

# Disipación de potencia en redes en celosía: la radiación del strip-slot complementario

Elena Abdo-Sánchez<sup>(1)</sup>, Teresa M. Martín-Guerrero<sup>(1)</sup>, Jaime Esteban<sup>(2)</sup> y Carlos Camacho-Peñalosa<sup>(1)</sup>.  
elenaabdo@ic.uma.es, teresa@ic.uma.es, jesteban@etc.upm.es, ccp@ic.uma.es.

<sup>(1)</sup>Universidad de Málaga, Andalucía Tech, Dpto. Ingeniería de Comunicaciones, Campus de Teatinos s/n, 29071 Málaga.

<sup>(2)</sup>Universidad Politécnica de Madrid, Dpto. Señales, Sistemas y Radiocomunicaciones, Avda. Complutense 30, 28040 Madrid.

**Abstract**—A circuit property of symmetrical lattice networks is derived and applied to the analysis of symmetrical two-port electromagnetic structures. This property is related to the independence of the power dissipation in the series and cross impedances of the lattice network and the consequent independence in the power dissipated under even and odd excitation in the two-port structure. Its utility is illustrated with its application to a planar radiating element, the so-called complementary strip-slot. This property allows identifying the cause of the losses in the analysed example and explains the radiation origin.

## I. INTRODUCCIÓN

Las redes en celosía son tema de estudio en circuitos de comunicaciones [1]. Aunque en microondas es habitual el uso de estructuras en T o en  $\Pi$  como modelos circuitales, las redes en celosía han demostrado ser una opción más apropiada en muchos casos, especialmente cuando se trata de estructuras que presentan geometría y puertos de excitación simétricos [2]–[5]. Lo que da ventaja a las redes en celosía sobre las más convencionales T y  $\Pi$  es que la celosía equivalente de una red de dos puertos es siempre realizable, cosa que no ocurre con la T o la  $\Pi$  en las que pueden aparecer elementos negativos sin sentido físico, tal y como se ilustra en [5]. Esta propiedad de las redes en celosía se ha aprovechado en ejemplos como los presentados en [2], [3], donde se utilizan para modelar una guía rectangular con postes dieléctricos y con pérdidas; en [4] para modelar secciones de líneas acopladas o en [5] para modelar componentes y discontinuidades en líneas de transmisión simétricas.

En esta contribución se deduce una propiedad de las redes en celosía doblemente terminadas (excitadas con generador real y cargadas). La propiedad establece la independencia de la potencia disipada en cada una de las ramas de la celosía (rama serie y rama cruzada) bajo ciertas condiciones. Por tanto, se presenta el estudio de la potencia disipada en redes en celosía doblemente terminadas y se deducen las condiciones que han de cumplir dichas redes para que las potencias disipadas en las ramas sean independientes. El resultado se aplica al estudio de un elemento radiante planar (denominado en la literatura *strip-slot complementario* [6]) cuyo circuito equivalente óptimo ha demostrado ser una red en celosía. La independencia de la potencia disipada en cada rama simplifica notablemente el cálculo de la disipación de potencia en este elemento radiante. Dado que cada rama se corresponde, esencialmente, con el

strip o tira (rama cruzada) y con el slot o ranura (rama serie), respectivamente, dicha independencia permite, a su vez, identificar el origen físico de las pérdidas en el elemento, y entender de qué manera radia. Hasta donde conocen los autores, esta propiedad exclusiva de las redes en celosía simétricas no ha sido tratada antes explícitamente en la literatura por parte de otros autores ni se ha utilizado, hasta ahora, para el estudio de estructuras electromagnéticas.

## II. DISIPACIÓN DE POTENCIA EN REDES EN CELOSÍA SIMÉTRICAS

Consideremos una red en celosía simétrica doblemente terminada. La simetría viene dada porque las dos ramas serie son iguales y lo mismo ocurre con las dos ramas cruzadas. La Figura 1a ilustra este bipuerto. El cálculo de la potencia disipada en cada una de las ramas pasa por el análisis del circuito, que puede hacerse utilizando técnicas convencionales de análisis por mallas. Para hacer este análisis resulta apropiado reorganizar el circuito como muestra la Figura 1b.

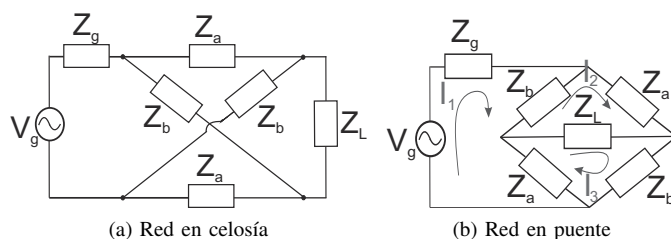


Fig. 1. Red en celosía simétrica terminada.

La ecuación matricial siguiente permite calcular las corrientes en cada una de las mallas del circuito:

$$\begin{pmatrix} Z_{\Sigma_G} & -Z_b & -Z_a \\ -Z_b & Z_{\Sigma_L} & -Z_L \\ -Z_a & -Z_L & Z_{\Sigma_L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_g \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

donde se han definido  $Z_{\Sigma_G} = Z_G + Z_a + Z_b$  y  $Z_{\Sigma_L} = Z_L + Z_a + Z_b$ .

La potencia disipada en cada una de las ramas viene dada por las expresiones

$$P_a = \frac{1}{2} |I_2|^2 \operatorname{Re} [Z_a] \quad (2a)$$

$$P_b = \frac{1}{2} |I_3|^2 \operatorname{Re} [Z_b] . \quad (2b)$$

Despejando en (1) para  $I_2$  e  $I_3$  se obtiene

$$I_2 = \frac{V_g (Z_L + Z_b)}{Z_L Z_a + Z_L Z_b + 2 Z_L Z_g + 2 Z_a Z_b + Z_a Z_g + Z_b Z_g} \quad (3a)$$

$$I_3 = \frac{V_g (Z_L + Z_a)}{Z_L Z_a + Z_L Z_b + 2 Z_L Z_g + 2 Z_a Z_b + Z_a Z_g + Z_b Z_g} \quad (3b)$$

Y, por tanto, las potencias disipadas resultantes son

$$P_a = \frac{\text{Re}[Z_a] |V_g (Z_L + Z_b)|^2}{2 |Z_L Z_a + Z_L Z_b + 2 Z_L Z_g + 2 Z_a Z_b + Z_a Z_g + Z_b Z_g|^2} \quad (4a)$$

$$P_b = \frac{2 \text{Re}[Z_b] |V_g (Z_L + Z_a)|^2}{2 |Z_L Z_a + Z_L Z_b + 2 Z_L Z_g + 2 Z_a Z_b + Z_a Z_g + Z_b Z_g|^2} \quad (4b)$$

Como puede comprobarse, en condiciones generales, la red en celosía no presenta independencia en las potencias disipadas en ambas ramas. En el siguiente apartado se estudian las condiciones en las que esta independencia aparece.

### III. CONDICIÓN PARA LA INDEPENDENCIA DE LA DISIPACIÓN DE POTENCIA EN REDES EN CELOSÍA

Puede comprobarse de forma inmediata que la igualdad entre las impedancias de carga y del generador ( $Z_g = Z_L$ ) conduce a una simplificación notable en las expresiones calculadas en el apartado anterior. En efecto, en este caso, las corrientes se pueden escribir como

$$I_2 = \frac{V_g}{2(Z_a + Z_g)} \quad (5a)$$

$$I_3 = \frac{V_g}{2(Z_b + Z_g)} \quad (5b)$$

Resulta ya evidente en el resultado de las corrientes que éstas son independientes en ambas ramas. Ambas dependen sólo de la impedancia del generador ( $Z_g = Z_L$ ) y de la impedancia que aparece en cada una de ellas. El cálculo de la potencia resulta, en consecuencia,

$$P_a = |V_g|^2 \frac{\text{Re}[Z_a]}{8|Z_a + Z_g|^2} \quad (6a)$$

$$P_b = |V_g|^2 \frac{\text{Re}[Z_b]}{8|Z_b + Z_g|^2}, \quad (6b)$$

por lo que la potencia disipada en la rama serie sólo depende de la impedancia de la rama serie y es independiente de la impedancia que se coloque en la rama cruzada. Una afirmación equivalente puede hacerse sobre la potencia en la rama cruzada. Ambas dependen, eso sí, de las impedancias con las que se termina la red ( $Z_L = Z_g$ ).

Este resultado podría esperarse si se recuerda el teorema de la bisección de Barlett [7]. Dicho teorema establece que en una red de dos puertos con un plano de simetría puede ser representada por una red en celosía cuya rama serie soporta la impedancia  $Z_a$  y la rama cruzada la impedancia  $Z_b$ . La primera,  $Z_a$ , es la impedancia que presenta el bipuerto cuando

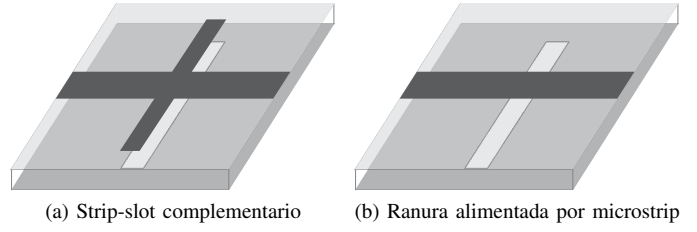


Fig. 2. Geometrías.

se conecta a una excitación par (la misma excitación en ambos puertos). La segunda,  $Z_b$ , es la impedancia que presenta el bipuerto cuando la excitación es impar (la misma amplitud de excitación en ambos puertos, pero signos contrarios). Dado que ambas impedancias,  $Z_a$  y  $Z_b$ , corresponden a modos ortogonales de excitación es de esperar que tensiones y corrientes, así como la potencia disipada en cada rama, sean independientes entre sí. Nótese que la aplicación del teorema de Barlett requiere no sólo la simetría de la celosía, sino que ha de ser también simétrica la terminación del bipuerto ( $Z_L = Z_g$ ).

Si este resultado se aplica a estructuras electromagnéticas, significa que la disipación de potencia total en la estructura puede calcularse como la suma de la potencia disipada en las impedancias que resultan de excitar la estructura con los modos par e impar, respectivamente. Es más, si se identifican ambas impedancias con una parte de la estructura física, puede localizarse el origen de las pérdidas en la estructura, asignándolas al elemento o región al que corresponda la rama de que se trate.

### IV. APLICACIÓN AL ESTUDIO DE LA RADIACIÓN DEL ELEMENTO STRIP-SLOT COMPLEMENTARIO

Recientemente, los autores han presentado un nuevo elemento radiante planar al que se ha denominado strip-slot complementario. Consiste en una línea microstrip alimentando a una doble tira (dos stubs simétricos) superpuesta a una ranura (slot) en el plano de referencia. Un dibujo de la estructura se muestra en la Figura 2a. También puede entenderse como una ranura (slot) alimentada por microstrip (ver Figura 2b), que se ha modificado colocando una tira alineada con la ranura. Esta modificación consigue eliminar la naturaleza resonante de la ranura y conseguir así un comportamiento de adaptación en banda ancha [6].

Como se demuestra en [6] la estructura strip-slot complementario admite ser modelada con una red en celosía. Se demuestra también que la rama serie de la celosía puede atribuirse a la propagación del modo par en la estructura acoplada de tres conductores (microstrip-slotline). Asimismo, la rama cruzada se corresponde con el modo impar. Bajo ciertas condiciones, los modos par e impar pueden asociarse a los modos de la ranura y de la tira, respectivamente, con lo que el circuito equivalente en celosía está formado por la impedancia de la ranura en la rama serie y la impedancia de la tira en la rama cruzada, tal y como se muestra en la

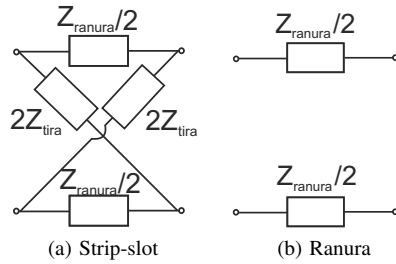


Fig. 3. Circuito equivalente usando redes en celosía.

Figura 3a. Por otro lado, es bien conocido que una ranura alimentada por microstrip se modela con una impedancia en serie [8] que, representada como red en celosía, admite el circuito equivalente de la Figura 3b. Con esto se quiere demostrar que la adición de una tira superpuesta a la ranura puede representarse añadiendo la rama cruzada al circuito equivalente de una ranura alimentada por microstrip. Añadir esta rama cruzada, además, modifica la impedancia de entrada de la red y es por ello por lo que el circuito de la Figura 3a, que se corresponde con el elemento strip-slot complementario, presenta una impedancia con un gran ancho de banda (infinito en el caso ideal) frente al comportamiento resonante de la ranura alimentada por microstrip, como se ha demostrado en [6]. Esto se debe a que la impedancia imagen en una celosía es independiente de la frecuencia si sus ramas tienen un comportamiento complementario en frecuencia.

En lo que se refiere a la radiación, cabe preguntarse cómo afecta la presencia de la tira conductora a la ranura. Los resultados de las simulaciones y las medidas realizadas a los prototipos demuestran que las propiedades de radiación de la ranura se ven sólo ligeramente alteradas por la presencia de la tira [6], pero no se contaba con ningún resultado teórico que respaldara esta cualidad. La propiedad demostrada en el apartado III de esta comunicación consigue ser esta explicación [9].

Si se consideran despreciables las pérdidas en conductores y dieléctricos la potencia radiada por el elemento strip-slot complementario debe ser el total de la potencia disipada en su red en celosía equivalente:

$$P_{rad} = 2(P_a + P_b). \quad (7)$$

Puesto que el elemento se excita con una microstrip terminada en una carga adaptada, la condición de simetría en las terminaciones de la red  $Z_L = Z_g$  se cumple en este caso. La independencia demostrada entre la potencia disipada en la rama serie ( $P_a$ ) y la impedancia de la rama cruzada ( $Z_b$ ) justifica que la potencia radiada por la ranura (y esta es prácticamente igual a la potencia radiada) sea independiente de la presencia o ausencia de la tira superpuesta. Del mismo modo, la potencia disipada en la rama cruzada ( $P_b$ ) puede obtenerse del análisis de una tira alimentada por una microstrip, con plano de masa continuo, sin ranura. En consecuencia, las propiedades de radiación del strip-slot complementario pueden deducirse de las que tienen sus elementos por separado. Es más, la ranura

y la tira alimentadas por microstrip son las estructuras que resultan cuando sendas excitaciones par e impar son aplicadas al elemento strip-slot complementario. Es sabido que una tira alimentada por microstrip no radia de forma eficiente, debido a la simetría de las corrientes en su superficie. Por el contrario, la ranura alimentada por microstrip es un buen elemento radiante, si bien tiene un comportamiento resonante. Por todo ello, es de esperar que el elemento strip-slot complementario tenga propiedades de radiación muy similares a la de la ranura alimentada por microstrip, con pequeñas variaciones debido a la ligera radiación de la tira superpuesta.

Buscando la confirmación de esta suposición, se ha realizado el experimento que ilustra la Figura 4, mediante simulaciones en HFSS en todos los casos. En ella se comparan las potencias disipadas por las dos ramas de la celosía equivalente de un elemento strip-slot complementario, calculadas haciendo uso de (6) con las que se obtienen de simulaciones electromagnéticas de cada uno de los componentes (ranura y tira alimentados por microstrip) por separado. La red en celosía equivalente se ha obtenido a partir de la conversión de la matriz de parámetros S proporcionados por la simulación del elemento a parámetros Z y de ahí a las impedancias  $Z_a$  y  $Z_b$ . La potencia disipada en las ramas serie ( $2P_a$ ) es entonces comparada con la potencia radiada por la ranura alimentada por microstrip, sin la tira superpuesta. La potencia disipada en las ramas cruzadas ( $2P_b$ ) se compara con la que se corresponde con la tira alimentada por microstrip, sin ranura. En la Figura 5, la potencia total disipada en la red en celosía ( $2(P_a + P_b)$ ) se compara con el resultado de simular la potencia radiada en el elemento strip-slot complementario. El elemento simulado es el mismo que el que se presentó en [6] y que demostró estar adaptado de 1 a 16 GHz. Los resultados confirman la capacidad del circuito equivalente para explicar las propiedades de radiación del elemento strip-slot complementario como la suma de potencias radiadas por cada uno de los componentes. Es más, se confirma que la contribución de la tira al total de la radiación es mucho menor que la de la ranura. Es por esto que el elemento en cuestión radia, esencialmente, como una ranura sin tira, como ya se pudo comprobar empíricamente y se expone en [6].

Aunque se ha demostrado que el elemento strip-slot complementario radia básicamente el mismo porcentaje de la potencia disponible que la ranura sola alimentada por microstrip, es importante prestar atención al resto de la potencia no radiada. En la Figura 6 se muestra una comparación entre la potencia que llega a la carga  $Z_L$  en el caso de la ranura y en el caso del elemento strip-slot complementario. Puede verse cómo, aun radiando ambas estructuras prácticamente el mismo porcentaje de la potencia disponible, el elemento strip-slot complementario transmite a la carga la potencia no radiada en un amplio margen de frecuencias. La ranura alimentada por microstrip, en cambio, tiene un comportamiento resonante que hace que aparezcan amplias bandas de frecuencia en las que la potencia es reflejada y no se transmite a la carga. El circuito equivalente permite entender esta circunstancia. El circuito de la Figura 2b (ranura) sólo presenta impedancia serie, mientras

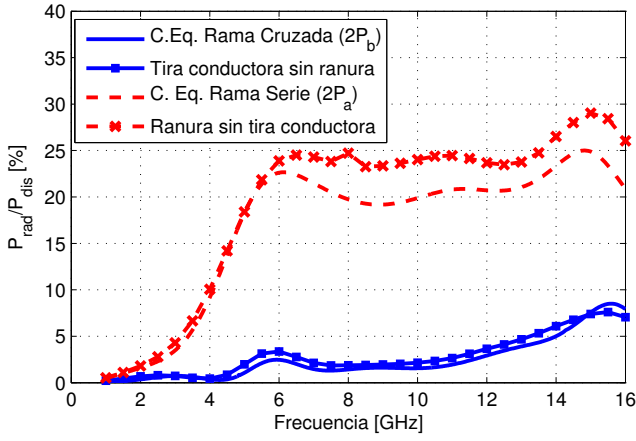


Fig. 4. Comparación de la relación entre la potencia radiada y la potencia disponible, obtenidos del circuito equivalente del strip-slot complementario y de la simulación electromagnética de los elementos aislados (tira alimentada por microstrip y ranura alimentada por microstrip). El sustrato y las dimensiones de la geometría seleccionados son los de [6].

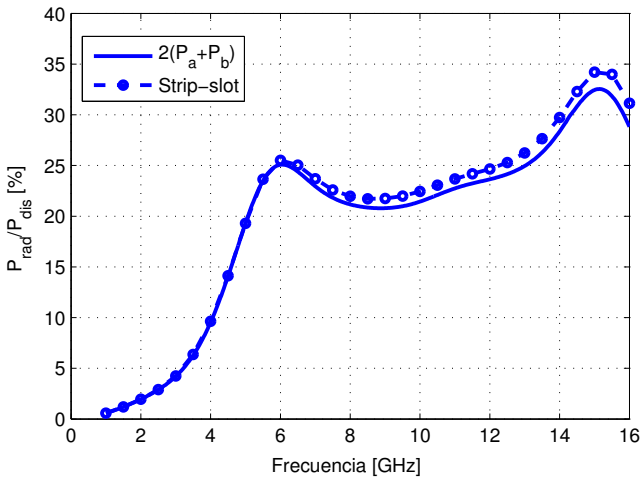


Fig. 5. Relación entre la potencia radiada y la potencia disponible en %, obtenidos del circuito equivalente y de la simulación electromagnética del elemento strip-slot complementario. El sustrato y las dimensiones de la geometría seleccionados son los de [6].

que el de la Figura 2a (strip-slot) tiene una rama cruzada que permite la adaptación en un amplio margen de frecuencias.

## V. CONCLUSIONES

Se ha demostrado una propiedad sobre la potencia disipada en redes simétricas en celosía. De acuerdo con esta propiedad, la disipación de potencia en estructuras electromagnéticas simétricas de dos puertos puede calcularse como la superposición de las potencias disipadas bajo excitación par (potencia disipada en la rama serie de la red equivalente en celosía) y bajo excitación impar (potencia disipada en la rama cruzada de la red equivalente en celosía). Por tanto, si se identifica cada una de las impedancias del circuito en celosía equivalente con una parte de la estructura, se puede determinar el origen de las pérdidas.

La propiedad se ha aplicado para el estudio de la potencia

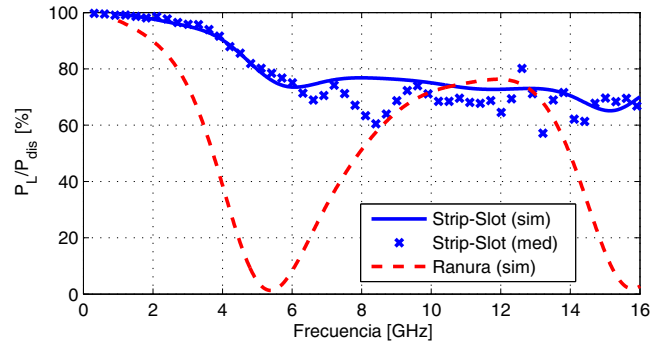


Fig. 6. Comparación de la relación entre la potencia disipada en la carga y la potencia disponible en % en el strip-slot complementario y en la ranura alimentada por microstrip sin la tira metálica. El sustrato y las dimensiones de la geometría seleccionados son los de [6].

disipada en el elemento strip-slot complementario. Se demuestra que, de acuerdo con esta propiedad, la potencia radiada por la estructura se puede calcular sumando las potencias que, por separado, radian la ranura y el strip alimentados por microstrip. Con esto se proporciona una explicación de cómo radia la estructura, que además es consistente con las medidas realizadas.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la Junta de Andalucía bajo el proyecto P10-TIC-6883.

## REFERENCIAS

- [1] M. E. Van Valkenburg, *Introduction to Modern Network Synthesis*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1960.
- [2] C.-I. G. Hsu, H. A. Auda, "On the realizability of the impedance matrix for lossy dielectric posts in a rectangular waveguide," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol.36, no.4, pp.763–765, Apr. 1988.
- [3] K. Ise and M. Koshiba, "Equivalent circuits for dielectric posts in a rectangular waveguide," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol.37, no.11, pp. 1823–1825, Nov. 1989.
- [4] J.E. Page, J. Esteban and C. Camacho-Peñalosa, "Lattice Equivalent Circuits of Transmission-Line and Coupled-Line Sections," *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, vol.59, no.10, pp. 2422–2430, Oct. 2011.
- [5] E. Abdo-Sánchez, J. Esteban, T.M. Martín-Guerrero, J.E. Page, and C. Camacho-Peñalosa, "The use of lattice networks for modelling symmetric transmission line components and discontinuities," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 55, pp. 636–639, Mar. 2013.
- [6] E. Abdo-Sánchez, J.E. Page, T.M. Martín-Guerrero, J. Esteban, and C. Camacho-Peñalosa, "Planar Broadband Slot Radiating Element Based on Microstrip-Slot Coupling for Series-fed Arrays," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 60, no. 12, pp. 6037–6042, Dec. 2012.
- [7] A.C. Bartlett, *Theory of Electrical Artificial Lines and Filters*, John Wiley & Sons, New York, 1930, pp. 28–32.
- [8] A. Axelrod, M. Kisluk and J. Maoz, "Broadband microstrip-fed slot radiator," *Microwave J.*, vol. 32, pp. 81–94, Jun. 1989.
- [9] E. Abdo-Sánchez, T.M. Martín-Guerrero, J. Esteban, and C. Camacho-Peñalosa, "On the Radiation Properties of the Complementary Strip-Slot Element," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 14, pp. 1389–1391, Jun. 2015.