

UNIVERZA V MARIBORU

FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO,  
RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO

DOKTORSKA DISERTACIJA

**MODELIRANJE INDEKSA AKTIVNOSTI S  
STATISTIKAMI VIŠJIH REDOV ZA VREDNOTENJE  
REDKIH IMPULZNIH IZVOROV V KONVOLUTIVNIH  
MEŠANICAH**

MAJ 2010

ROK ISTENIČ





Univerza v Mariboru

Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko

Doktorska disertacija

**MODELIRANJE INDEKSA AKTIVNOSTI S  
STATISTIKAMI VIŠJIH REDOV ZA VREDNOTENJE  
REDKIH IMPULZNIH IZVOROV V KONVOLUTIVNIH  
MEŠANICAH**

Avtor: Rok Istenič

Mentor: red. prof. dr. Damjan Zazula

Somentor: doc. dr. Aleš Holobar

Maribor, maj 2010

**Avtor:** Rok Istenič

**Naslov:** Modeliranje indeksa aktivnosti s statistikami višjih redov za vrednotenje redkih impulznih izvorov v konvolutivnih mešanicah

**UDK:** 004.41:004.93(043.3)

**Ključne besede:** obdelava signalov, sestavljeni signali, konvolutivne mešanice, sistem MIMO, impulzni izvori, ocenjevanje števila izvorov, indeks aktivnosti, korelacijska matrika, naddoločene mešanice signalov, večkanalni signali, statistike višjih redov, momenti višjih redov, Tihonova regularizacija, površinski elektromiogram, matematično upanje, varianca, avtokovariančno zaporedje

**Število izvodov:** 9

**Založniške pravice:** Laboratorij za sistemsko programsko opremo, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Univerza v Mariboru



Maribor, 19. 5. 2009

Številka: DR 22/2009/425-MGM

Na osnovi 287., 140., 142. in 144. člena Statuta Univerze v Mariboru (Statut UM-UPB6, Ur. l. RS, št. 90/2008) ter sklepa 22. redne seje Senata Univerze v Mariboru z dne 19. 5. 2009 v zvezi z vlogo doktorskega kandidata Roka Isteniča za sprejem odločitve o predlagani temi doktorske disertacije in mentorja,

izdajam naslednji

### **SKLEP**

**Odobri se tema doktorske disertacije Roka Isteniča s Fakultete za elektrotehniko, računalništvo in informatiko z naslovom "Modeliranje indeksa aktivnosti s statistikami višjih redov za vrednotenje redkih impulznih izvorov v konvolutivnih mešanica". Kandidatu se za mentorja imenuje red. prof. dr. Damjan Zazula, za somentorja pa doc. dr. Aleš Holobar. Kandidat mora članici predložiti izdelano doktorsko disertacijo v zadostnih izvodih najpozneje do 18. 5. 2013.**

#### **Obrazložitev:**

Kandidat Rok Istenič je dne 25. 2. 2009 na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko vložil vlogo za potrditev teme doktorske disertacije z naslovom "Modeliranje indeksa aktivnosti s statistikami višjih redov za vrednotenje redkih impulznih izvorov v konvolutivnih mešanica". Za mentorja je bil predlagan red. prof. dr. Damjan Zazula, za somentorja pa doc. dr. Aleš Holobar.

Senat Fakultete za elektrotehniko, računalništvo in informatiko je na osnovi pozitivnega mnenja komisije za oceno teme doktorske disertacije, ki je ugotovila, da kandidat izpolnjuje pogoje za pridobitev doktorata znanosti, in ocenila, da je predlagana tema ustrezna, sprejel pozitivno mnenje in poslal predlog teme doktorske disertacije s predlogom mentorja in somentorja v odobritev Senatu univerze.

Senat Univerze v Mariboru je po proučitvi vloge in na osnovi določil Statuta Univerze v Mariboru sprejel svojo odločitev o predlagani temi doktorske disertacije in imenoval mentorja ter somentorja, kot izhaja iz izreka.

V skladu s 144. členom Statuta Univerze v Mariboru mora kandidat za pridobitev doktorata znanosti najpozneje v štirih letih od dneva izdaje tega sklepa, članici predložiti izdelano doktorsko disertacijo v zadostnih izvodih. Kandidatu je bil določen rok glede na datum sprejetja teme na pristojnem organu.

**Pouk o pravnem sredstvu:**

Zoper ta sklep je možna pritožba na Senat Univerze v Mariboru v roku 8 dni od prejema tega sklepa.



Rektor:  
Prof. dr. Ivan Rozman

Obvestiti:

1. Kandidata.
2. Fakulteto.
3. Arhiv.



Na Univerzi v Mariboru,  
Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko je

Rok Istenič, univ. dipl. inž. rač. in inf.,

dne 12. 5. 2010 uspešno zagovarjal svojo doktorsko disertacijo z naslovom

**Modeliranje indeksa aktivnosti s statistikami višjih redov za vrednotenje  
redkih impulznih izvorov v konvolutivnih mešanich**

pred komisijo v sestavi:

prof. dr. Igor Tičar, predsednik  
prof. dr. Damjan Zazula, mentor – član  
doc. dr. Aleš Holobar, somentor – član  
prof. dr. Božidar Potočnik, član  
prof. dr. France Mihelič, član

# MODELIRANJE INDEKSA AKTIVNOSTI S STATISTIKAMI VIŠJIH REDOV ZA VREDNOTENJE REDKIH IMPULZNIH IZVOROV V KONVOLUTIVNIH MEŠANICAH

UDK: 004.41:004.93(043.3)

## Ključne besede:

obdelava signalov, sestavljeni signali, konvolutivne mešanice, sistem MIMO, impulzni izvori, ocenjevanje števila izvorov, indeks aktivnosti, korelacijska matrika, naddoločene mešanice signalov, večkanalni signali, statistike višjih redov, momenti višjih redov, Tihonova regularizacija, površinski elektromiogram, matematično upanje, varianca, avtokovariančno zaporedje

## Povzetek:

V doktorski disertaciji se ukvarjamo z vrednotenjem redkih impulznih izvorov v linearnih konvolutivnih mešanicah, tj. z ocenjevanjem njihovega števila, dolžin njihovih impulznih odzivov in njihovih medsebojnih prekrivanj. V ta namen razvijemo statistične modele indeksa aktivnosti, in sicer modele povprečja, variance in avtokovariančnega zaporedja, s pomočjo katerih lahko ocenimo dolžino sistemskih odzivov in število aktivnih impulznih izvorov v opazovanih signalnih mešanicah.

Začnemo s pregledom obstoječega stanja na področju ocenjevanja števila izvorov in dolžine sistemskih odzivov. Nato predstavimo model konvolutivnih mešanic odzivov redkih impulznih izvorov. Na kratko predstavimo še dekompozicijo površinskih EMG, metodo kompenzacije konvolutivnih jeder in indeks aktivnosti.

Pri modeliranju indeksa aktivnosti se osredotočimo ločeno na prispevke izvorov in šuma, dodanega signalom. Lastnosti razvitih modelov uporabimo pri ocenjevanju dolžine sistemskih odzivov in števila izvorov, za kar razvijemo dva postopka. Prvi temelji na modelu variance indeksa aktivnosti in s pomočjo redukcije iskalnega prostora ocenjuje tako dolžino odzivov kot tudi število izvorov. Drugi postopek je kombiniran in temelji na modelu avtokovariančnega zaporedja indeksa aktivnosti, s katerim ocenimo dolžine sistemskih odzivov. Ko so dolžine odzivov ocenjene, lahko ocenimo število izvorov s pomočjo metod za ocenjevanje števila izvorov v multiplikativnih mešanicah. Drugi pristop se je izkazal za boljšega.

V nadaljevanju predstavimo še možnosti nadgradnje indeksa aktivnosti s statistikami 3. in 4. reda ter probleme, ki pri tem nastanejo. Razvite modele nato preverimo na umetnih signalih z naključnimi sistemskimi odzivi in na umetnih površinskih elektromiogramih.



# MODELLING ACTIVITY INDEX WITH HIGHER-ORDER STATISTICS FOR EVALUATION OF IMPULSE SOURCES IN CONVOLUTIVE MIXTURES

UDC: 004.41:004.93(043.3)

## Keywords:

signal processing, compound signals, convolutive signal mixtures, estimation of the number of sources, activity index, correlation matrix, overdetermined signal mixtures, array sensors, surface EMG, multichannel signals, MIMO systems

## Abstract:

In this doctoral thesis, we address the evaluation of sparse impulse sources in convolutive signal mixtures. We develop statistical models of activity index, namely model of activity index average, variance and autocovariance sequence. The models can be used for the estimation of the system response lengths and the number of active impulse sources in the observed convolutive mixtures.

We begin with an overview of the state of the art in the field of estimation of the number of sources and the length of system responses. Next, a model of convolutive mixtures of sparse impulse sources is introduced, which means a basis for all the derived activity index models. Next, a decomposition of surface EMG and the convolution kernel compensation (CKC) method are briefly presented. This is because activity index was introduced together with this decomposition method and it represents an essential part of CKC.

The main part of this work is devoted to modelling the activity index. When doing this, we focus on the contributions of sources and noise separately. Developed models can be used for the estimation of system response lengths and the number of active impulse sources. For this purpose we developed two methods. The first one is based on the model of activity index variance and estimates the length of system responses and the number of sources by a reduction of search space. The second approach is based on the autocovariance sequence of activity index, which also estimates the length of the system responses. When the length of the system responses is estimated, the number of sources can be derived by using methods that rely on the system eigenvalues. The second approach has proved to be better.

In the sequel, the possibilities for upgrading the activity index with higher-order statistics are presented. We address third- and fourth-order statistics and problems that appear when using them to extend the basic form of activity index. The developed models are verified on synthetic convolutive mixtures of sparse impulse sources.

## Zahvala

Za strokovno pomoč pri podiplomskem študiju in izdelavi doktorske disertacije se iskreno zahvaljujem svojemu mentorju prof. dr. Damjanu Zazuli, ki me je ves čas mojega podiplomskega študija spodbujal in me usmerjal pri raziskovalnem delu. Predvsem sem mu hvaležen za njegovo neizmerno potrpežljivost, kadar zaradi mojih napak delo ni potekalo, kot bi moralo. Odprl mi je nova obzorja, saj mi je omogočil sodelovanja s tujimi profesorji: prof. Robertom Merlettijem s Politehnike v Torinu, prof. Lonnijem Ludemanom z Univerze v Novi Mehiki, prof. Slobodanom Ribaričem z Univerze v Zagrebu, prof. Davidom Hewsonom z Univerze v Troyesu in prof. Constantinosom Pattichisom z Univerze na Cipru.

Za spodbudo, nasvete in komentarje pri izdelavi doktorske disertacije se zahvaljujem somentorju doc. dr. Alešu Holobarju. Seznanil me je s programom za dekompozicijo površinskih elektromiogramov in mi omogočil njegovo uporabo. Zahvaljujem se mu tudi za vse članke, ki mi jih je pomagal izboljšati.

Zahvaljujem se tudi vsem sodelavcem iz Laboratorija za sistemsko programsko opremo na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, ki so mi s svojimi nasveti pogosto priskočili na pomoč.

Za pomoč v vseh letih mojega podiplomskega študija se zahvaljujem staršema, ki sta me vseskozi podpirala.

Zahvala gre tudi Agenciji za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije (ARRS), ki mi je s štipendijo za mladega raziskovalca omogočila raziskovalno delo v Laboratoriju za sistemsko programsko opremo.

Rok Istenič



# Kazalo

<b>Seznam pomembnejših uporabljenih oznak</b>	<b>xiii</b>
<b>Seznam pomembnejših okrajšav</b>	<b>xv</b>
<b>1 Uvod</b>	<b>1</b>
<b>2 Pregled področja</b>	<b>7</b>
2.1 Ocenjevanje števila izvorov . . . . .	7
2.2 Ocenjevanje dolžine sistemskih odzivov . . . . .	8
2.3 Modeliranje konvolutivnih mešanic iz odzivov redkih impulznih izvorov . . . . .	9
2.4 Dekompozicija površinskih EMG . . . . .	12
2.5 Kompenzacija konvolucijskih jeder in indeks aktivnosti . . . . .	14
<b>3 Statistični modeli indeksa aktivnosti</b>	<b>17</b>
3.1 Definicija indeksa aktivnosti . . . . .	17
3.2 Ocena matematičnega upanja . . . . .	20
3.3 Ocena variance . . . . .	24
3.3.1 Aproksimacija modela za vzorčno varianco . . . . .	28
3.3.2 Cenilka kovariančnih zaporedij . . . . .	30
3.4 Določanje dolžine sistemskih odzivov in števila izvorov . . . . .	33
3.4.1 Metoda z avtokovariančnim zaporedjem . . . . .	34
3.4.2 Metoda z redukcijo iskalnega prostora . . . . .	36
<b>4 Indeks aktivnosti s statistikami višjih redov</b>	<b>37</b>
4.1 Definicija indeksa aktivnosti s SVR . . . . .	38
4.2 Indeks aktivnosti s statistikami sodih redov . . . . .	40
4.3 Indeks aktivnosti s statistikami lihih redov in Tihonova regularizacija . . . . .	41
4.4 Statistike višjih redov in prekrivanje izvorov . . . . .	43

<b>5</b>	<b>Uporaba modelov indeksa aktivnosti</b>	<b>45</b>
5.1	Tvorba umetnih signalov . . . . .	45
5.1.1	Umetni signali z naključnimi sistemskimi odzivi . . . . .	45
5.1.2	Umetni površinski EMG . . . . .	46
5.2	Preverjanje izpeljanih modelov indeksa aktivnosti z umetnimi signali . . . . .	46
5.2.1	Preverjanje s signali z naključnimi sistemskimi odzivi . . . . .	47
5.2.2	Preverjanje z umetnimi površinskimi EMG . . . . .	56
5.3	Realni površinski EMG . . . . .	58
5.4	Ocenjevanje dolžine sistemskih impulznih odzivov in števila izvorov . . . . .	60
5.4.1	Pristop z redukcijo iskalnega prostora . . . . .	60
5.4.2	Pristop z avtokovariančnim zaporedjem indeksa aktivnosti . . . . .	62
5.4.3	Ocenjevanje dolžin PME in števila ME v površinskem EMG . . . . .	65
5.5	Uporaba indeksa aktivnosti s SVR za izboljšavo dekompozicije CKC . . . . .	71
5.5.1	Umetni površinski EMG . . . . .	71
5.5.2	Realni površinski EMG . . . . .	76
5.6	Ocena mišične sile iz površinskega EMG s pomočjo indeksa aktivnosti . . . . .	80
<b>6</b>	<b>Razprava in sklepi</b>	<b>85</b>
	<b>Literatura</b>	<b>93</b>
	<b>Življenjepis</b>	<b>105</b>

# Seznam pomembnejših uporabljenih oznak

## OPERACIJE

$\arg \min f(x)$	vrednost $x$ , ki minimizira funkcijo $f(x)$
$\Delta^i f(x)/\Delta x^i$	$i$ -ta razlika funkcije $f(x)$ po spremenljivki $x$
$\mathbf{a}^T, \mathbf{A}^T$	transponiranje vektorja $\mathbf{a}$ ali matrice $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}^\#$	Moore-Penrosov matrični psevdoinverz matrice $\mathbf{A}$
$\bar{\mathbf{a}}$	razširjanje stolpčnega vektorja $\mathbf{a}$ z dodajanjem zakasnenih replik posameznih vrstic
$M_{k,X}$	moment $k$ -tega reda naključne spremenljivke $X$
$E[X]$	matematično upanje naključne spremenljivke $X$
$O(n)$	časovna zahtevnost algoritma v odvisnosti od parametra $n$
$\text{var}(X)$	varianca naključne spremenljivke $X$
$\text{kov}(X_i, X_j)$	kovarianca naključnih spremenljivk $X_i$ in $X_j$
$\simeq$	cenilka vrednosti

## OZNAKE

$\mathbf{a}$	stolpčni vektor
$\mathbf{A}$	matrika
$c_i$	$i$ -ti parameter aproksimiranega modela variance
$\hat{c}_i$	ocena $i$ -tega parametra aproksimiranega modela variance
$d$	dolžina opazovanega intervala meritev (število vzorcev)
$\delta(n)$	Diracova funkcija delta oziroma Diracov impulz
$\eta_{ij}$	število prekrivajočih se vzorcev $i$ -tega in $j$ -tega izvora
$h_{ij}(l)$	sistemski odziv $j$ -tega izvora zaznan v $i$ -ti meritvi
$\mathbf{H}$	mešalna matrika
$\mathbf{I}$	enotska matrika oz. identiteta
$I_A(n)$	indeks aktivnosti
$I_{A,3}(n)$	indeks aktivnosti s statistikami 3. reda

$I_{A,4}(n)$	indeks aktivnosti s statistikami 4. reda
$I_{si}(n)$	prispevek $i$ -tega izvora v indeksu aktivnosti
$I_w(n)$	prispevek šuma v indeksu aktivnosti
$K$	razširitveni faktor
$L$	dolžina sistemskih odzivov
$\hat{L}$	ocena dolžine sistemskih odzivov
$\lambda_i$	število impulzov v $i$ -tem izvoru na opazovanem intervalu
$M$	število meritev
$N$	število aktivnih izvorov na opazovanem intervalu
$\hat{N}$	ocena števila aktivnih izvorov na opazovanem intervalu
$r(\tau)$	kovariančno zaporedje v odvisnosti od premika $\tau$
$\mathbf{R}_x$	korelacijska matrika signalov brez šuma
$\mathbf{R}_y$	korelacijska matrika šumnih meritev
$s_i(n)$	$i$ -ti impulzni izvorni signal
$\mathbf{s}(n)$	vektor impulzov izvornih signalov
$\bar{\mathbf{s}}(n)$	razširjeni vektor impulzov izvornih signalov
$\sigma_i$	$i$ -ta singularna vrednost
$\tau$	premik signala (v vzorcih)
$w_i(n)$	šum, dodan $i$ -ti meritvi
$\mathbf{w}(n)$	vektor šuma
$\bar{\mathbf{w}}(n)$	razširjeni vektor šuma
$x_i(n)$	$i$ -ti brezšumni signal
$\mathbf{x}(n)$	vektor brezšumnih signalov
$\bar{\mathbf{x}}(n)$	razširjeni vektor brezšumnih signalov
$y_i(n)$	$i$ -ta šumna meritev
$\mathbf{y}(n)$	vektor šumnih meritev
$\bar{\mathbf{y}}(n)$	razširjeni vektor šumnih meritev



# Seznam pomembnejših okrajšav

<b>AIC</b>	Akaikov informacijski kriterij ( <i>Akaike's information criterion</i> )
<b>AKZ</b>	avtokovariančno zaporedje ( <i>autocovariance sequence, ACVS</i> )
<b>BSS</b>	slepa ločitev izvorov ( <i>blind source separation</i> )
<b>CKC</b>	kompensacija konvolucijskih jeder ( <i>convolution kernel compensation</i> )
<b>EKG</b>	elektrokardiogram ( <i>electrocardiogram</i> )
<b>EEG</b>	elektroencefalogram ( <i>electroencephalogram</i> )
<b>EMG</b>	elektromiogram ( <i>electromyogram</i> )
<b>ICA</b>	analiza neodvisnih komponent ( <i>independent component analysis</i> )
<b>IVI</b>	inervacijski vlak impulzov ( <i>innervation pulse train, IPT</i> )
<b>MC</b>	simulacija monte carlo
<b>MDL</b>	funkcija najkrajše dolžine opisa ( <i>minimum description length</i> )
<b>ME</b>	motorična enota ( <i>motor unit, MU</i> )
<b>MIMO</b>	sistem z več vhodi in več izhodi ( <i>multiple-input, multiple-output</i> )
<b>MVC</b>	maksimalna prostovoljna skrčitev ( <i>maximum voluntary contraction</i> )
<b>p. e.</b>	poljubne enote
<b>PME</b>	potencial motorične enote ( <i>motor unit potential, MUP</i> )
<b>SNR</b>	razmerje signal-šum ( <i>signal-to-noise ratio</i> )
<b>SVD</b>	razcep matrike na singularne vrednosti ( <i>singular value decomposition</i> )
<b>SVR</b>	statistike višjih redov ( <i>higher-order statistics, HOS</i> )



# Poglavje 1

## Uvod

Signal je formalni opis poteka nekega pojava skozi čas, na primer zvok, slika, biomedicinski signali, telekomunikacijski signali, signali raznih senzorjev itd. Obdelava signalov pa je skupno ime za vse operacije, ki spreminjajo, analizirajo ali kako drugače obravnavajo signale. Glavni namen obdelave signalov je, da iz zajetih signalov izluščimo čimveč informacij, ki nam lahko pomagajo pri določanju značilnosti opazovanih pojavov. Danes se večina fizikalnih pojavov, ki jih želimo proučevati, zajame s pomočjo senzorjev, ki pretvorijo opazovani pojav v električno obliko. V taki obliki lahko signale obdelujemo z naprednimi postopki na računalniških sistemih. Obdelava signalov je široko področje, ki predstavlja presečišče večih ved: elektrotehnike (zajem signalov), matematike (matematične operacije), računalništva (algoritmi) in vseh ostalih ved, ki se z različnimi signali srečujejo v svoji praksi (medicina, strojništvo, zabavna industrija itd.).

Posebno vejo signalov tvorijo biomedicinski signali. Delovanje človeškega telesa je tesno povezano z električnimi, kemičnimi in akustičnimi signali, ki v svoji strukturi prenašajo skrito informacijo. To informacijo želimo na nek način izluščiti, da jo lahko pravilno interpretiramo [93]. Signali namreč odsevajo lastnosti, ki so povezane z biološkim sistemom, in njihovo dekodiranje je zelo pomembno pri razlagi in identifikaciji različnih bolezenskih stanj. Proces dekodiranja signalov je lahko enostaven in se opravi samo z vizualnim pregledom zajetega signala. Toda večinoma so biomedicinski signali zelo kompleksni in njihova obdelava je postala nepogrešljivo orodje za odkrivanje pomembnih informacij, ki so skrite v signalu. Tako se danes v vsakdanji praksi za diagnozo bolezni srca, možganov in mišic uporabljajo informacije pridobljene iz bioelektričnih signalov, kot npr. elektrokardiogram (EKG), elektromiogram (EMG) in elektroencefalogram (EEG).

EMG [80] je električni signal, ki ga ustvarjajo skeletne mišice - aparat, ki nam omogoča gibanje. Mehanizem je zelo zapleten in sestavljen iz množice delov: centralne nadzorne strategije, prenosa signala preko živčnih vlaken in živčno-mišičnih stičišč, električne aktivacije mišičnih

vlaknen in ustvarjanja mišične sile, ki premika kosti. Mehanizem vključuje tudi povratne povezave, ki sporočajo možganom informacijo o dolžini in hitrosti krajšanja mišice in o silah, ki delujejo na kite. EMG torej skriva informacijo o motoričnem aparatu in o njegovih nadzornih strategijah.

Področje digitalne obdelave signalov je zelo obsežno, globalno ga lahko razdelimo na deterministične in stohastične pristope. Slednji temeljijo na verjetnostnih modelih, ki jih srečamo v mnogih aplikacijah in napravah informacijsko komunikacijskih tehnologij, biomedicinske tehnike, računalniškega vida itd. V disertaciji se ukvarjamo s statistično obdelavo stohastičnih signalov (*statistical signal processing*) [63, 100] in obdelavo polj signalov (*array signal processing*) [83]. Največ pozornosti je namenjene zaznavanju izvorov (*source detection*), znanim tudi pod imenom ocenjevanje števila izvorov [7, 8, 37, 41, 58, 59, 82, 97] in ocenjevanju dolžine sistemskih impulznih odzivov [9, 65]. Zaznavanje izvorov je tesno povezano s slepim ločevanjem izvorov (BSS). Skupno obema metodama je, da izhajata le iz signalnih meritev, dodatne informacije o izvori in njihovem procesu mešanja pa niso znani, zato govorimo o slepem zaznavanju in ločitvi. Razlika med metodama je naslednja: pri zaznavanju izvorov nas zanima le število aktivnih izvorov, pri ločitvi pa tudi njihova rekonstrukcija. To je tudi razlog, da je ločitev izvorov časovno zahtevnejša in ni primerna, kadar želimo zgolj oceniti število izvorov.

V doktorski disertaciji raziskujemo problem slepega vrednotenja redkih impulznih izvorov v linearnih konvolutivnih mešanicah. Privzamemo torej sestavljene signale redkih impulznih izvorov in konvolutivni način mešanja. Predvidimo tudi, da je danih več meritev različnih mešanic istih izvorov (večkanalne meritve), kar modeliramo kot sistem z več vhodi in več izhodi (podpoglavje 2.3).

Vrednotenje izvorov v večkanalnih meritvah smo zasnovali na t. i. indeksu aktivnosti, ki temelji na Mahalanobisovi razdalji izvorov (poglavje 3). Za njegov izračun potrebujemo zgolj signalne meritve, predstavlja pa indikator aktivnosti vseh izvorov, ki so prisotni v opazovanih meritvah. Pomembna lastnost indeksa aktivnosti je, da ne vsebuje več sistemskih odzivov, ki so prisotni v signalnih meritvah, saj se le-ti v procesu računanja izločijo. Namesto sistemskih odzivov se na mestih, kjer je določen izvor aktiven, pojavijo pravokotni odzivi iste dolžine, kot so odzivi v meritvah. Indeks aktivnosti tako vsebuje informacije o intervalih aktivnosti vseh izvorov in dolžini njihovih sistemskih odzivov. To pa so informacije, ki jih pri vrednotenju izvorov potrebujemo.

Raziskave indeksa aktivnosti razdelimo v dva večja podsklopa. Prvi je povezan z modeliranjem osnovnega indeksa aktivnosti, ki temelji na računanju Mahalanobisove razdalje, drugi pa z nadgradnjo indeksa s statistikami višjih redov (SVR). Rezultati obeh podsklopov predstavljajo novost in bodo pripomogli k hitrejšemu in robustnejšemu ocenjevanju števila redkih impulznih izvorov iz njihovih konvolutivnih mešanic, dolžine sistemskih impulznih odzivov, vrednotenju

lastnosti impulznih izvorov ter uspešnejši dekompoziciji njihovih mešanic. Ocena števila aktivnih izvorov v konvolutivnih mešanicah je namreč pomemben in pereč problem z veliko praktično uporabnostjo na področju preučevanja odzivov iz naravnih sistemov, kot so biomedicinski signali, kjer število izvorov ni vnaprej znano in ni striktno obvladljivo. Poleg ocenjevanja števila izvorov je pomembno tudi ugotavljanje trenutkov njihove aktivnosti, kar predstavlja ključni korak pred kratkim razvite metode za kompenzacijo konvolucijskih jeder (CKC) pri dekompoziciji večkanalnih meritev. Razvite modele indeksa aktivnosti lahko uporabimo za določanje potencialnih kandidatov trenutkov impulzov, ki so potrebni kot začetni približek za dobro delovanje gradientne CKC [47], saj je konvergenca metode odvisna od optimalnosti začetnega približka [49].

Za izpeljavo statističnega modela indeksa aktivnosti uporabljamo analitični pristop (poglavje 3). Osredotočamo se na modeliranje matematičnega upanja in variance indeksa aktivnosti, razširjamo pa ga še s statistikami tretjega in četrtega reda. Le-te ocenjujemo vzorčno s pomočjo momentov višjih redov. Pri nadgradnji indeksa aktivnosti s SVR moramo upoštevati tudi določene omejitve, saj za dovolj nepristransko ocenjevanje statistik tako drugega kot tudi višjih redov potrebujemo dolge, stacionarne signale [105]. Posebej pri signalih, zajetih v naravnih procesih, se lahko izkaže, da niso ves čas meritve stacionarni oziroma da so stacionarni le krajši odseki. Dolžina signalov iz opazovanih konvolutivnih mešanic, ki omogoči dovolj natančno in nepristransko statistično ocenjevanje, pa je odvisna od lastnosti izvorov. Pri impulznih izvorih so pomembni povprečni medimpulzni razmik in impulzni odzivi. Zato ni možno vedno vnaprej oceniti, kakšna statistična odstopanja se bodo pojavila v končnih ocenah zaradi prekratkih signalov, kakšna zaradi lastnosti izvorov in kakšna zaradi dodanih шумov v meritvah ter napak, ki jih vnašajo računske metode. V modelih indeksa aktivnosti zato skušamo čim reprezentativneje zajeti vpliv vseh naštetih odstopanj, saj dosedanje izkušnje kažejo, da robustnost pristopov, ki izhajajo iz Mahalanobisove razdalje, pogosto ni zadovoljiva [48, 56, 57, 58]. Veljavnost razvitih modelov preverimo z umetnimi signali pri čimbolj širokem spektru parametrov. Uporabljamo tako umetne konvolutivne mešanice redkih impulznih izvorov z naključnimi sistemskimi odzivi kot tudi umetne površinske EMG.

V skladu z zastavljenimi cilji skušamo v disertaciji dokazati naslednjo tezo:

*S pomočjo statističnega modela indeksa aktivnosti lahko ocenimo število redkih impulznih izvorov, če izhajamo iz njihovih konvolutivnih mešanic. Če nadgradimo računanje osnovnega indeksa aktivnosti, ki temelji na Mahalanobisovi razdalji, s statistikami višjih redov, lahko dosežemo robustnejše ovrednotenje števila in lastnosti izvorov. Indeks aktivnosti, izračunan s statistikami višjih redov, izboljša dekompozicijsko metodo CKC, saj z njim povečamo verjetnost, da bomo pravilno določili začetne približke trenutkov impulzov v posameznih izvorih.*

Postavljeno tezo doktorske disertacije smo razširili v naslednje sklope hipotez. V njih ločeno obravnavamo modeliranje matematičnega upanja in variance indeksa aktivnosti, vpliv šuma v meritvah na modelirani indeks, indeks aktivnosti s statistikami višjih redov in vpliv indeksa s statistikami višjih redov na dekompozicijo sestavljenih signalov:

- 1. Z modeliranjem variance osnovnega indeksa aktivnosti, računane za naddoločen sistem konvolutivnih mešanic, lahko ocenimo število redkih impulznih izvorov in dolžino njihovih impulznih odzivov. Varianca indeksa aktivnosti je v kvadratni odvisnosti od števila izvorov in dolžine njihovih impulznih odzivov.*
- 2. Povprečje prispevka šuma v indeksu aktivnosti je neodvisno od razmerja signal-šum (SNR) v signalnih meritvah, za katere je računano, in je določeno le s številom izvorov, dolžino njihovih impulznih odzivov, številom razširjenih meritev in njihovo dolžino.*
- 3. Indeks aktivnosti lahko naredimo robustnejši, če ga namesto z Mahalanobisovo razdaljo računamo s statistikami višjih redov, tako da je manj občutljiv na slabša razmerja signal-šum in na prekrivanja v delovanju izvorov. Nadgradnja indeksa aktivnosti s statistikami lihih redov ni uporabna brez Tihonove regularizacije. Šele z njo lahko prispeva k večji robustnosti indeksa aktivnosti in ločljivosti izvorov. Nadgradnja indeksa aktivnosti s statistikami sodih redov ne potrebuje Tihonove regularizacije, da doseže enako robustnost in ločljivost kot statistike lihih redov s Tihonovo regularizacijo.*
- 4. S kombiniranjem informacij iz indeksov aktivnosti, izračunanih pri različnih višjih redih statistik, lahko ocenimo časovno spreminjanje prekrivanja posameznih izvorov.*
- 5. Informacije iz indeksov aktivnosti, izračunanih pri višjih redih statistik, izboljšajo dekompozicijo sestavljenih signalov z metodo CKC, saj je z njimi mogoče natančneje določiti začetne približke trenutkov impulzov. Z izboljšanim dekompozicijskim pristopom, ki izhaja iz indeksa aktivnosti s statistikami višjih redov, razpoznamo večje število izvorov, poveča pa se tudi natančnost ocene trenutkov impulzov v posameznih izvorih.*

V nadaljevanju sledi še kratek vsebinski pregled dela. Doktorsko disertacijo smo zasnovali v šestih poglavjih. V drugem poglavju najprej pregledamo obstoječe metode za ocenjevanje števila izvorov, ki mu sledi pregled metod za dekompozicijo konvolutivnih mešanic. Nato se posvetimo modeliranju konvolutivnih mešanic iz odzivov impulznih izvorov. Postavljeni model uporabljamo skozi celotno delo. Sledi natančnejša predstavitev dekompozicijske metode CKC in definicija indeksa aktivnosti, ki predstavlja temelj naših doktorskih raziskav.

Tretje poglavje predstavlja jedro disertacije in njene bistvene inovativne prispevke, saj v njem raziščemo statistični model indeksa aktivnosti. Najprej izpeljemo model matematičnega upanja

in vzorčne variance, ki predstavljata temelj za ocenjevanje števila izvorov v linearnih konvolutivnih mešanica. Sledi razširitev modela za varianco s kovariančnim zaporedjem, s katerim postavimo osnovo za določanje dolžine sistemskih impulznih odzivov. V naslednjih podpoglavjih pa s pomočjo izpeljanih modelov predstavimo postopka za določanje števila aktivnih impulznih izvorov in dolžine sistemskih impulznih odzivov.

Četrto poglavje je namenjeno nadgradnji indeksa aktivnosti s SVR. Tudi ti pristopi pomenijo novost. Najprej podamo splošno definicijo indeksa aktivnosti s SVR. Nato predstavimo problematiko nastajanja novih, umetnih izvornih komponent, s katerimi se srečujemo pri statistikah višjih redov, če se delovanje osnovnih izvorov prekriva. Sledi ločena predstavitev indeksa aktivnosti s statistikami sodih in lihih redov. Pri lihih redih preučimo tudi smotrnost Tihonove regularizacije za izboljšanje rezultatov.

V petem poglavju preverimo veljavnost izpeljanih modelov indeksa aktivnosti najprej z umetnimi signali in nato še z realnim površinskim EMG. Uporabljamo različne umetne signale, s katerimi simuliramo posebne primere in ocenjujemo robustnost razvitih modelov. Najprej uporabimo konvolutivne mešanice impulznih izvorov z naključnimi sistemskimi odzivi, pri čemer spreminjamo parametre sistema, kot so število izvorov, število meritev, dolžina sistemskih odzivov, število razširitev meritev ter moč šuma, in vrednotimo obnašanje razvitih modelov. S pomočjo umetnih signalov in simulacije monte carlo (MC) ocenimo tudi robustnost modelov pri belem gaussovsko porazdeljenem šumu z ničelnim povprečjem in različnimi razmerji signal-šum. Poleg signalov z naključnimi odzivi modele preizkusimo tudi z umetnimi površinskimi EMG, ki se od prejšnje skupine umetnih signalov razlikujejo v obliki sistemskih odzivov in pogojenosti mešalnega procesa. Na tej množici signalov ponovimo vrednotenja, ki smo jih izvedli pri signalih z naključnimi odzivi. Na koncu poskušamo oceniti še število aktivnih izvorov in dolžine njihovih odzivov na primeru realnih površinskih EMG. Opišemo še študijo, ki ugotavlja možnost uporabe indeksa aktivnosti za ocenjevanje mišične sile iz površinskih EMG.

Šesto poglavje je namenjeno razpravi in sklepom. V njem primerjamo izpeljane postopke ter osvetlimo njihove prednosti in slabosti. Podamo tudi smernice za bodoči razvoj. Na koncu poglavja podamo še sklepe, kjer strnemo ugotovitve iz prejšnjih poglavij in potrdimo oziroma zavržemo postavljene hipoteze in tezo doktorske disertacije.





# Poglavje 2

## Pregled področja

V tem poglavju podamo kratek pregled področij, s katerimi se srečujemo v disertaciji. Najprej pregledamo obstoječe metode za ocenjevanje števila izvorov in dolžin njihovih odzivov. Nato predstavimo model konvolutivnih mešanic, ki ga privzamemo v disertaciji in predstavlja temelj za izpeljavo statističnih modelov indeksa aktivnosti. Sledi kratek pregled metod za dekompozicijo površinskih EMG in predstavitev metode CKC.

### 2.1 Ocenjevanje števila izvorov

Določanje števila aktivnih izvorov v opazovanih meritvah signalov je pomemben korak v vseh aplikacijah za obdelavo večkanalnih meritev [37]. Večkanalne meritve se vse pogosteje uporabljajo v biomedicinskih aplikacijah (EMG, EEG, EKG) [7, 80], sistemih za razpoznavo govora (polje mikrofonov) [86], telekomunikacijskih sistemih (polja anten) [68] itd.

Prve metode za ocenjevanje števila izvorov so se pojavile sredi osemdesetih let prejšnjega stoletja [103]. Temeljile so na dejstvu, da je število dominantnih lastnih vrednosti korelacijske matrike meritev povezano s številom aktivnih izvorov. Ker pa je meja med dominantnimi in nedominantnimi lastnimi vrednostmi težko določljiva, so si pomagali z uporabo kriterijev s področja teorije informacij. Sledile so izboljšane metode, zasnovane na gradientu lastnih vrednosti [73], teoremu Gerschgorinovih diskov [104] in realnočasovna izvedba [37]. Predlagana je bila tudi uporaba lastnih vektorjev namesto lastnih vrednosti [41], kar naj bi povečalo odpornost na šum. Kasneje so se pojavili pristopi, ki za ocenjevanje števila izvorov uporabljajo filtre delcev (*particle filters*) [67], analizo neodvisnih komponent (ICA) [91], LU- in QR-razcep prečne spektralne matrike (*cross-spectral matrix*) [15], banke Kalmanovih filtrov [82] in diskretno valčno transformacijo [62]. Vse našteje metode se uporabljajo za oceno števila izvorov pri naddoločenih sistemih, kjer je število izvorov manjše od števila meritev. Pojavljajo se tudi novi

pristopi, ki delujejo pri poddoločenih sistemih, kjer je število izvorov večje kot število meritev [1, 2, 3, 6, 27, 68, 86, 97].

V nadaljevanju predstavljamo posebni primer ocenjevanja števila izvorov v izmerjenih signalih, ki se uporablja v elektromiografiji, zato se terminologija razlikuje od predstavljenega. Pristop se namreč imenuje ocenjevanje števila motoričnih enot (ME) oziroma štetje ME. Določanje števila aktivnih ME v preučevani mišici je zelo pomembno pri ocenjevanju strukture in funkcije mišic, saj se le-te razlikujejo po številu ME in po številu mišičnih vlaken v posameznih ME. Število ME v mišici se lahko spremeni zaradi staranja, bolezni ali poškodb. Določanje števila ME se zato uporablja za diagnosticiranje bolezni in spremljanje učinkov staranja ali poškodb mišic. Metode za štetje ME zahtevajo posebne postopke merjenja signala in so zato uporabne zgolj v elektromiografiji [17, 92]. Obstaja več izvedb, vse metode pa si delijo skupen princip, in sicer primerjajo povprečne vrednosti parametrov posameznih ME s parametri celotne mišice. Največkrat se kot parameter uporablja amplituda ali površina potenciala motorične enote (PME), lahko pa tudi mišična sila [92]. PME se merijo s površinskim EMG, parameter ME (potencial ali sila) pa se lahko določi pri šibki prostovoljni skrčitvi ali pri stopnjevani električni stimulaciji. Pri uporabi stopnjevane električne stimulacije motoričnih živcev se zajamejo naraščajoči odzivi PME celotne mišice. Predpostavljeno je, da je vsak prirastek v odzivu posledica aktivacije nove ME.

## 2.2 Ocenjevanje dolžine sistemskih odzivov

Ocenjevanje dolžine sistemskih odzivov oziroma reda sistema se uporablja na več področjih, npr. v telekomunikacijah [9, 65, 71], identifikaciji sistemov [84] in obdelavi biomedicinskih signalov [89]. Postopki za slepo identifikacijo sistemskih odzivov predvidevajo, da so pričakovane dolžine sistemskih odzivov vnaprej znane [70, 78], zato potrebujemo njihovo oceno, preden jih identificiramo. Klasični pristopi za ocenjevanje reda sistema temeljijo na kriteriju teorije o informacijah, npr. Akaikov informacijski kriterij (AIC) in funkcija najkrajše dolžine opisa (MDL). Njihova slabost je, da so zelo občutljivi na šum [71].

Za ocenjevanje dolžine sistemskih odzivov pri sistemih z enim vhodom in enim izhodom so se uporabljale SVR [84]. Ti pristopi so predvidevali, da je območje dolžin sistemskih odzivov znano, ocene pa so bile zanesljive zgolj pri signalih, dolgih vsaj nekaj 10.000 vzorcev. Razvoj pristopov se je nadaljeval s proučevanjem sistemov z enim vhodom in več izhodi (SIMO) [9, 71]. Pristop, predstavljen v [71], je npr. uspešen do šuma s SNR 30 dB pri kratkih sistemskih odzivih do dolžine 5 vzorcev. Drugi predstavljen pristop pa ni slep, saj predvideva, da so znani tako vhodi kot tudi izhodi iz opazovanega sistema [9]. Najobširnejša študija na področju ocenjevanja

dolžin sistemskih odzivov za sisteme SIMO in sisteme z več vhodi in več izhodi (MIMO) je bila predstavljena v [65]. Temelji na preslikavi podprostorov sistemskih izhodov in je zanesljiva vse do šuma s SNR 20 dB. Preizkušena je bila s simuliranimi sistemi MIMO z dvema vhodoma in šestimi izhodi in s sistemskimi odzivi dolžine 4 vzorce. Zanesljivost metode se občutno zmanjša pri nižjih SNR in daljših sistemskih odzivih.

V praksi pogosto naletimo na probleme, ki zahtevajo modeliranje opazovanega sistema z več vhodi in več izhodi, npr. večkanalni komunikacijski sistemi [65], zajemanje bioelektričnih signalov s poljem elektrod [48] itd. V takih primerih so lahko dolžine sistemskih odzivov dolge več deset vzorcev, zajete meritve so lahko zelo šumne in pojavi se tudi nezanemarljivo časovno prekrivanje v aktivnosti izvorov. V takih primerih je nemogoče oceniti red sistema z omenjenimi pristopi. Zato smo na podlagi modelov indeksa aktivnosti razvili novo metodo, ki jo predstavljamo v podpoglavju 3.4.

## 2.3 Modeliranje konvolutivnih mešanic iz odzivov redkih impulznih izvorov

V disertaciji smo privzeli diskreten, linearen, pomično neodvisen (*shift-invariant*) sistem MIMO, ki je bil uporabljen že v [42, 68, 86, 91]. Sistem ima  $N$  vhodov in  $M$  izhodov. Vhode v sistem predstavljajo redki impulzni izvori, ki jih označimo s  $s_j(n)$ , izhode iz sistema pa meritve šumnih signalov, ki jih označimo z  $y_i(n)$ . V sistemu z  $N$  vhodi in  $M$  izhodi obstaja  $N \times M$  sistemskih kanalov in za vsak kanal je predviden poseben sistemski impulzni odziv, ki ga označimo s  $h_{ij}(l)$  in ki predstavlja prispevek  $j$ -tega izvora k  $i$ -ti meritvi ob vsakem impulzu, ki se pojavi v  $j$ -tem izvoru. Privzemimo še, da so vsi sistemski odzivi realni in dolgi  $L$  vzorcev, njihove oblike pa niso fiksno določene in se lahko izberejo poljubno glede na aplikacijo

$$\forall i, j : \quad h_{ij}(l) \in \mathbb{R}, \quad l \in [0, L - 1]. \quad (2.1)$$

Vhode v sistem predstavljajo redki impulzni izvori. S pojmom impulzni izvor označujemo signal impulzne oblike, ki lahko zavzame le binarni vrednosti 0 in  $a$ , kjer je  $a$  poljubno, od nič različno realno število. Vzorcem izvirnega signala, ki imajo vrednost  $a$ , pravimo impulzi. Signal  $j$ -tega impulznega izvora  $s_j(n)$  definiramo s pomočjo enotnega impulza delta

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

kot:

$$s_j(n) = \sum_{k=1}^{\lambda_j} a_j \delta(n - T_j(k)), \quad n \in [0, d - 1], \quad (2.3)$$

kjer  $T_j(k)$  predstavlja trenutek  $k$ -tega impulza v signalu  $j$ -tega impulznega izvora,  $\lambda_j$  število vseh impulzov v signalu  $j$ -tega izvora na opazovanem intervalu dolžine  $d$  vzorcev,  $a_j$  pa amplitudo impulzov v signalu  $j$ -tega impulznega izvora. Zaradi nedoločenosti podatkovnega modela lahko privzamemo  $a_j = 1, \forall j \in [1, N]$ . Celotni signal  $j$ -tega izvora

$$\mathbf{s}_j = \{s_j(n); n \in [0, d - 1]\} \quad (2.4)$$

imenujemo tudi vlak impulzov. Dodatno predpostavimo, da je povprečni medimpulzni razmik v vlaku impulzov daljši od dolžine sistemskih impulznih odzivov  $\mathbf{h}_{ij}$ , ki znašajo  $L$  vzorcev:

$$E [|T_j(k) - T_j(k + 1)|] > L, \quad \forall j \in [1, N], \quad (2.5)$$

kar zagotavlja, da se zaporedni impulzni odzivi istega izvora zaradi konvolucije v meritvah ne prekrivajo [48]. Problem prekrivanja zaporednih odzivov istega izvora v meritvah se še stopnjuje z uporabo razširjanja meritev, predstavljenega v enačbi (2.11), saj z njimi podaljšujemo sistemske impulzne odzive in posledično povečujemo verjetnost prekrivanja tudi v primerih, ko se nerazširjeni izvori med sabo ne prekrivajo. Zato v primeru razširjanja za razširitveni faktor  $K$  predvidimo daljši medimpulzni razmik, in sicer  $L + K$ .

Poleg prekrivanja odzivov istega izvora je problematično tudi prekrivanje med izvori, saj veliko aplikacij, kot so zaznavanje števila izvorov ali ločevanje izvorov, temelji na predpostavki statistično neodvisnih izvorov [52]. Ker je v realnosti popolno neodvisnost izvorov težko zagotoviti, dovoljujemo tudi manjša prekrivanja v odzivih posameznih izvorov.

Prispevek  $j$ -tega izvora v  $i$ -ti meritvi je določen s konvolucijo  $\sum_{l=0}^{L-1} h_{ij}(l)s_j(n - l)$ ,  $i$ -ta meritev  $x_i(n)$  pa predstavlja linearno kombinacijo prispevkov  $N$  izvorov:

$$x_i(n) = \sum_{j=1}^N \sum_{l=0}^{L-1} h_{ij}(l)s_j(n - l), \quad i \in [1, M], \quad (2.6)$$

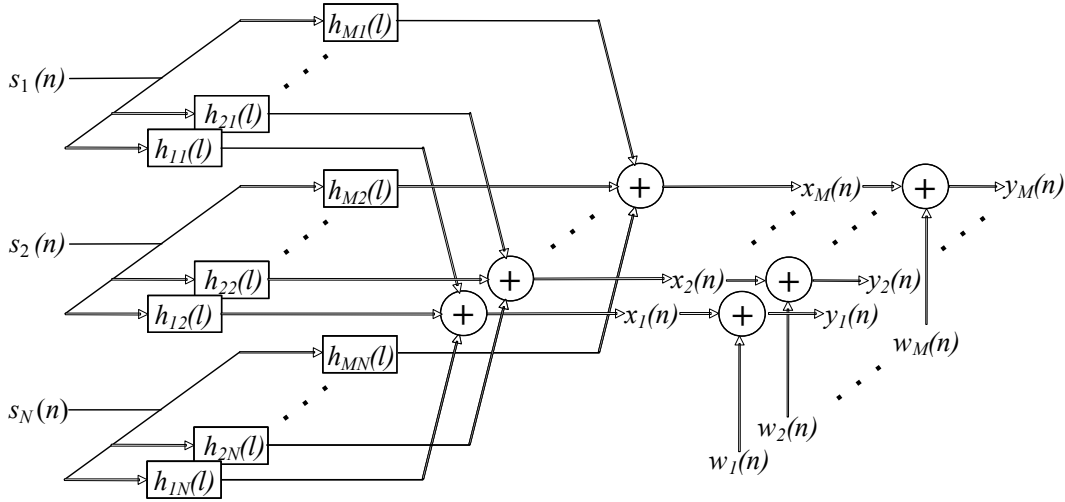
kjer  $h_{ij}(l)$  predstavlja prispevek  $j$ -tega izvora v  $i$ -ti meritvi,  $s_j(n)$   $j$ -ti impulzni izvor, dolžina sistemskih odzivov pa je  $L$  vzorcev.

Model lahko predstavimo tudi v vektorski obliki, in sicer za  $N$  izvorov in  $M$  meritev, pri čemer označimo s  $\mathbf{s}(n) = [s_1(n), \dots, s_N(n)]^T$  vektor izvornih signalov, z  $\mathbf{x}(n) = [x_1(n), \dots, x_M(n)]^T$  pa vektor brezšumnih signalov. Za realnejšo sliko brezšumnim signalom  $\mathbf{x}(n)$  dodamo

aditivni gaussovski šum z ničelnim povprečjem:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{x}(n) + \mathbf{w}(n), \quad (2.7)$$

kjer  $\mathbf{y}(n) = [y_1(n), \dots, y_M(n)]^T$  predstavlja vektor  $M$  šumnih meritev in  $\mathbf{w}(n) = [w_1(n), \dots, w_M(n)]^T$  predstavlja vektor šuma. Opisani sistem je prikazan na sliki 2.1.



Slika 2.1: Privzeti konvolutivni sistem MIMO z  $N$  vhodi in  $M$  izhodi [42]. Vhode v sistem predstavljajo impulzni izvori  $s_j(n)$ , izhode pa šumni signali  $y_i(n)$ . Sistemski odzivi med  $j$ -tim izvorom in  $i$ -tim signalom so označeni s  $h_{ij}(l)$ , brezšumni signali z  $x_i(n)$ , aditivni šum pa z  $w_i(n)$ . S pravokotniki smo označili operacijo konvolucije, s krogi pa seštevanje.

Konvolutivni sistem (2.6) lahko predstavimo tudi v matrični obliki:

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{H}\bar{\mathbf{s}}(n), \quad (2.8)$$

kjer  $\mathbf{H}$  predstavlja matriko sistemskih impulznih odzivov, imenovano tudi mešalna matrika. Mešalna matrika je velikosti  $M \times NL$  in vsebuje sistemske odzive  $h_{ij}(l)$ :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{11} & \cdots & \mathbf{h}_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{h}_{M1} & \cdots & \mathbf{h}_{MN} \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

kjer  $\mathbf{h}_{ij} = [h_{ij}(0), h_{ij}(1), \dots, h_{ij}(L-1)]$  označuje sistemski odziv  $j$ -tega izvora, ki se pojavi v  $i$ -ti meritvi. V enačbi (2.8) smo uporabili operacijo razširjanja, ki smo jo povzeli po [42, 48, 52]. Uporabili smo jo pri razširjanju izvorov, označili pa s črto nad vektorjem,  $\bar{\mathbf{s}}(n)$  tako predstavlja razširjeni vektor izvorov  $\mathbf{s}(n)$ . Razširitev pomeni dodajanje zakasnenih ponovitev signalov in ima en parameter, tj. število razširitev oz. razširitveni faktor  $K$ . Ker je vektor izvorov

dimenzije  $N \times 1$ , mešalna matrika pa  $M \times NL$ , moramo vektor izvorov razširiti  $L$ -krat in tako dobi naslednjo obliko:

$$\bar{\mathbf{s}}(n) = [s_1(n), s_1(n-1), \dots, s_1(n-L), \dots, s_N(n), s_N(n-1), \dots, s_N(n-L)]^T. \quad (2.10)$$

Operacijo razširjanja lahko uporabimo na poljubnem vektorju in ne samo na vektorju izvorov. Razširjanja se tako poslužimo tudi v primeru, ko je število meritev večje kot število izvorov ( $M > N$ ). Takrat lahko z razširjanjem vektorja meritev  $\mathbf{x}(n)$  zagotovimo naddoločenost sistema (2.8). Na primer, če razširimo vektor meritev  $\mathbf{x}(n)$  s  $K$  zakasnjnimi ponovitvami posamezne meritve, dobimo razširjen vektor meritev:

$$\bar{\mathbf{x}}(n) = [x_1(n), x_1(n-1), \dots, x_1(n-K), \dots, x_M(n), x_M(n-1), \dots, x_M(n-K)]^T. \quad (2.11)$$

Razširitveni faktor  $K$  je pri tem najmanjše celo število, pri katerem je izpolnjen naslednji pogoj  $M(K+1) > N(L+K)$ .

Tako kot smo razširili vektor brezšumnih meritev  $\mathbf{x}(n)$ , lahko razširimo tudi šumne meritve  $\mathbf{y}$ :

$$\bar{\mathbf{y}}(n) = [y_1(n), y_1(n-1), \dots, y_1(n-K), \dots, \dots, y_M(n), y_M(n-1), \dots, y_M(n-K)]^T. \quad (2.12)$$

## 2.4 Dekompozicija površinskih EMG

Dekompozicijo površinskih EMG lahko v grobem razdelimo na pristope za zaznavanje potencialov motoričnih enot (PME) in pristope za zaznavanje inervacijskih vlakov impulzov (IVI). PME vsebujejo podatke o zgradbi mišic (npr. dolžina mišičnih vlaken, lokacija inervacijskega območja, prevodna hitrost PME vzdolž mišičnih vlaken, itd.), medtem ko IVI odražajo nadzorno strategijo centralnega živčnega sistema. V nasprotju z igelnim EMG, kjer visoka selektivnost detekcijskega sistema omogoča zajem signalov iz omejenega števila bližnjih mišičnih vlaken, imajo površinske elektrode veliko nižjo selektivnost in zajamejo prispevke ME v razdalji do nekaj centimetrov. Poleg tega koža in maščobno tkivo, ki ločujejo aktivna vlakna in detekcijski sistem, delujejo kot nizkoprepustno sito. Oba dejavnika ovirata dekompozicijo površinskih EMG, saj zmanjšujeta morfološke razlike med PME na površini kože. Kljub temu sta neinvazivna narava površinskega EMG in njegova implicitna sposobnost vpogleda v globalno dogajanje v opazovani mišici vzpodbudili številne biotehnične raziskave, tako da so merilne tehnike površinskega EMG v zadnjem desetletju močno napredovale [80].

Algoritme za dekompozicijo površinskih EMG lahko na splošno razdelimo v dve veliki sku-

pini, na slepo ločevanje izvorov (BSS) in ujemanje predlog (*template matching*). Slepo ločevanje izvorov predpostavlja podatkovni model z multiplikativnim ali konvolutivnim mešanjem izvorov. Za posnemanje realnih pogojev se doda modelu še prostorsko bel šum z ničelnim povprečjem, ki je neodvisen od izvornih signalov. Multiplikativni model ne hrani predhodnih vzorcev iz izvorov in predpostavlja, da so opazovane mešanice zgolj obtežene vsote izvornih signalov. Takšna poenostavitev pa ne upošteva več anatomskih značilnosti, kot so potovanje PME vzdolž mišičnih vlaken, prisotnost inervacijskega območja, heterogenosti prostorskega prevodnika in orientacije mišičnih vlaken, itd. Zaradi navedenih pomanjkljivosti multiplikativnega modela so se raziskave nadaljevale v smeri konvolutivnega modela [69, 106]. Razvit je bil algoritem CKC, ki je podrobneje predstavljen v podpoglavju 2.5. Glavna slabost pristopov s slepim ločevanjem izvorov je ta, da mora biti število meritev večje od števila izvorov. To pa pogojuje uporabo velikih dvodimenzionalnih polj elektrod, ki omogočajo sočasni zajem nekaj deset ali sto signalov.

Za dekompozicijo površinskega EMG so bile uporabljene tudi metode s SVR, te metode pa uvrščamo med slepo zaznavanje izvorov, ki je sorodno BSS [28, 84, 102]. SVR so primerne za obdelavo negaussovskih procesov, saj so momenti tretjega in višjih redov neobčutljivi na vse vrste gaussovskih naključnih procesov. Prednost metod s SVR je, da omogočajo tudi identifikacijo močno poddoločenih sistemov MIMO. S pomočjo SVR lahko med drugim tudi rekonstruiramo sistemske odzive, če lahko vhode v sistem modeliramo kot neodvisen, enakomerno porazdeljen beli šum z ničelnim povprečjem [52, 105]. Pri površinskih EMG vhode v sistem predstavljajo impulzni izvori, ki jih ne moremo modelirati kot neodvisen, enakomerno porazdeljen šum z ničelnim povprečjem. Toda to ne vpliva bistveno na izračun momentov, če so medimpulzni razmiki navzdol omejeni, momente pa računamo pri zamikih, ki so manjši od najmanjšega dovoljenega medimpulznega razmika. V primeru površinskih EMG nam refrakcijska perioda mišičnih vlaken in največja možna frekvenca proženja ME zagotavljata, da so najmanjši medimpulzni razmiki vedno daljši od PME. Omenjene lastnosti izkorišča dekompozicijski postopek, ki temelji na metodi *w*-rezin in omogoča identifikacijo PME [45, 106]. Sestavljen je iz dveh neodvisnih korakov. V prvem se s pomočjo *w*-rezin grobo ocenijo oblike PME, v drugem pa se dobljene ocene optimizirajo s pomočjo nelinearne Newton-Gaussove optimizacije.

Kljub temu da so se klasični algoritmi za dekompozicijo igelnega EMG z ujemanjem predlog pri površinskem EMG izkazali za nezanesljive, njihove večkanalne razširitve dajejo zadovoljive rezultate na redkih površinskih EMG z omejenim številom superponiranih PME [13, 38, 64, 75]. Toda ti algoritmi ne omogočajo ločevanja superponiranih PME in zato ne zaznajo popolnih IVI. Pojavlja pa se nova generacija algoritmov z ujemanjem predlog [29], ki temeljijo na teoriji cenilk (*estimation theory*) [63] in uporabljajo za izboljšavo zaznavanja predlog različne verjetnostne kriterije, kot npr. regularnost medimpulznih razmikov. Prednost teh metod je, da zahtevajo bistveno manj meritev površinskih EMG kot metode z BSS, saj delujejo že nad 4 meritvami.

V skupino metod z ujemanjem predlog spadajo tudi metode, ki temeljijo na časovno-frekvenčni [46] oziroma časovno-merilni analizi [38, 87]. Uspešnejše so metode, ki temeljijo na časovno-merilni analizi oziroma na teoriji valčne preslikave [38, 87]. Teoretično bi z idealnim valčkom namreč lahko izločili prispevke posameznih ME in s tem rekonstruirali njihove IVI. Toda konstrukcija valčka, ki bi optimalno ustrezal posamezni ME, je časovno zelo zamudna, takšen valček pa bi tudi v najboljših primerih uspel vplive drugih ME le delno izničiti, zato se metode z valčno preslikavo niso veliko uporabljale.

## 2.5 Kompenzacija konvolucijskih jeder in indeks aktivnosti

Večina obstoječih metod za ločitev konvolutivnih mešanic temelji na ocenjevanju konvolutivnih jeder oziroma sistemskih odzivov (poglavje 2.3). Ocenjeni sistemski odzivi se nato uporabijo pri rekonstrukciji inverznega mešalnega procesa, s katerim se iz meritev rekonstruira posamezne izvore. Takšen način rekonstrukcije je občutljiv na napake, saj so ocene sistemskih odzivov nenatančne. V nasprotju s sistemskimi odzivi pa izvori v primeru površinskega EMG sledijo relativno striktnim fiziološkim omejitvam. Modeliramo jih lahko kot skoraj ortogonalne, redke impulzne signale, z relativno močno omejenim naborom medimpulznih razmikov. To dejstvo izkorišča postopek za slepo dekompozicijo konvolutivnih mešanic impulznih izvorov, imenovan kompenzacija konvolucijskih jeder CKC [42, 45, 48], ki je bil razvit v Laboratoriju za sistemsko programsko opremo na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko v Mariboru.

Postopek predvideva skoraj ortogonalne izvore in se osredotoča na njihovo rekonstrukcijo. Razvite so bile tudi izpeljanke, kot so realno-časovni algoritem [39, 40] in gradientni pristop za iterativno izboljševanje osnovnega približka [47, 49]. Praktična uporaba pristopa CKC se je izkazala v biomedicinski tehniki, predvsem pri dekompoziciji površinskega EMG [33, 44, 79] in EKG [107]. Nekaj preliminarnih raziskav je bilo opravljenih še na dvodimenzionalnih signalih v obliki stereo slik. V tem primeru so s CKC iskali korespondenčne točke na slikah in z njihovo pomočjo rekonstruirali globinske slike [108].

Metoda CKC omogoča razcep tako naddoločenih kot tudi poddoločenih sistemov MIMO [42]. Temelji na inverzu korelacijske matrike meritev in izkorišča dejstvo, da je veliko lažje oceniti impulzne izvore kot pa popolnoma neznane in splošne mešalne konvolucijske matrike. Postopek je torej za uporabo pri EMG zasnovan izključno na lastnostih IVI, medtem ko se vse informacije o motečih vplivih PME v postopku dekompozicije izgubijo [45]. Metoda CKC tako iz zajetega površinskega EMG izlušči IVI posameznih ME, oblike PME pa oceni z uporabo izračuna povprečja fazno poravnanih signalov (*spike-triggered averaging*) [45, 48]. Algoritem je bil preizkušen v različnih eksperimentalnih pogojih pri izometričnih skrčitvah zdravih mišic z raz-



ličnimi anatomskimi lastnostmi. V teh testih je identificiral IVI do 25 sočasno aktivnih ME, več kot katerakoli druga obstoječa dekompozicijska metoda [44]. Seveda se število z dekompozicijo zaznanih ME razlikuje po osebkih, mišicah, in eksperimentalnih pogojih. Rezultati dekompozicije CKC so bili preverjeni tudi s hkratnim zajemom površinskega in igelnega EMG na več mišicah pri izometrični mišični skrčitvi [43]. Površinski in igelni EMG sta bila ločeno dekomponirana na IVI, študija pa je potrdila, da tudi z neinvazivnimi pristopi lahko uspešno raziskujemo obnašanje ME pri izometričnih mišičnih skrčitvah [43].

Metoda CKC uvaja merilo globalne aktivnosti izvorov, imenovano indeks aktivnosti [42], ki se v osnovi uporablja za določitev začetnih približkov trenutkov impulzov v redkih impulznih izvorih. Kasneje je bil indeks aktivnosti uporabljen tudi za oceno števila aktivnih izvorov brez dolgotrajnega postopka dekompozicije in za oceno dolžine sistemskih odzivov. V ta namen smo razvili statistični model indeksa aktivnosti [56, 57, 58], ki predstavlja prispevek k rešitvam več problemov s področja obdelave signalov, kot so ocenjevanje števila impulznih izvorov, identifikacija sistemskih odzivov in določanje trenutkov impulzov v impulznih izvorih. Razviti model vpeljuje izboljšave pri znanih, že uporabljenih metodah in napravah in kaže na nove možnosti signalnih analiz.



# Poglavje 3

## Statistični modeli indeksa aktivnosti

V tem poglavju se osredotočimo na indeks aktivnosti. Najprej podamo definicijo indeksa aktivnosti [45] in njegove osnovne značilnosti. Glavni cilj disertacije je uporaba indeksa aktivnosti za vrednotenje redkih impulznih izvorov v konvolutivnih mešanicah. Zanima nas ocenjevanje dveh parametrov, in sicer števila impulznih izvorov in dolžine njihovih sistemskih odzivov. Za dosego takšnega cilja moramo lastnosti indeksa aktivnosti podrobneje raziskati in izpeljati statistični model. V naslednjih podpoglavjih tako ločeno izpeljemo modela za matematično upanje in varianco indeksa aktivnosti. Model za varianco razširimo še na kovariančna zaporedja indeksa aktivnosti. Na podlagi razvitih modelov predstavimo dve metodi za oceno števila impulznih izvorov in dolžin njihovih odzivov, in sicer metodo z redukcijo iskalnega prostora in metodo z avtokovariančnim zaporedjem indeksa aktivnosti.

### 3.1 Definicija indeksa aktivnosti

Indeks aktivnosti se izračuna z množenjem meritev in psevdoinverza njihove korelacijske matrike. Uporabimo lahko brezšumne signale  $\mathbf{x}(n)$  ali pa šumne meritve  $\mathbf{y}(n)$ , ki jih lahko tudi dodatno razširimo z razširitvenim faktorjem  $K$ . Indeks aktivnosti tako definiramo na splošen način za razširjene šumne meritve kot:

$$I_A(n) = \bar{\mathbf{y}}^T(n) \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}^{\#} \bar{\mathbf{y}}(n). \quad (3.1)$$

Korelacijsko matriko meritev  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}$  ocenimo iz razširjenih meritev (prečna nad oznako meritev) kot  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}} = E[\bar{\mathbf{y}}(n) \bar{\mathbf{y}}^T(n)]$ , njene dimenzije pa so  $M(K + 1) \times M(K + 1)$ , kjer  $M(K + 1)$  pomeni število razširjenih meritev. Kadar opazovani signali ne vsebujejo šuma, indeks aktivnosti odraža globalno aktivnost vseh aktivnih izvorov in je od nič različen samo v trenutkih  $n$ , ko je aktiven

vsaj en izvor.

Za natančnejše proučevanje lastnosti indeksa aktivnosti smo ga morali najprej razčleniti. Če šumno meritev zapišemo kot vsoto prispevka signala in šuma  $\bar{y}(n) = \bar{x}(n) + \bar{w}(n)$ , indeks aktivnosti iz enačbe (3.1) razcepimo na 8 komponent:

$$I_A(n) = [\bar{x}(n) + \bar{w}(n)]^T \cdot [\mathbf{R}_{\bar{x}}^\# + \mathbf{R}_r^\#] \cdot [\bar{x}(n) + \bar{w}(n)] \quad (3.2)$$

$$= \bar{x}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{x}}^\# \cdot \bar{x}(n) \quad (3.3)$$

$$+ \bar{x}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{x}}^\# \cdot \bar{w}(n) \quad (3.4)$$

$$+ \bar{w}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{x}}^\# \cdot \bar{x}(n) \quad (3.5)$$

$$+ \bar{w}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{x}}^\# \cdot \bar{w}(n) \quad (3.6)$$

$$+ \bar{x}^T(n) \cdot \mathbf{R}_r^\# \cdot \bar{x}(n) \quad (3.7)$$

$$+ \bar{x}^T(n) \cdot \mathbf{R}_r^\# \cdot \bar{w}(n) \quad (3.8)$$

$$+ \bar{w}^T(n) \cdot \mathbf{R}_r^\# \cdot \bar{x}(n) \quad (3.9)$$

$$+ \bar{w}^T(n) \cdot \mathbf{R}_r^\# \cdot \bar{w}(n), \quad (3.10)$$

kjer je  $\mathbf{R}_{\bar{y}}^\#$  pseudoinverz korelacijske matrike šumnih meritev,  $\mathbf{R}_{\bar{x}}^\#$  pseudoinverz korelacijske matrike brezšumnih meritev in  $\mathbf{R}_r^\#$  pseudoinverz korelacijske matrike t. i. ostankov. Razmerja med njimi smo definirali kot  $\mathbf{R}_r^\# = \mathbf{R}_{\bar{y}}^\# - \mathbf{R}_{\bar{x}}^\#$ .

Komponenta indeksa (3.3) predstavlja indeks, izračunan iz brezšumnih meritev in inverza njihove korelacijske matrike. Označimo jo z  $I_x(n)$ . To komponento lahko opazujemo le pri simulacijah, vendar je pri modeliranju indeksa aktivnosti zelo pomembna, saj vsebuje podatke o izvori, ki jih želimo modelirati. Zato najprej podrobneje predstavimo indeks aktivnosti brezšumnih meritev (3.3).

Če so razširjeni izvori ortogonalni, lahko njihovo korelacijsko matriko  $\mathbf{R}_{\bar{s}}$  zapišemo kot

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\bar{s}} &= E[\bar{s}(n)\bar{s}^T(n)] = \text{diag}[r_{1,1}, \dots, r_{N(L+K),N(L+K)}] = \\ &\text{diag}[a_1^2\lambda_1, \dots, a_{N(L+K)}^2\lambda_{N(L+K)}] = \text{diag}[\lambda_1, \dots, \lambda_{N(L+K)}], \end{aligned} \quad (3.11)$$

kjer  $\text{diag}[\cdot]$  označuje diagonalno matriko,  $r_{j,j} = E[\bar{s}_j(n)\bar{s}_j^T(n)]$  avtokorelacijsko funkcijo razširjenega izvornega signala  $\bar{s}_j$  in smo zaradi nedoločenosti podatkovnega modela privzeli  $a_j = 1, \forall j \in [1, N(L+K)]$ . V primeru ortogonalnih izvorov je torej korelacijska matrika razširjenih izvorov diagonalna,  $(j, j)$ -ti diagonalni element pa predstavlja število impulzov v  $j$ -tem izvoru. Ker so izvori razširjeni, se vsak izvor  $(L+K)$ -krat ponovi, torej imamo le  $N$  različnih

diagonalnih elementov:

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}} = \text{diag}[\underbrace{r_{1,1}, \dots, r_{1,1}}_{L+K}, \dots, \underbrace{r_{N,N}, \dots, r_{N,N}}_{L+K}] = \text{diag}[\underbrace{\lambda_1, \dots, \lambda_1}_{L+K}, \dots, \underbrace{\lambda_N, \dots, \lambda_N}_{L+K}]. \quad (3.12)$$

Če korelacijsko matriko razširjenih brezšumnih meritev  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}$  izrazimo z

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}} = E[\bar{\mathbf{x}}(n) \bar{\mathbf{x}}^T(n)] = E[\mathbf{H}\bar{\mathbf{s}}(\mathbf{H}\bar{\mathbf{s}})^T] = \mathbf{H}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}\mathbf{H}^T, \quad (3.13)$$

potem v primeru obrnljive mešalne matrike  $\mathbf{H}$  za brezšumni indeks aktivnosti velja:

$$\begin{aligned} I_x(n) &= \bar{\mathbf{x}}^T(n) \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}^{-1} \bar{\mathbf{x}}(n) \\ &= \bar{\mathbf{s}}^T(n) \mathbf{H}^T (\mathbf{H}\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}\mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{H}\bar{\mathbf{s}}(n) \\ &= \bar{\mathbf{s}}^T(n) \mathbf{H}^T (\mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{-1} \mathbf{H}^{-1} \mathbf{H}\bar{\mathbf{s}}(n) \\ &= \bar{\mathbf{s}}^T(n) \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(n). \end{aligned} \quad (3.14)$$

V primeru pravokotne mešalne matrike  $\mathbf{H}$  zgoraj zapisane faktorizacije ne moremo več zapisati eksaktno, še vedno pa velja relacija  $I_x(n) \approx \bar{\mathbf{s}}^T(n) \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(n)$  [48]. Ker je inverz korelacijske matrike izvorov enak  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{s}}}^{-1} = \text{diag}[\underbrace{\lambda_1^{-1}, \dots, \lambda_1^{-1}}_{L+K}, \dots, \underbrace{\lambda_N^{-1}, \dots, \lambda_N^{-1}}_{L+K}]$ , so amplitude prispevkov izvorov v indeksu aktivnosti obratno sorazmerne s številom impulzov v izvornem signalu, torej številu proženj izvora v času opazovanja.

Z enačbo (3.14) smo predstavili lastnosti indeksa aktivnosti v primeru brezšumnih meritev. Pri realnih signalih lahko proučujemo samo realni indeks, ki predstavlja vsoto vseh 8 komponent, združenih v enačbi (3.2). Kot je razvidno, se ostalih 7 členov od (3.4) do (3.9) v indeksu aktivnosti pojavi zaradi šuma v meritvah.

Zapis indeksa aktivnosti, kot ga prikazuje enačba (3.2), ni najbolj primeren za izpeljavo statističnih modelov, zato ga bomo preoblikovali. Brezšumni indeks aktivnosti (3.3) razdelimo na prispevke posameznih izvorov, pri čemer prispevek  $i$ -tega izvora označimo z  $I_{si}(n)$ :

$$I_x(n) = \bar{\mathbf{x}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{x}}(n) = \sum_{i=1}^N I_{si}(n). \quad (3.15)$$

Vse šumne komponente (od (3.4) do (3.10)) združimo v skupnem prispevku šuma, ki ga

označimo z  $I_w(n)$ :

$$\begin{aligned}
I_w(n) &= \bar{\mathbf{x}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{w}}(n) + \bar{\mathbf{w}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{x}}(n) + \bar{\mathbf{w}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{w}}(n) \\
&+ \bar{\mathbf{x}}^T(n) \cdot \bar{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{x}}(n) + \bar{\mathbf{x}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{r}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{w}}(n) + \bar{\mathbf{w}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{r}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{x}}(n) \\
&+ \bar{\mathbf{w}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{r}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{w}}(n).
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Poudariti velja, da prispevek šuma  $I_w(n)$  v indeksu aktivnosti nima ničelnega povprečja, čeprav je bil meritvam dodan beli, normalno porazdeljen šum  $\bar{\mathbf{w}}(n)$  z ničelnim povprečjem. To je razvidno tudi iz enačbe (3.16). Prispevek šuma je sestavljen iz 7 komponent, vendar ne prispevajo vse enakega deleža. Največji delež predstavljata komponenti (3.6)  $\bar{\mathbf{w}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{w}}(n)$  in (3.10)  $\bar{\mathbf{w}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{r}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{w}}(n)$ , prispevki ostalih so zanemarljivi (glej tudi tabelo 5.1). Šum v meritvah je namreč neodvisen od aktivnosti izvorov, zanj pa tudi privzamemo, da ima ničelno povprečje. Zato so prispevki komponent (3.4), (3.5), (3.8) in (3.9), kjer se pojavijo aktivnosti izvorov in šum hkrati, bistveno nižji kot v ostalih komponentah. Prispevek šuma v indeksu aktivnosti lahko tako aproksimiramo z  $I_w(n) \approx \bar{\mathbf{w}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{x}}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{w}}(n) + \bar{\mathbf{w}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\mathbf{r}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{w}}(n) = \bar{\mathbf{w}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{w}}(n)$ .

Indeks aktivnosti sedaj predstavimo kot seštevek prispevkov vseh izvorov (3.15) in prispevek šuma (3.16), kakor ga bomo uporabljali za izpeljavo statističnih modelov v tem poglavju:

$$I_A(n) = I_w(n) + \sum_{i=1}^N I_{si}(n). \tag{3.17}$$

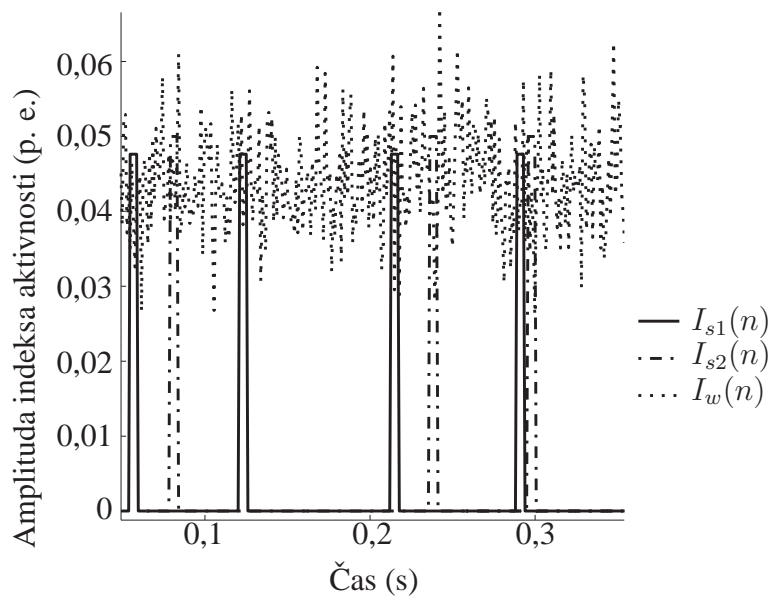
Za boljše razumevanje dodajamo še primer umetnih signalov z dvema aktivnima izvoroma in belim normalno porazdeljenim šumom z ničelnim povprečjem (sliki 3.1 in 3.2). Zaradi prekrivanja šumnega prispevka in celotnega indeksa smo prikaz razdelili na dve sliki.

## 3.2 Ocena matematičnega upanja

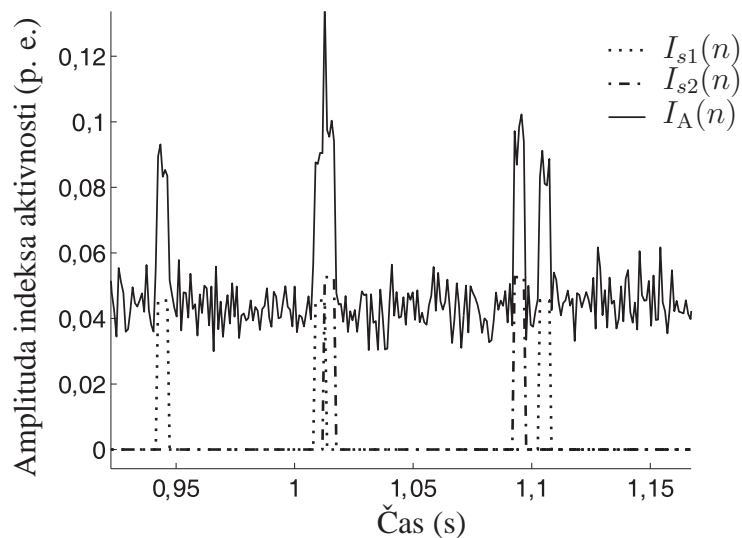
Matematično upanje  $d$ -dimenzionalnega naključnega vektorja  $\mathbf{v} = [v(0), v(1), \dots, v(d-1)]^T$  s funkcijo verjetnosti  $v(0) \mapsto p(0), \dots, v(d-1) \mapsto p(d-1)$  ocenimo kot:

$$E[\mathbf{v}] \simeq \sum_{n=0}^{d-1} p(n)v(n) = \bar{\mathbf{v}}, \tag{3.18}$$

kjer so  $E[\cdot]$  operator matematičnega upanja,  $d$  dimenzija naključnega vektorja,  $v(n)$   $n$ -ti element naključnega vektorja z verjetnostjo pojavitve  $p(n)$ ,  $\bar{\mathbf{v}}$  njegovo vzorčno povprečje, veljati pa mora tudi ergodičnost. V primeru neskončnega naključnega vektorja ( $d = \infty$ ) bi v enačbi (3.18) veljala enakost, v končnih razmerah pa matematično upanje ocenimo z vzorčnim povprečjem,



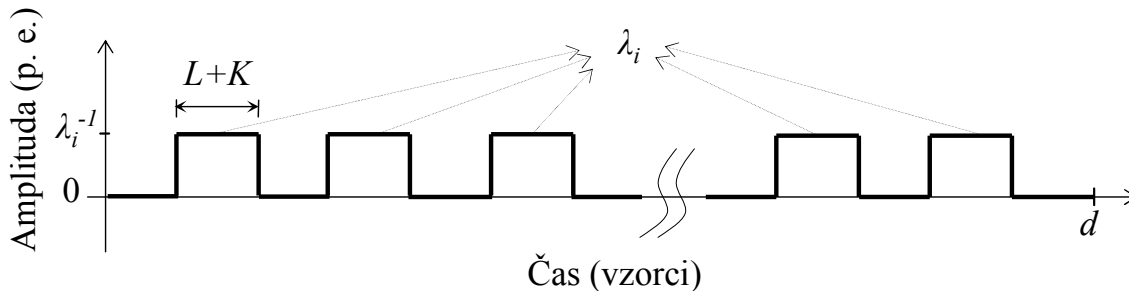
Slika 3.1: Komponente indeksa aktivnosti pri umetnih signalih z dvema aktivnima izvoroma in šumom s SNR 20 dB. Prispevek prvega izvora  $I_{s1}(n)$  je predstavljen s polno, prispevek drugega izvora  $I_{s2}(n)$  s črtkano, prispevek šuma  $I_w(n)$  pa s pikčasto črto. Indeks aktivnosti je seštevek teh komponent. Na abscisi je čas v sekundah, na ordinati pa amplituda indeksa aktivnosti v poljubnih enotah.



Slika 3.2: Komponente indeksa aktivnosti pri umetnih signalih z dvema aktivnima izvoroma in šumom s SNR 20 dB. Prispevek prvega izvora  $I_{s1}(n)$  je predstavljen s pikčasto, prispevek drugega izvora  $I_{s2}(n)$  s črtkano-pikčasto, celotni indeks aktivnosti  $I_A(n)$  pa s polno črto. Indeks aktivnosti  $I_A(n)$  se na mestih, kjer izvori niso aktivni, pokriva s prispevkom šuma  $I_w(n)$ , zato šuma zaradi preglednosti nismo prikazali, od celotnega indeksa se razlikuje samo na mestih, kjer so aktivni izvori. Na abscisi je predstavljen čas v sekundah, na ordinati pa amplituda indeksa aktivnosti v poljubnih enotah.

kar je nakazano z uporabo relacije  $\simeq$ . Vzorčno povprečje bomo v nadaljevanju označevali s črtico nad simbolom.

V nadaljevanju bomo postopno izpeljali oceno matematičnega upanja za indeks aktivnosti, kot smo ga predstavili v enačbi (3.17). Začnemo s prispevkom samo enega izvora ( $N = 1$ ) in nato model postopno nadgrajujemo z dodajanjem izvorov in šuma. V pomoč pri izpeljavi nam bo slika 3.3, ki prikazuje prispevek  $i$ -tega izvora  $I_{si}(n)$  v indeksu aktivnosti, pri katerem se na celotnem intervalu opazovanja  $d$  pojavi  $\lambda_i$  impulzov. Kot je razvidno s slike 3.3, lahko indeks aktivnosti doseže samo dva nivoja. Indeks ima vrednost 0, kadar izvor ni aktiven. Ko pa se pojavi impulz v izvornem signalu, se indeks povzpne na višji nivo in vztraja na njem v dolžini systemskega impulznega odziva  $L$ . V primeru razširjanja meritev z razširitvenim faktorjem  $K > 0$  se visok nivo podaljša še za dodatnih  $K$  vzorcev in traja skupno  $L+K$  vzorcev. Pri enem izvoru se indeks dvigne na nivo, ki je obratno sorazmeren s številom impulzov v izvornem signalu na intervalu opazovanja, torej  $\lambda_i^{-1}$ , kar je razvidno iz enačbe (3.14).



Slika 3.3: Indeks aktivnosti prispevka  $i$ -tega izvora  $I_{si}(n)$  z  $\lambda_i$  impulzi na celotnem intervalu opazovanja dolžine  $d$  vzorcev. Abscisa podaja čas v sekundah, ordinata pa amplitudo indeksa aktivnosti v poljubnih enotah.

Privzemimo, da je indeks aktivnosti naključni vektor in izpeljimo model matematičnega upanja. Najprej se omejimo na en sam izvor s slike 3.3. Vsota vzorcev, ki pripadajo odzivu na en impulz, je enaka  $(L + K)\lambda_i^{-1}$ , in ker se v opazovanem intervalu pojavi  $\lambda_i$  impulzov, je pri enem aktivnem izvoru vsota vseh vzorcev v indeksu enaka  $L + K$ , ocena matematičnega upanja pa:

$$E[\mathbf{I}_{si}] \simeq \frac{L + K}{d}. \quad (3.19)$$

Če je na intervalu opazovanja aktivnih več izvorov, ki pa se medsebojno ne prekrivajo, za vsakega velja, da je vsota vzorcev njegovega prispevka enaka  $L + K$ . Če je aktivnih  $N$  izvorov, model matematičnega upanja za vsoto vseh prispevkov izvorov v indeksu aktivnosti (3.15) izrazimo z:



$$E \left[ \sum_{i=1}^N \mathbf{I}_{si} \right] \simeq N \frac{L+K}{d}, \quad (3.20)$$

kjer pomenijo  $N$  število aktivnih izvorov,  $L$  dolžino sistemskih impulznih odzivov, enako dolgih pri vseh proženjih in izvorih,  $K$  število razširitev za meritve in  $d$  dolžino meritev.

Modeliranje matematičnega upanja prispevka šuma (3.16) v indeksu aktivnosti je bolj problematično, saj šum vnaprej ni znan. Izkustveno predvidevamo, da gre za beli, normalno porazdeljeni šum z ničelnim povprečjem. Prispevek šuma smo v indeksu aktivnosti analizirali s pomočjo simulacij. Ugotovili smo, da njegovo povprečje narašča linearno z razširitvenim faktorjem in ga lahko modeliramo kot:

$$a = a_0 + K \Delta a, \quad (3.21)$$

kjer je  $a_0$  povprečni prispevek šuma v indeksu brez razširitev (pri  $K = 0$ ),  $K$  je razširitveni faktor,  $\Delta a$  pa predstavlja prirast v prispevku šuma med dvema zaporednima faktorjema razširitve.

Z združitvijo enačb (3.20) in (3.21) celotni model matematičnega upanja indeksa aktivnosti predstavimo kot:

$$E[\mathbf{I}_A] = E[\bar{\mathbf{y}}^T(n) \cdot \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}^{\#} \cdot \bar{\mathbf{y}}(n)] \simeq \frac{N(L+K)}{d} + a_0 + K \Delta a. \quad (3.22)$$

Pri šumnih meritvah postane korelacijska matrika  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}$  večinoma polnega stolpčnega ranga, ki je enak številu razširjenih meritev. V takšnem primeru za matematično upanje indeksa aktivnosti velja:

$$E[\mathbf{I}_A] \simeq \frac{M(K+1)}{d}. \quad (3.23)$$

To pomeni, da je matematično upanje indeksa aktivnosti, ki velja za šumne meritve, odvisno zgolj od števila meritev  $M$ , razširitvenega faktorja  $K$  in dolžine opazovanega intervala  $d$ .

**Dokaz:** Če je  $\bar{\mathbf{y}} = [\bar{\mathbf{y}}(0), \bar{\mathbf{y}}(1), \dots, \bar{\mathbf{y}}(d-1)]$  matrika razširjenih meritev s stolpci, ki so naključni vektorji z  $M(K+1)$  naključnimi spremenljivkami, tj. vzorci razširjenih  $M(K+1)$  meritev,  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}} = E[\bar{\mathbf{y}}(n) \bar{\mathbf{y}}^T(n)]$  korelacijska matrika za  $\bar{\mathbf{y}}$  in  $\mathbf{D} = \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}^{-1}$  inverz korelacijske matrike. Označimo z  $\mathbf{r}_i$   $i$ -ti stolpec matrike  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}$  in z  $\mathbf{d}_j$   $j$ -to vrstico matrike  $\mathbf{D}$ . Ker sta matriki  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}$  in  $\mathbf{D}$  simetrični ( $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}} = \mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}^T$  in  $\mathbf{D} = \mathbf{D}^T$ ), predstavlja  $\mathbf{r}_i$  tudi  $i$ -to vrstico matrike  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}$  in  $\mathbf{d}_j$   $j$ -ti stolpec matrike  $\mathbf{D}$ :

$$\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}} = [\mathbf{r}_1 \cdots \mathbf{r}_i \cdots \mathbf{r}_{M(K+1)}], \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_j \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{M(K+1)} \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Velja tudi:  $\mathbf{R}_{\bar{\mathbf{y}}}\mathbf{D} = \mathbf{I} \rightarrow \langle \mathbf{r}_i, \mathbf{d}_i \rangle = 1, \langle \mathbf{r}_i, \mathbf{d}_j \rangle = 0$ , kjer  $i \neq j$ , oznaka  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  pa označuje skalarni produkt vektorjev. Indeks aktivnosti smo že definirali v (3.1), zdaj pa ga izrazimo s pomočjo (3.24):

$$I_A(n) = \bar{\mathbf{y}}^T(n)\mathbf{D}\bar{\mathbf{y}}(n) = \langle \bar{\mathbf{y}}(n), \mathbf{d}_1 \rangle y(n, 1) + \langle \bar{\mathbf{y}}(n), \mathbf{d}_2 \rangle y(n, 2) + \cdots \quad (3.25)$$

$$+ \langle \bar{\mathbf{y}}(n), \mathbf{d}_{M(K+1)} \rangle y(n, M(K+1)),$$

in izračunamo njegovo matematično upanje:

$$E[\mathbf{I}_A] \simeq \frac{1}{d} \left\{ \sum_{n=0}^{d-1} y(n, 1) \langle \bar{\mathbf{y}}(n), \mathbf{d}_1 \rangle + \cdots + \sum_{n=0}^{d-1} y(n, M(K+1)) \langle \bar{\mathbf{y}}(n), \mathbf{d}_{M(K+1)} \rangle \right\}$$

$$= \frac{\langle \mathbf{r}_1, \mathbf{d}_1 \rangle + \langle \mathbf{r}_2, \mathbf{d}_2 \rangle + \cdots + \langle \mathbf{r}_{M(K+1)}, \mathbf{d}_{M(K+1)} \rangle}{d} \quad (3.26)$$

$$= \frac{1 + 1 + \cdots + 1}{d} = \frac{M(K+1)}{d}.$$

*QED*

Ko je  $K = 0$ , velja  $E[\mathbf{I}_A] \simeq M/d$ , pri  $K > 0$  pa  $E[\mathbf{I}_A] = M(K+1)/d$ . Zdaj lahko izenačimo enačbi (3.22) in (3.23):

$$\frac{M(K+1)}{d} = \frac{N(L+K)}{d} + a_0 + K\Delta a \quad (3.27)$$

in pri  $K = 0$  dobimo  $a_0 = (M - NL)/d$ , pri  $K > 0$  pa  $\Delta a = (M - N)/d$ . Tako lahko ocenimo matematično upanje šumnega prispevka v indeksu aktivnosti kot:

$$E[\mathbf{I}_w] \simeq \frac{M - NL + K(M - N)}{d}. \quad (3.28)$$

### 3.3 Ocena variance

Varianca  $d$ -dimenzionalnega naključnega vektorja  $\mathbf{v} = [v(0), v(1), \dots, v(d-1)]^T$  s funkcijo verjetnosti  $v(0) \mapsto p(0), \dots, v(d-1) \mapsto p(d-1)$  se izračuna kot:

$$\text{var}(\mathbf{v}) \simeq \sum_{n=0}^{d-1} p(n) [v(n) - \bar{v}]^2, \quad (3.29)$$

kjer  $d$  predstavlja dimenzijo naključnega vektorja  $\mathbf{v}$ ,  $p(n)$  je verjetnost  $n$ -tega elementa naključnega vektorja,  $\bar{v}$  pa njegovo vzorčno povprečje. Pri končnem  $d$  enačba (3.29) predstavlja vzorčno

varianco, ki je cenilka variance.

Podobno kot smo v podpoglavju 3.2 izpeljali oceno matematičnega upanja ločeno za prispevke izvorov in prispevek šuma, bomo v tem podpoglavju izpeljali oceno variance indeksa aktivnosti. Določimo jo kot vzorčno varianco ločeno za prispevke izvorov (3.15) in prispevek šuma (3.16).

Prispevke posameznih izvorov  $\mathbf{I}_{si}$  iz (3.15) obravnavamo po naslednjem postopku. Model za matematično upanje je bil že izpeljan v (3.20), in ker ima prispevek enega izvora v indeksu aktivnosti samo dva nivoja (slika 3.3), lahko enačbo (3.29) poenostavimo v model variance za prispevek  $i$ -tega izvora  $\mathbf{I}_{si}$ :

$$\begin{aligned}
\text{var}(\mathbf{I}_{si}) &\simeq (\lambda_i^{-1} - \bar{I}_{si})^2 \frac{(L+K)\lambda_i}{d} + \bar{I}_{si}^2 \frac{d - (L+K)\lambda_i}{d} \\
&= (\lambda_i^{-2} - 2\bar{I}_{si}\lambda_i^{-1} + \bar{I}_{si}^2)\bar{I}_{si}\lambda_i + \bar{I}_{si}^2(1 - \bar{I}_{si}\lambda_i) \\
&= \bar{I}_{si}\lambda_i^{-1} - \bar{I}_{si}^2 \\
&= \frac{L+K}{d}\lambda_i^{-1} - \frac{(L+K)^2}{d^2}.
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Do istega rezultata lahko pridemo tudi glede na definicijo variance za neodvisne spremenljivke:  $\text{var}(\mathbf{v}) = E[\mathbf{v}^2] - (E[\mathbf{v}])^2$ . Za prispevek  $i$ -tega izvora v indeksu aktivnosti velja  $\text{var}(\mathbf{I}_{si}) = E[\mathbf{I}_{si}^2] - (E[\mathbf{I}_{si}])^2$ .  $E[\mathbf{I}_{si}]$  smo že izpeljali v enačbi (3.19), ostane le še  $E[\mathbf{I}_{si}^2] \simeq (L+K)/(d\lambda_i)$ , torej enako kot v enačbi (3.30).

Kadar je na intervalu opazovanja aktivnih več izvorov, predvidevamo, da so vsi izvori neodvisni, v  $i$ -tem izvoru pa se pojavi  $\lambda_i$  impulzov. Ker so izvori neodvisni, se njihove variance seštejejo v varianco brezšumnega indeksa aktivnosti. Privzamemo tudi, da so impulzni odzivi na proženja izvorov enako dolgi, tj.  $L$  vzorcev. Model za vzorčno varianco vsote  $N$  neodvisnih izvorov izrazimo kot:

$$\begin{aligned}
\text{var} \left( \sum_{i=1}^N \mathbf{I}_{si} \right) &= \sum_{i=1}^N \text{var}(\mathbf{I}_{si}) \\
&\simeq \sum_{i=1}^N \left( \frac{L+K}{d}\lambda_i^{-1} - \frac{(L+K)^2}{d^2} \right) \\
&= \frac{-N(L+K)^2}{d^2} + \frac{L+K}{d} \sum_{i=1}^N \lambda_i^{-1}.
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Model vzorčne variance vsote prispevkov  $N$  neodvisnih izvorov (3.31) sestavljata dva člena, eden v linearni in drugi v kvadratni odvisnosti od povprečja indeksa aktivnosti. Model velja za poljubno število izvorov, dokler se izvori ne začnejo prekrivati. Če nastopijo prekrivanja

med posameznimi izvori, je treba model (3.31) nadgraditi, in sicer z uporabo kovariance med prispevki posameznih izvorov.

Še preden ocenimo kovarianco med izvori, izpeljimo model za oceno variance, ki jo ima v indeksu aktivnosti prispevek šuma  $\mathbf{I}_w$ . Varianco prispevka šuma modeliramo kot  $\text{var}(\mathbf{I}_w) = E[\mathbf{I}_w^2] - (E[\mathbf{I}_w])^2$ .  $E[\mathbf{I}_w]$  smo že izpeljali v (3.28). Ostane le še  $E[\mathbf{I}_w^2]$ , ki ga izrazimo z vzorčnim povprečjem  $E[\mathbf{I}_w^2] = \frac{1}{d} \sum_{n=0}^{d-1} I_w^2(n)$  in dobimo varianco šumnega prispevka indeksa aktivnosti:

$$\text{var}(\mathbf{I}_w) \simeq -\frac{[M - NL + K(M - N)]^2}{d^2} + \frac{1}{d} \sum_{n=0}^{d-1} I_w^2(n). \quad (3.32)$$

Če se izvori med seboj ne prekrivajo, zadostuje za oceno variance indeksa aktivnosti naslednji model, ki ga sestavljajo variance prispevkov izvorov, varianca šumnega prispevka in kovariance med prispevki izvorov in šuma:

$$\text{var}(\mathbf{I}_A) = \sum_{i=1}^N \text{var}(\mathbf{I}_{si}) + \text{var}(\mathbf{I}_w) + 2 \sum_{i=1}^N \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_w). \quad (3.33)$$

Če so v meritvah prisotni prispevki več izvorov, katerih odzivi se prekrivajo, model (3.33) ne zadostuje več, saj moramo poleg že navedenih treh komponent upoštevati še kovariance med prispevki izvorov. Za popolni model variance moramo torej modelirati še kovariance med prispevki izvorov in kovariance med prispevki izvorov in šumnim prispevkom. Če indeks aktivnosti razdelimo na komponente, kot smo to naredili v (3.17), lahko njegovo vzorčno varianco izračunamo na naslednji način:

$$\text{var}(\mathbf{I}_A) = \sum_{i=1}^N \text{var}(\mathbf{I}_{si}) + \text{var}(\mathbf{I}_w) \quad (3.34)$$

$$+ 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_{sj}) \quad (3.35)$$

$$+ 2 \sum_{i=1}^N \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_w) \quad (3.36)$$

$$\simeq \frac{1}{d} \sum_{n=0}^{d-1} [(I_{s1}(n) - \bar{I}_{s1}) + \dots + (I_{sN}(n) - \bar{I}_{sN}) + (I_w(n) - \bar{I}_w)]^2,$$

kjer  $I_{si}(n)$  predstavlja  $n$ -ti vzorec prispevka  $i$ -tega izvora,  $I_w(n)$   $n$ -ti vzorec prispevka šuma,  $\bar{I}_{si}$  vzorčno povprečje za prispevek, ki ga doda v indeks  $i$ -ti izvor,  $\bar{I}_w$  pa vzorčno povprečje za šumni prispevek v indeksu aktivnosti. Vsoto varianc za prispevke posameznih izvorov smo že izpeljali

v (3.31), prav tako tudi varianco šumnega prispevka v (3.32). Izpeljali moramo še kovarianco med prispevkoma dveh izvorov (3.35) in kovarianco med prispevkom izvora in šuma (3.36).

Kovarianca med neodvisnima prispevkoma  $i$ -tega in  $j$ -tega izvora v indeksu aktivnosti se izračuna kot:

$$\text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_{sj}) = E[(I_{si}(n) - \bar{I}_{si})(I_{sj}(n) - \bar{I}_{sj})] = E[I_{si}(n)I_{sj}(n)] - \bar{I}_{si}\bar{I}_{sj}, \quad (3.37)$$

pri čemer sta  $\bar{I}_{si}$  in  $\bar{I}_{sj}$  vzorčni povprečji za  $I_{si}(n)$  in  $I_{sj}(n)$ . Ker sta  $\mathbf{I}_{si}$  in  $\mathbf{I}_{sj}$  prispevka dveh izvorov v indeksu aktivnosti, lahko njuni matematični upanji ocenimo, kot kaže enačba (3.19). Oceniti pa moramo še matematično upanje produkta prispevkov dveh izvorov  $E[I_{si}(n)I_{sj}(n)]$ . V produktu prispevkov so od nič različni le vzorci, ki se prekrivajo, njihova amplituda je  $(\lambda_i\lambda_j)^{-1}$ . Če z  $\eta_{ij}$  označimo število prekrivajočih se vzorcev pri izvorihi  $i$  in  $j$ , lahko zapišemo  $E[I_{si}(n)I_{sj}(n)] \simeq \eta_{ij}(d\lambda_i\lambda_j)^{-1}$  in kovarianco med prispevkoma dveh izvorov modeliramo s:

$$\text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_{sj}) \simeq \frac{(L+K)^2}{d^2} + \frac{\eta_{ij}}{d}(\lambda_i\lambda_j)^{-1}. \quad (3.38)$$

Toda ker je v meritvah aktivnih več izvorov, moramo izračunati kovariance za vse pare izvorov, kot zahteva enačba (3.35):

$$2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_{sj}) \simeq \frac{-N(N-1)(L+K)^2}{d^2} + \frac{2}{d} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \eta_{ij}(\lambda_i\lambda_j)^{-1}. \quad (3.39)$$

Analogno lahko opredelimo kovarianco med prispevkom  $i$ -tega izvora in šumno komponento  $\mathbf{I}_w$  v indeksu aktivnosti. Pri tem priredimo pravilo iz enačbe (3.37). Matematično upanje za prispevek  $i$ -tega izvora smo modelirali v (3.19), za prispevek šuma pa v (3.28). Ostane samo še matematično upanje produkta prispevkov  $i$ -tega izvora in šuma:  $E[I_{si}(n)I_w(n)]$ . Produkt  $I_{si}(n)I_w(n)$  bo od nič različen samo tam, kjer je prispevek  $i$ -tega izvora različen od nič. Označimo množico takih vzorcev s  $\kappa_i = \{n; I_{si}(n) \neq 0\}$ . Potem lahko matematično upanje produkta izrazimo z

$$E[I_{si}(n)I_w(n)] \simeq \frac{1}{d} \sum_{n \in \kappa_i} I_w(n)\lambda_i^{-1} = (d\lambda_i)^{-1} \sum_{n \in \kappa_i} I_w(n) \quad (3.40)$$

in kovarianca med prispevkom  $i$ -tega izvora in šuma znaša:

$$\text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_w) \simeq -\frac{(L+K)[M - NL + K(M - N)]}{d^2} + \frac{\lambda_i^{-1}}{d} \sum_{n \in \kappa_i} I_w(n). \quad (3.41)$$

Podobno kot pri kovarianci izvorov (3.39) moramo tudi tukaj upoštevati kovariance za vse pare

izvor-šum:

$$\sum_{i=1}^N \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_w) \simeq -\frac{N(L+K)[M-NL+K(M-N)]}{d^2} + \frac{1}{d} \sum_{i=1}^N \lambda_i^{-1} \sum_{n \in \kappa_i} I_w(n). \quad (3.42)$$

Zdaj so izpeljani vsi členi za enačbo (3.34) in če jih združimo, lahko predstavimo celotni model variance indeksa aktivnosti kot:

$$\begin{aligned} \text{var}(\mathbf{I}_A) &\simeq \frac{-M^2(L+K)^2}{d^2} \\ &+ \frac{1}{d} \left( (L+K) \sum_{i=1}^N \lambda_i^{-1} + \sum_{n=0}^{d-1} I_w^2(n) \right. \\ &\left. + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \eta_{ij} (\lambda_i \lambda_j)^{-1} + 2 \sum_{i=1}^N \lambda_i^{-1} \sum_{n \in \kappa_i} I_w(n) \right). \end{aligned} \quad (3.43)$$

Znani parametri v modelu (3.43) so  $M$ ,  $K$ ,  $d$  in ocenjena vzorčna varianca indeksa aktivnosti  $\text{var}(\mathbf{I}_A)$ , neznani pa:  $L$ ,  $N$ ,  $\lambda_i : i \in [1, N]$ ,  $I_w(n) : n \in [0, d-1]$  in  $\eta_{ij} : i, j \in [1, N]$ ; skupaj torej  $\frac{N^2+N}{2} + d + 2$  neznank. Neposredno nas zanimata število izvorov  $N$  in njihova dolžina  $L$ , zato bi ju želeli oceniti s pomočjo modela (3.43). Toda zaradi prevelikega števila neznanih parametrov modela ne moremo uporabiti v zaključeni obliki, zato v naslednjem podpoglavju predstavljamo aproksimacijo modela (3.43), primerno za uporabo v iskalnih algoritmihih.

### 3.3.1 Aproksimacija modela za vzorčno varianco

V tem podpoglavju bomo razvili aproksimacijo modela vzorčne variance za indeks aktivnosti (3.43), tako da bomo neznane parametre, ki nas ne zanimajo prvenstveno, združili v manjši nabor in ocenili razpon njihovih vrednosti. Gre za prispevek šuma  $\mathbf{I}_w$ , število impulzov v signalih posameznih izvorov  $\lambda_i$  in število prekrivajočih se vzorcev med izvori  $\eta_{ij}$ . Nove modelne parametre želimo narediti čim bolj neodvisne od razširitev  $K$ . Izbira različnih vrednosti za  $K$  bi na ta način prispevala sistem enačb, v katerih bi modelni parametri  $c_i$  delovali kot konstante.

Najprej aproksimirajmo varianco, ki jo prispevajo posamezni izvori, in smo jo izpeljali v (3.31). Števila impulzov v signalih posameznih izvorov so v modelu vpeta v vzorčno povprečje, ki ga nadomestimo z novim parametrom  $c_0$ :

$$c_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \lambda_i^{-1}, \quad (3.44)$$

kar vodi k aproksimaciji modela (3.31):

$$\sum_{i=1}^N \text{var}(\mathbf{I}_{si}) \simeq \frac{-N(L+K)}{d} \left( \frac{L+K}{d} - c_0 \right). \quad (3.45)$$

Kot vidimo, je parameter  $c_0$  neodvisen od razširitvenega faktorja  $K$ , kar je naš osnovni namen.

Vsoto kovarianc med vsemi pari prispevkov izvorov (3.39) aproksimiramo tako, da uvedemo nov parameter  $c_1$ :

$$c_1 = \frac{2}{N(N-1)(L+K)^2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \eta_{ij} (\lambda_i \lambda_j)^{-1}, \quad (3.46)$$

ki zagotavlja podobno strukturo, kot smo jo za aproksimirani model dobili pri posameznih izvorihih:

$$2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_{sj}) \simeq \frac{-N(N-1)(L+K)^2}{d} \left( \frac{1}{d} - c_1 \right). \quad (3.47)$$

Vsoti po  $i$  in  $j$  pri definiciji parametra  $c_1$  v (3.46) vsebujeta vse vzorce, ki se pojavijo v indeksu aktivnosti zaradi prekrivajočega se delovanja izvorov. Število prekrivanj je premo sorazmerno z dolžino odziva za vsak izvor. Prekrivanje vključuje po dva izvora, kar pomeni kvadratno odvisnost števila vzorcev v prekrivanjih od dolžine odzivov. Zaradi tega smo v definicijo (3.46) vključili deljenje z  $(L+K)^2$  in s tem minimizirali odvisnost  $c_1$  od  $K$ .

Za aproksimacijo variance v šumnem prispevku (3.32) vpeljemo novi parameter  $c_2$ , s katerim nadomestimo vsoto kvadriranih vzorcev v prispevku šuma:

$$c_2 = \frac{1}{[M(K+1)]^2} \sum_{n=0}^{d-1} I_w^2(n). \quad (3.48)$$

Aproksimacijo modela (3.32) izrazimo z

$$\text{var}(\mathbf{I}_w) \simeq -\frac{[M(K+1)]^2}{d} \left\{ \frac{\left[ 1 - \frac{N(L+K)}{M(K+1)} \right]^2}{d} - c_2 \right\}. \quad (3.49)$$

Energija šuma v indeksu aktivnosti je premo sorazmerna številu razširjenih meritev. To pomeni, da je vsota kvadratov šumnih vzorcev kvadratno odvisna od  $K$ . Definicijo za  $c_2$  v (3.48) smo naredili neodvisno od  $K$ .

Aproksimirajmo še model za vsoto kovarianc med prispevki izvorov in šuma, zapisanim z relacijo (3.42). Nov parameter  $c_3$  definiramo kot

$$c_3 = \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i^{-1} \sum_{n \in \kappa_i} I_w(n)}{M(K+1)}, \quad (3.50)$$

tako da dobi aproksimirani model naslednjo obliko:

$$\sum_{i=1}^N \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_w) \simeq -\frac{M(K+1)}{d} \left\{ \frac{N(L+K) \left[ 1 - \frac{N(L+K)}{M(K+1)} \right]}{d} - c_3 \right\}. \quad (3.51)$$

Parameter  $c_3$  je odvisen od vsote šumnih vzorcev, ki raste premo sorazmerno s številom razširjenih meritev, kar smo upoštevali pri definiciji (3.50).

Ko seštejemo delne modele (3.45), (3.47), (3.49) in (3.51), dobimo aproksimacijo variančnega modela za indeks aktivnosti:

$$\begin{aligned} \text{var}(\mathbf{I}_A) \simeq & -\frac{M^2(L+K)^2}{d^2} + \frac{N(L+K)}{d}c_0 + \frac{N(N-1)(L+K)^2}{d}c_1 + \\ & + \frac{[M(K+1)]^2}{d}c_2 + \frac{M(K+1)}{d}c_3. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Aproksimirani model (3.52) sedaj vsebuje poleg  $N$  in  $L$ , ki ju želimo izračunati, še štiri neznane parametre  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ , in  $c_3$ . Ti so definirani tako, da so čim manj odvisni od razširitvenega faktorja  $K$ . To dejstvo bomo izkoristili pri ocenjevanju  $N$  in  $L$  s pomočjo iskalnih algoritmov. Vsi izračuni so normalizirani z dolžino meritev  $d$ , kar pomeni, da variance računamo kot centralne momente 2. reda.

### 3.3.2 Cenilka kovariančnih zaporedij s pomočjo modeliranega indeksa aktivnosti

Model za varianco indeksa aktivnosti, ki smo ga razvili v podpoglavju 3.3, lahko uporabimo pri oblikovanju avtokovariančnega zaporedja (AKZ). Pokazali bomo, da koeficienti tega zaporedja vsebujejo informacije, ki so pomembne pri ocenjevanju števila izvorov in dolžin njihovih odzivov. Izpeljava AKZ razširja model (3.43), ki pomeni avtokovariančno vrednost indeksa aktivnosti pri zamiku  $\tau = 0$ . Računamo kovarianco med indeksom aktivnosti in njegovo za  $\tau$  vzorcev zakasnjeno repliko po pravilu iz enačbe (3.37):

$$\text{kov}(I_A(n), I_A(n-\tau)) \simeq E[I_A(n)I_A(n-\tau)] - \bar{I}_A(n)\bar{I}_A(n-\tau), \quad (3.53)$$

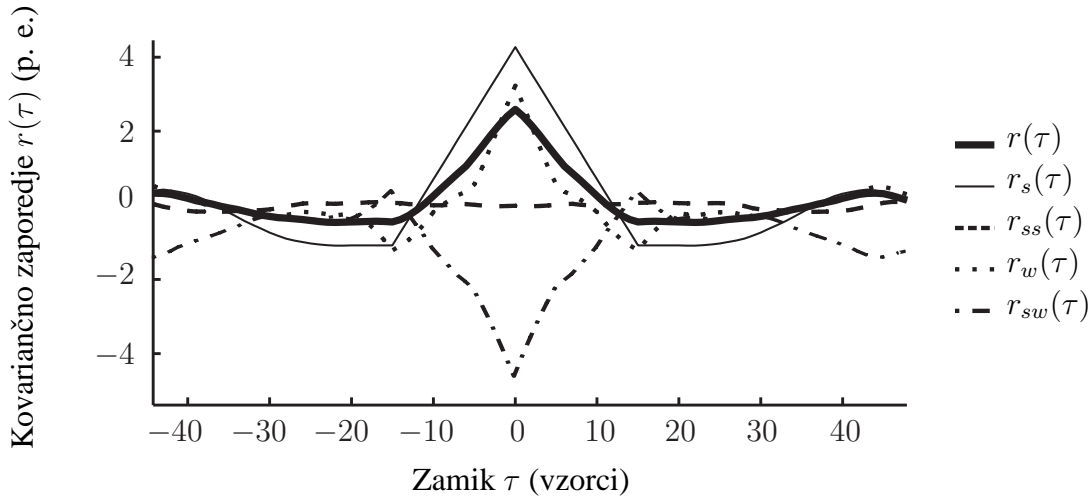
kjer je  $\bar{I}_A$  vzorčno povprečje indeksa aktivnosti,  $\tau$  pa predstavlja zamik replike indeksa. Pri zamiku  $\tau = 0$  določa enačba (3.53) varianco indeksa aktivnosti. AKZ izračunamo pri vseh možnih zamikih  $\tau : \tau \in [-d+1, d-1]$ . Toda, ker je AKZ simetrično (slika 3.4), lahko upoštevamo samo pozitivne premike, torej  $\tau \in [0, d-1]$ . Upoštevamo delne prispevke, ki jih za indeks aktivnosti povzema enačba (3.34), in modeliramo njihove kovariance pri različnih



medsebojnih premikih.

Za označevanje kovariančnih zaporedij uporabljamo naslednje oznake: z  $r_s(\tau)$  označimo avtokovariančno zaporedje prispevkov izvorov, z  $r_{ss}(\tau)$  zaporedje kovarianc med izvori, z  $r_w(\tau)$  avtokovariančno zaporedje prispevka šuma in z  $r_{sw}(\tau)$  zaporedje kovarianc med prispevki izvorov in šuma. Avtokovariančno zaporedje indeksa aktivnosti označimo z  $r(\tau)$  in ga po zgledu iz enačbe (3.34) razdelimo na komponente, kar je prikazano tudi na sliki 3.4:

$$r(\tau) = r_s(\tau) + r_{ss}(\tau) + r_w(\tau) + r_{sw}(\tau). \quad (3.54)$$



Slika 3.4: Komponente avtokovariančnega zaporedja indeksa aktivnosti in njihova odvisnost od zamika. Razvidno je, da je AKZ simetrično, torej neodvisno od smeri zamika replike indeksa. Zato je dovolj računanje zgolj pozitivnih zamikov  $\tau > 0$ . AKZ indeksa aktivnosti  $r(\tau)$  (polna, odebeljena črta) razdelimo po enačbi (3.54) na 4 prispevke, in sicer prispevke izvorov  $r_s(\tau)$  (polna, tanka črta), kovariance med izvori  $r_{ss}(\tau)$  (črtkana črta), prispevek šuma  $r_w(\tau)$  (pikčasta črta) in kovariance med izvori in šumom  $r_{sw}(\tau)$  (pikčasto-črtkana črta). Indeks aktivnosti je bil v tem primeru izračunan iz umetnih signalov z naključnimi sistemskimi odzivi in parametri  $M = 60$ ,  $N = 5$ ,  $L = 10$ ,  $K = 5$ ,  $\text{SNR} = 10$  dB.

V nadaljevanju modeliramo posamezne prispevke k AKZ, kot jih podaja enačba (3.54). Začnemo s prispevki izvorov  $r_s(\tau)$ . Če imamo opravka z brezšumnimi signali in je v indeksu aktivnosti prisoten samo prispevek  $i$ -tega izvora  $I_{si}(n)$ , velja, da sta vzorčni povprečji prispevka izvora in njegove zakasnjene replike enaki  $\bar{I}_{si}(n) = \bar{I}_{si}(n - \tau)$ , saj se z zakasnitvijo vzorčno povprečje indeksa aktivnosti ne spremeni in je enako tistemu, ki smo ga izpeljali v enačbi (3.19). Matematično upanje produkta originalnega in zakasnjene indeksa je glede na matematično upanje kvadrata indeksa, izpeljanega v enačbi (3.30), manjše, in znaša  $E[I_{si}(n)I_{si}(n - \tau)] =$

$(L + K - |\tau|)(d\lambda)^{-1}$ . AKZ, ki izhaja iz prispevka  $i$ -tega izvora, tako modeliramo kot:

$$r_{si}(\tau) \simeq -\frac{(L + K)^2}{d^2} + \frac{L + K - |\tau|}{d} \lambda_i^{-1}. \quad (3.55)$$

Če so v brezšumnih izhodnih signalih prispevki  $N$  aktivnih izvorov, katerih aktivnosti se ne prekrivajo, dobimo za njihove prispevke naslednji model avtokovariančnega zaporedja:

$$r_s(\tau) \simeq -\frac{N(L + K)^2}{d^2} + \frac{L + K - |\tau|}{d} \sum_{i=1}^N \lambda_i^{-1}. \quad (3.56)$$

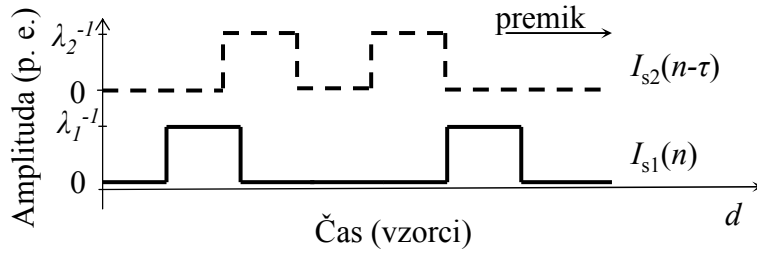
Izraz (3.56) doseže maksimum pri zamiku  $\tau = 0$ , kjer predstavlja varianco indeksa aktivnosti (slika 3.4). Prvi lokalni minimum je dosežen pri zamiku  $|\tau| = L + K$ . Ker  $L + K$  predstavlja širino prispevka, ki jo v indeks aktivnosti doda vsak izvorni odziv z dolžino  $L$ , se pri premiku replike indeksa za  $L + K$  prispevek v originalu in njegova ponovitev v repliki ne prekrivata več. To pomeni, da se odzivi pri nobenem proženju posameznega izvora ne prekrivajo in zato na tem mestu v avtokovariančnem zaporedju nastopi minimum. Omejitev, ki smo jo pri tem privzeli, je, da so odzivi vseh izvorov enako dolgi.

Pri modeliranju kovariančnih zaporedij ostalih prispevkov k AKZ indeksa aktivnosti pri različnih medsebojnih premikih nam bo v pomoč slika 3.4.

Modeliranje zaporedja kovarianc med izvori  $r_{ss}(\tau)$  je bolj problematično. Pri premikanju replike indeksa se namreč lahko pojavita dve možnosti: prekrivanje se lahko zmanjšuje, lahko pa se tudi povečuje (slika 3.5). Zaporedje kovarianc med izvori torej ni enoumno določeno samo z zamikom  $\tau$ , ampak je za njegovo določitev treba poznati še točne trenutke impulzov v posameznih izvori. Opisana značilnost zaporedij kovarianc med izvori ima tudi pozitivno plat, saj se lahko spremembe v številu prekrivanj kompenzirajo, če je povečanja prekrivanja statistično približno toliko, kot je zmanjšanja. V primeru takšne kompenzacije je zaporedje neodvisno od zamika. S slike 3.4 je razvidno tudi, da ta komponenta prispeva k skupnemu AKZ bistveno manj kot ostale, zato smo se odločili, da tega modela ne bomo razvijali.

Modelirajmo še avtokovariančno zaporedje prispevka šuma  $r_w(\tau)$  v AKZ indeksa aktivnosti. Empirično smo ugotovili, da avtokovariančno zaporedje šumnega prispevka izzveni že pri zamiku  $\tau = |K|$ .  $K$  je namreč razširitveni faktor, ki  $K$ -krat ponovi isti šum in s tem vnese koreliranost šumnega prispevka do  $K$ . V idealnih razmerah torej velja  $r_w(|K|) = 0$ , kar je razvidno tudi s slike 3.4.

Za zaporedje kovarianc med prispevki izvorov in šuma smo ugotovili, da velja  $r_{sw}(|L+K|) = 0$ , toda le v primeru, če so impulzni izvori dovolj redki. Pri zamiku  $\tau = |L+K|$  je namreč replika indeksa že toliko premaknjena, da se izvori, ki so prisotni tako v prispevku izvorov kot tudi v



Slika 3.5: Kovariančno zaporedje med prispevkoma dveh različnih izvorov. Prispevek prvega izvora je predstavljen s polno, drugega pa s črtno črto. Pri premikanju prispevka 2. izvora v smeri puščice se pojavi naslednja situacija: prekrivanje prvih odzivov se zaradi premika zmanjšuje, prekrivanje drugih odzivov pa se povečuje.

prispevku šuma ne prekrivajo več in zato je kovarianca med prispevki izvorov in šuma enaka 0. Zaporedje kovarianc med prispevki izvorov in šuma  $r_{sw}(\tau)$  lahko v takem primeru modeliramo kot:

$$r_{sw}(\tau) = -\frac{M - NL + K(M - N)}{d^2} N(L + K - |\tau|). \quad (3.57)$$

Enačba (3.57) razkriva, da je kovarianca med nepremaknjenimi prispevki izvorov in prispevkom šuma negativna in enaka produktu vzorčnega povprečja za prispevke izvorov (3.20) in vzorčnega povprečja za šum (3.28). Od te minimalne vrednosti linearno narašča do vrednosti 0, ki jo doseže pri premiku  $\tau = |L + K|$ .

Pokazali smo, kako so posamezne komponente AKZ odvisne od zamika  $\tau$ . Ugotovili smo, da je avtokovariančno zaporedje izvorov korelirano do  $L + K$  (3.56), prav tako tudi zaporedje kovarianc med prispevki izvorov in šuma (3.57). Razlika med njima je, da avtokovariančno zaporedje izvorov prispeva pozitivno k celotnemu AKZ, zaporedje kovarianc izvorov in šuma pa negativno. Avtokovariančno zaporedje prispevka šuma je korelirano do  $K$ , zaporedje kovarianc med izvori pa se s premikom spreminja zanemarljivo malo. Posledično je tudi celotno AKZ indeksa aktivnosti, tj.  $r(\tau)$ , korelirano do  $L + K$ , tako kot sta komponenti  $r_s(\tau)$  (3.56) in  $r_{sw}(\tau)$  (3.57). Avtokovariančno zaporedje šumnega prispevka in zaporedje kovarianc med izvori tega ne pokvarita in tako lahko z AKZ indeksa aktivnosti dobimo podatek o dolžini sistemskih odzivov.

### 3.4 Določanje dolžine sistemskih odzivov in števila izvorov

Na podlagi razvitih modelov indeksa aktivnosti za varianco in AKZ lahko določimo dolžino sistemskih odzivov za izvore in število izvorov na dva možna načina. Najprej bomo predstavili metodo, ki uporablja AKZ, nato pa še metodo z redukcijo iskalnega prostora, ki temelji na modelu za varianco.

### 3.4.1 Metoda z avtokovariančnim zaporedjem

Pri izpeljavi modela za AKZ indeksa aktivnosti v podpoglavju 3.3.2 smo ugotovili, da AKZ doseže prvi lokalni minimum pri argumentu  $L + K$ . Razširitveni faktor  $K$  poznamo, zato lahko dolžino sistemskih impulznih odzivov  $\hat{L}$  za izvore ocenimo kot argument pri izpolnjenih naslednjih dveh pogojih:

$$\hat{L} = \arg_{\tau \in [0, d-1]} r(\tau) : \left\{ \frac{\Delta r(\tau)}{\Delta \tau} \cdot \frac{\Delta r(\tau + 1)}{\Delta \tau} < 0 \text{ in } \frac{\Delta^2 r(\tau)}{\Delta \tau^2} > 0 \right\}, \quad (3.58)$$

kjer sta  $\Delta/\Delta\tau$  in  $\Delta^2/\Delta\tau^2$  operatorja prve in druge razlike po vzorcih. Cenilka temelji na dejstvu, da AKZ doseže prvi lokalni minimum pri  $L + K$ , zato je v tej točki prvi odvod enak 0, drugi pa je pozitiven. V pogoju (3.58) smo odvoda aproksimirali z razlikami.

Ko je dolžina sistemskih odzivov za izvore ocenjena z enačbo (3.58), jo lahko uporabimo skupaj z metodami za ocenjevanje števila izvorov v multiplikativnih mešanica. Primere takšnih metod, ki uporabljajo razcep korelacijske matrike signalov na lastne vrednosti in kriterije iz teorije informacij, najdemo v [37] ali [103]. V našem delu smo izbrali metodo [103], ki predvideva multiplikativno mešanico

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{A}\mathbf{s}(n) + \mathbf{w}(n), \quad (3.59)$$

kjer pomeni  $\mathbf{y}(n) = [y_1(n), \dots, y_M(n)]^T$   $M$  šumnih meritev,  $\mathbf{s}(n) = [s_1(n), \dots, s_N(n)]^T$   $N$  impulznih izvorov,  $\mathbf{w}(n) = [w_1(n), \dots, w_M(n)]^T$  pa je prostorsko neodvisen beli gaussovski šum. Dimenzija mešalne matrike  $\mathbf{A}$  je  $M \times N$ . Metoda deluje zgolj ob predpostavki, da je število izvorov manjše od števila meritev:  $N < M$ . Ker je šum neodvisen od meritev in ima ničelno povprečje, lahko korelacijsko matriko meritev zapišemo kot

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}(n) \mathbf{y}(n)^T] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^T + \sigma^2\mathbf{I}, \quad (3.60)$$

kjer  $\mathbf{R}_s$  označuje korelacijsko matriko izvorov,  $\mathbf{I}$  identiteto,  $\sigma^2$  pa varianco šuma. Če je matrika  $\mathbf{A}$  polnega stolpčnega ranga in  $\mathbf{R}_s$  nesingularna, potem je rang matrike  $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^T$  enak  $N$ , oziroma povedano drugače,  $M - N$  najmanjših lastnih vrednosti matrike  $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^T$  je enakih nič. Če lastne vrednosti matrike  $\mathbf{R}_y$  označimo z  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$ , potem velja, da je  $\lambda_{N+1} = \lambda_{N+2} = \dots = \lambda_M = \sigma^2$ . Oceno števila izvorov lahko torej prevedemo na oceno ranga matrike  $\mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^T$ .

V realnih primerih to ni trivialno, ker korelacijska matrika ni znana, ampak jo ocenjujemo iz meritev končnih dolžin. Ocenjene lastne vrednosti korelacijske matrike običajno monotonno upadajo, zato števila izvorov ne moremo oceniti zgolj z njimi. Pomagamo si z uporabo kriterijev iz informacijske teorije, kot je npr. najkrajša dolžina opisa (MDL). Postopek je naslednji: najprej izračunamo vzorčno korelacijsko matriko  $\hat{\mathbf{R}}_y$ , njene lastne vrednosti označimo z  $l_i, i \in [1, M]$

in jih uredimo v padajočem vrstnem redu, tako da velja  $l_1 > l_2 \cdots > l_M$ . Kriterij MDL je bil za problem ocene števila izvorov izpeljan v [103] z naslednjo enačbo:

$$\text{MDL}(k) = -\log \left( \frac{\prod_{i=k+1}^M l_i^{1/(M-k)}}{\frac{1}{M-k} \sum_{i=k+1}^M l_i} \right)^{(M-k)d} + \frac{1}{2}k(2M - k) \log d. \quad (3.61)$$

S parametrom  $k$  preizkusimo vse možne vrednosti števila izvorov  $k \in [0, M - 1]$ , število izvorov  $\hat{N}$  pa ocenimo kot vrednost  $k$ , ki minimizira kriterij MDL:

$$\hat{N} = \arg \min_{0 \leq k \leq M-1} \text{MDL}(k). \quad (3.62)$$

Uporabljena metoda [103] torej deluje na multiplikativnih mešanica, sami pa z modelom (2.6) predvidevamo meritve, ki ustrezajo izhodom iz sistema MIMO. Zato imamo opravka s signali, ki nastanejo s konvolucijo med sistemskimi odzivi in vhodnimi signali v sistem in torej tvorijo konvolutivne mešanice. Toda, kot smo pokazali v (2.8), lahko konvolutivno mešanico predstavimo kot multiplikativno, če razširimo vektor izvorov z razširitvenim faktorjem, ki je enak dolžini sistemskih odzivov. Vendar se zaradi razširjanja število izvorov v tako dobljeni multiplikativni mešanici poveča z  $N$  na  $N \cdot L$  izvorov. Ker ponavadi meritve še dodatno razširimo z razširitvenim faktorjem  $K$ , imamo v multiplikativni mešanici prisotnih  $N(L + K)$  izvorov. Torej med številom konvolutivnih in multiplikativnih izvorov velja relacija

$$N_m = N(L + K), \quad (3.63)$$

pri čemer z  $N_m$  označimo število multiplikativnih, z  $N$  pa število konvolutivnih impulznih izvorov. Razširitveni faktor  $K$  je znan, dolžino sistemskih odzivov smo ocenili z enačbo (3.58) kot  $\hat{L}$ , število multiplikativnih izvorov pa z enačbo (3.62) kot  $\hat{N}_m$ , zato lahko ocenimo število konvolviranih izvorov  $\hat{N}$  kot:

$$\hat{N} = \frac{\hat{N}_m}{\hat{L} + K}. \quad (3.64)$$

Vendar smo pri ocenjevanju števila izvorov z uporabo enačbe (3.64) omejeni z največjim možnim številom multiplikativnih izvorov, ki ga lahko zaznamo. Število razširjenih meritev  $M(K + 1)$  namreč določa zgornjo mejo števila multiplikativnih izvorov [58], velja torej:

$$M(K + 1) = \max(\hat{N}_m). \quad (3.65)$$

Število meritev lahko sicer povečamo s postopkom razširjanja meritev, toda le do določene meje [42]. Ta je na eni strani opredeljena z zaporednimi odzivi istega izvora, ki se zaradi razširjanja meritev ne smejo prekriti med seboj, na drugi strani pa tudi z velikostjo delovnega pomnilnika računalnikov.

### 3.4.2 Metoda z redukcijo iskalnega prostora

Model vzorčne variance za indeks aktivnosti (3.43) je odvisen tako od števila izvorov kot od dolžin njihovih odzivov, zato smo ju ocenili iz tega modela tudi s pomočjo preiskovanja parametričnega prostora. V modelu so znani naslednji parametri: število meritev  $M$ , njihova dolžina  $d$  in izbrani razširitveni faktor  $K$ . Aproksimirani model (3.52) ima 6 neznank:  $L, N, c_0, c_1, c_2, c_3$ . Oceniti želimo število izvorov  $N$  in njihove dolžine  $L$ , pri čemer privzamemo, da so vsi odzivi enako dolgi. Ker je model (3.52) drugega reda glede na  $K$ , lahko opazujemo meritve pri treh različnih  $K$  in na osnovi (3.52) tvorimo sistem treh neodvisnih enačb s 6 neznankami:

$$K = 0 : \quad d \operatorname{var}(\mathbf{I}_A) = \frac{-M^2 L^2}{d} + N L c_0 + N(N-1)L^2 c_1 + M^2 c_2 + M c_3 \quad (3.66)$$

$$K = 1 : \quad d \operatorname{var}(\mathbf{I}_A) = \frac{-M^2 (L+1)^2}{d} + N(L+1)c_0 + (N^2 - N)(L+1)^2 c_1 + 4M^2 c_2 + 2M c_3$$

$$K = 2 : \quad d \operatorname{var}(\mathbf{I}_A) = \frac{-M^2 (L+2)^2}{d} + N(L+2)c_0 + (N^2 - N)(L+2)^2 c_1 + 9M^2 c_2 + 3M c_3$$

To sicer ni dovolj za analitično oceno vseh šestih neznank, zagotavlja pa reducirani preiskovalni prostor. Modelne parametre od  $c_0$  do  $c_3$  smo namreč definirali tako, da so praktično neodvisni od razširitvenega faktorja  $K$  in da je njihovo definicijsko območje mogoče statistično opredeliti s simulacijami tipa MC, pri katerih izračunavamo parametrične vrednosti, ko naključno spreminjamo ostale modelne parametre. Opredeljena definicijska območja za parametre od  $c_0$  do  $c_3$  pomenijo redukcijo iskalnega prostora. Z eno od metod za optimizacijo [26, 25, 76] potem preiskujemo parametrični prostor v omejenem obsegu in zato bistveno hitreje, kot če omejitev ne bi postavili. Iščemo takšne kombinacije za parametre od  $c_0$  do  $c_3$ , pri katerih da sistem (3.66) smiselne ocene za  $L$  in  $N$ . V splošnem mora veljati, da sta  $L$  in  $N$  celi števili, različne realne situacije pa vnašajo dodatne apriorne informacije, ki lahko omejijo možen nabor vrednosti za  $L$  in  $N$ . Več o tem pišemo pri razlagi rezultatov v podpoglavju 5.4.1.

## Poglavje 4

# Indeks aktivnosti s statistikami višjih redov

V tem poglavju preučujemo možnosti, ki jih ponujajo statistike višjih redov (SVR) za nadgradnjo osnovnega indeksa aktivnosti, predstavljenega v podpoglavju 3.1. Obravnavamo statistike lihih in sodih redov, omejimo pa smo se zgolj na tretji in četrti red. Z uporabo SVR želimo namreč obogatiti informacijo, ki jo lahko izdvojimo iz indeksa aktivnosti s statistikami drugega reda. Dobra lastnost, skupna tako statistikam sodih kot lihih redov, je, da izločijo gaussovski šum, prisoten v meritvah. Statistike sodih in lihih redov pa se tudi razlikujejo. Neželena lastnost statistik lihih redov je, da izničijo tudi regularizacijo korelacijske matrike, ki je posledica šuma, zato je treba v sistem vpeljati dodatno regularizacijo. Odločili smo se za Tihonovo regularizacijo [101], ki omogoča, da vse meritve regulariziramo z istim skalarnim faktorjem [99, 101]. Nasprotno pa statistike sodih redov regularizacije ne izničijo.

Z uvajanjem SVR se pri računanju indeksa aktivnosti pojavi tudi dodaten problem. V primeru prekrivanja odzivov posameznih izvorov se namreč v indeksu aktivnosti pojavijo prispevki, ki se obnašajo kot dodani novi, umetni signalni izvori. Število vseh prisotnih izvorov v signalni mešanici se zato umetno poveča, medtem ko število meritev ostaja nespremenjeno. Z nastajanjem novih izvorov pri nespremenjenem številu meritev pa seveda hitreje zaidemo v poddoločenost sistema. To pomeni, da metode za ocenjevanje števila in vrednotenje lastnosti izvorov ne sledijo več modelom, ki smo jih izpeljali v poglavju 3.

Ravno dejstvo, da SVR tvorijo dodatne umetne signalne izvore, pa smo izkoristili za pridobivanje dodatnih informacij o opazovani signalni mešanici. SVR namreč poudarjajo tista mesta v indeksu aktivnosti, kjer se prispevki izvorov prekrivajo. Na teh mestih se namreč pojavljajo dodatni umetni izvori, zaradi česar se poslabša ločljivost izvorov, vendar dobimo nove informacije, iz katerih lahko sklepamo o medsebojnih prekrivanjih impulzov v signalnih izvori.

## 4.1 Definicija indeksa aktivnosti s SVR

V tem podpoglavju bomo najprej na kratko predstavili SVR in nato z njihovo pomočjo nadgradili originalni indeks aktivnosti, kakršnega smo definirali s statistikami 2. reda (enačba (3.1)). V poglavju 3 smo za indeks aktivnosti izpeljali modele, ki omogočajo oceno števila aktivnih izvorov in dolžine njihovih sistemskih odzivov s pomočjo AKZ indeksa aktivnosti. Toda indeks aktivnosti, izračunan s statistikami drugega reda, kaže neželjeno odvisnost od šuma in prekrivanj med izvori. Odpornost na šum je sicer optimalna po Mahalanobisu, vendar je v realnih razmerah, predvsem v klinični praksi, kjer kvalitete izmerjenih bioelektričnih signalov ne moremo vedno uspešno nadzorovati, lahko bistveno prenizka. Prav tako medsebojnih prekrivanj posameznih izvorov ni možno natančno določiti, kar je moteče pri določanju potencialnih trenutkov proženj impulznih izvorov. To sta bili glavni motivaciji, da smo proučevali indeks aktivnosti, izračunan s SVR.

SVR do vključno 6. reda se uporabljajo na številnih področjih pri obdelavi signalov, npr. za identifikacijo in dekonvolucijo sistemov MIMO [4, 5, 10, 11, 12, 16, 19, 20, 28, 31, 30, 35, 36, 66, 74, 81, 85, 98, 102]. Vzporedno s sistemsko identifikacijo so bili razviti postopki za ocenjevanje dolžine sistemskih odzivov in števila signalnih izvorov. Njihovo uporabo razširjamo tako, da SVR ne računamo neposredno iz izhodnih sistemskih signalov, tj. meritev, temveč najprej izračunamo indeks aktivnosti in nato tega obdelamo s SVR. Na ta način dosežemo, da so rezultati manj odvisni od oblik izmerjenih signalnih prispevkov, ki se pojavljajo v meritvah kot sistemski odzivi izvorov.

SVR v praksi računamo kot signalne momente ali kot iz njih izpeljane kumulante. Njihova značilnost je, da poleg informacije o amplitudi opazovanega procesa posredujejo tudi informacijo o fazi, česar statistike 2. reda ne zmorejo, saj so slepe za fazo (recimo avtokorelacija in varianca, ne pa tudi kovariančna zaporedja ali prečne korelacije). Kot smo že omenili, so SVR slepe za gaussovske procese, tako da se z njihovo uporabo znebimo motečih šumov, ki imajo gaussovske porazdelitev. Posledično se pri postopkih, ki uporabljajo momente višjih redov, zviša razmerje SNR, kadar je signalom dodan gaussovsko porazdeljen šum. Uporaba SVR daje dobre rezultate, ko imamo opravka z negaussovskimi procesi, ki jih moti gaussovski šum. Take razmere veljajo za veliko vsakdanjih problemov, recimo pri obdelavi bioelektričnih signalov. Največja pomanjkljivost postopkov s SVR pa je, da zahtevajo daljše signale kot postopki s korelacijo [77, 84, 105].

V nadaljevanju izračunavamo SVR kot momente višjih redov. Njihovo definicijo povzemamo po [105]. Naj bo  $\xi(t)$  stacionarni naključni proces,  $t$  pa predstavlja časovno komponento, ki je lahko zvezna ali diskretna. Moment  $k$ -tega reda označimo z  $M_{k,X}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1})$  in je definiran za naključne spremenljivke  $X(t), X(t + \tau_1), \dots, X(t + \tau_{k-1})$  kot:



$$M_{k,X}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k-1}) = E[X(t)X(t + \tau_1) \dots X(t + \tau_{k-1})], \quad (4.1)$$

kjer je zaradi upoštevanja stacionarnosti izračun momentov odvisen zgolj od premikov  $\tau_1, \dots, \tau_{k-1}$ , izračunana vrednost pri izbranih premikih  $\tau_1, \dots, \tau_{k-1}$  pa je skalarna.

Momente lahko ocenimo v časovnem in frekvenčnem prostoru [105]. V nadaljnjih izpeljavah se omejujemo na časovni prostor. Definicijo razširjamo na več realnih naključnih spremenljivk  $X_i$  z ničelnim povprečjem. Zanje se moment 3. reda izračuna kot:

$$M_{\{i_1, i_2, i_3\}}(\tau_1, \tau_2) = E[X_{i_1}(t)X_{i_2}(t + \tau_1)X_{i_3}(t + \tau_2)], \quad (4.2)$$

moment 4. reda pa kot:

$$M_{\{i_1, i_2, i_3, i_4\}}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = E[X_{i_1}(t)X_{i_2}(t + \tau_1)X_{i_3}(t + \tau_2)X_{i_4}(t + \tau_3)], \quad (4.3)$$

pri čemer  $E$  pomeni določanje matematičnega upanja.

SVR bomo uvedli v izračun indeksa aktivnosti tako, da bomo iz meritev tvorili momente. V modelu (2.6) imamo  $M$  meritev oziroma  $M(K + 1)$  razširjenih meritev. Vsak moment 3. reda za  $M(K + 1)$  naključnih spremenljivk tvori dvodimenzionalno matriko, vsak moment 4. reda pa tridimenzionalno matriko. Če hočemo ostati pri načinu izračuna indeksa aktivnosti, kot smo ga uporabljali pri statistikah 2. reda (3.1), pomeni osnovo korelacijska matrika, katere člene določajo pari meritev ali modificiranih meritev.

Osredotočimo se najprej na momente 3. reda. Opazovanja procesa, ki ga analiziramo, smo

doslej označevali z  $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{M(K+1)} \end{bmatrix}$ , zato naj velja:  $X_i \simeq \mathbf{y}_i$ . Za izbrana premika  $\tau_1$  in  $\tau_2$

definiramo korelacijsko matriko, potrebno za izračun indeksa aktivnosti, kot:

$$\mathbf{R}_{\mathbf{y}^{(2)\mathbf{y}}}(\tau_1, \tau_2) = [r_{\mathbf{y}_{i_1}^{(2)\mathbf{y}_{i_2}}}(\tau_1, \tau_2)] = [M_{\{i_1, i_1, i_2\}}(\tau_1, \tau_2)]. \quad (4.4)$$

Osnovne raziskave smo opravili pri  $\tau_1 = 0$  in  $\tau_2 = 0$ . Tak izbor omogoča tudi, da se z označevanjem približamo tistemu, ki smo ga uporabili pri definiciji indeksa aktivnosti s statistikami 2. reda. Člene korelacijske matrike, ki jo potrebujemo pri računanju indeksa aktivnosti po enačbi (4.4), zapišemo kot

$$\begin{aligned}
r_{\mathbf{y}_{i_1}^{(2)} \mathbf{y}_{i_2}^{(2)}}(\tau_1, \tau_2) &= d \cdot E[y_{i_1}(n)y_{i_1}(n)y_{i_2}(n)] \\
&= \sum_{n=0}^{d-1} y_{i_1}^2(n)y_{i_2}(n), \quad i_1, i_2 \in [1, M(K+1)],
\end{aligned} \tag{4.5}$$

kjer z  $\mathbf{y}^{(2)}$  označimo meritev, ki je modificirana tako, da so vsi vzorci kvadrirani. Enačba (4.5) kaže izračun elementa  $(i_1, i_2)$  v korelacijski matriki, ki je dimenzij  $M(K+1) \times M(K+1)$ . Indeks aktivnosti izračunamo s statistikami 3. reda in ga temu primerno tudi označimo:

$$I_{A,3}(n) = \mathbf{y}^T(n) \mathbf{R}_{\mathbf{y}^{(2)} \mathbf{y}^{(2)}}^{\#} \mathbf{y}^{(2)}(n). \tag{4.6}$$

Pri nadgradnji indeksa aktivnosti s statistikami 4. reda postopamo podobno kot pri 3. redu, prav tako pa smo ga preučevali samo pri zamikih 0 ( $\tau_1 = 0, \tau_2 = 0, \tau_3 = 0$ ). Tako  $(i, j)$ -ti element korelacijske matrike izračunamo z:

$$\begin{aligned}
r_{\mathbf{y}_{i_1}^{(2)} \mathbf{y}_{i_2}^{(2)}}(\tau_1, \tau_2, \tau_3) &= d \cdot E[y_{i_1}(n)y_{i_1}(n)y_{i_2}(n)y_{i_2}(n)] \\
&= \sum_{n=0}^{d-1} y_{i_1}^2(n)y_{i_2}^2(n), \quad i_1, i_2 \in [1, M(K+1)],
\end{aligned} \tag{4.7}$$

indeks aktivnosti s statistikami 4. reda pa kot:

$$I_{A,4}(n) = (\mathbf{y}^{(2)}(n))^T \mathbf{R}_{\mathbf{y}^{(2)} \mathbf{y}^{(2)}}^{\#} \mathbf{y}^{(2)}(n). \tag{4.8}$$

V naslednjih podpoglavjih podrobneje predstavljamo lastnosti indeksa aktivnosti s statistikami sodih in lih redov ter probleme, ki jih vnašajo SVR v računanje indeksa aktivnosti.

## 4.2 Indeks aktivnosti s statistikami sodih redov

Osredotočili smo se na statistike 2. in 4. reda. Indeks aktivnosti računamo s statistikami 2. reda po enačbi (3.1), s statistikami 4. reda pa po enačbi (4.8)). Sledi kratka primerjava med indeksom aktivnosti 2. in 4. reda. Ko meritvam ni dodan šum in je aktiven samo 1 izvor, med njima ni razlike, saj inverz korelacijske matrike v obeh primerih kompenzira sistemske odzive. Prav tako ni razlike med indeksoma, če je aktivnih več izvorov, ki se med sabo ne prekrivajo. Amplituda prispevka  $i$ -tega izvora  $\mathbf{I}_{si}$  v indeksu je še vedno  $\lambda_i^{-1}$ , če je  $\lambda_i$  število impulzov v signalu  $i$ -tega izvora na opazovanem intervalu, kot smo pokazali v podpoglavju 3.2. Torej modela za matematično upanje, ki smo ju izpeljali v (3.19) in (3.20) veljata tudi za indeks aktivnosti 4. reda.

Takoj ko nastopi prekrivanje med prispevki posameznih izvorov, pa se pojavi razlika med

indeksoma aktivnosti 2. in 4. reda. Razlika se kaže zgolj v amplitudi indeksa, pri čemer ima indeks aktivnosti 4. reda na mestih prekrivanja višjo amplitudo, torej bolj poudari prekrivanja. To je posledica računanja po enačbi (4.7), ki kvadrira vzorce v meritvah in s tem generira umetne izvore. Ti izvori prispevajo k indeksu vrednosti, ki so obratno sorazmerne številu proženj izvora v opazovanem intervalu. Teh dodatkov pri indeksu aktivnosti z 2. redom ni.

Naslednja pomembna ugotovitev se nanaša na vzorčno povprečje indeksa aktivnosti šumnih meritev. Pri indeksu aktivnosti 2. reda smo namreč ugotovili, da je vzorčno povprečje indeksa aktivnosti odvisno zgolj od števila meritev, njihove dolžine in razširitvenega faktorja, neodvisno pa od števila aktivnih izvorov in njihove stopnje prekrivanja (enačba (3.23)). To ugotovitev lahko zdaj še dopolnimo, saj enako velja tudi v primeru indeksa aktivnosti 4. reda. Še več, vzorčno povprečje indeksa aktivnosti je neodvisno tudi od reda uporabljene statistike, če indeks aktivnosti s SVR računamo po enačbah (4.6) in (4.8), torej v središčni legi. To ugotovitev smo preverili za indeks aktivnosti s statistikami 2., 3., 4., 5. in 6. reda.

V nasprotju z vzorčnim povprečjem pa se varianca oziroma avtokovariančno zaporedje indeksa aktivnosti z redom uporabljene statistike spremeni.

### 4.3 Indeks aktivnosti s statistikami lihih redov in Tihonova regularizacija

Kot smo omenili že v uvodu, izkazujejo statistike lihih redov pomanjkljivost v primerjavi s statistikami sodih redov, ker izničijo naravno regularizacijo korelacijske matrike. Izračun indeksa aktivnosti 3. reda, kot smo ga vpeljali v enačbi (4.6), praktično ni uporaben, zato moramo vpeljati še dodatno regularizacijo korelacijske matrike  $\mathbf{R}_{y^{(2)}y}$ . Uporabili smo Tihonovo regularizacijo [101], katere prednost je, da lahko vse meritve regulariziramo z istim skalarnim faktorjem [99, 101].

Pri Tihonovi regularizaciji se uporablja razcep matrike na singularne vrednosti (SVD). Naj bo matrika  $\mathbf{A}$  realna ali kompleksna, velikosti  $M \times N$ . Z uporabo SVD jo razcepimo na  $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^*$ , kjer je  $\mathbf{U}$  unitarna matrika velikosti  $M \times M$ , matrika  $\mathbf{S}$  je diagonalna matrika velikosti  $M \times N$  z nenegativnimi realnimi števili na diagonali in  $\mathbf{V}^*$  je konjugirana transponiranka matrike  $\mathbf{V}$ , ki predstavlja unitarno matriko velikosti  $N \times N$ . Diagonalni elementi matrike  $\mathbf{S}$  so singularne vrednosti matrike  $\mathbf{A}$ .

Privzamemo, da sta  $X$  in  $Y$  Hilbertova prostora. V splošnem želimo s Tihonovo regularizacijo izračunati regularizirano rešitev sistema  $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ , tako da  $\mathbf{x}$  izračunamo s prileganjem podatkom  $\mathbf{y}$  z najmanjšo kvadratično napako, rešitve z veliko normo pa so kaznovane. Rešujemo torej

minimizacijski problem:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_\alpha &= \arg \min_{\mathbf{x} \in X} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_Y^2 + \alpha \|\mathbf{x}\|_X^2 \\ &= \underbrace{(\mathbf{A}^* \mathbf{A} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^*}_{\mathbf{R}_\alpha} \mathbf{y}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

pri čemer  $\alpha > 0$  deluje kot regularizacijski parameter. Pri Tihonovi regularizaciji razcepimo matriko  $\mathbf{A}$  z razcepom SVD na  $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^*$ . Če je matrika  $\mathbf{A}$  kvadratna in njene singularne vrednosti zapišemo kot  $\mathbf{S} = \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ , za katere velja  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$ , potem za  $\mathbf{R}_\alpha$  velja:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_\alpha &= (\mathbf{A}^* \mathbf{A} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^* \\ &= (\mathbf{V}\mathbf{S}^* \mathbf{U}^* \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^* + \alpha \mathbf{V}\mathbf{I}\mathbf{V}^*)^{-1} \mathbf{V}\mathbf{S}^* \mathbf{U}^* \\ &= \mathbf{V}(\mathbf{S}^* \mathbf{S} + \alpha \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}^* \mathbf{U}^* \\ &= \mathbf{V} \text{diag} \left( \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \alpha} \frac{1}{\sigma_i} \right) \mathbf{U}^*, \end{aligned} \quad (4.10)$$

kjer operator  $\text{diag}$  pomeni tvorbo diagonalne matrike.

Bistvo Tihonove regularizacije je, da izloči male singularne vrednosti, medtem ko velike ostanejo nespremenjene. Lastnosti filtriranja singularnih vrednosti nastavljammo s parametrom  $\alpha$ . Čim večji je  $\alpha$ , tem več singularnih vrednosti izločimo. Pri  $\alpha = 0$  pa izločanja singularnih vrednosti ni, saj za  $\alpha \rightarrow 0$  velja  $\left( \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \alpha} \right) \rightarrow 1$  in

$$\mathbf{R}_\alpha \rightarrow \mathbf{V} \text{diag}(\sigma_i^{-1}) \mathbf{U}^* \equiv \mathbf{A}^{-1}, \quad (4.11)$$

kar je razvidno tudi iz enačbe (4.9), saj sta  $\mathbf{U}$  in  $\mathbf{V}$  unitarni matriki, za kateri velja  $\mathbf{U}^* = \mathbf{U}^{-1}$ , če z  $*$  označujemo konjugirano transponiranko.

V primeru računanja indeksa aktivnosti s statistikami 3. reda po enačbi (4.6) lahko uvedemo Tihonovo regularizacijo za korelacijsko matriko  $\mathbf{R}_{\mathbf{y}^{(2)}\mathbf{y}}$ , ki je realna in kvadratna, zato lahko uporabimo enačbo (4.10). Korelacijsko matriko najprej razcepimo s SVD na  $\mathbf{R}_{\mathbf{y}^{(2)}\mathbf{y}} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^*$ , nato jo regulariziramo s parametrom  $\alpha$ :

$$\mathbf{R}_{\mathbf{y}^{(2)}\mathbf{y}}^{\text{reg}} = \mathbf{V} \cdot \text{diag} \left( \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \alpha} \frac{1}{\sigma_i} \right) \mathbf{U}^* \quad (4.12)$$

in indeks aktivnosti 3. reda z dodano regularizacijo zapišemo kot:

$$\begin{aligned} I_{A,3}^{\text{reg}}(n) &= \mathbf{y}^T(n) \left( \mathbf{R}_{\mathbf{y}^{(2)}\mathbf{y}}^{\text{reg}} \right)^{\#} \mathbf{y}^{(2)}(n) \\ &= \mathbf{y}^T(n) \left( \mathbf{V} \cdot \text{diag} \left( \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \alpha \sigma_i} \right) \mathbf{U}^* \right)^{\#} \mathbf{y}^{(2)}(n). \end{aligned} \quad (4.13)$$

## 4.4 Statistike višjih redov in prekrivanje izvorov

Omenili smo že, da z računanjem indeksa aktivnosti s pomočjo SVR ustvarjamo umetne izvore, ki so posledica prekrivanj v delovanju dejanskih signalnih izvorov. S preprostim zgledom za dva kratka izvora bomo v nadaljevanju pokazali, zakaj pride do tega pojava.

Vzemimo torej sistem z 2 izvoroma, dolžino sistemskih odzivov 2 vzorca za vsak izvor, dve meritvi dolžine 5 vzorcev, brez razširjanja in brez šuma. Signal prvega izvora vsebuje dva impulza, in sicer na pozicijah 1 in 4 ( $\mathbf{s}_1 = [1, 0, 0, 1, 0]$ ), signal drugega izvora pa en impulz na poziciji 3 ( $\mathbf{s}_2 = [0, 0, 1, 0, 0]$ ). Impulzi obeh izvorov se torej ne prekrivajo, toda ker so impulzni odzivi dolgi 2 vzorca, obravnavani sistem pa je konvolutiven (enačba (2.6)), se pojavi prekrivanje na poziciji  $n = 4$ . Opisan sistem lahko predstavimo tako:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11}(1) & h_{11}(2) & h_{12}(1) & h_{12}(2) \\ h_{21}(1) & h_{21}(2) & h_{22}(1) & h_{22}(2) \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

Dimenzije matrik so: mešalna matrika  $\mathbf{H}$  je dimenzij  $M \times NL$ , matrika razširjenih izvorov  $NL \times d$  in matrika meritev  $M \times d$ . Meritve lahko po enačbi (2.8) zapišemo kot:

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}\bar{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} h_{11}(1) & h_{11}(2) & h_{12}(1) & (h_{11}(1) + h_{12}(2)) & h_{11}(2) \\ h_{21}(1) & h_{21}(2) & h_{22}(1) & (h_{21}(1) + h_{22}(2)) & h_{21}(2) \end{bmatrix}. \quad (4.15)$$

Če v brezšumnih meritvah  $\mathbf{x}$  kvadiramo vse vzorce, dobimo:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{(2)} &= \begin{bmatrix} h_{11}^2(1) & h_{11}^2(2) & h_{12}^2(1) & (h_{11}(1) + h_{12}(2))^2 & h_{11}^2(2) \\ h_{21}^2(1) & h_{21}^2(2) & h_{22}^2(1) & (h_{21}(1) + h_{22}(2))^2 & h_{21}^2(2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{(2)} & \begin{bmatrix} 2h_{11}(1)h_{12}(2) \\ 2h_{21}(1)h_{22}(2) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{s}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{H}_{(2)}\bar{\mathbf{s}}_{(2)}, \end{aligned} \quad (4.16)$$

kjer  $\mathbf{H}_{(2)}$  predstavlja mešalno matriko,  $\bar{\mathbf{s}}_{(2)}$  pa vektor razširjenih izvorov v primeru kvadiranih

vzorcev meritev.

Zgornja enačba (4.16) seveda velja le v posebnem primeru, kjer se prekriva samo en vzorec odzivov dveh aktivnih izvorov. Iz matrike razširjenih izvorov  $\bar{s}_{(2)}$  je razvidno, da se za vsak prekrivajoč se vzorec v odzivih dveh izvorov pojavi v matriki  $\bar{s}_{(2)}$  nov, umetni izvor. Prav tako se v matriki  $\mathbf{H}_{(2)}$  pojavijo vzorci iz odziva tega novega izvora.

Pri uporabi eksponentov, višjih od 2, se ta pojav še stopnjuje. Če vzorce v meritvah potenciramo s tretjo potenco, se za vsak prekrivajoči se vzorec v matriki  $\bar{s}$  pojavita 2 nova, umetna izvora, saj je  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ . Pri potenciranju s 4 se pri vsakem prekrivanju pojavi že 5 umetnih izvorov. Število novo nastalih izvorov za vsako prekrivanje raste po Pascalovem trikotniku.

# Poglavje 5

## Uporaba modelov indeksa aktivnosti

Za preverjanje modelov, izpeljanih v poglavju 3, smo najprej uporabili umetne signale, saj lahko pri njih nadziramo vse parametre, medtem ko pri realnih signalih parametri niso poznani in jih ne moremo uporabiti za preverjanje izpeljanih modelov. Uporabili smo dva tipa umetnih signalov, ki ponazarjajo meritve redkih impulznih izvorov z naključnimi sistemskimi odzivi in meritve površinskega EMG. V nadaljevanju jih imenujemo umetni signali. Najprej razložimo, kako smo simulirali umetne meritve in z njimi preverili izpeljane modele. Sledi poglavje o ocenjevanju dolžine sistemskih odzivov in števila izvorov v površinskih EMG. Na koncu pokažemo, kako lahko uporabimo indeks aktivnosti s SVR za izboljšanje dekompozicije in oceno mišične sile iz izmerjenih realnih površinskih EMG.

### 5.1 Tvorba umetnih signalov

#### 5.1.1 Umetni signali z naključnimi sistemskimi odzivi

Umetne signale smo tvorili upoštevajoč model, ki smo ga opisali v podpoglavju 2.3. Generator zgradi sestavljene signale v treh korakih. V prvem koraku se določijo vlaki impulzov za vse impulzne izvore, nato se ustvarijo sistemski impulzni odzivi za vse kombinacije izvorov in meritev, v zadnjem koraku sledi še konvolucija vlakov impulzov s pripadajočimi sistemskimi odzivi. Pri tvorbi umetnih signalov lahko izbiramo naslednje parametre izvorov: število aktivnih izvorov, povprečne medimpulzne razmike in njihov odklon. Pri meritvah lahko nastavljam želeno število meritev in njihovo dolžino. Izbiramo lahko tudi med tem, ali je meritvam dodan šum ali ne, in razmerje signal-šum (SNR). Šum, ki se doda meritvam, pa je vedno beli, normalno porazdeljen in z ničelnim povprečjem. Razmerje signal-šum je določeno kot razmerje med energijo

signala  $E_x$  in energijo šuma  $E_w$ :

$$\begin{aligned}\text{SNR(dB)} &= 10 \log_{10} \left( \frac{E_x}{E_w} \right) \\ &= 10 \log_{10} \frac{\sum_{n=0}^{d-1} x_i^2(n)}{\sum_{n=0}^{d-1} w_i^2(n)}.\end{aligned}\tag{5.1}$$

Ker je število sistemskih odzivov pri privzetem sistemu MIMO pogojeno s številom vhodov sistema oz. izvorov in številom izhodov sistema oz. meritev, lahko pri sistemskih odzivih nastavljamo samo njihovo trajanje (dolžino) in obliko. V primeru naključnih sistemskih odzivov podamo tip porazdelitve, povprečno vrednost in odklon. Opisane parametre sistema smo nastavljali glede na to, kaj smo želeli s simulacijo preizkusiti, zato pri vseh simulacijah parametri niso enaki, njihovo izbiro pa opisujemo na začetku vsake simulacije.

### 5.1.2 Umetni površinski EMG

Za umetni površinski EMG smo uporabili simulator [34], ki ustvari sestavljene signale v treh korakih. Najprej določi vlake impulzov oziroma zaporedja prožilnih trenutkov vseh ME, temu sledi določanje PME za vse kombinacije ME in meritev, torej  $M \times N$  kombinacij, pri čemer je  $N$  število ME in  $M$  število meritev (slika 2.1). PME so tvorjeni glede na fiziološki model opazovane mišice. V zadnjem koraku se izvede še konvolucija prožilnih vzorcev ME s pripadajočimi PME.

Pri umetnem površinskem EMG so bili uporabljeni naslednji parametri, ki smo jih fiksirali: polje površinskih elektrod z 12 vrsticami in 5 stolpci in razdaljo 5 mm med dvema sosednjima elektrodama, prevodna hitrost mišičnih vlaken porazdeljena normalno s povprečjem 4 m/s in odklonom 0,5 m/s, debelina podkožnega tkiva 3 mm, debelina kože 1 mm, frekvence proženj ME porazdeljene normalno s povprečjem 15 Hz in odklonom 5 Hz, dolžina opazovanega intervala meritev 5 s in vzorčevalna frekvenca 1024 Hz. Dolžina PME je bila 20 vzorcev. Pri simulacijah pa smo spreminjali število aktivnih ME, in sicer od 1 do največ 25.

## 5.2 Preverjanje izpeljanih modelov indeksa aktivnosti z umetnimi signali

Izpeljane modele za indeks aktivnosti smo najprej preverili z umetnimi signali z naključnimi sistemskimi odzivi, nato pa še z umetnim površinskim EMG. Pri umetnih signalih namreč poznamo vse modelne nastavitve, zato lahko z njimi preverjamo reprezentativnost modelov. Seveda uspešno preverjanje ne pomeni, da je model veljaven (in uporaben) v vseh mogočih situacijah. Zato



bomo precej pozornosti posvetili tudi realnim površinskim EMG. Šele po primerjavi uspešnega obnašanja pri obeh vrstah poskusov bomo modele lahko potrdili.

### 5.2.1 Preverjanje s signali z naključnimi sistemskimi odzivi

Uporabili smo generator umetnih signalov z naključnimi sistemskimi odzivi, kot smo ga opisali v podpoglavju 5.1.1. Tvorili smo 60 umetnih signalov dolžine 5000 vzorcev z naključnimi sistemskimi odzivi, dolgimi od 5 do 20 vzorcev po koraku 5. Vzorci sistemskih odzivov so bili naključni, a enakomerno porazdeljeni na intervalu  $[-1, 1]$ . Število aktivnih izvorov v sestavljenih signalih se je gibalo od 2 do 20 po koraku 2. Najprej smo tvorili signale z dvema izvoroma, nato s štirimi itd. Povprečni medimpulzni interval je znašal  $40 \pm 15$  vzorcev. Signalom je bil dodan aditivni beli normalno porazdeljen šum z ničelnim povprečjem, ki je bil časovno in prostorsko neodvisen. Za vsako ponovitev signala je bila tvorjena nova realizacija šuma, seveda vedno z enakim razmerjem signal-šum. Preizkusili smo razmerja signal-šum od 100 do 0 dB, in sicer 100, 50, 20, 10, 5 in 0 dB. Rezultate podajamo kot povprečja in standardni odklon preko vseh 240 kombinacij spreminjajočih se parametrov (10 izvorov, 4 dolžine sistemskih odzivov in 6 razmerij signal-šum). Razširitveni faktor je znašal 10, tako da je bil sistem v vseh primerih naddoločen.

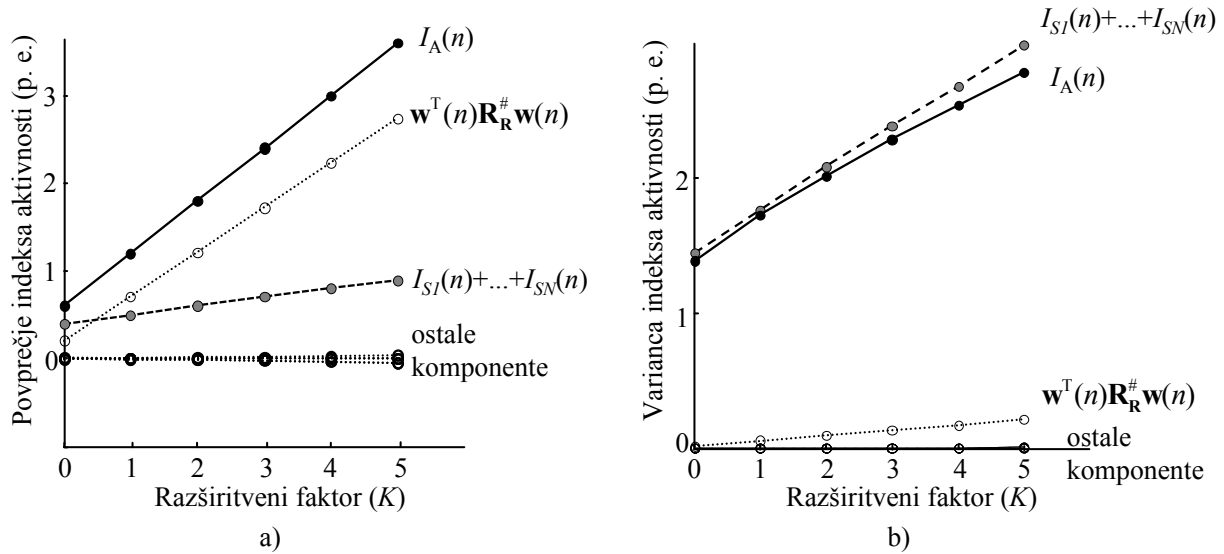
#### Razmerje prispevkov posameznih komponent v povprečju in varianci indeksa aktivnosti

Najprej smo z umetnimi signali preverili prispevke vseh 8 komponent k povprečju in varianci indeksa aktivnosti, kot smo jih prikazali v enačbi (3.2). Prispevek  $i$ -te komponente indeksa aktivnosti k povprečju oziroma varianci celotnega indeksa smo izračunali kot razmerje med povprečjem oziroma varianco  $i$ -te komponente in povprečjem oziroma varianco celotnega indeksa. V tabeli 5.1 so predstavljeni rezultati, ki kažejo, da izvori (3.3) povprečno prispevajo zgolj  $20 \pm 11$  % k povprečju indeksa aktivnosti, celotni prispevek šuma (3.16) pa kar  $80 \pm 11$  %. Razvidno je tudi, da so samo 3 komponente zanemarljivo majhne, to so (3.4), (3.5) in (3.6), vsem pa je skupno, da so izračunane s korelacijsko matriko brezšumnih signalov. Pri varianci indeksa aktivnosti so zaradi negativnih kovarianc posamezne komponente lahko večje kot je skupna varianca, kar je razvidno tudi iz tabele 5.1. Izvori prispevajo k celotni varianci več kot vse šumne komponente skupaj, in sicer povprečno  $195 \pm 62$  %, celotni prispevek šuma pa  $48 \pm 32$  %. Tudi pri varianci so zanemarljivo majhne iste tri komponente kot pri povprečju, to so (3.4), (3.5) in (3.6).

Za določen izbor parametrov ( $K = 10$ ,  $N = 10$ ,  $L = 5$  in  $\text{SNR} = 20$  dB) predstavljamo še povprečja in variance komponent indeksa aktivnosti pri različnih razširitvenih faktorjih. Na

Tabela 5.1: Prispevki posameznih komponent indeksa aktivnosti k povprečju in varianci indeksa aktivnosti. Prvi stolpec vsebuje imena komponent in številke enačb, kjer so bile predstavljene, drugi prispevek komponente k povprečju indeksa aktivnosti in tretji prispevek komponente k varianci indeksa aktivnosti. Predstavljene so povprečne vrednosti in standardni odkloni, izračunani za 240 kombinacij parametrov.

Enačba	Komponenta	Prispevek k povprečju (%)	Prispevek k varianci (%)
(3.3)	$\mathbf{x}^T(n) \cdot \mathbf{R}_x^\# \cdot \mathbf{x}(n)$	$20,6 \pm 11,2$	$194,7 \pm 61,6$
(3.4)	$\mathbf{x}^T(n) \cdot \mathbf{R}_x^\# \cdot \mathbf{w}(n)$	$0,0 \pm 0,1$	$0,7 \pm 2,2$
(3.5)	$\mathbf{w}^T(n) \cdot \mathbf{R}_x^\# \cdot \mathbf{x}(n)$	$0,0 \pm 0,1$	$0,7 \pm 2,2$
(3.6)	$\mathbf{w}^T(n) \cdot \mathbf{R}_x^\# \cdot \mathbf{w}(n)$	$4,8 \pm 13,8$	$5,4 \pm 29,5$
(3.7)	$\mathbf{x}^T(n) \cdot \mathbf{R}_R^\# \cdot \mathbf{x}(n)$	$25,8 \pm 10,9$	$27,2 \pm 10,7$
(3.8)	$\mathbf{x}^T(n) \cdot \mathbf{R}_R^\# \cdot \mathbf{w}(n)$	$-27,5 \pm 11,1$	$32,8 \pm 9,2$
(3.9)	$\mathbf{w}^T(n) \cdot \mathbf{R}_R^\# \cdot \mathbf{x}(n)$	$-27,5 \pm 11,1$	$32,8 \pm 9,2$
(3.10)	$\mathbf{w}^T(n) \cdot \mathbf{R}_R^\# \cdot \mathbf{w}(n)$	$103,9 \pm 13,5$	$30,4 \pm 26,1$
(3.16)	$I_w(n)$	$79,4 \pm 11,2$	$48,2 \pm 32,0$
(3.2)	$I_A(n)$	$100,0 \pm 0,0$	$100,0 \pm 0,0$



Slika 5.1: Povprečje in varianca komponent indeksa aktivnosti (podsliki a in b) v odvisnosti od razširitvenega faktorja  $K$ , ostali parametri simulacije so fiksirani, in sicer 60 meritev, 10 aktivnih izvorov, dolžina odzivov  $L = 5$  vzorcev, razširitveni faktor 10 in razmerje signal-šum 20 dB. Indeks aktivnosti je razdeljen na 8 komponent po enačbi (3.2), na obeh podslikah je celotni indeks predstavljen s polno črto in polnimi krožci, prispevek šuma (3.10) s pikčasto črto in praznimi krožci, prispevki izvorov (3.3) s črtkano črto in sivimi krožci, ostale komponente pa s pikčasto črto in praznimi poudarjenimi krožci. Vrednosti komponent so izračunane diskretno, izračunane vrednosti pa so ponazorjene s krožci (črte predstavljajo zgolj linearno interpolacijo).

sliki 5.1 a) so povprečja, na sliki 5.1 b) pa variance posameznih komponent indeksa aktivnosti. Ti sliki potrjujeta rezultate iz tabele 5.1. K skupnem povprečju indeksa največ prispevajo šumne komponente (3.16), k skupni varianci pa prispevki izvorov (3.3).

### Preverjanje modela za povprečje indeksa aktivnosti

V nadaljevanju smo preizkusili vse komponente modela za povprečje indeksa aktivnosti (3.22) z istimi umetnimi signali kot smo jih predstavili na začetku podpoglavja 5.2.1. Model povprečja je predstavljen kot seštevek dveh komponent, in sicer povprečja prispevkov izvorov (3.20) in povprečja prispevka šuma (3.28). Preverjali smo, koliko se rezultat iz tega modela razlikuje od dejanskega vzorčnega povprečja indeksa aktivnosti. Označimo z  $\bar{I}_A$  vzorčno povprečje indeksa aktivnosti in z  $\hat{I}_A$  rezultat iz modela (3.22). Razliko med rezultatom modela in dejansko vrednostjo izračunamo kot

$$\text{razlika(\%)} = \frac{|\bar{I}_A - \hat{I}_A|}{\bar{I}_A} \cdot 100. \quad (5.2)$$

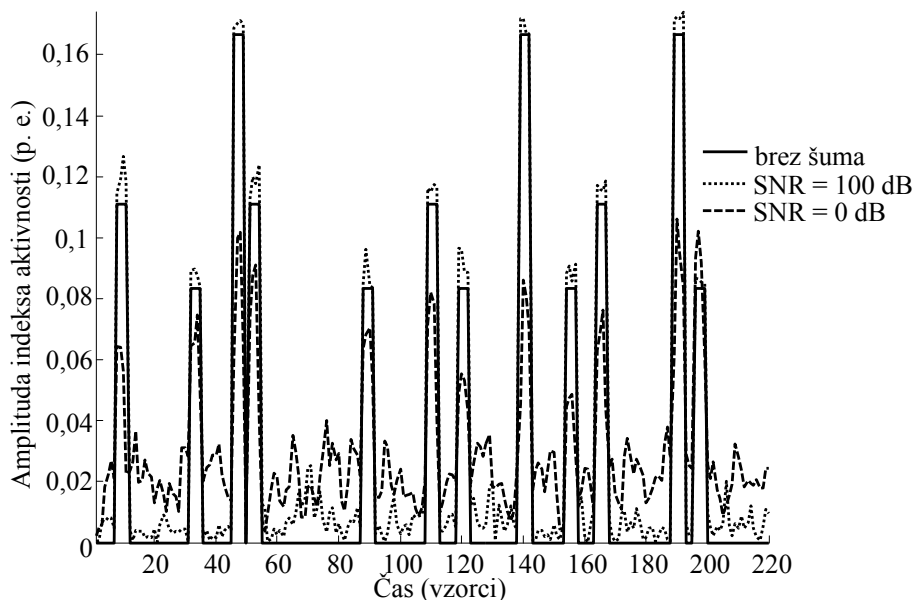
Razliko med dejansko in modelirano vrednostjo smo računali za vsako modelirano komponento posebej kot tudi za celotni indeks aktivnosti, in sicer kot povprečje in odklon preko vseh 240 kombinacij parametrov (tabela 5.2). S tem poskusom smo potrdili, da povprečje indeksa aktivnosti pri meritvah brez šuma res linearno narašča s številom izvorov in razširitvenim faktorjem, kot smo izpeljali v modelu (3.20), saj je povprečna razlika med dejansko in modelirano vrednostjo krepko pod 1 %. Rezultat je nad pričakovanji, saj so bila v umetnih signalih prisotna tudi manjša prekrivanja izvorov, ki jih v modelu (3.20) nismo zajeli. Enako velja za povprečje skupnega prispevka šuma, kjer je razlika med dejansko in modelirano vrednostjo vedno pod 1 %. Ker se obe komponenti pri povprečju celotnega indeksa seštevata, je tudi razlika za celotni indeks pod 1 %. S tem smo potrdili, da je povprečje šumnega indeksa aktivnosti res odvisno zgolj od števila meritev in razširitev, kot smo izpeljali v (3.22).

Tabela 5.2: Razlika med dejansko vrednostjo vzorčnega povprečja indeksa aktivnosti in njegovo modelirano vrednostjo po komponentah. Prvi stolpec podaja model in sklic na njegovo izpeljavo, drugi pa razliko v % med modelirano in dejansko vrednostjo za vsako komponento kot tudi za celotni indeks aktivnosti (zadnja vrstica). Razlika je izračunana po enačbi 5.2.

Model	Komponenta	Razlika (%)
(3.20)	$E[\mathbf{x}^T(n) \cdot \mathbf{R}_x^\# \cdot \mathbf{x}(n)]$	$0,1 \pm 0,3$
(3.28)	$E[I_w(n)]$	$0,8 \pm 0,1$
(3.22)	$E[I_A(n)]$	$0,6 \pm 0,1$

Model povprečja šumnega indeksa smo preizkusili še z dodatnimi simulacijami, najprej smo

preverili vpliv razmerja SNR na povprečje šumnega indeksa. Da smo izločili vpliv prekrivanja izvorov, so bili aktivni samo 3 izvori ( $N = 3$ ), dolžina sistemskih odzivov pa je bila 2 vzorca za vse izvore ( $L = 2$ ). Tako prekrivanj pri proženjih izvorov kot tudi pri celotnih impulznih odzivih ni bilo. Meritve smo razširili z razširitvenim faktorjem  $K = 10$ . Indeks aktivnosti smo izračunali pri različnih stopnjah šuma, dodanega umetnih signalom. Slika 5.2 prikazuje indekse aktivnosti pri različnih stopnjah šuma, zaradi preglednosti sta prikazani le skrajnji razmerji SNR, tj. na 100 dB in 0 dB. Kot bi pričakovali, je pri razmerju 100 dB popačenje indeksa manjše kot pri razmerju 0 dB, toda povprečje šumnega indeksa aktivnosti se je izkazalo za neodvisno od SNR.



Slika 5.2: Indeks aktivnosti pri različnih razmerjih signal-šum. Polna črta predstavlja indeks aktivnosti brez šuma, pikčasta šumni indeks aktivnosti pri SNR 100 dB, črtkana pa šumni indeks aktivnosti pri SNR 0 dB.

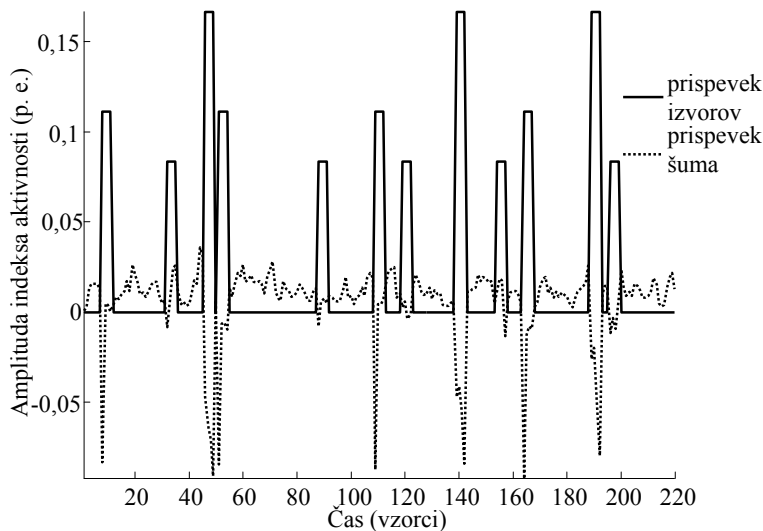
V naslednjem poskusu smo razmerje SNR fiksirali na 10 dB. To smo naredili tako, da smo tvorili šumne vzorce in jih shranili ter enake dodajali v vseh poskusih. Spreminjali pa smo parametre izvorov, in sicer prekrivanje impulzov, trenutke impulzov, sistemske odzive in tudi število izvorov. S tako spremenjenimi izvori smo simulirali meritve in jim dodali vedno isti šum. Število meritev je ostalo skozi vse poskuse nespremenjeno, saj želimo neodvisen šum, torej za vsako meritev potrebujemo ločeno realizacijo šuma.

Proučevali smo, ali na povprečje šumnega indeksa aktivnosti vplivajo prekrivanja impulzov v signalih izvorov. Vsi parametri izvorov so ostali nespremenjeni, samo trenutki impulzov so se premaknili, tako da je prišlo do prekrivanja med signali različnih izvorov. Simulirali smo 3

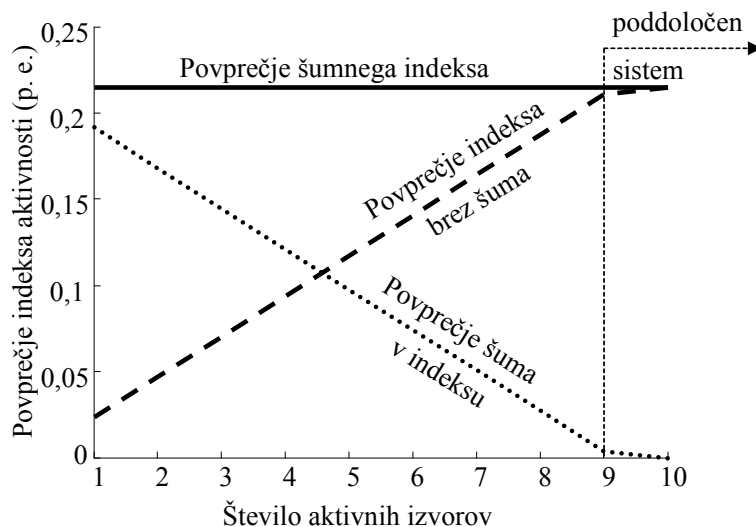
različne stopnje prekrivanja: 1, 5 in 10 % vseh vzorcev. Ugotovili smo, da je povprečje šumnega indeksa aktivnosti neodvisno od stopnje prekrivanja izvorov.

Nato smo spreminjali število impulzov v signalih posameznih izvorov. Na začetku so imeli trije simulirani izvori po 12, 9 in 6 impulzov, nato smo jih povečevali vse do 30, 40 in 50 impulzov, toda povprečje indeksa aktivnosti je ostalo nespremenjeno. Sledil je poskus s spremenjenimi sistemskimi odzivi, ki so bili naključno tvorjeni petkrat, vendar tudi to ni imelo vpliva na povprečje indeksa aktivnosti. Poskusili smo še s spremembo števila izvorov od 1 do 10 in tudi različne dolžine sistemskih odzivov od 1 do 10, vendar ta dva parametra nista vplivala na povprečje indeksa aktivnosti.

Z opisanimi simulacijami smo potrdili, da povprečje indeksa aktivnosti iz brezšumnih signalov narašča sorazmerno s številom aktivnih izvorov v meritvah in da je povprečje indeksa aktivnosti iz šumnih meritev konstantno, ne glede na število izvorov, število impulzov v signalih posameznih izvorov, sistemskih odzivov in SNR. Če ti dve ugotovitvi združimo, lahko sklepamo, da z naraščanjem števila izvorov v meritvah pada prispevek šuma v indeksu aktivnosti [57]. To trditve smo preverili tudi s simulacijami, tako da smo ločeno opazovali prispevka izvorov (3.15) in šuma (3.16) v indeksu aktivnosti (slika 5.3). Simulacijo smo izvedli na naslednji način: fiksirali smo SNR na 10 dB, število izvorov pa povečevali od 1 do 10. Rezultati simulacije so prikazani na sliki 5.4, s katere je razvidno, da z naraščanjem števila izvorov povprečje prispevkov izvorov v indeksu aktivnosti narašča, medtem ko povprečje prispevka šuma pada. Povprečje šumnega indeksa pa je vseskozi enako, kot je bilo pokazano že v prejšnjem poskusu.



Slika 5.3: Prispevek izvorov v indeksu aktivnosti (polna črta) in prispevek šuma (pikčasta črta) pri SNR 10 dB. Razvidno je, da je prispevek šuma v indeksu koreliran s prispevki izvorov, čeprav je bil signalom dodan beli, neodvisen šum.



Slika 5.4: Vzorčno povprečje prispevkov izvorov (črtkano), prispevka šuma s SNR 10 dB (pikčasto) in šumnega indeksa (polna črta) v odvisnosti od števila izvorov. Povprečje prispevka šuma v indeksu aktivnosti z naraščajočim številom izvorov pada, prispevkov izvorov raste, medtem ko povprečje celotnega indeksa aktivnosti ostaja nespremenjeno. Opomba: pri 10 izvorih je sistem enačb (2.8) poddoločen, navpična črtkana črta pa predstavlja mejo naddoločenosti sistema.

### Preverjanje modela za varianco indeksa aktivnosti

Tako kot smo v prejšnjem podpoglavju preverili izpeljani model povprečja indeksa aktivnosti, v nadaljevanju preverjamo še izpeljani model variance (3.34). Preizkusili smo vse štiri komponente modela za varianco indeksa aktivnosti (3.34) z istimi umetnimi signali, kot smo jih uporabljali v prejšnjem poskusu. Model variance šumnega indeksa je sestavljen iz seštevka štirih komponent, in sicer vsote varianc prispevkov izvorov (3.31), variance šumnega prispevka (3.32), vsote kovarianc med prispevki izvorov (3.35) in vsote kovarianc med prispevki izvorov in prispevkom šuma (3.36). Pri računanju variance indeksa aktivnosti iz brezšumnih signalov so vsote varianc prispevkov izvorov in vsote njihovih kovarianc združene v eni komponenti, tj. varianci brezšumnega indeksa aktivnosti. Preverjali smo, koliko se rezultat iz tega modela razlikuje od dejanske vzorčne variance indeksa aktivnosti. Razliko med dejansko in modelno vrednostjo prikazujemo kot razliko v odstotkih (kot v enačbi (5.2)) za vsako modelirano komponento posebej, in sicer glede na skupno vzorčno varianco. Rezultati preverjanja za model so podani v tabeli 5.3. Razlika med dejanskimi in modeliranimi vrednostmi pri varianci brezšumnega indeksa aktivnosti ((3.31) + (3.35)) znaša  $3 \pm 1\%$ . Majhno odstopanje je doseženo tudi pri kovariancah med izvori in šumom (3.36) ( $1 \pm 1\%$ ). Največje odstopanje se pojavi pri modelu variance šumnega prispevka (3.32), saj v povprečju znaša  $13 \pm 8\%$ . Model (3.43) izkazuje celotno varianco, ki odstopa od vzorčne za  $3 \pm 4\%$ , kar je zadovoljivo, saj je bil razpon parametrov pri preverjanju širok.

Tabela 5.3: Razlika med dejansko vrednostjo vzorčne variance indeksa aktivnosti in vrednostjo, izračunano iz modelov za posamezne komponente. Prvi stolpec označuje model in enačbo z njegovo definicijo, drugi pa razliko v odstotkih med modelirano in dejansko vrednostjo variance za vsako komponento posebej, na koncu pa še za celotni indeks aktivnosti.

Enačba	Komponenta	Razlika (%)
(3.31) + (3.35)	$\sum \text{var}(\mathbf{I}_{si}) +$ $\sum \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_{sj})$	$2,8 \pm 1,4$
(3.32)	$\text{var}(\mathbf{I}_w)$	$13,2 \pm 7,5$
(3.36)	$\sum \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_w)$	$1,0 \pm 0,7$
(3.43)	$\text{var}(\mathbf{I}_A)$	$3,3 \pm 3,7$

### Aproksimacija modela za varianco

Zaradi prevelikega števila neznanih parametrov smo model variance v podpoglavju 3.3.1 aproksimirali. Pri tem smo uvedli 4 nove parametre  $c_i$ ,  $i = 0, \dots, 3$ , ki jih v tem podpoglavju vrednotimo s simulacijami. Uporabljali smo umetne signale z naključnimi odzivi.

Najprej smo ocenili območja vrednosti, ki jih parametri  $c_i$  lahko zavzamejo. Vseh 5 parametrov sistema ( $L$ ,  $N$ ,  $M$ ,  $K$  in SNR) smo spreminjali v omejenih območjih, in sicer  $N, L \in \{1, 5, 10, 15, 20\}$ ,  $M \in \{10, 50, 100, 200\}$ ,  $K \in [1, 5]$  in SNR  $\in \{20, 10, 5, 0\}$  dB. Tako smo ocenili območja vrednosti, ki veljajo za parametre  $c_i$  pri različnih kombinacijah navedenih modelnih parametrov. Rezultati so zbrani v tabelah 5.4, 5.5, 5.6 in 5.7. Za vsak parameter  $c_i$  so podane naslednje vrednosti: spodnja in zgornja meja območja, povprečna vrednost in standardni odklon parametra, absolutna razlika med zgornjo in spodnjo mejo območja in relativna razlika med spodnjo in zgornjo mejo območja glede na povprečno vrednost parametra (v procentih).

Proučiti smo želeli, kako se parametri  $c_i$  spreminjajo v odvisnosti od razširitvenega faktorja  $K$ , saj želimo, da bi bili od  $K$  čimbolj neodvisni. Ker je število meritev vedno poznano, smo  $M$  fiksirali, toda preizkusili smo več možnosti ( $M \in \{10, 50, 100, 200\}$ ). V posameznih tabelah je  $M$  fiksiran, medtem ko se parametri  $L$ ,  $N$ ,  $K$  in SNR spreminjajo, kot smo navedli v prejšnjem odstavku. Spodnja in zgornja meja območja za  $c_i$  sta določeni kot najmanjša in največja vrednost parametra  $c_i$  pri vseh možnih kombinacijah  $L$ ,  $N$ ,  $K$  in SNR.

Iz tabel 5.4, 5.5, 5.6 in 5.7 je razvidno, da se pri naraščajočem številu meritev parametri  $c_i$  stabilizirajo. Pri vsaj 100 meritvah so območja parametrov  $c_i$  že zelo omejena, tako da lahko njihov razpon pričakujemo med ugotovljenima spodnjo in zgornjo mejo, in to neodvisno od kombinacij preostalih modelnih parametrov.

Če primerjamo variabilnost parametrov  $c_i$  pri 200 meritvah (tabela 5.7), vidimo, da je najbolj stabilen parameter  $c_3$ , sledijo mu  $c_0$ ,  $c_2$  in  $c_1$  z večjo variabilnostjo. Relativne razlike med spodnjo

Tabela 5.4: Območja parametrov  $c_i$  pri  $M=10$ .

Param.	Spodnja meja	Zgornja meja	Povprečje	Std. odklon	Razlika	Razlika (%)
$c_0$	$9,1 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$9,9 \cdot 10^{-2}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	16,6
$c_1$	$4,0 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$3,9 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	180,0
$c_2$	$4,2 \cdot 10^{-5}$	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-2}$	$1,4 \cdot 10^3$
$c_3$	$-5,4 \cdot 10^{-2}$	$3,0 \cdot 10^{-2}$	$6,7 \cdot 10^{-4}$	$5,8 \cdot 10^{-3}$	$8,4 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^4$

Tabela 5.5: Območja parametrov  $c_i$  pri  $M=50$ .

Param.	Spodnja meja	Zgornja meja	Povprečje	Std. odklon	Razlika	Razlika (%)
$c_0$	$9,4 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-1}$	$1,0 \cdot 10^{-1}$	$3,0 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	11,6
$c_1$	$3,1 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$6,0 \cdot 10^{-4}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	370,2
$c_2$	$6,1 \cdot 10^{-5}$	$9,6 \cdot 10^{-4}$	$7,0 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$9,0 \cdot 10^{-4}$	128,3
$c_3$	$-1,6 \cdot 10^{-3}$	$9,3 \cdot 10^{-4}$	$8,1 \cdot 10^{-4}$	$2,0 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	315,6

Tabela 5.6: Območja parametrov  $c_i$  pri  $M=100$ .

Param.	Spodnja meja	Zgornja meja	Povprečje	Std. odklon	Razlika	Razlika (%)
$c_0$	$9,1 \cdot 10^{-2}$	$1,1 \cdot 10^{-1}$	$1,0 \cdot 10^{-1}$	$4,6 \cdot 10^{-3}$	$2,0 \cdot 10^{-2}$	20,1
$c_1$	$2,3 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	$3,5 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	148,9
$c_2$	$3,7 \cdot 10^{-4}$	$9,6 \cdot 10^{-4}$	$8,2 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$6,0 \cdot 10^{-4}$	72,6
$c_3$	$5,4 \cdot 10^{-4}$	$9,1 \cdot 10^{-4}$	$8,7 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-5}$	$3,7 \cdot 10^{-4}$	42,4

Tabela 5.7: Območja parametrov  $c_i$  pri  $M=200$ .

Param.	Spodnja meja	Zgornja meja	Povprečje	Std. odklon	Razlika	Razlika (%)
$c_0$	$9,1 \cdot 10^{-2}$	$1,0 \cdot 10^{-1}$	$9,7 \cdot 10^{-2}$	$3,2 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	12,8
$c_1$	$5,6 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$4,2 \cdot 10^{-4}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	118,1
$c_2$	$5,9 \cdot 10^{-4}$	$7,1 \cdot 10^{-4}$	$6,7 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	17,7
$c_3$	$7,3 \cdot 10^{-4}$	$7,7 \cdot 10^{-4}$	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$9,6 \cdot 10^{-6}$	$3,4 \cdot 10^{-5}$	4,5

in zgornjo mejo območja glede na povprečno vrednost parametra  $c_i$  pri 200 meritvah so: 4,5 % za  $c_3$ , 12,8 % za  $c_0$ , 17,7 % za  $c_2$ , in 118,1 % za  $c_1$ .

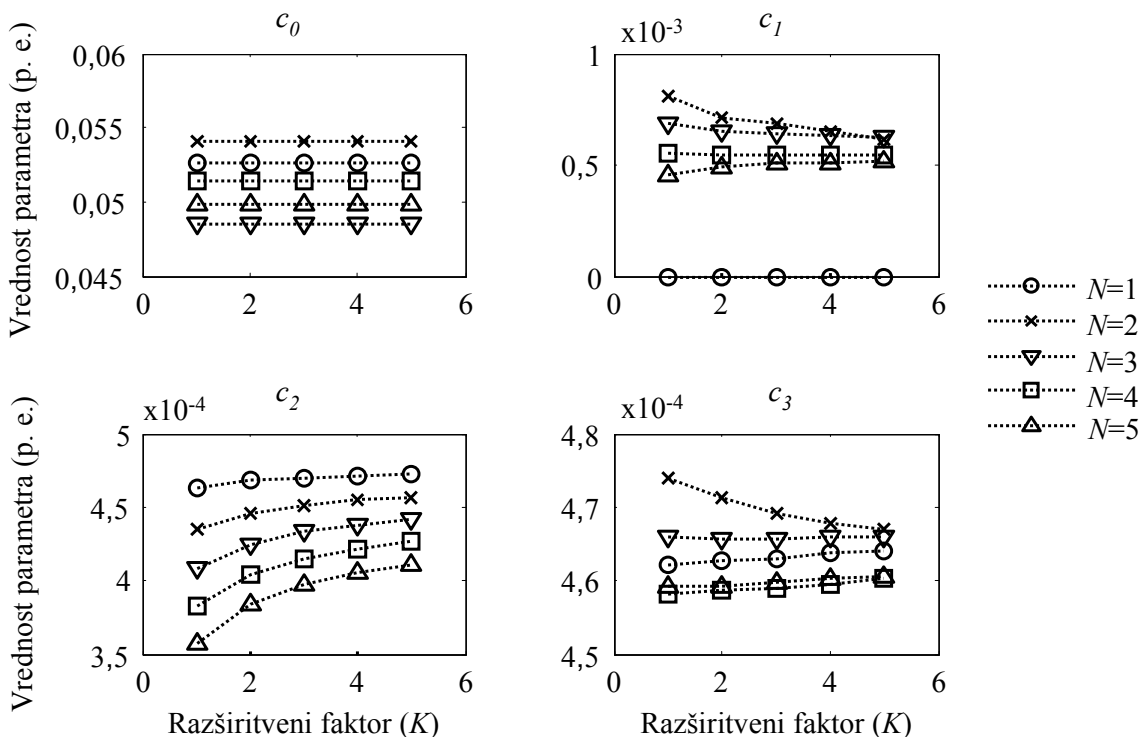
Preučevali smo tudi vrednosti parametrov  $c_i$  v odvisnosti od razširitvenih faktorjev  $K$  in števila izvorov  $N$ . Uporabili smo iste meritve kot v zgornjem primeru, le število meritev smo tokrat fiksirali na 100. Rezultate prikazujemo na sliki 5.5. Kot je razvidno s slike, parameter  $c_0$  ni odvisen od razširitvenega faktorja, medtem ko ostali trije so. Vidimo tudi, da parametri od  $c_1$  do  $c_3$  konvergirajo k stabilnim vrednostim z naraščajočim razširitvenim faktorjem. Poleg odvisnosti od razširitvenega faktorja je s slike 5.5 razvidna tudi odvisnost parametrov  $c_i$  od števila izvorov. Vrednosti parametrov  $c_1$  in  $c_2$  so obratno sorazmerne s številom izvorov. Le pri  $c_1$  obstaja izjema,



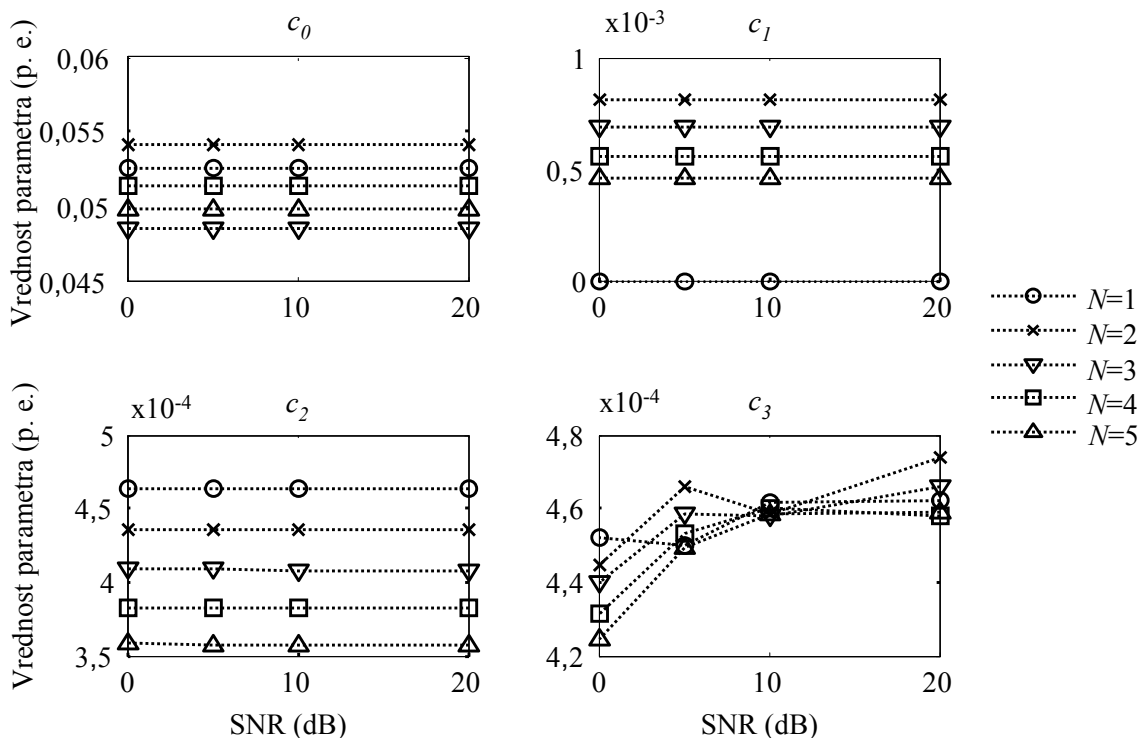
ko je aktiven samo en izvor, saj kovarianca med izvori takrat ne obstaja in je posledično  $c_1$  enak 0. Parametra  $c_0$  in  $c_3$  se s številom izvorov ne spreminjata enakomerno.

Preverili smo tudi odvisnost parametrov  $c_i$  od SNR in števila izvorov. Rezultate podaja slika 5.6. Vidimo, da so parametri  $c_0$ ,  $c_1$  in  $c_2$  neodvisni od SNR, kar je zaželena lastnost. Parameter  $c_3$  pa je v sorazmerju s SNR, vendar se spreminja zgolj v omejenem obsegu.

S pomočjo simulacij smo torej ugotovili, da se parametri  $c_i$  s številom izvorov spreminjajo v omejenem obsegu. To pomeni, da lahko število izvorov in dolžine sistemskih odzivov ocenjujemo neodvisno od parametrov  $c_i$ . Parametri  $c_i$  se tudi z razširitvenim faktorjem spreminjajo v omejenem obsegu, zato jih lahko jemljemo, kot da so pri različnih razširitvah konstantni. Na ta način lahko rešujemo enačbo (3.52) za  $N$  in  $L$  v okviru mejnih vrednosti za  $c_i$ , kakor smo jih ocenili s pomočjo simulacij in so podane v tabelah 5.4, 5.5, 5.6 in 5.7. Takšen postopek za ocenjevanje števila izvorov in dolžin sistemskih odzivov je predstavljen v poglavju 5.4.1.



Slika 5.5: Odvisnost parametrov  $c_i$  od razširitvenega faktorja  $K$  in števila izvorov  $N$ : na abscisi so razširitveni faktorji, na ordinati pa vrednosti parametrov  $c_i$ . Vsaka krivulja predstavlja različno število izvorov, kot kaže legenda. Fiksirani parametri so:  $L = 5$ ,  $M = 100$  in  $\text{SNR} = 20$  dB.



Slika 5.6: Odvisnost parametrov  $c_i$  od števila izvorov  $N$  in SNR: na abscisi so razmerja signal-šum, na ordinati pa vrednosti parametrov  $c_i$ . Vsaka krivulja predstavlja različno število izvorov, kot kaže legenda. Fiksirani parametri so:  $L = 5$ ,  $M = 100$  in  $K = 5$ .

## 5.2.2 Preverjanje z umetnimi površinskimi EMG

Izpeljane modele indeksa aktivnosti smo preverili tudi s površinskimi EMG. Uporabili smo generator umetnih površinskih EMG, kot smo ga opisali v podpoglavju 5.1.2. Tvorili smo 60 meritev dolžine 5120 vzorcev. Število aktivnih ME v meritvah se je povečevalo od 2 do 20 po koraku 2. Najprej smo tvorili signale z dvema izvoroma, nato s štirimi itd. Dolžina PME je bila 20 vzorcev, frekvence proženj ME pa so bile porazdeljene normalno s povprečjem 15 Hz in standardnim odklonom 5 Hz. Meritvam je bil dodan aditivni beli normalno porazdeljen šum z ničelnim povprečjem, ki je bil časovno in prostorsko neodvisen. Za vsako meritev je bila tvorjena nova realizacija šuma, seveda vedno z enakim razmerjem signal-šum. Preizkusili smo razmerja signal-šum od 100 do 0 dB, in sicer 100, 50, 20, 10, 5 in 0 dB. Rezultate podajamo kot povprečja in standardni odklon preko vseh 60 kombinacij spreminjajočih se parametrov (10 izvorov in 6 razmerij signal-šum). Razširitveni faktor je znašal 10, tako da je bil sistem v vseh primerih naddoločen.

## Preverjanje modela za povprečje indeksa aktivnosti

Preizkusili smo vse komponente modela za povprečje indeksa aktivnosti (3.22) še z umetnimi površinskimi EMG, na enak način kot v podpoglavju 5.2.1 s signali z naključnimi sistemskimi odzivi. Model povprečja je predstavljen kot seštevek dveh komponent, in sicer povprečja prispevkov izvorov (3.20) in povprečja prispevka šuma (3.28). Preverjali smo, koliko se rezultat iz tega modela razlikuje od dejanskega vzorčnega povprečja indeksa aktivnosti. Razliko med dejansko in modelirano vrednostjo smo računali po enačbi 5.2 za vsako modelirano komponento posebej kot tudi za celotni indeks aktivnosti, in sicer kot povprečje in odklon preko vseh 60 kombinacij parametrov (tabela 5.8).

Povprečna razlika med dejansko in modelirano vrednostjo prispevkov izvorov je znašala  $3,9 \pm 2,6$  %, kar je bilo pričakovano, saj so bila v umetnih površinskih EMG prisotna tudi prekrivanja izvorov, ki jih v modelu (3.20) nismo zajeli. Enako velja za povprečje skupnega prispevka šuma, kjer je razlika med dejansko in modelirano vrednostjo  $5,8 \pm 3,4$  %. Razlika za celotni indeks aktivnosti znaša  $7,3 \pm 2,9$  %. Ti rezultati potrjujejo pravilnost modela za povprečje indeksa aktivnosti tudi pri umetnih površinskih EMG.

Tabela 5.8: Razlika med dejansko vrednostjo vzorčnega povprečja indeksa aktivnosti in njegovo modelirano vrednostjo po komponentah. Prvi stolpec podaja model in sklic na njegovo izpeljavo, drugi pa razliko v % med modelirano in dejansko vrednostjo za vsako komponento kot tudi za celotni indeks aktivnosti (zadnja vrstica). Razlika je izračunana po enačbi 5.2.

Model	Komponenta	Razlika (%)
(3.20)	$E[\mathbf{x}^T(n) \cdot \mathbf{R}_x^\# \cdot \mathbf{x}(n)]$	$3,9 \pm 2,6$
(3.28)	$E[I_w(n)]$	$5,8 \pm 3,4$
(3.22)	$E[I_A(n)]$	$7,3 \pm 2,9$

## Preverjanje modela za varianco indeksa aktivnosti

Tako kot smo v prejšnjem podpoglavju preverili izpeljani model povprečja indeksa aktivnosti, v nadaljevanju preverjamo še izpeljani model variance (3.34). Preizkusili smo vse štiri komponente modela za varianco indeksa aktivnosti (3.34) z umetnimi površinskimi EMG, kot smo jih uporabljali v prejšnjem poskusu. Model variance šumnega indeksa je sestavljen iz seštevka štirih komponent, in sicer vsote varianc prispevkov izvorov (3.31), variance šumnega prispevka (3.32), vsote kovarianc med prispevki izvorov (3.35) in vsote kovarianc med prispevki izvorov in prispevkom šuma (3.36). Pri računanju variance indeksa aktivnosti iz brezšumnih signalov so vsote varianc prispevkov izvorov in vsote njihovih kovarianc združene v eni komponenti, tj. varianci brezšumnega indeksa aktivnosti. Preverjali smo, koliko se rezultat iz modela variance

(3.34) razlikuje od dejanske vzorčne variance indeksa aktivnosti. Razliko med dejansko in modelno vrednostjo prikazujemo kot razliko v odstotkih (kot v enačbi (5.2)) za vsako modelirano komponento posebej, in sicer glede na skupno vzorčno varianco. Rezultati preverjanja za model so podani v tabeli 5.9.

Razlika med dejanskimi in modeliranimi vrednostmi pri varianci brezšumnega indeksa aktivnosti ((3.31) + (3.35)) znaša  $1 \pm 1\%$ . Majhno odstopanje je doseženo tudi pri kovariancah med izvori in šumom (3.36) ( $6 \pm 3\%$ ). Največje odstopanje se pojavi pri modelu variance šumnega prispevka (3.32), saj v povprečju znaša  $15 \pm 7\%$ . Model (3.43) izkazuje celotno varianco, ki odstopa od vzorčne za  $7 \pm 5\%$ , kar je glede na uporabljene parametre zadovoljivo, saj je bil razpon parametrov pri preverjanju zelo širok.

Tabela 5.9: Razlika med dejansko vrednostjo vzorčne variance indeksa aktivnosti in vrednostjo, izračunano iz modelov za posamezne komponente. Prvi stolpec označuje model in enačbo z njegovo definicijo, drugi pa razliko v odstotkih med modelirano in dejansko vrednostjo variance za vsako komponento posebej, na koncu pa še za celotni indeks aktivnosti.

Enačba	Komponenta	Razlika (%)
(3.31) + (3.35)	$\sum \text{var}(\mathbf{I}_{si}) +$ $\sum \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_{sj})$	$1,4 \pm 1,2$
(3.32)	$\text{var}(\mathbf{I}_w)$	$14,6 \pm 7,3$
(3.36)	$\sum \text{kov}(\mathbf{I}_{si}, \mathbf{I}_w)$	$5,6 \pm 4,3$
(3.43)	$\text{var}(\mathbf{I}_A)$	$7,2 \pm 4,6$

### 5.3 Realni površinski EMG

Meritve površinskih EMG so potekale na Politehniku v Torinu, v laboratoriju LISiN. Pri eksperimentu je sodelovalo 10 zdravih oseb moškega spola. Meritve površinskih EMG so potekale z matriko 64 elektrod, razporejenih v 5 stolpcev in 13 vrstic in z medelektrodno razdaljo 8 mm (LISiN-SPES Medica, Italy). Elektrode so bile priključene na 128-kanalni ojačevalnik v enojnem diferencialnem načinu.

Površinski EMG so bili izmerjeni pri izometričnih skrčitvah mišice biceps brachii. Zajeti signali so bili ojačeni (faktor ojačitve 2000), filtrirani s pasovno-prepustnim sitom (pasovna širina 3 dB, od 10 do 500 Hz), vzorčeni z 2048 Hz in pretvorjeni v digitalno obliko z 12-bitnim analogno-digitalnim pretvornikom. V takšni obliki so bili shranjeni na prenosni računalnik. Sila skrčitve je bila merjena z dvema senzorjema navora (levim in desnim), ki sta bila nameščena v opornici. Delovala sta linearno v območju 0–150 Nm (TR11, CCT Transducers, Torino, Italy).

Signala iz levega in desnega senzorja navora sta bila priključena na ojačevalnik, vzorčena z 2048 Hz, pretvorjena v digitalno obliko z 12-bitnim analogno-digitalnim pretvornikom in shranjena na prenosni računalnik. Pri nadaljnji obdelavi se je za izmerjeno mišično silo upoštevalo povprečje signalov obeh senzorjev. Izmerjena mišična sila je bila tudi prikazana testnim osebkom kot povratna informacija v realnem času.

Eksperimentalni protokol je bil sestavljen iz naslednjih korakov:

- Preiskovano roko smo položili v opornico, tako da je bila v komolčnem sklepu skrčena pod kotom  $120^\circ$ .
- Najprej je bila mišica trikrat hoteno skrčena pri maksimalni sili z 2 minutama vmesnega odmora. Sile so bile izmerjene s senzorji navora pri vseh treh maksimalnih skrčitvah in za nje je bilo izračunano povprečje, kar je pomenilo maksimalno prostovoljno skrčitev (MVC) pri testirani osebi. Sledilo je 5 minut odmora.
- Za izboljšanje kontakta med elektrodami in kožo je bila koža očiščena z abrazivnim sredstvom in navlažena.
- Sledilo je določanje pozicije inervacijskega območja na opazovani mišici biceps brachii. Pozicijo inervacijskega območja smo določili pri skrčitvi z nizko silo s pomočjo linearnega polja 16 elektrod v velikosti  $10 \times 1$  mm in medelektrodno razdaljo 10 mm. Po končanem postopku je bilo linearno polje odstranjeno in koža ponovno navlažena.
- Matrika 64 elektrod je bila nameščena na distalni del mišice biceps brachii s tretjo vrstico elektrod položeno preko ocenjenega inervacijskega območja, stolpci elektrod pa so bili poravnani z mišičnimi vlakni.
- Sledilo je merjenje površinskih EMG, ki so bili izmerjeni pri:
  - konstantni skrčitvi pri 5 % MVC v trajanju 20 sekund,
  - konstantni skrčitvi pri 10 % MVC v trajanju 20 sekund,
  - konstantni skrčitvi pri 15 % MVC v trajanju 20 sekund,
  - konstantni skrčitvi pri 30 % MVC v trajanju 20 sekund,
  - skrčitvi z naraščajočo silo (3-krat) od 0 do 30 % MVC v 12 sekundah in
  - skrčitvi s padajočo silo (3-krat) od 30 do 0 % MVC v 12 sekundah.

## 5.4 Ocenjevanje dolžine sistemskih impulznih odzivov in števila izvorov

### 5.4.1 Pristop z redukcijo iskalnega prostora

V podpoglavju 5.2.1 smo predstavili razvite modele za povprečje in varianco indeksa aktivnosti. V nadaljevanju predstavljamo možnost uporabe aproksimiranega modela za varianco indeksa aktivnosti pri oceni dolžin sistemskih odzivov in števila izvorov na umetnih signalih.

Model (3.52) velja le, če so znane prave vrednosti parametrov  $c_i$ . Kot prikazuje slika 5.5, je glavni problem, da parametri  $c_i$  niso neodvisni od razširitvenega faktorja. Če bi bili, bi bila enačba (3.52) odvisna od 6 neznank ( $L, N, c_0, c_1, c_2, c_3$ ). Toda parametri  $c_i$  so odvisni od razširitvenega faktorja, kar pomeni, da zgolj z reševanjem enačbe (3.52) pri različnih razširitvah  $K$  vseh neznank ne moremo eliminirati. Vendar smo s prejšnjim poskusom pokazali, da se ti parametri spreminjajo v omejenem obsegu, to pa lahko pomaga pri oceni dolžin sistemskih odzivov in števila izvorov.

V prvi simulaciji smo parametre  $c_i$  izračunali po enačbah (3.44) do (3.50) in jih vstavili v model (3.52). V takem primeru ima model samo dve neznanki. To sta  $N$  in  $L$ , katerih vrednosti želimo oceniti. Ker imamo samo dve neznanki, je dovolj, da indeks aktivnosti izračunamo pri dveh različnih razširitvah. V tem poskusu smo izbrali  $K = 0$  in  $K = 1$ . Vrednosti ostalih parametrov so bile:  $L = 5$ ,  $M = 100$  in  $\text{SNR} = 20$  dB. Rezultate podajamo v tabeli 5.10.

Tabela 5.10: Ocena števila izvorov  $\hat{N}$  in dolžine sistemskih odzivov  $\hat{L}$ , če so parametri  $c_i$  znani: v prvem stolpcu je podano pravo število izvorov, v drugem njegova ocena in v tretjem ocena dolžine sistemskih odzivov. Prava dolžina sistemskih odzivov ( $L$ ) je bila 5 vzorcev.

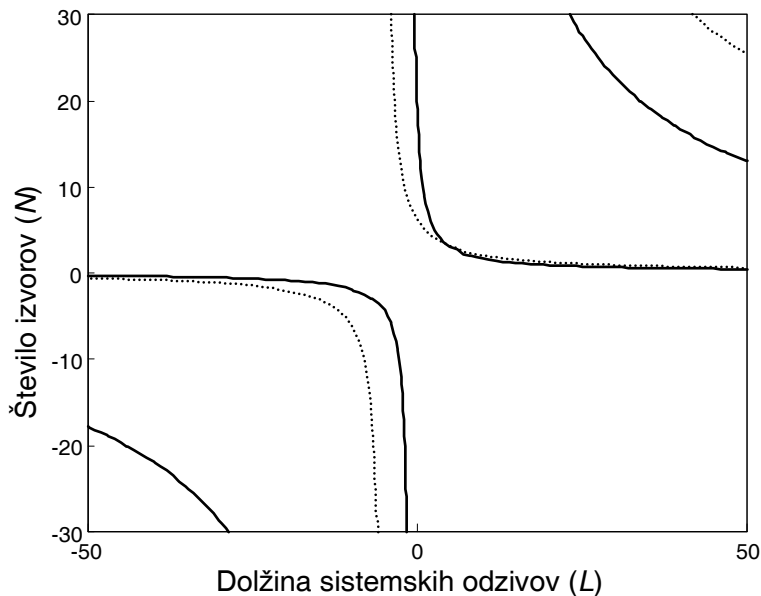
N	$\hat{N}$	$\hat{L}$
1	1,02	4,89
2	2,02	4,94
3	3,02	4,96
4	4,02	4,97
5	5,02	4,98

V naslednjem poskusu smo ocenjevali število izvorov in dolžine sistemskih odzivov, ne da bi poznali točne vrednosti parametrov  $c_i$ . Namesto njihovih pravih vrednosti smo uporabili spodnje in zgornje meje njihovih območij, ki smo jih določili v tabeli 5.6 za primer 100 meritev, tako določene parametre pa označili s  $\hat{c}_i$ . Imamo 4 parametre, vsak od njih pa lahko zaseda dve vrednosti (spodnja in zgornja meja njegovega območja), kar da 16 možnih kombinacij vrednosti parame-

trov  $\hat{c}_i$ . Ko parametre  $\hat{c}_i$  aproksimiramo na opisani način, spet ostaneta samo dve neznanki,  $N$  in  $L$ , in spet zadoščata samo dve enačbi. Izbrali smo dva različna razširitvena faktorja,  $K = 0$  in  $K = 1$ , ki smo ju vstavili v enačbo (3.52), in dobili dve kvadratni enačbi z dvema neznankama  $N$  in  $L$ . To smo naredili že v (3.66), le da smo takrat izbrali 3 različne razširitvene faktorje  $K$ .

Rešitve sistema smo iskali s pomočjo presečišča dveh kvadratnih enačb iz sistema (3.66), ki sta prikazani na sliki 5.7. Problem pri takem načinu reševanja sistema je, da imajo funkcije več presečišč in so zato možne različne rešitve. Drugi problem je, da sta enačbi kvadratni in imamo 16 možnih kombinacij vrednosti parametrov  $\hat{c}_i$ , ki dajo več možnih rešitev, zato se moramo odločiti, katera rešitev je najbližja pravilni. Za rešitve, torej ocene števila izvorov in dolžine sistemskih odzivov, smo postavili naslednje pogoje: biti morajo nenegativne in čimbližje celim številom, saj so tako dolžine sistemskih odzivov kot tudi število izvorov pozitivna cela števila.

V poskusih se je izkazalo, da na ta način vzpostavimo hiperbolični odnos med številom izvorov in njihovimi dolžinami. Sečišča so praviloma na odsekih, kjer je strmina hiperbol zelo majhna (slika 5.7). Zaradi tega že minimalna napaka v položaju ali naklonu ene od hiperbol lahko drastično premakne sečišče, kar ima za posledico zelo nestabilno delovanje ocenitvene metode in velike ocenitvene napake pri številu izvorov in njihovih dolžinah.

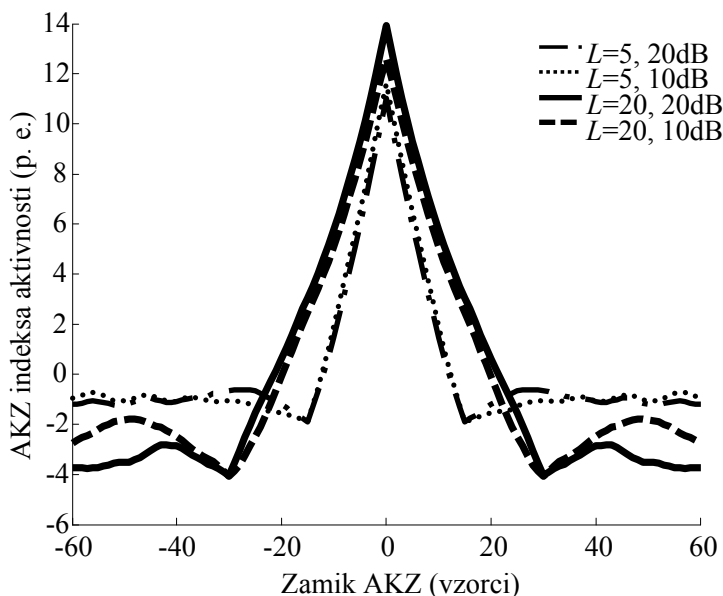


Slika 5.7: Prikaz funkcijskih vrednosti za  $L \in [-50, 50]$  in  $N \in [-30, 30]$  pri dveh različnih razširitvenih faktorjih in aproksimiranih parametrih  $\hat{c}_i$ : polne črte prikazujejo funkcijske vrednosti za  $K = 0$ , pikčaste pa za  $K = 1$ . Presečišča določajo možne rešitve za število izvorov in dolžine sistemskih odzivov.

## 5.4.2 Pristop z avtokovariančnim zaporedjem indeksa aktivnosti

V tem podpoglavju predstavljamo še drugi pristop za ocenjevanje dolžin sistemskih odzivov, in sicer pristop z AKZ, ki smo ga vpeljali v podpoglavju 3.4.1. Stabilnost in robustnost cenilke za dolžino sistemskih odzivov (3.58) smo preizkusili z umetnimi signali z naključnimi odzivi. Vsi parametri so bili enaki kot v podpoglavju 5.2.1, le število signalov smo zmanjšali na 45, saj smo želeli preizkusiti, kako se cenilka obnaša pri poddoločenosti. Dolžina signalov je bila 5000 vzorcev, razširitveni faktor pa 10.

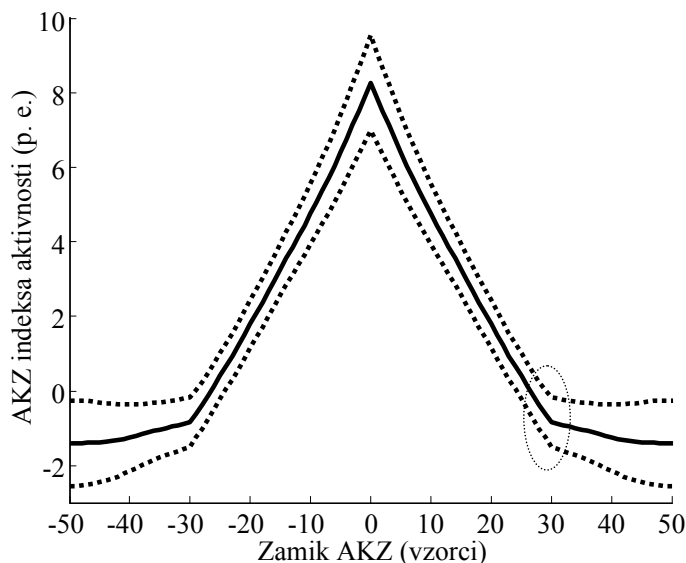
Najprej smo preverili, kako je metoda za ocenjevanje dolžine sistemskih odzivov z AKZ odporna na šum. V ta namen smo izračunali AKZ indeksa aktivnosti pri dveh različnih dolžinah sistemskih odzivov  $L = 5$  in  $L = 20$  in dveh razmerjih signal-šum 20 dB in 10 dB, pri vrednostih parametrov  $M = 45$ ,  $K = 10$  in  $N = 5$ . Rezultat je prikazan na sliki 5.8. Razvidno je, da v tem primeru šum ni vplival na mesto preloma AKZ, ki ga išče cenilka (3.58), ampak je bilo le-to odvisno zgolj od dolžine sistemskih odzivov in razširitvenega faktorja, in sicer pri premiku  $\tau = L + K$ . To je zelo zelena lastnost pri ocenjevanju dolžine sistemskih odzivov, saj je faktor razširjanja znan.



Slika 5.8: AKZ indeksa aktivnosti pri dveh različnih dolžinah sistemskih odzivov  $L = 5$  in  $L = 20$  in dveh razmerjih signal-šum 20 dB in 10 dB; vrednosti dodatnih parametrov so  $M = 45$ ,  $K = 10$  in  $N = 5$ . AKZ pri  $L = 20$  in SNR 20 dB je predstavljeno s polno črto, pri  $L = 20$  in SNR 10 dB črtkano, pri  $L = 5$  in SNR 20 dB črtkano-pikčasto in pri  $L = 5$  in SNR 10 dB s pikčasto črto. Vidni sta dve mesti s prelomom AKZ, in sicer pri zamiku 15 in 30. Prelom pri zamiku 15 nastane pri obeh AKZ z dolžino odzivov  $L = 5$ , pri zamiku 30 pa pri obeh AKZ z dolžino odzivov  $L = 20$ . Prelom AKZ torej nastopi pri zamiku  $L + K$ .



Robustnost AKZ smo preverili še natančneje z naslednjo simulacijo, v kateri smo preverili odvisnost AKZ od šuma in od oblike sistemskih odzivov. Vrednosti fiksnih parametrov simulacije so bile:  $M = 45$ ,  $K = 10$ ,  $N = 5$  in  $L = 20$ . Simulacija je potekala na naslednji način: 30-krat je bil ustvarjen sistem z novo realizacijo naključnih sistemskih odzivov, za vsako realizacijo sistema smo preverili 4 razmerja signal-šum ( $\text{SNR} \in \{20, 15, 10, 5\}$  dB) in 30 realizacij šuma pri vsakem od izbranih SNR, skupno torej 3600 simulacijskih tekov. AKZ indeksa aktivnosti je kot povprečje preko 3600 simulacijskih tekov prikazano na sliki 5.9. Ne glede na šum in realizacijo sistemskih odzivov je mesto preloma indeksa aktivnosti vedno pri zamiku  $\hat{L} + K = 30$ .



Slika 5.9: AKZ indeksa aktivnosti, narisano kot povprečje preko 3600 simulacijskih tekov (30 realizacij sistemskih odzivov, 4 vrednosti SNR in 30 realizacij šuma za vsak SNR) pri vrednostih parametrov  $M = 45$ ,  $K = 10$ ,  $N = 5$  in  $L = 20$ . Povprečno AKZ je prikazano s polno črto, standardni odklon pa s pikčasto. Cenilka (3.58) išče mesto preloma, ki je na sliki obkroženo (v tem primeru znaša zamik  $\hat{L} + K = 30$ ).

Proučevali smo tudi dve različni dolžini sistemskih odzivov,  $L \in \{5, 20\}$  vzorcev, in 4 števila izvorov  $N \in \{5, 10, 15, 20\}$ , kar znaša skupno 8 kombinacij. Za vsako kombinacijo ( $L$ ,  $N$ ) smo preizkusili 4 vrednosti SNR,  $\text{SNR} \in \{20, 15, 10, 5\}$  dB, in 30 simulacij MC pri vsakem SNR. Kompletno simulacijo smo ponovili 30-krat, vsakič z drugimi, naključno ustvarjenimi sistemskimi odzivi. V vsakem simulacijskem teku smo z uporabo modela (3.58) ocenili dolžino sistemskih odzivov, rezultati pa so podani v tabeli 5.11. Rezultati razkrivajo, da je napaka pri oceni dolžine sistemskih odzivov zanemarljivo majhna ne glede na število aktivnih izvorov in SNR za  $L = 5$  (tabela 5.11). Enako velja za daljše sistemske odzive ( $L = 20$ ) v primeru naddoločenosti, ko je SNR večji kot 10 dB. V vseh primerih, ko je  $L = 20$  in  $N = 20$ , je sistem poddoločen,

toda največja povprečna napaka ocene ostaja znotraj 20 %. Razvita metoda za oceno dolžin sistemskih odzivov se je izkazala za robustno vse do SNR 5 dB, če je bil sistem naddoločen (tabela 5.11).

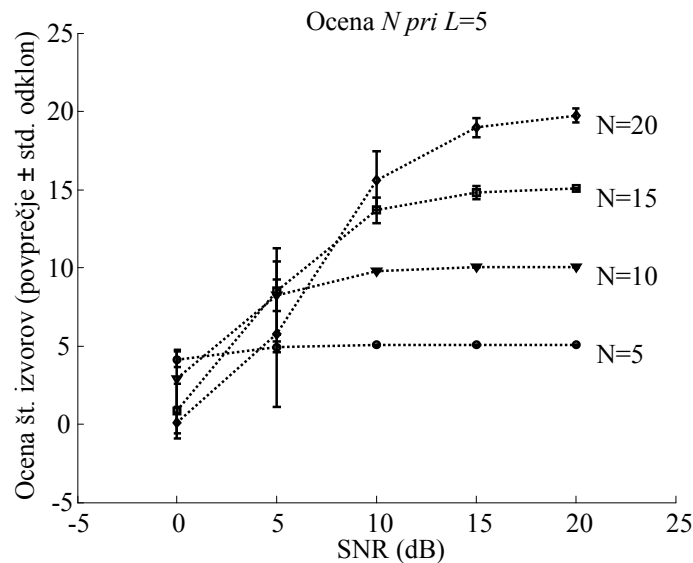
Tabela 5.11: Ocena dolžin sistemskih odzivov z uporabo modela (3.58). Vrednosti so podane kot povprečje  $\pm$  standardni odklon. Parametri sistema so:  $M = 45$ ,  $K = 10$ ,  $L = 5$  in  $L = 20$ , število izvorov  $N \in \{5, 10, 15, 20\}$  in  $\text{SNR} \in \{20, 15, 10, 5\}$  dB. Pri vrednostih parametrov  $L = 20$  in  $N = 20$  imamo opravka s poddoločenim sistemom.

SNR (dB)	$N = 5$		$N = 10$		$N = 15$		$N = 20$	
	$L = 5$	$L = 20$	$L = 5$	$L = 20$	$L = 5$	$L = 20$	$L = 5$	$L = 20$
20	$5 \pm 0$	$20 \pm 0$	$5 \pm 0$	$20 \pm 0$	$5 \pm 0$	$20 \pm 0$	$5 \pm 0$	$19 \pm 0$
15	$5 \pm 0$	$20 \pm 0$	$5 \pm 0$	$20 \pm 0$	$5 \pm 0$	$20 \pm 0$	$5 \pm 0$	$19 \pm 0$
10	$5 \pm 0$	$20 \pm 0$	$5 \pm 0$	$20 \pm 0$	$5 \pm 0$	$19 \pm 1$	$5 \pm 0$	$18 \pm 1$
5	$5 \pm 0$	$20 \pm 0$	$5 \pm 0$	$19 \pm 1$	$5 \pm 0$	$16 \pm 3$	$5 \pm 0$	$16 \pm 4$

Ocenjene dolžine sistemskih odzivov smo uporabili pri določanju števila izvorov v konvolutivnih mešanica po enačbi (3.64). Število izvorov smo zaradi omejitev metode določali le pri krajših sistemskih odzivih ( $L = 5$ ), rezultati pa so predstavljeni v tabeli 5.12 in na sliki 5.10. Kot je bilo pričakovano, je število izvorov podocenjeno pri nizkih SNR zaradi napačne ocene števila multiplikativnih izvorov, čeprav je ocena dolžine odzivov  $\hat{L}$  v teh primerih pravilna. Problemi, povezani s cenilko števila izvorov v multiplikativnih mešanica, so obravnavani v [37].

Tabela 5.12: Ocena števila izvorov  $\hat{N}$ , izhajajoča iz ocene števila multiplikativnih izvorov pri znani dolžini sistemskih odzivov  $L = 5$ .

SNR (dB)	$N = 5$	$N = 10$	$N = 15$	$N = 20$
20	$5 \pm 0$	$10 \pm 0$	$15 \pm 0$	$20 \pm 0$
15	$5 \pm 0$	$10 \pm 0$	$15 \pm 0$	$19 \pm 1$
10	$5 \pm 0$	$10 \pm 0$	$14 \pm 1$	$16 \pm 3$
5	$5 \pm 0$	$8 \pm 1$	$9 \pm 3$	$4 \pm 6$



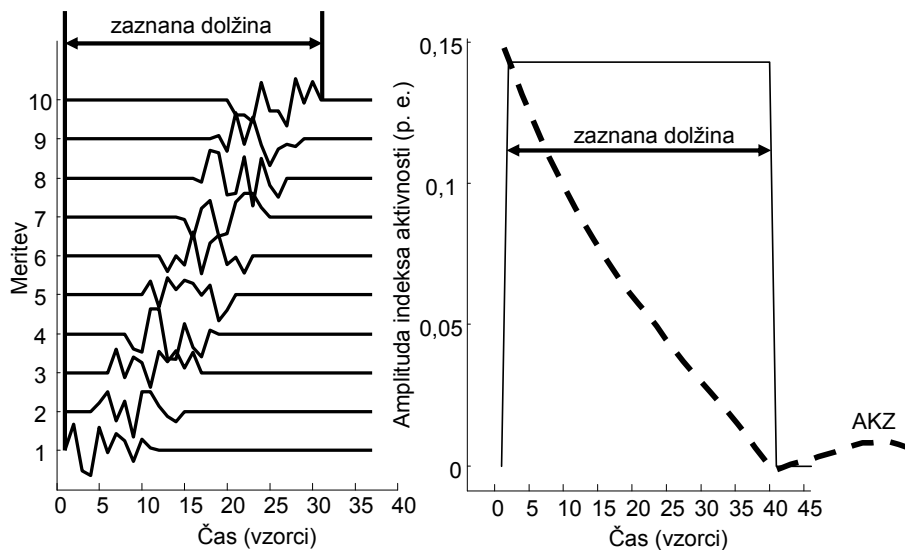
Slika 5.10: Povprečja ocen števila izvorov  $\hat{N}$ , izhajajoča iz ocene števila multiplikativnih izvorov pri znani dolžini sistemskih odzivov  $L = 5$ , različnem številu izvorov  $N = 5, 10, 15, 20$  in vrednostih SNR 20, 15, 10, 5 in 0 dB. Ocene so izračunane diskretno in so ponazorjene z znaki, črtkane črte pa predstavljajo interpolacijo med izračunanimi vrednostmi. Ocene pri 5 aktivnih izvorih so označene s krožci, pri 10 izvorih s trikotniki, pri 15 izvorih s kvadrati in pri 20 izvorih z znaki karo. Navpične črte označujejo standardne odklone.

### 5.4.3 Ocenjevanje dolžin PME in števila ME v površinskem EMG

Ocenjevanje dolžin PME predstavlja primer uporabe razvite metode za ocenjevanje dolžin sistemskih odzivov na površinskih EMG. Dolžine PME smo ocenjevali s pomočjo AKZ indeksa aktivnosti (3.56). Pri površinskem EMG je treba upoštevati tudi poseben primer, ko so PME v vzporednih opazovanih signalih različno zakasnjeni (če opazujemo signale vzdolž mišičnih vlaken). V takem primeru z AKZ ocenimo dolžino PME, povečano za maksimalno zakasnitev potenciala v vseh opazovanih signalih (slika 5.11).

Dolžino PME v realnih površinskih EMG smo ocenjevali na enak način kot pri umetnih signalih v podpoglavju 5.4.2. Uporabili smo realne površinske EMG, ki so bili izmerjeni v postopku, opisanem v podpoglavju 5.3. Iz realnih signalov smo izračunali indeks aktivnosti (3.17) in njegovo AKZ (3.56), s pomočjo katerega smo ocenili dolžine PME. Rezultati so zbrani v tabeli 5.13.

Ocenjene dolžine PME smo pri realnih površinskih EMG preverili tako, da smo signale tudi dekomponirali s pomočjo orodja DEMUSE [50]. Trajanje dekomponiranih PME smo ocenili vizualno, in sicer tako, da smo ugotovili njihov začetek in konec na tistih mestih, kjer signal

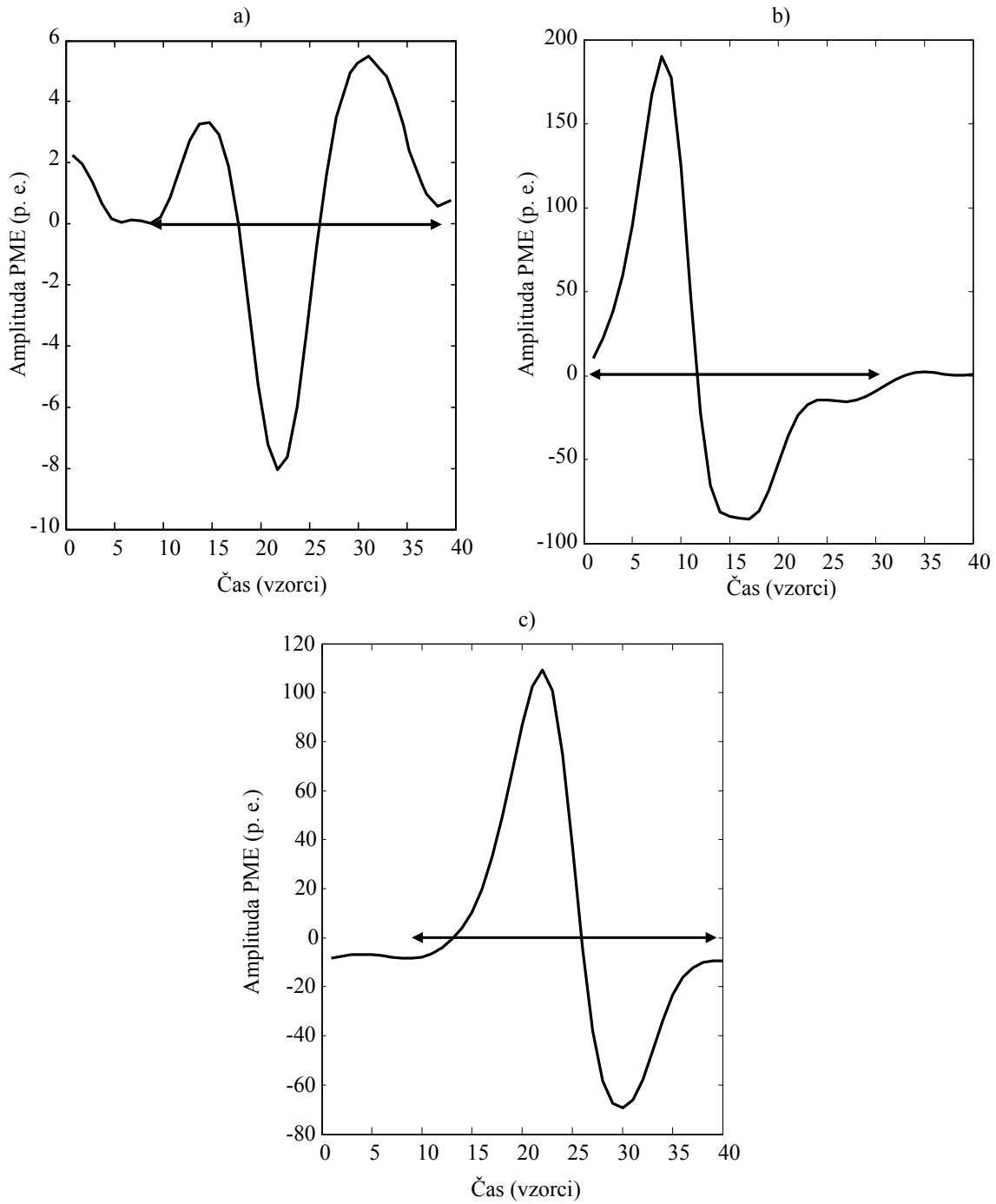


Slika 5.11: Ocenjevanje dolžin impulznih odzivov pri različnih zakasnitvah odzivov, kakor se pojavljajo pri površinskem EMG, če so elektrode postavljene vzdolž mišičnih vlaken. Levo so prikazani različno zakasneni impulzni odzivi, desno pa pripadajoči odsek indeksa aktivnosti in pozitivni del AKZ indeksa aktivnosti. Vidimo, da v indeksu aktivnosti ne ločimo med dolžino odziva in zakasnitvijo odziva v različnih meritvah, temveč zaznamo dolžino odziva, povečano za največji premik.

zapusti stabilni nivo ali se nanj vrne. Tako ocenjene dolžine PME smo primerjali z ocenami, dobljenimi s pomočjo AKZ (tabela 5.13). Na sliki 5.12 so trije dekomponirani PME osebe 3 iz tabele 5.13 pri 10% MVC, s puščicami pa so označene dolžine odzivov v vzorcih, kot so bile ocenjene vizualno. Te dolžine so: 30 vzorcev za sliko a), 31 vzorcev za sliko b) in 32 vzorcev za sliko c). Z AKZ je bila dolžina odzivov ocenjena na 31 vzorcev, kar pomeni 15,1 ms.

Tabela 5.13: Ocena dolžine PME in števila ME v realnih površinskih EMG, izmerjenih po postopku, predstavljenem v podpoglavju 5.3. Ocene veljajo za površinski EMG, izmerjen na mišici biceps brachii pri 10 testiranih osebah in pri konstantni skrčitvi z 10 % MVC v trajanju 5 sekund. Pri računanju indeksa aktivnosti smo uporabili dva razširitvena faktorja, in sicer  $K = 5$  in 10. Prvi stolpec označuje osebo, drugi uporabljeni razširitveni faktor, tretji ocenjeno dolžino sistemskih odzivov v vzorcih, četrti oceno števila multiplikativnih izvorov z metodo MDL in peti oceno števila aktivnih ME v opazovanih signalih. Pri oceni števila ME smo izhajali iz predpostavke, da je dolžina PME konstantna za vse ME.

Oseba	Razširitveni faktor	Ocena dolžine PME (vzorci)	Ocena MDL	Ocena števila ME
1	5	31	358	8,7
	10	24	656	19,3
2	5	35	359	7,9
	10	25	657	18,7
3	5	36	359	7,8
	10	31	659	16,0
4	5	37	358	7,6
	10	30	657	16,4
5	5	11	357	17
	10	28	657	17,2
6	5	10	358	17,9
	10	7	657	38,6
7	5	22	359	11,2
	10	22	659	20,5
8	5	28	359	9,4
	10	25	658	18,8
9	5	22	357	11,1
	10	19	659	22,7
10	5	33	357	8,3
	10	26	657	18,2

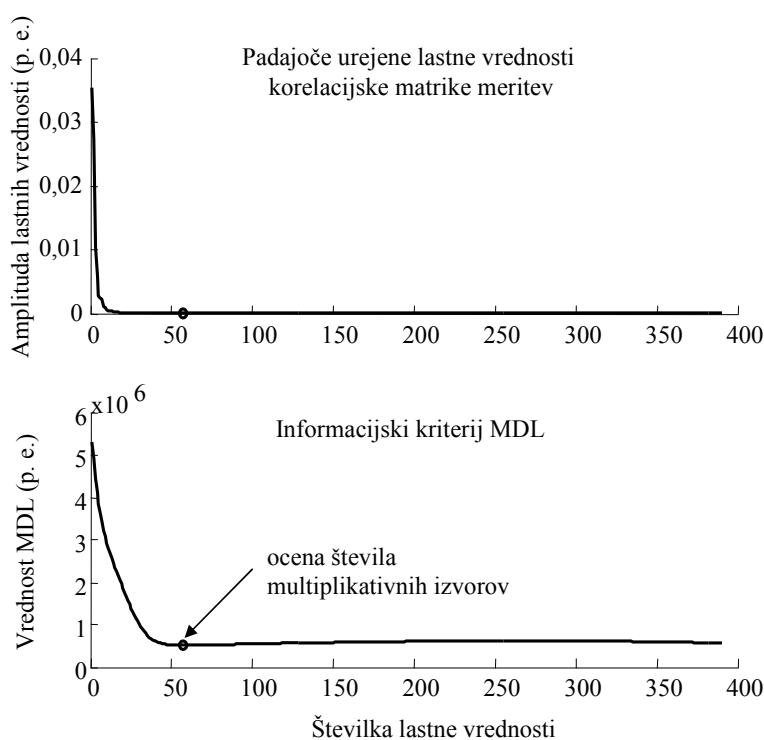


Slika 5.12: PME, ki pripada prvi (a), drugi (b) in tretji dekomponirani ME (c) pri osebi 3 in pri konstantni skrčitvi z 10 % MVC. Puščica označuje dolžino PME, ki je bila razpoznana vizualno.

## Ocena števila ME v površinskem EMG

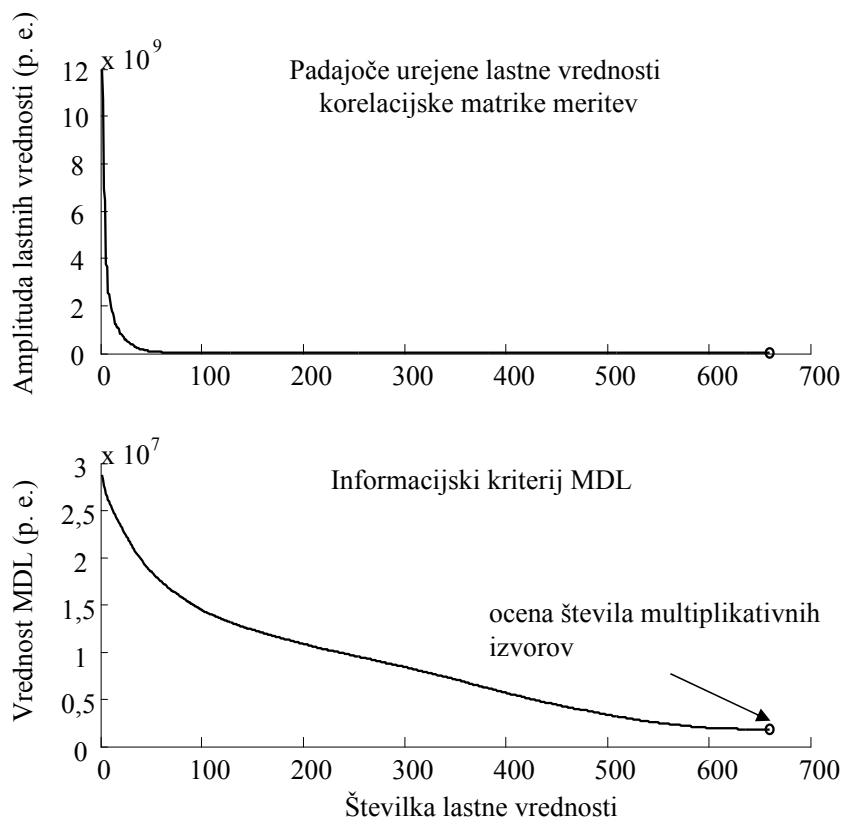
Število ME smo ocenjevali s kombiniranim pristopom (3.64), pri katerem najprej ocenimo dolžine PME z uporabo metode z AKZ, nato ocenimo še število ME s pristopom za multiplikativne mešanice. Za ocenjevanje števila izvorov v multiplikativnih mešanicah smo uporabili pristop MDL, ki temelji na lastnih vrednostih korelacijske matrike meritev. Pristop MDL poskuša najti mejo med dominantnimi lastnimi vrednostmi in lastnimi vrednostmi šuma.

Primer z umetnimi površinskimi EMG je prikazan na sliki 5.13, kjer so bili uporabljeni naslednji parametri: 60 meritev dolžine 2048 vzorcev, 5 razširitev, 3 aktivne ME, dolžina PME 11 vzorcev in SNR 30 dB. Dolžine PME smo pravilno ocenili na 11 vzorcev, število multiplikativnih izvorov pa na 57 (slika 5.13). Število ME, ki jih lahko zaznamo v opazovanih signalih, znaša po enačbi (3.64)  $57/(11+5)$ , torej največ 3 ME. Ta primer z umetnimi površinskimi EMG nakazuje, da daje razviti pristop za oceno števila aktivnih ME reprezentativne rezultate.



Slika 5.13: Ocenjevanje števila multiplikativnih izvorov s pomočjo lastnih vrednosti korelacijske matrike za umetni površinski EMG. Na zgornji sliki so padajoče urejene lastne vrednosti korelacijske matrike razširjenih meritev. Samo s pomočjo lastnih vrednosti v tem primeru ne moremo oceniti števila izvorov, zato si pomagamo še z informacijskim kriterijem MDL, s pomočjo katerega iščemo mejo med dominantnimi lastnimi vrednostmi in lastnimi vrednostmi, ki pripadajo šumu (spodnja slika). V zgornjem primeru ta kriterij doseže minimum pri 57, kar je na sliki označeno s krožcem, in pomeni, da je bilo zaznanih 57 multiplikativnih izvorov.

Primer ocenjevanja števila aktivnih ME pri realnih površinskih EMG je prikazan na sliki 5.14. Uporabljeni so bili površinski EMG osebe 3 iz tabele 5.13 pri konstantni skrčitvi z 10 % MVC, in sicer 54 meritev dolgih 5 sekund, razširitveni faktor pa je bil 10. S pomočjo AKZ indeksa aktivnosti smo ocenili dolžine PME na 31 vzorcev (13 ms), število zaznanih multiplikativnih izvorov pa na 659 (tabela 5.13, vrstica 6). Iz teh ocen lahko s pomočjo enačbe (3.64) napovemo, koliko ME lahko največ zaznamo v opazovanem površinskem EMG. Izračunamo  $659/(31+10)$  in dobimo 16.



Slika 5.14: Ocenjevanje števila multiplikativnih izvorov s pomočjo lastnih vrednosti korelacijske matrike za realni površinski EMG. Na zgornji sliki so padajoče urejene lastne vrednosti korelacijske matrike razširjenih meritev. Samo s pomočjo lastnih vrednosti v tem primeru ne moremo oceniti števila izvorov, zato si pomagamo še z informacijskim kriterijem MDL, s pomočjo katerega iščemo mejo med dominantnimi lastnimi vrednostmi in lastnimi vrednostmi, ki pripadajo šumu (spodnja slika). V primeru realnih površinskih EMG v večini primerov ta kriterij doseže minimum pri največji možni vrednosti, to je rang korelacijske matrike, kar je na sliki označeno s krožcem.



## 5.5 Uporaba indeksa aktivnosti s SVR za izboljšavo dekompozicije CKC

V tem podpoglavju pokažemo, kako lahko uporabimo indeks aktivnosti s SVR za izboljšavo dekompozicije signalov EMG. Pozorni smo predvsem na mesta, na katerih se pojavi prekrivanje pri odzivih izvorov. Kot smo pokazali v podpoglavju 4.4, se za vsak prekrivajoči se vzorec v impulznih odzivih pojavi v indeksu aktivnosti nov umetni izvor. Značilnost teh izvorov je, da imajo manjše število proženj kot pravi izvori, saj se delovanje pravih izvorov nikoli ne prekriva v popolnosti, tj. pri vseh proženjih. Število proženj posameznega izvora pa vpliva na amplitudo njegovega prispevka v indeksu aktivnosti, kot smo pokazali v podpoglavju 3.1. Prispevek izvora z manj proženji ima v indeksu aktivnosti višjo amplitudo kot prispevek izvora z več proženji, saj sta število proženj izvora in amplituda njegovega prispevka v indeksu aktivnosti obratno sorazmerna. Mesta, na katerih se pojavijo prekrivanja, lahko torej odkrivamo s povišano amplitudo indeksa aktivnosti, ki je bil izračunan s SVR.

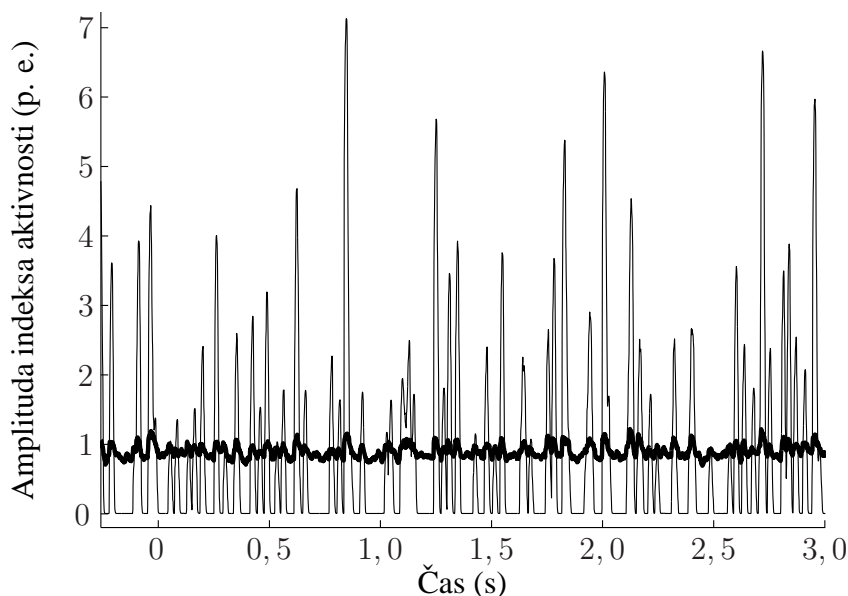
### 5.5.1 Umetni površinski EMG

Umetni površinski EMG so bili tvorjeni na način, opisan v podpoglavju (5.1.2). Spreminjali smo dva parametra, in sicer število ME v korakih 5, 10, 15, 20 in 25 ter SNR 5 ali 20 dB. Skupno je bilo tako izvedenih 10 simulacijskih tekov. Preverjali smo število vlakov impulzov, ki jih lahko zaznamo z orodjem DEMUSE [50], če uporabimo statistike različnih redov s Tihonovo regularizacijo [101] ali brez nje. Rezultati so zbrani v tabeli 5.14. Kljub temu, da smo rekonstruirane vlake preverili in izločili podvojitve, se pri 5 aktivnih izvorih izkaže, da s statistikami 3. reda z regularizacijo zaznamo 6 vlakov, s statistikami 4. reda pa 7. Z uporabo SVR torej zaznamo več vlakov, kot je originalnih izvorov. S tem smo potrdili domnevo, da se pri uporabi SVR zaradi prekrivanj v delovanju izvorov pojavljajo novi izvori, kot smo pokazali v podpoglavju 4.4. V primerih, ko je aktivnih več kot 5 izvorov, ne glede na red uporabljene statistike zaznamo manj izvorov kot jih je prisotnih v signalih. Poleg originalnega pristopa s statistikami 2. reda se za najbolj stabilne izkažejo statistike 4. reda brez regularizacije, sledijo statistike 4. reda z regularizacijo, 3. reda brez regularizacije in 3. reda z regularizacijo. Iz teh rezultatov sledi, da Tihonova regularizacija ne prispeva k zaznavi večjega števila izvorov.

Z istimi signali smo preizkusili tudi vpliv izbire začetne točke na rekonstrukcijo vlakov impulzov. Začetne točke smo izbrali glede na razliko med indeksoma aktivnosti 2. in 4. reda. Kot je razvidno s slike 5.15, prihaja med indeksoma do različnih odstopanj. Glede na razlike v amplitudah indeksov smo izbirali trenutke, kjer se indeksa zelo, srednje ali malo razlikujeta, in jih razdelili v tri različne množice  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  in  $\mathcal{C}$ . V množici  $\mathcal{A}$  so trenutki, kjer je razlika med inde-

Tabela 5.14: Število zaznanih vlakov impulzov v umetnih površinskih EMG z orodjem DE-MUSE pri uporabi statistik različnih redov. V prvem stolpcu je število ustvarjenih vlakov, v drugem SNR, v naslednjih stolpcih pa si zaporedno sledijo število vlakov impulzov, zaznanih z uporabo statistik 2. reda, 3. reda brez regularizacije, 3. reda s Tihonovo regularizacijo, 4. reda brez regularizacije in 4. reda s Tihonovo regularizacijo. V zadnji vrstici sta povprečje in standardni odklon zaznanega števila izvorov pri posamezni statistiki.

Št. izvorov	SNR (dB)	2. red	3. red	3. red z reg.	4. red	4. red z reg.
5	20	4	4	6	7	7
5	5	5	3	2	2	4
10	20	5	6	7	4	4
10	5	5	6	5	6	2
15	20	7	1	1	7	7
15	5	9	8	3	7	4
20	20	7	1	1	7	7
20	5	7	3	2	7	3
25	20	8	2	2	9	4
25	5	7	1	3	5	2
povp. ± std. odklon		6,4 ± 1,6	3,5 ± 2,5	3,2 ± 2,1	6,1 ± 2,0	4,4 ± 1,9



Slika 5.15: Primerjava indeksov aktivnosti, računanih s statistikami 2. reda (poudarjena črta) in statistikami 4. reda (tanka črta). Na abscisi je čas, na ordinati pa amplituda indeksa aktivnosti v poljubnih enotah. Razvidno je, da statistike 4. reda izničijo gaussovski šum, dodan umetno tvorjenim signalom, in poudarijo mesta aktivnosti izvorov.

ksoma velika, v množici  $\mathcal{B}$  so trenutki, kjer je razlika srednja, in v množici  $\mathcal{C}$  so trenutki, kjer se indeksa zelo malo razlikujeta. Razpon amplitudnih vrednosti za te tri razrede smo določili grede na maksimalno vrednost indeksa aktivnosti pri 4. redu:  $\max(\mathbf{I}_{A,4})$ . Če je razlika amplitud za 2. in 4. red indeksa aktivnosti med 0 in tretjino maksimuma  $\max(\mathbf{I}_{A,4})$ , uvrščamo izbrane trenutke v razred  $\mathcal{C}$ , med tretjino in dvema tretjinama maksimuma v razred  $\mathcal{B}$  in nad dvema tretjinama v razred  $\mathcal{A}$ . Enako delitev smo uporabili za vse signale, tako umetne kot tudi realne.

Izbiro točk za vse tri množice smo naredili samodejno po naslednjem postopku. Najprej smo izbrali lokalne maksimume v vsakem od treh pasov s pomočjo prvega odvoda, nato smo se od vsakega izbranega maksimuma vračali v času do prvega lokalnega minimuma. Za začetno točko dekompozicije je bil izbran trenutek, ki je od najdenega lokalnega minimuma premaknjen v času za razširitveni faktor naprej. V vsako množico smo izbrali 10 točk, označili smo tudi, kolikšen delež vseh točk na danem območju to predstavlja. Želeli smo preizkusiti, ali izbira začetnih trenutkov vpliva na število rekonstruiranih vlakov impulzov. Z vsakim izbranim začetnim trenutkom posebej smo pognali orodje DEMUSE in preverjali število rekonstruiranih vlakov impulzov, kot je prikazano v tabeli 5.15. Zaznanih vlakov v prvem poskusu nismo dodatno preverjali, da bi ugotavljali njihove podobnosti ali anomalije. V povprečju je bilo največ vlakov zaznanih pri začetnih trenutkih iz množice  $\mathcal{C}$ , sledili sta množici  $\mathcal{B}$  in  $\mathcal{A}$ . To potrjuje našo domnevo, da je najboljša izbira začetnih točk na mestih, kjer je mogoče zaznati najmanjšo aktivnost izvorov, kar vodi k sklepu, da je tam aktiven en sam izvor. Takšna mesta lahko zaznamo s primerjavo amplitud indeksov 2. in 4. reda, ki sta pri popolni kompenzaciji na takih mestih enaka. Samo iz indeksa aktivnosti, izračunanega, recimo, s statistikami 2. reda, je takšna mesta nemogoče določiti.

Nadalje smo za vse rekonstruirane vlake tudi preverili, ali vsebujejo impulz na mestu, izbranim za začetno točko v dekompoziciji, pri čemer smo dovoljevali odstopanje najbližjega impulza od tega mesta v obe smeri za razširitveni faktor  $K$ . Dekompozicija z orodjem DEMUSE namreč poteka tako, da se lahko začetna točka, ki določa izbiro nekega vlaka impulzov, zamenja z drugo točko, ki opredeljuje pravilnejši vlak impulzov. Če rekonstruirani vlak ni vseboval impulza na zelenem mestu, smo ga zato izločili, ker je postopek sam odredil drugo začetno točko in ni izhajal iz tiste, ki smo mu jo določili, sicer pa smo ga šteli za pravega. Če upoštevamo samo tako opredeljene prave rekonstruirane vlake, njihovo število prikazuje tabela 5.16, ki predstavlja selekcijo vlakov iz 5.15. Največ pravilnih vlakov je bilo zaznanih z začetnimi točkami iz množice  $\mathcal{C}$ , sledi množica  $\mathcal{B}$ , medtem ko se je število zaznanih vlakov s trenutki iz množice  $\mathcal{A}$  močno poslabšalo, kar nakazuje na to, da vlaki, zaznani s trenutki iz množice  $\mathcal{A}$ , niso bili tisti, ki bi jih naj določalo izbrano začetno mesto.

Pri izbiri začetnih trenutkov se lahko zgodi tudi, da večkrat izberemo impulz istega vlaka, saj iz indeksa aktivnosti to ni razvidno. Tako se lahko zgodi, da se med vlaki, ki so predstavljeni v tabelah 5.15 in 5.16, pojavijo tudi podvojitve. Podvojene rekonstruirane vlake smo zato izločili,

Tabela 5.15: Zaznava vlakov impulzov glede na tri množice začetnih trenutkov v umetnih površinskih EMG. V vsaki množici je 10 točk, in sicer množica  $\mathcal{A}$  označuje točke, kjer nastopi velika razlika med indeksom aktivnosti 2. in 4. reda, v množici  $\mathcal{B}$  je razlika srednja, v množici  $\mathcal{C}$  pa majhna. Zadnji trije stolpci predstavljajo, kolikšen delež vseh točk na danem območju predstavlja 10 izbranih točk v vsaki množici. Rezultati v tej tabeli ustrezajo številu dekomponiranih vlakov, za katere nismo preverjali, ali se morda večkrat ponavljajo in ali vsebujejo impulz tudi na izbranem začetnem mestu. Zadnja vrstica podaja povprečje in standardi odklon za število zaznanih vlakov za vsako množico začetnih točk posebej.

Št. izvorov	SNR (dB)	Št. rekonstruiranih vlakov za točke iz množice			Delež točk v		
		$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{C}$	$\mathcal{A}$ (%)	$\mathcal{B}$ (%)	$\mathcal{C}$ (%)
5	20	9	8	9	67	14	6
5	5	7	8	10	43	9	6
10	20	7	9	7	63	11	4
10	5	5	9	10	50	7	5
15	20	6	5	8	77	10	3
15	5	2	5	5	93	11	2
20	20	4	6	6	82	8	3
20	5	5	7	6	98	6	2
25	20	9	10	9	67	10	3
25	5	6	7	8	98	6	2
pov. $\pm$ std. odklon		$6,0 \pm 2,2$	$7,4 \pm 1,7$	$7,7 \pm 1,8$			

rezultati pa so navedeni v tabeli 5.17. Ta tabela torej predstavlja število unikatnih rekonstruiranih vlakov, ki vsebujejo impulz na mestu izbrane začetne točke ( $\pm$  razširitveni faktor). Razlika med ustreznostjo izbranih začetnih točk, kakor jih opredeljujejo množice  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  in  $\mathcal{C}$ , je sedaj še očitnejša.

Tabela 5.16: Zaznava števila izvorov glede na začetne trenutke iz razredov  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ , in  $\mathcal{C}$  v umetnih površinskih EMG. V vsaki množici je 10 točk, in sicer množica  $\mathcal{A}$  označuje točke, kjer nastopi velika razlika med indeksoma aktivnosti 2. in 4. reda, v množici  $\mathcal{B}$  je razlika srednja, v množici  $\mathcal{C}$  pa majhna. V tej tabeli smo dodatno preverjali, ali rekonstruirani vlak vsebuje impulz na mestu izbrane začetne točke (dovolili smo absolutni odklon za razširitveni faktor  $K$ ).

Št. izvorov	SNR (dB)	Št. rekonstruiranih vlakov za točke iz množice		
		$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{C}$
5	20	2	4	5
5	5	5	6	7
10	20	5	4	7
10	5	2	3	5
15	20	4	4	5
15	5	2	4	3
20	20	4	6	5
20	5	5	7	6
25	20	4	7	7
25	5	3	5	3
povp. $\pm$ std. odklon		$3,6 \pm 1,3$	$5,0 \pm 1,4$	$5,3 \pm 1,5$

Tabela 5.17: Zaznava števila izvorov po množicah začetnih trenutkov v umetnih površinskih EMG. V vsaki množici je 10 točk, in sicer množica  $\mathcal{A}$  označuje točke, kjer nastopi velika razlika med indeksoma aktivnosti 2. in 4. reda, v množici  $\mathcal{B}$  je razlika srednja, v množici  $\mathcal{C}$  pa majhna. Za rezultate v tej tabeli smo dodatno preverjali, koliko različnih vlakov je bilo razpoznanih po obdelavi vseh 10 začetnih točk, s čimer smo opravili še dodatno selekcijo vlakov iz tabele 5.16.

Št. izvorov	SNR (dB)	Št. rekonstruiranih vlakov za točke iz množice		
		$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{C}$
5	20	2	3	4
5	5	2	4	5
10	20	3	1	4
10	5	0	1	3
15	20	2	3	4
15	5	0	1	2
20	20	1	1	2
20	5	2	3	4
25	20	1	6	6
25	5	1	4	2
povp. $\pm$ std. odklon		$1,4 \pm 1,0$	$2,7 \pm 1,7$	$3,6 \pm 1,4$

## 5.5.2 Realni površinski EMG

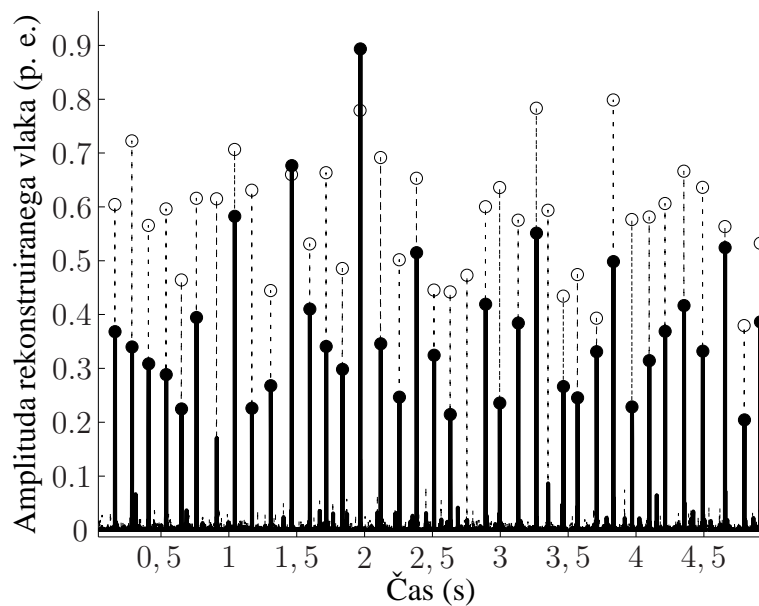
Enake poskuse in v istem zaporedju, kot smo jih naredili z umetnimi površinskimi EMG, smo izvedli še z realnimi EMG. Uporabili smo signale, opisane v podpoglavju 5.3. Izbrali smo 5 oseb, pri vsaki osebi pa 2 skrčitvi, in sicer z 10 % MVC in 15 % MVC. Najprej smo preizkusili razliko med statistikami različnih redov z regularizacijo in brez nje. Rezultati so zbrani v tabeli 5.18. Tudi pri realnih signalih se je izkazalo, da statistikam 2. reda po uspešnosti sledijo statistike 4. reda brez regularizacije in 3. reda brez regularizacije. Regularizacija v primeru realnih signalov se je izkazala za zelo slabo, saj je bila z njeno uporabo povprečno zaznana samo 1 ME.

Tabela 5.18: Število zaznanih ME v realnih površinskih EMG z orodjem DEMUSE pri uporabi statistik različnih redov. V prvem stolpcu so navedene osebe, v drugem sila mišične skrčitve, v naslednjih stolpcih pa si zaporedno sledijo število ME, zaznanih z uporabo statistik 2. reda, 3. reda brez regularizacije, 3. reda s Tihonovo regularizacijo, 4. reda brez regularizacije in 4. reda s Tihonovo regularizacijo. V zadnji vrstici sta povprečje in standardni odklon zaznanega števila izvorov pri posamezni statistiki.

Oseba	Sila (% MVC)	2. red	3. red	3. red z reg.	4. red	4. red z reg.
1	10	10	2	1	6	1
1	15	11	6	2	6	1
2	10	9	4	1	6	1
2	15	8	6	1	7	1
3	10	9	5	1	4	1
3	15	12	2	1	4	1
4	10	9	3	1	6	1
4	15	10	1	1	5	1
5	10	9	4	1	6	1
5	15	10	5	1	4	1
povp. ± std. odklon		9,7 ± 1,2	3,8 ± 1,8	1,1 ± 0,3	5,4 ± 1,7	1 ± 0

Slika 5.16 prikazuje najmočnejša (po amplitudi) rekonstruirana vlaka impulzov, če opravimo dekompozicijo s statistikami 2. in 4. reda. Razvidno je, da je vlak, rekonstruiran s statistikami 4. reda, uspel zaznati večino impulzov na mestih, kjer so bili rekonstruirani tudi s statistikami 2. reda.

Tudi pri realnih signalih smo preverjali, kako vpliva na dekompozicijo izbor začetne točke. Primerjava zaznanega števila ME pri različnih množicah začetnih točk je prikazana v tabelah 5.19, 5.20 in 5.21. V tabeli 5.19 je število zaznanih vlakov impulzov, ne da bi preverjali pravilno umestitev impulza v izbranem trenutku in ne glede na podvajanje rekonstruiranih vlakov. Rezultati so pri vseh treh množicah podobni, in sicer skoraj v vsakem izbranem začetnem trenutku



Slika 5.16: Primer vlakov impulzov, dekomponiranih z uporabo statistik 2. (črtkano s praznimi krožci) in 4. reda (polna črta s polnimi krožci). Na abscisi je čas, na ordinati pa amplituda dekomponiranih vlakov impulzov v poljubnih enotah.

uspemo rekonstruirati ustrezen vlak impulzov. V tabeli 5.20 so izločeni tisti vlaki, ki ne vsebujejo impulza na mestu izbrane začetne točke. Izločenih je bilo le malo število vlakov, rezultati, dobljeni za tri množice začetnih točk, se ne razlikujejo veliko. Ko pa izločimo še ponovitve rekonstruiranih vlakov (tabela 5.21), dobimo najboljše rezultate za množico  $\mathcal{C}$ , tako kot pri umetnih površinskih EMG.

Tabela 5.19: Zaznava vlakov impulzov po množicah začetnih trenutkov v realnih površinskih EMG. V vsaki množici je 10 točk, in sicer množica  $\mathcal{A}$  označuje točke, kjer nastopi velika razlika med indeksom aktivnosti 2. in 4. reda, v množici  $\mathcal{B}$  je razlika srednja, v množici  $\mathcal{C}$  pa majhna. V tej tabeli nismo preverjali, ali rekonstruiran vlak vsebuje izbrani impulz. Zadnja vrstica podaja povprečje in standardni odklon števila zaznanih vlakov za vsako množico začetnih točk posebej.

Oseba	Sila (% MVC)	Št. rekonstruiranih vlakov za točke iz množice			Delež točk v		
		$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{C}$	$\mathcal{A}$ (%)	$\mathcal{B}$ (%)	$\mathcal{C}$ (%)
1	10	10	10	10	42	5	1
	15	8	10	9	67	9	2
2	10	10	10	10	45	8	2
	15	10	10	10	53	4	1
3	10	10	10	10	91	8	2
	15	10	10	10	50	6	2
4	10	10	10	10	77	7	1
	15	9	9	8	91	8	1
5	10	7	5	8	98	14	2
	15	10	10	10	72	6	2
povp. $\pm$ std. odklon		$9,4 \pm 1,1$	$9,4 \pm 1,6$	$9,5 \pm 0,8$			

Tabela 5.20: Zaznava vlakov impulzov glede na začetne trenutke iz razredov  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ , in  $\mathcal{C}$  v realnih površinskih EMG. V vsaki množici je 10 točk, in sicer množica  $\mathcal{A}$  označuje točke, kjer nastopi velika razlika med indeksoma aktivnosti 2. in 4. reda, v množici  $\mathcal{B}$  je razlika srednja, v množici  $\mathcal{C}$  pa majhna. Rezultate v tej tabeli smo dobili tako, da smo dodatno preverjali, ali rekonstruiran vlak vsebuje impulz na mestu izbrane začetne točke (dovolili smo absolutni odmik za  $K$ ).

Oseba	Sila (% MVC)	Št. rekonstruiranih vlakov za točke iz množice		
		$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{C}$
1	10	9	9	10
	15	7	8	7
2	10	10	9	9
	15	10	9	8
3	10	8	10	10
	15	9	9	10
4	10	10	10	10
	15	8	8	8
5	10	5	3	7
	15	7	9	10
povp. $\pm$ std. odklon		$8,3 \pm 1,6$	$8,4 \pm 2,0$	$8,9 \pm 1,3$



Tabela 5.21: Zaznava vlakov impulzov po množicah začetnih trenutkov v realnih površinskih EMG. V vsaki množici je 10 točk, in sicer množica  $\mathcal{A}$  označuje točke, kjer nastopi velika razlika med indeksom aktivnosti 2. in 4. reda, v množici  $\mathcal{B}$  je razlika srednja, v množici  $\mathcal{C}$  pa majhna. Rezultate v tej tabeli smo dobili tako, da smo dodatno preverjali, koliko različnih vlakov je bilo razpoznanih po obdelavi vseh 10 začetnih točk za vsako od treh množic, kar pomeni še dodatno selekcijo vlakov iz tabele 5.20.

Oseba	Sila (% MVC)	Št. rekonstruiranih vlakov za točke iz množice		
		$\mathcal{A}$	$\mathcal{B}$	$\mathcal{C}$
1	10	4	3	5
	15	2	4	3
2	10	3	2	4
	15	2	2	5
3	10	2	3	3
	15	3	4	4
4	10	2	1	2
	15	2	3	4
5	10	3	2	4
	15	4	4	5
povp. $\pm$ std. odklon		$2,7 \pm 0,8$	$2,7 \pm 1,1$	$3,9 \pm 1,0$

## 5.6 Ocena mišične sile iz površinskega EMG s pomočjo indeksa aktivnosti

Pomemben parameter pri preučevanju površinskega EMG predstavlja globalno število proženj vseh ME, ki opredeljuje električno aktivnost opazovane mišice, z dosedaj znanimi metodami pa ga je težko oceniti [60, 61, 109]. Za rešitev tega problema se lahko uporabi indeks aktivnosti, saj izraža prav globalno število proženj ME. Poleg navedenega lahko iz indeksa aktivnosti izdvojimo tudi informacijo o stopnji mišične kontrakcije [90], saj je le-ta odvisna od števila aktiviranih ME in njihovih frekvenc proženja [53, 54, 55, 110]. Poleg ocenjevanja mišične sile bi z dovolj natančno oceno števila ME, ki prispevajo k posnetemu površinskemu EMG, lahko sklepali tudi o prisotnosti živčnih ali mišičnih obolenj, saj se število aktivnih ME v opazovani mišici tudi pri konstantni mišični skrčitvi s časom spreminja in je pomemben pokazatelj živčno-mišičnih obolenj [32].

Postopki za ocenjevanje mišične sile iz površinskih EMG se uporabljajo že dalj časa. Na začetku so mišično silo ocenjevali samo iz enokanalnega površinskega EMG [23], kasneje so oceno razširili še na večkanalne meritve [21, 24], uporabljati pa so se začele tudi druge metode, kot so analiza glavnih komponent [94], analiza neodvisnih komponent [94, 95, 96], Bayesovo filtriranje [90], večkanalno beljenje meritev [22], filtriranje z visokoprepustnimi siti [88], valčna transformacija [60, 61] itd.

Klasična metoda za ocenjevanje mišične sile, ki služi za primerjavo, temelji na amplitudi površinskega EMG [23]. Izkoriščeno je dejstvo, da je amplituda površinskega EMG korelirana s silo, ki jo proizvede opazovana mišica. Ker želimo v tem poglavju zgolj prikazati potencialno uporabo indeksa aktivnosti, se bomo omejili na dve metodi. Primerjali bomo našo metodo z indeksom aktivnosti in metodo z amplitudo površinskega EMG [23].

Pri ocenjevanju sile iz površinskega EMG je potrebna posebna pozornost, saj k proizvedeni sili prispeva več mišic. Različni sklepi so pod vplivom različnega števila mišic agonistov in antagonistov, in ker je za nekatere od teh mišic nemogoče meriti površinski EMG, saj so skrite za ostalimi mišicami ali pa se nahajajo pregloboko, rezultirajoča sila ob krčenju teh mišic ne ustreza popolnoma signalom EMG, ki jih lahko izmerimo. Če bi lahko merili površinski EMG vseh mišic, ki prispevajo k sili, bi lahko ocenjevanje sile predstavili kot kombinacijo prispevkov različnih mišic k sili, kar bi povečalo natančnost ocenjene sile. Do sedaj je bilo raziskanih že veliko sklepov, največkrat pa komolčni sklep [21, 90], zapestje [51], koleno [72] in gleženj [14].

Metode za ocenjevanje sile so pomembne tudi v biomehaniki. Tam se ukvarjajo s skeletno-mišičnimi modeli [14, 18, 60], ki se uporabljajo za oceno in napovedovanje navorov v sklepih in mišične sile. Vhod v tak skeletno-mišični model predstavljajo površinski EMG, model pa oceni

navor v opazovanem sklepu. Oceno izvede v treh korakih. V prvem se iz signalov EMG izlušči značilnica, ki je proporcionalna aktivaciji mišice in ki se spreminja glede na stopnjo mišične skrčitve. V večini primerov se za ta korak uporablja amplituda površinskih EMG [14, 18, 60]. Lahko pa bi uporabili tudi indeks aktivnosti, saj tudi z njim lahko merimo stopnjo mišične skrčitve. Indeks aktivnosti hkrati predstavlja značilnico, ki je že v osnovi izračunana iz večkanalnih meritev, v nasprotju z amplitudo, ki je definirana na enem kanalu in potrebuje dodatne razširitve, da se lahko uporabi pri večkanalnih meritvah. V drugem koraku z modelom določimo, kako se aktivacija mišic transformira v mišične sile. Zadnji korak pa temelji na geometriji skeletno-mišičnega sklopa in preslika mišično silo v navore v sklepih.

Kot smo že omenili, velja amplituda površinskega EMG za standard na področju ocenjevanja mišične sile [21]. Amplitudo lahko izračunamo na več načinov, največkrat pa se določa kot povprečje absolutne vrednosti signala (*average rectified value*, ARV) ali kot korenjeno povprečje kvadratov (*root mean square*, RMS). Amplitudo signala  $x(n)$ ,  $n \in [0, d - 1]$  torej izračunamo kot:

$$x_{\text{arv}} = \frac{1}{d} \sum_{n=0}^{d-1} |x(n)| \quad \text{ali} \quad (5.3)$$

$$x_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{d} \sum_{n=0}^{d-1} x^2(n)}. \quad (5.4)$$

Za ocenjevanje sile amplitude ne računamo na celotni dolžini meritev  $d$ , ampak samo v oknu določene dolžine, s katerim se pomikamo preko meritev. Na tak način dobimo časovno zaporedje s slike 5.18. S poskusi smo ugotovili, da tudi indeks aktivnosti (3.1) posnema potek mišične sile in smo ga zato primerjali z amplitudo pri realnih površinskih EMG.

Iz izmerjenih signalov ocenimo sile na naslednji način: najprej v oknu dolžine 250 ms izračunamo amplitudo s kvadratnim povprečjem (5.4) in indeks aktivnosti (3.1). Okno pomikamo za en vzorec, razširitveni faktor za izračun indeksa aktivnosti pa je 10. Izmerjeno in ocenjeno silo filtriramo z nizkoprepustnim sitom z lomno frekvenco 10 Hz in ju normaliziramo glede na njuno maksimalno vrednost. Napako pri oceni sile izračunamo kot povprečno kvadratno napako (*root mean square error*, RMSE):

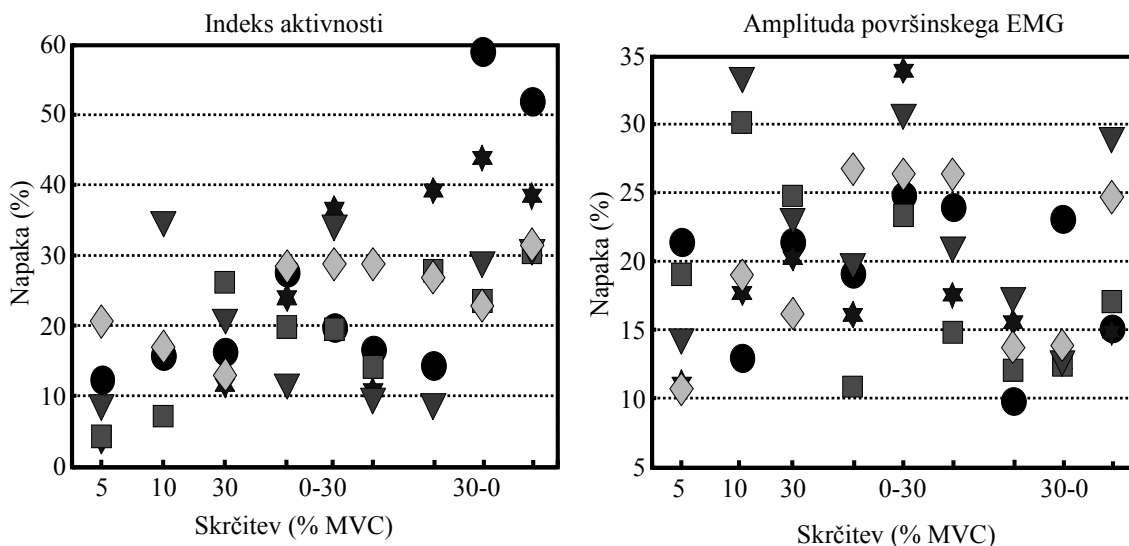
$$\text{RMSE} (\%) = \sqrt{\frac{\sum_{n=0}^{d-1} (F_m(n) - F_o(n))^2}{\sum_{n=0}^{d-1} F_m^2(n)}} \cdot 100, \quad (5.5)$$

kjer je  $F_m$  vektor, ki predstavlja merjeno silo,  $F_o$  vektor ocenjene sile,  $d$  pa dolžina obeh signalov.

Napake pri oceni mišične sile z indeksom aktivnosti in z amplitudo površinskega EMG za vsako skrčitev in vsako osebo eksperimentalnega protokola, ki je opisan v podpoglavju 5.3, so prikazane na sliki 5.17. Skupno je bilo izvedenih 45 skrčitev (5 oseb po 9 skrčitev). Tabela 5.22 predstavlja povprečno napako in standardni odklon za vsako metodo pri vseh 45 skrčitvah.

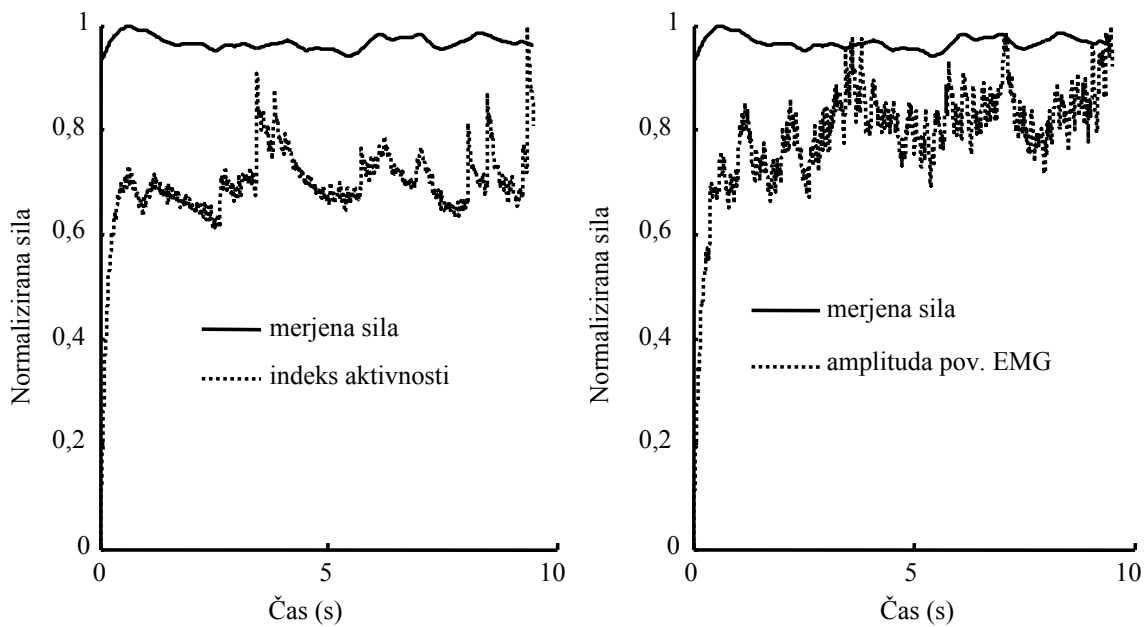
Tabela 5.22: Povprečna napaka pri ocenjevanju sile z indeksom aktivnosti in amplitudo površinskega EMG.

Metoda	Pov. napaka $\pm$ odklon (%)
amplituda	19,3 $\pm$ 6,4
indeks aktivnosti	22,9 $\pm$ 12,3

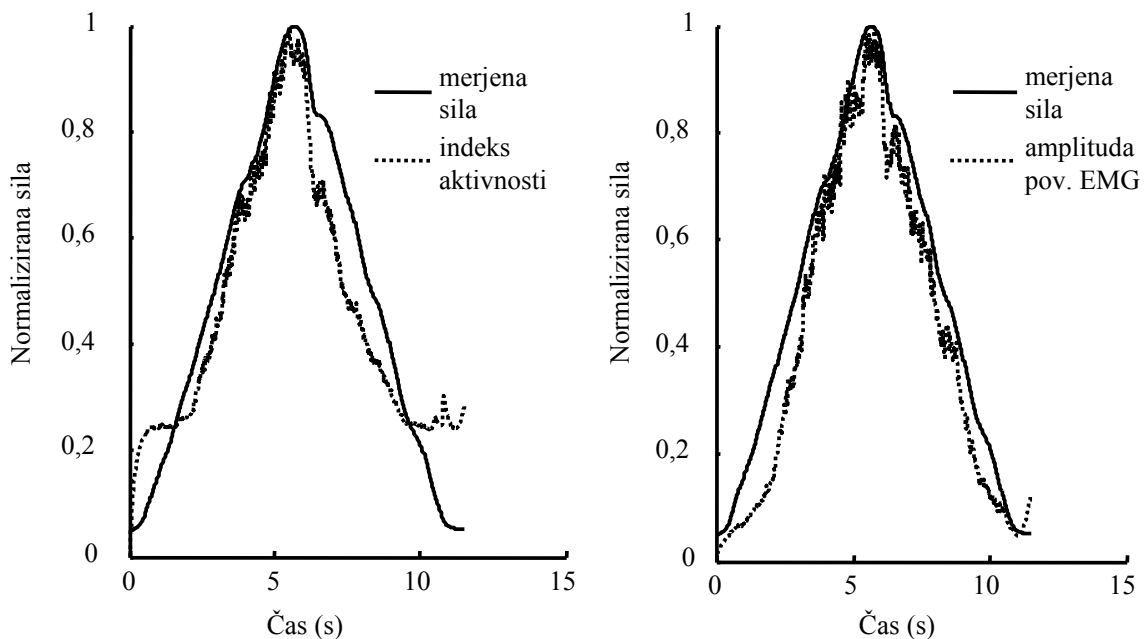


Slika 5.17: Napake pri oceni mišične sile z indeksom aktivnosti (leva podslika) in amplitudo površinskega EMG (desna podslika) za vsako skrčitev in vsako osebo. Skupno je bilo izvedenih 45 skrčitev (5 oseb po 9 skrčitev). Vsak simbol predstavlja osebo, tip skrčitve je označen na abscisi. V primeru spremenljivih skrčitev so bili izvedeni trije poskusi.

Na slikah 5.18 in 5.19 so predstavljeni še časovni poteki merjene in ocenjene sile. Iz rezultatov je razvidno, da indeks aktivnosti sledi mišični sili. Dosega sicer slabše rezultate kot metoda z amplitudo, vendar je v tem primeru šlo le za začetno študijo. Indeksa aktivnosti tudi nismo poskušali prilagoditi posebnostim, ki so povezane z ocenjevanjem mišične sile iz površinskih EMG.



Slika 5.18: Primerjava dveh metod za oceno mišične sile: indeksa aktivnosti (levo) in amplitude površinskega EMG (desno), pri konstantni mišični skrčitvi pri 30 % MVC. S polno črto je označena merjena sila, s črtkano pa obe primerjani metodi. Indeks aktivnosti in amplituda površinskega EMG sta bila izračunana kot povprečni vrednosti v premikajočem se oknu z dolžino 250 ms.



Slika 5.19: Primerjava dveh metod za oceno mišične sile: indeksa aktivnosti (levo) in amplitude površinskega EMG (desno), pri naraščajoči oziroma padajoči mišični skrčitvi. S polno črto je označena merjena sila, s črtkano pa obe primerjani metodi.



# Poglavje 6

## Razprava in sklepi

Doktorsko raziskavo smo usmerili v podrobno analizo lastnosti in uporabnosti indeksa aktivnosti, ki sicer služi kot osnova za dekompozicijo sestavljenih signalov z metodo CKC. Indeks aktivnosti sledi delovanju izvorov in je pri tem optimalen glede na Mahalanobisovo razdaljo. To pomeni, da je odporen na šum, čeprav smo s poskusi pokazali, da problem robustnosti kljub temu ostaja pereč, če postane energija šuma primerljiva z energijo signala.

Če imamo opravka z redkimi impulznimi izvori, je mogoče za indeks aktivnosti teoretično pričakovati preprostejšo obliko, ki neposredno kaže vpliv lastnosti izvornih signalov in dodanega šuma. Zato smo se lotili modeliranja indeksa aktivnosti, tako da bi statistično ugotovili, kakšna je njegova uporabnost in katere modelne parametre lahko neposredno dovolj zanesljivo povežemo s parametri realnih procesov.

Parametre indeksa aktivnosti smo izbrali na osnovi systemskega modela MIMO, ki je značilen za meritve sestavljenih signalov. Iz indeksa aktivnosti smo želeli izluščiti informacije, koristne za analizo bioelektričnih signalov, kot so na primer elektromiogrami. Model indeksa aktivnosti smo uporabili za oceno indeksovega povprečja in variance. Slednja se je izkazala kot koristen vir informacij pri ocenjevanju lastnosti izvorov, in sicer pri ugotavljanju dolžine njihovih odzivov in ocenjevanju njihovega števila. V nadaljevanju razpravljamo o dognanjih, do katerih smo prišli pri snovanju teh modelov in pri njihovi uporabi v poskusih z umetnimi in realnimi sestavljenimi signali.

Omenjeni modeli temeljijo na indeksu aktivnosti, ki ga računamo s pomočjo korelacijske matrike, torej s statistikami 2. reda. Teoretično ni ovir za računanje indeksa aktivnosti s statistikami višjih redov. Glede na dokazano robustnost statistik višjih redov smo celo domnevali, da bodo indeksi, izračunani s temi statistikami, robustnejši in da bodo ponujali dodatne informacije o lastnosti opazovanih signalov. Zato smo eksperimentirali z indeksi aktivnosti, ki smo jih računali z momenti 3. in 4. reda. O rezultatih smo govorili že v poglavju 5, tukaj pa v nadaljevanju

razmišljamo o razširitvah, ki bi lahko odprle nove možnosti za obravnavo sestavljenih signalov.

### **Model matematičnega upanja za prispevke izvorov v indeksu aktivnosti**

Če opazujemo zgolj prispevke izvorov v brezšumnem indeksu aktivnosti, je matematično upanje indeksa aktivnosti proporcionalno številu aktivnih izvorov, kot smo pokazali v (3.20). Matematično upanje smo ocenjevali kot vzorčno povprečje. Izkaže se, da je povprečje indeksa aktivnosti enako stolpčnemu rangju korelacijske matrike meritev. Ta je v brezšumnih razmerah proporcionalen številu izvorov. Šum seveda korenito spremeni to idealno sliko, saj korelacijska matrika meritev nima več ranga, proporcionalnega številu izvorov, ampak dobi poln stolpčni rang praktično neodvisno od svoje velikosti. Število meritev bi morali zelo povečati, da bi rang ne dosegal več dimenzije matrike. Takšno povečanje sicer lahko dosežemo tudi z razširjanjem manjšega števila originalnih meritev, a nam pri ugotavljanju števila izvorov prav nič ne koristi. Čeprav postane model naddoločen, pa je njegov rang odvisen tudi ali predvsem od šuma. Pokazali smo, da je v povprečju indeksa aktivnosti vpliv izvorov zastopan le okoli 20-odstotno, kar onemogoči ocenjevanje števila izvorov po tej poti.

Z modeliranjem povprečja v indeksu aktivnosti pa smo prišli do zanimive ugotovitve. Povprečje je za dano število opazovanj oziroma meritev pri istih izvorih konstantno in neodvisno od SNR. Še več: če spreminjamo število izvorov ali njihove lastnosti, se prispevek izvorov k povprečju za indeks aktivnosti seveda spreminja. Kljub temu ostaja skupno povprečje indeksa nespremenjeno, kar pomeni, da se mora v tem primeru zaradi spremenjenih izvorov spremeniti povprečje šumnega prispevka, čeprav je šum v meritvah lahko ostal nespremenjen. Na ta način smo dobili potrditev dejstva, da se šum iz signalov transformira v indeks aktivnosti prek inverzne matrike, ki združuje odzive vseh izvorov. Če se torej ti spreminjajo, se z njimi spreminja tudi prispevek šuma v indeksu aktivnosti.

### **Model variance za indeks aktivnosti**

Izpeljali smo ga iz obrazca za varianco vsote več signalov, pri čemer smo obravnavali samostojno prispevke vseh izvorov, kot dodatni signal pa smo jemali tudi aditivni šum v meritvah. Model upošteva variance vseh posameznih signalnih prispevkov in tudi kovariance med temi prispevki. S poskusi, v katerih smo računali varianco indeksa aktivnosti neposredno in potem še z razvitim modelom (enačba (3.43)), smo potrdili, da je model zelo reprezentativen (tabela 5.3). Pokazalo se je tudi, da je odvisen od parametrov, ki so zanimivi pri analizi sestavljeni signalov. Med njimi so najpomembnejše dolžine sistemskih odzivov za posamezne signalne izvore in število teh izvorov.



Če računamo varianco indeksa aktivnosti pri različnih razširitvenih faktorjih  $K$ , lahko iz razvitega variančnega modela nastavimo sistem enačb, ki vsebuje neznane modelne oziroma realne parametre. Pokazalo se je, da obstaja med varianco indeksa aktivnosti in razširitvenim faktorjem kvadratna relacija. To pomeni, da lahko v odvisnosti od  $K$  zapišemo le tri neodvisne enačbe. Ker imamo vsaj 6 neznanih parametrov, sistem ni enolično rešljiv.

Med poskusi smo opazili, da se nekaj modelnih parametrov obnaša bolj predvidljivo od ostalih in predvsem, da sploh niso ali niso zelo odvisni od razširitvenega faktorja  $K$ . To dejstvo smo poskušali izkoristiti tako, da smo variančni model za indeks aktivnosti aproksimirali z zamenjavo tistih členov, ki smo jih lahko združili v nove modelne parametre, manj odvisne od  $K$ .

### **Aproksimacija modela variance za indeks aktivnosti**

Aproksimacija temelji na zamenjavi nekaterih členov v variančnem modelu za indeks aktivnosti z novimi modelnimi parametri. Gre za štiri člene, ki so v izračunu vzorčne variance povezani z vsoto kvadriranih signalnih vzorcev oziroma prečnih produktov istoležnih vzorcev v dveh signalih. Zanje smo definirali nove modelne parametre tako, da so dodatno normirani in s tem čim bolj neodvisni od razširitvenega faktorja  $K$ . Še vedno smo ostali pri 6 neznankah in 3 enačbah, a štiri od teh neznank so sedaj modelni parametri, ki so od  $K$  le malo odvisni in so njihova definicijska območja na relativno ozkih intervalih. Zato smo domnevali, da lahko z obširnimi simulacijami, v katerih bi naključno spreminjali lastnosti izvorov in dodanega šuma, določimo razpone modelnih parametrov. Če nato v realni situaciji želimo izračunati, recimo, število izvorov in dolžine njihovih odzivov, se lahko zatečemo k trem modelnim enačbam, izhajajočim iz treh različnih  $K$ , ter hkrati fiksiramo modelne parametre, ki od  $K$  niso odvisni. Poskusi so pokazali, da na ta način sicer zelo zožimo iskalni prostor, a obenem vzpostavimo hiperbolični odnos med številom izvorov in njihovimi dolžinami. Sečišča hiperbol dajo rešitve sistema enačb. V poskusih se je izkazalo, da so ta sečišča praviloma na odsekih, kjer je strmina hiperbol zelo majhna. Zaradi tega že minimalna napaka v položaju ali naklonu ene od hiperbol lahko drastično premakne sečišče, kar ima za posledico zelo nestabilno delovanje ocenitvene metode in velike ocenitvene napake pri številu izvorov in njihovih dolžinah.

### **Model avtokovariančnega zaporedja indeksa aktivnosti**

Pri študiju variančnih modelov pa smo za indeks aktivnosti opazili zanimive soodvisnosti v njegovem avtokovariančnem zaporedju. Kakor smo pokazali z modelom v podpoglavju 3.3.2, je prvi minimum v tem zaporedju neposredno povezan z dolžino sistemskih odzivov pri izvorih. Model jasno kaže to odvisnost za avtokovariančno zaporedje izvornih signalov in za kovariančno zaporedje izvornih signalov in šuma. Hkrati smo s poskusi potrdili, da avtokovariančno

zaporedje šuma izzveni celo prej, in sicer pri odmiku  $K$ . To dejstvo smo razložili v podpoglavjih 3.3.2 in 5.2. Nekoliko nedefinirana ostajajo le kovariančna zaporedja, izračunana za pare izvorov. Vendar pa so ta odvisna od količine prekrivajočih se vzorcev v parih izvorov in se ne spreminjajo bistveno med bližnjimi koeficienti kovariančnega zaporedja. Če privzamemo, da je prekrivanje med izvori bistveno manj, kot so dolžine njihovih odzivov, so prispevki kovariančnega zaporedja izvorov bistveno nižji od prispevkov avtokovariančnega zaporedja izvorov, zato ne vplivajo na premik minimuma v avtokovariančnem zaporedju za celotni indeks aktivnosti. To pomeni, da lahko to točko jemljemo kot stabilno in zanesljivo cenilko za dolžino izvornih odzivov, kar smo potrdili tudi z rezultati poskusov na umetnih in realnih signalnih mešanica.

### **Indeks aktivnosti, definiran s statistikami višjih redov**

Preliminarne analize indeksa aktivnosti, ki ga računamo s statistikami višjih redov, so opozorile predvsem na problem umetnih izvorov, ki se ustvarjajo pri takšnem računanju in smo ga obravnavali v podpoglavju 4.4. Umetni izvori namreč poslabšujejo določenost sistema pri izračunu indeksa aktivnosti. Sicer je mogoče določenost izboljšati z razširjanjem meritev, a pri velikem številu izvorov in velikih dolžinah njihovih sistemskih odzivov se število umetnih izvorov toliko poveča, da realni razširitveni faktorji  $K$  do vrednosti, ki ne presega dolžine sistemskih odzivov, ne pripomorejo veliko. Poleg tega velikosti matrik, ki jih je treba invertirati pri izračunu indeksa aktivnosti narastejo tako zelo, da operacija na računalnikih z današnjimi zmogljivostmi ni več izvedljiva.

Na podlagi poskusov z umetnimi in realnimi površinskimi EMG, ki smo jih opisali v podpoglavju 5.5, smo ugotovili, da dekompozicija CKC, nadgrajena s SVR, ne uspe rekonstruirati večjega števila vlakov impulzov kot CKC, ki temelji na statistikah 2. reda (tabeli 5.14 in 5.18). Vendar pa poskusi nakazujejo, da je lahko indeks aktivnosti, izpeljan iz SVR, pri dekompoziciji koristen. S primerjavo indeksov aktivnosti, ki sta računana s statistikami 2. in 4. reda, smo namreč ugotovili, da na intervalih, kjer se amplitudi indeksov razlikujeta le malo, ne prihaja do prekrivanja v delovanju izvorov. To se ujema z našo ugotovitvijo v podpoglavju 4.2, kjer smo zapisali, da sta pri brezšumnih signalih, ko med izvori ni prekrivanja, amplitudi indeksa aktivnosti 2. in 4. reda enaki, enako je celo njuno vzorčno povprečje. V šumnih razmerah o enakosti ne moremo več govoriti, toda razlika med amplitudama vseeno ostaja omejena. Nasprotno pa je na intervalih, kjer prihaja do prekrivanja pri delovanju izvorov, med amplitudama indeksov bistveno večja razlika. V določenih primerih se sicer lahko zgodi, da se amplitudi indeksov opazno razlikujeta, prekrivanja med izvori pa ni. To se zgodi v primerih, ko kompenzacija izvornih odzivov v CKC ni popolna. Do nepopolne kompenzacije pa pride zato, ker se pri uporabi SVR pojavijo dodatni, umetni izvori, ki povzročijo, da postane dekompozicijski sistem poddoločen.

Z veliko verjetnostjo torej lahko trdimo, da na intervalih, kjer je razlika amplitud v indeksih aktivnosti za 2. in 4. red velika, prekrivanje je, kjer je razlika majhna, pa prekrivanja ni. To dejstvo lahko izkoristimo pri izbiri začetnih trenutkov za dekompozicijo CKC. Metoda je namreč gradientna, optimizacija pa je odvisna od kvalitete začetnega približka. Idealno je, če v izbranem začetnem trenutku prekrivanja v delovanju izvorov ni. To domnevo smo potrdili z umetnim in realnim EMG. Z izbiro začetnih točk na intervalih z malo razliko v amplitudi indeksov aktivnosti 2. in 4. reda je dekompozicijska metoda uspela zaznati več vlakov impulzov, kot če smo začetne točke izbirali na intervalih z veliko razliko (tabeli 5.17 in 5.21).

Ko računamo indekse aktivnosti s pomočjo lihih redov SVR, odstranimo vpliv šuma in s tem naravno regularizacijo v inverzu matrike koeficientov SVR. To povzroči, da je kompenzacija izvornih odzivov pri CKC slabša. Zato indeks aktivnosti, izračunan s statistikami 3. reda izgubi svojo značilno stopničasto obliko. To pomanjkljivost smo želeli nadomestiti s Tihonovo regularizacijo, ki je indeks aktivnosti 3. reda sicer vizualno izboljšala, pri dekompoziciji pa ni prinesla želenih rezultatov (stolpca 5 in 7 v tabelah 5.14 in 5.18). Domnevamo, da se to zgodi zato, ker s Tihonovo regularizacijo spreminjamo samo diagonalne elemente korelacijske matrike in zato poslabšamo kompenzacijo sistemskih odzivov.

### **Časovna zahtevnost izračuna indeksa aktivnosti in metod za oceno števila izvorov in dolžin sistemskih odzivov**

Časovna zahtevnost metode je pogojena z izračunom korelacijske matrike in njenega inverza, saj sta ta dva koraka najzahtevnejša. Časovna zahtevnost za izračun korelacijske matrike je  $O(dM^2(K+1)^2)$ , kjer je  $M$  število meritev,  $K$  razširitveni faktor in  $d$  dolžina meritev. Inverz matrike pa ima časovno zahtevnost  $O(M^3(K+1)^3)$ , korelacijska matrika je namreč velikosti  $M(K+1) \times M(K+1)$ , izračun indeksa aktivnosti vnese še dodatnih  $d^2M^2(K+1)^2$  množenj in njegova skupna časovna zahtevnost tako znaša  $O(M^3(K+1)^3 + (1+d)dM^2(K+1)^2)$ . Ker  $d \gg M$ , ima navadno drugi člen močnejši vpliv in časovno zahtevnost indeksa aktivnosti lahko ocenimo z  $O((dMK)^2)$ , torej glavno vlogo igra število meritev, njihova dolžina in število razširitev. Izračun povprečja poveča časovno zahtevnost še za  $d$ , variance za  $d$ , AKZ pa za  $d^2$ , če AKZ računamo pri vseh možnih premikih, kar navadno ni smiselno, zato je ta ocena pregroba. To pa so tudi najzahtevnejše operacije.

Iz rezultatov, ki smo jih podrobno analizirali v poglavju 5 in iz razprav zgoraj lahko na koncu sklepamo o ustreznosti in pravilnosti hipotez in teze, ki smo jih postavili na začetku.

### **Hipoteza 1:**

Model variance za indeks aktivnosti smo definirali z enačbo (3.43). Sestavlja ga več podmodelov za prispevke izvornih in šumnih signalov. Z obširnimi poskusi smo pokazali, da so razviti modeli reprezentativni (poglavje 5). Pokazali smo tudi, da lahko iz avtokovariančnega zaporedja za indeks aktivnosti izračunamo dolžine sistemskih odzivov, z njihovo pomočjo pa nato ocenimo še število izvorov. Poskusi z umetnimi in realnimi signali kažejo, da so postopki robustni in natančni. Z izpeljanim modelom (3.43) smo hkrati pokazali, da je varianca indeksa aktivnosti res odvisna od kvadrata razširitev  $K$  in dolžine odzivov  $L$ , kot smo predvidevali, hkrati pa prevladuje prispevek, ki je linearno odvisen od števila izvorov, ne pa od njihovega kvadrata, kakor smo domnevali. Kljub temu lahko prvo hipotezo potrdimo.

### **Hipoteza 2:**

Povprečje odstopanj od idealnega indeksa aktivnosti je neodvisno od razmerja signal-šum v signalnih meritvah, za katere je računano, in je določeno le s številom izvorov, dolžino njihovih impulznih odzivov in številom razširjenih meritev. To lastnost indeksa aktivnosti smo izpostavili že pri izpeljavi modela za njegovo vzorčno povprečje (3.28). Potrdili smo jo z analitičnim dokazom, prav tako pa tudi s simulacijami. Hipoteza je torej v popolnosti potrjena.

### **Hipoteza 3:**

Poskusi so potrdili, da je indeks aktivnosti, ki je računano s statistikami sodih redov, res robustnejši pri višjih redih (poglavje 5). Manj je občutljiv na slabša razmerja signal-šum (slika 5.15), nikakor pa ne na prekrivanja v delovanju izvorov, kakor smo napačno pričakovali.

Vpliv Tihonove regularizacije na indeks aktivnosti je težko oceniti, saj za ta namen nimamo posebnega kriterija. Toda, če sodimo o vplivu regularizacije zgolj po rezultatih dekompozicije, potem regularizacija ne poveča uporabnosti indeksa aktivnosti pri statistikah lihih redov. Zaradi navedenih ugotovitev hipotezo zavrnemo.

### **Hipoteza 4:**

Prekrivanja v delovanju izvorov se naključno spreminjajo s časom. Domnevali smo, da bomo s kombinacijo indeksov, ki bodo računani pri različnih redih statistik, dobili zanesljiv pokazatelj za vse vrste izvornih prekrivanj. To se ni zgodilo. Čeprav se večina prekrivanj pokaže v indeksu aktivnosti ne glede na red uporabljene statistike pri njegovem računanju, pa ta pokazatelj v 30 % prekrivanj, ali celo več, ni zanesljiv pri nobenem redu statistik. Trdimo lahko le, da so v indeksih

aktivnosti s SVR mesta prekrivanj izrazito poudarjena, vendar nam doslej ni uspelo pokazati, zakaj v vseh primerih ni tako. Zato ugotavljamo, da ta hipoteza ni bila potrjena.

### **Hipoteza 5:**

S primerjavo amplitude indeksov aktivnosti s statistikami 2. in 4. reda smo uspeli zanesljivo določiti intervale, kjer obstaja velika verjetnost, da prekrivanja ne nastopijo, in intervale, kjer obstaja velika verjetnost, da prekrivanja nastopijo. To predstavlja dodatno informacijo, ki je samo iz indeksa aktivnosti s statistikami 2. reda ne moremo izluščiti. Ta ugotovitev nam omogoča optimalno izbiro začetnega približka za dekompozicijsko metodo CKC, saj na ta način lahko izberemo točko, kjer ni prekrivanja oziroma kjer je aktiven en sam izvor. Rezultati na umetnih in realnih EMG so pokazali, da z določanjem začetne točke na mestih brez prekrivanja metoda CKC uspe rekonstruirati več vlakov impulzov, kot če so točke izbrane na mestih prekrivanj (tabeli 5.17 in 5.21). Preizkusili smo tudi, ali lahko s pomočjo indeksa aktivnosti s SVR povečamo število dekomponiranih izvorov, vendar nam tega ni uspelo potrditi, kot je razvidno iz tabel 5.14 in 5.18. Zato menimo, da je hipoteza le delno potrjena.

### **Teza:**

Analitično in z eksperimenti smo pokazali, da prvi del teze nedvomno drži. Razvili smo namreč reprezentativne modele, s katerimi lahko iz indeksa aktivnosti ocenimo število aktivnih izvorov in dolžine njihovih sistemskih odzivov. Ekvivalenten pristop lahko uporabimo tudi pri indeksih aktivnosti, ki jih izračunamo s pomočjo SVR. Že pri statistikah 2. reda smo dosegli zelo robustne ocene za dolžino sistemskih odzivov, saj so ocene, predstavljene v podpoglavju 5.4.2, do SNR 10 dB za naddoločene sisteme brez napak, za poddoločene sisteme pa so največje napake do 2 vzorca. Pri SNR 5 dB se napaka pri poddoločenih sistemih poveča na 4 vzorce, pri naddoločenih pa manj, tako da so pri  $N = 5$  ocene že čisto točne. Zato statistike višjih redov niso mogle prinesiti občutnejšega dviga robustnosti in natančnosti. Tako tudi druga domneva znotraj teze ni ovržena. Tudi tretja domneva, da bomo s statistikami višjih redov lažje določili izhodiščne intervale za dekompozicijo sestavljenih signalov s pomočjo metode CKC, se je izkazala kot pravilna. Pokazali smo namreč, da s kombinacijo indeksov aktivnosti, ki so računani z različnimi statistiki sodih redov, z veliko gotovostjo najdemo mesta, kjer v opazovanih signalih ni prekrivanj v delovanju več izvorov. To pa zagotavlja hitrejšo konvergenco dekompozicije s CKC in povečuje možnost za zaznavo večjega števila izvorov.

Iz navedenih dejstev, predvsem pa tudi iz potrjenih hipotez izhaja, da se je postavljena teza za doktorsko raziskavo pokazala kot smiselna in pravilna. Njeno veljavnost smo potrdili tako

z izpeljavo analitičnih modelov za indeks aktivnosti kot z obširnimi poskusi, opravljenimi na umetnih in realnih signalih, večinoma na površinskih elektromiogramih.

# Literatura

- [1] Y. I. Abramovich, N. K. Spencer, A. Y. Gorokhov: “Detection-estimation of more uncorrelated Gaussian sources than sensors in nonuniform linear antenna arrays - part I: Fully augmentable arrays”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 49(5):959–971, 2001.
- [2] Y. I. Abramovich, N. K. Spencer, A. Y. Gorokhov: “Detection-estimation of more uncorrelated Gaussian sources than sensors in nonuniform linear antenna arrays - part II: Partially augmentable arrays”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 51(6):1492–1507, 2003.
- [3] Y. I. Abramovich, N. K. Spencer, A. Y. Gorokhov: “Detection-estimation of more uncorrelated Gaussian sources than sensors in nonuniform linear antenna arrays - part III: Detection-estimation nonidentifiability”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 51(10):2483–2494, 2003.
- [4] T. Akgul, A. El-Jaroudi, M. A. Simaan: “Multiscale deconvolution of sensor array signals via sum-of-cumulants”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(6):1656–1659, 1997.
- [5] L. Albera, A. Ferreol, P. Chevalier, P. Comon: “ICAR: a tool for blind source separation using fourth-order statistics only”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(10):3633–3643, 2005.
- [6] L. Albera, A. Ferreol, P. Comon, P. Chevalier: “Blind identification of overcomplete mixtures of sources (BIOME)”, *Linear Algebra and its Applications*, 391:3–30, november 2004.
- [7] X. Bai, B. He: “Estimation of number of independent brain electric sources from the scalp EEGs”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 53(10):1883–1892, 2006.
- [8] R. Balan: “Information theory based estimator of the number of sources in a sparse linear mixing model”, v *Proc. of 42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS)*, str. 269–273, marec 2008.

- [9] S. Behesthi, M. A. Dahleh: “On choice of impulse response length in channel identification”, v *Proc. IEEE PACRIM*, str. 370–373, Victoria, BC, Canada, 2001.
- [10] S. Bermejo: “Finite sample effects in higher order statistics contrast functions for sequential blind source separation”, *IEEE Signal Processing Letters*, 12(6):481–484, 2005.
- [11] D. Blanco, B. Mulgrew, S. McLaughlin, D. P. Ruiz, M. C. Carrion: “The use of ICA in multiplicative noise”, *Neurocomputing*, 69(13-15):1435–1441, avgust 2006.
- [12] D. Blanco, B. Mulgrew, D. P. Ruiz, M. C. Carrion: “Independent component analysis in signals with multiplicative noise using fourth-order statistics”, *Signal Processing*, 87(8):1917–1932, avgust 2007.
- [13] J. H. Blok, J. P. van Dijk, G. Drost, M. J. Zwarts, D. F. Stegeman: “A high-density multichannel surface electromyography system for the characterization of single motor units”, *Rev Sci Instr*, 73:1887–1897, 2002.
- [14] R. A. Bogey, J. Perry, A. J. Gitter: “An EMG-to-force processing approach for determining ankle muscle forces during normal human gait”, *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 13(3):302–310, 2005.
- [15] M. Bouri: “Source detection and localization in array signal processing”, v *Proc. of First international Symposium on Environment Identities and Mediterranean Area (ISE-IMA '06)*, str. 12–17, 2006.
- [16] R. Boyer, L. De Lathauwer, K. Abed-Meraim: “Higher order tensor-based method for delayed exponential fitting”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55(6):2795–2809, 2007.
- [17] M. B. Bromberg: “Updating motor unit number estimation MUNE”, *Clinical Neurophysiology*, 118(1):1–8, 2007.
- [18] T. S. Buchanan, D. G. Lloyd, K. Manal, T. F. Besier: “Estimation of muscle forces and joint moments using a forward-inverse dynamics model.”, *Medicine and science in sports and exercise*, 37(11):1911–1916, Nov 2005.
- [19] J. A. Cadzow: “Blind deconvolution via cumulant extrema”, *IEEE Signal Processing Magazine*, 13(3):24–42, 1996.
- [20] P. Chevalier, L. Albera, A. Ferreol, P. Comon: “On the virtual array concept for higher order array processing”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(4):1254–1271, 2005.



- [21] E. A. Clancy, O. Bida, D. Rancourt: “Influence of advanced electromyogram (EMG) amplitude processors on EMG-to-torque estimation during constant-posture, force-varying contractions”, *Journal of biomechanics*, 39(14):2690–2698, 2006.
- [22] E. A. Clancy, K. A. Farry: “Adaptive whitening of the electromyogram to improve amplitude estimation”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 47(6):709–719, junij 2000.
- [23] E. A. Clancy, N. Hogan: “Single site electromyograph amplitude estimation”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 41(2):159–167, februar 1994.
- [24] E. A. Clancy, N. Hogan: “Multiple site electromyograph amplitude estimation”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 42(2):203–211, 1995.
- [25] T. F. Coleman, Y. Li: “On the Convergence of Reflective Newton Methods for Large-Scale Nonlinear Minimization Subject to Bounds”, *Mathematical Programming*, 67(2):189–224, 1994.
- [26] T. F. Coleman, Y. Li: “An Interior, Trust Region Approach for Nonlinear Minimization Subject to Bounds”, *SIAM Journal on Optimization*, 6:418–445, 1996.
- [27] L. De Lathauwer, J. Castaing: “Blind identification of underdetermined mixtures by simultaneous matrix diagonalization”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(3):1096–1105, 2008.
- [28] L. De Lathauwer, J. Castaing, J. F. Cardoso: “Fourth-order cumulant-based blind identification of underdetermined mixtures”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55(6):2965–2973, 2007.
- [29] C. J. De Luca, A. Adam, R. Wotiz, L. D. Gilmore, S. H. Nawab: “Decomposition of surface EMG signals”, *J Neurophysiol*, 96(3):1646–57, september 2006.
- [30] M. C. Dogan, J. M. Mendel: “Applications of cumulants to array processing. I. Aperture extension and array calibration”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(5):1200–1216, 1995.
- [31] M. C. Dogan, J. M. Mendel: “Applications of cumulants to array processing. II. Non-Gaussian noise suppression”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 43(7):1663–1676, 1995.

- [32] G. Drost, D. F. Stegeman, B. G. M. van Engelen, M. J. Zwarts: “Clinical applications of high-density surface EMG: a systematic review”, *Journal of Electromyography and Kinesiology*, 16(6):586–602, december 2006.
- [33] D. Farina, A. Holobar, M. Gazzoni, D. Zazula, R. Merletti, R. M. Enoka: “Adjustments differ among low-threshold motor units during intermittent, isometric contractions”, *Journal of Neurophysiology*, 101(1):350–359, 2009.
- [34] D. Farina, R. Merletti: “A novel approach for precise simulation of the EMG signal detected by surface electrodes”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 48(6):637–646, 2001.
- [35] C. E. R. Fernandes, G. Favier, J. C. M. Mota: “Blind channel identification algorithms based on the Parafac decomposition of cumulant tensors: The single and multiuser cases”, *Signal Processing*, 88(6):1382–1401, junij 2008.
- [36] A. Ferreol, L. Albera, P. Chevalier: “Fourth-order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM)”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(5):1640–1653, 2005.
- [37] E. Fishler, H. V. Poor: “Estimation of the number of sources in unbalanced arrays via information theoretic criteria”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(9):3543–3553, 2005.
- [38] M. Gazzoni, D. Farina, R. Merletti: “A new method for the extraction and classification of single motor unit action potentials from surface EMG signals.”, *Journal of neuroscience methods*, 136(2):165–177, julij 2004.
- [39] V. Glaser, A. Holobar, D. Zazula: “An approach to the real-time surface electromyogram decomposition”, v *Proc. of 11th Mediterranean Conference on Medical and Biological Engineering and Computing 2007*, let. 16 of *IFMBE proceedings*, str. 105–108, Ljubljana, Slovenia, junij 2007. Springer: IFMBE.
- [40] V. Glaser, L. C. Ludeman, A. Holobar, D. Zazula: “Sequential convolution kernel compensation with block input”, v *New aspects of biomedical electronics and biomedical informatics : proceedings of the 1st WSEAS International Conference on Biomedical Electronics and Biomedical Informatics (BEBI '08)*, str. 140–144, Rhodes, Greece, avgust 2008. WSEAS Press.

- [41] J.-F. Gu, P. Wei, H.-M. Tai: “Detection of the number of sources at low signal-to-noise ratio”, *IET Signal Processing*, 1(1):2–8, 2007.
- [42] A. Holobar: *Slepa dekompozicija konvolutivnih mešanic skoraj ortogonalnih impulznih izvorov, uporabljena pri površinskih elektromiogramih*: Doktorska disertacija, Univerza v Mariboru, 2004.
- [43] A. Holobar, A. Botter, F. Negro, D. Farina: “Experimental analysis of accuracy in the identification of motor unit spike trains from high-density surface EMG”, *IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng*, 2010.
- [44] A. Holobar, D. Farina, M. Gazzoni, R. Merletti, D. Zazula: “Estimating motor unit discharge patterns from high-density surface electromyogram”, *Clinical Neurophysiology*, 120(3):551–562, marec 2009.
- [45] A. Holobar, D. Zazula: “Correlation-based decomposition of surface electromyograms at low contraction forces”, *Medical & Biological Engineering & Computing*, 42(4):487–495, julij 2004.
- [46] A. Holobar, D. Zazula: “Time-frequency based decomposition of multichannel surface electromyograms”, *WSEAS Transactions on Biology and Biomedicine*, 3(5):376–382, 2006.
- [47] A. Holobar, D. Zazula: “Gradient convolution kernel compensation applied to surface electromyograms”, v *Independent Component Analysis and Signal Separation*, let. 4666 of LNCS, str. 617–624, London, UK, september 2007. Springer Berlin.
- [48] A. Holobar, D. Zazula: “Multichannel blind source separation using convolution kernel compensation”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55(9):4487–4496, 2007.
- [49] A. Holobar, D. Zazula: “On the selection of the cost function for gradient-based decomposition of surface electromyograms”, v *Proc. 30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society EMBS 2008*, str. 4668–4671, 2008.
- [50] A. Holobar, D. Zazula, R. Merletti: “DEMUSETOOL - a tool for decomposition of multichannel surface electromyograms”, v “*XVII Congress of the International Society of Electrophysiology and Kinesiology*”, Niagara Falls, Ontario, Canada, junij 2008.
- [51] M. J. M. Hoozemans, J. H. van Dieen: “Prediction of handgrip forces using surface EMG of forearm muscles”, *Journal of Electromyography and Kinesiology*, 15(4):358–366, avgust 2005.

- [52] A. Hyvärinen, J. Karhunen, E. Oja: *Independent Component Analysis*. John Wiley, New York, 2001.
- [53] R. Istenič: EMG-based muscle force estimation by convolution kernel compensation: Technical report, Politecnico di Torino, LISiN, 2006.
- [54] R. Istenič, A. Holobar, M. Gazzoni, D. Zazula: “Muscle force estimation using a measure of muscle activation extracted from surface EMG”, v *Proc. of 6th WSEAS International Conference on Computational intelligence, man-machine systems and cybernetics*, str. 261–264, december 2007.
- [55] R. Istenič, A. Holobar, R. Merletti, D. Zazula: “EMG-based muscle force estimation using motor unit twitch model and convolution kernel compensation”, v *Proc. of 11th Mediterranean Conference on Medical and Biological Engineering and Computing (MEDICON)*, let. 16, str. 114–117, junij 2007.
- [56] R. Istenič, D. Zazula: “Activity index as an indicator of the number of signal sources”, *WSEAS Transactions on signal processing*, 4(9):542–551, 2008.
- [57] R. Istenič, D. Zazula: “Ocenjevanje števila aktivnih izvorov v sestavljenem signalu z uporabo povprečja indeksa aktivnosti”, v *Zbornik 17 mednarodne Elektrotehniške in računalniške konference (ERK)*, let. B, str. 3–6, oktober 2008.
- [58] R. Istenič, D. Zazula: “Estimation of the number of signal sources in compound signals using activity index variance”, v *Proc. of 13th IEEE DSP Workshop & 5th SPE Workshop*, str. 178–181, Marco Island, Florida, U.S.A., januar 2009. IEEE.
- [59] J.-S. Jiang, M.A. Ingram: “Robust detection of number of sources using the transformed rotational matrix”, v *Proc. of Wireless Communications and Networking Conference (WCNC'04)*, let. 1, str. 501–506. IEEE, 2004.
- [60] L. A. C. Kallenberg, H. J. Hermens: “Behaviour of motor unit action potential rate, estimated from surface EMG, as a measure of muscle activation level”, *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, 3(15):15, 2006.
- [61] L. A. C. Kallenberg, H. J. Hermens: “Behaviour of a surface EMG based measure for motor control: Motor unit action potential rate in relation to force and muscle fatigue”, *Journal of Electromyography and Kinesiology*, 18(5):780–788, oktober 2008.

- [62] G. O. Karim: “Source detection in correlated multichannel signal and noise fields”, v *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '03)*, let. 5, str. 257–260, 2003.
- [63] S. M. Kay: *Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory*. Prentice-Hall International, Inc., 1993.
- [64] B. U. Kleine, J. P. van Dijk, B. G. Lapatki, M. J. Zwarts, D. F. Stegeman: “Using two-dimensional spatial information in decomposition of surface EMG signals.”, *J Electromyogr Kinesiol*, 17(5):535–48, oktober 2007.
- [65] D. Kotoulas, P. Koukoulas, N. Kalouptsidis: “Subspace projection based blind channel order estimation of MIMO systems”, *IEEE Trans. Signal Process*, 54:1351–1363, 2006.
- [66] W. K. Lai, P. C. Ching: “Blind estimation using higher-order cumulants”, v *Proc. of IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS '95)*, let. 3, str. 2261–2264, 1995.
- [67] J.-R. Larocque, J.P. Reilly, W. Ng: “Particle filters for tracking an unknown number of sources”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50(12):2926–2937, 2002.
- [68] T.-W. Lee, M. S. Lewicki, M. Girolami, T. J. Sejnowski: “Blind source separation of more sources than mixtures using overcomplete representations”, *IEEE Signal Processing Letters*, 6(4):87–90, 1999.
- [69] Q. Li, J. H. Yang, X. Chen, Z. Liang, Y. X. Ren: “The decomposition of surface EMG signals based on blind source separation of convolved mixtures”, v *Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc*, let. 6, str. 5912–5915, 2005.
- [70] J. Liang, Z. Ding: “Blind MIMO system identification based on cumulant subspace decomposition”, *IEEE Trans. Signal Process*, 51(6):1457–1468, junij 2003.
- [71] A. P. Liavas, P. A. Regalia, J. Delmas: “Blind channel approximation: effective channel order estimation”, *IEEE Trans. Signal Process*, 47:3336–3344, 1999.
- [72] D. G. Lloyd, T. F. Besier: “An EMG-driven musculoskeletal model to estimate muscle forces and knee joint moments in vivo”, *Journal of Biomechanics*, 36(6):765–776, junij 2003.

- [73] J. Lou, Z. Zhang: “Using eigenvalue grads method to estimate the number of signal sources”, v *Proc. of 5th International Conference on Signal Processing*, str. 223–225. IEEE, 2000.
- [74] W. Lu: “Blind channel estimation using zero-lag slice of third-order moment”, *Signal Processing Letters, IEEE*, 12(10):725–727, 2005.
- [75] E. M. Maathuis, J. Drenthen, J. P. van Dijk, G. H. Visser, J. H. Blok: “Motor unit tracking with high-density surface EMG”, *J Electromyogr Kinesiol*, 18(6):920–30, december 2008.
- [76] D. Marquardt: “An Algorithm for Least-squares Estimation of Nonlinear Parameters,”, *SIAM Journal Applied Mathematics*, 11:431–441, 1963.
- [77] J. M. Mendel: “Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: theoretical results and some applications”, *Proceedings of the IEEE*, 79(3):278–305, marec 1991.
- [78] K. A. Meraim, Y. Hua: “Blind identification of multi-input multi-output system using minimum noise subspace”, *IEEE Trans. Signal Process*, 45(1):254–258, januar 1997.
- [79] R. Merletti, A. Holobar, D. Farina: “Analysis of motor units with high-density surface electromyography”, *Journal of Electromyography and Kinesiology*, 18(6):879–890, december 2008.
- [80] R. Merletti, P. A. Parker, ur.: *Electromyography: Physiology, Engineering, and Noninvasive Applications*: IEEE Press Series in Biomedical Engineering. John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, 2004.
- [81] E. Moreau, N. Thirion: “Multichannel blind signal deconvolution using high order statistics”, v *Proc. of 8th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing*, str. 336–339, 1996.
- [82] V. C. Moussas, S. D. Likothanassis, S. K. Katsikas, A. K. Leros: “Adaptive on-line multiple source detection”, v *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP’05)*, let. 4, str. 1029–1032, marec 2005.
- [83] P. S. Naidu: *Sensor array signal processing*. CRC Press, 2001.
- [84] C. L. Nikias, A. P. Petropulu: *Higher-order spectra analysis: a nonlinear signal processing framework*. PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993.

- [85] Y. Noam, J. Tabrikian: “Parametric estimation of cumulants”, v *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP '05)*, let. 4, str. 305–308, 2005.
- [86] R. K. Olsson, L. K. Hansen: “Estimating the number of sources in a noisy convolutive mixture using BIC”, v *Proc. of 5th International Conference on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, str. 618–625. Springer Berlin, september 2004.
- [87] A. Šoštarič, D. Zazula, C. Doncarli: “Time-scale decomposition of compound (EMG) signals”, *Elektrotehniški vestnik*, 2:69–75, 2000.
- [88] J. R. Potvin, S. H. M Brown: “Less is more: high pass filtering, to remove up to 99% of the surface EMG signal power, improves EMG-based biceps brachii muscle force estimates”, *Journal of Electromyography and Kinesiology*, 14(3):389–399, junij 2004.
- [89] S. Sanei, J. A. Chambers: *EEG Signal Processing*. John Wiley & Sons, Chichester, 2007.
- [90] T. D. Sanger: “Bayesian Filtering of Myoelectric Signals”, *Journal of neurophysiology*, 97(2):1839–1845, februar 2007.
- [91] H. Sawada, R. Mukai, S. Araki, S. Makino: “Estimating the number of sources using independent component analysis”, *Acoustical Science and Technology*, 26(5):450–452, 2005.
- [92] J. M. Shefner: “Motor unit number estimation in human neurological diseases and animal models”, *Clinical Neurophysiology*, 112(6):955 – 964, 2001.
- [93] L. Sörnmo, P. Laguna: *Bioelectrical signal processing in cardiac and neurological applications*. Elsevier academic press, 2005.
- [94] D. Staudenmann, A. Daffertshofer, I. Kingma, D. F. Stegeman, J. H. van Dieën: “Independent component analysis of high-density electromyography in muscle force estimation”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 54(4):751–754, april 2007.
- [95] D. Staudenmann, I. Kingma, A. Daffertshofer, D. F. Stegeman, J. H. van Dieën: “Improving EMG-based muscle force estimation by using a high-density EMG grid and principal component analysis”, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 53(4):712–719, april 2006.

- [96] D. Staudenmann, I. Kingma, D. F. Stegeman, J. H. van Dieën: “Towards optimal multi-channel EMG electrode configurations in muscle force estimation: a high density EMG study”, *Journal of electromyography and kinesiology*, 15(1):1–11, februar 2005.
- [97] B. Tan, X. Li: “Estimation of source signals number and underdetermined blind separation based on sparse representation”, v *International Conference on Computational Intelligence and Security*, let. 2, str. 1730–1733, 2006.
- [98] M. Taoufiki, A. Adib, D. Aboutajdine: “Blind separation of any source distributions via high-order statistics”, *Signal Processing*, 87(8):1882–1889, avgust 2007.
- [99] A. Tarantola: *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society of Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 2004.
- [100] C. W. Therrien: *Discrete random signals and statistical signal processing*. Prentice-Hall International, 1992.
- [101] A. N. Tihonov, V. A. Arsenin: *Solution of Ill-posed Problems*. Winston & Sons, 1977.
- [102] J. K. Tugnait: “Identification and deconvolution of multichannel linear non-Gaussian processes using higher order statistics and inverse filter criteria”, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(3):658–672, 1997.
- [103] M. Wax, T. Kailath: “Detection of signals by information theoretic criteria”, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 33(2):387–392, april 1985.
- [104] H.-T. Wu, J.-F. Yang, F.-K. Chen: “Source number estimator using Gerschgorin disks”, v *Proc. of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP’94)*, let. 4, str. 261–264, april 1994.
- [105] D. Zazula: *Introduction to cepstral analysis and higher-order cumulants in digital signal processing*. Ecole Centrale de Nantes, Laboratoire d’Automatique, 1996.
- [106] D. Zazula, A. Holobar: “An approach to surface EMG decomposition based on higher-order cumulants”, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 80 Suppl 1:S51–S60, december 2005.
- [107] D. Zazula, A. Holobar, F. Angely: “Analysis of electrocardiograms using the convolution kernel compensation approach”, v *Proc. of 14th International Workshop on Systems, Signals and Image Processing (IWSSIP) and 6th EURASIP Conference Focused on Speech*



& *Image Processing, Multimedia Communications and Services (EC-SPIMCS)*, str. 1–4, Maribor, Slovenija, junij 2007.

- [108] D. Zazula, A. Holobar, M. Divjak: “Convolution kernel compensation applied to 1D and 2D blind source separation”, v *Proc. of the third international conference on signal processing and multimedia applications (SIGMAP 2006)*, str. 126–133, Setúbal, Portugal, avgust 2006. INSTICC.
- [109] P. Zhou, W. Z. Rymer: “Can standard surface EMG processing parameters be used to estimate motor unit global firing rate?”, *Journal of neural engineering*, 1(2):99–110, 2004.
- [110] P. Zhou, W. Z. Rymer: “Factors governing the form of the relation between muscle force and the EMG: a simulation study”, *Journal of neurophysiology*, 92(5):2878–2886, november 2004.



# Življenjepis

## Osebni podatki

ime in priimek: Rok Istenič  
rojen: 1. 8. 1981 v Celju

## Izobraževanje

1988 – 1996 Osnovna šola Vojnik  
1996 – 2000 Srednja elektro in računalniška šola, Šolski center Velenje  
2000 – 2005 Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Univerza v Mariboru  
2005 – 2010 Enovit doktorski študij na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Univerza v Mariboru

## Zaposlitev

2005 – 2010 Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko, Univerza v Mariboru

**UNIVERZA V MARIBORU**  
**FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO, RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO**

**IZJAVA DOKTORSKEGA KANDIDATA**

Podpisani **Rok Istenič**, vpisna številka **95029426**

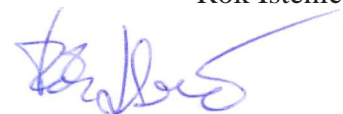
**izjavljam,**

da je doktorska disertacija z naslovom “**MODELIRANJE INDEKSA AKTIVNOSTI S STATISTIKAMI VIŠJIH REDOV ZA VREDNOTENJE REDKIH IMPULZNIH IZVOROV V KONVOLUTIVNIH MEŠANICAH**”

- rezultat lastnega raziskovalnega dela,
- da so rezultati korektno navedeni in
- da nisem kršil avtorskih pravic in intelektualne lastnine drugih.

Podpis doktorskega kandidata:

Rok Istenič



UNIVERZA V MARIBORU  
Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko  

---

  
(ime fakultete)

IZJAVA O ISTOVETNOSTI TISKANE IN ELEKTRONSKE VERZIJE DOKTORSKEGA DELA IN  
OBJAVI OSEBNIH PODATKOV AVTORJA

Ime in priimek avtorja (avtorice): Rok Istenič

Vpisna številka: 95029426

Študijski program: FERI-RI DR RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKA EDOK

Naslov doktorskega dela: MODELIRANJE INDEKSA AKTIVNOSTI S STATISTIKAMI VIŠJIH REDOV  
ZA VREDNOTENJE REDKIH IMPULZNIH IZVOROV V KONVOLUTIVNIH MEŠANICAH

---

Mentor: Damjan Zazula

Somentor: Aleš Holobar

Podpisani-a Rok Istenič izjavljam, da sem za potrebe arhiviranja oddal-a elektronsko verzijo doktorskega dela v Digitalno knjižnico Univerze v Mariboru. Doktorsko delo sem izdelal-a sam-a ob pomoči mentorja. V skladu s 1. odstavkom 21. člena Zakona o avtorskih in sorodnih pravicah (Ur. l. RS, št. 16/2007) dovoljujem, da se zgoraj navedeno doktorsko delo objavi na portalu Digitalne knjižnice Univerze v Mariboru.

Tiskana verzija doktorskega dela je istovetna elektronski verziji, ki sem jo oddal-a za objavo v Digitalno knjižnico Univerze v Mariboru. Podpisani-a izjavljam, da dovoljujem objavo osebnih podatkov, vezanih na zaključek študija (ime, priimek, leto in kraj rojstva, datum zagovora, naslov zaključnega dela) na spletnih straneh in v publikacijah UM.

Kraj in datum:

Maribor, 18.05.2010

Podpis avtorja (avtorice):

