ESTIMACIÓN

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

Mª Eugenia Cruces, Salvador J. Molina y Mª Dolores Sarrión

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA
Departamento de Estadística y Econometría
Parcialmente financiado a través del PIE13-024 (UMA).

6 de julio de 2014

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

1. Estimación por intervalos.
   - Introducción
   - Intervalo aleatorio e intervalo de confianza
   - Intervalos particulares
     - Intervalos de confianza para la media
     - Intervalo de confianza para la proporción. Muestras grandes
     - Intervalos de confianza para la varianza
     - Intervalos de confianza para la diferencia de medias
     - Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones
   - Determinación del tamaño muestral

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

1. Estimación por intervalos.
   - Introducción
   - Intervalo aleatorio e intervalo de confianza
   - Intervalos particulares
     - Intervalos de confianza para la media
     - Intervalo de confianza para la proporción. Muestras grandes
     - Intervalos de confianza para la varianza
     - Intervalos de confianza para la diferencia de medias
     - Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones
   - Determinación del tamaño muestral

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

1. Estimación por intervalos.
   - Introducción
   - Intervalo aleatorio e intervalo de confianza
   - Intervalos particulares
     - Intervalos de confianza para la media
     - Intervalo de confianza para la proporción. Muestras grandes
     - Intervalos de confianza para la varianza
     - Intervalos de confianza para la diferencia de medias
     - Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones
   - Determinación del tamaño muestral

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

1. Estimación por intervalos.
   - Introducción
   - Intervalo aleatorio e intervalo de confianza
   - Intervalos particulares
     - Intervalos de confianza para la media
     - Intervalo de confianza para la proporción. Muestras grandes
     - Intervalos de confianza para la varianza
     - Intervalos de confianza para la diferencia de medias
     - Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones
   - Determinación del tamaño muestral

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

1. Estimación por intervalos.
   - Introducción
   - Intervalo aleatorio e intervalo de confianza
   - Intervalos particulares
     - Intervalos de confianza para la media
     - Intervalo de confianza para la proporción. Muestras grandes
     - Intervalos de confianza para la varianza
     - Intervalos de confianza para la diferencia de medias
     - Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones
   - Determinación del tamaño muestral

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

1. Estimación por intervalos.
   - Introducción
   - Intervalo aleatorio e intervalo de confianza
   - Intervalos particulares
     - Intervalos de confianza para la media
     - Intervalo de confianza para la proporción. Muestras grandes
     - Intervalos de confianza para la varianza
     - Intervalos de confianza para la diferencia de medias
     - Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones
   - Determinación del tamaño muestral

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

1. Estimación por intervalos.
   - Introducción
   - Intervalo aleatorio e intervalo de confianza
   - Intervalos particulares
     - Intervalos de confianza para la media
     - Intervalo de confianza para la proporción. Muestras grandes
     - Intervalos de confianza para la varianza
     - Intervalos de confianza para la diferencia de medias
     - Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones
   - Determinación del tamaño muestral

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

Introducción

- Las propiedades de los estimadores garantizan un cierto comportamiento de su distribución de probabilidad.

Introducción

- Las propiedades de los estimadores garantizan un cierto comportamiento de su distribución de probabilidad.
- Sin embargo, al resumir la información muestral en un único valor (la estimación puntual) no hacemos, de forma explícita, ninguna valoración sobre el error o discrepancia inherente al proceso de estimación:

Introducción

- Las propiedades de los estimadores garantizan un cierto comportamiento de su distribución de probabilidad.
- Sin embargo, al resumir la información muestral en un único valor (la estimación puntual) no hacemos, de forma explícita, ninguna valoración sobre el error o discrepancia inherente al proceso de estimación:
  - Estimador bueno $\underset{\text{por término medio}}{\Longrightarrow}$ estimación buena

Introducción

- Las propiedades de los estimadores garantizan un cierto comportamiento de su distribución de probabilidad.
- Sin embargo, al resumir la información muestral en un único valor (la estimación puntual) no hacemos, de forma explícita, ninguna valoración sobre el error o discrepancia inherente al proceso de estimación:
  - Estimador bueno $\underset{\text{por término medio}}{\Longrightarrow}$ estimación buena
- La estimación por intervalos permite medir, en términos de probabilidad o de confianza, la precisión con la que el estimador permite estimar el parámetro:

Introducción

- Las propiedades de los estimadores garantizan un cierto comportamiento de su distribución de probabilidad.
- Sin embargo, al resumir la información muestral en un único valor (la estimación puntual) no hacemos, de forma explícita, ninguna valoración sobre el error o discrepancia inherente al proceso de estimación:
  - Estimador bueno $\underset{\text{por término medio}}{\Longrightarrow}$ estimación buena
- La estimación por intervalos permite medir, en términos de probabilidad o de confianza, la precisión con la que el estimador permite estimar el parámetro:
  - En términos probabilísticos (Antes de observar la muestra)

Introducción

- Las propiedades de los estimadores garantizan un cierto comportamiento de su distribución de probabilidad.
- Sin embargo, al resumir la información muestral en un único valor (la estimación puntual) no hacemos, de forma explícita, ninguna valoración sobre el error o discrepancia inherente al proceso de estimación:
  - Estimador bueno $\underset{\text{por término medio}}{\Longrightarrow}$ estimación buena
- La estimación por intervalos permite medir, en términos de probabilidad o de confianza, la precisión con la que el estimador permite estimar el parámetro:
  - En términos probabilísticos (Antes de observar la muestra)
  - En términos de confianza (Con la muestra observada)

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

Intervalo aleatorio

Intervalo aleatorio

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ una muestra aleatoria simple de una variable $X \sim f(x;\theta)$, $\theta \in \Omega \subseteq \mathbf{R}$

Intervalo aleatorio

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ una muestra aleatoria simple de una variable $X \sim f(x;\theta)$, $\theta \in \Omega \subseteq \mathbf{R}$

$T_1(X_1, ..., X_n) \equiv T_1$ y $T_2(X_1, ..., X_n) \equiv T_2$ dos funciones de la muestra.

Intervalo aleatorio

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ una muestra aleatoria simple de una variable $X \sim f(x;\theta)$, $\theta \in \Omega \subseteq \mathbf{R}$

$T_1(X_1, ..., X_n) \equiv T_1$ y $T_2(X_1, ..., X_n) \equiv T_2$ dos funciones de la muestra.

Intervalo aleatorio

El intervalo (T_1, T_2) es un intervalo aleatorio para estimar θ al nivel de probabilidad $(1-\alpha)$, $0 < \alpha < 1$, si

Intervalo aleatorio

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ una muestra aleatoria simple de una variable $X \sim f(x;\theta)$, $\theta \in \Omega \subseteq \mathbf{R}$

$T_1(X_1, ..., X_n) \equiv T_1$ y $T_2(X_1, ..., X_n) \equiv T_2$ dos funciones de la muestra.

Intervalo aleatorio

El intervalo (T_1, T_2) es un intervalo aleatorio para estimar θ al nivel de probabilidad $(1-\alpha)$, $0 < \alpha < 1$, si

$$P\left(T_1(X_1, ..., X_n) < \theta < T_2(X_1, ..., X_n)\right) = 1-\alpha, \quad \theta \in \Omega.$$

Intervalo de confianza

Si $(T_1, T_2) \equiv (T_1(X_1, ..., X_n), T_2(X_1, ..., X_n))$ es un intervalo aleatorio para estimar el parámetro θ al nivel de probabilidad $(1 - \alpha)$, $0 < \alpha < 1$, y

Intervalo de confianza

Si $(T_1, T_2) \equiv (T_1(X_1, ..., X_n), T_2(X_1, ..., X_n))$ es un intervalo aleatorio para estimar el parámetro θ al nivel de probabilidad $(1 - \alpha)$, $0 < \alpha < 1$, y

$(x_1, ..., x_n)$ es una muestra observada

$$\Downarrow$$

Intervalo de confianza

Si $(T_1, T_2) \equiv (T_1(X_1, ..., X_n), T_2(X_1, ..., X_n))$ es un intervalo aleatorio para estimar el parámetro θ al nivel de probabilidad $(1 - \alpha)$, $0 < \alpha < 1$, y

$(x_1, ..., x_n)$ es una muestra observada

$$\Downarrow$$

$$(T_1(x_1, ..., x_n), T_2(x_1, ..., x_n))$$

es un intervalo de confianza para estimar el parámetro θ con una confianza del $100(1 - \alpha)\,\%$

Intervalo de confianza

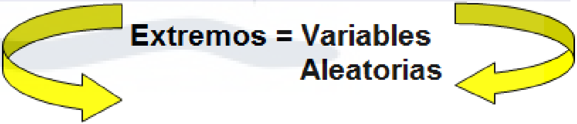
Intervalo de confianza

Un intervalo de confianza es cualquiera de los intervalos numéricos que resultan al evaluar uno aleatorio en una muestra observada.

Intervalo aleatorio|Intervalo de confianza

Aleatorio

$$(T_1, T_2) \equiv (T_1(X_1, \ldots, X_n), T_2(X_1, \ldots, X_n))$$



Intervalo aleatorio|Intervalo de confianza

Aleatorio

$$(T_1, T_2) \equiv (T_1(X_1, \ldots, X_n), T_2(X_1, \ldots, X_n))$$

Extremos = Variables Aleatorias

Certeza

$$P(T_1(X_1, \ldots, X_n) < \theta < T_2(X_1, \ldots, X_n)) = 1 - \alpha, \quad \theta \in \Omega.$$

Intervalo aleatorio|Intervalo de confianza

Confianza

$$(T_1(x_1, \ldots, x_n), T_2(x_1, \ldots, x_n))$$

Extremos = números

Intervalo aleatorio|Intervalo de confianza

Confianza

$$(T_1(x_1, \ldots, x_n), T_2(x_1, \ldots, x_n))$$

Extremos = números

Certeza

El $100(1-\alpha)\,\%$ **de los así obtenidos contiene al parámetro,** θ

El $100\alpha\ \%$ **no contiene a** θ

Nivel de confianza, $100(1-\alpha)$

Nivel de confianza, $100(1-\alpha)$

- Supongamos un nivel de confianza = 95 %.

Nivel de confianza, $100(1-\alpha)$

- Supongamos un nivel de confianza = 95 %.
- O, equivalentemente, un nivel de probabilidad =0.95.

Nivel de confianza, $100(1-\alpha)$

- Supongamos un nivel de confianza = 95 %.
- O, equivalentemente, un nivel de probabilidad =0.95.

Interpretación:

Nivel de confianza, $100(1-\alpha)$

- Supongamos un nivel de confianza = 95 %.
- O, equivalentemente, un nivel de probabilidad =0.95.

Interpretación:

- Fijado el intervalo aleatorio, al considerar todos los intervalos numéricos que corresponden a las distintas muestras observadas,

Nivel de confianza, $100(1-\alpha)$

- Supongamos un nivel de confianza = 95 %.
- O, equivalentemente, un nivel de probabilidad =0.95.

Interpretación:

- Fijado el intervalo aleatorio, al considerar todos los intervalos numéricos que corresponden a las distintas muestras observadas,
  - El 95 % de ellos (aproximadamente) contendrá el verdadero valor del parámetro.

Nivel de confianza, $100(1-\alpha)$

- Supongamos un nivel de confianza = 95 %.
- O, equivalentemente, un nivel de probabilidad =0.95.

Interpretación:

- Fijado el intervalo aleatorio, al considerar todos los intervalos numéricos que corresponden a las distintas muestras observadas,
  - El 95 % de ellos (aproximadamente) contendrá el verdadero valor del parámetro.
  - El 5 % restante no lo contendrá.

Nivel de confianza, $100(1-\alpha)$

- Supongamos un nivel de confianza = 95 %.
- O, equivalentemente, un nivel de probabilidad =0.95.

Interpretación:

- Fijado el intervalo aleatorio, al considerar todos los intervalos numéricos que corresponden a las distintas muestras observadas,
  - El 95 % de ellos (aproximadamente) contendrá el verdadero valor del parámetro.
  - El 5 % restante no lo contendrá.
- **El intervalo de confianza puede contener o no al parámetro.**

Método para la construcción de intervalos de confianza

Método para la construcción de intervalos de confianza

- Partimos de un estimador $\widehat{\theta}$ del parámetro desconocido θ.

Método para la construcción de intervalos de confianza

- Partimos de un estimador $\widehat{\theta}$ del parámetro desconocido θ.
- Buscamos una función de $\widehat{\theta}$ y de θ, $g(\widehat{\theta}, \theta)$, en la que no intervenga ningún otro parámetro poblacional desconocido, y que tenga distribución conocida e independiente de cualquier otro parámetro poblacional desconocido.

Método para la construcción de intervalos de confianza

- Partimos de un estimador $\widehat{\theta}$ del parámetro desconocido θ.
- Buscamos una función de $\widehat{\theta}$ y de θ, $g(\widehat{\theta}, \theta)$, en la que no intervenga ningún otro parámetro poblacional desconocido, y que tenga distribución conocida e independiente de cualquier otro parámetro poblacional desconocido.
- Determinamos un intervalo numérico en el que la distribución tome valores con probabilidad $1 - \alpha$.

Método para la construcción de intervalos de confianza

- Partimos de un estimador $\widehat{\theta}$ del parámetro desconocido θ.
- Buscamos una función de $\widehat{\theta}$ y de θ, $g(\widehat{\theta}, \theta)$, en la que no intervenga ningún otro parámetro poblacional desconocido, y que tenga distribución conocida e independiente de cualquier otro parámetro poblacional desconocido.
- Determinamos un intervalo numérico en el que la distribución tome valores con probabilidad $1 - \alpha$.
- Aislamos el parámetro en el interior del intervalo para obtener el intervalo aleatorio para estimar θ al nivel de probabilidad $1 - \alpha$.

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida

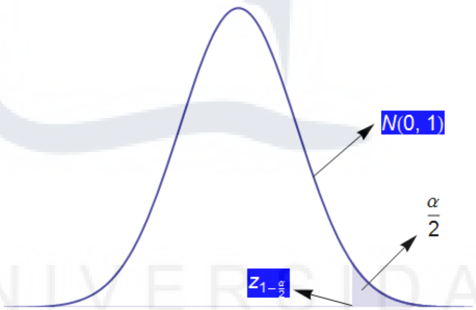
Hipótesis Básicas

- **La varianza poblacional (σ^2) es conocida.**
- **La población es normal.**
- **Si la población no es normal, el tamaño de muestra (n) es suficientemente grande.**

Intervalo para estimar μ con C = 100(1-α) %

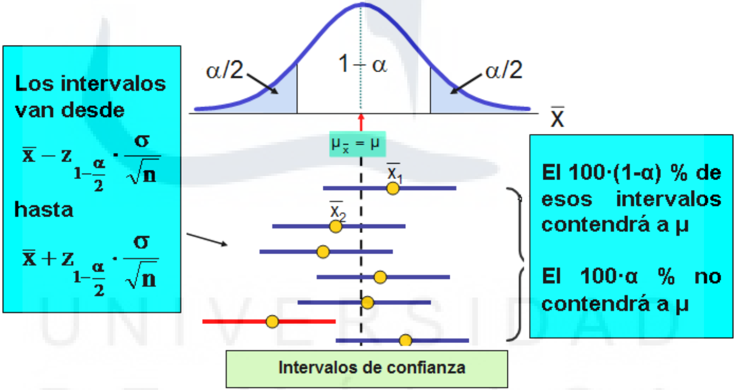
$$\left(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right).$$

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida



$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} : \; P(Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

Intervalo de confianza para la media: Idea gráfica



Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida

- El intervalo de confianza

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida

- El intervalo de confianza

$$\left(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida

- El intervalo de confianza

$$\left(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

- Suele escribirse como

$$\overline{x} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida

- El intervalo de confianza

$$\left(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

- Suele escribirse como

$$\overline{x} \pm \underbrace{z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}_{\text{Margen de error}}$$

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida

- El margen de error o error máximo admisible

$$\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\textbf{Amplitud del intervalo}}{2}$$

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida

- El margen de error o error máximo admisible

$$\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\textbf{Amplitud del intervalo}}{2}$$

depende de:

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida

- El margen de error o error máximo admisible

$$\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\textbf{Amplitud del intervalo}}{2}$$

depende de:

- **El nivel de confianza.**
  Más confianza $\Longrightarrow$ más amplitud (Si el resto se mantiene)

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida

- El margen de error o error máximo admisible

$$\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\textbf{Amplitud del intervalo}}{2}$$

depende de:

- **El nivel de confianza.**
  Más confianza $\Longrightarrow$ más amplitud (Si el resto se mantiene)
- **Del error típico del estimador** ($\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$). A menor variabilidad, menor amplitud (Si el resto se mantiene)

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) conocida

- El margen de error o error máximo admisible

$$\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\textbf{Amplitud del intervalo}}{2}$$

depende de:

- **El nivel de confianza.**
  Más confianza $\Longrightarrow$ más amplitud (Si el resto se mantiene)
- **Del error típico del estimador** $(\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$. A menor variabilidad, menor amplitud (Si el resto se mantiene)
- **Del tamaño de muestra (n)**
  Mayor tamaño $\Longrightarrow$ Menor amplitud (Si el resto se mantiene)

EJEMPLO 1

El gasto medio por persona y día en una muestra de 50 turistas seleccionados aleatoriamente entre los que visitaron la Costa del Sol la pasada temporada estival fue de 106 euros. Suponiendo normalidad para la distribución del gasto diario por persona entre los turistas que visitaron la Costa del Sol en dicha temporada y aceptando que la desviación típica del gasto diario por persona no ha cambiado con respecto a la misma del año anterior (35 euros), obtenga un intervalo de confianza para estimar el gasto medio diario por turista entre los turistas que visitaron la Costa del Sol la pasada temporada estival con una confianza del 95 %.

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) desconocida

- Si la desviación típica es desconocida, el intervalo

$$\left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

no nos sirve para estimar μ.

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) desconocida

- Si la desviación típica es desconocida, el intervalo

$$\left(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

no nos sirve para estimar μ.¡Los extremos son desconocidos!

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) desconocida

- Si la desviación típica es desconocida, el intervalo

$$\left(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

  no nos sirve para estimar μ.
- Como la población es normal, sabemos que

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) desconocida

- Si la desviación típica es desconocida, el intervalo

$$\left(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

  no nos sirve para estimar μ.
- Como la población es normal, sabemos que

$$\frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n-1}} \sim t_{n-1}.$$

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) desconocida

- Si la desviación típica es desconocida, el intervalo

$$\left(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

  no nos sirve para estimar μ.
- Como la población es normal, sabemos que
- Podemos sustituir la desviación típica poblacional (σ) por su estimación (s), si utilizamos la distribución t_{n-1} lugar de la $N(0,1)$

Intervalo de confianza para la media poblacional (μ). Varianza poblacional (σ^2) desconocida

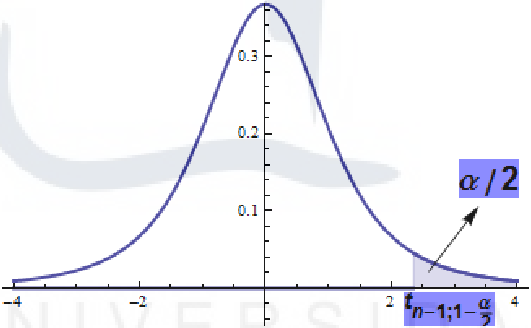
Hipótesis Básicas

- La varianza poblacional (σ^2) es desconocida.
- La población es normal.

Intervalo para estimar la media poblacional (μ) con C= 100(1-α) %

$$\left(\overline{x} - t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}}, \overline{x} + t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n-1}}\right).$$

Intervalo de confianza para μ. Caso σ^2 desconocida



$$t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}} \; : \; P(t_{n-1} \leq t_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

Ejemplo 2

El gasto medio por persona y día en una muestra de 50 turistas seleccionados aleatoriamente entre los que visitaron la Costa del Sol la pasada temporada estival fue de 106 euros con una desviación típica de 30 euros.
Suponiendo normalidad para la distribución del gasto diario por persona entre los turistas que visitaron la Costa del Sol en dicha temporada, obtenga un intervalo de confianza para estimar el gasto medio diario por turista entre los turistas que visitaron la Costa del Sol la pasada temporada estival con una confianza del 95 %.

Intervalo de confianza para μ. Muestras de tamaño grande

- Si la población no es normal, pero la muestra es de tamaño grande ($n \geq 30$)

Intervalo de confianza para μ. Muestras de tamaño grande

- Si la población no es normal, pero la muestra es de tamaño grande ($n \geq 30$)
- El intervalo

$$\left(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

es un intervalo para estimar μ con $C \cong 100(1-\alpha)\,\%$.

Intervalo de confianza para μ. Muestras de tamaño grande

- Si la población no es normal, pero la muestra es de tamaño grande ($n \geq 30$)
- El intervalo

$$\left(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

  es un intervalo para estimar μ con $C \cong 100(1-\alpha)\,\%$.
- Si σ no se conoce y $n > 100$, podemos tomar como valor aproximado de σ el valor de $\widehat{s}$.

Ejemplo 3

El gasto medio por persona y día en una muestra de 100 turistas seleccionados aleatoriamente entre los que visitaron la Costa del Sol la pasada temporada estival fue de 106 euros con una desviación típica de 30 euros. Obtenga un intervalo de confianza para estimar el gasto medio diario por turista entre los turistas que visitaron la Costa del Sol la pasada temporada estival con una confianza del 95 %.

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

Intervalo para la proporción poblacional (p). Muestras grandes.

- Para n suficientemente grande,

$$\frac{\widehat{P} - p}{\sqrt{\frac{\widehat{P}(1 - \widehat{P})}{n}}}$$

tiene distribución aproximadamente $N(0, 1)$.

Intervalo para la proporción poblacional (p). Muestras grandes.

- A partir de ese resultado se construye el intervalo

Intervalo para la proporción poblacional (p). Muestras grandes.

- A partir de ese resultado se construye el intervalo

$$\left(\widehat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}, \widehat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}\right),$$

Intervalo para la proporción poblacional (p). Muestras grandes.

- A partir de ese resultado se construye el intervalo

$$\left(\widehat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}, \widehat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}\right),$$

donde

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}, \text{ tal que, } P(Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

Intervalo para la proporción poblacional (p). Muestras grandes.

- A partir de ese resultado se construye el intervalo

$$\left(\widehat{p} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}, \widehat{p} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}\right),$$

donde

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}, \text{ tal que, } P(Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

Es un intervalo de confianza aproximado para estimar la proporción poblacional, p, con $C = 100(1-\alpha)\,\%$

.

Ejemplo 4

En una muestra de 300 clientes, seleccionados aleatoriamente de entre los que hicieron uso de las instalaciones de un determinado complejo hotelero, 50 no estaban satisfechos con la calidad de dichas instalaciones.
Obtenga un intervalo de confianza del 99 % para estimar la proporción de clientes del citado complejo hotelero que no están satisfechos con la calidad de sus instalaciones.

ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ conocida.

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ conocida.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu, \sigma)$.

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ conocida.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu, \sigma)$.
- μ conocida.

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ conocida.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu, \sigma)$.
- μ conocida.
- S_μ^2 el estadístico definido por

$$S_\mu^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2}{n}.$$

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ conocida.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu, \sigma)$.
- μ conocida.
- S_μ^2 el estadístico definido por

$$S_\mu^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2}{n}.$$

- Sabemos que

$$\frac{nS_\mu^2}{\sigma^2} \sim \chi_n^2.$$

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ conocida.

A partir del resultado anterior, fijado α, $0 < \alpha < 1$, obtenemos el intervalo

$$\left(\frac{nS_\mu^2}{\chi^2_{n;1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{nS_\mu^2}{\chi^2_{n;\frac{\alpha}{2}}} \right),$$

$\chi^2_{n;\frac{\alpha}{2}}$ y $\chi^2_{n;\frac{1-\alpha}{2}}$ son los valores que en la distribución χ^2_n acumulan probabilidades $\frac{\alpha}{2}$ y $1-\frac{\alpha}{2}$, respectivamente.

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ conocida.

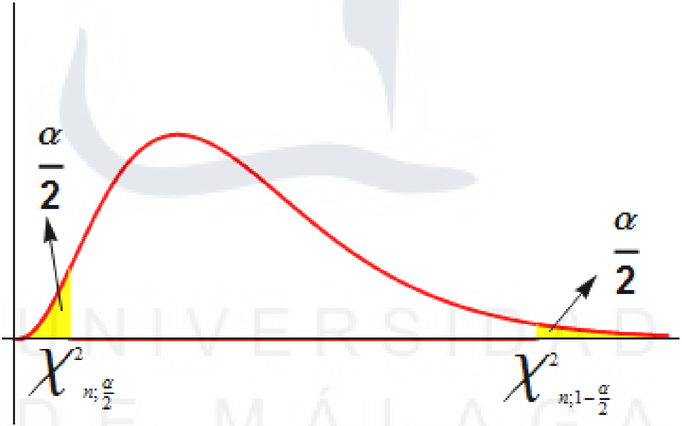
A partir del resultado anterior, fijado α, $0 < \alpha < 1$, obtenemos el intervalo

$$\left(\frac{nS_\mu^2}{\chi^2_{n;1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{nS_\mu^2}{\chi^2_{n;\frac{\alpha}{2}}} \right),$$

$\chi^2_{n;\frac{\alpha}{2}}$ y $\chi^2_{n;\frac{1-\alpha}{2}}$ son los valores que en la distribución χ^2_n acumulan probabilidades $\frac{\alpha}{2}$ y $1-\frac{\alpha}{2}$, respectivamente.

- **El intervalo anterior es un intervalo aleatorio para estimar σ^2 al nivel de probabilidad $1-\alpha$ en las condiciones anteriores.**

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ conocida.



Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ desconocida.

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ desconocida.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu, \sigma)$.

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ desconocida.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu, \sigma)$.
- μ desconocida.

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ desconocida.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu, \sigma)$.
- μ desconocida.
- S_X^2 la varianza muestral; es decir,

$$S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2}{n}.$$

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ desconocida.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu, \sigma)$.
- μ desconocida.
- S_X^2 la varianza muestral; es decir,

$$S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2}{n}.$$

- Sabemos que

$$\frac{nS_X^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2.$$

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ desconocida.

A partir del resultado anterior, fijado α, $0 < \alpha < 1$, obtenemos el intervalo

$$\left(\frac{nS_X^2}{\chi^2_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{nS_X^2}{\chi^2_{n-1;\frac{\alpha}{2}}} \right),$$

$\chi^2_{n-1;\frac{\alpha}{2}}$ y $\chi^2_{n-1;\frac{1-\alpha}{2}}$ son los valores que en la distribución χ^2_{n-1} acumulan probabilidades $\frac{\alpha}{2}$ y $1-\frac{\alpha}{2}$, respectivamente.

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ desconocida.

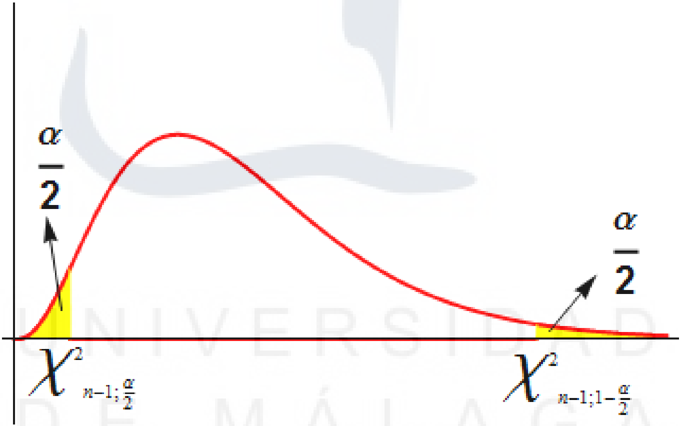
A partir del resultado anterior, fijado α, $0 < \alpha < 1$, obtenemos el intervalo

$$\left(\frac{nS_X^2}{\chi^2_{n-1;1-\frac{\alpha}{2}}}, \frac{nS_X^2}{\chi^2_{n-1;\frac{\alpha}{2}}} \right),$$

$\chi^2_{n-1;\frac{\alpha}{2}}$ y $\chi^2_{n-1;\frac{1-\alpha}{2}}$ son los valores que en la distribución χ^2_{n-1} acumulan probabilidades $\frac{\alpha}{2}$ y $1-\frac{\alpha}{2}$, respectivamente.

- **El intervalo anterior es un intervalo aleatorio para estimar σ^2 al nivel de probabilidad $1-\alpha$ en las condiciones anteriores.**

Intervalo para σ^2. $X \sim N(\mu, \sigma)$, μ desconocida.



ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu_X, \sigma_X)$.

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu_X, \sigma_X)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y)$.

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu_X, \sigma_X)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y)$.
- Las muestras independientes.

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu_X, \sigma_X)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y)$.
- Las muestras independientes.
- σ_X y σ_Y conocidas.

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu_X, \sigma_X)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y)$.
- Las muestras independientes.
- σ_X y σ_Y conocidas.

Sabemos que,

$$\frac{\overline{X} - \overline{Y} - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_X^2}{n} + \dfrac{\sigma_Y^2}{m}}} \sim N(0, 1).$$

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.

Basándonos en el resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, obtenemos que

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.

Basándonos en el resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, obtenemos que

$$\left(\overline{X} - \overline{Y} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}, \overline{X} - \overline{Y} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}\right),$$

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.

Basándonos en el resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, obtenemos que

$$\left(\overline{X} - \overline{Y} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}, \overline{X} - \overline{Y} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}} \right),$$

es un intervalo aleatorio para estimar la diferencia de medias poblacionales, $\mu_X - \mu_Y$, al nivel de probabilidad $1 - \alpha$, en las condiciones anteriores.

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.

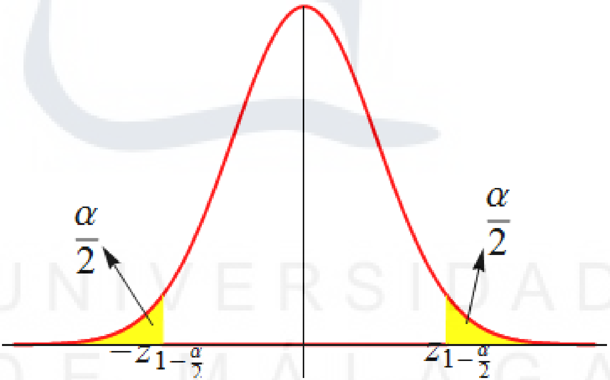
Basándonos en el resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, obtenemos que

$$\left(\overline{X} - \overline{Y} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}, \overline{X} - \overline{Y} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}} \right),$$

es un intervalo aleatorio para estimar la diferencia de medias poblacionales, $\mu_X - \mu_Y$, al nivel de probabilidad $1 - \alpha$, en las condiciones anteriores.

- El valor $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ es tal que $P(Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.

Intervalo para la diferencia de medias $(\mu_X - \mu_Y)$, varianzas poblacionales conocidas.



Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.

Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu_X, \sigma)$.

Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu_X, \sigma)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim N(\mu_Y, \sigma)$.

Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu_X, \sigma)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim N(\mu_Y, \sigma)$.
- Las muestras independientes.

Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu_X, \sigma)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim N(\mu_Y, \sigma)$.
- Las muestras independientes.
- σ desconocida.

Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim N(\mu_X, \sigma)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim N(\mu_Y, \sigma)$.
- Las muestras independientes.
- σ desconocida.

Sabemos que,

$$\frac{\overline{X} - \overline{Y} - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{\dfrac{nS_X^2 + mS_Y^2}{n+m-2}}\sqrt{\dfrac{1}{n} + \dfrac{1}{m}}} \sim t_{n+m-2}.$$

Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.

Basándonos en el resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, obtenemos que

Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.

Basándonos en el resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, obtenemos que

$$\overline{X} - \overline{Y} \pm t_{n+m-2;1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{nS_X^2 + mS_Y^2}{n+m-2}} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}},$$

Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.

Basándonos en el resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, obtenemos que

$$\overline{X} - \overline{Y} \pm t_{n+m-2;1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{nS_X^2 + mS_Y^2}{n+m-2}} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}},$$

es un intervalo aleatorio para estimar la diferencia de medias poblacionales, $\mu_X - \mu_Y$, al nivel de probabilidad $1 - \alpha$, en las condiciones enunciadas.

Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.

Basándonos en el resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, obtenemos que

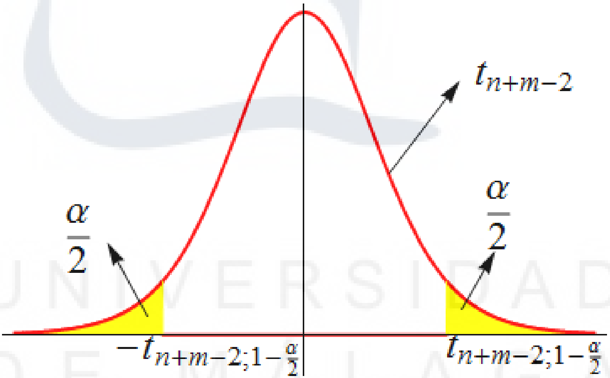
$$\overline{X} - \overline{Y} \pm t_{n+m-2;1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{nS_X^2 + mS_Y^2}{n+m-2}} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}},$$

es un intervalo aleatorio para estimar la diferencia de medias poblacionales, $\mu_X - \mu_Y$, al nivel de probabilidad $1 - \alpha$, en las condiciones enunciadas.

- El valor

$$t_{n+m-2;1-\frac{\alpha}{2}} \text{ es tal que } P(t_{n+m-2} \leq t_{n+m-2;1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2}.$$

Intervalo para la diferencia de medias $\mu_X - \mu_Y$. Varianzas poblacionales desconocidas, pero iguales.



ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim B(1, p_X)$.

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim B(1, p_X)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim B(1, p_Y)$.

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim B(1, p_X)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim B(1, p_Y)$.
- Muestras independientes.

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim B(1, p_X)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim B(1, p_Y)$.
- Muestras independientes.
- n y m grandes (≥ 30).

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim B(1, p_X)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim B(1, p_Y)$.
- Muestras independientes.
- n y m grandes (≥ 30).
- $\widehat{P}_X$ y $\widehat{P}_Y$ las proporciones muestrales.

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

- $X_1, X_2, \cdots, X_n$ m.a.s. de $X \sim B(1, p_X)$.
- $Y_1, Y_2, \cdots, Y_m$ m.a.s. de $Y \sim B(1, p_Y)$.
- Muestras independientes.
- n y m grandes (≥ 30).
- $\widehat{P}_X$ y $\widehat{P}_Y$ las proporciones muestrales.

Sabemos que,

$$\frac{\widehat{P}_X - \widehat{P}_Y - (p_X - p_Y)}{\sqrt{\dfrac{\widehat{P}_X(1-\widehat{P}_X)}{n} + \dfrac{\widehat{P}_Y(1-\widehat{P}_Y)}{m}}} \approx N(0,1).$$

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

A partir del resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, el intervalo

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

A partir del resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, el intervalo

$$\widehat{P}_X - \widehat{P}_Y \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\widehat{P}_X(1-\widehat{P}_X)}{n} + \frac{\widehat{P}_Y(1-\widehat{P}_Y)}{m}},$$

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

A partir del resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, el intervalo

$$\widehat{P}_X - \widehat{P}_Y \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\widehat{P}_X(1-\widehat{P}_X)}{n} + \frac{\widehat{P}_Y(1-\widehat{P}_Y)}{m}},$$

es un intervalo aleatorio aproximado para estimar la diferencia de proporciones poblacionales, $p_X - p_Y$, con probabilidad $1-\alpha$.

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.

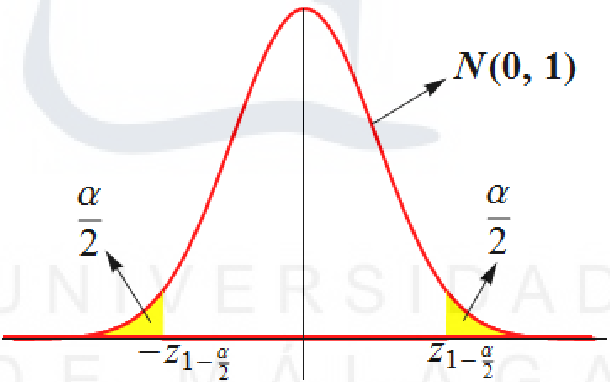
A partir del resultado anterior, fijado $0 < \alpha < 1$, el intervalo

$$\widehat{P}_X - \widehat{P}_Y \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\widehat{P}_X(1-\widehat{P}_X)}{n} + \frac{\widehat{P}_Y(1-\widehat{P}_Y)}{m}},$$

es un intervalo aleatorio aproximado para estimar la diferencia de proporciones poblacionales, $p_X - p_Y$, con probabilidad $1 - \alpha$.

$z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ es aquél para el que $P(Z \leq z_{1-\frac{\alpha}{2}}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$.

Intervalo para la diferencia de proporciones, $p_X - p_Y$. Muestras grandes.



ESTIMACIÓN POR INTERVALOS

Determinación del tamaño muestral

Determinación del tamaño muestral

- **Problema 1.** Determinar el tamaño de muestra necesario para estimar la media con un error menor que una cantidad fijada de antemano y una confianza dada.

Determinación del tamaño muestral

- **Problema 1.** Determinar el tamaño de muestra necesario para estimar la media con un error menor que una cantidad fijada de antemano y una confianza dada.
- **Problema 2.** Determinar el tamaño de muestra necesario para estimar la proporción con un error menor que una cantidad fijada de antemano y una confianza dada.

Determinación del tamaño muestral para estimar la media (μ) de $X \sim N(\mu, \sigma)$, σ conocida.

En la estimación por intervalos de μ con una confianza del $100(1-\alpha)\,\%$, a partir de una m.a.s. de tamaño n, **el error máximo admisible** viene dado por:

Determinación del tamaño muestral para estimar la media (μ) de $X \sim N(\mu, \sigma)$, σ conocida.

En la estimación por intervalos de μ con una confianza del $100(1-\alpha)\,\%$, a partir de una m.a.s. de tamaño n, **el error máximo admisible** viene dado por:

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Determinación del tamaño muestral para estimar la media (μ) de $X \sim N(\mu, \sigma)$, σ conocida.

En la estimación por intervalos de μ con una confianza del $100(1-\alpha)\,\%$, a partir de una m.a.s. de tamaño n, **el error máximo admisible** viene dado por:

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Problema. Determinar el mínimo valor de n para el que se cumple la desigualdad

Determinación del tamaño muestral para estimar la media (μ) de $X \sim N(\mu, \sigma)$, σ conocida.

En la estimación por intervalos de μ con una confianza del $100(1-\alpha)\,\%$, a partir de una m.a.s. de tamaño n, **el error máximo admisible** viene dado por:

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Problema. Determinar el mínimo valor de n para el que se cumple la desigualdad

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \varepsilon,$$

siendo $\varepsilon > 0$ y fijado de antemano.

Determinación del tamaño muestral para estimar la media (μ) de $X \sim N(\mu, \sigma)$, σ conocida.

El mínimo valor de n para el que se satisface la desigualdad

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \varepsilon,$$

Determinación del tamaño muestral para estimar la media (μ) de $X \sim N(\mu, \sigma)$, σ conocida.

El mínimo valor de n para el que se satisface la desigualdad

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \varepsilon,$$

es el primer entero positivo que satisface la desigualdad

$$n \geq z^2_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}.$$

Determinación del tamaño muestral para estimar la proporción poblacional (p).

En la estimación por intervalos de p con una confianza del $100(1-\alpha)\,\%$, a partir de una m.a.s. de tamaño n, **el error máximo admisible** viene dado por:

Determinación del tamaño muestral para estimar la proporción poblacional (p).

En la estimación por intervalos de p con una confianza del $100(1-\alpha)\,\%$, a partir de una m.a.s. de tamaño n, **el error máximo admisible** viene dado por:

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}.$$

Determinación del tamaño muestral para estimar la proporción poblacional (p).

En la estimación por intervalos de p con una confianza del $100(1-\alpha)\,\%$, a partir de una m.a.s. de tamaño n, **el error máximo admisible** viene dado por:

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}.$$

Problema. Determinar el mínimo valor de n para el que se cumple la desigualdad

Determinación del tamaño muestral para estimar la proporción poblacional (p).

En la estimación por intervalos de p con una confianza del $100(1-\alpha)\,\%$, a partir de una m.a.s. de tamaño n, **el error máximo admisible** viene dado por:

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}}.$$

Problema. Determinar el mínimo valor de n para el que se cumple la desigualdad

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}} \leq \varepsilon,$$

siendo $\varepsilon > 0$ y fijado de antemano.

Determinación del tamaño muestral para estimar la proporción poblacional (p).

El mínimo valor de n para el que se satisface la desigualdad

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}} \leq \varepsilon,$$

Determinación del tamaño muestral para estimar la proporción poblacional (p).

El mínimo valor de n para el que se satisface la desigualdad

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}} \leq \varepsilon,$$

es el primer entero positivo que satisface la desigualdad

$$n \geq z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{\varepsilon^2}.$$

Determinación del tamaño muestral para estimar la proporción poblacional (p).

El mínimo valor de n para el que se satisface la desigualdad

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{n}} \leq \varepsilon,$$

es el primer entero positivo que satisface la desigualdad

$$n \geq z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\widehat{p}(1-\widehat{p})}{\varepsilon^2}.$$

Problema adicional. Puesto que la muestra aún no se ha observado, el valor de $\widehat{p}$ no se conoce.

Determinación del tamaño muestral para estimar la proporción poblacional (p).

Solución. Trabajar en la situación más desfavorable que es la correspondiente a

- $\widehat{p} = 0{,}5$,

dado que la función $\widehat{p}(1-\widehat{p})$ alcanza su valor máximo en $\widehat{p} = 0{,}5$.