremenljivke  $c_1$  smo torej sešteli debelino krovne sloja betona ( $c_{nom}$ ), predviden premer palic strižne armature (12mm) in tokrat celoten premer vzdolžne armature. V enem vogalu so namreč lahko največ 4 palice. Težišče armature v posameznem vogalu pa se seveda spreminja glede na število armaturnih palic. S tako predpostavljenim težiščem smo na varni strani.

$$\begin{aligned} c_1 &= c_{nom} + 12mm + d_{pal} \\ &= \max(d_{pal}; 15mm) + 10mm + 12mm + d_{pal} \\ &= \max(d_{pal}; 15mm) + 22mm + d_{pal} \end{aligned} \quad (4.92)$$

Za določevanje nosilnosti prečnih prereзов stebrov (elementov z majhno ekscentričnostjo osne sile), smo uporabili delovni diagram tlačnega betona, podanega s parabolo in premico (slika 4.9). Konstanta  $\epsilon_{c2}$  znaša 2‰, konstanta  $\epsilon_{cu2}$  pa 3,5‰. Stebri imajo pravokotni prečni prerez z višino  $h$  in širino  $b$ .

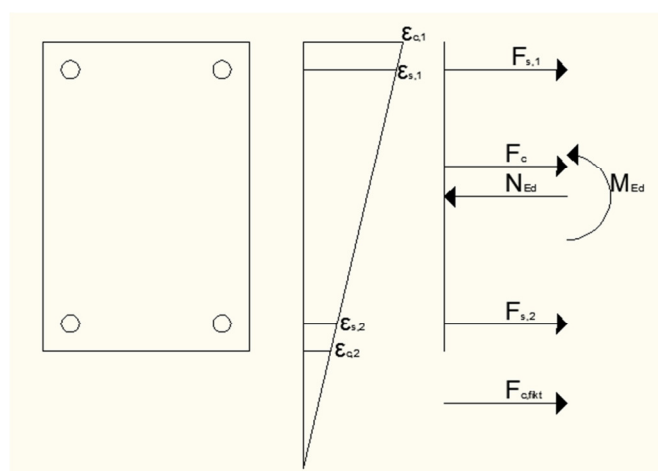


Slika 4.9: Delovni diagram betona, podan s parabolom in premico (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005)

Za ponazoritev obnašanja armature smo ponovno uporabili bilinearni delovni diagram jekla za armiranje (slika 4.6) s predpostavko o vodoravni zgornji veji diagrama brez omejitve deformacije.

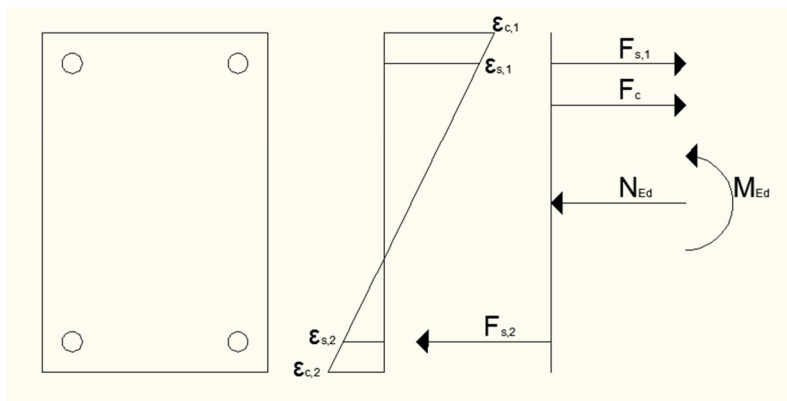
Upogibno nosilnost betonskega prereza oz. potrebno vzdolžno armaturo za zagotovitev zadostne nosilnosti glede na upogibni moment, določimo z rešitvijo ravnotežnih enačb za sile in momente v ravnini prereza. Ločiti je potrebno med dvema primeroma:

- Celoten prečni prerez je tlačен (nevtralna os je izven prereza) (slika 4.10)

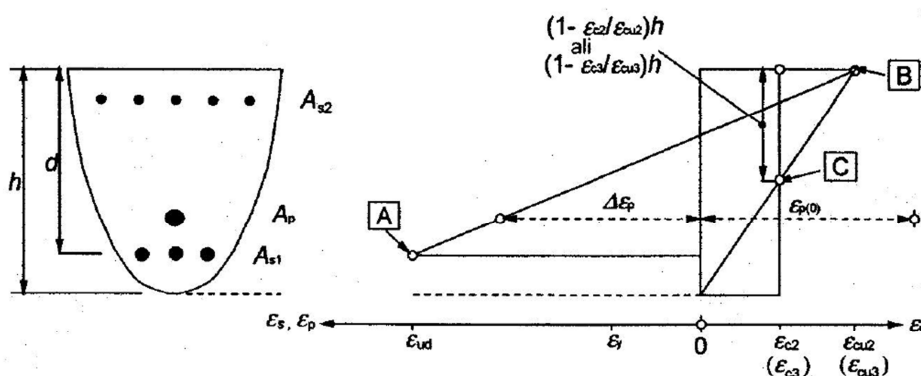


Slika 4.10: Deformacije in sile v prerezu – nevtralna os izven prereza

- Le del prečnega prereza je tlačен (nevtralna os je v prerezu) (slika 4.11)



Slika 4.11: Deformacije in sile v prerezu – nevtralna os znotraj prereza



- A** mejna deformacija jekla za armiranje
- B** mejna tlačna deformacija betona
- C** mejna tlačna deformacija betona pri čistem tlaku

Slika 4.12: Meje možnih deformacij v mejnem stanju nosilnosti (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005)

Za določitev enačb ravnotežja sil in momentov glede na zgornji rob betonskega prereza je najprej potrebno izračunati ploščino (silo) diagrama napetosti v betonu. Delovni diagram betona nam predstavlja napetosti v tlačni coni betona. Tako je »dolžina« diagrama enaka globini nevtralne osi ( $x$ ). V našem modelu sta napetosti in globino nevtralne osi določali dejanski (spremenljivi) napetosti na zgornjem (tlačnem) robu betonskega prereza ( $\epsilon_{c,1,dej}$ ) in spodnjem robu betonskega prereza ( $\epsilon_{c,2,dej}$ ). Spremenljivka  $A_s$  predstavlja armaturo na eni polovici

betonskega prereza. Prerez je dvojno simetričen, zato ni potrebno razlikovati med armaturo v različnih delih prereza.

Za del diagrama s premico (slika 4.9) znaša ploščina ( $\frac{F_{c,premica}}{b}$ ):

$$\begin{aligned} \frac{F_{c,premica}}{b} &= \frac{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c2}}{\epsilon_{c,1,dej}} \cdot x \cdot f_{cd} \\ &= \left( \frac{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c2}}{\epsilon_{c,1,dej}} \right) \cdot \frac{\epsilon_{c,1,dej} \cdot h}{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}} \cdot f_{cd} = \frac{(\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c2}) \cdot h}{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}} \cdot f_{cd} \quad (4.93) \\ &= \frac{(\epsilon_{c,1,dej} - 2) \cdot h}{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}} \cdot f_{cd} \\ x &= \frac{\epsilon_{c,1,dej} \cdot h}{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}} \quad (4.94) \end{aligned}$$

Ročica ploščine dela diagrama (slika 4.9) s premico ( $x_{t,premica}$ ) glede na zgornji rob betonskega prereza znaša:

$$\begin{aligned} x_{t,premica} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c2}}{\epsilon_{c,1,dej}} \cdot x \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c2}}{\epsilon_{c,1,dej}} \cdot \frac{\epsilon_{c,1,dej} \cdot h}{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}} = \frac{(\epsilon_{c,1,dej} - 2) \cdot h}{2 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})} \quad (4.95) \end{aligned}$$

Ploščina paraboličnega dela diagrama (slika 4.9) ( $\frac{F_{c,parab}}{b}$ ) znaša:

$$\begin{aligned} \frac{F_{c,parab}}{b} &= \int_0^{x_1} f_{cd} \left( 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_{c2} \cdot x}{2 \cdot x_1} \right)^2 \right) dx \\ &= \frac{\epsilon_{c2} \cdot f_{cd} \cdot x_1}{2} - \frac{1}{12} \cdot \epsilon_{c2}^2 \cdot f_{cd} \cdot x_1 = \frac{2 \cdot f_{cd} \cdot x_1}{2} - \frac{1}{12} \cdot 2^2 \cdot f_{cd} \cdot x_1 \quad (4.96) \\ &= \frac{2}{3} \cdot f_{cd} \cdot x_1 = \frac{4 \cdot f_{cd} \cdot h}{3 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})} \end{aligned}$$

$$x_1 = \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{c,1,dej}} \cdot x = \frac{2}{\epsilon_{c,1,dej}} \cdot \frac{\epsilon_{c,1,dej} \cdot h}{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}} = \frac{2 \cdot h}{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}} \quad (4.97)$$

Ročica paraboličnega dela (slika 4.9) glede na zgornji rob betonskega prereza ( $x_{t,parab}$ ) znaša:



$$x_{t,parab} = \left( x - \frac{\int_0^{x_1} x \cdot f_{cd} \left( 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_{c2} \cdot x}{2 \cdot x_1} \right)^2 \right) dx}{\int_0^{x_1} f_{cd} \left( 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_{c2} \cdot x}{2 \cdot x_1} \right)^2 \right) dx} \right) = x - \frac{5x_1}{8} \quad (4.98)$$

$$= \frac{(-5 + 4 \cdot \epsilon_{c,1,dej}) \cdot x}{4 \cdot \epsilon_{c,1,dej}} = \frac{(-5 + 4 \cdot \epsilon_{c,1,dej})h}{4(\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})}$$

Ploščina celotnega diagrama (slika 4.9) znaša  $\left(\frac{F_c}{b}\right)$ :

$$\frac{F_c}{b} = \frac{4 \cdot f_{cd} \cdot h}{3 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})} + \frac{(\epsilon_{c,1,dej} - 2) \cdot h}{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}} \cdot f_{cd} \quad (4.99)$$

$$= \frac{(-2 + 3 \cdot \epsilon_{c,1,dej}) \cdot f_{cd} \cdot h}{3 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})}$$

Sila v tlačnem delu betona ( $F_c$ ) torej znaša:

$$F_c = \frac{(-2 + 3 \cdot \epsilon_{c,1,dej}) \cdot f_{cd} \cdot h}{3 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})} \cdot b \quad (4.100)$$

Moment sile v tlačnem delu betona na zgornji rob betonskega prereza ( $M_c$ ) pa:

$$M_c = \left( \frac{(\epsilon_{c,1,dej} - 2) \cdot h}{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}} \cdot f_{cd} \cdot b \right) \cdot \frac{(\epsilon_{c,1,dej} - 2) \cdot h}{2 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})} + \frac{(-5 + 4 \cdot \epsilon_{c,1,dej}) \cdot h}{4(\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})} \cdot \frac{4 \cdot f_{cd} \cdot h \cdot b}{3 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})} \quad (4.101)$$

$$= \frac{(2 + \epsilon_{c,1,dej} \cdot (-4 + 3 \cdot \epsilon_{c,1,dej})) \cdot f_{cd} \cdot b \cdot h^2}{6 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})^2}$$

V primeru, ko je globina nevtralne osi manjša od višine prereza, izpeljane enačbe veljajo. V primeru, ko pa je globina nevtralne osi večja od višine prereza, pa je potrebno odšteti fiktivni učinek dela nevtralne osi izven betonskega prereza ( $F_{c,fikt}$ ).

$$\begin{aligned}
F_{c,fikt} &= b \cdot \int_0^{x_1} f_{cd} \left( 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_{c,2,dej} \cdot x}{2 \cdot x_2} \right)^2 \right) dx \\
&= \frac{\epsilon_{c,2,dej} \cdot f_{cd} \cdot x_2}{2} - \frac{1}{12} \cdot \epsilon_{c,2,dej}^2 \cdot b \cdot f_{cd} \cdot x_2 \\
&= \frac{(16 - 3 \cdot \epsilon_{c,2,dej}) \cdot \epsilon_{c,2,dej}^3 \cdot f_{cd} \cdot h^2 \cdot b}{48 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})^2}
\end{aligned} \tag{4.102}$$

Ročica fiktivne sile dela nevtralne osi izven betonskega prereza glede na zgornji rob betonskega prereza ( $x_{t,parab}$ ) znaša:

$$\begin{aligned}
x_{t,parab,fikt} &= x - \frac{\int_0^{x_1} x \cdot f_{cd} \left( 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_{c,2,dej} \cdot x}{2 \cdot x_2} \right)^2 \right) dx}{\int_0^{x_1} f_{cd} \left( 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_{c,2,dej} \cdot x}{2 \cdot x_2} \right)^2 \right) dx} \\
&= \frac{(4 \cdot \epsilon_{c,1,dej} \cdot (-6 + \epsilon_{c,2,dej}) + (16 - 3 \cdot \epsilon_{c,2,dej}) \cdot \epsilon_{c,2,dej}) \cdot h}{4 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}) \cdot (-6 + \epsilon_{c,2,dej})}
\end{aligned} \tag{4.103}$$

Moment fiktivne sile dela nevtralne osi izven betonskega prereza glede na zgornji rob betonskega prereza ( $M_{c,fikt}$ ) znaša:

$$\begin{aligned}
M_{c,fikt} &= \frac{(4 \cdot \epsilon_{c,1,dej} \cdot (-6 + \epsilon_{c,2,dej}) + (16 - 3 \cdot \epsilon_{c,2,dej}) \cdot \epsilon_{c,2,dej}) \cdot h}{4 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}) \cdot (-6 + \epsilon_{c,2,dej})} \\
&\cdot \frac{(16 - 3 \cdot \epsilon_{c,2,dej}) \cdot \epsilon_{c,2,dej}^3 \cdot f_{cd} \cdot h^2 \cdot b}{48 \cdot (\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej})^2} \\
&= \frac{(4 \cdot \epsilon_{c,1,dej} \cdot (-6 + \epsilon_{c,2,dej}) + (16 - 3 \cdot \epsilon_{c,2,dej}) \cdot \epsilon_{c,2,dej})}{192(-6 + \epsilon_{c,2,dej}) \cdot (-\epsilon_{c,1,dej} + \epsilon_{c,2,dej})^3} \\
&\cdot \frac{f_{cd} \cdot h^3 \cdot b \cdot \epsilon_{c,2,dej}^3 \cdot (-16 + 3 \cdot \epsilon_{c,2,dej})}{192(-6 + \epsilon_{c,2,dej}) \cdot (-\epsilon_{c,1,dej} + \epsilon_{c,2,dej})^3}
\end{aligned} \tag{4.104}$$

Določiti je potrebno še deformacije armature v zgornjem delu prereza ( $\epsilon_{s,1}$ ) in v spodnjem delu prereza ( $\epsilon_{s,2}$ ):

$$\epsilon_{s,1} = \epsilon_{c,1,dej} - \frac{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}}{h} \cdot c_1 \tag{4.105}$$

$$\epsilon_{s,2} = \epsilon_{c,1,dej} - \frac{\epsilon_{c,1,dej} - \epsilon_{c,2,dej}}{h} \cdot (h - c_1) \quad (4.106)$$

Sile v armaturi v zgornjem delu prereza ( $F_{s,1}$ ) in v spodnjem delu prereza ( $F_{s,2}$ ) so tako enake:

$$F_{s,1} = A_s \cdot \epsilon_{s,1} \cdot E_s \leq f_{yd} \cdot A_s \quad (4.107)$$

$$F_{s,2} = A_s \cdot \epsilon_{s,2} \cdot E_s; |F_{s,2}| \leq f_{yd} \cdot A_s \quad (4.108)$$

Enačbi za ravnotežje sil in momentov za primer, ko je nevtralna os izven prereza, sta tako:

Ravnatežje sil:

$$F_c + F_{s,1} + F_{s,2} - N_{Ed} - F_{c,fikt} \geq 0 \quad (4.109)$$

Ravnatežje momentov:

$$M_c + F_{s,1} \cdot c_1 + F_{s,2} \cdot (h - c_1) - N_{Ed} \cdot \frac{1}{2} \cdot h + M_{Ed} - M_{c,fikt} \leq 0 \quad (4.110)$$

Enačbi za ravnotežje sil in momentov za primer, ko je nevtralna os v prerezu, sta:

Ravnatežje sil:

$$F_c + F_{s,1} + F_{s,2} - N_{Ed} \geq 0 \quad (4.111)$$

Ravnatežje momentov:

$$M_c + F_{s,1} \cdot c_1 + F_{s,2} \cdot (h - c_1) - N_{Ed} \cdot \frac{1}{2} \cdot h + M_{Ed} \leq 0 \quad (4.112)$$

Zgornje enačbe za ravnotežja so pravzaprav neenačbe, ki se sicer v optimalnem primeru »približajo« enačbam.

Za projektni trdnosti jekla ( $f_{yd}$ ) in betona ( $f_{cd}$ ) velja:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (4.113)$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.114)$$

kjer je :

$\gamma_s$  – delni varnostni faktor za jeklo za armiranje ( $\gamma_s=1,15$ )

$\gamma_c$  – delni varnostni faktor za beton ( $\gamma_c=1,5$ )

$\alpha_{cc}$  – koeficient, ki upošteva učinke trajanja in neugodne učinke načina nanosa obtežbe na tlačno trdnost betona ( $\alpha_{cc} = 1$ )

Pri dimenzioniranju betonskih stebrov je potrebno upoštevati tudi geometrijsko nepopolnost. Upoštevamo jo z ekscentričnostjo ( $e$ ) osne sile  $N_{Ed}$ , ki tako povzroča dodaten upogibni moment. Po evrokodih je sicer potrebno ekscentričnost upoštevati samo v tisti smeri, v kateri ima neugodnejši učinek, mi pa smo jo upoštevali v obeh smereh. Temu je tako zaradi dejstva, da bodo dimenzije prereza izbrane z optimizacijo. Prav tako ni predoločeno, če bo upogibni moment zaradi ekscentričnosti manjši ali večji od upogibnega momenta zaradi prečne obtežbe. Ekscentričnost ( $e$ ) izračunamo z:

$$e = \theta \cdot \frac{l_0}{2} = \frac{1}{200} \cdot \alpha_h \cdot \frac{l_0}{2} \geq \frac{h}{30} \quad (4.115)$$

$$\theta = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad (4.116)$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{l}}; \frac{2}{3} \leq \alpha_h \leq 1 \quad (4.117)$$

$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)} = 1, \quad (4.118)$$

$$\theta_0 = \frac{1}{200} \quad (4.119)$$

kjer je:

$\theta$  – nagib za upoštevanje geometrijskih nepopolnosti

$\theta_0$  – osnovna vrednost nagiba za upoštevanje geometrijskih nepopolnosti

$\alpha_h$  – redukcijski faktor za dolžino in višino

$\alpha_m$  – redukcijski faktor za število elementov ( $m=1$ )

Projektni upogibni moment po teoriji prvega reda za močno smer  $M_{0,Ed,1}$  je določen z enačbo, za šibko ( $M_{0,Ed,2}$ ) pa z :

$$M_{0,Ed,1} = \frac{(\gamma_G \cdot g + \gamma_Q \cdot q) \cdot l^2}{8} + N_{Ed} \cdot e \quad (4.120)$$

$$M_{0,Ed,2} = N_{Ed} \cdot e \quad (4.121)$$

kjer je:

$\gamma_G$  – delni varnostni faktor za stalne vplive ( $\gamma_G = 1,35$ )

$\gamma_Q$  – delni varnostni faktor za spremenljive vplive ( $\gamma_Q = 1,5$ )

Uklon smo upoštevali z metodo, ki temelji na nazivni togosti. S to metodo izračunamo faktor povečanja upogibnega momenta za močno (os y) smer ( $f_{p,1}$ ), ki vključuje vpliv teorije 2. reda (vpliv uklona).

$$f_{p,1} = 1 + \frac{\beta}{\frac{N_{B,1}}{N_{Ed}} - 1}; \beta = \frac{\pi^2}{c_0} \quad (4.122)$$

Faktor  $\beta$  je odvisen od razporeditve upogibnih momentov.

Za  $c_0$  izberemo vrednost 9,6, ki sicer ustreza paraboličnemu poteku upogibnih momentov.

Eulerjeva kritična uklonska sila ( $N_{B,1}$ ) za močno smer je:

$$N_{B,1} = \frac{\pi^2 EI_y}{l_0^2} \quad (4.123)$$

Nazivna togost celotnega prereza za močno smer ( $EI_y$ ) je določena z:

$$EI_y = K_c \cdot E_{cd} \cdot I_{c,y} + K_s \cdot E_s \cdot I_{s,y} \quad (4.124)$$

kjer je

$K_s$  – faktor, s katerim se upošteva prispevek armature k nazivni togosti ( $K_s = 1$ )

$E_{cd}$  – projektna vrednost modula elastičnosti betona

$I_{s,y}$  – vztrajnostni moment armature okrog težiščne osi betonskega prereza (močna smer)

$I_{c,y}$  – vztrajnostni moment betonskega prereza (močna smer)

$K_c$  – faktor, s katerim se upošteva prispevek armature k nazivni togosti.

Faktor  $K_c$  se določi z:

$$K_c = \frac{k_1 \cdot k_2}{1 + \phi_{ef}} \quad (4.125)$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}}{20}} \quad (4.126)$$

$$k_2 = n \cdot \frac{\lambda_y}{170} \leq 0,2 \quad (4.127)$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad (4.128)$$

$$\lambda_y = \frac{l_0}{i_y} \quad (4.129)$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad (4.130)$$

$$\phi_{ef} = \phi \cdot \frac{M_{Ed,navidezno-stalna}}{M_{0,Ed}} \quad (4.131)$$

kjer je:

$k_1$  – faktor, ki je odvisen od trdnostnega razreda betona

$k_2$  – faktor, ki je odvisen od osne sile in vitkosti

$n$  – normirana osna sila

$\lambda_y$  – vitkost glede na močno smer (os y)

$i_y$  – vztrajnostni polmer za močno smer (os y)

$\phi_{ef}$  – učinkoviti koeficient lezenja

Projektna vrednost modula elastičnosti betona ( $E_{cd}$ ) se določi z :

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{1,2} \quad (4.132)$$

Vztrajnostni moment betonskega prereza glede za močno smer ( $I_{c,y}$ ) je:

$$I_{c,y} = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (4.133)$$

Vztrajnostni moment armature glede na težišče betonskega prereza za močno smer ( $I_{s,y}$ ) je:

$$I_{s,y} = 2 \cdot A_s \cdot \left( \frac{h - 2 \cdot c_1}{2} \right)^2 \quad (4.134)$$

Izrazov za šibkejšo smer (os z) ne bomo posebej podali, saj so popolnoma analogni izrazom za močnejšo smer, le spremenljivki b in h sta zamenjani.

Celotna projektna upogibna momenta sta tako enaka:

$$M_{Ed,1} = f_{p,1} \cdot M_{0,Ed,1} \quad (4.135)$$

$$M_{Ed,2} = f_{p,2} \cdot M_{0,Ed,2} \quad (4.136)$$

Za dimenzioniranje na dvoosni upogib, smo uporabili poenostavljen kriterij:

$$\left( \frac{M_{Ed,1}}{M_{Rd,1}} \right)^a + \left( \frac{M_{Ed,2}}{M_{Rd,2}} \right)^a \leq 1 \quad (4.137)$$

kjer je:

a – eksponent za dimenzioniranje na dvoosni upogib

$N_{Rd}$  – projektna osna nosilnost prereza

$M_{Rd,1}$  – projektna upogibna odpornost prereza za močno smer (os y)

$M_{Rd,2}$  – projektna upogibna odpornost prereza za šibko smer (os z)

Eksponent a določimo z:

$$a = 1; \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \leq 0,1$$

$$a = 1,5; 0,1 \leq \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \leq 0,7 \quad (4.138)$$

$$a = 2; 0,7 \leq \frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} \leq 1$$

Projektno osno nosilnost določimo z:

$$N_{Rd} = b \cdot h \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} \quad (4.139)$$

Projektno upogibno odpornost prereza določimo glede na globino tlačne cone:

$$M_{Rd,1} = - \left( M_c + F_{s,1} \cdot c_1 + F_{s,2} \cdot (h - c_1) - N_{Ed} \cdot \frac{1}{2} \cdot h - M_{c,fikt} \right); x \geq h \quad (4.140)$$

$$M_{Rd,1} = - (M_c + F_{s,1} \cdot c_1 + F_{s,2} \cdot (h - c_1) - N_{Ed} \cdot \frac{1}{2} \cdot h); x < h$$

Analogno velja tudi za  $M_{Rd,2}$ , zamenjani sta le spremenljivki  $b$  in  $h$ .

Za omejitve oblike prereza smo upoštevali:

$$h \leq 4 \cdot b \quad (4.141)$$

$$h \geq b \quad (4.142)$$

Površina prereza vzdolžne armature ( $A_s$ ) je omejena z izrazi:

$$2 \cdot A_s \leq 0,04 \cdot b \cdot h \quad (4.143)$$

$$2 \cdot A_s \geq 0,15 \cdot \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} \quad (4.144)$$

$$2 \cdot A_s \geq 0,003 \cdot b \cdot h \quad (4.145)$$

Projektna prečna sila ( $V_{Ed}$ ) je določena z:

$$V_{Ed} = \frac{(\gamma_G \cdot g + \gamma_Q \cdot q) \cdot l}{2} \quad (4.146)$$

Projektno strižno odpornost betona ( $V_{Rd,c}$ ) določimo z:

$$V_{Rd,c} = \left( \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b \cdot (h - c_1) \quad (4.147)$$

$$\geq 0,035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}$$

$$k = 1 + \sqrt{\left( \frac{200}{(h - c_1)} \right)} \leq 2,0 \quad (4.148)$$

$$\rho_l = \frac{A_s}{b \cdot (h - c_1)} \leq 0,02 \quad (4.149)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{h \cdot b} \leq 0,2 \cdot f_{cd} \quad (4.150)$$



V kolikor pogoj

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c}, \quad (4.151)$$

ni izpolnjen, je potrebno uporabiti izraze za dimenzioniranje elementov, kjer je strižna armatura računsko potrebna.

Odločili smo se za navpična stremena, tako računsko potrebno armaturo ( $a_{sw}$ ) določimo z:

$$a_{sw} = \frac{V_{Ed} - (h - c_1) \cdot (\gamma_G \cdot g + \gamma_Q \cdot q)}{(0,9 \cdot (h - c_1)) \cdot \left(\frac{f_{yk}}{\gamma_s}\right) \cdot \cos \theta}, \quad (4.152)$$

$$0,380506 \leq \theta \leq 0,785398,$$

kjer je:

$\theta$  – kot med betonsko tlačno razporo in osjo nosilca, ki je pravokotna na prečno silo

Strižna armatura je omejena z:

$$\frac{a_{sw}}{b} \geq \rho_{w,min} = 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (4.153)$$

$$a_{sw} \leq a_{sw,max} = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot b \quad (4.154)$$

kjer je:

$\rho_{w,min}$  – minimalna stopnja armiranja s strižno armaturo

$a_{sw,max}$  – največja učinkovita plosčina prečnega prereza strižne armature

Preveriti je treba tudi nosilnost tlačnih diagonal ( $V_{Rd,max}$  – model betonskega paličja):

$$V_{Rd,max} = (0,9 \cdot (h - c_1)) \cdot 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta. \quad (4.155)$$

Pri mejnem stanju uporabnosti smo uporabili kriterije za omejitve upogibkov, omejitve napetosti in omejitve razpok. Upoštevali smo tudi lezenje.

Predpostavili smo, da je relativna vlažnost enaka 50% (suho notranje okolje, RH=50). Projektna življenjska doba je 50 let oz. 18250 dni ( $t_k=18250$ ). Starost betona ob prvi obremenitvi pa znaša 28 dni ( $t_0=28$ ).

Lezenje betona smo upoštevali s pomočjo koeficienta lezenja ( $\phi$ ). Ta se sicer razlikuje glede na tlačno napetost v betonu pri navidezno stalni kombinaciji ( $\sigma_{c,navidezno-stalna}$ ). Ločimo torej primera, ko je tlačna napetost v betonu manjša od 45% karakteristične tlačne trdnosti in večja od 45% karakteristične tlačne trdnosti (upoštevamo nelinearnost lezenja). Koeficient lezenja določimo z:

$$\phi = \phi(t, t_0); \sigma_{c,1navidezno-stalna} \leq 0,45 \cdot f_{ck} \quad (4.156)$$

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_k(t, t_0) \\ &= \phi(t, t_0) \cdot \exp(1,5 \cdot (k_\sigma - 0,45)); \sigma_{c,1navidezno-stalna} \\ &> 0,45 \cdot f_{ck} \end{aligned} \quad (4.157)$$

$$k_\sigma = \left( \frac{\sigma_{c,1navidezno-stalna}}{f_{ck} + 8} \right) \quad (4.158)$$

$$\phi(t, t_0) = \phi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (4.159)$$

$$\phi_0 = \phi_{rh} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (4.160)$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0,1 + t_0^{0,2}} \quad (4.161)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16,8}{(f_{ck} + 8)^{0,5}} \quad (4.162)$$

$$\beta_c(t, t_0) = \left( \frac{t_k - t_0}{\beta_H + t_k - t_0} \right)^{0,3} \quad (4.163)$$

$$\begin{aligned} \beta_H &= 1,5 \cdot (1 + (0,012 \cdot rh)^{18}) \cdot \left( \frac{2 \cdot b \cdot h}{2 \cdot b + 2 \cdot h} \right) + 250 \\ &\leq 1500; f_{cm} \leq 35MPa \end{aligned} \quad (4.164)$$

$$\begin{aligned} \beta_H &= 1,5 \cdot (1 + (0,012 \cdot rh)^{18}) \cdot \left( \frac{2 \cdot b \cdot h}{2 \cdot b + 2 \cdot h} \right) + 250 \\ &\leq 1500; f_{cm} \geq 35MP, \end{aligned} \quad (4.165)$$

$$\phi_{RH} = \left( 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \left( \frac{b \cdot h \cdot 2}{2 \cdot b + 2 \cdot h} \right)^{\frac{1}{3}}} \right); f_{cm} \leq 35MPa \quad (4.166)$$

$$\phi_{RH} = \alpha_2 \cdot \left( 1 + \alpha_1 \cdot \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \left( \frac{b \cdot h \cdot 2}{2 \cdot b + 2 \cdot h} \right)^{\frac{1}{3}}} \right); f_{cm} \geq 35MPa \quad (4.167)$$

$$\alpha_1 = \frac{35}{(f_{ck} + 8)^{0,7}} \quad (4.168)$$

$$\alpha_2 = \frac{35}{(f_{ck} + 8)^{0,2}} \quad (4.169)$$

$$\alpha_3 = \frac{35}{(f_{ck} + 8)^{0,5}} \quad (4.170)$$

kjer je:

$f_{cm}$  – srednja tlačna trdnost betona ( $f_{cm} = f_{ck} + 8$ )

$k_{\sigma}$  – razmerje med tlačno napetostjo v betonu pri navidezno-stalni kombinaciji in srednjo tlačno trdnostjo betona v času obremenitve

$\phi(t, t_0)$  – koeficient lezenja brez upoštevanja nelinearnosti

$\phi_0$  – nazivni koeficient lezenja

$\beta(t_0)$  – faktor za upoštevanje učinka starosti betona ob obremenitvi na nazivni koeficient lezenja

$\beta(f_{cm})$  – faktor za upoštevanje učinka trdnosti betona na nazivni koeficient lezenja

$\beta_c(t, t_0)$  – koeficient za opisovanje časovnega razvoja lezenja po nanosu obtežbe

$\beta_H$  – koeficient, ki je odvisen od relativne vlažnosti okolja in nazivne velikosti elementa

$\phi_{RH}$  – faktor za upoštevanje učinka trdnosti betona na nazivni koeficient lezenja

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  – koeficienti za upoštevanje vpliva trdnosti betona

Pri kontroli napetosti ločimo 2 stanja:

- Pred lezenjem
- Po lezenju

Projektne vrednosti obremenitev določimo z:

$$M_{Ed,karak} = \frac{(g + q) \cdot l^2}{8} \quad (4.171)$$

$$M_{Ed,navidezno-stalna} = \frac{(g + \psi_2 \cdot q) \cdot l^2}{8} \quad (4.172)$$

$$N_{Ed,karak} = \frac{(b \cdot h \cdot l \cdot \rho_b + N_g + N_q) \cdot l^2}{8} \quad (4.173)$$

$$N_{Ed,navidezno-stalna} = \frac{(b \cdot h \cdot l \cdot \rho_b + N_g + \psi_2 \cdot N_q) \cdot l^2}{8} \quad (4.174)$$

kjer je:

$M_{Ed,karak}$  – projektni upogibni moment pri karakteristični obtežni kombinaciji

$M_{Ed,navideznostalna}$  – projektni upogibni moment pri navidezno stalni obtežni kombinaciji

$N_{Ed,karak}$  – projektna osna sila pri karakteristični obtežni kombinaciji

$N_{Ed,navideznostalna}$  – projektna osna sila pri navidezno stalni obtežni kombinaciji

$\psi_2$  – kombinacijski faktor za navidezno stalno kombinacijo

V mejnem stanju uporabnosti upoštevamo linearni potek napetosti, prav tako pa zanemarimo nosilnost betona na nateg. Ločiti je potrebno med dvema primeroma:

- Celoten prečni prerez je tlačni (nevtralna os je izven prereza)
- Le del prečnega prereza je tlačni (nevtralna os je v prerezu)

### Karakteristična kombinacija

Sila v betonu ( $F_{c,karak}$ ) je enaka:

$$F_{c,karak} = \epsilon_{c,1,karak} \cdot E_{cm} \cdot x_{karak} \cdot b \cdot \frac{1}{2} \quad (4.175)$$

Moment na zgornji rob betonskega prereza ( $M_{c,karak}$ ) je enak:

$$M_{c,karak} = \epsilon_{c,1,karak} \cdot E_{cm} \cdot x_{karak} \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot x_{karak} \quad (4.176)$$

Fiktivna sila v betonu ( $F_{c,karak,fikt}$ ) zaradi dela tlačene cone izven betonskega prereza znaša:

$$F_{c,karak,fikt} = \epsilon_{c,2,karak} \cdot E_{cm} \cdot (x_{karak} - h) \cdot b \cdot \frac{1}{2} \quad (4.177)$$

Moment fiktivne sile v betonu ( $M_{c,karak,fikt}$ ) na zgornji rob betonskega prereza znaša:

$$\begin{aligned} M_{c,karak,fikt} \\ = \epsilon_{c,2,karak} \cdot E_{cm} \cdot (x_{karak} - h) \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot (x_{karak} - h) + h \right) \end{aligned} \quad (4.178)$$

Globina tlačne cone ( $x_{karak}$ ) je enaka:

$$x_{karak} = \frac{\epsilon_{c,1,karak} \cdot h}{\epsilon_{c,1,karak} - \epsilon_{c,2,karak}} \quad (4.179)$$

Določiti je potrebno še deformacije armature:

$$\epsilon_{s,1,karak} = \epsilon_{c,1,karak} - \frac{\epsilon_{c,1,karak} - \epsilon_{c,2,karak}}{h} \cdot c_1 \quad (4.180)$$

$$\epsilon_{s,2,karak} = \epsilon_{c,1,karak} - \frac{\epsilon_{c,1,karak} - \epsilon_{c,2,karak}}{h} \cdot (h - c_1) \quad (4.181)$$

Sile v armaturi so tako enake:

$$F_{s,1,karak} = A_s \cdot \epsilon_{s,1,karak} \cdot E_s \leq f_{yd} \cdot A_s \quad (4.182)$$

$$F_{s,2,karak} = A_s \cdot \epsilon_{s,2,karak} \cdot E_s; |F_{s,2,karak}| \leq f_{yd} \cdot A_s \quad (4.183)$$

Enačbi za ravnotežje sil in momentov za primer, ko je nevtralna os izven prereza, sta tako:

Ravnotežje sil:

$$F_{c,karak} + F_{s,1,karak} + F_{s,2,karak} - N_{Ed,karak} - F_{c,karak,fikt} \geq 0 \quad (4.184)$$

Ravnotežje momentov:

$$M_{c,karak} + F_{s,1,karak} \cdot c_1 + F_{s,2,karak} \cdot (h - c_1) - N_{Ed,karak} \cdot \frac{1}{2} \cdot h + M_{Ed,karak} - M_{c,karak,fikt} \leq 0 \quad (4.185)$$

Enačbi za ravnotežje sil in momentov za primer, ko je nevtralna os v prerezu, sta tako:

Ravnotežje sil:

$$F_{c,karak} + F_{s,1,karak} + F_{s,2,karak} - N_{Ed,karak} \geq 0 \quad (4.186)$$

Ravnotežje momentov:

$$M_{c,karak} + F_{s,1,karak} \cdot c_1 + F_{s,2,karak} \cdot (h - c_1) - N_{Ed,karak} \cdot \frac{1}{2} \cdot h + M_{Ed,karak} \leq 0 \quad (4.187)$$

Napetost v armaturi pri karakteristični kombinaciji ( $\sigma_{s,karak}$ ) je potrebno omejiti na 80% karakteristične trdnosti jekla za armiranje, tlačno napetost v betonu pri karakteristični kombinaciji ( $\sigma_{c,karak}$ ) pa na 60% karakteristične tlačne trdnosti:

$$\sigma_{s,1,karak} = \epsilon_{s,1,karak} \cdot E_s \leq 0,8 \cdot f_{yk}, \quad (4.188)$$

$$|\sigma_{s,2,karak}| = |\epsilon_{s,2,karak} \cdot E_s| \leq 0,8 \cdot f_{yk}, \quad (4.189)$$

$$\sigma_{c,1,karak} = \epsilon_{c,1,karak} \cdot E_{cm} \leq 0,6 \cdot f_{ck}. \quad (4.190)$$

### Navidezno-stalna kombinacija

Sila v betonu ( $F_{c,navidezno-stalna}$ ) je enaka:

$$F_{c,navidezno-stalna} = \epsilon_{c,1,navidezno-stalna} \cdot E_{cm} \cdot x_{navidezno-stalna} \cdot b \cdot \frac{1}{2} \quad (4.191)$$

Moment na zgornji rob betonskega prereza ( $M_{c,navidezno-stalna}$ ) je enak:

$$M_{c,navidezno-stalna} = \epsilon_{c,1,navidezno-stalna} \cdot E_{cm} \cdot x_{navidezno-stalna} \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot x_{navidezno-stalna} \quad (4.192)$$

Fiktivna sila v betonu ( $F_{c,navidezno-stalna,fikt}$ ) zaradi dela tlačene cone izven betonskega prereza znaša:

$$\begin{aligned} F_{c,navidezno-stalna,fikt} \\ = \epsilon_{c,2,navidezno-stalna} \cdot E_{cm} \cdot (x_{navidezno-stalna} - h) \cdot b \cdot \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (4.193)$$

Moment fiktivne sile v betonu ( $M_{c,navidezno-stalna,fikt}$ ) na zgornji rob betonskega prereza znaša:

$$\begin{aligned} M_{c,navidezno-stalna,fikt} \\ = \epsilon_{c,2,navidezno-stalna} \cdot E_{cm} \cdot (x_{navidezno-stalna} - h) \cdot b \cdot \frac{1}{2} \\ \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot (x_{navidezno-stalna} - h) + h \right) \end{aligned} \quad (4.194)$$

Globina tlačne cone ( $x_{navidezno-stalna}$ ) je enaka:

$$x_{navidezno-stalna} = \frac{\epsilon_{c,1,navidezno-stalna} \cdot h}{\epsilon_{c,1,navidezno-stalna} - \epsilon_{c,2,navidezno-stalna}} \quad (4.195)$$

Določiti je potrebno še deformacije armature:

$$\begin{aligned} \epsilon_{s,1,navidezno-stalna} \\ = \epsilon_{c,1,navidezno-stalna} - \frac{\epsilon_{c,1,navidezno-stalna} - \epsilon_{c,2,navidezno-stalna}}{h} \\ \cdot c_1 \end{aligned} \quad (4.196)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{s,2,navidezno-stalna} \\ = \epsilon_{c,1,navidezno-stalna} - \frac{\epsilon_{c,1,navidezno-stalna} - \epsilon_{c,2,navidezno-stalna}}{h} \\ \cdot (h - c_1) \end{aligned} \quad (4.197)$$

Sile v armaturi so tako enake:

$$F_{s,1,navidezno-stalna} = A_s \cdot \epsilon_{s,1,navidezno-stalna} \cdot E_s \leq f_{yd} \cdot A_s \quad (4.198)$$

$$\begin{aligned} F_{s,2,navidezno-stalna} \\ = A_s \cdot \epsilon_{s,2,navidezno-stalna} \cdot E_s; |F_{s,2,navidezno-stalna}| \leq f_{yd} \cdot A_s \end{aligned} \quad (4.199)$$

Enačbi za ravnotežje sil in momentov za primer, ko je nevtralna os izven prereza, sta tako:

Ravnotežje sil:

$$F_{c,navidezno-stalna} + F_{s,1,navidezno-stalna} + F_{s,2,navidezno-stalna} - N_{Ed,navidezno-stalna} - F_{c,navidezno-stalna,fikt} \geq 0 \quad (4.200)$$

Ravnotežje momentov:

$$M_{c,navidezno-stalna} + F_{s,1,navidezno-stalna} \cdot c_1 + F_{s,2,navidezno-stalna} \cdot (h - c_1) - N_{Ed,navidezno-stalna} \cdot \frac{1}{2} \cdot h + M_{Ed,navidezno-stalna} - M_{c,navidezno-stalna,fikt} \leq 0 \quad (4.201)$$

Enačbi za ravnotežje sil in momentov za primer, ko je nevtralna os v prerezu, sta tako:

Ravnotežje sil:

$$F_{c,navidezno-stalna} + F_{s,1,navidezno-stalna} + F_{s,2,navidezno-stalna} - N_{Ed,navidezno-stalna} \geq 0 \quad (4.202)$$

Ravnotežje momentov:

$$M_{c,navidezno-stalna} + F_{s,1,navidezno-stalna} \cdot c_1 + F_{s,2,navidezno-stalna} \cdot (h - c_1) - N_{Ed,navidezno-stalna} \cdot \frac{1}{2} \cdot h + M_{Ed,navidezno-stalna} \leq 0 \quad (4.203)$$

Glede na to ali so tlačne napetosti v betonu pri navidezno stalni kombinaciji večje ali manjše od 45% karakteristične tlačne trdnosti, se upošteva nelinearnost lezenja.

$$\sigma_{c,1,navidezno-stalna} = \epsilon_{c,1,navidezno-stalna} \cdot E_{cm} \quad (4.204)$$

### Karakteristična kombinacija – lezenje

Sila v betonu ( $F_{c,karak,lez}$ ) je enaka:

$$F_{c,karak,lez} = \epsilon_{c,1,karak,lez} \cdot \frac{E_{cm}}{1 + \phi} \cdot x_{karak,lez} \cdot b \cdot \frac{1}{2} \quad (4.205)$$

Moment na zgornji rob betonskega prereza ( $M_{c,karak,lez}$ ) je enak:



$$M_{c,karak,lez} = \epsilon_{c,1,karak,lez} \cdot \frac{E_{cm}}{1 + \phi} \cdot x_{karak,lez} \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot x_{karak,lez} \quad (4.206)$$

Fiktivna sila v betonu ( $F_{c,karak,fikt,lez}$ ) zaradi dela tlačene cone izven betonskega prereza znaša:

$$F_{c,karak,fikt,lez} = \epsilon_{c,2,karak,lez} \cdot \frac{E_{cm}}{1 + \phi} \cdot (x_{karak,lez} - h) \cdot b \cdot \frac{1}{2} \quad (4.207)$$

Moment fiktivne sile v betonu ( $M_{c,karak,fikt,lez}$ ) na zgornji rob betonskega prereza znaša:

$$\begin{aligned} M_{c,karak,fikt,lez} \\ = \epsilon_{c,2,karak,lez} \cdot \frac{E_{cm}}{1 + \phi} \cdot (x_{karak,lez} - h) \cdot b \cdot \frac{1}{2} \\ \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot (x_{karak,lez} - h) + h \right) \end{aligned} \quad (4.208)$$

Globina tlačne cone ( $x_{karak,lez}$ ) je enaka:

$$x_{karak,lez} = \frac{\epsilon_{c,1,karak,lez} \cdot h}{\epsilon_{c,1,karak,lez} - \epsilon_{c,2,karak,lez}} \quad (4.209)$$

Določiti je potrebno še deformacije armature:

$$\epsilon_{s,1,karak,lez} = \epsilon_{c,1,karak,lez} - \frac{\epsilon_{c,1,karak,lez} - \epsilon_{c,2,karak,lez}}{h} \cdot c_1 \quad (4.210)$$

$$\epsilon_{s,2,karak,lez} = \epsilon_{c,1,karak,lez} - \frac{\epsilon_{c,1,karak,lez} - \epsilon_{c,2,karak,lez}}{h} \cdot (h - c_1) \quad (4.211)$$

Sile v armaturi so tako enake:

$$F_{s,1,karak,lez} = A_s \cdot \epsilon_{s,1,karak,lez} \cdot E_s \leq f_{yd} \cdot A_s \quad (4.212)$$

$$F_{s,2,karak,lez} = A_s \cdot \epsilon_{s,2,karak,lez} \cdot E_s; |F_{s,2,karak,lez}| \leq f_{yd} \cdot A_s \quad (4.213)$$

Enačbi za ravnotežje sil in momentov za primer, ko je nevtralna os izven prereza, sta tako:

Ravnotežje sil:

$$\begin{aligned} F_{c,karak,lez} + F_{s,1,karak,lez} + F_{s,2,karak,lez} - N_{Ed,karak,lez} \\ - F_{c,karak,fikt,lez} \geq 0 \end{aligned} \quad (4.214)$$

Ravnotežje momentov:

$$\begin{aligned} M_{c,karak,lez} + F_{s,1,karak,lez} \cdot c_1 + F_{s,2,karak,lez} \cdot (h - c_1) \\ - N_{Ed,karak,lez} \cdot \frac{1}{2} \cdot h + M_{Ed,karak,lez} - M_{c,karak,fikt,lez} \leq 0 \end{aligned} \quad (4.215)$$

Enačbi za ravnotežje sil in momentov za primer, ko je nevtralna os v prerezu, sta tako:

Ravnotežje sil:

$$F_{c,karak,lez} + F_{s,1,karak,lez} + F_{s,2,karak,lez} - N_{Ed,karak,lez} \geq 0 \quad (4.216)$$

Ravnotežje momentov:

$$\begin{aligned} M_{c,karak,lez} + F_{s,1,karak,lez} \cdot c_1 + F_{s,2,karak,lez} \cdot (h - c_1) \\ - N_{Ed,karak,lez} \cdot \frac{1}{2} \cdot h + M_{Ed,karak,lez} \leq 0 \end{aligned} \quad (4.217)$$

Napetost v armaturi pri karakteristični kombinaciji ( $\sigma_{s,karak}$ ) ob upoštevanem lezenju je potrebno omejiti na 80% karakteristične trdnosti jekla za armiranje, tlačno napetost v betonu pri karakteristični kombinaciji ( $\sigma_{c,karak}$ ) pa na 60% karakteristične tlačne trdnosti:

$$\sigma_{s,1,karak,lez} = \epsilon_{s,1,karak,lez} \cdot E_s \leq 0,8 \cdot f_{yk}, \quad (4.218)$$

$$|\sigma_{s,2,karak,lez}| = |\epsilon_{s,2,karak,lez} \cdot E_s| \leq 0,8 \cdot f_{yk}, \quad (4.219)$$

$$\sigma_{c,1,karak,lez} = \epsilon_{c,1,karak,lez} \cdot E_{cm} \leq 0,6 \cdot f_{ck}. \quad (4.220)$$

### Določitev namenske funkcije

Pri stebrih najpomembnejšo obtežbo predstavlja osna sila  $N_{Ed}$ , ki se spreminja le zaradi lastne teže stebra, zato smo se odločili, da bomo za kritični prerez potrebno armaturo uporabili za celotni steber.

Namenska funkcija, materialni stroški za izdelavo naše konstrukcije, se za betonske stebre glasi:

$$\begin{aligned}
 ce &= ce_b \cdot b \cdot h \cdot l + ce_j \cdot 2 \cdot A_s \cdot l \cdot \rho_j + l \cdot a_{sw} \\
 &\cdot ((h - 2 \cdot c_{nom}) + (b - 2 \cdot c_{nom})) \cdot \rho_j \cdot ce_j + (2 \cdot b + 2 \cdot h) \cdot l \\
 &\cdot ce_{opaž}
 \end{aligned} \tag{4.221}$$

kjer je

$ce_b$  – cena betona (podana v tabeli 4.1)

$ce_j$  – cena armature (podana v tabeli 4.2)

$ce_{opaž}$  – cena opaža (12 €/m<sup>2</sup>)

## 4.2 Jeklene konstrukcije

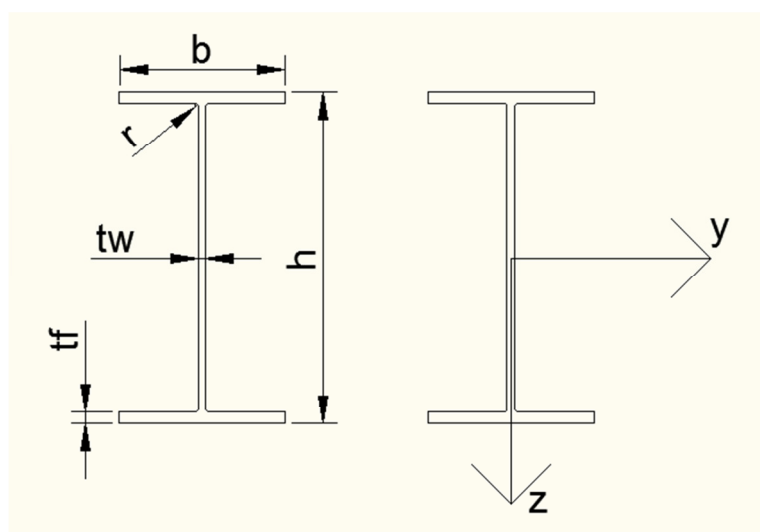
Jekleni elementi, ki smo jih obravnavali, so imeli prečne prereze z geometrijo I oz. H prerezov (slika 4.13). Dimenzioniranje je povzeto po standardu Evrokod 3 (Evrokod 3: Projektiranje jeklenih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005).

Upoštevali smo trdnostne razrede S235, S275 in S355, katerih lastnosti so podane v tabeli 4.3.

Tabela 4.3: Lastnosti konstrukcijskih jekel

Trdnostni razred	$f_{yk}$ [MPa]	E [GPa]	$c_{ej}$ [€/kg]	$\rho_j$ [kg/m <sup>3</sup> ]
S235	235	210	1,35	7800
S275	275	210	1,4	7800
S355	375	210	1,5	7800

Obravnavali smo elemente, katerih prerezi spadajo v prve tri razrede kompaktnosti (1.-3. razred). V kolikor prerez spada v 1. ali 2. razred kompaktnosti se upošteva plastična nosilnost, v kolikor pa spada prerez v 3. razred kompaktnosti se upošteva elastična nosilnost.



Slika 4.13: Prečni prerez za jeklene konstrukcije

Za delna varnostna faktorja odpornosti ( $\gamma_{M0}$  in  $\gamma_{M1}$ ) smo upoštevali:

$$\gamma_{M0} = \gamma_{M1} = 1$$

Z naslednjimi izrazi so podane osnovne geometrijske karakteristike prečnih prerezov z geometrijo I oz. H:

Ploščina (A) je podana z:

$$A = 4 \cdot \left( r^2 - \frac{\pi \cdot r^2}{4} \right) + 2 \cdot b \cdot t_f + (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w \quad (4.222)$$

Vztrajnostni moment na os y ( $I_y$ ) je podan z:

$$\begin{aligned} I_y &= \frac{1}{12} \\ &\cdot \left( 2 \cdot b \cdot t_f \cdot (3 \cdot h^2 - 6 \cdot h \cdot t_f + 4 \cdot t_f^2) + r^2 \right. \\ &\cdot \left( -3 \cdot h^2 \cdot (-4 + \pi) + (48 - 15 \cdot \pi) \cdot r^2 + 8 \cdot (10 - 3 \cdot \pi) \cdot r \cdot t_f - 12 \right. \\ &\cdot \left. (-4 + \pi) \cdot t_f^2 + 4 \cdot h \cdot \left( (-10 + 3 \cdot \pi) \cdot r + 3 \cdot (-4 + \pi) \cdot t_f \right) \right) \\ &\left. + \left( (h - 2 \cdot t_f)^3 \right) \cdot t_w \right) \quad (4.223) \end{aligned}$$

Vztrajnostni moment na os z ( $I_z$ ) je podan z:

$$\begin{aligned} I_z &= \frac{1}{12} \\ &\cdot \left( (48 - 15 \cdot \pi) \cdot r^4 + 2 \cdot b^3 \cdot t_f + 4 \cdot (10 - 3 \cdot \pi) \cdot r^3 \cdot t_w - 3 \right. \\ &\cdot \left. (-4 + \pi) \cdot r^2 \cdot t_w^2 + (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w^3 \right) \quad (4.224) \end{aligned}$$

Elastični odpornostni moment na os y ( $W_{el,y}$ ) je podan z:

$$\begin{aligned}
 W_{el,y} &= \frac{2}{h} \\
 &\cdot \left( \frac{1}{12} (2 \cdot b \cdot t_f \cdot (3 \cdot h^2 - 6 \cdot h \cdot t_f + 4 \cdot t_f^2) + r^2 \right. \\
 &\cdot (-3 \cdot h^2 \cdot (-4 + \pi) + (48 - 15 \cdot \pi) \cdot r^2 + 8 \cdot (10 - 3 \cdot \pi) \cdot r \cdot t_f - 12 \\
 &\cdot (-4 + \pi) \cdot t_f^2 + 4 \cdot h \cdot ((-10 + 3 \cdot \pi) \cdot r + 3 \cdot (-4 + \pi) \cdot t_f)) \\
 &\left. + ((h - 2 \cdot t_f) \cdot 3) \cdot t_w \right) \quad (4.225)
 \end{aligned}$$

Elastični odpornostni moment na os z ( $W_{el,z}$ ) je podan z:

$$\begin{aligned}
 W_{el,z} &= \frac{2}{b} \\
 &\cdot \left( \frac{1}{12} ((48 - 15 \cdot \pi) \cdot r^4 + 2 \cdot b^3 \cdot t_f + 4 \cdot (10 - 3 \cdot \pi) \cdot r^3 \cdot t_w - 3 \right. \\
 &\cdot (-4 + \pi) \cdot r^2 \cdot t_w^2 + (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w^3) \quad (4.226)
 \end{aligned}$$

Plastični odpornostni moment na os y ( $W_{pl,y}$ ) je podan z:

$$\begin{aligned}
 W_{pl,y} &= \frac{1}{12} \\
 &\cdot \left( -4 \cdot ((10 - 3 \cdot \pi) \cdot r^3 - 3 \cdot (-4 + \pi) \cdot r^2 \cdot t_f + 3 \cdot t_f^2 \cdot (b - t_w)) + 3 \right. \\
 &\cdot h^2 \cdot t_w - 6 \cdot h \cdot ((-4 + \pi) \cdot r^2 + 2 \cdot t_f \cdot (-b + t_w)) \quad (4.227)
 \end{aligned}$$

Plastični odpornostni moment na os z ( $W_{pl,z}$ ) je podan z:

$$\begin{aligned} W_{pl,z} &= \left( \frac{1}{12} \right. \\ &\cdot \left. \left( (40 - 12 \cdot \pi) \cdot r^3 + 6 \cdot b^2 \cdot t_f - 6 \cdot (-4 + \pi) \cdot r^2 \cdot t_w + 3 \right. \right. \\ &\left. \left. \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w^2 \right) \right) \end{aligned} \quad (4.228)$$

#### 4.2.1 Jekleni nosilci

Projektni upogibni moment je podan z:

$$M_{Ed} = M_{Ed,y} = \frac{(\gamma_g \cdot (A \cdot \rho_j + g) + \gamma_q \cdot q) \cdot l^2}{8} \quad (4.229)$$

Projektna prečna sila je podana z:

$$V_{Ed} = \frac{(\gamma_g \cdot (A \cdot \rho_j + g) + \gamma_q \cdot q) \cdot l}{2} \quad (4.230)$$

Prereze razvrstimo v razrede kompaktnosti glede na sledeče kriterije:

#### Stojina

- 1.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} \leq 72 \cdot \epsilon_{raz} \quad (4.231)$$

- 2.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} \leq 83 \cdot \epsilon_{raz} \quad (4.232)$$

- 3.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} \leq 124 \cdot \epsilon_{raz} \quad (4.233)$$

Ob upoštevanju:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} = \frac{h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r}{t_w} \quad (4.234)$$

$$\epsilon_{raz} = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (4.235)$$

kjer je:

$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}}$  – razmerje širine in debeline stojine prereza

$\epsilon_{raz}$  – koeficient, ki upošteva trdnostni razred jekla



**Pasnica**

- 1.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{pasnica} \leq 9 \cdot \epsilon_{raz} \quad (4.236)$$

- 2.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{pasnica} \leq 10 \cdot \epsilon_{raz} \quad (4.237)$$

- 3.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{pasnica} \leq 14 \cdot \epsilon_{raz} \quad (4.238)$$

Ob upoštevanju:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{pasnica} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (b - t_w) - r}{t_f} \quad (4.239)$$

kjer je

$\left(\frac{c}{t}\right)_{pasnica}$  – razmerje širine in debeline polovice pasnice

Kontrola strižne podajnosti (Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po evrokod standardih, 2011):

$$25 \cdot b < l \quad (4.240)$$

Kontrola odpornosti na upogibni moment:

$$M_{Ed} \leq W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}; \quad (4.241)$$

Kriterij za kompaktno stojino:

$$\frac{(h - 2 \cdot t_f)}{t_w} \leq 72 \cdot \frac{\epsilon_{raz}}{\eta} \quad (4.242)$$

Površina za kontrolo plastične strižne odpornosti:

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f \geq \eta \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w \quad (4.243)$$

kjer je:

$\eta$  – faktor povečanja plastične strižne nosilnosti ( $\eta = 1$ )

Kontrola plastične strižne nosilnosti ( $V_{pl,Rd}$ ):

$$V_{Ed} \leq V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad (4.244)$$

Kontrola elastične strižne nosilnosti:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} \cdot \frac{W_{pl,y}}{2}}{I_y \cdot t_w} \leq \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad (4.245)$$

kjer je:

$\tau_{Ed}$  – projektna strižna napetost

Interakcija upogiba in prečne sile se lahko zanemari, če velja:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} \leq 0,5 \quad (4.246)$$

V nasprotnem primeru moramo zadostiti pogoju:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd} + M_{w,Rd} \cdot (1 - \rho_{strig})} \leq 1 \quad (4.247)$$

Ob tem mora veljati:

$$M_{f,Rd} + M_{w,Rd} \cdot (1 - \rho_{strig}) \leq W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (4.248)$$

Plastično nosilnost pasnic ( $M_{f,Rd}$ ) izračunamo z:

$$M_{f,Rd} = \frac{(b \cdot t_f \cdot (h - t_f) \cdot f_y)}{\gamma_{M0}} \quad (4.249)$$

Nosilnost stojine ( $M_{w,Rd}$ ) izračunamo z:

$$M_{w,Rd} = W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} - M_{f,Rd} \quad (4.250)$$

Koeficient zmanjšanja meje tečenja zaradi striga ( $\rho_{strig}$ ) izračunamo z:

$$\rho_{strig} = \left( 2 \cdot \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 \quad (4.251)$$

Bočno zvrnitev preverimo z:

$$M_{Ed} \leq \kappa_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.252)$$

Redukcijski faktor za bočno zvrnitev ( $\kappa_{LT}$ ) izračunamo z:

$$\kappa_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} < \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2}; \bar{\lambda}_{LT} > 0,4 \quad (4.253)$$

$$\kappa_{LT} = 1; \bar{\lambda}_{LT} \leq 0,4 \quad (4.254)$$

Koeficient  $\phi_{LT}$  izračunamo z:

$$\phi_{LT} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,4) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2) \quad (4.255)$$

Relativno vitkost za bočno zvrnitev izračunamo z:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad (4.256)$$

Kritični moment za upogibno zvrnitev ( $M_{cr}$ ) za nosilce s prečno obtežbo, ki ne deluje v težišču prečnega prereza izračunamo z:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_z}{(k_z \cdot l_{podp})^2} \cdot \left( \sqrt{\left( \frac{k_z}{k_\omega} \right)^2 \cdot \frac{I_\omega}{I_z} + \frac{G \cdot I_t \cdot (k_z \cdot l_{podp})^2}{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_z}} + (C_2 \cdot z_g)^2 - C_2 \cdot z_g \right) \quad (4.257)$$

kjer je:

$C_1$  – koeficient, ki zajema vpliv poteka upogibnih momentov vzdolž nosilca in je za naš primer poenostavljeno enak 1

$C_2$  – koeficient, ki zajema vpliv lege obtežbe glede na strižno središče in je za naš primer poenostavljeno enak 0

$k_z$  – uklonski koeficient, ki upošteva način podpiranja (upoštevamo  $k_z=1$ )

$\beta$  – koeficient za kontrolo bočne zvrnitve ( $\beta = 0.75$ )

Torzijska izbočitvena konstanta oz. torzijski vztrajnostni moment za torzijo z ovirano izbočitvijo ( $I_\omega$ ) je enak:

$$I_\omega = \frac{((h - t_f)^2 \cdot b^3 \cdot t_f)}{24} \quad (4.258)$$

Torzijski vztrajnostni moment za Saint-Venantovo torzijo ( $I_t$ ):

$$I_t = \frac{(2 \cdot b \cdot t_f^3 + (h - t_f) \cdot t_w^3)}{3} \quad (4.259)$$

Uklonsko krivuljo za bočno zvrnitev oz. faktor nepopolnosti za bočno zvrnitev ( $\alpha_{LT}$ ) izberemo glede na tabelo 4.4:

Tabela 4.4: Faktorji nepopolnosti za bočno zvrnitev

Prečni prerez	Omejitve	Uklonska krivulja	Faktor nepopolnosti ( $\alpha_{LT}$ )
Vroče valjani I-prerezi	$\frac{h}{b} \leq 2$	a	0,21
	$\frac{h}{b} \geq 2$	b	0,34

Upoštevali smo tudi morebitno povečanje redukcijskega faktorja  $\kappa_{LT}$  s korekcijskim faktorjem f:

$$\kappa_{LT,mod} = \frac{\kappa_{LT}}{f} \leq 1,0 \quad (4.260)$$

Korekcijski faktor (f) je enak:

$$f = 1 - \frac{1}{2} \cdot (1 - k_c) \cdot (1 - 2 \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2) \leq 1 \quad (4.261)$$

kjer je:

$k_c$  – korekcijski faktor (upoštevamo  $k_c = 1$ )

Kontrolo povesov opravimo ob upoštevanju pogoste obtežne kombinacije:

$$\frac{\left( (A \cdot \rho_j + g + \psi_1 \cdot q) \cdot \frac{l^4}{8} \right)}{9,6 \cdot E_s \cdot I_y} \leq \frac{l}{300} \quad (4.262)$$

### Določitev namenske funkcije

Namenska funkcija, oziroma materialni stroški za izdelavo jeklenih elementov ( $ce$ ), se za jeklene nosilce glasi:

$$ce = A \cdot l \cdot \rho_j \cdot ce_j + (2 \cdot b + 2 \cdot h + 2 \cdot (b - t_w)) \cdot l \cdot (ce_{ko} + ce_{pož}) \quad (4.263)$$

kjer je

$ce_j$  – cena jekla (podana v tabeli 4.3)

$ce_{ko}$  – cena proti-korozijske zaščite (7,5 €/m<sup>2</sup>)

$ce_{pož}$  – cena proti-požarne zaščite (25 €/m<sup>2</sup>)

#### 4.2.2 Jekleni stebri

Projektna osna sila je podana z:

$$N_{Ed} = \gamma_g \cdot (A \cdot \rho_s \cdot l + N_g) + \gamma_q \cdot N_q \quad (4.264)$$

Projektni upogibni moment je podan z:

$$M_{Ed} = M_{Ed,y} = \frac{(\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q) \cdot l^2}{8} \quad (4.265)$$

Projektna prečna sila je podana z:

$$V_{Ed} = \frac{(\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q) \cdot l}{2} \quad (4.266)$$

Prereze razvrstimo v razrede kompaktnosti glede na sledeče kriterije:

#### Stojina

- 1.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} \leq \left(\frac{396 \cdot \epsilon_{\text{raz}}}{13 \cdot \alpha_{\text{raz}} - 1}\right); \alpha_{\text{raz}} > 0.5 \quad (4.267)$$

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} \leq \left(\frac{36 \cdot \epsilon_{\text{raz}}}{\alpha_{\text{raz}}}\right); \alpha_{\text{raz}} \leq 0.5 \quad (4.268)$$

- 2.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} \leq \left(\frac{456 \cdot \epsilon_{\text{raz}}}{13 \cdot \alpha_{\text{raz}} - 1}\right); \alpha_{\text{raz}} > 0.5 \quad (4.269)$$

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} \leq \left(\frac{41.5 \cdot \epsilon_{\text{raz}}}{\alpha_{\text{raz}}}\right); \alpha_{\text{raz}} \leq 0.5 \quad (4.270)$$

- 3.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} \leq \left(\frac{42 \cdot \epsilon_{\text{raz}}}{0.67 + 0.33 \cdot \psi_{\text{raz}}}\right); \psi_{\text{raz}} > -1 \quad (4.271)$$

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} \leq 62 \cdot \epsilon_{\text{raz}} \cdot (1 - \psi_{\text{raz}}) \cdot \sqrt{-\psi_{\text{raz}}}; \psi_{\text{raz}} \leq -1 \quad (4.272)$$

Ob upoštevanju:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}} = \frac{h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r}{t_w} \quad (4.273)$$

$$\epsilon_{\text{raz}} = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (4.274)$$

$$\alpha_{\text{raz}} = \left( \left( \frac{N_{Ed}}{(h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r) \cdot t_w \cdot f_y} \right) + 1 \right) \cdot \frac{1}{2} \quad (4.275)$$

$$\psi_{\text{raz}} = \frac{\frac{N_{Ed}}{A} - \frac{M_{Ed}}{W_{el,y}}}{\frac{N_{Ed}}{A} + \frac{M_{Ed}}{W_{el,y}}} \quad (4.276)$$

kjer je:

$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{stojina}}$  – razmerje širine in debeline stojine prereza

$\epsilon_{\text{raz}}$  – koeficient, ki upošteva trdnostni razred jekla

$\alpha_{\text{raz}}$  – koeficient, ki podaja delež tlačnega dela stojine ob upoštevanju plastične nosilnosti

$\psi_{\text{raz}}$  – koeficient, ki podaja razmerje med robnima napetostma ob upoštevanju elastične nosilnosti

### Pasnica

- 1.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{pasnica}} \leq 9 \cdot \epsilon_{\text{raz}} \quad (4.277)$$

- 2.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{pasnica}} \leq 10 \cdot \epsilon_{\text{raz}} \quad (4.278)$$

- 3.razred

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{pasnica}} \leq 14 \cdot \epsilon_{\text{raz}} \quad (4.279)$$

Ob upoštevanju:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{pasnica} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (b - t_w) - r}{t_f} \quad (4.280)$$

kjer je

$\left(\frac{c}{t}\right)_{pasnica}$  – razmerje širine in debeline polovice pasnice

Kontrola odpornosti na tlak:

$$\frac{N_{Ed}}{A} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (4.281)$$

Kontrola odpornosti na upogibni moment:

$$M_{Ed} \leq W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}; \quad (4.282)$$

Kriterij za kompaktno stojino:

$$\frac{(h - 2 \cdot t_f)}{t_w} \leq 72 \cdot \frac{\epsilon_{raz}}{\eta} \quad (4.283)$$

Površina za kontrolo plastične strižne odpornosti:

$$A_v = A - 2 \cdot b \cdot t_f + (t_w + 2 \cdot r) \cdot t_f \geq \eta \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w \quad (4.284)$$

kjer je:

$\eta$  – faktor povečanja plastične strižne nosilnosti ( $\eta = 1$ )

Kontrola plastične strižne nosilnosti ( $V_{pl,Rd}$ ):

$$V_{Ed} \leq V_{pl,Rd} = \frac{A_v \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad (4.285)$$

Kontrola elastične strižne nosilnosti:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed} \cdot \frac{W_{pl,y}}{2}}{I_y \cdot t_w} \leq \frac{f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad (4.286)$$

kjer je:

$\tau_{Ed}$  – projektna strižna napetost



Interakcija upogiba, osne sile in prečne sile se lahko zanemari, če velja:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} \leq 0,5 \quad (4.287)$$

V nasprotnem primeru moramo zadostiti pogoju:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd,red}} + \frac{M_{Ed}}{M_{f,Rd} + M_{w,Rd} \cdot (1 - \rho_{strig})} \leq 1 \quad (4.288)$$

Ob tem mora veljati:

$$M_{f,Rd} + M_{w,Rd} \cdot (1 - \rho_{strig}) \leq W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad (4.289)$$

Plastično nosilnost pasnic ( $M_{f,Rd}$ ) izračunamo z:

$$M_{f,Rd} = \frac{(b \cdot t_f \cdot (h - t_f) \cdot f_y)}{\gamma_{M0}} \quad (4.290)$$

Nosilnost stojine ( $M_{w,Rd}$ ) izračunamo z:

$$M_{w,Rd} = W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}} - M_{f,red} \quad (4.291)$$

Zaradi striga reducirano tlačno nosilnost prereza ( $N_{Rd,Red}$ ) izračunamo z:

$$N_{Rd,Red} = \frac{(A - A_v) \cdot f_y + A_v \cdot (1 - \rho) \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (4.292)$$

Koeficient zmanjšanja meje tečenja zaradi striga ( $\rho_{strig}$ ) izračunamo z:

$$\rho_{strig} = \left( 2 \cdot \frac{V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2 \quad (4.293)$$

Kontrola na upogibni moment in osno silo:

$$\frac{N_{Ed}}{A \cdot f_y} + \frac{M_{Ed}}{W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M0}}} \leq 1 \quad (4.294)$$

Uklonsko krivuljo in uklonske faktorje ( $\alpha_{ukl}$ ) izberemo glede na kriterije v tabeli 4.5:

Tabela 4.5: Uklonske krivulje in faktorji nepopolnosti za upogibni uklon

Razmerje višine in širine prereza	Omejitve	Uklon okoli osi	Uklonska krivulja	Faktor nepopolnosti $\alpha$
$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40mm$	y	a	0,21
		z	b	0,34
	$40 < t_f \leq 100$	y	b	0,34
		z	c	0,49
$\frac{h}{b} \leq 1,2$	$t_f \leq 100mm$	y	b	0,34
		z	c	0,49
	$t_f \geq 100mm$	y	d	0,76
		z	d	0,76

Nosilnost na upogibni uklon okoli osi y preverimo z:

$$N_{Ed} \leq \kappa_y \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.295)$$

Redukcijski faktor za upogibni uklon okoli osi y ( $\kappa_y$ ) izračunamo z:

$$\kappa_y = \frac{1}{\phi_{ukl,y} + \sqrt{\phi_{ukl,y}^2 - \bar{\lambda}_y^2}}; \bar{\lambda}_y > 0,2 \quad (4.296)$$

$$\kappa_y = 1; \bar{\lambda}_y \leq 0,2 \quad (4.297)$$

Koeficient  $\phi_{ukl,y}$  izračunamo z:

$$\phi_{ukl,y} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha_{ukl,y} \cdot (\bar{\lambda}_y - 0.2) + \bar{\lambda}_y^2) \quad (4.298)$$

Relativno vitkost za os y ( $\bar{\lambda}_y$ ) izračunamo z:

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{A \cdot \frac{f_y}{N_{cr,y}}} \quad (4.299)$$

Eulerjevo kritično uklonsko silo za os  $y$  ( $N_{cr,y}$ ) izračunamo z:

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_y}{l_0^2} \quad (4.300)$$

Nosilnost na upogibni uklon okoli osi  $z$  oz. torzijsko upogibni uklon preverimo z:

$$N_{Ed} \leq \kappa_z \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.301)$$

Redukcijski faktor za upogibni uklon okoli osi  $y$  ( $\kappa_z$ ) izračunamo z:

$$\kappa_z = \frac{1}{\phi_{ukl,z} + \sqrt{\phi_{ukl,z}^2 - \bar{\lambda}_z^2}}; \bar{\lambda}_z > 0,2 \quad (4.302)$$

$$\kappa_z = 1; \bar{\lambda}_z \leq 0,2 \quad (4.303)$$

Koeficient  $\phi_{ukl,z}$  izračunamo z:

$$\phi_{ukl,z} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha_{ukl,z} \cdot (\bar{\lambda}_z - 0,2) + \bar{\lambda}_z^2) \quad (4.304)$$

Relativno vitkost za upogibni uklon okoli osi  $z$  oz. upogibno-torzijski uklon izračunamo z:

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{A \cdot \frac{f_y}{N_{cr,min}}} \quad (4.305)$$

Za kritično uklonsko silo upoštevamo manjšo izmed kritične uklonske sile za os  $z$  ( $N_{cr,z}$ ) in kritične uklonske sile za upogibno-torzijski uklon ( $N_{cr,T}$ ):

$$N_{cr,min} = \min(N_{cr,z}, N_{cr,T}) \quad (4.306)$$

Kritična uklonska sila za os  $z$  ( $N_{cr,z}$ ) je podana z:

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_z}{l_0^2} \quad (4.307)$$

Kritična uklonska sila za upogibno-torzijski uklon ( $N_{cr,T}$ ) je podana z:

$$N_{cr,T} = \frac{1}{\frac{I_y + I_z}{A}} \cdot \left( G \cdot I_t + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_\omega}{l^2} \right) \quad (4.308)$$

Torzijska izbočitvena konstanta oz. torzijski vztrajnostni moment za torzijo z ovirano izbočitvijo ( $I_\omega$ ) je enak:

$$I_\omega = \frac{((h - t_f)^2 \cdot b^3 \cdot t_f)}{24} \quad (4.309)$$

Torzijski vztrajnostni moment za Saint-Venantovo torzijo ( $I_t$ ):

$$I_t = \frac{(2 \cdot b \cdot t_f^3 + (h - t_f) \cdot t_w^3)}{3} \quad (4.310)$$

Bočno zvrnitev preverimo z:

$$M_{Ed} \leq \kappa_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.311)$$

Redukcijski faktor bočno zvrnitev ( $\kappa_{LT}$ ) izračunamo z:

$$\kappa_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2}} < \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2}; \bar{\lambda}_{LT} > 0,4 \quad (4.312)$$

$$\kappa_{LT} = 1; \bar{\lambda}_{LT} \leq 0,4 \quad (4.313)$$

Koeficient  $\phi_{LT}$  izračunamo z:

$$\phi_{LT} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \alpha_{LT} \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,4) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}^2) \quad (4.314)$$

Relativno vitkost za bočno zvrnitev izračunamo z:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_y \cdot f_y}{M_{cr}}} \quad (4.315)$$

Kritični moment za upogibno zvrnitev ( $M_{cr}$ ) za elemente s prečno obtežbo, ki ne deluje v težišču prečnega prereza izračunamo z:

$$M_{cr} = C_1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_z}{(k_z \cdot l)^2} \cdot \left( \sqrt{\left( \frac{k_z}{k_\omega} \right)^2 \cdot \frac{I_\omega}{I_z} + \frac{G \cdot I_t \cdot (k_z \cdot l)^2}{\pi^2 \cdot E_s \cdot I_z} + (C_2 \cdot z_g)^2} - C_2 \cdot z_g \right) \quad (4.316)$$

kjer je:

$C_1$  – koeficient, ki zajema vpliv poteka upogibnih momentov vzdolž nosilca in je za naš primer enak 1,13

$C_2$  – koeficient, ki zajema vpliv lege obtežbe glede na strižno središče in je za naš primer enak 0,46

$k_z$  – uklonski koeficient, ki upošteva način podpiranja (upoštevamo  $k_z=1$ )

$\beta$  – koeficient za kontrolo bočne zvrnitve ( $\beta = 0,75$ )

Uklonsko krivuljo za bočno zvrnitev oz. faktor nepopolnosti za bočno zvrnitev ( $\alpha_{LT}$ ) izberemo glede na tabelo 4.1.

Upoštevali smo tudi morebitno povečanje redukcijskega faktorja  $\kappa_{LT}$  s korekcijskim faktorjem  $f$ :

$$\kappa_{LT,mod} = \frac{\kappa_{LT}}{f} \leq 1,0 \quad (4.317)$$

Korekcijski faktor ( $f$ ) je enak:

$$f = 1 - \frac{1}{2} \cdot (1 - k_c) \cdot \left(1 - 2 \cdot (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2\right) \leq 1 \quad (4.318)$$

Za tlačno in upogibno obremenjeni elemente je potrebno opraviti še kontrolo na interakcijo stabilnosti na uklon in bočno zvrnitev:

$$\frac{N_{Ed}}{\kappa_y \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} + k_{yy} \frac{M_{y,Ed}}{\kappa_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (4.319)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\kappa_z \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{y,Ed}}{\kappa_{LT} \cdot W_y \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (4.320)$$

Interakcijske faktorje ( $k_{yy}$  in  $k_{zy}$ ) določimo s sledečimi izrazi:

- $k_{yy}$

-1. in 2. razred prereza:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left( 1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \cdot \frac{N_{Ed}}{\kappa_y \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \right)$$

$$\leq C_{my} \cdot \left( 1 + 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{\kappa_y \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \right)$$
(4.321)

-3. razred prereza:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left( 1 + 0,6 \cdot \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\kappa_y \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \right)$$

$$\leq C_{my} \cdot \left( 1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\kappa_y \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \right)$$
(4.322)

- $k_{zy}$

- $\bar{\lambda}_{LT} < 0,4$  (ni nevarnosti bočne zvrnitve)

-1. in 2. razred prereza

$$k_{zy} = 0,6 \cdot k_{yy}$$
(4.323)

-3. razred prereza

$$k_{zy} = 0,8 \cdot k_{yy}$$
(4.324)

- $\bar{\lambda}_{LT} > 0,4$  (nevarnost bočne zvrnitve)

-1. in 2. razred prereza

$$k_{zy} = \left( 1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{C_{mLT} - 0,25} \cdot \frac{N_{Ed}}{\kappa_z \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \right) \quad (4.325)$$

$$\geq \left( 1 - \frac{0,1}{C_{mLT} - 0,25} \cdot \frac{N_{Ed}}{\kappa_z \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \right); \bar{\lambda}_z \geq 0,4$$

$$k_{zy} = 0,6 + \bar{\lambda}_z \leq 1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}_z}{C_{mLT} - 0,25} \cdot \frac{N_{Ed}}{\kappa_z \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}}; \bar{\lambda}_z < 0,4 \quad (4.326)$$

-3. razred prereza

$$k_{zy} = \left( 1 - \frac{0,05 \cdot \bar{\lambda}_z}{C_{mLT} - 0,25} \cdot \frac{N_{Ed}}{\kappa_z \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \right) \quad (4.327)$$

$$\geq \left( 1 - \frac{0,05}{C_{mLT} - 0,25} \cdot \frac{N_{Ed}}{\kappa_z \cdot A \cdot \frac{f_y}{\gamma_{M1}}} \right)$$

Za parabolichen potek upogibnih momentov oz. za zvezno obtežbo in način podpiranja, kot ga imamo v našem primeru, za faktorje nadomestnega upogibnega momenta  $C_m$  velja:

$$C_{mLT} = C_{my} = 0,95 \quad (4.328)$$

### Določitev namenske funkcije

Namenska funkcija, oziroma materialni stroški za izdelavo jeklenih elementov ( $ce$ ) se glasi:

$$ce = A \cdot l \cdot \rho_j \cdot ce_j + l \cdot (2 \cdot b + 2 \cdot h + 2 \cdot (b - t_w)) \cdot (ce_{ko} + ce_{pož}) \quad (4.329)$$

kjer je

$ce_j$  – cena jekla (podana v tabeli 4.3)

$ce_{ko}$  – cena proti-korozijske zaščite (7,5 €/m<sup>2</sup>)

$ce_{pož}$  – cena proti-požarne zaščite (25 €/m<sup>2</sup>)

### 4.3 Lesene konstrukcije

Zaradi omejene geometrije homogenega lesa smo se odločili, da bomo obravnavali lepljene lamelirane konstrukcije iz lesa. Dimenzioniranje je povzeto po standardu Evrokod 5 (Evrokod 5: Projektiranje lesenih konstrukcij - 1-1. del: Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005).

Upoštevali smo samo trdnostni razred GL24h (lastnosti so v tabeli 4.6), torej homogen lepljenec iz lesa trdnostnega razreda C24, ki ustreza 2. kategoriji iglavcev po vizualni klasifikaciji. Trdnostni razred GL28h, homogen lepljenec iz lesa C30, namreč ustreza 1. kategoriji iglavcev po vizualni klasifikaciji (PREMROV, Miroslav in DOBRILA, Peter, 2008). 1. kategorija iglavcev pa je toliko dražja, da smo ocenili, da cenovno ni konkurenčna in variante s tem trdnostnim razredom ne bomo preučili.

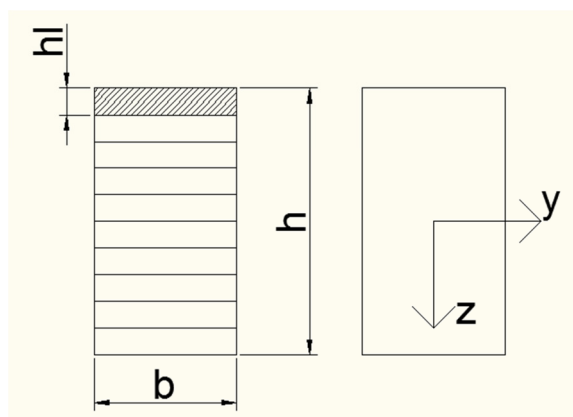
Tabela 4.6: Lastnosti lepljenega lesa GL24h

Trdnostni razred	$f_{mk}$ [MPa]	$f_{v,k}$ [MPa]	$E_{0,0,05}$ [GPa]	$G_{0,0,05}$ [GPa]	$\rho_m$ [kg/m <sup>3</sup> ]
GL24h	24	2,7	9,4	0,582	456

Izbrali smo pravokoten prerez, sestavljen iz lamel (slika 4.14). Površina prečnega prereza posamezne lamele ( $A_l$ ) je omejena z maksimalno površino, višina lamele pa z maksimalno višino (PREMROV, Miroslav in DOBRILA, Peter, 2008).

$$A_l \leq 12000 \text{ mm}^2 \quad (4.330)$$

$$h_l \leq 45 \text{ mm} \quad (4.331)$$



Slika 4.14: Prečni prerez za lepljene lesene konstrukcije



S faktorjem  $k_h$  lahko povečamo upogibno in natezno trdnost. Za lepljen lameliran les se  $k_h$  izračuna z:

$$k_h = \min\left(\left(\frac{600}{h}\right)^{0,1}, 1,1\right); h \text{ v } mm \quad (4.332)$$

Pri lesenih konstrukcijah vpliv trajanja obtežbe dodatno upoštevamo z modifikacijskim faktorjem  $k_{mod}$ . Skladiščno obtežbo smo upoštevali kot dolgotrajno, zato velja:

$$k_{mod} = 0.7$$

Za delni faktor varnosti za lepljene lamelirane konstrukcije smo upoštevali:

$$\gamma_M = 1,25$$

Z naslednjimi izrazi so podane splošne geometrijske karakteristike pravokotnih lesenih prerezov:

Ploščina (A) je podana z:

$$A = b \cdot h \quad (4.333)$$

Vztrajnostni moment na os y ( $I_y$ ) je podan z:

$$I_y = b \cdot \frac{h^3}{12} \quad (4.334)$$

Vztrajnostni moment na os z ( $I_z$ ) je podan z:

$$I_z = h \cdot \frac{b^3}{12} \quad (4.335)$$

Odpornostni moment na os y ( $W_y$ ) je podan z:

$$W_y = b \cdot \frac{h^2}{6} \quad (4.336)$$

Odpornostni moment na os z ( $W_z$ ) je podan z:

$$W_z = h \cdot \frac{b^2}{6} \quad (4.337)$$

## 4.3.1 Leseni nosilci

Projektni upogibni moment izračunamo z:

$$M_{Ed} = (\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q) \cdot \frac{l^2}{8} \quad (4.338)$$

Projektno prečno silo izračunamo z:

$$V_{Ed} = (\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q) \cdot \frac{l}{2} \quad (4.339)$$

Projektno osno silo izračunamo z:

$$N_{Ed} = (N_g + A \cdot \rho_m) \cdot \gamma_g + N_q \cdot \gamma_q \quad (4.340)$$

Kriterij bočne zvrnitve preverimo z:

$$\frac{M_{Ed}}{W_y} \leq k_{crit} \cdot f_{m,k} \cdot k_h \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m} \quad (4.341)$$

Faktor zmanjšanja upogibne nosilnosti ( $k_{crit}$ ) izračunamo z:

$$k_{crit} = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{za } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{za } 0,75 \leq \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} & \text{za } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{array} \right\} \quad (4.342)$$

Relativno upogibno vitkost ( $\lambda_{rel,m}$ ) izračunamo z:

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad (4.343)$$

Kritično upogibno napetost ( $\sigma_{m,crit}$ ) izračunamo z:

$$\sigma_{m,crit} = \pi \cdot \frac{\sqrt{E_{0,05} \cdot I_z \cdot G_{0,05} \cdot I_t}}{l_{ef} \cdot W_y} \quad (4.344)$$

Za  $l_{ef}$  velja;

$$l_{ef} = 0,9 \cdot l_{podp} \quad (4.345)$$

Torzijski vztrajnostni moment ( $I_t$ ) izračunamo z (YOUNG, Warren C. in BUDYNAS, Richard G., 2002):

$$I_t = h \cdot b^3 \cdot \left( \frac{1}{3} - 0.21 \cdot \frac{b}{h} \cdot \left( 1 - \frac{b^4}{12 \cdot h^4} \right) \right) \quad (4.346)$$

Kontrola odpornosti na upogib vpliva brez upoštevanja uklona:

$$\frac{\frac{M_{Ed}}{W_y}}{f_{m,k} \cdot k_h \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}} \leq 1 \quad (4.347)$$

Strižno odpornost preverimo z:

$$\frac{3 \cdot V_{Ed}}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} \leq f_{v,d} \quad (4.348)$$

Faktor vpliva razpok ( $k_{cr}$ ) je za lepljen lameliran les enak 0,67.

Kontrola za trenutni povos:

$$u_1 = \frac{(g + b \cdot h \cdot \rho_m + q) \cdot \frac{l^4}{8}}{9,6 \cdot E_{0,m} \cdot I_y} \leq \frac{l}{300} \quad (4.349)$$

Kontrola za končni povos z upoštevanjem

$$u_2 = \frac{(g + b \cdot h \cdot \rho_m) \cdot u_1 \cdot (1 + k_{def})}{(g + b \cdot h \cdot \rho_m + q)} + \frac{q \cdot u_1 \cdot (\psi_2 + k_{def})}{(g + b \cdot h \cdot \rho_m + q)} \leq \frac{l}{250} \quad (4.350)$$

Deformacijski faktor ( $k_{def}$ ), ki upošteva vrsto in vlažnost lesa je za prvi razred uporabnosti enak in za lepljen lameliran les enak 0,6.

### Namenska funkcija

Pri ceni lepljenih lesenih konstrukcij upoštevamo ceno žaganega lesa, ceno lepila, ceno impregnacijske barve in ceno proti-požarnega premaza. Namenska funkcija se tako za lepljene nosilce in stebre glasi:

$$\begin{aligned} ce &= b \cdot h \cdot l \cdot ce_{les} + \left( \frac{h}{h_l} - 1 \right) \cdot b \cdot l \cdot ce_{lep} \\ &+ ((2 \cdot b + 2 \cdot h) \cdot l + b \cdot h \cdot 2) \cdot (ce_{imp} + ce_{požar}) \end{aligned} \quad (4.351)$$

kjer je:

$c_{e_{les}}$  – cena žaganega lesa 2. kategorije iglavcev po vizualni klasifikaciji (207 €/m<sup>3</sup>)

$c_{e_{lep}}$  – cena lepila (3,4 €/m<sup>2</sup>)

$c_{e_{imp}}$  – cena impregnacijske barve (0,5 €/m<sup>2</sup>)

$c_{e_{požar}}$  – cena protipožarnega premaza (5,5 €/m<sup>2</sup>)

## 4.3.2 Leseni stebri

Projektne upogibni moment izračunamo z:

$$M_{Ed} = (\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q) \cdot \frac{l^2}{8} \quad (4.352)$$

Projektne prečno silo izračunamo z:

$$V_{Ed} = (\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q) \cdot \frac{l}{2} \quad (4.353)$$

Projektne osno silo izračunamo z:

$$N_{Ed} = (N_g + A \cdot \rho_m) \cdot \gamma_g + N_q \cdot \gamma_q \quad (4.354)$$

Tlačno nosilnost preverimo z:

$$\frac{N_{Ed}}{A} \leq f_{c,0,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m} \quad (4.355)$$

Tlačno nosilnost z upoštevanjem uklona glede na os y preverimo z:

$$\frac{N_{Ed}}{A} \leq k_{c,y} \cdot f_{c,0,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m} \quad (4.356)$$

Uklonski koeficient za os y ( $k_{c,y}$ ) izračunamo z:

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} \quad (4.357)$$

Pomožni uklonski koeficient za os y ( $k_y$ ) izračunamo z:

$$k_y = \frac{1}{2} \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2) \quad (4.358)$$

Relativno vitkost glede na os y ( $\lambda_{rel,y}$ ) izračunamo z

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad (4.359)$$

Vitkost glede na os y ( $\lambda_y$ ) izračunamo z:

$$\lambda_y = \frac{l}{\sqrt{\frac{I_y}{A}}} \quad (4.360)$$

Tlačno nosilnost z upoštevanjem uklona glede na os z preverimo z:

$$\frac{N_{Ed}}{A} \leq k_{c,z} \cdot f_{c,0,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m} \quad (4.361)$$

Uklonski koeficient za os z ( $k_{c,z}$ ) izračunamo z:

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} \quad (4.362)$$

Pomožno uklonski koeficient za os z ( $k_z$ ) izračunamo z:

$$k_z = \frac{1}{2} \cdot (1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2) \quad (4.363)$$

Relativno vitkost glede na os z ( $\lambda_{rel,z}$ ) izračunamo z

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad (4.364)$$

Vitkost glede na os z ( $\lambda_z$ ) izračunamo z:

$$\lambda_z = \frac{l}{\sqrt{\frac{I_z}{A}}} \quad (4.365)$$

Kriterij bočne zvrnitve preverimo z:

$$\frac{M_{Ed}}{W_y} \leq k_{crit} \cdot f_{m,k} \cdot k_h \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m} \quad (4.366)$$

Faktor zmanjšanja upogibne nosilnosti ( $k_{crit}$ ) izračunamo z:

$$k_{crit} = \left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{za } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{za } 0,75 \leq \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} & \text{za } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{array} \right\} \quad (4.367)$$

Relativno upogibno vitkost ( $\lambda_{rel,m}$ ) izračunamo z:

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad (4.368)$$

Kritično upogibno napetost ( $\sigma_{m,crit}$ ) izračunamo z:

$$\sigma_{m,crit} = \pi \cdot \frac{\sqrt{E_{0,05} \cdot I_z \cdot G_{0,05} \cdot I_t}}{l_{ef} \cdot W_y} \quad (4.369)$$

Torzijski vztrajnostni moment ( $I_t$ ) izračunamo z (YOUNG, Warren C. in BUDYNAS, Richard G., 2002):

$$I_t = h \cdot b^3 \cdot \left( \frac{1}{3} - 0.21 \cdot \frac{b}{h} \cdot \left( 1 - \frac{b^4}{12 \cdot h^4} \right) \right) \quad (4.370)$$

Kontrola kombiniranega upogibno-tlačnega vpliva:

$$\left( \frac{\frac{M_{Ed}}{W_y}}{k_{crit} \cdot f_{m,k} \cdot k_h \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}} \right)^2 + \frac{\left( \frac{N_{Ed}}{A} \right)}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}} \leq 1 \quad (4.371)$$

Kontrola kombiniranega upogibno-tlačnega vpliva brez upoštevanja uklona:

$$\left( \frac{\frac{N_{Ed}}{A}}{f_{c,0,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}} \right)^2 + \frac{\frac{M_{Ed}}{W_y}}{f_{m,k} \cdot k_h \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}} \leq 1 \quad (4.372)$$

Kontrola kombiniranega upogibno-tlačnega vpliva z upoštevanjem uklona okoli osi y:

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{A}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}} + \frac{\frac{M_{Ed}}{W_y}}{f_{m,k} \cdot k_h \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}} \leq 1 \quad (4.373)$$

Kontrola kombiniranega upogibno-tlačnega vpliva z upoštevanjem uklona okoli osi z:

$$\frac{\frac{N_{Ed}}{A}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}} + \frac{\frac{M_{Ed}}{W_y}}{f_{m,k} \cdot k_h \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_m}} \leq 1 \quad (4.374)$$

Strižno odpornost preverimo z:

$$\frac{3 \cdot V_{Ed}}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} \leq f_{v,d} \quad (4.375)$$

Faktor vpliva razpok ( $k_{cr}$ ) je za lepljen lameliran les enak 0,67.

### Namenska funkcija

Pri ceni lepljenih lesenih konstrukcij upoštevamo ceno žaganega lesa, ceno lepila, ceno impregnacijske barve in ceno proti-požarnega premaza. Namenska funkcija se tako za lepljene nosilce in stebre glasi:

$$\begin{aligned} ce &= b \cdot h \cdot l \cdot ce_{les} + \left(\frac{h}{h_i} - 1\right) \cdot b \cdot l \cdot ce_{lep} \\ &+ ((2 \cdot b + 2 \cdot h) \cdot l + b \cdot h \cdot 2) \cdot (ce_{imp} + ce_{požar}) \end{aligned} \quad (4.376)$$

kjer je:

$ce_{les}$  – cena žaganega lesa 2. kategorije iglavcev po vizualni klasifikaciji (207 €/m<sup>3</sup>)

$ce_{lep}$  – cena lepila (3,4 €/m<sup>2</sup>)

$ce_{imp}$  – cena impregnacijske barve (0,5 €/m<sup>2</sup>)

$ce_{požar}$  – cena protipožarnega premaza (5,5 €/m<sup>2</sup>)



## 5 OPTIMIZACIJA – REZULTATI

V tem poglavju smo predstavili rezultate izračunane v programskem okolju GAMS. V GAMS-u smo uporabili naslednje programe (solverje – reševalce):

- Lindo
- Sbb
- Baron
- Bonmin

V večini primerov smo do rešitve prišli s programom Lindo (v primerjavi z ostalimi je sicer potreboval več časa za rešitev), ki ima sposobnost globalnega reševanja MINLP problemov (morda najde globalno rešitev nekonveksnega problema). Programe smo mnogokrat tudi kombinirali (rešitev enega uporabili za začetno točko drugega) in tako prišli do (novih, boljših) rešitev. Določeni programi mnogokrat niso našli rešitve. Možen razlog je nekonveksnost problema ali pa »slabše« modeliranje (npr. slabe začetne točke, meje spremenljivk). So pa v primeru, ko smo za začetno točko uporabili rešitev drugega programa, to vedno potrdili kot rešitev ali pa so jo celo izboljšali.

### 5.1 Nosilci

Nosilce smo optimirali za razpone od 5 m do 25 m (s preskoki 5 m) in za koristne obtežbe od 5 kN/m do 50 kN/m (s preskoki 5 kN/m). Za stalno obtežbo smo upoštevali samo lastno težo.

#### 5.1.1 Betonski nosilci

V tabeli 5.1 so prikazani izračunani optimalni materialni stroški izdelave betonskih nosilcev s pravokotnim prerezemom za različne razpone in koristne obtežbe.

Tabela 5.1: Minimalni materialni stroški izdelave (v €) betonskih nosilcev s pravokotnim prečnim prerezom glede na razpon in koristno obtežbo

Koristne obtežbe	Razponi				
	5 m	10 m	15 m	20 m	25 m
5 kN/m	74,35	317,31	821,91	1685,83	3016,06
10 kN/m	87,30	337,02	820,69	1708,15	2914,66
15 kN/m	103,39	409,31	990,73	1906,23	3435,14
20 kN/m	119,47	469,22	1150,59	2283,29	3923,56
25 kN/m	132,50	521,74	1255,37	2564,41	4416,18
30 kN/m	144,00	567,98	1432,58	2781,11	4885,54
35 kN/m	156,31	621,96	1546,17	3033,40	5345,81
40 kN/m	167,41	657,01	1688,17	3242,57	5664,97
45 kN/m	167,10	698,50	1771,15	3504,31	6080,50
50 kN/m	175,21	759,38	1879,81	3681,00	6461,54

V tabeli 5.2 so prikazani izbrani optimalni trdnostni razredi betona za betonske nosilce s pravokotnim prerezom za različne razpone in koristne obtežbe. Iz rezultatov ni moč razbrati splošnega pravila v smislu, da se naj za večje razpone uporabijo najvišji trdnostni razredi, za manjše razpone pa nižji trdnostni razredi ipd.

Tabela 5.2: Optimalni trdnostni razredi betona za betonske nosilce s pravokotnim prečnim prerezom glede na razpon in koristno obtežbo

Koristne obtežbe	Razponi				
	5 m	10 m	15 m	20 m	25 m
5 kN/m	C45	C50	C35	C40	C45
10 kN/m	C50	C35	C40	C35	C45
15 kN/m	C50	C35	C35	C35	C30
20 kN/m	C50	C35	C30	C40	C35
25 kN/m	C45	C40	C40	C35	C35
30 kN/m	C20	C35	C40	C40	C30
35 kN/m	C20	C35	C40	C35	C30
40 kN/m	C40	C35	C35	C40	C35
45 kN/m	C40	C40	C35	C25	C30
50 kN/m	C40	C50	C45	C40	C40

Tabela 5.3 prikazuje optimalne dimenzije betonskih nosilcev s pravokotnim prečnim prerezom glede na razpon in koristno obtežbo. Oznaka  $h$  predstavlja višino, oznaka  $b$  pa širino betonskega prereza. Oznaka  $\rho$  predstavlja odstotek

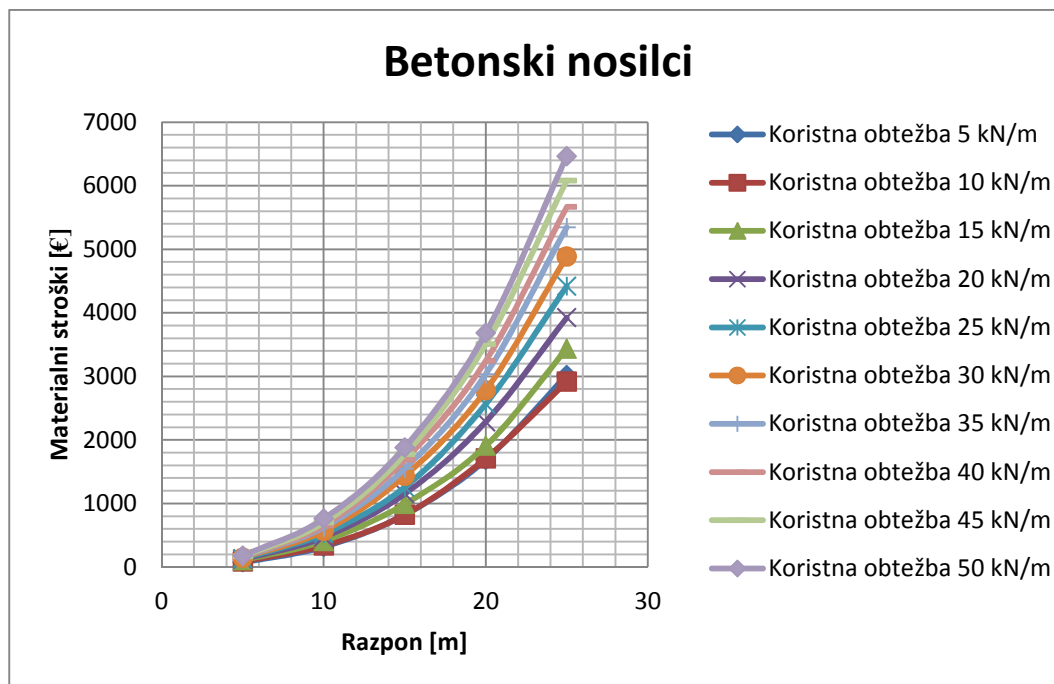
armiranja z vzdolžno armaturo v kritičnem prerezu. Vidimo, da je odstotek armiranja z vzdolžno armaturo najpogosteje med 1 % in 2 %.

Tabela 5.3: Optimalne dimenzije pravokotnih prečnih prerezov betonskih nosilcev glede na razpon in koristno obtežbo

	Razponi														
	5 m			10 m			15 m			20 m			25 m		
Koristne obtežbe	h [cm]	b [cm]	$\rho$ [%]	h [cm]	b [cm]	$\rho$ [%]	h [cm]	b [cm]	$\rho$ [%]	h [cm]	b [cm]	$\rho$ [%]	h [cm]	b [cm]	$\rho$ [%]
5 kN/m	27	12	0,9	46	20	0,9	73	29	0,7	92	37	0,8	112	45	0,9
10 kN/m	23	15	2,2	45	20	1,7	60	27	1,9	88	35	1,4	100	40	1,6
15 kN/m	30	15	1,6	54	22	1,6	74	30	1,6	87	36	2,0	112	45	1,7
20 kN/m	38	15	1,3	57	24	1,8	78	34	1,6	90	40	2,1	117	48	1,8
25 kN/m	38	17	1,5	63	25	1,6	83	33	1,7	101	44	1,8	125	52	1,7
30 kN/m	44	20	1,3	66	27	1,7	78	40	2,1	106	44	1,9	136	56	1,6
35 kN/m	45	20	1,7	65	30	1,9	90	37	1,8	117	48	1,6	141	60	1,6
40 kN/m	44	20	1,6	72	30	1,7	92	40	1,9	118	48	1,8	149	60	1,5
45 kN/m	43	20	1,8	73	30	1,9	99	40	1,8	130	52	1,7	157	64	1,5
50 kN/m	47	20	1,7	72	32	1,9	100	40	1,9	127	52	1,7	160	64	1,5

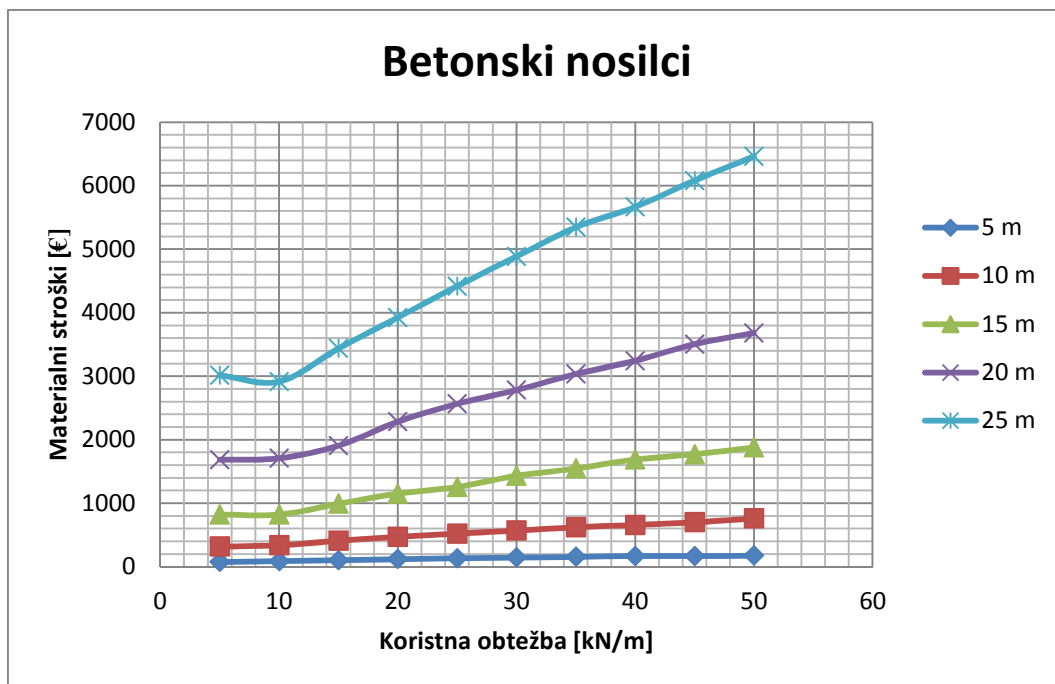
Grafikon 5.1 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave betonskih nosilcev z večanjem razpona.

Vidimo, da stroški naraščajo parabolično, kar samo odraža dejstvo, da tudi upogibni momenti naraščajo parabolično v odvisnosti od razpona.



Grafikon 5.1: Materialni stroški izdelave betonskih nosilcev s pravokotnim prečnim prerezem v odvisnosti od razpona za različne koristne obtežbe

Grafikon 5.2 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave betonskih nosilcev s pravokotnim prečnim prerezem z naraščanjem koristne obtežbe. Vidimo, da stroški naraščajo približno linearno, kar odraža dejstvo, da tudi upogibni momenti naraščajo linearno v odvisnosti od koristne obtežbe. Za manjše koristne obtežbe so stroški na prvi pogled nelogični, saj se skoraj ne spreminjajo oz. se včasih celo zmanjšujejo. Pri tem gre za manjše računske napake, ki nastanejo zaradi dejstva, ker je lastna teža betonskega prereza večja od koristne obtežbe. Rezultate bi sicer v tem pogledu lahko nekoliko izboljšali, tega pa nismo storili zaradi tega, ker nazorno povedo, čemu je treba posvetiti pozornost pri tovrstnem optimiranju; logični obravnavi rezultatov.



Grafikon 5.2: Materialni stroški izdelave betonskih nosilcev s pravokotnim prečnim prerezemom v odvisnosti od koristne obtežbe za različne razpone

### 5.1.2 Jekleni nosilci

V tabeli 5.4 so prikazani izračunani optimalni materialni stroški za izdelavo jeklenih nosilcev z IPE ali HEA prečnimi prerezi za različne razpone in koristne obtežbe.

Tabela 5.4: Minimalni materialni stroški (v €) jeklenih nosilcev z IPE ali HEA prečnimi prerezi glede na razpon in koristno obtežbo

Koristne obtežbe	Razponi				
	5 m	10 m	15 m	20 m	25 m
5 kN/m	283,70	1076,87	2360,96	4621,43	8929,77
10 kN/m	382,81	1410,75	3128,31	6683,34	10833,09
15 kN/m	473,06	1689,59	4567,91	7806,99	11687,65
20 kN/m	507,49	1929,97	4724,48	7806,99	/
25 kN/m	575,06	2085,54	5012,51	9350,12	/
30 kN/m	607,82	2310,72	5357,86	9350,12	/
35 kN/m	650,37	2493,22	5510,24	9620,66	/
40 kN/m	688,91	2780,77	5855,24	/	/
45 kN/m	738,32	2857,81	6022,45	/	/
50 kN/m	786,99	2857,81	6356,87	/	/

V tabeli 5.5 so prikazani izbrani optimalni trdnostni razredi jekla za jeklene nosilce z IPE ali HEA prečnim prerezom za različne razpone in koristne obtežbe. Iz rezultatov ni moč razbrati splošnega pravila v smislu, da se naj za večje razpone uporabijo najvišji trdnostni razredi, za manjše razpone pa nižji trdnostni razredi. Izkazalo se je ravno nasprotno, saj so pri večjih razponih izbrani nižji trdnostni razredi. Razlog je tudi v tem, da se je za pomemben kriterij izkazala omejitev pomikov. Elastični modul različnih trdnostnih razredov je enak, kar pomeni, da lahko pomik zmanjšamo oz. togost povečamo le s povečanjem geometrijskih karakteristik, pri tem pa uporabimo cenejši material.

Tabela 5.5: Optimalni trdnostni razredi jekla za jeklene nosilce z IPE ali HEA prečnimi prerezi glede na razpon in koristno obtežbo

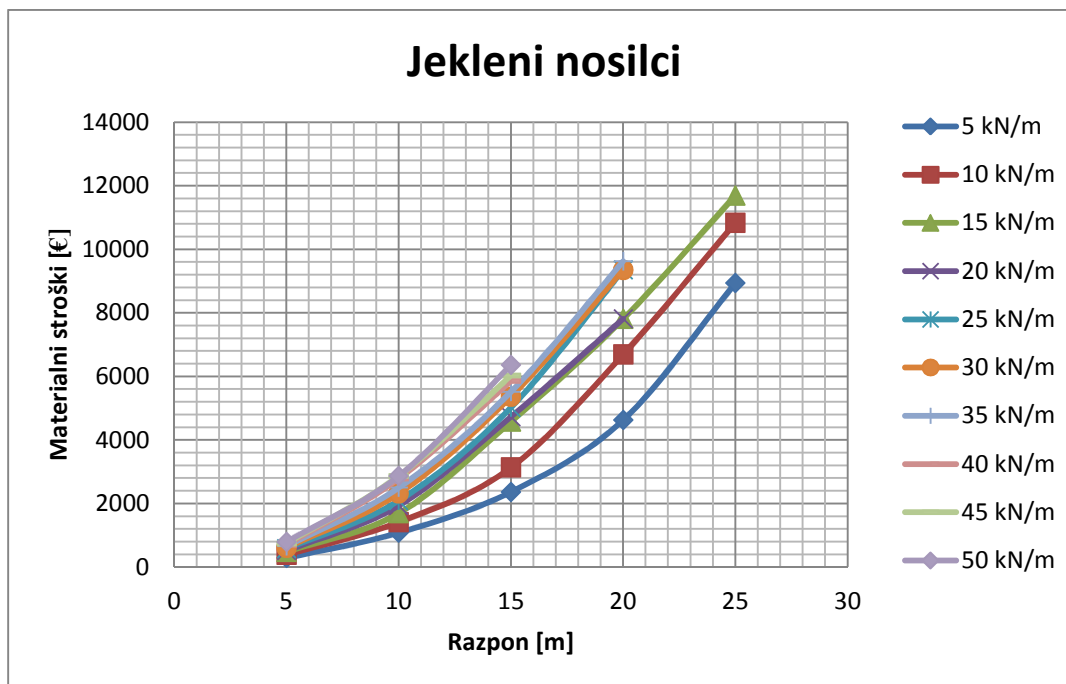
Koristne obtežbe	Razponi				
	5 m	10 m	15 m	20 m	25 m
5 kN/m	S275	S235	S235	S235	S235
10 kN/m	S355	S275	S275	S235	S235
15 kN/m	S235	S355	S275	S235	S235
20 kN/m	S355	S355	S235	S235	/
25 kN/m	S355	S275	S235	S235	/
30 kN/m	S235	S235	S235	S235	/
35 kN/m	S355	S355	S275	S275	/
40 kN/m	S235	S235	S235	/	/
45 kN/m	S355	S275	S275	/	/
50 kN/m	S235	S275	S355	/	/

Tabela 5.6 prikazuje optimalne prečne prereze jeklenih nosilcev z IPE ali HEA prečnim prerezom glede na razpon in koristno obtežbo.

Tabela 5.6: Optimalni prečni prerezi jeklenih nosilcev z IPE ali HEA prečnim prerezom glede na razpon in koristno obtežbo

Koristne obtežbe	Razponi				
	5 m	10 m	15 m	20 m	25 m
5 kN/m	IPE200	IPE330	IPE450	IPE600	HEA700
10 kN/m	IPE240	IPE400	IPE550	HEA650	HEA900
15 kN/m	HEA200	IPE450	HEA550	HEA800	HEA1000
20 kN/m	IPE300	IPE500	HEA600	HEA800	/
25 kN/m	IPE330	IPE550	HEA650	HEA1000	/
30 kN/m	IPE360	IPE600	HEA700	HEA1000	/
35 kN/m	IPE360	IPE600	HEA700	HEA1000	/
40 kN/m	IPE400	HEA500	HEA800	/	/
45 kN/m	IPE400	HEA500	HEA800	/	/
50 kN/m	IPE450	HEA500	HEA800	/	/

Grafikon 5.3 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave jeklenih nosilcev z večanjem razpona. Vidimo, da stroški naraščajo parabolično, kar ponovno odraža dejstvo, da tudi upogibni momenti naraščajo parabolično v odvisnosti od razpona. Se pa tudi tukaj pojavijo določene nejasnosti, vsaj na prvi pogled. Stroški pri določenih razponih so za različne obtežbe enaki, kar pomeni, da je bil v dveh (ali večih) primerih izbran isti optimalni prerez. Razlog tiči v dejstvu, da imajo prečni prerezi za jeklo določene diskretne geometrijske karakteristike. Če imamo torej dve, sicer različni, obremenitvi, ki bi za optimalen prerez določali vrednosti v območju med vrednostmi geometrijskih karakteristik dveh podanih prečnih prerezov, bi za rezultat v obeh primerih bil izbran prerez z večjimi vrednostmi geometrijskih karakteristik.

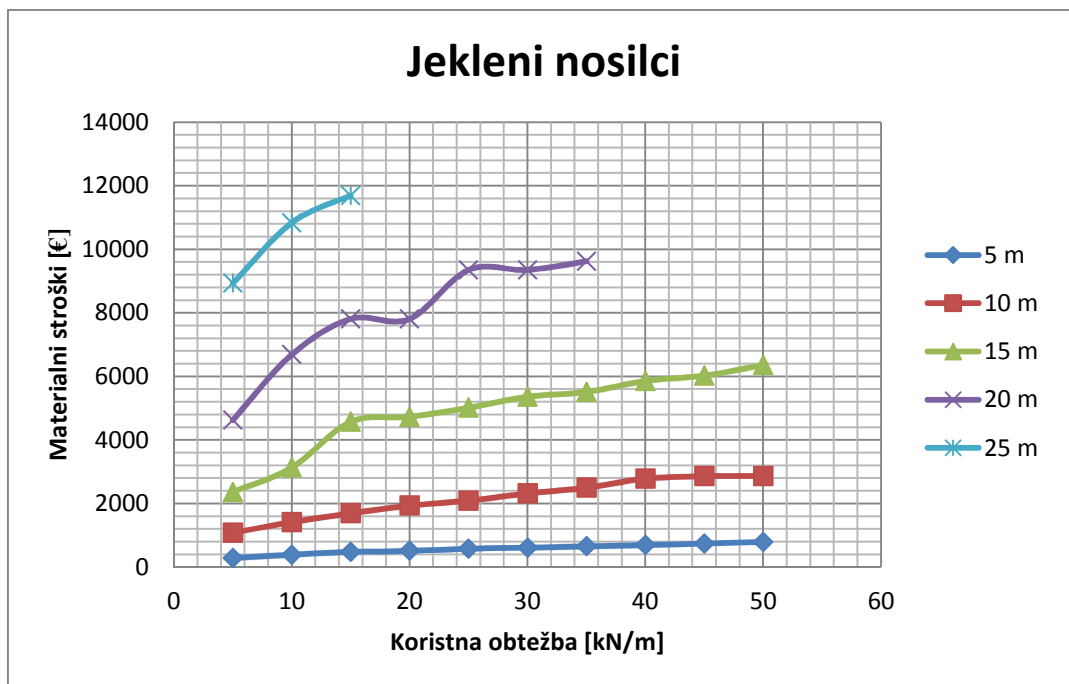


Grafikon 5.3: Materialni stroški izdelave jeklenih nosilcev z IPE ali HEA prečnim prerezom v odvisnosti od razpona za različne koristne obtežbe

Grafikon 5.4 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave jeklenih nosilcev z naraščanjem koristne obtežbe. Vidimo, da stroški naraščajo približno linearno, kar odraža dejstvo, da tudi upogibni momenti naraščajo linearno v odvisnosti od koristne obtežbe. Zaradi diskretnih vrednosti geometrijskih karakteristik prečnih prerezov se tudi tukaj pojavljajo določene »motnje« v poteku grafikona.

Kot je razvidno iz tabel v tem podpoglavju, jekleni nosilci s podanimi prečnimi prerezi IPE in HEA, pri razponih 20 m in 25 m, za večje obremenitve ne zagotavljajo zadostne odpornosti. Za merodajna kriterija sta se izkazala kriterij pomikov in kriterij nosilnosti oz. stabilnosti za zvrnitev.





Grafikon 5.4: Materialni stroški izdelave jeklenih nosilcev z IPE ali HEA prečnim prerezom v odvisnosti od koristne obtežbe za različne razpone

### 5.1.3 Leseni nosilci

V tabeli 5.7 so prikazane izračunane optimalni materialni stroški izdelave lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h s pravokotnim prečnim prerezom za različne razpone in koristne obtežbe.

Tabela 5.7: Minimalni materialni stroški izdelave (v €) lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h s pravokotnim prečnim prerezom glede na razpon in koristno obtežbo

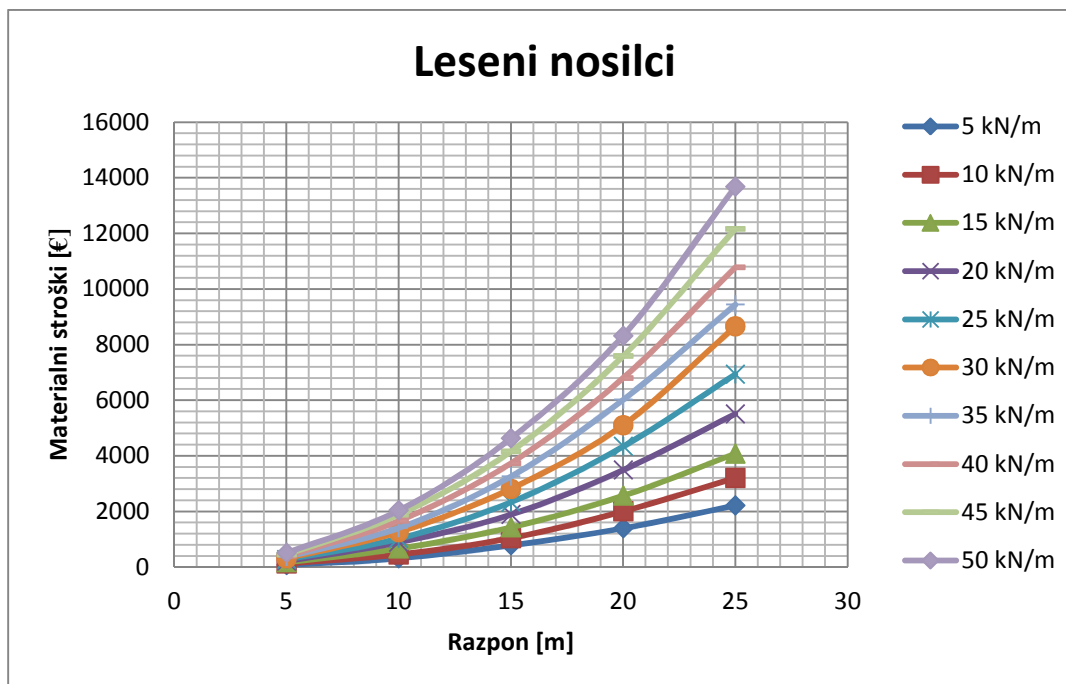
Koristne obtežbe	Razponi				
	5 m	10 m	15 m	20 m	25 m
5 kN/m	71,31	310,76	776,89	1390,97	2213,34
10 kN/m	121,17	452,43	1038,05	1999,46	3203,44
15 kN/m	168,60	661,52	1425,06	2561,04	4075,42
20 kN/m	207,11	885,69	1884,56	3489,52	5503,66
25 kN/m	266,26	1019,86	2328,83	4333,78	6930,70
30 kN/m	312,06	1255,71	2811,77	5101,53	8652,20
35 kN/m	363,28	1403,51	3254,08	6014,76	9434,78
40 kN/m	402,60	1655,30	3730,43	6795,84	10774,62
45 kN/m	451,67	1876,38	4158,62	7589,28	12161,59
50 kN/m	500,35	2031,06	4623,59	8316,48	13671,89

Tabela 5.8 prikazuje optimalne dimenzije pravokotnih prečnih prerezov lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h, glede na razpon in koristno obtežbo. Oznaka  $h$  predstavlja višino, oznaka  $b$  pa širino lesenega prereza. Vredno je omeniti, da imajo dandanes največji lepljeni nosilci višino prečnega prereza okoli 250 cm, v tabeli 5.8 pa so podane tudi višje vrednosti (v ostalih tabelah in grafikonih pa z njimi povezane vrednosti), ki praktično niso uporabne, lahko pa služijo za primerjavo potrebnih višin glede na izbran material.

Tabela 5.8: Optimalne dimenzije pravokotnih prečnih prerezov lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h glede na razpon in koristno obtežbo

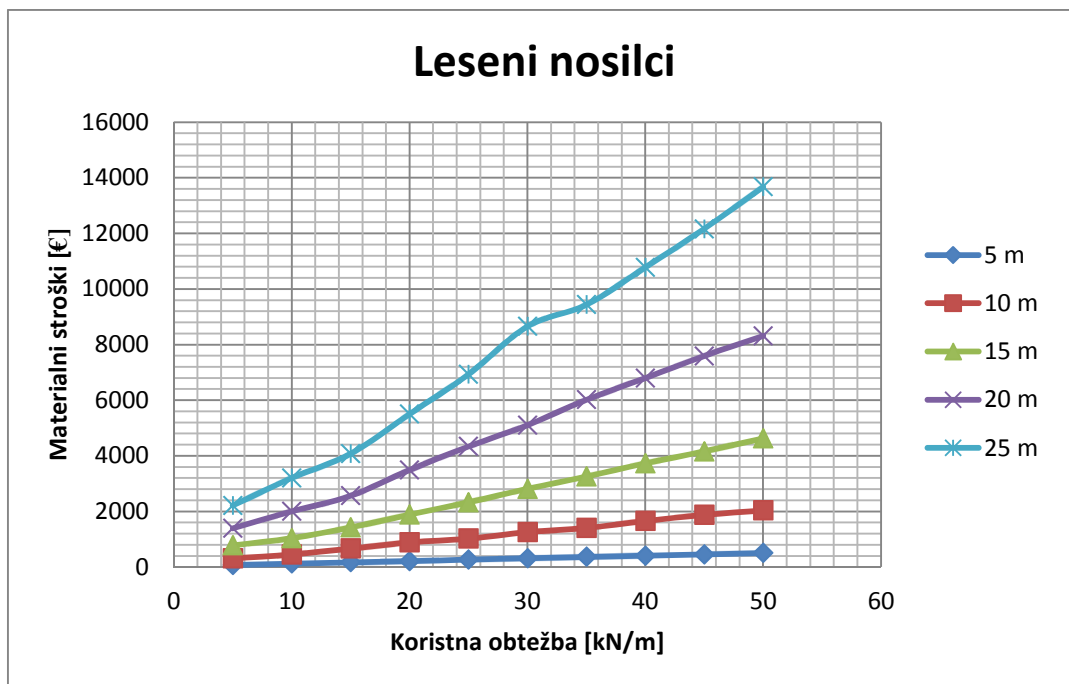
	Razponi									
	5 m		10 m		15 m		20 m		25 m	
Koristne obtežbe	h [cm]	b [cm]	h [cm]	b [cm]	h [cm]	b [cm]	h [cm]	b [cm]	h [cm]	b [cm]
5 kN/m	36	9	64	12	88	16	126	15	153	16
10 kN/m	54	11	81	15	108	18	144	20	171	22
15 kN/m	63	14	108	17	126	22	153	25	189	26
20 kN/m	44	27	132	19	124	30	225	23	252	26
25 kN/m	56	27	117	26	172	27	252	26	304	27
30 kN/m	60	30	136	27	192	29	286	27	387	27
35 kN/m	80	26	162	26	216	30	357	25	441	26
40 kN/m	88	27	164	30	248	30	340	30	504	26
45 kN/m	88	30	225	25	287	29	380	30	525	28
50 kN/m	110	27	208	29	308	30	486	26	711	23

Grafikon 5.5 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h z večanjem razpona. Vidimo, da stroški naraščajo parabolno, kar odraža dejstvo, da tudi upogibni momenti naraščajo parabolno v odvisnosti od razpona.



Grafikon 5.5: Minimalni materialni stroški izdelave lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h s pravokotnim prečnim prerezom v odvisnosti od razpona za različne koristne obtežbe

Grafikon 5.6 prikazuje naraščanje stroškov lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h s pravokotnim prečnim prerezom z naraščanjem koristne obtežbe. Vidimo, da stroški naraščajo približno linearno, kar odraža dejstvo, da tudi upogibni momenti naraščajo linearno v odvisnosti od koristne obtežbe.

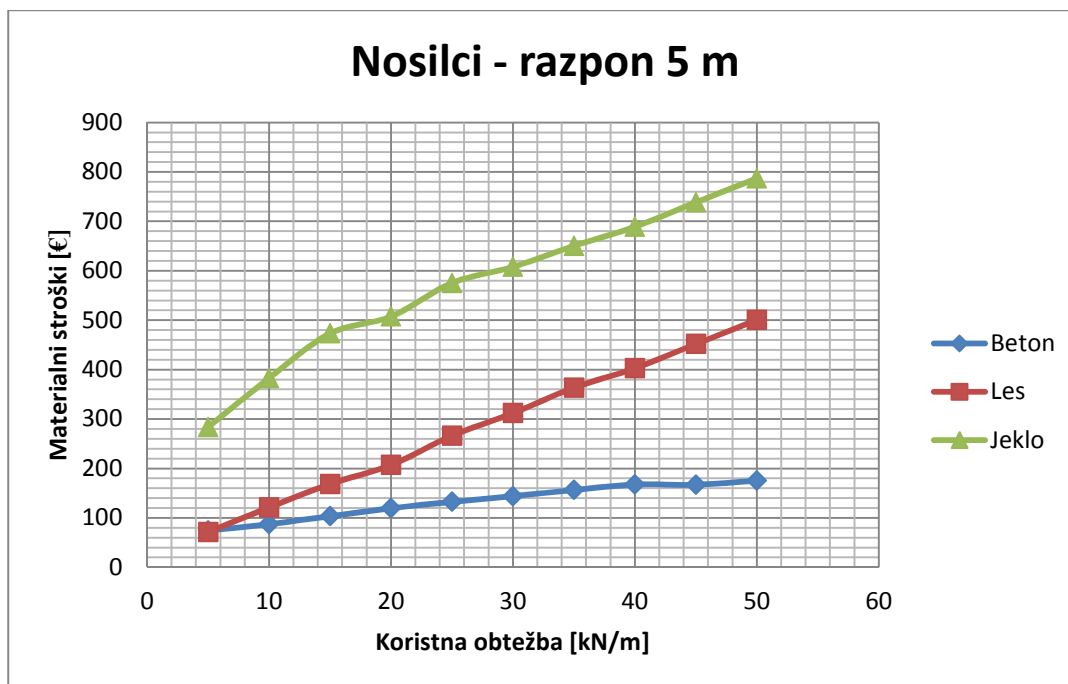


Grafikon 5.6: Minimalni materialni stroški izdelave lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h s pravokotnim prečnim prerezom v odvisnosti od koristne obtežbe za različne razpone

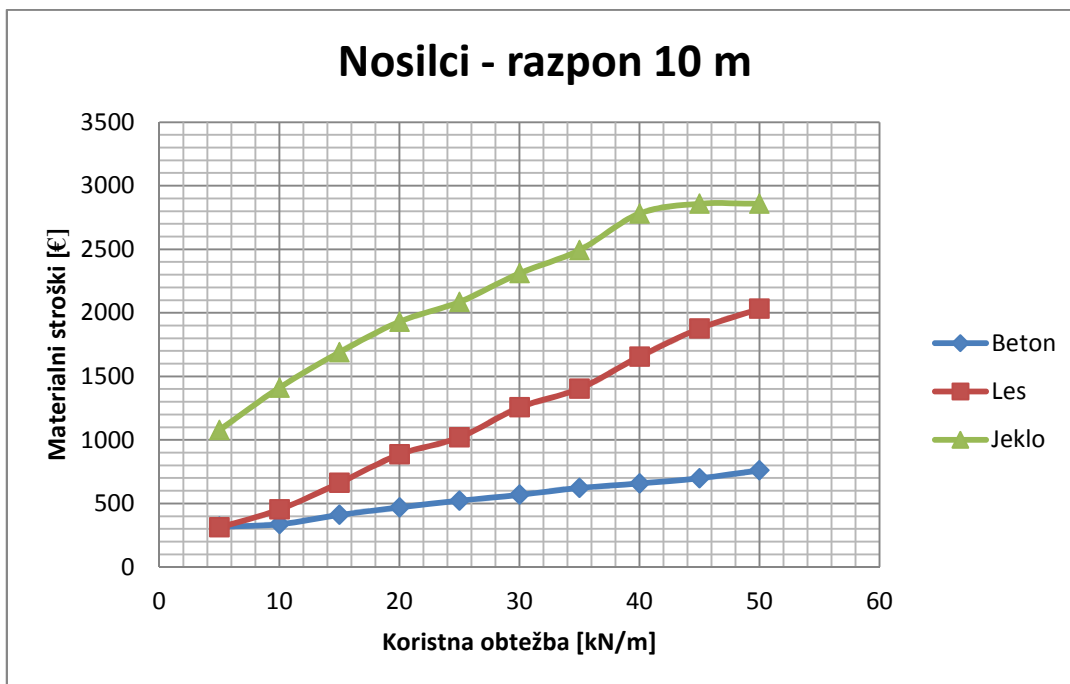
Grafikoni stroškov za lesene nosilce sicer »najlepše« prikazujejo parabolično (v odvisnosti od razpona) in linearno (v odvisnosti od koristne obtežbe) naraščanje stroškov. Razlog je poleg zveznih možnih dimenzij tudi to, da je bil upoštevan samo en trdnostni razred.

#### 5.1.4 Primerjava rezultatov

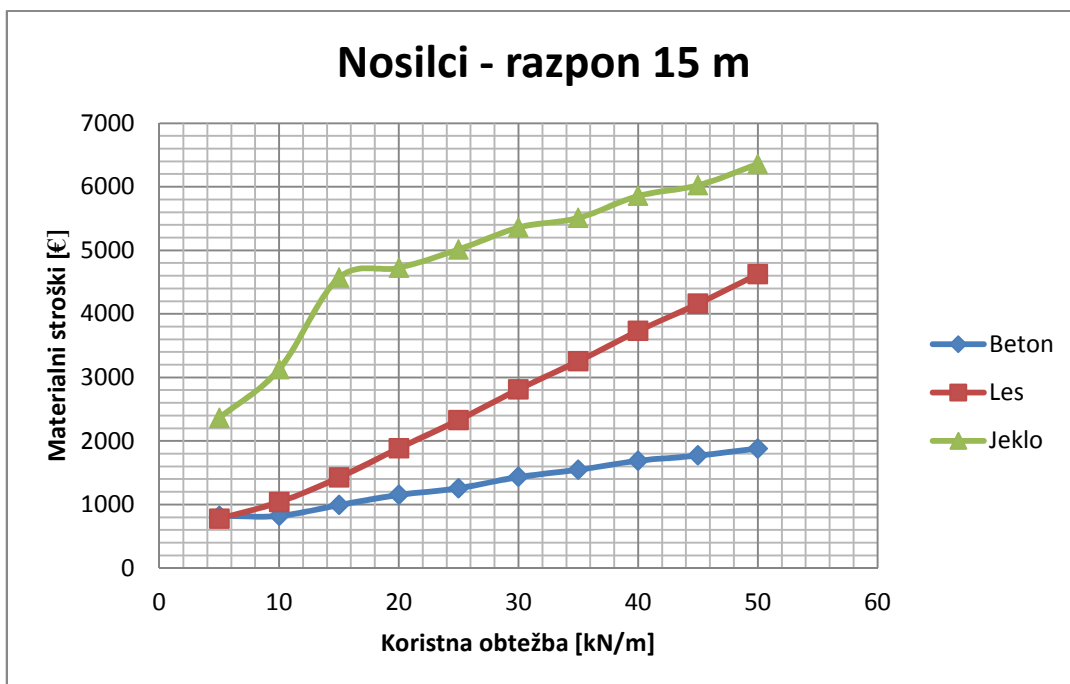
Grafikoni 5.7 – 5.11 prikazujejo primerjavo materialnih stroškov izdelave nosilcev iz različnih materialov pri različnih razponih v odvisnosti od koristne obtežbe. Vidimo, da v splošnem velja, da so najcenejši betonski nosilci, sledijo lepljeni leseni nosilci in pa jekleni nosilci. Le pri manjših koristnih obtežbah so lepljeni leseni nosilci lahko cenovno konkurenčni betonskim.



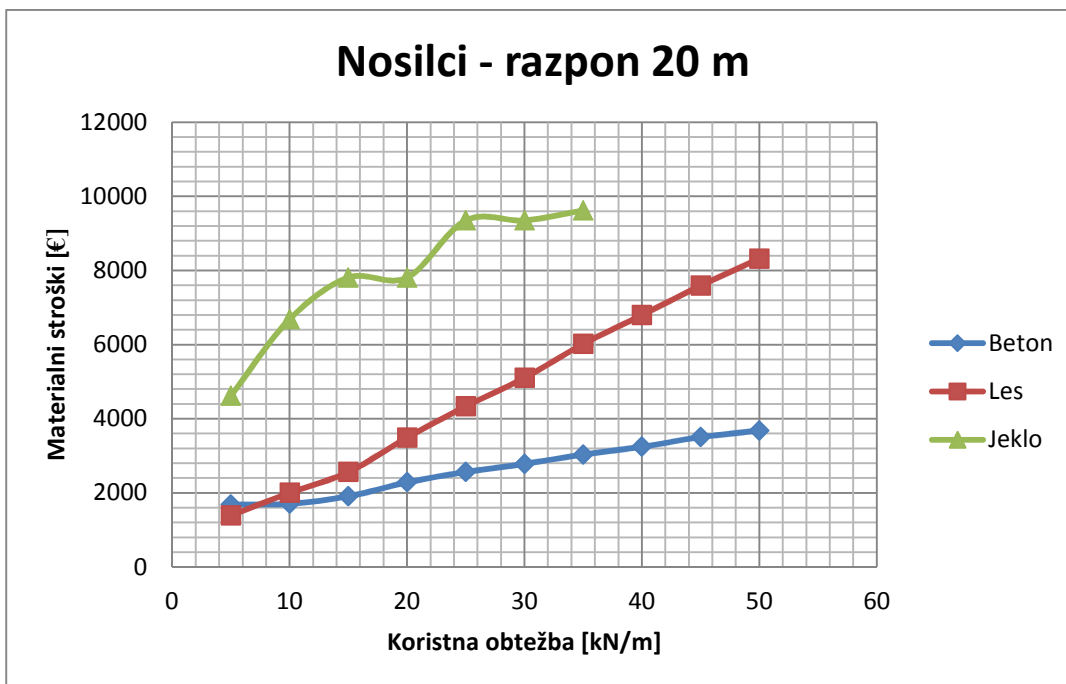
Grafikon 5.7: Primerjava materialnih stroškov izdelave nosilcev v odvisnosti od koristne obtežbe za razpon 5 m



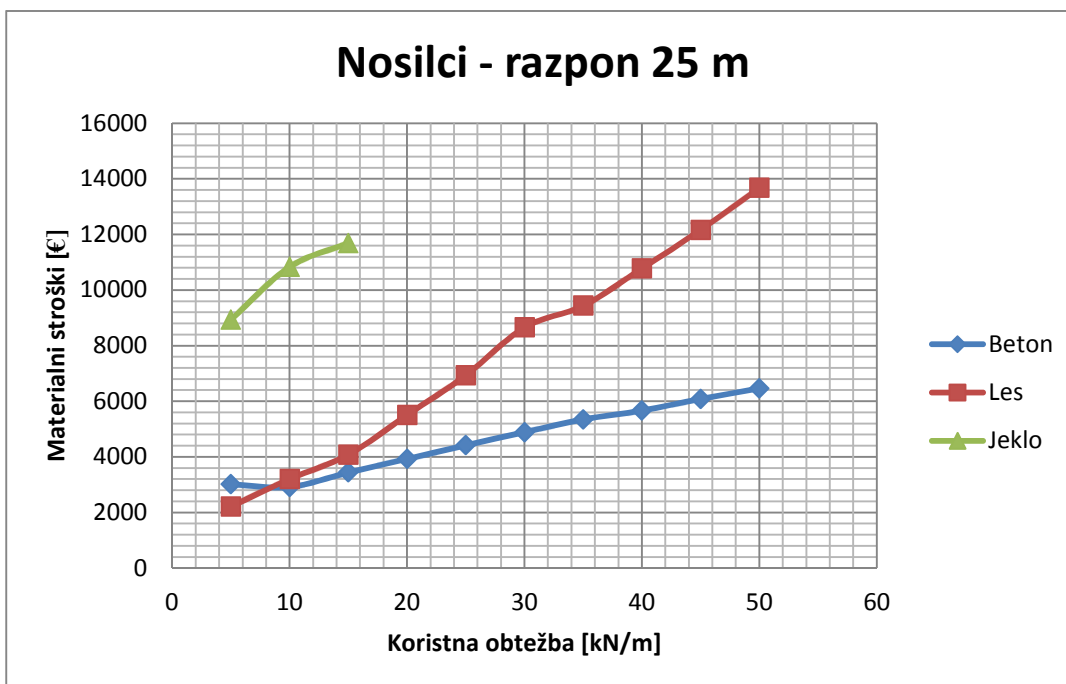
Grafikon 5.8: Primerjava materialnih stroškov izdelave nosilcev v odvisnosti od koristne obtežbe za razpon 10 m



Grafikon 5.9: Primerjava materialnih stroškov izdelave nosilcev v odvisnosti od koristne obtežbe za razpon 15 m



Grafikon 5.10: Primerjava materialnih stroškov izdelave nosilcev v odvisnosti od koristne obtežbe za razpon 20 m



Grafikon 5.11: Primerjava materialnih stroškov izdelave nosilcev v odvisnosti od koristne obtežbe za razpon 25 m



## 5.2 Stebri

Stebre smo optimirali za višine od 2 m do 6 m (s preskoki 2 m) in za koristne obtežbe od 250 kN do 2500 kN (s preskoki 250 kN). Stebri so bili dodatno obremenjeni še s prečno obtežbo 2,5 kN/m glede na močno os (deluje v smeri z osi), ki pa zaradi svoje majhnosti ni imela pomembnejše vloge. Za stalno obtežbo smo upoštevali samo lastno težo.

### 5.2.1 Betonski stebri

V tabeli 5.9 so prikazani izračunani optimalni materialni stroški izdelave betonskih stebrov s pravokotnim prečnim prerezom za različne višine in koristne obtežbe.

Tabela 5.9: Minimalni materialni stroški izdelave (v €) betonskih stebrov glede na višino in koristno obtežbo

Koristne obtežbe	Višine		
	2 m	4 m	6 m
250 kN	46,34	94,93	157,59
500 kN	49,12	105,93	176,34
750 kN	53,85	125,35	191,35
1000 kN	56,99	129,11	216,51
1250 kN	61,59	132,80	222,48
1500 kN	66,85	141,34	244,90
1750 kN	76,41	150,05	257,97
2000 kN	81,09	159,08	270,76
2250 kN	84,97	170,21	283,39
2500 kN	89,30	181,16	296,58

V tabeli 5.10 so prikazani izračunani optimalni trdnostni razredi betona za betonske stebre s pravokotnim prerezom za različne višine in koristne obtežbe. Razvidno je, da je v veliki večini primerov izračunan najvišji trdnostni razred (C50).

Tabela 5.10: Optimalni trdnostni razredi betona za betonske stebre glede na višino in koristno obtežbo

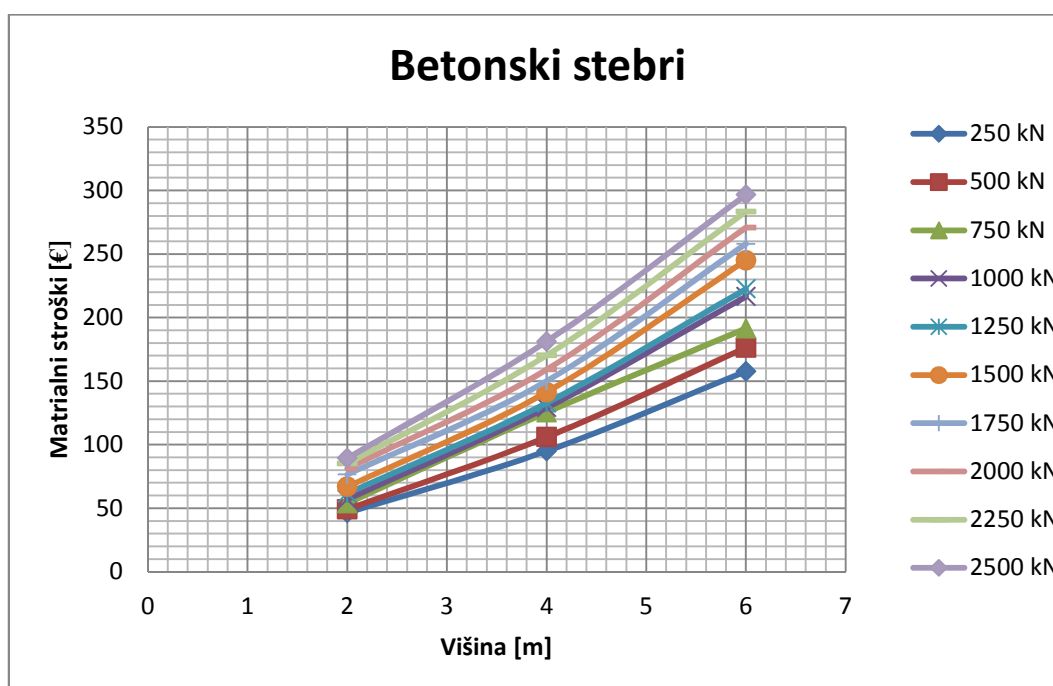
Koristne obtežbe	Višine		
	2 m	4 m	6 m
250 kN	C45	C20	C20
500 kN	C45	C50	C50
750 kN	C45	C50	C50
1000 kN	C45	C50	C50
1250 kN	C45	C50	C50
1500 kN	C45	C50	C50
1750 kN	C50	C50	C50
2000 kN	C50	C50	C50
2250 kN	C50	C50	C50
2500 kN	C50	C50	C50

Tabela 5.11 prikazuje optimalne dimenzije pravokotnih betonskih stebrov s pravokotnim prerezom glede na višino in koristno obtežbo. Oznaka  $h$  predstavlja višino, oznaka  $b$  pa širino betonskega prereza. Oznaka  $\rho$  predstavlja odstotek armiranja z vzdolžno armaturo.

Tabela 5.11: Optimalne dimenzije pravokotnih prečnih prerezov betonskih stebrov glede na višino in koristno obtežbo

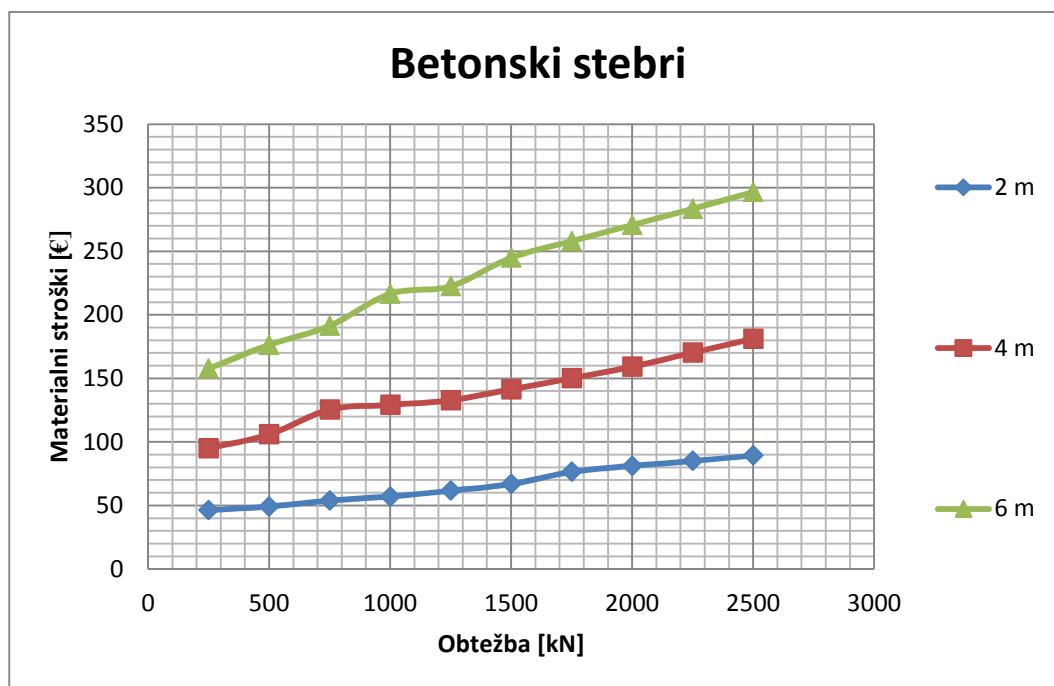
Koristne obtežbe	Višine								
	2 m			4 m			6 m		
	$h$ [cm]	$b$ [cm]	$\rho$ [%]	$h$ [cm]	$b$ [cm]	$\rho$ [%]	$h$ [cm]	$b$ [cm]	$\rho$ [%]
250 kN	25	19	2,4	32	20	1,4	34	23	1,2
500 kN	26	21	2,1	28	22	1,9	32	26	1,0
750 kN	26	25	1,8	36	22	1,4	33	29	0,8
1000 kN	31	23	1,6	30	25	2,2	33	28	1,8
1250 kN	33	25	1,4	33	28	1,2	37	33	0,7
1500 kN	35	27	1,2	35	30	1,1	36	32	1,4
1750 kN	34	27	2,1	36	31	1,0	38	34	1,3
2000 kN	33	31	1,9	37	32	1,0	39	35	1,2
2250 kN	37	30	1,7	37	36	0,9	40	37	1,1
2500 kN	39	32	1,6	40	36	1,1	43	37	1,0

Grafikon 5.12 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave betonskih stebrov v odvisnosti od višine. Višina na samo tlačno nosilnost betonskega prereza skoraj ne vpliva (če zanemarimo lastno težo), vpliva pa na stabilnost oz. nosilnost na uklon, kritična uklonska sila glede na višino namreč pada parabolično. Glede na omenjeni dejstvi, bi naj stroški v odvisnosti od višine naraščali rahlo parabolično, saj dimenzij betonskega prereza nismo omejili in se lahko vitkost poljubno spreminja. Grafikon 5.12 sicer potrjuje povedano, vendar je treba upoštevati, da smo preverjali samo tri različne višine.



Grafikon 5.12: Materialni stroški izdelave betonskih stebrov s pravokotnim prerezom v odvisnosti od višine za različne koristne obtežbe

Grafikon 5.13 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave betonskih stebrov v odvisnosti od koristne obtežbe. Vidimo, da stroški naraščajo približno linearno, kar odraža dejstvo, da tudi glavna obremenitev (osna sila) narašča linearno. Odstopanja od premice nastanejo zaradi diskretnih vrednosti prereza vzdolžne armature.



Grafikon 5.13: Materialni stroški izdelave betonskih stebrov s pravokotnim prečnim prerezom v odvisnosti od koristne obtežbe za različne višine

## 5.2.2 Jekleni stebri

V tabeli 5.12 so prikazani izračunani optimalni materialni stroški izdelave jeklenih stebrov z IPE in HEA prečnimi prerezi za različne višine in koristne obtežbe.

Tabela 5.12: Minimalni materialni stroški (v €) jeklenih stebrov z IPE in HEA prečnimi prerezi glede na višino in koristno obtežbo

Koristne obtežbe	Višine		
	2 m	4 m	6 m
250 kN	126,49	348,28	605,46
500 kN	151,31	468,30	845,90
750 kN	174,14	468,30	957,86
1000 kN	224,11	623,40	1133,73
1250 kN	271,12	668,92	1224,45
1500 kN	334,46	755,82	1301,95
1750 kN	408,15	816,30	1497,83
2000 kN	408,15	863,98	1567,55
2250 kN	408,15	912,51	1650,87
2500 kN	431,99	998,56	2143,14

V tabeli 5.13 so prikazani izbrani optimalni trdnostni razredi betona za jeklene stebre z IPE ali HEA prečnimi prerezi za različne višine in koristne obtežbe. Največkrat je izbran najvišji trdnostni razred (S355).

Tabela 5.13: Optimalni trdnostni razredi jekla za jeklene stebre z IPE in HEA prečnimi prerezi glede na višino in koristno obtežbo

Koristne obtežbe	Višine		
	2 m	4 m	6 m
250 kN	S355	S355	S355
500 kN	S355	S355	S235
750 kN	S355	S355	S275
1000 kN	S275	S235	S355
1250 kN	S355	S355	S355
1500 kN	S355	S355	S275
1750 kN	S355	S355	S355
2000 kN	S355	S355	S275
2250 kN	S355	S355	S355
2500 kN	S355	S355	S235

Tabela 5.14 prikazuje optimalne IPE in HEA prečne prereze jeklenih stebrov s pravokotnim prerezom glede na višino in koristno obtežbo. V vseh primerih so bili izbrani HEA profili, ki imajo (v primerjavi z IPE profili) manjšo razliko med uklonsko nosilnostjo glede na močno os in med nosilnostjo glede na šibko os.

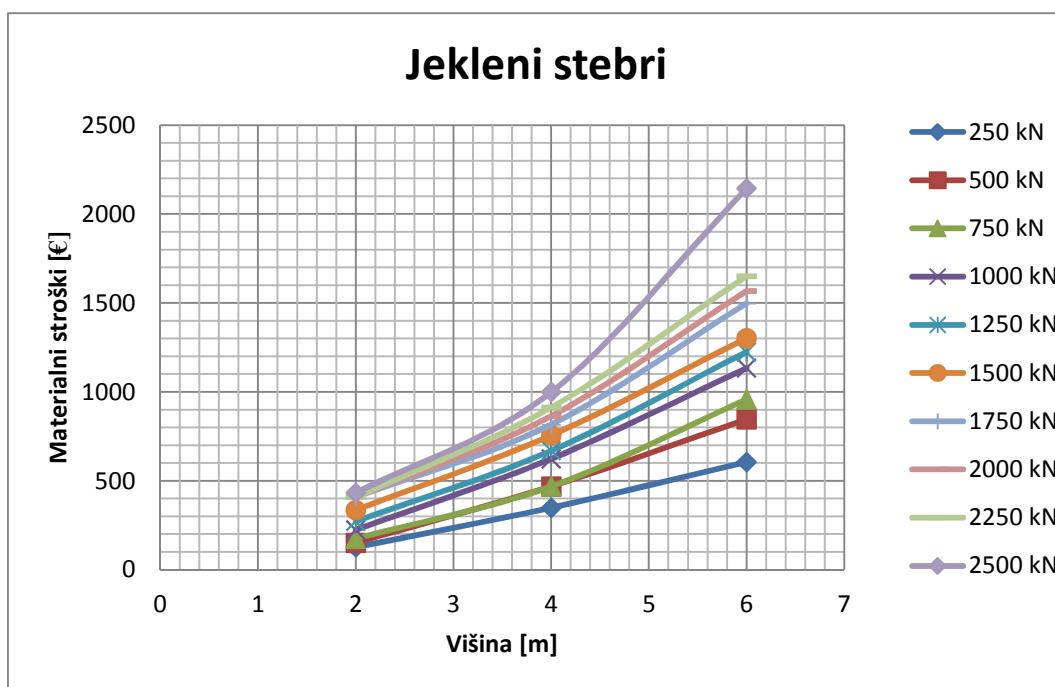
Tabela 5.14: Optimalni IPE in HEA prečni prerezi jeklenih stebrov glede na višino in koristno obtežbo

Koristne obtežbe	Višine		
	2 m	4 m	6 m
250 kN	HEA140	HEA180	HEA200
500 kN	HEA160	HEA220	HEA260
750 kN	HEA180	HEA220	HEA280
1000 kN	HEA220	HEA280	HEA300
1250 kN	HEA240	HEA280	HEA320
1500 kN	HEA280	HEA300	HEA360
1750 kN	HEA320	HEA320	HEA400
2000 kN	HEA320	HEA340	HEA450
2250 kN	HEA320	HEA360	HEA450
2500 kN	HEA340	HEA400	HEA700

Grafikon 5.14 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave jeklenih stebrov v odvisnosti od višine. Višina na samo tlačno nosilnost jeklenega prereza skoraj ne vpliva (če zanemarimo lastno težo), vpliva pa na stabilnost oz. nosilnost na uklon, kritična uklonska sila glede na višino namreč pada parabolično. Glede na omenjeni dejstvi, bi naj stroški v odvisnosti od višine naraščali rahlo parabolično, saj smo dimenzije jeklenega prereza omejili samo na diskretne vrednosti, med katerimi se lahko poljubno izbere optimalna. Kot je razvidno že iz tabel 5.12 – 5.14, še bolj pa iz grafikonov 5.14 in 5.15, je za višino 6 m in koristno obtežbo 2500 kN opazen večji skok v stroških v primerjavi z drugimi. Izbran je namreč opazno večji prerez in najnižji trdnostni razred (S235). Razlog za to tiči v dejstvu, da smo upoštevali samo prereze 1. – 3. razreda kompaktnosti. Višji trdnostni razredi zaostrejujejo kriterije za razvrstitev v razrede kompaktnosti. Tako je bil izbran najnižji trdnostni razred (S235) (manj ostri kriteriji za kompaktnost), posledično pa za zadostitev nosilnosti seveda nekoliko večji prerez. Velja tudi omeniti, da je

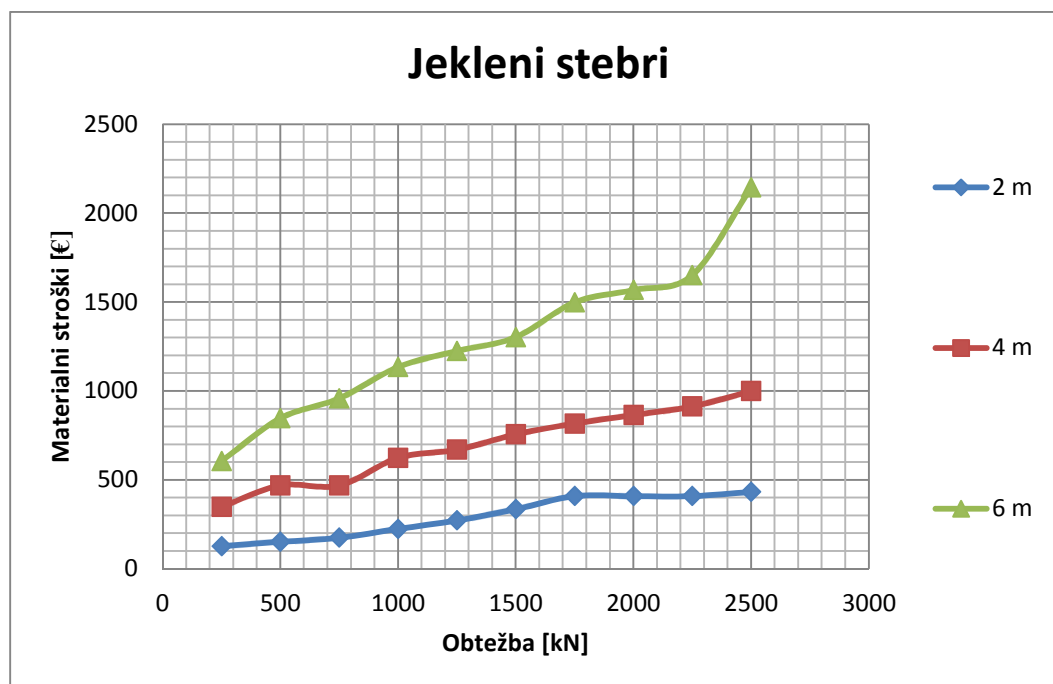
veliko prerezov bilo razvrščenih v 3. razred kompaktnosti (ravno zaradi višjega trdnostnega razreda).

Grafikon 5.14 sicer potrjuje blago parabolično naraščanje materialnih stroškov izdelave v odvisnosti od višine, vendar je treba upoštevati, da smo preverjali samo tri različne višine.



Grafikon 5.14: Materialni stroški izdelave jeklenih stebrov z IPE in HEA prečnimi prerezi v odvisnosti od višine za različne koristne obtežbe

Grafikon 5.15 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave jeklenih stebrov v odvisnosti od koristne obtežbe. Vidimo, da stroški naraščajo približno linearno, kar odraža dejstvo, da tudi glavna obremenitev (osna sila) narašča linearno. Odstopanja od premice nastanejo zaradi diskretnih vrednosti prečnih prerezov IPE in HEA in pa zaradi že zgoraj omenjenega problema razredov kompaktnosti.



Grafikon 5.15: Materialni stroški izdelave jeklenih nosilcev z IPE in HEA prečnimi prerezi v odvisnosti od koristne obtežbe za različne višine



### 5.2.3 Leseni stebri

V tabeli 5.15 so prikazani izračunani optimalni materialni stroški izdelave lepljenih lesenih stebrov trdnostnega razreda glh24 s pravokotnimi prečnimi prerezi za različne višine in koristne obtežbe.

Tabela 5.15: Minimalni materialni stroški izdelave (v €) lepljenih lesenih stebrov trdnostnega razreda GL24h s pravokotnim prečnim prerezom glede na višino in koristno obtežbo

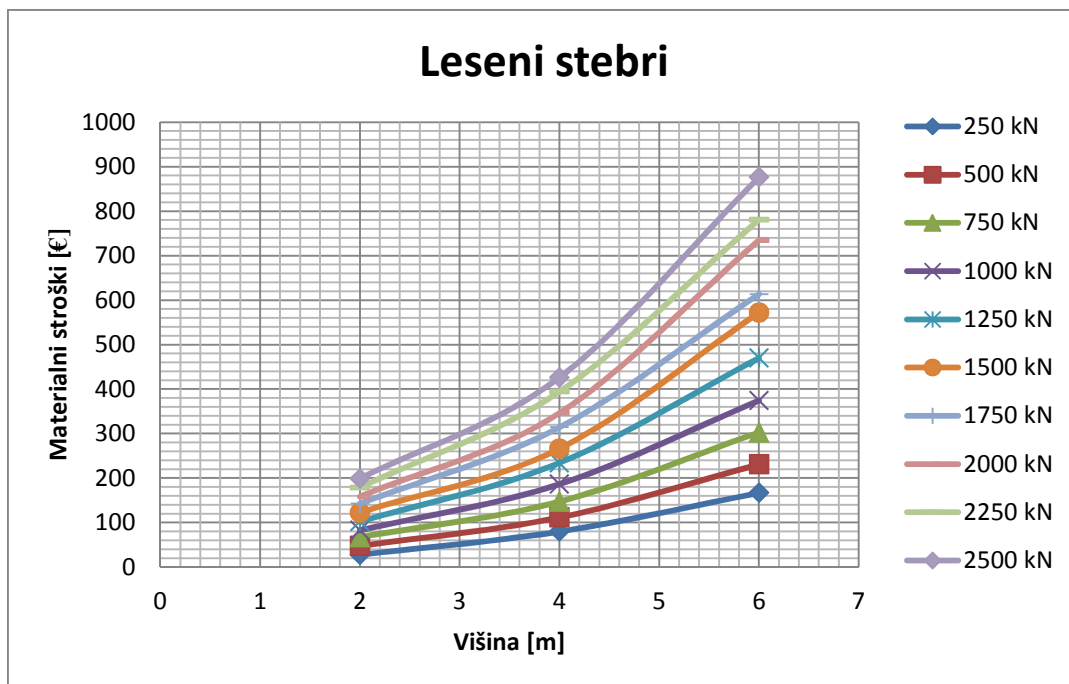
Koristne obtežbe	Višine		
	2 m	4 m	6 m
250 kN	27,41	79,58	166,54
500 kN	47,13	111,33	230,62
750 kN	67,10	147,01	302,33
1000 kN	82,33	186,14	374,04
1250 kN	101,93	234,10	469,66
1500 kN	122,40	266,06	571,84
1750 kN	142,25	314,02	613,08
2000 kN	158,38	345,98	734,26
2250 kN	178,56	393,94	780,41
2500 kN	198,70	425,90	876,02

Tabela 5.16 prikazuje optimalne pravokotne prečne prereze lepljenih lesenih stebrov trdnostnega razreda GL24h glede na višino in koristno obtežbo. Pri nižjih višinah in manjših obremenitvah, so izbrane širine še manjše od maksimalno dovoljene, saj so tako lahko lamele višje in jih rabimo manj. Posledično so tudi stroški lepljenja nižji. Pri višjih višinah in večjih obtežbah je seveda izbrana maksimalna širina.

Tabela 5.16: Optimalne dimenzije pravokotnih prečnih prerezov lepljenih lesenih stebrov trdnostnega razreda GL24h glede na višino in koristno obtežbo

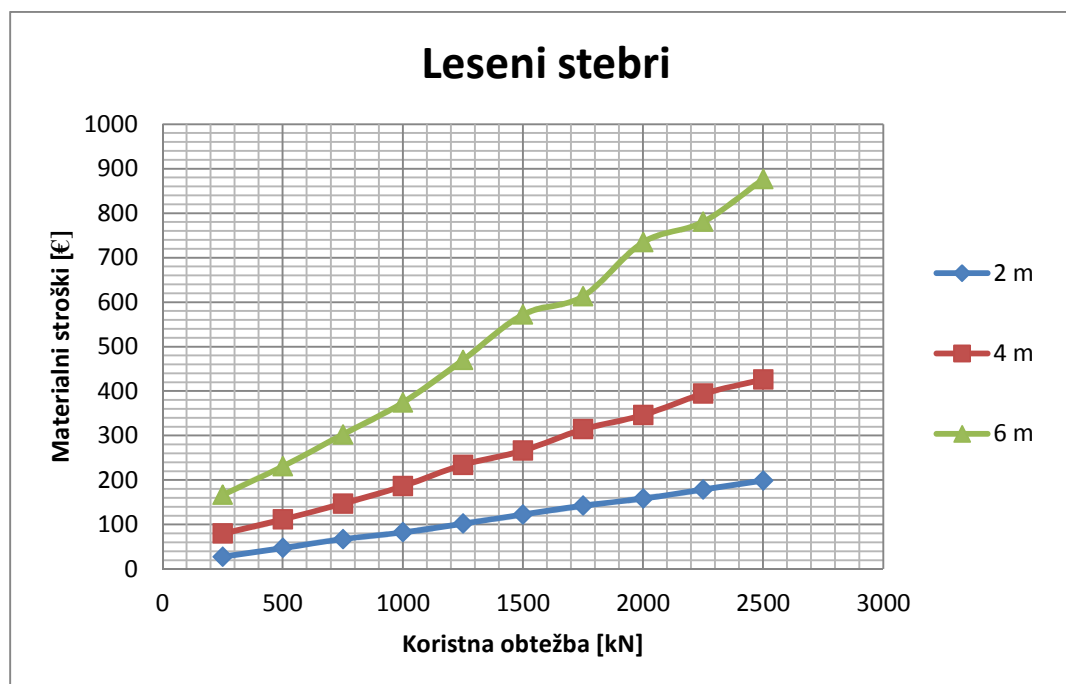
Koristne obtežbe	Višine					
	2 m		4 m		6 m	
	h [cm]	b [cm]	h [cm]	b [cm]	h [cm]	b [cm]
5 kN/m	21	16	23	22	28	27
10 kN/m	25	25	28	27	35	30
15 kN/m	33	27	35	29	47	30
20 kN/m	45	26	44	30	60	30
25 kN/m	48	30	53	30	74	30
30 kN/m	60	29	63	30	94	29
35 kN/m	68	30	73	30	100	30
40 kN/m	76	30	83	30	124	29
45 kN/m	96	27	93	30	128	30
50 kN/m	96	30	103	30	141	30

Grafikon 5.16 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave lepljenih lesenih stebrov trdnostnega razreda GL24h v odvisnosti od višine. Višina na samo tlačno nosilnost lesenega prereza skoraj ne vpliva (če zanemarimo lastno težo), vpliva pa na stabilnost oz. nosilnost na uklon, kritična uklonska sila glede na višino namreč pada parabolično. V primeru lepljenih lesenih nosilcev je širina prereza omejena na 30 cm, kar ima za posledico, da se vitkost z večanjem višine drastično veča. Glede na omenjeno, bi naj stroški za večje koristne obtežbe v odvisnosti od višine naraščali parabolično. Čeprav smo tudi v tem primeru preverjali samo tri različne višine, je evidentno, da grafikon 5.16 potrjuje našo domnevo.



Grafikon 5.16: Materialni stroški izdelave lepljenih lesenih stebrov s pravokotnimi prečnimi prerezi trdnostnega razreda GL24h v odvisnosti od višine za različne koristne obtežbe

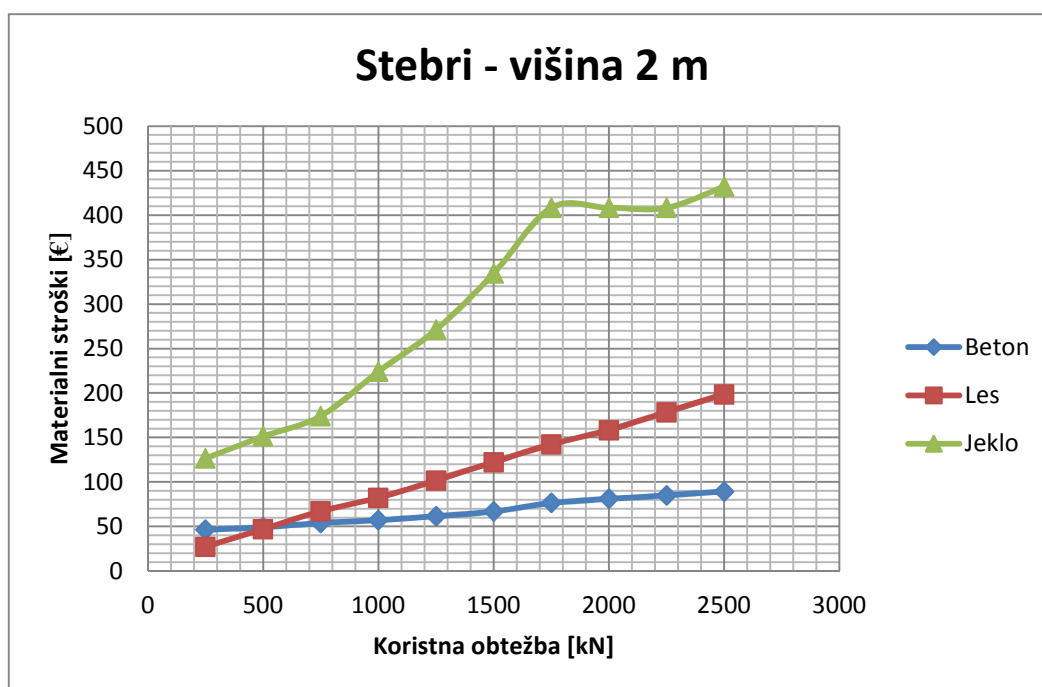
Grafikon 5.17 prikazuje naraščanje materialnih stroškov izdelave lepljenih lesenih stebrov s pravokotnimi prečnimi prerezi trdnostnega razreda GL24h v odvisnosti od koristne obtežbe. Vidimo, da materialni stroški naraščajo približno linearno, kar odraža dejstvo, da tudi glavna obremenitev (osna sila) narašča linearno.



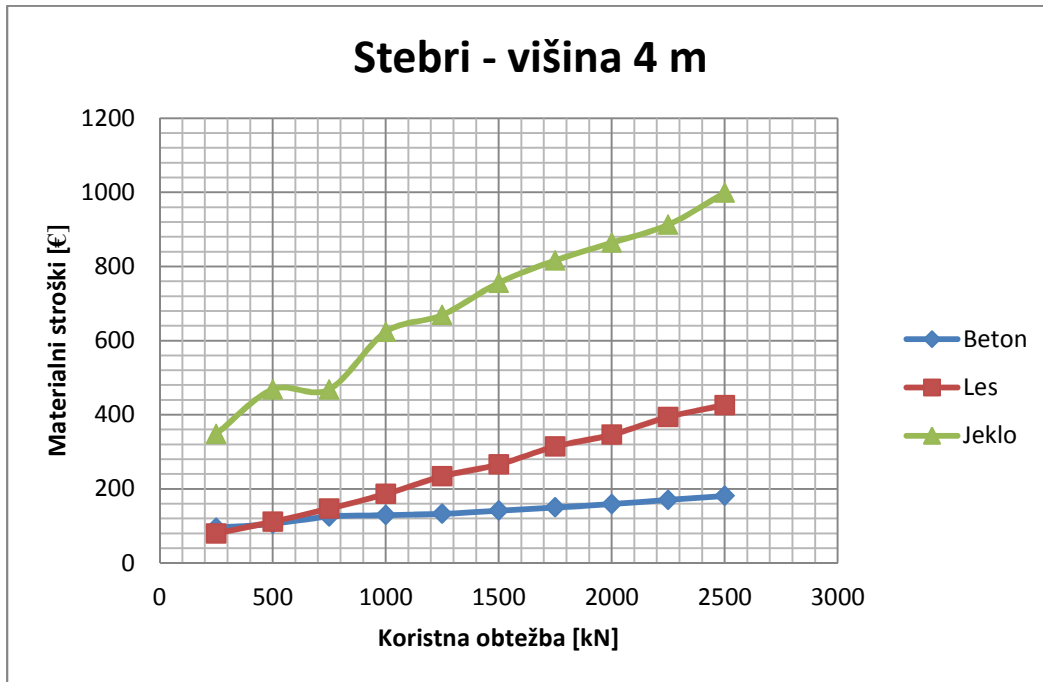
Grafikon 5.17: Materialni stroški izdelave lepljenih lesenih stebrov s pravokotnimi prečnimi prerezi trdnostnega razreda GL24h v odvisnosti od koristne obtežbe za različne višine

#### 5.2.4 Primerjava rezultatov

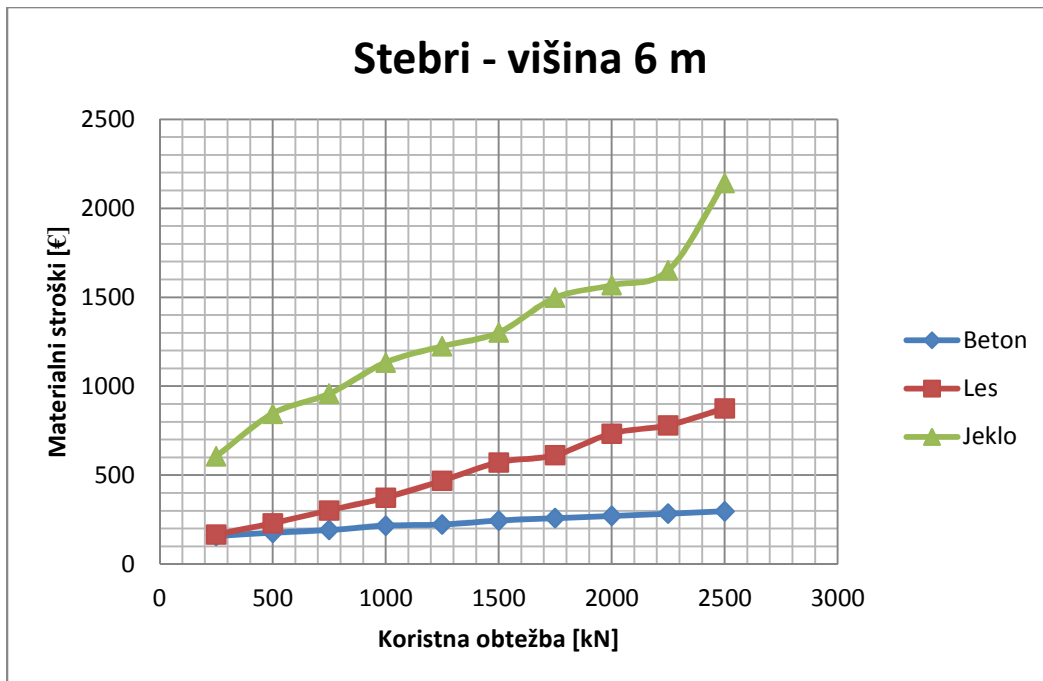
Grafikoni 5.18 – 5.20 prikazujejo primerjavo materialnih stroškov izdelave stebrov iz različnih materialov za različne višine. Ugotovitve so podobne kot pri nosilcih. Najcenejši so stebri iz betona. Pri nižjih koristnih obtežbah so cenovno konkurenčni tudi lepljeni leseni stebri. Najdražji so ponovno jekleni stebri.



Grafikon 5.18: Primerjava materialnih stroškov izdelave stebrov v odvisnosti od koristne obtežbe za višino 2 m



Grafikon 5.19: Primerjava materialnih stroškov izdelave stebrov v odvisnosti od koristne obtežbe za višino 4 m



Grafikon 5.20: Primerjava materialnih stroškov izdelave stebrov v odvisnosti od koristne obtežbe za višino 6 m

## 6 ZAKLJUČKI

V magistrskem delu smo uspešno izvedli optimizacijo prostoležečih nosilcev in členkasto podprtih stebrov iz različnih materialov. Tako je bil širši namen magistrske naloge, torej ponovitev, uporaba in nadgradnja znanj, pridobljenih tekom študija gradbeništva, dosežen.

Za optimizacijske probleme magistrskega dela, smo razvili 6 modelov za matematično programiranje:

- model za optimizacijo betonskih prostoležečih nosilcev s pravokotnim prečnim prerezom
- model za optimizacijo jeklenih prostoležečih nosilcev z IPE ali HEA prečnim prerezom
- model za optimizacijo lepljenih lameliranih lesenih prostoležečih nosilcev s pravokotnim prečnim prerezom
- model za optimizacijo betonskih členkasto podprtih stebrov s pravokotnim prečnim prerezom
- model za optimizacijo jeklenih členkasto podprtih stebrov z IPE ali HEA prečnim prerezom
- model za optimizacijo lepljenih lameliranih lesenih členkasto podprtih stebrov s pravokotnim prečnim prerezom

Glede na upoštewane cene materialov, smo izračunali, da so najcenejši stebri in nosilci v večini primerov iz betona. Pri manjših koristnih obtežbah so konkurenčni tudi nosilci in stebri iz lepljenega lameliranega lesa, v vseh izračunanih primerih pa so najdražji jekleni nosilci in stebri. Hipoteze, da so pri manjših razponih oz. višinah najcenejše lesene konstrukcije, pri srednjih razponih oz. višinah betonske konstrukcije, pri največjih razponih in višinah pa jeklene konstrukcije, torej nismo potrdili. Pri tej ugotovitvi, pa je treba še enkrat poudariti, da smo v namenski funkciji upoštevali samo materialne stroške za izdelavo. Upoštevanje vseh stroškov izdelave bi lahko drastično spremenilo rezultate.

Za vsako kombinacijo obtežbe in razpona (višine) smo v magistrskem delu podali tudi izračunane optimalne dimenzije danega prečnega prereza in optimalni trdnostni razred posameznega materiala. Ti podatki so lahko zelo uporabni pri projektiranju, saj lahko inženirju, ki se sreča s podobnim, sicer enostavnim primerom, olajšajo izbiro med množico trdnostnih razredov materialov in množico različnih prečnih prerezov.

Programsko okolje GAMS se je izkazalo za zelo uporabno in dovolj enostavno orodje za optimizacijske probleme v tem magistrskem delu. Glede na uspešnost uporabe MINLP v tem magistrskem delu, ocenjujemo, da je MINLP v bodoče vredno aplicirati in preizkusiti še na ostalih konstrukcijskih sistemih.



## 7 LITERATURA

BEG, Darko in POGAČNIK, Andrej (urednika). 2011. *Priročnik za projektiranje gradbenih konstrukcij po evrokod standardih*. Ljubljana: Inženirska zbornica Slovenije.

*Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe*. 2005. Ljubljana: Slovenski inštitut za standardizacijo.

*Evrokod 3: Projektiranje jeklenih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe*. 2005. Ljubljana: Slovenski inštitut za standardizacijo.

*Evrokod 5: Projektiranje lesenih konstrukcij - 1-1. del: Splošna pravila in pravila za stavbe*. 2005. Ljubljana: Slovenski inštitut za standardizacijo.

*Gams - The Solver Manuals*. 2014. Washington: GAMS Development Corporation.

KRAVANJA, Stojan. 2006. *Sinteza konstrukcij z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem*. Maribor: Fakulteta za gradbeništvo.

MCCARL, Bruce A., Alex MEERAUS, Paul VAN DER EIJK in ostali avtorji 2013. *McCarl Expanded GAMS User Guide Version 24.0*.

PREMROV, Miroslav in Peter DOBRILA. 2008. *Lesene konstrukcije*. Maribor: Fakulteta za gradbeništvo, Univerza v Mariboru.

ROSENTHAL, Richard E. 2014. *GAMS — A User's Guide*. Washington: GAMS Development Corporation.

SPILLERS, William R. in Keith M. MACBAIN. 2009. *Structural Optimization*. New York: Springer.

YOUNG, Warren C. in Richard G. BUDYNAS. 2002. *Roark's Formulas for Stress and Strain*. New York: McGraw-Hill.

## 8 PRILOGE

### 8.1 Seznam slik

Slika 4.1: Prostoležeči nosilec .....	12
Slika 4.2: Členkasto podprti steber .....	12
Slika 4.3: Prečni prerez betonskega nosilca .....	15
Slika 4.4: Bilinearni delovni diagram betona (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005).....	17
Slika 4.5: Konstantna porazdelitev napetosti (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005).....	17
Slika 4.6: Bilinearni delovni diagram jekla za armiranje (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005)...	18
Slika 4.7: Zveza med notranjimi statičnimi količinami in potrebno armaturo .....	29
Slika 4.8: Prečni prerez betonskega stebra .....	32
Slika 4.9: Delovni diagram betona, podan s parabolo in premico (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005).....	34
Slika 4.10: Deformacije in sile v prerezu – nevtralna os izven prereza.....	34
Slika 4.11: Deformacije in sile v prerezu – nevtralna os znotraj prereza .....	35
Slika 4.12: Meje možnih deformacij v mejnem stanju nosilnosti (Evrokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcij. Del 1-1, Splošna pravila in pravila za stavbe, 2005).....	35
Slika 4.13: Prečni prerez za jeklene konstrukcije.....	56

Slika 4.14: Prečni prerez za lepljene lesene konstrukcije.....	76
----------------------------------------------------------------	----

## 8.2 Seznam tabel

Tabela 4.1: Lastnosti trdnostnih razredov betona .....	14
Tabela 4.2: Lastnosti jekla za armiranje.....	14
Tabela 4.3: Lastnosti konstrukcijskih jekel.....	56
Tabela 4.4: Faktorji nepopolnosti za bočno zvrnitev .....	64
Tabela 4.5: Uklonske krivulje in faktorji nepopolnosti za upogibni uklon.....	70
Tabela 4.6: Lastnosti lepljenega lesa GL24h .....	76
Tabela 5.1: Minimalni materialni stroški izdelave (v €) betonskih nosilcev s pravokotnim prečnim prerezom glede na razpon in koristno obtežbo.....	86
Tabela 5.2: Optimalni trdnostni razredi betona za betonske nosilce s pravokotnim prečnim prerezom glede na razpon in koristno obtežbo .....	86
Tabela 5.3: Optimalne dimenzije pravokotnih prečnih prerezov betonskih nosilcev glede na razpon in koristno obtežbo.....	87
Tabela 5.4: Minimalni materialni stroški (v €) jeklenih nosilcev z IPE ali HEA prečnimi prerezi glede na razpon in koristno obtežbo .....	89
Tabela 5.5: Optimalni trdnostni razredi jekla za jeklene nosilce z IPE ali HEA prečnimi prerezi glede na razpon in koristno obtežbo .....	90
Tabela 5.6: Optimalni prečni prerezi jeklenih nosilcev z IPE ali HEA prečnim prerezom glede na razpon in koristno obtežbo.....	91
Tabela 5.7: Minimalni materialni stroški izdelave (v €) lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h s pravokotnim prečnim prerezom glede na razpon in koristno obtežbo .....	94
Tabela 5.8: Optimalne dimenzije pravokotnih prečnih prerezov lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h glede na razpon in koristno obtežbo ....	95

Tabela 5.9: Minimalni materialni stroški izdelave (v €) betonskih stebrov glede na višino in koristno obtežbo .....	101
Tabela 5.10: Optimalni trdnostni razredi betona za betonske stebre glede na višino in koristno obtežbo .....	102
Tabela 5.11: Optimalne dimenzije pravokotnih prečnih prerezov betonskih stebrov glede na višino in koristno obtežbo .....	102
Tabela 5.12: Minimalni materialni stroški (v €) jeklenih stebrov z IPE in HEA prečnimi prerezi glede na višino in koristno obtežbo .....	105
Tabela 5.13: Optimalni trdnostni razredi jekla za jeklene stebre z IPE in HEA prečnimi prerezi glede na višino in koristno obtežbo .....	105
Tabela 5.14: Optimalni IPE in HEA prečni prerezi jeklenih stebrov glede na višino in koristno obtežbo .....	106
Tabela 5.15: Minimalni materialni stroški izdelave (v €) lepljenih lesenih stebrov trdnostnega razreda GL24h s pravokotnim prečnim prerezom glede na višino in koristno obtežbo .....	109
Tabela 5.16: Optimalne dimenzije pravokotnih prečnih prerezov lepljenih lesenih stebrov trdnostnega razreda GL24h glede na višino in koristno obtežbo .....	110

### 8.3 Seznam grafikonov

Grafikon 5.1: Materialni stroški izdelave betonskih nosilcev s pravokotnim prečnim prerezom v odvisnosti od razpona za različne koristne obtežbe .....	88
Grafikon 5.2: Materialni stroški izdelave betonskih nosilcev s pravokotnim prečnim prerezom v odvisnosti od koristne obtežbe za različne razpone .....	89
Grafikon 5.3: Materialni stroški izdelave jeklenih nosilcev z IPE ali HEA prečnim prerezom v odvisnosti od razpona za različne koristne obtežbe .....	92
Grafikon 5.4: Materialni stroški izdelave jeklenih nosilcev z IPE ali HEA prečnim prerezom v odvisnosti od koristne obtežbe za različne razpone .....	93

Grafikon 5.5: Minimalni materialni stroški izdelave lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h s pravokotnim prečnim prerezom v odvisnosti od razpona za različne koristne obtežbe .....	96
Grafikon 5.6: Minimalni materialni stroški izdelave lepljenih lesenih nosilcev trdnostnega razreda GL24h s pravokotnim prečnim prerezom v odvisnosti od koristne obtežbe za različne razpone .....	97
Grafikon 5.7: Primerjava materialnih stroškov izdelave nosilcev v odvisnosti od koristne obtežbe za razpon 5 m .....	98
Grafikon 5.8: Primerjava materialnih stroškov izdelave nosilcev v odvisnosti od koristne obtežbe za razpon 10 m .....	99
Grafikon 5.9: Primerjava materialnih stroškov izdelave nosilcev v odvisnosti od koristne obtežbe za razpon 15 m .....	99
Grafikon 5.10: Primerjava materialnih stroškov izdelave nosilcev v odvisnosti od koristne obtežbe za razpon 20 m .....	100
Grafikon 5.11: Primerjava materialnih stroškov izdelave nosilcev v odvisnosti od koristne obtežbe za razpon 25 m .....	100
Grafikon 5.12: Materialni stroški izdelave betonskih stebrov s pravokotnim prerezom v odvisnosti od višine za različne koristne obtežbe.....	103
Grafikon 5.13: Materialni stroški izdelave betonskih stebrov s pravokotnim prečnim prerezom v odvisnosti od koristne obtežbe za različne višine.....	104
Grafikon 5.14: Materialni stroški izdelave jeklenih stebrov z IPE in HEA prečnimi prerezi v odvisnosti od višine za različne koristne obtežbe .....	107
Grafikon 5.15: Materialni stroški izdelave jeklenih nosilcev z IPE in HEA prečnimi prerezi v odvisnosti od koristne obtežbe za različne višine .....	108
Grafikon 5.16: Materialni stroški izdelave lepljenih lesenih stebrov s pravokotnimi prečnimi prerezi trdnostnega razreda GL24h v odvisnosti od višine za različne koristne obtežbe .....	111

Grafikon 5.17: Materialni stroški izdelave lepljenih lesenih stebrov s pravokotnimi prečnimi prerezi trdnostnega razreda GL24h v odvisnosti od koristne obtežbe za različne višine .....	112
Grafikon 5.18: Primerjava materialnih stroškov izdelave stebrov v odvisnosti od koristne obtežbe za višino 2 m .....	113
Grafikon 5.19: Primerjava materialnih stroškov izdelave stebrov v odvisnosti od koristne obtežbe za višino 4 m .....	114
Grafikon 5.20: Primerjava materialnih stroškov izdelave stebrov v odvisnosti od koristne obtežbe za višino 6 m .....	114

#### **8.4 Naslov študenta**

Žiga Unuk

Vrhloga 60

2310 Slovenska Bistrica

Elektronska pošta: ziga.unuk@gmail.com

#### **8.5 Kratek življenjepis**

Rojen: 28.3.1989, Maribor

Šolanje: 1996 – 2004 Osnovna šola Črešnjevce

2004 – 2008 II. gimnazija Maribor

2008 – 2011 Fakulteta za gradbeništvo, Univerza v Mariboru, študijski program gradbeništvo, 1. bolonjska stopnja

2011 – 2014 Fakulteta za gradbeništvo, Univerza v Mariboru, študijski program Gradbeništvo, 2. bolonjska stopnja