



Univerza v Mariboru

*Fakulteta za naravoslovje in
matematiko*

DOKTORSKA DISERTACIJA

EVOLUCIJSKA TEORIJA IGER KOT SPINSKI SISTEM

Februar, 2012

mag. Aleksandra Murks Bašič
Mentor: red. prof. dr. Matjaž Perc

ZAHVALA

Iskreno se zahvaljujem mentorju red. prof. dr. Matjažu Percu za izjemno pomoč in temeljne ideje. Zahvaljujem se omi in oteju za vestno spodbujanje. Posebna zahvala je namenjena mojemu dragemu možu Sašiju.

KAZALO

POVZETEK	4
1 UVOD.....	6
1.1 Opredelitev področja in opis problema	6
1.2 Namen, cilji in osnovne trditve	10
1.3 Predpostavke in omejitve	11
1.4 Uporabljene metode raziskovanja.....	11
2 MATEMATIČNI MODELI	12
2.1 Razvoj in osnovne vrste teorije iger	12
2.2 Evolucijska teorija iger.....	14
2.3 Zapornikova dilema kot spinski sistem.....	21
3 EVOLUCIJA KOOPERACIJE IN REZULTATI	24
3.1 Stohastična in deterministična okolja	24
3.2 Regularne in kompleksne mreže.....	30
3.3 Koevolucija	35
4 IMPLIKACIJE ZA PODNEBNE SPREMEMBE.....	44
4.1 Globalne podnebne aktivnosti	48
4.1.1 Preskrba z energijo na svetovni ravni	53
4.1.2 Energija in ogljikov dioksid.....	54
4.1.3 Ekonometrična analiza emisijske intenzivnosti BDP	56
4.2 Kooperacija kot rešitev.....	72
4.3 Izzivi za prihodnost.....	75
5 DISKUSIJA IN ZAKLJUČEK.....	78
6 LITERATURA.....	80
PRILOGE I.....	89
PRILOGE II.....	113
DELOVNI ŽIVLJENJEPIS.....	116
IZJAVA.....	120

POVZETEK

Očitno je, da se naše podnebje spreminja in s tem ustvarja globalni problem, s katerim se moramo spopasti na mednarodni ravni. Podnebne spremembe so zato obravnavane kot primer največje socialne dileme, s katero se človeštvo sooča. Zakaj? Učinki podnebnih sprememb niso enakomerno razporejeni po celem svetu. Rezultat je klasičen problem, ki se ustvari kadar imamo opravka z javnimi dobrinami. Globalno-podnebni problem lahko uspešno rešimo samo na način, ki bo zagotovil mednarodno koordinacijo skupnih aktivnosti, kjer bodo sodelovale vse države sveta. Stroški posamezne države se lahko kaj hitro izračunajo, medtem ko bodo koristi porazdeljene med vse "igralce", neodvisno od njihovih dejanskih prispevkov k trajnostnemu razvoju. Evolucijska teorija iger je eno izmed najprimernejših teoretičnih orodij za preučevanje izzivov na področju podnebnih sprememb, s pomočjo katere bomo definirali glavne kriterije za evolucijo uspešnega sodelovanja. Svet je spoznal, da obvladovanje podnebnih sprememb povzroča stroške in zato bo nagnjenost k onesnaževanju vedno prisotna. Zato se vprašamo, ali lahko stohastični vplivi, kompleksne interakcijske mreže in koevolucija v podnebni igri zvišajo verjetnost prevzema čistejše strategije? Uporabljene so metode statistične fizike, Monte Carlo simulacije in igra zapornikove dileme z namenom podati nove odgovore na vprašanje kako rešiti naše podnebje in zaustaviti globalno segrevanje. Zapornikova dilema je še posebej primerna, saj proučuje evolucijo sodelovanja med sebičnimi posamezniki, kjer je kooperacija vprašljiva zaradi mamljivosti izbire strategije defekcije, hkrati pa lahko dilemo obravnavamo kot spinski sistem, in na ta način vpeljemo fizikalni pristop obravnave podnebnega problema.

**UDK: 536.9:502.131.1(043.3)
519.862(043.3)**

EVOLUTIONARY GAME THEORY AS A SPIN SYSTEM

SUMMARY

It is obvious that the climate change is underway, constituting a pressing global problem that needs to be dealt with at the global level. Tackling climate change means tackling the biggest social dilemma in the human history. Why? Because the adverse effects of climate change are not equally distributed across the world, the result being that this is a classical problem of dealing with global goods on a massive scale. Climate change mitigation can be successful only if the whole world will undertake an internationally coordinated collective action. Costs to reduce emissions of greenhouse gases can be easily calculated for each individual, but benefits of the successful reduction will be distributed among all the "players", independently of their actual contributions to sustainable development. Evolutionary game theory provides a suitable theoretical framework for studying the challenges of climate change, and we will reveal the main criteria for the successful evolution of cooperation. It has namely become painfully obvious that alleviating the negative consequences of the climate change will be costly, and accordingly, the temptations to pollute will always be present. Thus, we ask whether unpredictability, complex interaction networks and coevolution can increase the probability of adopting the cleaner strategy? We employ methods of statistical physics, Monte Carlo simulations and the spatial prisoner's dilemma game in order to provide new insights and answers that may help us to save our climate by stopping the adverse changes. The prisoner's dilemma game is particularly suited as it captures the essence of the problem when cooperative individuals are faced with temptations to resorting to the defective strategy, while at the same time the dilemma can be treated as a spin system, thus enabling a physics-inspired treatment of the climate problem.

1 UVOD

1.1 Opredelitev področja in opis problema

Zakaj je fizika pomembna za trajnostni razvoj in podnebne spremembe? Odgovore najdemo v vsaj treh razlogih. Prvič, znanje fizike je nujno potrebno za merjenje in razumevanje okoljskih problemov. Drugič, tako temeljne (osnovne) kot tudi uporabne raziskave prispevajo k razvoju bolj trajnostnih tehnologij. Tretjič, veliko število fizikov prevzema vodilne pozicije v podjetjih in zato je v njihovih pristojnostih, da odločajo o raziskovalnih strategijah s stališča trajnostnega razvoja podjetja. Problem obravnavamo kot bistabilni prostorsko-razširjeni sistem, kjer eno stabilno stanje predstavlja okolju prijazne strategije, drugo stabilno stanje pa okolju neprijazne strategije. Fizika ima dolgo tradicijo obravnave tovrstnih sistemov, predvsem v okviru Isingovega modela [Binder 2001], kjer "spin gor"/"spin dol" konceptualno nadomesti bistabilnost v smislu strategij, ki določajo naš odnos do okolja. Fiziki torej razpolagajo z bogatim naborom tako teoretskih kot tudi eksperimentalnih znanj, ki omogočajo uspešno in relevantno analizo bistabilnih sistemov. Nadalje, fiziki skupaj z ostalimi strokovnjaki merijo in razvijajo modele za vsa področja varovanja okolja, med katerimi je obvladovanje podnebnih sprememb eden izmed najpomembnejših problemov s katerim se trenutno sooča cel svet. Vendar pa okoljski problem podnebnih sprememb ne predstavlja glavno oviro na poti do globalne podnebne rešitve. Glavna ovira je sodelovanje med posameznimi državami in tako pridemo do enostavnega vprašanja: kdaj bodo udeleženci pripravljeni sodelovati in kdaj bodo sebični? Vprašanje nas pripelje do situacije, ko lahko uporabimo igro imenovano zapornikova dilema [Axelrod 1984]. Igra omogoča igralcem, da dosežejo medsebojno (skupno) korist, vendar le če se odločijo med seboj sodelovati. Obstaja seveda tudi možnost, da nobeden od igralcev ne sodeluje, pri čemer se večajo individualni dobički, vendar je ta učinek kratkotrajen. V našem primeru so igralci ljudje, ki zastopajo sodelujoče države. Slednje dejstvo je na nek način pomirjujoče, saj smo ljudje, v primerjavi z drugimi sesalci, mojstri sodelovanja [Nowak & Highfield 2011]. Ključni so vzajemni odnosi. Osnovna ideja je, če ti jaz pomagam danes, boš ti meni pomagal jutri. Raziskave kažejo, da je ta preprost koncept skrivnost uspeha [Milinski & Rockenbach 2008].

Eksperimenti, kjer so ljudje podvrženim socialnim dilemam kažejo, da kaznovanje inducira sodelovanje, vendar povzroča stroške tako za tiste, ki kaznujejo, kot za tiste, ki so kaznovani. Gre torej za kombinacijo napredne eksperimentalne ekonomije in evolucijske biologije

[Milinski & Rockenbach 2006]. Kako in kdaj so posamezniki pripravljene sodelovati, je proučeval že pred več kot tristo leti Thomas Hobbes. Zagovarjal je dejstvo, da preden so obstajale vlade, je prevladoval problem sebičnih posameznikov, ki so tekmovali pod pogoji, kjer je življenje samotarsko, revno, umazano, nevarno, okrutno in kratko [Hobbes 1651/1962]. Sodelovanje, ki temelji na vzajemnosti, to je obojestranskosti, se lahko začne tudi v pretežno ne-sodelujočem svetu. Pomembno je, da potem, ko je sodelovanje vzpostavljeno v takšnem svetu, se lahko tudi ohrani [Axelrod 1984]. Medsebojno sodelovanje ostane stabilno, če je prihodnost relativno pomembnejša od sedanjosti. Razlog je v časovni determinanti, saj v primeru, da ena stran ne bi sodelovala, ima druga stran dovolj časa, da se maščuje. Posamezniki pa se lahko sčasoma počutijo ogrožene in niso več spodbujeni za sodelovanje. Takšen problem se pojavi npr. pri plačevanju davkov in drugih dajatev, saj so njihove koristi zelo razpršene, medtem ko so stroški zelo neposredni. Vsak posameznik pa je lahko na boljšem, če bodo plačevali vsi in si bodo tako tudi vsi delili koristi skupnih dobrin [Schelling 1973]. Naše naravno okolje zagotovo spada med t.i. javne dobrine, pri katerih se pojavijo problemi lastništva in delitve stroškov. Zunanji negativni učinki, ki se pojavijo pri javnih dobrinah, se lahko odpravijo z ekonomskimi ali socialnimi instrumenti. Med ekonomske instrumente spadajo ekološki davki, dajatve, trgovanje z emisijskimi kuponi in krediti, subvencije. Med socialne instrumente pa spadajo posebni dogovori med udeleženci [Kaplow & Shavell 1997].

Izvrsten način pospeševanja sodelovanja v družbi je, da posameznike učimo kako naj skrbijo za svoje blagostanje in blagostanje drugih. V teoriji iger, ki se ukvarja predvsem s proučevanjem odločitev igralcev in njihovih medsebojnih odnosov, bo družba sestavljena iz skrbnih posameznikov lažje dosegla medsebojno sodelovanje [Rasmusen 2005]. Ob tem pa ne smemo pozabiti na t.i. zlato pravilo: bodi takšen do drugih, kot si želiš, da bi bili drugi do tebe. V kontekstu zapornikove dileme bi to pomenilo, da naj bi ljudje vedno sodelovali, saj bi ljudje želeli od drugih igralcev, da bi tudi ti vedno sodelovali.

Evolucijski pristop, ki smo ga uporabili v disertaciji, temelji na zelo enostavnem načelu: vse kar naj bi bilo uspešno, se bo tudi v prihodnosti večkrat pojavilo. Mehanizem se seveda spreminja. V klasični evolucijski teoriji Darwina, je mehanizem naravna selekcija, ki temelji na preživetju in reprodukciji. V poslovnem svetu je mehanizem izogibanje podjetij bankrotu z dobičkonosnim poslovanjem. Okoljske analize kažejo, da lokacije, ki so uspešne pri vzpostavljanju strategij, pozitivno vplivajo tudi na sosednje lokacije. Glavni rezultati

kooperacijske teorije so zelo spodbudni. Kažejo, da se lahko sodelovanje začne v zelo majhnih skupinah posameznikov (posamezniki pa so lahko ljudje, podjetja ali države), ki so pripravljeni medsebojno sodelovati, kljub dejstvu, da noben drug na svetu ne bo sodeloval. Kar pa je najbolj pomembno v samem evlucijskem procesu je, da le-ta omogoča razvoj uspešnih strategij, če tudi igralci ne vedo zakaj in kako. Strategije morajo imeti naslednje lastnosti: strategije takojšnjega sodelovanja in strategije razlikovanja med tistimi, ki so pripravljeni sodelovati in tistimi, ki niso pripravljeni sodelovati [Axelrod 1984].

Podnebna igra vključuje investiranje v javno dobrino, vendar ne z namenom ustvarjanja dobička, ampak z namenom izognitve izgube, ki bo ogrozila obstoj in delovanje bodočih generacij [Dreber *et al.* 2008]. Glavne ugotovitve eksperimenta, kjer raziskujemo sposobnost ljudi, da rešijo problem socialne dileme skupnega tveganja so: (i) če želimo doseči učinkovito prostovoljno individualno sodelovanje, morajo ljudje biti prepričani v visoko stopnjo verjetnosti, da bo vsak posameznik ogrožen zaradi nevarnih podnebnih sprememb; (ii) ne moremo se vedno zanesti na racionalno obnašanje ljudi; (iii) veliko število igralcev v globalni podnebni igri bo imelo številne probleme in izpolnitev cilja preprečitve nevarnih posledic podnebnih sprememb bi lahko spodletela, zato pomenijo srečanja, ki potekajo v manjših skupinah, večjo verjetnost uspeha [Milinski *et al.* 2008].

Eksperimenti z javnimi dobrinami, ki jih uporabimo kot vrsto problema, ponavadi pomenijo, da se ne ustvarja kolektivna (skupna) korist. Individualni interesi so vedno različni od skupnih interesov. Nesebičnost med posamezniki lahko povečamo, če zagotavljamo zelo natančne informacije o globalnem podnebjju. Bolje informirani posamezniki niso samo večkrat prispevali k vzdrževanju podnebjja, ampak so tudi prispevali višja denarna sredstva. Ugotovitve raziskave kažejo na večjo osebno podporo k stabiliziranju podnebjja, če dopustimo posameznikom, da prispevajo več k javnim dobrinam [Milinski *et al.* 2006].

Glavni problem je torej, da je podnebjje oziroma zemlja javna dobrina, ki si ga deli vso človeštvo. Posamezniki niso pripravljeni investirati v obvladovanje podnebnih sprememb, ker so neposredne koristi, ki jih posamezniki pridobivajo iz investicij veliko manjše od stroškov. Podnebjje je zato zelo občutljivo in se sooča s tragedijo javnih dobrin. Če želimo doseči medsebojno sodelovanje posameznikov, moramo spremeniti pravila, npr. če sodelujoči lahko kaznujejo ali nagradijo druge sodelujoče, bo investiranje ostalo na visoki ravni. Glavno

sporočilo je, če je vedenje posameznika povezano z javno dobrino, naj bodo aktivnosti posameznika javne - pridobivanje slovesa oziroma dobrega ugleda [Pfeiffer *et al.* 2006].

Ohraniti globalno podnebje je največja igra z javnimi dobrinami. Je igra, ki se tiče vseh nas in si res ne smemo privoščiti, da bi jo izgubili. Naučiti se moramo, kako sodelovati na globalnem nivoju, kako spoštovati potrebe drugih in kako se izogniti potratnim življenjskim navadam. Evolucijske dinamike so ustvarjalne ravno zaradi sodelovanja. Vedno kadar evolucija odkrije nekaj popolnoma novega (npr. prva celica), je vključeno tudi sodelovanje. Sodelovanje pomeni, da posamezniki plačujejo stroške drugih, da pridobijo koristi. Posredna vzajemnost deluje skozi ugled. Ljudje, ki radi pomagajo imajo dober ugled in bodo večkrat deležni pomoči, kot pa drugi, ki niso pripravljeni pomagati (t.i. "free-riders"). Okolju prijazno vedenje naj bi bilo nagrajeno skozi posebne znake ugleda, ki bi bili obravnavani kot dragoceni signali. Okolju škodljive aktivnosti pa naj bi bile kaznovane in zaznamovane na način, da bi prenašale sporočilo, da so za podnebje nevarne [Dreber *et al.* 2008].

Študije dokazujejo, da so skupine pripravljene manj sodelovati kot posamezniki. To pomeni, da se pogajalske skupine, ki zastopajo posamezne države, obnašajo bolj kot racionalni igralci v teoriji iger. Dober globalni podnebni sporazum bo zagotovo moral dopuščati različna obnašanja posameznih držav, vendar pa v smeri sodelovanja. Dilema, ki se pojavi je, koliko naj posamezne države zmanjšajo emisije toplogrednih plinov - ali naj bo to 50 ali 80 ali 90 odstotkov do leta 2050, od tega koliko naj zmanjšajo emisije razvite države in koliko države v razvoju. Kot lahko vidimo, je bilo izdelanih veliko študij na tematiko obvladovanja podnebnih sprememb, vendar pa še vedno manjkajo konkretni numerični modeli in analize, ki bi potrdili empirične raziskave. V disertaciji smo analizirali minimalne modele, ki nakazujejo rešitve podnebnega problema v smislu selektivne izbire enega izmed dveh možnih stacionarnih stanj, ali obstoja mešanih stanj na regularnih, kompleksnih in razvijajočih se interakcijskih mrežah [Perc & Szolnoki 2010; Szabó & Fátih 2007; Albert & Barabasi 2002].

Med zelo znanimi bistabilnimi sistemi je Isingov model, ki proučuje interakcije med spini [Newman & Barkema 1999; Binder 2001]. Obstoječe znanje o tem in sorodnih fizikalnih modelih smo izkoristili in razširili za boljše razumevanje vpliva individualnih strategij, osebnih odločitev, interakcijskih mrež med posameznimi igralci, ter koevolucije, na podnebne spremembe. Ključno je, da podnebno spremembo razumemo kot fazni prehod v sorodnih fizikalnih sistemih.

1.2 Namen, cilji in osnovne trditve

Osrednji cilj doktorske disertacije je obravnavati evolucijsko teorijo iger [Nowak 2006; Maynard Smith 1982], in še posebej igro zapornikove dileme, kot spinski sistem in proučiti vpliv različnih dejavnikov na razvoj stacionarnih stanj in faznih prehodov med njimi. Dejavniki, ki ključno vplivajo na evolucijo strategij so interakcijske mreže, nivo šuma oziroma neracionalnih odločitev, ter elementi koevolucije; *i.e.* sočasnega razvoja strategij in katerekoli druge komponente sistema. Rezultati so obravnavani v smislu vpliva različnih vedenjskih vzorcev na uspešnost obvladovanja podnebnih sprememb v odvisnosti od medsebojnih odnosov igralcev, ki kreirajo globalni podnebni sporazum.

Predstavili bomo evolucijsko teorijo iger ter druga matematična orodja in koncepte, ki so potrebni za realizacijo ciljev. Posebej bomo predstavili igro zapornikove dileme, ki v svoji osnovi vsebuje dve strategiji - kooperacijo in defekcijo - in jo povezali s spinskim sistemom preko Fermijeve funkcije. Slednja vsebuje temperaturo kot prost parameter, ki v okviru igre zapornikove dileme določa nivo neracionalnih odločitev. V splošnem igralci v okviru evolucijske teorije iger kopirajo strategije svojih sosedov, ki so uspešnejši od njih. Če so neracionalne odločitve pogoste imajo možnost uspeha tudi strategije, ki niso uspešne.

V sklepnem delu disertacije so nakazane možne sociološke in tehnološke aplikacije predstavljenih rezultatov ter razširitve na še neraziskana področja kot so pre-evolucija in samo-učeči sistemi:

1. Dinamika igre zapornikove dileme pod vplivom Fermijeve funkcije je kvalitativno enaka kot dinamika spinskega sistema.
2. Zaradi bistabilnosti preučevanega sistema ima temperatura ključen vpliv na evolucijo in izbiro stacionarnega stanja.
3. Kompleksne interakcijske mreže lahko ob primernih začetnih konfiguracijah sistema blagodejno vplivajo na evolucijo in obstoj kooperacije.
4. Koevolucija lahko pospeši ali zavre evolucijo kooperacije glede na nabor pravil, ki jo določajo.

1.3 Predpostavke in omejitve

Študij prostorsko razširjenih sistemov je v splošnem numerično zelo zahteven. To velja zlasti za temperaturno odvisne prostorsko razširjene sisteme na kompleksnih interakcijskih mrežah, saj je že generacija kompleksnih interakcijskih mrež samih numerično zelo zahtevna. Pri študiju se je zato potrebno omejiti na matematično čimbolj enostavne modele, ki pa še vedno zadoščajo vsem osnovnim dinamičnim lastnostim kompleksnejših sistemov. Tako pri študiju evolucijske igre zapornikove dileme uporabljamo klasično različico z dvema strategijama, čeprav obstajajo tudi različice s tremi ali več strategijami [Szolnoki, Perc & Szabó 2009]. Pri študiju stohastičnih motenj se omejimo zgolj na tiste, ki izvirajo iz Fermijeve funkcije, ne pa tudi na aditivne stohastične motnje, ki jih je sicer moč vpeljati direktno v matriko interakcij [Perc 2007]. Pri vpeljavi koevolucijskih pravil pazimo, da so slednja takšna, ki zagotovo vodijo v obstoj enostavnih stacionarnih stanj in ne povzročajo plazov ali zamrznitev, pri katerih časovna zahtevnost, ki je potrebna za kvantifikacijo stacionarnih stanj, lahko raste tudi eksponentno z velikostjo sistema, in kjer je pogostost plazov ali zamrznitev logaritemsko redka.

1.4 Uporabljene metode raziskovanja

Disertacija je teoretska. Metode raziskovanja vključujejo klasične numerične metode za časovno evolucijo bistabilnih prostorsko-razširjenih sistemov, kot so npr. Monte Carlo simulacije [Newman & Barkema 1999]. Za generacijo heterogenih interakcijskih mrež uporabimo klasično naključno prevezovanje določene frakcije kratkosežnih povezav, kot sta to predlagala Watts in Strogatz [Watts & Strogatz 1998], ter algoritem rasti in preferenčnega povezovanja [Barabasi & Albert 1999]. Koevolucija je vpeljana kot aditivni ali multiplikativni proces, v okviru katerih so karakteristične porazdelitve dotičnih količin eksponentne ali potenčne.

2 MATEMATIČNI MODELI

2.1 Razvoj in osnovne vrste teorije iger

Teorija iger se je pojavila že v starih civilizacijah, ko so se ljudje odločali o vojnah, diplomaciji, običajih itd. in je raziskovana že vrsto stoletij. Med prve napisane in komentirane sestavke pa uvrščamo delo Jamesa Waldegrava iz leta 1713, kjer je predstavil prvo maksimin/minimaks mešano rešitev v igri z dvema igralcema. Leta 1838 je Augustin Cournot v delu "Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth" predstavil ravnovesje, ki se šteje za prednika Nash ravnovesja. V delu je izpostavil tudi uporabo dinamičnih strategij kot najboljši odgovor na akcije drugih. Sestavek, ki ga moramo prav tako priključiti teoriji iger, je Zermelov "O uporabi teorije množic v teoriji šahovske igre", ki je izšel leta 1912. Bolj sistematično se je ukvarjal s strateškimi igrami francoski matematik Borel po letu 1920. Prvi, ki je dokazal, da velja t.i. osnovni izrek teorije iger je bil Johann von Neumann leta 1928 v spisu "K teoriji družabnih iger". Nekateri štejejo leto 1928 za rojstno delo teorije iger. Pravi plaz zanimanja za teorijo iger je sprožila knjiga von Neumanna in Morgensterna z naslovom "Teorija iger in ekonomsko ravnanje" iz leta 1944, ki velja za temeljno in začetno delo teorije iger [Jamnik 1973].

Ena glavnih predpostavk v ekonomski teoriji iger je, da se ljudje obnašajo razumno in bodo strategije izbirali na način, ki jim bo prinesel pričakovani maksimalni dobiček. Pri tem pa predpostavljamo, da ljudje uporabijo vse informacije, ki so jim o igri na razpolago in vedo, da bodo reagirali enako kot ostali igralci. Kadar pa ljudje med seboj ne sodelujejo in se vsak od igralcev trudi, da bi maksimiral svoj pričakovani dobiček, imamo opravka z nekooperativnimi igrami. Pri nekooperativnih igrah pogajanja in obvezujoče pogodbe niso mogoče. V letih 1950-1953 je John Forbes Nash s štirimi prispevki o teoriji iger predstavil strateško ravnovesje, ki naj velja za nekooperativne igre in svoj program, v katerem naj bi kooperativne igre reševali preko nekooperativnih. Za svoje delo, definiranje ravnovesja v nekooperativni končni igri, je leta 1994, skupaj z Reinhardom Seltenom in Johnom Harsanyem, dobil Nobelovo nagrado s področja ekonomije [Nash 1950].

Nashevo ravnovesje, imenovano po Johnu Forbes Nashu, je kombinacija strategij v končno ponavljajočih igrah, kjer noben igralec noče samoiniciativno spremeniti strategije. Igralci bodo ustvarili Nashevo ravnovesje, ko nobeden od igralcev več ne more povečati koristi s

spremembo svoje strategije. Nashevo ravnovesje je najboljši kooperativni kriterij izbire kombinacije strategij. V Tabeli 1 prikazujemo Nashevo ravnovesje na primeru igre zapornikove dileme, katero bomo podrobneje analizirali v naslednjih poglavjih. Rezultat izbire strategije B, B (1, 1) predstavlja Nashevo ravnovesje. Prvo predpostavimo, da igralec 1 izbere strategijo B, potem je igralec 2 v boljšem položaju, da tudi izbere strategijo B. Kajti v primeru, če bi igralec 2 izbral strategijo A, bi njegov donos namesto 1 znašal 0. Podoben rezultat dobimo pri drugi predpostavki, ko igralec 2 izbere strategijo B, ima igralec 1 večjo korist, če izbere strategijo B, saj v tem primeru zasluži 1 (če pa bi izbral strategijo A, bi zaslužil 0). Nobena druga kombinacija strategij A in B ni Nashevo ravnovesje.

Tabela 1: Nashevo ravnovesje na primeru igre zapornikove dileme

		<i>Igralec 2</i>	
		Strategija A	Strategija B
<i>Igralec 1</i>	Strategija A	2, 2	0, 3
	Strategija B	3, 0	1, 1

Kombinacija B, A (3, 0) – igralec 1 izbere strategijo B (donos 3), za igralca 2 je boljša izbira strategija B (zasluži 1), kot pa izbira strategije A (zasluži 0). Podobna razlaga velja za kombinacijo A, B (0, 3), le da sta vlogi igralca 1 in 2 zamenjani. Kombinacija A, A (2, 2) povzroči, da igralca želita odstopiti od izbrane strategije, npr. igralec 1 izbere strategijo A (donos 2), donos igralca 2 v primeru izbire strategije B (donos 3) bi presegal donos igralca 1 in zato želi igralec 1 spremeniti svojo strategijo. Nashevo ravnovesje ni več izpolnjeno v trenutku, ko želi eden od igralcev spremeniti svojo strategijo [Osborne 2003].

Racionalni igralci izbirajo ravnovesne strategije v primeru, da pravilno predvidijo strategije drug drugega. Nashevo ravnovesje je ravnovesje neobžalovanja in vedno ponudi vsakemu od igralcev minimalno plačilo. Vendar varne strategije niso vedno Nasheve. Varno obnašanje in nekooperativno obnašanje se družita le v strogo tekmovalnih igrah, na primer v igrah z dvema igralcema in vsoto nič. Torej v takšni igri je optimalna varna strategija enaka Nashevi. Če obstaja način igranja nekooperativne igre, potem mora rezultat nujno biti Nashevo ravnovesje. Obstaja več načinov za doseg ravnovesja [Montet & Serra 2003]:

- vnaprejšnji dogovori;
- upoštevanje socialnih in kulturnih norm;
- Nash regulator (neodvisna stran, ki nadzira igro).

Najpreprostejša igra je igra z enim igralcem in vsoto nič. Ta igra je za teorijo iger povsem nezanimiva, saj ni konfliktna situacija. Pomembnejše so igre z enim igralcem in z vsoto, različno od nič. V tem primeru ima igralec na razpolago določeno - končno ali neskončno - število ukrepov. Vendar tudi v igri z enim igralcem in vsoto različno od nič, ni nobenega križanja interesov. V pravi igri morata zato sodelovati vsaj dva igralca. Igra z dvema igralcem je preglednejša od igre z večjim številom igralcev [Jamnik 1973].

V realnosti je človek na različne načine omejen in hkrati nagnjen k delanju napak, zato se je v teoriji iger razvila evolucijska teorija. Igralci se naključno srečujejo in reproducirajo. Dolgoročno uspešnejši prevladajo, razdelijo prebivalstvo po frakcijah in tvorijo evolucijsko ravnovesje. Evolucijska teorija iger ne upošteva le racionalnega obnašanja igralcev, temveč dodatne vplive, ki so "ad hoc" glede na posamezno ravnovesje [Montet & Serra 2003].

2.2 Evolucijska teorija iger

Evolucijska teorija iger predstavlja orodje za proučevanje evolucije različnih strategij pod različnimi pogoji, ki jih definirajo pravila iger, s katerimi se soočajo igralci [Neumann & Morgenstern 1944]. Evolucija kooperacije je fundamentalni problem v biologiji zaradi nesebičnih, altruističnih vzorcev obnašanja, kar je ravno nasprotno od Darwinove naravne selekcije. Kooperacija oziroma sodelovanje je prisotna vsepovsod v naravi od medsebojnih vplivov mikroorganizmov do človeškega obnašanja [Colman 1995].

Teorija iger z upoštevanjem njene evolucijske sestavine je postala neprecenljivo orodje za obravnavanje evolucijske kooperacije oziroma sodelovanja. Najpomembnejši mehanizmi kooperacije so neposredna in posredna obojestransko/vzajemnost, prostovoljno sodelovanje in prostorska struktura. Neposredna vzajemnost pomeni, jaz bom sodeloval s teboj, ker si ti sodeloval z menoj. Posredna vzajemnost pomeni, jaz bom sodeloval s teboj, ker si ti sodeloval z drugimi. Ta dva mehanizma sta glavna elementa za razumevanje pro-socialnega vedenja ljudi. Posredna vzajemnost deluje skozi ugled. Ljudje, ki radi pomagajo imajo dober ugled in bodo večkrat deležni pomoči kot pa "free-riders" [Dreber & Nowak 2008].

Skupno vsem navedenim mehanizmom je, da so odvisni od različno razporejenih medsebojnih odnosov. Takšna razporejenost se lahko izvede aktivno skozi različne strateške

vzorke obnašanja sodelujočih posameznikov ali pasivno s pomočjo uvedbe prostorsko-okoljske omejitve, npr. na lokalni ravni [Hauert & Szabó 2005].

V modernih družbah pa postaja vse bolj pomembna kooperacija med sebičnimi posamezniki. Splošno matematično orodje za proučevanje kooperacije med sebičnimi posamezniki je evolucijska teorija iger, pri tem sta najpogosteje uporabljeni dve igri in sicer igra zapornikove dileme in igra snežnega zameta. Pri obeh igrah, vzajemno sodelovanje ali vzajemna kooperacija pomeni jamstvo za najvišji skupni donos, ki je enakomerno porazdeljen med igralci. Vzajemna kooperacija predstavlja izziv za strategijo defekcije (ne-sodelovanja), ki obljublja defektorju višji donos na račun stroška sosednjega kooperatorja.

Ključna razlika med omenjenima igrama je v načinu, kako so defektorji kaznovani, če se soočijo drug z drugim. V igri zapornikove dileme, če se defektor sooči z drugim defektorjem, še vedno le-ta zasluži več kot v primeru, da se kooperator sooči z defektorjem. V igri snežnega zameta pa je višina zaslužka ob enakem vrstnem redu srečanja ravno obratna. To pomeni, da če se kooperator sreča z defektorjem, ta zasluži več, kot pa v primeru srečanja dveh defektorjev [Szolnoki & Perc 2008]. Igra zapornikove dileme je najbolj znani matematični model medčloveških odnosov, zato bomo dali večjo pozornost tej igri. Igro snežnega zameta pa bomo samo na kratko opisali in navedli v čem je drugačna od igre zapornikove dileme.

Zapornikova dilema se je rodila na samem vrhuncu hladne vojne. Ameriška vojska je zaposlila številne znanstvenike, da bi preučevali nasprotnika in njegove poteze. Kaj hitro so se soočili s problemom medsebojnega zaupanja, ki ga zelo jasno predstavi zapornikova dilema. V igri zapornikove dileme sta dva igralca. Vsak od njih ima možnost izbire med strategijo kooperacije (sodelovanja) ali defekcije (ne-sodelovanja). Posamezen igralec mora vnaprej sprejeti svojo odločitev, ne da bi pri tem vedel, kako se bo odločil drug igralec. V Tabeli 2 prikazujemo delovanje igre zapornikove dileme [Axelrod 1984].

Tabela 2: Matrika izplačil za igro zapornikove dileme

		<i>Igralec 2</i>	
		<i>Kooperacija</i>	<i>Defekcija</i>
<i>Igralec 1</i>	<i>Kooperacija</i>	$R = 3, R = 3$ Nagrada za vzajemno kooperacijo	$S = 0, T = 5$ Izplačilo naivneža in skušnjava za defekcijo
	<i>Defekcija</i>	$T = 5, S = 0$ Skušnjava za defekcijo in izplačilo naivneža	$P = 1, P = 1$ Kaznovanje za vzajemno defekcijo

Opomba: Prvo so navedena izplačila/donosi za igralca v vrstici, nato pa izplačila/donosi za igralca v stolpcu.

Prvi igralec lahko izbira med strategijama kooperacije ali defekcije v vrstici. Drugi igralec avtomatsko prevzame strategijo kooperacije ali defekcije v stolpcu. Skupaj te izbire tvorijo rezultat in sicer enega izmed štirih možnih izidov. Če igralca sodelujeta, bosta oba dobila nagrado za vzajemno kooperacijo/sodelovanje (R =reward=3 točke). Če en igralec kooperira, drug igralec pa defektira, bo slednji dobil izplačilo za zavajanje (T =temptation=5 točk), medtem ko bo prvi dobil izplačilo naivneža (S =sucker=0 točk). Če oba igralca defektirata, vsak od igralcev dobi po eno točko, to je kazen za vzajemno defekcijo (P =punishment=1 točka). V najboljšem primeru lahko igralec dobi T , to je defekcija in hkrati kooperacija nasprotnika. V najslabšem primeru pa lahko igralec dobi S , to je kooperacija in hkrati defekcija nasprotnika. Vrstni red izplačil od najboljšega do najslabšega donosa v igri zapornikove dileme je $T > R > P > S$ [Hauert & Szabó 2005].

Zelo enostavno lahko opazimo, da je strategija defekcije boljša odločitev ne glede na nasprotnikovo odločitev. Kaj hitro se posamezniki soočijo s P namesto z R - sledi dilema. Rezultat je klasična teorija iger ali t.i. Nashevo ravnovesje, pri katerem noben od igralcev na more povečati svojega donosa z enostransko spremembo strategije [Nash 1950].

Če želimo dolgotrajno uspešno ponavljanje igre zapornikove dileme, naj bi upoštevali štiri zelo enostavne nasvete [Axelrod 1984]:

1. Ne bodi nevoščljiv/zavisten: v obliki zapornikove dileme, se lahko prednost enega igralca "izravna" z defekcijo drugega igralca. Vendar pa začetna defekcija vodi v še več defekcije in pripelje do vzajemnega kaznovanja. Sledi, da je zavist oziroma nevoščljivost samo-uničujoča. Torej za igralce je nesmiselno zavidati drugim igralcem, ampak naj svoj bodoči uspeh gradijo na vzajemnem sodelovanju;

2. Ne bodi prvi, ki uporabi strategijo defekcije: rezultati analize turnirja [Axelrod 1984] so pokazali, da začetna defekcija ponavadi vodi v vračanje milo za drago drugega igralca - to je v defekcijo in izid bo vzajemno kaznovanje. Če tudi si potem prvi igralec premisli in začne uporabljati strategijo kooperacije, se ne more izogniti maščevanju drugega igralca in si zaželi, da bi raje na začetku uporabil kooperacijo;
3. Izmenično uporabljaj tako strategijo kooperacije kot tudi strategijo defekcije: politika "TIT FOR TAT" - prvi korak je vedno kooperacija, naslednji koraki so odvisni od strategije nasprotnika v predhodnem koraku, npr. igralec 1 izbere kooperacijo, nasprotnik izbere defekcijo, v naslednjem koraku bo tudi igralec 1 izbral defekcijo;
4. Ne bodi preveč pameten: trik pri igri zapornikove dileme je, da naj bi vsak igralec spodbujal kooperacijo/sodelovanje. Če želi en igralec biti preveč pameten in bo namesto kooperacije izbral defekcijo, se mu bo izbrana strategija maščevala z bodočimi defekcijami nasprotnikov. Dober način je, da igralec nakaže na vzajemno sodelovanje, vendar ne samo z besedami, ampak s konkretnimi dejanji - to pomeni, da bo v naslednjem koraku dejansko uporabil strategijo kooperacije.

Igra snežnega zameta, ki se v krogih ekologov pojavlja pod imenom igra »Sokol-golob« (»Hawk-dove game«), prav tako proučuje strategije medsebojnega sodelovanja. Gre za dva voznika, ki ju na poti domov ujame snežni vihar in se znajdetta sredi snežnega zameta. Voznika imata dve možnosti, ali gresta oba iz avta in začneta odstranjevati sneg (strategija kooperacije) ali pa ostaneta oba na toplem v avtu (strategija defekcije). Če sta oba voznika pripravljena odstranjevati sneg, ima vsak od njih korist β , da pride domov in hkrati si delita stroške dela c , torej za vzajemno kooperacijo vsak od voznikov prejme R . V primeru izbire strategije defekcije, oba voznika prejmeta P . Če eden voznika odstranjuje sneg, bosta oba prispela domov, vendar defektor prejme v celoti korist T , kooperator pa prejme S . Donosi (izplačila) igre snežnega zameta glede na izbrano strategijo so sledeči [Szabó & Fátth 2007]:

- $R = \beta - c/2$ (strategija kooperacije);
- $P = 0$ (oba izbereta strategijo defekcije);
- $T = \beta$ (kombinacija strategije kooperacije in defekcije);
- $S = \beta - c$ (kombinacija strategije kooperacije in defekcije).

Tabela 3: Matrika izplačil za igro snežnega zameta

		<i>Igralec 2</i>	
		<i>Kooperacija</i>	<i>Defekcija</i>
<i>Igralec 1</i>	<i>Kooperacija</i>	$R = \beta - c/2$	$S = \beta - c$
	<i>Defekcija</i>	$T = \beta$	$P = 0$

Vrstni red izplačil igre snežnega zameta od najboljšega do najslabšega donosa je $T > R > S > P$. Temeljna razlika med igrama zapornikove dileme in snežnega zameta je torej v kaznovanju igralcev, ki sočasno uporabijo strategijo defekcije [Szolnoki & Perc 2008].

Bistvena razlika med igrama je tudi, da imajo pri igri zapornikove dileme sosednji igralci vpliv drug na drugega, tudi kadar gre za uporabo strategije kooperacije. Pri igri snežnega zameta takšen vpliv velikokrat ni prisoten [Nowak & May 1992; Hauert & Doebeli 2004]. Za igro snežnega zameta je prav tako značilno, da v dovolj mešani populaciji dovoljuje stabilen sočasen obstoj kooperatorjev in defektorjev [Perc & Szolnoki 2010].

Večina avtorjev je osredotočena na igro zapornikove dileme, ki velja za igro, kjer se lahko najboljše predstavi problem socialnega (družbenega) sodelovanja. Vendar pa obstajata poleg že opisanih iger, to sta zapornikova dilema in snežni zamet, še dve zelo zanimivi igri, ki nam bosta v veliko pomoč pri nadaljnjem analiziranju medsebojnih odnosov posameznikov. Tretja igra se imenuje igra "Lov na jelena" ali angl. "Stag hunt - SH game" oziroma SH igra. SH je igra, ki opisuje konfliktno situacijo med varnostjo in družbenim sodelovanjem. SH igro imenujejo tudi "assurance game", "coordination game" ali "trust dilemma". Zgodbo SH igre je opisal Rousseau v svojem delu "A Discourse on Inequality (1755)".

Lovec ima na izbiro, da ulovi zajca ali ulovi jelena. Verjetnost, da lovec ulovi zajca je neodvisna od drugih lovcev. Z večjim številom lovcev pa se tudi poveča verjetnost ulova jelena. Jelen je vreden veliko več kot zajec. Torej vsak lovec je bolj naklonjen k ulovu jelena pred zajcem, hkrati bo tudi vsak lovec raje ulovil zajca, kot pa bi domov odšel praznih rok.

Teorija igre torej pomeni, da bo dosežen največji donos, če se bo vsak lovec odločil, da bo ulovil jelena. Možnost uspeha ulova jelena se poveča z večjim številom lovcev in praktično ne obstaja možnost, da bi lovec sam ulovil jelena. Hkrati pa je verjetnost ulova zajca neodvisna

od aktivnosti drugih lovcev. SH igra spada med posebno vrsto koordinacijskih iger [Szabó & Fáth 2007]. Matrika izplačil za igro lova na jelena (SH igro) je prikazana v Tabeli 4.

Tabela 4: Matrika izplačil za "Stag hunt" (SH) igro

		<i>Lovec 2</i>	
		<i>Zajec</i>	<i>Jelen</i>
<i>Lovec 1</i>	<i>Zajec</i>	(1, 1)	(2, 0)
	<i>Jelen</i>	(0, 2)	(3, 3)

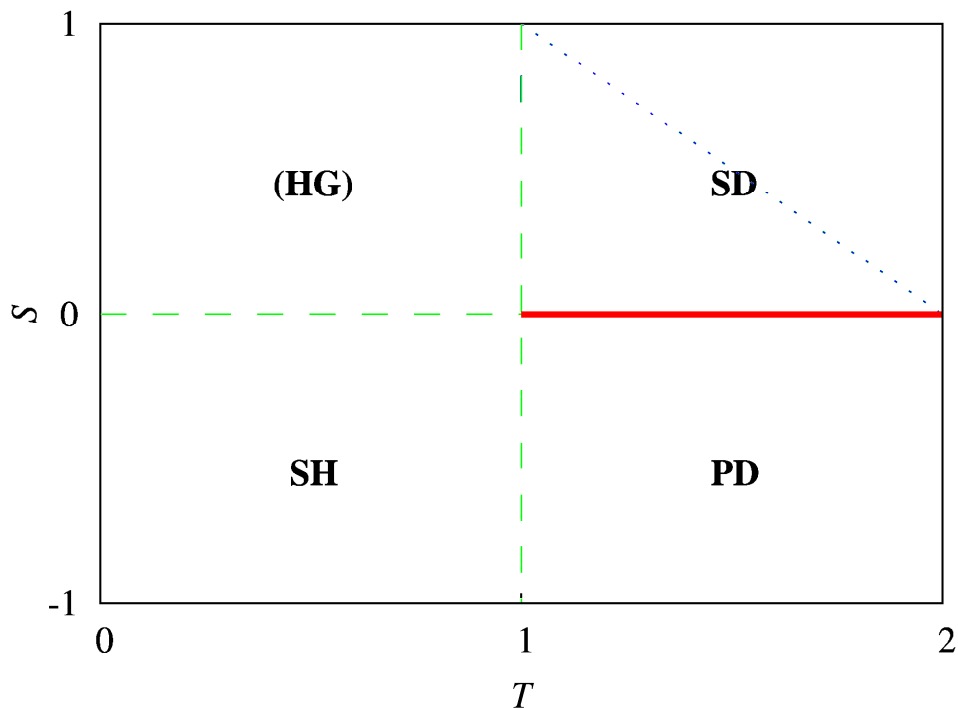
Od igre zapornikove dileme se SH igra razlikuje v tem, da ima slednja dva Nasheva ravnovesja in sicer: ko oba igralca sodelujeta (sta oba kooperatorja) in, ko oba igralca ne sodelujeta (sta oba defektorja). V igri zapornikove dileme pa kljub dejstvu, da ko oba igralca sodelujeta (sta oba kooperatorja), imamo Paretovo učinkovitost, zato je edino Nashevo ravnovesje le takrat, ko oba igralca ne sodelujeta (sta oba defektorja) [Skyrms 2001]. Vrstni red izplačil SH igre od najboljšega do najslabšega donosa je $R > T > P > S$.

Kooperacija in defekcija sta torej dve strategiji, ki sta ključni za proučevanje področja socialne (družbene) dileme. V naslednji igri, ki jo bomo samo omenili, je kooperacija tista strategija, ki vedno zmaga. Igra se imenuje "Harmony game" ali Igra harmonije in opisuje kako harmonični - usklajeni - nekonfliktni ali neharmonični - neusklajeni - konfliktni interesi igralcev vplivajo na višino donosov. Igra harmonije se razlikuje od tradicionalnega pristopa po tem, da uporablja ne-ravnovesni pristop obnašanja. Izhodišče igre je vedno vprašanje, kaj je dobro za skupino in ne več kaj je dobro za posameznika [Zizzo & Tan 2009]. Vrstni red izplačil Igre harmonije od največjega do najmanjšega donosa je $R > T > S > P$.

Sedaj, ko smo predstavili vse štiri igre, zapornikova dilema (PD), lov na jelena (SH), snežni zamet (SD) in igro harmonije (HG), jih lahko prikažemo na poenoten način, ki je tudi bolj primeren za nadaljnjo analizo. Slika 1 ponazarja shematično predstavitev vseh štirih opisanih iger v T - S ravnini.

Meje med posameznimi igrami so označene z črkanimi zelenimi črtami. Pikčasta modra črta označuje parameter r v igri snežnega zameta (SD), medtem ko rdeča črta označuje parameter $T = b$, kot edini prosti parameter v igri zapornikove dileme (PD). Zgornji levi kvadrant predstavlja igro harmonije (HG) in spodnji levi kvadrant predstavlja igro lov na jelena (SH).

Slika 1: Shematična predstavitev obravnavanih štirih iger v T - S ravnini. Pikčasta modra črta označuje parameter r v igri snežnega zameta in rdeča črta označuje parameter $T = b$ v igri zapornikove dileme.



V splošnem velja, da vzajemna kooperacija prinaša izplačilo/donos v višini nagrade R in vzajemna defekcija pripelje do kaznovanja P . Kombinacije strategij kooperacije in defekcija pa lahko pripeljejo do izplačila naivneža S ("sucker") ali skušnjave T ("temptation"). Ker želimo zmanjšati število prostih parametrov, se dogovorimo, da bosta $R = 1$ in $P = 0$ konstanti. To nam je omogočilo, da smo lahko vse štiri igre prikazali v T - S ravnini, kot ponazarja Slika 1. Nadalje za igro PD vpeljemo še $P = S = 0$, tako nam ostane edini prosti parameter $T = b$, pri čemer velja $b \in [1, 2]$. Podobno za igro SD vpeljemo $T = 1 + r$ in $S = 1 - r$, tako nam spet ostane le en prosti parameter $r \in [0, 1]$.

Rezultati, ki so ponazorjeni s T - S faznim diagramom so naslednji [Szolnoki & Perc 2009]:

- spodnji desni kvadrant, ki določa igro PD z vrstnim redom izplačil $T > R > P > S$, kaže na prevlado defektorjev;
- zgornji desni kvadrant, ki določa igro SD z vrstni redom izplačil $T > R > S > P$, kaže na izboljšavo strategije kooperacije, a še vedno prevladujejo defektorji;

- c) spodnji levi kvadrant, ki določa igro SH z vrstnim redom izplačil $R>T>P>S$, ponazarja prevlado kooperatorjev, če le-ti sodelujejo, kot posamezniki pa so še vedno dominantni defektorji;
- d) zgornji levi kvadrant, ki določa igro HG z vrstnim redom izplačil $R>T>S>P$, kjer kooperatorji vedno zmagajo [Nowak & May 1992].

2.3 Zapornikova dilema kot spinski sistem

Fizika ima dolgo tradicijo proučevanja bistabilnih sistemov, tako enostavnih kot prostorsko-razširjenih. Med zelo znanimi je Isingov model, ki proučuje interakcije med spini [Newman & Barkema 1999; Binder 2001]. Slednji lahko zavzamejo vrednost 1 (spin gor) ali -1 (spin dol) glede na energijo, ki jo pri tem imajo s svojimi sosedi, oziroma tistimi spini, s katerimi so povezani glede na interakcijsko mrežo. Spini torej medsebojno (vzajemno) delujejo v parih z energijo, ki ima določeno vrednost glede na to ali sta dva spina orientirana enako ali različno. V grobem spini delujejo zelo podobno kot ljudje, ki so lahko ali kooperatorji (sodelujejo) ali defektorji (ne sodelujejo). Fizikalni modeli so nam v pomoč za lažje razumevanje vpliva individualnih strategij, osebnih odločitev in interakcijskih mrež med posameznimi igralci na podnebne spremembe. Podnebne spremembe se kažejo kot fazni prehodi v sorodnih bistabilnih sistemih.

V prejšnjem poglavju smo podrobneje opisali igro zapornikove dileme, ki v svoji osnovi vsebuje dve strategiji - kooperacijo in defekcijo. Sedaj jo bomo povezali s spinskim sistemom preko Fermijeve funkcije. V splošnem igralci v okviru evolucijske teorije iger kopirajo strategije svojih sosedov, ki so uspešnejši od njih. Če so neracionalne odločitve pogoste imajo možnost uspeha tudi strategije, ki niso uspešne.

Igra zapornikove dileme se obravnava s pomočjo interakcijskih mrež med posameznimi igralci. Izberemo si enega igralca in enega njegovega soseda, ob tem predpostavljamo, da je sosed z njim povezan. Povezave med posameznimi igralci torej tvorijo interakcijske mreže. Na začetku, ob času $t = 0$, je igralec določen bodisi kot kooperator ($s_x = C$) ali defektor ($s_y = D$) z enako verjetnostjo.

Realnost je velikokrat takšna, da situacija odraža samo navidezno prednost, medtem ko ima lahko določen posameznik/igralec dejansko veliko manj. Velikokrat se namreč posamezniki želijo dokazovati s svojim bogastvom, vendar se sčasoma ugotovi, da je posameznikovo bogastvo vredno veliko manj oziroma ima posameznik absolutno manj bogastva. Takšne navidezne prednosti lahko pripeljejo do socialnih, gospodarskih, in okoljskih problemov. Npr. ljudje se zadolžujejo preko svojih finančnih zmožnosti, da bi tekmovali z drugimi in imeli luksuzne hiše, avtomobile in vikende; gradbena podjetja za gradnjo nepremičnin črpajo najeta sredstva in lastna sredstva namenijo razkazovanju pred konkurenco. Zaradi navideznih prednosti moramo vključiti negotovost glede prevzema določene strategije.

Evolucija dveh strategij (kooperacije in defekcije) se izvaja v skladu s pravilom, kjer primerjamo pare igralcev in ob tem posamezni igralci ustvarjajo donose ("payoffs"), ko igrajo s svojimi sosedi. Z akumuliranjem donosov P_x in P_y , bo igralec x poskušal uveljaviti svojo strategijo s_x pri igralcu y z ustrežno verjetnostjo $W(s_x \rightarrow s_y)$.

Verjetnost prevzema strategije s_x s strani igralca y lahko jasno ponazorimo z naslednjo Fermijevo funkcijo [Perc & Szolnoki 2010]:

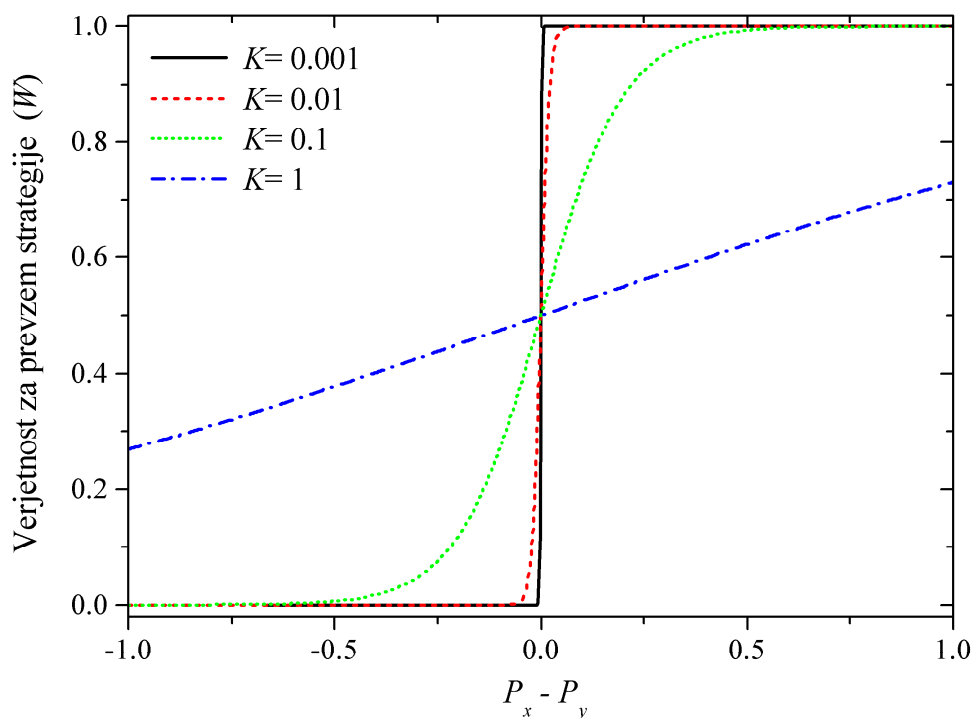
$$W(s_x \rightarrow s_y) = \frac{1}{1 + \exp[(P_y - P_x)/K]}. \quad (1)$$

Predpostavimo, da je strategija igralca x (s_x) kooperacija (C) in strategija igralca y (s_y) defekcija (D). Verjetnost, da bo igralec y prevzel strategijo s_x , kar pomeni spremembo iz D v C , je odvisna od razlike v višini donosov P_y in P_x . Če je $P_y \gg P_x$, sledi $W \rightarrow 0$. Če pa je $P_x \gg P_y$, sledi $W \rightarrow 1$, kar zelo jasno prikazuje Slika 2.

Sledeč standardni dinamiki bistabilnih prostorsko-razširjenih modelov, s pomočjo Monte Carlo simulacije, naključno izberemo igralca x in enega izmed njegovih sosedov y . Po izračunu donosov P_x in P_y , bo igralec x poskušal uveljaviti svojo strategijo s_x pri igralcu y v skladu z verjetnostjo W , kjer je $K \in (0, \infty)$. K pomeni temperaturo kot prost parameter, ki v

okviru igre zapornikove dileme določa nivo neracionalnih odločitev [Milinski 1987] oziroma negotovost povezano s prevzemom določene strategije [Szolnoki, Perc & Szabó 2009a].

Slika 2: Verjetnost prevzema strategije (W) ob različnih vrednostih parametra K in razlikah donosov $P_x - P_y$. Pri razliki donosa -0.5 , ki pomeni nižji donos igralca x za 0.5 od donosa igralca y , je verjetnost prevzema strategije s_x s strani igralca y pri nižjem K le 0.007 , ki se nato pri višjem K poveča na 0.378 .



Če je parameter negotovosti majhen ($K = 0.1$ - pikčasta zelena črta), je verjetnost prevzema strategije s_x s strani igralca y manjša, kot v primeru, če je parameter negotovosti velik ($K = 1$ - prekinjena modra črta). Npr. če je $P_y > P_x$ za 0.5 (vrednost -0.5 na osi x), je pri $K = 0.1$ (majhni negotovosti) verjetnost prevzema strategije s_x skoraj 0 (0.007); pri $K = 1$ (visoka negotovost) pa se verjetnost prevzema strategije s_x poveča na 0.378 . Sledi, da kadar imamo opravka z visoko stopnjo negotovosti, se verjetnost prevzema strategije (predpostavimo, da je to strategija igralca z nižjim donosom) spremeni in se lahko soočimo s situacijo, ko bo le-ta prevzeta, kar pa ne bi veljalo v razmerah z nizko stopnjo negotovosti [Perc 2006a].

3 EVOLUCIJA KOOPERACIJE IN REZULTATI

3.1 Stohastična in deterministična okolja

Deterministično okolje je okolje, ki je natančno definirano in hkrati tudi enostavno predvidljivo. Informacije, s katerimi razpolagamo, so zanesljive in verodostojne ter na podlagi njih sprejemamo odločitve. Deterministično okolje je takšno, kjer nas nič ne more presenetiti in ponavadi to kar vidimo, je tudi res. Deterministični modeli so zato razmeroma enostavni in pod določenimi predpostavkami tudi hitro rešljivi. V primeru, ko $K \rightarrow 0$, imamo opravka z determinističnim okoljem.

Stohastično okolje je v nasprotju z determinističnim okoljem negotovo in nepredvidljivo okolje. Hkrati se zelo spreminja in informacije niso zanesljive. Izbira strategij je bolj ali manj naključna. Če nekdo v stohastičnem okolju izkazuje večji donos, še ne pomeni, da to res drži. Veliko realnih procesov s katerimi se srečujemo v vsakdanjem življenju, kaže značilnosti stohastičnih procesov. Primer je povpraševanje po nekem proizvodu, ko le-tega ne poznamo vnaprej in v stohastični model vpeljana kot slučajna spremenljivka. Ko $K > 0$, imamo opravka s stohastičnim okoljem, ko pa $K \rightarrow \infty$ je evolucija strategij popolnoma neodvisna od P_x in P_y , in je v resnici identična metanju kovanca.

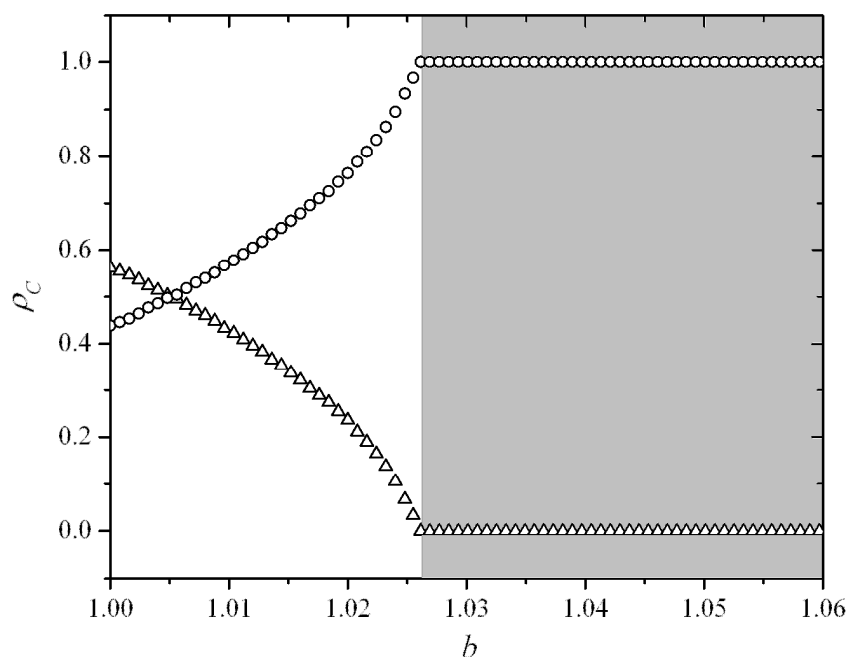
Parameter K igra v fiziki vlogo temperature, kar smo tudi uporabili v našem matematičnem modelu. Temperatura je ena izmed osnovnih termodinamičnih spremenljivk, ki določajo stanje teles. Ko je temperatura nizka ($K \rightarrow 0$), se nič ne spreminja, vse je trdno - spini so pri miru. Ko pa je temperatura visoka ($K \rightarrow \infty$), se vse spreminja, spini se gibljejo gor in dol.

Vsak sistem ima več energij, ene delujejo tako, da je sistem urejen in podrejen določenim zakonom, druge delujejo tako, da je sistem neurejen. Glavna energija je toplotna energija, ki jo lahko ponazorimo z naslednjo enačbo: $E_t = k_B \cdot T$. Boltzmannova konstanta (k_B) je ena izmed osnovnih fizikalnih konstant, ki povezuje temperaturo z energijo. Višja kot je temperatura (T), višja je toplotna energija. Toplotna energija je skupna notranja kinetična energija objekta, ki nastane zaradi naključnega gibanja njegovih osnovnih gradnikov. Kinetična energija je energija, ki jo ima telo zaradi svojega gibanja. Kot zelo poenostavljen primer si lahko domišljamo, da pri sobni temperaturi so vsi spini obrnjeni v isto smer, medtem ko pa se pri visoki temperaturi začnejo spini vsak po svoje gibati v različne smeri.

Intenzivnost selekcije je definirana z inverznim K ($1/K$) [Fudenberg *et al.* 2006; Traulsen *et al.* 2007; Altrock & Traulsen 2009]. Ko $K \rightarrow 0$, v tem primeru je naravna selekcija zelo močna, bo igralec x uspešno prenesel svojo strategijo na igralca y , le v primeru, ko bo donos $P_x > P_y$ in nikoli drugače. Za $K > 0$, kakorkoli velja, da so lahko prevzete tudi slabše strategije na osnovi nepredvidljivih sprememb v donosih ali napak v sprejetih odločitvah [Perc 2006b]. Prvo imenujemo intenzivna selekcija in je prisotna v determinističnem okolju. Drugo imenujemo negativna selekcija in je prisotna v stohastičnem okolju.

Najbolj zanimivo je, da je realnost nekje vmes, okolje ni popolnoma deterministično, hkrati pa tudi ni popolnoma stohastično. V igri zapornikove dileme nas torej zanima, kateri je kritični b , pri katerem kooperatorji izumrejo, pri čemer $T = b \in [1, 2]$. Na Sliki 3 prikazujemo gibanje deleža kooperatorjev (ρ_c - trikotnik) in defektorjev (ρ_D - krog) v odvisnosti od različnih vrednosti b in, katera je kritična vrednost $b = b_c$, kjer kooperatorji izumrejo. Ob tem upoštevamo, da se nahajamo v blago stohastičnem okolju, kjer je $K = 0.1$.

Slika 3: Gibanje deleža kooperatorjev (trikotniki) in defektorjev (krogi) glede na različne vrednosti b . Vidimo, da kooperatorji izumrejo pri $b = b_c = 1.026$.

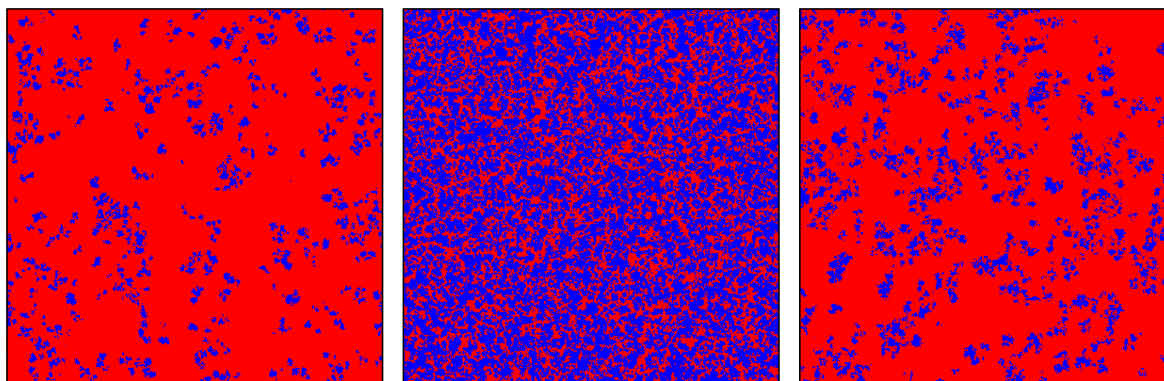


Skupno populacijo sestavljajo kooperatorji in defektorji, zato velja $\rho_C + \rho_D = 1$. Sledi, da ko delež defektorjev narašča, delež kooperatorjev proporcionalno pada, in obratno. Očitno je, da pri dovolj majhni vrednosti b , so kooperatorji sposobni preživeti, saj je tveganje kooperacije nižje v primerjavi s potencialnim kaznovanjem (P).

Z večanjem vrednosti parametra b , se delež kooperatorjev (ρ_C - trikotniki) zmanjšuje in ob določeni vrednosti b , ki jo imenujemo kritična vrednost b (b_c), kooperatorji tudi izumrejo. Sivo obarvano področje na Sliki 3, je področje, kjer kooperatorji ne preživijo več, začetek sivega področja definira b_c [Perc 2006b].

Kot smo videli na Sliki 3, pri ničelni vrednosti K za $b > b_c$ izključno prevladujejo defektorji z frekvenco $\rho_D = 1$. Po drugi strani, pa rezultati prikazani na Sliki 4 jasno kažejo, da lahko kooperatorji preživijo pri od nič različnih vrednostih K in pri vrednostih $b > 1$.

Slika 4: Prostorska distribucija kooperatorjev (modri kvadrati) in defektorjev (rdeči kvadrati) na 400 x 400 prostorski mreži ob upoštevanju skušnjave za defekcijo $b = 1.04$ in različnih vrednosti K : majhen $K = 0.01$ (levi panel), srednji $K = 0.35$ (srednji panel) in velik $K = 2$ (desni panel). Delež kooperatorjev na posameznih panelih kaže, da je optimalen srednji K , ko je delež kooperatorjev največji $\rho_C = 0.619$, medtem ko je delež kooperatorjev $\rho_C = 0.091$ pri majhnem K in $\rho_C = 0.148$ pri velikem K .



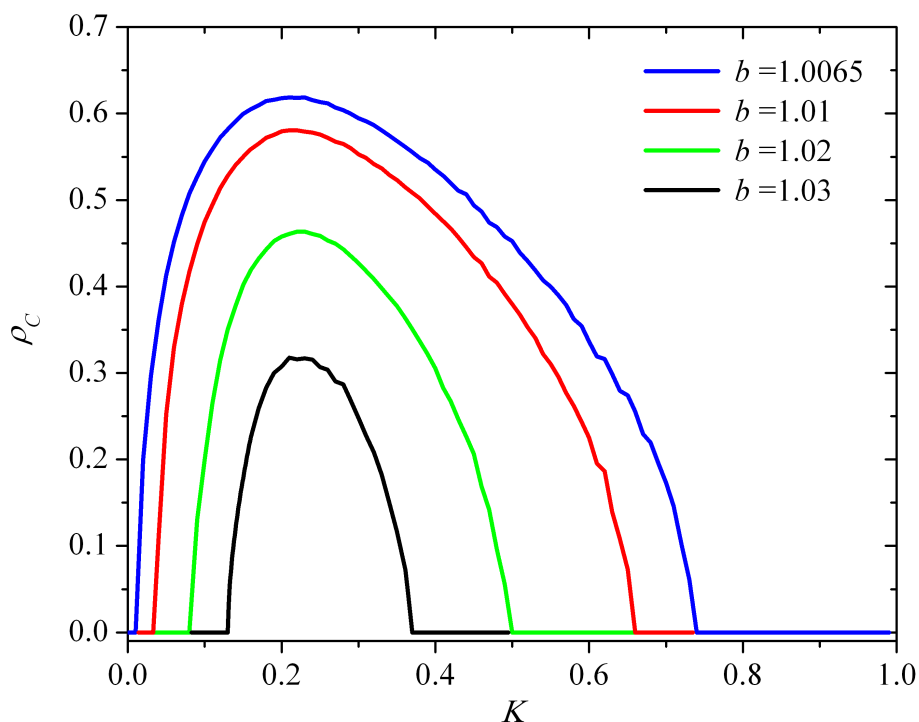
Ob nizki vrednosti K preživijo le majhne skupine ("clusters") kooperatorjev, ki so razpršene po celotni prostorski mreži. Ob srednji vrednosti K , se strategija kooperacije pospeši in delež kooperatorjev lahko celo preseže delež defektorjev, torej velja $\rho_C \geq \rho_D$. Za večje vrednosti K , je prostorska distribucija obeh strategij (kooperacije in defekcije) podobna tisti, ki velja za nizke vrednosti K [Perc 2005a; Perc 2005b].

Slika 4 dokazuje, da kljub vrednosti $b > 1$ lahko kooperatorji preživijo, kar je v nasprotju s teoretično napovedjo, kjer naj bi pri teh vrednostih preživel samo defektorji (Nashevo ravnovesje). Kako pa dejansko preživijo kooperatorji? Omenili smo že, da kooperatorji tvorijo majhne skupine, imenovane "clusters" in tisti, ki so znotraj teh skupin so obvarovani pred defektorji in jih zato zunanji kooperatorji ščitijo pred napadi defektorjev.

Na Sliki 4 levi panel ponazarja skoraj deterministično okolje ($K \rightarrow 0$), desni panel ponazarja močno stohastično okolje (v osnovi so vrednosti $K > 1$ primerljive kar z $K \rightarrow \infty$) in srednji panel pomeni vmesno okolje med prvim in drugim okoljem -- blago stohastično okolje. Sledi, da je srednje-intenzivno stohastično okolje optimalno za evolucijo kooperacije, kar kaže tudi Slika 5.

Rezultati na Sliki 5 jasno predstavljajo, da vedno obstaja neka optimalna raven, kjer je delež kooperatorjev ρ_C maksimalen, kar kaže na obstoj koherentne resonance v igri zapornikove dileme. Resonanca je pojav, da niha sistem z največjo amplitudo, ko mu vsiljujemo nihanje z njegovo lastno frekvenco. Amplituda v resonanci je tem večja, čim manjši je koeficient dušenja. Odziv sistema je takrat največji. Strategija kooperacije se lahko ponovno okrepi in vzdržuje tudi pri višjih vrednosti od b_c . Pri srednji vrednosti K in nekem danem b , je delež kooperatorjev ρ_C maksimalen. Slednjo trditev dokazujejo podatki, ki jih vidimo na Sliki 5: pri nižjem $b = 1.0065$ je delež kooperatorjev $\rho_C = 0.6197$ maksimalen pri $K = 0.2$, pri višjem $b = 1.03$ je delež kooperatorjev $\rho_C = 0.3177$ maksimalen pri $K = 0.21$. Vendar je pomembno omeniti, da se z večanjem vrednosti b , maksimalna vrednost deleža kooperatorjev ρ_C manjša.

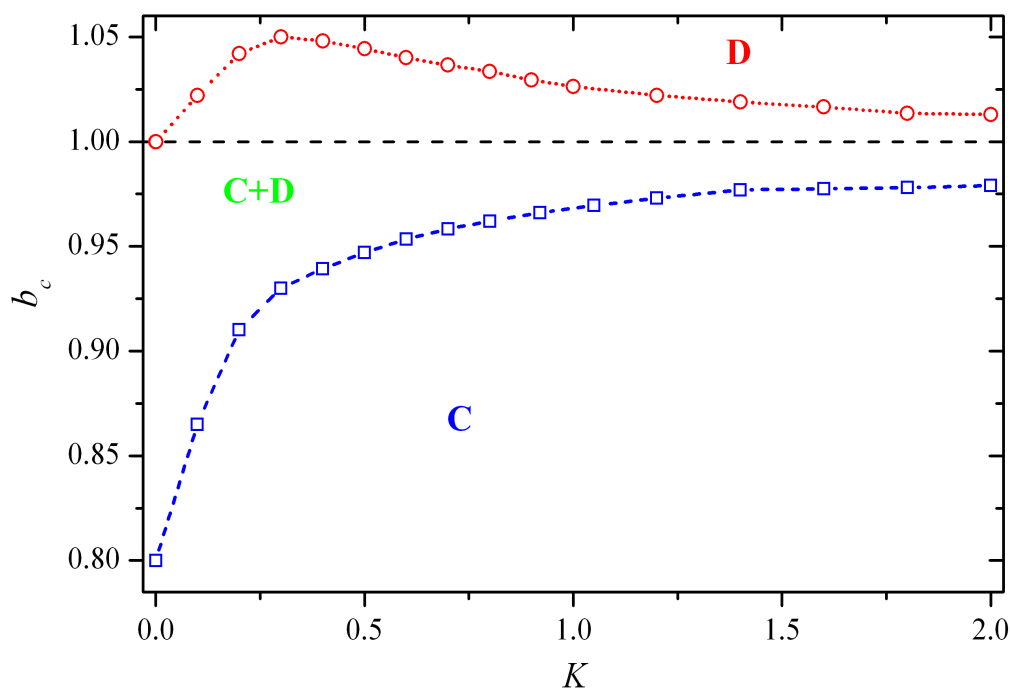
Slika 5: Resonančna krivulja v igri zapornikove dileme za različne vrednosti b . Delež kooperatorjev ρ_C narašča z zmanjševanjem vrednosti b . Vendar bolj pomembno dejstvo je, da je delež kooperatorjev ρ_C za različne vrednosti b najvišji pri nekem srednjem K , ki definira srednje-intenzivno stohastično okolje.



Šum in z njim povezane neracionalne odločitve torej vključimo skozi različne vrednosti K , ki dejansko definirajo stopnjo negotovosti povezano s prevzemom določene strategije s strani sodelujočih igralcev. Slika 5 kaže na resonančno odvisnost ρ_C od vrednosti K ob različnih vrednosti b [Perc 2006b]. Razvoj »dinamične« koherentne resonance v modelu znotraj evolucijske teorije iger, naj bi bil osnova za kasnejše raziskave v smeri kombinacije stohastičnosti in evolucijske teorije iger.

Snov se pojavlja v treh agregatnih stanjih ali v treh fazah: trdni, kapljevinski in plinski fazi. Snov lahko prehaja iz enega agregatnega stanja v drugo ali, kot tudi pravimo, iz ene faze v drugo, če jo segrevamo ali ohlajamo. Prehode med njimi imenujemo fazni prehodi. Če želimo natančneje izmeriti vpliv parametra K – to je temperature – na evolucijo kooperacije, lahko določimo vrednost b_c v odvisnosti od K , kar prikazujemo na Sliki 6.

Slika 6: Kritična vrednost b (b_c) kot funkcija temperature K . Imamo tri faze: fazo defektorjev (D), fazo kooperatorjev (C) in mešano fazo kooperatorjev in defektorjev ($C + D$). Modra črta s kvadrati in rdeča črta s krogi definirata meje med fazo samih kooperatorjev ($\rho_C = 1$) in fazo samih defektorjev ($\rho_D = 1$), medtem ko mešana faza definira distribucijo strategij na prostorski mreži. Prehodi med posameznimi fazami se dogajajo v odvisnosti od K . Kritične vrednosti b_c pri katerih kooperatorji izumrejo: pri nizkem $K = 0.1$ je $b_c = 1.022$, pri srednjem $K = 0.3$ je $b_c = 1.05$ in pri visokem $K = 2$ je $b_c = 1.013$. Kadar gre $K \rightarrow \infty$ sta obe fazi enako verjetni, saj je evolucija enaka metu kovanca (obe strategiji sta enako verjetni ne glede na parametre igre).



Nad določeno mejno vrednost ($b > b_c$), strategija kooperacije (C) vedno izumre in sistem ostane v homogenem stanju defektorjev (D) [Szabó, Vukov & Szolnoki 2005]. Vrednost b_c je definirana za različne vrednosti K in rezultati so prikazani na Sliki 6. Najvišjo vrednost doseže kritični b (b_c) na ravni 1.05, kjer obstaja srednja vrednost K ter mešana faza kooperatorjev in defektorjev ($C+D$). Tako kot snov lahko prehaja iz ene v drugo fazo, lahko tudi faze kooperatorjev in defektorjev prehajajo iz ene faze v drugo fazo v odvisnosti od vrednosti K . Pri nizki vrednosti K , to je pri nizki stopnji negotovosti, je kritična vrednost $b = b_c$ nižja kot bi

le-ta znašala pri nekem srednjem K . Primer: pri vrednosti $K = 0.1$, kooperatorji izumrejo pri $b_c = 1.022$, medtem ko pri srednji vrednosti $K = 0.3$, kooperatorji izumrejo pri $b_c = 1.05$.

3.2 Regularne in kompleksne mreže

Evolucijske igre nam s pomočjo grafov ponujajo zelo zanimive poglede kako in zakaj lahko v konkurenčnem okolju kooperatorji obstajajo sočasno z defektorji. Teorija vidljivosti temelji na preučevanju povezav med izbranimi objekti (igralci), katere obstajajo, če eden igralec "vidi" drugega igralca. Takšne grafe poimenujemo grafi vidljivosti, ki jih predstavimo v ravnini ali prostoru na tak način, da so vozlišča točke v prostoru, povezave pa krivulje, ki povezujejo ustrezne točke.

Na regularnih grafih ali mrežah ima vsak posameznik enako število povezav, to pomeni, da ima vsak igralec enako število sosedov. Na kompleksnih mrežah pa vsak posameznik nima enakega števila sosedov. Algoritem vidljivosti nam ponudi primerne povezave v obliki interakcijske mreže, ki je odvisna od kompleksnosti časovne vrste. Časovna vrsta je vhodni podatek, ki ga algoritem vidljivosti pretvori v interakcijsko mrežo [Lacasa *et al.* 2008].

Predpostavimo, da imamo določeno časovno vrsto, kjer je ustrezen graf vidljivosti sestavljen iz vozlišča, ki je definirano kot vsaka točka časovne vrste $x_{i=1\dots N}$ (kjer N predstavlja dolžino časovne vrste) in iz povezave danega vozlišča z vsemi tistimi vozlišči, ki jih lahko dano vozlišče vidi s svoje zgornje strani.

Algoritem vidljivosti je shematično prikazan na Sliki 7(a), ki predstavlja kratek izsek časovne vrste logistične enačbe $x_i = r x_{i-1} (1 - x_{i-1})$ ob upoštevanju $r = 3.6$. Zelene črte pomenijo veljavne povezave, medtem ko rdeče črte pomenijo prepovedane povezave. Ob tem moramo upoštevati, da rdeča vozlišča niso vidna vozlišču, označenemu s puščico, brez presekanka časovne vrste najmanj enkrat. Po drugi strani pa so si zelena vozlišča med seboj vidna neposredno, t.j. brez da vidljivostna črta seka časovno vrsto.

Ob upoštevanju osnovnih geometrijskih razmerij je mogoče izpeljati enostavne kriterije vidljivosti za poljubni dve podatkovni točki. Natančno gledano, dve poljubni točki v časovni vrsti (i, x_i) in (j, x_j) imata vidljivost, zato bosta postali dve povezani vozlišči na ustreznem

grafu vidljivosti, če bo katerakoli druga točka (m, x_m) pozicionirana med njima izpolnila naslednji pogoj [Murks Bašič & Perc 2011a]:

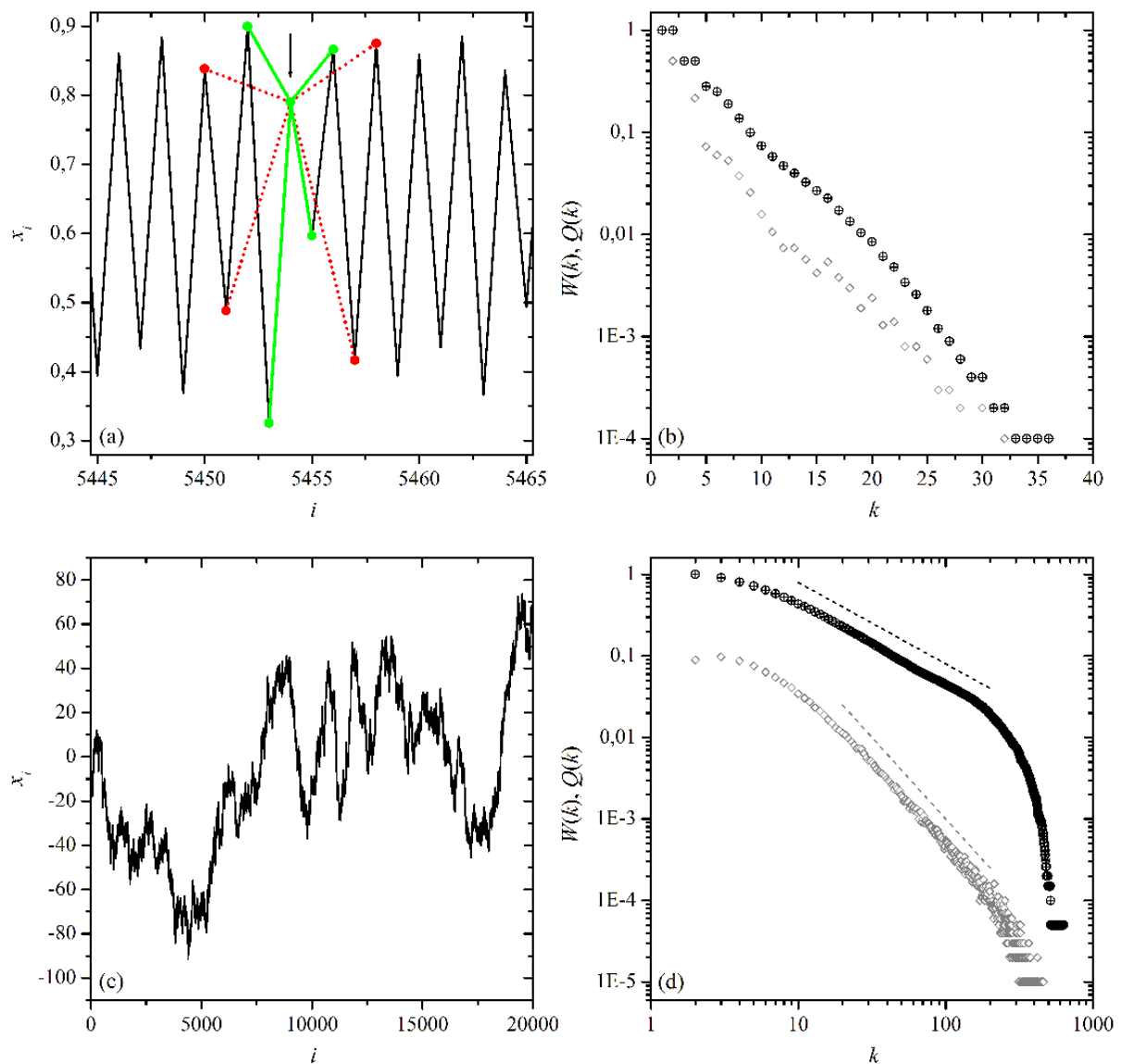
$$x_m < x_j + (x_i - x_j) \frac{j-m}{j-i}. \quad (2)$$

Če želimo iz časovne vrste dobiti graf vidljivosti, je treba preveriti pogoj podan v Enačbi (2) za vsak možen par točk, vključno z vsemi točkami, ki ležijo med točkami iz para. Če so kriteriji vidljivosti izpolnjeni za vse m , potem sta točki i in j povezani, drugače pa nista. Tak enostaven postopek nam zagotavlja, da je graf vidljivosti povezan, ker je vsaka točka povezana vsaj z dvema najbližjima sosedoma (levo in desno), in je hkrati neusmerjena, saj algoritem ne loči med različnimi smerni povezav. Te lastnosti omogočajo, da lahko pridobljene mreže uporabimo za preučevanje toploških interakcij v evlucijskih igrah.

Lastnosti tako konstruiranih mrež bomo preučili s porazdelitvenimi in kumulativnimi porazdelitvenimi funkcijami, kjer sta $W(k)$ porazdelitvena funkcija in $Q(k)$ kumulativna porazdelitvena funkcija. Povezanost vozlišča i je definirana s k_i , medtem nam porazdelitvena funkcija povezanosti $W(k)$ pove verjetnost naključne izbire vozlišča s povezanostjo k . Kumulativna porazdelitvena funkcija $Q(k)$ je definirana kot verjetnost, da ima naključno izbrano vozlišče stopnjo najmanj k (to je k ali manj). Kadar velja za $W(k) \propto k^{-\alpha}$ (potenčna porazdelitev z naklonom α), potem bo $Q(k)$ potenčna z naklonom $\alpha-1$. Po drugi strani pa velja, če $W(k) \propto \exp^{-k/\kappa}$ (eksponentna porazdelitev z naklonom κ), bo tudi $Q(k)$ eksponentna, vendar z enakim eksponentom. Torej, če predstavimo $W(k)$ in $Q(k)$ na logaritemski (log-log) skali in pol-logaritemski (linear-log) skali, lahko, vsaj v principu [Clauset, Shalizi & Newman 2009], zelo enostavno ločimo potenčne od eksponentnih porazdelitev.

Slika 7(b) ponazarja graf z eksponentno porazdelitveno funkcijo povezanosti, kjer so kot input uporabljene časovne vrste iz Slike 7(a), kjer sta porazdelitvena funkcija $W(k)$ prikazana s sivimi rombi in kumulativna porazdelitvena funkcija $Q(k)$ prikazana z črnimi krogi. Slika 7(d) ponazarja potenčni graf, pri katerem smo kot input uporabili Brownove časovne vrste, prikazane na Sliki 7(c) (prvih $N = 2 \cdot 10^4$ točk Brownove časovne vrste). Obe skali sta logaritemski, zato velja tako za $W(k) \propto k^{-\alpha}$ kot tudi za $Q(k) \propto k^{-(\alpha-1)}$, da je stopnja potence $\alpha \approx 2.0$, ki jo ponazarjata dve črtkani črti na Sliki 7(d). Z enim algoritmom dobimo različne grafe ali mreže, ki nam kažejo, koliko povezav k_i ima i -ti igralec z drugimi igralci.

Slika 7: Algoritem vidljivosti in z njim povezane pridobljene mreže. (a) predstavlja kratek izsek časovne vrste logistične enačbe ob upoštevanju $r = 3.6$ in shematični prikaz algoritma vidljivosti. Zelena vozlišča so med seboj vidna neposredno, rdeča vozlišča niso vidna vozlišču označenemu s puščico brez presekanja časovne vrste najmanj enkrat; (b) ponazarja eksponentno porazdelitveno funkcijo povezanosti, kjer sivi rombi predstavljajo porazdelitveno funkcijo in črni krogi kumulativno porazdelitveno funkcijo; (c) prvih $N = 2 \cdot 10^4$ točk Brownovega gibanja; (d) porazdelitvena funkcija $W(k)$ (sivi rombi) in kumulativna porazdelitvena funkcija $Q(k)$ (črni krogi), kjer je kot input uporabljeno Brownovo gibanje iz panela (c).



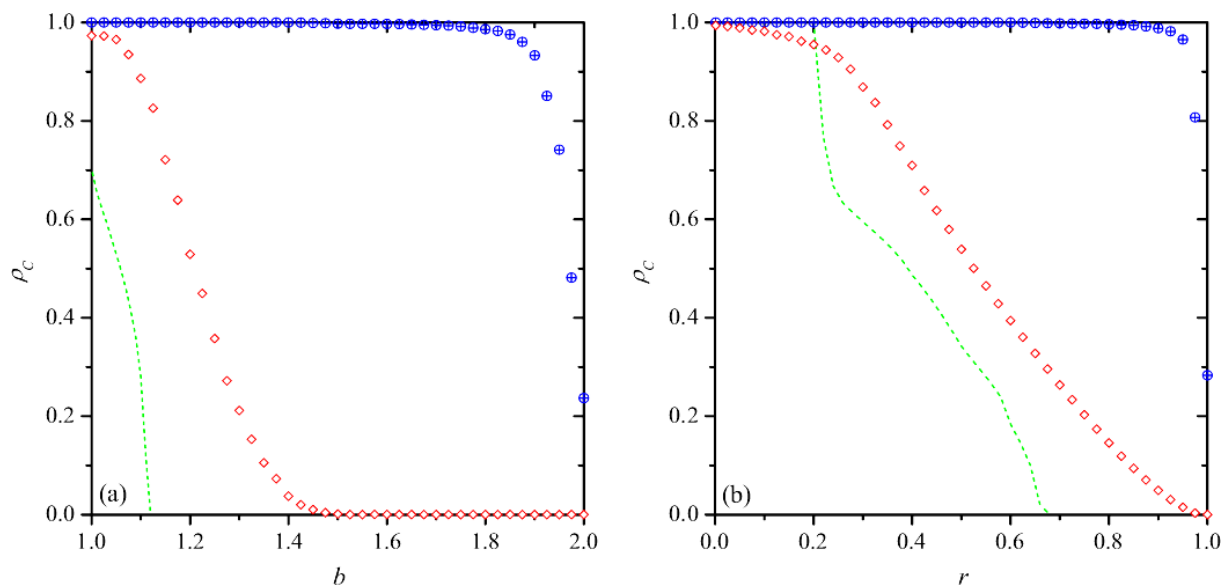
Rezultat algoritma vidljivosti preko grafa vidljivosti, ki je prikazan na Sliki 7, nam pove, da število povezav narašča in število igralcev pada, npr. 5 povezav ima 10% igralcev in 10 povezav ima 1% igralcev. Z menjavanjem časovne vrste, se lahko modelirajo različne sociološke strukture.

Algoritem vidljivosti pa nam ponuja različne možnosti za analiziranje evolucije kooperacije v sklopu evolucijske teorije iger. Primer socialne dileme bomo prikazali s pomočjo dveh iger: zapornikove dileme in snežnega zameta, katerih matrike izplačil so prikazane v Tabeli 2 in Tabeli 3. Za obe igri velja: če se bosta srečala dva kooperatorja, bosta oba dobila nagrado za vzajemno kooperacijo R ; če se bosta srečala dva defektorja, bosta oba dobila kazeno za vzajemno defekcijo P ; če se bosta srečala kooperator in defektor, bo prvi dobil izplačilo naivneža S in slednji izplačilo za zavajanje T .

Za začetek predpostavimo, da je vsak igralec i , ki se ujema z vozliščem osnovne mreže, kooperator (C) ali defektor (D) z enako verjetnostjo. Neodvisno od igre, evolucija dveh strategij je izvedena v skladu s postopkom Monte Carlo simulacije, ki obsega naslednje glavne korake. Prvi korak, naključno izbrani igralec i z igranjem s svojimi k_i sosedi ustvari donos v višini p_i . Naslednji korak, naključno izbrani sosed igralca i , ki ga označimo z j , z igranjem s svojimi k_j sosedi, ustvari donos v višini p_j . Zadnji korak, če je $p_i > p_j$ bo igralec i poskušal uveljaviti svojo strategijo s_i pri igralcu j v skladu z verjetnostjo $W(s_i \rightarrow s_j) = (p_i - p_j)/bk_q$, kjer k_q definira najvišje število med k_i in k_j .

Na Sliki 8 prikazujemo ključne rezultate evolucijskega procesa dveh predhodno obravnavanih iger. Levi panel 8(a) ponazarja rezultate igre zapornikove dileme z deležem kooperatorjev ρ_C v odvisnosti od izplačila za zavajanje b . Desni panel 8(b) ponazarja rezultate igre snežnega zameta z deležem kooperatorjev ρ_C v odvisnosti od izplačila za zavajanje v obliki razmerja med stroški in koristmi r . Na obeh panelih pomeni zelena prekinjena črta regularno mrežo, medtem ko rdeči rombi in modri krogi pomenijo rezultate prikazane na mrežah z eksponentno (Slika 7b) in potenčno (Slika 7d) porazdelitveno funkcijo.

Slika 8: Evolucija kooperacije na grafu vidljivosti. (a) delež kooperatorjev ρ_c v odvisnosti od skušnjave za defekcijo b v igri zapornikove dileme; (b) delež kooperatorjev ρ_c v odvisnosti od razmerja stroški-koristi r v igri snežnega zameta. Zelena prekinjena črta ponazarja regularno mrežo, medtem ko rdeči rombi pomenijo rezultate prikazane na mrežah z eksponentno porazdelitveno funkcijo (Slika 7b) in modri krogi pomenijo potenčno porazdelitveno funkcijo (Slika 7d).



Na Sliki 8 lahko opazimo, da imajo heterogene interakcijske mreže pozitiven učinek na preživetje kooperatorjev. Medtem ko na regularni mreži kooperatorji izumrejo pri $b \approx 1.12$ v igri zapornikove dileme in pri $r \approx 0.68$ v igri snežnega zameta, le-ti preživijo pri višjih vrednostih b in r na kompleksnih mrežah, kot sta eksponenta (rdeči rombi) in potenčna (modri krogi). Primerjalna analiza med slednjima dvema porazdelitvenima funkcijama kaže, da so za spodbujanje evolucije kooperacije mreže s potenčno porazdelitveno funkcijo celo učinkovitejše od mreže z eksponentno porazdelitveno funkcijo. Na Sliki 8(a), ki prikazuje rezultate igre zapornikove dileme za potenčno porazdelitveno funkcijo, vidimo, da pri maksimalnem $b = 2$ znaša delež kooperatorjev $\rho_c = 0.237$. Zelo pomembno dejstvo je, da na regularnih mrežah kooperatorji tvorijo majhne skupine, ki jih ščitijo pred defektorji, medtem ko na heterogenih interakcijskih mrežah, to je kompleksnih mrežah, delujejo kot trden vir kooperativnega obnašanja. Zato so kompleksne mreže temeljnega pomena za evolucijo kooperacije v družbi. Podrobnejši rezultati so predstavljeni v izvirnem znanstvenem članku [Murks Bašič & Perc 2011a; Priloga I/1].

Možgani so zgrajeni iz celic, ki jih imenujemo nevroni ali živčne celice. Nevroni imajo na eni strani vhod in na drugi strani izhod, ki se povezuje z drugimi nevroni ter se na tak način tvori nevronska mreža. Nevronske mreže ponazarjajo model kompleksnega sistema gosto povezanih temeljnih elementov, ki posnemajo princip delovanja človeških oziroma živalskih možganov [Dobnikar 1990; Peruš 2000]. Lastnosti kompleksnih mrež, ki delujejo po principu nevronske dinamike, lahko uporabimo v dinamičnih sistemih, kar smo opisali v izvirnem znanstvenem članku [Wang, Murks Bašič, Perc & Lu 2011; Priloga I/2].

3.3 Koevolucija

Splošna definicija koevolucije pravi, da je koevolucija vzajemno evolucijsko spreminjanje sobivajočih vrst v družbi, ki so povezane z medvrstnimi odnosi in je hkrati proces, ki ga poganja naravni izbor. Da bi vrste preživele, se morajo med evolucijskim razvojem skozi naravni izbor prilagoditi nastalim razmeram. Pri koevoluciji nas zanima v kakšnem odnosu sobivata dve vrsti, ob tem želi vsaka vrsta izboljšati in nadgraditi zmožnost za preživetje in ohranitev vrste. Odnosi, ki spodbujajo koevolucijo se pojavljajo v obliki dveh strategij, to je sodelovanje in tekmovanje. Pri sodelovanju gre za vzpostavitev soodvisnosti bivanja življenjskih vrst, pri tekmovanju pa gre za prevlado in preživetje življenjskih vrst. Vrste, ki v našem primeru predstavljajo igralce, se razvijajo skozi čas. Prehodi od dobro mešane populacije do regularnih mrež in nadalje do kompleksnih mrež, ki na svoj način razlagajo evolucijo kooperacije, nas pripeljejo do stopnje, ko se soočimo z uvedbo t.i. koevolucijskih pravil. Povezave med vrstami (posamezniki -- igralci in skupinami -- države) se skozi čas spreminjajo in koevolucijska pravila poskušajo omenjene procese vpeljati v evolucijske igre.

Koevolucijska pravila pogosto vplivajo na odločitev, kako se igralci med seboj povezujejo. Nek igralec bo povezan z drugim igralcem tako dolgo, dokler ne bo našel ugodnejše povezave z nekim tretjim igralcem. Koevolucijska pravila razdelimo v tri glavne skupine: tip A, tip B in tip C. Tip A -- trajanje povezave je lahko primarno odvisno od strategije igralcev, s katerimi smo povezani. S tega stališča je zelo enostavno dokazati, da so povezave defektor-defektor kratkotrajne v primerjavi s povezavami kooperator-kooperator. Slednje povezave nudijo vzajemni donos za oba igralca, kar pa ne moremo trditi za prvo povezavo. Tip B -- neugodne povezave so zbrisane na podlagi donosov zbranih s strani igralcev z nasprotnimi interesi. Nove povezave so vzpostavljene z enim izmed sosedov premaganega igralca. Tip C --

napaden igralec izgubi vse povezave z drugimi igralci, razen povezave, ki jo ima do napadalca. Slednje koevolucijsko pravilo najdemo tudi v situacijah iz resničnega življenja; npr. zamenjava službe - povezave z bivšimi sodelavci zbledijo in sčasoma se dokončno prekinajo, hkrati pa se vzpostavijo nove povezave z novimi sodelavci [Perc & Szolnoki 2010].

Vpliv koevolucijskih pravil v heterogeni družbi je mogoče v evolucijsko teorijo iger vpeljati skozi modificirano Fermijevo funkcijo:

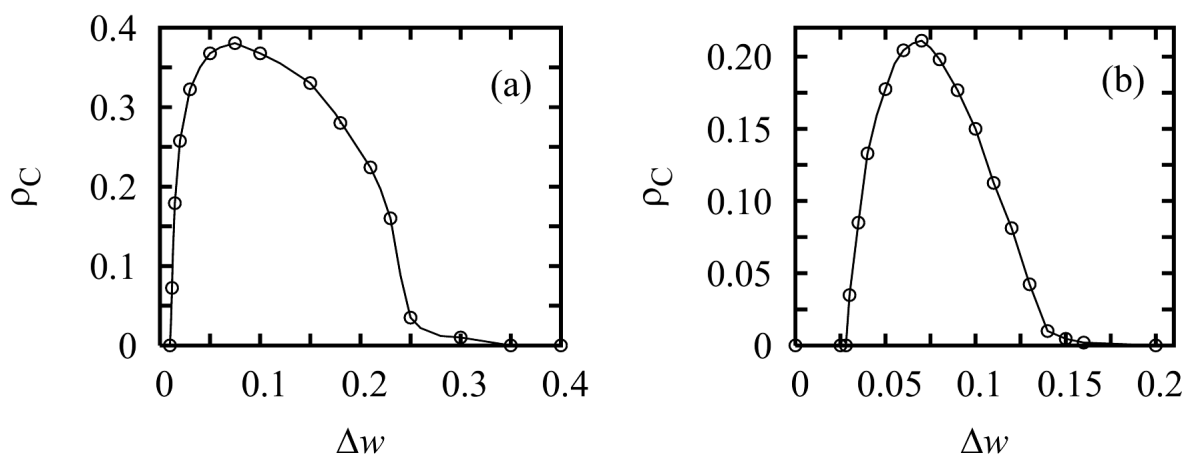
$$W(s_x \rightarrow s_y) = w_x \frac{1}{1 + \exp[(P_y - P_x)/K]}, \quad (3)$$

kjer w_x označuje moč vpliva igralca x .

Splošno velja, da igralci z boljšim slovesom lahko svojo strategijo lažje uveljavijo kot igralci s povprečnim ali slabšim slovesom. Koevolucijsko pravilo, ki je bilo uvedeno pravi, da vsakič, ko igralec x uspešno prenese svojo strategijo na igralca y , se njegov vpliv, ki ga merimo z w_x poveča za konstantno pozitivno vrednost $\Delta w \ll 1$ in sicer $w_x \rightarrow w_x + \Delta w$. Vpliv evolucije se za vse igralce ustavi, ko eden w_x doseže vrednost 1. Sledi, da velja $w_x \in [0, 1]$. S pomočjo parametra K vpeljemo v Enačbo (3) stopnjo negotovosti prevzema strategije, ki definira prisotnost urejenega – determinističnega sistema oziroma neurejenega – stohastičnega sistema. Parameter K je identičen temperaturi, ki je ena izmed osnovnih termodinamičnih spremenljivk. Z nižanjem temperature se delci v snovi povezujejo v vedno bolj stabilno - urejeno strukturo, npr. trdno agregatno stanje snovi. Z višanjem temperature se gibanje delcev povečuje in struktura snovi postaja vedno bolj neurejena, npr. plinasto agregatno stanje snovi.

Na začetku ima vsak igralec nizek w_x , nato pa se mu vsakič, ko uspešno prenese svojo strategijo na drugega igralca, w_x ustrezno poveča za Δw . Kako različne vrednosti Δw vplivajo na delež kooperatorjev ρ_C v igri zapornikove dileme in igri snežnega zameta prikazujemo na Sliki 9. Levi panel (a) kaže rezultate za zapornikovo dilemo ($b = 1.05$ in $K = 0.1$) in desni panel (b) kaže rezultate za igro snežnega zameta ($r = 0.6$ in $K = 2$). Oba panela kažeta gibanje deležev kooperatorjev ρ_C v odvisnosti od spremembe w (Δw), to je glede na višino prejete nagrade. Kot lahko vidimo na obeh panelih, je optimalna srednja vrednost nagrade enaka približno 0.07 za obe obravnavani igri, saj je pri tej vrednosti delež kooperatorjev ρ_C najvišji.

Slika 9: Spodbujanje kooperacije skozi koevolucijski vpliv na osnovi Δw . Oba panela prikazujeta gibanje deleža kooperatorjev ρ_C v odvisnosti od Δw , katerega optimalna vrednost znaša 0.07 ne glede na igro; (a) rezultati za igro zapornikove dileme $b = 1.05$ in $K = 0.1$; (b) rezultati za igro snežnega zameta $r = 0.6$ in $K = 2$.

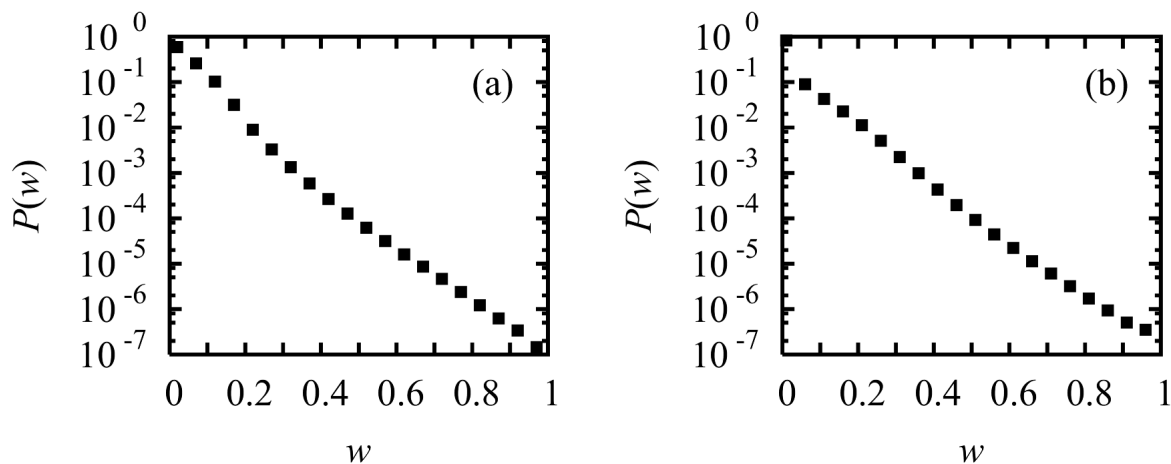


Najbolj uspešni bomo takrat, ko nagrade ne bodo prenizke in ne previsoke. Slednjo trditev lahko zelo enostavno potrdimo: če igralec prejme premajhno nagrado, zagotovo ne bo dovolj stimuliran, da bi v bodoče prenesel svojo strategijo na druge igralce in bo zaradi prenizke nagrade hitro odnehal; če pa igralec prejme previsoko nagrado, bo dokaj hitro imel dovolj sredstev za normalno delovanje in potrebe po nagradi več ne bo čutil ter prenehal prenašati strategijo na druge igralce.

Za heterogeni sistem je značilno, da je zelo veliko tistih, ki imajo majhen w_x in zelo malo tistih, ki imajo visok w_x . Torej v sam sistem prenesemo heterogenost skozi w_x in na koncu evolucijskega procesa dobimo eksponentno porazdelitev w vrednosti, kar ponazarja Slika 10, ki nam podobno kot Slika 9, prikazuje rezultate za igri zapornikove dileme (levi panel (a), $b = 1.05$ in $K = 0.1$) in snežnega zameta (desni panel (b), $r = 0.6$ in $K = 2$). Na obeh panelih ima y-os logaritemsko skalo in zato linearna odvisnost $P(w)$ kaže na eksponentno porazdelitev w_x .

Vpeljano koevolucijsko pravilo je nepreferenčno in velja za vse, torej ne glede na to ali so kooperatorji ali defektorji. Neka srednja vrednost Δw torej lahko prispeva k spodbujanju kooperacije v visoko heterogeni družbi, ki je sestavljena iz igralcev z različnimi vplivi.

Slika 10: Porazdelitev vpliva $P(w)$ z upoštevanjem $\Delta w = 0.07$. (a) rezultati za igro zapornikove dileme upošteva je $b = 1.05$ in $K = 0.1$; (b) rezultati za igro snežnega zameta upošteva je $r = 0.6$ in $K = 2$. Vidimo, da v obeh primerih na semi-log skali dobimo premico, kar pomeni, da je porazdelitvena funkcija eksponentna, in da je torej družba močno razdeljena na igralce z visokim w_x in igralce z nizkim w_x . Hkrati je tistih z visokimi w_x zelo malo, medtem ko je tistih z nizkim w_x sorazmerno zelo veliko.



Sedaj predpostavimo, da igralec i igra s svojimi sosedi in ustvari donos P_i . Okolica igralca i se izračuna na osnovi povprečnega donosa vseh njegovih sosedov \bar{P} , po naslednji formuli:

$$\bar{P} = \frac{\sum_{j=1}^k P_j}{k}, \quad (4)$$

kjer k pomeni število sosedov igralca i in P_j predstavlja donos igralca j , ki je eden izmed sosedov igralca i , ter vsota, ki upošteva vse sosede igralca i . Povprečni donos vseh sosedov predstavlja najenostavnejše merilo ocenjevanja vpliva okolice.

Koevolucija se kaže v določitvi donosa, ki je odvisen od trenutnega uspeha vsakega posameznega igralca (P_i) in njegove okolice. Okolica, označena s \bar{P} , je enako pomembna kot dedovanje (P_i), vendar se v končni fazi uspeh igralca i meri z naslednjim koevolucijskim pravilom:

$$f_i = \begin{cases} (0.5-u) \times \bar{P} + (0.5+u) \times P_i & \text{kadar } (P_i > \bar{P}), \\ (0.5+u) \times \bar{P} + (0.5-u) \times P_i & \text{kadar } (P_i < \bar{P}), \\ 0.5 \times \bar{P} + 0.5 \times P_i & \text{kadar } (P_i = \bar{P}), \end{cases} \quad (5)$$

kjer za izbran prosti parameter velja $0 \leq u \leq 0.5$. Če je $u = 0$, potem je vpliv posameznih donosov enakovreden in rezultat je enak rezultatu kadar velja $P_i = \bar{P}$. Pri upoštevanju maksimalnega $u = 0.5$, je pri $P_i > \bar{P}$ rezultat P_i in pri $P_i < \bar{P}$ rezultat \bar{P} , torej prevlada višji donos. Če pa $u \neq 0 \rightarrow 0 < u < 0.5$, bo igralec imel $0.5+u$ delež tistega donosa, ki je višji in $0.5-u$ delež tistega donosa, ki je nižji.

Verjetnost prevzema strategije s_j s strani igralca i od naključno izbranega soseda j ponazorimo z naslednjo enačbo:

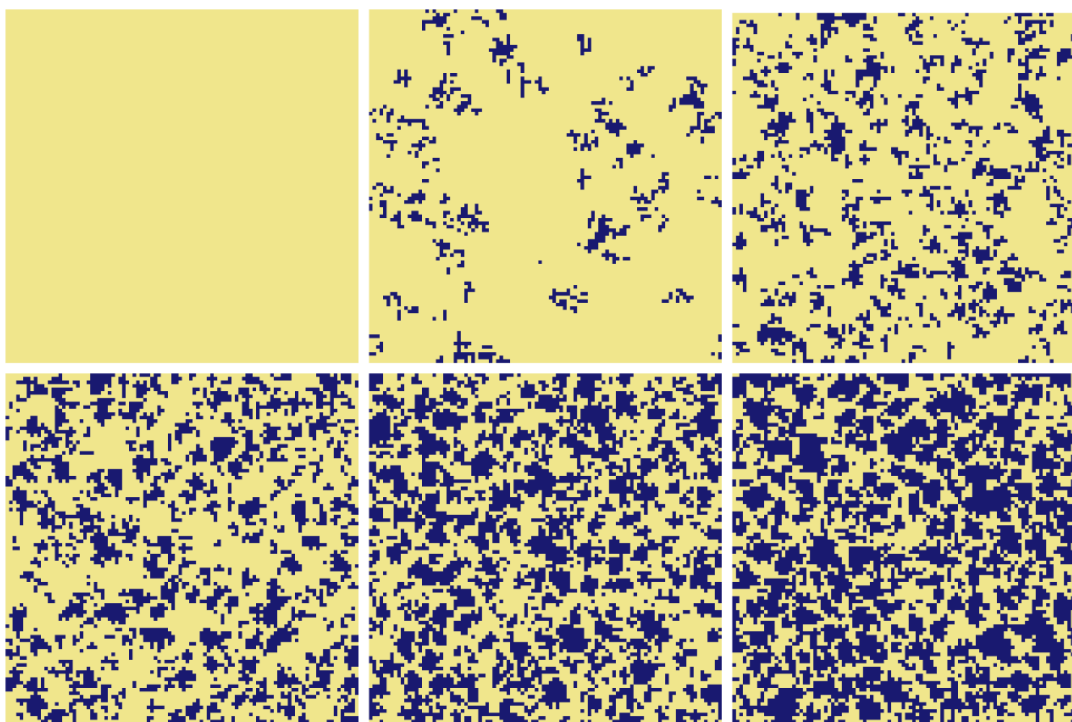
$$W(s_j \rightarrow s_i) = \frac{1}{1 + \exp[(f_i - f_j)/K]}, \quad (6)$$

kjer K pomeni stopnjo negotovosti povezano s prevzemom strategije in, kjer se f_i in f_j izračunata na enak način kot je predpisano v Enačbi (5).

Negotovost, ki definira parameter K , se v fizikalnih sistemih odraža skozi temperaturo, od katere so odvisne lastnosti snovi. Pri nizki temperaturi so delci v snovi urejeni, ko pa začne temperatura naraščati, postaja oblika delcev vedno bolj neurejena. Enake lastnosti veljajo za parameter K , ko je ta nizek je vse znano in določeno ter lahko zelo natančno predvidimo kaj se bo zgodilo v prihodnosti, to pomeni urejenost sistema. Kadar pa je K visok, imamo opravka z naključnimi spremenljivkami, ki vplivajo na že znano začetno stanje in povzročijo neurejenost sistema.

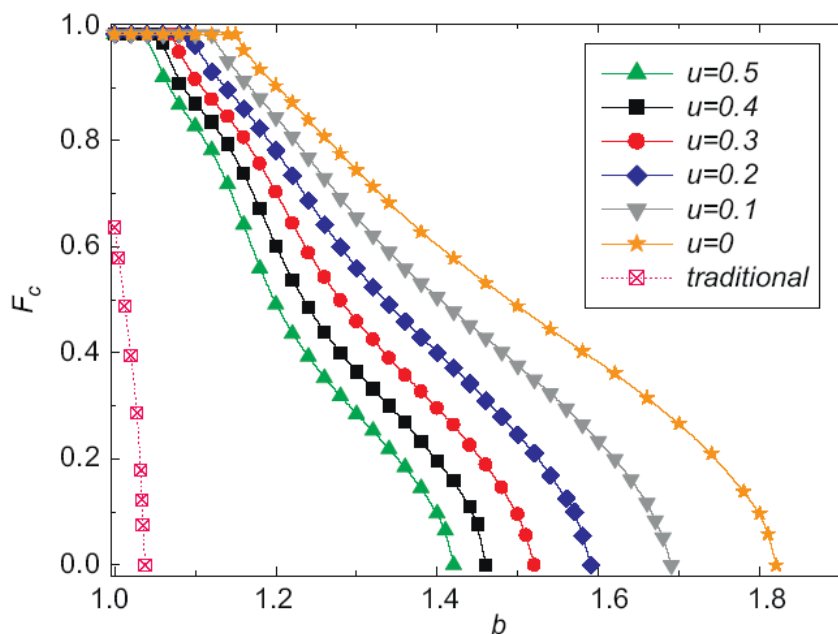
Predpostavimo, da je kooperacija strategija igralca j (s_j) in defekcija strategija igralca i (s_i). Verjetnost, da bo igralec i prevzel strategijo s_j , je odvisna od razlike v višini donosov f_i in f_j , ki so nadalje odvisni od vrednosti parametra u ter od stopnje negotovosti K . Slika 11 prikazuje distribucijo kooperatorjev in defektorjev za različne vrednosti u in ob upoštevanju vrednosti $b = 1.45$ in $K = 0.1$, ki je izdelana na 100×100 prostorski mreži.

Slika 11: Prostorska distribucija kooperatorjev (modri kvadrati) in defektorjev (rumeni kvadrati) ob različnih vrednostih u . Od zgornjega levega panela do spodnjega desnega panela $u = 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ in 0 ob upoštevanju vrednosti $b = 1.45$ in $K = 0.1$ na 100×100 prostorski mreži. Vidimo lahko, da se stacionarni delež kooperatorjev kontinuirano veča z manjšanjem parametra u . Medtem ko je pri $u = 0.5$ delež kooperatorjev $\rho_c = 0$, je pri $u = 0$ več kot $2/3$ mreže obarvane modro.



Če je $u = 0.5$ (zgornji levi panel), kjer je uspeh posameznega igralca absolutno odvisen od okolice ali od dedovanja, bodo kooperatorji izumrli in prevladali bodo defektorji. Če vrednost parametra $u = 0.5$ rahlo znižamo, se delež preživelih kooperatorjev poveča in ti začnejo tvorijo majhne skupine ("clusters"). Z nadaljnjim zniževanjem vrednosti parametra u , se majhne skupine kooperatorjev začnejo večati in pri vrednosti $u = 0$, kjer je vpliv okolice enak vplivu dedovanja, kooperatorji celo lahko prevladajo nad defektorji. Kvantitativno oceno vpliva različnih vrednosti parametra u , prikazujemo na Sliki 12.

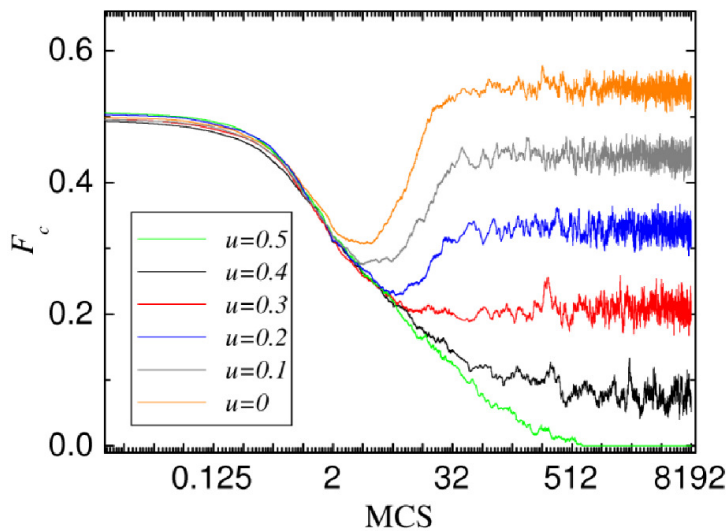
Slika 12: Gibanje deleža kooperatorjev v odvisnosti od parametra b za različne vrednosti u . Od leve proti desni tradicionalna verzija igre in $u = 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ in 0 . V primerjavi s tradicionalno verzijo igre vidimo, da je kooperacija ohranjena pri znatno višjih vrednostih b glede na gibanje u .



Slika 12 ponazarja, kako se delež kooperatorjev (F_c) giblje v odvisnosti od parametra b pri različnih vrednostih u . Prikazani rezultati kažejo, da prehod iz visokih vrednosti ($u = 0.5$) na nizke vrednosti ($u = 0$) naredi kooperatorje močnejše in odpornejše na napade defektorjev. Dobljeni kvantitativni rezultati jasno potrjujejo dejstvo, da okolica igra zelo pomembno vlogo v razvoju posameznika, še posebej pri evoluciji kooperacije.

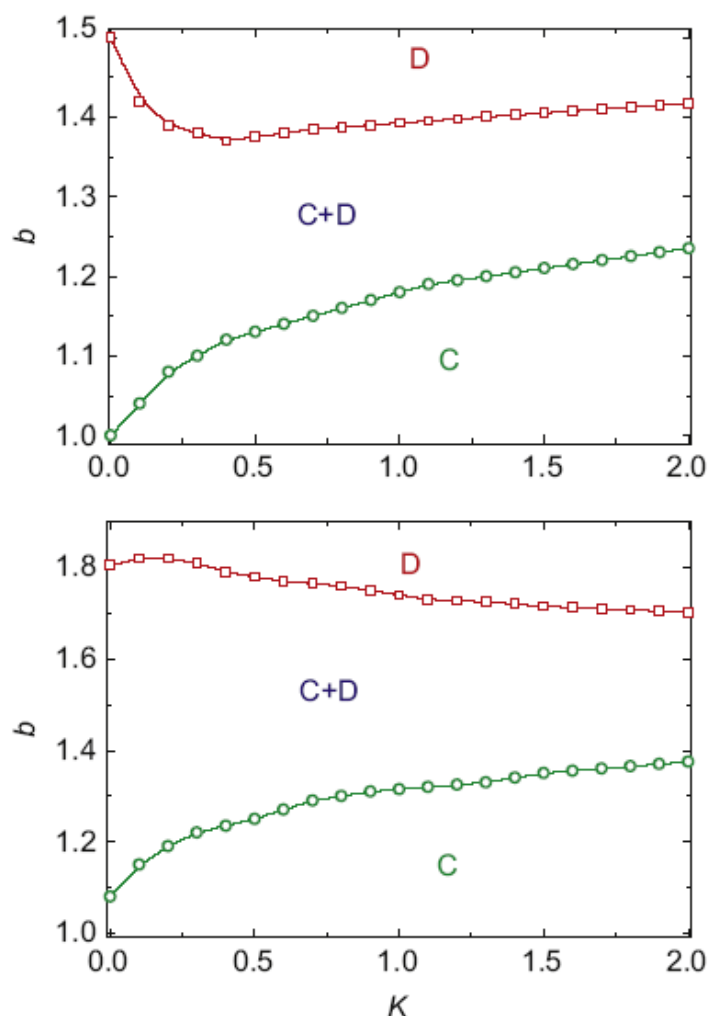
Če želimo pojasniti kako in zakaj različne vrednosti parametra u spodbujajo kooperacijo, si moramo pogledati kako se delež kooperatorjev v odvisnosti od u giblje skozi čas (Slika 13).

Slika 13: Ponazoritev evolucije kooperacije skozi čas za različne vrednosti u . Pri visoki vrednosti u , npr. blizu ali enako 0.5, bodo kooperatorji izumrli oziroma bodo na robu izumrtja. Z nižanjem vrednosti u , se bo situacija spremenila v korist kooperatorjev. Pri $u = 0$ je začetni padec deleža kooperatorjev F_c le začasen, saj se njihova prisotnost poveča na raven, ki lahko le-ti tekmujejo z defektorji.



Rezultati na Sliki 13 temeljijo na povprečjih 20 neodvisnih izračunov ob upoštevanju $b = 1.45$ in $K = 0.1$ na 200×200 prostorski mreži. Vodoravna skala je logaritemska. Na začetku so kooperatorji v slabšem položaju, saj njihov delež (F_c) pada, kar dokazuje, da so kratkoročni učinki koevolucije takšni, da se daje prednost strategiji defekcije. Dolgoročno gledano se delež kooperatorjev začne povečevati, kar pozitivno vpliva na druge igralce -- sosede in strategija kooperacije lahko prevlada nad strategijo defekcije. Sledi, da kooperatorji lahko preživijo tudi ob višjih vrednostih b , kot bi bilo možno pri sami prostorski vzajemnosti.

Slika 14: Fazni diagrami b - K za vrednost $u = 0.5$ (zgornji panel) in $u = 0$ (spodnji panel). Zelena črta s krogi in rdeča črta s kvadrati definirata meje med fazo samih kooperatorjev (C), fazo samih defektorjev (D) in mešano fazo $C+D$. Prehodi med posameznimi fazi se dogajajo v odvisnosti od K . Pri visoki vrednosti $u = 0.5$ in srednji stopnji negotovosti $K = 0.3$ imajo kooperatorji zelo malo možnosti, da preživijo. Če pa se vrednost parametra u zniža na 0, medtem ko ostane stopnja negotovosti nespremenjena $K = 0.3$, se sposobnost preživetja kooperatorjev znatno poveča in lahko celo preživijo pri vrednosti b , ki je blizu maksimalne vrednosti 2.



Zanimivo je raziskati evolucijo kooperacije za različne vrednosti u , odvisno od negotovosti prevzema določene strategije. Stopnjo negotovosti vključimo skozi parameter K , ki smo ga definirali v Enačbi (1).

Slika 14 ponazarja fazne diagrame $b-K$ za različne vrednosti u , ki so predstavljeni na mreži in dobljeni s pomočjo Monte Carlo simulacij igre zapornikove dileme. Fazni prehodi med kooperatorji (C) \leftrightarrow $C+D$ in defektorji (D) \leftrightarrow $C+D$ pri vrednosti $u = 0$ v spodnjem panelu na Sliki 14 kažejo, da kooperatorji preživijo pri visoki vrednosti parametra b , ki je že zelo blizu njegovi maksimalni vrednosti 2. Podrobnejši rezultati so predstavljeni v izvirnem znanstvenem članku [Wang, Murks Bašič, Du, Rong & Perc 2011; Priloga I/3].

4 IMPLIKACIJE ZA PODNEBNE SPREMEMBE

V odnosih med državami največkrat pride to tega, da so interesi ene države v konfliktu z interesi druge države. Najbolj drastičen primer takega križanja interesov je vojno stanje. Tu si prizadeva vsaka prizadeta stran, da bi čimprej in na najbolj temeljit način uničila ali vsaj začasno izločila vse sile nasprotnika. Križanje interesov ponavadi poimenujemo kar konfliktna situacije. Teorija iger je teorija ukrepanja ravno v teh v konfliktnih situacijah [Jamnik 1973]. V naši igri zapornikove dileme si namesto igralcev predstavljamo posamezne države. Zelo pomembno dejstvo je, da potem, ko je sodelovanje vzpostavljeno v svetu konfliktnih situacij, je treba sodelovanje ohraniti. Medsebojno sodelovanje ostane stabilno, če je prihodnost relativno pomembnejša od sedanjosti.

Vsaka država je na boljšem, če si bodo vsi delili koristi javnih dobrin. Podnebje je zagotovo javna dobrina, pri kateri se pojavljajo problemi lastništva in delitve stroškov. Naučiti se moramo kako sodelovati na globalni ravni in kako spoštovati mnenja drugih udeležencev. Učinkovit globalni podnebni dogovor naj bi dopuščal različne vzorce obnašanja za sodelujoče države, a vse skupaj mora biti definirano v smeri dolgoročnega vzajemnega sodelovanja [Murks Bašič 2011a].

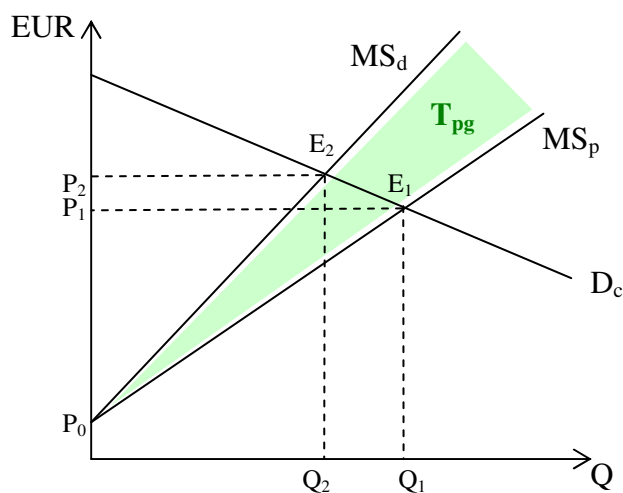
Negativni zunanji stroški, ki se pojavijo pri javnih dobrinah, se lahko odpravijo z ekonomskimi ali socialnimi instrumenti. Med slednje spadajo posebni dogovori med udeleženci. Pri ekonomskih instrumentih imamo na voljo dva pristopa: tradicionalni Pigoujev pristop in moderni Coaseov pristop. Pigou predvideva obdavčitev oziroma drugo finančno kaznovanje onesnaževalca (ekološki davki, subvencije, trgovanje z emisijskimi kuponi). Coase pravi, da so ekološki problemi posledica neustrezno določenih lastninskih pravic, ki jih

je treba jasno določiti. Pigou je za aktivno in Coase za pasivno vlogo države [Murks 2010; Murks Bašič 2011b].

Pigou zagovarja pristop, da naj bi bilo najboljše ponotranjenje negativnih zunanjih stroškov doseženo z uvedbo davka v višini zunanjih stroškov za onesnaževalce. Na Sliki 15 prikazujemo Pigoujev davek na primeru cestnega prometa, ki spada med največje onesnaževalce zraka v prometnem sektorju in hkrati predstavlja največji izziv za prihodnost.

Predpostavimo, da država uvede mejni davek v višini zunanjih stroškov za vsako količino cestnega prometa. Mejni zasebni strošek se bo izenačil z mejnim stroškom družbe. Z ekološkim davkom, bo prometna industrija proizvedla količino Q_2 , kjer je mejni strošek (vključno z davkom) izenačen z mejnim prihodkom. Pod Q_2 , je za industrijo dodatni prihodek višji od dodatnega stroška -- obseg aktivnosti se povečuje. Nad Q_2 pa je dodatni prihodek nižji od dodatnega stroška -- obseg aktivnosti se zmanjšuje. Pigoujev davek v tem primeru reši problem negativne eksternalije ali negativnih zunanjih ekoloških stroškov.

Slika 15: Pigoujev davek



Simboli:

D_c – povpraševanje po cestnem prometu;

MS_p – mejni zasebni stroški;

MS_d – mejni družbeni stroški;

Q – količina aktivnosti;

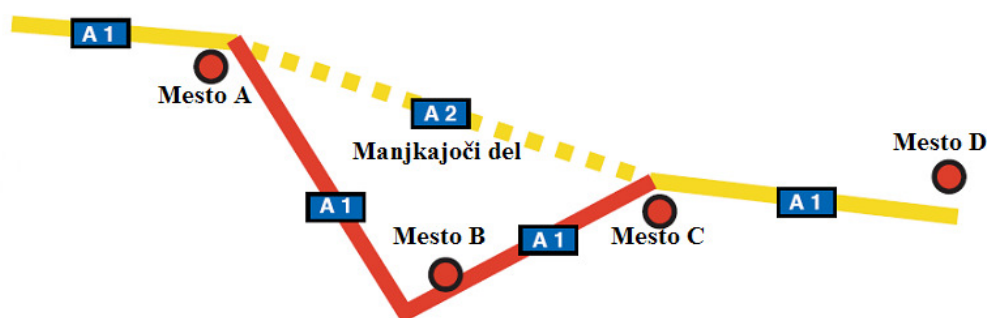
T_{pg} – Pigoujev davek.

Vir: Schmidtchen *et al.* (2007).

Coase je poudaril, da družbena optimalna rešitev na področju negativnih ali škodljivih zunanjih učinkov vključuje obnašanje tako žrtev kot tudi onesnaževalcev. Kadar lahko žrtve zmanjšajo negativne učinke na stroškovno učinkovitejši način kot onesnaževalci, je optimalno za žrtve, da dejansko to tudi izvedejo. Coase teorem pravi, da je probleme negativnih zunanjih učinkov mogoče odpraviti s posebnimi dogovori [Murks 2002].

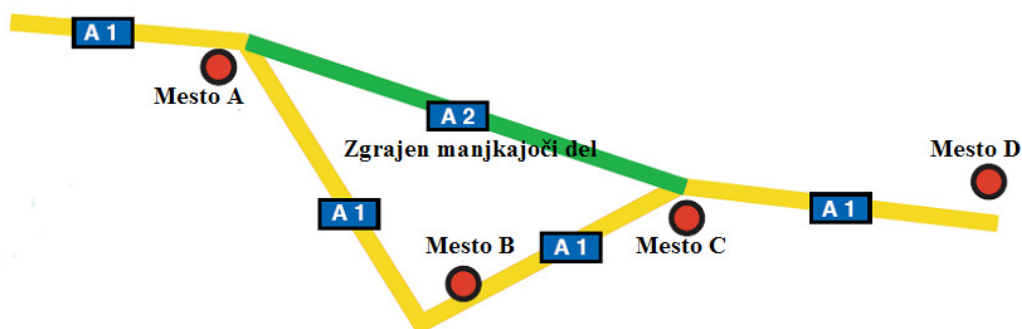
Slika 16 prikazuje, da bodo morali tovornjaki od mesta A do mesta D, brez neposredne avtocestne povezave, prevoziti kar nekaj dodatnih kilometrov skozi mesti B in C ter na ta način porabili več goriva in proizvedli višje emisije.

Slika 16: Pigoujev pristop k reševanju ekološkega problema v cestnem prometu



Po Pigoujevem pristopu bodo lastniki tovornjakov obremenjeni z dodatnim ekološkim davkom, ki ga bodo seveda prenesli na stranke, rezultat bodo višje cene proizvodov in storitev. Prav tako se emisije ne zmanjšajo, saj ostane aktivna daljša avtocestna poveza. Rezultat so negativni ekonomski in ekološki učinki.

Slika 17: Moderni ekonomski pristop -- Coase teorem -- k reševanju ekološkega problema v cestnem prometu



Izhodišča situacija na Sliki 17 je enaka izhodiščni situaciji na Sliki 16, ko morajo tovornjaki od mesta A do mesta D prevoziti dodatne kilometre skozi mesti B in C ter tako povzročijo višje emisije in porabijo več goriva. Izvede se analiza stroškov in koristi, katere rezultat je izgradnja manjkajočega avtocestnega dela -- zelena črta. Zunanji stroški obvoza so višji kot znašajo družbeni, ekološki in ekonomski stroški izgradnje neposredne avtocestne povezave. Rezultat so pozitivni ekonomski in ekološki učinki.

Primer, ki ga prikazujemo na Slikah 16 in 17 bi lahko zelo koristno uporabili tudi za Slovenijo, ki se sooča s problemom tranzitnega prometa. Reševanje ekoloških problemov s prikazanim primerom in dopolnilno uporabo ekonomskih instrumentov pa žal ne bo dovolj dobro za bodoče generacije. Potrebna bo preusmeritev na večjo uporabo javnega načina prevozov in železniškega prometa, ki je bil v zadnjih letih kar precej zapostavljen, tako potniški kot tovorni. Poudarek bo na vlogi železniškega prometa in njegov potencialni prispevek k zmanjševanju povečanih negativnih ekoloških učinkov celotnega prometnega sektorja. V sektorju prometa je sicer viden napredek na področju učinkovitejše rabe energije in emisijske intenzivnosti toplogrednih plinov, ampak premalo je bilo narejenega, da bi se nadomestila progresivna rast prometnih aktivnosti [CER 2009].

Število avtomobilov drastično narašča in koristi na področju energetske učinkovitosti so manjše kot je bilo sprva pričakovano. Tehnologija lahko zagotovi nekatera zmanjšanja emisij, vendar ne vseh. Emisije toplogrednih plinov v sektorju prometa kažejo na stalno rast, kljub izboljšavam v energetske učinkovitosti različnih prevoznih načinov in vse večji uporabi nefosilnih goriv.

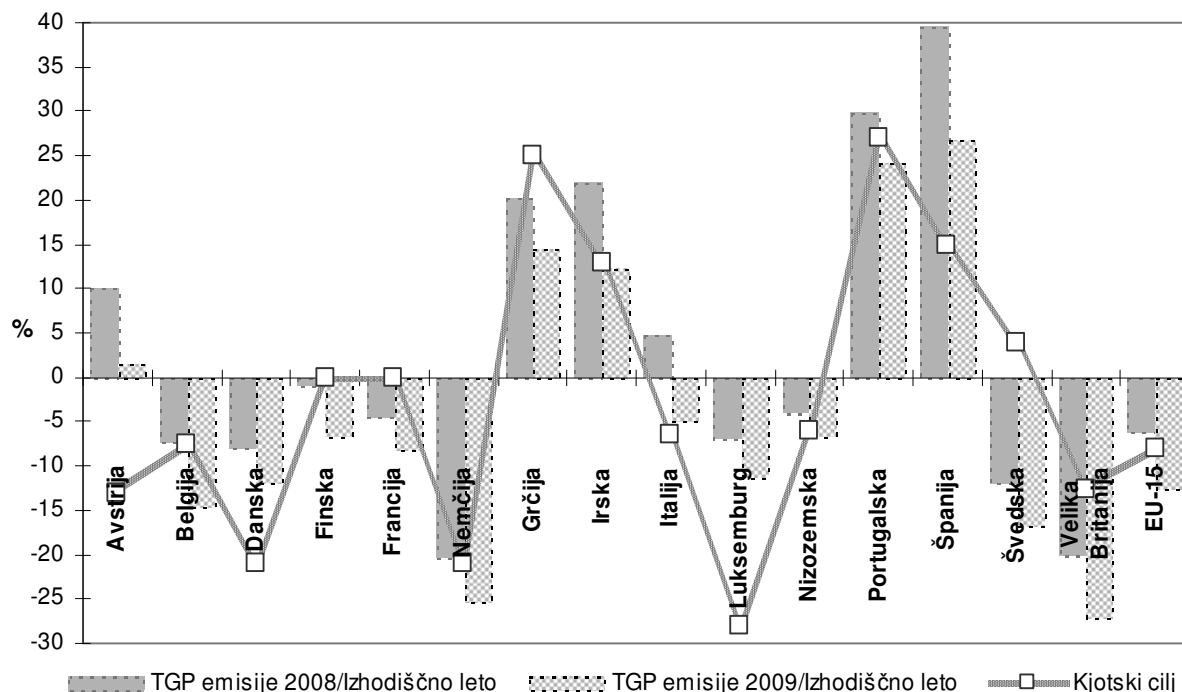
Emisije toplogrednih plinov iz prometa (brez upoštevanja mednarodnega letalskega prometa in pomorskega prometa) so se v obdobju 1990 – 2007 povečale za 28% v EEA-32 državah članicah in za 26% v EU-27 državah članicah. V Sloveniji so se emisije toplogrednih plinov iz prometa v enakem obdobju povečale za 97%, kar je celo za 33% več kot v letu 2005 in s tem Slovenija ostaja na vrhu povečanih emisij [EEA 2008; EEA 2010c]. Žal je povpraševanje po prometu izničilo vse izvedene izboljšave. Zelo pomembne so torej spremembe v obnašanju na globalni ravni, če želimo doseči pozitivna neto zmanjšanja emisij.

4.1 Globalne podnebne aktivnosti

Kjotski protokol, ki je stopil v veljavo 16. februarja 2005 in se začel izvajati s 1. januarjem 2008, pomeni odločilen korak v smeri izvajanja mednarodne podnebne aktivnosti. Protokol je uspešen v definiranju niza mednarodnih pravil, tržnih fleksibilnih mehanizmov in skladov za obvladovanje podnebnih sprememb. Kjotski protokol zahteva od industrijskih držav, da v povprečju zmanjšajo emisije toplogrednih plinov (TGP) za več kot 5,2% v obdobju 2008-2012 glede na izhodiščno leto 1990. Slovenija je Kjotski protokol podpisala 21. oktobra 1998 in ratificirala 21. junija 2002 [UL RS 2007/42] ter se tako zavezala zmanjšati emisije TGP za 8% v obdobju 2008-2012 glede na izhodiščno leto 1986.

Glavni cilj je doseči globalno trajnostno gospodarstvo, ki pomeni poslovno priložnost, predvsem v smislu tehnoloških inovacij, ki lahko še naprej omogočajo gospodarsko rast in ustvarjanje novih delovnih mest. Evropa se je trdno odločila, da bo prednosti takšnih bodočih poslovnih priložnosti v celoti izkoristila [Murks 2009a].

Slika 18: Izpolnjevanje Kjotskih ciljev za stare države članice EU-15 (v odstotkih)



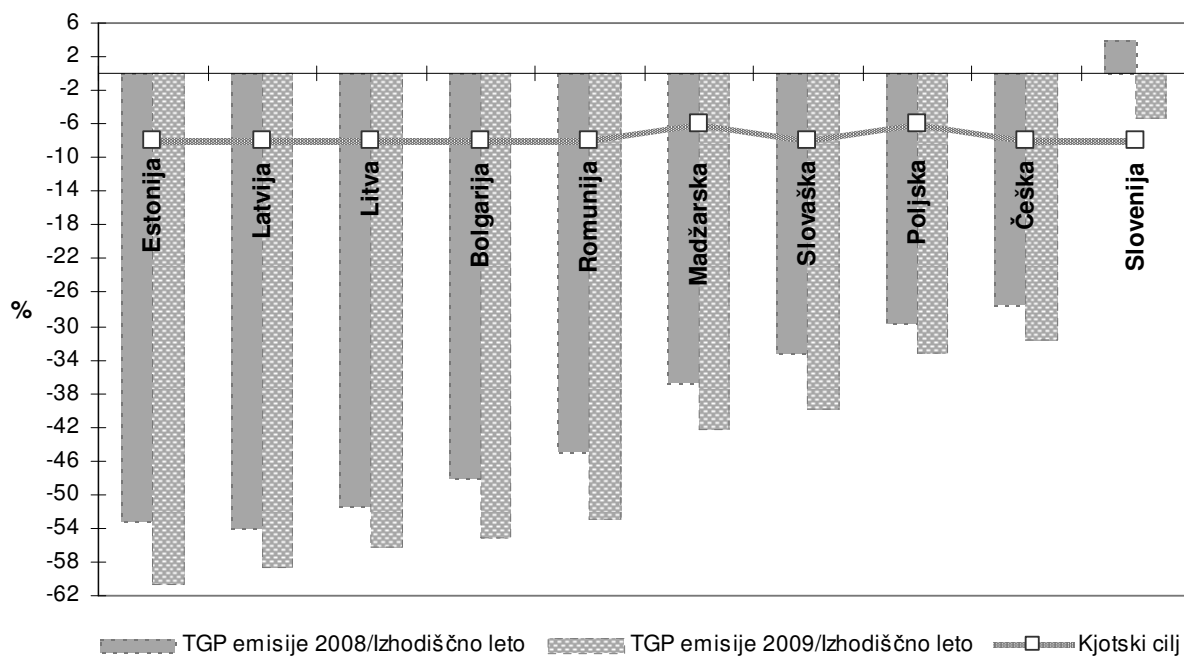
Vir podatkov: EEA (2010a), EEA (2011), UNFCCC (2010) in lastni izračuni.

Izpolnjevanje zastavljenih ciljev Kjotskega protokola je zelo različno od države do države. Po podatkih o emisijah TGP za leto 2008 za stare članice EU-15 (Slika 18) kar devet članic ne izpolnjuje Kjotskega cilja: Avstrija, Belgija, Danska, Irska, Italija, Luksemburg, Nizozemska, Portugalska in Španija, medtem ko le šest starih članic izpolnjuje zastavljeni cilj: Finska, Francija, Grčija, Nemčija, Švedska in Velika Britanija [EEA 2010a].

Zaradi globalne gospodarske krize se je situacija v letu 2009 malenkost izboljšala, saj so Kjotski cilj izpolnjevale še štiri dodatne države članice EU in sicer: Belgija, Irska, Nizozemska in Portugalska. Preostalih pet držav članic EU pa še vedno ne izpolnjuje Kjotskega cilja -- Avstrija, Danska, Italija, Luksemburg in Španija. Skupne emisije TGP držav članic EU-15 so bile v letu 2008 oddaljene od Kjotskega cilja za 1,5%, medtem ko so v letu 2009 celo presegle Kjotski cilj za 4,7% [EEA 2011].

Podatki o emisijah TGP za leti 2008 in 2009 kažejo, da je Slovenija edina država, ki med novimi članicami EU-10 ne izpolnjuje Kjotskega cilja (Slika 19), kar pomeni, da domači ukrepi za zmanjšanje emisij TGP niso dovolj učinkoviti [Murks & Perc 2010].

Slika 19: Izpolnjevanje Kjotskih ciljev za nove države članice EU-10 (v odstotkih)



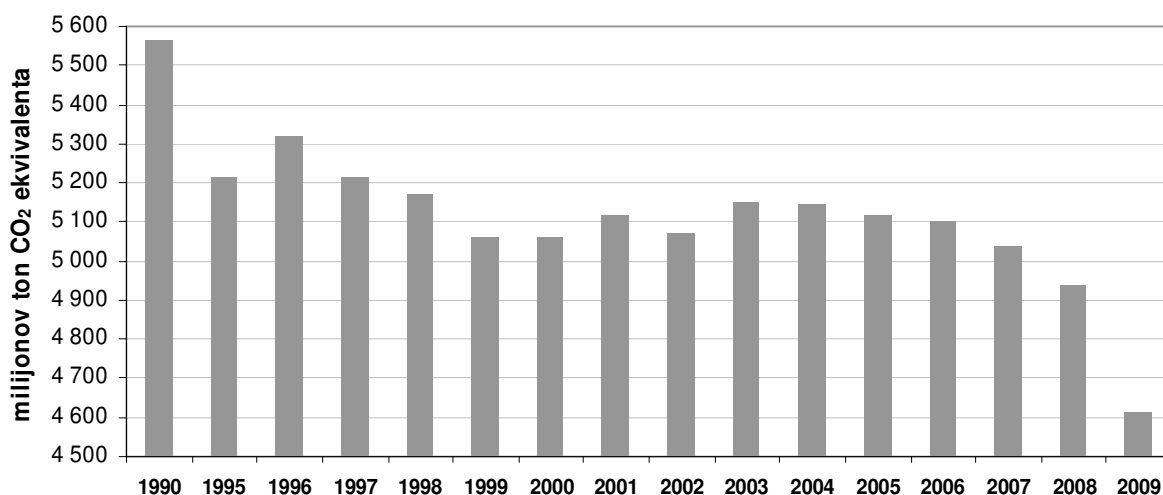
Vir podatkov: EEA (2010a), EEA (2011), UNFCCC (2010) in lastni izračuni.

Rezultati podrobnejše analize kažejo, da je Estonija najuspešnejša z vidika odstotnega zmanjšanja emisij TGP, saj je povprečno v obdobju 2008-2009 zmanjšala emisije za 56,8% glede na izhodiščno leto. Z vidika absolutnega zmanjšanja emisij TGP je bila najuspešnejša Poljska, ki je povprečno v obdobju 2008-2009 zmanjšala emisije za 177,15 milijonov ton CO₂ v primerjavi s proizvedeno količino emisij v izhodiščnem letu [EEA 2011].

V skladu z zadnjimi projekcijami slovenskih povprečnih emisij TGP za obdobje 2008-2012, naj bi se le-te gibale na ravni 21,11 milijonov ton CO₂ ekvivalenta. Napovedane slovenske emisije TGP presegajo Kjotski cilj za 1,07 milijonov ton CO₂ ekvivalenta. Kjotski fleksibilni mehanizmi bodo Sloveniji omogočili izpolnitev Kjotskega cilja, kar pomeni, da bo naša država neto kupec Kjotskih emisijskih enot [OP TGP-1 2009].

Gibanje emisij TGP v obdobju od 1990 do 2009 (brez upoštevanja ponorov) prikazujemo na Sliki 20. Ponor je proces, aktivnost ali mehanizem, ki iz ozračja odstranjuje TGP in povečuje količino ogljika v biomasi. Primer ponorov so gozdne površine ter učinki spremembe rabe zemljišč in gozdarskih dejavnosti.

Slika 20: Gibanje emisij toplogrednih plinov v obdobju od 1990 do 2009 v EU-27 (v milijonih ton CO₂ ekvivalenta brez upoštevanja ponorov)



Vir podatkov: EEA (2010a), EEA (2011) in lastni izračuni.

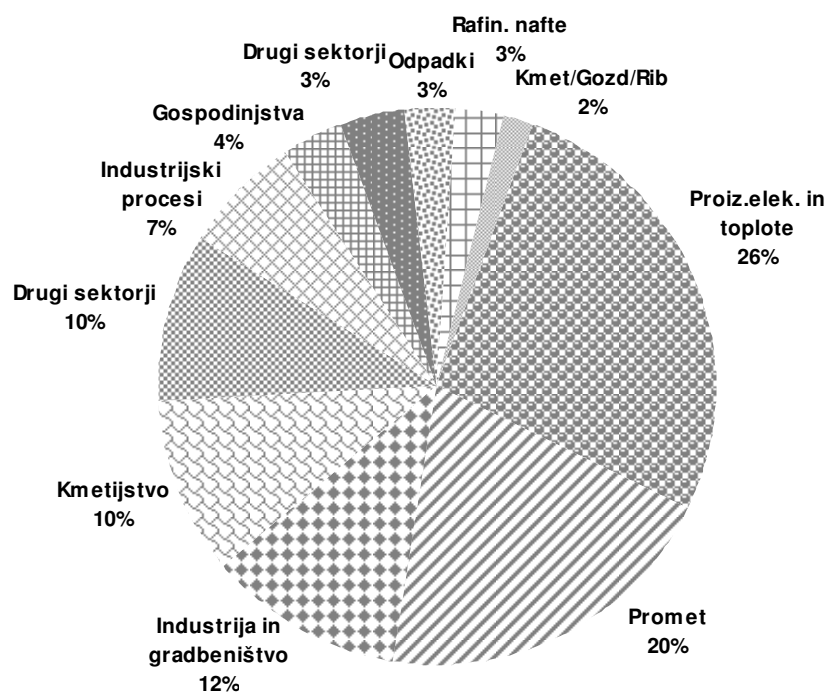
Trend gibanja emisij TGP je pozitiven, saj od leta 2003 naprej emisije konstantno padajo. Največji padec je prisoten v letu 2009 glede na leto 2008, kjer lahko kot glavni vzrok

navedemo globalno gospodarsko krizo, ki je zmanjšala vsesplošno gospodarsko aktivnost in posledično povzročila manjše emisije TGP v vseh državah članicah EU.

V letu 2009 so bile skupne emisije TGP držav članic EU-27 za 17,4% nižje glede na leto 1990, kar je zelo blizu evropskemu cilju, ki je bil zastavljen v višini 20% zmanjšanje emisij TGP do leta 2020. Skupne emisije TGP na ravni EU-27 so se v letu 2009 glede na leto 1990 zmanjšale za 974,3 milijonov ton CO₂ ekvivalenta, od tega opazimo največje znižanje v sektorjih proizvodnje električne energije in toplote (–232,3 milijone ton), industrije brez proizvodnje železa in jekla (–227,7 milijonov ton), gospodinjstev (–117,3 milijone ton) ter proizvodnje železa in jekla (–105,1 milijon ton). Žal ostaja problematičen sektor cestnega prometa, kjer so se emisije TGP povečale za 164,8 milijonov ton CO₂ ekvivalenta.

Kopičenje zalog toplogrednih plinov v ozračju (ogljikov dioksid, metan, dušikovi oksidi in drugi plini, ki izvirajo iz različnih industrijskih procesov) so v največji meri posledica človeških aktivnosti. Posamezni viri emisij TGP so prikazani na Sliki 21, kjer med največje vire emisij spadajo proizvodnja električne energije in toplote, promet in industrija.

Slika 21: Emisije toplogrednih plinov v EU-27 za leto 2009, glede na vir (v odstotkih)



Vir podatkov: EEA (2010a), EEA (2011) in lastni izračuni.

Spodbudno je, da Kjotski protokol niso ratificirale samo države članice EU, ampak tudi druge države. V Tabeli 5 prikazujemo trenutno stanje izpolnjevanja Kjotskega protokola in sicer po podatkih o emisijah TGP za leto 2009.

Ali bo Kjotski protokol izpolnjen ali ne, bo znano šele po poročanju podatkov o proizvedenih emisijah TGP za leto 2012. Zastavljeni Kjotski cilj se namreč nanaša na povprečne emisije TGP v obdobju 2008-2012. Po podatkih o emisijah TGP za leto 2009, Kjotskega cilja ne izpolnjujejo naslednje države: Avstralija, Kanada, Islandija, Japonska, Liechtenstein, Norveška, Nova Zelandija, Slovenija in Švica, ki smo jih v Tabeli 5 osenčili. Medtem ko, druge države vključene v Aneks B Kjotskega protokola trenutno izpolnjujejo ratificirane cilje.

Tabela 5: Izpolnjevanje Kjotskega protokola v letu 2009

Država	Kjotski cilj v %	Δ emisij TGP (2009/izhodiš. leto*) v %
Avstralija	+8,0	+30,5
Belorusija	-8,0	-36,9
Bolgarija	-8,0	-52,2
Kanada	-6,0	+16,9
Hrvaška	-5,0	-8,2
Češka	-8,0	-32,0
Estonija	-8,0	-59,0
<i>EVROPSKA UNIJA (EU-15)</i>	<i>-8,0</i>	<i>-12,7</i>
Madžarska	-6,0	-41,5
Islandija	+10,0	+35,2
Japonska	-6,0	-4,5
Latvija	-8,0	-59,7
Liechtenstein	-8,0	+7,8
Litva	-8,0	-56,2
Monako	-8,0	-15,7
Norveška	+1,0	+3,1
Nova Zelandija	0	+19,4
Poljska	-6,0	-33,2
Romunija	-8,0	-53,8
Rusija	0	-35,6
Slovaška	-8,0	-41,4
Slovenija	-8,0	-4,4
Švica	-8,0	-2,2
Ukrajina	0	-60,2

Opomba: * Izhodiščna leta po Kjotskem protokolu se razlikujejo od države do države. Slovenija si je izbrala izhodiščno leto 1986 za CO₂, CH₄ in N₂O in leto 1995 za F-pline. Druge države so si izbrale izhodiščna leta 1987, 1988, 1989 in 1990 za CO₂, CH₄ in N₂O. Za F-pline so si druge države izbrale izhodiščni leti 1990 in 1995, le Romunija si je izbrala leto 1989.

Vir podatkov: UNFCCC (2009), UNFCCC (2010), UNFCCC (2011) in lastni izračuni.

Če pa pogledamo povprečne emisije v letih 2008 in 2009 ter jih primerjamo z emisijami v izhodiščnem letu ugotovimo, da je situacija v omenjenih letih dokaj podobno situaciji v letu 2009. Hrvaška je edina država, ki na osnovi povprečnih emisij TGP 2008-2009 ne izpolnjuje Kjotskega cilja, medtem ko na osnovi emisij TGP proizvedenih samo v letu 2009 le-tega izpolnjuje, kar je lepo razvidno v Tabeli 5. Stanje na področju izpolnjevanja ciljev Kjotskega protokola pri ostalih državah v letu 2009 in v obdobju 2008-2009 ostaja nespremenjeno.

4.1.1 Preskrba z energijo na svetovni ravni

Sistem izmenjuje energijo z okolico v obliki toplote in dela. V vsakdanjem življenju potrebujemo toploto za ogrevanje prostorov, pripravljanje hrane, segrevanje vode za umivanje, kopanje in pomivanje posode ter delo za potovanje, poganjanje strojev in taljenje kovin. Z energijo moramo varčevati in poiskati nove energetske vire, saj bo v prihodnosti energije zagotovo primanjkovalo [Strnad 1989].

Skupaj potrebujemo na svetu približno $4,9 \cdot 10^{20}$ joulov (podatki za leto 2006), bodisi kot toploto ali delo. V obravnavanem letu je živel na svetu okrog 6,531 milijard ljudi, kar pomeni, da je vsak prebivalec zemlje v povprečju porabil 2420 joulov oziroma drugače povedano, povprečna moč, ki jo rabi vsak Zemljan noč in dan je približno 2,4 kW. Zanimive so napovedi glede povprečne moči. Za leto 2020 se napoveduje, da naj bi vsak Zemljan noč in dan porabil približno 2,7 kW in leta 2030 naj bi znašala njegova poraba približno 2,8 kW. Ob tem naj bi se poraba energije povečala za 13,5% in prebivalstvo za 8,5% [IEA 2008].

Z energijsko preskrbo se ukvarja energetska dejavnost. Glavni vir energije še vedno ostajajo fosilna goriva. Njihove zaloge so omejene in koliko časa še bodo trajale, je odvisno od naraščanja porabe energije in od odkritij novih zalog ter od izboljšanja tehnoloških postopkov.

Električna energija spada med najbolj rastoče oblike končne oblike porabe energije na svetu. Neto svetovna proizvodnja električne energije naj bi se v povprečju povečala za 2,3% na leto v obdobju 2007-2035. Medtem ko naj bi se svetovno povpraševanje po energiji v enakem obdobju v povprečju povečalo za 1,4% na leto. Gibanje svetovne proizvodnje električne energije v obdobju 2007-2035 glede na vrsto goriva prikazujemo v Tabeli II/1 (Priloge II).

Zaradi izčrpanja zalog fosilnih goriv in zaradi varovanja naravnega okolja se iščejo vedno novi viri energije, ki spadajo med t.i. obnovljive vire energije in med katere spadajo vodna, vetrna, geotermalna in sončna energija. Slednje zelo jasno kažejo podatki v Tabeli II/1 (Priloge II), saj opazimo največji porast proizvodnje električne energije iz obnovljivih virov energije. K dolgoročnemu cilju spadajo tudi energetske varčne aktivnosti, ki naj bi pripomogle k lažjemu varovanju našega okolja. Pri sežiganju fosilnih goriv nastanejo snovi, ki naše okolje onesnažujejo, največji delež zavzemajo emisije ogljikovega dioksida.

4.1.2 Energija in ogljikov dioksid

Svetovne emisije ogljikovega dioksida (CO₂) povezane s proizvodnjo in porabo energije naj bi se povečale iz 29,7 milijarde ton v letu 2007 na 33,8 milijarde ton v letu 2020 in kar na 42,4 milijarde ton v letu 2035, kar kaže na 43% rast v napovednem obdobju. Največji porast emisij naj bi se zgodil v državah v razvoju, ki ne spadajo v OECD skupino držav in sicer naj bi se njihove emisije CO₂ v obdobju 2007-2035 kar podvojile [EIA 2010]. Gibanje svetovnih emisij CO₂, ki so povezane z izgorevanjem fosilnih goriv, po posameznih regijah prikazujemo v Tabeli II/2 (Priloge II).

Države za merjenje emisijske učinkovitosti vse več uporabljajo t.i. indikator emisijske intenzivnosti, ki je izražen v proizvedenih emisijah CO₂ na enoto proizvedenega bruto domačega proizvoda (BDP). V nadaljevanju bomo pokazali, da je lahko uporaba tega indikatorja zavajajoča, saj ne pokaže dejanskega stanja izvajanja ukrepov na področju zmanjševanja emisij CO₂.

Proizvodnja električne energije in toplote spadata med največje vire emisij toplogrednih plinov in s tem tudi emisij CO₂, zato se bomo zaenkrat osredotočili na energetske sektor. Emisijska intenzivnost preskrbe z energijo (CO₂/E) je enota, ki povezuje proizvedeno količino emisij CO₂ z enoto porabljene energije. Količina proizvedenih emisij CO₂ je odvisna od energetskega vira, kjer velja, da je premog emisijsko najintenzivnejše gorivo, sledita nafta in plin. Jedrska energija in nekateri obnovljivi viri energije (npr. sončna, vodna in vetrna) so CO₂ nevtralni, ker ne ustvarjajo emisij CO₂. Energetska intenzivnost gospodarske aktivnosti (E/BDP) je enota, ki meri porabo energije na enoto gospodarske aktivnosti, izraženo z BDP. Slednji indikator povezuje spremembe v porabi energije s spremembami gospodarske

aktivnosti. Poraba energije in gospodarska rast se ponavadi gibljeta sorazmerno, čeprav je njuna stopnja lahko različna. Če združimo oba opisana indikatorja, pridemo do indikatorja emisijske intenzivnosti (CO_2/BDP). Gibanje svetovnih emisij CO_2 zaradi izgorevanja fosilnih goriv glede na enoto BDP, ki je izražen v USD, prikazujemo v Tabeli II/3 (Priloge II).

V napovednem obdobju 2020 - 2035 vse obravnavane države beležijo padec emisij CO_2 na enoto BDP glede na referenčno leto 2007. Absolutni podatki pa kažejo, da naj bi emisije CO_2 zmanjšale le Evropa, Japonska, ZDA in delno Kanada. S tem lahko potrdimo, da je bil Kjotski cilj učinkovito zastavljen, saj zahteva od držav podpisnic absolutna zmanjšanja emisij TGP. Emisijski indikatorji so torej lahko le splošno merilo za spremljanje emisijske učinkovitosti, vendar je treba gledati na rezultate z veliko mero previdnosti in obvezno v povezavi z absolutnimi podatki. Absolutne emisije namreč lahko kažejo naraščajoči trend, medtem ko bo emisijska intenzivnost BDP kazala trend padanja.

V Tabeli II/3 (Priloge II) smo prikazali trend gibanja emisijske intenzivnosti BDP, ki smo ga izračunali na osnovi podatkov referenčnega scenarija. Za primerjavo smo upoštevali podatke iz dveh scenarijev -- scenarij visoke gospodarske rasti in scenarij nizke gospodarske rasti.

Scenarij visoke gospodarske rasti upošteva pribitek 0,5 odstotne točke k letni stopnji rasti referenčnega scenarija posamezne države ali regije. Medtem ko scenarij nizke gospodarske rasti upošteva odbitek 0,5 odstotne točke glede na letno stopnjo rasti referenčnega scenarija posamezne države ali regije.

Svetovne emisije CO_2 naj bi se po scenariju visoke gospodarske rasti povprečno povečale za 1,7% na leto v obdobju 2007-2035, od tega v OECD državah za 0,5% in v ne-OECD državah za 2,4%. V scenariju nizke gospodarske rasti naj bi se svetovne emisije CO_2 v povprečju povečale za 1% na leto v obdobju 2007-2035, od tega beležimo potencialni padec le-teh v OECD državah za -0,1% in porast v ne-OECD državah za 1,6%. Podatki v referenčnem scenariju kažejo porast svetovnih emisij CO_2 v povprečju za 1,3%, od tega v OECD državah za 0,1% in v ne-OECD državah za 2% (EIA 2010).

Podatki o emisijski intenzivnosti ($\text{kg CO}_2/\text{BDP}$ v USD) za vse tri vrste scenarijev so prikazani v Tabeli II/4 (Priloge II). Osredotočili smo se na ZDA, OECD Evropa, skupaj OECD in skupaj ne-OECD. V vseh opazovanih državah/regijah je emisijska intenzivnost nižja v

scenariju visoke gospodarske rasti. Zakaj? V scenariju visoke gospodarske rasti je naraščanje gospodarske aktivnosti (BDP) hitreje od naraščanje emisij CO₂. Emisije CO₂ so v scenariju nizke gospodarske rasti manjše od emisij CO₂ v scenariju visoke gospodarske rasti, vendar pa je tudi stopnja rasti BDP veliko bolj počasnejša pri nizki gospodarski rasti in rezultat je višja emisijska intenzivnost.

Sklepna ugotovitev: po trenutnih napovedih je Evropa edina regija, ki beleži dejanski padec emisij CO₂ v obravnavanih scenarijih, čeprav pa vse opazovane države/regije beležijo padec emisijske intenzivnosti, vendar na račun progresivne rasti BDP.

Glede na predlagane cilje zmanjševanja emisij TGP s strani industrijskih držav in držav v razvoju, naj bi nov globalni podnebni dogovor temeljil na pravilih, ki bodo veliko bolj "mehkejša" od pravil Kjotskega protokola. Industrijske države so predlagale emisijske cilje v smislu absolutnih ciljev, medtem ko so države v razvoju predlagale relativne emisijske cilje (npr. Kitajska je posredovala predlog, da bo zmanjšala emisijsko intenzivnost BDP za 40-45% do leta 2020 glede na leto 2005). V nadaljevanju bomo izvedli ekonometrično analizo, s katero bomo dokazali, da so relativni emisijski cilji zavajajoči.

4.1.3 Ekonometrična analiza emisijske intenzivnosti BDP

Pri ekonometrični analizi bomo uporabili metodo navadnih najmanjših kvadratov (angl. "ordinary least squares - OLS"). Za metodo OLS smo se odločili, ker velja za najbolj pogosteje uporabljeno metodo določevanja regresijskih koeficientov. OLS je metoda linearne regresije, ki temelji na načelu minimizacije vsote kvadratov napak (odmikov, ostankov, rezidualov) med dejanskimi in ocenjenimi vrednostmi, kar lahko zapišemo v obliki matematične formule:

$$\sum e_i^2 = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2, \quad (7)$$

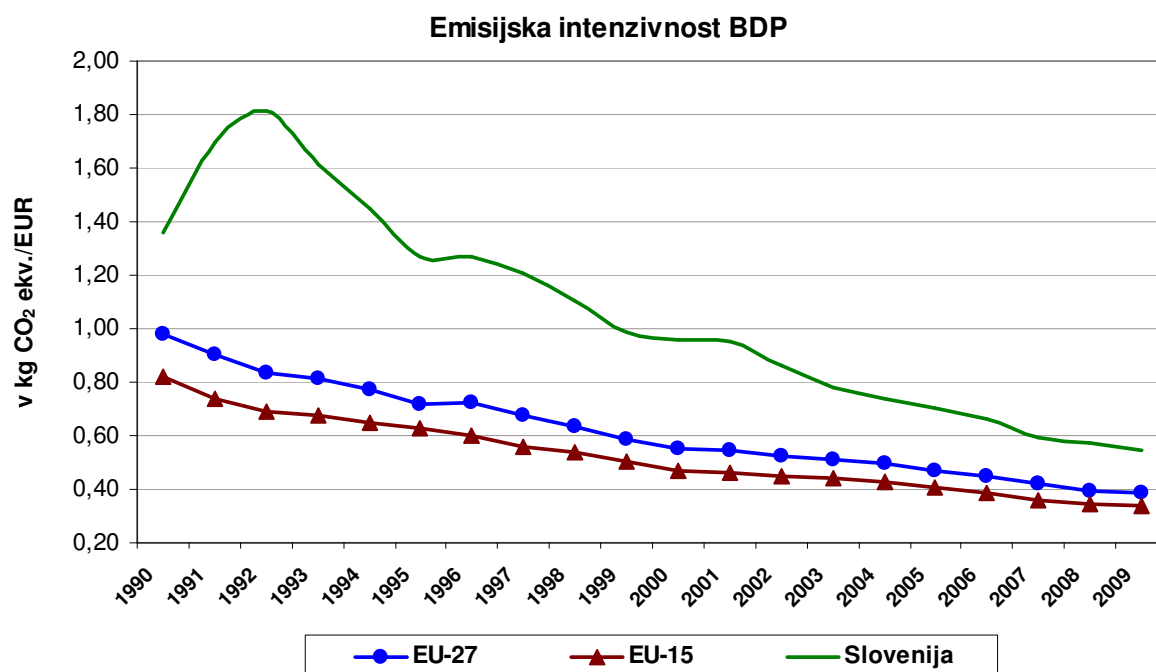
kjer predstavlja e_i napako regresijskega modela vzorčnih podatkov, Y_i dejansko vrednost odvisne spremenljivke pri opazovanju i in \hat{Y}_i ocenjeno vrednost odvisne spremenljivke pri opazovanju i , ki jo dobimo na podlagi modela.

Metoda OLS je velikokrat imenovana za kraljico metod ocenjevanja regresijskih koeficientov, je namreč NENALICE (nepriistranska – najboljša – linearna cenilka) ali angl. BLUE ("best – linear – unbiased estimator"). Regresijska analiza mora izpolnjevati določene predpostavke, če želimo, da bo cenilka regresijskih koeficientov BLUE. Če te predpostavke niso izpolnjene, so lahko rezultati opravljene regresijske analize hudo napačni in zavajajoči. Pri naši ekonometrični analizi smo predpostavke brezpogojno upoštevali.

Osnovo za specifikacijo ekonometričnega modela predstavljajo podatki prikazani na Slikah 22, 23 in 24. Ekonometrična analiza je bila izvedena za države članice EU-27 in Slovenijo.

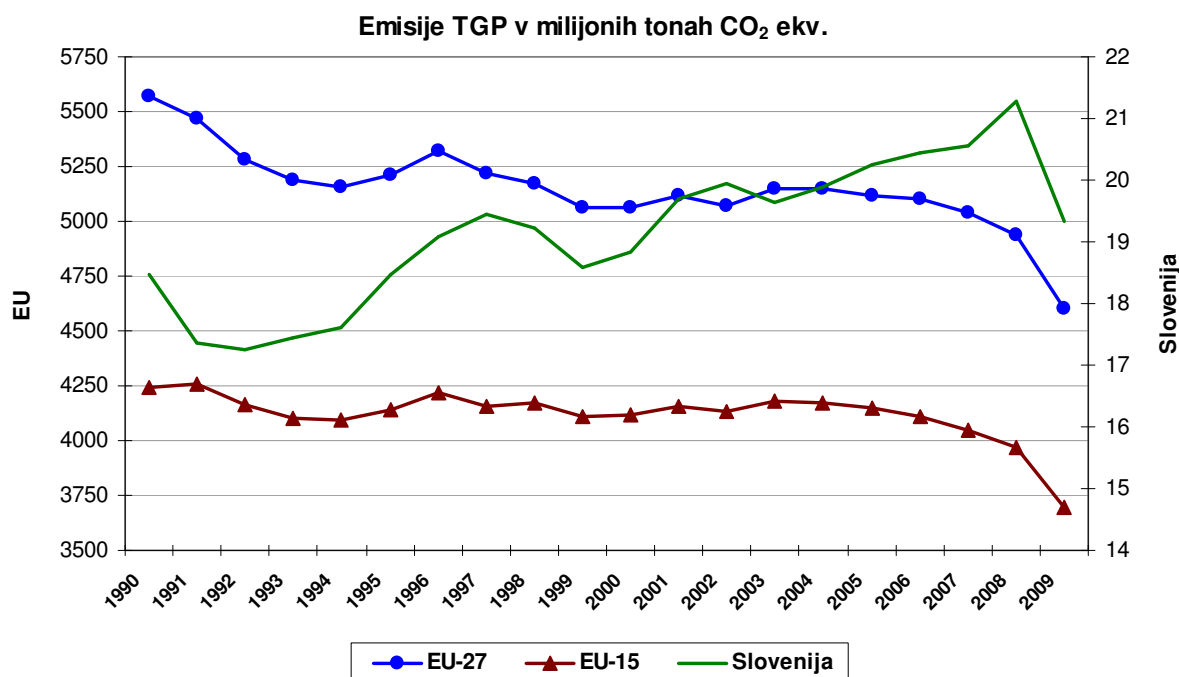
Podatki za države članice EU-15 in EU-27 kažejo dokaj podobne vzorce obnašanja, zato smo se zaradi preglednejše analize odločili za modeliranje samo na ravni držav članic EU-27. Testno smo izvedli regresijsko analizo na ravni držav članic EU-15 in rezultati so bili identični rezultatom na ravni držav članic EU-27. Slovenijo pa smo izbrali zaradi izrazito padajočega trenda emisijske intenzivnosti BDP, kljub naraščajočim emisijam TGP.

Slika 22: Emisijska intenzivnost bruto domačega proizvoda (BDP). Po podatkih za leto 2009 se Slovenija sooča z zelo visoko emisijsko intenzivnostjo BDP v višini 0,547, kar je za 41,8% več kot v EU-27 (0,386) in za 62,9% več kot v EU-15 (0,336).



Vir podatkov: Lastni izračuni.

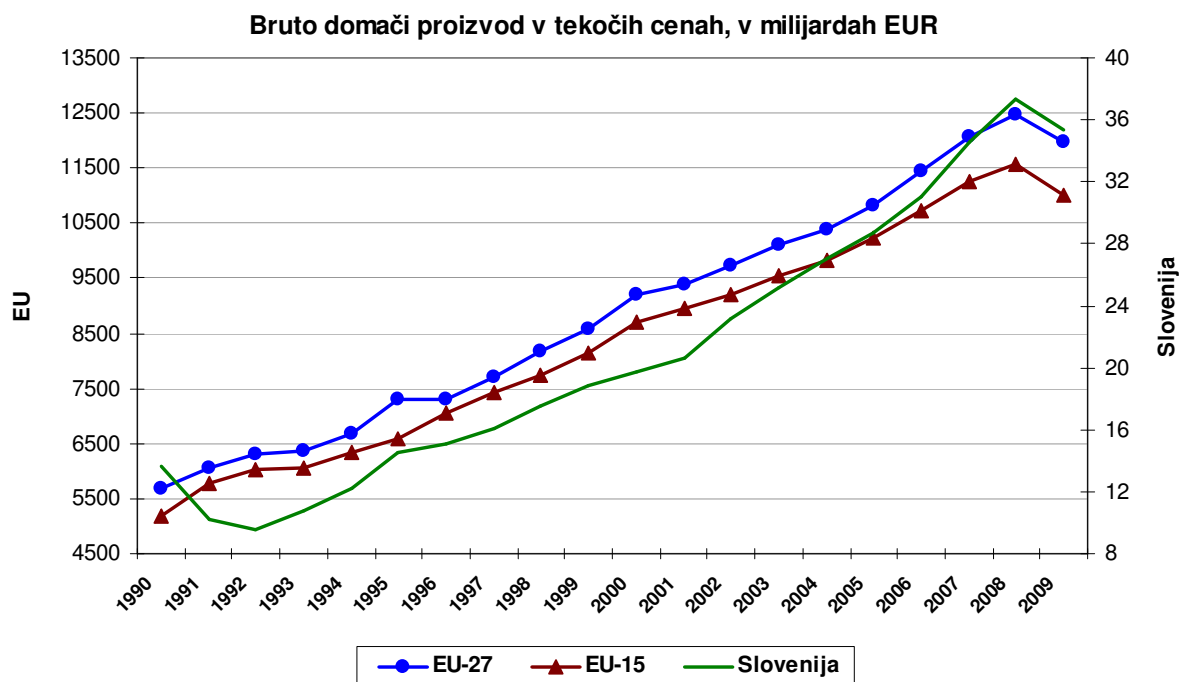
Slika 23: Gibanje emisij toplogrednih plinov v obdobju 1990-2009. Kot posledica globalne gospodarske krize, so se v letu 2009 glede na predhodno leto 2008 emisije toplogrednih plinov zmanjšale v vseh opazovanih državah: v Sloveniji za 9,14%, v EU-27 za 6,57% in v EU-15 za 6,90%.



Vir podatkov: EEA (2010b) in UNFCCC Data Interface.

Emisijska intenzivnost BDP torej lahko kaže trend padanja, v bistvu pa bodo emisije naraščale in bo njihova rast izničena ali vsaj delno nadomeščena s progresivno rastjo BDP. Upoštevali smo skupne toplogredne pline v vseh sektorjih, kljub predhodnim analizam na ravni energetskega sektorja in emisij CO₂. Kljub temu bodo rezultati modeliranja primerljivi s predhodnimi podatki, saj znaša delež emisij CO₂ v skupnih emisijah TGP kar 84%, medtem ko znaša delež emisij TGP energetskega sektorja v skupnih emisijah TGP kar 80% v vseh opazovanih državah.

Slika 24: Gibanje bruto domačega proizvoda v obdobju 1990-2009. Globalna gospodarska aktivnost je povzročila padec gospodarskih aktivnostih, kar je imelo negativni učinek na bruto domači proizvod v letu 2009. Padec bruto domačega proizvoda v letu 2009 glede na predhodno leto 2009 za opazovane države: Slovenija za 5,15%, EU-27 za 4% in EU-15 za 4,67%.

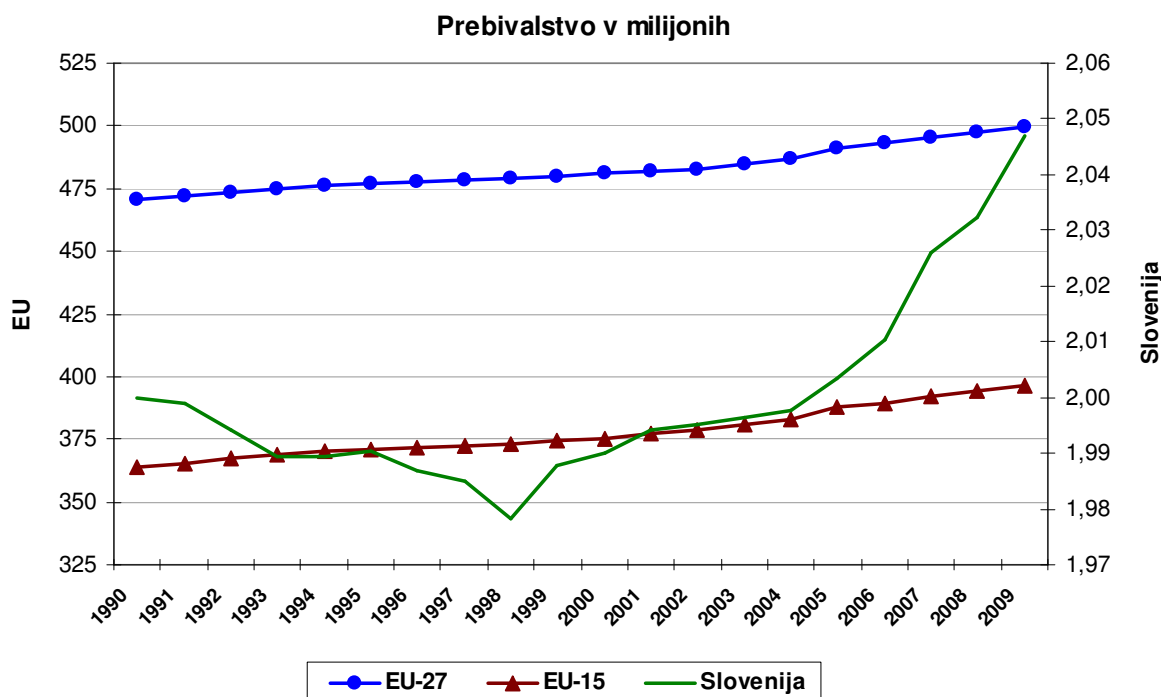


Vir podatkov: EUROSTAT (2002, 2007, 2010, 2011),
 UMAR (2010),
 Banka Slovenije (1997, 1999, 2000, 2001),
 lastni izračuni (<http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do> in
http://www.nationmaster.com/graph/eco_gdp-economy-gdp&date=1990,=1991,=1992,=1993,=1994).

Proizvodnja emisij TGP je posredno, preko gospodarske aktivnosti, povezana z gibanjem števila prebivalcev, ki je kot pojasnjevalna spremenljivka vključena v model in za katero smo izvedli analizo gibanja emisijske intenzivnosti v odvisnosti od števila prebivalcev. Na Sliki 25 prikazujemo gibanje prebivalstva v državah članicah EU-15, EU-27 in Sloveniji.

Na področju držav članic EU-27 in EU-15 beležimo stabilno rast števila prebivalcev. Slovenija kaže drugačno sliko in sicer do konca leta 1998 je bil prisoten trenda padanja prebivalstva, ki se je nato umiril in od leta 1999 naprej beležimo konstanto rast števila prebivalcev v Sloveniji.

Slika 25: Gibanje števila prebivalcev v obdobju 1990-2009 (v milijonih). V letu 1998 beležimo največji padec števila prebivalcev v Sloveniji (0,33%), v letih 2007 in 2009 pa beležimo največja dva porasta števila prebivalcev (0,77% in 0,72%).



Vir podatkov: EUROSTAT (2002, 2006, 2007, 2010, 2011), SURS (2010), IAEA (2000) in lastni izračuni.

Če primerjamo krivulji proizvedene količina emisij TGP in števila prebivalcev za Slovenijo, opazimo njuno delno sorazmerno gibanje po letu 1999. V obdobju prestrukturiranja gospodarstva, to je po letu 1990, v smislu rasti gospodarske aktivnosti -- rast BDP in posledično naraščanje emisij TGP, pa je gibanje emisij in števila prebivalcev obratno sorazmerno. Rezultat je padec emisijske intenzivnosti, saj je BDP rasel hitreje kot so naraščale emisije TGP. Takšen pojav lahko neposredno prenesemo v države v razvoju, ki se obnašajo identično kot države v tranziciji, kot je bila Slovenija v obdobju po osamosvojitvi.

Regresijska analiza se ukvarja s proučevanjem odvisnosti ene spremenljivke (odvisne spremenljivke) od ene ali več drugih spremenljivk (pojasnjevalnih spremenljivk) z namenom, da oceni povprečno vrednost prve spremenljivke od danih vrednostih drugih spremenljivk. S specifikacijo modela so definirane odvisne in pojasnjevalne spremenljivke ter predstavljena matematična oblika modela, ki je zapisana ločeno za države članice EU-27 in za Slovenijo.

Matematična oblika modela za države članice EU-27:

$$EI_{27_t} = \beta_1 + \beta_2 TGP_{27_t} + \beta_3 BDP_{27_t} + \beta_4 POP_{27_t} + \beta_5 DUMMY_GOSP_t + u_t \quad (8)$$

pri tem so:

- EI_{27_t} – emisijska intenzivnost BDP za države članice EU-27 v t-tem letu (odvisna spremenljivka);
- TGP_{27_t} – emisije toplogrednih plinov držav članic EU-27 v t-tem letu (pojasnjevalna spremenljivka);
- BDP_{27_t} – bruto domači proizvod držav članic EU-27 v t-tem letu (pojasnjevalna spremenljivka);
- POP_{27_t} – število prebivalcev v državah članicah EU-27 v t-tem letu (pojasnjevalna spremenljivka);
- $DUMMY_GOSP_t$ – strukturne spremembe gospodarstev v državah članicah EU-27 v t-tem letu (pojasnjevalna spremenljivka);
- u_t – slučajni odklon (napaka) v t-tem letu;
- β_1 – (parcialni) regresijski koeficient konstantnega člena;
- β_2 do β_4 – (parcialni) regresijski koeficienti pojasnjevalnih spremenljivk modela;
- β_5 – (parcialni) regresijski koeficient "dummy" (neprave) spremenljivke;
- t – časovne enote od leta 1990 do leta 2009.

Emisijska intenzivnost BDP za države članice EU-27 je izražena v kg CO₂ ekvivalenta na EUR bruto domačega proizvoda. Proizvedene emisije TGP za države članice EU-27 so izražene v milijonih tonah CO₂ ekvivalenta. Bruto domači proizvod v tekočih cenah za države članice EU-27 je izražen v milijardah EUR. Število prebivalcev je izraženo v milijonih.

Zapisana Enačba (8) ima obliko splošnega populacijskega regresijskega modela, ki ga ocenjujemo na podlagi regresijske funkcije vzorčnih podatkov:

$$\hat{EI}_{27_t} = b_1 + b_2 TGP_{27_t} + b_3 BDP_{27_t} + b_4 POP_{27_t} + b_5 DUMMY_GOSP_t + e_t \quad (9)$$

pri tem so:

- b_1 do b_5 – cenilke vrednosti (parcialnih) regresijskih koeficientov β_1 do β_5 ;
- e_t – ostanki ali napake regresijskega modela vzorčnih podatkov ali cenilke u_t .

Neprave ali "dummy" spremenljivke spadajo med t.i. kvalitativne spremenljivke, ki jih v regresijskem modelu uporabimo takrat, kadar ne moremo vrednostno oceniti določenega vpliva na odvisno spremenljivko. Tranzicijske države, med katere spada tudi Slovenija, so šle skozi različne faze prestrukturiranja, tovrstne kvalitativne spremembe so v obravnavanem regresijskem modelu zajete skozi nepravo spremenljivko. Splošno velja, da kadar kvalitativna sprememba ni prisotna, ima nepravna spremenljivka vrednost 0, v nasprotnem primeru ima vrednost 1. V našem regresijskem modelu torej velja:

$DUMMY_GOSP_t = 0$ označuje leta, ko spremembe v sistemu niso prisotne;

$DUMMY_GOSP_t = 1$ označuje leta, ko so spremembe v sistemu prisotne (prestrukturiranje gospodarstev tranzicijskih držav, globalna gospodarska kriza).

Regresijska funkcija vzorčnih podatkov je le ocena populacijske regresijske funkcije, ki je ne poznamo in je lahko boljša ali slabša ter lahko precenjuje ali podcenjuje vplive pojasnjevalnih spremenljivk na odvisno spremenljivko.

Računalniški izpis obravnavanega modela, ki je bil izpeljan s pomočjo programskega paketa EViews 7.2, je naslednji:

$$LS \ EI_27 \ C \ TGP_27 \ BDP_27 \ POP_27 \ DUMMY_GOSP \quad (10)$$

Časovne vrste se nanašajo na letne podatke in obsegajo obdobje od 1990 do 2009. Simboli v Enačbi (10) so bili že pojasnjeni pri Enačbi (8).

Matematična oblika modela za Slovenijo:

$$EI_SLO_t = \beta_1 + \beta_2 TGP_SLO_t + \beta_3 BDP_SLO_t + \beta_4 POP_SLO_t + \beta_5 DUMMY_GOSP_t + u_t \quad (11)$$

pri tem so:

- EI_SLO_t – emisijska intenzivnost BDP za Slovenijo v t-tem letu (odvisna spremenljivka);
- TGP_SLO_t – emisije toplogrednih plinov Slovenije v t-tem letu (pojasnjevalna spremenljivka);
- BDP_SLO_t – bruto domači proizvod Slovenije v t-tem letu (pojasnjevalna spremenljivka);
- POP_SLO_t – število prebivalcev v Sloveniji v t-tem letu (pojasnjevalna spremenljivka);

- DUMMY_GOSP_t – strukturne spremembe gospodarstva v Sloveniji v t-tem letu (pojasnjevalna spremenljivka);
- u_t – slučajni odklon (napaka) v t-tem letu;
- β_1 – (parcialni) regresijski koeficient konstantnega člena;
- β_2 do β_4 – (parcialni) regresijski koeficienti pojasnjevalnih spremenljivk modela;
- β_5 – (parcialni) regresijski koeficient "dummy" (neprave) spremenljivke;
- t – časovne enote od leta 1986 do leta 2009.

Emisijska intenzivnost BDP za Slovenijo je izražena v kg CO₂ ekvivalenta na EUR bruto domačega proizvoda. Proizvedene emisije TGP za Slovenijo so izražene v tonah CO₂ ekvivalenta. Bruto domači proizvod v tekočih cenah je izražen v tisoč EUR. Število prebivalcev je izraženo v osnovnih enotah.

Zapisana Enačba (11) ima obliko splošnega populacijskega regresijskega modela, ki ga ocenjujemo na podlagi regresijske funkcije vzorčnih podatkov:

$$EI_SLO_t = b_1 + b_2 TGP_SLO_t + b_3 BDP_SLO_t + b_4 POP_SLO_t + b_5 DUMMY_GOSP_t + e_t \quad (12)$$

pri tem so:

- b_1 do b_5 – cenilke vrednosti (parcialnih) regresijskih koeficientov β_1 do β_5 ;
- e_t – ostanki ali napake regresijskega modela vzorčnih podatkov ali cenilke u_t .

Računalniški izpis obravnavanega modela za Slovenijo, ki je bil prav tako izpeljan s pomočjo programskega paketa EViews 7.2, je naslednji:

$$LS \ EI_SLO \ C \ TGP_SLO \ BDP_SLO \ POP_SLO \ DUMMY_GOSP \quad (13)$$

Časovne vrste se nanašajo na letne podatke in obsegajo obdobje od 1986 do 2009. Daljše časovno obdobje, v primerjavi z časovnimi vrstami za države članice EU-27, smo vključili zaradi visoke stopnje volatilnosti slovenskega gospodarstva v času tranzicije. Zakaj? Želeli smo zagotoviti ekonometrično modeliranje na zanesljivejšem vzorcu podatkov. Simboli v Enačbi (13) so bili že pojasnjeni pri Enačbi (11).

S pomočjo Enačb (10) in (13) ter programskega paketa EViews 7.2 smo izvedli regresijsko analizo. Preden izvedemo dokončno regresijo, določimo še konstanto, ki v obeh modelih predstavlja vpliv razpoložljivih energetsko učinkovitejših tehnologij na višino emisijske

intenzivnosti. Za konstanto pričakujemo, da se bo izkazala za statistično značilno z negativnim predznakom. Slučajna spremenljivka (u_t) pa zajema še druge dejavnike, ki lahko vplivajo na odvisno spremenljivko (npr. notranje strukturne spremembe gospodarstva, spremembe v ozaveščenosti prebivalcev, uvedba ekonomskih instrumentov itd.).

Za izvajanje ocenjevanja regresijskega modela je tudi značilno, da na podlagi a priori teoretičnih pričakovanj napovemo, kakšne predznake pričakujemo pri ocenah posameznih regresijskih koeficientov.

Pričakovani predznaki ocen regresijskih koeficientov za države članice EU-27 so sledeči:

- za *TGP_27* pričakujemo pozitiven predznak. Večja proizvodnja emisij TGP, ki naj bi bila posledica večje gospodarske aktivnosti, naj bi povzročila višjo emisijsko intenzivnost;
- za *BDP_27* pričakujemo negativen predznak. V času povečanja gospodarske aktivnosti v razvitih državah, naj bi se emisijska intenzivnost znižala;
- za *POP_27* pričakujemo pozitiven predznak. Povečanje števila prebivalcev pomeni višje povpraševanje po energiji -- večja poraba fosilnih goriv, več avtomobilov na cesti, večja poraba hrane, kar zahteva višjo proizvodnjo in vse skupaj vodi v višje emisije TGP, zato se pričakuje pozitivna korelacija;
- za *DUMMY_GOSP* pričakujemo pozitiven predznak. Okrevanje gospodarstva naj bi imelo pozitiven učinek na gospodarsko aktivnost, ki naj bi vodila v višje emisije TGP. Ravno nasprotna situacija se zgodi, kadar se soočamo z gospodarsko krizo, ki ima negativen učinek na gospodarsko aktivno in vodi v manjše emisije TGP.

Pričakovani predznaki ocen regresijskih koeficientov za Slovenijo so sledeči:

- za *TGP_SLO* pričakujemo pozitiven predznak. Višja gospodarska aktivnost povzroči višje emisije TGP, kar vodi v višjo emisijsko intenzivnost;
- za *BDP_SLO* pričakujemo negativen predznak. V času gospodarske rasti, ki se odraža v povečevanju bruto domačega proizvoda, naj bi se emisijska intenzivnost zniževala;
- za *POP_SLO* pričakujemo pozitiven predznak. Hitra rast prebivalstva naj bi povzročila višje emisije TGP, kar vodi v višjo emisijsko intenzivnost;

- za *DUMMY_GOSP* pričakujemo negativen predznak. Rast BDP, ki je posledica progresivnega gospodarskega razvoja tranzicijske države, je hitrejša od rasti emisij TGP, kar naj bi vodilo v nižjo emisijsko intenzivnost.

Rezultati regresijske analize za države članice EU-27 so prikazani v Tabeli 6.

Tabela 6: Ekonometrični model gibanja emisijske intenzivnosti držav članic EU-27

Dependent Variable: EI_27				
Method: Least Squares				
Sample: 1990 2009				
Included observations: 20				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.208521	1.337554	-3.146432	0.0067
TGP_27	0.000247	4.16E-05	5.920992	0.0000
BDP_27	-9.28E-05	1.02E-05	-9.069164	0.0000
POP_27	0.009058	0.002726	3.322421	0.0046
DUMMY_GOSP	0.053769	0.013118	4.099022	0.0009
R-squared	0.989490	Mean dependent var	0.618932	
Adjusted R-squared	0.986688	S.D. dependent var	0.175502	
S.E. of regression	0.020249			
Sum squared resid	0.006150			
F-statistic	353.0631	Durbin-Watson stat	1.369212	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Predznaki regresijskih koeficientov so v skladu z našimi teoretičnimi pričakovanji. Statistično značilnost regresijskih koeficientov ugotavljamo s pomočjo *t-statistike*, kjer izračunano vrednost primerjamo s kritično vrednostjo, ki jo poiščemo v tabeli kritičnih vrednosti. Vrednosti *t-statistike* gledamo absolutno, brez predznakov. Pri vseh pojasnjevalnih spremenljivkah lahko s 95% verjetnostjo zavržemo H_0 ($H_0: b_j=0$) in sprejmemo alternativno hipotezo H_1 ($H_1: b_j \neq 0$), kar pomeni, da so regresijski koeficienti različni od 0.

Avtokorelacija se pojavi, če ni izpolnjena predpostavka nepovezanosti slučajnih spremenljivk. Predpostavka OLS metode je, da avtokorelacija ni prisotna, kar pomeni, da ni odvisnosti med vrednostmi spremenljivke u oziroma $Cov(u_i, u_j) = 0$, kjer velja $i \neq j$. V primeru prisotnosti avtokorelacije so ocene regresijskih koeficientov linearne in nepristranske, vendar niso učinkovite. Eden izmed testov za odkrivanje avtokorelacije je *Durbin-Watson d-statistika*. Izračunani d-test znaša 1,369 ($d_L=0,894 < d=1,369 < d_U=1,828$) in pomeni, da je test neodločen, zato predpostavimo, da je v našem modelu prisotna avtokorelacija. Avtokorelacijo

zmanjšamo z vključitvijo avtokorelacijskega koeficienta $ar(1)$, ki ponovno pripelje do neodločenega testa. Dodamo še avtokorelacijski koeficient $ar(2)$, kar prikazujemo v Tabeli 7.

Tabela 7: Ekonometrični model gibanja emisijske intenzivnosti držav članic EU-27 po vključitvi avtokorelacijskih koeficientov – $ar(1)$ in $ar(2)$

Dependent Variable: EI_27				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 1992 2009				
Included observations: 18 after adjustments				
Convergence achieved after 21 iterations				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-1.650860	0.675099	-2.445358	0.0325
TGP_27	0.000104	2.25E-05	4.628229	0.0007
BDP_27	-6.25E-05	7.40E-06	-8.438830	0.0000
POP_27	0.004627	0.001337	3.459984	0.0053
DUMMY_GOSP	-0.014501	0.006964	-2.082228	0.0615
AR(1)	0.563898	0.325673	1.731485	0.1113
AR(2)	0.187390	0.257004	0.729131	0.4812
R-squared	0.998672	Mean dependent var		0.583333
Adjusted R-squared	0.997947	S.D. dependent var		0.144345
S.E. of regression	0.006540			
Sum squared resid	0.000470			
F-statistic	1378.577	Durbin-Watson stat		2.069109
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.80	-.23		

Izračunani d-test znaša 2,069 in pade v interval $[d_U=1,872 < d=2,069 < 4-d_U=2,128]$, zato s 95% verjetnostjo sprejmemo H_0 , da v regresijskem modelu ni prisotna niti pozitivna niti negativna avtokorelacija.

Regresijski koeficienti vseh pojasnjevalnih spremenljivk ostajajo statistično značilni, kar pomeni, da lahko s 95% verjetnostjo sprejmemo H_1 , da so regresijski koeficienti različni od 0.

F-statistika je merilo, s katero ugotavljamo statistično značilnost celotnega regresijskega modela. Izračunana F-statistika modela EU-27 znaša 1378,58. Če pogledamo v tabelo kritičnih vrednosti F-statistike pri stopnji značilnosti $\alpha=0,05$ in ustreznih stopinjah prostosti ugotovimo, da lahko brezpogojno zavržemo H_0 in sprejmemo alternativno H_1 o statistični značilnosti celotnega regresijskega modela, saj izračunana vrednost F-statistike znatno presega njeno kritično vrednost.

Determinacijski koeficient R^2 znaša 0,9987 in *popravljeni determinacijski koeficient* (\bar{R}^2) 0,9979, ki je korigiran s stopinjami prostosti. Naš regresijski model pojasnjuje 99% sprememb naše odvisne spremenljivke in zato lahko trdimo, da je naš model zelo dober.

Multikolinearnost je ena izmed pomembnih predpostavk regresijskega modela, ki jo moramo preveriti. Multikolinearnost pomeni obstoj popolne ali točne linearne odvisnosti med nekaterimi ali vsemi pojasnjevalnimi spremenljivkami. Kadar je multikolinearnost perfektna, so regresijski koeficienti pojasnjevalnih spremenljivk nedeterminirani in njihove standardne napake so ∞ . Cenilka OLS (angl. "ordinary least squares" ali navadni najmanjši kvadrati) v primeru multikolinearnosti ostaja BLUE, to je nepristranska-najboljša-linearna cenilka. Za preverjanje multikolinearnosti uporabimo VIF metodo (angl. "Variance-Inflating Factor"), katere rezultate prikazujemo v Tabeli 8.

Tabela 8: Testiranje prisotnosti multikolinearnosti z metodo VIF za pojasnjevalne spremenljivke modela emisijske intenzivnosti držav članic EU-27

Variance Inflation Factors			
Sample: 1990 2009			
Included observations: 18			
Variable	Coefficient Variance	Uncentered VIF	Centered VIF
TGP_27	5.06E-10	323.6422	2.555850
BDP_27	5.48E-11	164.1917	7.004809
POP_27	1.79E-06	11172.33	4.946400
DUMMY_GOSP	4.85E-05	1.884272	1.878215

Vse vrednosti VIF so manjše od 10, zato multikolinearnost v regresijskem modelu za države članice EU-27 ni prisotna.

Zadnja pomembna predpostavka, ki smo jo testirali in kaže na zanesljivost in kakovost ocenjenega regresijskega modela, je prisotnost *heteroskedastičnosti*. Kadar so vrednosti spremenljivke u različno razpršene, imamo opravka s heteroskedastičnostjo, ki pomeni, da OLS rezultati več niso učinkoviti. Predpostavka pomeni, da so variance spremenljivke u pri posameznih vrednostih pojasnjevalnih spremenljivk neka pozitivna vrednost. V tem primeru so vrednosti spremenljivke u enako razpršene, ne glede na to, kolikšna je vrednost pojasnjevalne spremenljivke in imamo opravka z homoskedastičnostjo.

V našem modelu smo prisotnost heteroskedastičnosti testirali z Glejser testom, ki je pokazal, da le-ta ni prisotna. Izračunana vrednost χ^2 (7,08) je nižja od kritične vrednosti χ^2 (9,49), pri 4 stopinjah prostosti in stopnji značilnosti $\alpha=0,05$. Rezultat Glejser testa prikazujemo v Tabeli 9.

Tabela 9: Testiranje prisotnosti heteroskedastičnosti (Glejser test) za model gibanja emisijske intenzivnosti držav članic EU-27

Heteroskedasticity Test: Glejser			
F-statistic	2.106012	Prob. F(4,13)	0.1383
Obs*R-squared	7.077695	Prob. Chi-Square(4)	0.1318
Scaled explained SS	5.784475	Prob. Chi-Square(4)	0.2158

Rezultat ocenjevanja regresijskega modela za EU-27 prikažemo s standardnim zapisom:

$$EI_{27,t} = -1,651 + 0,0001TGP_{27,t} - 0,0001BDP_{27,t} + 0,005POP_{27,t} - 0,015DUMMY_{GOSP,t}$$

$$t = (-2,445) \quad (4,628) \quad (-8,439) \quad (3,460) \quad (-2,082)$$

n = 18 R² = 0,9987 popr.R² = 0,9979 SER = 0,0065 F = 1378,577 DW = 2,069

Primernost ocen regresijskih koeficientov kažejo majhne vrednosti *standardnih napak* ocen regresijskih koeficientov, ki so prikazane v oklepajih standardnega zapisa. Visoka vrednost *determinacijskih koeficientov* nam pove, da je 99% gibanja emisijske intenzivnosti držav članic EU-27 pojasnjena z upoštevanimi pojasnjevalnimi spremenljivkami. Predznaki ocen regresijskih koeficientov potrjujejo naša teoretična pričakovanja za vse pojasnjevalne spremenljivke, razen za dummy spremenljivko. Za slednjo smo namreč pričakovali pozitiven predznak, ki v obravnavanem regresijskem modelu ni izpolnjen. Zato lahko strukturne gospodarske spremembe v državah članicah EU-27 obravnavamo enako kot v Sloveniji in drugih tranzicijskih državah, katerih vpliv prevlada na vplivom starih držav članic.

Na splošno pa obravnavana regresijska funkcija na podlagi vzorčnih podatkov za emisijsko intenzivnost držav članic EU-27 izpolnjuje postavljena merila ekonomskega, statističnega in ekonometričnega področja, kar dokazuje prikazani pristop k oblikovanju regresijske funkcije s pomočjo opravljenih testov in z odpravo pomanjkljivosti glede neizpolnjevanja nekaterih predpostavk metode navadnih najmanjših kvadratov.

Proučevanje gibanja emisijske intenzivnosti bruto domačega proizvoda v državah članicah EU-27 v odvisnosti od gibanja emisij toplogrednih plinov, bruto domačega proizvoda, števila prebivalcev in strukturnih gospodarskih sprememb, nas pripelje do pričakovanih ugotovitev. Uporaba energetske čistjših tehnologij, povečanje bruto domačega proizvoda in strukturne spremembe gospodarstva v povprečju povzročijo zmanjšanje emisijske intenzivnosti. Medtem ko povečanje emisij toplogrednih plinov in števila prebivalcev v povprečju zvišajo emisijsko intenzivnost. Ravno obratno velja za nasprotno situacije, npr. zmanjšanje emisij toplogrednih plinov v povprečju povzroči znižanje emisijske intenzivnosti. Opisani rezultati ekonometrične analize veljajo za države članice EU-27, v nadaljevanju je bila izvedena empirična analiza na primeru tranzicijske države -- Slovenije.

Rezultati regresijske analize za Slovenijo so prikazani v Tabeli 10.

Tabela 10: Ekonometrični model gibanja emisijske intenzivnosti Slovenije

Dependent Variable: EI_SLO				
Method: Least Squares				
Sample: 1986 2009				
Included observations: 24				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-34.36070	3.688784	-9.314912	0.0000
TGP_SLO	1.25E-07	2.17E-08	5.765670	0.0000
BDP_SLO	-8.43E-08	3.71E-09	-22.74706	0.0000
POP_SLO	1.74E-05	1.84E-06	9.445397	0.0000
DUMMY_GOSP	-0.158929	0.047042	-3.378424	0.0032
R-squared	0.978936	Mean dependent var		1.203524
Adjusted R-squared	0.974501	S.D. dependent var		0.491081
S.E. of regression	0.078417			
Sum squared resid	0.116837			
F-statistic	220.7508	Durbin-Watson stat		1.847257
Prob(F-statistic)	0.000000			

Predznaki regresijskih koeficientov so v skladu z našimi teoretičnimi pričakovanji. Statistično značilnost regresijskih koeficientov bomo ponovno preverili s pomočjo *t-statistike*, kjer izračunano vrednost primerjamo s kritično vrednostjo, ki jo poiščemo v ustrezni tabeli. Vrednosti *t-statistike* gledamo absolutno, brez predznakov. Pri vseh pojasnjevalnih spremenljivkah lahko s 95% verjetnostjo zavržemo H_0 ($H_0: b_j=0$) in sprejmemo alternativno hipotezo H_1 ($H_1: b_j \neq 0$), kar pomeni, da so regresijski koeficienti različni od 0.

F-statistika je merilo, s katero ugotavljamo statistično značilnost celotnega regresijskega modela. Izračunana *F-statistika* našega modela je 220,75. Če pogledamo v tabelo kritičnih vrednosti *F-statistike* pri stopnji značilnosti $\alpha=0,05$ in ustreznih stopinjah prostosti ugotovimo, da lahko brezpogojno zavržemo H_0 in sprejmemo alternativno H_1 o statistični značilnosti celotnega regresijskega modela, saj izračunana vrednost *F-statistike* znatno presega njeno kritično vrednost.

Determinacijski koeficient R^2 znaša 0,9789 in *popravljeni determinacijski koeficient* (\bar{R}^2) 0,9745, ki je korigiran s stopinjami prostosti. Regresijski model pojasnjuje 98% sprememb naše odvisne spremenljivke in zato lahko trdimo, da je naš model zelo dober.

Metoda OLS predvideva nepovezanost med ostanki regresije oziroma, da v modelu ni prisotna *avtokorelacija*. Cenilka OLS je ob prisotnosti avtokorelacije še vedno linearna in nepristranska, vendar ni več učinkovita. Izračunani *d-test* znaša 1,847 pade v interval $[d_U=1,775 < d=1,847 < 4-d_U=2,225]$, zato lahko s 95% verjetnostjo sprejmemo hipotezo H_0 , da v regresijskem modelu ni prisotna niti pozitivna niti negativna avtokorelacija.

Multikolinearnost je ena izmed pomembnih predpostavk regresijskega modela, ki jo preverimo tudi za Slovenijo. Za preverjanje multikolinearnosti ponovno uporabimo VIF metodo, katere rezultate prikazujemo v Tabeli 11. Vse vrednosti VIF so celo manjše od 5, zato multikolinearnost v regresijskem modelu za Slovenijo ni prisotna.

Tabela 11: Testiranje prisotnosti multikolinearnosti z metodo VIF za pojasnjevalne spremenljivke modela emisijske intenzivnosti Slovenije

Variance Inflation Factors			
Sample: 1986 2009			
Included observations: 24			
Variable	Coefficient Variance	Uncentered VIF	Centered VIF
TGP_SLO	4.72E-16	682.3784	2.004314
BDP_SLO	1.37E-17	24.04873	4.200065
POP_SLO	3.40E-12	53019.39	3.212658
DUMMY_GOSP	0.002213	1.799374	1.424505

Prisotnost *heteroskedastičnosti* testiramo z Glejser testom, ki je pokazal, da le-ta ni prisotna. Izračunana vrednost χ^2 (3,65) je nižja od kritične vrednosti χ^2 (9,49), pri 4 stopinjah prostosti in stopnji značilnosti $\alpha=0,05$. Rezultat Glejser testa prikazujemo v Tabeli 12.

Tabela 12: Testiranje prisotnosti heteroskedastičnosti (Glejser test) za model gibanja emisijske intenzivnosti Slovenije

Heteroskedasticity Test: Glejser			
F-statistic	0.850912	Prob. F(4,19)	0.5106
Obs*R-squared	3.646171	Prob. Chi-Square(4)	0.4560
Scaled explained SS	2.245930	Prob. Chi-Square(4)	0.6906

Rezultat ocenjevanja regresijskega modela za Slovenijo prikažemo s standardnim zapisom:

$$\begin{aligned} \widehat{EI_SLO}_t = & -34,361 + 1,25E-07TGP_SLO_t - 8,43E-08BDP_SLO_t + 1,74E-05POP_SLO_t - 0,159DUMMY_GOSP_t \\ & (3,689) \quad (2,17E-08) \quad (3,71E-09) \quad (1,84E-06) \quad (0,047) \\ t = & (-9,315) \quad (5,766) \quad (-22,747) \quad (9,445) \quad (-3,378) \\ n = 24 \quad R^2 = 0,9789 \quad \text{popr.}R^2 = 0,9745 \quad SER = 0,078 \quad F = 220,751 \quad DW = 1,847 \end{aligned}$$

Primernost ocen regresijskih koeficientov kažejo majhne vrednosti *standardnih napak* ocen regresijskih koeficientov, ki so prikazane v oklepajih standardnega zapisa. Visoka vrednost *determinacijskih koeficientov* nam pove, da je 97% gibanja emisijske intenzivnosti Slovenije pojasnjena z upoštevanimi pojasnjevalnimi spremenljivkami. Predznaki oceni regresijskih koeficientov potrjujejo naša teoretična pričakovanja. Izračunana *F-statistika* znaša 220,751, kar presega njeno kritično vrednost in zato lahko s 5% tveganjem zavržemo H_0 in s 95% verjetnostjo sprejmemo H_1 o statistični značilnosti celotnega regresijskega modela. Obravnavana regresijska funkcija na podlagi vzorčnih podatkov za emisijsko intenzivnost Slovenije izpolnjuje postavljena merila ekonomskega, statističnega in ekonometričnega področja, kar pomeni, da naši raziskavi po opravljenih testih ni mogoče očitati večjih napak in nepravilnosti.

Proučevanje gibanja emisijske intenzivnosti bruto domačega proizvoda v Sloveniji v odvisnosti od gibanja emisij toplogrednih plinov, bruto domačega proizvoda, števila prebivalcev in strukturnih gospodarskih sprememb, nas pripelje do pričakovanih ugotovitev. Med pojasnjevalnimi spremenljivkami imata v Sloveniji največji vpliv morebitna uporaba zelenih tehnologij in strukturne spremembe gospodarstva. Slednja je tista, ki nas je pripeljala

do zanimivih zaključkov glede določanja dolgoročnih absolutnih v primerjavi z relativnimi emisijskimi cilji. Ugotovimo lahko, da emisijski kazalnik, ki meri emisije toplogrednih plinov na enoto bruto domačega proizvoda, ne predstavlja učinkovitega in uspešnega ekološkega cilja, predvsem kadar želimo doseči absolutno zmanjšanje emisij. Za Slovenijo, kot predstavnico tranzicijskih držav, velja naslednje: če je rast BDP hitrejša od rasti emisij TGP, emisijska intenzivnost kaže na padec emisij na enoto BDP. To se lahko zgodi ravno v času prestrukturiranja gospodarstva. Zato lahko na tem mestu potrdimo predhodne trditve, da relativni emisijski cilji niso dovolj učinkoviti za dejansko zmanjšanje emisij in, da dolgoročni podnebni dogovor ne more temeljiti izključno na relativnih ciljih.

Po drugi strani pa se moramo zavedati dejstva, če želimo doseči uspešen dolgoročni globalni podnebni dogovor, bo treba prihodnost postaviti pred sedanostjo ter državam v razvoju in drugim državam, ki kažejo intenzivno rast BDP postopoma postavljati ostrejšje emisijske cilje, tudi v smislu konkretnih zmanjšanj emisij TGP. Podnebno-energetski paket, ki ga je Evropska komisija izdala januarja 2008 velja za eno izmed korenitejših sprememb na področju energetske in okoljske politike EU. Za države članice paket pomeni pomembnejši vsesplošni gospodarski sporazum po petdesetih letih, kolikor je minilo od prvega evropskega sporazuma [Murks 2009b].

Omenjeni paket pa ni pomemben samo za evropske države, ampak za cel svet. Je že res, da Evropa velja za gonilno silo na področju varovanja naravnega okolja, predvsem na področju podnebnih sprememb in uvajanja čistih tehnologij, vendar so tudi druge države zelo aktivne pri definiranju bodočih ukrepov za izpolnitev podnebnih ciljev [Stern 2006]. In ti podnebni cilji ne morejo biti doseženi enostransko, ampak samo na nivoju globalne kooperacije, ki se zagotovo lahko definira kot stabilna strategija.

4.2 Kooperacija kot rešitev

Podnebje kot javna dobrina lahko kaj hitro pripelje do zavajajočih ukrepov posameznih držav, ko bodo le-te hotele prispevati manj na račun drugih države in s takšnim obnašanjem povzročile socialno dilemo. Če socialne dileme ne rešujemo na ustrezen način, se kaj hitro soočimo s t.i. tragedijo javnih dobrin [Miller *et al.* 2009].

Tragedijo javnih dobrin, ki jo lahko v našem primeru poistovetimo s stabilizacijo globalnega podnebja, je že leta 1968 uvedel Hardin in sicer kot metaforo za našo nesposobnost vzdrževanja javne dobrine, katero lahko vsi brezplačno prekomerno uporabljamo [Hardin 1968]. Uporaba javnih dobrin ne ustvarja skupne (kolektivne) koristi, saj so ponavadi individualni interese različnih od skupnih interesov. Ugotovitve ene raziskave kažejo na večjo osebno podporo k stabiliziranju podnebja, če pustimo posameznikom (v našem primeru posameznim državam), da prispevajo več k javnim dobrinam. Ključnega pomena so tudi informacije, saj bolje informirani udeleženci prispevajo večkrat in višja denarna sredstva k reševanju globalnega podnebnega problema [Milinski *et al.* 2006].

Podnebna igra torej vključuje investiranje v javno dobrino, vendar ne z namenom ustvarjanja dobička, ampak z namenom izognitve izgube, ki bi ogrozila obstoj in delovanje bodočih generacij [Dreber & Nowak 2008]. Globalni podnebni dogovor bo dosežen le, če bo sodelovanje med državami udeleženkami uspešno. Države so igralci, ki bodo v podnebni igri sodelovali ali ne. Kooperacijska teorija pravi, da se lahko sodelovanje začne v zelo majhnih skupinah posameznikov, če tudi noben drug na svetu v tistem trenutku ni pripravljen sodelovati [Axelrod 1984].

Igra zapornikove dileme se ponavadi uporabi za raziskovanje evolucije kooperativnega obnašanja med sebičnimi posamezniki [Perc 2006a]. Okoljske študije pa velikokrat uporabijo igro zapornikove dileme za analiziranje vzorcev obnašanja posameznih držav pri iskanju globalnega cilja. Vse države bi imele korist od čistejšega okolja oziroma zmanjšanih emisij TGP, vendar po drugi strani bi veliko držav ostalo neaktivnih pri ukrepih za zagotavljanje trajnostnega razvoja in bi nadaljevale z onesnaževanjem okolja [Wood 2010].

Emisije TGP bi se lahko podvojile do leta 2035 v primerjavi s proizvedenimi emisijami v predindustrijskem obdobju, če države ne bodo začele izvajati takojšnjih ukrepov [Murks & Perc 2010]. Če bi svet začel ukrepati danes, bi stroški prilagajanja znašali 1% letnega BDP na prebivalca. Če se svet odloči še počakati, bi se lahko stroški prilaganja povečali tudi do 20-krat. Višino potencialnih podnebnih stroškov lahko neposredno povežemo s klasično igro zapornikove dileme, ki jo prikazujemo v Tabeli 13 [Liebreich 2007].

Tabela 13: Poenostavljena matrika izplačil v obliki podnebnih stroškov z uporabo igre zapornikove dileme (ocenjeni podnebni stroški v % BDP/prebivalca)

		<i>Država Y</i>	
		<i>Želi zmanjšati emisije (kooperacija)</i>	<i>Ne želi zmanjšati emisij (defekcija)</i>
<i>Država X</i>	<i>Želi zmanjšati emisije (kooperacija)</i>	Država X: 1% Država Y: 1%	Država X: 4% Država Y: 0%
	<i>Ne želi zmanjšati emisij (defekcija)</i>	Država X: 0% Država Y: 4%	Država X: 20% Država Y: 20%

Vir: Liebreich (2007) in lastni izračuni.

Višine potencialnih podnebnih stroškov, ki so bile uporabljene v matriki izplačil, so bile definirane na osnovi naslednjih glavni predpostavk [Murks Bašič & Perc 2011b]:

- *takojšnje ukrepanje držav:* podnebni stroški znašajo 1% letnega svetovnega BDP;
- *države ne ukrepajo:* analiza Sternovega poročila kaže, da bi lahko podnebni stroški v primeru nenadzorovanih emisij TGP znašali od 5% do 20% letnega svetovnega BDP, zato upoštevamo najvišje potencialne stroške v višini 20%;
- *samo nekatere države ukrepajo:* za države, ki ne ukrepajo predpostavimo, da nimajo stroškov (0%). Za države, ki ukrepajo predpostavimo stroške v višini 4% letnega svetovnega BDP. V Sternovem poročilu je namreč navedeno, da bi lahko podnebni stroški dosegli 1% svetovnega letnega BDP z odstopanjem +/- 3%, kar pomeni maksimalno 4%.

Stabilizacija emisij TGP na raven, s katero bi se izognili podnebnim škodam, zahteva zmanjšanje emisij za najmanj 25% do leta 2050 in pomeni stabiliziranje koncentracije CO₂ v ozračju od 500 do 550 ppm, kar upošteva tudi analiza Sternovega poročila.

Tabela 13 jasno kaže, če država X prevzame strategijo defekcije in država Y prevzame strategijo kooperacije, bo država X imela nižje podnebne stroške od države Y, zato se raje obe odločita za strategijo kooperacije. Če pa se obe državi odločita za strategijo defekcije -- torej ne želita zmanjšati emisije TGP takoj -- bo skupni donos najnižji. Za izbrani državi je torej najboljša, če obe izbereta strategijo kooperacije in začneta ukrepati takoj.

V realnosti končni rezultat ni odvisen samo od dveh igralcev ali dveh držav, ampak tudi od drugih dejavnikov, npr. asimetričnost (podnebni stroški niso enaki za vse države), pogajalske in politične moči (ponavadi različne za sodelujoče države) ter dejavnikov, ki so stohastične narave -- negotovost in nepredvidljivost informacij. Stohastičnost se v zadnjem času pojavlja kot potencialni dejavnik zagotavljanja kooperativnega obnašanja v igri zapornikove dileme, ob predpostavki upoštevanja določenega nivoja intenzivnosti šuma, kot popolnoma nepredvidljivega dejavnika [Perc & Marhl 2006].

Sedaj prenesimo rezultate prikazane na Sliki 4 v podnebno igro. Za uspešen globalni podnebni dogovor je kooperacija (sodelovanje med državami udeleženkami) temeljnega pomena. Rezultati na Sliki 4 kažejo, da morajo države spodbujati medsebojno sodelovanje in zato je podnebna kooperacija v stohastičnem okolju mogoča. Vendar ne smemo pozabiti dejstva, da tudi ko bo število kooperatorjev preseglo število defektorjev, bodo slednji znova in znova poskušali prevladati nad kooperatorji, kljub njihovemu manjšemu številu.

Čeprav so učinki podnebnih sprememb negotovi, bodo nekatere države pripravljene vedno sodelovati (kooperatorji), medtem ko bodo druge države večni defektorji. Negotovost je element, ki lahko zagotovo pripomore k učinkoviti rešitvi ne samo podnebne, ampak tudi vse splošne okoljske, ekonomske in socialne težave.

4.3 Izzivi za prihodnost

V predhodnih poglavjih smo pokazali, da so se kljub nižji emisijski intenzivnosti svetovnega gospodarstva v obravnavanih obdobjih, skupne emisije toplogrednih plinov in ogljikovega dioksida, kot toplogrednega plina z najvišjim deležem, povečale. Čeprav si Evropa prizadeva znatno zmanjšati bodoče emisije TGP, se bodo le-te na svetovni ravni v prihodnje še naprej povečevale. Uporaba fosilnih goriv, plina in premoga, se bo nadaljevala zaradi večanja števila prebivalcev, ki naj bi leta 2030 presegel 8 milijard in leta 2050 celo 9 milijard, zaradi svetovne gospodarske rasti in razvoja revnih držav. Okrevanje gospodarske rasti v današnjem visoko-ogljiknem svetovnem gospodarstvu, se skoraj ne more izogniti višjemu povpraševanju po fosilnih gorivih in posledično višjih emisijah TGP.

Razvoj v smeri nizko-ogljirnega svetovnega gospodarstva je nujna globalna aktivnost, ki naj bi dosegla simultani napredek na naslednjih petih glavnih področjih:

- izboljšanje energetske učinkovitosti;
- povečanje razpoložljivosti dostopnih in trajnostnih energetskih storitev (npr. osvetljava, ogrevanje) v revnih državah;
- prenos proizvodnje "čiste energije";
- izboljšanje trajnostnega vidika v prometu;
- uporaba instrumentov za zmanjšanje ali vsaj omejevanje emisij TGP na svetovni ravni (trgovanje z emisijami, ekološki davki in subvencije itd.).

Industrijske države in države v razvoju se bodo morale v prvi fazi zagotovo ločeno obravnavati. Razvite države naj bi se posluževale več fiskalnih ukrepov, kot so ekološko-davčne spodbude za proizvodnjo električne energije iz obnovljivih virov energije in za pospeševanje energetske učinkovitosti zgradb ter drugih ekonomskih ukrepov, kot so trgovanje z emisijami na osnovi dražb, zmanjševanje porabe fosilnih goriv in spodbujanje nizko-ogljirnih investicij. Državam v razvoju pa naj bi bil omogočen dostop do modernih energetskih storitev, ki ne bo zmanjšal samo revščino, ampak tudi prispeval k gospodarski rasti s pomočjo izboljšanja produktivnosti in znižanja energetskih stroškov. Uporaba učinkovitejših goriv lahko zniža velik del dohodka posameznega gospodinjstva, ki se porabi za kuhanje, osvetljava in ogrevanje. Prihranjen del dohodka se zato lahko porabi za hrano, izobraževanje, zdravstvene storitve in druge osnovne življenjske potrebe.

Prometni sektor globalno zavzema več kot četrtno skupne svetovne porabe energije in 14% skupnih emisij TGP. Na ravni držav članic EU-27 je situacija še bolj zaskrbljujoča, saj je delež emisij TGP prometnega sektorja v skupnih emisijah TGP slabih 20%, v Sloveniji pa celo slabih 30% in v ZDA približno 26% [EEA 2010a; Barbier 2010].

S svetovnega stališča je prometni sektor odgovoren za progresivno rast emisij TGP v vseh gospodarskih sektorjih in emisije iz cestnega prometa trenutno zavzemajo kar 74% delež skupnih prometnih emisij. Če se bo sedanja rast emisij nadaljevala tudi v prihodnje, se v letu 2030 pričakuje, da naj bi bile le-te za 80% višje glede na leto 2002. Izboljšanje trajnostnega vidika v prometnem sektorju je zato nujno potrebno, tako z ekološkega v smislu zmanjšanja

onesnaževanja zraka kot ekonomskega vidika v smislu povečanja dostopnosti javnega prevoza v revnejših območjih.

Za doseganje ambicioznih prometnih ciljev je potreben napredek na naslednjih glavnih področjih:

- razvoj naslednje generacije učinkovitih avtomobilov z vidika porabe goriva, nizko-ogljčnih biogoriv in zagotovitev infrastrukture za nova goriva in avtomobile;
- spodbujanje trajnostnih oblik transportnih sistemov, premik iz cestnega prometa na železnice in javni tranzitni promet;
- izboljšanje dostopnosti prometa za revnejše po dostopnih cenah;
- uvedba tržnih instrumentov za izboljšanje trajnostnega transportnega sistema.

Vendar pa je učinkovitost globalnega podnebne dogovora odvisna od uspešnosti mednarodnega sodelovanja in koordinacije med sodelujočimi državami. Dolgoročna strategija mora biti naravnana v smeri spodbujanja gospodarskega okrevanja, ustvarjanja novih delovnih mest, zmanjševanja revščine in zagotavljanja trajnostnega gospodarskega razvoja.

Temeljno načelo vseh igralcev globalno podnebne igre naj bi bilo ustvarjanje nizko-ogljčnega svetovnega gospodarstva. Tehnološke spremembe oziroma inovacije bi lahko bili sprožilci za zmanjšanje ogljične odvisnosti vseh igralcev -- držav. Zmanjšanje ogljične odvisnosti lahko dosežemo s pomočjo neposrednih emisijskih politik ali skozi tehnološke politike. Ukrepi za izvajanje prve vrste politike so uvedba ekoloških davkov in kvot, sistemov trgovanja s kapico za emisije TGP in subvencij za zmanjševanje emisij TGP. Ukrepi za izvajanje druge vrste politike so subvencije so raziskave in razvoj v nizko-ogljčne tehnologije, sodelovanje javnega sektorja pri raziskavah in razvoju v nizko-ogljčne tehnologije ter nagrade s strani države za financiranje okolju-prijaznih tehnologij.

5 DISKUSIJA IN ZAKLJUČEK

Glavni namen Kjotskega protokola in novega globalnega podnebne dogovora je zagotoviti čim manjše negativne vplive na naše okolje. Države članice EU-27 so se zavezale zmanjšati emisije toplogrednih plinov za najmanj 20% do leta 2020 glede na leto 1990 oziroma celo za najmanj 30% do leta 2020, če bo vzpostavljen globalni podnebni dogovor. Emisije toplogrednih plinov v državah članicah EU-27 so bile v letu 2009 glede na leto 2008 manjše za 7,13%, kar je približno za 17,4% manj kot v letu 1990. Predhodnik emisijskega cilja 2020 je Kjotski cilj, ki je bil postavljen na 8% zmanjšanju povprečno v obdobju 2008-2012 glede na leto 1990. Države članice EU-15 so bile v letu 2008 od Kjotskega cilja oddaljene le za 1,5%, medtem ko so v letu 2009 Kjotski cilj celo presegle za 4,7%. Povprečne emisije toplogrednih plinov v obdobju 2008-2009 v državah članicah EU-27 prav tako presegajo zastavljeni Kjotski cilj za 1,5%. Nove države članice EU-12 imajo postavljene individualne Kjotske cilje in Slovenija je edina država, ki postavljenega cilja ne izpolnjuje.

Problem s katerim se sooča cel svet je, da je podnebje javna dobrina, ki povzroča socialno dilemo za tiste, ki željo ta problem rešiti oziroma vsaj delovati v smeri iskanja najugodnejše in najprimernejše globalne rešitve. Če želimo doseči nizko-ogljico globalno gospodarstvo in višjo stopnjo globalne okoljske ozaveščenosti, so skupne mednarodno-povezane aktivnosti nujno potrebne. Kadar imamo opravka s socialno dilemo, bodo nekatere države vedno poskušale prispevati manj na račun drugih držav, ki bodo prispevale več.

Igro zapornikove dileme, ki vsebuje dve osnovni strategiji, kooperacijo in defekcijo, smo povezali s spinskim sistemom preko Fermijeve funkcije, ki kot prosti parameter vključuje temperaturo. Temperatura v okviru igre zapornikove dileme določa stopnjo negotovosti v smislu neracionalnih odločitev. Ugotovili smo, da ima temperatura pomemben vpliv na evolucijo in izbiro stacionarnega stanja. Za evolucijo kooperacije je ugodno srednje intenzivno-stohastično okolje, ko je delež kooperatorjev najvišji. Uporabljeni pristop evolucijske igre smo nadgradili s pomočjo mrež. Obravnavali smo regularne in kompleksne mreže, ki se razlikujejo glede na število sosedov, ki jih ima posamezni igralec. Na slednjih namreč vsak posameznik nima enakega števila sosedov. Ugotovili smo, da imajo heterogene interakcijske mreže pozitiven učinek na evolucijo kooperacije in zato blagodejno vplivajo na obstoj kooperacije. Ker je populacija sestavljena iz kooperatorjev in defektorjev, je zanimivo

tudi preučiti njune mesebojne odnose v smislu sobivanja, kar smo v model skozi koevolucijska pravila. Slednja vplivajo na odločitev kako se igralci med seboj povezujejo. V evolucijsko teorijo iger smo vpliv koevolucijskih pravil vpeljali skozi modificirano Fermijevo funkcijo, kjer smo dodali moč vpliva posameznega igralca in dokazali, da neka srednja vrednost elementa moči spodbuja kooperacijo v visoko heterogeni družbi. Koevolucija se kaže v določitvi donosa, ki je odvisen od trenutnega uspeha posameznega igralca in njegove okolice. Kadar je vpliv okolice znaten, celo lahko kooperatorji prevladajo nad defektorji.

Dani fizikalni pristop obravnave podnebnega problema nudi rešitve, ki jih je nemogoče dobiti z do sedaj uporabljenimi tradicionalnimi pristopi iz ekonomije, sociologije in psihologije. Zato lahko trdimo, da je igra zapornikove dileme primerno orodje za iskanje rešitev na področju podnebnega problema. Kooperatorji morajo vedno poskušati premagati defektorje, pri tem jim do uspeha lahko pomaga element stohastičnosti oziroma negotovosti. Nekaj kar je v determinističnem okolju predvidljivo, se lahko v stohastičnem okolju obravnava ravno nasprotno. Ob tem pa seveda ne smemo pozabiti na nabor koevolucijskih pravil, ki lahko pospešijo ali zavrejo evolucijo kooperacije.

Nepredvidljive motnje lahko izvirajo iz igralcev ali iz okolja. Obe vrsti motenj zagotovo vplivajo na skupno stopnjo negotovosti. Ugotovili smo, da ekstremne vrste okolja niso optimalne za uspešno podnebno kooperacijo, ampak srednje-intenzivna stohastičnost omogoča izbiro dolgoročno stabilnih strategij. Prisotnost stohastičnosti ali nepredvidljivosti v vsakdanjem življenju ne pomeni pomanjkljivosti, ampak nam dejansko lahko pripomore, da dosežemo uspešno sodelovanje na globalnem nivoju in, da vzpostavljeno globalno sodelovanje ostane prisotno tudi na daljši rok. Zato moramo zagotoviti razvoj evolucijsko stabilnih strategij, ki bodo omogočale kooperatorjem, da se bodo le-ti uspešno branili pred defektorji in tako prispevali k globalnemu trajnostnemu razvoju.

6 LITERATURA

- Albert, R. & Barabasi, A. L. (2002). Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics* **74**, 47.
- Altrock, P. M. & Traulsen, A. (2009). Fixation times in evolutionary games under weak selection. *New Journal of Physics* **11**, 013012.
- Axelrod, R. (1984). *The Evolution of Cooperation* (United States of America: Basic Books).
- Banka Slovenije (1997). Formiranje in poraba bruto domačega proizvoda. *Bilten*, Leto **6**, Štev. **11**, str. 59.
- Banka Slovenije (1999). Formiranje in poraba bruto domačega proizvoda ter Devizni tečajji Banke Slovenije - povprečni tečajji. *Bilten*, Leto **8**, Štev. **12**, str. 48 in 67.
- Banka Slovenije (2000). Formiranje in poraba bruto domačega proizvoda ter Devizni tečajji Banke Slovenije - povprečni tečajji. *Bilten*, Leto **9**, Štev. **12**, str. 51 in 71.
- Banka Slovenije (2001). Formiranje in poraba bruto domačega proizvoda ter Devizni tečajji Banke Slovenije - povprečni tečajji. *Bilten*, Leto **10**, Štev. **12**, str. 51 in 71.
- Barabasi, A. L. & Albert, R. (1999). Emergence of scaling in random networks. *Science* **286**, 509.
- Barbier, E.B. (2010). *A global green new deal* (United Kingdom: Cambridge University Press).
- Binder, K. & Hazewinkel, M. (2001). "Ising model". *Encyclopaedia of Mathematics*, Kluwer Academic Publishers, ISBN 978-1556080104.
- CER - Community of European Railway and Infrastructure Companies (2009). *Communication "A Sustainable Future for Transport" A Railway Perspective*. Position paper, October 2009, Brussels.

Clauset, A., Shalizi, C. R. & Newman, M. E. J. (2009). Power-Law Distributions in Empirical Data. *SIAM Review* **51**, 661-703.

Colman, A. M. (1995). *Game Theory and its Applications in the Social and Biological Sciences* (Oxford: Butterworth-Heinemann).

Dobnikar, A. (1990). *Nevronske mreže: Teorija in aplikacije* (Radovljica: Didakta).

Dreber, A. & Nowak M. A. (2008). Gambling for global goods. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **105**, 2261-2262.

EEA – European Environment Agency (2008). *Climate for a transport change*. EEA Report No **1/2008**. URL: <http://eea.europe.eu>.

EEA – European Environment Agency (2010a). *Tracking progress towards Kyoto and 2020 targets in Europe*. EEA Report No **7/2010**. URL: <http://eea.europe.eu>.

EEA – European Environment Agency (2010b). *Annual European Union greenhouse gas inventory 1990-2008 and inventory report 2010*. EEA Report No **6/2010**. URL: <http://eea.europe.eu>.

EEA – European Environment Agency (2010c). *Towards a resource-efficient transport system – TERM 2009: Indicators tracking transport and environment in the European Union*. EEA Report No **2/2010**. URL: <http://eea.europe.eu>.

EEA – European Environment Agency (2011). *Annual European Union greenhouse gas inventory 1990–2009 and inventory report 2011*. EEA Report No **2/2011**. URL: <http://eea.europe.eu>.

EIA - U.S. Energy Information Administration (2010). *International Energy Outlook 2010*. National Energy Information Center, U.S. EIA, Washington.

EUROSTAT (2002). *Eurostat yearbook 2002, The statistical guide to Europe, Data 1990-2000*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.

EUROSTAT (2006). *Population statistics - 2006 edition*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.

EUROSTAT (2007). *Europe in figures - Eurostat yearbook 2006-07*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.

EUROSTAT (2010). *Europe in figures - Eurostat yearbook 2010*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.

EUROSTAT (2011). *European economic statistics, 2010 Edition*. Luxembourg: Office for Official Publications of the European Communities.

EViews (2009). *Econometric Views 7 - Standard Edition*, September 18, 2009 build. Irvine CA: Quantitative Micro Software, LLC.

Fudenberg, D., Nowak M. A., Taylor, C., Imhof, L. A. (2006). Evolutionary game dynamics in finite populations with strong selection and weak mutation. *Theoretical Population Biology* **70**, 352-363.

Gujarati, D. N. (1988). *Basic Econometrics, Second Edition* (New York: McGraw-Hill, Inc).

Hardin, G. (1968). The tragedy of the commons. *Science* **162**, 1243-1248.

Hauert, C. & Doebeli, M. (2004). Spatial structure often inhibits the evolution of cooperation in the spatial Snowdrift game. *Nature* **428**, 643-646.

Hauert, C. & Szabó G. (2005). Game theory and physics. *Am J. Physc.* **73** (5), 405-414.

Hobbes, T. (1651, edition 1962). *Leviathan* (New York: Collier Books).

IAEA - International Atomic Energy Agency (2000). *Country Nuclear Power Profiles*. URL: <http://www-pub.iaea.org>.

- Jamnik, R. (1973). *Teorija iger*. Ljubljana: društvo matematikov, fizikov in astronomov, Državna založba Slovenije.
- Kaplow, L. Shavell, S. (1997). *On the superiority of corrective taxes to quantity regulation*. NBER papers (<http://papers.nber.org/papers>).
- Lacasa, L., Luque, B., Ballesteros, F., Luque, J. & Nuño, C. (2008). From time series to complex networks: The visibility graph. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **105**, 4972-4975.
- Liebreich, M. (2007). *How to Save the Planet: Be Nice, Retaliatory, Forgiving & Clear*. New Energy Finance, White Paper.
- Maynard Smith, J. (1982). *Evolution and the Theory of Games* (Cambridge University Press, Cambridge).
- Milinski, M. (1987). TIT FOR TAT in sticklebacks and the evolution of cooperation. *Nature* **325**, 433-435.
- Milinski, M., Semmann, D., Krambeck, H-J. & Marotzke, J. (2006). Stabilizing the Earth's climate is not a losing game: Supporting evidence from public goods experiments. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **103**, 3994-3998.
- Milinski, M. & Rockenbach, B. (2006). The efficient interaction of indirect reciprocity and costly punishment. *Nature* **444**, 718-723.
- Milinski, M. & Rockenbach, B. (2008). Human behaviour: Punisher pays. *Nature* **452**, 297-298.
- Milinski, M., Sommerfeld, R. D., Krambeck, H-J., Reed, F. A. & Marotzke, J. (2008). The collective-risk social dilemma and the prevention of simulated dangerous climate change. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **105**, 2291-2294.
- Miller, F. P., Vandome, A. F. & McBrewster, J. (2009). *Collective Action*. Mauritius: VDM Publishing House.

Montet, C. & Serra, D. (2003). *Game Theory and Economics* (New York: Palgrave Macmillan).

Murks, A. (2002). *Onesnaževalna dovoljenja in prostovoljni pristopi za spodbujanje trajnostnega razvoja* (magistrsko delo).

Murks, A. (2009a). Podnebne spremembe so globalni izziv. *Okolje in odpadki*, št. 2, str. 10-11.

Murks, A. (2009b). Prehod na nizkoogljična gospodarstva: prihodnost evropske sheme trgovanja z emisijami. *Naš stik*, oktober, str. 46-47.

Murks, A. & Perc, M. (2010). Podnebne spremembe in teorija iger: Igra zapornikove dileme. *Gospodarjenje z okoljem* 75, 2-5.

Murks, A. (2010). *Moderni ekonomski pristop ponotranjenja zunanjih negativnih stroškov*. Maribor: Gostujoča predavanja na Ekonomsko-poslovni fakulteti, 22. december 2010, Katedra za ekonomsko politiko.

Murks Bašič, A. (2011a). *Teorija iger in podnebna dilema*. Maribor: Gostujoča predavanja na Ekonomsko-poslovni fakulteti, 8. november 2011, Katedra za ekonomsko politiko.

Murks Bašič, A. (2011b). *Moderni ekonomski pristop ponotranjenja zunanjih negativnih stroškov*. Maribor: Gostujoča predavanja na Ekonomsko-poslovni fakulteti, 23. november 2011, Katedra za ekonomsko politiko.

Murks Bašič, A. & Perc, M. (2011a). Evolutionary games on visibility graphs. *Advances in complex Systems* 14, 307-315.

Murks Bašič, A. & Perc, M. (2011b). Podnebna kooperacija v igri zapornikove dileme. *Naše gospodarstvo* letnik 57, št. 5-6, 53-62.

Nash, J. (1950). Equilibrium Points in n-Person Games. *Proceedings of the National Academy of Science* 36, 48-49.

Nash, J. (1950). The bargaining problem. *Econometrica* **18**, 155-162.

Neumann von, J. & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton, New York: Princeton University Press).

Newman, M. E. J. & Barkema, G. T. (1999). *Monte Carlo Methods in Statistical Physics* (Oxford University Press).

Nowak, M. A. & May, R. M. (1992). Evolutionary games and spatial chaos. *Nature* **359**, 826-829.

Nowak, M. A. (2006). *Evolutionary Dynamics* (Harvard University Press, Harvard).

Nowak, M. A. & Highfield, R. (2011). *SuperCooperators: Altruism, Evolution, and Why We Need Each Other to Succeed* (Free Press, New York).

OP TGP-1 (2009). *Operativni program zmanjševanja emisij toplogrednih plinov do leta 2012*. Ljubljana: Ministrstvo za okolje in prostor. URL: <http://www.mop.gov.si>.

Osborne, M. J. (2003). *An introduction to game theory* (Oxford University Press, Oxford).

Perc, M. (2005a). Spatial coherence resonance in excitable media. *Phys. Rev. E* **72**, 016207.

Perc, M. (2005b). Persistency of noise-induced spatial periodicity in excitable media. *Europhys. Lett.* **72**, 712-718.

Perc, M. (2006a). Chaos promotes cooperation in the spatial prisoner's dilemma game. *Europhys. Lett.* **75**, 841-846.

Perc, M. (2006b). Coherence resonance in a spatial prisoner's dilemma game. *New Journal of Physics* **8**, 22.

- Perc, M. & Marhl, M. (2006). Evolutionary and dynamical coherence resonances in the pair approximated prisoner's dilemma game. *New Journal of Physics* **8**, 142.
- Perc, M. (2007). Transition from Gaussian to Lévy distributions of stochastic payoff variations in the spatial prisoner's dilemma game. *Phys. Rev. E* **75**, 022101.
- Perc, M. (2009). *Nelinearna analiza časovnih vrst - Zapiski predavanj* (Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko).
- Perc, M. & Szolnoki, A. (2010). Coevolutionary games - A mini review. *BioSystems* **99**, 109-125.
- Peruš, M. (2000). *Biomreže, mišljenje in zavest* (Ljubljana: Državna založba Slovenije).
- Pfajfar, L. (1994). *Ekonometrija, Zapiski predavanj I. del* (Ljubljana: Ekonomska fakulteta v Ljubljani).
- Pfeiffer, T. & Nowak, M. A. (2006). Climate change: All in the game. *Nature* **441**, 583-584.
- Rasmusen, E. (2007). *Games and Information: An Introduction to Game Theory*. Fourth edition. United Kingdom: Blackwell Publishing.
- Schelling, T. C. (1973). Hockey Helmets, Concealed Weapons, and Daylight Saving: A Study of Binary Choices with Externalities. *J. of Conflict Resolution* **17**, 381-428.
- Schmidtchen, D., Koboldt, C., Monheim, J., Will, B. E. & Haas, G. (2007). *The Internalisation of External Costs in Transport: From the Polluter Pays to the Cheapest Cost Avoider Principle*. Center for the Study of Law and Economics, Saarbrücken, Germany.
- Skyrms, B. (2001). *The Stag Hunt* (Presidential Address of the Pacific Division of the American Philosophical Association, in Proceedings and Addresses of the APA, 75, 31-41).

Stern, N. (2006). *Stern review on the economics of climate change*. HM Treasury, UK economics and finance ministry.

Strnad, J. (1989). *Fizika za družboslovno usmeritev* (Ljubljana: Državna založba Slovenije).

SURS - Statistični urad Republike Slovenija (2010). Statistični letopis Republike Slovenije. Letnik XLIX, 49. številka. Ljubljana: SURS.

Szabó, G., Vukov, J., Szolnoki, A. (2005). Phase diagrams for an evolutionary prisoner's dilemma game on two-dimensional lattices. *Phys. Rev. E* **72**, 047107.

Szolnoki, A. & Perc, M. (2008). Coevolution of teaching activity promotes cooperation. *New Journal of Physics* **10**, 043036.

Szolnoki, A. & Perc, M. (2009). Resolving social dilemmas on evolving random networks. *EPL* **86**, 30007.

Szolnoki, A., Perc, M. & Szabó, G. (2009). Phase diagrams for three-strategy evolutionary prisoner's dilemma games on regular graphs. *Phys. Rev. E* **80**, 056104.

Szolnoki, A., Perc, M. & Szabó, G. (2009a). Topology-independent impact of noise on cooperation in spatial public goods games. *Phys. Rev. E* **80**, 056109.

Szabó, G. & Fáth, G. (2007). Evolutionary games on graphs. *Phys. Rep.* **446**, 97-216.

Traulsen, A., Nowak, M. A., Pacheco, J. M. (2007). Stochastic payoff evaluation increases the temperature of selection. *Journal of Theoretical Biology* **244**, 349-356.

UMAR - Urad za makroekonomske analize in razvoj (2010). *Jesenska napoved gospodarskih gibanj 2010 - statistična priloga*. Ljubljana: UMAR.

UNFCCC - United Nations Framework Convention on Climate Change (2009). *Annual compilation and accounting report for Annex B Parties under the Kyoto Protocol*. URL: <http://unfccc.int>.

UNFCCC - United Nations Framework Convention on Climate Change (2010). *GHG data and KP data for the year 2008*. URL: <http://unfccc.int>.

UNFCCC - United Nations Framework Convention on Climate Change (2011). *GHG data and KP data for the year 2009*. URL: <http://unfccc.int>.

UL RS 2007/42 – Uradni list Republike Slovenije. *Državni načrt razdelitve emisijskih kuponov za obdobje od 2008 do 2012*, str. 5813. URL: <http://www.uradni-list.si>.

Wang, Q-Y., Murks Bašič, A., Perc, M. & Lu, Q-S. (2011). Taming desynchronized bursting with delays in the Macaque cortical network. *Chin. Phys. B* **20**, 040504.

Wang, Z., Murks Bašič, A., Du, W-B., Rong, Z-H. & Perc, M. (2011). Coveting thy neighbors fitness as a means to resolve social dilemmas. *Journal of Theoretical Biology* **277**, 19-26.

Watts, D. J. & Strogatz, S. H. (1998). Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature* **393**, 440–442.

Wood, P. J. (2010). *Climate Change and Game Theory: a Mathematical Survey*. *Environmental Economics Research Hub*, Research Report No. **62**.

IEA - International Energy Agency (2008). *World Energy Outlook*. OECD/IEA, France.

Zizzo, D. J. & Tan, Jonathan H. W. (2009). *Game Harmony: A Behavioral approach to Predicting Cooperation in Games*. *ICBBR Working Paper Series* No 2009_04.

PRILOGE I.

Priloga I/1: Murks Bašič, A. & Perc, M. (2011a). Evolutionary games on visibility graphs. *Advances in complex Systems* **14**, 307-315.

Priloga I/2: Wang, Q-Y., Murks Bašič, A., Perc, M. & Lu, Q-S. (2011). Taming desynchronized bursting with delays in the Macaque cortical network. *Chin. Phys. B* **20**, 040504.

Priloga I/3: Wang, Z., Murks Bašič, A., Du, W-B., Rong, Z-H. & Perc, M. (2011). Coveting thy neighbors fitness as a means to resolve social dilemmas. *Journal of Theoretical Biology* **277**, 19-26.

EVOLUTIONARY GAMES ON VISIBILITY GRAPHS

ALEKSANDRA MURKS* and MATJAZ PERC†

*Department of Physics,
Faculty of Natural Sciences and Mathematics,
University of Maribor, Koroška cesta 160,
SI-2000 Maribor, Slovenia*

**amurks@nkbm.si*

*†matjaz.perc@uni-mb.si
http://www.matjazperc.com*

Received 5 October 2010

Revised 28 December 2010

We show that time series of different complexities can be transformed into networks that host individuals playing evolutionary games. The irregularity of the time series is thereby faithfully reflected in the fraction of cooperators surviving the evolutionary process, thus effectively linking time series with evolutionary games. Pivotal to the linkage is a simple visibility algorithm that transforms time series into networks. More specifically, periodic series yield regular networks, chaotic series yield random networks, while fractal series yield scale-free networks. As an example, we use a chaotic time series from the Logistic map and a fractal time series of Brownian motion, yielding an interaction network with an exponential and a power-law degree distribution, respectively. By employing the prisoner's dilemma and the snowdrift game, we demonstrate that such heterogeneous interaction networks facilitate the evolution of cooperation if compared to the traditional square lattice topology. Due to the simplicity of the employed methodology, newcomers with a basic command of nonlinear dynamics or stochastic processes can become easily acquainted with evolutionary games, and moreover, integrate these interesting and vibrant subfields of physics more effectively into their research.

Keywords: Evolutionary games; time series; complex networks; visibility algorithm.

1. Introduction

Evolutionary games on graphs [1] offer fascinating insights into how and why cooperators can coexist with defectors in a competitive, success driven environment. One of the fundamental observations thereby has been that heterogeneous interaction networks promote cooperation in different types of social dilemmas [2]. Recent research efforts have been focused on further disentangling the role of heterogeneity by the evolution of cooperation, not just in terms of the underlying interaction network [3–9], but also in general [10–13]. In addition, following the inspiring earliest efforts [14–16], coevolutionary rules have been introduced that may generate appropriate heterogeneities spontaneously [17].

Given the existence of an impressive array of different algorithms for the generation of complex networks [18, 19], a novice can easily feel overwhelmed by which algorithm to choose and how to approach the subject. Apart from mainstream algorithms for the generation of scale-free [20] and small-world [21, 22] networks, common variations include regular small-world and regular random graphs as well as networks subject to assortative or disassortative mixing, to name a few. Here we demonstrate that the visibility algorithm [23] can yield suitable interaction networks depending on the complexity of the time series that is used as input, and more importantly, that the irregularity of the trace is then directly reflected in the outcome of evolutionary games played on the resulting graphs.

Time series analysis is a fascinating field of research [24], and there are several methods and approaches developed for quantifying the complexity of observed traces [25]. Notably, recent advances also include complex networks as a means to differentiate between periodicity, deterministic chaos and noise [26–28]. Here, however, the emphasis is not on using the outlined approach to characterize time series, but rather to use potentially existing knowledge about nonlinear dynamics and stochastic processes to bridge the gap between two seemingly very different fields of research. Using as the input a time series with a given complexity, e.g. periodic, chaotic, random or fractal [24], the visibility algorithm retrieves an interaction network of which the degree distribution mirrors the properties of the series. More precisely, chaotic and random series convert into networks with an exponential degree distribution, while fractal series yield as output networks with a power-law degree distribution. Thus, it is possible to link the existing knowledge about nonlinear dynamics and stochastic processes with the complexity of networks, and further with evolutionary games.

Subsequently, networks generated in this way can be used to demonstrate the impact of network heterogeneity on the evolution of cooperation in the light of previous results obtained on square lattices [29–32]. From the set of social dilemmas we here consider the evolutionary prisoner’s dilemma and the evolutionary snowdrift game as the two most representative examples [33, 34]. We demonstrate that networks with exponential and power-law degree distributions strongly facilitate the evolution of cooperation irrespective of the governing social dilemma, thus capturing the essence of recent advances in evolutionary games on complex networks by means of a straightforward approach, simply by switching the input time series for the visibility algorithm. In the following sections, we give a description of the visibility algorithm that converts time series into networks, and subsequently present the outcome of evolutionary games in dependence on the complexity of the time series that is used as input and the temptation to defect.

2. Visibility Algorithm

Given a time series, the corresponding visibility graph is obtained by treating every point of the series $x_{i=1,\dots,N}$ as a node (i.e. the length of the time series thus

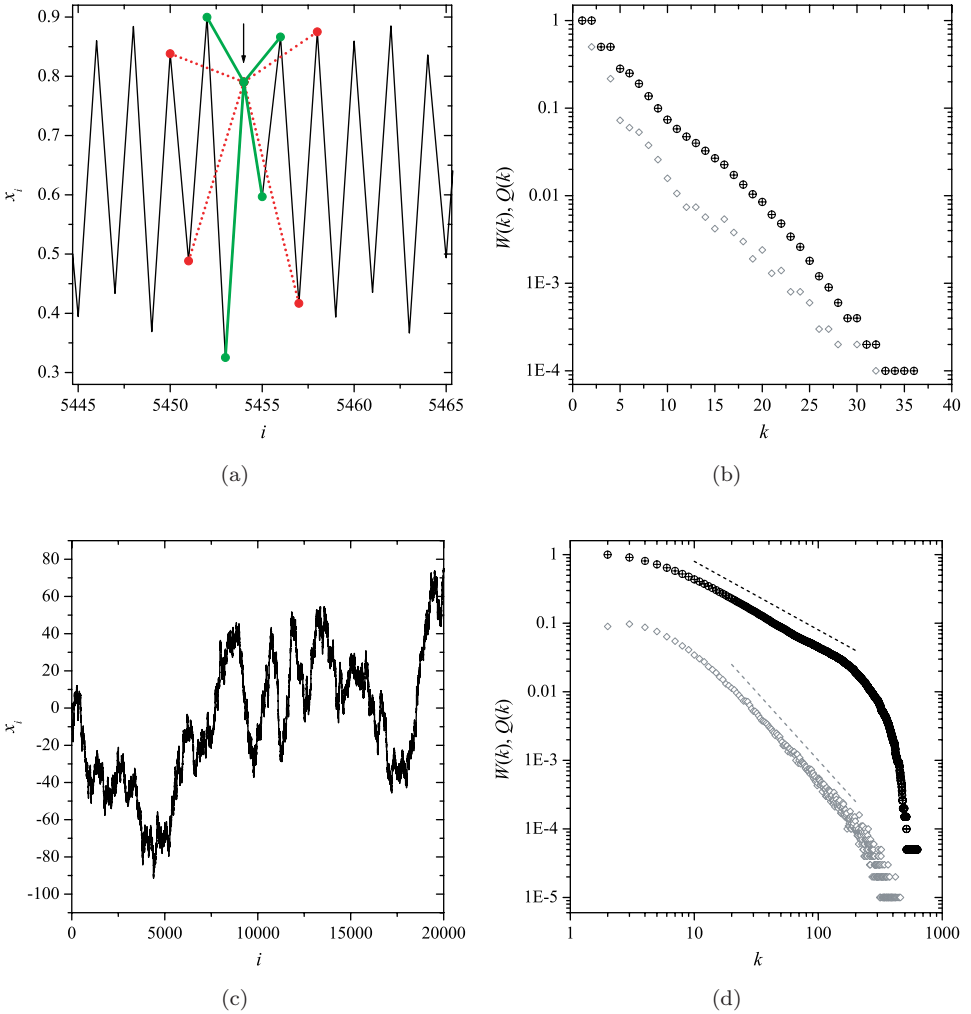


Fig. 1. (Color online) Visibility algorithm and the resulting networks. (a) Short segment (out of $N = 10^4$ points in total) of the logistic map series obtained for $r = 3.6$, featuring a schematic presentation of the visibility algorithm. The node marked by the arrow is connected to all green nodes (green solid lines) but not to the red ones (dotted red lines), since the latter do not fulfil the visibility condition given by Eq. (1). (b) Degree distribution $W(k)$ (gray \diamond) and the cumulative degree distribution $Q(k)$ (black \oplus) of the network obtained by using the chaotic time series of the Logistic map [see panel (a)] as input. Since the vertical axis has a logarithmic scale and both data sets can be fitted fairly accurately by a straight line with an identical slope the degree distribution is exponential. (c) First $N = 2 \cdot 10^4$ points of the Brownian series, corresponding to a random walk in one dimension. (d) Degree distribution $W(k)$ (gray \diamond) and the cumulative degree distribution $Q(k)$ (black \oplus) of the network obtained by using the Brownian time series [see panel (c)] as input. Since both axis have a logarithmic scale and $W(k) \propto k^{-\alpha}$ as well as $Q(k) \propto k^{-(\alpha-1)}$ the degree distribution is a power-law with $\alpha \approx 2.0$ (as indicated by the two dashed lines).

corresponds to the network size N) and connecting a given node with all those nodes that can be “seen” from the top of it [23]. Figure 1(a) features a short segment of the logistic map $x_i = rx_{i-1}(1 - x_{i-1})$ obtained at $r = 3.6$, where the algorithm is schematically presented. Green lines depict valid links while red lines depict forbidden links. Note that the nodes depicted red cannot be seen from the node marked by the arrow without intersecting the series at least once. On the other hand, all nodes marked green are directly visible to one another. Taking into consideration basic geometric relations, it is possible to derive a simple criteria for the visibility of any two data points. In particular, two arbitrary points of the series (i, x_i) and (j, x_j) will have visibility, and thus will become two connected nodes in the corresponding visibility graph, if any other point (m, x_m) placed between them fulfils [23]:

$$x_m < x_j + (x_i - x_j) \frac{j - m}{j - i}. \quad (1)$$

In order to obtain the visibility graph from a time series one has to check the condition given by Eq. (1) for every possible pair of points, whereby taking into account all the points that are placed between them. If the visibility criteria are fulfilled for all m the two points i and j should be connected, but otherwise not. This simple procedure warrants that the visibility graph is always connected since each point is connected to at least its two nearest neighbors (left and right), and moreover, is undirected since the algorithm does not distinguish between different link directions. These properties make the obtained networks suitable candidates as underlying interaction topologies for evolutionary games.

We characterize the resulting networks by means of the degree distribution and the cumulative degree distribution [19]. By defining k_i as the degree of node i , the degree distribution $W(k)$ gives the probability that a node chosen uniformly at random has degree k . As a very useful alternative, the cumulative degree distribution $Q(k)$ can be defined as the probability that a node chosen uniformly at random has degree at least k (i.e. k or smaller). Note that if $W(k) \propto k^{-\alpha}$ (is a power-law with slope α), then also $Q(k)$ will be a power-law, but with the slope $\alpha - 1$ rather than α . Thus, having $W(k) \propto k^{-\alpha}$ and $Q(k) \propto k^{-(\alpha-1)}$ is a firm indicator of a scale-free network. On the other hand, if $W(k) \propto \exp^{-k/\kappa}$ (is exponential with slope κ) then $Q(k)$ will also be exponential, but with the same exponent [19]. Thus, plotting $W(k)$ and $Q(k)$ on logarithmic or semi-logarithmic scales makes it easy to distinguish power-law from exponential distributions.

If one considers as input a periodic time series, it is straightforward to reckon that the visibility criteria will be periodically fulfilled every oscillation period. Accordingly, the resulting network will be regular having a discrete degree distribution with a finite number of peaks corresponding to the number of points forming one period of the series. Much more interesting scenarios are possible if one uses random, chaotic or fractal series as input. First, it is important to realize that any large value (larger than the surrounding values) of the time series will map to a hub of the corresponding visibility network. Second, for random as well

as chaotic time series it holds that two consecutive extreme values of the series are highly improbable. In fact, the time distribution of extreme events in a sequence of uniformly distributed random numbers is exponential. From these two facts it follows directly that the networks constructed from a random or a chaotic time series will have an exponential degree distribution. Indeed, in Fig. 1(b) this line of thought is fully confirmed, whereby as input we have used a series from the well-known Logistic map $x_i = rx_{i-1}(1 - x_{i-1})$ with $r = 3.6$ (note that for this value of the parameter the map is chaotic) [35]. Extending the outlined reasoning further, one finds that time series that violate the exponentially infrequent occurrence of extreme events, such as for example those that are fractal, convert to networks having a power-law degree distribution. Figure 1(d) confirms this expectation, whereby as input we have used the random walk in one dimension, i.e. the Brownian series. From these results it follows that the described visibility algorithm offers fascinating possibilities with respect to fast, efficient and extremely versatile generation of complex networks, which can all be applied as underlying interaction topologies when studying the evolution of cooperation in the context of evolutionary games.

3. Evolutionary Games

In what follows, both the prisoner's dilemma game as well as the snowdrift game will be used as representative examples of social dilemmas, whereby we adopt the same parametrization as used recently in Ref. 7. Accordingly, the prisoner's dilemma game is characterized by the temptation to defect $T = b$, reward for mutual cooperation $R = 1$, and punishment P as well as the suckers payoff S equaling 0, whereby $1 < b \leq 2$ ensures a proper payoff ranking [29]. The snowdrift game, on the other hand, has $T = \beta$, $R = \beta - \frac{1}{2}$, $S = \beta - 1$ and $P = 0$, where the temptation to defect can be expressed in terms of the cost-to-benefit ratio $r = 1/(2\beta - 1)$ with $0 \leq r \leq 1$. In both games two cooperators facing one another acquire R , two defectors get P , whereas a cooperator receives S if facing a defector who then gains T . Initially each player i , corresponding to a node of the underlying network, is designated either as a cooperator (C) or defector (D) with equal probability. Irrespective of the game, evolution of the two strategies is performed in accordance with the Monte Carlo simulation procedure comprising the following elementary steps. First, a randomly selected player i acquires its payoff p_i by playing the game with all its k_i neighbors. Next, one randomly chosen neighbor of i , denoted by j , also acquires its payoff p_j by playing the game with all its k_j neighbors. Last, if $p_i > p_j$ player i tries to enforce its strategy s_i on player j in accordance with the probability $W(s_i \rightarrow s_j) = (p_i - p_j)/bk_q$, where k_q is the largest of the two degrees k_i and k_j . In accordance with the random sequential update, each player is selected once on average during a full Monte Carlo step. Presented results were obtained on networks hosting $N = 10^4 - 10^5$ players and the equilibrium fractions of cooperators ρ_C were determined within 10^6 full Monte Carlo steps after sufficiently long transients were discarded.

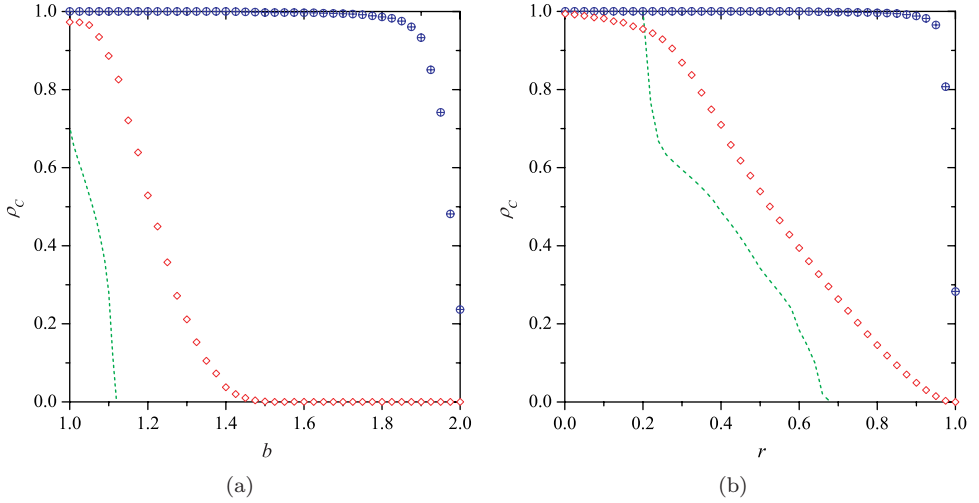


Fig. 2. (Color online) Evolution of cooperation. (a) Fraction of cooperators ρ_C in dependence on the temptation to defect b for the prisoner's dilemma game. (b) Fraction of cooperators ρ_C in dependence on the cost-to-benefit ratio r for the snowdrift game. In both panels the dashed green line depicts results obtained on the square lattice, while red \diamond and blue \oplus depict results obtained on the network with an exponential [see Fig. 1(b)] and a power-law [see Fig. 1(d)] degree distribution, respectively. It can be observed that heterogeneous interaction topologies in form of above-introduced visibility graphs strongly promote the evolution of cooperation irrespective of the governing social dilemma.

In Fig. 2 we present the main results of the evolutionary process for the two considered games. Taking the evolution of cooperation on the square lattice [30, 36] as a benchmark (dashed green lines in both panels of Fig. 2), it is inferable at a glance that heterogeneous interaction networks have a very positive effect on the survivability of cooperators. While cooperators on the square lattice die out at $b \approx 1.12$ and $r \approx 0.68$ in the prisoner's dilemma and the snowdrift game, respectively, they prevail across large spans of b and r if networks with an exponential (red \diamond in both panels of Fig. 2) or a power-law (blue \oplus in both panels of Fig. 2) degree distribution are used as underlying interaction topologies. Comparatively, it can be observed that scale-free networks are more efficient in promoting the evolution of cooperation than networks with an exponential degree distribution. This is in agreement with the results reported in several previous studies [37–39], where it was shown that the degree heterogeneity of scale-free networks, along with the interconnectedness of hubs, strongly reinforces cooperative behavior. It is also worth pointing out that the networks generated by means of the visibility algorithm yield very similar results as networks generated with the more traditional algorithms; for example the one proposed by Barabási and Albert [20] (compare with Fig. 1 in Ref. 37). Importantly, while on the square lattice cooperators form clusters to protect themselves against being exploited by defectors [29], on heterogeneous interaction networks hubs (i.e. nodes with a high degree) act as robust sources

of cooperative behavior. This difference in the way cooperators defend themselves against defectors is also the main reason for the facilitative effect of heterogeneity on the evolution of cooperation, which thus cannot be observed in this form on regular lattices and graphs. The promotion of cooperation via heterogeneity has been a source of inspiration ever since its discovery [37], and herewith we shown that this fascinating result can be reproduced elegantly by means of evolutionary games on networks that are generated by means of the visibility algorithm.

4. Summary

In summary, we have outlined a simple approach that links time series with the outcome of evolutionary games, thereby enabling graduate students and teachers to become easily acquainted with different subfields of physics by means of an interdisciplinary approach. Since the visibility algorithm enables altering the network properties simply by switching the input time series, it is possible to study how different levels of heterogeneity influence the outcome of evolutionary games in an effective and accessible manner. By using networks derived from a chaotic Logistic map and the Brownian motion, we have shown that networks with exponential and power-law degree distributions facilitate the evolution of cooperation across a wide span of defection temptation values and irrespective of the governing social dilemma. Especially if compared to the outcome of games on a square lattice the facilitative impact on the evolution of cooperation is remarkable and very convincing. We hope the study will succeed in drawing further attention to this currently very vibrant field of research [1, 17, 40–44].

Acknowledgments

Matjaž Perc acknowledges support from the Slovenian Research Agency (Grant Z1-2032).

References

- [1] Szabó, G. and Fáth, G., Evolutionary games on graphs, *Phys. Rep.* **446** (2007) 97.
- [2] Santos, F. C., Pacheco, J. M. and Lenaerts, T., Evolutionary dynamics of social dilemmas in structured heterogeneous populations, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **103** (2006) 3490.
- [3] Wang, W.-X., Ren, J., Chen, G. and Wang, B.-H., Memory-based snowdrift game on networks, *Phys. Rev. E* **74** (2006) 056113.
- [4] Poncela, J., Gómez-Gardeñes, J., Floría, L. M. and Moreno, Y., Robustness of cooperation in the evolutionary prisoner's dilemma on complex networks, *New J. Phys.* **9** (2007) 184.
- [5] Rong, Z., Li, X. and Wang, X., Roles of mixing patterns in cooperation on a scale-free networked game, *Phys. Rev. E* **76** (2007) 027101.
- [6] Vukov, J., Szabó, G. and Szolnoki, A., Prisoner's dilemma game on Newman-Watts graphs, *Phys. Rev. E* **77** (2008) 026109.
- [7] Perc, M., Evolution of cooperation on scale-free networks subject to error and attack, *New J. Phys.* **11** (2009) 033027.

- [8] Pacheco, J. M., Pinheiro, F. L. and Santos, F. C., Population structure induces a symmetry breaking favoring the emergence of cooperation, *PLoS Comput. Biol.* **5** (2009) e1000596.
- [9] Poncela, J., Gómez-Gardeñes, J., Floría, L. M., Moreno, Y. and Sánchez, A., Cooperative scale-free networks despite the presence of defector hubs, *EPL* **88** (2009) 38003.
- [10] Szolnoki, A. and Szabó, G., Cooperation enhanced by inhomogeneous activity of teaching for evolutionary prisoner's dilemma games, *EPL* **77** (2007) 30004.
- [11] Perc, M. and Szolnoki, A., Social diversity and promotion of cooperation in the spatial prisoner's dilemma game, *Phys. Rev. E* **77** (2008) 011904.
- [12] Santos, F. C., Santos, M. D. and Pacheco, J. M., Social diversity promotes the emergence of cooperation in public goods games, *Nature* **454** (2008) 213.
- [13] Szabó, G. and Szolnoki, A., Cooperation in spatial prisoner's dilemma with two types of players for increasing number of neighbors, *Phys. Rev. E* **79** (2009) 016106.
- [14] Ebel, H. and Bornholdt, S., Coevolutionary games on networks, *Phys. Rev. E* **66** (2002) 056118.
- [15] Zimmermann, M. G., Eguíluz, V. M. and San Miguel, M., Coevolution of dynamical states and interactions in dynamic networks, *Phys. Rev. E* **69** (2004) 065102(R).
- [16] Eguíluz, V. M., Zimmermann, M. G., Cela-Conde, C. J. and San Miguel, M., Cooperation and the emergence of role differentiation in the dynamics of social networks, *Am. J. Sociol.* **110** (2005) 977.
- [17] Perc, M. and Szolnoki, A., Coevolutionary games — A mini review, *BioSystems* **99** (2010) 109.
- [18] Albert, R. and Barabási, A. L., Statistical mechanics of complex networks, *Rev. Mod. Phys.* **74** (2002) 47.
- [19] Newman, M. E. J., The structure and function of complex networks, *SIAM Rev.* **45** (2003) 167.
- [20] Barabási, A. L. and Albert, R., Emergence of scaling in random networks, *Science* **286** (1999) 509.
- [21] Watts, D. J. and Strogatz, S. H., Collective dynamics of 'small-world' networks, *Nature* **393** (1998) 440.
- [22] Newman, M. E. J. and Watts, D. J., Renormalization group analysis of the small-world network model, *Phys. Lett. A* **263** (1999) 341.
- [23] Lacasa, L., Luque, B., Ballesteros, F., Luque, J. and Nuño, J. C., From time series to complex networks: The visibility graph, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **105** (2008) 4972.
- [24] Kantz, H. and Schreiber, T., *Nonlinear Time Series Analysis* (Cambridge: Cambridge University Press, 1997).
- [25] Hegger, R., Kantz, H. and Schreiber, T., Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package, *Chaos* **9** (1999) 413.
- [26] Marwan, N., Donges, J. F., Zou, Y., Donner, R. V. and Kurths, J., Complex network approach for recurrence analysis of time series, *Phys. Lett. A* **373** (2009) 4246.
- [27] Donner, R. V., Zou, Y., Donges, J. F., Marwan, N. and Kurths, J., Recurrence networks — A novel paradigm for nonlinear time series analysis, *New J. Phys.* **12** (2010) 033025.
- [28] Donner, R. V., Zou, Y., Donges, J. F., Marwan, N. and Kurths, J., Ambiguities in recurrence-based complex network representations of time series, *Phys. Rev. E* **81** (2010) 015101(R).
- [29] Nowak, M. A. and May, R. M., Evolutionary games and spatial chaos, *Nature* **359** (1992) 826.

- [30] Szabó, G. and Tóke, C., Evolutionary prisoner's dilemma game on a square lattice, *Phys. Rev. E* **58** (1998) 69.
- [31] Hauert, C., Effects of space in 2×2 games, *Int. J. Bifurcat. Chaos* **12** (2002) 1531.
- [32] Hauert, C. and Doebeli, M., Spatial structure often inhibits the evolution of cooperation in the snowdrift game, *Nature* **428** (2004) 643.
- [33] Axelrod, R., *The Evolution of Cooperation* (New York: Basic Books, 1984).
- [34] Hofbauer, J. and Sigmund, K., *Evolutionary Games and Population Dynamics* (Cambridge: Cambridge University Press, 1988).
- [35] Strogatz, S. H., *Nonlinear Dynamics and Chaos* (Massachusetts: Addison-Wesley, 1994).
- [36] Roca, C. P., Cuesta, J. A. and Sánchez, A., Effect of spatial structure on the evolution of cooperation, *Phys. Rev. E* **80** (2009) 046106.
- [37] Santos, F. C. and Pacheco, J. M., Scale-free networks provide a unifying framework for the emergence of cooperation, *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 098104.
- [38] Assenza, S., Gómez-Gardeñes, J. and Latora, V., Enhancement of cooperation in highly clustered scale-free networks, *Phys. Rev. E* **78** (2008) 017101.
- [39] Poncela, J., Gómez-Gardeñes, J., Floria, L. M. and Moreno, Y., Cooperation in the prisoner's dilemma game in random scale-free graphs, *Int. J. Bifurcat. Chaos* **20** (2010) 849.
- [40] Pfeiffer, T. and Schuster, S., Game-theoretical approaches to studying the evolution of biochemical systems, *Trends Biochem. Sci.* **30** (2005) 20.
- [41] Schuster, S., Kreft, J.-U., Schroeter, A. and Pfeiffer, T., Use of game-theoretical methods in biochemistry and biophysics, *J. Biol. Phys.* **34** (2008) 1.
- [42] Helbing, D. and Yu, W., The outbreak of cooperation among success-driven individuals under noisy conditions, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **106** (2009) 3680.
- [43] Roca, C. P., Cuesta, J. A. and Sánchez, A., Evolutionary game theory: Temporal and spatial effects beyond replicator dynamics, *Phys. Life Rev.* **6** (2009) 208.
- [44] Helbing, D., Szolnoki, A., Perc, M. and Szabó, G., Evolutionary establishment of moral and double moral standards through spatial interactions, *PLoS Comput. Biol.* **6** (2010) e1000758.

Taming desynchronized bursting with delays in the Macaque cortical network*

Wang Qing-Yun(王青云)^{a)†}, Murks Aleksandra^{b)}, Perc Matjaž^{b)}, and Lu Qi-Shao(陆启韶)^{a)}

^{a)}*Department of Dynamics and Control, Beihang University, Beijing 100191, China*

^{b)}*Department of Physics, Faculty of Natural Sciences and Mathematics,
University of Maribor, Koroška Cesta 160, SI-2000 Maribor, Slovenia*

(Received 20 September 2010; revised manuscript received 25 October 2010)

Inhibitory coupled bursting Hindmarsh–Rose neurons are considered as constitutive units of the Macaque cortical network. In the absence of information transmission delay the bursting activity is desynchronized, giving rise to spatiotemporally disordered dynamics. This paper shows that the introduction of finite delays can lead to the synchronization of bursting and thus to the emergence of coherent propagating fronts of excitation in the space-time domain. Moreover, it shows that the type of synchronous bursting is uniquely determined by the delay length, with the transitions from one type to the other occurring in a step-like manner depending on the delay. Interestingly, as the delay is tuned close to the transition points, the synchronization deteriorates, which implies the coexistence of different bursting attractors. These phenomena can be observed by different but fixed coupling strengths, thus indicating a new role for information transmission delays in realistic neuronal networks.

Keywords: synchronization, bursting, information transmission delay, Macaque cortical network, inhibitory coupling

PACS: 05.45.–a

DOI: 10.1088/1674-1056/20/4/040504

1. Introduction

The brain is a complex network of neurons exhibiting a fascinating richness of behaviour, which allow it to perform the most intricate tasks with cognition and reliability. Synchronization^[1] of the dynamics in the cortical network has been suggested as particularly relevant for the efficient processing and transmission of neuronal signals (see e.g. Refs. [2] and [3]). To this date, synchronized states have been demonstrated to occur in many special areas of the brain, such as the olfactory system or the hippocampal region.^[4–6] Based on mainly theoretical analysis, neuronal synchronization on complex networks has been explored in detail,^[7–16] leading to several insights which have the potential of applicability on realistic problems in the neurosciences. For example, synchronization of gap-junction-coupled neurons has been investigated, where the dependence of neuronal synchronization on the coupling strength was explored.^[12] Moreover, the synaptically coupled Hodgkin–Huxley neurons with time-dependent conductance of the synapse were demonstrated to ex-

hibit rich dynamics including in-phase, anti-phase and chaotic oscillations.^[13] Synchronization and coherence of chaotic Morris–Lecar neural networks have been investigated and it has been found that there is an optimal number of shortcuts at which the collective behaviour of neurons is most ordered.^[14] The influence of the coupling strength and network topology on synchronization was investigated also for networks of bursting Hindmarsh–Rose neurons with chemical synapses.^[15] Interestingly, it was reported that chemical and electrical synapses perform complementary roles in the synchronization of interneuronal networks.^[16]

Bursts of spikes, as opposed to single spikes, are considered to enhance the reliability of communications between neurons by facilitating transmitter release. Bursting synchronization likely plays many subtle information processing roles in healthy neuronal tissue.^[17] Experimentally, burst synchronization has been considered within cell cultures, where the interaction of spontaneous bursts, stimulation-induced bursts and propagation of activity could be studied conveniently.^[18] Theoretical studies considering the

*Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 10972001, 10702023 and 10832006). Matjaž Perc individually acknowledges support from the Slovenian Research Agency (Grant No. Z1-2032).

†Corresponding author. E-mail: nmqingyun@163.com

synchronization of bursting oscillations have also attracted considerable attention in recent years.^[19–21] In particular, the dependence of the chaotic phase synchronization on the coupling properties and an externally applied time-periodic signal were demonstrated on scale-free networks of bursting neurons.^[19] Moreover, bursting synchronization was investigated also for a ring neuronal network, in which each neuron exhibited chaotic bursting behaviour.^[21]

Because of finite (non-zero) and varying signal transmission speeds between different pairs of coupled neurons, delays in information processing and signal transmission in spatially distributed neuronal systems are unavoidable. As such, they should not be neglected and dismissed as being irrelevant. Some experiments have actually shown that the delays can reach up to 80 ms in cortical networks. Delays have thus far been found responsible for several interesting phenomena in coupled dynamical systems.^[22–28] For example, Ernst *et al.*^[25] have identified mechanisms of synchronization between pulse-coupled oscillators in the presence of time delays. Very recently, it has been found that synchronization transitions between clustering anti-phase synchronization and in-phase synchronization can be induced by information transmission delays in map-based neuronal networks.^[26,27] Also recently, Liang *et al.* studied the effects of distributed time delays on phase synchronization of bursting neurons.^[28]

Here we aim at extending previous studies on this topic by considering a real-life Macaque cortical network,^[29,30] hosting inhibitory coupled Hindmarsh–Rose neurons^[31] individually set to bursting mode. We thus combine experimental findings with mathematical modeling to investigate the impact of information transmission delays on the spatiotemporal dynamics and function of neuronal networks. If information transmission delays are neglected, individual neurons exhibit bursting oscillations which are virtually completely uncorrelated across the whole network, thus giving rise to an essentially disordered spatiotemporal dynamics. Quite remarkably, if information transmission delays are introduced as an integral part of the setup, we find that the disorder can be tamed effectively by appropriately tuned delay lengths. A further interesting fact is that increasing delays not only lead to synchronized bursting, but can also evoke period-adding bifurcations such that the bursting pattern becomes increasingly complex, i.e. which are characterized by an increasing number

of intra-burst spikes. Near these bifurcation points the synchrony of excitatory bursts deteriorates slightly, which suggests the coexistence of bursting attractors in coupled neurons. We interpret these findings in terms of eigen-frequencies which are routed in each individual Hindmarsh–Rose bursting neuron, both in the damped oscillations around the quasi-stable focus as well as the so-called global-resonant frequencies that can be linked to intra-burst spikes.^[32] We also examine the robustness of our findings to different coupling and external stimulus strengths and briefly discuss their relevance for the field of neuroscience.

2. Mathematical model and setup

For the network hosting individual Hindmarsh–Rose neurons,^[31] we employ the cortical network of one hemisphere of the Macaque monkey, as described in Refs. [29] and [30] (data were obtained from <http://www.biological-networks.org>). The connections among different cortical areas were obtained so that the average spatial positions of cortical areas were estimated on the basis of surface colouring using the CARET software (van Essen Lab, <http://brainmap.wustl.edu/caret>). The resulting network consists of 95 cortical regions and 2402 links among them, as shown in Fig. 1. A detailed analysis of this network was performed in Refs. [29] and [30], where it was shown, for example, that the distribution of distances between nodes, i.e. the length of connections, contains also long-range links. For more details we refer the reader to the original papers.^[29,30]

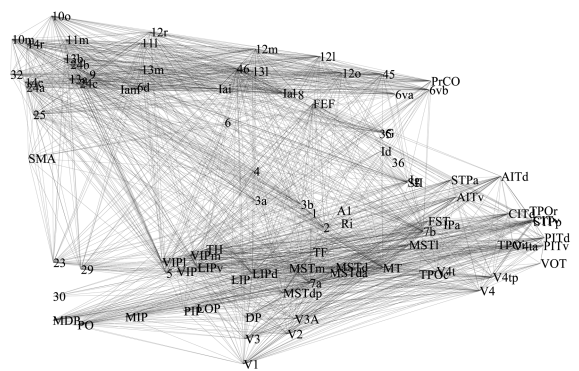


Fig. 1. Schematic presentation of the employed Macaque cortical network, consisting of 95 nodes and 2402 links, thus having average degree ≈ 25.3 .

The mathematical model of the studied Macaque cortical network is thus described by the following set of equations:

$$\dot{x}_i = y_i - ax_i^3 + bx_i^2 - z_i + I_{ext}^i$$

$$+ D(V_{\text{syn}} - x_i) \sum_{j=1}^N a_{ij} \Gamma(x_j), \quad (1)$$

$$\dot{y}_i = c - dx_i^2 - y_i, \quad (2)$$

$$\dot{z}_i = r[s(x_i - X_0) - z_i], \quad (3)$$

where x_i is the membrane potential of the i -th neuron, y_i is associated with the fast current, Na^+ , or K^+ and z_i is associated with the slow current, for example, Ca^{2+} . The parameters are taken as $a = 1.0$, $b = 3.0$, $c = 1.0$, $d = 5.0$, $s = 4.0$, $X_0 = -1.60$ and $r = 0.006$. The I_{ext}^i is the external current of the i -th neuron. With the change of parameter I_{ext}^i , the Hindmarsh–Rose neuron exhibits rich firing behaviour such as periodic spiking and bursting as well as chaotic spiking and bursting. The D is the synaptic coupling strength. The V_{syn} is the synaptic reversal potential, which is dependent on the type of synaptic transmitter released from a presynaptic neuron and its receptors. It determines whether the synapse is excitatory or inhibitory. In this paper, we consider the inhibitory network, thus setting $V_{\text{syn}} = -1.8$. The delayed synaptic coupling function is modeled by the sigmoidal function $\Gamma(x_j) = 1/(1 + \exp\{-\lambda[x_j(t - \tau) - \Theta_s]\})$, where Θ_s is the threshold, above which the postsynaptic neuron is affected by the presynaptic one. We here take $\Theta_s = 0$. The $\lambda = 30$ represents a constant rate for the onset of excitation or inhibition. The τ is the information transmission delay among neurons, which is the main parameter to be varied in this paper. Finally, regarding the network links, we consider the non-weighted case, that is, if the i -th neuron is connected to the j -th neuron, $a_{ij} = a_{ji} = 1$. Otherwise, $a_{ij} = a_{ji} = 0$ and $a_{ii} = 0$.

3. Results

For the studied Macaque cortical network with inhibitory synapses, we first investigate the effects of different information transmission delays on the spatiotemporal behaviour of neurons via space-time plots presented in Fig. 2. We set the external stimulus $I_{\text{ext}}^i = 3.2$ so that every neuron in the network is initially chaotically bursting. Results depicted in Fig. 2 illustrate the spatiotemporal dynamics of neurons for characteristic values of the delay τ . It can be observed that in the absence of information transmission delay, neurons are chaotic and unsynchronized (see Fig. 2(a)). However, when the delay is set to $\tau = 7.0$, neurons can exhibit regular period one bursting synchronization (see Fig. 2(b)). Subsequently, by

increasing the delay further, the synchronized bursting pattern transits from a simple period-one to more complex period-two, then to period-three and finally period-four bursting, as evidenced in Figs. 2(c)–2(e). Hence, it is demonstrated that the spatiotemporal chaos of the network can be tamed effectively by means of finite (non-zero) information transmission delays. Moreover, it can be observed that the complexity of the synchronized pattern increases with longer delays. This shows that the firings of individual neurons go through a series of period-adding bifurcations. It can thus be concluded that finite information transmission delays can play a central role in the generation of bursting patterns of neuronal activity on the Macaque cortical network.

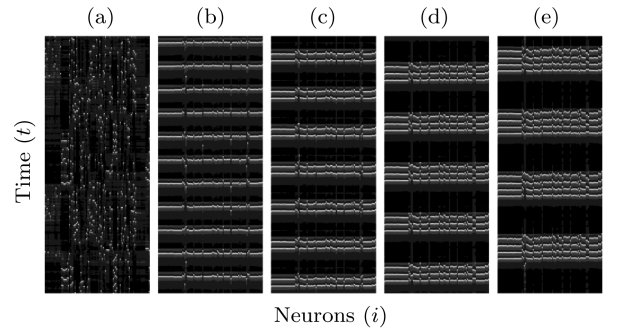


Fig. 2. Space-time plots of $x_i(t)$ obtained for $D = 2.0$ and $I_{\text{ext}}^i = 3.2$ with different information transmission delays τ : (a) 0, (b) 7, (c) 14, (d) 22, (e) 30. Notice how the bursting synchronization and the number of spikes in one burst increase as τ increases. In all panels the system size is $i = 1, 2, \dots, 95$ and the colour profile is linear, white depicting -2.0 and black depicting 2.5 values of $x_i(t)$ (the scale is partitioned into ten different shades of gray to enable the colour coding of small-amplitude deviations from the quasi-stable foci).

In order to supplement the visual assessment of space-time plots presented in Fig. 2, it is instructive to introduce and examine the average membrane potential of the network. Accordingly, we introduce the average membrane potential of all neurons $X(t)$ as follows:

$$X(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n(t). \quad (4)$$

It is evident from Eq. (4) that if the dynamics of individual neurons is weakly correlated, i.e. desynchronized, $X(t)$ should fluctuate irregularly with small amplitudes as the time is evolving. Conversely, $X(t)$ should exhibit regular bursting dynamics if all neurons burst coherently. Hence, $X(t)$ is a simple alternative indicator, which can help us to identify the evolutionary

behaviour of neurons constituting the Macaque cortical network. Temporal courses depicted in Figs. 3(a)–3(e) represent $X(t)$ corresponding to the space-time plots presented in Figs. 2(a)–2(e). Evidently, it can be concluded that the desynchronized out-of-phase bursting of individual neurons and the corresponding spatiotemporally chaotic dynamics at $\tau = 0$ gives way to synchronized in-phase neuronal activity as τ increases, thus supporting the conclusion that delays can be con-

sidered as important mediators of coherent neuronal activity on realistic networks. The increment of the complexity of the synchronous bursting pattern can also be appreciated via $X(t)$, as the simple bursting oscillations at $\tau = 7$ (see Fig. 3(b)) are replaced by increasingly complex bursting oscillations with an ever increasing number of intra-burst spikes as τ increases [see Figs. 3(c)–3(e)].

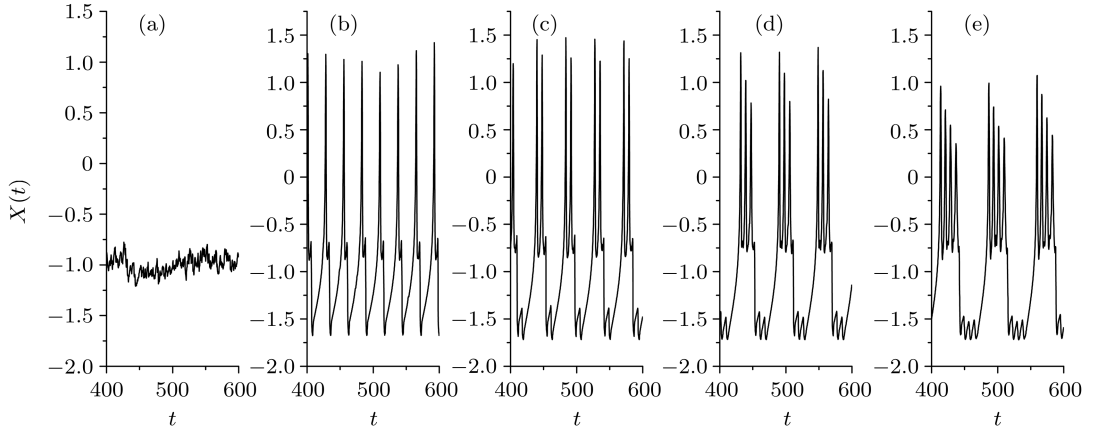


Fig. 3. Temporal courses of the average membrane potential $X(t)$, corresponding to the space-time plots presented in Figs. 2(a)–2(e). Notice the increment in the number of intra-burst spikes as the delay increases. It is also worth while noting that the synchronization seems to deteriorate minutely, if at all, as the complexity of the bursting pattern increases [note that $X(t)$ would deteriorate in amplitude drastically in case of desynchronization or even phase slips].

It remains interesting to analyse the observed patterns of neuronal activity also quantitatively by means of measures which can characterize spatiotemporal system dynamics as well as synchronization. For this purpose, we define two quantities. First is the membrane potential covariance, defined as

$$m = \langle x_i x_j - \langle x_i \rangle_{t,N}^2 \rangle_{t,N}, \quad (5)$$

with $\langle \dots \rangle_{t,N}$ denoting time and network averages. The membrane potential covariance m is a measure of the average global network synchronization. The more synchronous the neuronal network is, the larger the parameter m is. In addition, it can also identify transitions between different patterns of bursting, as we will show below. Thus, m can be dubbed as the bursting synchronization transition parameter. The second quantity is the characteristic correlation time q , which measures the ordered behaviour of neuronal firings. Based on the normalized autocorrelation function $c_i(\tau_d)$, it is defined as

$$c_i(\tau_d) = \frac{\langle (x_i(t) - \langle x_i(t) \rangle)(x_i(t + \tau_d) - \langle x_i(t) \rangle) \rangle}{\langle (x_i(t) - \langle x_i(t) \rangle)^2 \rangle}, \quad (6)$$

where $x_i(t)$ is the membrane potential of the i -th neuron at time t , τ_d is the time delay and $\langle \cdot \rangle$ denotes the average over the time. The characteristic correlation time for the i -th neuron is then evaluated by $\tau_{i,c} = (1/T) \int_T c_i^2(t) dt$ (see Ref. [33]). In the present case of the limited and discrete sampling with N_0 data points for each neuron, the characteristic correlation time is given as follows:

$$\tau_{i,c} = \frac{1}{N_0 \Delta t} \sum_{k=1}^N c_i^2(\tau_k) \Delta t, \quad (7)$$

where $\tau_k = k \Delta t$ with Δt being the sampling time, and $N_0 \Delta t$ the length of time series. Then, q is defined as

$$q = \langle \tau_{i,c} \rangle, \quad (8)$$

where $\langle \cdot \rangle$ is the average value over all neurons. It is known that the more ordered a neuron is, the longer its characteristic correlation time is. Therefore, q is called the order parameter and can be used to measure the degree of spatiotemporal order in the considered neuronal network.

The bursting synchronization transition parameter m is plotted in Fig. 4(a) for different values of D in dependence on τ . It can be observed that m increases steadily with τ almost independently of D (as expected, higher values of D altogether elevate m slightly, but the characteristic features remain preserved). This thus agrees with the above visual observations, indicating that finite information transmission delays promote synchronous bursting activity and tame the disordered behaviour observed for $\tau = 0$. Moreover, the step-like increase in the parameter m indicates that the number of spikes in each burst increases from one to four through the whole network as the delay increases, as indicated by the added labels in Fig. 4(a). Interestingly, in-between two different bursting patterns the finite slope in m suggests that there exists a narrow region, where the two attractors coexist. These observations can be further supplemented by examining the order parameter (characteristic correlation time) q , which is depicted in dependence on τ in Fig. 4(b). The descends in q following nearby the period-adding bifurcations agree nicely with the behaviour of m , thus affirming the coexistence of different bursting attractors in a narrow region of τ near the transition points. However, the order is quickly regained as one of the two bursting attractors competing for supremacy in the system's spatiotemporal dynamics fully gives way to the other.

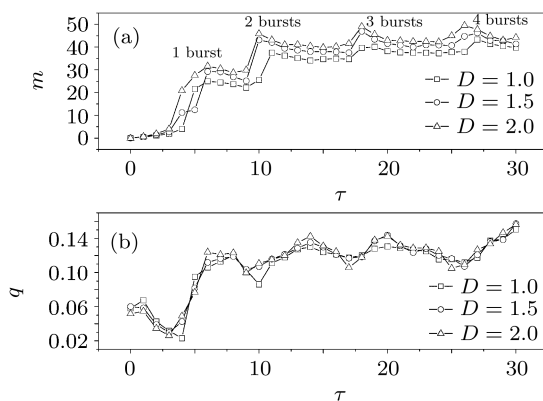


Fig. 4. (a) Dependence of the bursting synchronization parameter m on τ for different values of the coupling strength D . (b) Dependence of the order parameter (characteristic correlation time) q on τ for different values of the coupling strength D . See also main text for details.

An interpretation of the observed impact of finite (non-zero) values of τ on the spatiotemporal neuronal dynamics can be obtained by studying the robustness of the results upon varying the external stimulus I . The latter parameter determines the inherent

dynamics of each neuron and it is instructive to examine how the delay lengths, responsible for the onset of synchrony of different bursting patterns, vary dependently on I . In Fig. 5, we plot m in dependence on τ for different values of I . It can be observed that the bursting synchronization transitions still occur (denoted by integer values indicating the number of intra-burst spikes), yet at lower values of I , an increase of larger τ is required for the same effect. We argue that the transitions to synchrony are due to a resonant match between the delay length and the eigen-frequency of each Hindmarsh–Rose neuron which is routed in the damped oscillations around the quasi-stable foci.^[32] Since the latter decreases as I decreases (the distance between consecutive burst becomes larger; note that for low I a Hopf bifurcation to steady state dynamics occurs^[31]), the information transmission delay required for inducing synchronized bursting increases. Accordingly, more frequent transitions can be observed when I is large. For example, for $I = 2.0$ the neurons transit from period-one bursting to period-two bursting in the considered delay interval; whereas for $I = 3.2$ they transit from period-one up to period-four bursting inclusive in the same delay interval. We speculate that the synchronous bursting patterns following the period-one bursting are probably related to the global resonant frequency which manifests through the intra-burst inter-spike intervals and cannot be detected by the traditional local stability analysis,^[32] although we were unable to show this conclusively with our resources. Nevertheless, the presented results clearly attest to the fact that appropriately tuned delay lengths can tame the desynchronized bursting in the Macaque cortical network, with further increments of the delay enabling the selection of complexity of the bursting patterns in terms of the number of intra-burst spikes.

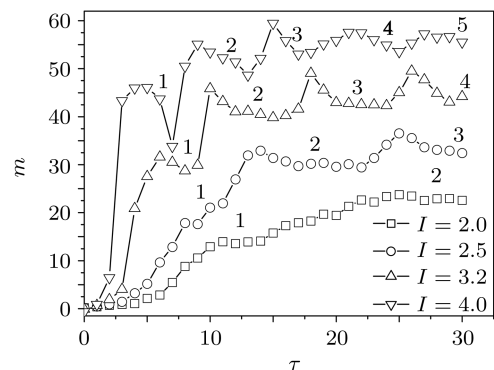


Fig. 5. Dependence of the bursting synchronization parameter m on τ for different values of the external stimulus I . See also main text for details.

4. Summary and discussion

In summary, we have demonstrated the possibility of taming desynchronized bursting activity with finite information transmission delays. We have shown that finite, i.e. non-zero, delays induce synchronized bursts of activity, with the bursting type depending intricately on the delay length. In general, longer delays have been found to induce synchronized bursting with a larger number of intra-burst spikes. The transitions between different bursting types are accompanied by a decrease in the synchronization, which implies the coexistence of two different bursting attractors competing for supremacy in the system's spatiotemporal dynamics. These observations are, however, typically limited to a rather narrow interval of delay lengths. We have also tested the robustness of these findings on variations of the coupling strength and the external stimulus, concluding that they are robust to

the alterations and may provide insights explaining the observed behaviour. Importantly, the observed transitions to bursting synchronization are the sole consequence of finite information transmission delays, which are in this form not attainable by increasing the coupling strength or other system parameters. In this sense, the results suggest that delays could play a crucial role in both synchronization as well as pattern formation in networked neuronal systems.

Bursting synchronization likely plays many subtle information-processing roles in neuronal tissue,^[34,35] though these roles are far from being completely understood at the present time.^[36] Clinically, the connection between bursting and synchronization is extremely important, since synchronization in large neuronal populations is widely viewed as a hallmark of seizures. Hopefully, the results of this paper will be instructive for understanding the properties of collective behaviour in realistic neuronal networks.

References

- [1] Pikovsky A, Rosenblum M and Kurths J 2001 *Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [2] Suykens J A K and Osipov G V 2008 *Chaos* **18** 037101
- [3] Nowotny T, Huerta R and Rabinovich M I 2008 *Chaos* **18** 037119
- [4] Gray C M and Singer W 1989 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **86** 1698
- [5] Bazhenov M, Stopfer M, Rabinovich M, Huerta R, Abarbanel H D I, Sejnowski T J and Laurent G 2001 *Neuron* **30** 553
- [6] Mehta M R, Lee A K and Wilson M A 2002 *Nature* **417** 741
- [7] Lee D S 2005 *Phys. Rev. E* **72** 026208
- [8] Motter A E, Zhou C and Kurths J 2005 *Europhys. Lett.* **69** 334
- [9] Zhou C and Kurths J 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 164102
- [10] Arenas A, Diaz-Guilera A and Perez-Vicente C J 2006 *Physica D* **224** 27
- [11] Li Y L, Ma J, Zhang W and Liu Y J 2009 *Chin. Phys. B* **18** 4598
- [12] Wang Q Y, Lu Q S, Chen G R and Guo D H 2006 *Phys. Lett. A* **356** 17
- [13] Kunichika T, Tetsuya Y, Kazuyuki A and Hiroshi K 2003 *Int. J. Bifur. Chaos* **13** 653
- [14] Wang M S, Hou Z H and X H W 2006 *Chin. Phys.* **15** 2553
- [15] Belykh I, de Lange E and Hasler M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 188101
- [16] Kopell N and Ermentrout B 2004 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **101** 15482
- [17] Sainz T M, Masoller C, Braun H A and Huber M T 2004 *Phys. Rev. E* **70** 031904
- [18] Maeda E, Robinson H and Kawana A 1995 *J. Neurosci.* **15** 6834
- [19] Izhikevich E M 2000 *SIAM Review* **43** 315
- [20] Batista C A S, Batista A M, de Pontes J A C, Viana R L and Lopes S R 2007 *Phys. Rev. E* **76** 016218
- [21] Wang Q Y, Lu Q S and Chen G R 2007 *Physica A* **374** 869
- [22] Wang Q Y and Lu Q S 2005 *Chin. Phys. Lett.* **22** 543
- [23] Rossoni E, Chen Y H, Ding M Z and Feng J F 2005 *Phys. Rev. E* **71** 061904
- [24] Xie X, Gong Y, Hao Y and Ma X 2010 *Biophys. Chem.* **146** 126
- [25] Ernst U, Pawelzik K and T Geisel 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 1570
- [26] Wang Q Y, Duan Z S, Perc M and Chen G R 2008 *EPL* **83** 50008
- [27] Wang Q Y, Perc M, Duan Z S and Chen G R 2009 *Phys. Rev. E* **80** 026206
- [28] Liang X M, Tang M, Dhamala M and Liu Z H 2009 *Phys. Rev. E* **80** 066202
- [29] Kaiser M and Hilgetag C C 2004 *Neurocomputing* **58** 297
- [30] Kaiser M and Hilgetag C C 2006 *PLoS Comput. Biol.* **2** e95
- [31] Hindmarsh J L and Rose R M 1984 *Proc. R. Soc. Lond. B* **221** 87
- [32] Perc M and Marhl M 2005 *Phys. Rev. E* **71** 026229
- [33] Pikovsky A S and Kurths J 1997 *Phys. Rev. Lett.* **78** 775
- [34] Izhikevich E M 2000 *Int. J. Bifur. Chaos* **10** 1171
- [35] Izhikevich E M 2006 *Scholarpedia* **1** 1300
- [36] Niebur E, Hsiao S S and Johnson K O 2002 *Curr. Opin. Neurobiol.* **12** 190



Coveting thy neighbors fitness as a means to resolve social dilemmas

Zhen Wang^a, Aleksandra Murks^b, Wen-Bo Du^{c,d}, Zhi-Hai Rong^e, Matjaž Perc^{b,*}

^a School of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China

^b Department of Physics, Faculty of Natural Sciences and Mathematics, University of Maribor, Koroška cesta 160, SI-2000 Maribor, Slovenia

^c School of Electronic and Information Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China

^d School of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China

^e Department of Automation, Donghua University, Shanghai 201620, China

ARTICLE INFO

Article history:

Received 16 November 2010

Received in revised form

18 January 2011

Accepted 19 February 2011

Available online 25 February 2011

Keywords:

Cooperation
Social dilemmas
Spatial structure
Inheritance
Environment

ABSTRACT

In spatial evolutionary games the fitness of each individual is traditionally determined by the payoffs it obtains upon playing the game with its neighbors. Since defection yields the highest individual benefits, the outlook for cooperators is gloomy. While network reciprocity promotes collaborative efforts, chances of averting the impending social decline are slim if the temptation to defect is strong. It is, therefore, of interest to identify viable mechanisms that provide additional support for the evolution of cooperation. Inspired by the fact that the environment may be just as important as inheritance for individual development, we introduce a simple switch that allows a player to either keep its original payoff or use the average payoff of all its neighbors. Depending on which payoff is higher, the influence of either option can be tuned by means of a single parameter. We show that, in general, taking into account the environment promotes cooperation. Yet coveting the fitness of one's neighbors too strongly is not optimal. In fact, cooperation thrives best only if the influence of payoffs obtained in the traditional way is equal to that of the average payoff of the neighborhood. We present results for the prisoner's dilemma and the snowdrift game, for different levels of uncertainty governing the strategy adoption process, and for different neighborhood sizes. Our approach outlines a viable route to increased levels of cooperative behavior in structured populations, but one that requires a thoughtful implementation.

© 2011 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

Understanding the evolution of cooperation among unrelated individuals represents one of the major challenges of evolutionary biology and of behavioral sciences (Nowak, 2006). According to the principles of Darwinian selection, any behavior that brings benefits to others but not directly to oneself will soon disappear (Darwin, 1958). However, this is not fully consistent with observations that attest to the existence of cooperative behavior, with examples ranging from the communities of microorganisms to animal and human societies (Milinski, 1987; Binmore, 1994; Colman, 1995; Doebeli and Hauert, 2005). In order to explain the emergence and maintenance of cooperation, evolutionary games, with the focus on social dilemmas, have provided several fundamental insights (Hofbauer and Sigmund, 1998; Ohtsuki et al., 2006; Ren et al., 2006; Ohtsuki and Nowak, 2006a). And especially the prisoner's dilemma games and its extensions have been considered and studied frequently (Mesterton-Gibbons,

1991, 1992; Nowak and May, 1992; Milinski and Wedekind, 1998; Moyano and Sánchez, 2009; Souza et al., 2009; Chen et al., 2009; Traulsen et al., 2010; Jiménez et al., 2008; Poncela et al., 2007; Sysi-Aho et al., 2005; Hauert and Doebeli, 2004; Santos and Pacheco, 2005) in order to shed light on how cooperation can evolve and how it can be maintained. In its general form the prisoner's dilemma game states that the players must choose either cooperation or defection without knowing the decision of their co-players. A cooperator receives the reward R when meeting another cooperator, but only the sucker's payoff S when facing a defector. On the contrary, a defector exploiting the cooperator gets the temptation T , but only the punishment P if encountering another defector. Because the above payoffs strictly satisfy the ranking $T > R > P > S$ and $2R > (T + S)$, eventually the defectors will prevail irrespective of what their opponent choose, and thus will become the dominant strategy. Altogether, we are faced with a social dilemma that if left "untreated" will lead to the tragedy of the commons (Hardin, 1968).

Over the past decades, several mechanisms have been identified that can offset an unfavorable outcome of social dilemmas and lead to the evolution of cooperation (Nowak, 2006). Examples include kin selection (Hamilton, 1964), direct and indirect reciprocity

* Corresponding author.

E-mail address: matjaz.perc@uni-mb.si (M. Perc).

URL: <http://www.matjazperc.com> (M. Perc).

(Ohtsuki, 2004; Nowak and Sigmund, 1998a,b; Panchanathan and Boyd, 2004; Ohtsuki and Iwasa, 2004, 2006), effective strategies such as the tit-for-tat (Imhof et al., 2007; Baek and Kim, 2008) or win-stay-lose-shift (Nowak and Sigmund, 1993; Chen et al., 2008), voluntary participation (Szabó and Hauert, 2002), and of course spatially structured populations (Nowak and May, 1992; Nowak et al., 1994; Nakamaru et al., 1997, 1998). Mostly notably, if players are arranged on a lattice and interact only with their nearest neighbors, then cooperators can survive by means of forming compact clusters which minimizes the exploitation by defectors and protects those cooperators that are located in the interior of such clusters (Nowak and May, 1992). Along this line of research studies on the evolution of cooperation have received a substantial boost. For example, complex networks with the connectivity structure similar to that of social networks have been recognized as very beneficial for the evolution of cooperation (Abramson and Kuperman, 2001; Santos and Pacheco, 2005, 2006; Santos et al., 2006; Tang et al., 2006; Ohtsuki et al., 2006; Floría et al., 2009; Gómez-Gardeñes et al., 2007, 2008; Rong et al., 2007; Poncela et al., 2007; Kuperman and Risau-Gusman, 2008; Du et al., 2009). In particular, the heterogeneity, or diversity, allows for cooperative behavior to prevail even if the temptations to defect are large (Szolnoki and Szabó, 2007; Perc and Szolnoki, 2008; Santos et al., 2008; Perc and Wang, 2010). The mobility of players can also lead to an outbreak of cooperation, even when the conditions are noisy and do not necessarily favor the spreading of cooperators (Helbing and Yu, 2008, 2009; Jiang et al., 2010). Uncertainty, if appropriately tuned, may also have a positive impact on the evolution of cooperation (Perc, 2006; Vukov et al., 2006). Moreover, there exist comprehensive reviews that capture succinctly recent advances on this topic (Szabó and Fáth, 2007; Perc and Szolnoki, 2010; Roca et al., 2009).

However, while some of the works focus predominantly on the effects of individual properties, others build on the influence of external factors. Notably though, the conceptual relatedness of these seemingly very disparate mechanisms is often neglected. Here our aim is to propose an approach that integrates seamlessly between individual and external factors by means of a single parameter. The definition of fitness has already been modified for this purpose, for example based on the extension of Hamilton's rule (Lehmann and Keller, 2006; Doebeli and Hauert, 2006), and here we also focus on this particular aspect of evolutionary games. As suggested in many previous works concerning also complex networks and processes taking place on them (Albert and Barabási, 2002; Bianconi and Barabási, 2001), taking into account the fact that different nodes (players) have a different ability to compete successfully for a dominant position within the network is achieved best by assigning a fitness to each individual. Naturally, here we also consider individual fitness as being representative for the ability or potential of each individual to survive and reproduce. Moreover, we build on the fact that individual success in general depends on the inheritance as well as on environmental factors, and indeed many paradigmatic examples can be found in the biological and social sciences supporting this assertion (Krakauer, 2005; Cant and English, 2006; Keller, 1997; Schelling, 1978; Rodrigues et al., 2009). For example, a young lion not only inherently knows how to suckle on its mother, but also it has to gradually learn also how to prey and protect its territory according to the numbers of competing opponents. If it fails at either of these tasks, its chances of survival are slim. By considering the traditional payoff accumulation (what the players obtain upon playing with their neighbors) as something related to inheritance, and by considering the average payoff of all the neighbors as being representative for the environment, we propose a simple single-parameter dependent payoff function that allows us to determine just how much it pays to prefer one or the other, i.e., inheritance or the environment.

In addition, the proposed payoff function incorporates a coevolutionary ingredient in that the influence of the two factors depends dynamically on its expected performance.

We focus on the prisoner's dilemma game, but present also detailed results for the snowdrift game. As the interaction network, we consider the square lattice with different numbers of neighbors in order to relevantly assess the importance of neighborhood size. We also examine the effects of different levels of uncertainty by strategy adoptions on the evolution of cooperation. Depending on the value of the parameter that determines how strongly individuals covet their neighbors (in the sense of wanting to rely completely on the average payoff of their neighborhood rather than on the traditionally obtained payoffs), we demonstrate that cooperation can be promoted substantially if compared to the traditional version of the game (Szabó and Töke, 1998; Szabó et al., 2005). Importantly though, we find that the facilitation of cooperation is optimal only if the inheritance and the environment are represented equally strong in the final fitness of each player. Since our findings are robust to variations of the governing evolutionary game, the neighborhood size, as well as to variations of the level of uncertainty governing the strategy adoptions, we conclude that the proposed approach outlines a viable route to resolving social dilemmas.

The paper is structured as follows. Section 2 features the methods and the description of evolutionary games, while Section 3 contains the results. In the last section we summarize our conclusions.

2. Methods

For simplicity, but without loss of generality, we consider variants of the prisoner's dilemma and the snowdrift game of which the outcomes depend on a single parameter only. For the prisoner's dilemma game, the payoffs are $T=b$, $R=1$ and $P=S=0$, where $1 \leq b \leq 2$ quantifies the temptation to defect and represent the advantage of defectors over cooperators. Although being in effect the so-called weak prisoner's dilemma in that $P=S$ rather than $P>S$, this version captures all the relevant aspects of the game (Nowak and May, 1992). In order to test the validity of our conclusions, we also employ the snowdrift game with the payoffs $T=1+r$, $R=1$, $S=1-r$ and $P=0$, thus satisfying the ranking $T>R>S>P$, where $0 \leq r \leq 1$ represents the so-called cost-to-benefit ratio. Indeed, the snowdrift game is frequently studied as an alternative to the perhaps better known prisoner's dilemma (Hauert and Doebeli, 2004; Du et al., 2009; Wang et al., 2006).

As the interaction network, we use $L \times L$ square lattices with periodic boundary conditions. Each vertex i is initially designated as a cooperator ($s_i=C$) or defector ($s_i=D$) with equal probability. The game is iterated forward in accordance with the Monte Carlo simulation procedure comprising the following elementary steps. First, player i acquires its payoff P_i by playing the game with all its neighbors. Next, the environment of player i is assessed by the average payoff of all its neighbors \bar{P} , that is,

$$\bar{P} = \frac{\sum_{j=1}^k P_j}{k}, \quad (1)$$

where k denotes the neighborhood size of player i , P_j represents the payoff of player j who is one of the neighbors of player i , and the sum runs over all the neighbors of player i .

Before proceeding with the details of how individual fitness is determined, we would like to motivate our approach better, in particular describing why inheritance and environment are represented by individual (traditional) payoffs and the average payoff of all the neighbors, respectively. From the biological point of view, inheritance refers to the fact that individuals pass down their genetic material to their offspring. In the context of

evolutionary games, this corresponds to players passing their strategy to the next generation based on their payoffs (Szabó and Tóke, 1998; Ohtsuki and Nowak, 2006b). Naturally, each accumulated payoff at present is the best reflection of the strategy which was inherited from the previous generation. On the other hand, in social systems the performance of each individual is affected not just by inheritance, but also by environmental factors (Rodrigues et al., 2009; Ghalambor et al., 2007; Strassmann, 1989), implying that to some extent individual success is related to the performance of its neighbors or rather the neighborhood as a whole. In order to capture this influence succinctly, we consider the average payoff of all the neighbors as the simplest measure to assess the influence of the environment. Motivated by the fact that the environment (here represented by \bar{P}) may be just as important as inheritance (here represented by P_i), but also by the fact that in general the impact of these two factors may vary, we finally evaluate the fitness of player i according to

$$f_i = \begin{cases} (0.5-u) \times \bar{P} + (0.5+u) \times P_i & \text{if } (P_i > \bar{P}), \\ (0.5+u) \times \bar{P} + (0.5-u) \times P_i & \text{if } (P_i < \bar{P}), \\ 0.5 \times \bar{P} + 0.5 \times P_i & \text{if } (P_i = \bar{P}), \end{cases} \quad (2)$$

where the selection parameter $0 \leq u \leq 0.5$ is used for fine-tuning. Evidently, for $u=0$ both influences determine the final fitness of player i in equal capacity. For $u > 0$, however, the better performing influence will be preferred, i.e., represented stronger in the final fitness. In the limit case of $u=0.5$ the fitness f_i is absolutely determined either by the environment or by the inheritance, whichever is performing better at the time. Alternatively, Eq. (2) can also be interpreted as follows: Before each generation (during the simulation, each full Monte Carlo step is regarded as a new generation), we assume that the influence of inheritance and environment on individual development is the same because we cannot objectively predict the magnitude of their influence before the appearance of a new generation. However, after the impact of both is evaluated, the influence will change accordingly. If the performance of neighbors is better, the player may benefit from the environment. Otherwise, the influence of its neighbors may be reduced or is kept constant. Following the determination of fitness, player i adopts the strategy s_j from its randomly selected

neighbor j (whose fitness f_j is determined in the same way as f_i) via the probability

$$W(s_j \rightarrow s_i) = \frac{1}{1 + \exp[(f_i - f_j)/K]}, \quad (3)$$

where K denotes the amplitude of noise or its inverse ($1/K$) the so-called intensity of selection (Szabó and Tóke, 1998). Positive values of K imply that better performing players are readily imitated, but it is not impossible to adopt the strategy of a player performing worse. Such errors in judgment can be attributed to mistakes and external influences that affect the evaluation of the opponent. During a full Monte Carlo step (MCS) all players will have a chance to pass their strategy once on average.

Results of Monte Carlo simulations presented below were obtained on populations comprising up to 400×400 individuals, whereby the fraction of cooperators F_c was determined within 10^5 full MCS after sufficiently long transients were discarded. Moreover, final results were averaged over up to 40 independent runs for each set of parameter values in order to assure suitable accuracy.

3. Results

As is known, in the prisoner's dilemma game the cooperators will be decimated fast even if the temptations to defect are moderate. It is thus challenging to identify non-trivial mechanisms that may sustain cooperation under such conditions. In order to address this puzzle, we consider first the effect of the redefined fitness, as given by Eq. (2). Fig. 1 shows the characteristic spatial distributions of cooperators and defectors for different values of the parameter u . If $u=0.5$ (top left panel), where each player's performance is absolutely determined by either the inheritance or the environment (depending on performance), cooperators will go extinct, the final outcome thus being complete dominance of defectors. However, upon a slight decrease of u , the survival of cooperators becomes viable in that a small fraction of cooperators can prevail by means of forming small clusters or patches on the spatial grid. By continuing to decrease u , the clusters of cooperators become larger and more common, which ultimately results in averting the impending social decline. More interestingly, for $u=0$

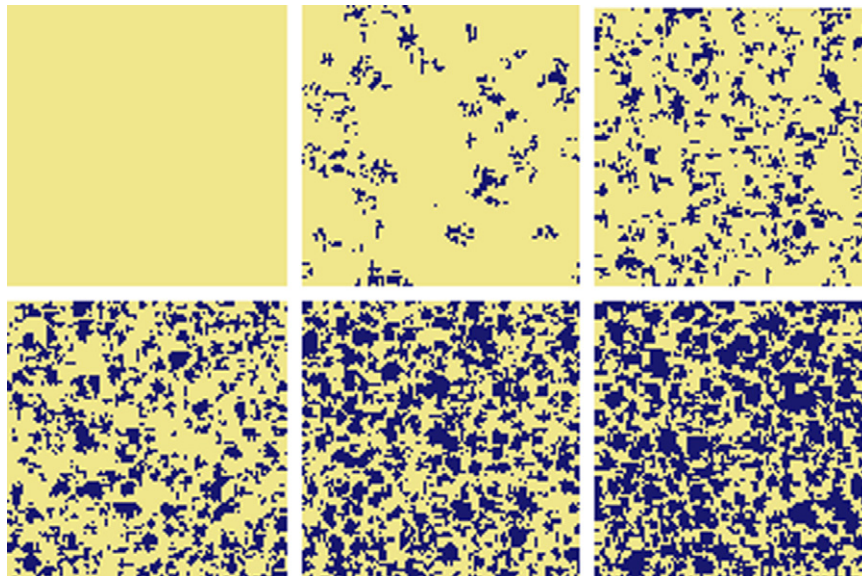


Fig. 1. Characteristic distributions of cooperators (blue) and defectors (yellow) for different values of the parameter u . From top left to bottom right $u=0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ and 0 , respectively. All panels depict results obtained for $b=1.45$ and $K=0.1$ on a 100×100 square lattice. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

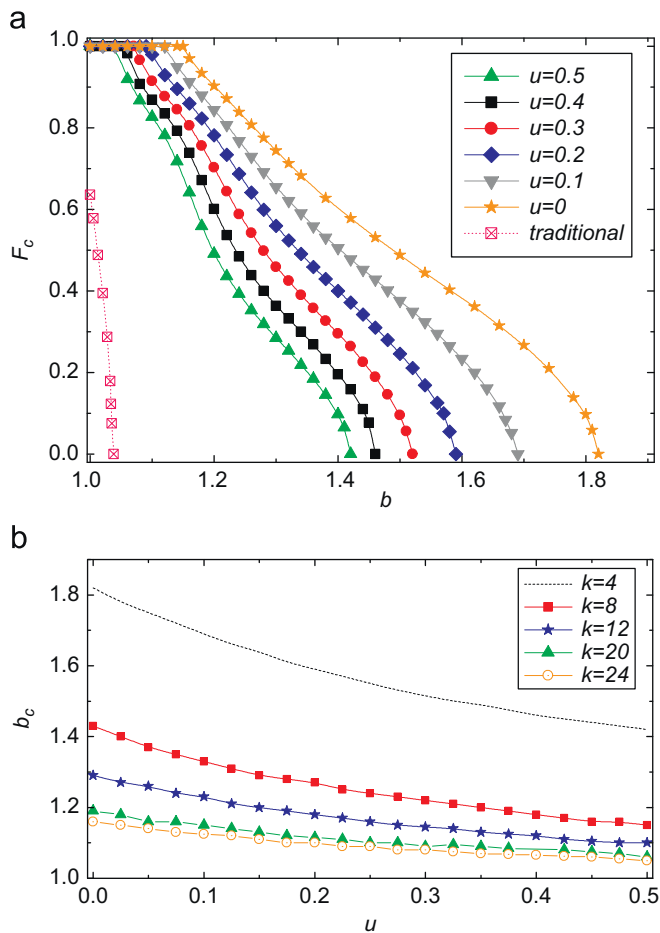


Fig. 2. Top panel: frequency of cooperators F_c in dependence on the parameter b for different values of the selection parameter u . From left to right $u=0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ and 0 , respectively (the outcome of the traditional version of the game is denoted dashed). Bottom panel: critical threshold values $b=b_c$, marking the transition to the pure D phase (extinction of cooperators), in dependence on the selection parameter u for different neighborhood sizes. If compared to the traditional version of the game (both panels), it can be observed that cooperation can be maintained by significantly higher values of b , and moreover, that larger neighborhood sizes may lessen the promotive impact significantly. Depicted results in both panels were obtained for $K=0.1$.

(bottom right panel), when the influence of inheritance is equal to that of the environment, cooperators thrive best, and may even outperform defectors. Hence, these results suggest that the parameter u , determining the composition of the fitness of each player can substantially promote cooperation, enabling its maintenance where otherwise defection would reign completely. Yet coveting the fitness of one's neighbor too strongly (which is implied by $u=0.5$), even if at the moment the neighbors are performing much better, is not optimal for the evolution of cooperation.

In order to provide a quantitative assessment of the impact of different values of u , we show in Fig. 2 how the fraction of cooperators F_c and the critical temptation to defect b_c , at which cooperators go extinct, depends on this newly introduced parameter. Results presented in the top panel of Fig. 2 depict F_c in dependence on the parameter b for different values of u . One can find, compared with the traditional version of the game, that the introduction of u can substantially promote the emergence and maintenance of cooperation. Moreover, the presented results demonstrate explicitly that the switch of the parameter u from 0.5 to 0 makes cooperators stronger and more resilient to the

invasion of defectors. These quantitative results clearly attest to the fact that the environment plays a vital role in individual development, specifically by the evolution of cooperation, yet redundantly leaning on it (or the traditional accumulation of payoffs), which is implied by $u=0.5$, will not be optimal.

It is also interesting to consider how the critical threshold value b_c , marking the extinction of cooperators, varies in dependence on the selection parameter u for different neighborhood sizes. From the bottom panel of Fig. 2, it can be observed that the value of b_c decreases monotonously from 1.82 to 1.42 while increasing u from 0 to 0.5 in case of the traditional square lattice ($k=4$). However, if the neighborhood size on the square lattice is enlarged, this effect becomes less and less pronounced as k increases, and in fact at $k=24$ only a marginal difference in b_c can be observed if comparing the $u=0$ and 0.5 case. This result is in fact expected since increasing the neighborhood size will gradually lead to well-mixed conditions (Szabó and Szolnoki, 2009), but it also implies directly that the observed phenomenon is inherently routed in the spatiality of the interaction structure. Below we will provide further evidence supporting such a conclusion when we investigate how different values of K affect the evolution of cooperation by different values of u . Nevertheless, it is also worth pointing out that the general features of our results remain intact upon changing the neighborhood size, which vouches for their robustness.

In order to explain how and why different values of u promote cooperation, we first examine time courses of F_c for different values of the selection parameter u . From Fig. 3, it becomes obviously fast that in the early stages of the evolutionary process (note that values of F_c were recorded also in between full Monte Carlo steps) the performance of defectors is better than that of cooperators. This is in fact what one would expect, since defectors, as individuals, should be more successful than cooperators, which in turn should manifest in the decimation of the later. What is not necessarily expected, is that the tide shifts in favor of cooperators rather strongly following their initial decline, and in fact the more so the smaller the value of u . In particular, when the value of u is large, i.e., close or equal to 0.5 , cooperators will ultimately go extinct or pend at the brink of extinction. With the decrease of u , however, the tide may change strongly in favor of the cooperators. For $u=0$, for example, it can be observed that the initial downfall of cooperators is rather shallow, and ultimately, they can restore their presence on the spatial grid in equal capacity as the defectors. This suggests that in the initial stages of the game, when the cooperators are not yet clustered, the defectors can successfully exploit them. However, as the

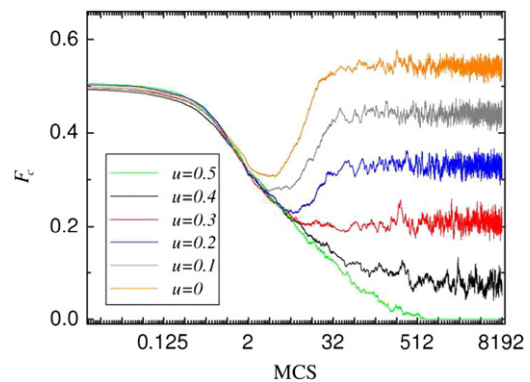


Fig. 3. Time courses depicting the evolution of cooperation for different values of u . All time courses were obtained as averages over 20 independent realizations for $b=1.45$ and $K=0.1$ on a 200×200 square lattice. Note that the horizontal axis is logarithmic and that values of F_c were recorded also in between full Monte Carlo steps to ensure a proper resolution.

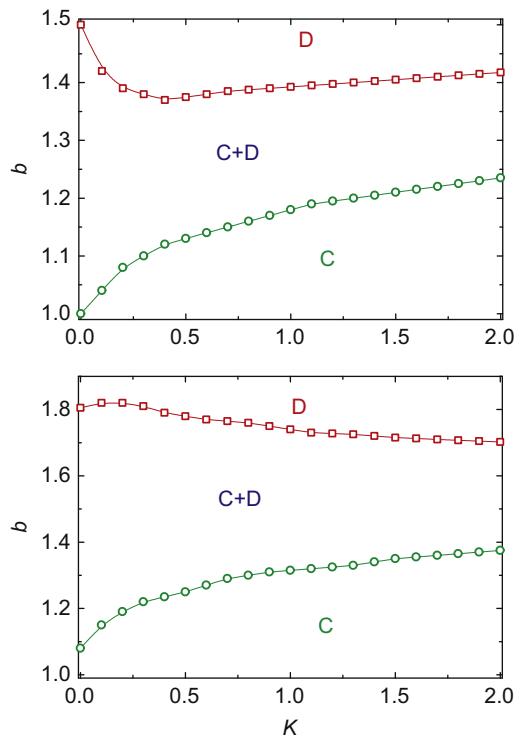


Fig. 4. Full b – K phase diagrams for $u=0.5$ (top panel) and $u=0$ (bottom panel), obtained via Monte Carlo simulations of the prisoner's dilemma game on the square lattice. The green and red lines mark the border between stationary pure C and D phases and the mixed C+D phase, respectively. In contrast with previous works considering the square lattice (Vukov et al., 2006; Szabó et al., 2005), it can be observed that for $u=0.5$ (top panel) there exists an intermediate uncertainty in the strategy adoption process (an intermediate value of K) for which the survivability of cooperators is worst, i.e., F_c is minimal rather than maximal. This suggests that the interaction topology is indirectly affected and may give rise to overlapping triangles if either the inheritance or the environment are favored too strongly depending on their relative performance at each particular moment in time. Conversely, while the borderline separating the pure C and the mixed C+D phase for the $u=0$ case (bottom panel) exhibits a qualitatively identical outlay as for the $u=0.5$ case, the $D \leftrightarrow C+D$ transition is qualitatively different. Note that in the bottom panel there indeed exists an intermediate value of K for which F_c is maximal rather than minimal, which is in agreement with what can be expected for interaction topologies that lack overlapping triangles. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

cooperative clusters form, they become impervious to the defector attacks, which is due not only to spatial reciprocity, but also due to the newly identified mechanism which can amplify the effect of spatial reciprocity substantially. Ultimately, the cooperators can, therefore, survive at higher temptations to defect than would be possible by spatial reciprocity alone.

It is next of interest to examine the evolution of cooperation for different values of u in dependence on the uncertainty by strategy adoptions. The latter can be tuned via K in Eq. (3), which acts as a temperature parameter in the employed Fermi strategy adoption function (Szabó and Tóke, 1998). Accordingly, when $K \rightarrow \infty$ all information is lost and the strategies are adopted by means of a coin toss. Fig. 4 features full b – K phase diagrams for the square lattice at $u=0.5$ (top) and $u=0$ (bottom). Interestingly, $u=0.5$ eradicates (as do interaction networks incorporating overlapping triangles, Szabó et al., 2005; Szolnoki et al., 2009) the existence of an optimal K , as can be observed from the phase diagram presented in the top panel, which exhibits an inverted bell shaped $D \leftrightarrow C+D$ transition line, indicating the existence of the worst ($K \approx 0.4$) rather than an optimal temperature for the evolution of cooperation. This in turn implies that introducing a

strong preference towards either the inheritance (the fitness as determined by the traditional accumulation of payoffs) or the environment (the fitness as determined by the average payoff of all the neighbors) effectively alters the interaction network. While the square lattice obviously lacks overlapping triangles and thus enables the observation of an optimal K , trimming the importance via u seems to effectively enhance linkage among essentially disconnected triplets and thus precludes the same observation. A similar phenomenon was observed recently in public goods games, where the joint membership in large groups was also found to alter the effective interaction network and thus the impact of uncertainty on the evolution of cooperation (Szolnoki et al., 2009). Conversely, the phase diagram presented in the bottom panel of Fig. 4 is well known (at least qualitatively), implying the existence of an optimal level of uncertainty for the evolution of cooperation, as was previously reported in Perc (2006) and Vukov et al. (2006). In particular, note that the $D \leftrightarrow C+D$ transition line is bell shaped, indicating that $K \approx 0.15$ is the optimal temperature at which cooperators are able to survive at the highest value of b . This phenomenon can be interpreted as an evolutionary resonance (Perc, 2006), albeit it can only be observed on interaction topologies lacking overlapping triangles (Szabó et al., 2005; Szolnoki et al., 2009). Altogether, these results confirm that the observed promotion of cooperation is routed strongly in the spatiality of the interaction network, which is clearly manifested by an extensive gap between the $C \leftrightarrow C+D$ and the $D \leftrightarrow C+D$ transition lines at $u=0$, indicating that cooperators may survive even if b is close to the maximal value.

Finally, it is of interest to explore the generality of our observations by means of different evolutionary games. Due to the famous claim that the spatial structure may inhibit the evolution of cooperation in the snowdrift game (Hauert and Doebeli, 2004), the snowdrift game naturally becomes an appropriate candidate for this task. Fig. 5 depicts the fraction of cooperators F_c in dependence on the parameter r for different values of u . Similarly as in Fig. 2, it can be observed that with the value of u decreasing, the evolution of cooperation is facilitated, which is qualitatively consistent with the results obtained for the prisoner's dilemma game. Interestingly though, the effect is less pronounced, which may be attributed to the fact that the spatiality is indeed less crucial (is in fact detrimental) for the evolution of cooperation in the snowdrift game, than it is for the evolution of cooperation in the prisoner's dilemma. This assertion if fully confirmed upon examining the dependence of the critical $r=r_c$ for different neighborhood sizes k . We remind the reader that for the prisoner's dilemma game the fact that larger values of k decrease the level of cooperation is expected since increasing the neighborhood size will gradually lead to well-mixed conditions. Since the spatial structure is known to be crucial for the sustenance of cooperators in the prisoner's dilemma game (Nowak and May, 1992), this is an expected result that is not difficult to understand. It also means that the spatiality (the fact that interactions are limited to neighbors on the lattice) is crucial for the observed promotion of cooperation. The results for the snowdrift game presented in the bottom panel of Fig. 5 are different. The paper by Hauert and Doebeli (2004) identified key differences in the pattern formation of cooperators by the snowdrift game that is due to the different payoff structure (if compared to the prisoner's dilemma game). While in the spatial prisoner's dilemma cooperators can survive by forming large, compact clusters, in the spatial snowdrift game cooperators form only small filament-like clusters. The latter make it advantageous to adopt strategies that are opposite to neighboring strategies, ultimately resulting in the fact that the spatial structure actually inhibits the evolution of cooperation in the snowdrift game.

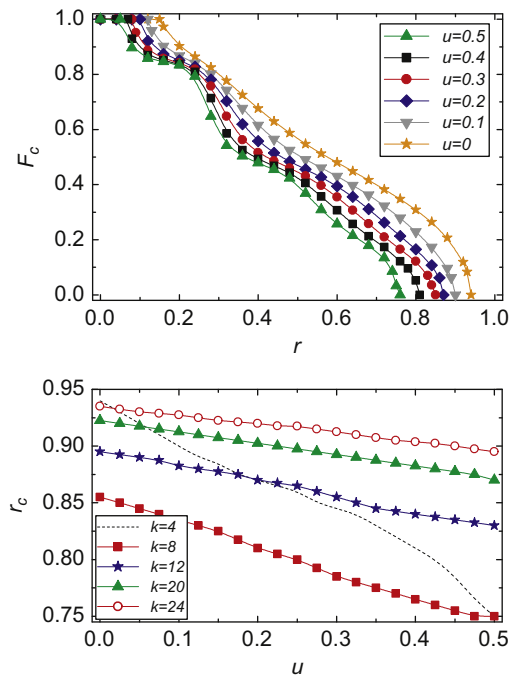


Fig. 5. Top panel: frequency of cooperators F_c in dependence on the parameter r for different values of the selection parameter u . From left to right $u=0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$ and 0 , respectively. Bottom panel: critical threshold values of the parameter $r=r_c$, marking the transition to the pure D phase (extinction of cooperators), in dependence on the selection parameter u for different neighborhood sizes. It is to be emphasized that these results are qualitatively in agreement with those obtained for the prisoner's dilemma game (see Fig. 2). Depicted results in both panels were obtained for $K=0.1$.

Our results in the bottom panel of Fig. 5 agree with this in that larger values of k (larger neighborhoods), decreasing the impact of spatiality, promote cooperation in the snowdrift game (note that values of r_c become higher for larger k). Thus, the impact of k is opposite to that for the prisoner's dilemma game, which is in agreement with the argumentation proposed by Hauert and Doebeli (2004). On the other hand, the impact of the parameter u is the same in that the smaller it is the larger the value of F_c . A special case is the result for $k=4$ by the snowdrift game, where the parameter u seems to play an even more crucial role than for higher values of k . A precise reason for this was impossible for us to find. Intuitively, for $k=4$ the conflict between the fact that spatial structure inhibits the evolution of cooperation while small values of u promote it is expressed most severely, thus leading to the strong dependence, i.e., much stronger than for larger values of k or for any value of k in the prisoner's dilemma game. Note that in the latter game the aforementioned conflict does not emerge because there the spatial structure at $k=4$ is in fact optimal for the evolution of cooperation, while for the snowdrift game it is the most prohibitive. Nevertheless, these results support the fact that the newly identified mechanism that boosts the effect of spatial reciprocity is generally valid, and should thus be observable also under circumstances that were not explicitly taken into account in this paper.

4. Discussion

The evolutionary success of cooperators in social dilemmas is an important and vibrant topic. In order to provide insights into this fascinating phenomenon, the prisoner's dilemma, as a basic and general metaphor for the problem, is commonly employed. In

its original form, it is to be expected that rational individuals will favor defection of cooperation. This can be averted by introducing spatially structured interactions (Nowak and May, 1992). In the spatial setting, cooperators are able to survive by forming compact clusters, which disables the defectors to exploit those that are located in the interior of such clusters. However, if the temptation to defect is sufficiently large, the spatial reciprocity may fail to sustain cooperation. To overcome this, various additional mechanisms that may promote cooperation have been proposed. Some of them focused on individual properties of players, as for example the teaching activity (Szolnoki and Szabó, 2007), while others focused on the external factors (or the environment), as for example the structure of the interaction network (Abramson and Kuperman, 2001). Motivated by this fact, and by the concept of fitness as often defined from the biological viewpoint, we introduce here an alternative definition of fitness that is composed of the inheritance (the payoffs as obtained by playing the game with the neighbors) and the environment (the average payoff of all the neighbors). Depending on which payoff is higher, the influence of either option can be tuned by means of a single parameter u . Our approach is of course a minimalist one, allowing for proof of principle rather than accurate claims about specific setups, yet it demonstrates effectively that the concept of fitness is amenable to simple adjustments that may have wanted consequences for the evolution of cooperation. In particular, by means of systematic simulations, we have shown that considering the environment as a necessary composition of fitness can greatly promote the evolution of cooperation, especially if compared to the traditional version of the game (either the prisoner's dilemma or the snowdrift game) that does not take into account the role of the environment in individual development. But also, we demonstrate that if the individuals are too avid in coveting what their neighbors have (in terms of payoffs), the evolution of cooperation will not be optimally promoted. The best is to adjust both influences to be represented equally strong.

In addition, we have presented a detailed analysis of the promotion effect with the help of time courses and the outcome of the games by different levels of uncertainty governing the strategy adoptions. Although defection is prevalent in the early stages of the evolutionary process, small values of the parameter u can revert this trend, typically so that the few remaining cooperators form very compact clusters that are impervious to defector attacks. These clusters, although initially small and rare, may inflate fast and ultimately outperform the defectors. Also interesting is the fact that the introduction of u seems to alter the effective interaction topology of the square lattice. If the value of u is large, i.e., if the average payoff of the neighbors is considered as too strong a factor in the determination of individual fitness, there exists only the "worst level" of uncertainty, at which cooperators go extinct by the smallest temptation to defect. Conversely, if $u=0$, which constitutes the optimal setup for the evolution of cooperation, there exists an optimal level of uncertainty, which can only be observed if the interaction topology is lacking overlapping triangles (Szabó et al., 2005). However, since the actual topology always remains unchanged, we attribute the effect on the evolution of cooperation to the possible alteration of the effective interaction topology by means of previously unrelated individuals due to the consideration of environmental factors.

Lastly, to test whether our approach is effective also in evolutionary games other than the prisoner's dilemma, we explore the evolution of cooperation in the snowdrift game. We obtain qualitatively identical results as by the prisoner's dilemma game, with some minor differences existing with regard to the impact of different neighborhood sizes. Nevertheless, the conclusion that cooperation thrives best only if the influence of payoffs

obtained in the traditional way is equal to that of the average payoff of the neighborhood remains valid, thus constituting a viable route to increased levels of cooperation in structured populations.

Acknowledgments

Z.W. acknowledges support from the Center for Asia Studies of Nankai University (Grant no. 2010-5) and from the National Natural Science Foundation of China (Grant no. 10672081). W.D. acknowledges support from the Innovative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China (Grant no. 60921001). Z.R. acknowledges support from the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61004098) and from the Fundamental Research Funds for the Central Universities. M.P. acknowledges support from the Slovenian Research Agency (Grant Z1-2032).

References

- Abramson, G., Kuperman, M., 2001. Social games in a social network. *Phys. Rev. E* 63, 030901(R).
- Albert, R., Barabási, A.L., 2002. Statistical mechanics of complex networks. *Rev. Mod. Phys.* 74, 47.
- Baek, S.K., Kim, B.J., 2008. Intelligent tit-for-tat in the iterated prisoner's dilemma game. *Phys. Rev. E* 78, 011215.
- Bianconi, G., Barabási, A.L., 2001. Bose–Einstein condensation in complex networks. *Phys. Rev. Lett.* 86, 5632.
- Binmore, K.G., 1994. *Game Theory and the Social Contract: Playing Fair*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Cant, M.A., English, S., 2006. Stable group size in cooperative breeders: the role of inheritance and reproductive skew. *Ecol. Lett.* 17, 560–568.
- Chen, X., Fu, F., Wang, L., 2009. Social tolerance allows cooperation to prevail in an adaptive environment. *Phys. Rev. E* 80, 051104.
- Chen, X.-J., Fu, F., Wang, L., 2008. Promoting cooperation by local contribution under stochastic win-stay-lose-shift mechanism. *Physica A* 387, 5609–5615.
- Colman, A., 1995. *Game Theory and its Application*. Butterworth-Heinemann, Oxford, UK.
- Darwin, C., 1958. *The Origin of Species*. Harvard University Press (Reprinted, 1964).
- Doebeli, M., Hauert, C., 2005. Models of cooperation based on prisoner's dilemma and snowdrift game. *Ecol. Lett.* 8, 748–766.
- Doebeli, M., Hauert, C., 2006. Limits of Hamilton's rule. *J. Evol. Biol.* 19, 1386–1388.
- Du, W.-B., Cao, X.-B., Hu, M.-B., Wang, W.-X., 2009. Asymmetric cost in snowdrift game on scale-free networks. *Europhys. Lett.* 87, 60004.
- Floría, L.M., Gracia-Lázaro, C., Gómez-Gardeñes, J., Moreno, Y., 2009. Social network reciprocity as a phase transition in evolutionary cooperation. *Phys. Rev. E* 79, 026106.
- Ghalambor, C.K., McKay, J.K., Carroll, S.P., Reznick, D.N., 2007. Adaptive versus non-adaptive phenotypic plasticity and the potential for contemporary adaptation in new environments. *Funct. Ecol.* 21, 394–407.
- Gómez-Gardeñes, J., Campillo, M., Moreno, Y., Floría, L.M., 2007. Dynamical organization of cooperation in complex networks. *Phys. Rev. Lett.* 98, 108103.
- Gómez-Gardeñes, J., Poncela, J., Floría, L.M., Moreno, Y., 2008. Natural selection of cooperation and degree hierarchy in heterogeneous populations. *J. Theor. Biol.* 253, 296–301.
- Hamilton, W.D., 1964. Genetical evolution of social behavior I. *J. Theor. Biol.* 7, 1–16.
- Hardin, G., 1968. The tragedy of the commons. *Science* 162, 1243–1248.
- Hauert, C., Doebeli, M., 2004. Spatial structure often inhibits the evolution of cooperation in the snowdrift game. *Nature* 428, 643–646.
- Helbing, D., Yu, W., 2008. Migration as a mechanism to promote cooperation. *Adv. Compl. Syst.* 11, 641–652.
- Helbing, D., Yu, W., 2009. The outbreak of cooperation among success-driven individuals under noisy conditions. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 106, 3680–3685.
- Hofbauer, J., Sigmund, K., 1998. *Evolutionary Games and Population Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Imhof, L.A., Fudenberg, D., Nowak, M.A., 2007. Tit-for-tat or win-stay, lose-shift? *J. Theor. Biol.* 247, 574–580.
- Jiang, L.-L., Wang, W.-X., Lai, Y.-C., Wang, B.-H., 2010. Role of adaptive migration in promoting cooperation in spatial games. *Phys. Rev. E* 81, 036108.
- Jiménez, R., Lugo, H., Cuesta, J.A., Sánchez, A., 2008. Emergence and resilience of cooperation in the spatial prisoner's dilemma via a reward mechanism. *J. Theor. Biol.* 250, 475–480.
- Keller, L., 1997. Indiscriminate altruism: unduly nice parents and siblings. *Trends Ecol. Evol.* 12, 99–103.
- Krakauer, A.H., 2005. Kin selection and cooperative courtship in wild turkeys. *Nature* 434, 69–72.
- Kuperman, M.N., Risau-Gusman, S., 2008. The effect of topology on the spatial ultimatum game. *Eur. Phys. J. B* 62, 233–238.
- Lehmann, L., Keller, L., 2006. The evolution of cooperation and altruism—a general framework and a classification of models. *J. Evol. Biol.* 19, 1365–1376.
- Mesterton-Gibbons, M., 1991. An escape from the 'prisoner's dilemma'. *J. Math. Biol.* 29, 251–269.
- Mesterton-Gibbons, M., 1992. On the iterated prisoner's dilemma in a finite population. *Bull. Math. Biol.* 54, 423–443.
- Milinski, M., 1987. TIT FOR TAT in sticklebacks and the evolution of cooperation. *Nature* 325, 533–535.
- Milinski, M., Wedekind, C., 1998. Working memory constrains human cooperation in the prisoner's dilemma. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 95, 13755–13758.
- Moyano, L.G., Sánchez, A., 2009. Evolving learning rules and emergence of cooperation in spatial prisoner's dilemma. *J. Theor. Biol.* 259, 84–95.
- Nakamaru, M., Matsuda, H., Iwasa, Y., 1997. The evolution of cooperation in a lattice-structured population. *J. Theor. Biol.* 184, 65–81.
- Nakamaru, M., Nogami, H., Iwasa, Y., 1998. Score-dependent fertility for the evolution of cooperation in a lattice. *J. Theor. Biol.* 194, 101–124.
- Nowak, M.A., 2006. Five rules for the evolution of cooperation. *Science* 314, 1560–1563.
- Nowak, M.A., Bonhoeffer, S., May, R.M., 1994. More spatial games. *Int. J. Bifurcat. Chaos* 4, 33–56.
- Nowak, M.A., May, R.M., 1992. Evolutionary games and spatial chaos. *Nature* 359, 826–829.
- Nowak, M.A., Sigmund, K., 1993. A strategy of win-stay, lose-shift that outperforms tit-for-tat in the prisoner's dilemma game. *Nature* 364, 56–58.
- Nowak, M.A., Sigmund, K., 1998a. The dynamics of indirect reciprocity. *J. Theor. Biol.* 191, 561–574.
- Nowak, M.A., Sigmund, K., 1998b. Evolution of indirect reciprocity by image scoring. *Nature* 393, 573–577.
- Ohtsuki, H., 2004. Reactive strategies in indirect reciprocity. *J. Theor. Biol.* 227, 299–314.
- Ohtsuki, H., Hauert, C., Lieberman, E., Nowak, M.A., 2006. A simple rule for the evolution of cooperation on graphs and social networks. *Nature* 441, 502–505.
- Ohtsuki, H., Iwasa, Y., 2004. How should we define goodness?—Reputation dynamics in indirect reciprocity. *J. Theor. Biol.* 231, 107–120.
- Ohtsuki, H., Iwasa, Y., 2006. The leading eight: social norms that can maintain cooperation by indirect reciprocity. *J. Theor. Biol.* 239, 435–444.
- Ohtsuki, H., Nowak, M.A., 2006a. Evolutionary games on cycles. *Proc. R. Soc. London B* 273, 2249–2256.
- Ohtsuki, H., Nowak, M.A., 2006b. The replicator equation on graphs. *J. Theor. Biol.* 243, 86–97.
- Panchanathan, K., Boyd, R., 2004. Indirect reciprocity can stabilize cooperation without the second-order free rider problem. *Nature* 432, 499–502.
- Perc, M., 2006. Coherence resonance in a spatial prisoner's dilemma game. *New J. Phys.* 8, 22.
- Perc, M., Szolnoki, A., 2008. Social diversity and promotion of cooperation in the spatial prisoner's dilemma game. *Phys. Rev. E* 77, 011904.
- Perc, M., Szolnoki, A., 2010. Coevolutionary games—a mini review. *BioSystems* 99, 109–125.
- Perc, M., Wang, Z., 2010. Heterogeneous aspirations promote cooperation in the Prisoner's Dilemma Game. *PLoS ONE* 5, e15117.
- Poncela, J., Gómez-Gardeñes, J., Floría, L.M., Moreno, Y., 2007. Robustness of cooperation in the evolutionary prisoner's dilemma on complex networks. *New J. Phys.* 9, 184.
- Ren, J., Wu, J., Wang, W.-X., Cheng, G., Wang, B.-H., 2006. Interplay between evolutionary game and network structure. *arXiv:physics/0605250*.
- Roca, C.P., Cuesta, J.A., Sánchez, A., 2009. Evolutionary game theory: temporal and spatial effects beyond replicator dynamics. *Phys. Life Rev.* 6, 208–249.
- Rodrigues, A., Koepl, H., Ohtsuki, H., Satake, A., 2009. A game theoretical model of deforestation in human–environment relationships. *J. Theor. Biol.* 258, 127–134.
- Rong, Z., Li, X., Wang, X., 2007. Roles of mixing patterns in cooperation on a scale-free networked game. *Phys. Rev. E* 76, 027101.
- Santos, F.C., Pacheco, J.M., 2005. Scale-free networks provide a unifying framework for the emergence of cooperation. *Phys. Rev. Lett.* 95, 098104.
- Santos, F.C., Pacheco, J.M., 2006. A new route to the evolution of cooperation. *J. Evol. Biol.* 19, 726–733.
- Santos, F.C., Pacheco, J.M., Lenaerts, T., 2006. Evolutionary dynamics of social dilemmas in structured heterogeneous populations. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 103, 3490–3494.
- Santos, F.C., Santos, M.D., Pacheco, J.M., 2008. Social diversity promotes the emergence of cooperation in public goods games. *Nature* 454, 213–216.
- Schelling, T.C., 1978. Altruism, meanness, and other potentially strategic behaviors. *Am. Econ. Rev.* 68, 229–230.
- Souza, M.O., Pacheco, J.M., Santos, F.C., 2009. Evolution of cooperation under n -person snowdrift games. *J. Theor. Biol.* 260, 581–588.
- Strassmann, J.E., 1989. Altruism and relatedness at colony foundation in social insects. *Trends Ecol. Evol.* 4, 371–374.
- Systi-Aho, M., Saramäki, J., Kertész, J., Kaski, K., 2005. Spatial snowdrift game with myopic agents. *Eur. Phys. J. B* 44, 129–135.
- Szabó, G., Fáth, G., 2007. Evolutionary games on graphs. *Phys. Rep.* 446, 97–216.
- Szabó, G., Hauert, C., 2002. Evolutionary prisoner's dilemma games with voluntary participation. *Phys. Rev. E* 66, 062903.
- Szabó, G., Szolnoki, A., 2009. Cooperation in spatial prisoner's dilemma with two types of players for increasing number of neighbors. *Phys. Rev. E* 79, 016106.
- Szabó, G., Tóke, C., 1998. Evolutionary prisoner's dilemma game on a square lattice. *Phys. Rev. E* 58, 69–73.
- Szabó, G., Vukov, J., Szolnoki, A., 2005. Phase diagrams for an evolutionary prisoner's dilemma game on two-dimensional lattices. *Phys. Rev. E* 72, 047107.

- Szolnoki, A., Perc, M., Szabó, G., 2009. Topology-independent impact of noise on cooperation in spatial public goods games. *Phys. Rev. E* 80, 056109.
- Szolnoki, A., Szabó, G., 2007. Cooperation enhanced by inhomogeneous activity of teaching for evolutionary prisoner's dilemma games. *Europhys. Lett.* 77, 30004.
- Tang, C.-L., Wang, W.-X., Wu, X., Wang, B.-H., 2006. Effects of average degree on cooperation in networked evolutionary game. *Eur. Phys. J. B* 53, 411–415.
- Traulsen, A., Semmann, D., Sommerfeld, R.D., Krambeck, H.-J., Milinski, M., 2010. Human strategy updating in evolutionary games. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 107, 2962–2966.
- Vukov, J., Szabó, G., Szolnoki, A., 2006. Cooperation in the noisy case: prisoner's dilemma game on two types of regular random graphs. *Phys. Rev. E* 73, 067103.
- Wang, W.-X., Ren, J., Chen, G., Wang, B.-H., 2006. Memory-based snowdrift game on networks. *Phys. Rev. E* 74, 056113.

PRILOGE II.

Tabela II/1: Svetovna proizvodnja električne energije v obdobju 2007-2035, glede na vrsto goriva (v milijardah kWh)

Leto	Tekoča goriva*	Premog	Plin	Obnovljivi viri energije					Jedrsko energija	Skupaj
				Vodna	Vetrna	Geo-termalna	Sončna	Drugo**		
2007	943	7.923	3.861	2.999	165	57	6	235	2.593	18.782
2015	860	8.826	4.172	3.689	682	98	95	394	3.083	21.899
2020	821	9.826	4.967	4.166	902	108	126	515	3.586	25.017
2025	784	11.190	5.758	4.591	1.115	119	140	653	3.937	28.287
2030	767	12.908	6.434	5.034	1.234	142	153	773	4.204	31.649
2035	835	15.022	6.849	5.418	1.355	160	165	874	4.514	35.192

Opombe: * Tekoča goriva: goriva iz nafte in druga tekoča goriva (etanol, biodizel, koks, surova nafta za gorivo itd);

** Drugo: biomasa, odpadki in vodni valovi (plima in oseka).

Vir podatkov: EIA (2010) in lastni izračuni.

Tabela II/2: Svetovne emisije ogljikovega dioksida zaradi izgorovanja fosilnih goriv po regijah v obdobju 1990-2035 (v milijardah ton)

Regija	Dejanski podatki		Napoved				$\Delta(2035/1990)$ v %
	1990	2007	2020	2025	2030	2035	
OECD	11,5	13,7	13,1	13,5	13,8	14,2	+23
Severna Amerika	5,8	7,0	6,9	7,2	7,4	7,7	+33
Evropa	4,2	4,4	4,0	4,0	4,1	4,1	-2
Azija	1,6	2,3	2,2	2,3	2,3	2,4	+50
Ne-OECD	10	16	20,7	23,0	25,5	28,2	+182
Evropa in Eurazija	4,2	2,9	2,9	3,0	3,0	3,2	-24
Azija	3,7	9,4	13,0	14,9	16,9	19	+414
Srednji Vzhod	0,7	1,5	2,1	2,3	2,5	2,7	+286
Afrika	0,7	1,0	1,2	1,3	1,5	1,6	+129
Srednja in Južna Amerika	0,7	1,2	1,4	1,5	1,6	1,7	+143
Skupaj Svet	21,5	29,7	33,8	36,5	39,3	42,4	+97

Vir podatkov: EIA (2010).

Tabela II/3: Svetovne emisije ogljikovega dioksida zaradi izgorevanja fosilnih goriv na enoto bruto domačega proizvoda po regijah v obdobju 1990-2035 (v kg CO₂/USD)

<i>Regija/Država</i>	<i>Dejanski podatki</i>			<i>Napoved</i>			
	<i>2005</i>	<i>2006</i>	<i>2007</i>	<i>2020</i>	<i>2025</i>	<i>2030</i>	<i>2035</i>
OECD Severna Amerika	0,47	0,45	0,45	0,33	0,30	0,27	0,25
<i>ZDA</i>	<i>0,48</i>	<i>0,46</i>	<i>0,46</i>	<i>0,34</i>	<i>0,30</i>	<i>0,27</i>	<i>0,25</i>
<i>Kanada</i>	<i>0,54</i>	<i>0,50</i>	<i>0,48</i>	<i>0,34</i>	<i>0,33</i>	<i>0,31</i>	<i>0,29</i>
<i>Mehiko</i>	<i>0,32</i>	<i>0,31</i>	<i>0,32</i>	<i>0,25</i>	<i>0,23</i>	<i>0,21</i>	<i>0,20</i>
OECD Evropa	0,32	0,31	0,30	0,22	0,20	0,19	0,17
OECD Azija	0,40	0,39	0,39	0,31	0,30	0,29	0,28
<i>Japonska</i>	<i>0,32</i>	<i>0,32</i>	<i>0,31</i>	<i>0,25</i>	<i>0,24</i>	<i>0,24</i>	<i>0,23</i>
<i>Južna Koreja</i>	<i>0,56</i>	<i>0,52</i>	<i>0,52</i>	<i>0,38</i>	<i>0,36</i>	<i>0,35</i>	<i>0,35</i>
<i>Avstralija in Nova Zelandija</i>	<i>0,59</i>	<i>0,58</i>	<i>0,60</i>	<i>0,45</i>	<i>0,40</i>	<i>0,37</i>	<i>0,34</i>
Skupaj OECD	0,40	0,38	0,38	0,28	0,26	0,24	0,22
Ne-OECD Evropa in Eurazija	0,95	0,89	0,83	0,59	0,52	0,46	0,43
<i>Rusija</i>	<i>0,97</i>	<i>0,91</i>	<i>0,84</i>	<i>0,60</i>	<i>0,52</i>	<i>0,47</i>	<i>0,43</i>
<i>Druge</i>	<i>0,94</i>	<i>0,87</i>	<i>0,82</i>	<i>0,58</i>	<i>0,51</i>	<i>0,46</i>	<i>0,42</i>
Ne-OECD Azija	0,70	0,68	0,66	0,41	0,37	0,34	0,32
<i>Kitajska</i>	<i>1,03</i>	<i>0,97</i>	<i>0,92</i>	<i>0,52</i>	<i>0,47</i>	<i>0,43</i>	<i>0,41</i>
<i>Indija</i>	<i>0,49</i>	<i>0,48</i>	<i>0,48</i>	<i>0,28</i>	<i>0,24</i>	<i>0,22</i>	<i>0,20</i>
<i>Druge Ne-OECD Azija</i>	<i>0,40</i>	<i>0,39</i>	<i>0,38</i>	<i>0,27</i>	<i>0,25</i>	<i>0,24</i>	<i>0,23</i>
Srednji Vzhod	0,70	0,67	0,67	0,57	0,51	0,46	0,43
Afrika	0,42	0,40	0,38	0,28	0,26	0,24	0,23
Srednja in Južna Amerika	0,30	0,30	0,29	0,22	0,20	0,18	0,17
<i>Brazilija</i>	<i>0,24</i>	<i>0,24</i>	<i>0,23</i>	<i>0,19</i>	<i>0,17</i>	<i>0,16</i>	<i>0,15</i>
<i>Druge v Srednji in Južni Ameriki</i>	<i>0,35</i>	<i>0,34</i>	<i>0,33</i>	<i>0,25</i>	<i>0,22</i>	<i>0,20</i>	<i>0,19</i>
Skupaj Ne-OECD	0,64	0,62	0,60	0,40	0,36	0,33	0,31
Skupaj Svet	0,50	0,48	0,47	0,35	0,32	0,29	0,28

Vir podatkov: EIA (2010) in lastni izračuni.

Tabela II/4: Gibanje emisijske intenzivnosti za izbrane države/regije v obdobju 2007-2035 (v kg CO₂/USD)

<i>Regija/Država</i>	<i>2007</i>	<i>Napoved</i>			
		<i>2020</i>	<i>2025</i>	<i>2030</i>	<i>2035</i>
ZDA - referenčni scenarij	0,46	0,34	0,30	0,27	0,25
- scenarij visoke gosp.rasti	0,46	0,33	0,29	0,26	0,23
- scenarij nizke gosp.rasti	0,46	0,35	0,32	0,29	0,27
OECD Evropa - referenčni scenarij	0,30	0,22	0,20	0,19	0,17
- scenarij visoke gosp.rasti	0,30	0,22	0,20	0,18	0,17
- scenarij nizke gosp.rasti	0,30	0,23	0,21	0,19	0,18
Skupaj OECD - referenčni scenarij	0,38	0,28	0,26	0,24	0,22
- scenarij visoke gosp.rasti	0,38	0,28	0,25	0,23	0,21
- scenarij nizke gosp.rasti	0,38	0,29	0,27	0,25	0,24
Skupaj ne-OECD - referenčni scenarij	0,60	0,40	0,36	0,33	0,31
- scenarij visoke gosp.rasti	0,60	0,40	0,36	0,33	0,31
- scenarij nizke gosp.rasti	0,60	0,41	0,37	0,34	0,32
Skupaj Svet - referenčni scenarij	0,47	0,35	0,32	0,29	0,28
- scenarij visoke gosp.rasti	0,47	0,34	0,31	0,29	0,27
- scenarij nizke gosp.rasti	0,47	0,35	0,32	0,30	0,28

Vir podatkov: EIA (2010) in lastni izračuni.

DELOVNI ŽIVLJENJEPIS**OSEBNI PODATKI**

<i>Ime in priimek:</i>	ALEKSANDRA MURKS BAŠIČ
<i>GSM:</i>	(040) 799 999
<i>Naslov elektronske pošte:</i>	sandra666.basic@gmail.com
<i>Datum rojstva:</i>	09.12.1974
<i>Kraj rojstva:</i>	Maribor, Slovenija
<i>Državljanstvo:</i>	Slovensko
<i>Status:</i>	Poročena
<i>Vozniški izpit:</i>	Kategorija B
<i>Programska orodja:</i>	EViews -- orodje za ekonometrično modeliranje, Microsoft Office, Firefox, Baan, Photoshop, Paint Shop Pro, Lotus notes

IZOBRAZBA

<i>September 1981 – Junij 1989</i>	<i>Osnovna šola Boris Kidrič, Maribor</i>
<i>September 1989 – Junij 1993</i>	<i>Srednja ekonomska šola, Maribor</i>

PROFESIONALNA IZOBRAZBA

<i>Oktober 1993 – September 1998</i>	Ekonomsko-poslovna fakulteta Maribor, Univerza v Mariboru. Visokošolski program: Ekonomija. Smer: Splošna ekonomija.
<i>15. september 1998</i>	Diplomirala in pridobila naziv: <u>Univerzitetna diplomirana ekonomistka.</u> Naslov diplomskega dela: <i>Ekonomski in ekološki vidiki podpor v kmetijstvu.</i>
<i>Oktober 1998 – September 2000</i>	Ekonomsko-poslovna fakulteta Maribor, Univerza v Mariboru. Magistrski program: Ekonomija in poslovne vede. Smer: Ekonomska teorija in analiza.
<i>17. oktober 2002</i>	Magistrirala in pridobila naziv: <u>Magistrica znanosti</u> Naslov magistrskega dela: <i>Onesnaževalna dovoljenja in prostovoljni pristopi za spodbujanje trajnostnega razvoja</i>
<i>9. julij 2010</i>	Imenovanje v naziv Predavateljice višje šole za Ekologijo ter Ugotavljanja in zagotavljanje kakovosti.
<i>24. januar 2011</i>	Dodeljen naziv Gostujoče strokovnjakinje na Ekonomsko-poslovni fakulteti Maribor.
<i>Oktober 2010 –</i>	Fakulteta za naravoslovje in matematiko, Univerza v Maribor.
<i>25. januar 2011</i>	Doktorski študijski program - 3. stopnja: Fizika. Potrjena tema doktorske disertacije z naslovom: <i>Evolucijska teorija iger kot spinski sistem.</i>

SEMINARSKE NALOGE**Dodiplomski študij**

Zunanjetrgovinsko poslovanje Slovenije;
 Schumpetrova dinamika: Evolucijski model inovacij in imitacij;
 Ekološko kontraproduktivne subvencije v kmetijstvu;
 Analiziranje razmerij med brezposelnostjo in plačami;
 Integracije v Evropi - Evropska denarna unija.

Podiplomski študij

Matematične metode in modeli v ekonomski dinamiki;
 Denarni agregati Banke Slovenije;
 Učinkovitost fiskalne in denarne politike ter njuno medsebojno delovanje;
 Ali Slovenija tvori z Nemčijo in Italijo optimalno valutno področje!
 Primerjava evolucijske ekonomike in neoklasične ekonomske teorije.
 Schlegelmilch, K. and Markovič Hribernik, T., "Green Budget Reform: Case study of Slovenia".

IZMENJAVA SEMESTRA

Februar – Junij 1996

Študij 6. semestra na Vrije Universiteit

Brussel, Belgija. Uspešno opravljeni izpiti v angleškem jeziku:

- Ekologija in industrija,
- Javne finance,
- Finančni management I,
- Finančni management II.

SEMINARJI, USPOSABLJANJA IN DELAVNICE

2001

Seminar: »Kako zaposlene vključiti v proces obvladovanja stroškov«, Ljubljana: CISEF.

Usposabljanje: »Strateško razmišljanje za strateško načrtovanje«, Maribor: DOBA.

Seminar: »Izdelava letnega poročila gospodarske družbe; Ljubljana: CISEF.

Seminar: »Načrtovanje računovodskih izkazov v skladu z novimi slovenskimi računovodskimi standardi«, Ljubljana: Slovenski inštitut za revizijo.

2002

Seminar: »Računovodstvo za notranje potrebe podjetij«. Portorož: LM Veritas, Ljubljana.

2003

Delavnica: »Naučimo se več Worda«, Ljubljana: Ekonomska fakulteta.

Seminar: »Timsko delo«. Ljubljana: Biro Praxis.

Mednarodno posvetovanje: »Komunalna energetika«. Maribor: Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko.

2004

Seminar z delavnico: »Excel in finančno modeliranje«. Ljubljana: Ekonomska fakulteta.

- 2005 Seminar z delavnico: »Analiza bilanc«. Ljubljana: Ekonomska fakulteta.
- Seminar z delavnico: »Trgovanje z izvedenimi finančnimi instrumenti - teorija in praksa«. Ljubljana: CISEF.
- Seminar: »Računovodstvo za notranje potrebe podjetij«. Portorož: LM Veritas, Ljubljana.
- Delavnica: »Kaj mora urednik vedeti za učinkovite in uspešne spletne strani?«
- 2006 Delavnica: »Učinkovito pisanje in urejanje«.
- 2007 Seminar: "Trgovanje z emisijami CO₂ - poslovna priložnost za podjetja". Ljubljana: Genera Lynx.
- Okoljska konferenca: »Ohladimo Slovenijo«. Ljubljana: GZS.

MEDNARODNE KONFERENCE IN IZOBRAŽEVANJA

- 2003 »Trgovanje z emisijami in evropska industrija« (angl. »EU Emissions Trading - How the allocation of emission allowances could impact European industry«). Bruselj: Environmental Finance, London.
- 2004 »Trgovanje z emisijami v EU« (angl. »Emissions Trading in the EU«). Amsterdam: Point Carbon, Oslo.
- »Trgovanje z energijo in emisijami v Srednji in Vzhodni Evropi (angl. »Energy and Emissions Trading - CEE«). Praga: Sinergy, Maarsse.
- »19. mednarodna aluminijaska konferenca« (angl. »19th International aluminium conference«). Norveška: Oslo.
- »4. Letna konferenca za trgovanje z emisijami« (angl. »4th Annual Emissions Trading conference«). UK: London, Euromoney energy events.
- 2005 »Trgovanje z emisijskimi kuponi - angl. Carbon Market Insights 2005«. Amsterdam: Point Carbon, Oslo, Norveška.
- »Carbon Expo 2005«. Köln, Nemčija: IETA, World bank.
- 2006 »Carbon Market Insights 2006«. Copenhagen, Danska: Point Carbon, Oslo, Norveška.
- »6. letna konferenca trgovanja z emisijskimi kuponi« (angl. 6th Annual emissions trading conference«). Velika Britanija: London.
- 2007 »LME training course - hedging«. V. Britanija: London, Metal London Exchange (LME).
- »Hedging strategies«. Pariz: Societe Generale, Commodity Group.
- »Carbon Market Insights 2007«. Copenhagen, Danska: Point Carbon, Oslo, Norveška.
- 2008 »Carbon Market Insights 2008«. Copenhagen, Danska: Point Carbon, Oslo, Norveška.
- Delavnica in obisk London Metal Exchange: "Risk management", London: AMT ltd.
- »Training course - Metals Trading & Risk Management«. V. Britanija: London, Metal Bulletin.

- 2008 "The Future of GHG Emission Trading in the EU".
Ljubljana: Slovenski E-forum.
- »Energy Intensive Industries and Climate Change«. Belgija: Bruselj, Integer Research.
- 2009 »Osnove finančnih trgov«. Ljubljana: ACI FOREX SLO
- »Osnove finančnih instrumentov«. Ljubljana: ACI FOREX SLO
- 2010 »Liquidity Risk Management in Banks«. London: Fitch Training.

ZAPOSILITEV

01. september 2000 – 22. februar 2009 Talum d.d., Tovarniška cesta 10,
2323 KIDRIČEVO
23. februar 2009 – Nova KBM d.d., Ulica Vita Kraigherja 4,
2000 MARIBOR

TUJI JEZIKI

Angleški jezik, Nemški jezik

OBJAVLJENI ČLANKI - BIBLIOGRAFIJA

Celotna osebna bibliografija od leta 1991 naprej je na razpolago v sistemu COBISS.

- 2004 – - redne objave na portalu www.energetika.net

GOSTUJOČA PREDAVANJA

22. december 2010 Moderni ekonomski pristop ponotranjenja zunanjih negativnih stroškov, Ekonomsko-poslovna fakulteta Maribor, Katedra za ekonomsko politiko.
23. november 2011
8. november 2011 Teorija iger in podnebna dilema, Ekonomsko-poslovna fakulteta Maribor, smer Ekonomija.

PRIDOBLENI CERTIFIKATI

- Junij 2006 - Prejeta diploma/licenca za trgovanje z okoljskimi proizvodi na EXAA borzi. Wien: Wiener Börse AG.
31. januar 2008 - Uspešno opravljen izpit za Notranjo presojevalko v skladu z zahtevami Sistemov vodenja kakovosti ISO 9001:2000
05. februar 2008 - Uspešno opravljen izpit za Notranjo presojevalko v skladu z zahtevami Sistema ravnanja z okoljem ISO 14001:2004
13. marec 2008 - Uspešno opravljen izpit za Notranjo presojevalko v skladu z zahtevami Sistemov vodenja zdravja in varnosti pri delu ISO 18001:2007

DRUGE AKTIVNOSTI

- Oktober 1996 – September 2000 - Zoisova štipendistka;
15. – 22. november 1998 - Udeležba na mednarodnem študentskem kongresu v Liegu, Belgija;
10. – 17. februar 2000 - Udeležba na konferenci v Londonu, Velika Britanija (»Britain in Europe«).
- članica MOST (organizacije za prostovoljno delo, Ljubljana) in AEGEE;

IZJAVA



Univerza v Mariboru

*Fakulteta za naravoslovje in
matematiko*

IZJAVA DOKTORSKE KANDIDATKE

Podpisana **Aleksandra Murks Bašič**, vpisna številka **N3000027**

izjavljam,

da je doktorska disertacija z naslovom **EVOLUCIJSKA TEORIJA IGER KOT SPINSKI SISTEM**

- rezultat lastnega raziskovalnega dela,
- da predložena disertacija v celoti ali v delih ni bila predložena za pridobitev kakršnekoli izobrazbe po študijskem programu druge fakultete ali univerze,
- da so rezultati korektno navedeni in
- da nisem kršila avtorskih pravic in intelektualne lastnine drugih.

Podpis doktorske kandidatke:

mag. Aleksandra Murks Bašič l.r.