



UNIVERSIDAD
DE MÁLAGA

TESIS DOCTORAL

MODELADO DEL ESPECTRO SOLAR Y SU
INFLUENCIA EN EL FUNCIONAMIENTO DE
MÓDULOS FOTOVOLTAICOS DE LÁMINA
DELGADA

AUTOR:

RAFAEL JESÚS MORENO SÁEZ

DIRECTORES:

LLANOS MORA LÓPEZ Y MARIANO SIDRACH DE CARDONA

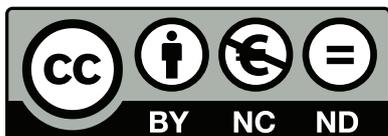
FEBRERO, 2014



**Publicaciones y
Divulgación Científica**

AUTOR: Rafael Jesús Moreno Sáez

EDITA: Publicaciones y Divulgación Científica. Universidad de Málaga



Esta obra está sujeta a una licencia Creative Commons:

Reconocimiento - No comercial - SinObraDerivada (cc-by-nc-nd):

[Http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/es](http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/es)

Cualquier parte de esta obra se puede reproducir sin autorización pero con el reconocimiento y atribución de los autores.

No se puede hacer uso comercial de la obra y no se puede alterar, transformar o hacer obras derivadas.

Esta Tesis Doctoral está depositada en el Repositorio Institucional de la Universidad de Málaga (RIUMA): riuma.uma.es

Los doctores LLANOS MORA LÓPEZ Y MARIANO SIDRACH DE CARDONA, Titular de Universidad en el Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación y Catedrático de Universidad en el Departamento de Física Aplicada II, respectivamente, ambos de la Universidad de Málaga

CERTIFICAN

Que RAFAEL JESÚS MORENO SÁEZ, Ingeniero de Telecomunicación, ha realizado bajo nuestra dirección la tesis doctoral titulada MODELADO DEL ESPECTRO SOLAR Y SU INFLUENCIA EN EL FUNCIONAMIENTO DE MÓDULOS FOTOVOLTAICOS DE LÁMINA DELGADA, que se recoge en la presente memoria, cumpliendo todos los requisitos legales para optar al grado de Doctor, por lo que autorizan su lectura y defensa pública.

Y para que así conste y tenga los efectos oportunos, firman este certificado en

Málaga, a 18 de febrero de 2014

Dra. Llanos Mora López Dr. Mariano Sidrach de Cardona Ortín

Dedicado a mis padres, Isabel y Miguel.

Este trabajo de investigación ha sido parcialmente financiado por la “Junta de Andalucía” (proyectos No. P10-TIC-6441, P11-RNM-7115 y P07-RNM-02504).

This research work was partially funded by the “Junta de Andalucía” (grant No. P10-TIC-6441, P11-RNM-7115 and P07-RNM-02504).

AGRADECIMIENTOS

La realización de este doctorado no hubiera sido posible sin el apoyo y el empuje dado por Mariano Sidrach, que confió en mí para formar parte del grupo de investigación que dirige, me abrió las puertas al mundo de la investigación y vió un potencial doctorando aún cuando yo no lo había contemplado como opción académica ni experiencia vital.

También es parte fundamental de este trabajo Llanos Mora, que con paciencia, conocimientos y saber hacer didácticos ha conducido este trabajo desde sus inicios hasta la modesta complejidad alcanzada.

Agradecer a los compañeros del laboratorio, Cristina, Michel y Pedro, por crear un buen ambiente de trabajo, necesario para cualquier tipo de investigación y estar dispuestos siempre a ayudar y aportar sus conocimientos en las carencias tanto a nivel técnico como perso-

nales que puedan haber aparecido durante este tiempo.

Agradecer a mis hermanos Andrés, Carmen e Isabel y mi tía Asunción que en todo momento han estado apoyándome y animándome para llevar a buen puerto esta aventura. No me quiero olvidar, aunque ya no se encuentren entre nosotros, de mis abuelos Isabel y Eduardo que han estado presentes y han sido un referente.

Este trabajo se ha apoyado en diversos estudios realizados por otros grupos de investigación entre los que destacan el Grupo de Investigación y Desarrollo de Energía Solar, de la Universidad de Jaén y el CIEMAT. A lo largo de estos años de periodo investigador he tenido la ocasión de coincidir con diversos miembros en reuniones, conferencias y congresos y he compartido charlas y sesiones que han servido para clarificar y corroborar parte de las conclusiones que en esta tesis se encuentran e incluso apoyándome en algunas de los resultados obtenidos en sus experimentos.

Agradecer al departamento de Física Aplicada II, parte de su plantilla y a la Universidad de Málaga por proporcionarme un lugar de trabajo y herramientas necesarias para llevar a cabo este estudio.

Al equipo de la empresa japonesa Asahi Kasei que ha proporcionado un toque internacional y multicultural, confiando en nosotros parte de su I+D tan necesario para una evolución sostenible en la sociedad en la que nos encontramos.

Contenido

| | |
|--|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Antecedentes | 1 |
| 1.2. Trabajos previos | 4 |
| 1.2.1. Relación espectro corriente | 4 |
| 1.2.2. Respuesta espectral | 5 |
| 1.2.3. Modelado de módulos fotovoltaicos | 9 |
| 1.3. Objetivos de la tesis | 9 |
| Referencias | 11 |
| | |
| 2. Distribución Espectral de la Radiación Solar | 17 |
| 2.1. Caracterización del espectro solar | 18 |
| 2.2. Modelos clásicos para caracterizar la atmósfera terrestre | 19 |
| 2.2.1. Transferencia radiativa | 20 |
| 2.2.2. Transmitancia atmosférica | 21 |
| 2.2.3. Resultados más significativos de los modelos clásicos | 22 |
| 2.3. Estándares de referencia | 24 |
| 2.3.1. Espectro estándar | 26 |
| 2.3.2. Modelado del espectro solar estándar | 27 |
| 2.4. Variables relacionadas con el espectro solar | 29 |
| 2.4.1. Masa de aire | 29 |
| 2.4.2. Irradiancia solar extraterrestre | 30 |
| 2.4.3. Índice de transparencia atmosférica | 31 |
| 2.5. Índices utilizados para caracterizar el espectro solar | 31 |

| | |
|--|-----------|
| 2.6. Energía media del fotón, APE | 33 |
| 2.7. Conclusiones | 36 |
| Referencias | 36 |
| 3. Técnicas Estadísticas y de Minería de Datos | 43 |
| 3.1. Estadísticos clásicos | 44 |
| 3.1.1. Función de distribución de probabilidad acumulada | 45 |
| 3.1.2. Regresión multivariante | 48 |
| 3.2. Modelos de minería de datos | 50 |
| 3.2.1. Algoritmo de clasificación k-medias | 51 |
| 3.2.2. Redes Neuronales Artificiales | 54 |
| 3.3. Justificación de las métricas propuestas | 57 |
| 3.3.1. Datos para caracterizar el rendimiento de los modelos | 58 |
| 3.3.2. Métodos para medir el rendimiento cuantitativo | 58 |
| 3.4. Conclusiones | 61 |
| Referencias | 61 |
| 4. Caracterización y Simulación de Espectros Reales | 67 |
| 4.1. Revisión del estado del arte | 67 |
| 4.2. Medidas experimentales | 70 |
| 4.2.1. Validación de datos | 71 |
| 4.3. Análisis de los valores de APE | 72 |
| 4.4. Análisis cualitativo del espectro | 75 |
| 4.5. Metodología propuesta para caracterizar el espectro solar | 77 |
| 4.6. Distribución de probabilidad acumulada aplicada al espectro solar | 78 |
| 4.6.1. Comparación de espectros, test de Kolmogorov- Smirnov | 80 |
| 4.6.2. Comparación de espectros con valores similares de APE utilizando todo el espacio muestral | 89 |
| 4.6.3. Comparación de espectros con valores distintos de APE utilizando todo el espacio muestral | 92 |
| 4.6.4. Conclusiones sobre la similitud de espectros | 94 |
| 4.7. Clasificación de espectros utilizando la técnica de k-medias | 97 |

| | |
|---|------------|
| 4.7.1. Selección de número de grupos | 97 |
| 4.7.2. Distribución de espectros por grupos | 100 |
| 4.7.3. Resultados de la clasificación utilizando k-medias | 104 |
| 4.8. Regresión multivariante para factor de normalización de espectro solar | 106 |
| 4.9. ANN para estimar APE a partir de datos meteorológicos | 108 |
| 4.10. Estimadores estadísticos resultantes | 111 |
| 4.11. Simulación del espectro solar | 112 |
| 4.11.1. Metodología para simular el espectro solar | 112 |
| 4.11.2. Obtención de curvas espectrales solares a partir de datos meteorológicos | 113 |
| 4.12. Conclusiones | 115 |
| Referencias | 116 |
| 5. Caracterización del Funcionamiento de Módulos Fotovoltaicos | 121 |
| 5.1. Introducción | 121 |
| 5.2. Método propuesto | 124 |
| 5.3. Sistema experimental y datos registrados | 130 |
| 5.4. Resultados obtenidos | 132 |
| 5.4.1. Resultados de PR utilizando integración de valores de APE y temperatura de módulos | 132 |
| 5.4.2. Resultados utilizando el método propuesto en tecnologías de lámina delgada | 136 |
| 5.5. Influencia del espectro en el PR, tecnologías de lámina delgada | 144 |
| 5.5.1. Tecnología a-Si | 144 |
| 5.5.2. Tecnología a-Si/ μ c-Si | 150 |
| 5.5.3. Tecnología CdTe | 154 |
| 5.6. Conclusiones | 158 |
| Referencias | 159 |
| 6. Conclusiones | 165 |

Contenido

| | |
|--|------------|
| Nomenclatura | 171 |
| Apéndices | 173 |
| A. Centroides | 175 |
| B. Publicaciones | 189 |
| B.1. Publicaciones derivadas de la tesis | 189 |
| B.2. Otras publicaciones | 190 |

Índice de Figuras

| | |
|---|----|
| 1.1. Respuesta espectral y eficiencia cuántica de un dispositivo FV, m-Si | 7 |
| 1.2. Respuestas espectrales relativas de módulos FV de distintas tecnologías | 8 |
| 2.1. Espectro estándar AM 1.5 | 27 |
| 2.2. Ángulo altura solar para distintos valores de AM, fuente: Riordan and Hulstron (1990). | 30 |
| 2.3. Absorción molecular del espectro en cada λ producido por los elementos más significativos, fuente: Riordan (1986). | 35 |
| 4.1. Imagen del espectroradiómetro utilizado | 71 |
| 4.2. Espectros clasificados en función del APE, histograma y acumulado | 73 |
| 4.3. Espectros clasificados por APE en Jaén y Madrid | 74 |
| 4.4. Procedimiento para caracterizar las curvas de irradiancia espectral . | 77 |
| 4.5. Espectro tomado en condiciones de sol real y su c.p.d.f. | 79 |
| 4.6. Espectros similares con igual valor de APE | 82 |
| 4.7. Espectros similares con igual APE normalizados | 83 |
| 4.8. c.p.d.f. de espectros similares con igual APE y su superposición . . | 83 |
| 4.9. c.p.d.f. superpuestas de espectros similares con igual APE | 84 |
| 4.10. Diferencias de c.p.d.f. para espectros similares con igual APE | 85 |
| 4.11. Espectros distintos con igual valor de APE y detalle | 86 |
| 4.12. Espectros distintos con igual APE normalizados | 86 |
| 4.13. c.p.d.f. y superposición de espectros distintos con igual APE | 87 |
| 4.14. Diferencias de c.p.d.f. para espectros distintos con igual APE | 88 |

| | |
|---|-----|
| 4.15. Porcentaje de espectros iguales | 92 |
| 4.16. Espectros similares con distinto valor de APE | 95 |
| 4.17. c.p.d.f. y diferencias de espectros similares con distinto APE | 96 |
| 4.18. Distribución de los espectros en DOS y TRES <i>clusters</i> | 102 |
| 4.19. Distribución de los espectros en CUATRO, CINCO y SEIS <i>clusters</i> | 103 |
| 4.20. Distribución espectral de los centroides para TRES <i>clusters</i> | 104 |
| 4.21. Distribución espectral de los centroides para SEIS <i>clusters</i> | 105 |
| 4.22. Distribuciones de irradiancia espectral solar simulada y medida para el día 23-abril-2012, 15:37:00. | 114 |
| 5.1. Respuesta espectral absoluta de un módulo m-Si y espectro real | 122 |
| 5.2. Irradiancia espectral absorbida por el módulo | 123 |
| 5.3. Curva de nivel de PR de un módulo m-Si | 133 |
| 5.4. Curvas de Nivel del PR de módulos de tecnología de lámina delgada. | 135 |
| 5.5. Curvas de Nivel de \overline{PR} utilizando los valores de APE y T_{MOD} , para los módulos de las tres tecnologías analizadas. | 138 |
| 5.6. Curvas de Nivel de la desviación estándar (σ) utilizando los valores de APE y T_{MOD} , para los módulos de las tres tecnologías analizadas. | 139 |
| 5.7. Curvas de Nivel de \overline{PR} utilizando k_t y T_{MOD} , para los módulos de las tres tecnologías analizadas. | 142 |
| 5.8. Curvas de Nivel de la desviación estándar (σ) utilizando k_t y T_{MOD} , para los módulos de las tres tecnologías analizadas. | 143 |
| 5.9. \overline{PR} de módulo a-Si en cada <i>cluster</i> | 148 |
| 5.10. σ de módulo a-Si en cada <i>cluster</i> | 149 |
| 5.11. \overline{PR} de módulo a-Si/ μ c-Si en cada <i>cluster</i> | 152 |
| 5.12. σ de módulo a-Si/ μ c-Si en cada <i>cluster</i> | 153 |
| 5.13. \overline{PR} de módulo CdTe en cada <i>cluster</i> | 156 |
| 5.14. σ de módulo CdTe en cada <i>cluster</i> | 157 |

Índice de Tablas

| | |
|---|-----|
| 4.1. Porcentaje de energía aportada por intervalo de λ para cada APE . | 76 |
| 4.2. Comparación c.p.d.f. de todos los espectros en cada clase de APE . | 91 |
| 4.3. Porcentaje de espectros distintos por intervalos de valores de APE . | 93 |
| 4.4. Distribución de elementos por <i>cluster</i> en función de k escogido . . . | 98 |
| 4.5. Tests de homogeneidad para distintos niveles de confianza, α | 99 |
| 4.6. Porcentaje de espectros (representados por su valor de APE) repartidos en los distintos <i>clusters</i> | 101 |
| 4.7. Valor de APE de los centroides por <i>cluster</i> en función de k escogido | 106 |
| 4.8. Distintas configuraciones de red neuronal para estimar APE. | 110 |
| 5.1. Principales características de los módulos utilizados proporcionados por el fabricante (excepto la respuesta espectral, SR). | 130 |
| 5.2. Tabla de contingencia de los valores de PR en función de T_{MOD} y k_t e intervalo de valor de APE (según los definidos para cada <i>cluster</i>).145 | |

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes

De acuerdo a los datos publicados por la *Photovoltaic Industry Association* en su informe de 2013, por primera vez en la historia, en el año 2011, la fotovoltaica fue la fuente de electricidad que más incrementó su capacidad instalada. Tal como indica este informe, en 2011 la producción mundial de módulos de lámina delgada era de 3,50 GW, en 2012 en torno a 6,20 GW y con una previsión de crecimiento del 6 % para el año 2017. En este sentido, estos módulos jugarán un papel crucial en los sistemas fotovoltaicos debido al bajo coste en los procesos de producción y a la mejora continua en el rendimiento de los módulos de estas tecnologías cuando funcionan en condiciones reales de trabajo.

El precio de los sistemas de energía solar fotovoltaica ha descendido más de un 40 % en los mercados más competitivos en los últimos años. Se espera que la producción anual de módulos fotovoltaicos de todas las tecnologías alcance los 60 GW en poco tiempo. Aunque la tecnología de silicio cristalino parece que continuará teniendo una presencia predominante en el mercado, los diseñadores e instaladores fotovoltaicos están mostrando un creciente interés en las tecnologías de lámina delgada que están comenzando a tener una cuota de mercado significativa y su producción está incrementándose, como reflejan los datos anteriormente expuestos.

Entre los materiales más utilizados en las tecnologías de lámina delgada destacan el silicio amorfo (a-Si), telururo de cadmio (CdTe), tecnología de calcopirita o de selenuro de galio indio y cobre (CIGS o CIS) y la hetero-unión de silicio amorfo hidrogenado con silicio cristalino (a-Si:H/ μ c-Si:H). A día de hoy más de doscientas empresas están involucradas en actividades de células de lámina delgada, comenzando por las actividades básicas de I+D hasta llegar a los grandes procesos productivos. Así, en 2005, la producción de módulos solares de lámina delgada alcanzó mas de 100 MW por año; la primera planta de producción de 100 MW de lámina delgada comenzó a estar operacional en 2007; en 2010 se produjo 1 GW y en 2012 se superaron los 6 GW.

La estimación de la producción de electricidad fotovoltaica a partir de las condiciones climáticas de un lugar es un factor imprescindible en la ingeniería fotovoltaica. Y por tanto, el comportamiento de un módulo fotovoltaico cuando está funcionando en condiciones reales, a la intemperie, es un factor determinante.

El incremento en la producción de módulos de lámina delgada plantea como reto, de cara a su instalación en plantas fotovoltaicas, el poder conocer la variación de los parámetros de eficiencia energética en función de los diferentes parámetros meteorológicos. En otras tecnologías de módulos, como son los módulos de silicio mono y poli cristalino, esta cuestión está mejor establecida.

Los fabricantes de módulos fotovoltaicos proporcionan parámetros de funcionamiento referidos a las condiciones estándar (STC). Estas condiciones se dan cuando el módulo se encuentra expuesto a una irradiancia global de 1.000 W/m^2 con una distribución espectral correspondiente a la proporcionada por el espectro estándar AM 1.5 y una temperatura de funcionamiento de módulo de 25°C . En el caso de los módulos fotovoltaicos de silicio es posible predecir su comportamiento en condiciones de sol real mediante el uso de métodos numéricos, algebraicos y empíricos, como se puede encontrar en la literatura al respecto (Roy et al., 2012). Pero estos métodos no son fácilmente extrapolables a las tecnologías de lámina delgada, tecnología que posee ciertos aspectos que no se explican completamente. Los módulos fabricados con estas tecnologías, especialmente a-Si y CdTe, presentan una mayor dependencia con la distribución espectral de la irradiancia que los módulos c-Si,

ya que su respuesta espectral, la proporción del espectro de la luz solar capaz de captar, es sensiblemente menor.

Es un hecho conocido que existe una discrepancia entre las medidas de irradiancia obtenidas por el piranómetro, capaz de capturar la mayor parte del espectro, y la cantidad de irradiancia que es capaz de capturar el módulo fotovoltaico, condicionada por la respuesta espectral del módulo, dando lugar a errores en la predicción de la producción de energía que puede proporcionar el módulo.

En el caso de módulos de silicio cristalino, esta discrepancia se puede solventar parcialmente, especialmente para irradiancias altas, sustituyendo los piranómetros por células de referencia de la misma tecnología que el módulo fotovoltaico, que tendrá igual respuesta espectral. Sin embargo, los dispositivos de lámina delgada no poseen las mismas características de uniformidad y estabilidad en su comportamiento, y sería necesario que las células calibradas fueran fabricadas con el mismo proceso que los módulos, lo que dificulta la tarea de utilizar, en general, células calibradas de éstas tecnologías (Betts et al., 2004).

Mediante espectroradiómetros se solventan, en parte, las cuestiones referentes a las medidas de la irradiancia, puesto que proporciona información detallada de la curva espectral instantánea. Pero su uso está poco extendido, debido al alto coste y la necesidad de procesar la información recibida. Por tanto, la estimación del comportamiento eléctrico de módulos de estas tecnologías plantea dos problemas:

1. La caracterización de estos módulos ha sido llevada a cabo en condiciones estándar STC, que casi nunca se dan en condiciones reales de funcionamiento.
2. Los datos de irradiancia disponibles a partir de los dispositivos más ampliamente usados para su medida no proporcionan información relativa a la distribución espectral de la irradiancia global.

Por otra parte, la irradiancia espectral capturada con un espectroradiómetro no es un parámetro que pueda ser utilizado fácilmente en los modelos clásicos que permiten estimar el funcionamiento de módulos fotovoltaicos.

Con la finalidad de alcanzar una penetración real en el actual sistema energético, de sistemas fotovoltaicos que usan tecnologías de lámina delgada, es esencial

tener modelos que estimen con la mayor exactitud posible la producción a corto plazo de estos sistemas para interactuar con el mercado de energía gestionado por Red Electrica Española, especialmente en lo que a grandes plantas se refiere. De acuerdo al R.D. 2019/1997 del 26 de diciembre, el R.D. 661/2007 del 25 de Marzo y la resolución de la Secretaría de Estado para la Energía (BOE 28/5/2009), cuando la potencia nominal autorizada por el Registro Administrativo de Instalaciones de Producción de Energía Eléctrica (RAIPEE) en una instalación de producción mediante energía renovable es superior a 10 MW o en el caso de instalaciones con potencia inferior a la anteriormente indicada, pero que formen parte de un conjunto con un punto de conexión común y cuya suma sea mayor de 10 MW, estas instalaciones se gestionaran de acuerdo a los procedimientos para la operación del sistema eléctrico P.O.3.1. –Programación de la Generación– y P.O.3.7. –Programación de la Generación Renovable no Gestionable–. Con lo que contar con modelos que son capaces de estimar la producción de plantas fotovoltaicas será muy útil para conseguir una integración real de las mismas en el mercado nacional de la energía.

El desarrollo de estos modelos tiene un valor añadido en la I+D+i de sistemas fotovoltaicos, permitiendo:

- Comparar los resultados del rendimiento de distintas tecnologías de módulos.
- Valorar y conocer la mejor opción para cada condición climática.
- Evaluar posibles pérdidas de eficiencia y sus causas.
- Mejorar el mantenimiento
- Proporcionar modelos de evaluación adaptados a cada instalación.

1.2. Trabajos previos

1.2.1. Relación espectro corriente

Se han realizado trabajos en que se pone de manifiesto la relación entre la distribución espectral de la irradiancia solar y la generación de energía. De acuerdo

con los resultados de estos trabajos es posible conocer directamente la corriente de cortocircuito producida por un módulo a partir, solamente, de la irradiancia espectral recibida por el módulo y una característica intrínseca al módulo que es la Respuesta Espectral.

En la mayoría de estudios, como los realizados por Matson et al. (1984), Fabero and Chenlo (1991), Poissant et al. (2003) o Pérez-López and Chenlo (2007), que están basados en la norma de la Comisión Electrotécnica Internacional IEC.60904-7 (2008), se relaciona la corriente de cortocircuito con la irradiancia espectral con arreglo a la Ec. 1.1.

$$I_{SC} = \int_{\lambda_0}^{\lambda_f} E(\lambda) \cdot SR(\lambda) d\lambda \quad (1.1)$$

siendo:

$E(\lambda)$, La irradiancia espectral solar medida y

$SR(\lambda)$, la respuesta espectral del dispositivo fotovoltaico.

El cumplimiento de esta relación entre espectro y corriente de cortocircuito daría lugar a predicciones de la producción relativamente sencillas en un lugar determinado.

Con la única información de las características espectrales del lugar y la respuesta espectral del dispositivo fotovoltaico sería posible predecir en términos de corriente la producción de un módulo fotovoltaico. Pero se plantea la dificultad de disponer de los datos espectrales de un año completo en una localidad.

1.2.2. Respuesta espectral

Para dar respuesta al problema que plantea la no disponibilidad de datos espectrales, se puede analizar la relación entre el espectro y los datos meteorológicos típicos que están disponibles. De esta forma el cálculo de la producción de energía sería más fiable, la integración en la red energética y la predicción de producción se podría ajustar mejor.

Además de poder estimar la distribución espectral de la irradiancia global in-

cidente, es necesario también conocer la respuesta espectral solar de una célula fotovoltaica. Éste es un dato difícil de conseguir ya que ha de proporcionarlo el fabricante o en su defecto ha de ser medido en un laboratorio con la instrumentación adecuada.

La respuesta espectral (SR) es, como citan Matson et al. (1984), la densidad de corriente de cortocircuito de un dispositivo al aplicarle una luz monocromática en cada una de las longitudes de onda. Es un factor relacionado directamente con la eficiencia cuántica de la célula (QE) que se define como el ratio del número de electrones en el circuito externo producido por un fotón incidente de una longitud de onda determinada (Markvart and Castañer, 2003). Puede ser tanto externa como interna (IQE o EQE) en función de si se tienen en cuenta los fotones que la célula refleja.

A partir de la eficiencia cuántica se obtiene la expresión para hallar la respuesta espectral de una célula fotovoltaica con la que se calcula la respuesta espectral del módulo, Ec.1.2:

$$SR(\lambda) = \frac{q\lambda}{hc} \cdot QE(\lambda) = \frac{\lambda|_{nm}}{1240} \cdot QE(\lambda) \quad (A/W) \quad (1.2)$$

siendo:

h , la constante de Plank,

c , la velocidad de la luz y

q , la carga del electrón.

Un ejemplo de respuesta espectral real de un dispositivo fotovoltaico de silicio monocristalino se puede ver en la Fig. 1.1 junto con la eficiencia cuántica externa (EQE).

Estos valores son los valores reales proporcionados por el fabricante para un módulo comercial de m-Si de Isotón. Aún siendo tecnología de silicio, que es una de las que más cantidad de energía son capaces de captar, se puede ver que no captura el cien por cien del espectro de la irradiancia que le llega. Lo primero que se puede apreciar es que para longitudes de onda superiores a 1200 nm e inferiores a 350 nm no se capta ninguna cantidad de energía. Por otro lado también es de

notar que en las longitudes de onda correspondientes al rango visible y al infrarojo cercano se capta un porcentaje de la energía recibida, pero no toda.

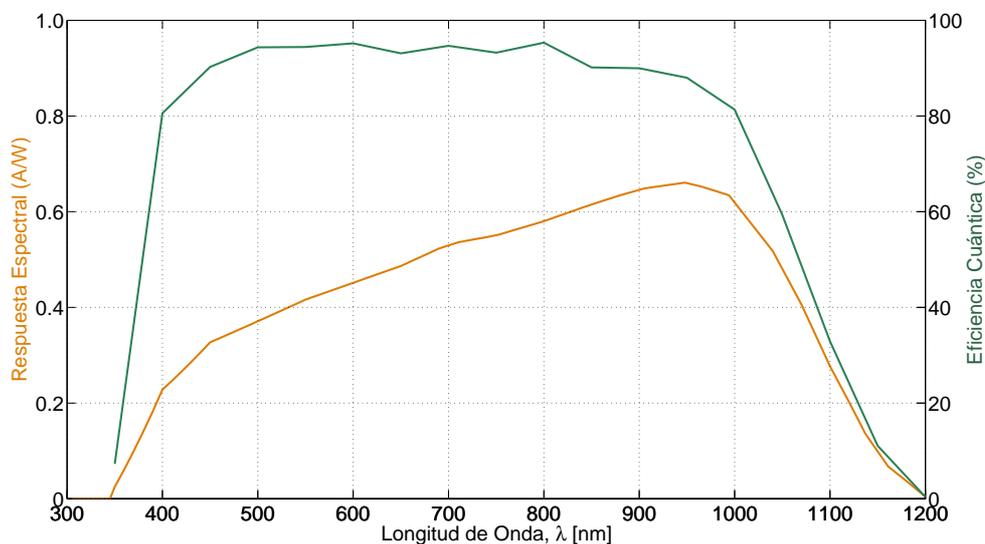


Figura 1.1: Respuesta espectral y eficiencia cuántica de un dispositivo FV, m-Si

Aunque en este caso se ha tenido acceso a los datos de respuesta espectral de una célula existe gran dificultad para que un fabricante proporcione dichos datos, por lo que es bastante común trabajar con respuestas espectrales relativas, medidas en distintos laboratorios.

Para hallar la respuesta espectral relativa se hace uso de la norma IEC.60904-8 (1998) o del estándar ASTM.E1021-12 (1995) que definen el procedimiento de medida de la respuesta espectral de un dispositivo fotovoltaico. En estas normas se proporcionan las características de los dispositivos que son necesarios utilizar: “La respuesta espectral relativa (RSR) se obtiene irradiando el dispositivo FV con una fuente de luz monocromática (de ancho de banda estrecho) en una serie de longitudes de onda que abarque su rango espectral y midiendo la densidad de intensidad de cortocircuito y la irradiancia a cada una de estas longitudes de onda”, controlando en todo momento la temperatura del dispositivo.

El equipo de medida consiste en una fuente de luz, por ejemplo, una lámpara de tungsteno, una célula de ensayo y un monitor de irradiancia. También hay que

utilizar una rueda de filtros paso banda, de bandas con longitudes de onda no superior a 50 nm.

Para el caso de silicio cristalino y células en que se haya demostrado que la respuesta varía linealmente con la irradiancia, la intensidad de cortocircuito se puede medir con un voltímetro digital de corriente continua directamente o un potenciómetro. En el caso de los dispositivos no lineales el equipo anterior no se puede usar y es necesario utilizar un monocromador con haz troceado (*beam splitter*).

En la Fig. 1.2 se pueden ver las respuestas espectrales relativas de algunas tecnologías medidas en el CIEMAT (Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas), que es un Organismo Público de Investigación focalizado principalmente en los ámbitos de la energía y el medio ambiente y los campos tecnológicos relacionados con ambos.

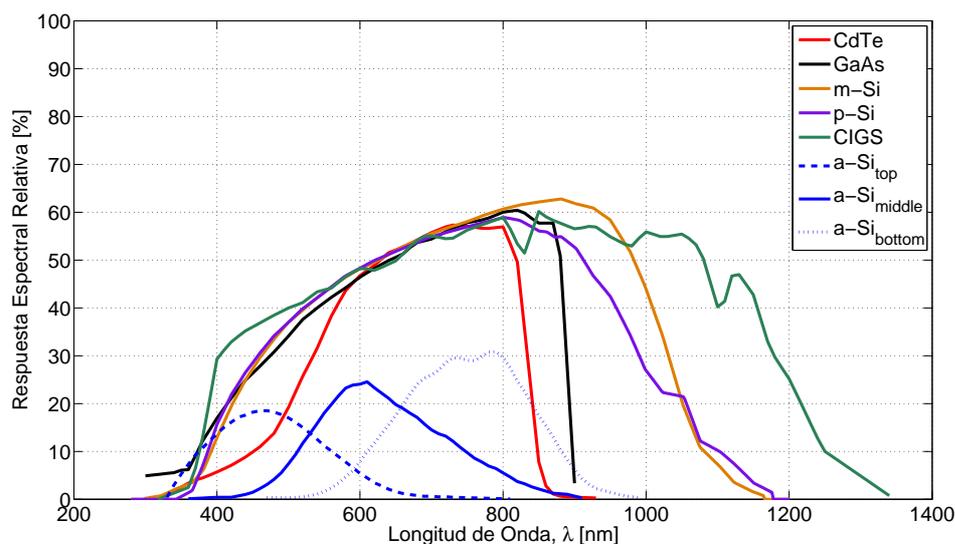


Figura 1.2: Respuestas espectrales relativas de módulos FV de distintas tecnologías

En esta figura se ve claramente que dependiendo de la tecnología que se utilice se captará una cantidad de luz distinta. Esto influye directamente en la eficiencia del módulo y en la producción de energía.

Como se puede apreciar existen tecnologías que poseen una respuesta espectral

bastante restringida. Estas tecnologías son más sensibles a las variaciones en la distribución de la irradiancia espectral solar (Riordan, 1986) (Rüther and Livingstone, 1994) (Hirata and Tani, 1995) (Gottschalg et al., 2004), con lo que conocer de antemano el tipo de espectro que se recibe es especialmente importante en instalaciones que utilicen dispositivos con dichas tecnologías.

1.2.3. Modelado de módulos fotovoltaicos

En lo que a trabajos previos se refiere en el campo del modelado de módulos fotovoltaicos utilizando técnicas de minería de datos, una de las aproximaciones más extendidas es la utilización de diferentes tipos de Redes Neuronales Artificiales (ANN, del inglés *Artificial Neural Network*) para crear un modelo del módulo fotovoltaico (Karatepe et al., 2006) (Zárate et al., 2008) (Patra, 2010) (Di Piazza et al., 2010). Ninguno de estos artículos incluyen la dependencia del rendimiento de los módulos en la distribución espectral solar, que como está probado, tiene una gran influencia en el comportamiento eléctrico de los módulos de lámina delgada.

Con el propósito de incorporar la información sobre la distribución espectral de la irradiancia en la modelización de módulos fotovoltaicos, se han llevado a cabo algunos intentos de relacionar la dependencia de los módulos de lámina delgada con la distribución de irradiancia espectral solar y se han propuesto algunos modelos algebraicos, numéricos y empíricos (Lam et al., 2004) (Durisch et al., 2007) (Minemoto et al., 2007) (Katsumata et al., 2011) (Ishii et al., 2011). Algunos de estos modelos se analizan con más detalle en el capítulo 5 de éste trabajo.

1.3. Objetivos de la tesis

Los dos objetivos más importantes que se plantean en esta tesis son, por una parte, modelar el espectro de la radiación solar global y, por otra, a partir de los resultados obtenidos en este modelado, caracterizar la productividad de módulos fotovoltaicos de lámina delgada de distintas tecnologías. El parámetro irradiancia espectral apenas se ha tenido en cuenta hasta ahora debido a la escasez de medidas espectrales disponibles en las bases de datos meteorológicas.

Para dar respuesta a las cuestiones previamente planteadas, en este trabajo de investigación se propone analizar y modelar la distribución espectral de la radiación solar y su influencia en el rendimiento de los módulos fotovoltaicos de lámina delgada usando técnicas estadísticas y de minería de datos. La ventaja de estos modelos radica en que tienen una gran capacidad de generalización y en la habilidad que presentan para gestionar distintos tipos de datos. Estos modelos son apropiados para sistemas en que los principios físicos subyacentes se desconocen o los sistemas bajo estudio son demasiado complejos para ser matemáticamente descritos (Cherkassky and Mulier, 1998). Tal y como se apunta por estos autores, cuando hay una gran cantidad de datos en ausencia de modelos físicos sencillos, los datos se pueden usar para obtener modelos estimando relaciones útiles entre las variables de un sistema (p.e. dependencias desconocidas entrada-salida). En este sentido, uno de los objetivos de este trabajo ha sido investigar la posibilidad de usar este tipo de modelos para caracterizar la distribución de irradiancia espectral, a partir de la determinación de la relación entre esta variable multidimensional y los parámetros meteorológicos comúnmente disponibles.

Para estudiar cómo la distribución de la irradiancia espectral solar afecta a las diferentes tecnologías de módulos y para explicar los distintos rendimientos de los paneles en intemperie, es necesario conocer el espectro en cualquier condición en que los módulos pudieran estar trabajando. Por esta razón se va a analizar la relación entre las variables meteorológicas y la irradiancia espectral solar y modelar la respuesta de módulos fotovoltaicos de lámina delgada en función de dicho espectro. Este modelado permitirá incorporar información del espectro sin necesidad de disponer del equipamiento necesario para medir los valores de irradiancia espectral solar que es bastante caro y, por tanto, raramente se encuentra disponible en las instalaciones solares.

Se propone utilizar distintos métodos de minería de datos tales como la técnica de particionado mediante k-medias, el test de dos muestras de Kolmogorov-Smirnov, regresión multivariante y redes neuronales artificiales.

Los citados objetivos generales se detallan en los siguientes objetivos más específicos:

- Caracterizar la distribución espectral de la radiación solar. Se utilizarán como parámetro de entrada variables meteorológicas normalmente disponibles, tales como: irradiancia solar, temperatura ambiente y humedad. El análisis se va a realizar a partir de datos obtenidos en una campaña experimental llevada a cabo durante más de un año en las instalaciones del Laboratorio de Sistemas Solares Fotovoltaicos de la Universidad de Málaga. Los parámetros registrados para realizar los cálculos son, por un lado parámetros eléctricos de los módulos mediante la medida de las curvas I-V de distintas tecnologías fotovoltaicas de lámina delgada con el fin de conocer la potencia máxima y temperatura de módulo. Por otra parte, se han registrado las siguientes variables meteorológicas: temperatura ambiente, velocidad del viento, humedad relativa, presión, irradiancia y como ya se ha mencionado la distribución espectral de la irradiancia solar global. Éstas dos últimas variables se han medido en el plano en el que están los módulos.
- Modelar módulos fotovoltaicos de distintas tecnologías de lámina delgada usando los resultados obtenidos del modelado de la distribución espectral de la irradiancia solar. La propuesta que se hace en este trabajo es caracterizar la tasa de rendimiento de los módulos mediante curvas de nivel de éste parámetro en función de distintas variables. Estas curvas permiten conocer los valores instantáneos de tasa de rendimiento, a partir de las variables más significativas que explican los valores medidos. Son muy útiles en la ingeniería de sistemas fotovoltaicos ya que permiten modelar el comportamiento energético de los mismos.

Los resultados más destacables que se han obtenido en este trabajo pueden resumirse de la siguiente forma:

- Proporcionar modelos para caracterizar la distribución solar de la radiación.
- Proporcionar curvas de nivel para conocer la tasa de rendimiento de los distintos tipos de módulos fotovoltaicos de lámina delgada a partir de distintos parámetros.

Bibliografía

- ASTM.E1021-12, 1995. Standard Test Method for Spectral Responsivity Measurements of Photovoltaic Devices. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.
- Betts, T., Gottschalg, R., Infield, D., 2004. Spectral Irradiance Correction For PV System Yield Calculations. 19th European Photovoltaic Solar Energy Conference.
- Cherkassky, V. S., Mulier, F., 1998. Learning from Data: Concepts, Theory, and Methods, 1st Edition. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA.
- Di Piazza, M., Pucci, M., Ragusa, A., Vitale, G., 2010. Analytical versus neural real-time simulation of a photovoltaic generator based on a dc-dc converter. IEEE Transactions on Industry Applications 46, 2501–2510.
- Durisch, W., Bitnar, B., Mayor, J., Kiess, H., Lam, K., Close, J., 2007. Efficiency model for photovoltaic modules and demonstration of its application to energy yield estimation. Solar Energy Materials & Solar Cells 91, 79–84.
- Fabero, F., Chenlo, F., 1991. Variance in the solar spectrum with the position of the receiver surface during the day for pv applications. In: IEEE Press, N. Y. (Ed.), Proceedings of the 22nd IEEE Photovoltaic Specialists Conference. pp. 812–817.
- Gottschalg, R., Betts, T., Infield, D., Kearney, M., 2004. On the importance of considering the incident spectrum when measuring the outdoor performance of amorphous silicon photovoltaic devices. Meas. Sci. Technol. 15, 460–466.

- Hirata, Y., Tani, T., 1995. Output variation of photovoltaic modules with environmental factors-i. the effect of spectral solar radiation on photovoltaic module output. *Solar Energy* 55, 463–468.
- IEC.60904-7, 2008. CEI/IEC 60904-7 ed3.0: Photovoltaic devices. Part 7, Computation of the spectral mismatch correction for measurements of photovoltaic devices. International Electrotechnical Commission, IEC technical committee 82: Solar photovoltaic energy systems.
- IEC.60904-8, 1998. CEI/IEC 60904-8 ed2.0: Photovoltaic devices. Part 8, Measurement of Spectral Response of a Photovoltaic (PV) Device. International Electrotechnical Commission: IEC technical committee 82: Solar photovoltaic energy systems.
- Ishii, T., Otani, K., Takashima, T., Xue, Y., 2011. Solar spectral influence on the performance of photovoltaic (pv) modules under fine weather and cloudy weather conditions. *Prog. Photovolt: Res. Appl.* 21 (4), 481–489.
- Karatepe, E., Boztepe, M., Colak, M., 2006. Neural network based solar cell model. *Energy Conversion & Management* 47, 1159–1178.
- Katsumata, N., Nakada, Y., Minemoto, T., Takakura, H., 2011. Estimation of irradiance and outdoor performance of photovoltaic modules by meteorological data. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 95, 199–202.
- Lam, K. H., Close, J., Durisch, W., 2004. Modelling and degradation study on a copper indium diselenide, module. *Solar Energy* 77, 121–127.
- Markvart, T., Castañer, L., 2003. *Practical Handbook of Photovoltaics: Fundamentals and Applications*. Elsevier.
- Matson, R. J., Emery, K. A., Bird, R. E., 1984. Terrestrial solar spectra, solar simulation and solar cell short-circuit current calibration: A review. *Solar Cells* 11 (2), 105 – 145.

- Minemoto, T., Toda, M., Nagae, S., Gotoh, M., Nakajima, A., Yamamoto, K., Takakura, H., Hamakawa, Y., 2007. Effect of spectral irradiance distribution on the outdoor performance of amorphous si//thin-film crystalline si stacked photovoltaic modules. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 91, 120 – 122.
- Patra, J. C., 2010. Neural network-based model for dual-junction solar cells. *Prog. Photovolt: Res. Appl.* 19, 33–34.
- Pérez-López, J. J. and Fabero, F., Chenlo, F., 2007. Experimental solar spectral irradiance until 2500 nm: Results and influence on the pv conversion of different materials. *Prog. Photovolt: Res. Appl.* 15, 303–315.
- Poissant, Y., Couture, L., Dignard-Bailey, L., Thevenard, D., Cusack, P., Oberholzer, H., 2003. Simple test methods for evaluating the energy rating of pv modules under various environmental conditions. In: *Proceedings of ISES 2003, Gothenburg, Sweden*. No. 2003-086/2003-06-10.
- Riordan, C., 1986. Spectral solar irradiance models and data sets. *Solar Cells* 18 (3 – 4), 223 – 232.
- Roy, J., Betts, T. R., Gottschalg, R., 2012. Accuracy of energy yield prediction of photovoltaic modules. *Japanese Journal of Applied Physics* 51 (10S), 10NF01.
URL <http://stacks.iop.org/1347-4065/51/i=10S/a=10NF01>
- Rüther, R., Livingstone, J., 1994. Seasonal variations in amorphous silicon solar module outputs and thin film characteristics. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 36, 29–43.
- Zárate, L. E., de Vilhena B. Machado Neto, L., Soares, D. A., Bittencout, F. R., 2008. Artificial neural networks applied for representation of curves current-voltage of photovoltaic modules. In: *Industrial Informatics, 2008. INDIN 2008. 6th IEEE International Conference on*. pp. 1644–1649.

Capítulo 2

Distribución Espectral de la Radiación Solar

El funcionamiento de un módulo fotovoltaico, tal y como se ha descrito en el capítulo Introducción, depende de parámetros meteorológicos que condicionan la energía que recibe y la temperatura a la que trabaja. Además, como se ha demostrado, en el rendimiento de un módulo fotovoltaico no influye sólo el total de energía que recibe en un determinado instante sino también cómo es la distribución de esta energía en las distintas longitudes de onda del espectro solar, debido a la distinta respuesta espectral que tiene cada tecnología de módulos. Por ello, sería muy conveniente disponer de algún modelo que permita de una manera sencilla estimar cómo es la distribución espectral de la radiación solar global que se recibe utilizando parámetros meteorológicos que normalmente estén disponibles. Como paso previo a la modelización de la distribución espectral a partir de esos parámetros, en este capítulo se va a hacer un análisis de los tipos de distribución espectral de la radiación solar. Para ello, se utilizarán datos que se han registrado en el Laboratorio de Energía Solar Fotovoltaica de la Universidad de Málaga en los últimos años. En este capítulo se explican los conceptos básicos relacionados con el espectro solar y se proponen herramientas estadísticas que permiten caracterizar los tipos de espectros observados.

2.1. Caracterización del espectro solar

Para poder entender qué es la distribución espectral de la radiación, es necesario conocer qué es un fotón, y de manera más concreta qué es y cómo se caracteriza la irradiancia recibida por cada longitud de onda del espectro solar. Este tipo de información se obtiene a partir de la forma del espectro de luz solar.

El fotón no tiene la misma intensidad de energía en todo su espectro y su forma depende de muchos factores. Básicamente se pueden definir dos tipos de factores que afectan a esta intensidad:

- Factores de tipo meteorológico como son la presencia de nubes, contenido de aerosoles, etc.
- Factores relacionados con la posición relativa sol-tierra en cada instante como son la estación del año, hora del día y localización (latitud y longitud).

Es por esto que organismos como la ASTM -*American Society for Testing and Materials*- o el IEC -*International Electrotechnical Commission*- han adoptado un conjunto de datos espectrales a los que se denomina espectro estándar de referencia.

Los estudios de irradiancia espectral solar suelen carecer de reproducciones de la atmósfera real, aunque la información relativa al rayo solar directo y la radiación dispersada en la atmósfera es de gran importancia en múltiples campos, entre los que se encuentran la evaluación del rendimiento de las células solares, ingeniería de la iluminación, impacto biofísico de la polución atmosférica y aplicaciones de sensores remotos. La observación de la distribución espectral en la superficie terrestre también es importante en estudios climáticos, ciencias biológicas, de ingeniería de la construcción e investigaciones en el terreno de la agricultura (Jacovides et al., 1999).

De entre los componentes atmosféricos que intervienen en la composición espectral de la radiación solar, los más importantes son la presencia de nubes y la presencia de aerosoles. Los primeros por la atenuación que producen en las distintas longitudes de onda, por otra parte, los aerosoles suspendidos en la atmósfera juegan un papel muy importante en la composición de la luz que llega a la su-

perficie de la tierra, de forma que la dispersión y la absorción de radiación solar causadas por las partículas de aerosoles y sustancias contaminantes gaseosas pueden llegar a producir una considerable atenuación en el rayo directo solar y un incremento en la componente de luz difusa, dando como resultado una notable caída en la irradiancia global que alcanza a la superficie terrestre.

Todos estos factores que afectan a la radiación solar, y el hecho de que desde distintos campos se requiera el conocimiento de la composición espectral de la radiación solar han propiciado el desarrollo de numerosos trabajos que permiten, con mayor o menor complejidad, caracterizar la distribución espectral de la radiación solar. Esto ha sido así, ya que, como especifica en su trabajo Kaskaoutis and Kambezidis (2008), las medidas de irradiancia espectral (directa o global) en la superficie terrestre son parámetros bastante difíciles de encontrar por lo que la posibilidad de utilizar distintos tipos de modelos es fundamental. Así, a principio de la década de los setenta aparecieron numerosos modelos intentando reproducir la atmósfera real. En los siguientes apartados se hace una revisión de los mismos.

2.2. Modelos clásicos para caracterizar la atmósfera terrestre

Principalmente se usan dos métodos para modelar la irradiancia espectral solar en la superficie terrestre: el método de transferencia radiativa y el método de transmitancia atmosférica.

Los parámetros necesarios que caracterizan la atmósfera para realizar un modelo óptico y espectral son la turbiedad y el vapor de agua precipitable total (Bird et al., 1983), aunque es conveniente conocer también la presión en la superficie y la cantidad total de ozono.

Las propiedades ópticas de la atmósfera, tales como el parámetro de turbiedad Ångström o la profundidad óptica, de aerosol y total, se obtienen para determinar algunas particularidades de las condiciones atmosféricas y se utilizan para establecer las comparaciones entre los distintos modelos y las medidas reales. En la bibliografía, ver Utrillas et al. (1998), Foyo-Moreno et al. (2000) y Jacovides et al.

(2004), se han realizado estudios de aerosoles para diferentes localizaciones y también estudios del comportamiento de los distintos códigos desarrollados. Para ello, han utilizado un gran número de muestras con el objetivo de conseguir mayor precisión en los resultados obtenidos.

2.2.1. Transferencia radiativa

El método de transferencia radiativa es un método riguroso que tiene en cuenta las inhomogeneidades verticales atmosféricas a través de una serie de capas de absorción y dispersión superpuestas. Son modelos muy complejos puesto que además de resolver las ecuaciones de transferencia radiativa en cada longitud de onda lo hacen también para cada capa de la atmósfera (Liou, 1980) (Stamnes et al., 1988). Una aplicación típica de este tipo de modelos es el procesamiento de señales provenientes de sensores satelitares.

Ejemplos de este modelo son la familia LOWTRAN desarrollada en el laboratorio de geofísica de las fuerzas aéreas de los Estados Unidos de Norteamérica usando el espectro solar extraterrestre denominado Thekaekara (Bird, 1982). A partir de este modelo se desarrollaron otros como SOLTRAN, el modelo de transferencia radiativa SBDART -*Santa Barbara Disort Atmospheric Radiative Transfer*- o el que se desarrolló a partir de éste, el código más detallado MODTRAN -*MODerate TRANsmision*- (Anderson et al., 1993).

Para resolver ecuaciones de transferencia radiativa el instituto SERI -*Solar Energy Research Institute*- posee códigos que usan técnicas estadísticas (Collins et al., 1972). Así el *Radiation Research Associates Inc. of Fort Worth*, Texas desarrolló los códigos BRITE y FLASH para, mediante métodos determinísticos, calcular la irradiancia directa y mediante métodos estadísticos calcular la irradiancia dispersa (difusa). El código BRITE se usa para una atmósfera plana paralela e infinita mientras que el código FLASH se utiliza para una atmósfera esférica, usando en ambos casos una atmósfera multicapa, siendo el primero el más simple y eficiente computacionalmente (Bird, 1982).

Una simplificación del modelo de transmisión MODTRAN es el Modelo Simple de la Transferencia de Luz Solar de Atmósfera Radiativa SMARTS -*Simple Model*

of the Atmospheric Radiative Transfer of Sunshine (ASTM.G173-03, 2012). Este modelo calcula las irradiancias espectrales de cielo claro o despejado, incluyendo haz directo, circunsolar, hemisférica difusa y total, en un plano receptor horizontal o inclinado para unas condiciones atmosféricas específicas. Originalmente fue desarrollado para investigar el efecto del filtrado espectralmente selectivo en condiciones atmosféricas cambiantes. A partir de este desarrollo inicial el modelo ha ido evolucionando a un código de transferencia radiativa más versátil y adaptable a una amplia variedad de aplicaciones. Un ejemplo de aproximación de atmósfera generada a partir de modelos se puede ver en el trabajo realizado por Gueymard (2004).

2.2.2. Transmitancia atmosférica

El otro método clásico utilizado, el método de transmitancia atmosférica, es más simple ya que aproxima la atmósfera a un medio de una sola capa que atenúa la componente solar extraterrestre por medio de varios procesos de absorción y dispersión (Leckner, 1978) (de La Casinier et al., 1997). Ejemplos de este método son los modelos SPCTRAL2 (Bird and Riordan, 1986) y SMARTS2 (Gueymard, 2001), que se han utilizado ampliamente (Jacovides et al., 2004) (Kaskaoutis and Kambezidis, 2008). Para validar estos modelos se necesitan datos espectrales precisos y detallados, tomados de manera simultánea, de todos los factores medioambientales que puedan afectar a las distintas longitudes de onda del espectro de luz solar. Los resultados de cada modelo han de compararse con los datos experimentales para confirmar la exactitud de las predicciones.

De esta forma los modelos calculan estimaciones puntuales de irradiancias espectrales utilizando como parámetros de entrada las coordenadas geográficas locales, el contenido de vapor de agua precipitable en la atmósfera, la presión y la profundidad óptica de aerosol, normalmente en la longitud de onda de 500 nm (también puede calcularse ésta a 350 nm) donde se halla la profundidad de aerosol óptima (Pinazo et al., 1995).

En caso de no tener estos parámetros hay modelos que dan la opción de escoger el tipo de atmósfera, así, el código SMARTS2 permite elegir entre diez atmósferas

distintas. El tipo y número de aerosoles predefinidos también dependen del modelo utilizado (Jacovides et al., 2004) (Kaskaoutis et al., 2006):

- El código SPCTRAL2 posee cinco modelos de aerosoles: MRC -marítimo rural claro-, MR -medio rural-, RU -rural urbano-, MU -medio urbano-, PU -polucionado urbano-.
- El código SMARTS2 posee nueve modelos de aerosoles: cuatro propuestos por Shettle y Fenn, SFR -rural-, SFU -urbano-, SFM -marítimo- y SFT -troposférico-, dos propuestos por Braslau y Dave BD-C y BD-C1 y tres correspondientes a la atmósfera de radiación estándar, SC -continental-, SU -urbano- y SM -marítimo-.

El código SMARTS2 también incluye la posibilidad de corregir la irradiancia de forma que se tenga en cuenta la contribución de radiación difusa circunsolar (Utrillas et al., 1998).

2.2.3. Resultados más significativos de los modelos clásicos

En esta sección se va a realizar una revisión de los resultados proporcionados por los modelos clásicos. Los métodos más extendidos para caracterizar el espectro solar son los de transmitancia atmosférica y los métodos de transferencia radiativa expuestos anteriormente. Los parámetros de entrada de esos métodos se estiman a partir de variables meteorológicas y usando diferentes modelos de atmósfera.

Se han revisado los resultados de trabajos previos de los modelos de transmitancia atmosférica. En Utrillas et al. (1998) se realiza un análisis de los métodos SPCTRAL2 y SMARTS2 (métodos de transmitancia atmosférica) con datos obtenidos en Valencia. A partir de parámetros de entrada como la irradiancia solar directa y global, temperatura ambiente y humedad relativa, se obtienen los distintos parámetros utilizados en los modelos, tales como el coeficiente de turbiedad Ångström, la profundidad óptica de aerosol y el contenido de vapor de agua. Para hallar la desviación entre los valores estimados por ambos modelos con los valores capturados experimentalmente se utilizan dos estimadores diferentes, la desviación

del error cuadrático medio (RMSD –*Root Mean Square Deviation*–) y la desviación de sesgo medio (MBD –*Mean Bias Deviation*–). La media del RMSD presenta valores de aproximadamente el 10,0%, dependiendo del modelo de aerosol para SPCTRAL2 y está en el rango desde 5,4 hasta 15,0 % para SMARTS2.

En el trabajo realizado con datos de Atenas por Jacovides et al. (2004) se evalúan éstos modelos utilizando también los parámetros MBD y RMSD apreciando que SPCTRAL2 da una estimación a la baja del 2% y SMARTS2 subestima o sobrestima en función del modelo de aerosol que se utilice. Se concluye que hay modelos que no reproducen correctamente la atmósfera de Atenas, observando que la tendencia a la sobrestimación proporcionada por los aerosoles predefinidos en SPCTRAL2 difieren de la tendencia a la subestimación que presentan los trabajos de Utrillas et al. (1998) y de Foyo-Moreno et al. (2000) al aplicarlo en el territorio español. Como se señala en el trabajo, esto puede ser debido a las diferentes condiciones atmosféricas, ya que sus estudios se realizan en Valencia y Granada respectivamente, infiriendo que la capacidad para simular la irradiancia espectral solar depende del modelo considerado. Puesto que SPCTRAL2 y SMARTS2 no tienen los mismos tipos de aerosol no se puede realizar una comparativa estricta entre ellos, pero sí se puede determinar qué algoritmo es el que posee menor desviación de predicción en comparación con los datos experimentales. Determina también que SMARTS2 realiza las comparativas en el rango que va de 0,5 a 0,7 μm (VIS) significativamente mejor. Sostiene que es sencillo operar con ambos y que los parámetros que requieren son fácilmente accesibles.

El método SMARTS2 se estudia en el trabajo realizado por Kaskaoutis and Kambezidis (2008) a partir de datos obtenidos en Atenas (área urbana) para predecir la irradiancia espectral del rayo directo. La precisión de los resultados se evalúa usando, tanto el MBD como el RMSD, siendo éste de aproximadamente el 14,0%. Se ha medido el espectro solar de rayo directo con muy alta resolución en Atenas. Para caracterizar el aerosol se han usado los parámetros profundidad óptica de aerosol a 500 nm, $t_{\alpha 0,05}$ y el coeficiente Ångström, β . El análisis concluye que el uso de distintos parámetros de entrada tiene grandes efectos en los valores de la distribución espectral del AOD en cada modelo de aerosol. Tras calcular los

estadísticos MBD y RMSD se llega a la conclusión de que hay modelos de aerosol que no pueden reproducir las condiciones atmosféricas que prevalecen en Atenas (p.e. el modelo BD o el marítimo).

Uno de los principales inconvenientes de usar este tipo de modelos para ciertas aplicaciones es que requieren del uso de software específico y la necesidad de tener un conocimiento previo del modelo de aerosol para cada situación.

2.3. Estándares de referencia

SMARTS2 (2.9.2), desarrollado por Gueymard (2001), es la base del espectro de referencia definido en los estándares ASTM.G173-03 (2012) y ASTM.G177-03 (2003) de la Sociedad Americana de Pruebas y Materiales usado para las pruebas de rendimiento fotovoltaico y los estudios de degradación de materiales.

Este espectro de referencia ha seguido una evolución cronológica que empezó generando separadamente los estándares E891-82 y E892-82 para incidencia normal directa e inclinada global, respectivamente (ASTM.E892-897, 1992). En 1998 el subcomité en radiometría solar G03.19 de la ASTM combinó ambos documentos en un único estándar, el G159-98, “Tablas estándar para la Irradiancia Espectral Solar de Referencia con Masa de Aire 1.5: Directa Normal y Hemisférica para una Superficie Inclinada de 37 Grados”, que fue formalmente adoptado en 1999 (Case et al., 2008). El estándar internacional relevante es el ISO 9845-1 (1992) basado únicamente en ambos E891 y E892. En enero de 2003, el estándar G159 se revisó extensamente y se reemplazó con el ASTM.G173-03 (2012). Los anteriores estándares E891, E892 y G159 se desecharon en 2005 y ya no están disponibles excepto para su consulta como estándares históricos.

Por otra parte, la norma internacional IEC.60904-3 (2008) define la distribución espectral de referencia de la luz solar para una masa de aire AM 1.5 Global.

De esta forma, ASTM define únicamente dos distribuciones estándares de irradiancia espectral solar terrestre. Los dos espectros definen un estándar para irradiancia espectral normal directa y un estándar total (global, hemisférico, en un campo de visión dentro de dos- π estereoradianes del plano inclinado) de irradian-

cia espectral. El espectro normal directo es el mismo que la componente directa que contribuye al espectro global total. Los actuales espectros de referencia estándar están ambos incorporados en el documento único ASTM.G173-03 (2012).

Los parámetros de entrada que se han usado para el algoritmo SMART2 (2.9.2) son:

- Presión atmosférica, temperatura del aire, humedad relativa, ángulos cenital, acimutal, etc.
- El vapor de agua precipitable se calcula a partir de valores de humedad relativa y temperatura.

Estos parámetros de entrada afectan drásticamente a las AOD (profundidad óptica de aerosol) espectrales modeladas.

Como se ha explicado, SMARTS2 da la opción de introducir los datos meteorológicos o elegir diez atmósferas distintas (Kaskaoutis and Kambezidis, 2008) permitiendo elegir también nueve modelos de aerosol. Estos modelos de aerosol asumen distintos parámetros ópticos que determinan la interacción entre el aerosol y la radiación solar. Estos parámetros ópticos se detallan a continuación:

- Los exponentes Ångström, α_1 y α_2 de la Ec. 2.1.
- El SSA espectral (*Single Scattering Albedo*).
- El factor de asimetría, g .

Por otro lado es necesario calcular $t_{\alpha 0,5}$ y β tal y como se propone en Utrillas et al. (1998):

- El cálculo de $t_{\alpha 0,5}$ -profundidad óptica de aerosol a 500 nm-. Para evaluar las características de los aerosoles sería necesario realizar muchas medidas en lugares con distintos tipos de aerosoles y en distintas condiciones meteorológicas. Este tipo de medidas es bastante complicado con lo que se han de usar modelos y algoritmos. Estos modelos podrían dar lugar a grandes errores. Las longitudes de onda en que se trabaja son UV(320-400nm) VIS(400-700nm) y NIR(700-1000nm). En definitiva trabajan desde 320 hasta 1000 nm.

- El cálculo del parámetro β -el coeficiente de turbiedad Ångström-. Se obtiene de $t_{\alpha 0,5}$, AOD espectral, calculado en la región que va de 340 a 870 nm usando el método de los mínimos cuadrados (*least squares method*). Los parámetros de entrada para hallar el coeficiente Ångström son únicamente la irradiancia difusa y global en el plano horizontal o con un pyrliometro y el vapor de agua precipitables (*precipitable water*).

$t_{\alpha\lambda}$ y β están relacionados por las expresiones descritas en Pinazo et al. (1995):

$$t_{\alpha\lambda} = \beta \cdot (0,5^{\alpha_1 - \alpha_2}) \cdot \lambda^{-\alpha_1} \quad \lambda < 500nm; \quad (2.1)$$

$$t_{\alpha\lambda} = \beta \cdot \lambda^{-\alpha_2} \quad \lambda \geq 500nm; \quad (2.2)$$

En el código SMARTS2 la carga del aerosol en la atmósfera se puede representar por medio de cinco parámetros distintos, siendo los dos primeros los más utilizados:

- La profundidad óptica de aerosol $t_{\alpha\lambda}|_{\lambda=0,5\mu m}$.
- El coeficiente de turbiedad Ångström, β .
- El coeficiente de turbiedad Schüepp.
- El rango meteorológico.
- La visibilidad.

Para medir la fiabilidad se usan los estimadores estadísticos RMSD y MBD, desviación del error cuadrático medio y desviación del error de sesgo. Datos de irradiancia espectral del rayo directo experimentales se comparan con los predichos por SMARTS2 (Utrillas et al., 1998) (Jacovides et al., 2004) (Kaskaoutis and Kambezidis, 2008).

2.3.1. Espectro estándar

El espectro definido en ASTM.G173-03 (2012) representa la irradiancia espectral solar terrestre en una superficie con la orientación especificada bajo un único conjunto de condiciones atmosféricas detalladas. Estas distribuciones de potencia

dadas en vatios por metro cuadrado por nanómetro de ancho de banda en función de la longitud de onda proporcionando una única referencia común.

El espectro de referencia AM 1.5 definido por el organismo ASTM a partir de las condiciones indicadas más adelante, tiene la forma que se puede ver en la Fig. 2.1.

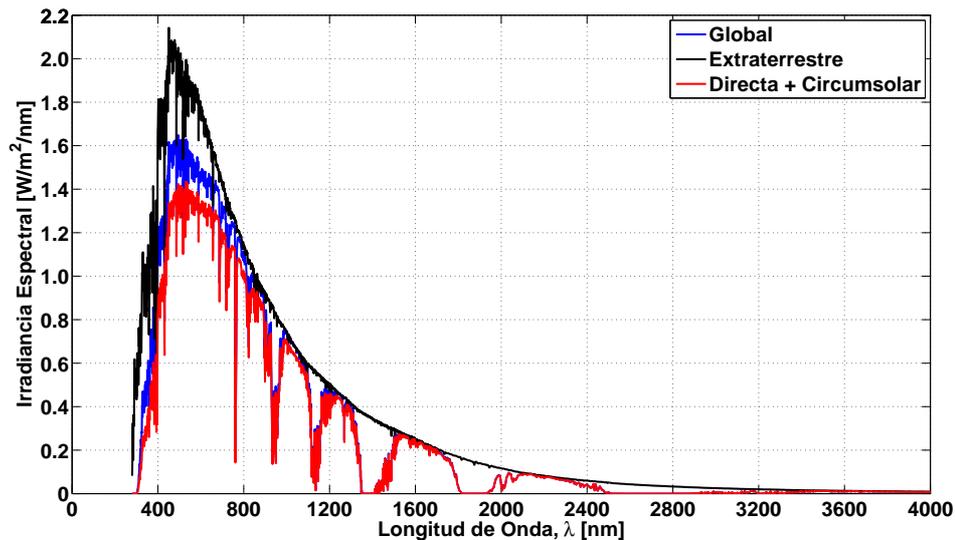


Figura 2.1: Espectro estándar AM 1.5

Como se puede observar en la Fig. 2.1, junto con la representación del espectro estándar se suele proporcionar la irradiancia espectral extraterrestre que es el espectro de la luz solar que llega a la tierra pero que todavía no ha atravesado la atmósfera. Es un espectro sin ventanas de radiación ya que los agentes atmosféricos que dispersan o atenúan el rayo están dentro de la atmósfera. Este espectro posee un valor de irradiancia que variará en función de ciertos parámetros.

2.3.2. Modelado del espectro solar estándar

El espectro global se ha modelado usando el código BRITE mediante una superficie colectora inclinada 37° con respecto a la horizontal en dirección al sol (Riordan and Hulstron, 1990). Esta orientación se obtuvo a partir de una media

de la latitud de los cuarenta y ocho estados contiguos de los Estados Unidos de América. En cambio el espectro directo se modeló para un campo de visión de $5,8^\circ$ mirando directamente hacia el sol.

Ambos espectros se modelaron con las siguientes condiciones atmosféricas medidas durante un año a partir de una media de los estados antes mencionados (Bird, 1982):

1. La atmósfera estándar de EE.UU. de 1976 con:
 - un modelo de aerosol rural especificado en el código BRITE,
 - densidad de especies moleculares distribuidas en 33 capas,
 - visibilidad marina de 25 km,
 - densidad del aire,
 - temperatura,
 - presión.
2. Masa de aire absoluta de 1.5, AM 1.5 (ángulo cenital solar $48,19^\circ$ S).
3. Turbiedad Ångström a 500 nm de 0,084 AOD (profundidad óptica de aerosol en base e) o turbiedad correspondiente a un rango meteorológico el nivel del mar de 23 km.
4. Un modelo de reflectividad de albedo no Lambertiano basado en un suelo arenoso ligero que es dependiente de la longitud de onda.
5. Equivalente de columna de vapor de agua total de 1,42 cm a una altura de 100 m desde el nivel del mar.
6. Equivalente de columna de ozono total de 0,34 cm. a una altura de 100 m.
7. Superficie de albedo espectral (reflectividad) de tierra ligera tal como viene documentada en el *Jet Propulsion Laboratory ASTER Spectral Reflectance Database*.

2.4. Variables relacionadas con el espectro solar

En las siguientes secciones se describen otros parámetros que se utilizan para el modelado del espectro solar.

2.4.1. Masa de aire

Puesto que el rayo espectral solar ha de atravesar la atmósfera hasta llegar a la superficie terrestre en la caracterización del espectro también se puede utilizar el parámetro masa de aire, conocido por sus siglas AM, del inglés *Air Mass*, que tiene en cuenta esa trayectoria del rayo solar. La masa de aire óptica relativa se usa en numerosos campos diferentes que utilizan la transmisión atmosférica, incluyendo astronomía, óptica atmosférica, geofísica, meteorología y energía solar, con lo que se hace necesario la utilización de una terminología y notación válidas en todos estos campos.

Para calcular la masa de aire se pueden utilizar varias tablas (que ofrecen un cálculo aproximado) y también distintas expresiones, como la fórmula propuesta por Kasten (1965) o las desarrolladas por Link and Neuzil (1969). Las primeras tablas propuestas se han revisado llevando a una aproximación más precisa que se obtiene a partir de la Ec. 2.3 (Kasten and Young, 1989):

$$AM_t = \frac{1,0}{\sin e + 0,50572 \cdot (e + 6,07995)^{-1,6364}}; \quad (2.3)$$

siendo:

e , el ángulo altura solar (Reda and Andreas, 2004).

De manera informal, se puede decir que la masa de aire es la longitud relativa del camino recorrido por el rayo solar directo a través de la atmósfera. De esta forma cuando el sol se encuentra totalmente perpendicular a la superficie terrestre en la que nos encontremos, la longitud recorrida será de una atmósfera, lo que se conoce como AM 1.0; esta situación se da cuando el ángulo de la altura solar es 90 textdegree (y por tanto, el ángulo cenital vale 0°). Cuando el ángulo altura solar

no es perpendicular a la superficie de la tierra, el camino recorrido a través de la atmósfera aumenta, así con un ángulo cenital de 60° aproximadamente el rayo solar recorre el equivalente a dos atmósferas, AM 2.0. En la Fig. 2.2 se pueden observar estas dos situaciones (Riordan, 1986).

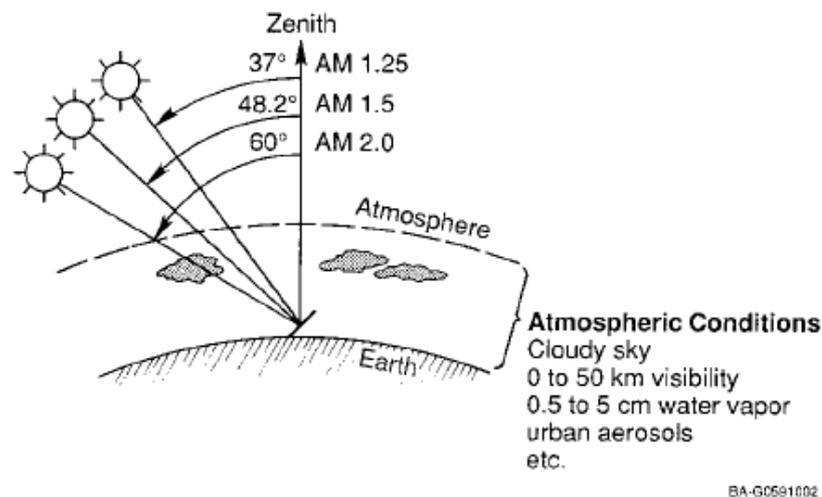


Figura 2.2: Ángulo altura solar para distintos valores de AM, fuente: Riordan and Hulstron (1990).

Varios organismos, entre ellos SERI y ASTM, han convenido en utilizar como estándar el AM 1.5, que es el equivalente a recorrer la atmósfera una vez y media.

2.4.2. Irradiancia solar extraterrestre

La irradiancia solar extraterrestre se define como la energía instantánea que se recibe en el exterior de la atmósfera, por unidad de área. Depende del momento, la distancia de la Tierra al Sol, la declinación, la latitud del lugar y el ángulo horario considerado. La irradiancia solar extraterrestre recibida en una superficie horizontal se obtiene usando la expresión (Iqbal, 1983):

$$G_0 = S_0 \cdot E_0 \cdot \cos \theta_z = S_0 \cdot E_0 \cdot (\sin \delta \cdot \sin \phi + \cos \delta \cdot \cos \phi \cdot \cos \omega_s) \quad (Wm^{-2}) \quad (2.4)$$

siendo:

S_0 , la constante solar,

E_0 , el factor de excentricidad,

δ , el ángulo de declinación,

ϕ , la latitud y

ω_s , el ángulo horario.

Éste es otro de los parámetros que pueden utilizarse en el modelado del espectro solar, de manera indirecta a través de su uso para calcular el parámetro índice de transparencia atmosférica.

2.4.3. Índice de transparencia atmosférica

El coeficiente de transmisión para la radiación total en una superficie horizontal se define como el ratio entre la irradiancia global horizontal y la irradiancia extraterrestre (Liu and Jordan, 1960). A este coeficiente se le conoce en la actualidad como índice de transparencia k_t , extendiendo su definición a cualquier ángulo de incidencia de una superficie arbitrariamente orientada (Woyte et al., 2007). La expresión para calcular el índice de transparencia instantáneo es la siguiente, Ec. 2.5:

$$k_t = \frac{G_t}{G_0} \quad (2.5)$$

siendo:

G_t , la irradiancia solar global y

G_0 , la irradiancia extraterrestre.

2.5. Índices utilizados para caracterizar el espectro solar

La mayoría de los métodos estadísticos propuestos para caracterizar la distribución espectral de la radiación solar o espectro solar se basan en el uso de un

parámetro que lo caracteriza y por lo tanto se puede considerar como un descriptor de la distribución espectral solar.

Fabero and Chenlo (1991) proponen el uso del Factor Espectral (SF o F) que se define según la Ec. 2.6:

$$SF = \frac{\int E_{REF}(\lambda) \cdot SR(\lambda) d\lambda \int E_i(\lambda) d\lambda}{\int E_i(\lambda) \cdot SR(\lambda) d\lambda \int E_{REF}(\lambda) d\lambda} \quad (2.6)$$

siendo:

$E_i(\lambda)$, la irradiancia espectral solar medida,

$E_{REF}(\lambda)$, la irradiancia espectral solar de referencia y

$SR(\lambda)$, la respuesta espectral del dispositivo de captura de irradiancia solar.

Anteriormente se ha mencionado que el espectro que llega a la tierra depende de la composición de la atmósfera y además de la posición del Sol con respecto a la Tierra y la masa de aire que el rayo solar recorre. Si se normaliza este espectro los valores de irradiancia espectral se asemejan pero se nota una tendencia estacional. Esto es debido a un desajuste que se produce entre el dispositivo de medida, la irradiancia espectral recibida y la irradiancia espectral AM 1.5 definida como estándar. Con el uso de este parámetro se anula el desajuste estacional.

Este mismo factor se ha definido posteriormente en un estándar conocido como el factor de desajuste espectral (M, MM o MMF) (Poissant et al., 2003). La norma que lo define es la IEC.60904-7 (2008) y su expresión viene dada por la Ec. 2.7:

$$M = \frac{\int E_{ref}(\lambda) \cdot SR_{ref}(\lambda) d\lambda \int E_{meas}(\lambda) \cdot SR_{meas}(\lambda) d\lambda}{\int E_{meas}(\lambda) \cdot SR_{ref}(\lambda) d\lambda \int E_{ref}(\lambda) \cdot SR_{meas}(\lambda) d\lambda} \quad (2.7)$$

siendo:

$E_{ref}(\lambda)$, la irradiancia de referencia por unidad de longitud de onda definida en el estándar AM 1.5,

$E_{meas}(\lambda)$, la irradiancia medida por longitud de onda, da la distribución espectral de la irradiancia para la luz del sol entrante en el momento de la medida,

$SR_{ref}(\lambda)$, la respuesta espectral del dispositivo de referencia y

$SR_{meas}(\lambda)$, la respuesta espectral del dispositivo testado.

Los efectos de la variación espectral en cierto tipo de dispositivos se han investigado en el trabajo realizado por Gottschalg et al. (2003), en las bases de lo que se ha dado en llamar UF, fracción útil. Se define como el ratio o relación entre la irradiación espectral observada en el rango espectral útil del dispositivo captador de la luz con la irradiación global observada.

Por último está la energía media del fotón APE (Williams et al., 2003), parámetro al que se dedica un estudio más detallado a continuación ya que en esta tesis se propone la utilización de este índice.

2.6. Energía media del fotón, APE

Como se ha comentado, un parámetro utilizado para caracterizar la distribución espectral de la radiación solar es el promedio de energía del fotón, conocido como APE, por sus siglas en inglés de *Average Photon Energy*. El valor de APE es un indicador del tipo de luz que llega en un momento dado a la superficie terrestre. Para calcular el APE se divide la integral de la irradiancia en todo el espectro por el flujo de fotones (Williams et al., 2003) (Minemoto et al., 2007) de acuerdo con la siguiente expresión:

$$APE = \frac{\int_a^b E(\lambda)d\lambda}{q \cdot \int_a^b \Phi(\lambda)d\lambda} \quad (eV) \quad (2.8)$$

Si se realizan estos cálculos con el espectro estándar AM 1.5 se obtiene un valor que se puede considerar como el valor estándar del APE. En la bibliografía se pueden encontrar dos valores de este APE estándar, en función de la parte del espectro que se toma como límites de integración de la Ec. 2.8. Si se utiliza todo el rango del espectro de la luz solar, que va desde 280 a 4.000 nm el valor de APE que se obtiene para el espectro estándar es de 1,60 eV (Betts et al., 2004) mientras que si se realiza el cálculo utilizando solamente los valores del espectro comprendidos entre 350 y 1.050 nm, que es la parte del espectro donde hay mayor contribución de energía y que incluye el rango visual (VIS) y el infrarrojo cercano (NIR), el APE obtenido es de 1,88 eV. Este último valor es el que más veces se repite en la mayor parte de las publicaciones que utilizan el parámetro APE, debido principalmente

al elevado coste de los equipos que miden los espectros en el infrarrojo, ya que necesitan sensores de InGaAs mucho menos extendidos que los sensores de silicio utilizados para medir el espectro en el rango visible e infrarrojo cercano (Cornaro and Andreotti, 2012).

El valor de APE proporciona información sobre el tipo de luz que se recibe, ya que en función de la composición de la atmósfera, la hora del día o la época del año se recibirá un valor distinto de APE. El valor de APE se ve también muy influenciado por la ubicación donde se realice la medida, principalmente por la latitud y por los agentes atmosféricos. Éstos últimos se pueden englobar en dos efectos principalmente: la dispersión, tanto de Rayleigh como de aerosoles (Jacovides et al., 1999) y el vapor de agua (Riordan et al., 1990). Los elementos que presentan mayor absorción molecular y que tienen, por tanto, un efecto significativo sobre el espectro de luz solar en las longitudes de onda comprendidas entre 300 y 2.500 nm, son: el vapor de agua (H₂O), el ozono (O₃), el oxígeno (O₂), el dióxido de nitrógeno (NO₂) y el dióxido de carbono (CO₂) (Bird et al., 1983).

La dispersión de Rayleigh influye en mayor medida en las longitudes de onda más bajas y el vapor de agua absorbe parte de la irradiancia espectral en las longitudes de onda superiores. Un efecto que se puede apreciar cuando hay nubes es que actúan como un filtro para la luz en el infrarrojo. Las ventanas provocadas por el agua están localizadas a longitudes de onda en torno a 730, 820, 930, 1.150 y 1.450 nm (Nann and Riordan, 1991). Una lista más detallada de la composición química del sol puede verse en el trabajo realizado por Asplund et al. (2009).

El resto de elementos que afectan al espectro de luz solar son los correspondientes a las denominadas “Líneas de Fraunhofer”. Joseph von Fraunhofer determinó en 1814 dónde se encontraban las líneas de absorción del espectro de luz solar. La relación de estas líneas de absorción con elementos químicos la comenzaron a estudiar los físicos R. G. Bunsen y G. R. Kirchoff y puede verse en la Fig. 2.3.

Por otra parte, la radiación solar se atenúa en la atmósfera de la tierra de acuerdo a la ley de Bouguer (Jacovides et al., 1999), Ec. 2.9:

$$E_{b\lambda} = E_{0\lambda} \cdot e^{-\tau(\lambda) \cdot m} \quad (2.9)$$

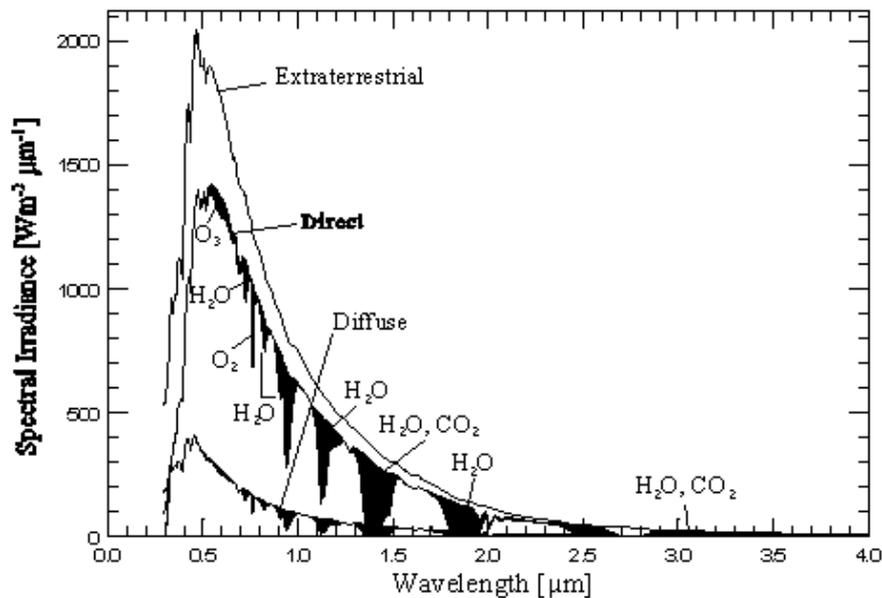


Figura 2.3: Absorción molecular del espectro en cada λ producido por los elementos más significativos, fuente: Riordan (1986).

siendo:

$E_{b\lambda}$, la irradiancia espectral observada en un punto fijo de la atmósfera en una longitud de onda λ concreta,

$E_{0\lambda}$, la irradiancia espectral extraterrestre en esta longitud de onda,

m , la masa de aire y

$\tau(\lambda)$, la profundidad óptica vertical total en función de la longitud de onda.

La caracterización del espectro de la irradiancia solar global que se propone en este trabajo se basa en el uso del valor de APE de cada espectro utilizando el rango espectral en el intervalo [350,1050] nm.

2.7. Conclusiones

Los modelos que se han venido utilizando para caracterizar la distribución espectral de la radiación solar global se basan en general en la modelización física de la composición de la atmósfera terrestre, como son los modelos de transferencia radiativa y transmitancia atmosférica. La precisión de estos modelos, estimada mediante la media de la desviación del error cuadrático medio es de aproximadamente el 10 % para los modelos SPCTRAL2 y está en un rango que varía entre el 5.4 y el 15 % para los modelos SMARTS2. A pesar de que estos son los valores que se han reportado, lo cierto es que es difícil realizar una comparación estricta entre este tipo de modelos debido a que no usan los mismos tipos de aerosol. Sí se ha determinado el algoritmo que posee menor desviación de predicción respecto a los datos experimentales y se ha obtenido que SMARTS2 es significativamente mejor en el rango visible.

La complejidad de estos modelos los hacen poco idóneos para ser utilizados de manera conjunta con programas de predicción y evaluación del funcionamiento de plantas fotovoltaicas. Además, en muchos de ellos, es necesario conocer los valores de parámetros que no suelen estar disponibles en este tipo de plantas.

En este capítulo se han descrito además los parámetros que se proponen en este trabajo para caracterizar el espectro solar; a saber: la masa de aire, el índice de transparencia atmosférico (estimado a partir de los valores de irradiancia global y la irradiancia solar extraterrestre y la energía media del fotón (APE). De estos parámetros, todos excepto el último pueden obtenerse de manera sencilla, bien a través de las variables registradas en las instalaciones fotovoltaicas o bien estimados a partir de estas variables.

Bibliografía

Anderson, G., Ghetwynd, J., Theriault, J., Acharya, P., Berk, A., Robertson, D., 1993. Modtran2: suitability for remote sensing. In: SPIE, O. (Ed.), Proceedings of the Conference on Atmospheric Propagation and Remote Sensing II. pp. 514–525.

Asplund, M., Grevesse, N., Sauval, A. J., Scott, P., 2009. The chemical composition of the sun. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 47 (1), 481–522.

ASTM.E892-897, 1992. Standard Tables for Terrestrial Solar Spectral Irradiance at Air Mass 1.5 for a 37° Tilted Surface (Withdrawn 1999). American Society for Testing and Materials, Philadelphia, PA.

ASTM.G173-03, 2012. Standard Tables for Reference Solar Spectral Irradiances: Direct Normal and Hemispherical on 37° Tilted Surface. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.

ASTM.G177-03, 2003. Standard Tables for Reference Solar Ultraviolet Spectral Distributions: Hemispherical on 37° Tilted Surface. American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA.

Betts, T., Gottschalg, R., Infield, D., 2004. Spectral Irradiance Correction For PV System Yield Calculations. 19th European Photovoltaic Solar Energy Conference.

Bird, R., 1982. Terrestrial solar spectral modeling. *Solar Cells* 7 (1), 107–118.

- Bird, R., Hulstrom, R., Lewis, L., 1983. Terrestrial solar spectral data sets. *Solar Energy* 30 (6), 563 – 573.
- Bird, R., Riordan, C., 1986. Simple solar spectral model for direct and diffuse irradiance on horizontal and tilted planes at the earths surface for cloudless atmospheres. *J. Clim. Appl. Meteor.* 25, 87–97.
- Case, M., Owusu, Y., Chapman, H., Dargan, T., Ruscher, P., 2008. On the matter of proposed new low-latitude solar reference spectra. *Renewable Energy* 33 (12), 2645–2652.
- Collins, D. G., Blättner, W. G., Wells, M. B., Horak, H. G., Nov 1972. Backward monte carlo calculations of the polarization characteristics of the radiation emerging from spherical-shell atmospheres. *Appl. Opt.* 11 (11), 2684–2696.
- Cornaro, C., Andreotti, A., 2012. Influence of average photon energy index on solar irradiance characteristics and outdoor performance of photovoltaic modules. *Prog. Photovolt: Res. Appl.*
- de La Casinier, A., Bokoye, A., Cabot, T., 1997. Direct solar spectral irradiance measurements and updated simple transmittance models. *J. Appl. Meteor.* 36, 509–520.
- Fabero, F., Chenlo, F., 1991. Variance in the solar spectrum with the position of the receiver surface during the day for pv applications. In: IEEE Press, N. Y. (Ed.), *Proceedings of the 22nd IEEE Photovoltaic Specialists Conference.* pp. pp. 812–817.
- Foyo-Moreno, I., Vida, J., Olmo, F. J., Alados-Arboledas, L., 2000. Estimating solar ultraviolet irradiance (290-385 nm) by means of the spectral parametric models: Spctral2 and smart2. *Annales Geophysicae* 18 (11), 1382–1389.
- Gottschalg, R., Infield, D., Kearney, M., 2003. Experimental study of variations of the solar spectrum of relevance to thin film solar cells. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 79, 527–537.

- Gueymard, C., 2001. Parameterized transmittance model for direct beam and circumsolar spectral irradiance. *Solar Energy* 71, 325 – 346.
- Gueymard, C. A., 2004. The suns total and spectral irradiance for solar energy applications and solar radiation models. *Solar Energy* 76, 426–453.
- IEC.60904-3, 2008. CEI/IEC 60904-3 ed2.0: Photovoltaic devices. Part 3, Measurement principles for terrestrial photovoltaic (PV) solar devices with reference spectral irradiance data. International Electrotechnical Commission, IEC technical committee 82: Solar photovoltaic energy systems.
- IEC.60904-7, 2008. CEI/IEC 60904-7 ed3.0: Photovoltaic devices. Part 7, Computation of the spectral mismatch correction for measurements of photovoltaic devices. International Electrotechnical Commission, IEC technical committee 82: Solar photovoltaic energy systems.
- Iqbal, M., 1983. *An Introduction To Solar Radiation*. Toronto ; New York : Academic Press.
- Jacovides, C., Kaskaoutis, D., Tymvios, F., Asimakopoulos, D., 2004. Application of spectral2 parametric model in estimating spectral solar irradiances over polluted athens atmosphere. *Renewable Energy* 29 (7), 1109 – 1119.
- Jacovides, C. P., Steven, M. D., Asimakopoulos, D. N., June 1999. Solar spectral irradiance under clear skies around a major metropolitan area. *J. Appl. Meteor.* 39 (6), 917–930.
- Kaskaoutis, D., Kambezidis, H., 2008. The role of aerosol models of the smarts code in predicting the spectral direct-beam irradiance in an urban area. *Renewable Energy* 33 (7), 1532 – 1543.
- Kaskaoutis, D., Kambezidis, H., Jacovides, C., Steven, M., 2006. Modification of solar radiation components under different atmospheric conditions in the greater athens area, greece. *Jounal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 68, 1043–1052.

- Kasten, F., 1965. A new table and approximation formula for the relative optical air mass. *Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, Serie B* 14 (2), 206–223.
- Kasten, F., Young, A. T., Nov 1989. Revised optical air mass tables and approximation formula. *Appl. Opt.* 28 (22), 4735–4738.
- Leckner, B., 1978. The spectral distribution of solar radiation at the earth's surface -elements of a model. *Solar Energy* 20, 143–150.
- Link, F., Neuzil, L., 1969. *Tables Des Trajectoires Lumineuses Dans L'atmosphère Terrestre. Tables Of Light Trajectories In The Terrestrial Atmosphere.* Paris: Hermann.
- Liou, K., 1980. *An Introduction to Atmospheric Radiation.* Vol. 84. International Geophysics Series.
- Liu, B. Y., Jordan, R. C., 1960. The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation. *Solar Energy* 4 (3), 1 – 19.
- Minemoto, T., Nagae, S., Takakura, H., 2007. Impact of spectral irradiance distribution and temperature on the outdoor performance of amorphous si photovoltaic modules. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 91 (10), 919–923.
- Nann, S., Riordan, C., 1991. Solar spectral irradiance under clear and cloudy skies: Measurements and a semiempirical model. *J. Appl. Meteor.* 30 (4), 447–462.
- Pinazo, J., Cañada, J., Boscá, J., 1995. A new method to determine angstrom's turbidity coefficient: Its application for valencia. *Solar Energy* 54 (4), 219 – 226.
- Poissant, Y., Couture, L., Dignard-Bailey, L., Thevenard, D., Cusack, P., Oberholzer, H., 2003. Simple test methods for evaluating the energy rating of pv modules under various environmental conditions. In: *Proceedings of ISES 2003, Gothenburg, Sweden.* No. 2003-086/2003-06-10.
- Reda, I., Andreas, A., 2004. Solar position algorithm for solar radiation applications. *Solar Energy* 76 (5), 577 – 589.

- Riordan, C., 1986. Spectral solar irradiance models and data sets. *Solar Cells* 18 (3 – 4), 223 – 232.
- Riordan, C., Hulstrom, R., Cannon, T., Myers, D., Stoffel, T., 1990. Photovoltaic advanced research and development project: Solar radiation research annual report. Tech. rep., Solar Energy Research Institute, 1617 Cole Boulevard Golden, Colorado 80401-3393.
- Riordan, C., Hulstrom, R., 1990. What is an air mass 1.5 spectrum? [solar cell performance calculations]. In: Photovoltaic Specialists Conference, 1990., Conference Record of the Twenty First IEEE. pp. 1085–1088 vol.2.
- Stamnes, K., Tsay, S., Wiscombe, W., Jayaweera, K., 1988. Numerically stable algorithm for discrete-ordinate-method radiative transfer in multiple scattering and emitting layered media. *Appl. Opt.* 27, 2502–2509.
- Utrillas, M., Boscá, J., Martínez-Lozano, J., Cañada, J., Tena, F., Pinazo, J., 1998. A comparative study of spectral2 and smarts2 parameterised models based on spectral irradiance measurements at valencia, spain. *Solar Energy* 63 (3), 161 – 171.
- Williams, S. R., Betts, T., Helf, T., Gottschalg, R., Beyer, H., Infield, D., 2003. Modelling long-term module performance based on realistic reporting conditions with consideration to spectral effects. In: Photovoltaic Energy Conversion, 2003. Proceedings of 3rd World Conference on. Vol. 2. pp. 1908–1911 Vol.2.
- Woyte, A., Belmans, R., Nijs, J., 2007. Fluctuations in instantaneous clearness index: Analysis and statistics. *Solar Energy* 81, 195–206.

Capítulo 3

Técnicas Estadísticas y de Minería de Datos

Los métodos clásicos para caracterizar la distribución espectral de la radiación solar presentados en el capítulo 2, buscan obtener la mejor representación de la atmósfera en cada momento, utilizando las coordenadas geográficas del lugar, varios tipos de medidas atmosféricas y diferentes modelos de aerosoles. En general, estos métodos clásicos requieren el uso de parámetros que normalmente no están disponibles en algunas aplicaciones de ingeniería en las que el conocimiento de la distribución espectral de la radiación solar sí es importante como, por ejemplo, en iluminación o en aplicaciones de energía solar térmicas y fotovoltaicas. En esta última área, el desarrollo de nuevos materiales utilizados para la fabricación de módulos fotovoltaicos ha puesto de manifiesto la necesidad de conocer la distribución espectral de la radiación solar para una mejor caracterización del funcionamiento de estos módulos. Esto es debido a que el funcionamiento de este tipo de módulos depende de la distribución espectral de la radiación solar, como se ha puesto de manifiesto por diversos autores, ver Martín and Ruíz (1999), Gottschalg et al. (2003), Minemoto et al. (2009), Piliouge et al. (2011) y Myers (2012). Por esta razón, desde hace un tiempo, se están empezando a utilizar otros enfoques que permitan la caracterización del espectro de radiación solar sin necesidad de utilizar complejos modelos que requieran parámetros normalmente no disponibles

en este tipo de aplicaciones.

Estos nuevos enfoques proponen, sobre todo, la utilización de técnicas estadísticas y el uso de algún parámetro relacionado con la distribución espectral, como se ha comentado en el capítulo anterior.

La propuesta de este trabajo es utilizar tanto técnicas estadísticas como técnicas que se han desarrollado en el campo de la minería de datos. La combinación de distintas técnicas ya ha sido propuesta en otros trabajos en los que se caracterizan parámetros medioambientales. Por ejemplo, en el trabajo de Abdul-Wahab et al. (2004) se propone modelizar el nivel de ozono en la superficie de la tierra utilizando análisis de componentes y regresión múltiple, y en el trabajo de Al-Alawi et al. (2006), se utiliza un análisis de componentes principales utilizando regresión y redes neuronales.

En los siguientes apartados se hace una revisión de las técnicas que serán utilizadas en las distintas fases de caracterización y simulación de la distribución espectral de la radiación solar.

3.1. Estadísticos clásicos

En esta sección se van a presentar las técnicas estadísticas que se usarán para la caracterización y modelado de los problemas que se abordan en este trabajo. La propuesta es revisar y analizar la posible utilización de tests estadísticos que permitan determinar la similitud entre dos muestras. Entre las consultadas en la bibliografía, la propuesta que se hace en este trabajo es la de utilizar el test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras. Este test permite comparar las funciones de distribución de probabilidades acumuladas de dos muestras distintas, sin necesidad de suponer ninguna función de distribución subyacente en las muestras.

Este test es un test no paramétrico. Una ventaja inicial de este tipo de prueba es que no impone ninguna restricción previa a la distribución de los datos para los que se va a utilizar. Se ha descartado por esta razón la utilización de tests estadísticos de tipo paramétrico, ya que imponen una serie de restricciones a las observaciones de la población que se va a analizar. Algunas de estas premisas pre-

vias vienen recogidas por Siegel (1957) y consisten en que las observaciones han de ser independientes, deben corresponder a poblaciones que siguen una distribución normal, han de tener la misma varianza o encontrarse en un ratio de varianzas conocido. . . Por el contrario, los test no paramétricos son test de aplicación más general que permiten que las observaciones sigan otros tipos de distribución distinta a la normal.

Con el fin de conocer si los datos obtenidos de varias muestras que estudian una misma característica pertenecen a la misma población hay varias pruebas que se pueden realizar para determinar el nivel de significación de las diferencias observadas entre dos muestras: la prueba U de Mann-Whitney y el test de rachas de Wald-Wolfowitz (Guisande González et al., 2006). También se pueden utilizar el test de las medianas o el contraste paramétrico t de Student. Los dos primeros métodos parten de la hipótesis de que los valores de cada una de las muestras son diferentes, sin solapamiento de datos, esto es, no hay valores repetidos y puesto que se van a comparar valores de irradiancias espectrales en forma de funciones de distribución de probabilidad existe la posibilidad de que los espectros presenten los mismos valores en ciertas longitudes de onda como pueden ser aquellas que no se ven afectadas por la dispersión o el vapor de agua.

Además de estos test también existe el test Kolmogorov-Smirnov para analizar la similitud entre la distribución de un conjunto de valores muestrales y una distribución teórica. Por ejemplo, en Biswas et al. (2008) se propone su utilización cuando la distribución teórica es una distribución normal o Gaussiana.

En las siguientes secciones se describen el test de Kolmogorov y el de Kolmogorov-Smirnov, derivado del primero, y se da la definición de lo que es una función de distribución de probabilidades acumuladas, que es la que se utiliza en el test propuesto.

3.1.1. Función de distribución de probabilidad acumulada

A la distribución de probabilidad de una variable aleatoria continua se le denomina función distribución de probabilidad (Walpole et al., 1999). Para representar estas funciones de distribución se usan áreas, con lo que la curva ha de estar siem-

pre por encima del eje de abscisas. En el caso particular de estudio del espectro que se hace en este trabajo, siempre habrá valores positivos como se puede ver en la forma del espectro estándar AM 1.5, Fig. 2.1. Así una función de distribución se construye de modo que el área bajo su curva limitada por el Eje X sea igual a uno.

Por definición la función distribución (o densidad en el caso de valores continuos) de probabilidad cumple:

1. $f(x) \geq 0 \forall x \in R$
2. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$
3. $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$

Partiendo de esta definición se puede calcular también la función de distribución acumulada, según la Ec.3.1:

$$c.p.d.f.(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt \quad \text{para } -\infty < x < \infty \quad (3.1)$$

Test de Kolmogorov

El test de Kolmogorov mide la desviación máxima absoluta entre una función de distribución empírica y una función de distribución teórica basada en el estadístico K_n , Ec.3.2 (Darling, 1957).

$$K_n = \sqrt{n} \sup_{-\infty < x < \infty} |F_n(x) - F(x)| \quad (3.2)$$

Kolmogorov demostró que la distribución de K_n es independiente de $F(x)$ si se cumple la “bondad del ajuste” que viene dado por la hipótesis nula $H_0 : F_n(x) = F(x)$ y que H_0 se rechazará cuando K_n supere cierto valor. Esta expresión se puede simplificar dando lugar al estadístico de la Ec.3.3.

$$D_n = \text{máx} |S_n(x) - F(x)| \quad (3.3)$$

siendo:

$S_n(x)$, la función de distribución acumulada de la muestra y
 $F(x)$, la función de distribución teórica (Miller, 1956).

Test de Kolmogorov-Smirnov

A partir del test de Kolmogorov, Smirnov propuso una versión más simple y que no requería la utilización de una distribución teórica de forma que planteaba un problema con dos muestras basándose en la estadística de Kolmogorov. En este caso la hipótesis que se utiliza es para dos muestras. La hipótesis nula que se plantea es:

$$H_0' : F(x) = G(x)$$

El objetivo de este test es comparar dos distribuciones, F y G , con n y m observaciones respectivamente, de forma que se pueda comprobar si dos muestras independientes pertenecen a la misma población; es, por tanto, un test de homogeneidad.

Este test permite determinar si las distribuciones de dos muestras son iguales o no.

El estadístico para dos muestras (1 y 2) de tamaños m y n se estima mediante la expresión 3.4:

$$dist_{m,n} = \max_{t \in \mathbb{R}} |cp\hat{d}f_1(x_t) - cp\hat{d}f_2(x_t)| \quad x_0 < x_t < x_f \quad (3.4)$$

siendo:

$|A|$, el valor absoluto de A .

Con este test se puede comprobar si dos distribuciones de probabilidad correspondientes a dos muestras empíricas distintas han sido obtenidas de la misma población (Lin et al., 2010).

De hecho, este test para dos muestras es uno de los métodos no paramétricos más adecuado para comparar dos muestras, ya que es sensible a diferencias tanto

en situación como en la forma de las funciones de distribución acumuladas de ambas muestras puesto que detectan diferencias en la frecuencia central y en la dispersión y la simetría de las muestras.

Se fija un nivel de confianza α que toma como valor típico 0,05, ver Ec. 3.5.

$$\alpha = Prob.(D_n \geq \epsilon) \quad (3.5)$$

Existen tablas que relacionan los valores más típicos de α , ϵ y n pero para calcular un valor concreto se utiliza la relación 3.6.

$$\alpha = \epsilon \sum_{j=0}^{\lfloor n-n\epsilon \rfloor} \binom{n}{j} \left(1 - \epsilon - \frac{j}{n}\right)^{n-j} \left(\epsilon + \frac{j}{n}\right)^{j-1} \quad (3.6)$$

Si la mayor diferencia observada es inferior al estadístico teórico que corresponde a este nivel de confianza se acepta la hipótesis nula H'_0 , esto es, ambas muestras son iguales; si la diferencia es superior al estadístico teórico, entonces se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa, es decir, las muestras son distintas.

La distribución será la misma con nivel de significación α si se mantiene lo siguiente:

$$\left(\frac{nm}{n+m}\right)^{1/2} \cdot dist_{n,m} < c_\alpha \quad (3.7)$$

donde c_α es un valor crítico, o estadístico teórico, que solamente depende de α (Rohatgi and Saleh, 2000).

3.1.2. Regresión multivariante

En ciertas ocasiones se quiere establecer una correspondencia entre variables cuando se sabe que existe relación inherente entre ellas. Desde un punto de vista estadístico se buscará lograr la mejor estimación de la relación entre las variables. A menudo existe una sola variable dependiente cuya respuesta depende de una o más variables de regresión independientes pero no aleatorias, esto es, las muestras de cada variable independiente están relacionadas entre sí de alguna manera. La relación que se ajusta a un conjunto de datos experimentales se caracteriza por

una ecuación de predicción que se denomina ecuación de regresión (Walpole et al., 1999).

Cuando hay más de una variables de regresión se utiliza un modelo de regresión múltiple. Se pretende describir la relación entre dos o más variables independientes y una variable dependiente usando una ecuación de regresión múltiple. En regresión múltiple es más correcto aplicar el término variable explicativa en lugar de variable independiente, denominando a la variable dependiente, respuesta o variable de salida.

Si el modelo es lineal en los coeficientes se denomina regresión lineal múltiple o multivariante. El propósito de una regresión lineal es predecir una variable dependiente en base a las variables independientes o al menos describir la dependencia; de esta forma se pretende lograr la mejor estimación de la relación entre las variables.

De manera general, una regresión lineal multivariante se puede representar mediante la siguiente expresión:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \dots + b_k \cdot x_k + u \quad (3.8)$$

Se considera que los valores de la variable dependiente han sido generados por combinación lineal de varias variables explicativas. Los coeficientes del polinomio se eligen de forma que la resta de los cuadrados entre los valores observados y los pronosticados sea mínima o lo que es lo mismo, minimizar la expresión del concepto de mínimos cuadrados (Ec. 3.9). A esta diferencia se le denomina error residual y se busca que sea lo más bajo posible o incluso cero.

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2 N \quad (3.9)$$

En ocasiones los coeficientes individuales son de importancia para el experimentador pero puede darse el caso de que el resultado del modelo no es correcto sino una aproximación adecuada de forma que el interés no está en los parámetros individuales sino más bien en la capacidad de toda la función para predecir la respuesta correcta en el rango de las variables que se consideran.

Para calcular lo adecuado de un modelo de regresión ajustado se utilizan los criterios de determinación múltiple R^2 , Ec. 3.10, que indica qué proporción de la variación total de la respuesta Y se explica con el modelo ajustado.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.10)$$

o de correlación múltiple R , que es la raíz cuadrada del coeficiente de determinación múltiple.

3.2. Modelos de minería de datos

En aprendizaje automático se han propuesto distintas técnicas de minería de datos que permiten la caracterización y simulación de distintos procesos sin necesidad de imponer restricciones previas a los datos que representan el fenómeno a modelizar. Además, estas técnicas permiten trabajar con grandes cantidades de datos ya que utilizan de manera intensiva la potencia de cálculo de los ordenadores actuales. De entre las técnicas de minería de datos que existen, en este trabajo proponemos la utilización de varias de ellas con el objetivo de conseguir modelos válidos para la caracterización y simulación de todos los espectros de radiación solar registrados en el laboratorio de Energía Solar Fotovoltaica de la UMA. En total, para este trabajo se van a utilizar cerca de 300.000 espectros distintos y distintas variables meteorológicas. Para cada espectro, se dispone de los valores correspondientes a las distintas longitudes de onda. Es decir, los datos con los que se trabaja en esta memoria son multidimensionales, lo que hace que la utilización de técnicas de minería de datos parezca muy adecuada.

El enfoque del trabajo es, primero, intentar determinar cuántos espectros distintos hay en el total de espectros medidos. Para ello, se propone la utilización de una técnica de minería de datos que permite agrupar todos los valores registrados en el menor número posible de clases. Una vez determinados estos espectros tipos, se procederá después a la modelización y simulación de los mismos utilizando como

variables de entrada los parámetros meteorológicos normalmente disponibles en el área de los sistemas de energías renovables.

3.2.1. Algoritmo de clasificación k-medias

Para agrupar todos los espectros de radiación solar medios atendiendo a su forma se propone la utilización del algoritmo de k-medias (del inglés *k-means*) (Selim and Ismail, 1984). Este algoritmo es una técnica de clasificación denominada de aprendizaje no jerárquica o de partición que separa las observaciones en k celdas con la intención de maximizar la homogeneidad dentro de los grupos.

La diferencia entre la clasificación jerárquica y de partición radica en que el primero produce recursivamente una serie de particiones anidadas mientras que los métodos particionales encuentran todas las agrupaciones simultáneamente como una partición de los datos y no se impone ninguna estructura jerárquica. Los métodos jerárquicos son más versátiles pero suelen ser más complejos en términos de eficiencia computacional como se explica en un resumen del estado del arte realizado en Celebi et al. (2013). La mayoría de los algoritmos jerárquicos tienen complejidad cuadrática o superior a medida que aumenta el número de puntos, con lo que no son recomendables para conjuntos de datos muy grandes.

En cuanto a los algoritmos particionales se refiere, la primera dificultad estriba en la elección del número de celdas de salida deseadas. Esta elección se puede hacer de manera intuitiva pero también se puede calcular a partir de métodos, que podrían denominarse de inicialización que calculan, partiendo de un número k' de celdas, un número k óptimo de celdas.

A la agrupación natural de los elementos se le denomina *clustering* tal y como se define en Jain et al. (1999). El análisis de *clusters* es la organización de una colección de patrones en celdas basándose en la similitud de los elementos (Cao and Liang, 2011). Es importante diferenciar entre análisis discriminante –clasificación supervisada– y *clustering* –clasificación no supervisada–. En el primer tipo se parte de un conjunto de datos preclasificados siendo un problema la aparición de una muestra no etiquetada, en el segundo tipo las muestras no están etiquetadas “a priori” presentándose como dificultad principal la de decidir el criterio de clasifi-

cación.

Criterios de semejanza

Para establecer el criterio de similitud entre muestras que definan un *cluster* se hace esencial determinar la semejanza de dos muestras. Uno de los criterios más ampliamente usado es medir la distancia entre muestras que se ha establecido como uno de los métodos más populares para funciones continuas. Algunos de los métodos que se utilizan para medir la distancia entre elementos son la distancia cuadrática de Mahalanobis, la distancia de Hausdorff, la distancia de vecino mutuo (MND) o la distancia Euclídea que es un caso especial de la métrica de Minkowski cuya expresión viene dada por la ec. 3.11:

$$d_p((\mathbf{X}_i, \mathbf{X}_j) = \left(\sum_{k=1}^d |x_{i,k} - x_{j,k}|^p \right)^{1/p} = \|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j\|_p \quad (3.11)$$

donde \mathbf{X}_i y \mathbf{X}_j son las variables que se incluyen como observaciones características i y j , respectivamente. Si se particulariza para $p=2$ obtenemos la ecuación para la distancia Euclídea.

Además de esta distancia, en este trabajo proponemos también utilizar el test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras como medida de similitud en cada *cluster* creado a partir de la técnica de *k-means*.

Clasificación con k-medias

El algoritmo de *k-means* es el algoritmo de particionado más ampliamente usado (Celebi et al., 2013). Se basa en analizar uno o más atributos (variables) para identificar un *cluster* de resultados correlados. Es posible agrupar las observaciones que tienen alguna similitud, usando estos atributos. Esta partición minimiza la suma, entre todos los *clusters*, de las distancias de los puntos al centroide del *cluster* dentro de un mismo *cluster*. Para medir la semejanza entre cada observación y el centroide de cada *cluster* se utiliza la distancia Euclídea. El algoritmo de *k-means* tiene los siguientes pasos:

1. Elegir los centros de k *clusters*.

2. Asignar cada elemento al *cluster* más cercano.
3. Recalcular los centros usando los miembros de los *clusters*.
4. Si no se ha alcanzado el criterio de convergencia se vuelve al paso 2.

Es un algoritmo conceptualmente simple, fácil de implementar y tiene complejidad lineal, pero tiene como una de las principales desventajas que es muy sensible a la colocación inicial de los centroides de los *clusters* y que cuando se aplica distancia Euclídea es recomendable que los *clusters* estén bien separados, en otro caso es más conveniente usar la distancia de Mahalanobis. Otra solución consiste en utilizar métodos de inicialización como los propuestos por Forgy (1965), Jancey (1966) y Ball and Hall (1967). A continuación se muestra el algoritmo empleado:

Input : K (El número de *clusters*) y el conjunto de entrenamiento $(\{x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)}\},$ donde $x^{(i)} \in \mathbb{R}^n$ corresponde a $F(\lambda_i)$)

Aleatoriamente inicializar K centroides $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_K \in \mathbb{R}^n$ por *cluster*;

repeat

for $i \leftarrow 1$ **to** m **do**

$c^{(i)}$ = índice del centroide más cercano a $x^{(i)}$ (Ec. 3.11);

end

for $i \leftarrow 1$ **to** K **do**

μ_i = media de los puntos asignados al *cluster* i (este será el nuevo centroide del *cluster*);

end

until Los índices $c^{(i)}$ asignados no cambian;

Output: *Cluster* para cada muestra (K *clusters*) y K centroides (c.p.d.f).

Algoritmo 1: algoritmo *k-means*.

Para mejorar el algoritmo se pueden implementar técnicas de división y/o unión de celdas también denominadas de centroides dinámicos. Un criterio típico consiste en dividir el *cluster* cuando su varianza se encuentra por encima de un umbral predeterminado, mientras que por otro lado dos clústeres se unirán cuando sus centroides se encuentren muy cercanos (MacQueen, 1967). A esto se le llama también cohesión y separación de clústeres (Wang and Liu, 2011).

3.2.2. Redes Neuronales Artificiales

Las redes neuronales artificiales (ANN, del inglés *Artificial Neural Network*) son modelos computacionales inspirados en el sistema nervioso biológico, motivo al que deben su denominación. Las redes neuronales se componen de elementos simples que operan en paralelo. Las conexiones entre elementos determinan ampliamente la función de la red. Normalmente las redes neuronales se entrenan de forma que una entrada concreta proporcione un objetivo específico de salida.

El orden normal de trabajo para la red neuronal tiene seis pasos:

1. Recopilar datos.
2. Configurar la red.
3. Inicializar pesos y sesgos.
4. Entrenar la red.
5. Validar la red.
6. Usar la red.

Configuración e inicialización de red neuronal

El Perceptrón Multicapa (Geraldo-Ferreira et al., 2011) es el modelo de red neuronal utilizado en este trabajo. Consiste en procesos individuales llamados neuronas colocados en capas. La neurona está constituida en la primera parte por un multiplicador que realiza el producto de la entrada por una serie de coeficientes llamados pesos sinápticos. El objetivo del algoritmo de aprendizaje es obtener el valor óptimo de estos pesos (Haykin, 1999). De acuerdo con este texto, un tipo de red neuronal es la red multicapa *feedforward*, que se puede traducir como prealimentación o conexiones hacia adelante (Hilera and Martínez, 1995). La red neuronal multicapa *feedforward* se puede usar para resolver problemas de ajuste de funciones y reconocimiento de patrones. Típicamente la red está formada por un conjunto de nodos fuente, que constituyen la capa de entrada, una o varias

capas ocultas formadas por nodos de computación y una capa de salida de nodos de computación.

De esta forma la señal de entrada se propaga a través de la red hacia delante capa a capa. A este tipo de red neuronal se le conoce como perceptrón multicapa (MLP) que representa una generalización del perceptrón de capa simple.

Siguiendo a Haykin (1999), un Perceptrón Multicapa tiene tres características distintivas:

1. El modelo de cada neurona de la red incluye una función de activación no lineal. Un ejemplo muy utilizado de esta función no lineal es la función Sigmoide.
2. La red contiene al menos una capa de neuronas ocultas que no son parte de las capas de entrada y salida. Estas capas ocultas son las que permiten a la red aprender tareas complejas.
3. La red posee alto grado de conectividad que viene determinado por las sinapsis de la red. La definición de sinapsis nos indica que es la relación funcional de contacto entre las terminaciones de las células nerviosas. Un cambio en la conectividad de la red requiere un cambio en la población de las conexiones sinápticas o sus pesos.

Entrenamiento de red neuronal

El algoritmo de aprendizaje o entrenamiento es el procedimiento por el cual el modelo neuronal obtiene los parámetros óptimos para resolver el problema. El Perceptrón Multicapa se ha aplicado con éxito para resolver problemas, entrenándolo en modo supervisado con un algoritmo muy popular conocido como el algoritmo de retro-propagación del error (*error back-propagation algorithm*) que se basa en el algoritmo de mínimos cuadrados (*least-mean-square*). El funcionamiento básico consiste en dos pasos, uno hacia delante y otro hacia atrás. En el primero la entrada pasa por los nodos y su resultado se propaga hacia las siguientes capas hasta que un conjunto de salidas se produce como la respuesta de la red. Durante el movimiento hacia delante los pesos sinápticos se mantienen fijos. En el segundo

paso, hacia atrás, los pesos sinápticos se ajustan de acuerdo a alguna regla de corrección de error. Este error se define como la diferencia entre la señal real y la salida de la red neuronal, con lo que el proceso comienza en la capa de salida y va hacia atrás capa a capa. Al ajuste automático de los pesos sinápticos en las neuronas de acuerdo con una señal de error se le conoce como proceso adaptativo o tasa de aprendizaje adaptativa. Esta señal de error se propaga hacia atrás a través de la red en contra-dirección de las conexiones sinápticas, de ahí su nombre. Los pesos sinápticos se ajustan para llevar la respuesta real de la red más cercana a la respuesta deseada desde un punto de vista estadístico.

Existen dos modos de entrenamiento o tipos de algoritmos, los secuenciales y los algoritmos por lotes (*batch*). En el modelo secuencial o también conocido como *on-line*, *pattern* o estocástico la actualización de los pesos se realiza después de cada muestra de entrenamiento. En el modo por lotes la actualización de los pesos se realiza tras la presentación de todas las muestras, calculando los pesos sinápticos usando el error medio de todos los patrones.

Para entrenar la red y actualizar los pesos y los sesgos se utilizan algoritmos de entrenamiento entre los que se encuentran el algoritmo de regularización Bayesiana, el de descenso del gradiente o el de Levenberg-Marquardt.

En este trabajo se ha utilizado el algoritmo de Levenberg-Marquardt para el entrenamiento de la red ya que presenta una buena relación entre velocidad de convergencia y complejidad del cálculo del error (Geraldo-Ferreira et al., 2011).

Validación de la red

El objetivo de la red neuronal de tipo retro-propagación es que llegue a estar bien entrenada de forma que se pueda generalizar a futuro. Pero configurar la red no siempre es sencillo. Para ayudar a esta tarea existe una herramienta estadística conocida como validación cruzada (Bennett et al., 2013). Para ello se divide el conjunto inicial de datos en dos grupos, el de entrenamiento y el de validación. Una proporción típica suele ser de dos tercios entrenamiento y un tercio validación. El subconjunto de entrenamiento se utiliza para seleccionar el modelo y el de validación para probarlo, de forma que los datos para seleccionar y validar sean

diferentes. Una posible aplicación de la validación cruzada puede ser determinar el número óptimo de capas ocultas en el perceptrón multicapa y cuándo es mejor parar el entrenamiento. Para realizar la validación lo que se hace es calcular la regresión lineal entre las salidas de la red y los objetivos para lo que se obtienen los valores y se ve la correlación. Si el entrenamiento fuera perfecto la salida de la red y los objetivos serían los mismos pero esto raramente ocurre. Se suele considerar un valor de correlación R en torno a 0,9 como un buen ajuste en el entrenamiento.

Parada temprana. Error cuadrático medio

Existe también la posibilidad de implementar un método de parada temprana (*early stopping method of training*) para, entre otros motivos, evitar sobreajustes de la red. El método divide el conjunto de datos en subconjunto de entrenamiento y validación pero realiza una pequeña modificación y es que la fase de entrenamiento se detiene periódicamente y se mide el error de validación utilizando el subconjunto de validación, cuando la fase de validación se completa se continúa con el entrenamiento.

Se calculan dos curvas de aprendizaje utilizando el error cuadrático medio, una para el subconjunto de entrenamiento y otra para el subconjunto de validación. Para la curva de aprendizaje de estimación habrá una decrecimiento monótono pero en la curva de aprendizaje de validación habrá un momento en que ésta se hace mínima y después comienza a crecer. Fijándose sólo en la curva de aprendizaje de la estimación, el entrenamiento se realizaría para todos los elementos, pero el mínimo en la curva de aprendizaje de validación indica que a partir de ese punto se estará introduciendo ruido contenido en los datos de entrenamiento.

Este método sugiere que el punto mínimo en la curva de aprendizaje de validación sea usado como criterio de parada en la sesión de entrenamiento.

3.3. Justificación de las métricas propuestas

Las herramientas cuantitativas desarrolladas en el campo de la métrica permiten la comparación de los modelos al proporcionar medidas para establecer la

credibilidad y las limitaciones de cada modelo. El uso de métricas ayuda también en la minimización de potenciales inconsistencias provocadas por juicios humanos. A partir del estudio realizado por Bennett et al. (2013), en esta sección se describen y clasifican los métodos propuestos en este trabajo para caracterizar cuantitativamente el rendimiento de los distintos modelos desarrollados. El análisis de la incertidumbre de cada modelo permite establecer los límites de las predicciones de cada modelo. Los distintos métodos están basados en medidas objetivas para caracterizar el rendimiento.

3.3.1. Datos para caracterizar el rendimiento de los modelos

Uno de los componentes más importante para realizar pruebas cuantitativas en determinados tipos de modelos es la utilización de datos observados para la comparación, para lo que es necesario dividir los datos disponibles en subgrupos. De entre los posibles métodos que permiten hacer esta división de datos, en este trabajo se ha utilizado, siguiendo la clasificación propuesta en Bennett et al. (2013), el método conocido como *Hold out*, o método de resistencia, que pertenece a los métodos de validación cruzada (*Cross validation*). En este método, Los datos se dividen en dos grupos, uno para desarrollo y otro para testeo, siendo importante el tamaño de los subgrupos ya que afectará al rendimiento del modelo y a la fiabilidad del testeo.

La partición inicial de los datos se puede realizar usando “a priori” información externa o algún método de agupamiento automático.

3.3.2. Métodos para medir el rendimiento cuantitativo

De los distintos métodos que permiten medir el rendimiento cuantitativo de un modelo, en este trabajo se han utilizado los siguientes:

- Un método que se basa en la **comparación de valores directos**. En este caso, el propósito del método de comparación por valor directo es testear si la salida del modelo *y* muestra características similares al conjunto de datos

de comparación \hat{y} . La situación deseada es que los denominados estadísticos de resumen, como son la media, la moda o la mediana, calculados a partir de y estén muy cerca de los calculados a partir de \hat{y} .

De entre los métodos de comparación directa de los modelos, como son la comparación por diagrama de dispersión, la media, la moda, la mediana, el rango, la varianza, la asimetría (*skew*), Kurtosis, la distribución acumulada, el histograma y los diagramas de comparación de autocorrelación y correlación cruzada, en este trabajo, por las características de los datos a modelar se ha utilizado la comparación por la distribución acumulada, (Ec.3.12), de acuerdo con la expresión:

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n l(y_i \leq x) \quad (3.12)$$

- Métodos que se basan en la comparación de **valores de acoplamiento real y modelado**. Estos métodos consideran los pares $y_i - \hat{y}_i$, valor observado-modelado, encontrándose ambos en el mismo punto de tiempo o espacio. De los distintos métodos que utilizan este tipo de comparación, los que se conocen como **métodos de residuos más importantes** se basan en calcular la diferencia entre los puntos de datos observados y modelados. De entre los métodos de residuos más importantes, en este trabajo se ha propuesto la utilización de los siguientes:

- El criterio de error cuadrático medio (MSE) que previene la cancelación de errores positivos y negativos al elevar al cuadrado los residuos antes de calcular la media; esto implica que que todas las contribuciones sean positivas y se penalicen más fuertemente los errores grandes. La expresión general para calcular el error cuadrático medio es la siguiente:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (0, \infty) \quad (3.13)$$

siendo su valor ideal 0.

- El criterio de la raíz del error cuadrático medio (RMSE) que permite expresar la métrica del error en las mismas unidades que los datos originales. Tanto el MSE como el RMSE son funciones suavizadas (*smooth functions*) de los residuos, que es un requerimiento de muchos métodos de optimización.
- El criterio del error relativo. El utilizado es el error cuadrático medio relativo (MSRE). El error relativo o el sesgo relativo de un atributo predicho compara el error total con la suma de las observaciones de los atributos más allá del periodo temporal o las extensiones espaciales de interés.
- Métodos que se basan en la **preservación del patrón de datos**. Para algunos modelos también se ha calculado la autocorrelación de los residuos. Un valor significativo puede indicar comportamiento de un mal modelado. Entre éstos, se han utilizado el coeficiente de correlación y el coeficiente de determinación. El primero se usa para indicar cómo la variación de una variable se explica con una segunda o más variables. El coeficiente de determinación R^2 , también se le conoce como el modelo de eficiencia de Nash-Sutcliffe (NSE), indica lo bien que el modelo explica las varianzas en las observaciones, comparado con el uso de la media como predicción. Uno indica un modelo perfecto, cero indica que el rendimiento es peor que si solamente se usa la media. La expresión para calcularlo es la siguiente:

$$1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2} \quad (3.14)$$

3.4. Conclusiones

En este capítulo se han revisado los distintos métodos estadísticos y de minería de datos que se usarán para la caracterización tanto del espectro solar como del funcionamiento de sistemas fotovoltaicos. En el caso del espectro solar, la propuesta que se hace en este trabajo es la trabajar con las funciones de distribución de probabilidades acumuladas y utilizar el test de Kolmogorov-Smirnov para comprobar la homogeneidad de dos distribuciones. Este test es sensible a diferencias tanto en situación como en la forma de las funciones de distribución de probabilidades acumuladas de dos muestras puesto que detecta diferencias en la frecuencia central y en la dispersión y simetría de las muestras. Por ello, es uno de los métodos no paramétricos más adecuado para comparar dos muestras de este tipo.

Se han descrito además los distintos modelos que se utilizarán en la caracterización de los distintos parámetros que determinan los valores de la energía media del fotón en una distribución espectral de la radiación global. En concreto, los modelos propuestos son estadísticos, como regresión lineal multivariante, y de minería de datos, como son el algoritmo de clasificación de k-medias y redes neuronales artificiales. Por último se han descrito y clasificado las distintas métricas que se han propuesto en este trabajo para medir la bondad de los distintos modelos.

Bibliografía

- Abdul-Wahab, S., Bakheit, C., Al-Alawi, S., 2004. Principal component and multiple regression analysis in modelling of ground-level ozone and factors affecting its concentrations. *Environmental Modelling & Software* 20 (10), 1263–1271.
- Al-Alawi, S., Abdul-Wahab, S., Bakheit, C. S., 2006. Combining principal component regression and artificial neural networks for more accurate predictions of ground-level ozone. *Environmental Modelling & Software* 23 (4), 396–403.
- Ball, G. H., Hall, D. J., 1967. A clustering technique for summarizing multivariate data. *Behavioral Science* 12 (2), 153–155.
- Bennett, N. D., Croke, B. F., Guariso, G., Guillaume, J. H., Hamilton, S. H., Jakeman, A. J., Marsili-Libelli, S., Newham, L. T., Norton, J. P., Perrin, C., Pierce, S. A., Robson, B., Seppelt, R., Voinov, A. A., Fath, B. D., Andreassian, V., 2013. Characterising performance of environmental models. *Environmental Modelling & Software* 40 (0), 1 – 20.
- Biswas, S., Ahmad, S., Molla, M. K. I., Hirose, K., Nasser, M., 2008. Kolmogorov-smirnov test in text-dependent automatic speaker identification. *Eng Lett* 16 (4).
- Cao, F., Liang, J., 2011. A data labeling method for clustering categorical data. *Expert Systems with Applications* 38 (3), 2381 – 2385.
- Celebi, M. E., Kingravi, H. A., Vela, P. A., 2013. A comparative study of efficient initialization methods for the k-means clustering algorithm. *Expert Systems with Applications* 40 (1), 200–210.

- Darling, D. A., 1957. The kolmogorov-smirnov, cramer-von mises tests. *The Annals of Mathematical Statistics* 28 (4), pp. 823–838.
- Forgy, E., 1965. Cluster analysis of multivariate data: Efficiency versus interpretability of classification. *Biometrics* 21 (3), 768–769.
- Geraldo-Ferreira, A., Soria-Olivas, E., Gómez-Sanchis, J., Serrano-Lopez, A., Velázquez-Blazquez, A., López-Baeza, E., 2011. Modelling net radiation at surface using “in situ” netpyrradiometer measurements with artificial neural networks. *Expert Systems with Applications* 38, 14190–14195.
- Gottschalg, R., Infield, D., Kearney, M., 2003. Experimental study of variations of the solar spectrum of relevance to thin film solar cells. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 79, 527–537.
- Guisande González, C., Barreiro Felpeto, A., Maneiro Estraviz, I., Riveiro Alarcón, I., Vergara Castaño, A. R., Vaamonde Liste, A., 2006. *Tratamiento de datos*. Diaz de Santos, Madrid.
- Haykin, S., 1999. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, 2nd Edition. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, USA.
- Hilera, J. R., Martínez, V. J., 1995. *Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, Modelos Y Aplicaciones*. RA-MA Editorial.
- Jain, A. K., Murty, M. N., Flynn, P. J., Sep. 1999. Data clustering: A review. *ACM Comput. Surv.* 31 (3), 264–323.
- Jancey, R., 1966. Multidimensional group analysis. *Australian Journal of Botany* 14(1), pp:127–130.
- Lin, P.-C., Wu, B., Watada, J., 2010. Kolmogorov-smirnov two sample test with continuous fuzzy data. In: Huynh, V.-N., Nakamori, Y., Lawry, J., Inuiguchi, M. (Eds.), *Integrated Uncertainty Management and Applications*. Vol. 68 of *Advances in Intelligent and Soft Computing*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 175–186.

- MacQueen, J., 1967. Some methods for classification and analysis of multivariate observations. In: Proceedings of the fifth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability. California, USA, p. 14.
- Martín, N., Ruíz, J. M., 1999. A new method for the spectral characterization of pv modules. *Prog. Photovolt: Res. Appl.* 7, 299–310.
- Miller, L. H., 1956. Table of percentage points of kolmogorov statistics. *Journal of the American Statistical Association* 51 (273), pp. 111–121.
- Minemoto, T., Nakada, Y., Takahashi, H., Takakura, H., 2009. Uniqueness verification of solar spectrum index of average photon energy for evaluating outdoor performance of photovoltaic modules. *Solar Energy* 83 (8), 1294 – 1299.
- Myers, D. R., 2012. Direct beam and hemispherical terrestrial solar spectral distributions derived from broadband hourly solar radiation data. *Solar Energy* 86, 2771 – 2782.
- Piliouquine, M., Carretero Rubio, J., L., M. L., Sidrach de Cardona Ortin, M., 2011. Experimental system for current-voltage curve measurement of photovoltaic modules under outdoor conditions. *Progress in Photovoltaics*, 1–12.
- Rohatgi, V. K., Saleh, A. K. M. E., 2000. An introduction to probability and statistics. John Wiley & Sons, Inc., Ch. 2, pp. 717–725.
- Selim, S. Z., Ismail, M. A., 1984. K-means-type algorithms: A generalized convergence theorem and characterization of local optimality. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on PAMI-6* (1), 81–87.
- Siegel, S., 1957. Nonparametric statistics. *The American Statistician* 11 (3), 13–19.
- Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., 1999. *Probabilidad Y Estadística Para Ingenieros*, 6th Edition. Prentice Hall Hispanoamericana, México.
- Wang, J.-D., Liu, H.-C., 2011. An approach to evaluate the fitness of one class structure via dynamic centroids. *Expert Systems with Applications* 38 (11), 13764 – 13772.

Capítulo 4

Caracterización y Simulación de Espectros Reales

De los distintos parámetros que se han propuesto en la bibliografía que permiten caracterizar la distribución espectral de la radiación solar, en este trabajo se va a utilizar el valor de APE, que se define según la Ec. 4.1:

$$APE = \frac{\int_a^b E(\lambda)d\lambda}{q \cdot \int_a^b \Phi(\lambda)d\lambda} \quad (eV) \quad (4.1)$$

siendo:

$E(\lambda)$, la irradiancia espectral solar,

$\Phi(\lambda)$, el flujo de fotones y

q , la carga del electrón.

4.1. Revisión del estado del arte

A mediados de los años cincuenta empezó a utilizarse el concepto de energía media del fotón en estudios referentes a reacciones fotonucleares (Strauch, 1951) y fotodisociaciones del núcleo (Roos and Peterson, 1961). La aplicación a campos distintos al estudio del núcleo, los rayos γ , x... fue propuesta por el grupo de Ralph Gottschalg (Loughborough University), usando este índice como un parámetro

meteorológico aplicado al campo de la energía solar fotovoltaica y utilizándolo para caracterizar estadísticamente la irradiancia espectral (Williams et al., 2003).

De esta forma, de acuerdo a su definición, un valor de APE corresponde a una irradiancia espectral solar. Así Minemoto et al. (2009) demostraron que a un valor de APE le corresponde una distribución de irradiancia espectral con poca desviación estándar usando la metodología adoptada por la Comisión Electrotécnica Internacional en su norma IEC.60904-9 (2007). Esta metodología divide toda la longitud de onda del espectro en intervalos de 100 nm de ancho de banda.

En el trabajo realizado por Minemoto se utilizan intervalos de 50 nm trabajando con conjunto de espectros cuyos valores de APE se encuentran en un rango que va de 1,85 hasta 2,05 eV. Propone usar la media y la desviación estándar de estos valores de APE para decidir si dos espectros son iguales o no, comparando únicamente espectros con valores de APE similares y llegando a la conclusión de que a un valor de APE le corresponde únicamente una distribución de irradiancia espectral solar, aunque remarcan que la unicidad del APE solamente se ha verificado para los espectros capturados en una localización concreta y que es recomendable ampliar el análisis en otros lugares con distinta climatología y coordenadas de forma que se pueda confirmar la unicidad universalmente.

Como es sabido, el espectro cambia a lo largo del año, con lo que no es fácil usar fórmulas para el análisis de datos obtenidos en el exterior.

Williams et al. (2003) en su estudio basado en el método de condiciones realistas RRC –*Realistic Reporting Conditions*–, calculan la irradiancia equivalente AM 1.5 – $G_{AM1,5}$ – a partir de la irradiancia en el rango espectral visible y escalándola a la irradiancia estándar AM 1.5. De esta forma una irradiancia útil de 500 W/m² da lugar a una irradiancia equivalente $G_{AM1,5}$ de 781 W/m², teniendo en cuenta que en torno al 65 % de la irradiancia ocurre en el rango espectral de la luz visible (VIS). Esta corrección asume una respuesta espectral constante en el rango VIS, lo cual no es cierto, con lo que hay que realizar una corrección secundaria. Con esta corrección a $G_{AM1,5}$, una parte significativa del efecto espectral indeseado se elimina.

Williams dice que en ocasiones es necesario caracterizar la forma del espectro

con un único número y propone el valor de APE. Con este valor ya pueden evaluarse factores que tienen en cuenta la forma del espectro que serán incluidos en modelos de, por ejemplo, cálculo de rendimiento de módulos fotovoltaicos.

Un valor de APE elevado indica un desplazamiento a la zona “azul” del espectro, lo que significa que hay una mayor contribución de las longitudes de onda más bajas mientras que un valor más pequeño del APE significa que hay un desplazamiento al “rojo” o lo que es lo mismo una mayor contribución de las longitudes de onda más elevadas (Betts et al., 2004). Es por esto que un valor de APE puede orientar para conocer el tipo de atmósfera existente en un momento.

Cornaro and Andreotti (2012) proponen identificar las variaciones inducidas en el espectro solar por las condiciones medioambientales usando el índice APE. La caracterización espectral solar se realizó analizando datos espectrales tomados en un plano horizontal para identificar una posición de referencia del receptor, situado en la ciudad de Roma. Para ilustrar el efecto de las variaciones del espectro solar es útil definir un parámetro que represente el desplazamiento hacia el “azul” o el “rojo”. Para ello han escogido el índice APE haciendo hincapié en el hecho de que es un parámetro independiente del modelo al que se vaya aplicar teniendo una consideración más general que otros parámetros como puede ser la Fracción Util (UF) propuesta por Gottschalg et al. (2003). También mencionan la propiedad de unicidad con respecto al espectro que presenta el APE. En su estudio ilustran una aproximación a la evaluación de las propiedades espectrales de un lugar caracterizando el espectro por medio del índice APE como indicador cuantitativo de las variaciones espectrales solares a lo largo del día, la estación del año y las condiciones meteorológicas. Las conclusiones que sacan es que existen desplazamientos del espectro en función de los meses en que se estudian, así en julio obtienen un espectro más “azul” mientras que en diciembre este espectro está más desplazado al “rojo” observando que la relación entre espectro y APE se cumple, de forma que, un espectro más desplazado al “azul” tiene un valor de APE más elevado. Por otro lado también estudian las variaciones espectrales en un mismo día. Aseguran que el vapor de agua es menor por la mañana que por la tarde y de esta forma justifican el desplazamiento al “rojo” del espectro observado sistemáticamente

por la mañana, habiendo realizado la comparativa en días distintos del año y con espectros tomados con el mismo AM para tener independencia de su variación.

Como se ha descrito, cada espectro dará lugar a un APE concreto, sin embargo, no se puede concluir que cada APE sea unívoco de un espectro tal y como ya han señalado algunos autores, entre ellos Minemoto et al. (2009), puesto que el estudio está basado en la norma IEC.60904-9 (2007) que recomienda la división del espectro en intervalos de longitud de onda de 100 nm para su posterior procesado y comparación. En este capítulo se analiza si existe esta relación de reciprocidad real entre cada valor de APE y la forma del espectro que le corresponde.

Partiendo de una gran cantidad de espectros tomados durante más de un año en una misma localización se pretende caracterizar desde un punto de vista espectral la atmósfera de forma que los resultados obtenidos se puedan aplicar en modelos atmosféricos que sirvan para realizar predicciones lo más precisas posibles. Ya que aislar los espectros es muy complicado puesto que la amplitud depende del ángulo de incidencia con el que se esté midiendo la irradiancia espectral se va a aplicar una normalización en forma de función de distribución de probabilidad acumulada de manera que se pueda realizar una comparativa entre espectros.

4.2. Medidas experimentales

Para realizar este estudio se han capturado espectros cada minuto, todos los días durante más de un año en las instalaciones del laboratorio de energía solar fotovoltaica de la Universidad de Málaga utilizando para ello un dispositivo específico que captura espectros.

En concreto se ha usado el espectroradiómetro EKO MS-710 correctamente calibrado, ver Fig. 4.1. Éste es un espectroradiómetro de tecnología de silicio preparado para trabajar continuamente en exterior, expuesto a todo tipo de condiciones meteorológicas. Es un espectroradiómetro denominado de rejilla (del inglés *grating*) que proporciona un rango de medidas de espectro que abarca longitudes de onda en el rango de 330 a 1.050 nm, por lo que engloba las zonas del espectro visible (VIS) e infrarrojo cercano (NIR). Tiene un tiempo de exposición corto para

la realización de la medida que oscila entre 10 mseg y 5 seg, controlado automáticamente, con lo que se asegura un espectro fino y sin distorsión tanto en periodos con nubes como en días claros.



Figura 4.1: Imagen del espectroradiómetro utilizado

Posee una cúpula de cristal que ha sido limpiada diariamente para evitar la acumulación de polvo y otras posibles sustancias que pudieran afectar a los espectros medidos, además de alguna tarea de mantenimiento periódica que se le ha realizado.

Con este espectroradiómetro se han estado capturando espectros a diario independientemente de las condiciones atmosféricas desde noviembre de 2010 hasta junio de 2012, entre la salida y la puesta del sol a razón de un espectro cada minuto. El total de datos capturados supera los 400.000 espectros con una resolución espectral inferior a 8 nm en intervalos de longitud de onda de 0,75 nm.

4.2.1. Validación de datos

Para asegurar que a los espectros capturados no les influyen algunos efectos como pueden ser posibles reflexiones debidas al ángulo de incidencia o errores de coseno del espectroradiómetro, de acuerdo con lo señalado por Nann and Riordan (1991) se ha realizado un filtrado de datos de forma que solamente se utilizarán los valores de los espectros que se hayan medido para ángulos de altura solar superiores a 15° (Soto et al., 2006).

Para hacer este filtrado por altura solar, se ha utilizado la Ec. 4.2 descrita en Reda and Andreas (2004). Esta ecuación permite calcular el ángulo topocéntrico de elevación solar sin corrección por refracción atmosférica, e_o , para una superficie orientada en cualquier dirección.

$$e_o = \arcsin(\sin \varphi \cdot \sin \delta' + \cos \varphi \cdot \cos \delta' \cdot \cos H') \quad (4.2)$$

siendo:

φ , la latitud geocéntrica,

δ' , la declinación topocéntrica solar y

H' , el ángulo horario local solar.

Tras esta selección de irradiancias espectrales, necesaria para no introducir medidas que pudieran dar lugar a resultados distorsionados, han quedado alrededor de 280.000 espectros con los que seguir trabajando lo que corresponde a alrededor de un 70,0 % de los datos de partida.

4.3. Análisis de los valores de APE

A cada uno de los espectros medidos se le ha calculado el valor de APE utilizando la Ec. 4.1 y se han clasificado en función de este parámetro, agrupando según el valor de APE en sus dos primeras cifras decimales. Con estos datos se han calculado el histograma y la suma acumulada de los valores de APE estimados para todos los espectros medidos, ver Figs. 4.2.

Como puede observarse en esta figura la mayoría de los espectros tienen valores de APE en torno a 1,90 eV. Estos valores de APE resultan bastante altos respecto a los valores que se pueden consultar en trabajos previos y también respecto al valor de APE calculado a partir del espectro estándar AM 1.5, situado en 1,88 eV.

Esto tiene su explicación, en parte, porque Málaga es una ciudad costera con gran porcentaje de humedad relativa suspendida en el ambiente debido a la cercanía al mar.

Como ya se ha expuesto, un aumento de lo que se ha dado en llamar agua

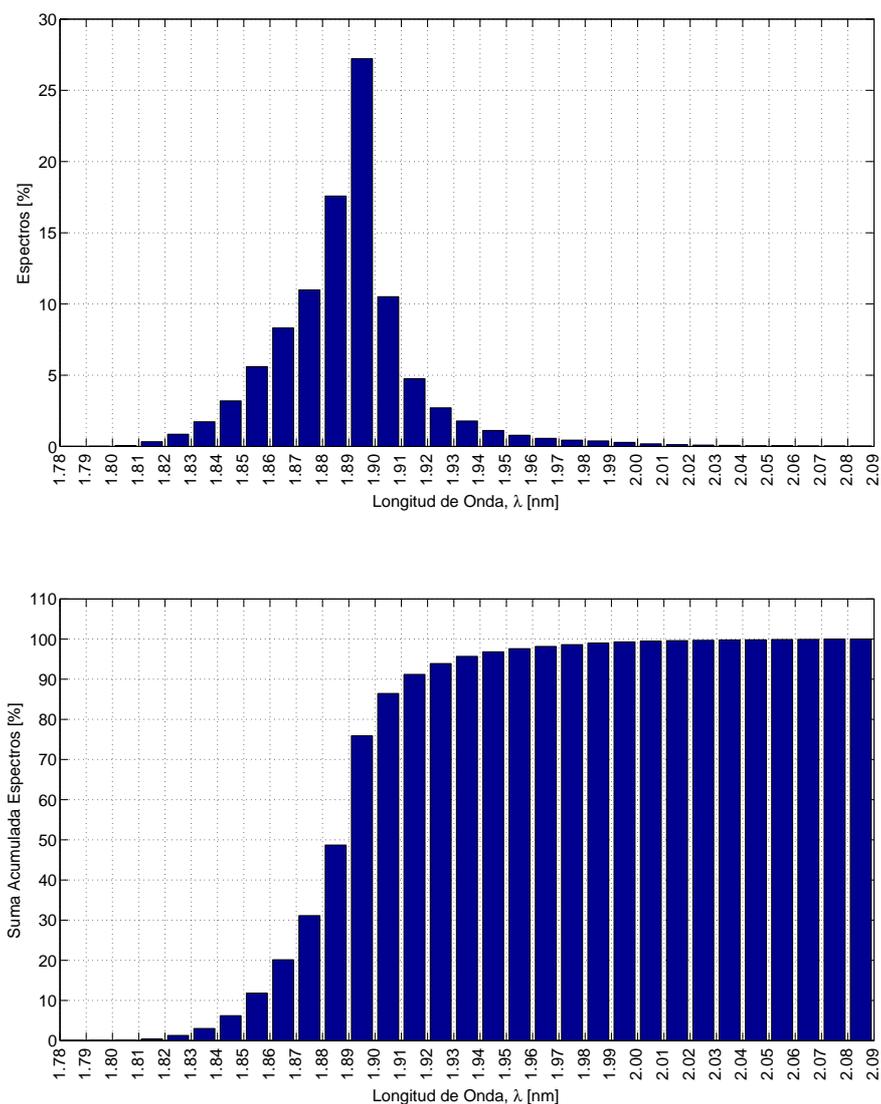


Figura 4.2: Espectros clasificados en función del APE, histograma y acumulado

precipitable (Jacovides et al., 1999) influye en el espectro y provoca que se atenúen las longitudes de onda más altas, lo que hace que la contribución de las longitudes de onda más bajas sea proporcionalmente mayor, obteniendo valores de APE más elevados debido a la normalización que se hace para calcular este valor de APE.

Por otro lado también hay que tener en cuenta que las condiciones medioam-

bientales en esta localidad no dan lugar a situaciones tales como nevadas o temperaturas por debajo de cero lo cual posiblemente afectará a los valores que caracterizan el APE en una zona concreta. El hecho de calcular valores más elevados de APE en los climas húmedos también ha sido corroborado en otras latitudes con clima más influenciado por la proximidad al mar, como se puede ver en Cornaro and Andreotti (2012). Esto no ocurre en otras localidades con climas más continentales caracterizados por una menor humedad ambiental, según se puede comprobar en la distribución de espectros en función de APE proporcionada en Nofuentes Garrido et al. (2012).

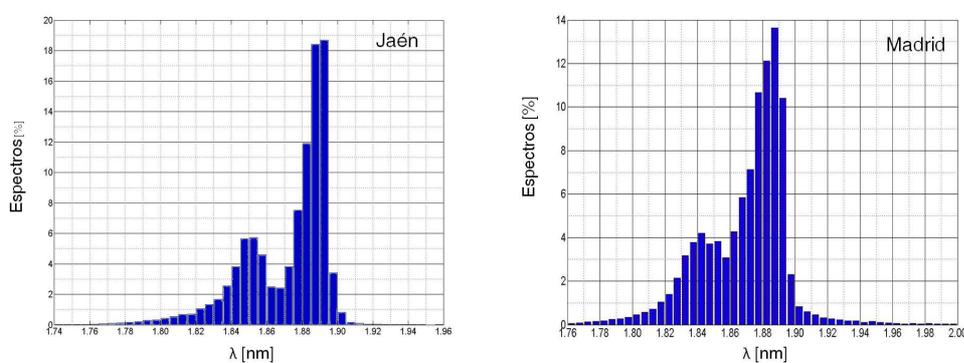


Figura 4.3: Espectros clasificados por APE en Jaén y Madrid

En las gráficas realizadas para Madrid y Jaén obtenidas por el CIEMAT y el grupo IDEA de la Universidad de Jaén se puede apreciar que la mayor concentración de espectros en función de su APE se encuentra en valores en torno a 1,89 eV, más bajos que los hallados para Málaga. También es de notar la forma que presenta la gráfica en torno a los 1,87 eV donde prácticamente no se recogen espectros, efecto que no se produce en los valores de APE calculados para la localidad de Málaga. Esto es posiblemente debido a la diferencia en el tipo de clima entre estas localidades. Las dos localidades cuyos datos se muestran en la Fig. 4.3 poseen un clima seco de interior, más continental, con mucha menos humedad y vapor de agua en el ambiente que Málaga. Este efecto está también documentado en la bibliografía, por ejemplo en los trabajos realizados por Ishii et al. (2011) y Sirisamphanwong and Ketjoy (2012).

4.4. Análisis cualitativo del espectro

De cara a poder dar unos valores de referencia para distintas longitudes de onda, en esta sección se presentan los valores de irradiancia total para distintos intervalos de longitud de onda. Para ello se han seguido las directrices de la norma IEC.60904-9 (2007) que proponen dividir el espectro en intervalos de longitud de onda con un salto de paso de 100 nm.

La cantidad de energía que en función de la longitud de onda para cada uno de los intervalos de APE se puede ver en la Tabla 4.1.

Como se puede observar en la tabla, el porcentaje de aporte de energía por longitud de onda es muy parecido cuando nos encontramos en rangos de APE cercanos. Así, si nos fijamos en la clase de APE [1,88, 1,89) eV veremos que la energía del espectro distribuida en las distintas longitudes de onda es muy similar a las clases de APE anterior y posterior, [1,87, 1,88) y [1,89, 1,90), hecho que se repite con todas las clases de APE. Este resultado parece indicar que la distribución de energía para distintos valores de APE puede ser también similar, de manera que, espectros con valores de APE en torno a $\pm 0,02$ eV se puedan considerar iguales.

Esta tabla es también muy interesante para recalcar un fenómeno que se ha explicado anteriormente y es el desplazamiento al “azul” o al “rojo” en función del valor de APE o lo que es lo mismo la cantidad de energía que aportan las longitudes de onda. En la tabla se ve claramente que a medida que el APE aumenta son las longitudes de onda más bajas las que aportan un porcentaje de irradiancia espectral más elevado. Por ejemplo, se ve que al fijar un valor de APE de 1,80 eV las longitudes de onda en el rango [350,450) nm aportan un 10,0 % de la irradiancia total mientras que para valores de APE de 2,00 eV el porcentaje de irradiancia aportada es del 20,0 %, el doble.

Capítulo 4. Caracterización y Simulación de Espectros Reales

| Intervalo APE (eV) | Salto de paso de λ (nm) | | | | | | | Suma |
|-----------------------|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|---------------|
| | 350-450 | 450-550 | 550-650 | 650-750 | 750-850 | 850-950 | 950-1050 | Total |
| 1,79-1,80 | 8,31 | 17,56 | 18,61 | 18,16 | 15,42 | 10,86 | 10,38 | ≈ 100 |
| 1,80-1,81 | 8,53 | 18,11 | 18,63 | 18,11 | 15,12 | 10,87 | 9,93 | ≈ 100 |
| 1,81-1,82 | 9,11 | 18,33 | 18,69 | 17,83 | 15,00 | 10,45 | 9,89 | ≈ 100 |
| 1,82-1,83 | 9,98 | 18,99 | 18,46 | 17,64 | 14,51 | 10,27 | 9,45 | ≈ 100 |
| 1,83-1,84 | 10,24 | 19,15 | 18,58 | 17,51 | 14,48 | 10,00 | 9,35 | ≈ 100 |
| 1,84-1,85 | 10,89 | 19,49 | 18,61 | 17,25 | 14,19 | 9,76 | 9,10 | ≈ 100 |
| 1,85-1,86 | 11,25 | 19,75 | 18,80 | 17,13 | 13,99 | 9,47 | 8,91 | ≈ 100 |
| 1,86-1,87 | 11,57 | 20,06 | 18,94 | 17,02 | 13,75 | 9,31 | 8,65 | ≈ 100 |
| 1,87-1,88 | 11,91 | 20,59 | 19,53 | 16,76 | 13,23 | 8,86 | 8,41 | ≈ 100 |
| 1,88-1,89 | 12,91 | 20,93 | 19,32 | 16,29 | 12,64 | 8,64 | 8,57 | ≈ 100 |
| 1,89-1,90 | 13,47 | 21,18 | 18,76 | 16,31 | 12,70 | 8,69 | 8,20 | ≈ 100 |
| 1,90-1,91 | 13,86 | 21,48 | 18,65 | 16,30 | 12,69 | 8,60 | 7,73 | ≈ 100 |
| 1,91-1,92 | 14,12 | 21,43 | 18,78 | 16,17 | 12,52 | 8,53 | 7,75 | ≈ 100 |
| 1,92-1,93 | 14,65 | 21,78 | 18,64 | 16,02 | 12,35 | 8,35 | 7,50 | ≈ 100 |
| 1,93-1,94 | 14,68 | 21,93 | 19,63 | 15,80 | 12,13 | 8,04 | 7,10 | ≈ 100 |
| 1,94-1,95 | 15,29 | 22,29 | 19,61 | 15,58 | 11,83 | 7,80 | 6,91 | ≈ 100 |
| 1,95-1,96 | 15,90 | 22,47 | 19,46 | 15,37 | 11,64 | 7,63 | 6,82 | ≈ 100 |
| 1,96-1,97 | 16,66 | 22,89 | 19,34 | 15,04 | 11,31 | 7,35 | 6,72 | ≈ 100 |
| 1,97-1,98 | 17,50 | 23,15 | 18,82 | 14,80 | 11,15 | 7,33 | 6,56 | ≈ 100 |
| 1,98-1,99 | 17,64 | 23,36 | 19,17 | 14,77 | 10,99 | 7,04 | 6,34 | ≈ 100 |
| 1,99-2,00 | 18,82 | 23,58 | 18,60 | 14,31 | 10,70 | 7,01 | 6,30 | ≈ 100 |
| 2,00-2,01 | 18,97 | 23,88 | 18,68 | 14,26 | 10,51 | 6,82 | 6,18 | ≈ 100 |
| 2,01-2,02 | 19,25 | 24,53 | 18,58 | 14,22 | 10,41 | 6,60 | 5,71 | ≈ 100 |
| 2,02-2,03 | 20,13 | 24,58 | 18,37 | 13,93 | 10,14 | 6,48 | 5,69 | ≈ 100 |
| 2,03-2,04 | 21,36 | 24,57 | 17,16 | 13,58 | 10,03 | 6,65 | 5,97 | ≈ 100 |
| 2,04-2,05 | 20,56 | 24,98 | 18,48 | 14,06 | 10,13 | 6,25 | 4,84 | ≈ 100 |
| 2,05-2,06 | 20,81 | 25,49 | 18,68 | 13,71 | 9,66 | 5,90 | 5,05 | ≈ 100 |
| 2,06-2,07 | 17,61 | 25,64 | 21,62 | 16,24 | 10,94 | 5,27 | 1,92 | ≈ 100 |
| 2,07-2,08 | 20,03 | 25,95 | 19,98 | 14,73 | 9,91 | 5,36 | 3,32 | ≈ 100 |
| 2,08-2,09 | 20,38 | 26,24 | 19,95 | 14,62 | 9,80 | 5,18 | 3,12 | ≈ 100 |
| 2,09-2,10 | 23,55 | 26,50 | 17,73 | 12,68 | 8,68 | 5,37 | 4,81 | ≈ 100 |

Tabla 4.1: Porcentaje de energía aportada por intervalo de λ para cada APE

4.5. Metodología propuesta para caracterizar el espectro solar

A continuación se muestra un diagrama de los pasos que se van a seguir en las siguientes secciones para caracterizar las curvas de irradiancia espectral solar con el objetivo de determinar cuantas curvas espectrales diferentes hay e identificar los parámetros que explican esas curvas, ver Fig. 4.4.

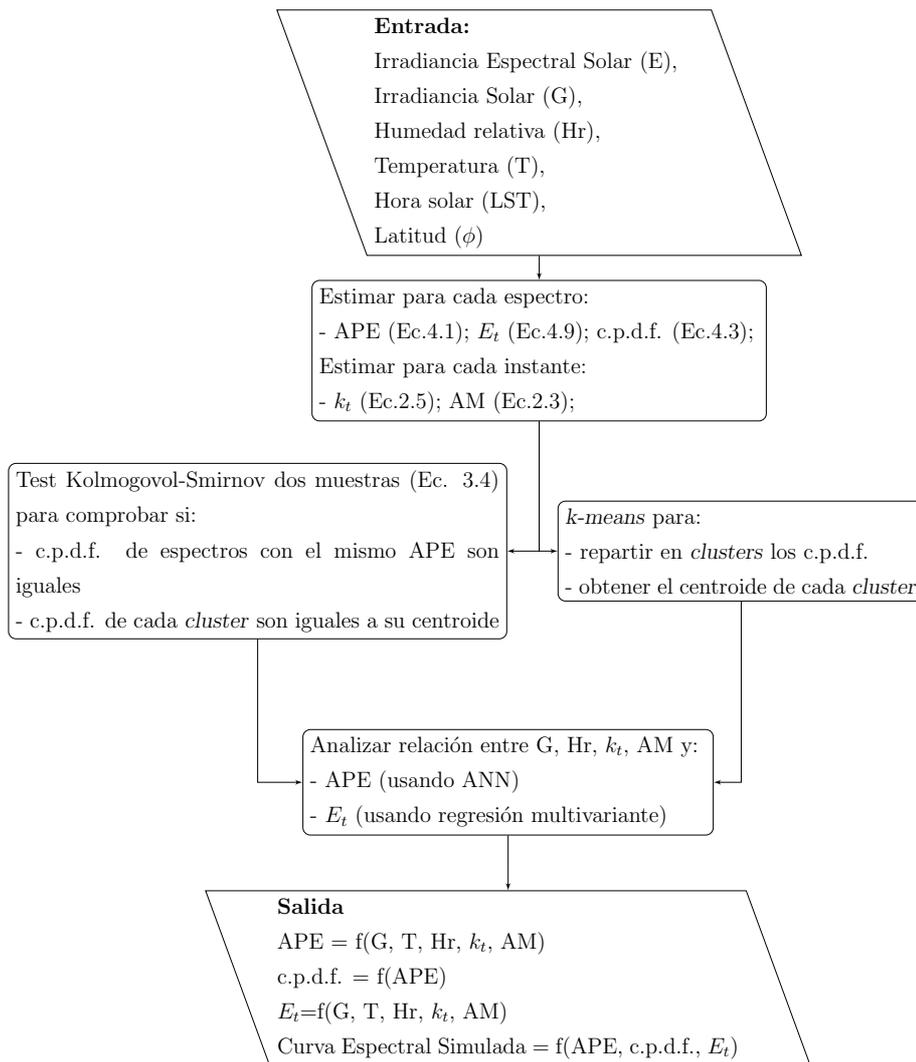


Figure 4.4: Procedimiento para caracterizar las curvas de irradiancia espectral

El objetivo de esta sección es analizar qué variables explican los distintos espectros solares medidos y analizar cuántos espectros diferentes hay. Es decir, analizar cuándo se puede concluir que dos espectros son similares desde el punto de vista de la distribución relativa de irradiancias para las distintas longitudes del espectro solar que presentan, aunque no necesariamente tengan la misma amplitud e intensidad absoluta.

En el caso de que sean similares, significará que corresponden a atmósferas con igual composición de elementos en suspensión por lo que tendrán las denominadas ventanas de radiación, provocadas por los absorbentes moleculares, colocadas en las mismas longitudes de onda. Estas ventanas son las que determinan la cantidad de irradiancia espectral que llegará a la superficie terrestre.

4.6. Distribución de probabilidad acumulada aplicada al espectro solar

La curva de distribución de valores de irradiancia espectral se puede considerar continua puesto que los espectros se han capturado con un salto de paso inferior a 0,80 nm. A partir de estos valores es posible calcular la función de distribución acumulada de valores de irradiancia espectral para las distintas longitudes de onda.

Para ver cómo se ha aplicado el concepto de función de distribución de probabilidad acumulada se muestran los valores de un espectro tomados en condiciones de sol real un día concreto, ver Fig. 4.5.(a).

Formalmente, si para un número real λ_j perteneciente al intervalo [350, 1050] –que corresponde a una de las longitudes de onda medidas– se define la Ec. 4.3 que permite calcular la función de distribución de los valores de intensidad de radiación solar para cada longitud de onda:

$$\hat{F}_X(\lambda_j) \equiv \sum_{\lambda_i=350}^{\lambda_j} \frac{E_{\lambda_i}}{E_T} \quad (4.3)$$

4.6. Distribución de probabilidad acumulada aplicada al espectro solar

donde:

$$E_T = \sum_{\lambda_i=350}^{1050} E_{\lambda_i} \quad (4.4)$$

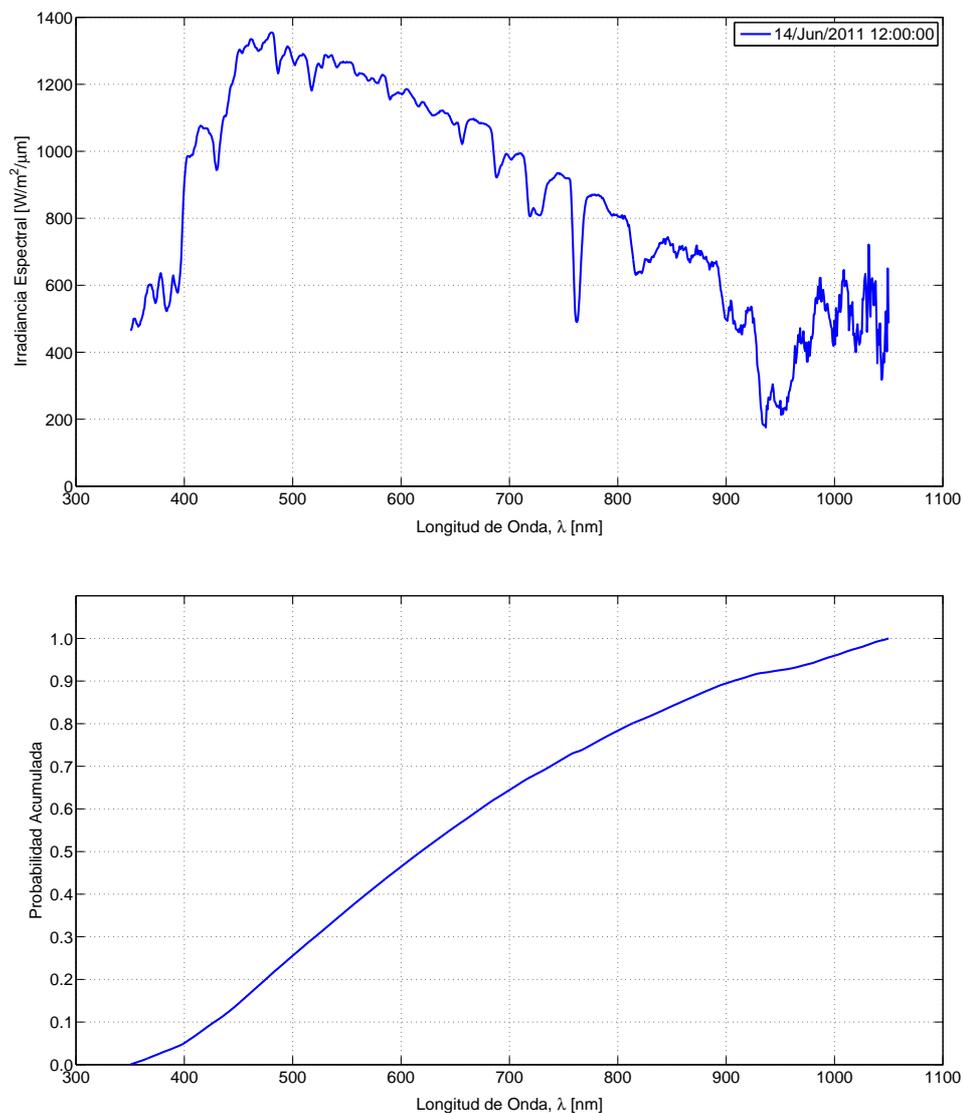


Figura 4.5: Espectro tomado en condiciones de sol real y su c.p.d.f.

Esta normalización se representa en la Fig. 4.5.(b), donde se aprecia que el resultado se encuentra en el rango $[0,1]$.

Para analizar si dos espectros son iguales se han calculado las funciones de distribución acumuladas de esos dos espectros. Estas funciones se comparan utilizando el test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras, que se describe a continuación.

4.6.1. Comparación de espectros, test de Kolmogorov- Smirnov

En este trabajo se propone la utilización de un test no paramétrico para comparar todas las medidas de irradiancia espectral de que se dispone. Los métodos utilizados hasta la fecha para comparar espectros se basan en las recomendaciones de la norma IEC.60904-9 (2007) que divide la distribución espectral de irradiancia en rangos de 100 nm. Estos métodos se limitan a realizar comparaciones para los valores totales de energía recibida en cada uno de estos intervalos, no para cada valor de irradiancia espectral registrada, ver el trabajo realizado por Mine-moto et al. (2009). A diferencia de estos métodos se propone realizar el estudio con diferenciales de longitud de onda que están en torno a 0,75 nm, de manera que se comparan los espectros de forma efectiva para cada una de las irradiancias espectrales registradas y no por intervalos.

Para este método se hace necesario utilizar la función distribución de probabilidad acumulada (c.p.d.f., del inglés *cumulative probability distribution function*) siguiendo las directrices del trabajo realizado por Massey Jr. (1951) donde se propone la utilización del test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras al ser el método más recomendable para comparar funciones de distribución de probabilidad. Se va a utilizar en este estudio dicho test para la comparación de los c.p.d.f. calculados a partir de los espectros medidos.

Para comprobar si dos espectros solares son iguales se realizan las comprobaciones que se detallan a continuación. Sean:

- $\{X_{\lambda_i}\}_{\lambda_1=350}^{\lambda_n=1050}$ y $\{Y_{\lambda_i}\}_{\lambda_1=350}^{\lambda_n=1050}$ los valores de las irradiancias espectrales solares para las diferentes longitudes de onda λ_i de ambas mediciones.
- $F_X(\cdot)$ y $F_Y(\cdot)$ las funciones de distribución de probabilidad acumulada (c.p.d.f.) de X e Y .

Ambas, $F_X(\cdot)$ y $F_Y(\cdot)$ se asumen como continuas. En ese caso, la hipótesis nula, que las dos funciones de distribución de probabilidades acumuladas son iguales, se expresa como:

$$H'_0 : F_X(\cdot) = F_Y(\cdot) \quad (4.5)$$

y la hipótesis general alternativa es, por tanto:

$$H_a : F_X(\cdot) \neq F_Y(\cdot) \quad (4.6)$$

No se hace ninguna presunción paramétrica sobre la forma de esas funciones de distribución de probabilidades acumuladas, c.p.d.f. A esto es a lo que se conoce como el “test de homogeneidad entre dos muestras”.

Espectros iguales

En esta sección se muestra el procedimiento que se propone utilizar con todos los espectros registrados, aplicado a dos curvas espectrales concretas que muestran la potencia del test de Kolmogorov-Smirnov para comparar espectros de irradiación solar. A modo de ejemplo se pueden ver en la Fig. 4.6 dos espectros con valores de APE en el rango [1,88, 1,89) eV.

Existen ciertos procedimientos para normalizar espectros, como los propuestos por Minemoto et al. (2007) y Cornaro and Andreotti (2012), que consisten en normalizar el espectro al valor de irradiancia en la longitud de onda de 560 nm puesto que este valor se ve menos afectado por las condiciones medioambientales, principalmente los relacionados con el vapor de agua contenido en la atmósfera. Este mismo procedimiento usa Nann and Carol (1990) pero utilizando el valor de irradiancia espectral solar en la longitud de onda de 630 nm que tampoco se ve afectado por los efectos de atenuación más típicos.

Otro procedimiento de normalización que permita comparar dos espectros consiste en normalizar cada una de las amplitudes de la longitud de onda por el área total del espectro, o lo que es lo mismo, la integral de la irradiancia espectral (Fabe-ro and Chenlo, 1991), valor que corresponde con la irradiancia puntual en el rango de longitudes de onda en que estamos trabajando, según la Ec. 4.7. Esta forma de

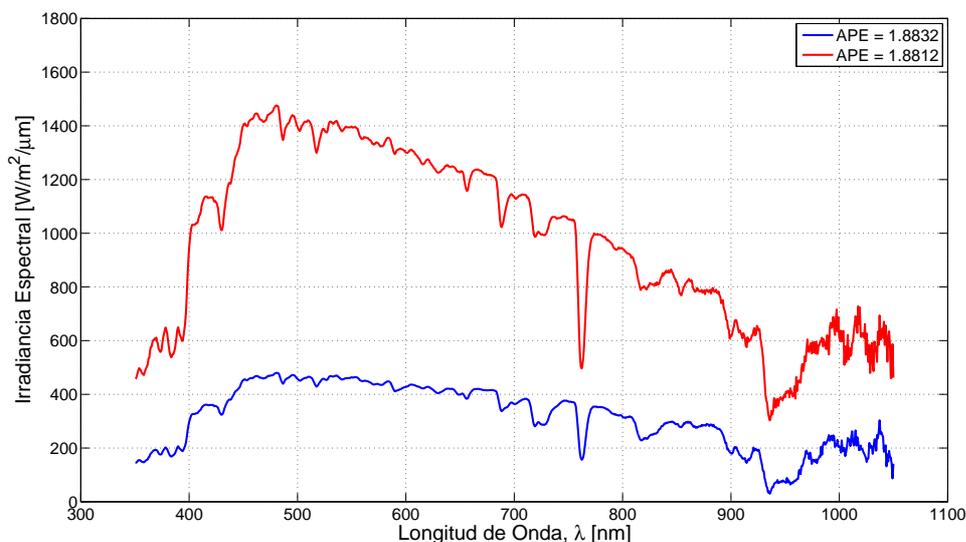


Figura 4.6: Espectros similares con igual valor de APE

normalización asegura que la suma de las amplitudes espectrales normalizadas es igual a 1.0.

$$E'(\lambda) = \frac{E(\lambda)}{E_0} \quad (4.7)$$

siendo:

$$E_0 = \int_{350}^{1050} E(\lambda) d\lambda \quad (4.8)$$

Partiendo de la Ec. 4.7 se han normalizado los espectros de la Fig. 4.6 dando como resultado la Fig. 4.7.

Observando la intensidad de irradiancia que se alcanza en cada longitud de onda se podría pensar que ambos espectros son diferentes puesto que la amplitud es distinta. Y aunque tienen una forma similar no se puede concluir que tengan exactamente la misma forma de irradiancia espectral. Para poder analizar si hay o no diferencias en las formas de estas curvas se calculan las funciones de distribución de probabilidad acumuladas de los espectros de la Fig. 4.6 utilizando la Ec. 4.3. Estas funciones se muestran a continuación, ver Fig. 4.8.

Si se cumple la hipótesis nula (Ec. 4.5) significa que ambas muestras tienen la

4.6. Distribución de probabilidad acumulada aplicada al espectro solar

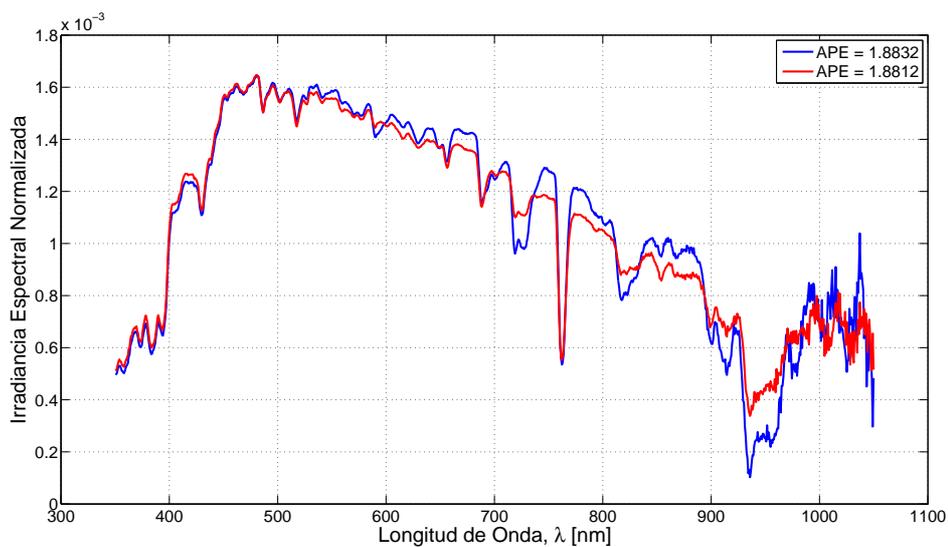


Figura 4.7: Espectros similares con igual APE normalizados

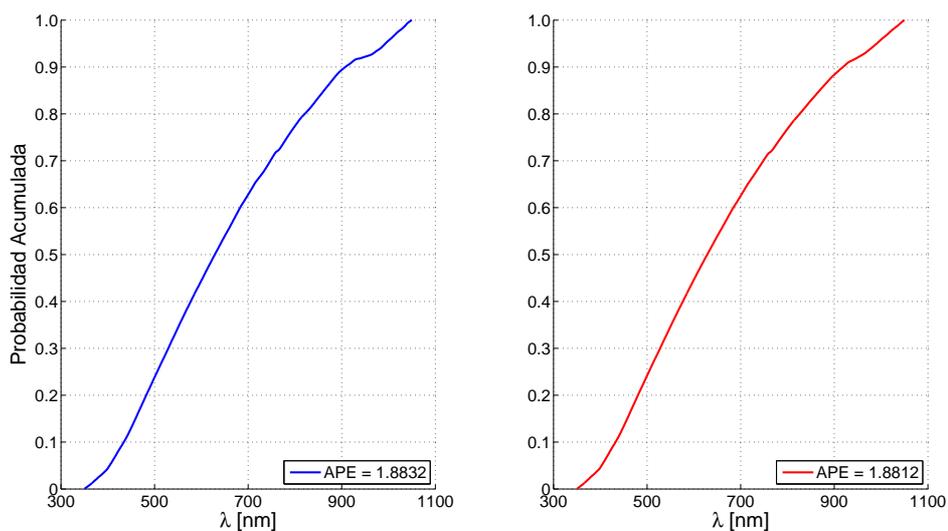


Figura 4.8: c.p.d.f. de espectros similares con igual APE y su superposición

misma función de distribución. En la Fig. 4.9 se ven ambas funciones de distribuciones de probabilidad acumulada superpuestas:

Viendo la superposición de ambas funciones de distribución acumulada se en-

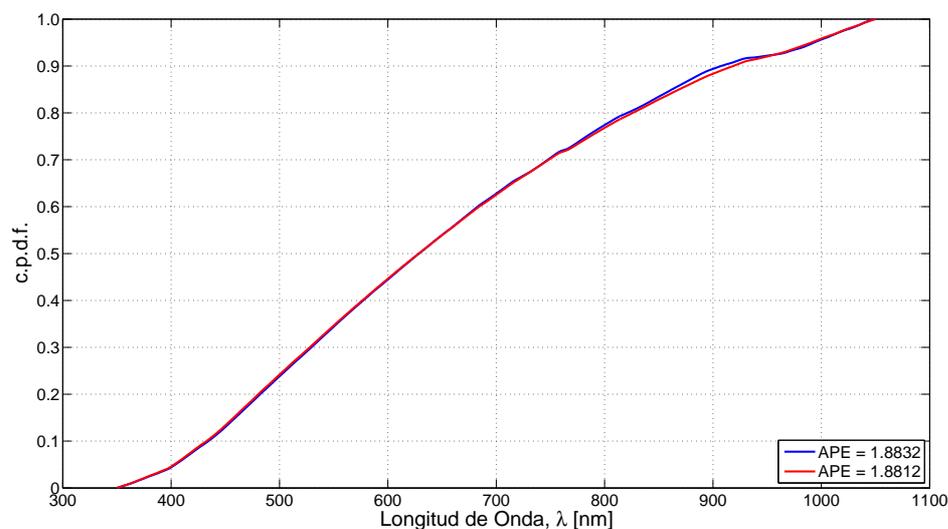


Figura 4.9: c.p.d.f. superpuestas de espectros similares con igual APE

tiende que para el caso concreto que se está analizando se cumple la hipótesis nula H'_0 , con lo que estamos en disposición de afirmar que ambos espectros se pueden considerar iguales, o lo que es lo mismo, las irradiancias de luz extraterrestre atraviesan la misma composición atmosférica dando lugar a espectros equivalentes.

Aunque a simple vista puede apreciarse que el solapamiento de las curvas no es total con lo que se podría pensar que no estamos ante espectros similares, puesto que la amplitud de la irradiancia espectral es distinta, el test confirma que ambos espectros son iguales (con un nivel de significancia 0,05), con la misma contribución relativa de energía y las ventanas espectrales colocadas en las mismas posiciones de longitud de onda.

La confirmación matemática de que los espectros son iguales se realiza a partir de la Ec. 3.7 y se puede ver el resultado en la Fig. 4.10 donde se aprecia claramente que no se supera el valor límite correspondiente al nivel de confianza fijado para considerar ambos espectros como distintos.

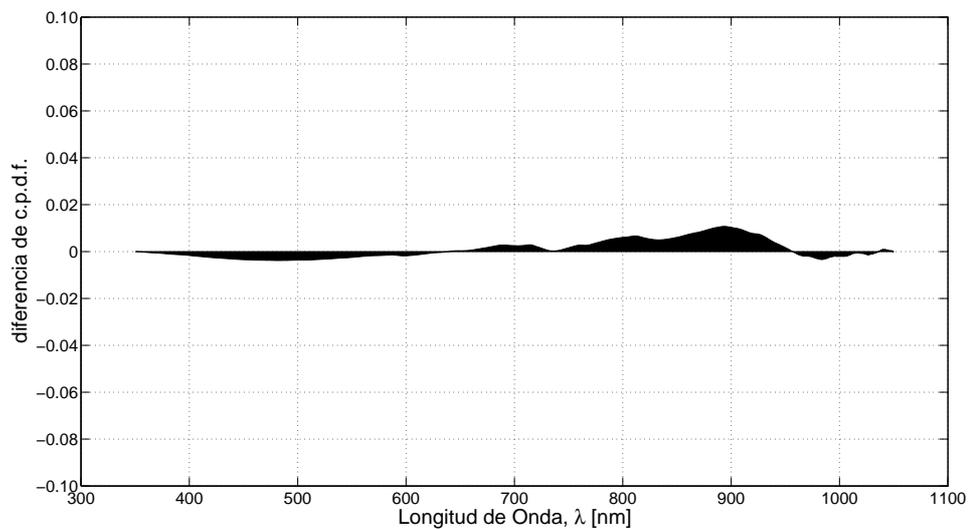
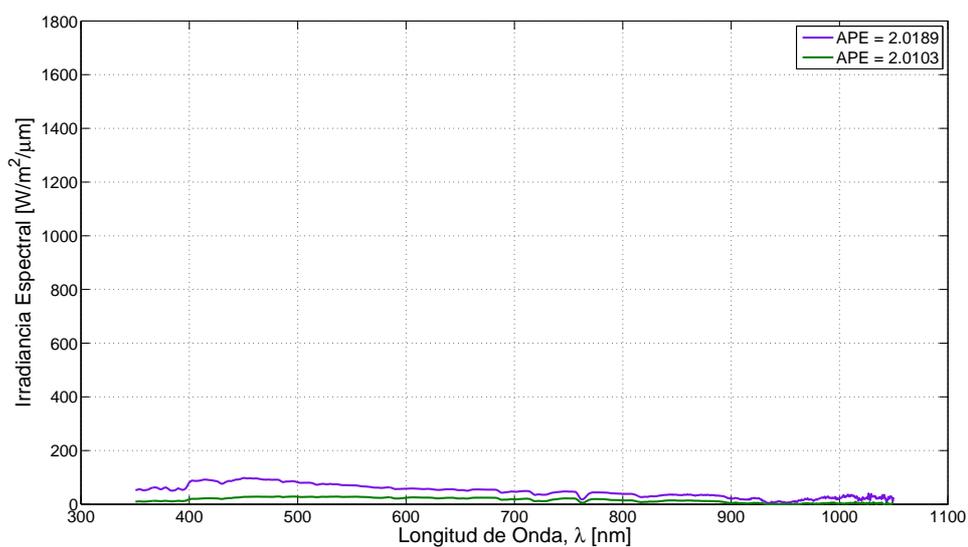


Figura 4.10: Diferencias de c.p.d.f. para espectros similares con igual APE

Espectros distintos

Para comprobar que el test funciona y es capaz de detectar espectros distintos, en esta sección se muestran dos espectros que tienen un valor de APE similar pero que corresponden a dos distribuciones espectrales diferentes, ver Figs. 4.11.



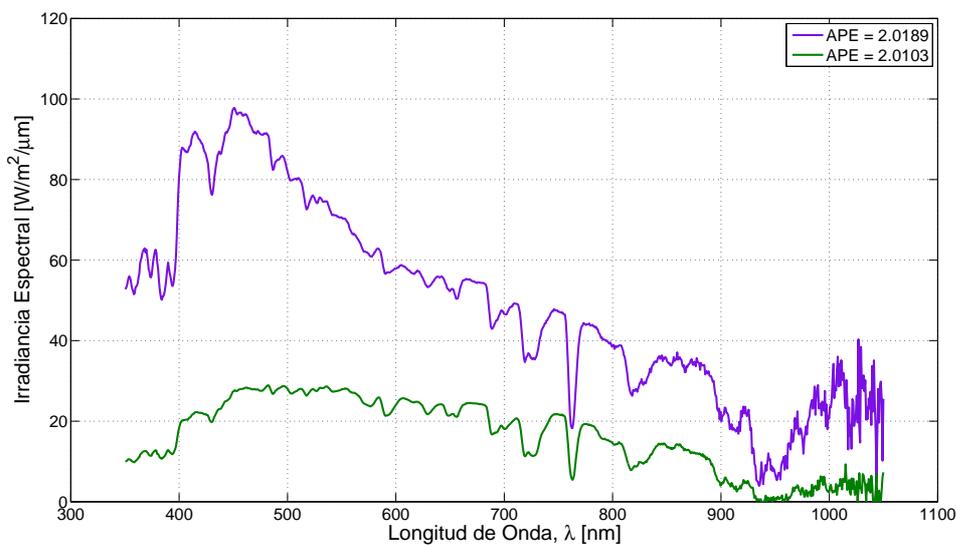


Figura 4.11: Espectros distintos con igual valor de APE y detalle

Los espectros normalizados utilizando la Ec. 4.7 quedan como se ve en la Fig. 4.12.

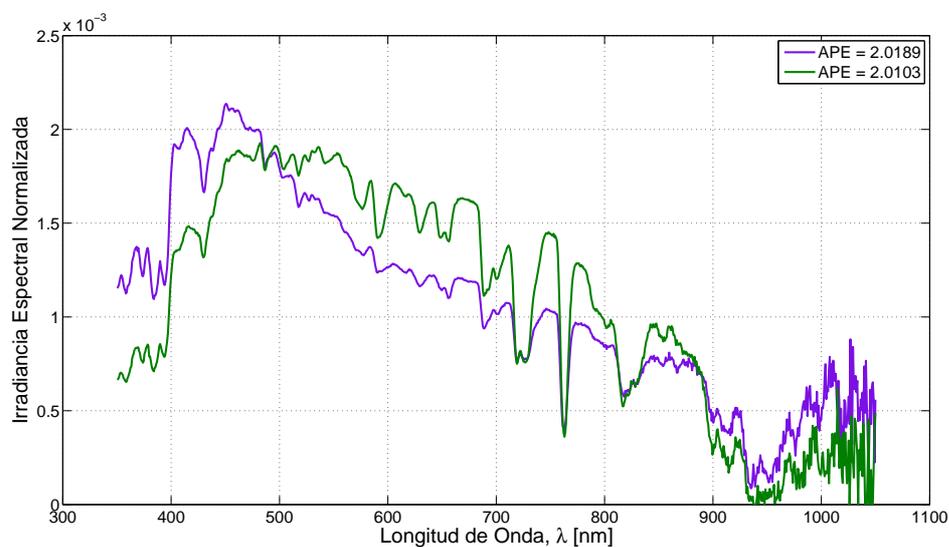


Figura 4.12: Espectros distintos con igual APE normalizados

Las funciones distribución de probabilidad acumuladas de estos espectros se

4.6. Distribución de probabilidad acumulada aplicada al espectro solar

pueden ver en las Figs. 4.13.(a) Se puede notar visualmente que las curvas son ligeramente distintas, cosa que se aprecia de forma más clara tras realizar la superposición de ambas (Fig. 4.13.(b)).

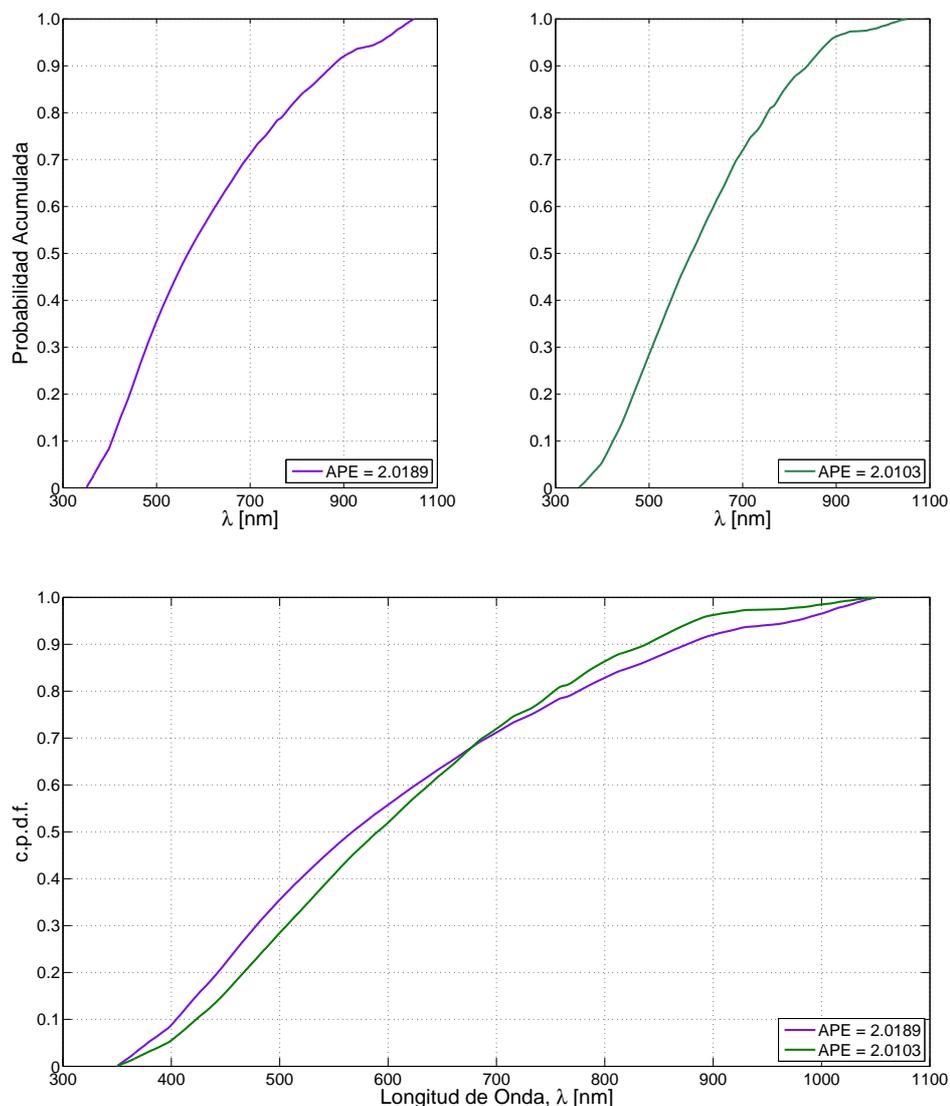


Figura 4.13: c.p.d.f. y superposición de espectros distintos con igual APE

Se ha calculado la diferencia de las funciones distribución de probabilidad para cada una de las longitudes de onda según la Ec. 3.7 y se muestra el resultado en

la Fig. 4.14.

En este caso se ve que las funciones distribución de probabilidad acumuladas no son iguales puesto que la distancia entre ellas es muy grande, con lo que se rechaza la hipótesis nula y los espectros son considerados distintos (nivel de significación utilizado: $\alpha=0,05$).

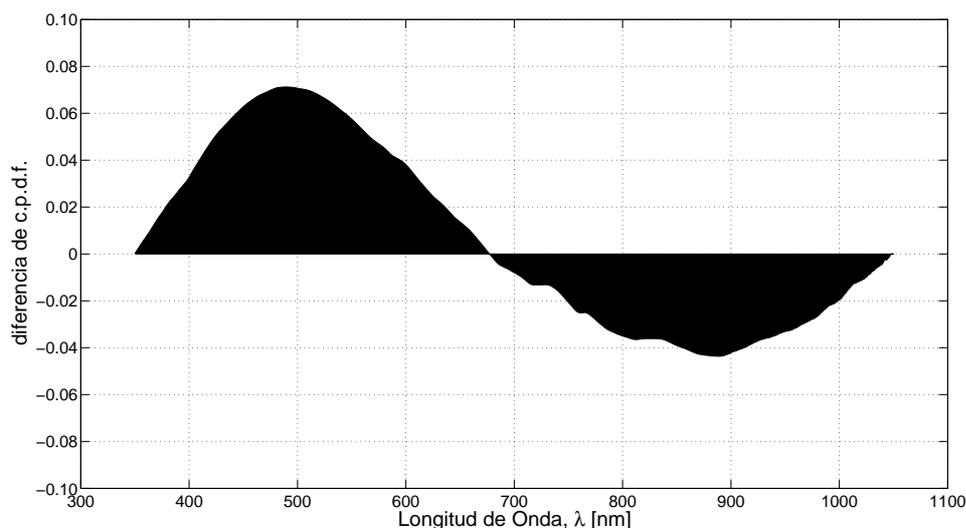


Figura 4.14: Diferencias de c.p.d.f. para espectros distintos con igual APE

Aunque por ahora no se ha hecho distinción de espectros en función del tipo de día, ya sea día claro o nublado, observando la Fig. 4.11.(a) se puede ver que las amplitudes espectrales son muy bajas y no superan los $100 W/m^2/\mu m$ lo que indica que corresponden a días nublados, cosa que también se puede deducir del valor tan elevado de APE, ya que como se ha indicado anteriormente el efecto de las nubes provoca una atenuación en las longitudes de onda altas lo que conlleva a un desplazamiento a la zona “azul” del espectro. Podría pensarse que valores tan bajos de irradiancia espectral son debidos a la posición altura solar, pero ambas medidas han sido tomadas alrededor de las 15:00 hora solar, en los meses de noviembre y diciembre.

4.6.2. Comparación de espectros con valores similares de APE utilizando todo el espacio muestral

En la comparación de los espectros que tienen valores similares de APE se van a seguir los siguientes pasos:

- Calcular el APE de cada uno de los espectros.
- Agrupar los espectros en función del APE para un salto de paso de 0,01 eV.
- Hallar la función distribución de probabilidad de cada espectro.
- Los espectros que se encuentren en el mismo rango de APE se les aplica el test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras.

Es decir, se han agrupado los espectros que tienen el mismo APE en intervalos de 0,01 eV. Posteriormente se ha aplicado un proceso de normalización de los espectros calculando la función de distribución de probabilidad acumulada (c.p.d.f.) de cada irradiancia espectral con la finalidad de poder realizar la comparación entre espectros.

Así pues, inicialmente se agrupan los espectro que tengan el mismo valor de APE en las primeras dos cifras decimales, ver Fig. 4.2.(a). De esta manera los casi trescientos mil espectros con que se cuenta inicialmente se clasifican en una treintena de grupos, lo cual nos permite sacar las primeras impresiones tales como que más de dos terceras partes de las irradiancias espectrales capturadas se encuentran por encima del valor fijado como referencia estándar, ver Fig. 4.2.(b), produciéndose un desplazamiento a la zona “azul” del espectro, efecto claramente provocado por un clima con gran cantidad de humedad relativa en el ambiente.

Tras aplicar el test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras a los espectros de cada grupo (comparando dos a dos todos los espectro del grupo), se han obtenido los resultados que se muestran en la Tabla 4.2. Hay que tener en cuenta que para este análisis se han quitado todos los espectros medidos con una altura solar inferior a 15° , calculada según se detalla en la Ec. 4.2.

Después de realizar el filtrado por altura solar, han quedado aproximadamente el 70,0% de los espectros que había inicialmente. Cada irradiancia espectral se ha comparado con el resto de espectros que se encuentran en su mismo intervalo (intervalos de 0,01 eV) utilizando el test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras, fijando un nivel de significación α de 0,05, que es el valor típicamente utilizado. El resultado puede verse en la Tabla 4.2.

La columna *Diferencia máxima* detalla la máxima distancia que se ha encontrado entre dos curvas en cada uno de los intervalos. En los intervalos en los que esa diferencia máxima es menor que el estadístico teórico de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras, para todos los pares de curvas comparados, se concluye que todas las c.p.d.f. son iguales, con un nivel de confianza de 0,05. En el caso de que uno o más pares de curvas presenten una diferencia mayor, la última columna de la tabla muestra el porcentaje de curvas que son iguales respecto al total de curvas comparadas.

Si vemos la distribución en función de los valores de APE (segunda columna de la tabla) se aprecia que la mayor parte se agrupa en el rango [1,89, 1,91) eV, ver también Figs. 4.2. Esto quiere decir que en la localización en que se han capturado los espectros nos encontramos por encima del espectro estándar AM 1.5 (1,88 eV). La anterior tabla se puede ver también gráficamente en la Fig. 4.15

4.6. Distribución de probabilidad acumulada aplicada al espectro solar

| Intervalo APE (eV) | Nº total espectros | Diferencia máxima (α) | % Espectros iguales |
|--------------------|--------------------|--------------------------------|---------------------|
| 1,79-1,80 | 20 | 0,024 | 100 |
| 1,80-1,81 | 64 | 0,026 | 100 |
| 1,81-1,82 | 186 | 0,027 | 100 |
| 1,82-1,83 | 946 | 0,027 | 100 |
| 1,83-1,84 | 2.410 | 0,028 | 100 |
| 1,84-1,85 | 4.892 | 0,028 | 100 |
| 1,85-1,86 | 9.023 | 0,029 | 100 |
| 1,86-1,87 | 15.832 | 0,029 | 100 |
| 1,87-1,88 | 23.491 | 0,029 | 100 |
| 1,88-1,89 | 31.031 | 0,047 | 100 |
| 1,89-1,90 | 49.632 | 0,048 | 100 |
| 1,90-1,91 | 76.855 | 0,049 | 100 |
| 1,91-1,92 | 29.675 | 0,055 | 99,99 |
| 1,92-1,93 | 13.433 | 0,055 | 99,99 |
| 1,93-1,94 | 7.655 | 0,044 | 100 |
| 1,94-1,95 | 5.047 | 0,049 | 100 |
| 1,95-1,96 | 3.160 | 0,055 | 99,99 |
| 1,96-1,97 | 2.219 | 0,053 | 99,99 |
| 1,97-1,98 | 1.601 | 0,061 | 99,94 |
| 1,98-1,99 | 1.252 | 0,057 | 99,91 |
| 1,99-2,00 | 1.096 | 0,065 | 99,28 |
| 2,00-2,01 | 804 | 0,068 | 97,75 |
| 2,01-2,02 | 516 | 0,071 | 97,09 |
| 2,02-2,03 | 368 | 0,072 | 95,57 |
| 2,03-2,04 | 271 | 0,076 | 87,65 |
| 2,04-2,05 | 213 | 0,078 | 79,83 |
| 2,05-2,06 | 151 | 0,082 | 74,10 |
| 2,06-2,07 | 159 | 0,087 | 69,35 |
| 2,07-2,08 | 118 | 0,088 | 61,68 |
| 2,08-2,09 | 104 | 0,092 | 62,34 |
| 2,09-2,10 | 94 | 0,094 | 56,97 |

Tabla 4.2: Comparación c.p.d.f. de todos los espectros en cada clase de APE

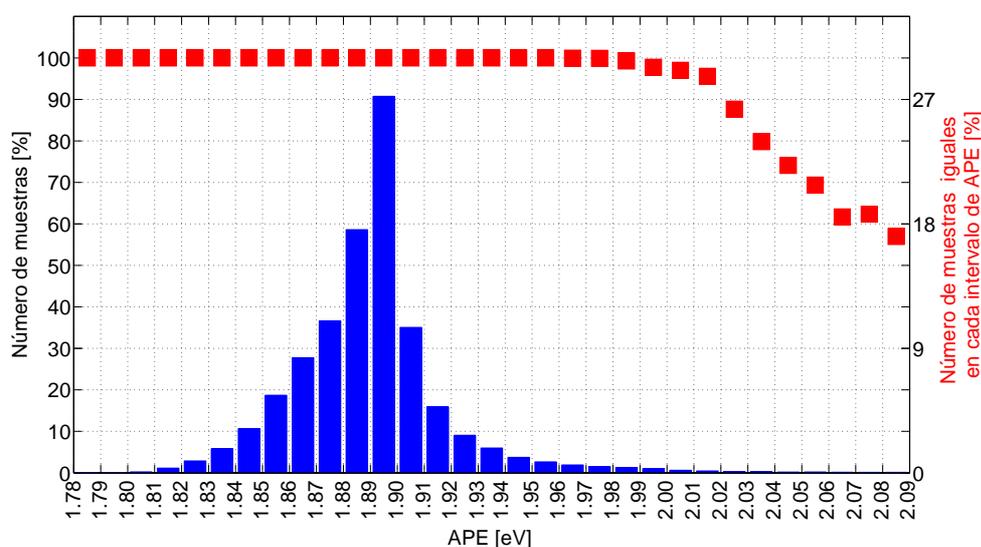


Figura 4.15: Porcentaje de espectros iguales

En los resultados obtenidos se observa que, los espectros cuyo valor de APE coinciden en las dos primeras cifras decimales son prácticamente iguales excepto para valores de APE muy altos, por encima de 2,00 eV, en que ésta relación se sigue dando pero en menor medida ya que aparecen espectros que no superan el test aún teniendo el mismo valor de APE. El número de espectros que se encuentran en valores tan altos, en el intervalo [2,00, 2,09), representan únicamente el 1,0 % de todos los espectros capturados y aunque pueden efectivamente corresponder a distribuciones distintas, también podrían deberse a errores de medida, fallos en el aparataje o mediciones con inusuales ventanas de radiación producidas por las condiciones atmosféricas y las nubes. A priori no se han descartado estas medidas.

4.6.3. Comparación de espectros con valores distintos de APE utilizando todo el espacio muestral

Teniendo en cuenta estos resultados se va a analizar la similitud de la distribución de los valores de irradiancia espectral para distintos valores de APE con lo que se van a comparar, utilizando el mismo criterio estadístico, todos los espectros.

| % igual | 1,82 | 1,83 | 1,84 | 1,85 | 1,86 | 1,87 | 1,88 | 1,89 | 1,90 | 1,91 | 1,92 | 1,93 | 1,94 | 1,95 | 1,96 | 1,97 | 1,98 | 1,99 | 2,00 | 2,01 | 2,02 | 2,03 | 2,04 | 2,05 | 2,06 | 2,07 | 2,08 | 2,09 |
|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1,81 | - | 100 | 100 | 100 | 99,8 | 78,4 | 10,4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,82 | - | - | 100 | 100 | 100 | 100 | 86,3 | 11,3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,83 | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 100 | 83,1 | 11,2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,84 | - | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 100 | 83,7 | 27 | 0,1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,85 | - | - | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 99,9 | 92,7 | 46,9 | 0,4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,86 | - | - | - | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 100 | 97,9 | 42,1 | 3,3 | 0,1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,87 | - | - | - | - | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 100 | 95,7 | 53,4 | 9,4 | 0,6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,88 | - | - | - | - | - | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 99,9 | 95,9 | 56,2 | 20,9 | 1,3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,89 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 99,8 | 94,6 | 70,7 | 29,5 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,90 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 99,9 | 95,2 | 62,1 | 34,7 | 5,8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,91 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 99,5 | 91,3 | 63,6 | 34 | 4,1 | 0,1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,92 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 99,9 | 93,8 | 69,8 | 29,7 | 2,8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,93 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 100 | 100 | 100 | 98,9 | 90,3 | 64,8 | 22,4 | 0,7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,94 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 100 | 100 | 99,8 | 96,2 | 86 | 58,9 | 19,8 | 1,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,95 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 99,9 | 99,3 | 97,9 | 92,9 | 77,6 | 48,4 | 14,3 | 0,8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,96 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 99,8 | 99,1 | 96,3 | 86,3 | 69,9 | 46 | 13,7 | 0,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,97 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 99,8 | 98,3 | 91,3 | 76,9 | 63,6 | 40,9 | 13,2 | 0,6 | 0 | 0 | 0 |
| 1,98 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 98,9 | 94,2 | 81,9 | 69 | 57,7 | 38,3 | 14,1 | 0,6 | 0 | 0 |
| 1,99 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 98,6 | 93,3 | 81,7 | 71,4 | 57,3 | 43,9 | 10,1 | 0 | 0 |
| 2,00 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 95,7 | 87,6 | 78,6 | 67,8 | 58,3 | 36,8 | 11,1 | 0,3 |
| 2,01 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 93,3 | 87,2 | 79,2 | 69 | 52,6 | 35,9 | 9,9 |
| 2,02 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 90 | 82,5 | 76,4 | 64,9 | 53,1 | 32,1 |
| 2,03 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 82,5 | 81,2 | 72,3 | 62,3 | 45,5 |
| 2,04 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 78,7 | 76,3 | 69,4 | 54,3 |
| 2,05 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 73,3 | 69,4 | 65,2 |
| 2,06 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 66,9 | 68 |
| 2,07 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 62,3 |
| 2,08 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

Tabla 4.3: Porcentaje de espectros distintos por intervalos de valores de APE

Puesto que el número de espectros registrados es muy grande, para realizar esta comparación se han seleccionado de forma aleatoria 100 espectros de cada uno de los intervalos de APE considerados y se han comparado con los 100 espectros de todos los otros intervalos dando lugar a los resultados que se muestran en la Tabla 4.3.

Analizando la Tabla 4.3 se puede observar que espectros con un APE en torno a $\pm 0,02$ eV se pueden considerar iguales para un gran número de muestras analizadas puesto que casi el cien por cien de las distribuciones espectrales son iguales entre sí.

4.6.4. Conclusiones sobre la similitud de espectros

De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede afirmar que si se conoce el valor del APE se puede conocer la contribución relativa de irradiancia para cada longitud de onda, es decir, existe una relación biunívoca entre los valores de APE y la forma de las distribuciones relativas del espectro solar.

A tenor de los resultados obtenidos en que los espectros con valores de APE cercanos tienen la misma contribución y poseen la misma función densidad de probabilidad acumulada, parece conveniente continuar el estudio en la línea de la agrupación. Puesto que se ha concluido que los espectros que tienen un mismo valor de APE son iguales vamos a ver si espectros con distinto valor de APE también lo son como parecen sugerir los resultados mostrados en la Tabla 4.3.

Por ejemplo, en la Fig. 4.16.(a) se han representado dos espectros con distinto valor de APE. Tras normalizar ambos espectros conforme a la Ec. 4.7 queda como sigue en la Fig. 4.16.(b).

A simple vista ya se pueden sacar algunas conclusiones: la primera es que el espectro con mayor valor de APE tiene una mayor contribución en las longitudes de onda más bajas, presentando el desplazamiento al “azul”, la segunda es que a pesar del desplazamiento al “azul” o al “rojo” de cada espectro, las ventanas de radiación están situadas en las mismas longitudes de onda con lo que posiblemente provengan de atmósferas con la misma composición y puedan considerarse iguales.

Para confirmar si ambos espectros son iguales y cumplen el estadístico H'_0

4.6. Distribución de probabilidad acumulada aplicada al espectro solar

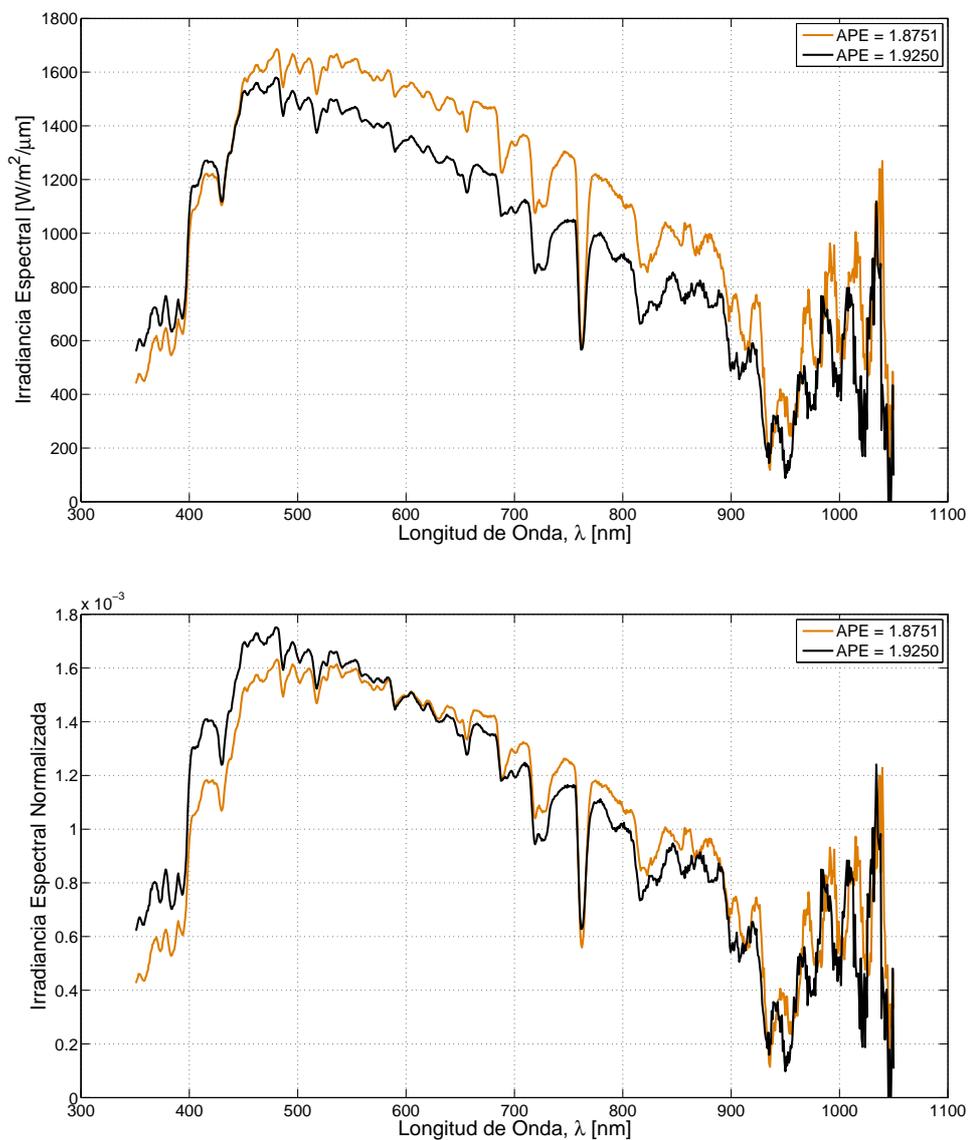


Figura 4.16: Espectros similares con distinto valor de APE

se ha realizado la función de distribución de probabilidad acumulada de ambos espectros, ver Fig. 4.17.(a).

Como era de esperar las funciones densidad de probabilidad de ambos espectros son muy parecidas, pero existe cierta distancia entre ellas. Tras aplicarle el test de homogeneidad para dos muestras se corrobora que se cumple la hipótesis nula,

H'_0 , con el nivel de significancia α fijado en 0,05, con lo que se van a considerar iguales. La distancia entre las muestras se puede ver a continuación, Fig. 4.17.(b):

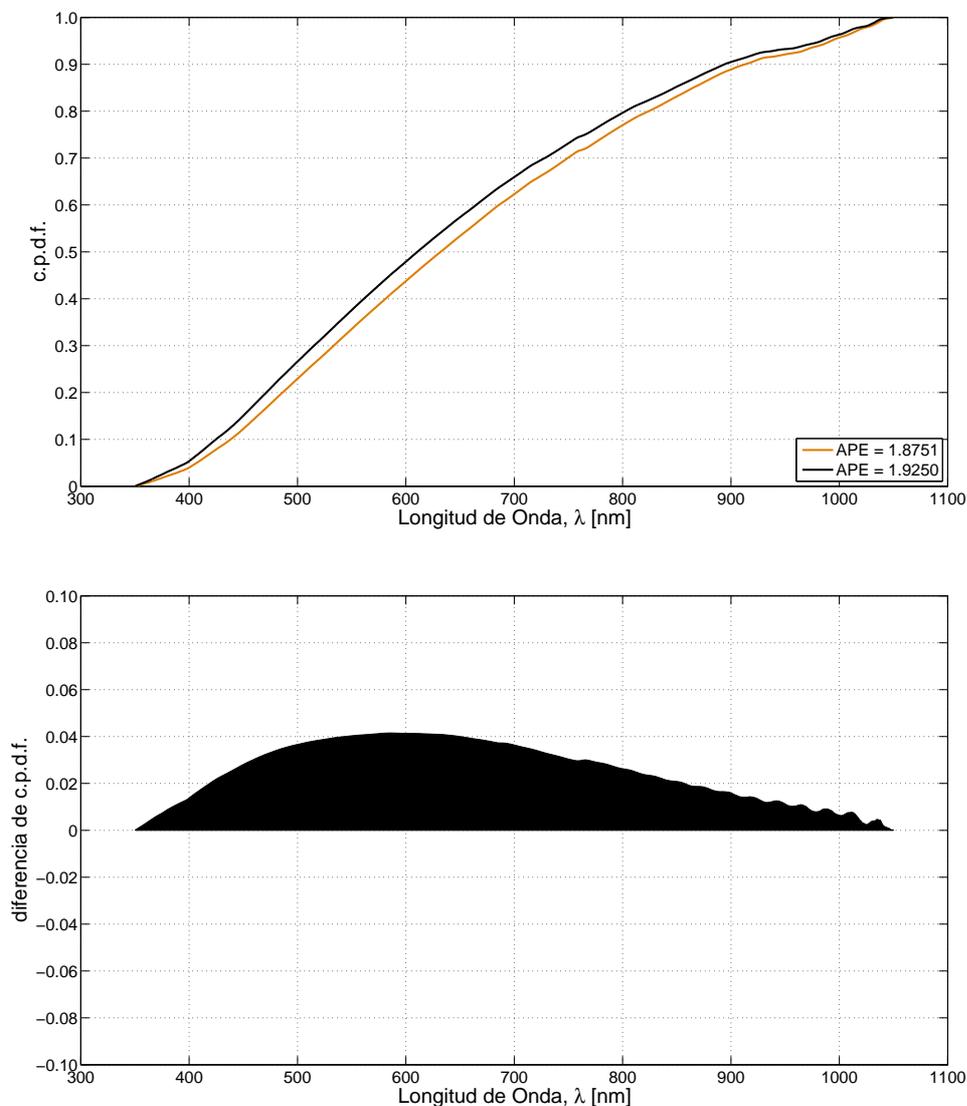


Figura 4.17: c.p.d.f. y diferencias de espectros similares con distinto APE

Es decir, ambos espectros tienen c.p.d.f.s similares, o dicho de otra forma, tienen las mismas contribuciones de irradiancia relativas por longitud de onda.

4.7. Clasificación de espectros utilizando la técnica de *k*-medias

Se ha comprobado que existen espectros con distinto valor de APE que pueden ser considerados como iguales, de acuerdo al nivel de significancia establecido α , 0,05. Esto sugiere la posibilidad de reducir los treinta intervalos de valores de APE y por tanto de clases de c.p.d.f. de espectros a un número menor de clases o tipos de c.p.d.f.

Para analizar la posibilidad de utilizar un menor número de clases de c.p.d.f., en este trabajo se propone la utilización de una técnica de agrupamiento o particionado utilizada en minería de datos. El objetivo de particionar es ordenar las observaciones en diferentes grupos de forma que una observación se parezca más a las de su grupo que a las observaciones de los grupos vecinos de acuerdo a algunas funciones objetivas que definen la similitud o diferencia existente entre los objetos (Han et al., 2006).

En este trabajo se van a clasificar los espectros en función de la forma de la curva de irradiancia espectral. Puesto que lo que queremos ver es la cantidad relativa de irradiancia que cada rango de longitud de onda aporta al espectro vamos a hacer la clasificación tomando como observaciones las funciones densidad de probabilidad acumuladas –c.p.d.f.–. Así vamos a realizar una clasificación de espectros usando el método de *k-means* y utilizando el algoritmo 1, descrito en el capítulo 3.

4.7.1. Selección de número de grupos

Como se ha indicado anteriormente, para utilizar el algoritmo de *k-means* es muy importante elegir inicialmente el número de grupos o *clusters* que se van a considerar. Para realizar la elección del número de grupos en que se va dividir el conjunto de espectros se pueden utilizar los resultados mostrados en la Tabla 4.3. Analizando esta tabla se puede apreciar que los espectros que se agrupan en cinco clases de APE consecutivos son muy parecidos y teniendo en cuenta que se parte

de treinta clases de APE (Fig. 4.2) parece adecuado elegir inicialmente seis celdas para realizar la partición, resultado de dividir treinta entre cinco. Este número es orientativo del orden de magnitud del problema, es por esto que se ha realizado el algoritmo para 2, 3, 4, 5 y 6 grupos.

La Tabla 4.4 muestra cómo se distribuyen todos los espectros para cada una de las clasificaciones analizadas tras agruparlos utilizando el algoritmo *k-means*.

| Número de <i>clusters</i> | Elementos por <i>clusters</i> (%) | | | | | |
|------------------------------|-----------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| | <i>cluster1</i> | <i>cluster2</i> | <i>cluster3</i> | <i>cluster4</i> | <i>cluster5</i> | <i>cluster6</i> |
| k=2 | 32,92 | 67,08 | - | - | - | - |
| k=3 | 25,26 | 63,48 | 11,29 | - | - | - |
| k=4 | 11,61 | 26,36 | 52,70 | 9,33 | - | - |
| k=5 | 9,74 | 23,52 | 48,39 | 13,92 | 4,42 | - |
| k=6 | 5,93 | 15,43 | 23,19 | 40,69 | 11,02 | 3,74 |

Tabla 4.4: Distribución de elementos por *cluster* en función de *k* escogido

Como se puede ver en la Tabla 4.4 los espectros se reparten en aproximadamente dos mitades. Una mitad de los espectros se agrupan en un solo *cluster*, mientras que la otra mitad se reparte de manera relativamente homogénea entre los demás *clusters*.

Para asegurar que los centroides calculados son óptimos y que la agrupación se hace correctamente se ha calculado la distancia de cada una de las funciones densidad de probabilidad al centroide de su *cluster*. Se utiliza para este cálculo el test de Kolmogorov-Smirnov para dos muestras explicado en el capítulo 3, utilizando dos niveles de confianza distintos. Los resultados obtenidos se pueden ver en la Tabla 4.5.

Esta tabla indica que los espectros se han repartido de manera conveniente. En el caso de dos *clusters* el porcentaje de espectros que supera el estadístico teórico para considerar los espectros iguales a su centroide es inferior al 99,0% ($\alpha=0,05$), lo cual quiere decir que solamente dos curvas espectrales no son suficientes para caracterizar todas irradiancias espectrales estudiadas. A partir de tres *clusters* se llega a un porcentaje superior al 99,7% ($\alpha=0,05$) y al 99,9% ($\alpha=0,01$) de espectros

4.7. Clasificación de espectros utilizando la técnica de *k*-medias

| Número de clusters | Cluster número | Muestras por cluster | | Resultado Test Homogeneidad | |
|--------------------|------------------------------|----------------------|-------|-----------------------------|---------------------|
| | | Total | (%) | $\alpha = 0,05$ (%) | $\alpha = 0,01$ (%) |
| 2 | 1 | 92.019 | 32,92 | 99,45 | 99,85 |
| | 2 | 187.501 | 67,08 | 97,60 | 98,71 |
| | % total de c.p.d.f. iguales: | | | | 98,21 |
| 3 | 1 | 70.510 | 25,26 | 99,66 | 99,88 |
| | 2 | 177.441 | 63,48 | 100 | 100 |
| | 3 | 31.569 | 11,29 | 98,67 | 99,89 |
| | % total de c.p.d.f. iguales: | | | | 99,76 |
| 4 | 1 | 32.451 | 11,61 | 99,78 | 99,95 |
| | 2 | 73.676 | 26,36 | 100 | 100 |
| | 3 | 147.308 | 52,70 | 100 | 100 |
| | 4 | 26.085 | 9,33 | 99,10 | 99,97 |
| | % total de c.p.d.f. iguales: | | | | 99,89 |
| 5 | 1 | 27.216 | 9,74 | 99,81 | 99,96 |
| | 2 | 65.756 | 23,52 | 100 | 100 |
| | 3 | 135.276 | 48,39 | 100 | 100 |
| | 4 | 38.907 | 13,92 | 100 | 100 |
| | 5 | 12.365 | 4,42 | 99,98 | 100 |
| | % total de c.p.d.f. iguales: | | | | 99,98 |
| 6 | 1 | 16.576 | 5,93 | 99,90 | 100 |
| | 2 | 43.126 | 15,43 | 100 | 100 |
| | 3 | 64.818 | 23,19 | 100 | 100 |
| | 4 | 113.751 | 40,69 | 100 | 100 |
| | 5 | 30.807 | 11,02 | 100 | 100 |
| | 6 | 10.442 | 3,74 | 100 | 100 |
| | % total de c.p.d.f. iguales: | | | | 99,99 |

Tabla 4.5: Tests de homogeneidad para distintos niveles de confianza, α

que superan el estadístico teórico y que pueden considerarse iguales al espectro seleccionado como centroide. De esta forma, dependiendo de la aplicación para la que se vaya a utilizar y la precisión necesaria, se pueden escoger entre tres y seis tipos de espectros para caracterizar con suficiente exactitud la atmósfera que estamos estudiando.

4.7.2. Distribución de espectros por grupos

Tras realizar estos cálculos se puede afirmar que la mayor parte de los espectros se pueden englobar en un reducido número de grupos o *clusters*. La elección del número de *clusters* con que se va a trabajar vendrá dada por cómo se reparten los espectros entre estos *clusters*. Para ello el siguiente paso que se ha realizado ha consistido en ver como se distribuyen los espectros en función del número de *clusters*. Este resultado se puede ver en la Tabla 4.6 donde se muestra como se reparten los espectros (representados por su valor de APE) en los distintos *clusters* en función del número de *clusters* escogidos para la clasificación.

Se ve que los espectros se reparten en *clusters* de manera conveniente, apreciándose, sin embargo, pequeños solapamientos en las colas de cada *cluster*. Este hecho puede deberse a la dificultad de asignar ciertos elementos a un *cluster* en lugar de al *cluster* vecino por presentar proximidad a ambos centroides (Wang and Liu, 2011), pero es un porcentaje muy pequeño.

Para resolver esta cuestión existe la posibilidad de asignar una misma muestra a más de un *cluster*, para lo que se utilizan algunas técnica como la de conjuntos aproximados o imprecisos (*rough sets*) que fue propuesta por (Pawlak, 2002). El conjunto aproximado posee elementos que no pueden ser clasificados con certeza, con lo que no se puede caracterizar en términos de información de los elementos sino que habrá que aplicar a los elementos unos umbrales de aproximación superior e inferior. Si se utiliza el concepto de conjuntos aproximados en técnicas de clasificación como Kohonen o *k-means* (Lingras, 2007) se podrá tener un mismo elemento asignado a varios *clusters*.

Pero en el presente trabajo no va a ser necesario puesto que el porcentaje de elementos que se pueden asignar a varios *clusters* es muy pequeño tal y como se puede ver en la Tabla 4.6.

| k | Espectros por <i>cluster</i> (%) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|--------|------|--------|------|------|------|-------|---|
| | 1,79 | 1,80 | 1,81 | 1,82 | 1,83 | 1,84 | 1,85 | 1,86 | 1,87 | 1,88 | 1,89 | 1,90 | 1,91 | 1,92 | 1,93 | 1,94 | 1,95 | 1,96 | 1,97 | 1,98 | 1,99 | |
| 2 | 0,007 | 0,02 | 0,07 | 0,34 | 0,86 | 1,74 | 3,22 | 5,64 | 8,49 | 11,08 | 1,46 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 2 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,038 | 16,08 | 27,54 | 10,69 | 4,83 | 2,74 | 1,81 | 1,14 | 0,79 | 0,57 | 0,45 | 0,004 | |
| 3 | 0,007 | 0,02 | 0,07 | 0,34 | 0,86 | 1,74 | 3,22 | 5,64 | 8,49 | 4,84 | 0,001 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 3 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 6,28 | 17,54 | 27,54 | 10,69 | 1,43 | 0,0004 | - | - | - | - | - | - | - |
| 3 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 3,39 | 2,74 | 1,81 | 1,14 | 0,79 | 0,57 | 0,45 | 0,004 | |
| 4 | 0,007 | 0,02 | 0,07 | 0,34 | 0,86 | 1,74 | 3,22 | 5,25 | 0,10 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 4 | - | - | - | - | - | - | - | 0,39 | 8,38 | 11,12 | 6,47 | 0,0003 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 4 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 11,08 | 27,54 | 10,69 | 3,39 | 0,005 | - | - | - | - | - | - | - |
| 4 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 1,44 | 2,73 | 1,81 | 1,14 | 0,79 | 0,57 | 0,45 | 0,004 | |
| 5 | 0,007 | 0,02 | 0,07 | 0,34 | 0,86 | 1,74 | 3,22 | 3,48 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 5 | - | - | - | - | - | - | - | 2,16 | 8,49 | 11,09 | 1,78 | 0,0003 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,02 | 15,76 | 27,54 | 5,07 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 5,62 | 4,83 | 2,74 | 0,74 | 0,0003 | - | - | - | - | - |
| 5 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 1,08 | 1,14 | 0,79 | 0,57 | 0,45 | 0,004 | |
| 6 | 0,007 | 0,02 | 0,07 | 0,34 | 0,86 | 1,74 | 2,87 | 0,03 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 6 | - | - | - | - | - | - | 0,35 | 5,61 | 8,46 | 1,01 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 6 | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,026 | 10,12 | 13,04 | 0,01 | 0,0003 | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 6 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 4,50 | 27,54 | 8,65 | 0,007 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 6 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 2,04 | 4,82 | 2,75 | 1,40 | 0,02 | - | - | - | - | - |
| 6 | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - | 0,41 | 1,12 | 0,79 | 0,57 | 0,45 | 0,004 | |

Tabla 4.6: Porcentaje de espectros (representados por su valor de APE) repartidos en los distintos *clusters*

Se ha representado esta tabla gráficamente de forma que se puede ver cómo se distribuyen los espectros en los distintos *clusters* en función del número de celdas elegidas el resultado es el siguiente, Figs. 4.18 a 4.19:

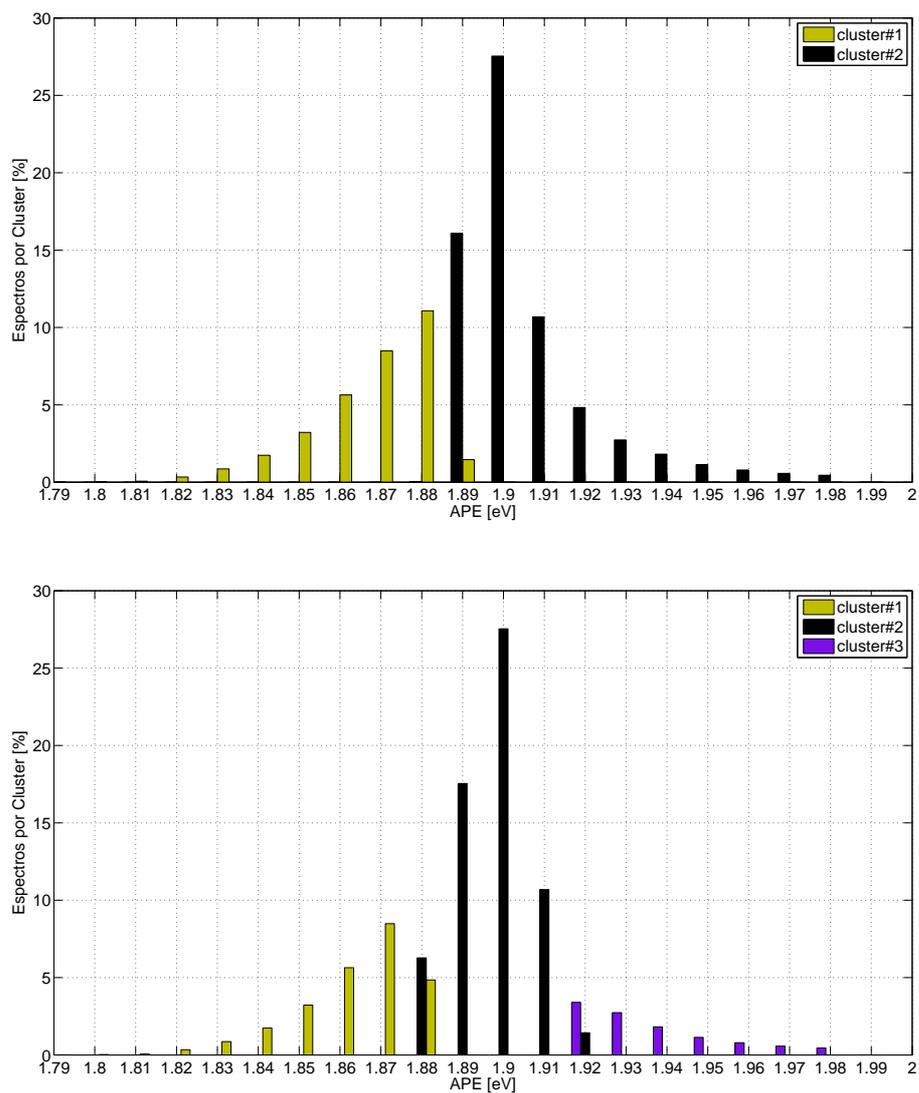


Figura 4.18: Distribución de los espectros en DOS y TRES *clusters*

4.7. Clasificación de espectros utilizando la técnica de k-medias

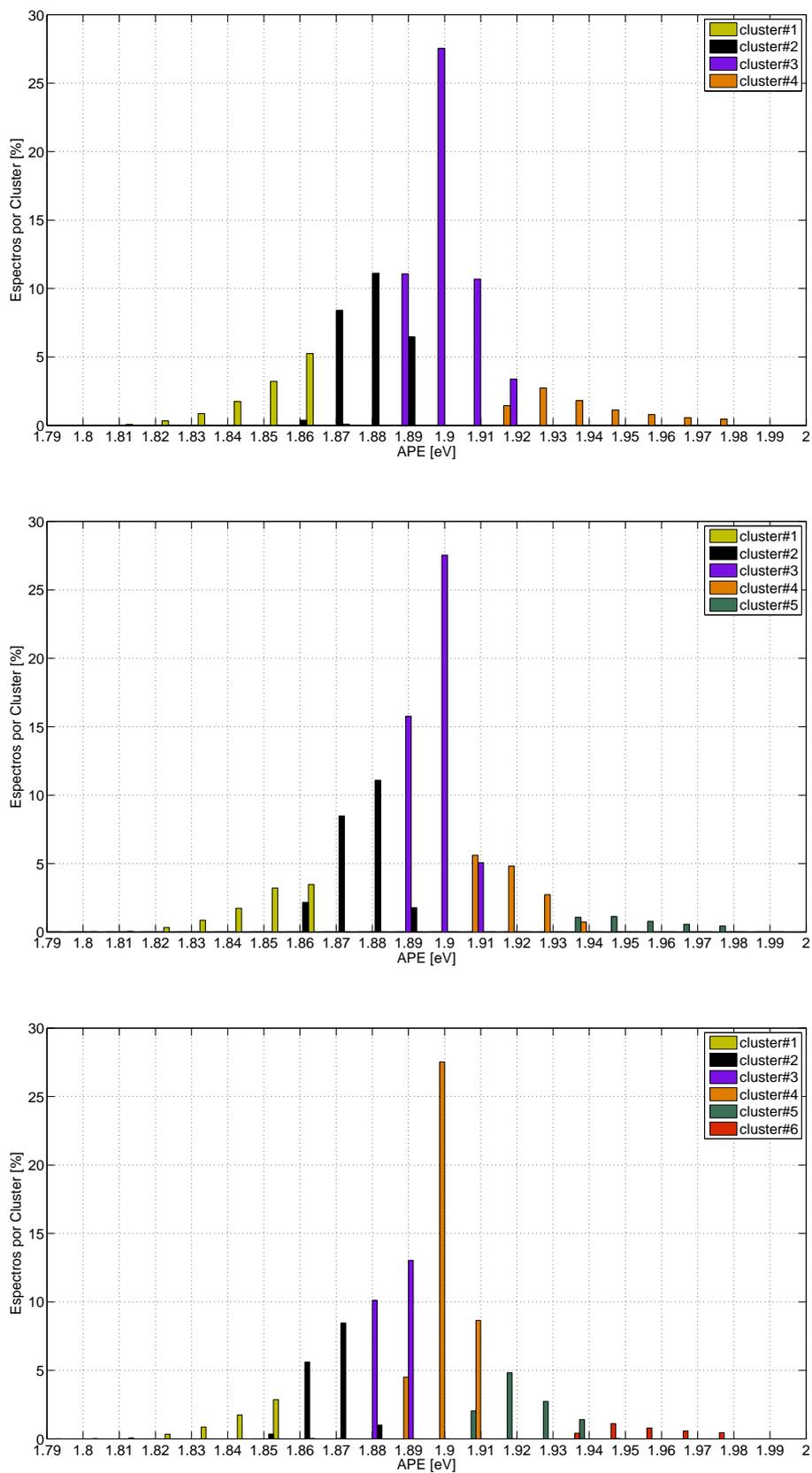


Figura 4.19: Distribución de los espectros en CUATRO, CINCO y SEIS clusters

4.7.3. Resultados de la clasificación utilizando k-medias

Se analizará ahora cómo quedan los centroides escogidos y la forma de cada uno. La figura 4.20 muestra los centroides obtenidos cuando se elige la partición en que se dividen todos los espectros en tres *clusters*.

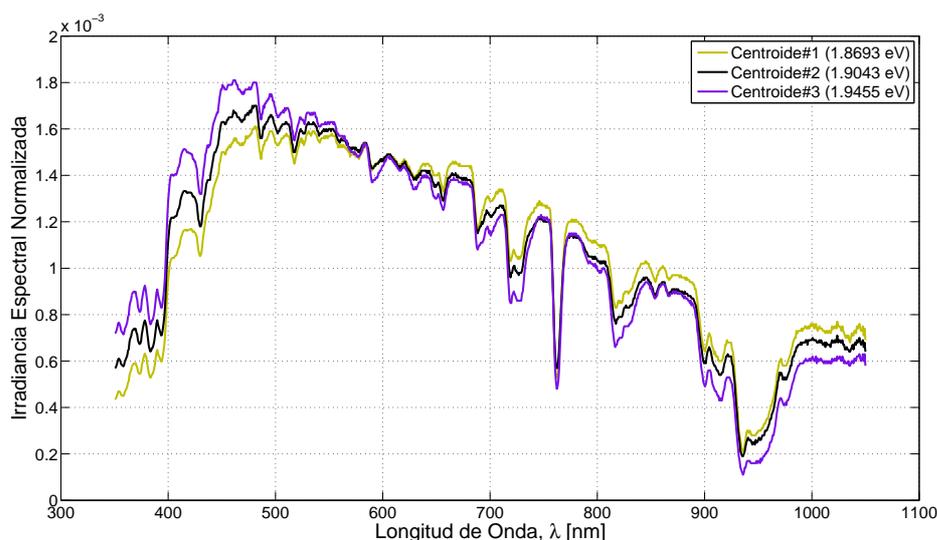


Figura 4.20: Distribución espectral de los centroides para TRES *clusters*

En esta figura se representa la función densidad de probabilidad (no acumulada) de cada uno de los tres centroides. Esta normalización muestra la forma de los espectros de cada uno de los tres *clusters* en que se han dividido las muestras.

Analizando los espectros se ve que el centroide#1 corresponde a un espectro con un desplazamiento al “rojo”, mientras que el centroide#3 es un espectro con un desplazamiento al “azul” lo que concuerda con la distribución de los espectros entre los distintos centroides que se puede ver en la Fig. 4.18.(b). El centroide#1 tiene una mayor contribución de las longitudes de onda altas con lo que el valor de APE que se obtiene es bajo mientras que el centroide#3 tiene una mayor contribución de las longitudes de onda bajas dando lugar a valores de APE mayores.

Los centroides calculados se explican por el AM que recorre el rayo, que varía en función de la hora del día y de la época del año. En cuanto a las ventanas

espectrales de radiación, en todos los centroides se aprecian las mismas pero en algunas se encuentran distintas amplitudes debido posiblemente a la cantidad de agua en suspensión, lo que indica que la composición de la atmósfera no ha variado y que la forma del espectro en esta localización depende de la humedad y del AM. La humedad proporciona información para el parámetro índice de claridad o transparencia, relativamente fácil de calcular y que posiblemente sea de gran ayuda para explicar y caracterizar los espectros.

En la Fig. 4.21 se muestran los centroides obtenidos cuando se usan seis *clusters*. En este caso prácticamente todos los espectros se consideran representados por su centroe, como puede verse en la Tabla 4.5.

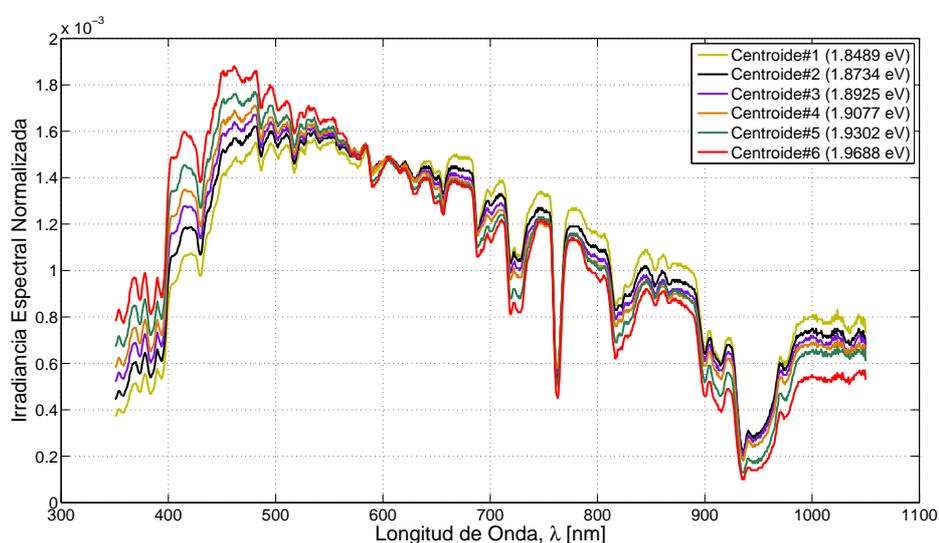


Figura 4.21: Distribución espectral de los centroides para SEIS *clusters*

Entre el centroe#1 y el centroe#6 hay un notable paso del “rojo” al “azul” a medida que se pasan los otros centroides.

Con los cálculos realizados se puede concluir que con estos espectros se caracterizan prácticamente todas las irradiancias espectrales que se han recogido en la localización del estudio, Málaga.

Finalmente se ha calculado el valor de APE para cada uno de los centroides obtenidos con *k-means*. Los valores pueden verse en la Tabla 4.7:

| Número de <i>clusters</i> | APE (eV) | | | | | |
|------------------------------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | Cntrd 1 | Cntrd 2 | Cntrd 3 | Cntrd 4 | Cntrd 5 | Cntrd 6 |
| k=2 | 1,8741 | 1,9128 | - | - | - | - |
| k=3 | 1,8693 | 1,9043 | 1,9455 | - | - | - |
| k=4 | 1,8575 | 1,8854 | 1,9081 | 1,9496 | - | - |
| k=5 | 1,8552 | 1,8823 | 1,9046 | 1,9259 | 1,9654 | - |
| k=6 | 1,8489 | 1,8734 | 1,8925 | 1,9077 | 1,9302 | 1,9688 |

Tabla 4.7: Valor de APE de los centroides por *cluster* en función de *k* escogido

Aunque los valores de APE van desde 1,79 hasta 2,09 eV los centroides se hallan entre 1,85 y 1,95 eV, lo cual se explica porque la mayor parte de los espectros se concentran en ese rango, ver Fig. 4.2. A medida que aumenta el número de *clusters* los centroides dan valores de APE más hacia los extremos, tanto al “azul” como al “rojo”, proporcionando más curvas espectrales a las que con los que comparar cada espectro.

Si se analizan simultáneamente los resultados mostrados en las Tablas 4.4 y 4.7 se observa que, para todas las configuraciones de *clusters*, la mayor parte de los espectros se aglutinan en el centroide con valor más cercano a 1,90 o 1,91 eV, lo cual concuerda con el hecho de que en ese rango de valores de APE es donde se encuentra un mayor número de espectros. Si además se observa la Tabla 4.5 se ve que son los *clusters* de los extremos los que presentan mayor número de espectros que no superan el estadístico teórico H'_0 y que contienen espectros que no se pueden considerar iguales.

4.8. Modelo de regresión multivariante para estimar el factor de normalización del espectro solar

Para estimar la distribución de irradiancia espectral solar es necesario conocer el factor de normalización E_t , (Ec. 4.9), correspondiente a cada medida, que permi-

4.8. Regresión multivariante para factor de normalización de espectro solar

te obtener la distribución espectral a partir de los valores de la función densidad de probabilidad acumulada (c.p.d.f.) (Ec. 3.1). Este coeficiente está relacionado con las variables meteorológicas. De manera más específica, como han propuesto Gotschalg et al. (2004), esta distribución depende claramente del valor de irradiancia solar global. Por otro lado se han incluido también otros parámetros meteorológicos que pueden tener relación con este coeficiente.

Se propone usar la ecuación de regresión multivariante que se detalla a continuación, ver Ec. 4.9 a partir de la que se obtendrá el factor de normalización E_t :

$$E_t = a_0 + a_1 \cdot G_t + a_2 \cdot T_t + a_3 \cdot Hr_t + a_4 \cdot k_t + a_5 \cdot AM_t. \quad (4.9)$$

siendo:

G_t , la irradiancia global solar,

T_t , la temperatura ambiente,

Hr_t , la humedad relativa,

k_t , el índice de claridad y

AM_t , la masa de aire.

Se ha estimado el valor del factor de normalización, E_t , usando la expresión 4.9. Los coeficientes de esta expresión se han obtenido usando todas las medidas de los parámetros meteorológicos (irradiancia solar, temperatura y humedad) y la irradiancia solar extraterrestre y la masa de aire para cada medida. El modelo obtenido es como sigue:

$$E_t = 264020 + 827 \cdot G_t - 7061 \cdot T_t - 1025 \cdot Hr_t + 258855 \cdot k_t - 35843 \cdot AM_t. \quad (4.10)$$

El coeficiente de determinación R^2 es 0,878 (Ec. 3.10) y el coeficiente de correlación del ajuste R es 0,937.

4.9. Red neuronal artificial para estimar el valor de APE a partir de parámetros meteorológicos

El equipo necesario para medir irradiancias espectrales solares de las que obtener el valor de APE es caro y raramente disponible en muchas aplicaciones en las que este tipo de medidas podrían ser de gran utilidad. Por esta razón se ha analizado la relación entre el APE y las variables meteorológicas típicas que se recogen. Algunas de estas variables son la irradiancia solar, la temperatura y la humedad.

Existen modelos ya implementados como es ASPIRE, desarrollado por el grupo de Ralph Gottschalg (Betts et al., 2003) que calcula la irradiancia espectral a partir de las medidas meteorológicas típicas. Primero se modela el cielo claro o despejado a partir del rayo directo solar, la componente difusa horizontal y el cálculo de la irradiancia global a partir de ambas. Por otro lado se modela el cielo nublado utilizando el índice de claridad. Para llevar a cabo la obtención del espectro modelado utilizan el métodos SMARTS2 y aerosoles, lo cual complica bastante el cálculo por los motivos anteriormente explicados.

Por otra parte, en estudios previos se ha buscado obtener las medidas de irradiancia a partir de datos climáticos estándar. Así, Katsumata et al. (2011) estiman los factores medioambientales, irradiancia, distribución espectral solar y temperatura de módulo a partir de los datos meteorológicos básicos proporcionados por las organizaciones oficiales. Para analizar esta relación utilizan un método gráfico en el que se dibujan curvas de nivel para confrontar los datos básicos con los factores medioambientales. De esta curva de nivel se obtienen conclusiones empíricas a partir de datos tomados durante tres años. Los principales resultados indican que el APE se incrementa con la disminución del AM ya que la dispersión en las longitudes de onda bajas decrece a medida que decrece el AM. Por otro lado el valor de APE aumenta cuando disminuye la irradiancia, esto es normalmente al principio o al final del día o cuando el tiempo está lluvioso o nublado, lo que provoca

que haya una mayor atenuación provocada por el vapor de agua precipitable.

En este estudio se propone reducir a tres grupos todos los datos medioambientales y utilizar variables que estén relacionadas con el ángulo de incidencia de la radiación solar, específicamente el factor AM, masa de aire y la irradiancia solar extraterrestre. El objetivo es encontrar un modelo para obtener el valor de APE, necesario para simular y caracterizar un espectro solar, y las citadas variables, normalmente disponibles. Este modelo permitirá estimar el valor del APE a partir de variables disponibles

El modelo que se propone para modelizar el APE es un tipo de red neuronal artificial (ANN) descrita en el capítulo 3.

En la experimentación, se han probado tres configuraciones distintas de ANN: una capa de entrada, 5, 10 o 20 capas ocultas y una única capa de salida. El conjunto de muestras de que se dispone ha sido dividido en tres subconjuntos, uno para entrenamiento, otro para validación y otro para comprobación o testeo, utilizando el 70,0%, el 15% y el 15% de los datos respectivamente.

Para configurar la red se ha usado el algoritmo de retropropagación del error empleando para el entrenamiento el algoritmo de Levenberg-Marquardt para la actualización de los pesos. El entrenamiento se detiene cuando la red alcanza el ajuste óptimo, lo que viene indicado por un incremento en el error cuadrático medio (MSE) Ec. 4.11 de las muestras de la validación conocido también como la regla de la parada temprana (*early-stopping*).

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (A\hat{P}E_i - APE_i)^2 \quad (4.11)$$

siendo:

$A\hat{P}E_i$, las salidas de la RNN y

APE_i , los valores de APE que se estiman a partir de las medidas de la irradiancia espectral solar.

Para medir el rendimiento de la red neuronal se han utilizado dos indicadores: el error cuadrático medio y los valores de regresión. El valor MSE calcula la diferencia entre la salida obtenida y el valor deseado, el valor R mide la correlación entre las

salidas obtenida y deseada.

La Tabla 4.8 muestra los resultados obtenidos para las tres configuraciones escogidas.

| Capas ocultas | Subconjunto | Muestras | MSE | R |
|---------------|---------------|----------|-----------|--------|
| 5 | Entrenamiento | 186.778 | 0,0001798 | 0,8421 |
| | Validación | 40.024 | 0,0001801 | 0,8426 |
| | Testeo | 40.024 | 0,0001849 | 0,8383 |
| 10 | Entrenamiento | 186,778 | 0,0001589 | 0,8623 |
| | Validación | 40.024 | 0,0001632 | 0,8576 |
| | Testeo | 40.024 | 0,0001646 | 0,8574 |
| 20 | Entrenamiento | 186,778 | 0,0001606 | 0,8608 |
| | Validación | 40.024 | 0,0001616 | 0,8590 |
| | Testeo | 40.024 | 0,0001595 | 0,8615 |

Tabla 4.8: Distintas configuraciones de red neuronal para estimar APE.

La tercera columna indica el número de muestras en cada subconjunto, la cuarta columna arroja el error cuadrático medio y la última proporciona los valores de correlación R para cada conjunto y configuración.

Como se puede observar el error cuadrático medio es inferior a 0,00018 y el valor de la correlación R es superior a 0,83 en todas las configuraciones y para todos los subconjuntos. Estos resultados indican que este tipo de modelos puede usarse para estimar el valor de APE con los parámetros meteorológicos y astronómicos mencionados anteriormente. Las diferencias entre los valores MSE y R para 10 y 20 capas ocultas no son significativas y la complejidad es menor si se usan 10 capas. Por otro lado los valores obtenidos de correlación R están por encima de 0,85 cuando se trabaja con 10 capas ocultas, cosa que no ocurre cuando se trabaja con 5 capas con lo que se va a utilizar un perceptrón multicapa con 10 capas ocultas en la red neuronal.

4.10. Estimadores estadísticos resultantes

En el procedimiento utilizado se han calculado los estimadores estadísticos propuestos en los modelos teóricos. A continuación se presentan los valores alcanzados para cada uno de estos:

- más del 99,0% de la forma relativa de las curvas de irradiancia espectral solar (c.p.d.f.) se caracterizan correctamente usando los centroides obtenidos para cada *cluster* después de aplicar *k-means* (con un $\alpha=0,05$), en el rango de espectros cuyo valor de APE va de 1,79 a 2,00 eV,
- el error cuadrático medio (MSE) al estimar el APE a partir de variables meteorológicas es inferior a 0,00018 para todas las redes neuronales utilizadas y disminuye a medida que incrementa el número de capas ocultas en la red. En cuanto al factor de correlación R es superior a 0,83,
- el coeficiente de correlación múltiple de la regresión multivariante para estimar el factor de normalización es superior a 0,93.

Los errores obtenidos se pueden considerar aceptables, lo cual indica que los modelos usados han sido elegidos convenientemente. Además existe la posibilidad de realizar mejor ajuste en cada uno de los modelos de una manera independiente que afectarían al resultado global. Así podría buscarse un valor óptimo de *cluster*, k , o ajustar la red neuronal probando otras configuraciones, ya sea cambiando el número de nodos intermedios o eligiendo distintos tamaños de subgrupos.

Pero para el nivel de confianza fijado y con los valores obtenidos, teniendo en cuenta el objetivo final que consiste en el estudio del espectro en la energía solar fotovoltaica, estos resultados son aceptables, puesto que aproxima bastante bien el tipo de espectro capturado en la localidad de estudio permitiendo una mejor predicción de la energía.

La elección de los márgenes estadísticos es importante puesto que hay que tener en cuenta que existen otras variables que afectan directamente en la producción de la energía y en la eficiencia de las células, como son la temperatura ambiente,

el viento, obstáculos y sombreados. El hecho de reducir el nivel de confianza para realizar predicciones más precisas no va a mejorar el resto de factores influyentes y se estaría dificultando mucho la tarea para obtener una mejoría poco significativa. Con lo que se hace necesario un compromiso entre complejidad del proceso y resultado obtenido.

Es por esto que no se ha hecho especial hincapié en el ajuste del algoritmo utilizado, una vez se ha llegado al nivel de confianza requerido.

4.11. Simulación del espectro solar

Una vez se ha caracterizado el espectro de luz solar para la zona en la que se han realizado las medidas experimentales se propone realizar el proceso inverso que consiste en simular el espectro a partir de algunos parámetros meteorológicos y utilizando una metodología que comprende el uso de distintas técnicas estadísticas y de minería de datos, como son la regresión multivariable y las redes neuronales.

La caracterización y simulación de la irradiancia espectral es un proceso útil tanto en áreas tradicionales como predicciones de luz diaria o impacto biológico del cambio climático tal y como enumera Nann and Riordan (1991), como en áreas más específicas como la eficiencia de la célula solar fotovoltaica.

4.11.1. Metodología para simular el espectro solar

Este trabajo propone utilizar un modelo que permita generar la distribución de irradiancia espectral solar a partir de los parámetros meteorológicos más típicos. De esta manera se presenta algoritmo 2 para obtener las curvas de espectro solar.

Entrada: Irradiancia, temperatura, humedad, latitud y hora solar.

Estimar el valor de APE usando ANN (sección 4.9);

Usando el APE, **seleccionar el c.p.d.f.** de su *cluster* (centroide);

Estimar el factor de normalización usando Ec.4.9;

Usando el c.p.d.f., $F(\lambda_i)$, y el factor de normalización, E_t , **generar la distribución de irradiancia espectral solar**, E_{λ_i} , usando:

$$E_{\lambda_i} = \begin{cases} F(\lambda_1)E_t & \text{if } i = 1, \\ (F(\lambda_i) - F(\lambda_{i-1}))E_t & \text{if } i > 1, \end{cases} \quad (4.12)$$

Salida : Distribución de irradiancia espectral solar, E_{λ_i}

Algoritmo 2: Algoritmo para obtener la distribución de irradiancia espectral

4.11.2. Obtención de curvas espectrales solares a partir de datos meteorológicos

Usando el procedimiento descrito en el algoritmo 2 se ha calculado la curva espectral a partir de los datos meteorológicos. Para esto se han tomado los datos de un día concreto del que se tienen tanto los datos meteorológicos típicos como la curva de irradiancia espectral solar medida en campo, el 23 de abril de 2012 a las 15:37:00.

Entrada:

- datos meteorológicos:
 - irradiancia: 908 W/m²,
 - temperatura ambiente: 25,2° C y
 - humedad relativa: 26 %
- parámetros calculados:
 - irradiancia solar extraterrestre (Ec. 2.4): 1.161 W/m²,
 - índice de transparencia (Ec. 2.5): 0,78 y
 - masa de aire (Ec. 2.3): 1,136.

A partir del modelo propuesto se ha llegado a:

- valor de APE estimado usando ANN (ver Cap., 4.9): 1,90 eV
- seleccionar k y $cluster$ para valor de APE 1,9: $k=3$, $cluster$ 2
- factor de normalización estimado, E_t (Ec. 4.10): 971.276

Salida:

Usando el centroide del $cluster$ 2 y la Ec. 4.12, se obtiene la distribución de la irradiancia espectral solar de la Fig. 4.22.

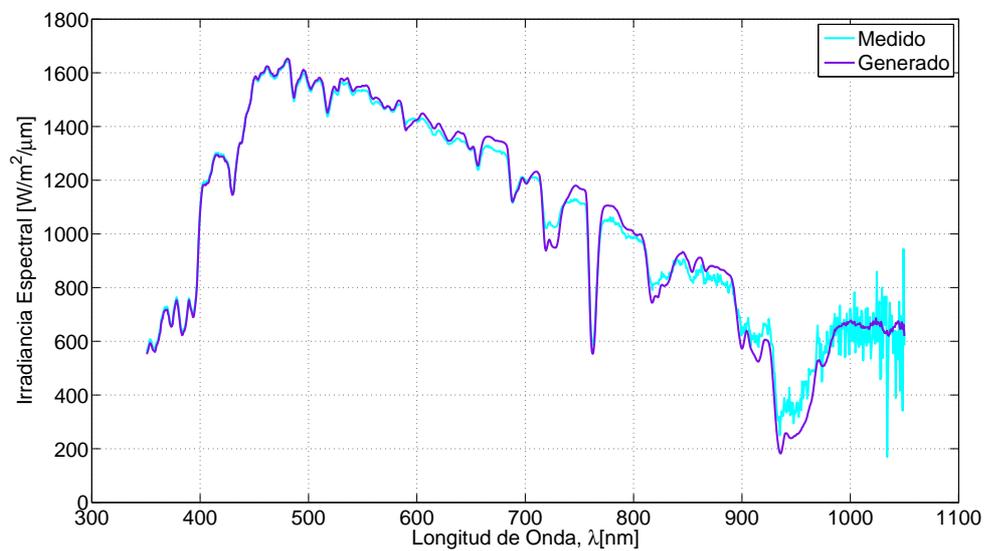


Figura 4.22: Distribuciones de irradiancia espectral solar simulada y medida para el día 23-abril-2012, 15:37:00.

4.12. Conclusiones

Se ha desarrollado un procedimiento para caracterizar y modelar la irradiancia espectral solar usando técnicas estadísticas y de minería de datos. Basándose en el hecho de que todos los espectros medidos se pueden clasificar en un reducido número de grupos, que variará en función de la incertidumbre estadística que se seleccione, se pueden llegar a clasificar todos los espectros en tres subgrupos con un nivel de confianza muy alto. Para hallar cuántos espectros distintos hay se ha usado la técnica de particionado de k-medias y el test de Kolmogorov-Smirnov para la bondad del ajuste entre dos muestras.

Para el análisis en profundidad de la distribución espectral de la irradiancia de luz solar primero se calcula el valor de la energía media del fotón y su función de distribución de probabilidad acumulada, usando un factor de normalización para cada medida.

Con estos valores de partida y las técnicas mencionadas se han reducido los más de 250.000 espectros de partida a tres tipos de espectro con la certeza de que más del 99,8% de los espectros son similares a los otros espectros del *cluster* en al que pertenecen.

Una vez seleccionados los espectros se ha analizado la relación entre los parámetros meteorológicos más usados en aplicaciones fotovoltaicas (irradiancia solar, temperatura y humedad), algunos parámetros astronómicos (masa de aire, irradiancia extraterrestre) y las variables necesarias para caracterizar el espectro (energía media del fotón y factor de normalización) y se ha usado una red neuronal artificial ampliamente estudiada, la red neuronal multicapa *feedforward*, para estimar el valor de APE a partir de estos parámetros meteorológicos y astronómicos obteniendo unos valores de correlación y de error cuadrático medio más que aceptables. Por último se ha utilizado un modelo de regresión multivariante para calcular el factor de normalización.

A tenor de los resultados obtenidos se puede afirmar que, conocido el valor del APE se puede conocer la contribución relativa de irradiancia por longitud de onda, corroborando que existe una relación biunívoca entre los valores de APE y la forma

de las distribuciones relativas del espectro solar.

Finalmente se llega a la conclusión de que el modelo propuesto permite generar distribuciones de irradiancia espectral solar a partir de cualquier condición meteorológica utilizando los valores puntuales de irradiancia solar, temperatura ambiente y humedad relativa como parámetros de entrada. Los resultados obtenidos se refrendan con resultados hallados en trabajos previos, como el realizado por Minemoto et al. (2009) en una localización diferente, lo cual lleva a pensar que el método pudiera ser utilizado de manera universal.

Bibliografía

- Betts, T., Gottschalg, R., Infield, D., 2003. Aspire - a tool to investigate spectral effects on pv device performance. In: Photovoltaic Energy Conversion, 2003. Proceedings of 3rd World Conference on. Vol. 3. pp. 2182–2185 Vol.3.
- Betts, T., Gottschalg, R., Infield, D., 2004. Spectral Irradiance Correction For PV System Yield Calculations. 19th European Photovoltaic Solar Energy Conference.
- Cornaro, C., Andreotti, A., 2012. Influence of average photon energy index on solar irradiance characteristics and outdoor performance of photovoltaic modules. Prog. Photovolt: Res. Appl.
- Fabero, F., Chenlo, F., 1991. Variance in the solar spectrum with the position of the receiver surface during the day for pv applications. In: IEEE Press, N. Y. (Ed.), Proceedings of the 22nd IEEE Photovoltaic Specialists Conference. pp. pp. 812–817.
- Gottschalg, R., Betts, T., Infield, D., Kearney, M., 2004. On the importance of considering the incident spectrum when measuring the outdoor performance of amorphous silicon photovoltaic devices. Meas. Sci. Technol. 15, 460–466.
- Gottschalg, R., Infield, D., Kearney, M., 2003. Experimental study of variations of the solar spectrum of relevance to thin film solar cells. Solar Energy Materials & Solar Cells 79, 527–537.
- Han, J., Kamber, M., Pei, J., 2006. Data Mining: Concepts and Techniques, 2nd Edition. Morgan Kaufmann.

- IEC.60904-9, 2007. CEI/IEC 60904-9 ed2.0: Photovoltaic devices. Part 9, Solar simulator performance requirements. International Electrotechnical Commission, IEC technical committee 82: Solar photovoltaic energy systems.
- Ishii, T., Otani, K., Takashima, T., Xue, Y., 2011. Solar spectral influence on the performance of photovoltaic (pv) modules under fine weather and cloudy weather conditions. *Prog. Photovolt: Res. Appl.* 21 (4), 481–489.
- Jacovides, C. P., Steven, M. D., Asimakopoulos, D. N., June 1999. Solar spectral irradiance under clear skies around a major metropolitan area. *J. Appl. Meteor.* 39 (6), 917–930.
- Katsumata, N., Nakada, Y., Minemoto, T., Takakura, H., 2011. Estimation of irradiance and outdoor performance of photovoltaic modules by meteorological data. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 95, 199–202.
- Lingras, P., 2007. Applications of rough set based k-means, kohonen som, ga clustering. In: *Transactions on rough sets VII*. Springer, pp. 120–139.
- Massey Jr., F. J., 1951. The kolmogorov-smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association* 46 (253), pp. 68–78.
- Minemoto, T., Nagae, S., Takakura, H., 2007. Impact of spectral irradiance distribution and temperature on the outdoor performance of amorphous si photovoltaic modules. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 91 (10), 919–923.
- Minemoto, T., Nakada, Y., Takahashi, H., Takakura, H., 2009. Uniqueness verification of solar spectrum index of average photon energy for evaluating outdoor performance of photovoltaic modules. *Solar Energy* 83 (8), 1294 – 1299.
- Nann, S., Carol, R., 1990. Solar spectral irradiance under overcast skies. *IEEE COMPEL Workshop*.
- Nann, S., Riordan, C., 1991. Solar spectral irradiance under clear and cloudy skies: Measurements and a semiempirical model. *J. Appl. Meteor.* 30 (4), 447–462.

- Nofuentes Garrido, G., García-Domingo, B., Fuentes, M., Moreno, R., Cañete, C., Sidrach-de Cardona, M., Alonso, M., Chenlo Romero, F., 2012. Comparative analysis of the effects of spectrum and module temperature on the performance of thin film modules on different sites. In: 27th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition. Vol. 3-936338-28-0 of 4BV.2.31. pp. 3331 – 3334.
- Pawlak, Z., 2002. Rough sets and intelligent data analysis. *Information Sciences* 147, 1 – 12.
- Reda, I., Andreas, A., 2004. Solar position algorithm for solar radiation applications. *Solar Energy* 76 (5), 577 – 589.
- Roos, C. E., Peterson, V. Z., 1961. Photodissociation of complex nuclei at energies between the mesonic threshold and 1150 mev. *Phys. Rev.* 124, 1610–1622.
- Sirisamphanwong, C., Ketjoy, N., 2012. Impact of spectral irradiance distribution on the outdoor performance of photovoltaic system under thai climatic conditions. *Renewable Energy* 38 (1), 69–74.
- Soto, W. D., Klein, S., Beckman, W., 2006. Improvement and validation of a model for photovoltaic array performance. *Solar Energy* 80 (1), 78 – 88.
- Strauch, K., 1951. High energy photo-nuclear reactions. *Phys. Rev* 81, 973–981.
- Wang, J.-D., Liu, H.-C., 2011. An approach to evaluate the fitness of one class structure via dynamic centroids. *Expert Systems with Applications* 38 (11), 13764 – 13772.
- Williams, S. R., Betts, T., Helf, T., Gottschalg, R., Beyer, H., Infield, D., 2003. Modelling long-term module performance based on realistic reporting conditions with consideration to spectral effects. In: *Photovoltaic Energy Conversion, 2003. Proceedings of 3rd World Conference on*. Vol. 2. pp. 1908–1911 Vol.2.

Capítulo 5

Caracterización del funcionamiento de módulos fotovoltaicos de lámina delgada

5.1. Introducción

El funcionamiento de los módulos fotovoltaicos está influenciado principalmente por la intensidad de radiación que reciben y por la temperatura, pero también por la distribución espectral de la radiación solar. Esto es especialmente importante cuando se trata de módulos de lámina delgada, como los utilizados en este trabajo, por la respuesta espectral de módulos de estas tecnologías; además, este tipo de módulos presenta un comportamiento no lineal con respecto a la irradiancia recibida, al contrario de lo que ocurre con los módulos de silicio (IEC.60904-8, 1998).

La energía producida por los módulos fotovoltaicos y el subsecuente rendimiento de los mismos están ambos influidos por la temperatura, la masa de aire y la radiación solar, principalmente. Algunos autores incluyen también la influencia de la energía media de fotón (Zanenco and Krenzinger, 1993) que contiene la información de la distribución espectral solar.

La importancia de la respuesta espectral en los módulos fotovoltaicos se puede

observar al analizar la Fig. 5.1, en la que se representan conjuntamente un espectro real (correspondiente al 21 de febrero de 2012 a las 14:31:00 h) y la respuesta espectral absoluta de un dispositivo de silicio monocristalino.

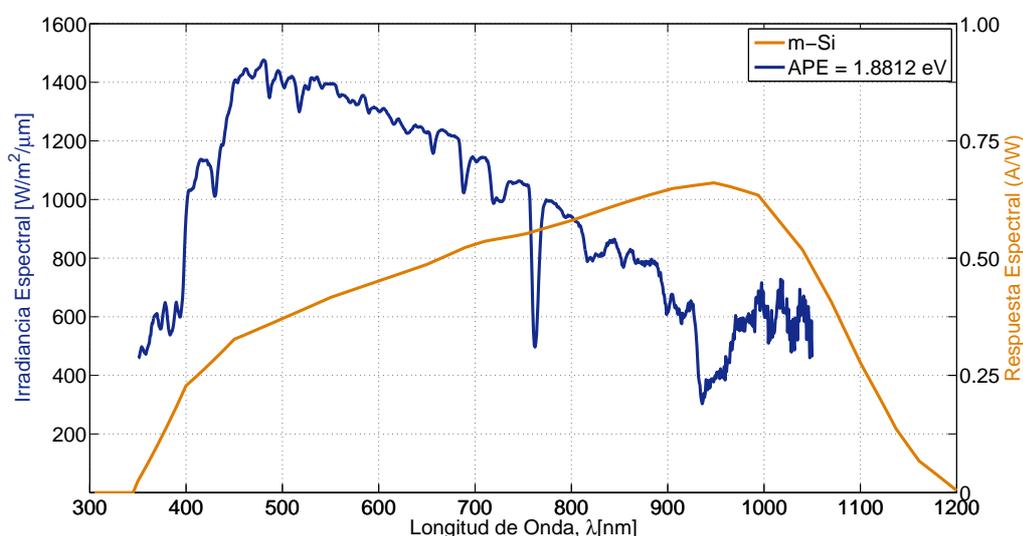


Figura 5.1: Respuesta espectral absoluta de un módulo m-Si y espectro real

Como se puede apreciar en la Fig. 5.1, el ancho de banda de la respuesta espectral abarca todo el espectro que se está recibiendo. Pero la cantidad de energía que capta el dispositivo no coincide con la distribución espectral de la irradiancia sino sólo la parte del espectro que es absorbida en función de la respuesta espectral. Para ver este concepto de forma gráfica se ha representado el porcentaje de irradiancia espectral que el dispositivo es capaz de captar, ver Fig. 5.2.

Por último, indicar que aunque no es objeto final de estudio de este trabajo, si se realiza la integral de la curva que hay bajo la Fig. 5.2 se obtiene la corriente de cortocircuito que produce ese módulo con esa distribución de irradiancia (Poissant et al., 2003).

En esta tecnología, debido al amplio ancho de banda de respuesta espectral que posee, se comprueba que la distribución de irradiancia espectral vista por el dispositivo es considerable, pero en tecnologías con una banda de respuesta espectral más acotada (Fig. 1.2) la contribución será menor, en algunos casos

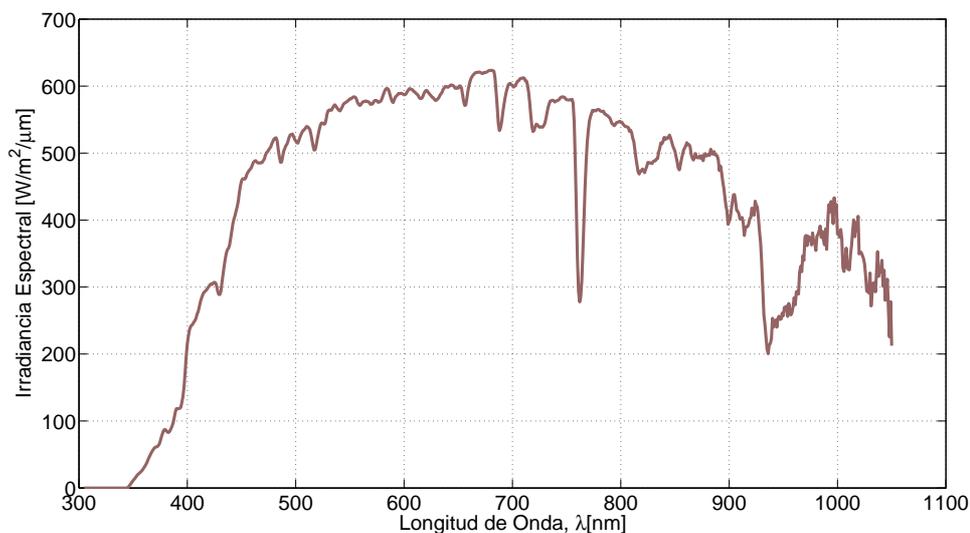


Figura 5.2: Irradiancia espectral absorbida por el módulo

incluso muy escasa. Este efecto se analiza en detalle en la siguiente sección.

Minemoto et al. (2007) proponen una metodología para relacionar el espectro solar con la energía producida por un módulo fotovoltaico. Utilizan en su estudio los datos obtenidos en experimentos realizados para módulos de silicio, tanto amorfo como cristalino, en la ciudad de Kosatsu, Japón. En su propuesta incluyen el valor del APE como forma de representar la información de la distribución espectral de la irradiación global. Los valores de rendimiento de los módulos los estiman a partir de los valores de APE y temperatura de módulos.

El procedimiento propuesto por Minemoto et al. (2007) para el cálculo del rendimiento de los módulos se basa en la separación de los datos en función de distintos intervalos de temperatura y APE y la integración de los valores para cada intervalo antes de hacer el cálculo de los valores de rendimiento. En estos trabajos se detalla el método que utilizan, ver Minemoto et al. (2007) y Minemoto et al. (2009).

Este procedimiento no es intuitivo ya que no utiliza los valores de rendimiento instantáneos obtenidos a partir de la energía producida y la irradiación recibida, para cada par de valores de temperatura de módulos y APE, sino que previamen-

te se suman los valores de estos parámetros y a partir de esos valores globales se estiman los valores de rendimiento. Los resultados que presentan sirven para obtener información de cómo ha funcionado un módulo a largo plazo, pero no pueden ser utilizados, por tanto, para hacer estimaciones del funcionamiento de un módulo dadas unas condiciones meteorológicas concretas. Esto es así porque el valor de tasa de rendimiento que presentan se ha obtenido tras haber sumado todas las irradiancias incidentes por una parte y por otra parte todas las potencias de salida del módulo que se han dado para cada par concreto de temperatura y APE, y haber obtenido después la tasa de rendimiento como cociente entre estas dos cantidades. Para poder utilizar este procedimiento en la predicción de valores concretos es necesario, previamente, analizar si hay variabilidad en los valores de tasa de rendimiento instantáneos para cada par de valores APE y temperatura de módulo. Este hecho se comprobará en un apartado posterior de este capítulo.

Aún así, la forma en que presentan los datos resulta una manera clara y conveniente para representar en una sola gráfica toda la información que se quiere proporcionar. Estos autores proponen el uso de curvas de nivel para mostrar esta información. La curva de nivel representa en una escala de colores la información referida tanto a la temperatura como al valor de APE y el rendimiento. Con esta representación se están relacionando una gran parte de los parámetros que condicionan la generación de energía de un módulo fotovoltaico.

5.2. Método propuesto

En este trabajo se propone la utilización del parámetro productividad final para caracterizar el funcionamiento de un módulo fotovoltaico. Esta productividad final o tasa de rendimiento, conocida como PR (del inglés, *Performance Ratio*) se define como el cociente entre la potencia de salida del módulo fotovoltaico normalizada a su potencia pico (este cociente se llama productividad de referencia) y la irradiancia solar global recibida en el plano del módulo normalizada por la irradiancia solar global de las condiciones estándar, a saber 1000 W/m^2 , de acuerdo a la Ec. 5.1:

$$PR = \frac{P_{OUT}/P_{STC}}{G/1000} \quad (5.1)$$

siendo:

P_{OUT} , la potencia de salida del módulo en funcionamiento en el punto de máxima potencia (W),

G , la irradiancia solar global recibida en la superficie del módulo (W/m^2),

P_{STC} , la potencia pico del módulo, medida en condiciones estándar (W) y 1000, el valor de la irradiancia solar global en condiciones estándar (W/m^2).

El PR es adimensional y se suele representar en % o en tanto por uno. Representa la desviación de la potencia de salida del módulo en condiciones reales de funcionamiento con respecto a la salida en condiciones estándar (STC). En una primera definición formal, un valor de PR de 100 % significa que el módulo está trabajando en condiciones similares a las condiciones STC (que raramente suelen darse en su conjunto). Diferentes valores de PR representan las distintas condiciones de trabajo del módulo producidas por los cambios en masa de aire, temperatura de módulo y distribución espectral de la radiación incidente. El PR, por tanto, lo que indica son las pérdidas o ganancias respecto a su funcionamiento en condiciones estándar, ver Nakada et al. (2010).

El objetivo de estudiar el PR en función del valor de APE, la irradiancia espectral solar y la temperatura del módulo es poder determinar cuál será la respuesta del módulo en unas condiciones meteorológicas concretas en la localidad en que se está realizando el experimento, en este caso Málaga, y determinar cómo éstos parámetros afectan al rendimiento del módulo. Los resultados de este estudio permitirán de forma sencilla predecir la tasa de rendimiento de módulos de distintas tecnologías de lámina delgada en un instante concreto, utilizando las curvas de nivel que se presentan en una sección posterior.

En el capítulo 4 de este trabajo se comprobó que utilizando sólo tres tipos distintos de espectros relativos era posible representar la información contenida en todas las curvas de distribución acumulada espectral de radiación solar global utilizadas en este trabajo. Además, se hizo un estudio de las variables que mejor

explicaban los distintos espectros medidos y se llegó a la conclusión de que el índice de transparencia de la radiación solar global era una variable significativa para explicar los distintos espectros medidos. Las otras variables que explicaban estos espectros eran la radiación solar global, la temperatura y la humedad. La primera de ellas no tiene efecto sobre los valores de PR, ya que sus valores se calculan precisamente utilizando los valores de energía solar global incidente como factor de normalización. El efecto de la temperatura ambiente en el rendimiento de los módulos se recoge a través de la variable temperatura de módulo utilizada para el análisis del PR que se propone en este trabajo. Por último, la variable humedad relativa es menos significativa que la variable índice de transparencia y está relacionada con ésta última, por lo que para obtener las curvas de nivel que representen el funcionamiento de módulos de lámina delgada no se ha utilizado de manera directa esta variable.

El ámbito de estudio de este trabajo está principalmente dirigido a módulos de lámina delgada que son los que presentan una mayor incertidumbre respecto a la influencia de la distribución espectral en la energía producida. En módulos de silicio cristalino esta influencia está mejor cuantificada (IEC.60904-8, 1998).

Teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, la propuesta que se hace en este trabajo es construir las curvas de nivel del PR de los módulos de lámina delgada calculando primero los valores instantáneos de este parámetro y obteniendo después los valores medios de éstos para cada par de valores utilizados en la curva de nivel. Se van a calcular dos tipos distintos de curvas de nivel, por una parte se utilizarán los valores de APE y la temperatura de módulo y, por otra, los valores de índice de transparencia atmosférico y la temperatura de módulo. Se analizará, en cada caso, la variabilidad que presentan los datos de estas curvas de nivel, utilizando la desviación estándar de cada uno de los valores de las curvas de nivel.

Por último, se analizará si mejora la precisión de las curvas de nivel cuando se utilizan tanto los valores de APE como los índices de transparencia atmosférico. Para ello, se obtendrán las curvas de nivel del PR en función del índice de transparencia y de la temperatura de módulos para cada uno de los tipos de APE (*clusters*) que se obtuvieron en el capítulo 4. Se propone el construir las curvas de

nivel con la temperatura del módulo y el índice de transparencia para cada *cluster* porque ambos parámetros tienen un efecto directo en la productividad. En el caso del índice de transparencia se está teniendo en cuenta tanto la irradiancia recibida como lo claro o nublado que esté el día, en definitiva la cantidad de vapor de agua y aerosoles en suspensión que hay en el ambiente y que son el principal agente de filtración de irradiancia espectral.

El parámetro índice de transparencia representa las condiciones de cielo cubierto y, en cierta medida, da una idea de la composición de la atmósfera, (Nakada et al., 2010), y se estima a partir de la Ec. 5.2:

$$k_t = \frac{G_t}{G_0} \quad (5.2)$$

siendo:

G_t , la irradiancia solar global y

G_0 , la irradiancia extraterrestre.

Para construir las curvas de nivel de cada módulo, utilizando los valores registrados de temperatura de módulo y los estimados de índice de transparencia para cada observación se han dividido en grupos, dependiendo de los valores de estos dos parámetros. Así, siguiendo el procedimiento que se describe a continuación, para cada par de valores (T_{MOD}^m, k_t^m) registrados, identificados con m , se ha determinado a qué intervalo corresponde el valor de T_{MOD}^m y el intervalo a qué corresponde el valor de k_t^m , y esos dos intervalos (índices) obtenidos son los que determinan el grupo al que pertenece la observación, de cara a su uso en el cálculo de las curvas de nivel (serán por tanto, los valores (x^m, y^m) de esa observación en la gráfica de curvas de nivel).

Por una parte, para los valores de la temperatura de módulo, se han obtenido los valores T_{min} y T_{max} registrados y se han utilizado 60 intervalos distintos. Utilizando los valores de T_{min} y T_{max} , se han definido los límites de cada uno de los 60 intervalos utilizados para los valores de temperatura de módulo, de acuerdo con la ecuación 5.3:

$$T_{(i)} = \begin{cases} T_{min} + i & \text{for } i = 0, \dots, T_{max} - T_{min} \end{cases} \quad (5.3)$$

Para los valores del índice de transparencia, los valores mínimos y máximos son 0 y 1 respectivamente. Para este parámetro se han utilizado 100 intervalos. Los límites de cada intervalo se han obtenido de acuerdo con la ecuación 5.4:

$$k_t|_{(j)} = \begin{cases} 0,0 + j & \text{for } j = 0,01 \dots 1,00 \end{cases} \quad (5.4)$$

Una vez establecidos los límites de cada intervalo de temperatura de módulo e índice de transparencia, para cada medida m registrada, dependiendo del valor de la temperatura del módulo $-T_{MOD}^m$ y del valor de índice de transparencia $-k_t^m$, se ha calculado el grupo a que pertenece $-g_{(i)(j)}^m$ a partir de los índices (i) y (j) que le corresponden de acuerdo al intervalo de temperatura de módulo y al de índice de transparencia al que pertenezcan sus valores, respectivamente, según la ecuación 5.5:

$$g^m = \begin{cases} g_{(i)(j)} & \text{if } T_{MOD}^m \in [T_{(i)}, T_{(i+1)}], \quad i < 70 \quad \text{AND} \\ & \text{if } k_t^m \in [K_{(j)}, K_{(j+1)}], \quad j < 1,0 \\ g_{(70)(j)} & \text{if } T_{MOD}^m = 70 \quad \text{AND} \\ & \text{if } k_t^m \in [K_{(j)}, K_{(j+1)}], \quad j < 1,0 \\ g_{(i)(100)} & \text{if } T_{MOD}^m \in [T_{(i)}, T_{(i+1)}], \quad i < 70 \quad \text{AND} \\ & \text{if } k_t^m = 1,0 \\ g_{(70)(100)} & \text{if } T_{MOD}^m = 70 \quad \text{AND} \\ & \text{if } k_t^m = 1,0. \end{cases} \quad (5.5)$$

Una vez que se ha establecido a que grupo pertenece cada una de las medidas registradas, para cada grupo $g_{(i)(j)}$ se han calculado los valores medios de PR y su desviación estándar. El valor medio de PR de cada grupo se ha estimado a partir de la Ec. 5.6. Ésta es una diferencia fundamental respecto al método que se proponía en Minemoto et al. (2007), como ya se ha comentado previamente.

$$\overline{PR}_{(i)(j)} = \frac{\sum_{l=1}^{n_{(i)(j)}} PR_{(i)(j)}^l}{n_{(i)(j)}} \quad (5.6)$$

donde $n_{(i)(j)}$ son el número de observaciones que hay en el grupo $g_{(i)(j)}$.

Por otra parte, las curvas de nivel de cada módulo se han obtenido también en función de los valores de APE y de temperatura del módulo. Los intervalos de los valores de temperatura se han definido según la expresión 5.3. Para los valores de APE, los valores mínimos y máximos son 1.79 y 2.10 respectivamente. Para este parámetro se han utilizado 32 intervalos. Los límites de cada intervalo se han obtenido de acuerdo con la ecuación 5.7:

$$APE|_{(j)} = \begin{cases} 1,79 + j & \text{for } j = 0,00 \dots 0,31 \end{cases} \quad (5.7)$$

De manera similar, a las curvas anteriores, una vez establecidos los límites de cada intervalo de temperatura de módulo y APE, para cada medida m registrada, dependiendo del valor de la temperatura del módulo $-T_{MOD}^m-$ y del valor de índice de transparencia $-APE^m-$, se ha calculado el grupo a que pertenece $-g_{(i)(j)}^m-$ a partir de los índices (i) y (j) que le corresponden de acuerdo al intervalo de temperatura de módulo y al de APE al que pertenezcan sus valores, respectivamente, según la ecuación 5.8:

$$g^m = \begin{cases} g_{(i)(j)} & \text{if } T_{MOD}^m \in [T_{(i)}, T_{(i+1)}], \quad i < 70 \quad \text{AND} \\ & \text{if } APE^m \in [APE_{(j)}, APE_{(j+1)}], \quad j < 2,10 \\ g_{(70)(j)} & \text{if } T_{MOD}^m = 70 \quad \text{AND} \\ & \text{if } APE^m \in [APE_{(j)}, APE_{(j+1)}], \quad j < 2,10 \\ g_{(i)(100)} & \text{if } T_{MOD}^m \in [T_{(i)}, T_{(i+1)}], \quad i < 70 \quad \text{AND} \\ & \text{if } APE^m = 2,10 \\ g_{(70)(100)} & \text{if } T_{MOD}^m = 70 \quad \text{AND} \\ & \text{if } APE^m = 2,10. \end{cases} \quad (5.8)$$

A partir de todas estas expresiones se han obtenido las curvas de nivel de cada uno de los módulos analizados utilizando índices de transparencia y temperaturas de módulos, por una parte, y valores de APE y temperaturas de módulos por otra. Para analizar la variabilidad de los valores de cada una de estas curvas, se han construido también las curvas de nivel de los valores de la desviación estándar de cada par de valores (T_{MOD}, k_t) y (T_{MOD}, APE) de las curvas de PR.

5.3. Sistema experimental y datos registrados

Para realizar el cálculo de las curvas de nivel se hace necesario disponer de los parámetros eléctricos generados por el módulo juntamente con las condiciones ambientales en que éstos se han producido. En la realización de este estudio se han utilizado tres módulos de lámina delgada, ver Tabla 5.1, que se encuentran en la misma estructura, con la misma inclinación y azimut (latitud $36,7^\circ\text{N}$, longitud $4,5^\circ\text{O}$, altura sobre el nivel del mar 50 m.), de forma que reciben radiación solar y el resto de parámetros climáticos en las mismas condiciones.

| Tecnología | a-Si | a-Si/ $\mu\text{c-Si}$ | CdTe |
|-----------------------|----------------------|------------------------|----------------------|
| η_{STC} (%) | 6,3 | 8,5 | 10,1 |
| Área (m^2) | 0,95 | 1,49 | 0,72 |
| Pot (Wp) | 60 | 121 | 72,5 |
| Rango SR (nm) | 350-750 ¹ | 400-1000 ² | 330-875 ¹ |

Tabla 5.1: Principales características de los módulos utilizados proporcionados por el fabricante (excepto la respuesta espectral, SR).

Uno de los módulos analizados es de la tecnología de silicio amorfo de una sola unión (*single junction*). Es una tecnología que, a pesar de su bajo rendimiento, ha tenido gran aceptación en la década pasada puesto que el precio de fabricación era mucho más bajo que el silicio cristalino, con lo que una gran cantidad de instalaciones que están funcionando a día de hoy y seguirán haciéndolo durante al menos dos décadas, usan esta tecnología. Es por esto que resulta interesante ver el comportamiento de estos módulos en condiciones de sol real. Los módulos fabricados con esta tecnología son los que tienen respuesta espectral más estrecha, respecto las de los módulos de las otras dos tecnologías analizadas, según se puede observar en la figura 1.2.

Otro de los módulos está fabricado con la tecnología conocida como silicio microamorfo, compuesto por un tándem de tecnología de silicio amorfo y silicio

¹(Pérez-López and Chenlo, 2007)

²(Seifert et al., 2011)

microcristalino, que es la tendencia actual de fabricación de células consistente en combinar varias tecnologías (multi-unión) con la intención de mejorar la eficiencia. Las células solares multi-unión son capaces de alcanzar eficiencias tan elevadas porque separan la absorción de la irradiancia espectral solar entre los distintos semiconductores que poseen diferentes energías de *gap* $-E_g-$ (Brown and Wu, 2009). De esta forma, fotones con mucha energía se absorben por las uniones con un alto *bandgap* (banda prohibida) mientras que aquellos con energía baja se absorben por aquellos con menor *bandgap*. Los módulos de esta tecnología son los que tienen respuesta espectral más amplia, respecto a las tres tecnologías analizadas.

El último de los módulos está fabricado con tecnología de telururo de cadmio. Es un material policristalino con una estructura de bandas que le da un coeficiente de absorción muy elevado. En la fabricación de este tipo de módulos es necesario respetar ciertas medidas de control en los procesos de fabricación, ya que el Cd es un material altamente tóxico. Aún así, los costes de fabricación son bajos ya que es un proceso sencillo. Con esta tecnología se han llegado a alcanzar eficiencias del 16 %. Estos factores contribuyeron a que ésta fuera la tecnología de lámina delgada con más volumen de producción durante un tiempo.

Además de todas las medidas registradas para los módulos, se cuenta con los datos suministrados por una estación meteorológica que incluye la medida de la irradiancia global en el plano de los módulos mediante piranómetro y células calibradas, además de detectores de temperatura resistivos PT-100 acoplados a la parte trasera de los módulos para la medida de su temperatura. Todos los parámetros necesarios para caracterizar el módulo se han registrado mediante un sistema experimental de monitorización –medidor IV– desarrollado en este laboratorio (Piliouguine et al., 2011) capaz de medir de manera simultánea los parámetros I_{SC} , V_{OC} , T_{MOD} , G y curvas IV con hasta 100 puntos, además de las variables meteorológicas. El medidor IV registra datos continuamente cada cinco minutos durante todo el día para cada una de las tecnologías utilizadas. Para minimizar efectos indeseados producidos por la acumulación de polvo en las superficies de los módulos y otros aparatos, se ha limpiado su superficie periódicamente con chorro

de agua.

Siguiendo las directrices de la norma IEC.60904-7 (2008), se ha montado la entrada del espectroradiómetro en la misma estructura en la que se han colocado todos los dispositivos de medida, de manera coplanar, no superando una diferencia de inclinación de 2° . Todos los elementos de medida han estado colocados con orientación Sur en un ángulo de inclinación de 20° . Los espectros se han medido a lo largo del día a razón de un espectro cada minuto.

Se han realizado las curvas de nivel de los distintos tipos módulos analizados. Para todos los módulos se han registrado datos desde noviembre de 2010 hasta junio de 2012. De esta forma se puede caracterizar su funcionamiento asegurando que en los resultados obtenidos no influyen posibles efectos estacionarios. Se han realizado medidas cada cinco minutos, desde la salida a la puesta de sol. Los datos utilizados son los siguientes:

- Potencia en el punto de máxima potencia $-P_{M^-}$,
- Temperatura de módulo $-T_{MOD^-}$,
- Irradiancia solar global recibida en el plano del módulo $-G^-$ y
- Distribución espectral solar, utilizada para estimar los valores de APE.

5.4. Resultados obtenidos

5.4.1. Resultados de PR utilizando integración de valores de APE y temperatura de módulos

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para módulos de distintas tecnologías utilizando el método propuesto por Minemoto et al. (2007). Se analizan, primero, los resultados para silicio cristalino y después los obtenidos para diferentes módulos de lámina delgada.

Módulos de silicio cristalino

Con las medidas registradas para este módulo se ha calculado el PR del módulo en función de los distintos valores de APE y temperatura de módulo. En la Fig. 5.3 se muestran los valores de PR que se han obtenido.

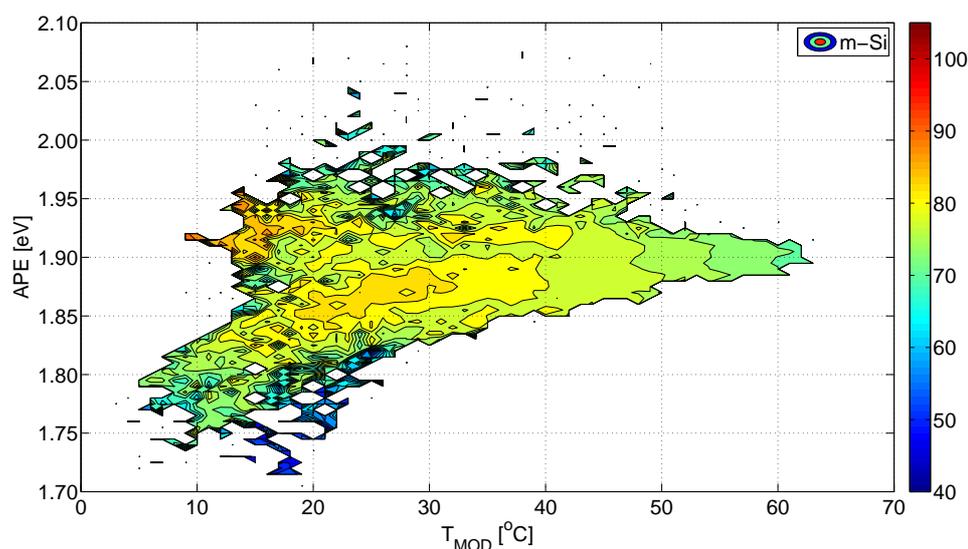


Figura 5.3: Curva de nivel de PR de un módulo m-Si

De este gráfico se pueden sacar varias conclusiones. La primera es que este módulo de tecnología m-Si alcanza los valores más altos de PR cuando el módulo está trabajando en condiciones estándar de funcionamiento, STC, con temperaturas de módulo en torno a 25°C y con espectros que presentan un valor de APE cercano al del espectro estándar AM 1.5 que es de 1,88 eV. Alrededor de estos valores máximos se pueden ver una especie de elipsoides concéntricos que decrecen en PR para valores que se alejan de las condiciones estándar.

En la Fig. 5.3, para los valores cercanos a 1,88 eV, la variación del PR es pequeña si se mantiene la temperatura constante. Sin embargo, si se fija un valor de APE, los valores de PR varían significativamente en función de la temperatura de módulo (desplazamiento horizontal en la gráfica).

Los valores que se muestran en la Fig. 5.3 confirman el comportamiento lineal del silicio cristalino con respecto a la irradiancia recibida y la temperatura del

módulo, que es la otra variable que afecta a la producción de energía influyendo notablemente sobre el otro parámetro eléctrico, la tensión.

Por otra parte, los resultados obtenidos con el método propuesto –basado en obtener los PR como valores de PR medios (\overline{PR}) que se obtienen para cada medida, según la Ec. 5.6– concuerdan con los obtenidos por otros autores y son un indicador de que la metodología propuesta es correcta.

Módulos de distintas tecnologías de lámina delgada

En la Fig. 5.4 se muestran las curvas de nivel obtenidas para el PR en función de las temperaturas de trabajo del módulo y los valores de APE para los módulos de a-Si, a-Si/ μ -Si y CdTe. Los valores determinados para T_{min} y T_{max} han sido 10°C y 70°C, respectivamente.

Los resultados obtenidos muestran que se alcanzan valores de PR superiores al 100 % cuando se dan valores de APE superiores a 1,88 eV (valor del APE en STC). Estos valores altos de APE significan un desplazamiento del espectro al “azul”, que corresponde a días nublados, y coincide mayoritariamente con valores de PR altos. En la Fig. 5.4 se puede observar cómo hay valores de APE para los que los valores de PR son muy similares independientemente de la temperatura del módulo (zonas en horizontal).

No se evidencia, por tanto, que el mejor comportamiento de los módulos se produzca cuando éste trabaja en condiciones próximas a las condiciones STC, cosa que ocurre en mayor medida para el módulo de silicio cristalino.

Estos resultados se dan también en otras localizaciones como puede verse en el trabajo realizado en Nofuentes Garrido et al. (2012) por el CIEMAT.

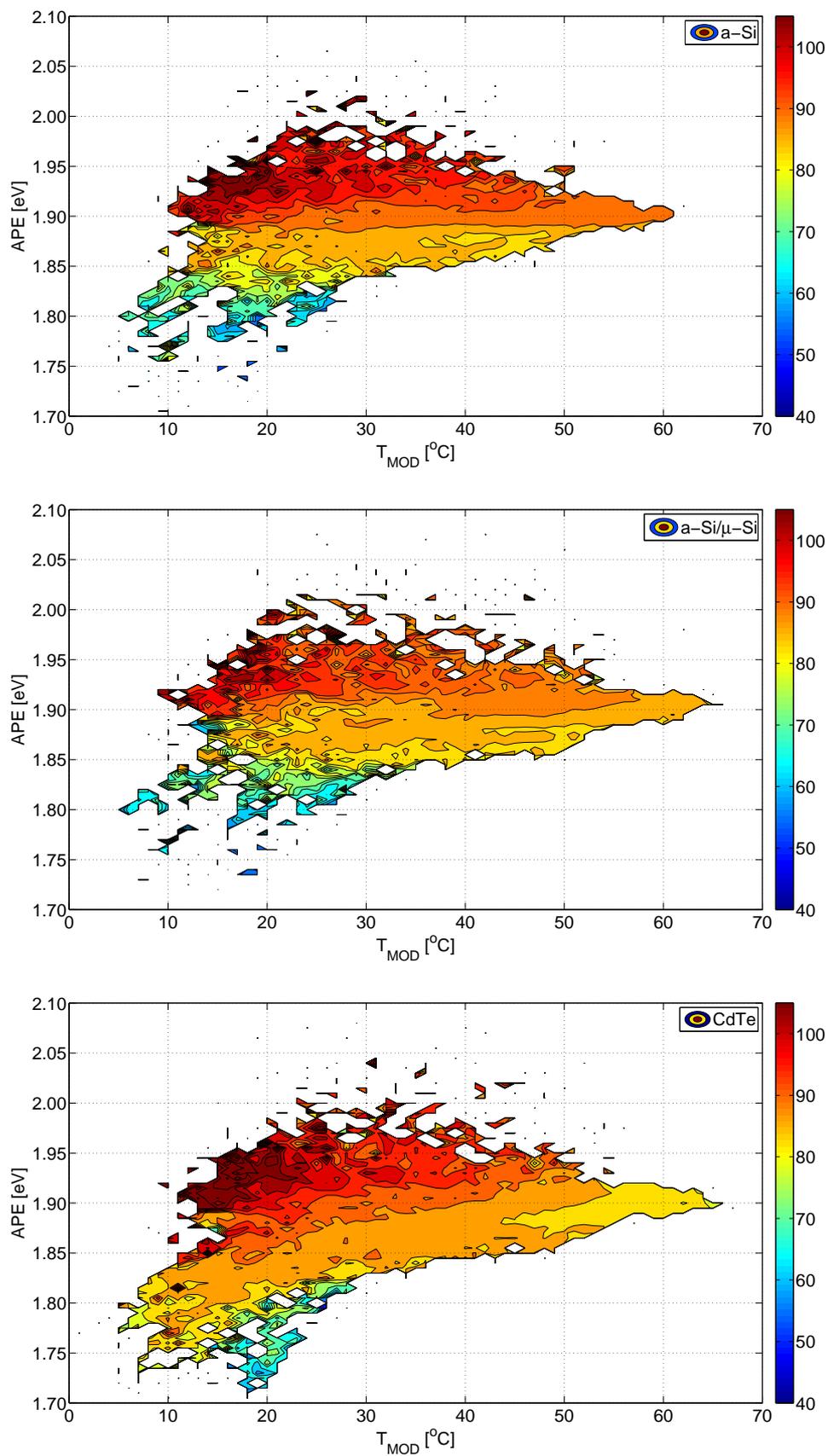


Figura 5.4: Curvas de Nivel del PR de módulos de tecnología de lámina delgada.

5.4.2. Resultados utilizando el método propuesto en tecnologías de lámina delgada

Para realizar el análisis del funcionamiento de los módulos de tecnologías de lámina delgada, las variables que se van a utilizar son la temperatura de trabajo del módulo, el valor de índice de transparencia atmosférico, el valor de APE y los valores medios estimados de PR, según la Ec. 5.6. Se van a obtener las curvas de nivel de PR realizadas para los distintos módulos de lámina delgada, Tabla 5.1, utilizando las expresiones propuestas en la sección 5.2.

Además de los valores medios de PR de cada grupo de observaciones $g_{(i)(j)}$, $\overline{PR}_{(i)(j)}$, se han estimado también los valores de desviación estándar, σ , de las medidas que hay en cada grupo. Esta medida permite, por una parte, localizar posibles valores atípicos (Bennett et al., 2013) y por otra, obtener información de cómo de representativo es el valor medio respecto a todos los valores con los que se ha estimado.

Representación de PR en función de valor de APE y temperatura

En las Figs. 5.5 y 5.6 se presentan los valores medios y las desviaciones estándar de los PR calculados para los distintos módulos de lámina delgada que son objeto de estudio utilizando los valores de APE y temperatura de módulo.

En estas curvas se comprueba el comportamiento que está teniendo el PR del módulo con respecto a las condiciones externas, indicando la eficiencia del módulo fotovoltaico sin el efecto de la irradiancia, (Nakada et al., 2010).

Para las curvas de nivel del módulo de tecnología a-Si (Fig. 5.5.(a)) se observa claramente que lo que mayor influencia tiene en los valores de PR representados es el valor de APE, ya que fijado éste, los valores de PR no cambian aunque cambie la temperatura. Esto es debido al reducido ancho de banda que posee la respuesta espectral de este módulo. Este hecho también ocurre, aunque en menor medida, para el módulo de tecnología a-Si/ μ c-Si.

En la tecnología microamorfa (Fig. 5.5.(b)) este tipo de representación no aporta mucha información puesto que para valores separados de APE se obtienen los

mismos valores de PR, siendo la temperatura del módulo la que condiciona los valores de PR. Esto es debido al amplio ancho de banda de la respuesta espectral que tiene esta tecnología, que absorbe una gran parte del espectro. De esta manera se obtiene el mismo valor de \overline{PR} para valores de APE y de temperatura de módulo muy distintos. Por ejemplo, observando la Fig. 5.5.(b) se obtiene el mismo PR para el par $(T_{MOD} = 20^{\circ}C, APE = 1,97eV)$ que para el par $(50^{\circ}C, 1,90eV)$, lo que indica nuevamente que no es fácil caracterizar el funcionamiento de módulos de esta tecnología (IEC.60904-8, 1998).

En cuanto al módulo de CdTe esta representación (Fig. 5.5.(c)) sí parece más conveniente ya que se obtienen diferentes valores de \overline{PR} a medida que cambian los valores de APE y las temperaturas de módulo. Este módulo tiene un ancho de banda de respuesta espectral intermedia, de forma que el espectro no condiciona el funcionamiento del módulo, como pasa con la tecnología a-Si estudiada, pero sí se aprecia su efecto en la tasa de rendimiento.

Se ve que este procedimiento solamente muestra información relevante en una de las tres tecnologías analizadas con lo que no parece ser un modo apropiado para la caracterización de módulos de lámina delgada.

Un comportamiento que sí se puede apreciar en las tres tecnologías analizadas es el elevado valor de PR con valores de APE altos, correspondientes a días con vapor de agua suspendido. Este comportamiento también se ha visto en la representación del PR de la Fig. 5.4, representación similar pero calculada según procedimiento propuesto por Minemoto et al. (2007).

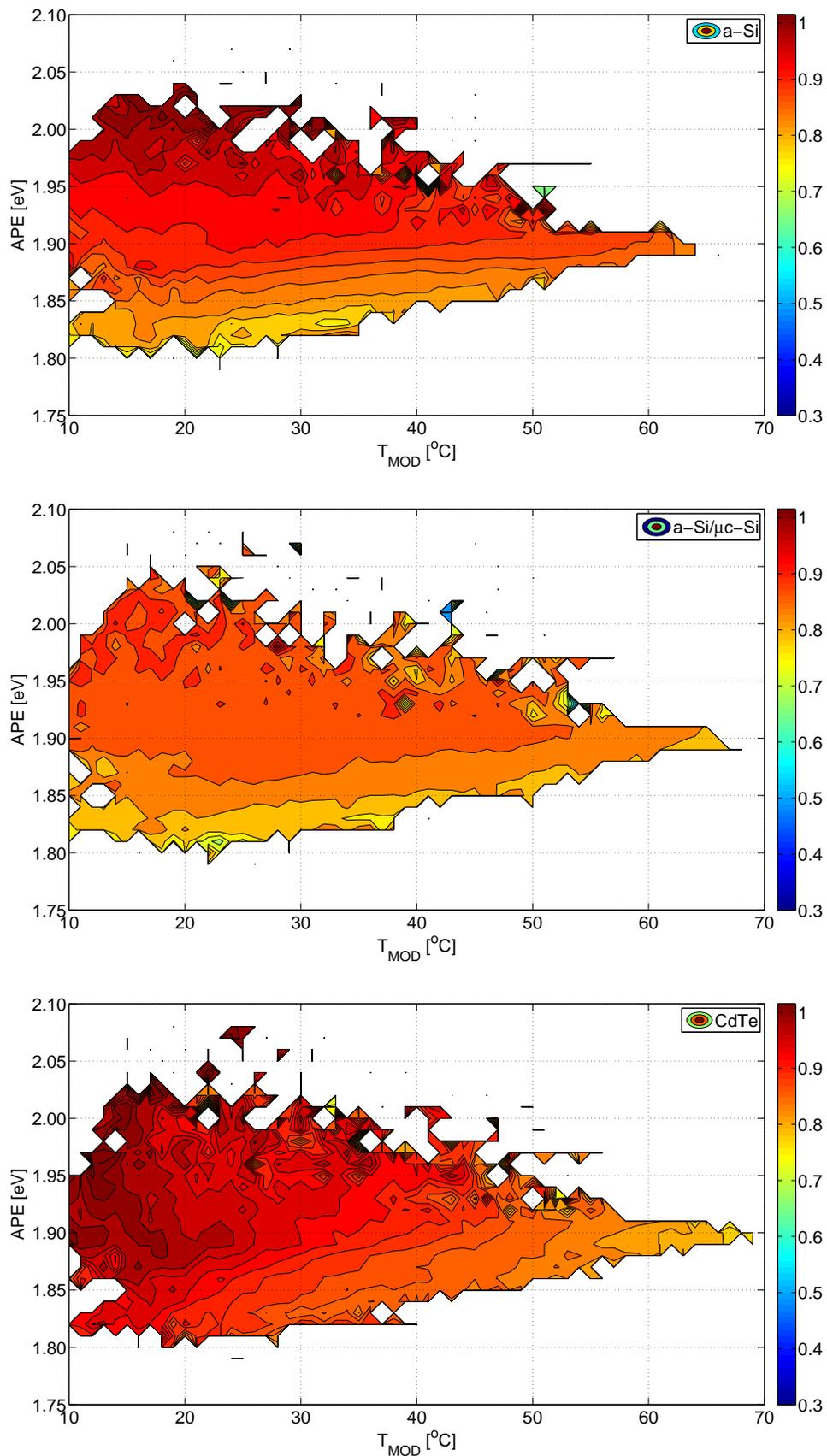


Figura 5.5: Curvas de Nivel de \overline{PR} utilizando los valores de APE y T_{MOD} , para los módulos de las tres tecnologías analizadas.

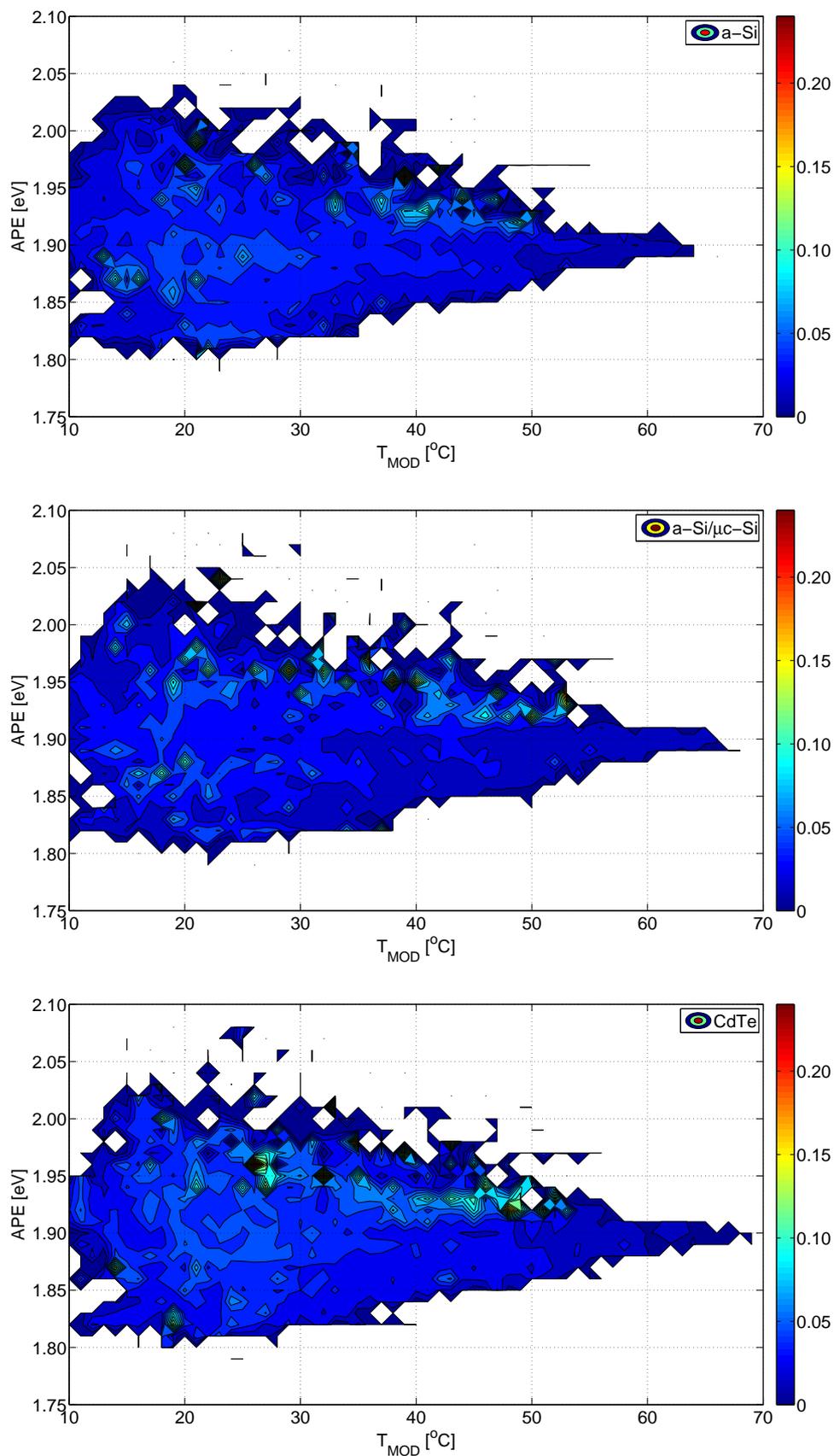


Figura 5.6: Curvas de Nivel de la desviación estándar (σ) utilizando los valores de APE y T_{MOD} , para los módulos de las tres tecnologías analizadas.

Representación de PR en función de índice de transparencia y temperatura

En las Figs. 5.7 y 5.8 se presentan los valores medios y las desviaciones estándar (σ) de los PR calculados para los distintos módulos de lámina delgada que son objeto de estudio utilizando los valores de índice de transparencia y temperatura de módulo.

Para comprender los resultados obtenidos hay que tener en cuenta varias consideraciones:

- Dos de los tres módulos de lámina delgada que se están estudiando son de tecnologías que, como se ha visto en el apartado 1.2.2, tienen su respuesta espectral más acotada a las longitudes de onda más bajas de forma que irradiancias espectrales a longitudes de onda superiores no se capturan, ver Fig. 1.2.
- Cuando el índice de transparencia arroja un valor bajo indica que existe una atmósfera cubierta que, salvo casos muy excepcionales que se pudieran dar en ciertas localizaciones de una posible tormenta de arena o de algún agente suspendido en el aire, significará que hay gran cantidad de vapor de agua suspendida en el ambiente en forma de nubes, humedad, niebla. . .
- El efecto del vapor del agua en la distribución espectral de la irradiancia solar ya se ha explicado en profundidad en el capítulo 2, ver apartado 2.6. Recordar que la principal consecuencia es un desplazamiento de la irradiancia espectral al “azul” de forma que prácticamente toda la aportación de energía viene dada por las longitudes de onda más bajas.

Teniendo en cuenta estos hechos, se comprueba que los módulos fabricados con tecnologías que presentan una respuesta espectral mayor para las longitudes de onda más bajas absorben más energía en este rango y por ello se obtienen mayores valores de PR.

En las tres tecnologías se obtienen resultados relativamente distintos respecto a la dependencia del PR con los parámetros analizados, ver Fig. 5.7. Pero un

comportamiento que se repite en todas es que a temperaturas de módulo más bajas y con índice de claridad pequeño el PR medio de los módulos es muy alto.

Conviene recordar que un PR elevado con índice de claridad bajo (por debajo de 0,5) significa que todo el espectro solar recibido está siendo aprovechado por el módulo puesto que confluyen el hecho de que la mayor parte de la aportación de la irradiancia se da en las longitudes de onda bajas (debido al desplazamiento al “azul” del espectro cuando hay agua suspendida) con el hecho de que los módulos de lámina delgada estudiados capturan, sobre todo, la luz emitida en esas longitudes de onda debido al acotado ancho de banda de su respuesta espectral.

Este mismo razonamiento se aplica al haber obtenido mejores valores de PR medio proporcionados por los módulos CdTe y a-Si y al peor valor de PR medio alcanzado por el módulo de tecnología a-Si/ μ c-Si. Los módulos de tecnología Cd-Te y a-Si tienen una banda de respuesta espectral más estrecha, encontrándose solamente en la región del visible, mientras que la tecnología a-Si/ μ c-Si utilizada tiene una respuesta espectral con un mayor ancho de banda llegando a capturar una parte considerable del infrarrojo.

Otra conclusión que se aprecia a partir de las curvas de nivel de índice de transparencia y temperatura (Figs. 5.7 y 5.8) de módulos es que se distinguen al menos tres subgrupos, delimitados por la intensidad de los colores. Uno cuando el índice de claridad es pequeño, otro cuando es un valor medio y otro cuando es más elevado lo que corresponde generalmente con días nublados, con cierta humedad relativa y muy claros, respectivamente.

Por otra parte, los valores de las curvas de nivel de la desviación estándar también indican que en algunos rangos la variabilidad del PR es significativa; esto se da en los dos tipos de curva de nivel. Es decir, para las mismas condiciones de temperatura de módulo y de índice de transparencia, o de temperatura de módulo y valores de APE, se han obtenido valores de PR significativamente distintos. En el primer caso, esto puede ser debido al efecto de la distribución espectral. Por todo ello, en la siguiente sección se analizarán las curvas de nivel de índice de transparencia y temperatura de módulos en función de los grupos de APE que se establecieron en el capítulo 4.

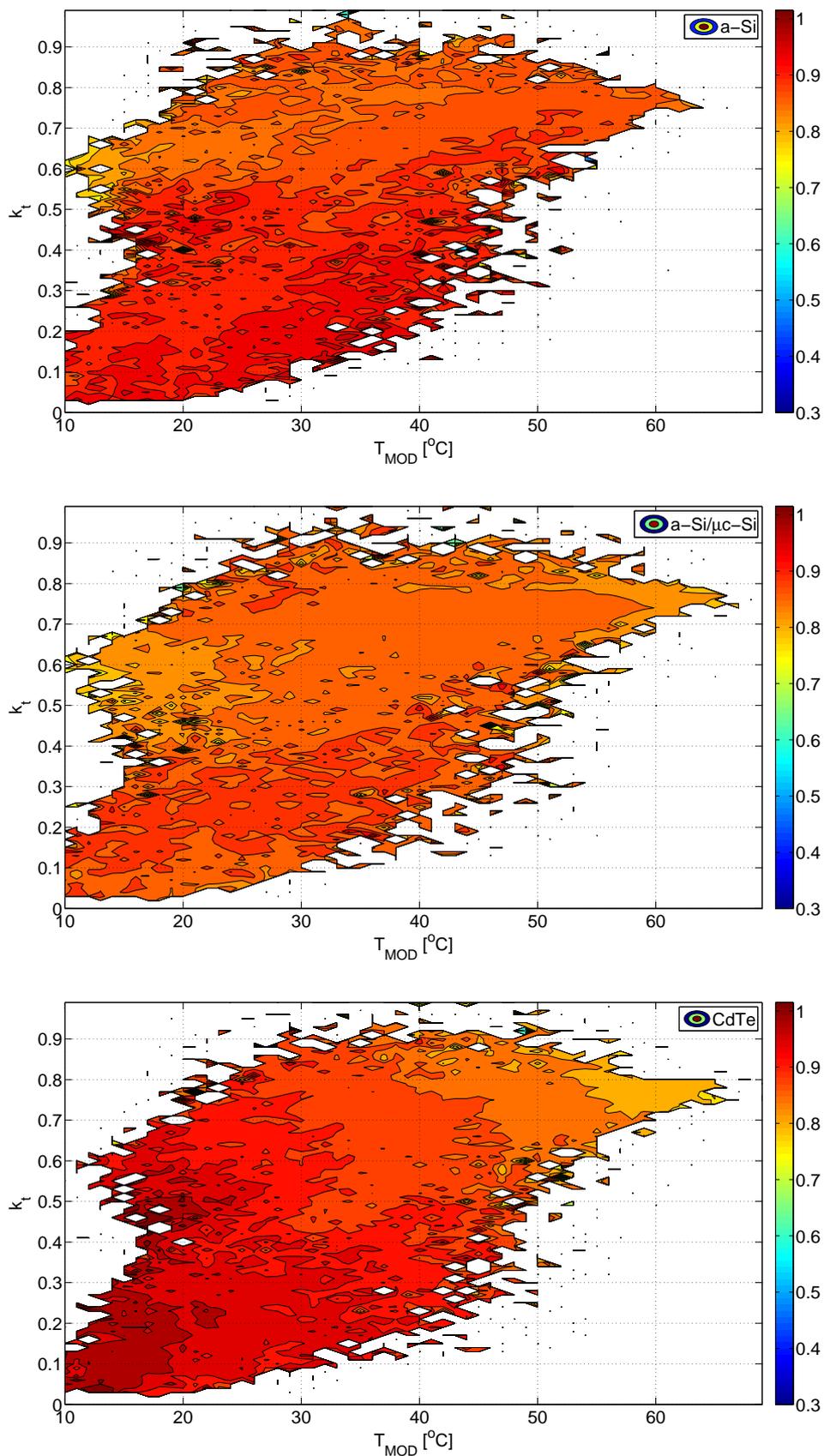


Figura 5.7: Curvas de Nivel de \overline{PR} utilizando k_t y T_{MOD} , para los módulos de las tres tecnologías analizadas.

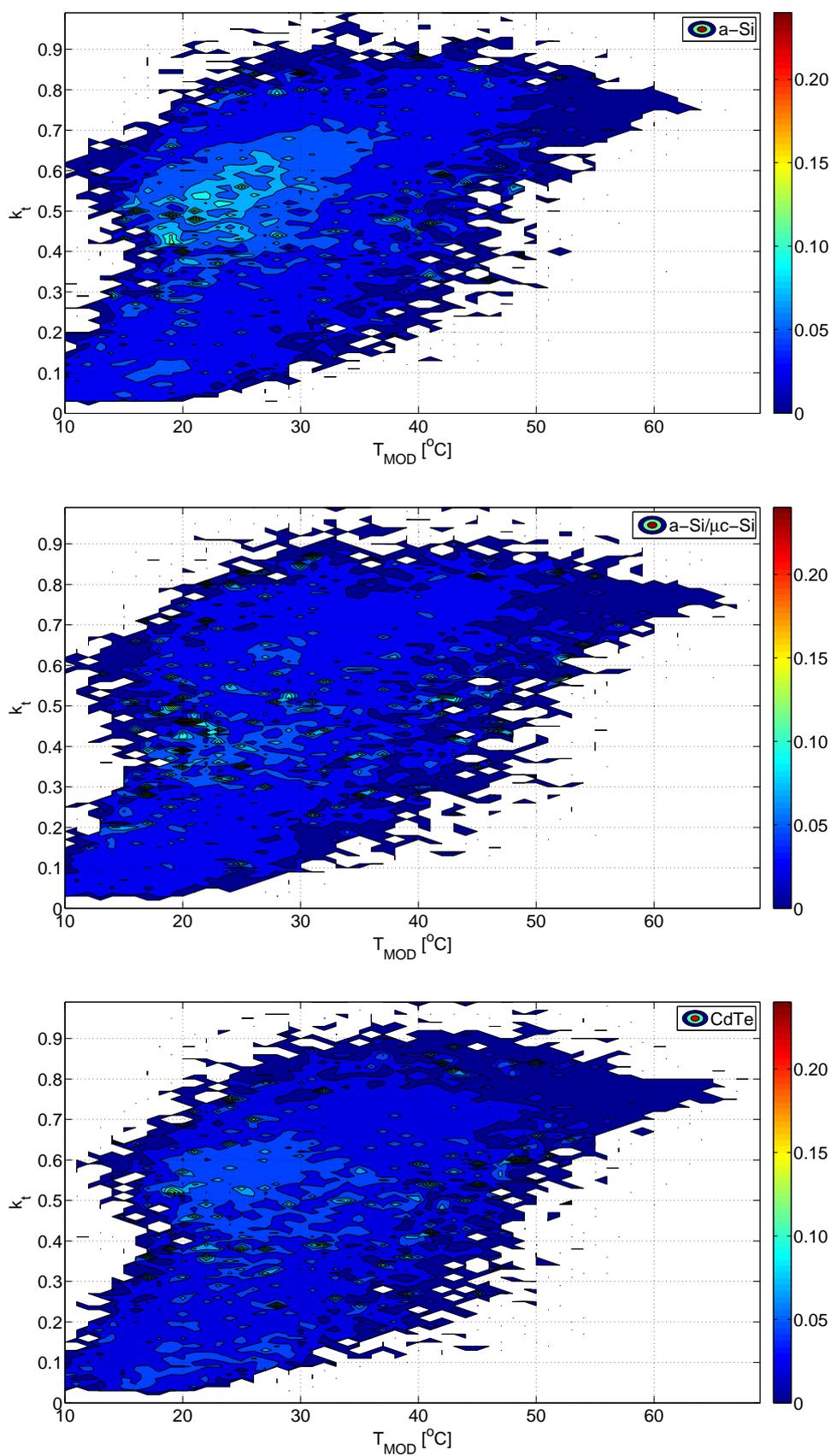


Figura 5.8: Curvas de Nivel de la desviación estándar (σ) utilizando k_t y T_{MOD} , para los módulos de las tres tecnologías analizadas.

5.5. Influencia del espectro en la tasa de rendimiento de módulos de tecnologías de lámina delgada

Anteriormente se ha determinado que el índice de claridad viene influenciado por la cantidad de vapor de agua que hay en suspensión, lo que afecta directamente a la distribución de irradiancia espectral y por supuesto al valor de APE. Así, cuanto más alto sea el valor de APE significa que se ha producido un desplazamiento del espectro al “azul”, mientras que cuanto más bajo indica que el desplazamiento será al “rojo”, caso de menos vapor de agua suspendido en la atmósfera.

Si tenemos en cuenta estos factores juntamente con la conclusión obtenida en el capítulo 4 de que la mayor parte de los espectros se pueden agrupar en tres *clusters* con un alto grado de acierto, ver Fig. 4.18.(b), ésto da lugar a pensar que los datos se podrían presentar por separado dividiendo las curvas de nivel y realizándolas para los distintos *clusters* con el objetivo de reducir la dispersión de valores observada en las curvas correspondientes a la desviación estándar de cada módulo.

El primer *cluster* es el que engloba a los valores de APE más bajos, el segundo *cluster* corresponde a los valores de APE intermedios incluido el valor estándar, donde se encuentra la mayor parte de datos recopilados, y el tercer *cluster* es donde se hallan los valores de APE más elevados, ver Fig. 4.18.(b).

5.5.1. Tecnología a-Si

Para analizar la posible influencia del espectro, las medidas se han dividido en tres grupos. En cada grupo están todas las medidas que tienen un valor de APE correspondiente a cada uno de los tres grupos (o *clusters*) que se definieron en el capítulo 4. Después, se ha obtenido una curva de nivel de la tasa de rendimiento media estimada para cada grupo de observaciones. En estas curvas de nivel se ha representado el valor medio de PR para cada par de valores de temperatura de módulo e índice de transparencia obtenido según se explicó en la sección 5.2. Tam-

5.5. Influencia del espectro en el PR, tecnologías de lámina delgada

bién se han obtenido las curvas de nivel correspondientes a la desviación estándar de cada uno de los valores de PR medios. En las Figs. 5.9 y 5.10, se muestran los resultados obtenidos para los valores PR medio y su desviación estándar, respectivamente.

La respuesta espectral de esta tecnología tiene un rango muy estrecho, prácticamente el rango visible de la luz. Es por esto que las variaciones en el espectro le afectan especialmente.

Una primer efecto de representar el PR en cada uno de los *clusters* que puede observarse es que para un mismo valor de temperatura e índice de transparencia se obtienen distintos valores de PR dependiendo del *cluster*, ver tabla 5.2. En esta tabla se puede observar que por ejemplo, para la $T_{MOD} = 25^\circ$ y $k_t = 0,4$ se obtienen los valores de PR de 0,89, 0,94 y 0,93 para cada uno de los *clusters*, lo que puede explicarse porque el espectro en cada uno de esos *clusters* es distinto.

| | | Temperatura de Módulo ($^\circ\text{C}$) | | | | | | |
|---------------------------------|----------|--|------|------|------|------|------|------|
| | | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| Índice de Transparencia 0,39 | Cluster1 | 0,84 | 0,85 | – | 0,82 | 0,78 | 0,89 | – |
| | Cluster2 | 0,93 | 0,94 | 0,93 | 0,88 | 0,96 | 0,92 | 0,91 |
| | Cluster3 | 0,95 | 0,96 | 0,93 | 0,98 | 0,92 | – | 0,93 |
| Índice de Transparencia 0,40 | Cluster1 | – | – | 0,88 | 0,89 | 0,85 | 0,83 | 0,84 |
| | Cluster2 | 0,91 | 0,90 | 0,88 | 0,94 | 0,91 | 0,93 | 0,93 |
| | Cluster3 | 0,00 | – | – | 0,93 | – | 0,95 | 0,98 |
| Índice de Transparencia 0,41 | Cluster1 | 0,86 | 0,97 | 0,83 | 0,94 | 0,83 | – | 0,77 |
| | Cluster2 | 0,89 | 0,89 | 0,89 | 0,88 | 0,91 | 0,89 | 0,89 |
| | Cluster3 | 0,94 | – | – | 0,93 | 0,99 | 0,98 | 0,97 |

Tabla 5.2: Tabla de contingencia de los valores de PR en función de T_{MOD} y k_t e intervalo de valor de APE (según los definidos para cada *cluster*).

Resulta interesante tener en cuenta que la respuesta espectral de esta tecnología se encuentra muy acotada en torno a 560 nm que es un valor utilizado por algunos autores para realizar normalizaciones del espectro (Fabero and Chenlo,

1991). A esta longitud de onda el espectro se ve muy poco afectado por efectos de dispersión (*scattering*) o de vapor de agua, con lo que posibles incertidumbres quedan eliminadas.

Cuando el módulo está trabajando en el primer *cluster*, con días despejados y un desplazamiento del espectro de la luz solar al “rojo”, el \overline{PR} del módulo no es muy alto, varía entre 0,75 y 0,90 (Fig. 5.9.(a)) debido a que no es capaz de captar las irradiancias espectrales que se encuentran en el infrarrojo. Al estar las longitudes de onda altas aportando una gran cantidad de energía y encontrarse éstas fuera de la respuesta espectral del módulo éste no es capaz de capturar esos fotones obteniéndose una tasa de rendimiento más baja; incluso a temperaturas inferiores a 25 °C, el valor del \overline{PR} es inferior a 1.

Este comportamiento se puede confirmar desde un punto de vista de la física de los semiconductores. El silicio amorfo presenta una energía de *gap* bastante elevada (superior a 1,7 eV), con lo que fotones que proporcionen una energía menor no serán capaces de producir un salto de electrón hacia la banda de conducción, donde puede conducir la corriente (Markvart and Castañer, 2003) (Luque and Hegedus, 2003). Aunque la energía del fotón y el valor de APE son conceptos distintos existe una relación directa entre ellos por lo que un espectro desplazado al “rojo” tendrá un valor de APE bajo por lo que muchos fotones no tendrán energía suficiente para producir corriente.

Si se observa el comportamiento del módulo en el segundo *cluster*, se ve con gran nitidez que a medida que el espectro se va desplazando al “azul”, la atmósfera se va cargando con más vapor de agua suspendido y las longitudes de onda altas se empiezan a filtrar, el módulo capta cada vez más porcentaje del espectro incidente y el \overline{PR} aumenta. Si se observa la Fig. 5.9.(b) puede apreciarse como, cuando el índice de transparencia k_t baja de 0,7, el PR aumenta y se mantiene prácticamente constante. Este comportamiento indica que, a medida que el porcentaje de energía aportada por las longitudes de onda más altas disminuye porque se produce un filtrado de la irradiancia a esas longitudes de onda, aumenta el aporte de las longitudes de onda que se encuentran en el mismo rango espectral que la respuesta espectral del módulo y la capacidad de procesar la luz y convertirla en electricidad

del módulo aumenta.

Este comportamiento se confirma cuando solamente se representan los PR medios correspondientes a valores de APE muy altos, tercer *cluster* (Fig. 5.9.(c)). La proporción del espectro solar que capta el módulo es máxima, es decir, el espectro incidente es el más favorable a su respuesta espectral.

Es de notar el hecho de que en ninguna de las curvas de nivel presentadas para esta tecnología se aprecie una variación significativa del valor del PR con la temperatura de funcionamiento del módulo.

Por último, observando las curvas de nivel de la desviación estándar, se comprueba que los valores han disminuido al separar las observaciones en grupos; es decir, al haber tenido en cuenta el tipo de espectro que le corresponde a cada medida, los valores de PR obtenidos varían menos, por lo que se puede afirmar que son más representativos del funcionamiento del módulo en esas condiciones.

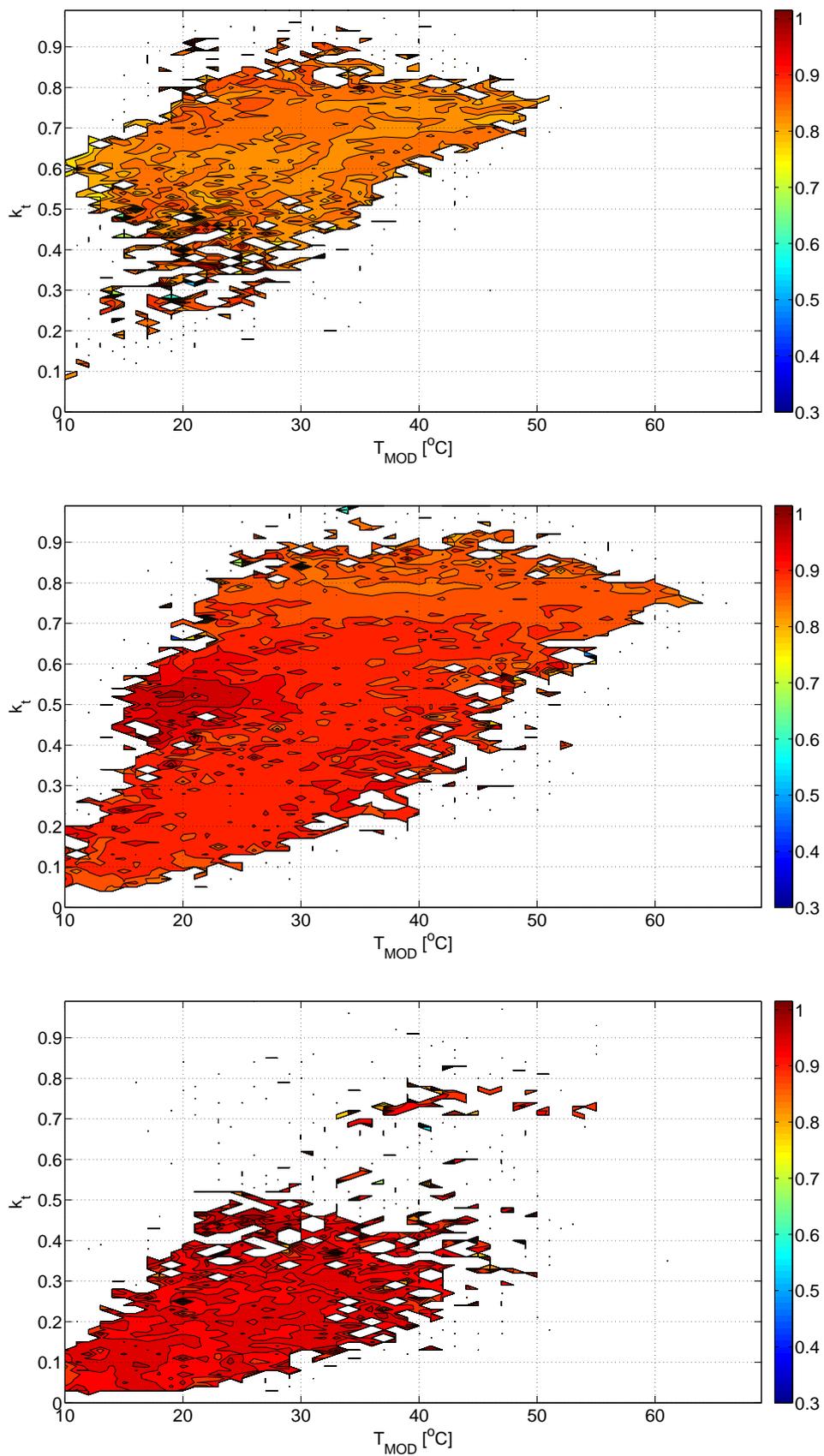


Figura 5.9: \overline{PR} de módulo a-Si en cada *cluster*

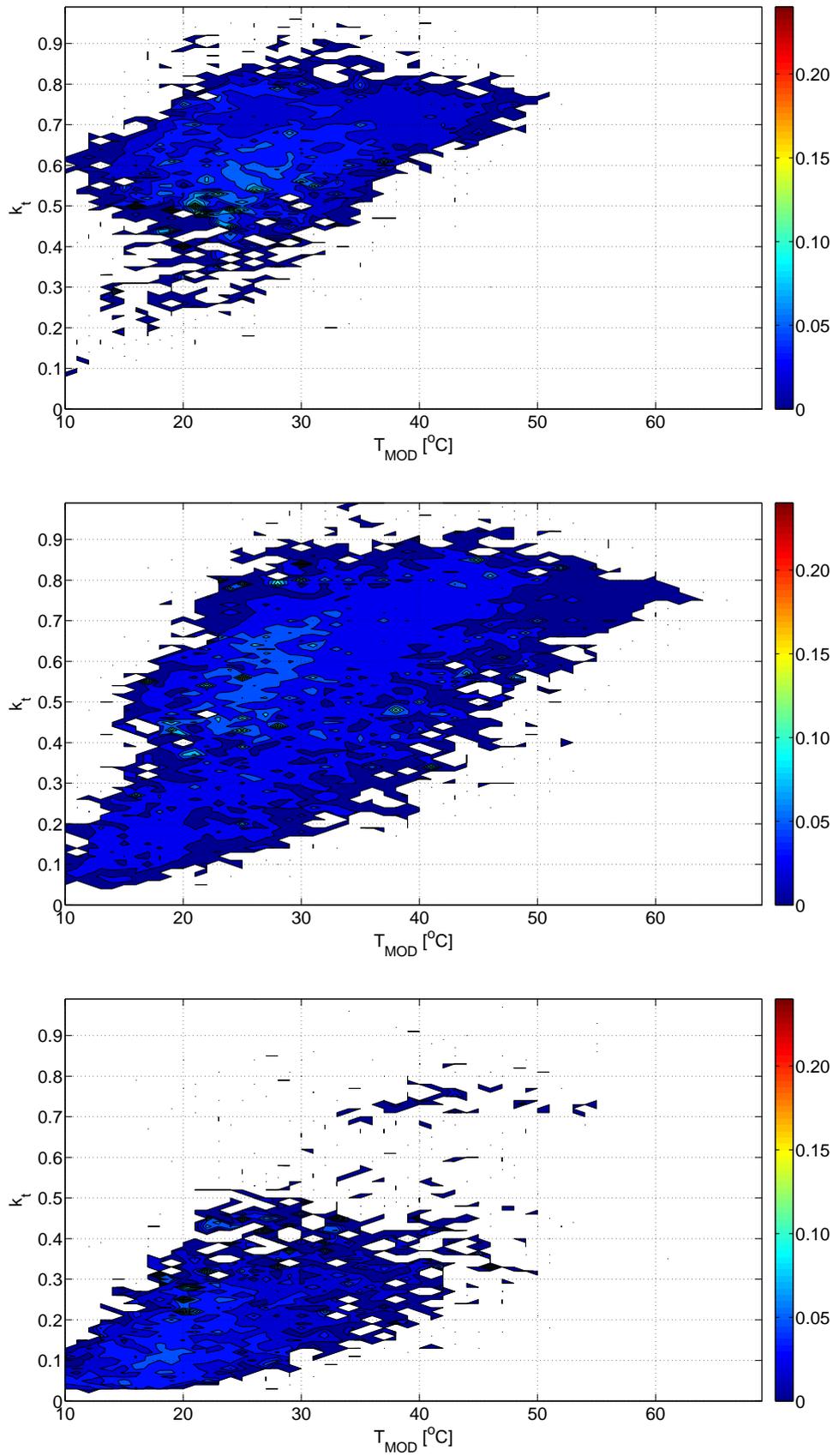


Figura 5.10: σ de módulo a-Si en cada *cluster*

5.5.2. Tecnología a-Si/ μ c-Si

Los PR medios y sus desviaciones estándar para el módulo de esta tecnología se muestran en las Figs. 5.11 y 5.12, respectivamente.

En este módulo sucede lo mismo que en la tecnología anteriormente estudiada, que para un mismo valor de temperatura e índice de transparencia atmosférica se obtienen distintos valores de \overline{PR} en función del APE.

En esta tecnología el rango de longitudes de onda que es capaz de captar el módulo (VIS+NIR) llega a algo más de 1000 nm, ya en el infrarrojo cercano, es por esto que prácticamente en todos los *clusters* el valor de \overline{PR} obtenido es más homogéneo en las distintas condiciones, respecto a los obtenidos para otras tecnologías, ver Figs. 5.11.

Si se analizan las curvas de nivel en función de los distintos valores de APE, en el primer *cluster*, con desplazamiento al “rojo” (Fig. 5.11.(a)), se comprueba perfectamente el efecto de la atmósfera. Para un índice de claridad por encima de 0,7, cielo despejado (teniendo en cuenta que este subgrupo pertenece al *cluster 1*) y temperatura de trabajo en torno a las condiciones estándar de funcionamiento, el módulo proporciona un \overline{PR} mayor que 0.9.

En el segundo *cluster*, donde se encuentran la mayor parte de los espectros y en el que no hay irradiancias espectrales muy desplazadas al “rojo” ni al “azul”, el factor determinante es la temperatura del módulo, como ya había sido apuntado por otros autores, ver Nakada et al. (2010). Así cuando estamos trabajando con temperaturas de módulo altas la tasa de rendimiento disminuye y cuando trabajamos a temperaturas de módulo muy bajas este \overline{PR} aumenta, ver Fig. 5.11.(b).

En el tercer *cluster*, con la mayor parte de los espectros en la zona “azul” correspondiente a días nublados y que normalmente tienen temperaturas ambientales bajas, la mayoría de los valores de \overline{PR} obtenidos son superiores a 0.95 para cualquier temperatura de operación, Fig. 5.11.(c). Esto se debe a que el espectro incidente es adecuado para la respuesta espectral de la célula y la temperatura de los módulos tiene poca influencia.

En esta tecnología se demuestra claramente que al tener una respuesta espectral con un ancho de banda amplio, las variaciones espectrales no le afectarán como a

5.5. Influencia del espectro en el PR, tecnologías de lámina delgada

los módulos de la tecnología de silicio amorfo de una sola unión, ya que será capaz de captar la luz tanto a altas como a bajas longitudes de onda.

Esto concuerda con lo que se conoce teóricamente de los módulos multi-unión. La capa de silicio amorfo que tiene una energía de *gap* más elevada, en torno a 1,7 eV, absorberá los fotones que estén desplazados al “azul” (con un valor de APE más alto) mientras que la capa de silicio microcristalino (el silicio cristalino tiene una energía de *gap* más baja, alrededor de 1,1 eV) capturará aquellos fotones que presenten un espectro desplazado al “rojo” (Sirisamphanwong and Ketjoy, 2012).

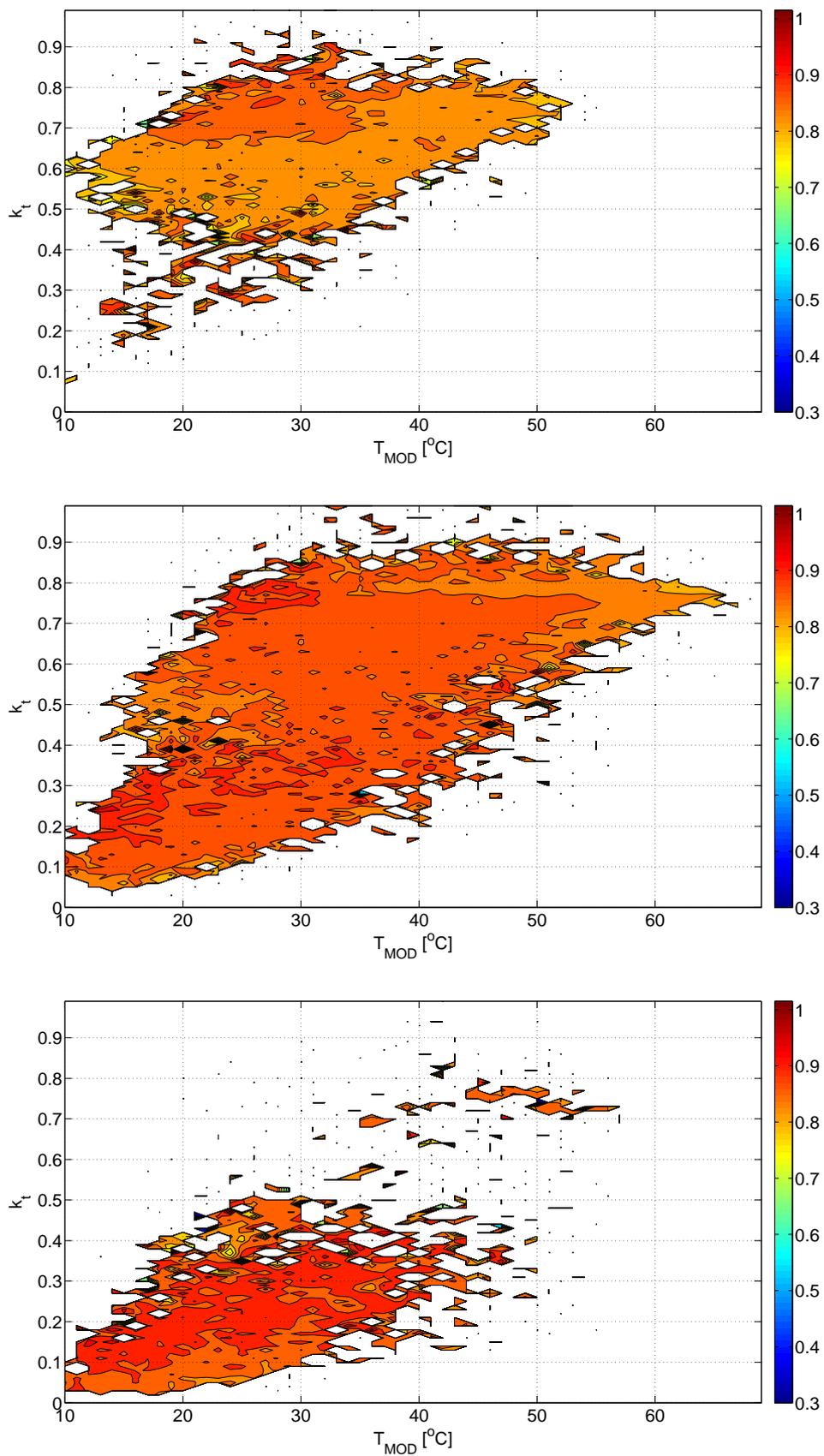


Figura 5.11: \overline{PR} de módulo a-Si/ μ c-Si en cada *cluster*

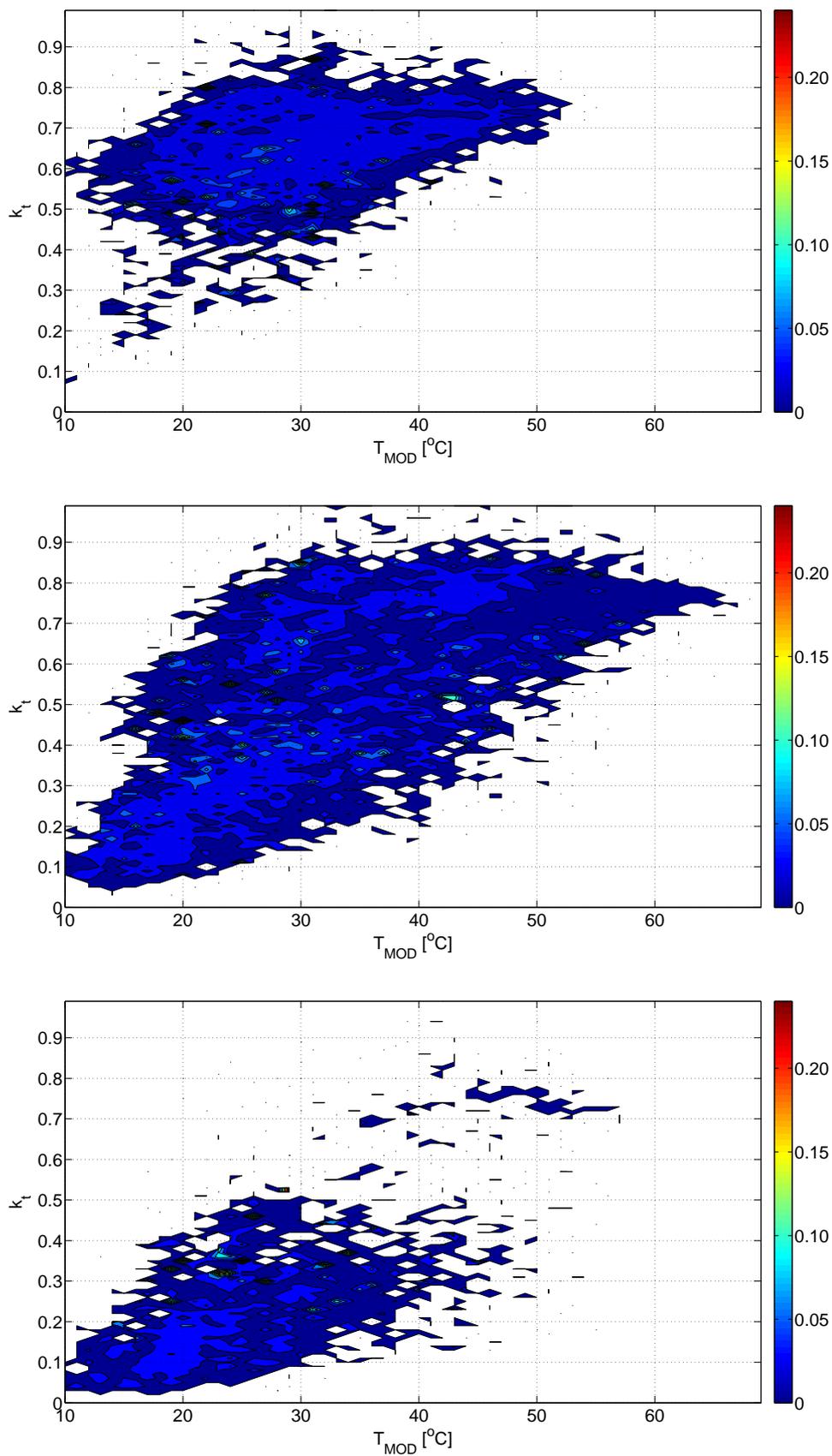


Figura 5.12: σ de módulo a-Si/ μ c-Si en cada *cluster*

5.5.3. Tecnología CdTe

Los resultados del \overline{PR} en función de los *clusters* para el módulo de CdTe se muestran en las curvas de nivel representadas en la Fig. 5.13. En la Fig. 5.14 se muestran las curvas de nivel para la desviación estándar.

Estos resultados muestran que a este módulo le afecta tanto el índice de transparencia como la temperatura de módulo, ver Fig. 5.7.(c) Desde un punto de vista de la respuesta espectral este módulo se encuentra a medio camino entre las dos tecnologías estudiadas anteriormente.

También se aprecia, como en las dos tecnologías anteriores, el efecto distinto para mismos valores de temperatura y de índice de transparencia en el \overline{PR} según me encuentre estudiando un valor de APE u otro.

Cuando solamente se utilizan los valores de \overline{PR} de las irradiancias espectrales que se encuentran en el primer *cluster*, ver Fig. 5.13.(a), el rendimiento de los módulos viene principalmente determinado por la temperatura de trabajo del módulo, puesto que estos valores indican que el espectro se encuentra desplazado al “rojo” y la respuesta espectral del dispositivo no alcanza a captar gran parte de la energía recibida. Cuando el espectro está desplazado al “rojo”, significa que hay poco vapor de agua suspendido en la atmósfera.

Si se representan los valores de \overline{PR} para el segundo *cluster*, ver Fig. 5.13.(b), se ve que es muy determinante el efecto de la temperatura del módulo pero ya se aprecia un comportamiento influenciado por la respuesta espectral. Cuando el índice de transparencia es bajo, correspondiente a días nublados, la mayor contribución espectral vendrá de las longitudes de onda bajas que es donde se encuentra la respuesta espectral de este módulo. Esto unido al hecho de que generalmente en estos días no se alcanza una temperatura de módulo alta provocará que la tasa de rendimiento alcance un valor elevado.

Los \overline{PR} calculados en el tercer *cluster* y caso de índice de transparencia bajo son muy altos, reforzando la hipótesis anterior. Esta situación atmosférica corresponde a cielos muy nublados, lo que significa que el dispositivo está trabajando muy bien puesto que por su respuesta espectral es capaz de captar toda la luz incidente y transformarla en energía. Este comportamiento se puede observar claramente en

5.5. Influencia del espectro en el PR, tecnologías de lámina delgada

la Fig. 5.13.(c), realizada para valores de APE correspondiente a días con espectro desplazado al “azul”, que coinciden con días con gran cantidad de nubes o de humedad suspendida en el ambiente. En estos días el índice de transparencia es inferior a 0,5, valor considerado como bajo pero el \overline{PR} del dispositivo indica que el módulo está aprovechando toda la luz incidente. En este caso coincide que el rango espectral que es capaz de captar el módulo coincide con la ventana espectral de luz incidente ya que las longitudes de onda altas han sido filtradas por el vapor de agua.

Apuntar por último que las conclusiones obtenidas para este módulo desde un punto de vista del espectro coinciden con las proporcionadas por la teoría de semiconductores, puesto que el CdTe es una tecnología con una estructura de bandas que presenta un *gap* directo en torno a 1,5 eV, que es considerado un valor óptimo para maximizar la conversión eléctrica del espectro solar. Este es uno de los motivos por los que este módulo es el que presenta una mayor eficiencia (superior al 10 %) de los tres módulos de lámina delgada estudiados.

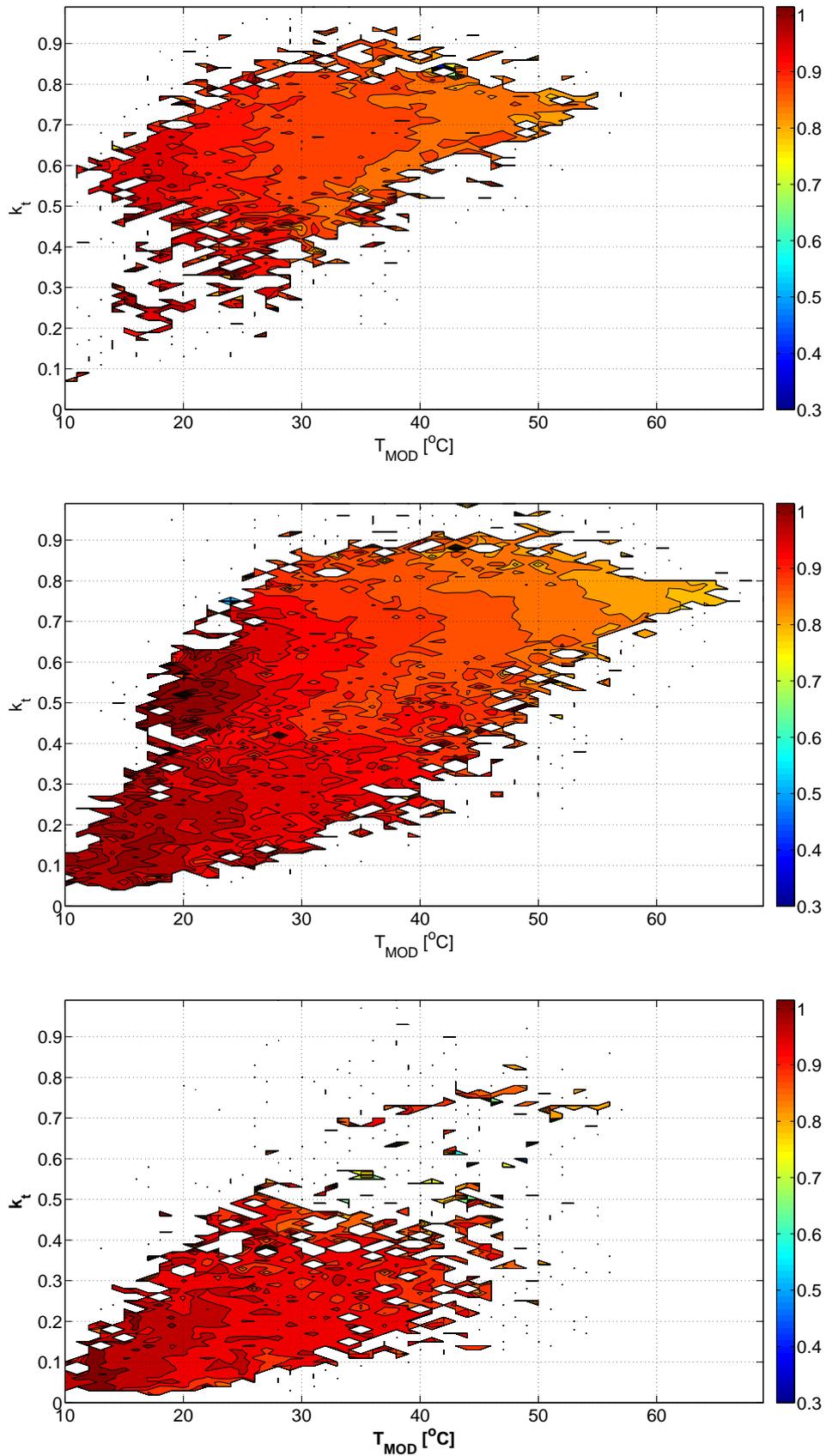


Figura 5.13: \overline{PR} de módulo CdTe en cada *cluster*

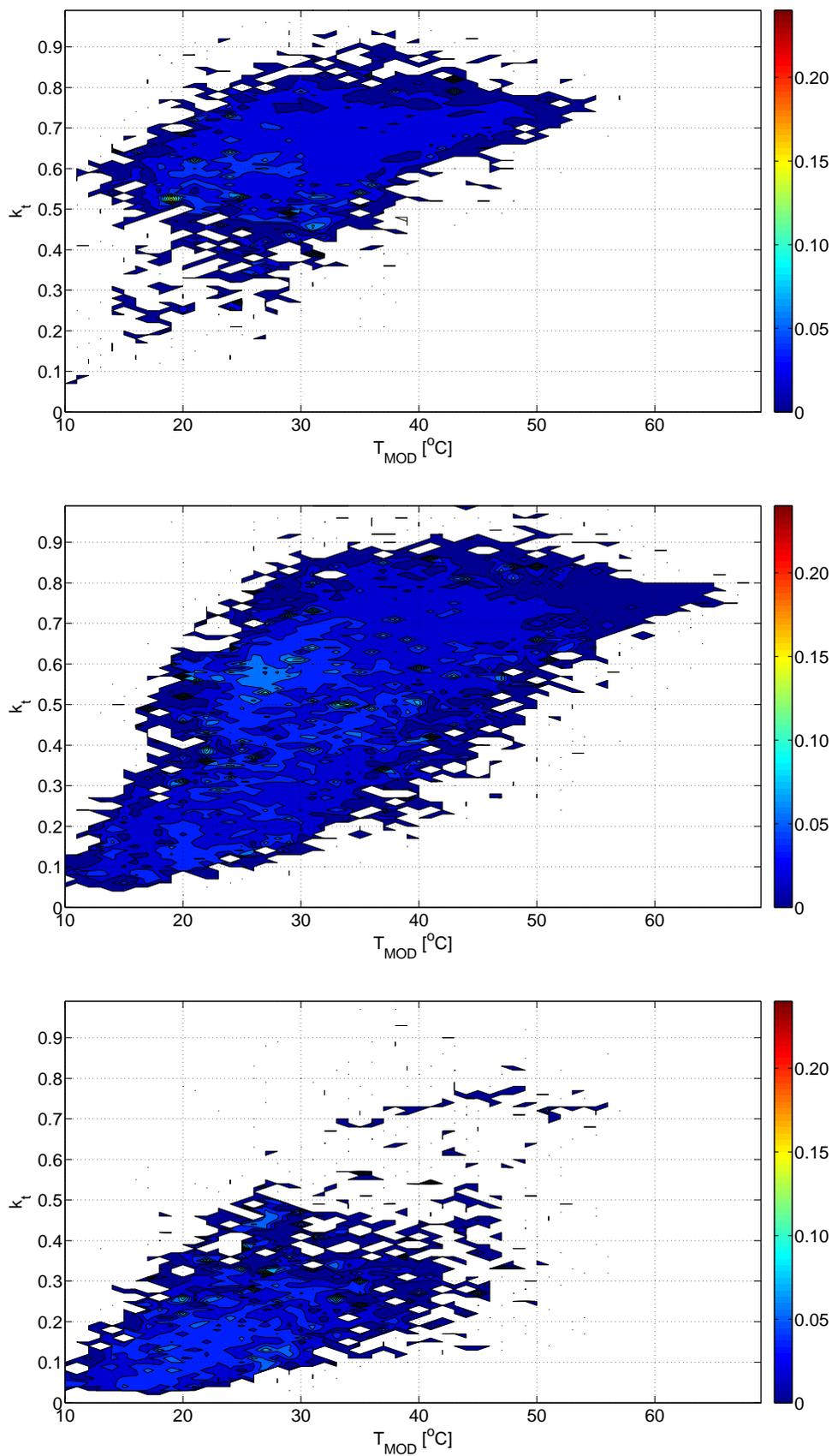


Figura 5.14: σ de módulo CdTe en cada *cluster*

5.6. Conclusiones

En este capítulo se ha propuesto una metodología que permite caracterizar el funcionamiento de módulos fotovoltaicos de distintas tecnologías de lámina delgada para distintas condiciones reales de funcionamiento. Con esta metodología se han obtenido las curvas de nivel que permiten conocer la tasa de rendimiento o PR para estos módulos. Se ha propuesto obtener estas curvas de nivel en función de los parámetros que son más significativos en el funcionamiento de estos módulos, como son el índice de transparencia, la temperatura de trabajo del módulo y el valor de APE.

Se ha analizado en detalle el funcionamiento de estos módulos y se ha comprobado el efecto de la distribución espectral de la irradiancia sobre éste.

Ha quedado patente que la representación mediante curvas de nivel del funcionamiento de módulos fotovoltaicos a través del PR proporciona una gran cantidad de información para las tecnologías de lámina delgada.

Se han obtenido las curvas de nivel de la tasa de rendimiento de los módulos analizados en función de distintos parámetros. Por una parte, se han utilizado las variables temperatura de módulo y valor de APE y por otra las variables temperatura de módulo e índice de transparencia. Estas curvas permiten estimar cuál será la tasa de rendimiento de los módulos en condiciones reales de funcionamiento. Se han estimado además, para cada una de estas curvas las curvas correspondientes de desviación estándar de la tasa de rendimiento. Ello permite comprobar la precisión con la que se hacen las predicciones.

Además, se han comprobado y caracterizado para las tecnologías analizadas, cuál es la influencia del espectro de la irradiancia global incidente. Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el capítulo anterior, se han obtenido las curvas de nivel de la tasa de rendimiento de cada tecnología para cada uno de los tres tipos de espectros observados. También en este caso se han obtenido las curvas de desviación estándar. Las variables utilizadas han sido el índice de transparencia y la temperatura de módulo. Los valores de desviación estándar obtenidos permiten afirmar que con estas curvas de nivel se puede conocer cómo será el funcionamiento

de estos módulos en condiciones reales con gran precisión.

Los resultados obtenidos en este trabajo indican que utilizando las tecnologías de lámina delgada se puede conseguir un mayor aprovechamiento de la energía incidente en condiciones climáticas desfavorables, como son días nublados con gran cantidad de radiación difusa.

Bibliografía

- Bennett, N. D., Croke, B. F., Guariso, G., Guillaume, J. H., Hamilton, S. H., Jakeman, A. J., Marsili-Libelli, S., Newham, L. T., Norton, J. P., Perrin, C., Pierce, S. A., Robson, B., Seppelt, R., Voinov, A. A., Fath, B. D., Andreassian, V., 2013. Characterising performance of environmental models. *Environmental Modelling & Software* 40 (0), 1 – 20.
- Brown, G. F., Wu, J., 2009. Third generation photovoltaics. *Laser & Photon. Rev.* 3 (4), 394–405.
- Fabero, F., Chenlo, F., 1991. Variance in the solar spectrum with the position of the receiver surface during the day for pv applications. In: IEEE Press, N. Y. (Ed.), *Proceedings of the 22nd IEEE Photovoltaic Specialists Conference*. pp. 812–817.
- IEC.60904-7, 2008. CEI/IEC 60904-7 ed3.0: Photovoltaic devices. Part 7, Computation of the spectral mismatch correction for measurements of photovoltaic devices. International Electrotechnical Commission, IEC technical committee 82: Solar photovoltaic energy systems.
- IEC.60904-8, 1998. CEI/IEC 60904-8 ed2.0: Photovoltaic devices. Part 8, Measurement of Spectral Response of a Photovoltaic (PV) Device. International Electrotechnical Commission: IEC technical committee 82: Solar photovoltaic energy systems.
- Luque, A., Hegedus, S., 2003. *Handbook of Photovoltaic Science and Engineering*. Wiley.

- Markvart, T., Castañer, L., 2003. *Practical Handbook of Photovoltaics: Fundamentals and Applications*. Elsevier.
- Minemoto, T., Fukushige, S., Takakura, H., 2009. Difference in the outdoor performance of bulk and thin-film silicon-based photovoltaic modules. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 93, 1962–1965.
- Minemoto, T., Nagae, S., Takakura, H., 2007. Impact of spectral irradiance distribution and temperature on the outdoor performance of amorphous si photovoltaic modules. *Solar Energy Materials & Solar Cells* 91 (10), 919–923.
- Nakada, Y., Takahashi, H., Ichida, K., Minemoto, T., Takakura, H., 2010. Influence of clearness index and air mass on sunlight and outdoor performance of photovoltaic modules. *Current Applied Physics* 10, 261–264.
- Nofuentes Garrido, G., García-Domingo, B., Fuentes, M., Moreno, R., Cañete, C., Sidrach-de Cardona, M., Alonso, M., Chenlo Romero, F., 2012. Comparative analysis of the effects of spectrum and module temperature on the performance of thin film modules on different sites. In: *27th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition*. Vol. 3-936338-28-0 of 4BV.2.31. pp. 3331 – 3334.
- Pérez-López, J. J. and Fabero, F., Chenlo, F., 2007. Experimental solar spectral irradiance until 2500 nm: Results and influence on the pv conversion of different materials. *Prog. Photovolt: Res. Appl.* 15, 303–315.
- Piliouguine, M., Carretero Rubio, J., L., M. L., Sidrach de Cardona Ortin, M., 2011. Experimental system for current-voltage curve measurement of photovoltaic modules under outdoor conditions. *Progress in Photovoltaics*, 1–12.
- Poissant, Y., Couture, L., Dignard-Bailey, L., Thevenard, D., Cusack, P., Oberholzer, H., 2003. Simple test methods for evaluating the energy rating of pv modules under various environmental conditions. In: *Proceedings of ISES 2003, Gothenburg, Sweden*. No. 2003-086/2003-06-10.

Seifert, H., Hohl-Ebinger, J., Warta, W., 2011. Spectral influences on measurement uncertainty of a-si/ μ c-si multi-junction solar devices. In: 26th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition. pp. 2714–2717.

Sirisamphanwong, C., Ketjoy, N., 2012. Impact of spectral irradiance distribution on the outdoor performance of photovoltaic system under thai climatic conditions. *Renewable Energy* 38 (1), 69–74.

Zanenco, I., Krenzinger, A., 1993. The effects of atmospheric parameters on the global solar irradiance and on the current of a silicon solar cell. *Prog. Photovolt: Res. Appl.* 1, 169–179.

Capítulo 6

Conclusiones

Los trabajos de investigación que se han desarrollado en el marco de esta tesis han permitido, por una parte, dar respuesta a los objetivos que se plantearon al inicio de los mismos y, por otra parte, han planteado nuevas cuestiones para abordar en trabajos futuros.

El primer objetivo propuesto era la caracterización de la distribución espectral de la radiación solar global. En esta tesis se propone una metodología basada en la utilización de distintos modelos estadísticos y de minería de datos que permite la caracterización del espectro de radiación solar global; los modelos propuestos abordan esta caracterización de manera novedosa respecto a los modelos que se han utilizado previamente y que se basan en general en la modelización física de la composición de la atmósfera terrestre; la complejidad de estos modelos previos los hacen poco idóneos para ser utilizados de manera conjunta con programas de evaluación del funcionamiento de plantas fotovoltaicas. Además, en muchos de ellos, es necesario conocer los valores de parámetros que no suelen estar disponibles en este tipo de plantas. Por el contrario, los modelos propuestos, se basan en la utilización de datos de entrada que sí se registran de manera habitual en instalaciones fotovoltaicas.

Los parámetros necesarios para poder utilizar los modelos propuestos para caracterizar el espectro de la radiación solar global son: la masa de aire, el índice de transparencia atmosférico (estimado a partir de los valores de irradiancia global

y la la irradiancia solar extraterrestre) y la energía media del fotón, APE. De estos parámetros, todos excepto el último pueden obtenerse de manera sencilla, bien a través de las variables registradas en las instalaciones fotovoltaicas o bien estimados a partir de estas variables. Para solventar la dificultad de obtener el valor del APE, en este trabajo se ha propuesto un modelo que permite su obtención a partir de las otras variables meteorológicas anteriormente citadas.

Basándose en el hecho de que todos los espectros medidos se pueden clasificar en un reducido número de grupos, que variará en función de la incertidumbre estadística que se seleccione, se pueden llegar a clasificar todos los espectros en tres subgrupos con un nivel de confianza muy alto. Para hallar cuantos espectros distintos hay se ha usado la técnica de particionado de k-medias y el test de Kolmogorov-Smirnov para la bondad del ajuste entre dos muestras. Para el análisis en profundidad de la distribución espectral de la irradiancia de luz solar primero se ha estimado el valor de la energía media del fotón y su función de distribución de probabilidad acumulada, usando un factor de normalización para cada medida.

Con estos valores de partida y las técnicas mencionadas se han reducido los más de 250.000 espectros de partida a tres tipos de espectro con la certeza de que más del 99,8 % de los espectros son similares a los otros espectros del *cluster* al que pertenecen.

Una vez seleccionados los espectros se ha analizado la relación entre los parámetros meteorológicos más usados en aplicaciones fotovoltaicas (irradiancia solar, temperatura y humedad), algunos parámetros astronómicos (masa de aire, irradiancia extraterrestre) y las variables necesarias para caracterizar el espectro (energía media del fotón y factor de normalización) y se ha usado una red neuronal artificial ampliamente estudiada, la red neuronal multicapa *feedforward*, para estimar el valor de APE a partir de estos parámetros meteorológicos y astronómicos obteniendo unos valores de correlación y de error cuadrático medio más que aceptables. Por último se ha utilizado un modelo de regresión multivariante para calcular el factor de normalización.

Finalmente se llega a la conclusión de que el modelo propuesto permite generar distribuciones de irradiancia espectral solar a partir de cualquier condición

meteorológica utilizando los valores puntuales de irradiancia solar, temperatura ambiente y humedad relativa como parámetros de entrada. Los resultados obtenidos se refrendan con resultados hallados en trabajos previos para otras localidades, lo cual lleva a pensar que el método puede ser utilizado de manera universal.

El otro objetivo que se planteó al inicio de estos trabajos de investigación era el modelado de módulos fotovoltaicos de lámina delgada de distinta tecnología, con el fin de conocer su funcionamiento a partir del parámetro de productividad de los mismos, haciendo especial hincapié en la influencia de la distribución espectral de la irradiancia solar. El parámetro irradiancia espectral apenas se ha tenido en cuenta hasta ahora debido a la escasez de medidas espectrales disponibles en las bases de datos meteorológicas. Para estudiar cómo la distribución de la irradiancia espectral solar afecta a las diferentes tecnologías de módulos y para explicar los distintos rendimientos de los paneles a la intemperie, se ha caracterizado la distribución del espectro de la radiación solar global en las distintas condiciones en las que los módulos han trabajado.

Para dar respuesta a este segundo objetivo, en este trabajo se propone la utilización de curvas de nivel para caracterizar el funcionamiento de módulos fotovoltaicos. Estas curvas proporcionan una gran cantidad de información para las tecnologías de lámina delgada, cuyo comportamiento no se comprende completamente a día de hoy. En las curvas de nivel que se proponen en este trabajo, se han seleccionado como variables más significativas la temperatura de trabajo del módulo fotovoltaico, el valor del índice de transparencia atmosférico y el valor de la energía media del fotón, a la hora de caracterizar la productividad de los módulos fotovoltaicos de lámina delgada de distintas tecnologías. La productividad medida a través de la tasa de rendimiento o PR es un buen indicador de cuánta de la energía disponible ha sido usada. La curva de nivel indica qué aprovechamiento ha tenido el fotón en función de las condiciones atmosféricas.

Los resultados obtenidos muestran que los valores de PR son muy altos, cercanos al 100 %, en condiciones que podrían considerarse como malas. Lo que esta representación indica es un resultado de gran interés y es que la tecnología de lámina delgada es capaz de generar energía en condiciones menos favorables en lo

que a intensidad de la radiación solar recibida se refiere. De esta forma antes de llevar a cabo una instalación puede ser conveniente realizar un estudio previo del tipo de atmósfera que hay y la distribución espectral que va a recibir el módulo y en relación a eso buscar la tecnología que mejor se ajuste en términos de respuesta espectral.

Los resultados obtenidos sugieren que separando todas las irradiancias espectrales en tres grupos, que en términos físicos se podrían resumir en días muy nublados, días normales (la mayoría) y días muy claros, se puede caracterizar el funcionamiento de los módulos de lámina delgada de una manera más determinista, calculando el aprovechamiento de la energía en un lugar determinado.

Así, cuanto menor sea el rango de la respuesta espectral del módulo, que vendrá determinado principalmente por la tecnología, el rendimiento del dispositivo estará más condicionado por la distribución de la intensidad de irradiancia espectral de la luz solar influenciado sobre todo por la cantidad de vapor de agua suspendida en el ambiente. A medida que la respuesta espectral del dispositivo aumente, la irradiancia dejará de ser el factor principal que determine la tasa de rendimiento (PR) y pasará a ser la temperatura del módulo el factor que más influya.

Se han obtenido las curvas de nivel de la tasa de rendimiento de los módulos de las tres tecnologías analizadas, en función del índice de transparencia, el valor de APE y la temperatura de los módulos. Estas curvas son de gran utilidad para poder conocer cuál será la producción de un módulo en distintas condiciones meteorológicas.

Quedan abiertas varias cuestiones a la vista de los resultados obtenidos en este trabajo. Por una parte, en la modelización del espectro solar de la radiación global, puede ser interesante analizar la posibilidad de utilizar otros modelos tanto para obtener el valor del APE como para obtener el valor del parámetro de normalización de la curva de distribución espectral de la radiación solar global, una vez que sí han quedado determinadas cuáles son las variables más significativas para estos dos parámetros.

Por otra parte, también en la caracterización y modelado del funcionamiento

de módulos fotovoltaicos de lámina delgada hay que analizar los efectos en este funcionamiento de la degradación que sufren los módulos de estas tecnologías a medio y largo plazo. Este análisis puede ser realizado una vez que se tengan medidas de los distintos parámetros que condicionan sus funcionamiento para mayores periodos de tiempo.

Nomenclatura

| | | | |
|-------------------|--------------------------------|----------|---|
| α | Estadístico Teórico de test KS | ASTM | <i>American Society for Testing and Materials</i> |
| λ | Longitud de Onda | c.p.d.f. | Función de Distribución de Probabilidad Acumulada |
| μ | Media | CdTe | Telururo de Cadmio |
| μc -Si | Silicio Microcristalino | CIGS | Selenuro de Galio, Indio y Cobre |
| \overline{PR} | Valor Medio de PR | d_p | Distancia de Minkowski |
| Φ | Flujo de Fotones | E | Irradiancia espectral solar |
| ϕ | Latitud | E_g | Energía del GAP |
| σ | Desviación Estándar | E_t | Factor de Normalización del Espectro |
| φ | Latitud Geocéntrica | EQE | Eficiencia Cuántica Externa |
| e_o | Ángulo Altura Solar | eV | electronvoltio |
| a-Si | Silicio Amorfo | F | Función de Distribución Acumulada |
| a-Si/ μc -Si | Silicio Microamorfo | FV | Fotovoltaico/a |
| AM | Masa de aire | G_0 | Irradiancia Solar Extraterrestre |
| ANN | Red Neuronal Artificial | G_t | Irradiancia Solar Global |
| AOD | Profundidad Óptica de Aerosol | | |
| APE | Energía Media del Fotón | | |

Nomenclatura

| | | | |
|----------|--|-------|--|
| H_a | Hipótesis General Alternativa | nm | nanómetro |
| H' | Ángulo Horario Solar Local | PR | <i>Performance Ratio</i> o Tasa de Rendimiento |
| H'_0 | Hipótesis Nula | q | Carga del Electrón |
| Hr | Humedad | QE | Eficiencia Cuántica |
| I_{SC} | Corriente de Corto Circuito | R | Coefficiente de Correlación |
| IEC | <i>International Electrotechnical Commission</i> | R^2 | Coefficiente de Determinación |
| k_t | Índice de Transparencia | RMSD | Desviación del Error Cuadrático Medio |
| KS | Kolmogorov-Smirnov | RRC | Método de Condiciones Realistas |
| LST | Hora Solar | RSR | Respuesta Espectral Relativa |
| M | Factor de Desajuste Espectral | SF | Factor Espectral |
| m-Si | Silicio Monocristalino | SR | Respuesta espectral |
| MBD | Desviación de Sesgo Medio | STC | Condiciones Estándar de Medida |
| MLP | Perceptrón Multi-Capa | VIS | Rango Visual del Espectro de Luz |
| MSE | Error Cuadrático Medio | | |
| NIR | Rango del Infrarrojo Cercano del Espectro de Luz | | |

Apéndices

Apéndice A

Centroides

Apéndice A. Centroides

| APE | Centroides para TRES clusters (k=3) | | | Centroides para SEIS clusters (k=6) | | | | | |
|----------------|-------------------------------------|------------|------------|-------------------------------------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| | 1,8693 eV | 1,9043 eV | 1,9455 eV | 1,8489 eV | 1,8734 eV | 1,8925 eV | 1,9077 eV | 1,9302 eV | 1,9688 eV |
| λ (nm) | Centroid1 | Centroid2 | Centroid3 | Centroid1 | Centroid2 | Centroid3 | Centroid4 | Centroid5 | Centroid6 |
| 350,37 | 0,00043507 | 0,00056975 | 0,00072013 | 0,00037161 | 0,00044581 | 0,00052191 | 0,00058328 | 0,00067382 | 0,000784 |
| 351,085 | 0,00043758 | 0,00057195 | 0,00072187 | 0,00037396 | 0,00044837 | 0,00052429 | 0,00058542 | 0,00067568 | 0,0007856 |
| 351,799 | 0,00044455 | 0,0005801 | 0,0007309 | 0,00038023 | 0,00045552 | 0,0005321 | 0,0005936 | 0,0006843 | 0,000795 |
| 352,514 | 0,0004541 | 0,0005914 | 0,0007438 | 0,0003886 | 0,0004652 | 0,0005428 | 0,0006051 | 0,0006968 | 0,0008088 |
| 353,228 | 0,0004657 | 0,0006055 | 0,0007604 | 0,0003988 | 0,0004771 | 0,0005562 | 0,0006196 | 0,0007126 | 0,0008265 |
| 353,943 | 0,0004706 | 0,000611 | 0,000766 | 0,0004034 | 0,0004822 | 0,0005615 | 0,000625 | 0,0007181 | 0,0008321 |
| 354,658 | 0,0004681 | 0,0006066 | 0,0007593 | 0,0004014 | 0,0004795 | 0,0005579 | 0,0006204 | 0,0007121 | 0,0008245 |
| 355,373 | 0,0004634 | 0,0005995 | 0,0007492 | 0,0003977 | 0,0004747 | 0,0005516 | 0,000613 | 0,0007028 | 0,0008131 |
| 356,088 | 0,000455 | 0,0005876 | 0,0007329 | 0,0003909 | 0,0004661 | 0,0005411 | 0,0006008 | 0,000688 | 0,000795 |
| 356,803 | 0,0004519 | 0,0005825 | 0,0007249 | 0,0003884 | 0,0004628 | 0,0005367 | 0,0005955 | 0,0006809 | 0,0007859 |
| 357,519 | 0,0004515 | 0,000581 | 0,0007214 | 0,0003884 | 0,0004624 | 0,0005357 | 0,0005939 | 0,0006779 | 0,0007813 |
| 358,234 | 0,0004491 | 0,0005769 | 0,0007147 | 0,0003866 | 0,0004599 | 0,0005323 | 0,0005897 | 0,0006722 | 0,0007736 |
| 358,95 | 0,0004552 | 0,0005838 | 0,0007215 | 0,000392 | 0,0004662 | 0,000539 | 0,0005965 | 0,0006789 | 0,0007806 |
| 359,665 | 0,0004684 | 0,0005998 | 0,00074 | 0,0004036 | 0,0004796 | 0,0005541 | 0,0006129 | 0,0006964 | 0,000799 |
| 360,381 | 0,0004745 | 0,0006063 | 0,000746 | 0,0004091 | 0,0004858 | 0,0005605 | 0,0006194 | 0,0007035 | 0,000807 |
| 361,097 | 0,0004819 | 0,0006148 | 0,000756 | 0,0004159 | 0,0004935 | 0,0005687 | 0,0006279 | 0,000712 | 0,000817 |
| 361,813 | 0,00049 | 0,0006235 | 0,000767 | 0,0004234 | 0,0005016 | 0,0005775 | 0,000637 | 0,000722 | 0,000828 |
| 362,529 | 0,0005067 | 0,000644 | 0,00079 | 0,000438 | 0,0005187 | 0,0005964 | 0,000657 | 0,000745 | 0,000853 |
| 363,245 | 0,0005134 | 0,000651 | 0,000799 | 0,0004442 | 0,0005255 | 0,0006037 | 0,000665 | 0,000752 | 0,000862 |
| 363,961 | 0,00054 | 0,000684 | 0,000837 | 0,0004677 | 0,0005527 | 0,000634 | 0,000698 | 0,00079 | 0,000904 |
| 364,677 | 0,0005522 | 0,000698 | 0,000854 | 0,0004786 | 0,0005648 | 0,000647 | 0,000712 | 0,000805 | 0,000922 |
| 365,394 | 0,0005591 | 0,000705 | 0,000863 | 0,0004849 | 0,000572 | 0,000655 | 0,00072 | 0,000813 | 0,000931 |
| 366,11 | 0,000574 | 0,000723 | 0,000884 | 0,0004986 | 0,000588 | 0,000672 | 0,000738 | 0,000834 | 0,000954 |
| 366,827 | 0,000583 | 0,000733 | 0,000894 | 0,000506 | 0,000597 | 0,000681 | 0,000747 | 0,000844 | 0,000965 |
| 367,543 | 0,000586 | 0,000735 | 0,000897 | 0,00051 | 0,000599 | 0,000684 | 0,00075 | 0,000845 | 0,000966 |
| 368,26 | 0,00059 | 0,00074 | 0,0009 | 0,000513 | 0,000603 | 0,000688 | 0,000754 | 0,00085 | 0,000971 |
| 368,977 | 0,000588 | 0,000736 | 0,000895 | 0,000512 | 0,000602 | 0,000686 | 0,000751 | 0,000845 | 0,000965 |
| 369,694 | 0,000592 | 0,000739 | 0,000898 | 0,000516 | 0,000606 | 0,000688 | 0,000753 | 0,000848 | 0,000967 |
| 370,411 | 0,00058 | 0,000723 | 0,000877 | 0,000505 | 0,000592 | 0,000674 | 0,000737 | 0,000828 | 0,000944 |
| 371,128 | 0,000573 | 0,000714 | 0,000864 | 0,000501 | 0,000586 | 0,000666 | 0,000727 | 0,000817 | 0,000931 |
| 371,846 | 0,000554 | 0,000689 | 0,000834 | 0,000484 | 0,000568 | 0,000643 | 0,000703 | 0,000789 | 0,000898 |
| 372,563 | 0,000548 | 0,00068 | 0,000822 | 0,000479 | 0,00056 | 0,000635 | 0,000693 | 0,000776 | 0,000883 |
| 373,281 | 0,000544 | 0,000673 | 0,000812 | 0,000476 | 0,000556 | 0,000629 | 0,000685 | 0,000769 | 0,000874 |
| 373,998 | 0,000546 | 0,000676 | 0,000813 | 0,000478 | 0,000558 | 0,000632 | 0,000688 | 0,000769 | 0,000874 |
| 374,716 | 0,000555 | 0,000685 | 0,000824 | 0,000487 | 0,000568 | 0,000641 | 0,000698 | 0,000781 | 0,000886 |
| 375,434 | 0,000581 | 0,000716 | 0,00086 | 0,000509 | 0,000593 | 0,00067 | 0,000729 | 0,000814 | 0,000922 |
| 376,152 | 0,000596 | 0,000734 | 0,00088 | 0,000523 | 0,00061 | 0,000688 | 0,000748 | 0,000834 | 0,000945 |
| 376,87 | 0,000612 | 0,000752 | 0,0009 | 0,000537 | 0,000625 | 0,000704 | 0,000766 | 0,000853 | 0,000965 |
| 377,588 | 0,000624 | 0,000767 | 0,000915 | 0,000548 | 0,000638 | 0,000719 | 0,00078 | 0,000868 | 0,000982 |
| 378,306 | 0,000632 | 0,000775 | 0,000925 | 0,000555 | 0,000646 | 0,000727 | 0,000789 | 0,000877 | 0,00099 |
| 379,025 | 0,000623 | 0,000764 | 0,00091 | 0,000548 | 0,000637 | 0,000716 | 0,000777 | 0,000864 | 0,000975 |
| 379,743 | 0,000613 | 0,000749 | 0,000884 | 0,000539 | 0,000626 | 0,000704 | 0,000763 | 0,000842 | 0,000942 |
| 380,462 | 0,000588 | 0,000719 | 0,000855 | 0,000518 | 0,000602 | 0,000675 | 0,000731 | 0,000811 | 0,000915 |
| 381,18 | 0,000568 | 0,000693 | 0,000822 | 0,0005 | 0,000579 | 0,000651 | 0,000705 | 0,000781 | 0,000888 |
| 381,899 | 0,000547 | 0,000665 | 0,00079 | 0,000482 | 0,000559 | 0,000626 | 0,000677 | 0,000751 | 0,000846 |
| 382,618 | 0,000535 | 0,000651 | 0,000772 | 0,000473 | 0,000547 | 0,000612 | 0,000662 | 0,000733 | 0,000825 |
| 383,337 | 0,000528 | 0,000641 | 0,000758 | 0,000467 | 0,000539 | 0,000603 | 0,000651 | 0,000721 | 0,000811 |
| 384,056 | 0,000532 | 0,000644 | 0,000762 | 0,00047 | 0,000543 | 0,000606 | 0,000655 | 0,000724 | 0,000815 |
| 384,775 | 0,000542 | 0,000656 | 0,000775 | 0,00048 | 0,000554 | 0,000618 | 0,000667 | 0,000737 | 0,000828 |
| 385,495 | 0,000545 | 0,000657 | 0,000776 | 0,000482 | 0,000556 | 0,00062 | 0,000668 | 0,000738 | 0,00083 |
| 386,214 | 0,000554 | 0,000669 | 0,000789 | 0,000492 | 0,000566 | 0,000631 | 0,000679 | 0,00075 | 0,000843 |
| 386,933 | 0,000569 | 0,000684 | 0,000806 | 0,000505 | 0,00058 | 0,000645 | 0,000695 | 0,000767 | 0,000861 |
| 387,653 | 0,000588 | 0,000708 | 0,000833 | 0,000523 | 0,000601 | 0,000668 | 0,000719 | 0,000793 | 0,000889 |
| 388,373 | 0,000613 | 0,000734 | 0,000864 | 0,000544 | 0,000625 | 0,000694 | 0,000747 | 0,000822 | 0,000922 |
| 389,093 | 0,000636 | 0,000763 | 0,000896 | 0,000566 | 0,000649 | 0,000721 | 0,000775 | 0,000853 | 0,000956 |
| 389,813 | 0,000648 | 0,000776 | 0,000909 | 0,000576 | 0,000661 | 0,000733 | 0,000787 | 0,000867 | 0,00097 |
| 390,533 | 0,000634 | 0,000758 | 0,000889 | 0,000564 | 0,000647 | 0,000717 | 0,00077 | 0,000847 | 0,000948 |
| 391,253 | 0,000622 | 0,000744 | 0,000871 | 0,000555 | 0,000635 | 0,000704 | 0,000755 | 0,00083 | 0,000929 |
| 391,973 | 0,000616 | 0,000734 | 0,000859 | 0,000549 | 0,000628 | 0,000695 | 0,000746 | 0,000818 | 0,000916 |
| 392,693 | 0,000606 | 0,000722 | 0,000845 | 0,000541 | 0,000619 | 0,000684 | 0,000733 | 0,000806 | 0,0009 |
| 393,414 | 0,000598 | 0,00071 | 0,00083 | 0,000534 | 0,000609 | 0,000673 | 0,000721 | 0,000791 | 0,000884 |
| 394,134 | 0,000599 | 0,000712 | 0,00083 | 0,000536 | 0,000611 | 0,000674 | 0,000722 | 0,000792 | 0,000884 |
| 394,855 | 0,000617 | 0,000732 | 0,000853 | 0,000553 | 0,00063 | 0,000695 | 0,000743 | 0,000814 | 0,000909 |
| 395,576 | 0,000639 | 0,000757 | 0,000881 | 0,000572 | 0,000651 | 0,000717 | 0,000768 | 0,000841 | 0,000937 |
| 396,297 | 0,000664 | 0,000785 | 0,000913 | 0,000595 | 0,000677 | 0,000746 | 0,000796 | 0,000871 | 0,000971 |
| 397,018 | 0,000705 | 0,000832 | 0,000966 | 0,000632 | 0,000719 | 0,00079 | 0,000844 | 0,000923 | 0,001027 |
| 397,739 | 0,000768 | 0,000905 | 0,001049 | 0,000689 | 0,000782 | 0,00086 | 0,000918 | 0,001003 | 0,001116 |
| 398,46 | 0,000838 | 0,000987 | 0,001144 | 0,000752 | 0,000855 | 0,000938 | 0,001001 | 0,001092 | 0,001214 |
| 399,181 | 0,000898 | 0,001057 | 0,001222 | 0,000807 | 0,000915 | 0,001005 | 0,001071 | 0,001169 | 0,001299 |
| 399,903 | 0,000946 | 0,001111 | 0,001285 | 0,000851 | 0,000964 | 0,001057 | 0,001127 | 0,001229 | 0,001364 |
| 400,624 | 0,000979 | 0,001149 | 0,001328 | 0,000881 | 0,000998 | 0,001093 | 0,001165 | 0,001269 | 0,001409 |
| 401,346 | 0,00101 | 0,001184 | 0,001366 | 0,000909 | 0,001028 | 0,001126 | 0,001199 | 0,001307 | 0,001451 |
| 402,068 | 0,00103 | 0,001206 | 0,001392 | 0,000929 | 0,00105 | 0,001149 | 0,001223 | 0,001332 | 0,001477 |

| | | | | | | | | | |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 402,79 | 0,00104 | 0,001217 | 0,001403 | 0,000938 | 0,00106 | 0,001159 | 0,001233 | 0,001342 | 0,001488 |
| 403,512 | 0,001043 | 0,001218 | 0,001403 | 0,000942 | 0,001062 | 0,001161 | 0,001235 | 0,001343 | 0,001488 |
| 404,234 | 0,001045 | 0,001218 | 0,001403 | 0,000943 | 0,001063 | 0,001161 | 0,001234 | 0,001343 | 0,001488 |
| 404,956 | 0,001043 | 0,001216 | 0,001398 | 0,000943 | 0,001063 | 0,001159 | 0,001232 | 0,001339 | 0,001482 |
| 405,678 | 0,001047 | 0,001219 | 0,001401 | 0,000948 | 0,001066 | 0,001163 | 0,001235 | 0,001342 | 0,001484 |
| 406,401 | 0,001053 | 0,001223 | 0,001405 | 0,000953 | 0,001072 | 0,001168 | 0,001239 | 0,001346 | 0,001489 |
| 407,123 | 0,001054 | 0,001224 | 0,001403 | 0,000955 | 0,001072 | 0,001168 | 0,001239 | 0,001344 | 0,001486 |
| 407,846 | 0,001058 | 0,001226 | 0,001406 | 0,00096 | 0,001077 | 0,001171 | 0,001242 | 0,001347 | 0,001488 |
| 408,568 | 0,001071 | 0,001241 | 0,001419 | 0,000972 | 0,00109 | 0,001186 | 0,001256 | 0,001362 | 0,001503 |
| 409,291 | 0,001083 | 0,001253 | 0,001433 | 0,000983 | 0,001102 | 0,001197 | 0,001269 | 0,001374 | 0,001516 |
| 410,014 | 0,00109 | 0,001258 | 0,001438 | 0,000991 | 0,001109 | 0,001203 | 0,001274 | 0,001379 | 0,001522 |
| 410,737 | 0,001101 | 0,001271 | 0,001451 | 0,001001 | 0,001121 | 0,001216 | 0,001287 | 0,001392 | 0,001534 |
| 411,461 | 0,001122 | 0,001293 | 0,001474 | 0,001021 | 0,001141 | 0,001237 | 0,001308 | 0,001415 | 0,001558 |
| 412,184 | 0,001135 | 0,001306 | 0,001488 | 0,001034 | 0,001154 | 0,001251 | 0,001322 | 0,001429 | 0,001573 |
| 412,907 | 0,001145 | 0,001317 | 0,001499 | 0,001044 | 0,001165 | 0,00126 | 0,001332 | 0,001439 | 0,001583 |
| 413,631 | 0,001154 | 0,001325 | 0,001506 | 0,001053 | 0,001174 | 0,00127 | 0,001341 | 0,001446 | 0,00159 |
| 414,354 | 0,001161 | 0,001331 | 0,001512 | 0,001059 | 0,00118 | 0,001276 | 0,001347 | 0,001453 | 0,001597 |
| 415,078 | 0,001164 | 0,001333 | 0,001514 | 0,001064 | 0,001183 | 0,001278 | 0,001349 | 0,001455 | 0,001598 |
| 415,802 | 0,001164 | 0,001332 | 0,001511 | 0,001064 | 0,001184 | 0,001277 | 0,001347 | 0,001452 | 0,001595 |
| 416,526 | 0,001166 | 0,001332 | 0,00151 | 0,001067 | 0,001185 | 0,001278 | 0,001347 | 0,001452 | 0,001593 |
| 417,25 | 0,001161 | 0,001325 | 0,001501 | 0,001063 | 0,00118 | 0,001272 | 0,00134 | 0,001443 | 0,001582 |
| 417,974 | 0,001162 | 0,001324 | 0,001498 | 0,001065 | 0,00118 | 0,001271 | 0,001339 | 0,001441 | 0,001579 |
| 418,698 | 0,001165 | 0,001327 | 0,0015 | 0,001068 | 0,001184 | 0,001275 | 0,001342 | 0,001442 | 0,00158 |
| 419,423 | 0,001166 | 0,001326 | 0,001497 | 0,00107 | 0,001185 | 0,001274 | 0,001341 | 0,001442 | 0,00158 |
| 420,147 | 0,001166 | 0,001326 | 0,001495 | 0,001071 | 0,001184 | 0,001274 | 0,001339 | 0,001439 | 0,00157 |
| 420,872 | 0,001168 | 0,001326 | 0,001495 | 0,001074 | 0,001187 | 0,001275 | 0,001341 | 0,001439 | 0,00158 |
| 421,597 | 0,001169 | 0,001325 | 0,00149 | 0,001074 | 0,001187 | 0,001274 | 0,001339 | 0,001437 | 0,00157 |
| 422,321 | 0,001164 | 0,001318 | 0,00149 | 0,001071 | 0,001182 | 0,001269 | 0,001333 | 0,001429 | 0,00156 |
| 423,046 | 0,001156 | 0,001308 | 0,00147 | 0,001065 | 0,001174 | 0,001258 | 0,001321 | 0,001412 | 0,00155 |
| 423,771 | 0,001159 | 0,001309 | 0,00147 | 0,001067 | 0,001177 | 0,001261 | 0,001323 | 0,00142 | 0,00154 |
| 424,497 | 0,001156 | 0,001305 | 0,00146 | 0,001066 | 0,001173 | 0,001257 | 0,001318 | 0,00141 | 0,00154 |
| 425,222 | 0,001152 | 0,001299 | 0,00146 | 0,001063 | 0,00117 | 0,001251 | 0,001313 | 0,00141 | 0,00153 |
| 425,947 | 0,001144 | 0,001288 | 0,00144 | 0,001057 | 0,001161 | 0,001242 | 0,001301 | 0,00139 | 0,00152 |
| 426,673 | 0,001135 | 0,001277 | 0,00143 | 0,001048 | 0,001152 | 0,001231 | 0,00129 | 0,00138 | 0,0015 |
| 427,398 | 0,001107 | 0,001244 | 0,00139 | 0,001024 | 0,001123 | 0,0012 | 0,001256 | 0,00134 | 0,00147 |
| 428,124 | 0,001079 | 0,001211 | 0,00136 | 0,000999 | 0,001095 | 0,001168 | 0,001219 | 0,00131 | 0,00142 |
| 428,85 | 0,001064 | 0,001197 | 0,00133 | 0,000985 | 0,001079 | 0,001152 | 0,00121 | 0,00129 | 0,0014 |
| 429,576 | 0,001052 | 0,00118 | 0,00132 | 0,000976 | 0,001068 | 0,001138 | 0,00119 | 0,00127 | 0,00138 |
| 430,302 | 0,001056 | 0,00118 | 0,00132 | 0,000978 | 0,00107 | 0,00114 | 0,00119 | 0,00127 | 0,00139 |
| 431,028 | 0,001067 | 0,00119 | 0,00132 | 0,000991 | 0,001082 | 0,001152 | 0,00121 | 0,00128 | 0,00139 |
| 431,755 | 0,001096 | 0,00122 | 0,00137 | 0,001018 | 0,001112 | 0,001183 | 0,00123 | 0,00132 | 0,00143 |
| 432,481 | 0,00113 | 0,00126 | 0,0014 | 0,001049 | 0,001146 | 0,001221 | 0,00127 | 0,00135 | 0,00147 |
| 433,207 | 0,001153 | 0,00129 | 0,00143 | 0,001072 | 0,001169 | 0,00124 | 0,0013 | 0,00138 | 0,0015 |
| 433,934 | 0,001178 | 0,00131 | 0,00145 | 0,001097 | 0,001195 | 0,00127 | 0,00132 | 0,00141 | 0,00152 |
| 434,661 | 0,001202 | 0,00133 | 0,00149 | 0,001118 | 0,001217 | 0,00129 | 0,00135 | 0,00144 | 0,00155 |
| 435,388 | 0,001223 | 0,00136 | 0,0015 | 0,001139 | 0,00124 | 0,00132 | 0,00137 | 0,00145 | 0,00158 |
| 436,115 | 0,001234 | 0,00137 | 0,00152 | 0,001151 | 0,001251 | 0,00132 | 0,00138 | 0,00147 | 0,00159 |
| 436,842 | 0,001244 | 0,00138 | 0,00153 | 0,00116 | 0,00126 | 0,00134 | 0,00139 | 0,00148 | 0,0016 |
| 437,569 | 0,001244 | 0,00138 | 0,00152 | 0,001161 | 0,001257 | 0,00133 | 0,00139 | 0,00147 | 0,0016 |
| 438,296 | 0,001245 | 0,00138 | 0,00153 | 0,001163 | 0,00127 | 0,00134 | 0,00139 | 0,00148 | 0,00159 |
| 439,024 | 0,00126 | 0,00138 | 0,00153 | 0,001173 | 0,00127 | 0,00134 | 0,0014 | 0,00148 | 0,0016 |
| 439,751 | 0,00127 | 0,00141 | 0,00155 | 0,001194 | 0,00129 | 0,00137 | 0,00142 | 0,00151 | 0,00163 |
| 440,479 | 0,0013 | 0,00143 | 0,00158 | 0,001212 | 0,00131 | 0,00139 | 0,00144 | 0,00153 | 0,00165 |
| 441,207 | 0,00131 | 0,00145 | 0,0016 | 0,001231 | 0,00133 | 0,0014 | 0,00146 | 0,00154 | 0,00166 |
| 441,935 | 0,00134 | 0,00147 | 0,00162 | 0,001254 | 0,00136 | 0,00143 | 0,00149 | 0,00157 | 0,0017 |
| 442,663 | 0,00135 | 0,00149 | 0,00163 | 0,001267 | 0,00137 | 0,00145 | 0,0015 | 0,00159 | 0,0017 |
| 443,391 | 0,00136 | 0,0015 | 0,00164 | 0,001275 | 0,00137 | 0,00145 | 0,0015 | 0,00159 | 0,00172 |
| 444,119 | 0,00137 | 0,0015 | 0,00165 | 0,001283 | 0,00139 | 0,00146 | 0,00152 | 0,0016 | 0,00171 |
| 444,847 | 0,00138 | 0,00151 | 0,00166 | 0,001294 | 0,00139 | 0,00146 | 0,00152 | 0,00161 | 0,00173 |
| 445,576 | 0,00139 | 0,00152 | 0,00167 | 0,0013 | 0,00141 | 0,00148 | 0,00153 | 0,00161 | 0,00174 |
| 446,304 | 0,0014 | 0,00153 | 0,00167 | 0,00132 | 0,00141 | 0,00149 | 0,00155 | 0,00163 | 0,00175 |
| 447,033 | 0,00141 | 0,00155 | 0,0017 | 0,00133 | 0,00144 | 0,00151 | 0,00156 | 0,00165 | 0,00177 |
| 447,762 | 0,00145 | 0,00158 | 0,00173 | 0,00136 | 0,00146 | 0,00154 | 0,00159 | 0,00168 | 0,0018 |
| 448,491 | 0,00146 | 0,0016 | 0,00175 | 0,00138 | 0,00148 | 0,00155 | 0,00161 | 0,0017 | 0,00182 |
| 449,22 | 0,00148 | 0,00162 | 0,00177 | 0,0014 | 0,0015 | 0,00158 | 0,00163 | 0,00171 | 0,00185 |
| 449,949 | 0,0015 | 0,00163 | 0,00177 | 0,00141 | 0,00151 | 0,00158 | 0,00164 | 0,00173 | 0,00185 |
| 450,678 | 0,0015 | 0,00163 | 0,00179 | 0,00141 | 0,00152 | 0,00159 | 0,00164 | 0,00173 | 0,00186 |
| 451,407 | 0,0015 | 0,00163 | 0,00178 | 0,00142 | 0,00152 | 0,00159 | 0,00165 | 0,00174 | 0,00186 |
| 452,137 | 0,0015 | 0,00163 | 0,00178 | 0,00142 | 0,00151 | 0,00159 | 0,00164 | 0,00172 | 0,00184 |
| 452,866 | 0,00149 | 0,00162 | 0,00177 | 0,00141 | 0,00151 | 0,00158 | 0,00163 | 0,00172 | 0,00185 |
| 453,596 | 0,00149 | 0,00162 | 0,00177 | 0,00141 | 0,00151 | 0,00158 | 0,00163 | 0,00172 | 0,00184 |
| 454,326 | 0,00151 | 0,00163 | 0,00177 | 0,00143 | 0,00152 | 0,00159 | 0,00165 | 0,00173 | 0,00184 |
| 455,056 | 0,00151 | 0,00164 | 0,00178 | 0,00143 | 0,00153 | 0,0016 | 0,00164 | 0,00173 | 0,00186 |
| 455,786 | 0,00152 | 0,00164 | 0,00179 | 0,00144 | 0,00153 | 0,0016 | 0,00166 | 0,00174 | 0,00186 |
| 456,516 | 0,00152 | 0,00165 | 0,00179 | 0,00144 | 0,00154 | 0,00161 | 0,00166 | 0,00174 | 0,00186 |
| 457,246 | 0,00153 | 0,00165 | 0,00179 | 0,00145 | 0,00154 | 0,00161 | 0,00165 | 0,00174 | 0,00186 |

Apéndice A. Centroides

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 457,977 | 0,00152 | 0,00165 | 0,00179 | 0,00145 | 0,00155 | 0,00161 | 0,00166 | 0,00174 | 0,00186 |
| 458,707 | 0,00153 | 0,00165 | 0,00179 | 0,00145 | 0,00154 | 0,00161 | 0,00166 | 0,00174 | 0,00186 |
| 459,438 | 0,00154 | 0,00165 | 0,00179 | 0,00146 | 0,00155 | 0,00161 | 0,00167 | 0,00175 | 0,00186 |
| 460,169 | 0,00154 | 0,00166 | 0,0018 | 0,00147 | 0,00156 | 0,00163 | 0,00167 | 0,00175 | 0,00187 |
| 460,9 | 0,00155 | 0,00168 | 0,00181 | 0,00147 | 0,00157 | 0,00163 | 0,00168 | 0,00176 | 0,00188 |
| 461,631 | 0,00156 | 0,00167 | 0,00181 | 0,00148 | 0,00157 | 0,00164 | 0,00169 | 0,00176 | 0,00188 |
| 462,362 | 0,00155 | 0,00167 | 0,00181 | 0,00148 | 0,00157 | 0,00163 | 0,00168 | 0,00176 | 0,00187 |
| 463,093 | 0,00156 | 0,00167 | 0,0018 | 0,00149 | 0,00157 | 0,00163 | 0,00168 | 0,00176 | 0,00187 |
| 463,824 | 0,00155 | 0,00166 | 0,00179 | 0,00147 | 0,00156 | 0,00163 | 0,00167 | 0,00175 | 0,00186 |
| 464,556 | 0,00154 | 0,00165 | 0,00179 | 0,00147 | 0,00156 | 0,00162 | 0,00166 | 0,00174 | 0,00185 |
| 465,287 | 0,00154 | 0,00165 | 0,00177 | 0,00147 | 0,00155 | 0,00161 | 0,00166 | 0,00173 | 0,00184 |
| 466,019 | 0,00154 | 0,00165 | 0,00177 | 0,00147 | 0,00155 | 0,00161 | 0,00165 | 0,00172 | 0,00184 |
| 466,751 | 0,00153 | 0,00164 | 0,00177 | 0,00147 | 0,00156 | 0,00161 | 0,00166 | 0,00173 | 0,00183 |
| 467,482 | 0,00153 | 0,00164 | 0,00176 | 0,00146 | 0,00154 | 0,0016 | 0,00164 | 0,00172 | 0,00182 |
| 468,214 | 0,00153 | 0,00163 | 0,00176 | 0,00146 | 0,00155 | 0,0016 | 0,00164 | 0,00171 | 0,00182 |
| 468,947 | 0,00154 | 0,00163 | 0,00175 | 0,00147 | 0,00154 | 0,0016 | 0,00165 | 0,00171 | 0,00181 |
| 469,679 | 0,00153 | 0,00164 | 0,00176 | 0,00147 | 0,00155 | 0,00161 | 0,00164 | 0,00172 | 0,00182 |
| 470,411 | 0,00154 | 0,00164 | 0,00175 | 0,00147 | 0,00155 | 0,0016 | 0,00165 | 0,00171 | 0,00182 |
| 471,144 | 0,00154 | 0,00164 | 0,00176 | 0,00147 | 0,00156 | 0,00161 | 0,00165 | 0,00172 | 0,00181 |
| 471,876 | 0,00155 | 0,00166 | 0,00177 | 0,00149 | 0,00156 | 0,00163 | 0,00167 | 0,00173 | 0,00183 |
| 472,609 | 0,00157 | 0,00166 | 0,00177 | 0,0015 | 0,00158 | 0,00163 | 0,00167 | 0,00173 | 0,00183 |
| 473,342 | 0,00156 | 0,00166 | 0,00177 | 0,00149 | 0,00158 | 0,00163 | 0,00167 | 0,00173 | 0,00183 |
| 474,075 | 0,00156 | 0,00167 | 0,00177 | 0,0015 | 0,00157 | 0,00163 | 0,00167 | 0,00174 | 0,00183 |
| 474,808 | 0,00157 | 0,00166 | 0,00177 | 0,0015 | 0,00158 | 0,00164 | 0,00168 | 0,00173 | 0,00182 |
| 475,541 | 0,00157 | 0,00167 | 0,00178 | 0,00151 | 0,00159 | 0,00164 | 0,00168 | 0,00174 | 0,00183 |
| 476,274 | 0,00157 | 0,00168 | 0,00177 | 0,0015 | 0,00158 | 0,00164 | 0,00168 | 0,00173 | 0,00182 |
| 477,008 | 0,00158 | 0,00167 | 0,00177 | 0,00151 | 0,00159 | 0,00164 | 0,00168 | 0,00174 | 0,00183 |
| 477,741 | 0,00158 | 0,00168 | 0,00178 | 0,00152 | 0,0016 | 0,00165 | 0,0017 | 0,00175 | 0,00183 |
| 478,475 | 0,0016 | 0,0017 | 0,00179 | 0,00153 | 0,00161 | 0,00166 | 0,0017 | 0,00176 | 0,00184 |
| 479,209 | 0,0016 | 0,00169 | 0,0018 | 0,00153 | 0,00161 | 0,00167 | 0,0017 | 0,00175 | 0,00185 |
| 479,942 | 0,0016 | 0,0017 | 0,0018 | 0,00154 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00171 | 0,00177 | 0,00185 |
| 480,676 | 0,00161 | 0,0017 | 0,0018 | 0,00155 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00171 | 0,00177 | 0,00186 |
| 481,411 | 0,00161 | 0,0017 | 0,0018 | 0,00155 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00171 | 0,00176 | 0,00185 |
| 482,145 | 0,00161 | 0,0017 | 0,0018 | 0,00155 | 0,00162 | 0,00167 | 0,0017 | 0,00176 | 0,00186 |
| 482,879 | 0,00159 | 0,00168 | 0,00178 | 0,00153 | 0,00161 | 0,00165 | 0,00169 | 0,00175 | 0,00183 |
| 483,614 | 0,00156 | 0,00165 | 0,00175 | 0,00151 | 0,00158 | 0,00162 | 0,00166 | 0,00171 | 0,0018 |
| 484,348 | 0,00154 | 0,00161 | 0,00171 | 0,00148 | 0,00154 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00176 |
| 485,083 | 0,00151 | 0,00159 | 0,00168 | 0,00146 | 0,00152 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00165 | 0,00174 |
| 485,818 | 0,00149 | 0,00156 | 0,00166 | 0,00144 | 0,0015 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00162 | 0,0017 |
| 486,552 | 0,00147 | 0,00156 | 0,00164 | 0,00143 | 0,00149 | 0,00153 | 0,00156 | 0,00161 | 0,0017 |
| 487,288 | 0,0015 | 0,00156 | 0,00166 | 0,00144 | 0,0015 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00163 | 0,0017 |
| 488,023 | 0,00151 | 0,00158 | 0,00167 | 0,00146 | 0,00152 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00164 | 0,00173 |
| 488,758 | 0,00153 | 0,00161 | 0,0017 | 0,00148 | 0,00154 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00166 | 0,00174 |
| 489,493 | 0,00153 | 0,0016 | 0,00169 | 0,00149 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00162 | 0,00166 | 0,00175 |
| 490,229 | 0,00155 | 0,00162 | 0,00171 | 0,0015 | 0,00155 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00168 | 0,00176 |
| 490,964 | 0,00155 | 0,00162 | 0,00171 | 0,0015 | 0,00156 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00168 | 0,00176 |
| 491,7 | 0,00155 | 0,00163 | 0,00172 | 0,00151 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00168 | 0,00176 |
| 492,436 | 0,00156 | 0,00163 | 0,00172 | 0,00152 | 0,00157 | 0,00161 | 0,00163 | 0,00168 | 0,00177 |
| 493,172 | 0,00157 | 0,00164 | 0,00173 | 0,00152 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00165 | 0,0017 | 0,00178 |
| 493,908 | 0,00158 | 0,00165 | 0,00173 | 0,00154 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00166 | 0,00171 | 0,00178 |
| 494,644 | 0,00159 | 0,00165 | 0,00175 | 0,00154 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00166 | 0,00171 | 0,0018 |
| 495,381 | 0,00159 | 0,00166 | 0,00174 | 0,00155 | 0,0016 | 0,00164 | 0,00166 | 0,00171 | 0,00179 |
| 496,117 | 0,00159 | 0,00166 | 0,00175 | 0,00154 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00166 | 0,00171 | 0,00179 |
| 496,853 | 0,00159 | 0,00165 | 0,00174 | 0,00154 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00166 | 0,00171 | 0,00179 |
| 497,59 | 0,00158 | 0,00165 | 0,00172 | 0,00154 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00165 | 0,0017 | 0,00178 |
| 498,327 | 0,00157 | 0,00163 | 0,00172 | 0,00153 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00164 | 0,00168 | 0,00176 |
| 499,064 | 0,00156 | 0,00162 | 0,0017 | 0,00151 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00167 | 0,00175 |
| 499,801 | 0,00154 | 0,00161 | 0,00169 | 0,00151 | 0,00155 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00166 | 0,00173 |
| 500,538 | 0,00154 | 0,0016 | 0,00167 | 0,0015 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00164 | 0,00172 |
| 501,275 | 0,00153 | 0,00159 | 0,00166 | 0,00149 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00164 | 0,0017 |
| 502,013 | 0,00153 | 0,00158 | 0,00165 | 0,00149 | 0,00153 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00169 |
| 502,75 | 0,00153 | 0,00159 | 0,00165 | 0,00148 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00169 |
| 503,488 | 0,00154 | 0,00159 | 0,00166 | 0,0015 | 0,00155 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00169 |
| 504,225 | 0,00154 | 0,0016 | 0,00166 | 0,0015 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00164 | 0,0017 |
| 504,963 | 0,00155 | 0,00161 | 0,00167 | 0,00151 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00164 | 0,0017 |
| 505,701 | 0,00156 | 0,00161 | 0,00167 | 0,00152 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00164 | 0,00171 |
| 506,439 | 0,00156 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00152 | 0,00157 | 0,00161 | 0,00162 | 0,00165 | 0,00171 |
| 507,177 | 0,00156 | 0,00162 | 0,00168 | 0,00152 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00166 | 0,00171 |
| 507,916 | 0,00157 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00153 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00165 | 0,00172 |
| 508,654 | 0,00157 | 0,00162 | 0,00169 | 0,00153 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00166 | 0,00171 |
| 509,393 | 0,00157 | 0,00163 | 0,00168 | 0,00154 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00163 | 0,00166 | 0,00173 |
| 510,131 | 0,00158 | 0,00163 | 0,00169 | 0,00154 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00163 | 0,00167 | 0,00173 |
| 510,87 | 0,00157 | 0,00162 | 0,00169 | 0,00154 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00164 | 0,00166 | 0,00173 |
| 511,609 | 0,00157 | 0,00162 | 0,00169 | 0,00153 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00162 | 0,00166 | 0,00172 |
| 512,348 | 0,00157 | 0,00162 | 0,00168 | 0,00154 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00165 | 0,00172 |
| 513,087 | 0,00156 | 0,00161 | 0,00167 | 0,00152 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00165 | 0,00171 |

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 513,826 | 0,00154 | 0,00159 | 0,00165 | 0,00151 | 0,00155 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00169 |
| 514,566 | 0,00152 | 0,00157 | 0,00164 | 0,00149 | 0,00153 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00161 | 0,00167 |
| 515,305 | 0,0015 | 0,00154 | 0,0016 | 0,00148 | 0,00151 | 0,00153 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00164 |
| 516,045 | 0,00148 | 0,00153 | 0,00159 | 0,00145 | 0,00148 | 0,00151 | 0,00153 | 0,00156 | 0,00162 |
| 516,784 | 0,00147 | 0,0015 | 0,00156 | 0,00143 | 0,00147 | 0,00149 | 0,00151 | 0,00154 | 0,0016 |
| 517,524 | 0,00145 | 0,0015 | 0,00155 | 0,00142 | 0,00146 | 0,00148 | 0,0015 | 0,00153 | 0,00159 |
| 518,264 | 0,00146 | 0,0015 | 0,00156 | 0,00144 | 0,00147 | 0,00149 | 0,00151 | 0,00154 | 0,0016 |
| 519,004 | 0,00148 | 0,00152 | 0,00158 | 0,00144 | 0,00148 | 0,0015 | 0,00152 | 0,00155 | 0,00161 |
| 519,744 | 0,00149 | 0,00153 | 0,00159 | 0,00147 | 0,0015 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00162 |
| 520,484 | 0,00151 | 0,00155 | 0,00161 | 0,00148 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00159 | 0,00165 |
| 521,225 | 0,00152 | 0,00156 | 0,00162 | 0,00149 | 0,00152 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00165 |
| 521,965 | 0,00153 | 0,00158 | 0,00163 | 0,00151 | 0,00155 | 0,00156 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00167 |
| 522,706 | 0,00155 | 0,00159 | 0,00165 | 0,00152 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00168 |
| 523,447 | 0,00155 | 0,0016 | 0,00165 | 0,00152 | 0,00156 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00168 |
| 524,188 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00164 | 0,00153 | 0,00156 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00168 |
| 524,929 | 0,00154 | 0,00159 | 0,00164 | 0,00151 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00168 |
| 525,67 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00164 | 0,00152 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00166 |
| 526,411 | 0,00153 | 0,00158 | 0,00163 | 0,00151 | 0,00154 | 0,00156 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00166 |
| 527,152 | 0,00154 | 0,00158 | 0,00162 | 0,0015 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00166 |
| 527,894 | 0,00155 | 0,00159 | 0,00164 | 0,00152 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00167 |
| 528,635 | 0,00157 | 0,00161 | 0,00166 | 0,00154 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00164 | 0,00169 |
| 529,377 | 0,00158 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00155 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00162 | 0,00165 | 0,0017 |
| 530,119 | 0,00158 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00163 | 0,00165 | 0,0017 |
| 530,861 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00167 | 0,00155 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00163 | 0,00165 | 0,00171 |
| 531,603 | 0,00158 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00155 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00163 | 0,00165 | 0,00169 |
| 532,345 | 0,00158 | 0,00162 | 0,00166 | 0,00155 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00165 | 0,00169 |
| 533,087 | 0,00157 | 0,00162 | 0,00166 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00162 | 0,00164 | 0,0017 |
| 533,829 | 0,00158 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00155 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00163 | 0,00164 | 0,00169 |
| 534,572 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00166 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00162 | 0,00165 | 0,0017 |
| 535,314 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00167 | 0,00156 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00163 | 0,00165 | 0,0017 |
| 536,057 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00163 | 0,00166 | 0,0017 |
| 536,8 | 0,00158 | 0,00162 | 0,00167 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00163 | 0,00164 | 0,00169 |
| 537,543 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00165 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00164 | 0,00168 |
| 538,286 | 0,00157 | 0,00161 | 0,00165 | 0,00154 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00162 | 0,00167 |
| 539,029 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00153 | 0,00157 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00166 |
| 539,772 | 0,00155 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00153 | 0,00156 | 0,00157 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00165 |
| 540,516 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00161 | 0,00153 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00164 |
| 541,259 | 0,00154 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00152 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00158 | 0,00159 | 0,00164 |
| 542,003 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00152 | 0,00156 | 0,00157 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00163 |
| 542,747 | 0,00156 | 0,00158 | 0,00162 | 0,00153 | 0,00156 | 0,00157 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00164 |
| 543,491 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00154 | 0,00156 | 0,00158 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00164 |
| 544,235 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00165 |
| 544,979 | 0,00156 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00165 |
| 545,723 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00158 | 0,00159 | 0,00161 | 0,00164 |
| 546,467 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00165 |
| 547,212 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00158 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00164 |
| 547,956 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00165 |
| 548,701 | 0,00156 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00165 |
| 549,446 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00165 |
| 550,191 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00165 |
| 550,936 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00165 |
| 551,681 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00165 |
| 552,426 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00165 |
| 553,172 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00163 | 0,00156 | 0,00158 | 0,0016 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00166 |
| 553,917 | 0,00157 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00158 | 0,0016 | 0,00162 | 0,00165 |
| 554,663 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00163 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00161 | 0,00164 |
| 555,408 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00162 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00158 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00165 |
| 556,154 | 0,00156 | 0,00158 | 0,00161 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00158 | 0,00159 | 0,0016 | 0,00163 |
| 556,9 | 0,00154 | 0,00157 | 0,00159 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00156 | 0,00157 | 0,00158 | 0,00161 |
| 557,646 | 0,00154 | 0,00156 | 0,00158 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00156 | 0,00157 | 0,00161 |
| 558,392 | 0,00152 | 0,00155 | 0,00158 | 0,00151 | 0,00154 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00156 | 0,00159 |
| 559,139 | 0,00153 | 0,00155 | 0,00157 | 0,0015 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00156 | 0,00159 |
| 559,885 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00157 | 0,0015 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00156 | 0,00159 |
| 560,632 | 0,00153 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00151 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00155 | 0,00159 |
| 561,378 | 0,00153 | 0,00156 | 0,00157 | 0,00151 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00156 | 0,00156 | 0,00159 |
| 562,125 | 0,00152 | 0,00155 | 0,00157 | 0,00151 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00156 | 0,00159 |
| 562,872 | 0,00153 | 0,00155 | 0,00157 | 0,0015 | 0,00153 | 0,00155 | 0,00156 | 0,00156 | 0,00159 |
| 563,619 | 0,00153 | 0,00155 | 0,00156 | 0,00151 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00156 | 0,00158 |
| 564,366 | 0,00152 | 0,00155 | 0,00157 | 0,0015 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00155 | 0,00158 |
| 565,113 | 0,00152 | 0,00155 | 0,00155 | 0,0015 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00155 | 0,00157 |
| 565,861 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00155 | 0,0015 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00154 | 0,00154 | 0,00157 |
| 566,608 | 0,00151 | 0,00153 | 0,00155 | 0,00149 | 0,00152 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00153 | 0,00155 |
| 567,356 | 0,00151 | 0,00154 | 0,00153 | 0,00148 | 0,00151 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00153 | 0,00154 |
| 568,103 | 0,0015 | 0,00152 | 0,00152 | 0,00148 | 0,00151 | 0,00152 | 0,00153 | 0,00152 | 0,00154 |
| 568,851 | 0,0015 | 0,00152 | 0,00151 | 0,00147 | 0,0015 | 0,00152 | 0,00152 | 0,00151 | 0,00152 |
| 569,599 | 0,00148 | 0,00151 | 0,00151 | 0,00146 | 0,00149 | 0,0015 | 0,00152 | 0,0015 | 0,00151 |

Apéndice A. Centroides

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 570,347 | 0,00149 | 0,00152 | 0,0015 | 0,00146 | 0,0015 | 0,00151 | 0,00151 | 0,0015 | 0,0015 |
| 571,095 | 0,00149 | 0,00151 | 0,0015 | 0,00146 | 0,00149 | 0,00151 | 0,00152 | 0,0015 | 0,0015 |
| 571,843 | 0,00149 | 0,00152 | 0,0015 | 0,00146 | 0,00149 | 0,00151 | 0,00152 | 0,00149 | 0,0015 |
| 572,592 | 0,00149 | 0,00152 | 0,0015 | 0,00146 | 0,0015 | 0,00151 | 0,00152 | 0,00151 | 0,00151 |
| 573,34 | 0,00149 | 0,00152 | 0,00149 | 0,00146 | 0,0015 | 0,00151 | 0,00153 | 0,0015 | 0,00149 |
| 574,089 | 0,00149 | 0,00151 | 0,0015 | 0,00146 | 0,0015 | 0,00152 | 0,00152 | 0,00149 | 0,0015 |
| 574,837 | 0,00148 | 0,00152 | 0,00149 | 0,00146 | 0,00149 | 0,00151 | 0,00152 | 0,0015 | 0,00149 |
| 575,586 | 0,00148 | 0,00151 | 0,00149 | 0,00145 | 0,00149 | 0,0015 | 0,00151 | 0,00148 | 0,00149 |
| 576,335 | 0,00148 | 0,00151 | 0,00148 | 0,00144 | 0,00148 | 0,0015 | 0,00151 | 0,00149 | 0,00148 |
| 577,084 | 0,00148 | 0,0015 | 0,00148 | 0,00145 | 0,00148 | 0,0015 | 0,00151 | 0,00148 | 0,00148 |
| 577,833 | 0,00147 | 0,00151 | 0,00148 | 0,00145 | 0,00149 | 0,0015 | 0,00151 | 0,00149 | 0,00148 |
| 578,583 | 0,00148 | 0,0015 | 0,00149 | 0,00145 | 0,00148 | 0,0015 | 0,00151 | 0,00148 | 0,00148 |
| 579,332 | 0,00149 | 0,00151 | 0,00149 | 0,00146 | 0,0015 | 0,0015 | 0,00151 | 0,0015 | 0,0015 |
| 580,081 | 0,0015 | 0,00152 | 0,0015 | 0,00148 | 0,0015 | 0,00152 | 0,00153 | 0,0015 | 0,0015 |
| 580,831 | 0,0015 | 0,00153 | 0,00151 | 0,00148 | 0,00151 | 0,00152 | 0,00152 | 0,00151 | 0,00152 |
| 581,581 | 0,00151 | 0,00153 | 0,00153 | 0,00149 | 0,00152 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00152 | 0,00152 |
| 582,331 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00152 | 0,0015 | 0,00152 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00153 | 0,00154 |
| 583,081 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00154 | 0,00151 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00154 | 0,00153 | 0,00154 |
| 583,831 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00153 | 0,00151 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00155 | 0,00153 | 0,00154 |
| 584,581 | 0,00152 | 0,00154 | 0,00153 | 0,00152 | 0,00153 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00153 | 0,00154 |
| 585,331 | 0,00153 | 0,00153 | 0,00153 | 0,0015 | 0,00153 | 0,00154 | 0,00153 | 0,00152 | 0,00153 |
| 586,081 | 0,00151 | 0,00152 | 0,0015 | 0,0015 | 0,00151 | 0,00151 | 0,00152 | 0,0015 | 0,0015 |
| 586,832 | 0,00149 | 0,0015 | 0,00147 | 0,00148 | 0,0015 | 0,0015 | 0,0015 | 0,00147 | 0,00148 |
| 587,583 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00144 | 0,00145 | 0,00147 | 0,00148 | 0,00147 | 0,00145 | 0,00144 |
| 588,333 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00142 | 0,00144 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00146 | 0,00142 | 0,00141 |
| 589,084 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00142 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00138 |
| 589,835 | 0,00142 | 0,00143 | 0,00137 | 0,00141 | 0,00143 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00138 | 0,00136 |
| 590,586 | 0,00143 | 0,00143 | 0,00137 | 0,00141 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00144 | 0,00138 | 0,00137 |
| 591,337 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00138 | 0,00142 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00139 | 0,00136 |
| 592,089 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00138 | 0,00143 | 0,00144 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00137 |
| 592,84 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00138 | 0,00142 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00139 | 0,00137 |
| 593,592 | 0,00144 | 0,00145 | 0,00139 | 0,00143 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00144 | 0,0014 | 0,00138 |
| 594,343 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00139 | 0,00144 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00145 | 0,0014 | 0,00138 |
| 595,095 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00139 | 0,00143 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00145 | 0,0014 | 0,00139 |
| 595,847 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00141 | 0,00144 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00141 | 0,00139 |
| 596,599 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00141 | 0,00145 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00142 | 0,00141 |
| 597,351 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00142 | 0,00145 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00147 | 0,00143 | 0,00141 |
| 598,103 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00142 | 0,00145 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00143 | 0,00142 |
| 598,855 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00143 | 0,00145 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00143 | 0,00143 |
| 599,608 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00144 | 0,00146 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00144 | 0,00144 |
| 600,36 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00144 | 0,00145 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00144 | 0,00144 |
| 601,113 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00145 | 0,00146 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00145 | 0,00145 |
| 601,866 | 0,00147 | 0,00148 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00148 | 0,00146 | 0,00146 |
| 602,619 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00146 | 0,00147 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00146 | 0,00147 |
| 603,372 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00147 | 0,00147 |
| 604,125 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00148 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00147 | 0,00149 |
| 604,878 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00148 | 0,00148 |
| 605,631 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00148 | 0,00149 |
| 606,385 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00147 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00147 | 0,00148 |
| 607,138 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00149 | 0,00148 | 0,00148 |
| 607,892 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00147 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00146 | 0,00148 |
| 608,645 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00147 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00148 | 0,00147 | 0,00147 |
| 609,399 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00147 | 0,00148 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00147 |
| 610,153 | 0,00148 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00145 | 0,00146 |
| 610,907 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00146 |
| 611,661 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00146 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00144 | 0,00146 |
| 612,416 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00144 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00146 | 0,00144 | 0,00145 |
| 613,17 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00144 |
| 613,925 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00144 |
| 614,679 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00143 |
| 615,434 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00142 |
| 616,189 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00144 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00143 |
| 616,944 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00142 |
| 617,699 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00143 | 0,00144 |
| 618,454 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00143 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00143 |
| 619,209 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00144 |
| 619,965 | 0,00147 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00143 | 0,00144 |
| 620,72 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00143 | 0,00147 | 0,00147 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00144 | 0,00144 |
| 621,476 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00143 | 0,00146 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00143 |
| 622,232 | 0,00146 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00145 | 0,00143 | 0,00142 |
| 622,987 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00146 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00141 | 0,00142 |
| 623,743 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00141 | 0,00144 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00143 | 0,00141 | 0,0014 |
| 624,499 | 0,00144 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00141 | 0,0014 |
| 625,256 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00138 | 0,00143 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00139 |
| 626,012 | 0,00141 | 0,00141 | 0,00138 | 0,00142 | 0,00141 | 0,00141 | 0,00141 | 0,00138 | 0,00137 |
| 626,768 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00136 | 0,00141 | 0,00142 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00135 |

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 627,525 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00136 | 0,0014 | 0,0014 | 0,0014 | 0,00139 | 0,00136 | 0,00135 |
| 628,281 | 0,00139 | 0,00139 | 0,00134 | 0,00139 | 0,00139 | 0,00139 | 0,0014 | 0,00136 | 0,00133 |
| 629,038 | 0,00139 | 0,00138 | 0,00134 | 0,00139 | 0,0014 | 0,00139 | 0,00138 | 0,00135 | 0,00133 |
| 629,795 | 0,00139 | 0,00139 | 0,00134 | 0,0014 | 0,00139 | 0,00139 | 0,00139 | 0,00135 | 0,00133 |
| 630,552 | 0,0014 | 0,00139 | 0,00135 | 0,00139 | 0,00139 | 0,00139 | 0,00139 | 0,00135 | 0,00133 |
| 631,309 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00134 | 0,0014 | 0,0014 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00133 |
| 632,066 | 0,0014 | 0,0014 | 0,00135 | 0,00141 | 0,00141 | 0,00139 | 0,0014 | 0,00136 | 0,00134 |
| 632,823 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00136 | 0,00142 | 0,00141 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00136 | 0,00135 |
| 633,58 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00142 | 0,00141 | 0,0014 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00136 |
| 634,338 | 0,00142 | 0,00141 | 0,00137 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00136 |
| 635,095 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00138 |
| 635,853 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00145 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00138 |
| 636,611 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00146 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00138 |
| 637,369 | 0,00145 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00146 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00142 | 0,0014 | 0,0014 |
| 638,127 | 0,00145 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00147 | 0,00145 | 0,00143 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00139 |
| 638,885 | 0,00145 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00147 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00142 | 0,0014 | 0,0014 |
| 639,643 | 0,00144 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00146 | 0,00144 | 0,00143 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00139 |
| 640,401 | 0,00145 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00147 | 0,00145 | 0,00143 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00139 |
| 641,16 | 0,00145 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00147 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00141 | 0,0014 | 0,0014 |
| 641,918 | 0,00145 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00147 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00139 |
| 642,677 | 0,00145 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00147 | 0,00145 | 0,00143 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00139 |
| 643,435 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00147 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00139 |
| 644,194 | 0,00144 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00147 | 0,00144 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00137 |
| 644,953 | 0,00144 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00146 | 0,00143 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00136 |
| 645,712 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00134 | 0,00144 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00135 | 0,00134 |
| 646,471 | 0,00142 | 0,00137 | 0,00133 | 0,00144 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00134 | 0,00132 |
| 647,231 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00131 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00136 | 0,00132 | 0,0013 |
| 647,99 | 0,0014 | 0,00135 | 0,00131 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00132 | 0,00129 |
| 648,749 | 0,0014 | 0,00136 | 0,0013 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00135 | 0,00131 | 0,00129 |
| 649,509 | 0,0014 | 0,00135 | 0,0013 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00135 | 0,00131 | 0,00129 |
| 650,269 | 0,0014 | 0,00136 | 0,0013 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00135 | 0,00132 | 0,00129 |
| 651,029 | 0,0014 | 0,00136 | 0,00131 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00132 | 0,0013 |
| 651,788 | 0,00141 | 0,00137 | 0,00132 | 0,00143 | 0,00141 | 0,00137 | 0,00136 | 0,00132 | 0,0013 |
| 652,548 | 0,00141 | 0,00136 | 0,00131 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00133 | 0,0013 |
| 653,308 | 0,00139 | 0,00135 | 0,0013 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00135 | 0,00131 | 0,00129 |
| 654,069 | 0,00137 | 0,00133 | 0,00128 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00134 | 0,00133 | 0,00129 | 0,00128 |
| 654,829 | 0,00136 | 0,00131 | 0,00127 | 0,00138 | 0,00134 | 0,00132 | 0,0013 | 0,00128 | 0,00125 |
| 655,589 | 0,00134 | 0,0013 | 0,00126 | 0,00137 | 0,00134 | 0,00132 | 0,0013 | 0,00126 | 0,00125 |
| 656,35 | 0,00133 | 0,00129 | 0,00125 | 0,00136 | 0,00133 | 0,0013 | 0,00128 | 0,00126 | 0,00124 |
| 657,11 | 0,00135 | 0,0013 | 0,00126 | 0,00137 | 0,00134 | 0,00131 | 0,0013 | 0,00127 | 0,00125 |
| 657,871 | 0,00136 | 0,00132 | 0,00128 | 0,00139 | 0,00135 | 0,00133 | 0,00131 | 0,00129 | 0,00128 |
| 658,632 | 0,00139 | 0,00134 | 0,00131 | 0,00142 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00134 | 0,00131 | 0,0013 |
| 659,393 | 0,0014 | 0,00135 | 0,00132 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00135 | 0,00133 | 0,00132 |
| 660,154 | 0,00142 | 0,00137 | 0,00135 | 0,00146 | 0,00141 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00135 | 0,00134 |
| 660,915 | 0,00143 | 0,00139 | 0,00135 | 0,00146 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00135 |
| 661,676 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00148 | 0,00144 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00137 |
| 662,438 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00148 | 0,00143 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00137 |
| 663,199 | 0,00145 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00148 | 0,00144 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00138 | 0,00137 |
| 663,961 | 0,00145 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00149 | 0,00145 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00139 | 0,00138 |
| 664,722 | 0,00145 | 0,00141 | 0,00138 | 0,00149 | 0,00144 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00138 |
| 665,484 | 0,00146 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00149 | 0,00145 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00139 | 0,00138 |
| 666,246 | 0,00145 | 0,0014 | 0,00139 | 0,0015 | 0,00144 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00138 |
| 667,008 | 0,00145 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00149 | 0,00145 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00139 | 0,00139 |
| 667,77 | 0,00146 | 0,00141 | 0,00138 | 0,00149 | 0,00144 | 0,00142 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00138 |
| 668,532 | 0,00145 | 0,0014 | 0,00138 | 0,0015 | 0,00145 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00139 | 0,00138 |
| 669,294 | 0,00145 | 0,00139 | 0,00138 | 0,00149 | 0,00144 | 0,00141 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00137 |
| 670,057 | 0,00145 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00149 | 0,00144 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00138 | 0,00138 |
| 670,819 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00148 | 0,00143 | 0,00141 | 0,00138 | 0,00138 | 0,00137 |
| 671,582 | 0,00145 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00149 | 0,00144 | 0,0014 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00137 |
| 672,344 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00148 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00137 |
| 673,107 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00149 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00137 |
| 673,87 | 0,00144 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00148 | 0,00143 | 0,00141 | 0,00139 | 0,00138 | 0,00136 |
| 674,633 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00136 | 0,00149 | 0,00144 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00137 |
| 675,396 | 0,00144 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00148 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00136 |
| 676,159 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00136 | 0,00149 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00137 |
| 676,923 | 0,00144 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00149 | 0,00143 | 0,00139 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00136 |
| 677,686 | 0,00144 | 0,00139 | 0,00136 | 0,00148 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00136 |
| 678,449 | 0,00144 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00149 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00136 |
| 679,213 | 0,00144 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00148 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00136 | 0,00136 |
| 679,977 | 0,00144 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00149 | 0,00143 | 0,00139 | 0,00138 | 0,00137 | 0,00136 |
| 680,74 | 0,00144 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00148 | 0,00143 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00136 | 0,00136 |
| 681,504 | 0,00143 | 0,00138 | 0,00135 | 0,00148 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00136 | 0,00135 |
| 682,268 | 0,00144 | 0,00137 | 0,00135 | 0,00148 | 0,00142 | 0,00139 | 0,00137 | 0,00136 | 0,00135 |
| 683,032 | 0,00142 | 0,00137 | 0,00135 | 0,00147 | 0,00142 | 0,00138 | 0,00136 | 0,00135 | 0,00134 |
| 683,797 | 0,00141 | 0,00135 | 0,00132 | 0,00146 | 0,0014 | 0,00137 | 0,00135 | 0,00133 | 0,00132 |
| 684,561 | 0,00136 | 0,00132 | 0,00129 | 0,0014 | 0,00135 | 0,00132 | 0,00131 | 0,00129 | 0,00128 |

Apéndice A. Centroides

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 685,325 | 0,00132 | 0,00127 | 0,00123 | 0,00135 | 0,00131 | 0,00129 | 0,00127 | 0,00124 | 0,00122 |
| 686,09 | 0,00126 | 0,00123 | 0,00118 | 0,00129 | 0,00126 | 0,00124 | 0,00123 | 0,0012 | 0,00117 |
| 686,854 | 0,00122 | 0,00119 | 0,00113 | 0,00123 | 0,00121 | 0,0012 | 0,00119 | 0,00114 | 0,00111 |
| 687,619 | 0,00117 | 0,00116 | 0,00109 | 0,00118 | 0,00117 | 0,00116 | 0,00116 | 0,00111 | 0,00106 |
| 688,384 | 0,00116 | 0,00115 | 0,00108 | 0,00117 | 0,00116 | 0,00116 | 0,00115 | 0,0011 | 0,00106 |
| 689,149 | 0,00118 | 0,00116 | 0,00109 | 0,00119 | 0,00118 | 0,00117 | 0,00116 | 0,00111 | 0,00106 |
| 689,914 | 0,00119 | 0,00117 | 0,0011 | 0,00119 | 0,00118 | 0,00117 | 0,00117 | 0,00111 | 0,00107 |
| 690,679 | 0,0012 | 0,00118 | 0,0011 | 0,00122 | 0,0012 | 0,00119 | 0,00118 | 0,00112 | 0,00107 |
| 691,444 | 0,00122 | 0,00118 | 0,00111 | 0,00124 | 0,00122 | 0,0012 | 0,00118 | 0,00113 | 0,00109 |
| 692,209 | 0,00123 | 0,0012 | 0,00111 | 0,00125 | 0,00123 | 0,00121 | 0,00119 | 0,00114 | 0,00108 |
| 692,975 | 0,00125 | 0,00119 | 0,00111 | 0,00127 | 0,00124 | 0,00121 | 0,00119 | 0,00113 | 0,00109 |
| 693,74 | 0,00125 | 0,0012 | 0,00112 | 0,00128 | 0,00125 | 0,00122 | 0,0012 | 0,00114 | 0,00109 |
| 694,506 | 0,00127 | 0,00121 | 0,00113 | 0,0013 | 0,00126 | 0,00124 | 0,00121 | 0,00115 | 0,00111 |
| 695,271 | 0,00128 | 0,00123 | 0,00115 | 0,00131 | 0,00128 | 0,00124 | 0,00121 | 0,00117 | 0,00113 |
| 696,037 | 0,0013 | 0,00123 | 0,00117 | 0,00133 | 0,00129 | 0,00126 | 0,00123 | 0,00118 | 0,00114 |
| 696,803 | 0,0013 | 0,00125 | 0,00117 | 0,00134 | 0,0013 | 0,00126 | 0,00124 | 0,00119 | 0,00115 |
| 697,569 | 0,00131 | 0,00124 | 0,00118 | 0,00135 | 0,0013 | 0,00127 | 0,00124 | 0,00119 | 0,00116 |
| 698,335 | 0,00131 | 0,00124 | 0,00117 | 0,00134 | 0,0013 | 0,00126 | 0,00123 | 0,00119 | 0,00114 |
| 699,101 | 0,0013 | 0,00123 | 0,00115 | 0,00134 | 0,00129 | 0,00125 | 0,00123 | 0,00117 | 0,00114 |
| 699,867 | 0,00129 | 0,00123 | 0,00116 | 0,00133 | 0,00128 | 0,00125 | 0,00122 | 0,00117 | 0,00113 |
| 700,634 | 0,00129 | 0,00122 | 0,00114 | 0,00132 | 0,00128 | 0,00125 | 0,00122 | 0,00117 | 0,00112 |
| 701,4 | 0,00129 | 0,00122 | 0,00115 | 0,00133 | 0,00128 | 0,00124 | 0,00121 | 0,00117 | 0,00113 |
| 702,167 | 0,00129 | 0,00123 | 0,00116 | 0,00133 | 0,00129 | 0,00125 | 0,00122 | 0,00117 | 0,00113 |
| 702,933 | 0,0013 | 0,00123 | 0,00116 | 0,00134 | 0,00129 | 0,00125 | 0,00123 | 0,00118 | 0,00114 |
| 703,7 | 0,0013 | 0,00124 | 0,00118 | 0,00134 | 0,0013 | 0,00126 | 0,00123 | 0,00119 | 0,00116 |
| 704,467 | 0,00131 | 0,00124 | 0,00118 | 0,00136 | 0,0013 | 0,00127 | 0,00124 | 0,0012 | 0,00116 |
| 705,234 | 0,00132 | 0,00125 | 0,00119 | 0,00136 | 0,00131 | 0,00127 | 0,00124 | 0,00121 | 0,00117 |
| 706,001 | 0,00133 | 0,00126 | 0,0012 | 0,00137 | 0,00132 | 0,00128 | 0,00125 | 0,00121 | 0,00118 |
| 706,768 | 0,00132 | 0,00126 | 0,00121 | 0,00137 | 0,00131 | 0,00128 | 0,00125 | 0,00122 | 0,00119 |
| 707,535 | 0,00133 | 0,00126 | 0,00121 | 0,00137 | 0,00132 | 0,00128 | 0,00126 | 0,00123 | 0,00119 |
| 708,302 | 0,00134 | 0,00126 | 0,00122 | 0,00138 | 0,00133 | 0,00128 | 0,00126 | 0,00123 | 0,0012 |
| 709,07 | 0,00133 | 0,00127 | 0,00122 | 0,00139 | 0,00132 | 0,00129 | 0,00126 | 0,00124 | 0,00121 |
| 709,837 | 0,00134 | 0,00127 | 0,00123 | 0,00138 | 0,00133 | 0,00129 | 0,00126 | 0,00124 | 0,00121 |
| 710,605 | 0,00133 | 0,00127 | 0,00123 | 0,00138 | 0,00133 | 0,00129 | 0,00126 | 0,00124 | 0,00122 |
| 711,373 | 0,00134 | 0,00126 | 0,00123 | 0,00139 | 0,00132 | 0,00128 | 0,00126 | 0,00124 | 0,00121 |
| 712,14 | 0,00133 | 0,00127 | 0,00123 | 0,00138 | 0,00132 | 0,00128 | 0,00126 | 0,00124 | 0,00121 |
| 712,908 | 0,00132 | 0,00125 | 0,00122 | 0,00137 | 0,00131 | 0,00128 | 0,00125 | 0,00123 | 0,0012 |
| 713,676 | 0,00131 | 0,00125 | 0,00119 | 0,00136 | 0,00131 | 0,00126 | 0,00124 | 0,00122 | 0,00119 |
| 714,444 | 0,00129 | 0,00121 | 0,00117 | 0,00133 | 0,00127 | 0,00124 | 0,00121 | 0,00117 | 0,00114 |
| 715,213 | 0,00124 | 0,00118 | 0,00111 | 0,00128 | 0,00124 | 0,0012 | 0,00116 | 0,00113 | 0,00108 |
| 715,981 | 0,00119 | 0,00112 | 0,00104 | 0,00122 | 0,00118 | 0,00114 | 0,00112 | 0,00106 | 0,00102 |
| 716,749 | 0,00113 | 0,00106 | 0,00097 | 0,00116 | 0,00113 | 0,00109 | 0,00106 | 0,001 | 0,00094 |
| 717,518 | 0,00108 | 0,00101 | 0,00091 | 0,0011 | 0,00107 | 0,00104 | 0,001 | 0,00093 | 0,00088 |
| 718,286 | 0,00104 | 0,00098 | 0,00086 | 0,00106 | 0,00104 | 0,00101 | 0,00097 | 0,00088 | 0,00082 |
| 719,055 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00085 | 0,00105 | 0,00103 | 0,00099 | 0,00096 | 0,00088 | 0,00081 |
| 719,824 | 0,00104 | 0,00098 | 0,00085 | 0,00105 | 0,00104 | 0,001 | 0,00097 | 0,00088 | 0,00082 |
| 720,592 | 0,00105 | 0,00098 | 0,00088 | 0,00107 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00098 | 0,0009 | 0,00084 |
| 721,361 | 0,00107 | 0,001 | 0,00089 | 0,00109 | 0,00106 | 0,00103 | 0,00099 | 0,00092 | 0,00086 |
| 722,13 | 0,00108 | 0,00101 | 0,0009 | 0,00109 | 0,00108 | 0,00103 | 0,00101 | 0,00092 | 0,00086 |
| 722,899 | 0,00107 | 0,00101 | 0,00089 | 0,0011 | 0,00106 | 0,00104 | 0,00099 | 0,00092 | 0,00086 |
| 723,669 | 0,00106 | 0,00099 | 0,00088 | 0,00107 | 0,00106 | 0,00102 | 0,00099 | 0,00091 | 0,00084 |
| 724,438 | 0,00105 | 0,00099 | 0,00087 | 0,00107 | 0,00105 | 0,00101 | 0,00098 | 0,0009 | 0,00083 |
| 725,207 | 0,00105 | 0,00098 | 0,00086 | 0,00107 | 0,00105 | 0,00101 | 0,00097 | 0,00089 | 0,00083 |
| 725,977 | 0,00104 | 0,00098 | 0,00086 | 0,00106 | 0,00104 | 0,00101 | 0,00098 | 0,00089 | 0,00082 |
| 726,746 | 0,00105 | 0,00097 | 0,00086 | 0,00107 | 0,00104 | 0,00101 | 0,00097 | 0,00088 | 0,00082 |
| 727,516 | 0,00104 | 0,00098 | 0,00086 | 0,00106 | 0,00105 | 0,001 | 0,00097 | 0,00089 | 0,00082 |
| 728,286 | 0,00105 | 0,00098 | 0,00086 | 0,00106 | 0,00104 | 0,00101 | 0,00097 | 0,00088 | 0,00082 |
| 729,056 | 0,00105 | 0,00098 | 0,00086 | 0,00107 | 0,00105 | 0,00101 | 0,00097 | 0,0009 | 0,00083 |
| 729,826 | 0,00106 | 0,00099 | 0,00089 | 0,00108 | 0,00106 | 0,00103 | 0,00099 | 0,00091 | 0,00084 |
| 730,596 | 0,00108 | 0,00101 | 0,0009 | 0,00111 | 0,00108 | 0,00104 | 0,00101 | 0,00093 | 0,00087 |
| 731,366 | 0,00111 | 0,00104 | 0,00094 | 0,00113 | 0,0011 | 0,00106 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00091 |
| 732,136 | 0,00113 | 0,00106 | 0,00098 | 0,00117 | 0,00113 | 0,00109 | 0,00105 | 0,001 | 0,00095 |
| 732,906 | 0,00116 | 0,00109 | 0,00101 | 0,00119 | 0,00115 | 0,00111 | 0,00108 | 0,00104 | 0,00098 |
| 733,677 | 0,00118 | 0,00111 | 0,00104 | 0,00121 | 0,00117 | 0,00114 | 0,00111 | 0,00106 | 0,00101 |
| 734,447 | 0,00119 | 0,00112 | 0,00106 | 0,00124 | 0,00119 | 0,00114 | 0,00111 | 0,00108 | 0,00104 |
| 735,218 | 0,00121 | 0,00114 | 0,00108 | 0,00125 | 0,0012 | 0,00116 | 0,00113 | 0,0011 | 0,00105 |
| 735,988 | 0,00122 | 0,00114 | 0,00109 | 0,00125 | 0,0012 | 0,00117 | 0,00114 | 0,0011 | 0,00106 |
| 736,759 | 0,00121 | 0,00115 | 0,0011 | 0,00127 | 0,00121 | 0,00117 | 0,00114 | 0,00112 | 0,00108 |
| 737,53 | 0,00123 | 0,00116 | 0,00112 | 0,00127 | 0,00122 | 0,00118 | 0,00115 | 0,00113 | 0,00109 |
| 738,301 | 0,00123 | 0,00116 | 0,00113 | 0,00128 | 0,00122 | 0,00118 | 0,00116 | 0,00114 | 0,00111 |
| 739,072 | 0,00124 | 0,00117 | 0,00113 | 0,00128 | 0,00123 | 0,00119 | 0,00116 | 0,00115 | 0,00112 |
| 739,843 | 0,00124 | 0,00117 | 0,00115 | 0,00129 | 0,00123 | 0,00119 | 0,00116 | 0,00116 | 0,00113 |
| 740,614 | 0,00124 | 0,00118 | 0,00116 | 0,0013 | 0,00123 | 0,00119 | 0,00117 | 0,00118 | 0,00114 |
| 741,385 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00118 | 0,00131 | 0,00124 | 0,0012 | 0,00118 | 0,00118 | 0,00116 |
| 742,157 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00118 | 0,00131 | 0,00125 | 0,00121 | 0,00119 | 0,0012 | 0,00118 |
| 742,928 | 0,00126 | 0,0012 | 0,0012 | 0,00132 | 0,00126 | 0,00122 | 0,00119 | 0,0012 | 0,00118 |

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 743,7 | 0,00127 | 0,0012 | 0,00121 | 0,00133 | 0,00125 | 0,00122 | 0,0012 | 0,00121 | 0,00119 |
| 744,471 | 0,00128 | 0,00121 | 0,00121 | 0,00133 | 0,00127 | 0,00122 | 0,0012 | 0,00122 | 0,00121 |
| 745,243 | 0,00127 | 0,00122 | 0,00122 | 0,00133 | 0,00126 | 0,00123 | 0,00121 | 0,00123 | 0,00121 |
| 746,015 | 0,00129 | 0,00121 | 0,00122 | 0,00134 | 0,00127 | 0,00123 | 0,00121 | 0,00122 | 0,00121 |
| 746,787 | 0,00128 | 0,00122 | 0,00122 | 0,00134 | 0,00127 | 0,00123 | 0,0012 | 0,00123 | 0,00121 |
| 747,559 | 0,00127 | 0,00121 | 0,00123 | 0,00133 | 0,00126 | 0,00123 | 0,00121 | 0,00123 | 0,00122 |
| 748,331 | 0,00128 | 0,00121 | 0,00122 | 0,00134 | 0,00127 | 0,00122 | 0,00121 | 0,00123 | 0,00121 |
| 749,103 | 0,00127 | 0,00121 | 0,00122 | 0,00133 | 0,00126 | 0,00122 | 0,0012 | 0,00122 | 0,00121 |
| 749,876 | 0,00127 | 0,0012 | 0,00121 | 0,00133 | 0,00126 | 0,00122 | 0,0012 | 0,00123 | 0,00121 |
| 750,648 | 0,00127 | 0,00121 | 0,00122 | 0,00132 | 0,00125 | 0,00122 | 0,00119 | 0,00121 | 0,0012 |
| 751,42 | 0,00127 | 0,0012 | 0,00121 | 0,00133 | 0,00125 | 0,00122 | 0,0012 | 0,00122 | 0,0012 |
| 752,193 | 0,00126 | 0,0012 | 0,00121 | 0,00132 | 0,00126 | 0,00121 | 0,00119 | 0,00122 | 0,00121 |
| 752,966 | 0,00127 | 0,0012 | 0,00122 | 0,00132 | 0,00125 | 0,00121 | 0,0012 | 0,00122 | 0,0012 |
| 753,738 | 0,00126 | 0,0012 | 0,00121 | 0,00133 | 0,00125 | 0,00122 | 0,00119 | 0,00121 | 0,0012 |
| 754,511 | 0,00126 | 0,0012 | 0,0012 | 0,00132 | 0,00125 | 0,00121 | 0,00119 | 0,00122 | 0,0012 |
| 755,284 | 0,00126 | 0,0012 | 0,00121 | 0,00132 | 0,00125 | 0,00121 | 0,00119 | 0,00121 | 0,0012 |
| 756,057 | 0,00125 | 0,00118 | 0,00119 | 0,0013 | 0,00123 | 0,0012 | 0,00118 | 0,0012 | 0,00118 |
| 756,83 | 0,0012 | 0,00115 | 0,00115 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00116 | 0,00114 | 0,00116 | 0,00114 |
| 757,603 | 0,00111 | 0,00106 | 0,00106 | 0,00115 | 0,0011 | 0,00107 | 0,00106 | 0,00107 | 0,00104 |
| 758,376 | 0,00098 | 0,00095 | 0,00094 | 0,00101 | 0,00098 | 0,00096 | 0,00095 | 0,00094 | 0,00092 |
| 759,15 | 0,00085 | 0,00084 | 0,00081 | 0,00087 | 0,00084 | 0,00083 | 0,00083 | 0,00082 | 0,00079 |
| 759,923 | 0,00071 | 0,00071 | 0,00067 | 0,00071 | 0,00071 | 0,00071 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00065 |
| 760,696 | 0,0006 | 0,00063 | 0,00056 | 0,00059 | 0,0006 | 0,00062 | 0,00063 | 0,00058 | 0,00054 |
| 761,47 | 0,00054 | 0,00058 | 0,00051 | 0,00052 | 0,00054 | 0,00057 | 0,00058 | 0,00053 | 0,00047 |
| 762,244 | 0,00053 | 0,00057 | 0,00048 | 0,0005 | 0,00053 | 0,00056 | 0,00058 | 0,00051 | 0,00046 |
| 763,017 | 0,00053 | 0,00057 | 0,00049 | 0,0005 | 0,00054 | 0,00057 | 0,00059 | 0,00051 | 0,00045 |
| 763,791 | 0,00056 | 0,00061 | 0,00052 | 0,00053 | 0,00057 | 0,0006 | 0,00062 | 0,00055 | 0,00048 |
| 764,565 | 0,00064 | 0,00067 | 0,00058 | 0,00061 | 0,00064 | 0,00066 | 0,00067 | 0,00061 | 0,00054 |
| 765,339 | 0,00071 | 0,00074 | 0,00067 | 0,0007 | 0,00072 | 0,00073 | 0,00074 | 0,00069 | 0,00063 |
| 766,113 | 0,00082 | 0,00082 | 0,00075 | 0,00081 | 0,00081 | 0,00082 | 0,00082 | 0,00077 | 0,00072 |
| 766,887 | 0,0009 | 0,00089 | 0,00085 | 0,00091 | 0,0009 | 0,0009 | 0,0009 | 0,00087 | 0,00082 |
| 767,662 | 0,00098 | 0,00096 | 0,00092 | 0,001 | 0,00098 | 0,00096 | 0,00095 | 0,00094 | 0,00089 |
| 768,436 | 0,00105 | 0,00101 | 0,00099 | 0,00108 | 0,00104 | 0,00102 | 0,00101 | 0,001 | 0,00097 |
| 769,211 | 0,00109 | 0,00105 | 0,00103 | 0,00114 | 0,00108 | 0,00107 | 0,00105 | 0,00105 | 0,00101 |
| 769,985 | 0,00114 | 0,00109 | 0,00108 | 0,00117 | 0,00113 | 0,00109 | 0,00108 | 0,00108 | 0,00106 |
| 770,76 | 0,00116 | 0,0011 | 0,0011 | 0,00122 | 0,00115 | 0,00112 | 0,0011 | 0,00112 | 0,00109 |
| 771,534 | 0,00118 | 0,00112 | 0,00112 | 0,00123 | 0,00117 | 0,00113 | 0,00111 | 0,00113 | 0,0011 |
| 772,309 | 0,00119 | 0,00113 | 0,00113 | 0,00124 | 0,00118 | 0,00114 | 0,00113 | 0,00114 | 0,00112 |
| 773,084 | 0,0012 | 0,00114 | 0,00114 | 0,00126 | 0,00118 | 0,00115 | 0,00112 | 0,00115 | 0,00113 |
| 773,859 | 0,0012 | 0,00113 | 0,00115 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00115 | 0,00113 | 0,00115 | 0,00113 |
| 774,634 | 0,0012 | 0,00114 | 0,00114 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00116 | 0,00113 | 0,00115 | 0,00113 |
| 775,409 | 0,0012 | 0,00114 | 0,00115 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00115 | 0,00114 | 0,00115 | 0,00113 |
| 776,184 | 0,00121 | 0,00114 | 0,00115 | 0,00127 | 0,00119 | 0,00115 | 0,00113 | 0,00116 | 0,00114 |
| 776,959 | 0,0012 | 0,00114 | 0,00114 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00115 | 0,00113 | 0,00115 | 0,00113 |
| 777,735 | 0,00121 | 0,00113 | 0,00115 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00115 | 0,00113 | 0,00116 | 0,00114 |
| 778,51 | 0,0012 | 0,00114 | 0,00115 | 0,00127 | 0,00119 | 0,00116 | 0,00113 | 0,00115 | 0,00113 |
| 779,286 | 0,0012 | 0,00114 | 0,00114 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00115 | 0,00113 | 0,00115 | 0,00113 |
| 780,061 | 0,00121 | 0,00113 | 0,00115 | 0,00127 | 0,00119 | 0,00115 | 0,00113 | 0,00115 | 0,00113 |
| 780,837 | 0,0012 | 0,00114 | 0,00114 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00115 | 0,00113 | 0,00116 | 0,00113 |
| 781,613 | 0,0012 | 0,00113 | 0,00114 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00115 | 0,00112 | 0,00115 | 0,00113 |
| 782,388 | 0,0012 | 0,00113 | 0,00114 | 0,00126 | 0,00119 | 0,00114 | 0,00113 | 0,00114 | 0,00112 |
| 783,164 | 0,00119 | 0,00113 | 0,00113 | 0,00126 | 0,00118 | 0,00114 | 0,00111 | 0,00114 | 0,00112 |
| 783,94 | 0,00119 | 0,00112 | 0,00113 | 0,00125 | 0,00117 | 0,00114 | 0,00112 | 0,00114 | 0,00111 |
| 784,716 | 0,00119 | 0,00112 | 0,00112 | 0,00125 | 0,00118 | 0,00113 | 0,00111 | 0,00113 | 0,00111 |
| 785,493 | 0,00118 | 0,00111 | 0,00111 | 0,00124 | 0,00117 | 0,00113 | 0,00111 | 0,00112 | 0,00109 |
| 786,269 | 0,00118 | 0,00111 | 0,0011 | 0,00123 | 0,00116 | 0,00112 | 0,0011 | 0,00111 | 0,00108 |
| 787,045 | 0,00116 | 0,0011 | 0,00108 | 0,00122 | 0,00115 | 0,00112 | 0,00109 | 0,00109 | 0,00107 |
| 787,821 | 0,00116 | 0,00109 | 0,00107 | 0,00122 | 0,00115 | 0,0011 | 0,00108 | 0,00109 | 0,00105 |
| 788,598 | 0,00115 | 0,00108 | 0,00106 | 0,0012 | 0,00114 | 0,0011 | 0,00107 | 0,00107 | 0,00103 |
| 789,375 | 0,00115 | 0,00107 | 0,00105 | 0,0012 | 0,00113 | 0,00109 | 0,00107 | 0,00106 | 0,00103 |
| 790,151 | 0,00113 | 0,00107 | 0,00104 | 0,00118 | 0,00112 | 0,00109 | 0,00106 | 0,00106 | 0,00101 |
| 790,928 | 0,00113 | 0,00106 | 0,00103 | 0,00118 | 0,00112 | 0,00107 | 0,00105 | 0,00104 | 0,00101 |
| 791,705 | 0,00112 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00118 | 0,00111 | 0,00108 | 0,00105 | 0,00105 | 0,001 |
| 792,482 | 0,00112 | 0,00105 | 0,00103 | 0,00118 | 0,00111 | 0,00107 | 0,00104 | 0,00104 | 0,00101 |
| 793,258 | 0,00112 | 0,00105 | 0,00103 | 0,00117 | 0,00111 | 0,00107 | 0,00105 | 0,00104 | 0,001 |
| 794,036 | 0,00112 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00117 | 0,0011 | 0,00106 | 0,00104 | 0,00104 | 0,001 |
| 794,813 | 0,00111 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00116 | 0,0011 | 0,00106 | 0,00104 | 0,00103 | 0,00099 |
| 795,59 | 0,00111 | 0,00104 | 0,00102 | 0,00117 | 0,00111 | 0,00107 | 0,00104 | 0,00103 | 0,00099 |
| 796,367 | 0,00112 | 0,00105 | 0,00101 | 0,00117 | 0,0011 | 0,00106 | 0,00103 | 0,00103 | 0,00099 |
| 797,144 | 0,00111 | 0,00104 | 0,00101 | 0,00116 | 0,0011 | 0,00107 | 0,00104 | 0,00104 | 0,00099 |
| 797,922 | 0,00112 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00117 | 0,00111 | 0,00106 | 0,00104 | 0,00102 | 0,00099 |
| 798,699 | 0,00111 | 0,00104 | 0,001 | 0,00117 | 0,0011 | 0,00106 | 0,00103 | 0,00103 | 0,00098 |
| 799,477 | 0,00111 | 0,00104 | 0,00101 | 0,00116 | 0,0011 | 0,00106 | 0,00104 | 0,00102 | 0,00097 |
| 800,255 | 0,0011 | 0,00103 | 0,00099 | 0,00115 | 0,00109 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00101 | 0,00097 |
| 801,032 | 0,0011 | 0,00103 | 0,00099 | 0,00115 | 0,00109 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00101 | 0,00096 |
| 801,81 | 0,0011 | 0,00103 | 0,00098 | 0,00115 | 0,00108 | 0,00104 | 0,00102 | 0,001 | 0,00096 |

Apéndice A. Centroides

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 802,588 | 0,00109 | 0,00102 | 0,00099 | 0,00115 | 0,00109 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00101 | 0,00095 |
| 803,366 | 0,0011 | 0,00103 | 0,00098 | 0,00114 | 0,00108 | 0,00104 | 0,00102 | 0,001 | 0,00096 |
| 804,144 | 0,00109 | 0,00102 | 0,00099 | 0,00115 | 0,00109 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00101 | 0,00096 |
| 804,922 | 0,0011 | 0,00103 | 0,001 | 0,00115 | 0,00108 | 0,00104 | 0,00102 | 0,00101 | 0,00097 |
| 805,701 | 0,0011 | 0,00103 | 0,001 | 0,00115 | 0,00109 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00101 | 0,00098 |
| 806,479 | 0,0011 | 0,00102 | 0,001 | 0,00116 | 0,00108 | 0,00105 | 0,00102 | 0,00102 | 0,00097 |
| 807,257 | 0,00109 | 0,00103 | 0,00099 | 0,00114 | 0,00109 | 0,00104 | 0,00102 | 0,00101 | 0,00097 |
| 808,036 | 0,00109 | 0,00101 | 0,00098 | 0,00114 | 0,00107 | 0,00103 | 0,00101 | 0,001 | 0,00096 |
| 808,814 | 0,00107 | 0,00101 | 0,00097 | 0,00113 | 0,00107 | 0,00103 | 0,001 | 0,00099 | 0,00094 |
| 809,593 | 0,00107 | 0,001 | 0,00096 | 0,00112 | 0,00105 | 0,00101 | 0,00098 | 0,00097 | 0,00092 |
| 810,371 | 0,00105 | 0,00097 | 0,00093 | 0,00109 | 0,00104 | 0,001 | 0,00097 | 0,00095 | 0,0009 |
| 811,15 | 0,00102 | 0,00096 | 0,0009 | 0,00108 | 0,00102 | 0,00098 | 0,00095 | 0,00092 | 0,00087 |
| 811,929 | 0,001 | 0,00093 | 0,00086 | 0,00103 | 0,00099 | 0,00095 | 0,00092 | 0,00088 | 0,00083 |
| 812,708 | 0,00097 | 0,00089 | 0,00082 | 0,00101 | 0,00096 | 0,00092 | 0,00089 | 0,00085 | 0,00079 |
| 813,487 | 0,00093 | 0,00086 | 0,00078 | 0,00096 | 0,00092 | 0,00089 | 0,00086 | 0,0008 | 0,00075 |
| 814,266 | 0,0009 | 0,00083 | 0,00074 | 0,00093 | 0,0009 | 0,00085 | 0,00082 | 0,00077 | 0,0007 |
| 815,045 | 0,00086 | 0,0008 | 0,00071 | 0,00089 | 0,00086 | 0,00083 | 0,00079 | 0,00073 | 0,00067 |
| 815,824 | 0,00085 | 0,00078 | 0,00068 | 0,00087 | 0,00084 | 0,00081 | 0,00078 | 0,00071 | 0,00065 |
| 816,603 | 0,00083 | 0,00077 | 0,00066 | 0,00085 | 0,00083 | 0,00079 | 0,00076 | 0,00069 | 0,00062 |
| 817,383 | 0,00083 | 0,00076 | 0,00067 | 0,00085 | 0,00083 | 0,00079 | 0,00076 | 0,00069 | 0,00063 |
| 818,162 | 0,00083 | 0,00078 | 0,00067 | 0,00086 | 0,00083 | 0,0008 | 0,00076 | 0,00069 | 0,00063 |
| 818,942 | 0,00085 | 0,00078 | 0,00069 | 0,00087 | 0,00084 | 0,00081 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00066 |
| 819,721 | 0,00086 | 0,00079 | 0,00069 | 0,00088 | 0,00085 | 0,00082 | 0,00079 | 0,00072 | 0,00066 |
| 820,501 | 0,00085 | 0,00079 | 0,0007 | 0,00088 | 0,00085 | 0,00081 | 0,00078 | 0,00073 | 0,00066 |
| 821,281 | 0,00086 | 0,00079 | 0,0007 | 0,00088 | 0,00085 | 0,00082 | 0,00079 | 0,00072 | 0,00066 |
| 822,06 | 0,00085 | 0,00079 | 0,0007 | 0,00088 | 0,00085 | 0,00081 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00067 |
| 822,84 | 0,00085 | 0,00079 | 0,0007 | 0,00088 | 0,00084 | 0,00081 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00066 |
| 823,62 | 0,00086 | 0,0008 | 0,00071 | 0,00089 | 0,00086 | 0,00083 | 0,00079 | 0,00074 | 0,00068 |
| 824,4 | 0,00089 | 0,00082 | 0,00074 | 0,00091 | 0,00088 | 0,00084 | 0,00082 | 0,00076 | 0,0007 |
| 825,18 | 0,00089 | 0,00083 | 0,00075 | 0,00093 | 0,00089 | 0,00085 | 0,00082 | 0,00078 | 0,00071 |
| 825,96 | 0,0009 | 0,00083 | 0,00075 | 0,00094 | 0,0009 | 0,00086 | 0,00083 | 0,00078 | 0,00072 |
| 826,74 | 0,0009 | 0,00084 | 0,00075 | 0,00093 | 0,00089 | 0,00086 | 0,00083 | 0,00077 | 0,00072 |
| 827,521 | 0,0009 | 0,00083 | 0,00075 | 0,00093 | 0,00089 | 0,00085 | 0,00082 | 0,00078 | 0,00072 |
| 828,301 | 0,0009 | 0,00083 | 0,00075 | 0,00093 | 0,00089 | 0,00086 | 0,00083 | 0,00077 | 0,00071 |
| 829,082 | 0,00089 | 0,00083 | 0,00075 | 0,00093 | 0,00089 | 0,00085 | 0,00082 | 0,00077 | 0,00072 |
| 829,862 | 0,0009 | 0,00083 | 0,00076 | 0,00093 | 0,0009 | 0,00086 | 0,00083 | 0,00078 | 0,00072 |
| 830,643 | 0,0009 | 0,00084 | 0,00076 | 0,00094 | 0,00089 | 0,00086 | 0,00083 | 0,00079 | 0,00072 |
| 831,423 | 0,00091 | 0,00084 | 0,00077 | 0,00094 | 0,0009 | 0,00086 | 0,00083 | 0,00079 | 0,00074 |
| 832,204 | 0,00091 | 0,00084 | 0,00077 | 0,00095 | 0,00091 | 0,00087 | 0,00084 | 0,0008 | 0,00074 |
| 832,985 | 0,00092 | 0,00085 | 0,00079 | 0,00096 | 0,00091 | 0,00087 | 0,00084 | 0,0008 | 0,00076 |
| 833,766 | 0,00094 | 0,00087 | 0,0008 | 0,00097 | 0,00092 | 0,00089 | 0,00086 | 0,00083 | 0,00077 |
| 834,547 | 0,00094 | 0,00087 | 0,00082 | 0,00099 | 0,00094 | 0,0009 | 0,00087 | 0,00084 | 0,00078 |
| 835,328 | 0,00096 | 0,00089 | 0,00084 | 0,001 | 0,00095 | 0,00091 | 0,00088 | 0,00085 | 0,00081 |
| 836,109 | 0,00097 | 0,0009 | 0,00084 | 0,00102 | 0,00096 | 0,00092 | 0,0009 | 0,00087 | 0,00082 |
| 836,89 | 0,00098 | 0,00091 | 0,00087 | 0,00103 | 0,00097 | 0,00093 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00083 |
| 837,671 | 0,00099 | 0,00092 | 0,00087 | 0,00103 | 0,00098 | 0,00094 | 0,00091 | 0,00089 | 0,00085 |
| 838,452 | 0,001 | 0,00093 | 0,00089 | 0,00105 | 0,00099 | 0,00095 | 0,00092 | 0,00091 | 0,00086 |
| 839,234 | 0,001 | 0,00094 | 0,00089 | 0,00106 | 0,00099 | 0,00095 | 0,00093 | 0,00091 | 0,00087 |
| 840,015 | 0,00101 | 0,00094 | 0,00091 | 0,00106 | 0,001 | 0,00096 | 0,00093 | 0,00092 | 0,00087 |
| 840,797 | 0,00102 | 0,00094 | 0,00091 | 0,00107 | 0,00101 | 0,00097 | 0,00094 | 0,00093 | 0,00089 |
| 841,578 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00092 | 0,00107 | 0,001 | 0,00096 | 0,00094 | 0,00094 | 0,00089 |
| 842,36 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00092 | 0,00108 | 0,00101 | 0,00097 | 0,00095 | 0,00094 | 0,0009 |
| 843,142 | 0,00102 | 0,00096 | 0,00093 | 0,00107 | 0,00101 | 0,00098 | 0,00095 | 0,00094 | 0,00091 |
| 843,923 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00093 | 0,00108 | 0,00102 | 0,00097 | 0,00094 | 0,00095 | 0,0009 |
| 844,705 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00094 | 0,00109 | 0,00101 | 0,00097 | 0,00095 | 0,00095 | 0,00092 |
| 845,487 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00094 | 0,00108 | 0,00102 | 0,00098 | 0,00096 | 0,00096 | 0,00092 |
| 846,269 | 0,00102 | 0,00096 | 0,00094 | 0,00109 | 0,00101 | 0,00097 | 0,00095 | 0,00095 | 0,00092 |
| 847,051 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00094 | 0,00107 | 0,00101 | 0,00097 | 0,00094 | 0,00096 | 0,00091 |
| 847,833 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00093 | 0,00107 | 0,001 | 0,00096 | 0,00094 | 0,00094 | 0,00091 |
| 848,616 | 0,001 | 0,00093 | 0,00093 | 0,00107 | 0,00099 | 0,00096 | 0,00094 | 0,00094 | 0,0009 |
| 849,398 | 0,001 | 0,00094 | 0,00091 | 0,00105 | 0,00098 | 0,00094 | 0,00092 | 0,00093 | 0,0009 |
| 850,18 | 0,00099 | 0,00092 | 0,00092 | 0,00105 | 0,00098 | 0,00095 | 0,00092 | 0,00092 | 0,00089 |
| 850,963 | 0,00098 | 0,00092 | 0,0009 | 0,00104 | 0,00098 | 0,00093 | 0,00091 | 0,00092 | 0,00088 |
| 851,745 | 0,00097 | 0,00091 | 0,00089 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00092 | 0,0009 | 0,00091 | 0,00087 |
| 852,528 | 0,00096 | 0,00089 | 0,00088 | 0,00101 | 0,00095 | 0,00091 | 0,00089 | 0,00089 | 0,00086 |
| 853,31 | 0,00095 | 0,00089 | 0,00087 | 0,001 | 0,00093 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00088 | 0,00085 |
| 854,093 | 0,00094 | 0,00088 | 0,00087 | 0,001 | 0,00094 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00089 | 0,00085 |
| 854,875 | 0,00095 | 0,00089 | 0,00088 | 0,00101 | 0,00094 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00089 | 0,00085 |
| 855,658 | 0,00097 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00101 | 0,00095 | 0,00091 | 0,00089 | 0,0009 | 0,00087 |
| 856,441 | 0,00097 | 0,00091 | 0,0009 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00093 | 0,00091 | 0,00091 | 0,00087 |
| 857,224 | 0,00099 | 0,00092 | 0,00091 | 0,00105 | 0,00097 | 0,00093 | 0,00091 | 0,00092 | 0,00089 |
| 858,007 | 0,00099 | 0,00093 | 0,00092 | 0,00105 | 0,00098 | 0,00095 | 0,00092 | 0,00093 | 0,0009 |
| 858,79 | 0,001 | 0,00093 | 0,00092 | 0,00105 | 0,00098 | 0,00094 | 0,00093 | 0,00094 | 0,0009 |
| 859,573 | 0,001 | 0,00093 | 0,00093 | 0,00106 | 0,00099 | 0,00095 | 0,00093 | 0,00094 | 0,0009 |
| 860,357 | 0,001 | 0,00094 | 0,00093 | 0,00106 | 0,001 | 0,00096 | 0,00093 | 0,00094 | 0,00091 |
| 861,14 | 0,00101 | 0,00094 | 0,00093 | 0,00107 | 0,00099 | 0,00095 | 0,00093 | 0,00094 | 0,00091 |

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 861,923 | 0,001 | 0,00094 | 0,00093 | 0,00106 | 0,00099 | 0,00096 | 0,00093 | 0,00095 | 0,00091 |
| 862,706 | 0,001 | 0,00094 | 0,00093 | 0,00106 | 0,00099 | 0,00095 | 0,00093 | 0,00094 | 0,00091 |
| 863,49 | 0,00099 | 0,00092 | 0,00092 | 0,00105 | 0,00097 | 0,00094 | 0,00092 | 0,00093 | 0,00089 |
| 864,273 | 0,00098 | 0,00091 | 0,0009 | 0,00104 | 0,00097 | 0,00092 | 0,00091 | 0,00092 | 0,00089 |
| 865,057 | 0,00096 | 0,0009 | 0,0009 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00092 | 0,00089 | 0,0009 | 0,00087 |
| 865,841 | 0,00096 | 0,00089 | 0,00088 | 0,00101 | 0,00094 | 0,0009 | 0,00088 | 0,0009 | 0,00086 |
| 866,624 | 0,00095 | 0,00089 | 0,00088 | 0,00101 | 0,00094 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00089 | 0,00086 |
| 867,408 | 0,00095 | 0,00089 | 0,00088 | 0,00101 | 0,00094 | 0,00091 | 0,00089 | 0,0009 | 0,00086 |
| 868,192 | 0,00096 | 0,0009 | 0,00089 | 0,00101 | 0,00094 | 0,00091 | 0,00088 | 0,0009 | 0,00086 |
| 868,976 | 0,00096 | 0,00089 | 0,00089 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00091 | 0,0009 | 0,0009 | 0,00087 |
| 869,76 | 0,00097 | 0,00091 | 0,00089 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00092 | 0,00089 | 0,00091 | 0,00087 |
| 870,544 | 0,00097 | 0,0009 | 0,0009 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00092 | 0,0009 | 0,00091 | 0,00088 |
| 871,328 | 0,00097 | 0,00091 | 0,0009 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00092 | 0,0009 | 0,00091 | 0,00087 |
| 872,112 | 0,00097 | 0,00091 | 0,00089 | 0,00103 | 0,00095 | 0,00092 | 0,0009 | 0,00092 | 0,00087 |
| 872,896 | 0,00097 | 0,0009 | 0,0009 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00092 | 0,0009 | 0,00091 | 0,00088 |
| 873,681 | 0,00097 | 0,00091 | 0,0009 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00092 | 0,0009 | 0,00091 | 0,00087 |
| 874,465 | 0,00097 | 0,0009 | 0,00089 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00092 | 0,0009 | 0,00091 | 0,00087 |
| 875,249 | 0,00097 | 0,00091 | 0,00089 | 0,00103 | 0,00096 | 0,00091 | 0,0009 | 0,0009 | 0,00086 |
| 876,034 | 0,00097 | 0,0009 | 0,00089 | 0,00103 | 0,00095 | 0,00092 | 0,00089 | 0,00091 | 0,00087 |
| 876,818 | 0,00096 | 0,0009 | 0,00089 | 0,00102 | 0,00096 | 0,00092 | 0,0009 | 0,00091 | 0,00086 |
| 877,603 | 0,00097 | 0,0009 | 0,00089 | 0,00103 | 0,00095 | 0,00091 | 0,00089 | 0,0009 | 0,00087 |
| 878,388 | 0,00096 | 0,0009 | 0,00089 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00092 | 0,0009 | 0,0009 | 0,00085 |
| 879,172 | 0,00096 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00091 | 0,00089 | 0,0009 | 0,00086 |
| 879,957 | 0,00096 | 0,00089 | 0,00088 | 0,00101 | 0,00094 | 0,00091 | 0,00088 | 0,00089 | 0,00085 |
| 880,742 | 0,00096 | 0,00089 | 0,00087 | 0,00102 | 0,00095 | 0,0009 | 0,00089 | 0,0009 | 0,00085 |
| 881,527 | 0,00096 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00101 | 0,00094 | 0,00091 | 0,00088 | 0,00089 | 0,00084 |
| 882,312 | 0,00095 | 0,00089 | 0,00087 | 0,00102 | 0,00095 | 0,00091 | 0,00089 | 0,00089 | 0,00085 |
| 883,097 | 0,00096 | 0,00089 | 0,00087 | 0,00101 | 0,00094 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00089 | 0,00084 |
| 883,882 | 0,00095 | 0,00089 | 0,00087 | 0,00101 | 0,00094 | 0,00091 | 0,00088 | 0,00088 | 0,00084 |
| 884,667 | 0,00095 | 0,00088 | 0,00086 | 0,00101 | 0,00094 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00088 | 0,00083 |
| 885,452 | 0,00095 | 0,00088 | 0,00086 | 0,001 | 0,00093 | 0,0009 | 0,00088 | 0,00088 | 0,00083 |
| 886,238 | 0,00094 | 0,00088 | 0,00085 | 0,001 | 0,00093 | 0,00089 | 0,00087 | 0,00087 | 0,00082 |
| 887,023 | 0,00094 | 0,00088 | 0,00086 | 0,001 | 0,00093 | 0,00089 | 0,00087 | 0,00087 | 0,00082 |
| 887,808 | 0,00094 | 0,00087 | 0,00084 | 0,00099 | 0,00093 | 0,00089 | 0,00086 | 0,00087 | 0,00082 |
| 888,594 | 0,00094 | 0,00087 | 0,00085 | 0,00099 | 0,00092 | 0,00089 | 0,00087 | 0,00086 | 0,00081 |
| 889,379 | 0,00093 | 0,00087 | 0,00084 | 0,00099 | 0,00092 | 0,00088 | 0,00086 | 0,00086 | 0,00081 |
| 890,165 | 0,00093 | 0,00086 | 0,00083 | 0,00098 | 0,00092 | 0,00088 | 0,00086 | 0,00086 | 0,0008 |
| 890,951 | 0,00091 | 0,00085 | 0,00082 | 0,00097 | 0,0009 | 0,00087 | 0,00084 | 0,00083 | 0,00078 |
| 891,736 | 0,00091 | 0,00084 | 0,00079 | 0,00096 | 0,0009 | 0,00085 | 0,00083 | 0,00082 | 0,00077 |
| 892,522 | 0,00088 | 0,00082 | 0,00078 | 0,00093 | 0,00087 | 0,00084 | 0,00081 | 0,0008 | 0,00073 |
| 893,308 | 0,00086 | 0,00079 | 0,00073 | 0,0009 | 0,00085 | 0,00081 | 0,00079 | 0,00076 | 0,00071 |
| 894,094 | 0,00082 | 0,00076 | 0,00071 | 0,00087 | 0,00081 | 0,00078 | 0,00075 | 0,00073 | 0,00066 |
| 894,88 | 0,0008 | 0,00073 | 0,00066 | 0,00083 | 0,00079 | 0,00075 | 0,00073 | 0,00069 | 0,00063 |
| 895,666 | 0,00077 | 0,0007 | 0,00063 | 0,0008 | 0,00076 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00065 | 0,00059 |
| 896,452 | 0,00073 | 0,00067 | 0,00059 | 0,00076 | 0,00073 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00062 | 0,00056 |
| 897,238 | 0,0007 | 0,00065 | 0,00056 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00058 | 0,00052 |
| 898,024 | 0,00068 | 0,00062 | 0,00054 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00062 | 0,00056 | 0,0005 |
| 898,81 | 0,00066 | 0,0006 | 0,00051 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00063 | 0,00059 | 0,00054 | 0,00047 |
| 899,596 | 0,00065 | 0,00059 | 0,0005 | 0,00066 | 0,00065 | 0,00061 | 0,00059 | 0,00052 | 0,00046 |
| 900,383 | 0,00064 | 0,0006 | 0,00049 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00061 | 0,00059 | 0,00052 | 0,00046 |
| 901,169 | 0,00066 | 0,00059 | 0,0005 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00063 | 0,00059 | 0,00053 | 0,00046 |
| 901,956 | 0,00067 | 0,00062 | 0,00052 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00063 | 0,00061 | 0,00055 | 0,00048 |
| 902,742 | 0,00069 | 0,00064 | 0,00055 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00063 | 0,00057 | 0,00051 |
| 903,529 | 0,00071 | 0,00065 | 0,00056 | 0,00074 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00059 | 0,00052 |
| 904,315 | 0,00072 | 0,00066 | 0,00056 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00059 | 0,00052 |
| 905,102 | 0,00071 | 0,00065 | 0,00056 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00059 | 0,00052 |
| 905,889 | 0,0007 | 0,00064 | 0,00055 | 0,00072 | 0,0007 | 0,00066 | 0,00063 | 0,00057 | 0,00051 |
| 906,676 | 0,00067 | 0,00062 | 0,00052 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00062 | 0,00055 | 0,00048 |
| 907,462 | 0,00066 | 0,0006 | 0,0005 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00063 | 0,00059 | 0,00053 | 0,00046 |
| 908,249 | 0,00065 | 0,00059 | 0,00049 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00061 | 0,00059 | 0,00051 | 0,00045 |
| 909,036 | 0,00063 | 0,00058 | 0,00048 | 0,00065 | 0,00064 | 0,00061 | 0,00057 | 0,00051 | 0,00044 |
| 909,823 | 0,00064 | 0,00058 | 0,00047 | 0,00065 | 0,00063 | 0,0006 | 0,00057 | 0,0005 | 0,00044 |
| 910,61 | 0,00062 | 0,00057 | 0,00047 | 0,00064 | 0,00062 | 0,0006 | 0,00057 | 0,00049 | 0,00043 |
| 911,398 | 0,00062 | 0,00056 | 0,00046 | 0,00064 | 0,00062 | 0,00058 | 0,00055 | 0,00049 | 0,00042 |
| 912,185 | 0,00062 | 0,00056 | 0,00045 | 0,00063 | 0,00061 | 0,00059 | 0,00056 | 0,00048 | 0,00042 |
| 912,972 | 0,0006 | 0,00055 | 0,00045 | 0,00062 | 0,00061 | 0,00057 | 0,00054 | 0,00047 | 0,0004 |
| 913,759 | 0,0006 | 0,00054 | 0,00043 | 0,00061 | 0,0006 | 0,00057 | 0,00054 | 0,00046 | 0,0004 |
| 914,547 | 0,0006 | 0,00054 | 0,00044 | 0,00061 | 0,00059 | 0,00057 | 0,00054 | 0,00046 | 0,0004 |
| 915,334 | 0,0006 | 0,00054 | 0,00043 | 0,00061 | 0,0006 | 0,00057 | 0,00053 | 0,00046 | 0,00039 |
| 916,121 | 0,0006 | 0,00055 | 0,00043 | 0,00061 | 0,0006 | 0,00057 | 0,00054 | 0,00047 | 0,0004 |
| 916,909 | 0,00061 | 0,00055 | 0,00045 | 0,00063 | 0,00061 | 0,00058 | 0,00055 | 0,00047 | 0,00041 |
| 917,697 | 0,00063 | 0,00057 | 0,00047 | 0,00064 | 0,00063 | 0,00059 | 0,00057 | 0,00049 | 0,00042 |
| 918,484 | 0,00064 | 0,00059 | 0,00048 | 0,00066 | 0,00064 | 0,00061 | 0,00058 | 0,00052 | 0,00045 |
| 919,272 | 0,00067 | 0,0006 | 0,00051 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00063 | 0,0006 | 0,00053 | 0,00047 |
| 920,06 | 0,00067 | 0,00062 | 0,00052 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00061 | 0,00055 | 0,00048 |
| 920,847 | 0,00069 | 0,00062 | 0,00053 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00062 | 0,00056 | 0,00049 |

Apéndice A. Centroides

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 921,635 | 0,00068 | 0,00063 | 0,00053 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00062 | 0,00056 | 0,00049 |
| 922,423 | 0,00068 | 0,00062 | 0,00053 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00062 | 0,00056 | 0,00049 |
| 923,211 | 0,00068 | 0,00062 | 0,00053 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00061 | 0,00055 | 0,00048 |
| 923,999 | 0,00068 | 0,00062 | 0,00052 | 0,00071 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00062 | 0,00055 | 0,00048 |
| 924,787 | 0,00068 | 0,00062 | 0,00051 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00064 | 0,0006 | 0,00054 | 0,00047 |
| 925,575 | 0,00065 | 0,00059 | 0,0005 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00062 | 0,00059 | 0,00053 | 0,00046 |
| 926,363 | 0,00064 | 0,00058 | 0,00047 | 0,00066 | 0,00063 | 0,00061 | 0,00058 | 0,0005 | 0,00043 |
| 927,151 | 0,00061 | 0,00054 | 0,00044 | 0,00062 | 0,0006 | 0,00057 | 0,00053 | 0,00046 | 0,00041 |
| 927,94 | 0,00056 | 0,00051 | 0,0004 | 0,00057 | 0,00057 | 0,00053 | 0,0005 | 0,00043 | 0,00036 |
| 928,728 | 0,00051 | 0,00046 | 0,00036 | 0,00052 | 0,00051 | 0,00049 | 0,00045 | 0,00038 | 0,00032 |
| 929,516 | 0,00047 | 0,00041 | 0,00031 | 0,00047 | 0,00047 | 0,00044 | 0,00041 | 0,00033 | 0,00028 |
| 930,305 | 0,00041 | 0,00037 | 0,00027 | 0,00041 | 0,00041 | 0,00039 | 0,00036 | 0,00029 | 0,00024 |
| 931,093 | 0,00037 | 0,00031 | 0,00023 | 0,00036 | 0,00037 | 0,00035 | 0,00031 | 0,00024 | 0,00021 |
| 931,882 | 0,00031 | 0,00028 | 0,00019 | 0,00032 | 0,00032 | 0,0003 | 0,00028 | 0,00021 | 0,00017 |
| 932,67 | 0,00028 | 0,00025 | 0,00017 | 0,00027 | 0,00028 | 0,00027 | 0,00023 | 0,00018 | 0,00015 |
| 933,459 | 0,00026 | 0,00021 | 0,00014 | 0,00024 | 0,00026 | 0,00023 | 0,00022 | 0,00016 | 0,00013 |
| 934,248 | 0,00023 | 0,0002 | 0,00013 | 0,00022 | 0,00023 | 0,00023 | 0,00019 | 0,00013 | 0,00011 |
| 935,036 | 0,00021 | 0,00019 | 0,00012 | 0,00021 | 0,00023 | 0,0002 | 0,00019 | 0,00013 | 0,0001 |
| 935,825 | 0,00022 | 0,00019 | 0,00011 | 0,0002 | 0,00022 | 0,00021 | 0,00018 | 0,00013 | 0,00011 |
| 936,614 | 0,00022 | 0,0002 | 0,00012 | 0,00021 | 0,00022 | 0,00022 | 0,00019 | 0,00013 | 0,0001 |
| 937,403 | 0,00024 | 0,00021 | 0,00014 | 0,00023 | 0,00025 | 0,00023 | 0,00021 | 0,00015 | 0,00012 |
| 938,192 | 0,00026 | 0,00023 | 0,00014 | 0,00025 | 0,00026 | 0,00025 | 0,00023 | 0,00016 | 0,00013 |
| 938,981 | 0,00029 | 0,00025 | 0,00016 | 0,00027 | 0,00029 | 0,00027 | 0,00024 | 0,00017 | 0,00014 |
| 939,77 | 0,0003 | 0,00026 | 0,00017 | 0,00029 | 0,0003 | 0,00028 | 0,00026 | 0,00019 | 0,00015 |
| 940,559 | 0,0003 | 0,00027 | 0,00017 | 0,00029 | 0,00031 | 0,00029 | 0,00027 | 0,00019 | 0,00015 |
| 941,348 | 0,00029 | 0,00026 | 0,00017 | 0,00028 | 0,0003 | 0,00028 | 0,00026 | 0,00019 | 0,00015 |
| 942,137 | 0,0003 | 0,00026 | 0,00017 | 0,00029 | 0,0003 | 0,00028 | 0,00026 | 0,00018 | 0,00015 |
| 942,927 | 0,00029 | 0,00026 | 0,00016 | 0,00027 | 0,00029 | 0,00028 | 0,00025 | 0,00018 | 0,00014 |
| 943,716 | 0,00028 | 0,00025 | 0,00016 | 0,00027 | 0,00029 | 0,00027 | 0,00025 | 0,00018 | 0,00014 |
| 944,505 | 0,00028 | 0,00024 | 0,00016 | 0,00027 | 0,00028 | 0,00026 | 0,00024 | 0,00017 | 0,00014 |
| 945,294 | 0,00028 | 0,00025 | 0,00016 | 0,00027 | 0,00028 | 0,00027 | 0,00024 | 0,00017 | 0,00014 |
| 946,084 | 0,00028 | 0,00025 | 0,00016 | 0,00026 | 0,00029 | 0,00027 | 0,00025 | 0,00018 | 0,00014 |
| 946,873 | 0,00028 | 0,00024 | 0,00016 | 0,00027 | 0,00028 | 0,00027 | 0,00024 | 0,00017 | 0,00014 |
| 947,663 | 0,00028 | 0,00026 | 0,00016 | 0,00028 | 0,00029 | 0,00027 | 0,00025 | 0,00018 | 0,00014 |
| 948,453 | 0,00029 | 0,00025 | 0,00017 | 0,00028 | 0,0003 | 0,00028 | 0,00025 | 0,00018 | 0,00014 |
| 949,242 | 0,00029 | 0,00025 | 0,00016 | 0,00028 | 0,00029 | 0,00028 | 0,00025 | 0,00017 | 0,00014 |
| 950,032 | 0,0003 | 0,00026 | 0,00017 | 0,00028 | 0,0003 | 0,00028 | 0,00025 | 0,00019 | 0,00015 |
| 950,822 | 0,0003 | 0,00027 | 0,00017 | 0,00029 | 0,0003 | 0,00029 | 0,00026 | 0,00018 | 0,00015 |
| 951,611 | 0,0003 | 0,00026 | 0,00016 | 0,00029 | 0,0003 | 0,00028 | 0,00026 | 0,00019 | 0,00015 |
| 952,401 | 0,0003 | 0,00026 | 0,00018 | 0,00029 | 0,00031 | 0,00029 | 0,00026 | 0,00018 | 0,00015 |
| 953,191 | 0,00031 | 0,00027 | 0,00017 | 0,0003 | 0,00031 | 0,0003 | 0,00026 | 0,00019 | 0,00015 |
| 953,981 | 0,00031 | 0,00028 | 0,00018 | 0,00031 | 0,00032 | 0,0003 | 0,00027 | 0,0002 | 0,00016 |
| 954,771 | 0,00032 | 0,00028 | 0,00019 | 0,00031 | 0,00032 | 0,0003 | 0,00028 | 0,0002 | 0,00017 |
| 955,561 | 0,00033 | 0,00028 | 0,00019 | 0,00032 | 0,00033 | 0,00032 | 0,00028 | 0,00021 | 0,00017 |
| 956,351 | 0,00033 | 0,0003 | 0,0002 | 0,00033 | 0,00034 | 0,00031 | 0,00029 | 0,00022 | 0,00017 |
| 957,141 | 0,00034 | 0,0003 | 0,0002 | 0,00033 | 0,00034 | 0,00033 | 0,00029 | 0,00022 | 0,00018 |
| 957,931 | 0,00035 | 0,0003 | 0,00021 | 0,00035 | 0,00035 | 0,00033 | 0,0003 | 0,00022 | 0,00018 |
| 958,721 | 0,00035 | 0,00031 | 0,00021 | 0,00034 | 0,00036 | 0,00033 | 0,0003 | 0,00024 | 0,00019 |
| 959,512 | 0,00036 | 0,00032 | 0,00022 | 0,00036 | 0,00037 | 0,00035 | 0,00032 | 0,00024 | 0,00019 |
| 960,302 | 0,00038 | 0,00033 | 0,00023 | 0,00038 | 0,00037 | 0,00035 | 0,00033 | 0,00025 | 0,00021 |
| 961,092 | 0,00039 | 0,00035 | 0,00025 | 0,00039 | 0,0004 | 0,00037 | 0,00034 | 0,00026 | 0,00021 |
| 961,883 | 0,00041 | 0,00035 | 0,00025 | 0,0004 | 0,0004 | 0,00038 | 0,00035 | 0,00028 | 0,00022 |
| 962,673 | 0,00041 | 0,00037 | 0,00026 | 0,00042 | 0,00042 | 0,00039 | 0,00037 | 0,00029 | 0,00024 |
| 963,463 | 0,00043 | 0,00038 | 0,00028 | 0,00042 | 0,00043 | 0,0004 | 0,00037 | 0,0003 | 0,00024 |
| 964,254 | 0,00044 | 0,00039 | 0,00028 | 0,00044 | 0,00044 | 0,00042 | 0,00039 | 0,00031 | 0,00025 |
| 965,044 | 0,00046 | 0,00041 | 0,0003 | 0,00046 | 0,00046 | 0,00043 | 0,0004 | 0,00032 | 0,00026 |
| 965,835 | 0,00048 | 0,00043 | 0,00032 | 0,00049 | 0,00048 | 0,00045 | 0,00043 | 0,00035 | 0,00029 |
| 966,626 | 0,0005 | 0,00046 | 0,00035 | 0,00052 | 0,00051 | 0,00048 | 0,00045 | 0,00038 | 0,0003 |
| 967,417 | 0,00054 | 0,00048 | 0,00038 | 0,00054 | 0,00053 | 0,0005 | 0,00048 | 0,00041 | 0,00034 |
| 968,207 | 0,00056 | 0,00051 | 0,0004 | 0,00058 | 0,00056 | 0,00053 | 0,0005 | 0,00042 | 0,00035 |
| 968,998 | 0,00058 | 0,00052 | 0,00042 | 0,0006 | 0,00058 | 0,00055 | 0,00053 | 0,00046 | 0,00037 |
| 969,789 | 0,0006 | 0,00055 | 0,00043 | 0,00062 | 0,0006 | 0,00057 | 0,00053 | 0,00047 | 0,00039 |
| 970,58 | 0,0006 | 0,00054 | 0,00044 | 0,00063 | 0,0006 | 0,00057 | 0,00054 | 0,00047 | 0,00039 |
| 971,371 | 0,00061 | 0,00055 | 0,00044 | 0,00062 | 0,00059 | 0,00056 | 0,00054 | 0,00047 | 0,00039 |
| 972,162 | 0,00059 | 0,00054 | 0,00043 | 0,00061 | 0,0006 | 0,00057 | 0,00054 | 0,00046 | 0,00038 |
| 972,953 | 0,00058 | 0,00052 | 0,00042 | 0,00061 | 0,00058 | 0,00055 | 0,00052 | 0,00045 | 0,00038 |
| 973,744 | 0,00058 | 0,00053 | 0,00041 | 0,0006 | 0,00057 | 0,00055 | 0,00052 | 0,00045 | 0,00036 |
| 974,535 | 0,00058 | 0,00052 | 0,00041 | 0,00059 | 0,00058 | 0,00055 | 0,00051 | 0,00044 | 0,00037 |
| 975,326 | 0,00058 | 0,00053 | 0,00042 | 0,00061 | 0,00057 | 0,00055 | 0,00052 | 0,00045 | 0,00037 |
| 976,117 | 0,00058 | 0,00052 | 0,00041 | 0,0006 | 0,00058 | 0,00055 | 0,00052 | 0,00044 | 0,00037 |
| 976,908 | 0,00059 | 0,00053 | 0,00043 | 0,00061 | 0,00059 | 0,00056 | 0,00053 | 0,00046 | 0,00038 |
| 977,7 | 0,0006 | 0,00054 | 0,00043 | 0,00062 | 0,00059 | 0,00057 | 0,00053 | 0,00046 | 0,00038 |
| 978,491 | 0,00061 | 0,00055 | 0,00044 | 0,00063 | 0,00061 | 0,00057 | 0,00055 | 0,00048 | 0,00039 |
| 979,282 | 0,00062 | 0,00056 | 0,00045 | 0,00064 | 0,00061 | 0,00059 | 0,00055 | 0,00048 | 0,0004 |
| 980,074 | 0,00063 | 0,00058 | 0,00047 | 0,00066 | 0,00063 | 0,00059 | 0,00056 | 0,0005 | 0,00042 |
| 980,865 | 0,00065 | 0,00058 | 0,00048 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00062 | 0,00059 | 0,00052 | 0,00043 |

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 981,657 | 0,00066 | 0,00061 | 0,0005 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00062 | 0,0006 | 0,00054 | 0,00044 |
| 982,448 | 0,00068 | 0,00062 | 0,00051 | 0,00071 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00061 | 0,00055 | 0,00045 |
| 983,24 | 0,00069 | 0,00062 | 0,00052 | 0,00073 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00062 | 0,00056 | 0,00047 |
| 984,031 | 0,0007 | 0,00064 | 0,00054 | 0,00073 | 0,00069 | 0,00065 | 0,00063 | 0,00058 | 0,00048 |
| 984,823 | 0,0007 | 0,00064 | 0,00055 | 0,00074 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00059 | 0,00049 |
| 985,615 | 0,00073 | 0,00066 | 0,00056 | 0,00077 | 0,00072 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00061 | 0,0005 |
| 986,406 | 0,00072 | 0,00066 | 0,00057 | 0,00076 | 0,00071 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00061 | 0,0005 |
| 987,198 | 0,00073 | 0,00067 | 0,00058 | 0,00077 | 0,00072 | 0,00068 | 0,00067 | 0,00062 | 0,00052 |
| 987,99 | 0,00073 | 0,00067 | 0,00058 | 0,00077 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00062 | 0,00052 |
| 988,782 | 0,00073 | 0,00067 | 0,00059 | 0,00077 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00063 | 0,00052 |
| 989,574 | 0,00073 | 0,00068 | 0,00059 | 0,00078 | 0,00073 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00063 | 0,00052 |
| 990,366 | 0,00074 | 0,00067 | 0,00059 | 0,00078 | 0,00073 | 0,00069 | 0,00068 | 0,00063 | 0,00053 |
| 991,158 | 0,00073 | 0,00068 | 0,00059 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00052 |
| 991,95 | 0,00074 | 0,00068 | 0,00059 | 0,00078 | 0,00073 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00063 | 0,00053 |
| 992,742 | 0,00074 | 0,00068 | 0,0006 | 0,0008 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00054 |
| 993,534 | 0,00075 | 0,00068 | 0,0006 | 0,00079 | 0,00074 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00053 |
| 994,326 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00061 | 0,00079 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00054 |
| 995,118 | 0,00074 | 0,00069 | 0,0006 | 0,00079 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00054 |
| 995,911 | 0,00074 | 0,00067 | 0,0006 | 0,00079 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00053 |
| 996,703 | 0,00075 | 0,00069 | 0,0006 | 0,0008 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00054 |
| 997,495 | 0,00074 | 0,00069 | 0,00061 | 0,0008 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00054 |
| 998,287 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00061 | 0,0008 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00054 |
| 999,08 | 0,00076 | 0,00069 | 0,0006 | 0,0008 | 0,00074 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00065 | 0,00054 |
| 999,872 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00061 | 0,0008 | 0,00075 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00055 |
| 1000,66 | 0,00076 | 0,0007 | 0,00062 | 0,00081 | 0,00075 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00054 |
| 1001,46 | 0,00076 | 0,00069 | 0,00061 | 0,00081 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00069 | 0,00065 | 0,00054 |
| 1002,25 | 0,00074 | 0,00069 | 0,0006 | 0,00079 | 0,00073 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00054 |
| 1003,04 | 0,00075 | 0,00069 | 0,0006 | 0,0008 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00054 |
| 1003,84 | 0,00076 | 0,00069 | 0,00062 | 0,00081 | 0,00075 | 0,00071 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00054 |
| 1004,63 | 0,00074 | 0,00068 | 0,00059 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00053 |
| 1005,42 | 0,00073 | 0,00068 | 0,00061 | 0,00079 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00053 |
| 1006,21 | 0,00074 | 0,00068 | 0,0006 | 0,00079 | 0,00073 | 0,00069 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00054 |
| 1007,01 | 0,00075 | 0,00069 | 0,0006 | 0,00079 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00053 |
| 1007,8 | 0,00074 | 0,00068 | 0,00061 | 0,00079 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00054 |
| 1008,59 | 0,00074 | 0,00069 | 0,00061 | 0,00079 | 0,00074 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00054 |
| 1009,38 | 0,00074 | 0,00068 | 0,0006 | 0,00079 | 0,00073 | 0,00069 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00053 |
| 1010,18 | 0,00073 | 0,00067 | 0,0006 | 0,00077 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00067 | 0,00063 | 0,00053 |
| 1010,97 | 0,00073 | 0,00067 | 0,00059 | 0,00077 | 0,00072 | 0,00068 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00052 |
| 1011,76 | 0,00073 | 0,00068 | 0,0006 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00068 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00054 |
| 1012,56 | 0,00072 | 0,00066 | 0,00059 | 0,00077 | 0,00072 | 0,00068 | 0,00067 | 0,00063 | 0,00052 |
| 1013,35 | 0,00073 | 0,00068 | 0,0006 | 0,00078 | 0,00071 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00053 |
| 1014,14 | 0,00073 | 0,00067 | 0,00059 | 0,00077 | 0,00072 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00063 | 0,00052 |
| 1014,94 | 0,00072 | 0,00067 | 0,0006 | 0,00077 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00053 |
| 1015,73 | 0,00073 | 0,00067 | 0,00059 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00053 |
| 1016,52 | 0,00073 | 0,00067 | 0,0006 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00064 | 0,00053 |
| 1017,32 | 0,00072 | 0,00066 | 0,00059 | 0,00077 | 0,00071 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00063 | 0,00052 |
| 1018,11 | 0,00073 | 0,00068 | 0,00059 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00063 | 0,00052 |
| 1018,9 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00061 | 0,0008 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00054 |
| 1019,7 | 0,00074 | 0,00068 | 0,0006 | 0,00079 | 0,00072 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00054 |
| 1020,49 | 0,00074 | 0,00068 | 0,0006 | 0,00078 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00053 |
| 1021,28 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00061 | 0,00081 | 0,00075 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00055 |
| 1022,08 | 0,00075 | 0,00068 | 0,00061 | 0,0008 | 0,00073 | 0,00071 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00053 |
| 1022,87 | 0,00074 | 0,00069 | 0,0006 | 0,00079 | 0,00074 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00054 |
| 1023,66 | 0,00077 | 0,00071 | 0,00062 | 0,00083 | 0,00075 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00056 |
| 1024,46 | 0,00075 | 0,00068 | 0,00061 | 0,00079 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00054 |
| 1025,25 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00061 | 0,0008 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00055 |
| 1026,04 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00062 | 0,0008 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00069 | 0,00065 | 0,00054 |
| 1026,84 | 0,00074 | 0,00068 | 0,00061 | 0,00079 | 0,00073 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00055 |
| 1027,63 | 0,00073 | 0,00068 | 0,0006 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00053 |
| 1028,43 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00062 | 0,0008 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00056 |
| 1029,22 | 0,00073 | 0,00067 | 0,00061 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00054 |
| 1030,01 | 0,00072 | 0,00067 | 0,00059 | 0,00076 | 0,00071 | 0,00067 | 0,00066 | 0,00064 | 0,00053 |
| 1030,81 | 0,00071 | 0,00065 | 0,0006 | 0,00076 | 0,0007 | 0,00066 | 0,00066 | 0,00064 | 0,00053 |
| 1031,6 | 0,0007 | 0,00065 | 0,00059 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00064 | 0,00063 | 0,00052 |
| 1032,39 | 0,00071 | 0,00066 | 0,00059 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00066 | 0,00063 | 0,00053 |
| 1033,19 | 0,0007 | 0,00065 | 0,00059 | 0,00074 | 0,00069 | 0,00065 | 0,00064 | 0,00063 | 0,00052 |
| 1033,98 | 0,00071 | 0,00065 | 0,0006 | 0,00076 | 0,0007 | 0,00066 | 0,00066 | 0,00064 | 0,00054 |
| 1034,78 | 0,00069 | 0,00064 | 0,00058 | 0,00073 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00064 | 0,00062 | 0,00051 |
| 1035,57 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00058 | 0,00073 | 0,00068 | 0,00064 | 0,00064 | 0,00062 | 0,00052 |
| 1036,37 | 0,0007 | 0,00065 | 0,00059 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00065 | 0,00064 | 0,00063 | 0,00053 |
| 1037,16 | 0,00072 | 0,00066 | 0,0006 | 0,00076 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00053 |
| 1037,95 | 0,00071 | 0,00067 | 0,0006 | 0,00076 | 0,00071 | 0,00067 | 0,00066 | 0,00064 | 0,00054 |
| 1038,75 | 0,00071 | 0,00065 | 0,00059 | 0,00076 | 0,0007 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00063 | 0,00053 |
| 1039,54 | 0,00073 | 0,00067 | 0,00061 | 0,00077 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00065 | 0,00055 |
| 1040,34 | 0,00073 | 0,00068 | 0,00061 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00067 | 0,00064 | 0,00055 |
| 1041,13 | 0,00072 | 0,00067 | 0,0006 | 0,00077 | 0,00072 | 0,0007 | 0,00066 | 0,00064 | 0,00055 |

Apéndice A. Centroides

| | | | | | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1041,93 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00062 | 0,0008 | 0,00073 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00056 |
| 1042,72 | 0,00074 | 0,00068 | 0,00062 | 0,00079 | 0,00073 | 0,00071 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00056 |
| 1043,51 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00062 | 0,00081 | 0,00075 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00056 |
| 1044,31 | 0,00076 | 0,0007 | 0,00063 | 0,0008 | 0,00074 | 0,00072 | 0,00068 | 0,00065 | 0,00057 |
| 1045,1 | 0,00074 | 0,00068 | 0,00061 | 0,0008 | 0,00073 | 0,00072 | 0,00067 | 0,00065 | 0,00056 |
| 1045,9 | 0,00073 | 0,00067 | 0,0006 | 0,00077 | 0,00071 | 0,00069 | 0,00066 | 0,00064 | 0,00055 |
| 1046,69 | 0,00073 | 0,00068 | 0,00061 | 0,00078 | 0,00072 | 0,00071 | 0,00066 | 0,00064 | 0,00056 |
| 1047,49 | 0,00075 | 0,00069 | 0,00063 | 0,0008 | 0,00074 | 0,00071 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00057 |
| 1048,28 | 0,00071 | 0,00066 | 0,0006 | 0,00076 | 0,00071 | 0,00069 | 0,00065 | 0,00063 | 0,00055 |
| 1049,08 | 0,00074 | 0,00068 | 0,00063 | 0,00079 | 0,00072 | 0,0007 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00057 |
| 1049,87 | 0,00069 | 0,00064 | 0,00058 | 0,00073 | 0,00068 | 0,00066 | 0,00063 | 0,00061 | 0,00053 |

Apéndice B

Publicaciones

B.1. Publicaciones derivadas de la tesis

Revistas indexadas (JCR)

- Moreno-Sáez, Rafael; Mora-López, Llanos. (2014). **Modelling the distribution of solar spectral irradiance using data mining techniques.** *Environmental modelling & software*, 53, 163-172. Índice de impacto: 3,608. DOI: 10.1016/j.envsoft.2013.12.002
- Moreno Sáez, Rafael; Sidrach-de-Cardona, Mariano; Mora-López, Llanos. (2013). **Data mining and statistical techniques for characterizing the performance of thin-film photovoltaic modules.** *Expert systems with applications*, 40(17), 7141–7150. Índice de impacto: 1,854. DOI: 10.1016/j.eswa.2013.06.059

Conferencias y congresos

- Moreno-Sáez, Rafael; Sidrach-de-Cardona, Mariano; Mora-López, Llanos. (2013). **Characterization of Solar Spectral Irradiance Using the Index of Average Photon Energy for Its Use in the Performance Evaluation of PV Modules.** *28th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition*, 3200–3202, PARÍS (FRANCIA). ISBN: 3-936338-33-7.

DOI: 10.4229/28thEUPVSEC2013-4AV.5.11

- G. Nofuentes Garrido, B. García-Domingo, M. Fuentes, R. Moreno, C. Cañete, M. Sidrach-de-Cardona, M.A. Alonso, F. Chenlo Romero. (2012). **Comparative Analysis of the Effects of Spectrum and Module Temperature on the Performance of Thin Film Modules on Different Sites.** *27th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition*, 3331–3334, ALEMANIA (FRANKFURT). ISBN: 3-936338-28-0.

DOI: 10.4229/27thEUPVSEC2012-4BV.2.31

- Moreno-Sáez, R.; Piliouline, M.; Sidrach-de-Cardona, M. (2012). **Influencia del espectro solar en la corriente de cortocircuito de módulos fotovoltaicos.** *XV Congreso Ibérico y X Congreso Iberoamericano de Energía Solar*, pp. 421–426, ESPAÑA (VIGO)

B.2. Otras publicaciones

Revistas indexadas (JCR)

- M. Piliouline, C. Cañete, R. Moreno, J. Carretero, J. Hirose, S. Ogawa, M. Sidrach-De-Cardona. (2013). **Comparative analysis of energy produced by photovoltaic modules with anti-soiling coated surface in arid climates.** *Applied Energy*, 112, 626–634. Índice de impacto: 4,78. DOI: 10.1016/j.apenergy.2013.01.048

Conferencias y congresos

- C. Cañete, R. Moreno, J. Carretero Rubio, M. Piliouline Rocha, M. Sidrach-de-Cardona, J. Hirose, S. Ogawa. (2012). **Effect of the Self-Cleaning Coating Surface in the Temperature and Soiling Losses of Photovoltaic Modules.** *27th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition*, 3432-3435, ALEMANIA (FRANKFURT). ISBN: 3-936338-28-0. DOI: 10.4229/27thEUPVSEC2012-4BV.3.4

- C. Cañete, R. Moreno, J. Carretero Rubio, M. Piliouquine Rocha, M. Sidrach-de-Cardona. (2012). **Variation of the power as a function of module temperature for different thin film modules.** *27th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition*, 3347-3350, ALEMANIA (FRANKFURT). ISBN: 3-936338-28-0. DOI: 10.4229/27thEUPVSEC2012-4BV.2.35
- Cañete C., Moreno R., Carretero J., Piliouquine M., Sidrach-de-Cardona M., Hirose J., Ogawa S. (2012). **Comparative analysis of energy produced by photovoltaic modules with anti-soiling coating surface in arid climates.** *4th International Conference on Applied Energy*, CHINA (SUZHOU, JIANGSU). ICAE2012.
- J. Hirose, D. Narushima, H. Takanohashi, S. Ogawa, R. Moreno Sáez, C. Cañete Torralvo, J. Zorrilla-Casanova, M. Sidrach-de-Cardona. (2011). **Anti-soiling Effect of Power-Enhancement Coating for Photovoltaic Modules.** *26th European Photovoltaic Solar Energy Conference and Exhibition*, 3369 - 3373, ALEMANIA (HAMBURGO). ISBN: 3-936338-27-2. DOI: 10.4229/26thEUPVSEC2011-4AV.1.25