

# Introducción al Análisis Modal Operacional



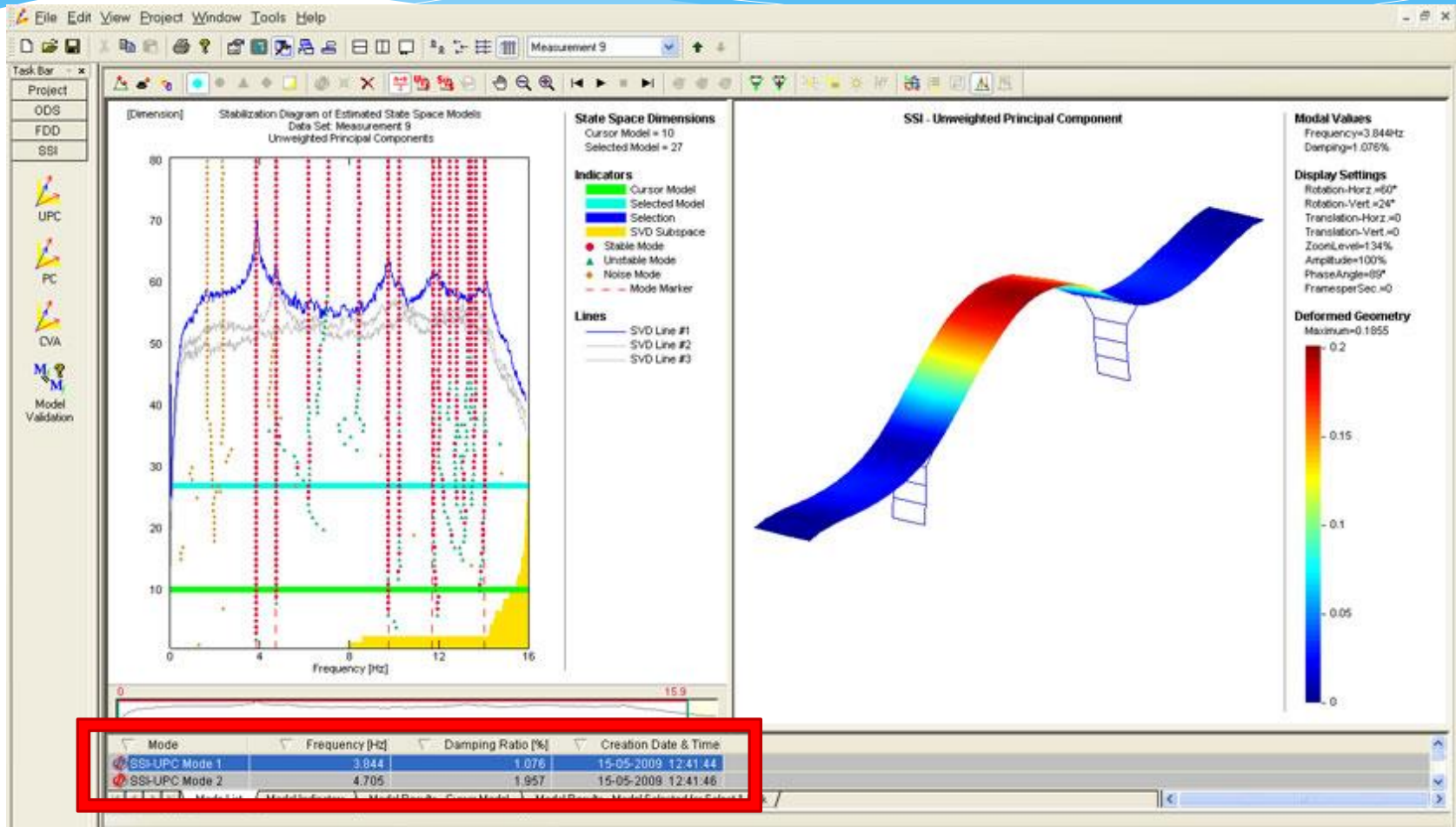
Jornada sobre Comportamiento Estructural y Monitorización de Estructuras  
Viernes 20 Mayo 2016, Universidad de Málaga

Dr. Rafael Castro Triguero  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Profesor Contratado Dr. Universidad de Córdoba  
Grupo Investigación Mecánica de Sólidos y Estructuras

# INDICE

1. Definición Análisis Modal Operacional
2. Modelos Experimentales
3. Métodos de Identificación de Sistemas
4. Actualización de Modelos
5. Detección de Daño Estructural

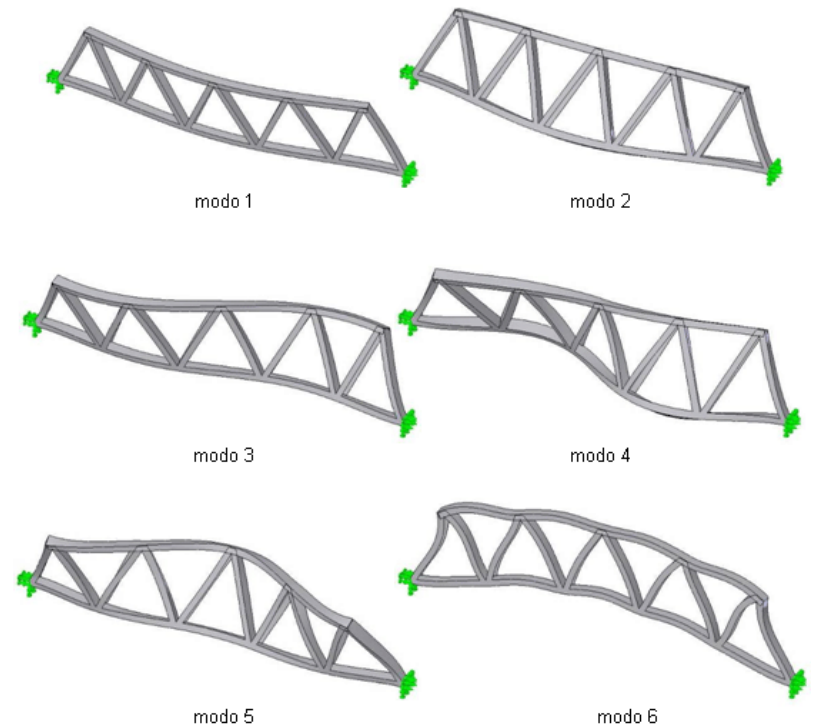
# ANÁLISIS MODAL



# ANÁLISIS MODAL

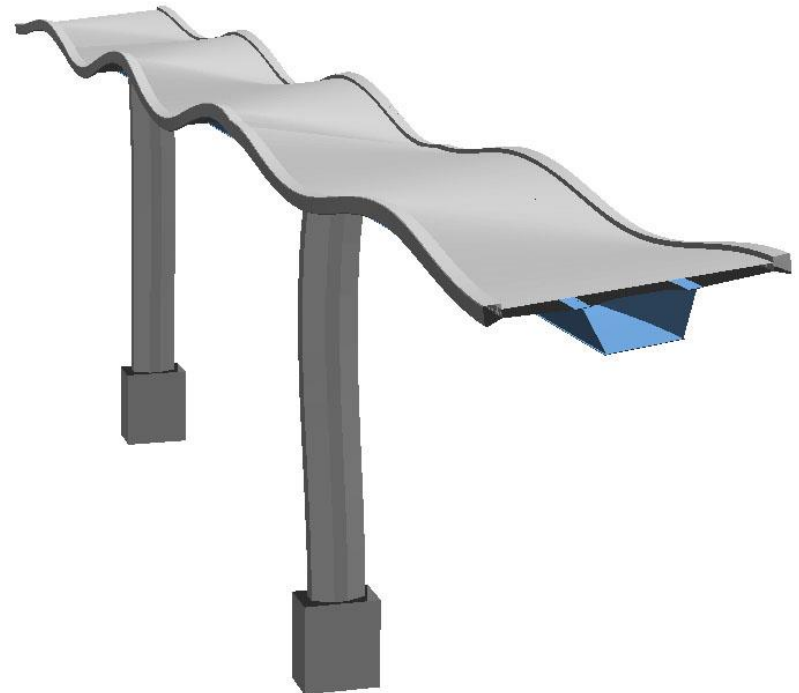
\* Finalidad  Obtener:

- \* Frecuencias naturales.
- \* Formas modales.
- \* Factores de amortiguamiento.



# ANÁLISIS MODAL

- \* ¿Para qué sirve?  Conocer:
- \* Comportamiento dinámico



# ANÁLISIS MODAL

- \* ¿Para qué sirve? → Conocer:
- \* Comportamiento dinámico → Y evitar...





# ANÁLISIS MODAL

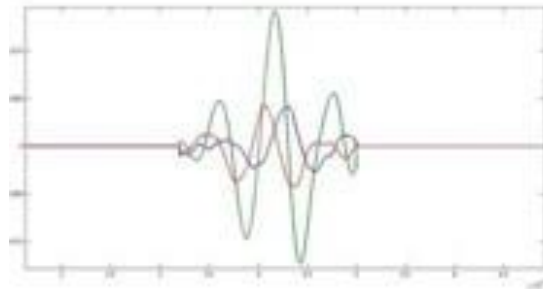
- \* ¿Para qué sirve?  Conocer:
  - \* Comportamiento dinámico  Detección de daño



# ANÁLISIS MODAL

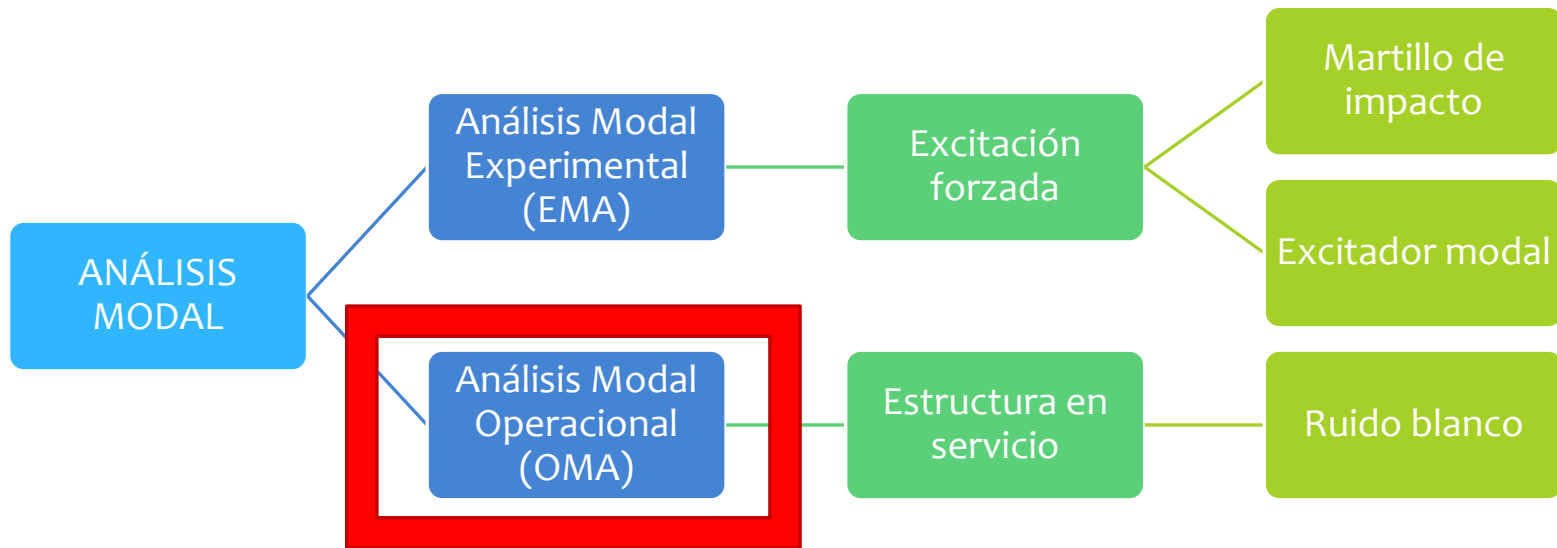
\* ¿Para qué sirve?  $\longrightarrow$  Conocer:

\* Comportamiento dinámico  $\longrightarrow$  Monitorización preventiva

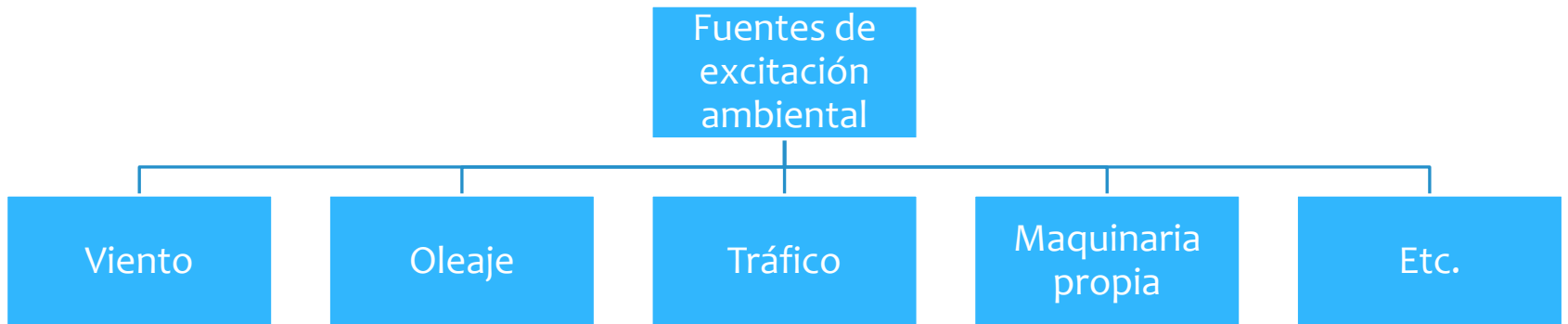




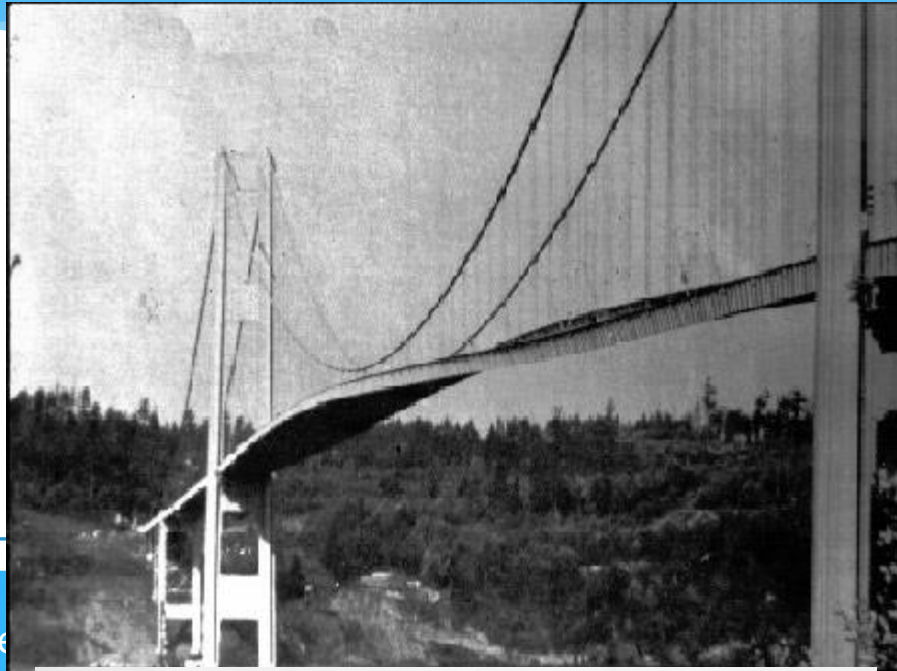
# Diferencias entre Análisis Modal EXPERIMENTAL y OPERACIONAL



# Estructura en servicio. Fuentes de excitación



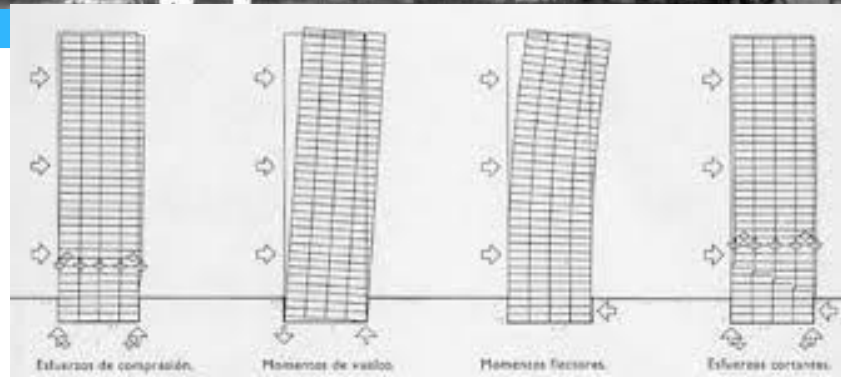
# Estructura en servicio. Fuentes de excitación



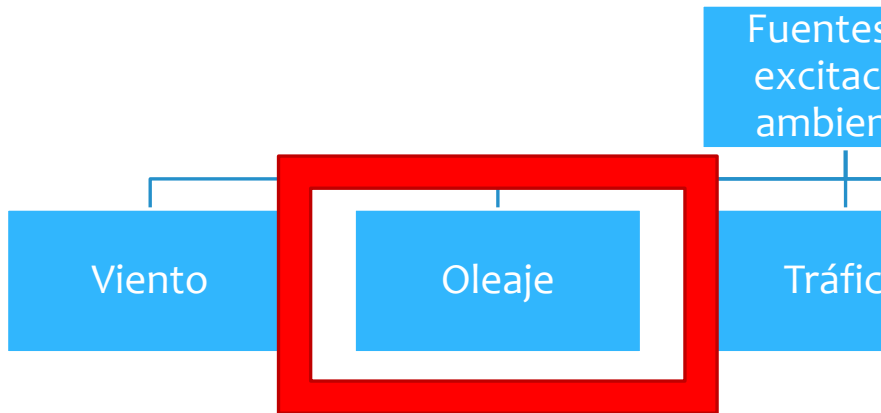
Viento

Ole

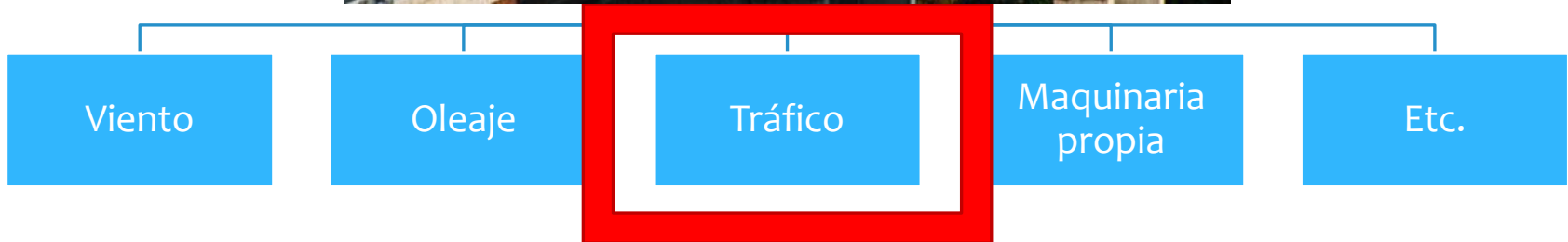
Etc.



# Estructura en servicio. Fuentes de excitación



# Estructura en servicio. Fuentes de excitación



# Estructura en servicio. Fuentes de excitación



La propia  
maquinaria

Etc.



# EMPLEO

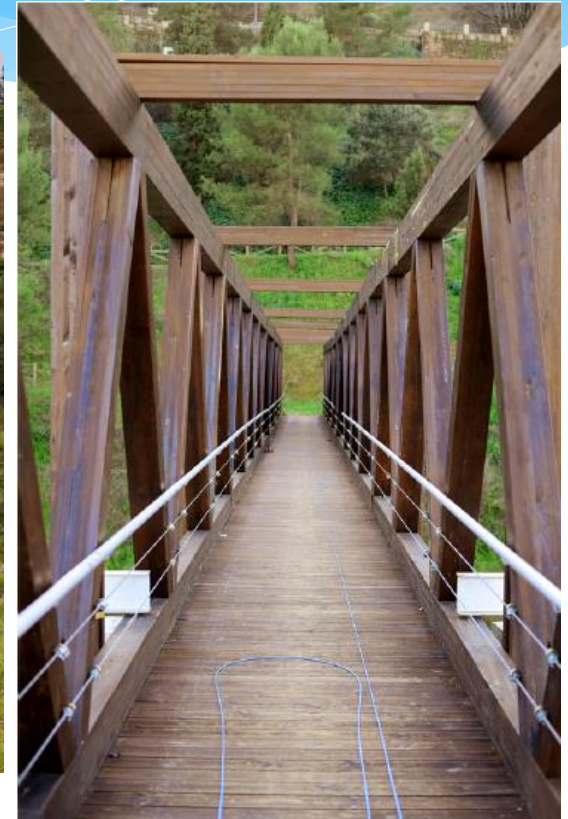
- \* Estructuras no convenientes de excitar artificialmente:
  - \* Tamaño.
  - \* Forma.
  - \* Localización.
- \* Aparición de no linealidades por un nivel de respuesta elevado al aplicar excitación artificial.

# Cubierta polideportiva, C.A.R. de Cartuja, Sevilla

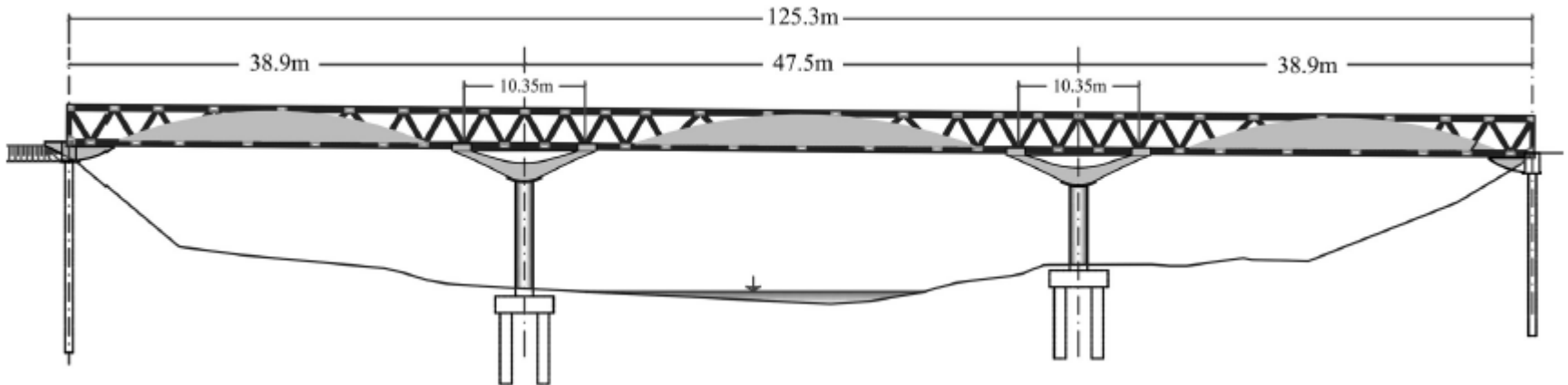
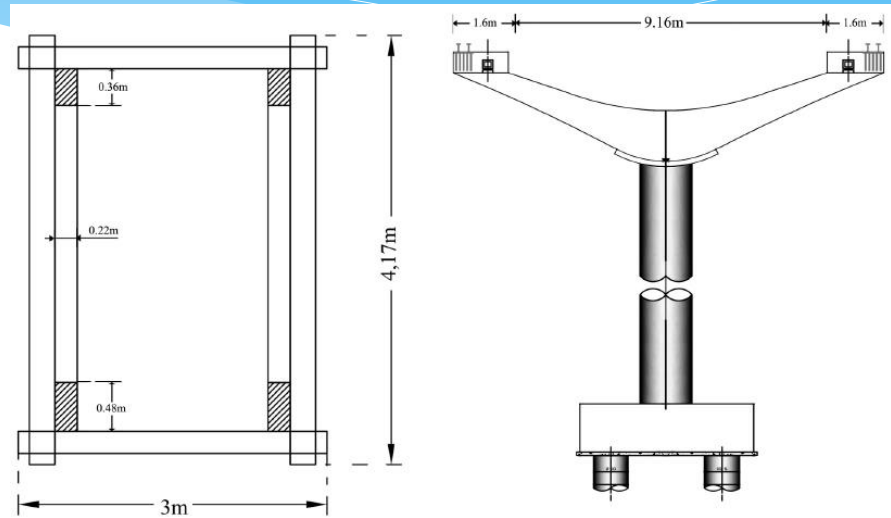
- \* Estructura metálica.
- \* Forma de paraboloides hiperbólicos.
- \* Dimensiones 46x24x12 m.



# Pasarela peatonal, Montoro (Córdoba)

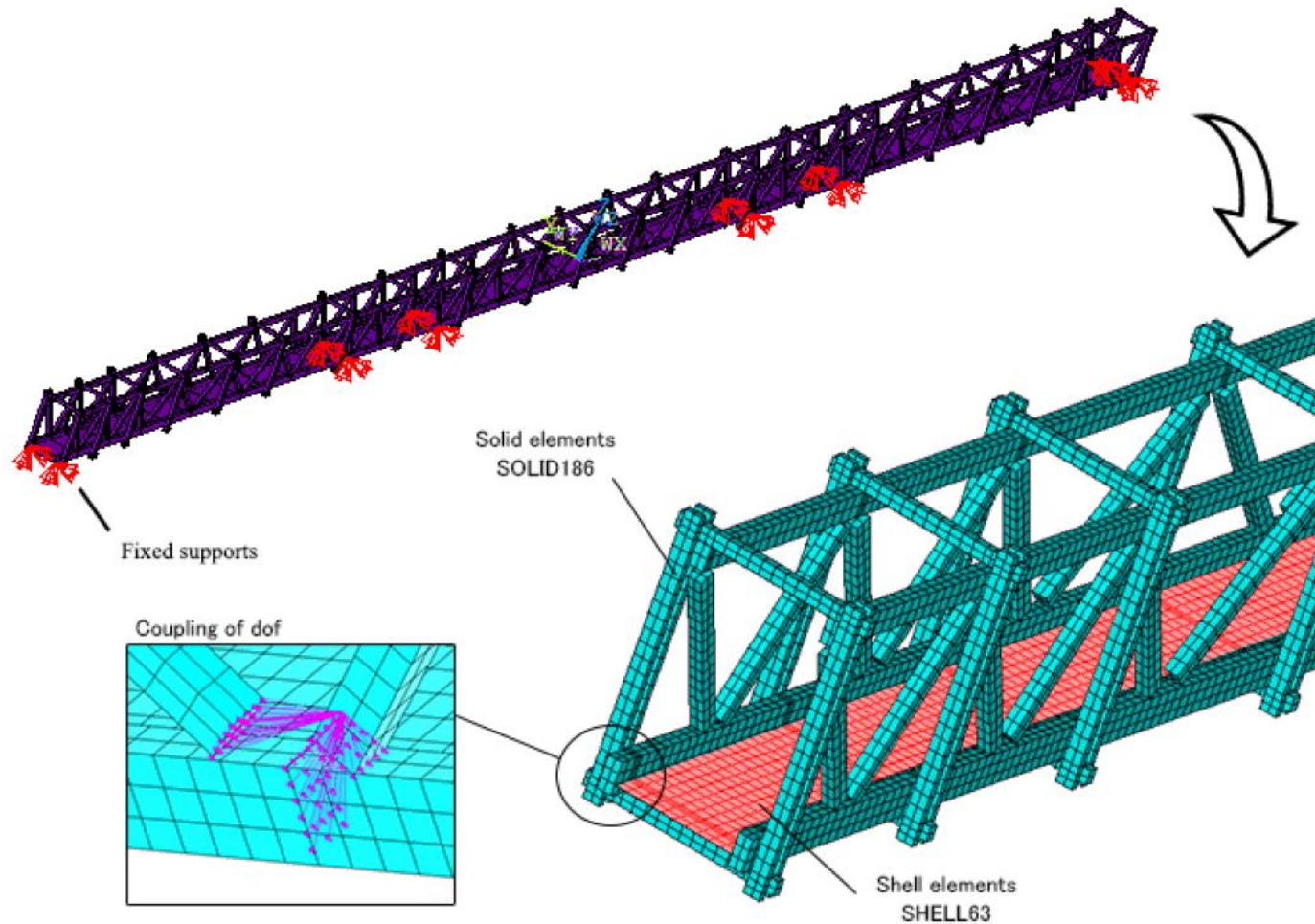


# Pasarela peatonal, Montoro (Córdoba)

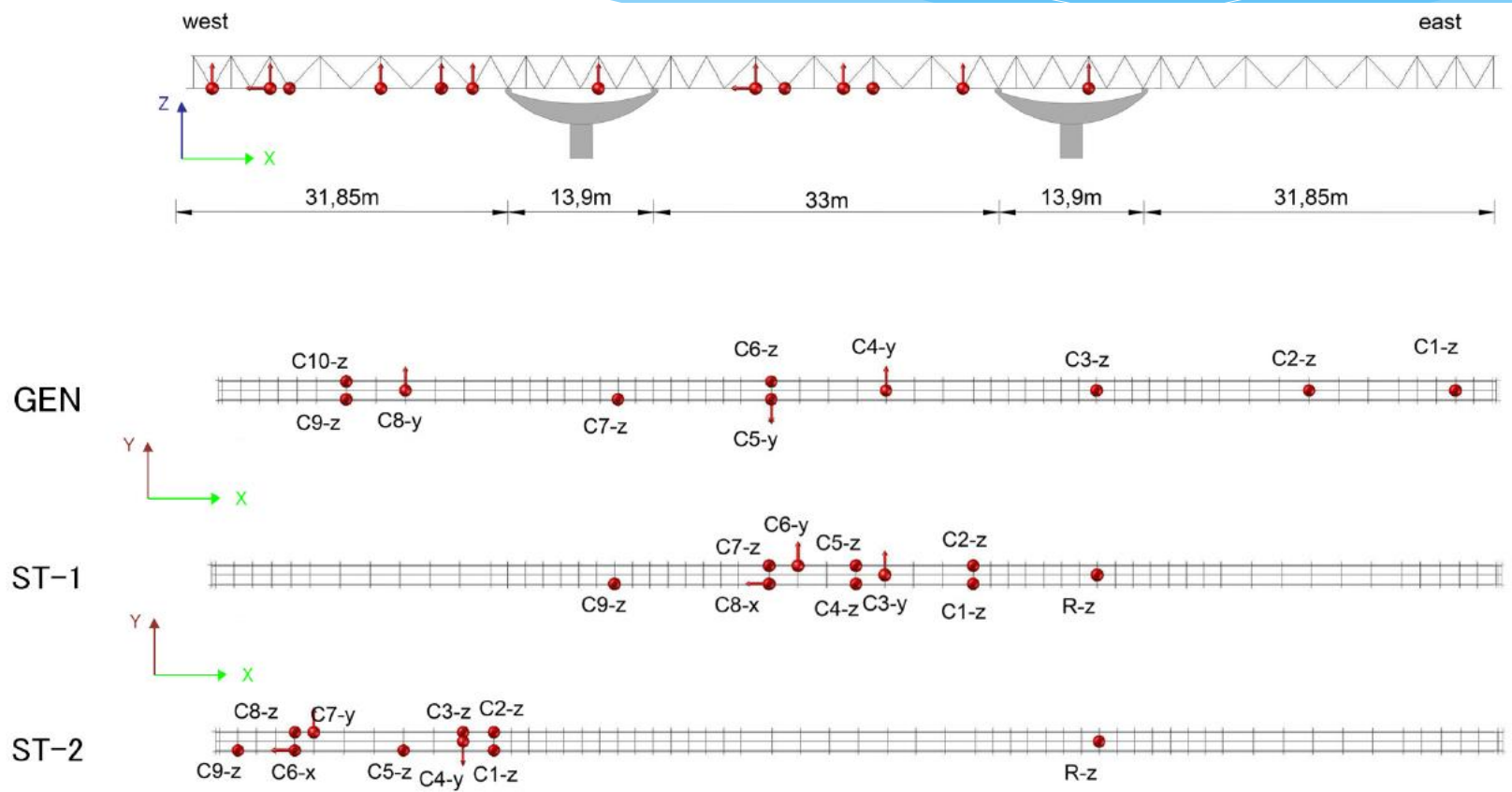




# Pasarela peatonal, Montoro (Córdoba)



# Pasarela peatonal, Montoro (Córdoba)

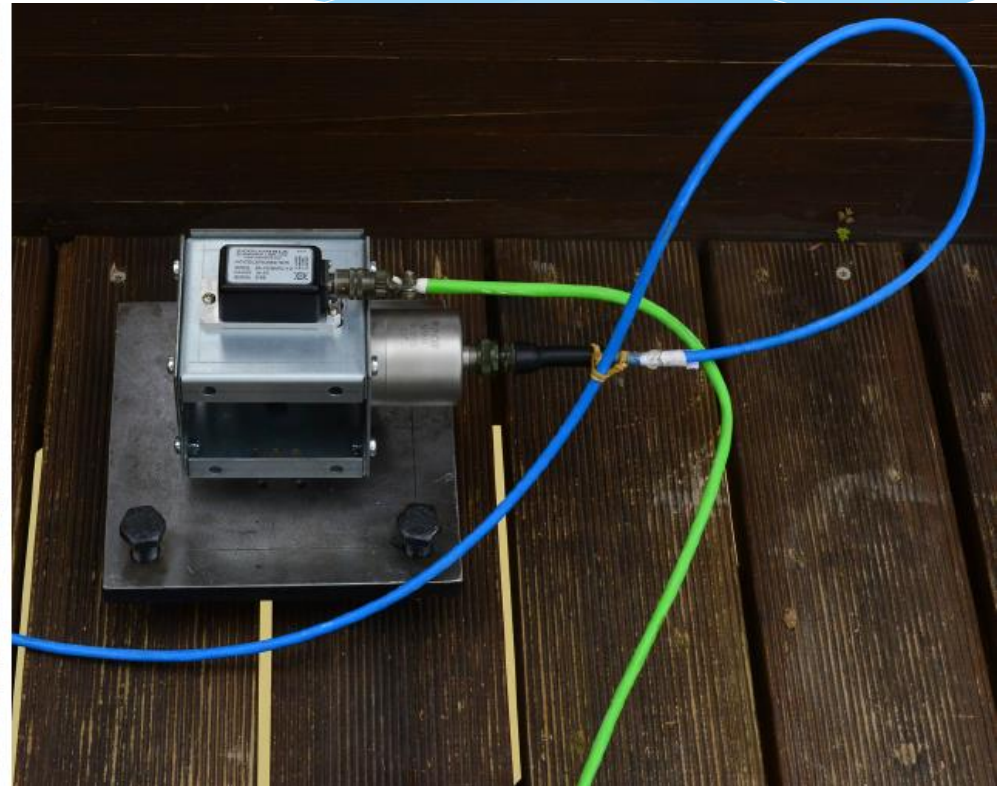
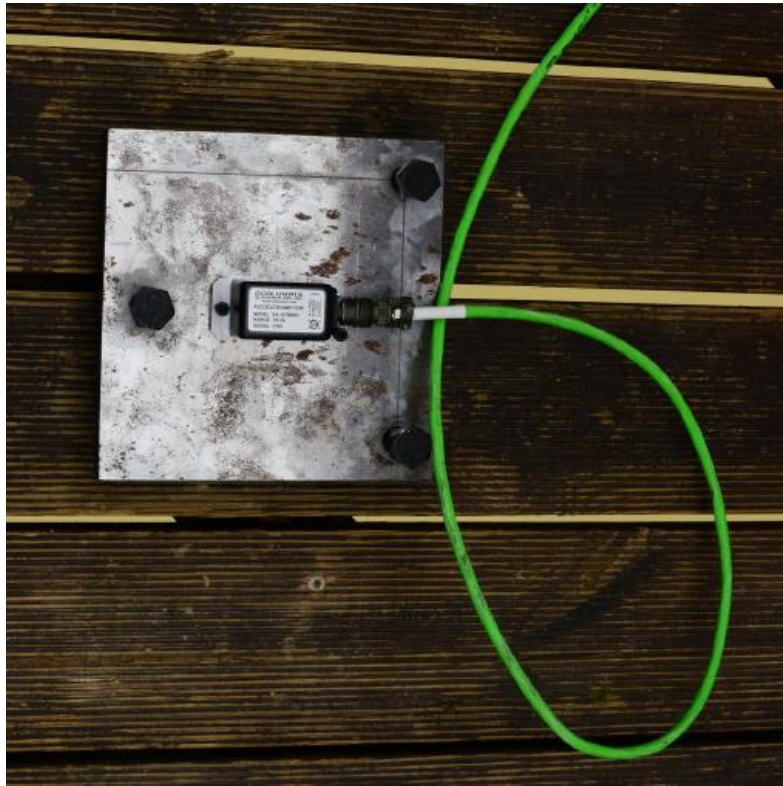




# Pasarela peatonal, Montoro (Córdoba)



# Pasarela peatonal, Montoro (Córdoba)





# Puente Eduardo Torroja, Posadas (Córdoba)

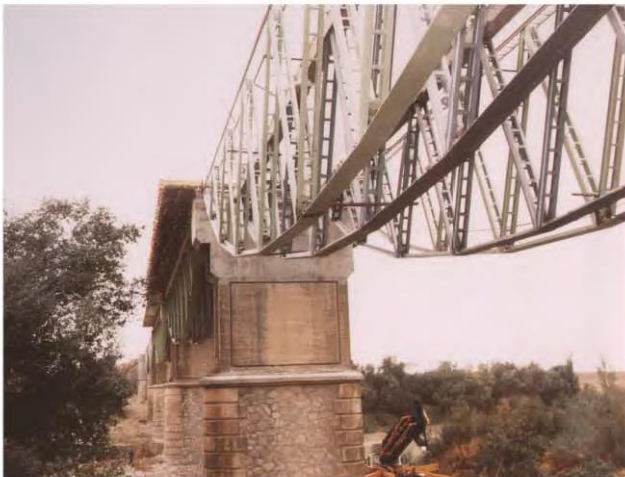
(a)



(b)



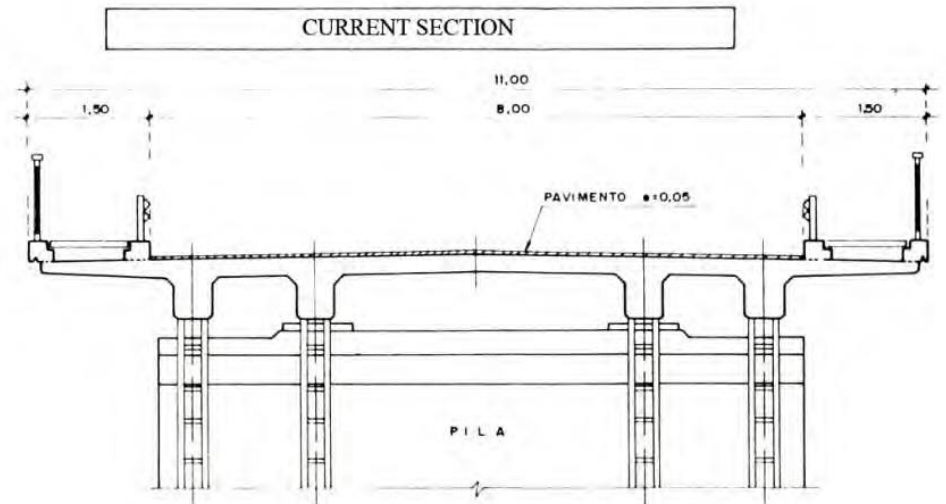
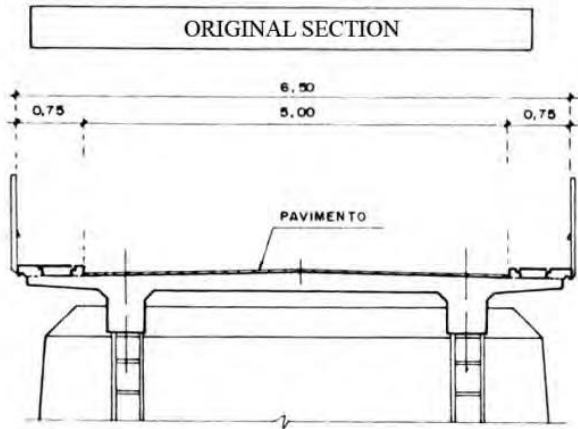
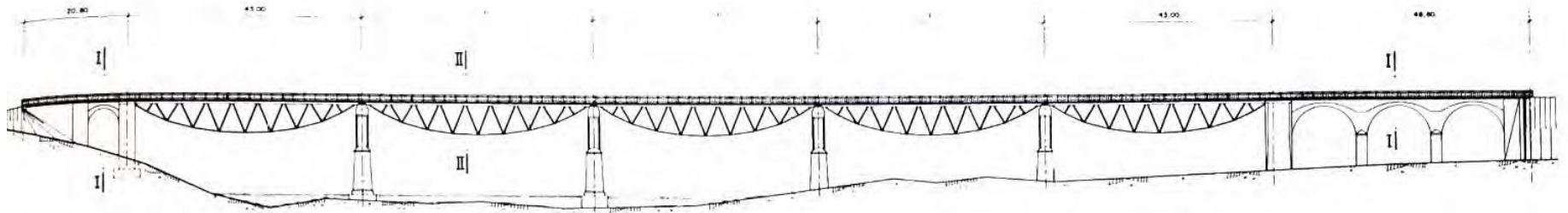
(c)



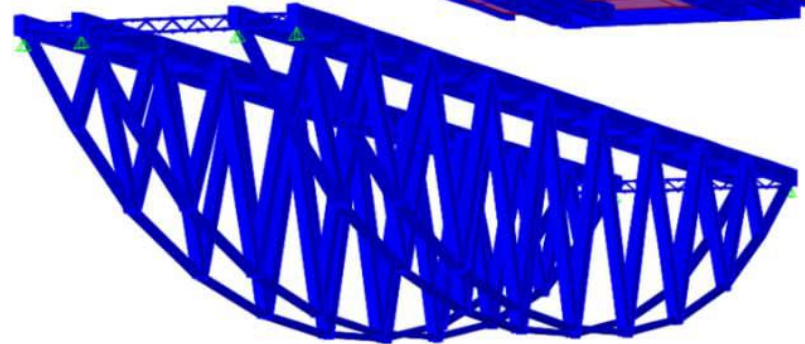
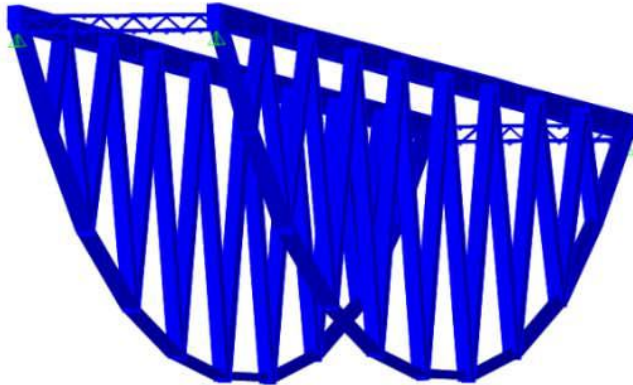
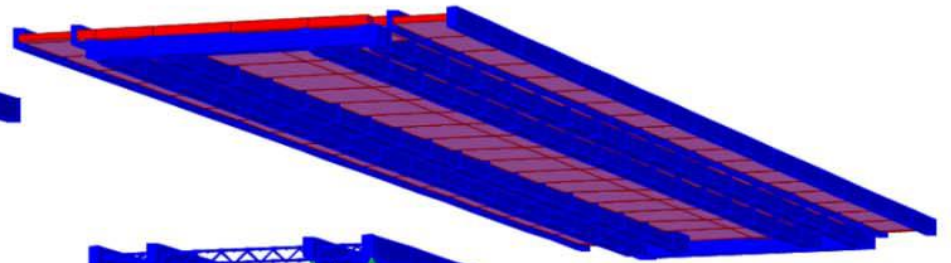
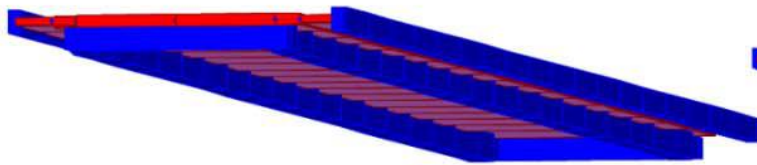
(d)



# Puente Eduardo Torroja, Posadas (Córdoba)

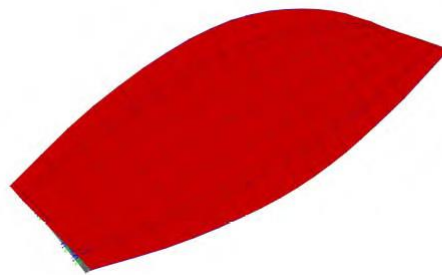


# Puente Eduardo Torroja, Posadas (Córdoba)

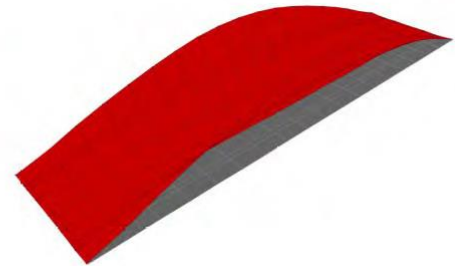


# Puente Eduardo Torroja, Posadas (Córdoba)

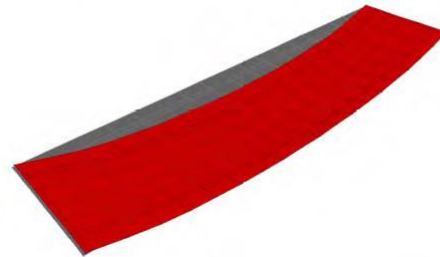
Modos obtenidos  
mediante FEM



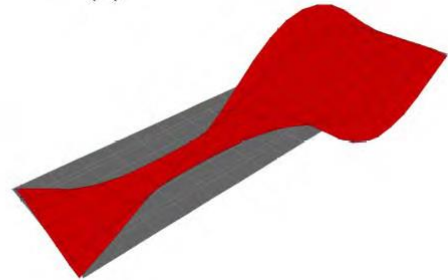
(a)



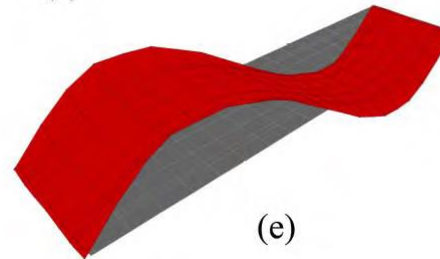
(b)



(c)



(d)

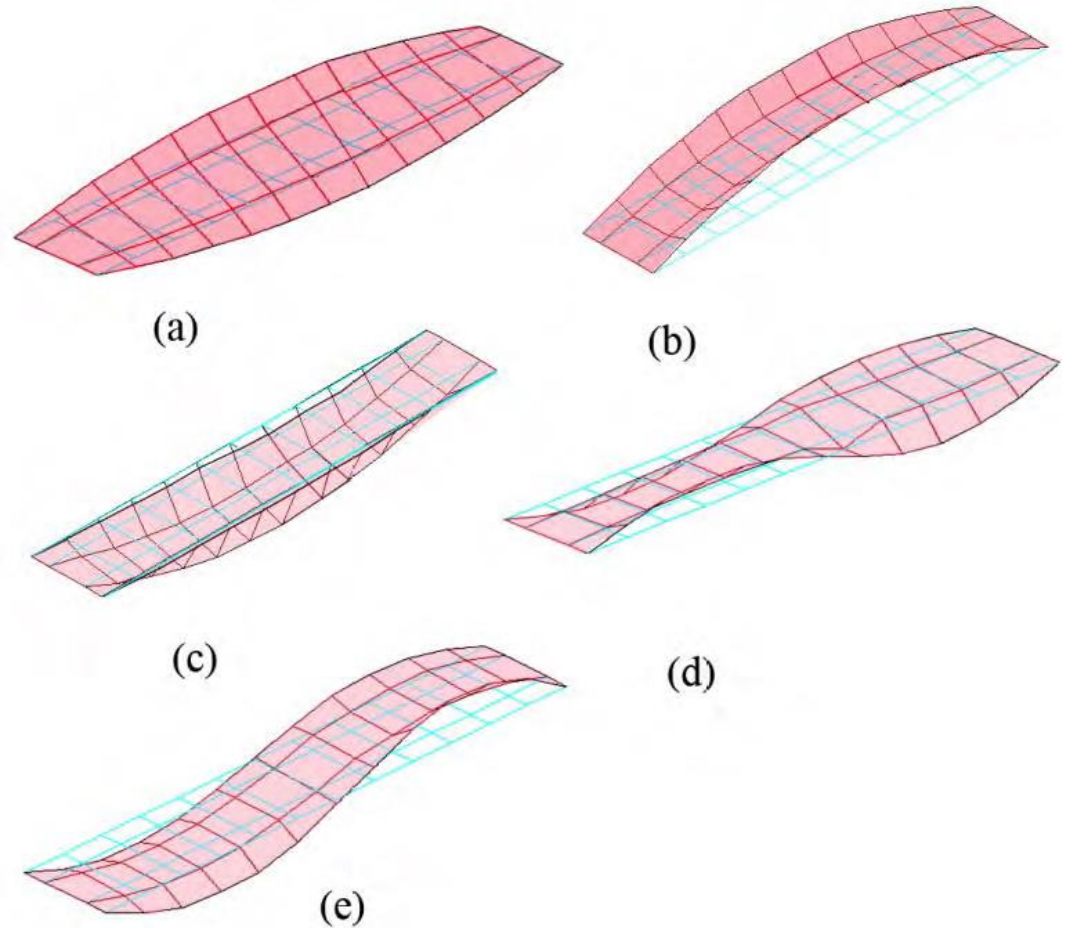


(e)

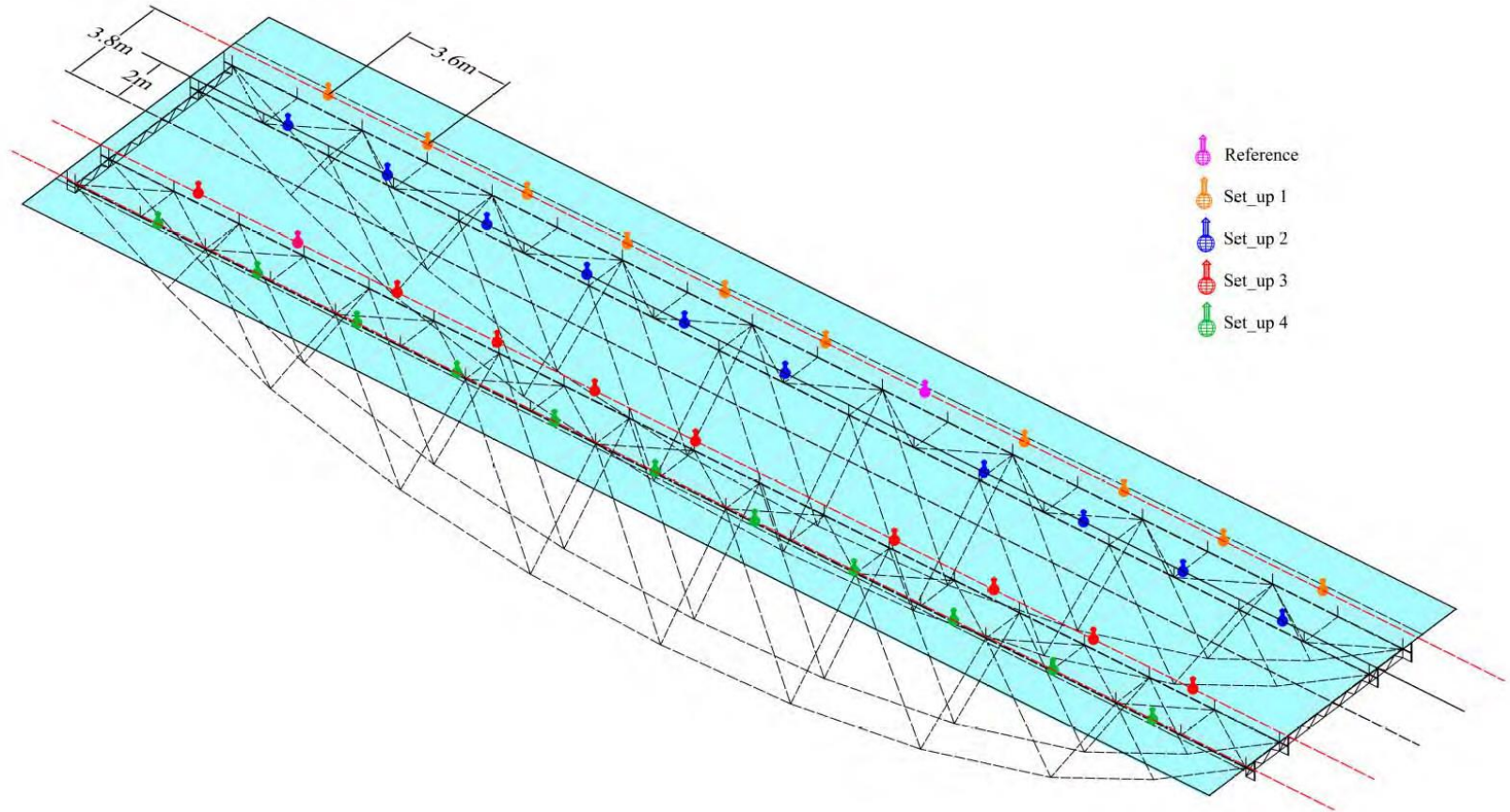


# Puente Eduardo Torroja, Posadas (Córdoba)

Modos obtenidos  
experimentalmente



# Puente Eduardo Torroja, Posadas (Córdoba)



# Puente Eduardo Torroja, Posadas (Córdoba)

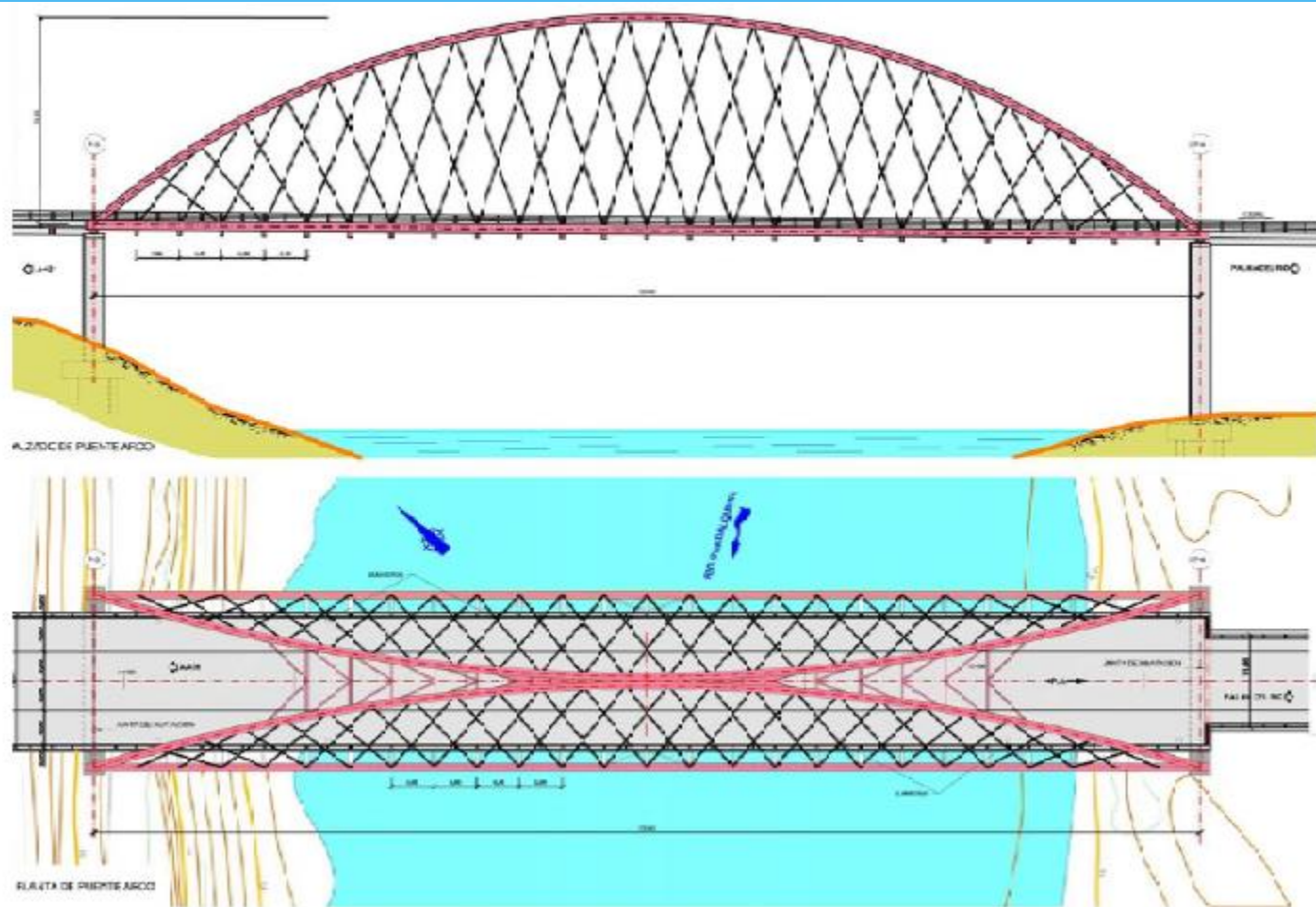
-	FEM	Experimental
Mode number	frequencies (Hz)	(Hz)
a	3.440	3.273
b	4.110	3.677
c	4.353	3.876
d	5.883	5.753
e	8.951	7.700

# Puente sobre río Guadalquivir Palma del Río (Córdoba)

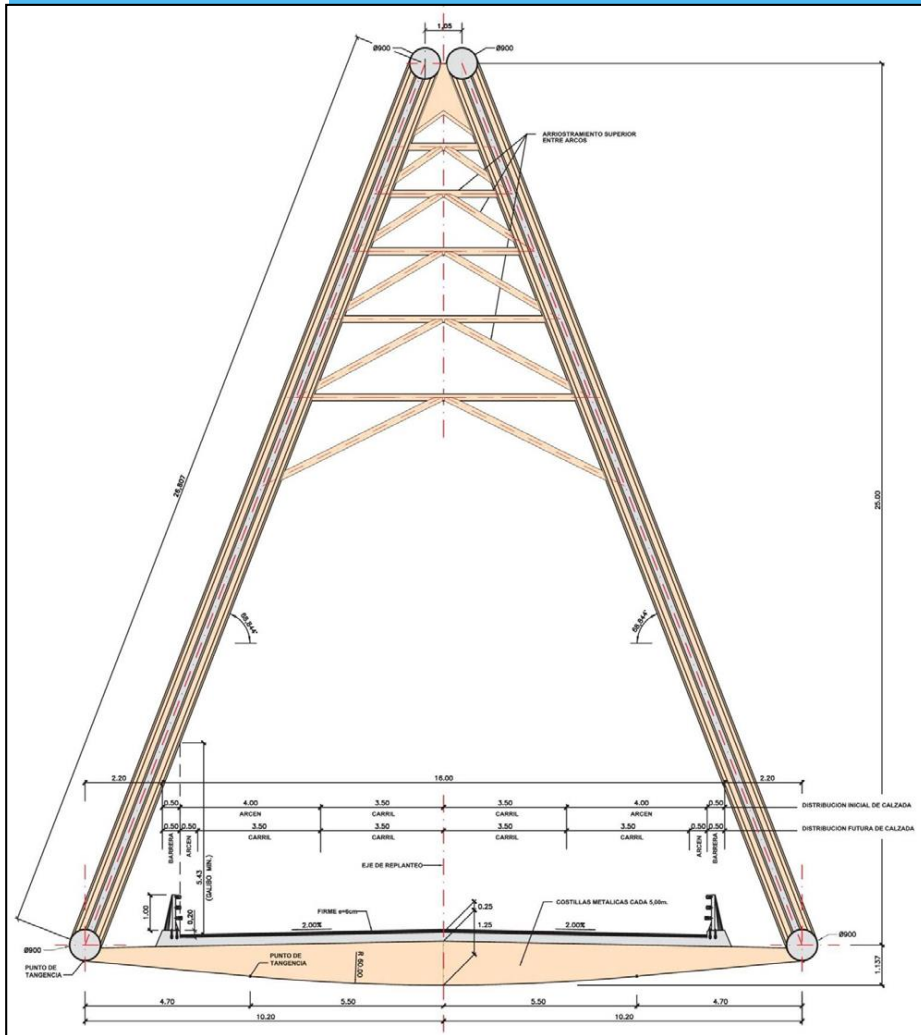




# Puente sobre río Guadalquivir Palma del Río (Córdoba)



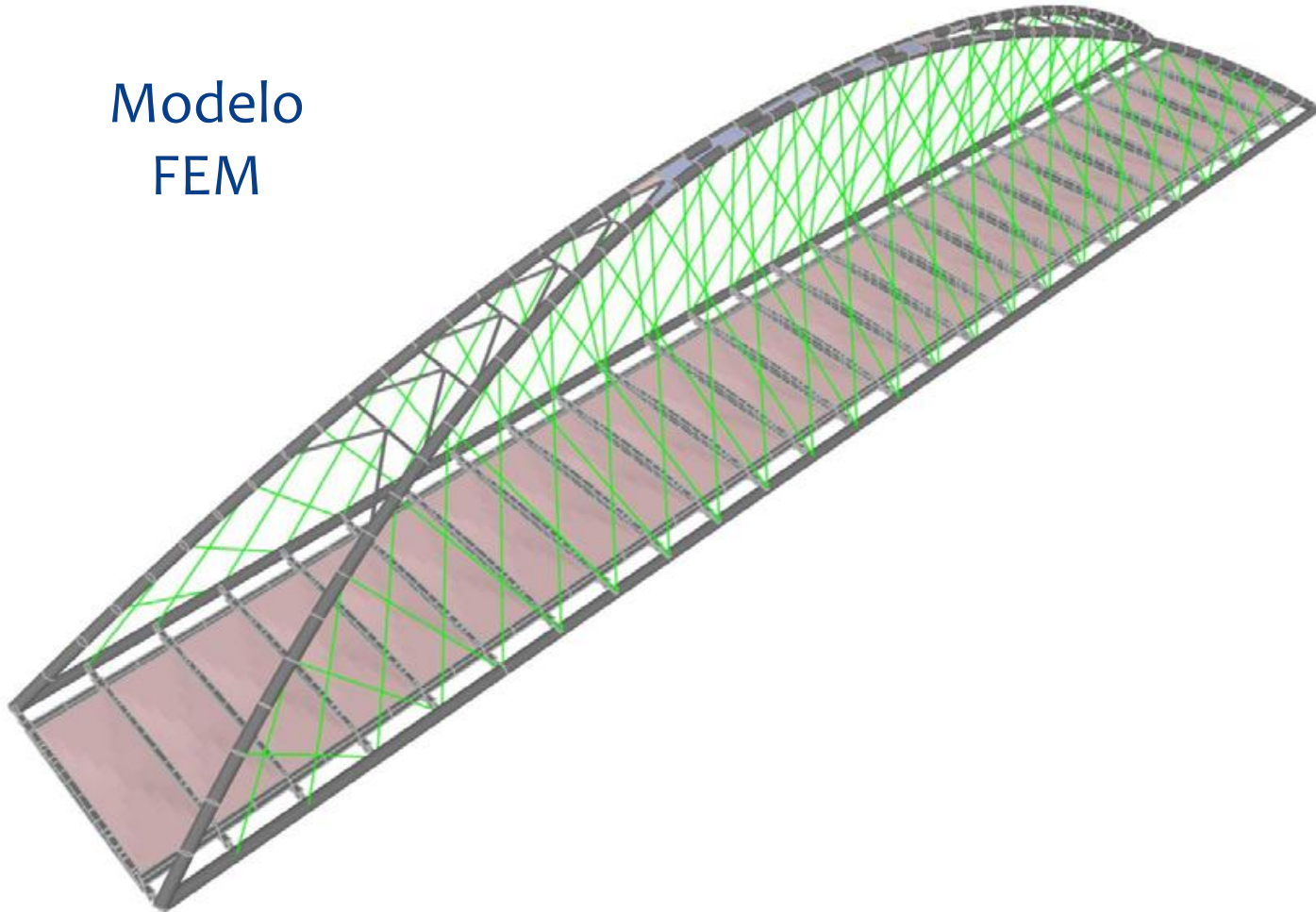
# Puente sobre río Guadalquivir Palma del Río (Córdoba)



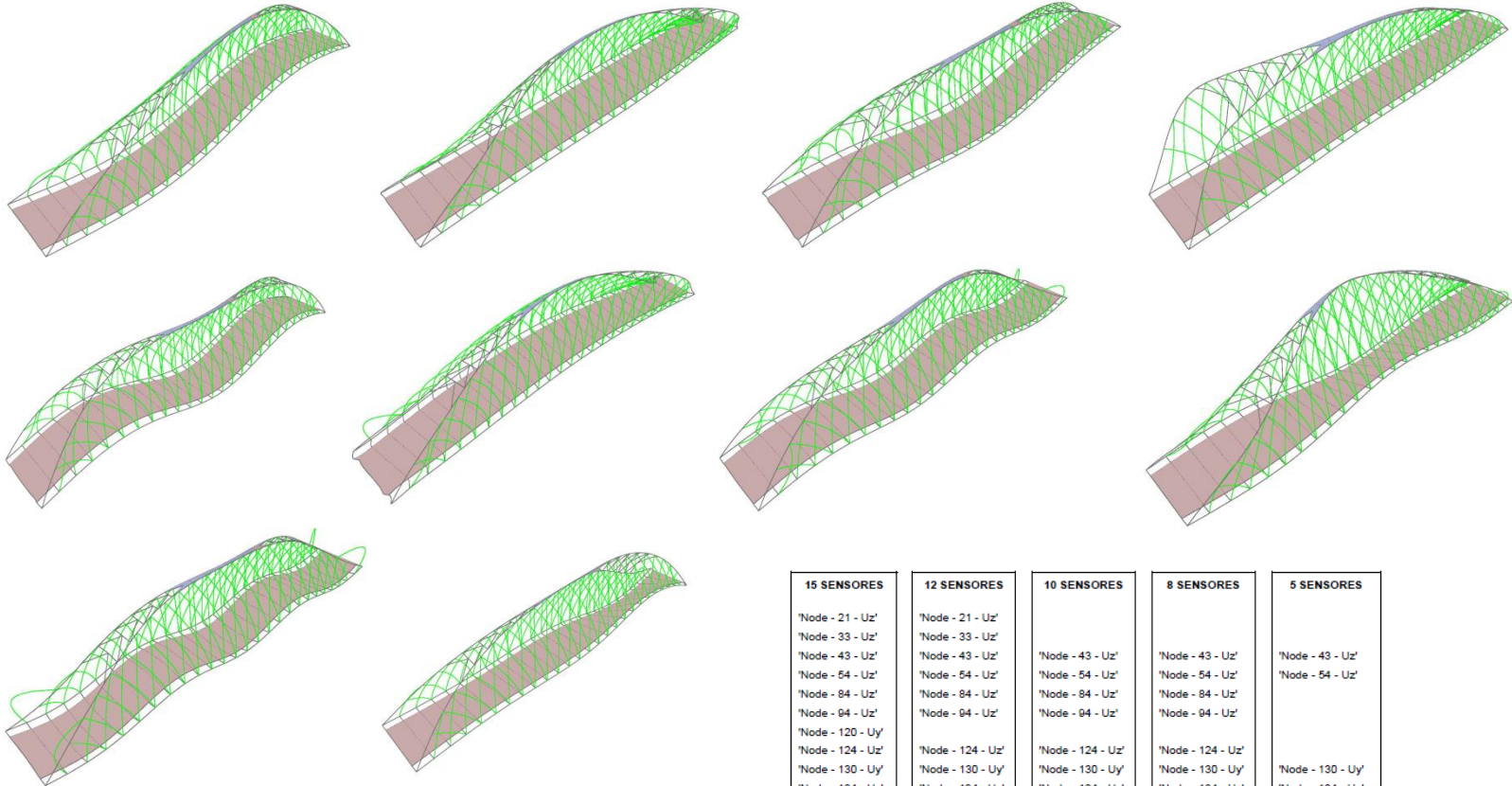


# Puente sobre río Guadalquivir Palma del Río (Córdoba)

Modelo  
FEM



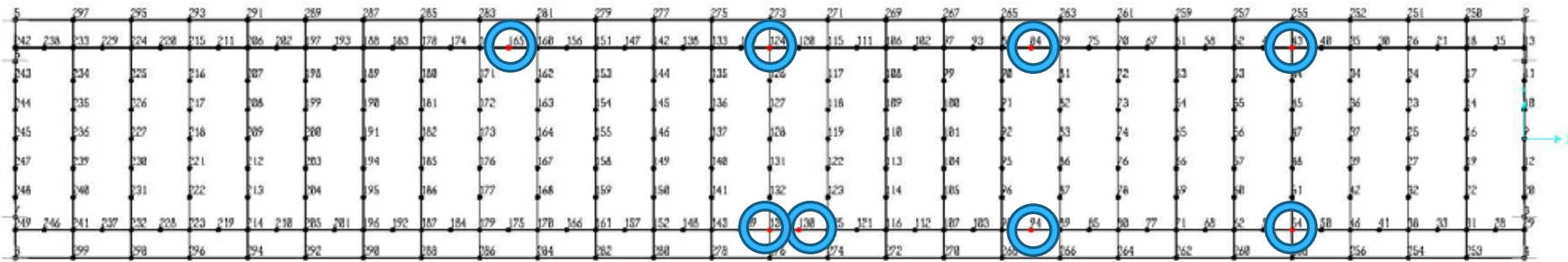
# Puente sobre río Guadalquivir Palma del Río (Córdoba)



15 SENSORES	12 SENSORES	10 SENSORES	8 SENSORES	5 SENSORES
'Node - 21 - Uz'	'Node - 21 - Uz'			
'Node - 33 - Uz'	'Node - 33 - Uz'			
'Node - 43 - Uz'	'Node - 43 - Uz'	'Node - 43 - Uz'	'Node - 43 - Uz'	'Node - 43 - Uz'
'Node - 54 - Uz'	'Node - 54 - Uz'	'Node - 54 - Uz'	'Node - 54 - Uz'	'Node - 54 - Uz'
'Node - 84 - Uz'	'Node - 84 - Uz'	'Node - 84 - Uz'	'Node - 84 - Uz'	
'Node - 04 - Uz'	'Node - 04 - Uz'	'Node - 04 - Uz'	'Node - 04 - Uz'	
'Node - 120 - Uy'				
'Node - 124 - Uz'	'Node - 124 - Uz'	'Node - 124 - Uz'	'Node - 124 - Uz'	
'Node - 130 - Uy'	'Node - 130 - Uy'	'Node - 130 - Uy'	'Node - 130 - Uy'	'Node - 130 - Uy'
'Node - 134 - Uz'	'Node - 134 - Uz'	'Node - 134 - Uz'	'Node - 134 - Uz'	'Node - 134 - Uz'
'Node - 165 - Uz'	'Node - 165 - Uz'	'Node - 165 - Uz'	'Node - 165 - Uz'	'Node - 165 - Uz'
'Node - 169 - Uz'				
'Node - 175 - Uz'	'Node - 175 - Uz'	'Node - 175 - Uz'		
'Node - 200 - Uz'	'Node - 200 - Uz'	'Node - 200 - Uz'		
'Node - 212 - Uz'				

# Puente sobre río Guadalquivir Palma del Río (Córdoba)

15 SENSORES	12 SENSORES	10 SENSORES	8 SENSORES	5 SENSORES
'Node - 21 - Uz'	'Node - 21 - Uz'			
'Node - 33 - Uz'	'Node - 33 - Uz'			
'Node - 43 - Uz'	'Node - 43 - Uz'	'Node - 43 - Uz'	'Node - 43 - Uz'	'Node - 43 - Uz'
'Node - 54 - Uz'	'Node - 54 - Uz'	'Node - 54 - Uz'	'Node - 54 - Uz'	'Node - 54 - Uz'
'Node - 84 - Uz'	'Node - 84 - Uz'	'Node - 84 - Uz'	'Node - 84 - Uz'	
'Node - 94 - Uz'	'Node - 94 - Uz'	'Node - 94 - Uz'	'Node - 94 - Uz'	
'Node - 120 - Uy'				
'Node - 124 - Uz'	'Node - 124 - Uz'	'Node - 124 - Uz'	'Node - 124 - Uz'	
'Node - 130 - Uy'	'Node - 130 - Uy'	'Node - 130 - Uy'	'Node - 130 - Uy'	'Node - 130 - Uy'
'Node - 134 - Uz'	'Node - 134 - Uz'	'Node - 134 - Uz'	'Node - 134 - Uz'	'Node - 134 - Uz'
'Node - 165 - Uz'	'Node - 165 - Uz'	'Node - 165 - Uz'	'Node - 165 - Uz'	'Node - 165 - Uz'
'Node - 189 - Uz'				
'Node - 175 - Uz'	'Node - 175 - Uz'	'Node - 175 - Uz'		
'Node - 209 - Uz'	'Node - 209 - Uz'	'Node - 209 - Uz'		
'Node - 212 - Uz'				

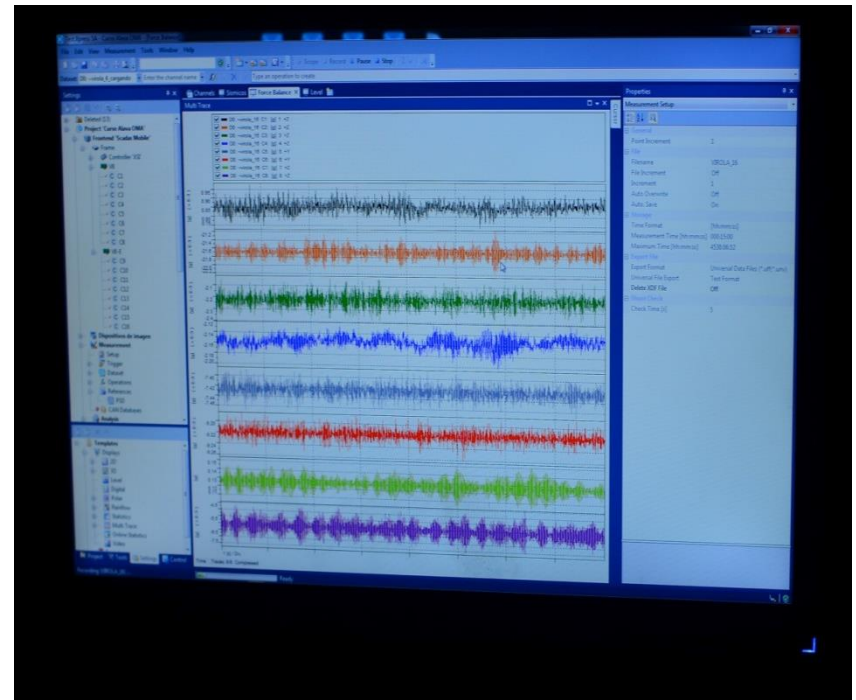




# Silo (almacenaje de grano) Alhama de Murcia, Murcia



# Silo (almacenaje de grano) Alhama de Murcia, Murcia





# Puente del Jalón

## Villanueva del Jalón, Zaragoza



# Puente del Jalón

## Villanueva del Jalón, Zaragoza



# Ventajas OMA

- \* Menor tiempo de preparación del ensayo.
- \* Más barato (no son necesarios equipos excitadores).
- \* No se interrumpe el funcionamiento normal de la estructura.
- \* Respuesta representativa de las condiciones reales de utilización de la estructura.
- \* No se aplican cargas artificiales, que pudieran afectar a la estructura.

# Inconvenientes OMA

- \* Respuestas pequeñas, normalmente mezcladas con ruido (Señal/Ruido).
- \* Excitación desconocida, complica el análisis.
- \* Necesidad de equipos muy sensibles.
- \* Necesario un análisis de datos cuidadoso.
- \* No cubre toda la banda de frecuencias.
- \* Escalado de los modos de vibración (masa).

# Modelos Experimentales



Jornada sobre Comportamiento Estructural y Monitorización de Estructuras  
Viernes 20 Mayo 2016, Universidad de Málaga

Dr. Rafael Castro Triguero  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Profesor Contratado Dr. Universidad de Córdoba  
Grupo Investigación Mecánica de Sólidos y Estructuras



# Modelos experimentales

- \* Los métodos de identificación de parámetros modales, están basados en modelos experimentales:
- \* Modelos de los sistemas dinámicos ensayados:
  - se ajustan a los datos registrados.
  - se extraen estimaciones de parámetros modales.

# Modelos experimentales

## Modelo de Elementos Finitos (FEM)

\* Ecuación que representa un sistema dinámico complejo:

$$M\ddot{q}(t) + C_1\dot{q}(t) + Kq(t) = p(t) = B_2u(t)$$

M  Matriz de masas

C  Matriz de amortiguamiento

K  Matriz de rigidez

$\ddot{q}(t)$   Vector aceleración

$\dot{q}(t)$   Vector velocidad

$q(t)$   Vector desplazamiento

$p(t)$   Vector fuerzas aplicadas

$u(t)$   Vector de menor dimensión de las fuerzas aplicadas ( $n_i < n_2$ )

$B_2$   Matriz compuesta por unos y ceros ( $n_2 \times n_i$ )

# Modelos experimentales

## Modelo de Espacio de Estados

- \* MEF  $\longrightarrow$  sistema de ecuaciones diferenciales de segundo orden
  - $\longleftarrow$  Puede transformarse en ED de primer orden
  - $\longleftarrow$  Modelo de Espacio de Estado

$$\dot{x}(t) = A_C x(t) + B_C u(t)$$
$$y(t) = C_C x(t) + D_C u(t)$$

Modelo en tiempo continuo

$A_C$   $\longrightarrow$  Matriz de estado

$B_C$   $\longrightarrow$  Matriz de entrada

$C_C$   $\longrightarrow$  Matriz de salida

$D_C$   $\longrightarrow$  Matriz de transmisión directa

$x(t)$   $\longrightarrow$  Vector de estado

$y(t)$   $\longrightarrow$  Vector de salidas

$u(t)$   $\longrightarrow$  Vector de entradas

# Modelos experimentales

## Modelo de Espacio de Estados

- \* Obtención de parámetros modales



Matriz de estado  $A_C$    $A_C = \Psi \Lambda_C \Psi^{-1}$

$$A_C = \begin{bmatrix} \Lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda^* \end{bmatrix}, \quad \Psi = \begin{bmatrix} \Theta & \Theta^* \\ \Theta \Lambda & \Theta^* \Lambda^* \end{bmatrix}$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \lambda_k & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}, \quad \Theta = [\cdots \phi_k \cdots], \quad k = 1, \dots, n_2$$

- \* Relación entre la frecuencia y la amortiguación modal:

$$\lambda_k = -\xi_k \omega_k + i \sqrt{1 - \xi_k^2} \omega_k$$

# Modelos experimentales

## Modelo de Espacio de Estados

\* Componentes modales observables:  $\Phi = C_C \Psi$

\* Además:  $n_m = n_2$   
 $n_m = n/2$

\* Señales analógicas  $\leftrightarrow$  Señales digitales  $\rightarrow$  Convertidor A/D

$$x_{k+1} = Ax_k + w_k$$

$$y_k = Cx_k + v_k$$

Modelo de Espacio de Estado  
estocástico en tiempo discreto

$$x_k = x(k\Delta t)$$



# Modelos experimentales

## Modelo de Espacio de Estados

- \* Los vectores  $w$  y  $v$  se asumen cero en los procesos de realización estocástica, con las siguientes matrices de correlación:

$$E\left(\begin{bmatrix} w_p \\ v_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_p^T & v_p^T \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix}$$

$$E\left(\begin{bmatrix} w_p \\ v_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_q^T & v_q^T \end{bmatrix}\right) = 0, \quad p \neq q$$

# Modelos experimentales

## Modelo de Espacio de Estados

- \* Obtención de parámetros modales:

Autovectores de  $A$  = Autovectores de  $A_c$

Relación entre autovalores  $A$  y autovalores  $A_c$ :

$$\mu_k = e^{\lambda_k \Delta t} \leftrightarrow \lambda_k = \frac{\ln(\mu_k)}{\Delta t}$$

Matriz  $C = C_c$

Componentes modales observables:

$$\Phi = C_c \Psi$$

(igual tiempo continuo)

# Modelos experimentales

## Función de transferencia

- \* Aplicando la transformada de Laplace a la ED 2° orden (MEF), y condiciones iniciales nulas:

$$Ms^2Q(s) + C_1sQ(s) + KQ(s) = P(s)$$



$$[Ms^2 + C_1s + K]Q(s) = P(s) \quad \leftrightarrow \quad Z(s)Q(s) = P(s)$$

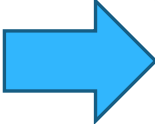
- \* Relación las transformadas de Laplace de las entradas y salidas:


$$Q(s) = H(s)P(s)$$

$$H(s) = Z(s)^{-1} = [Ms^2 + C_1s + K]^{-1}$$

# Modelos experimentales

## Función de transferencia

\* Cada elemento de  $H(s)$   Función valores complejos

 Puede representarse por dos superficies definidas en plano  $s$  o Laplace

- \* Partes real e imaginaria
- \* Valor absoluto y ángulo de fase

\* Polos:

$$\lambda_k = -\xi_k \omega_k + i \sqrt{1 - \xi_k^2} \omega_k$$





# Modelos experimentales

## Espectro y espectro medio de salida

- \* Proceso estocástico que representa entradas desconocidas, puede ser:
  - \* Matriz de correlación.
  - \* Matriz con espectro de entrada (transformada de Laplace de las correlaciones de entrada).
- \* Relación entre matriz espectro de salida y matriz espectro de entrada:

$$S_{yy}(\omega) = H(\omega)S_{uu}(\omega)H^H(\omega)$$

- \* Si entrada = ruido blanco ( $S_{yy}$  sólo depende de  $H(\omega)$  y una matriz cte. (ruido blanco matriz de entrada)):

$$S_{yy}(\omega) = H(\omega)R_{uu}H^H(\omega)$$

# Modelos experimentales

## Espectro y espectro medio de salida

- \* Teniendo en cuenta la descomposición modal de  $H(\omega)$ , el espectro de salida quedaría:

$$S_{yy}(\omega) = \sum_{k=1}^{n_2} \frac{\phi_k \mathbf{g}_k^T}{i\omega - \lambda_k} + \frac{\phi_k^* \mathbf{g}_k^H}{i\omega - \lambda_k^*} + \frac{\mathbf{g}_k \phi_k^T}{-i\omega - \lambda_k} + \frac{\mathbf{g}_k^* \phi_k^H}{-i\omega - \lambda_k^*}$$

- \* Se obtienen 4 polos con la descomposición modal ( $\lambda_k, -\lambda_k, \lambda_k^*$  y  $-\lambda_k^*$ ):

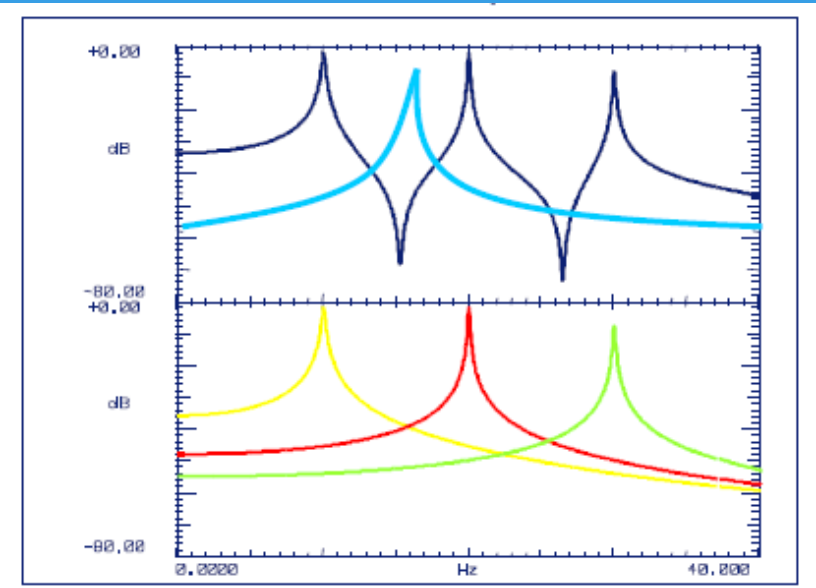
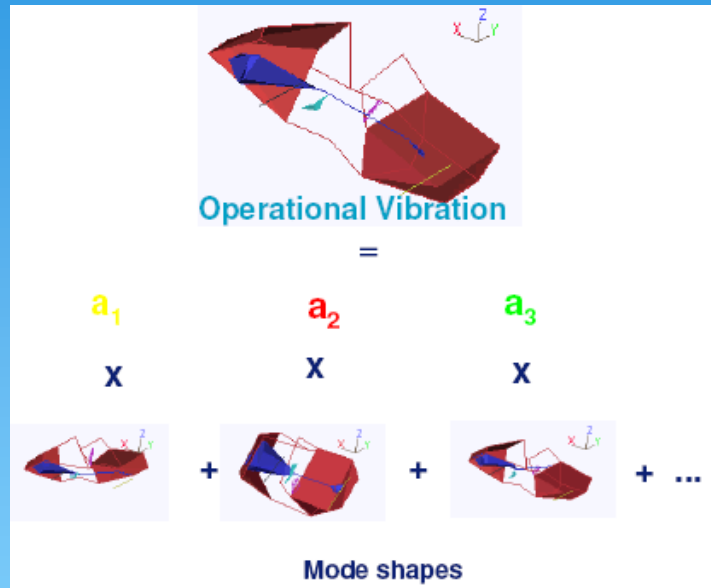


Obliga a utilizar modelos 2 veces el orden del modelo de  $H(\omega)$

Se evita usando el espectro medio:

$$S_{yy}^+(\omega) = \sum_{k=1}^{n_2} \frac{\phi_k \mathbf{g}_k^T}{i\omega - \lambda_k} + \frac{\phi_k^* \mathbf{g}_k^H}{i\omega - \lambda_k^*}$$

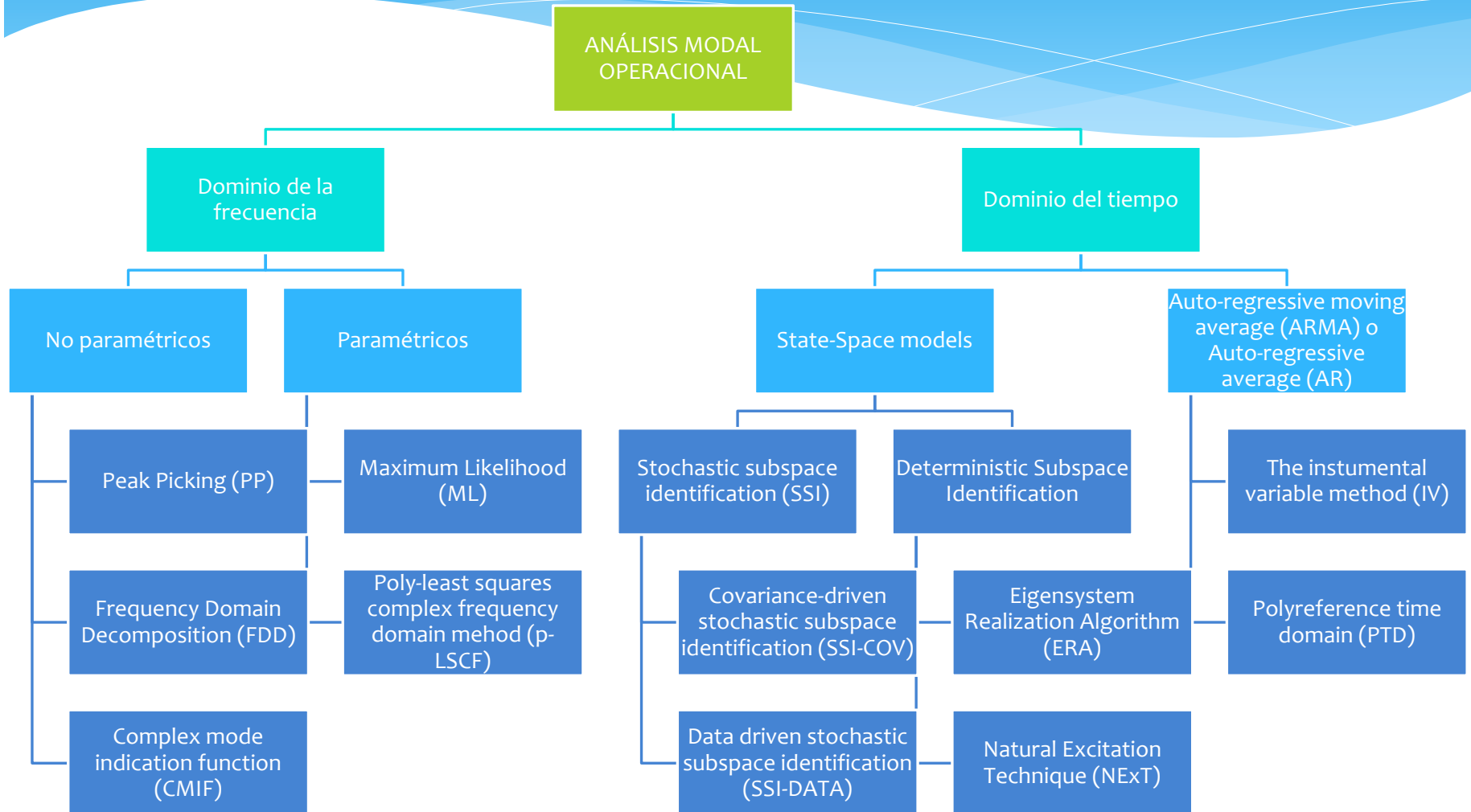
# Métodos de Identificación de Sistemas



Jornada sobre Comportamiento Estructural y Monitorización de Estructuras  
Viernes 20 Mayo 2016, Universidad de Málaga

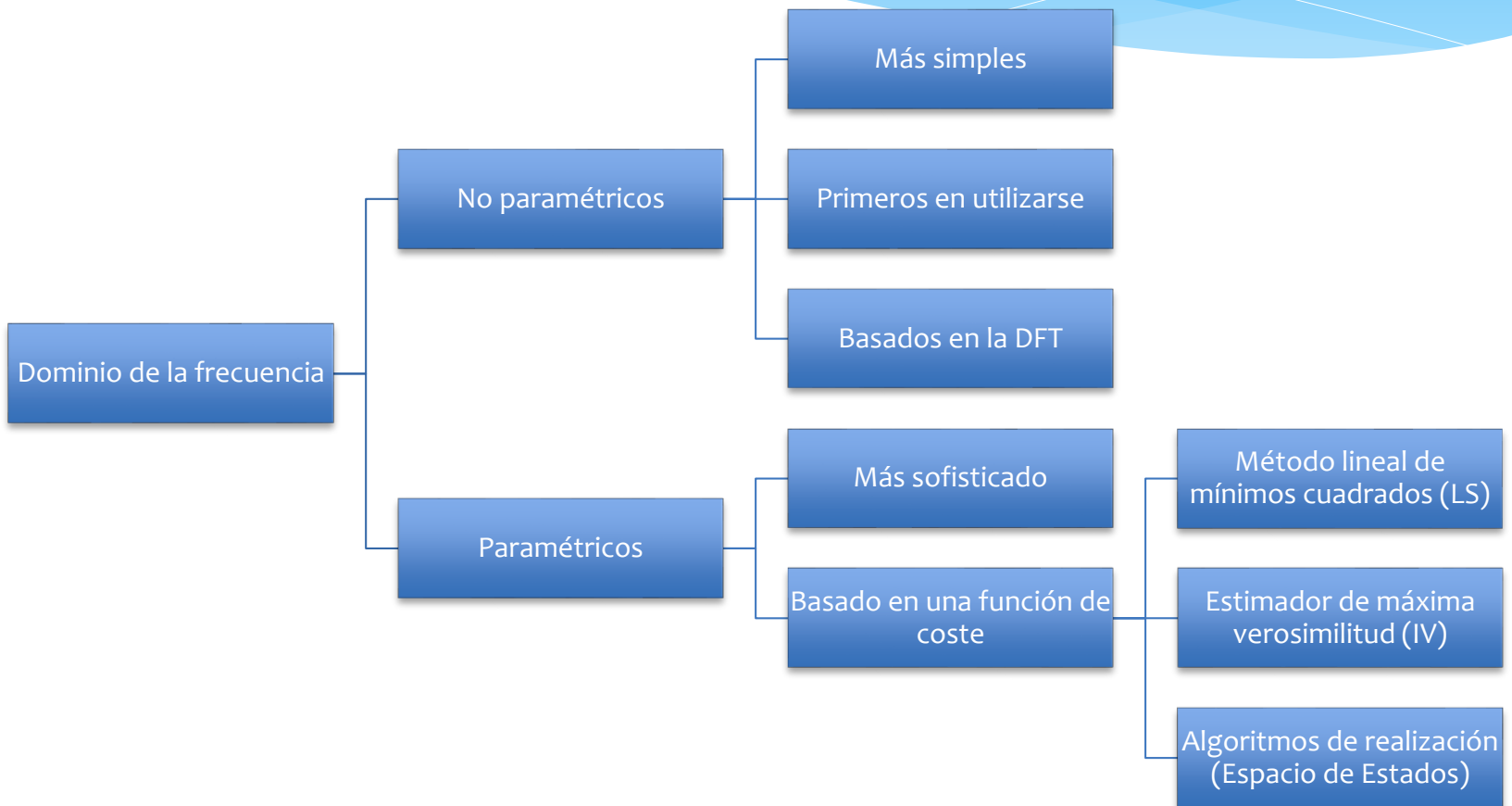
Dr. Rafael Castro Triguero  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Profesor Contratado Dr. Universidad de Córdoba  
Grupo Investigación Mecánica de Sólidos y Estructuras

# Clasificación métodos de identificación mediante OMA

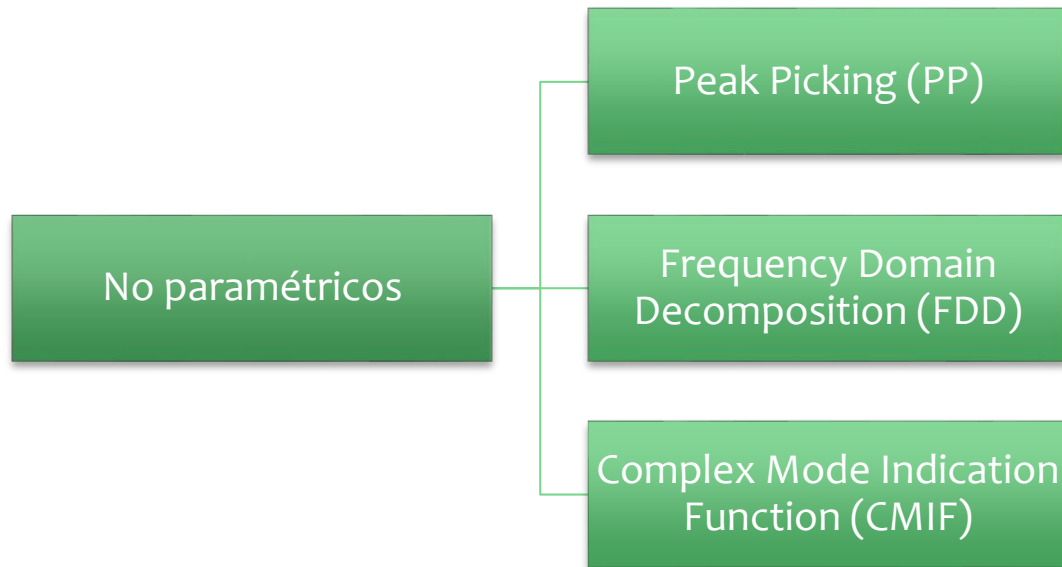




# Métodos en el dominio de la frecuencia



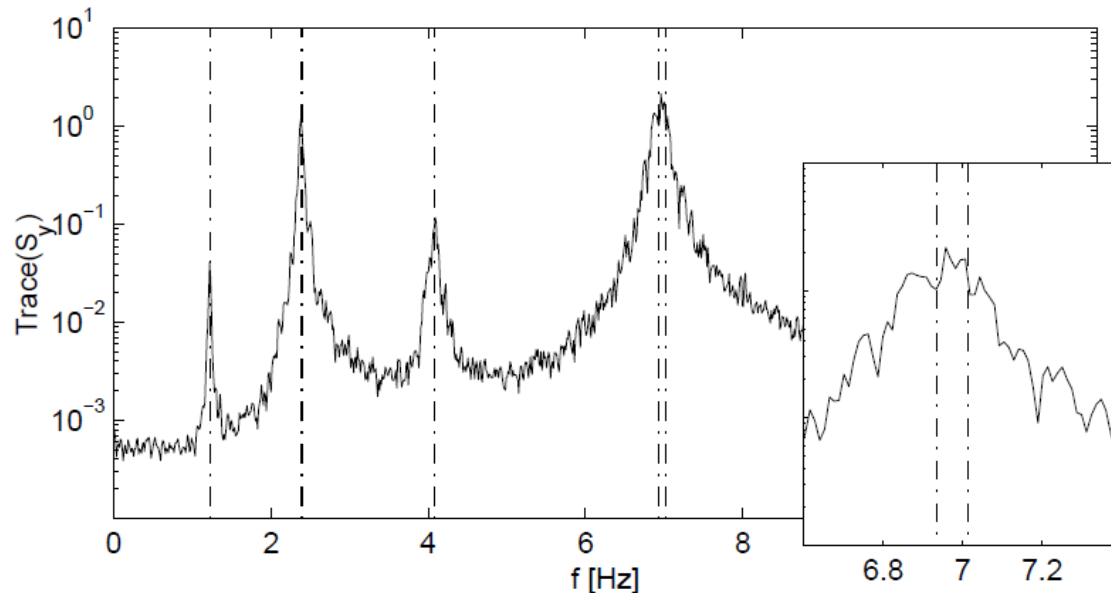
# Métodos en el dominio de la frecuencia



# Dominio de la frecuencia – No paramétricos

## Peak Picking (PP)

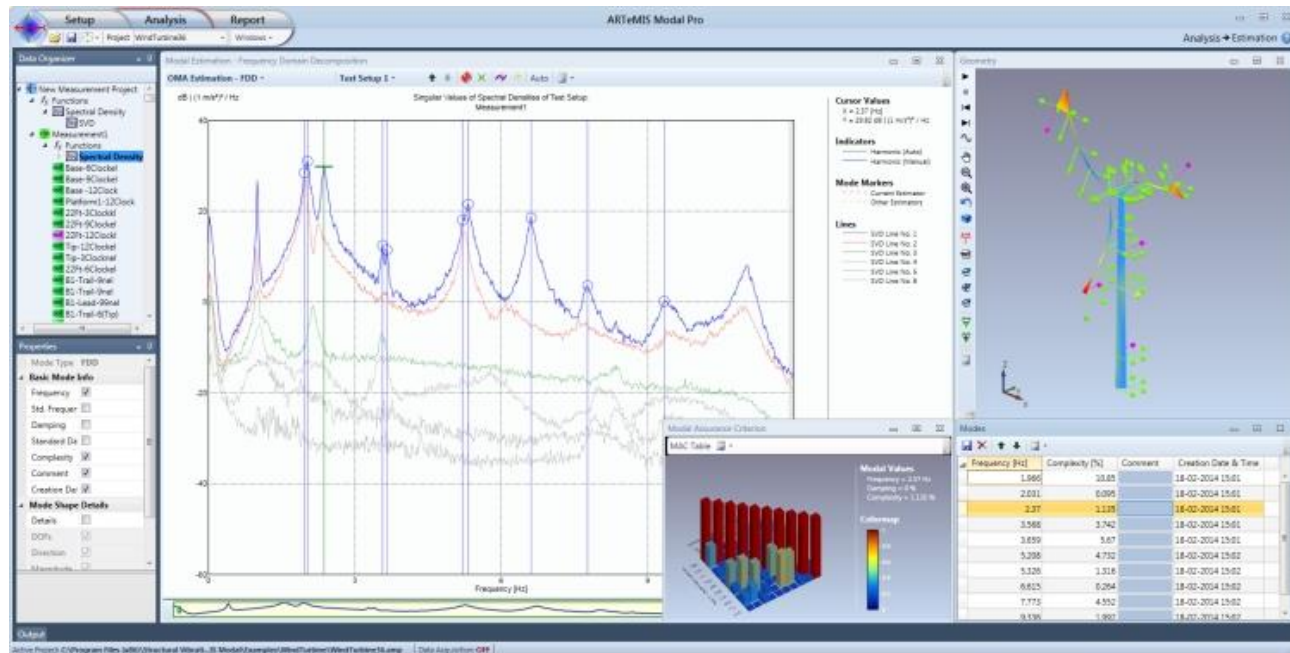
- \* Método más simple.
- \* Se aplica a auto-espectros y espectros cruzados de las respuestas operacionales.
- \* Seleccionando picos en los espectros, se pueden obtener estimaciones de las frecuencias y formas modales.
- \* La precisión depende de la resolución en frecuencias utilizada.



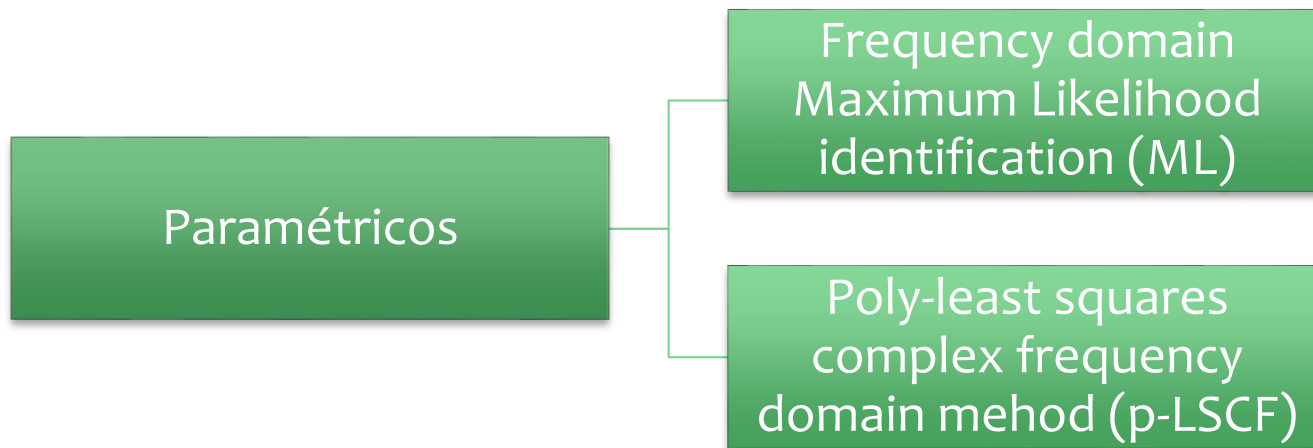
# Dominio de la frecuencia – No paramétricos

## Frequency Domain Decomposition (FDD)

- \* Método ligeramente más sofisticado.
- \* Permite:
  - \* Separación de modos estrechamente espaciados.
  - \* Identificación de amortiguamientos modales.
- \* Interpreta espectro de salida estimado con el método de Welch.



# Métodos en el dominio de la frecuencia





# Dominio de la frecuencia – Paramétricos

## Frequency-domain maximum likelihood identification (ML)

- \* Método basado en la optimización que estima los parámetros modales minimizando una función de coste cuadrática ponderada adecuadamente con la incertidumbre en los datos experimentales.
- \* El método da lugar a ecuaciones no lineales en los parámetros desconocidos.
- \* Esto requiere un procedimiento iterativo con problemas como:
  - \* Convergencia no garantizada,
  - \* Mínimos locales,
  - \* Sensibilidad a los valores iniciales,
  - \* Alta carga computacional.

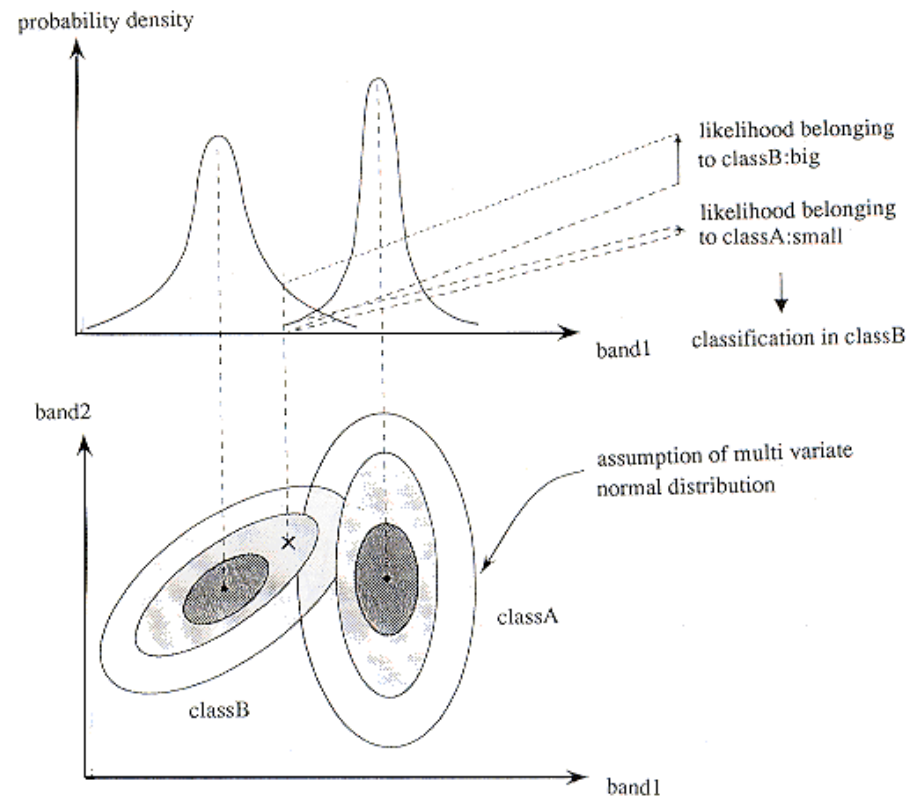


Figure 11.7.1 Concept of Maximum Likelihood Method

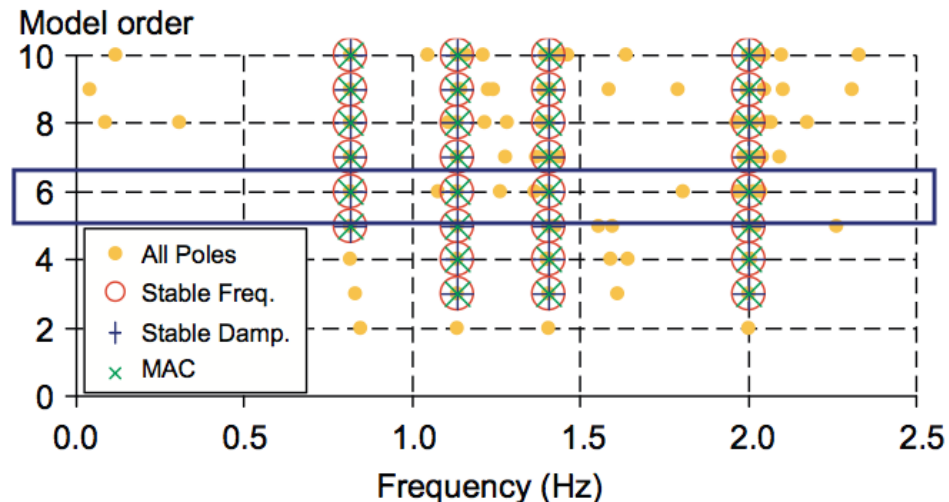
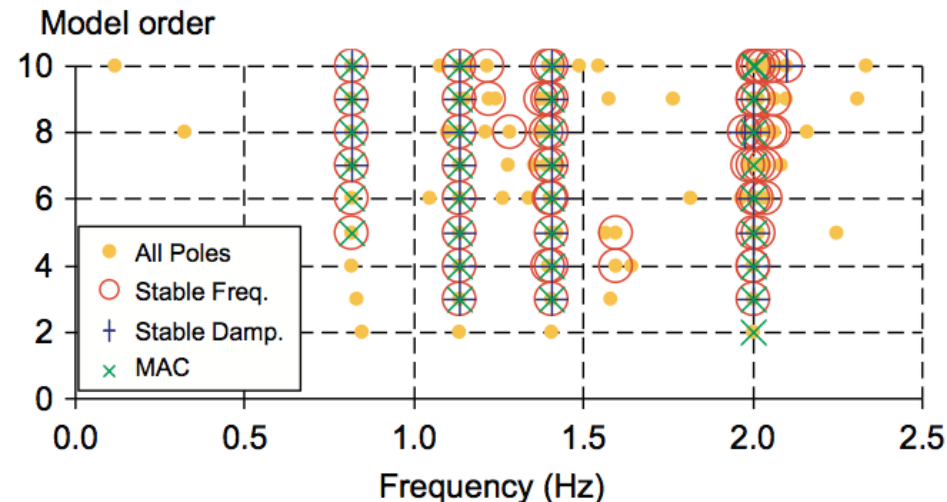
# Dominio de la frecuencia – Paramétricos

## Poly-least squares complex frequency domain method (p-LSCF)

- \* Comercialmente conocido como “PolyMax”.
- \* Desarrollado para identificación de parámetros modales a partir de FRF's, basado en un ajuste por mínimos cuadrados.
- \* Produce estimaciones de polos globales y vectores de participación modal.

$$A_p = I$$

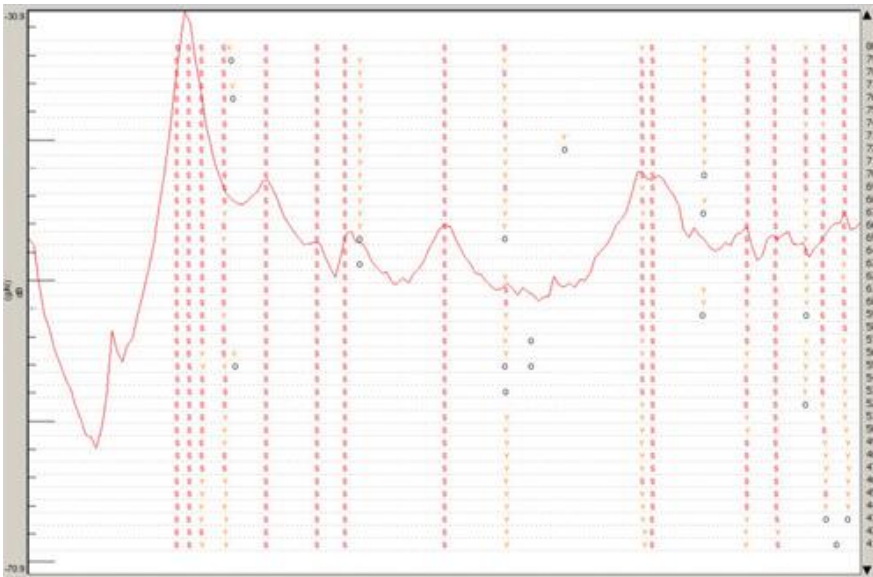
$$A_0 = I$$



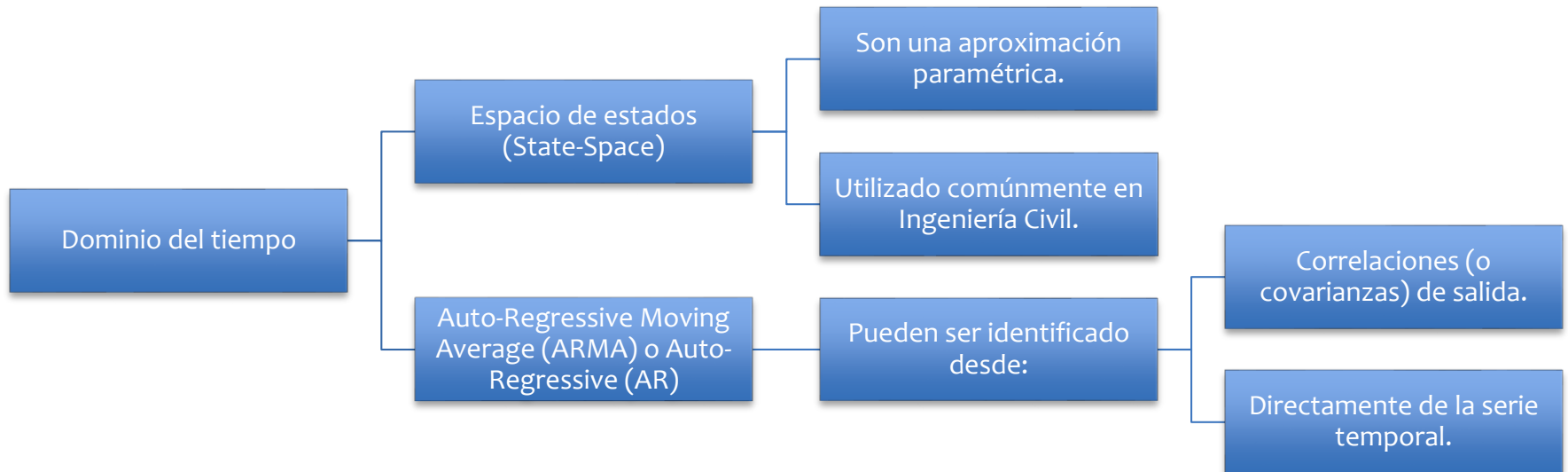
# Dominio de la frecuencia – Paramétricos

## Poly-least squares complex frequency domain method (p-LSCF)

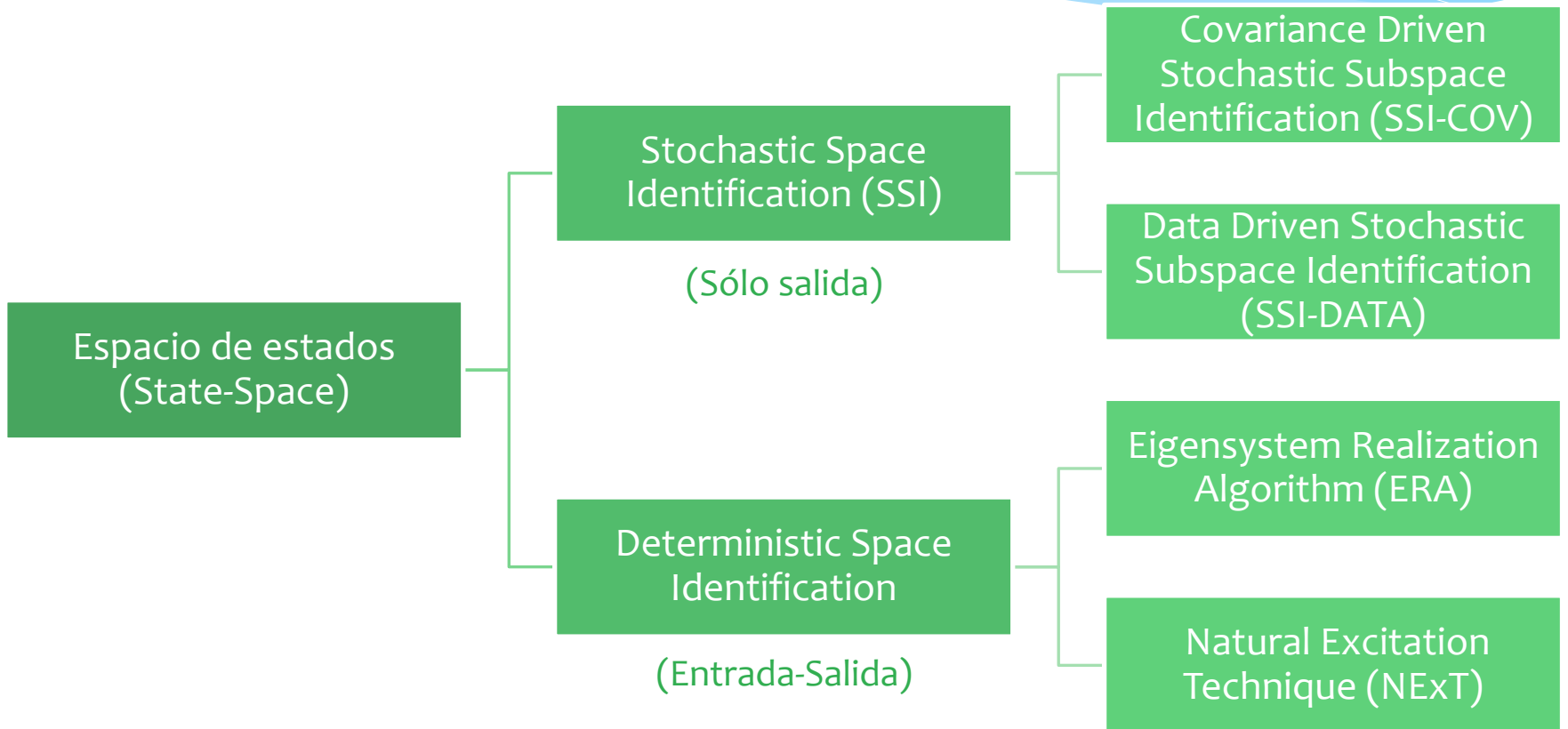
- \* Ventajas:
  - \* Diagramas fáciles de interpretar.
  - \* Identificación de polos muy estable y factores de participación.
- \* Se aplica a casos de difícil identificación:
  - \* Sistemas de orden superior.
  - \* Sistemas altamente amortiguados con gran superposición modal.



# Métodos en el dominio del tiempo



# Métodos en el dominio del tiempo





# Dominio del tiempo – Espacio de Estados – Determinísticos

## Eigensystem Realization Algorithm (ERA)

Serie de datos temporales

Matriz de Hankel generalizada

$$H(k-1) = [Y_{s_i+k+t_j}]; \quad Y_{s_i+k+t_j} = C_j A^{s_i+k-1+t_j} B_i$$

Descomposición en valores singulares

$$H(0) = R \Sigma S^T \longrightarrow \Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz de la realización del sistema

$$\hat{A} = \Sigma_n^{-1/2} R_n^T H(1) S_n \Sigma_n^{-1/2}$$

$$\hat{B} = \Sigma_n^{1/2} S_n^T E_r$$

$$\hat{C} = E_m^T R_n \Sigma_n^{1/2}$$

Resolución del problema de autovalores.

$$A_c = \Psi \Lambda_c \Psi^{-1}$$

$$\phi = C_c \Psi$$

Extracción de las propiedades del sistema

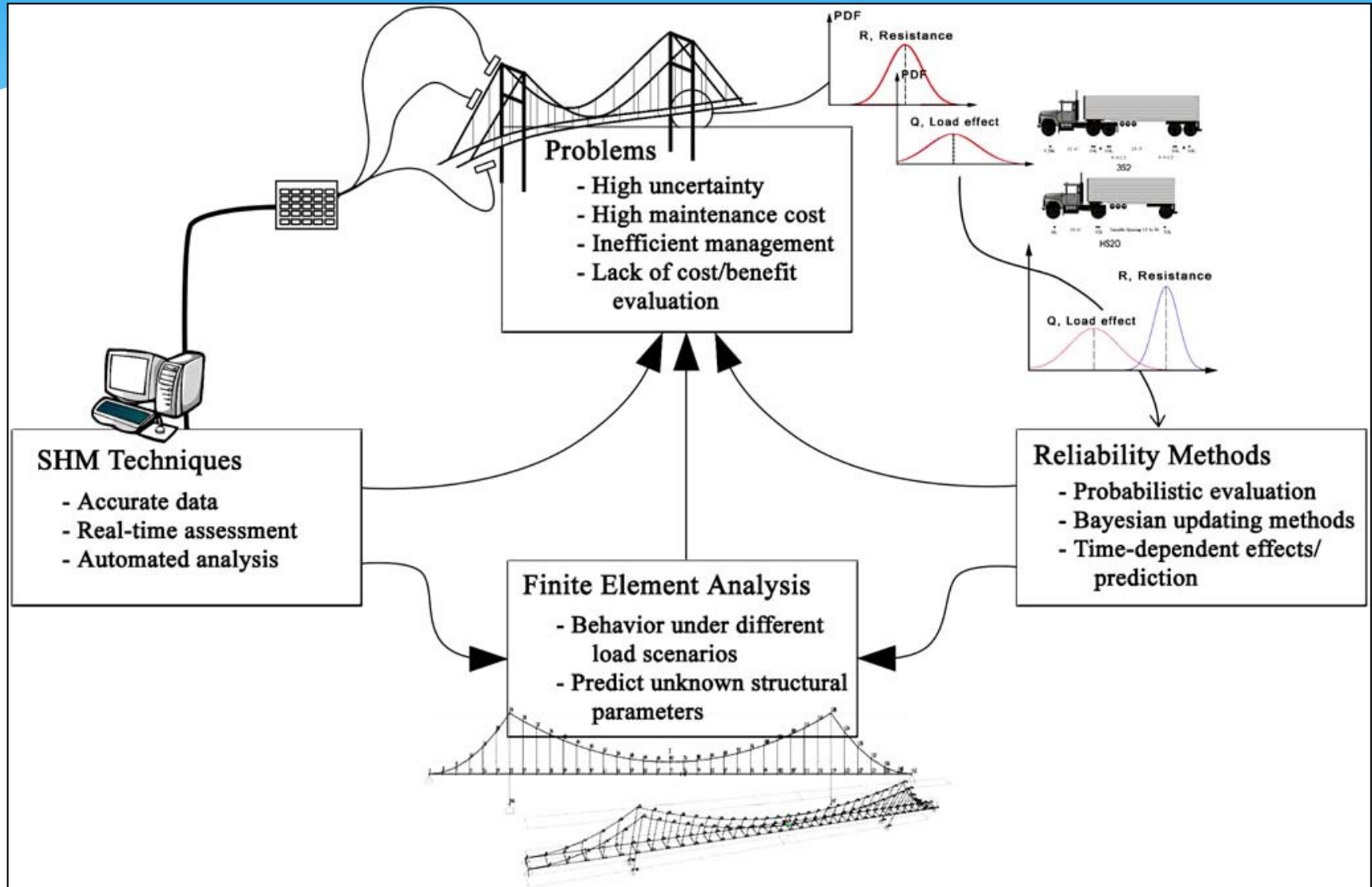
# Actualización de Modelos



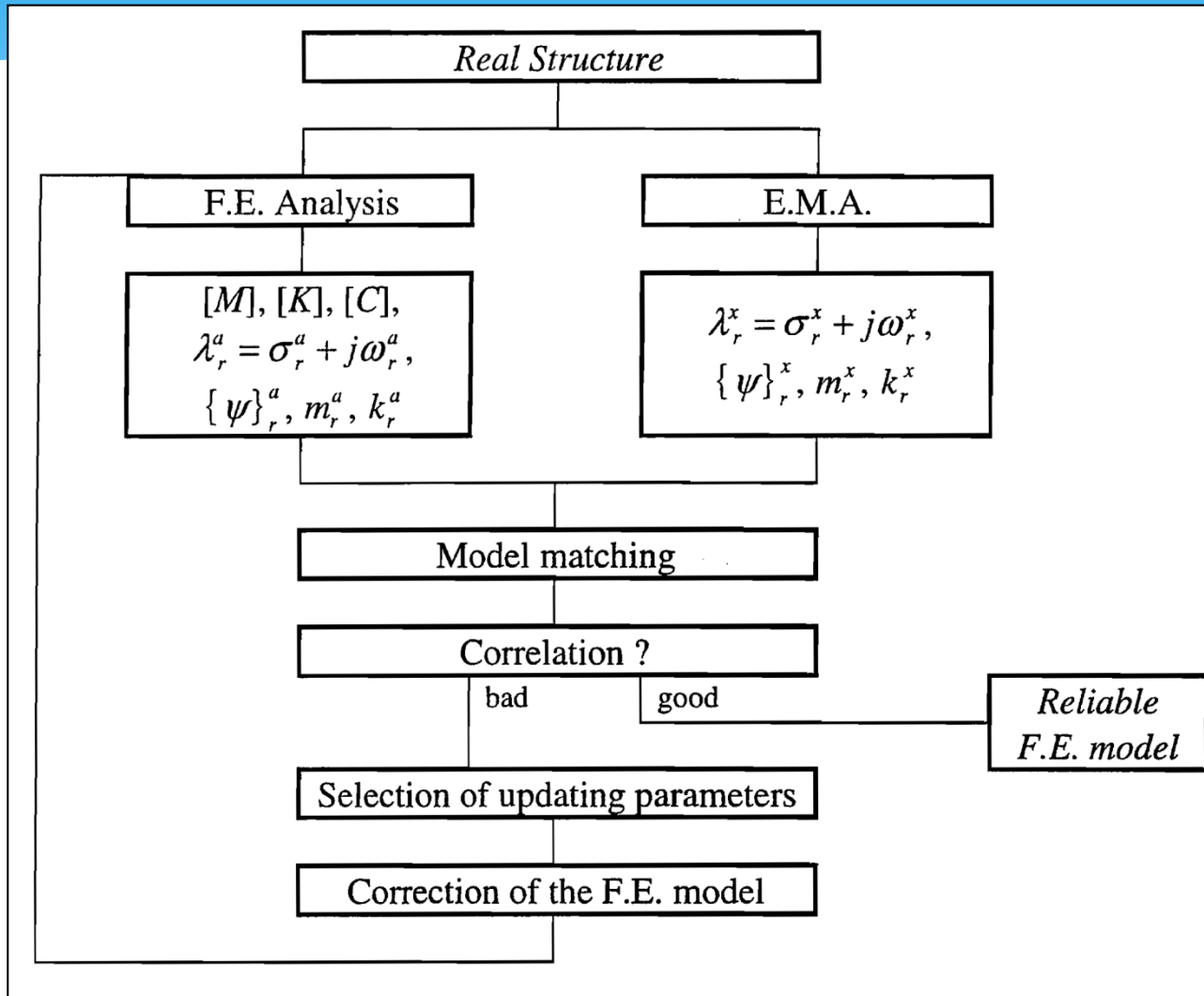
Jornada sobre Comportamiento Estructural y Monitorización de Estructuras  
Viernes 20 Mayo 2016, Universidad de Málaga

Dr. Rafael Castro Triguero  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Profesor Contratado Dr. Universidad de Córdoba  
Grupo Investigación Mecánica de Sólidos y Estructuras

# Actualización de Modelos



# Actualización de Modelos



# Actualización de Modelos

Construcción modelo FEM:

- \*  $[M]$  = matriz de masas
- \*  $[K]$  = matriz de rigidez
- \*  $[C]$  = matriz de amortiguamiento

$$(-p^2[M] + p[C] + [K])\{X\} = \{0\}$$

$$\left( p \begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & [K] \\ [M] & [0] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \dot{X} \\ X \end{Bmatrix} = \{0\}$$

$[M]$ ,  $[K]$  y  $[C]$  o FRF's

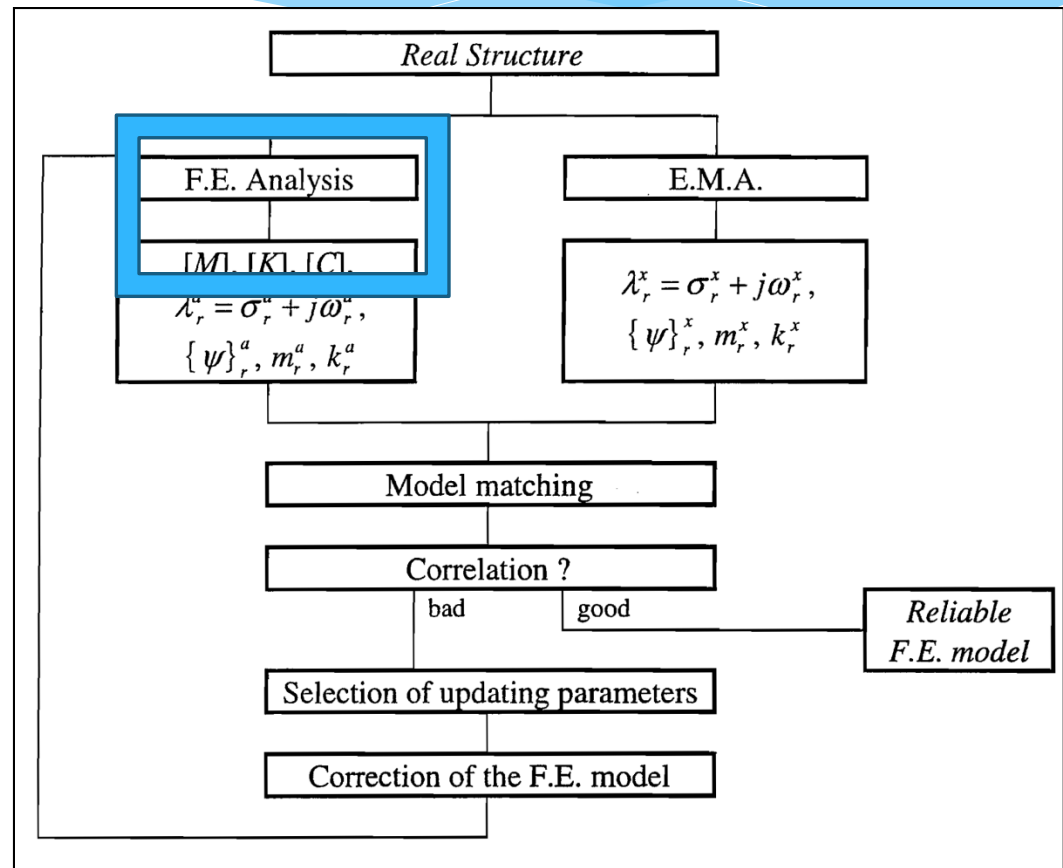
A menudo se considera  $[C]=0$

Se obtienen:

\* Autovalores  $\rightarrow \lambda_r = \sigma_r + j\omega_r$

\* Autovectores  $\rightarrow \{\psi\}_r$

$$\lambda_r^a = \sigma_r^a + j\omega_r^a, \{\psi\}_r^a, m_r^a, k_r^a$$



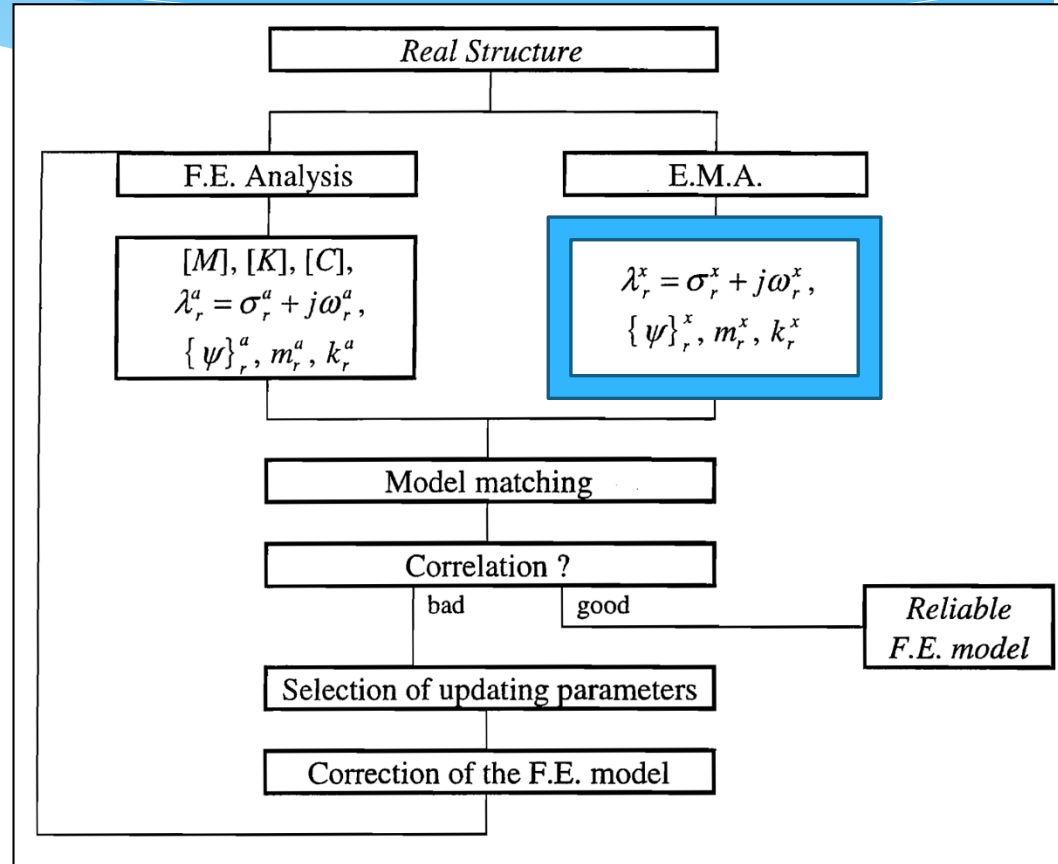


# Actualización de Modelos

Ensayo experimental – FRF's

Aplicando técnicas de identificación de parámetros modales, se obtiene experimentalmente:

$$\lambda_r^x = \sigma_r^x + j\omega_r^x, \{\psi\}_r^x, m_r^x, k_r^x$$



# Actualización de Modelos

Malla medida  $\neq$  Grupo nodos FEM

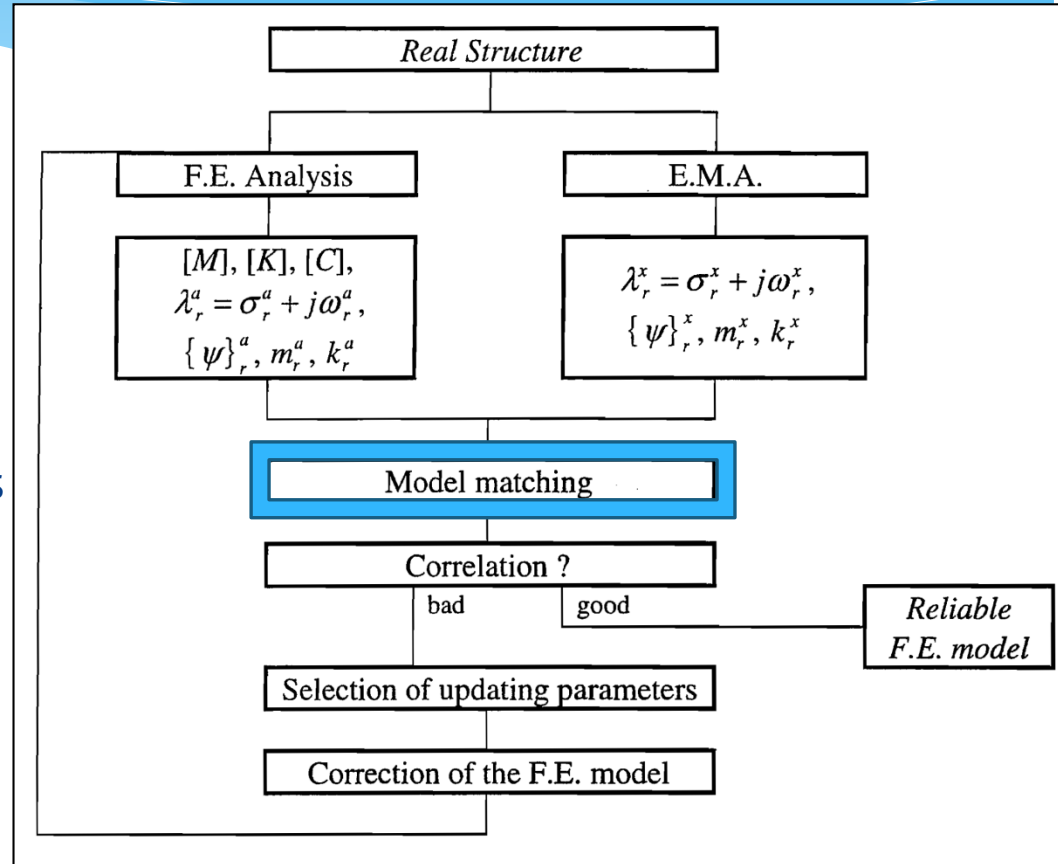
- \* Punto medido  $\neq$  Nodo FEM
- \* DOF de FEM  $>$  DOF medidos

Técnicas de correlación

- \* Mod. analítico
  - \* Mod. experimental
- Coincidencias  
DOF a DOF

Solución:

- \* Reducir DOF de FEM
- \* Expandir DOF medidos



# Model matching

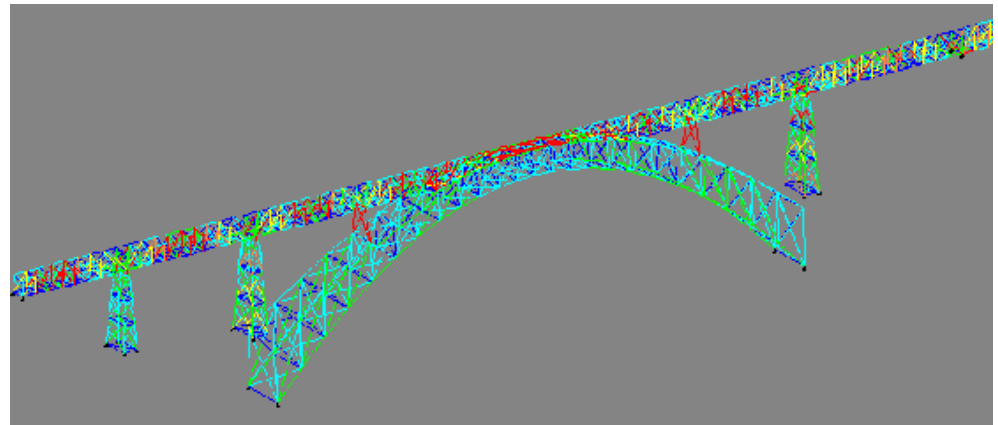
DOF de FEM  $\neq$  DOF medidos

- \* FEM requiere una malla fina, para tener predicciones precisas.
- \* En la práctica no es siempre posible:
  - \* Algunos nodos FEM están internos en la estructura, difícil acceso.
  - \* Difícil medir DOF rotacionales.
  - \* En OMA, no es necesario una malla fina de puntos medidos.

El número y localización de DOF deben coincidir.

Primera fase: correspondencia DOF

$$\{X_F\} = \begin{Bmatrix} \{X_A\} \\ \{X_D\} \end{Bmatrix}$$

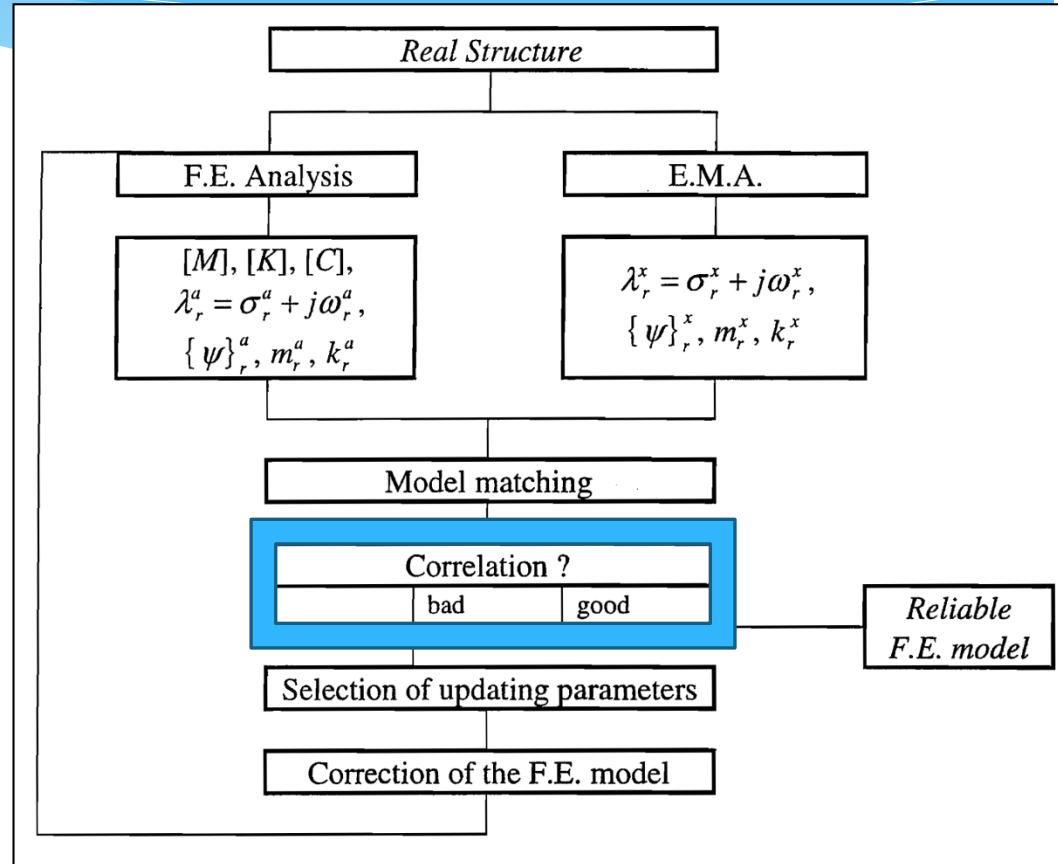


# Actualización de Modelos

Verificación del modelo.

Comparación entre parámetros modales analíticos y parámetros modales experimentales:

- \* Buena correlación: fin proceso de actualización (FEM – OK).
- \* Mala correlación: corregir FEM.

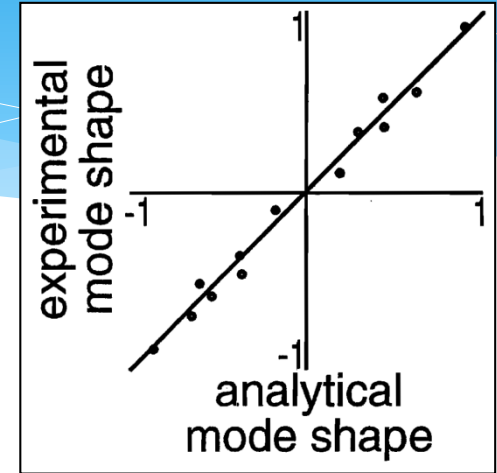


# Correlation

- \* Comparación visual de las formas modales
  - \* Se comparan las representaciones de las formas modales analíticas y experimentales.
  - \* A menudo se complica por la falta de medición de puntos experimentales.
- \* Criterio de garantía modal (MAC):
  - \* Factor de correlación para cada par de modos analítico y experimental:

$$MAC^{a-x}(i,j) = \frac{|\{\psi\}_i^{a'} \{\psi\}_j^x|^2}{(\{\psi\}_i^{a'} \{\psi\}_i^a)(\{\psi\}_j^{x'} \{\psi\}_j^x)} \quad \begin{cases} i = 1, N_m^a \\ j = 1, N_m^x \end{cases}$$

- \* Varía entre 0 y 1.
- \*  $MAC=1$   $\implies$  Indica buena correlación.
- \*  $MAC=0$   $\implies$  No hay correlación
- \*  $MAC(i,j) > 0.8$   $\implies$  Si la diagonal muestra esta condición, se puede considerar buena correlación.



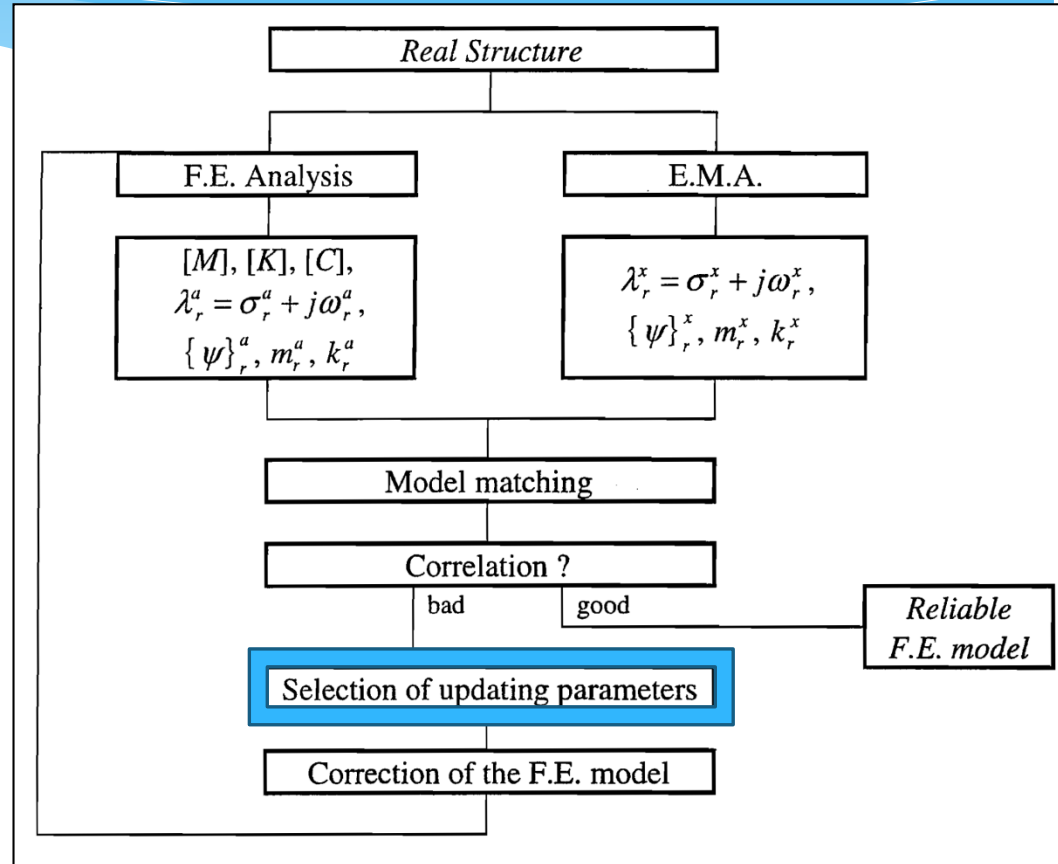
# Actualización de Modelos

Selección de parámetros a actualizar

Es un punto crucial del proceso de actualización de modelos.

Tipos parámetros de actualización:

1. Elementos individuales...





# Selection of updating parameters

## Validez y fiabilidad del modelo actualizado

- \* La selección de parámetros a actualizar, es una fase crucial en el proceso de corrección.
  - S1: Todos los posibles modelos matemáticos del comportamiento dinámico de la estructura.
  - S2: Todos los modelos FEM.
  - S3: Todos los modelos FEM, que se correlacionan bien con los datos experimentales.
  - S4: Grupo de modelos que derivan del modelo FEM original. Una mala correlación, S4 no tendrá espacio común con S3.
    - $M_{opt}$ : Modelo cualquiera
    - $F_{opt}$ : Modelo FEM cualquiera.
    - $M_o$ : Modelo FEM original.
    - $M_u$ : Modelo actualizado.

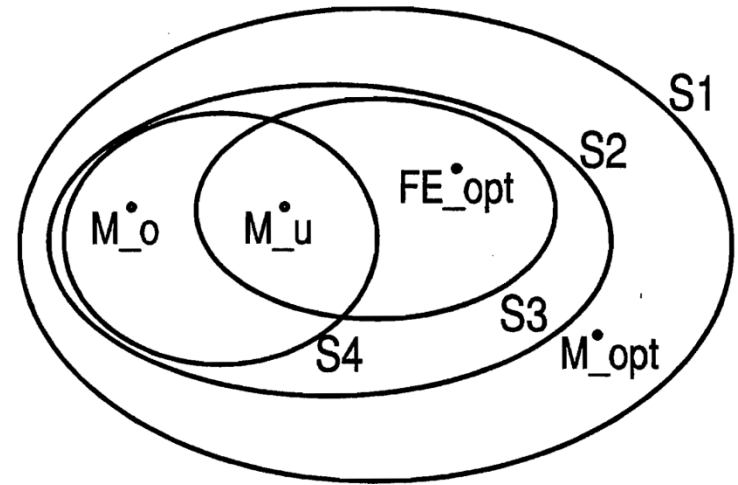
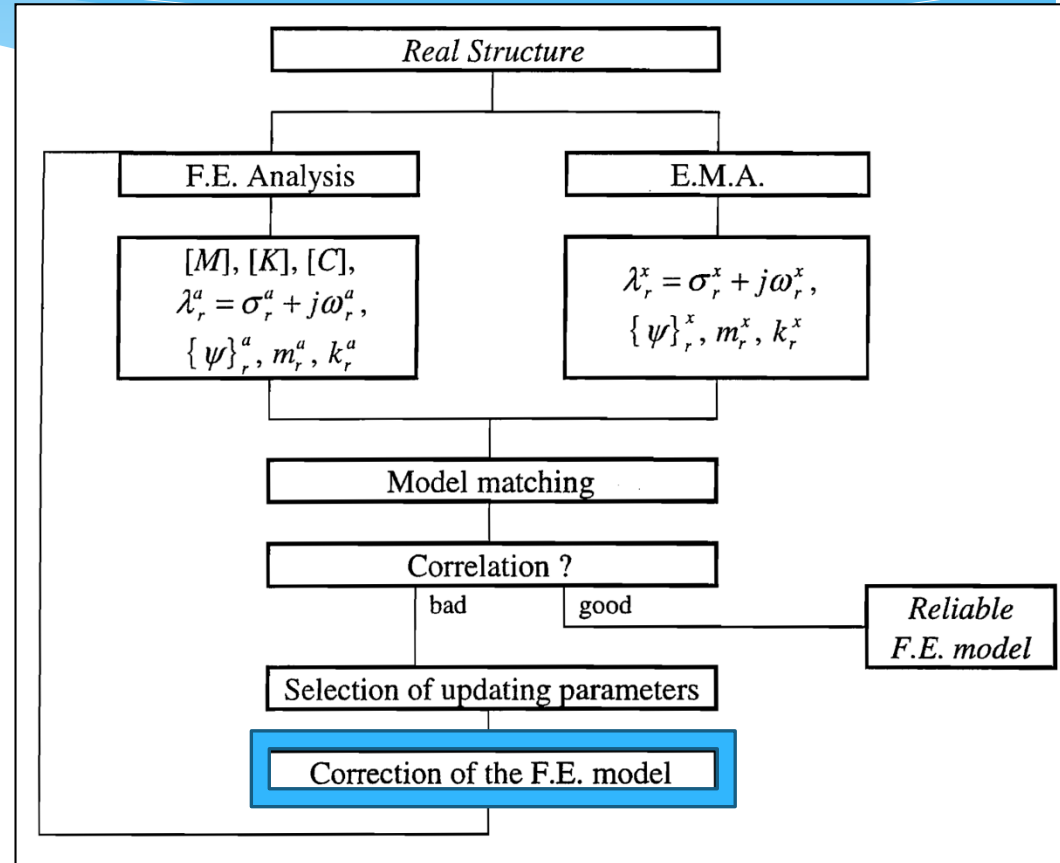


Figure a.6.5: Schematic overview of analytical models.

# Actualización de Modelos

A menudo incompatibilidad de los datos obtenidos con técnicas experimentales a partir de FEM, razones:

1. DOF medidos, no coinciden con DOF del FEM.
2. Grupo de datos experimentales incompletos.
3. Mediciones contaminadas con ruido. Aceptable errores de:
  - \* 3% frecuencias de resonancia
  - \* 10% componentes formas modales
  - \* 30% masas y rigideces modales
4. Amortiguamiento no incluido de manera precisa en el FEM.



# Detección de Daño Estructural



Jornada sobre Comportamiento Estructural y Monitorización de Estructuras  
Viernes 20 Mayo 2016, Universidad de Málaga

Dr. Rafael Castro Triguero  
Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos  
Profesor Contratado Dr. Universidad de Córdoba  
Grupo Investigación Mecánica de Sólidos y Estructuras

# Introducción

Primeros métodos de detección de daño:

- \* Inspección visual.
- \* Métodos experimentales localizados:
  - \* Met. acústicos o ultrasonidos.
  - \* Met. basados en campos magnéticos.



Problema



Necesidad de conocer la localización del daño.

# Introducción

Década 70-80 → Aparecen técnicas alternativas, basadas en las características dinámicas de las estructuras.

Sistema dinámico



Caracterizado por parámetros modales



- Frecuencias naturales
- Amortiguamiento
- Modos de vibración

Cambio parámetros modales



Daño



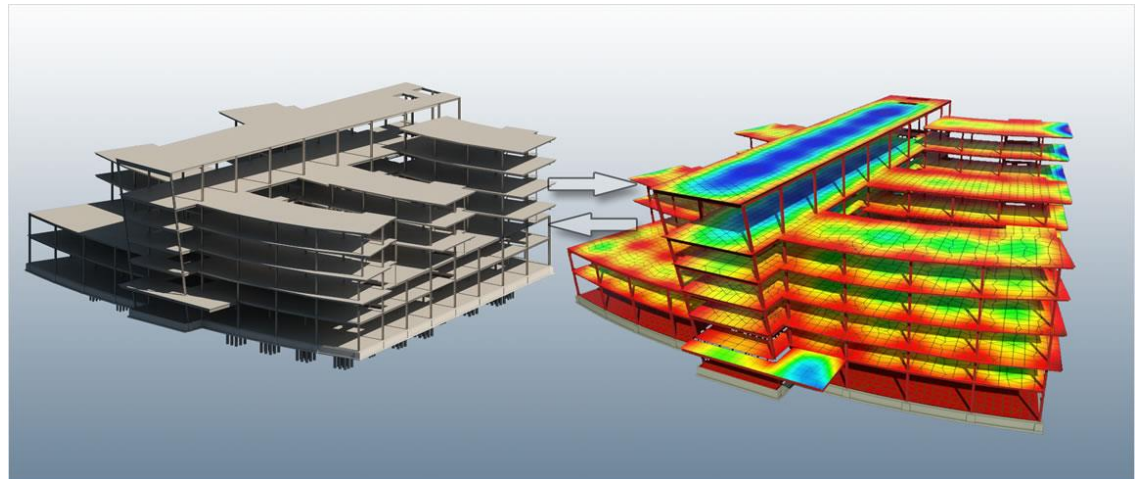
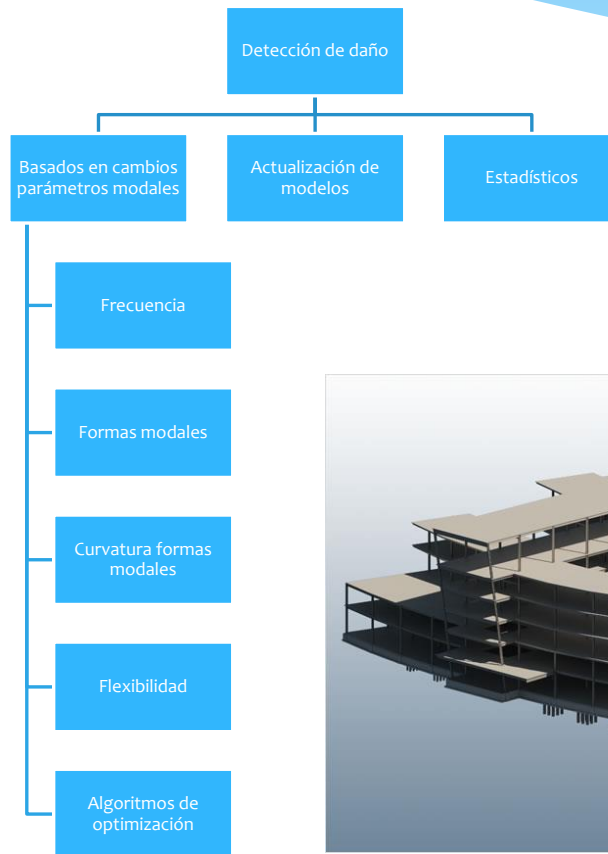
Fractura  
Grieta

Niveles de identificación de daño:

- \* Nivel 1: Determinación de la existencia del daño.
- \* Nivel 2: Localización geométrica del daño.
- \* Nivel 3: Cuantificación de la severidad del daño.
- \* Nivel 4: Predicción de la vida en servicio restante de la estructura.



# Clasificación métodos de detección de daño





# Métodos basados en cambios de parámetros modales

Métodos basados en la frecuencia:

Medición fácil de realizar, en puntos accesibles.

No se contamina fácilmente del ruido experimental.

$$\omega = \sqrt{k/m}$$

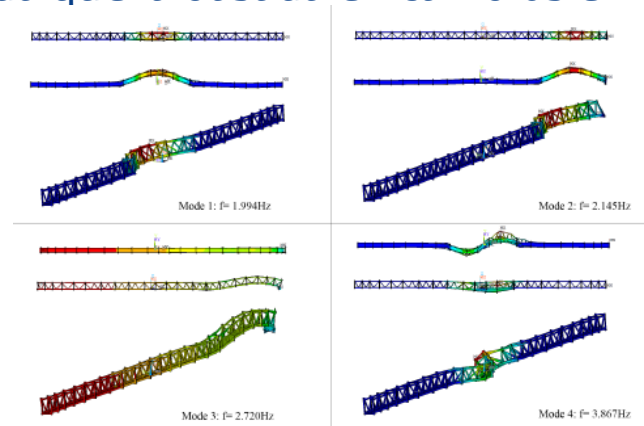
\* Forward Problem:

- \* Pertenece a la categoría Nivel 1 de identificación de daño.
- \* Consiste en calcular cambios de frecuencias, a partir de un tipo de daño conocido.
- \* Se modela el daño matemáticamente, y se comparan las frecuencias obtenidas, con las medidas experimentalmente para determinar el daño.

# Métodos basados en cambios de parámetros modales

## Métodos basados en los modos de vibración:

- \* Comparación directa de las formas modales (métodos tradicionales):
    - \* Modal Assurance Criterion (MAC):
      - \* Mide la similitud entre dos modos.
      - \* Valores 1: combinación perfecta.
      - \* Valores 0: no hay similitud.
      - \* Técnica más sólida que la basada en cambios en la frecuencia.
- Valor pequeño → Indica posible daño



# Métodos basados en cambios de parámetros modales

## Métodos basados en los modos de vibración:

- \* Análisis formas modales, usando métodos modernos de procesamiento de señal:

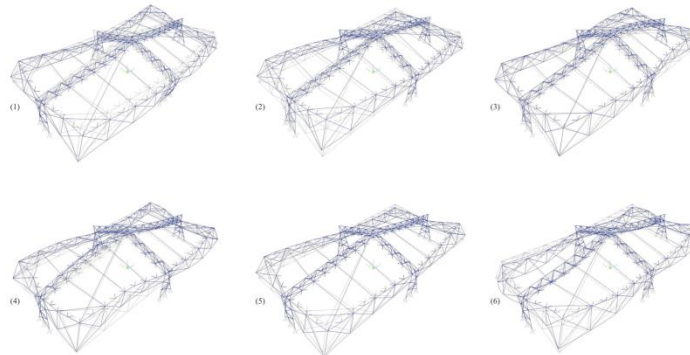
$$FD = \frac{\log_{10}(n)}{\log_{10}(d/L) + \log_{10}(n)}$$

- \* Método dimensión fractal:

- \* Calcula la dimensión fractal localizada directamente de la forma modal.
- \* Localización y tamaño del daño, se obtienen del pico de la curva FD.

- \* Método transformada de Wavelet:

- \* Tratan los datos de las formas modales como una señal en el dominio espacial.
- \* Utilizan la transformada de Wavelet para detectar irregularidades en la señal a causa del daño.

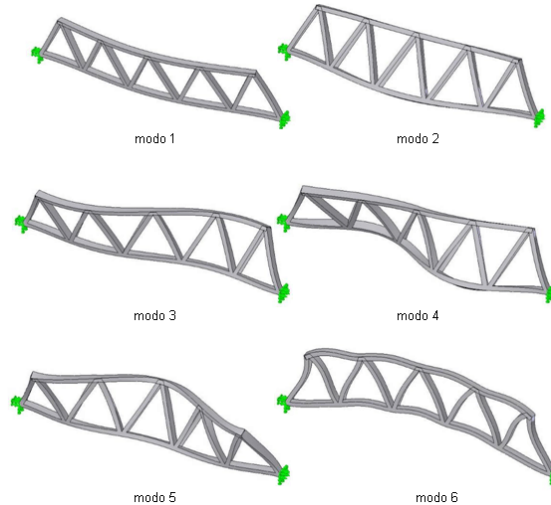


# Métodos basados en cambios de parámetros modales

## Métodos basados en la curvatura de los modos de vibración:

- \* Método tradicional del cambio de la curvatura modal:
  - \* Cambios en la curvatura de los modos, se localizan en la región dañada.
  - \* Los cambios son más pronunciados que en los desplazamientos de los modos.

$$k_i = \frac{w_{i+1} + w_{i-1} - 2w_i}{h^2}$$

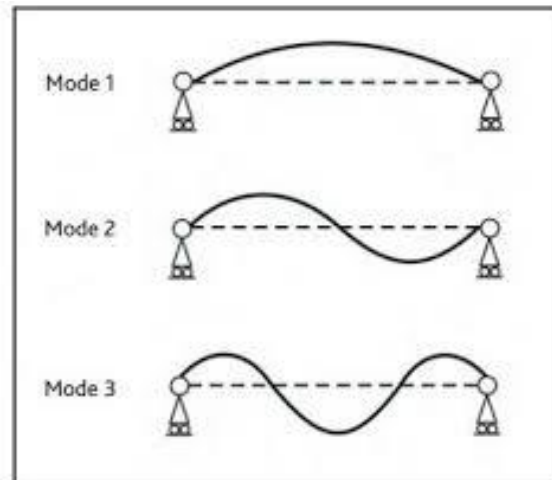


# Métodos basados en cambios de parámetros modales

Métodos basados en la curvatura de los modos de vibración:

- \* Métodos modernos procesamiento señal, usando curvatura modal:
  - \* Utiliza una técnica de aislamiento de huecos para localizar el daño por ajuste de una curva polinómica cúbica, en la curvatura de la forma modal.

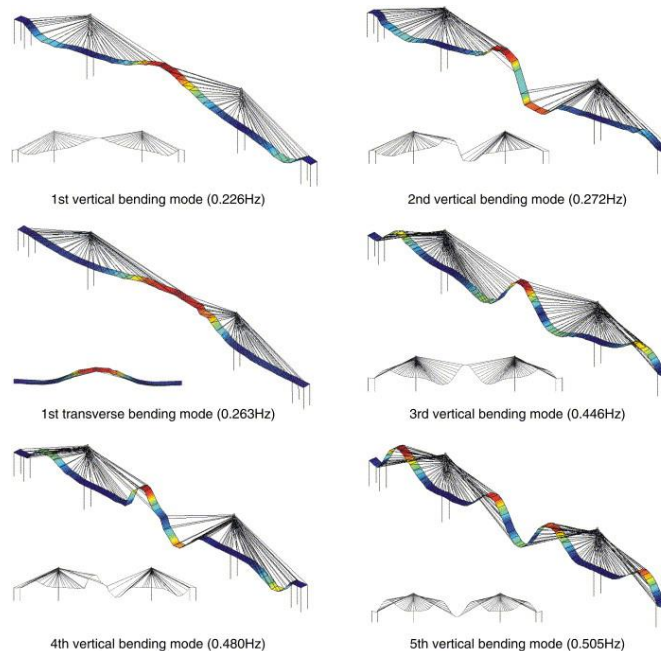
$$\delta_i = (a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3) - k_i$$



# Métodos basados en cambios de parámetros modales

## Métodos basados en la curvatura de los modos de vibración:

- \* Métodos basados en la energía de deformación modal:
  - \* Utiliza el cambio de la energía de deformación modal, para detectar daño.
  - \* En vigas y placas, la energía de deformación global se relaciona con la curvatura de las formas modales.





# Métodos basados en cambios de parámetros modales

## Métodos basados en la flexibilidad modal:

- \* Detectan el daño a través del cambio en la flexibilidad modal.
- \* La curvatura de la superficie con carga uniforme, es sensible a la presencia de daños.
- \* Válido, incluso con mediciones incompletas o ruidosas

$$[F] = [\Phi][\Lambda]^{-1}\Phi^T$$

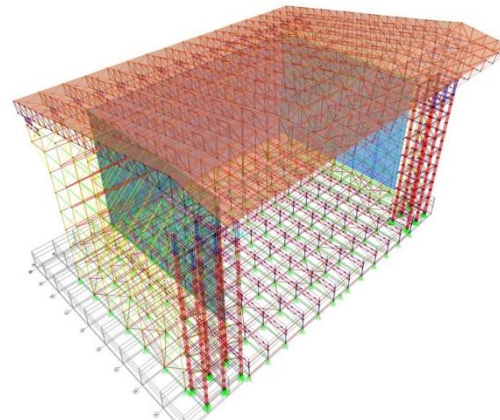
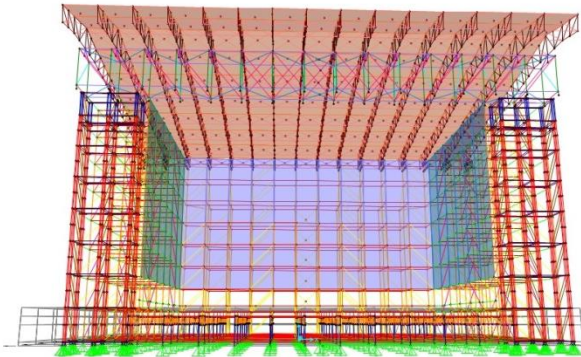
## Métodos basados en algoritmos de optimización:

- \* Existen numerosos métodos que formulan formas de identificación de daño, como un problema de optimización.
- \* Usan múltiples parámetros modales como función objetivo.
- \* Tipos de métodos:
  - \* Métodos basados en redes neuronales.
  - \* Métodos basados en algoritmos genéticos.



# Métodos basados en la actualización de modelos

- \* Modelos de actualización: proporcionan una fuente de algoritmos de identificación de daños.
- \* Estado inicial, necesario modelo numérico bien correlacionado.
- \* Aspectos a tener en cuenta en un modelo numérico:
  - \* Los datos medidos, elegidos para ser comparados por el modelo.
  - \* Precisión del modelo inicial.
  - \* Tamaño y complejidad del modelo.
  - \* Número de parámetros de actualización.
  - \* No unicidad del modelo resultante en la adecuación de los datos medidos.



# Métodos estadísticos

- \* El daño se detecta por la desviación en los datos medidos en relación con los datos medidos en condiciones normales de funcionamiento.
  - \* Una estructura no dañada, posee una distribución con una media y una varianza asociada.
  - \* Estructura dañada: cambios en la media, varianza, o en ambas.
- \* Inconveniente: necesario disponer de datos pasados.
- \* Se utilizan los patrones estadísticos, para detectar la ubicación y cuantificación de daños.

