

# INFLUENCIA DEL TAMAÑO MÍNIMO DE ELEMENTO EN EL ANÁLISIS TRIDIMENSIONAL POR ELEMENTOS FINITOS DEL CIERRE DE GRIETA INDUCIDO POR PLASTICIDAD

D. Camas<sup>1,\*</sup>, P. Lopez-Crespo<sup>1</sup>, B. Moreno<sup>1</sup>, J. Zapatero<sup>1</sup> y A. Gonzalez-Herrera<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería Civil, de Materiales y Fabricación,  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Industrial, Universidad de Málaga.  
C/Dr. Ortiz Ramos s/n, 29071, Málaga, España.

\*E-mail: dcp@uma.es

## RESUMEN

Debido al incremento de la capacidad computacional disponible hoy en día, en los últimos años se ha extendido el uso de modelos tridimensionales para el análisis del cierre de grieta en fatiga empleando el método de los elementos finitos. Sin embargo, la metodología que se emplea es directamente heredada de los modelos bidimensionales. Es bien conocido que diferentes parámetros numéricos pueden afectar a los resultados obtenidos, siendo uno de ellos el tamaño de la malla en el entorno del frente de la grieta. En el presente trabajo, se ha modelado tridimensionalmente una probeta CT de una aleación de aluminio, con objeto de evaluar la influencia del tamaño de la malla en el entorno del frente de la grieta, analizando los resultados en función de los valores de apertura y cierre de la grieta, así como considerando los campos de tensiones y deformaciones entorno al frente de la grieta.

## ABSTRACT

Because of the increase of the computational power, during last years the use of three-dimensional finite element models to analyse the plasticity induced crack closure phenomenon has spread. However, the methodology employed is directly inherit from bi-dimensional analysis. As is well known, several numerical parameters can affect to the obtained results, being one of them, the mesh size close to the crack front. In the present work, a CT aluminium alloy specimen has been three-dimensionally modelled in order to analyse the influence of the mesh size close to the crack front. The results have been analysed in terms of the crack opening and closure values as well as taking into account the strain and stress fields around the crack front.

**PALABRAS CLAVE:** Cierre de grieta inducido por plasticidad, elementos finitos, tamaño mínimo de elemento.

## 1. INTRODUCCIÓN

Desde los primeros años 70, los modelos de elementos finitos se han utilizado frecuentemente en el estudio del fenómeno del cierre de grieta inducido por plasticidad en fatiga. Según este fenómeno, la estela de material plastificado que se forma durante el desarrollo de la grieta en los ciclos anteriores, tiene una gran influencia en la velocidad del crecimiento de la grieta. Esta estela provoca el contacto prematuro de ambos flancos de la grieta, incluso cuando un estado de tracción es aplicado lejos del frente de la grieta, retrasando la velocidad de crecimiento de la grieta.

La simulación de todo el proceso de crecimiento de una grieta en fatiga por elementos finitos no es computacionalmente factible debido a la gran complejidad que esto supone. Hay implicados un gran número de ciclos de carga y una gran deformación plástica concentrada en un pequeño volumen en el entorno del frente de la grieta, de unas dimensiones de

varios órdenes de magnitud menor que el tamaño de la probeta considerada, en el que además, los gradientes de tensión son enormes. El coste computacional a la hora de analizar este tipo de problemas supone un reto considerable, sobre todo, cuando se trata de modelos tridimensionales.

En la bibliografía se pueden encontrar numerosos estudios previos que analizan la influencia de distintos parámetros numéricos en los valores de apertura y cierre obtenidos [1,3]. Sin embargo, estos estudios están basados en modelos bidimensionales. Uno de los parámetros que muestra una mayor sensibilidad es el tamaño de los elementos de la malla en el entorno del frente de la grieta. Elementos más pequeños permiten obtener campos de tensiones y de deformaciones más precisos. Sin embargo, el empleo de elementos más pequeños aumenta el coste computacional debido al incremento del número de elementos empleados en el modelo y al incremento en el número de ciclos de carga

que hay que aplicar para desarrollar la estela plástica necesaria para estabilizar los resultados.

En los últimos años, se han publicado algunos estudios tridimensionales que abordan el problema del cierre de grieta inducido por plasticidad [4-6]. Sin embargo, la metodología empleada en ellos es heredada de estudios bidimensionales previos. Normalmente, se justifica el tamaño mínimo de elemento haciendo referencia a los estudios realizados por McClung [3]. Además, hay que tener en cuenta que al ser modelos tridimensionales hay que considerar el número de elementos a lo largo del espesor.

Por lo tanto, el objetivo del presente trabajo es analizar la influencia del tamaño de los elementos en el entorno del frente de la grieta en los resultados de apertura y cierre en el análisis del cierre de grieta inducido por plasticidad, considerando modelos tridimensionales.

## 2. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Se ha modelado una probeta CT ( $w=50\text{mm}$ ,  $a=20\text{mm}$ ) de 3mm de espesor, de una aleación de aluminio Al-2024-T351 en tres dimensiones, considerando un comportamiento elasto-plástico del material. Para este propósito, se ha empleado el programa comercial ANSYS.

Las propiedades que determinan el comportamiento elástico del material son el módulo de elasticidad  $E$  y el módulo de Poisson  $\nu$ , suponiendo que el comportamiento del material es isótropo. Para el caso de estudio estos valores han sido de 73.5GPa y de 0.35, respectivamente. El modelo de plastificación que se emplea es del tipo elasto-plástico con endurecimiento por deformación, el cual se asemeja bastante al comportamiento de muchos metales entre los que se encuentra el aluminio.

En cuanto al mallado, la zona más crítica corresponde al vértice de la grieta donde se produce la mayor concentración de tensiones y los mayores gradientes en tensiones y deformaciones. Por tanto, es necesario disponer de un elevado número de elementos para captar con cierta precisión estas variaciones. Pero al mismo tiempo, para no penalizar en exceso el coste computacional, es preciso realizar una transición grande y violenta desde estas zonas hasta las más alejadas.

Para ello se ha dividido la probeta en dos zonas distintas, una en el entorno del vértice de grieta, que ha sido mallada de una forma homogénea y uniforme con elementos hexaédricos, y una segunda zona, en la que el comportamiento del material es elástico a lo largo de todo el proceso de carga y crecimiento de grieta, que ha sido mallada con elementos tetraédricos, los cuales permiten transiciones más bruscas. Una ventaja desde el punto de vista del coste computacional es que, por la simetría del problema, únicamente es necesario

considerar un cuarto de la probeta. En la Figura 1, se muestra el mallado empleado, tanto en el entorno del frente de la grieta como en toda la probeta.

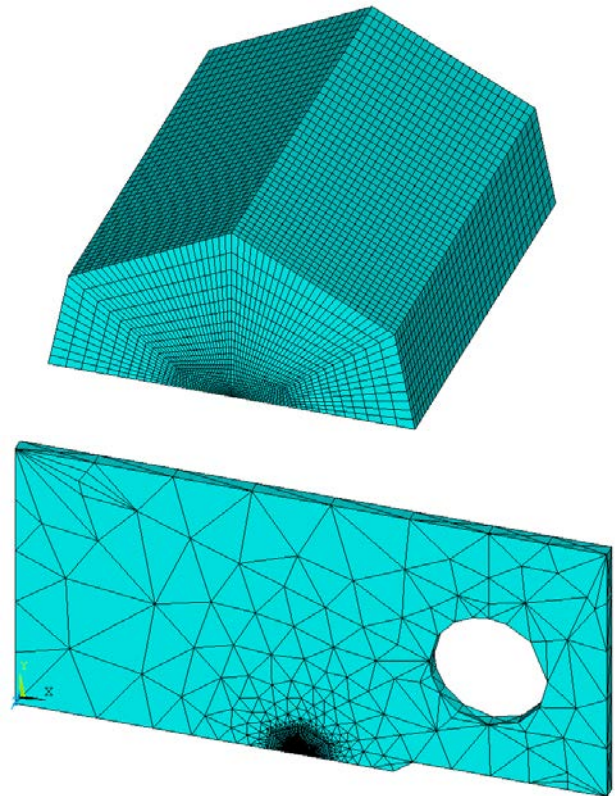


Figura 1. Mallado del entorno del frente de grieta y de una probeta de 3 mm de espesor

Es importante destacar, que normalmente cuando se abordan este tipo de estudios en la bibliografía, se emplea una malla regular con elementos de tamaños iguales en toda la región en la que crece la grieta. Sin embargo, en este trabajo lo que se considera es una transición gradual del tamaño del elemento, disminuyendo conforme el frente de la grieta se aproxima a la longitud final de grieta en el que se analizan los resultados. La idea que se persigue es conseguir un campo de tensiones y de deformaciones lo más continuo posible, disminuyendo el coste computacional, reduciendo el número de ciclos de carga necesarios para desarrollar la estela plástica y disminuyendo igualmente, el número de elementos. Estudios previos [7], muestran que reducciones de tamaño inferiores al 15% apenas afectan a los resultados obtenidos. En este estudio, se han considerado reducciones de tamaño del 8% en la zona más alejada del frente de la grieta, mientras que en las proximidades se ha considerado una transición inferior al 4%.

El tamaño mínimo de elemento se expresa adimensionalizado por el radio plástico de Dugdale, según la siguiente expresión.

$$\eta = r_{pD} / s_{me} \quad (1)$$

donde  $r_{pD}$  es el radio plástico de Dugdale (2), mientras que  $s_{me}$  es el tamaño del elemento en el frente de la grieta (tamaño mínimo de elemento). Por lo tanto este parámetro  $\eta$  lo que representa es el número de divisiones en el que se dividiría el radio plástico de Dugdale si se empleara una malla regular de tamaño igual al del tamaño mínimo de elemento. Además, se emplea otro parámetro  $\delta$ , definido como el inverso de  $\eta$ .

$$r_{pD} = \frac{\pi}{8\alpha} \left( \frac{K_I}{\sigma_y} \right)^2 \quad (2)$$

donde  $\alpha$  es un factor igual a 1 en caso de tensión plana, mientras que en caso de deformación plana, vale 3. En este estudio, en el que se considera un caso tridimensional, se ha tomado el primer valor con el fin de asegurar que todo el volumen plastificado queda contenido en la zona de mallado con elementos hexaédricos.

En este trabajo, se han considerado unas condiciones de carga de amplitud constante. Los resultados que se muestran corresponden a una carga máxima aplicada  $K_{max}=25\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  y se han estudiado distintas relaciones de carga ( $R=0.1, 0.3, 0.7$ ).

Además, un análisis en fatiga implica crecimiento de grieta. La forma en que se simula este crecimiento es un aspecto clave en este tipo de análisis. El crecimiento de la grieta se ha realizado modificando las condiciones de contorno. En cada ciclo completo de carga y descarga, el frente de grieta avanza un elemento, liberando el conjunto de nodos correspondiente. Esta liberación se produce cuando la carga aplicada es máxima. Tras la liberación, la carga se mantiene con objeto de estabilizar los campos de tensiones y deformaciones y facilitar de esta forma la convergencia.

El número de ciclos de carga que se aplican entre liberación de nodos es otro parámetro que hay que controlar. En la bibliografía es frecuente encontrar la aplicación de uno o dos ciclos completos de carga y descarga. Sin embargo, debido al gran coste computacional que conlleva un análisis tridimensional, normalmente se opta por aplicar un único ciclo de carga [4]. En la Figura 2 se muestra el esquema que se ha seguido durante el proceso de carga y crecimiento de grieta.

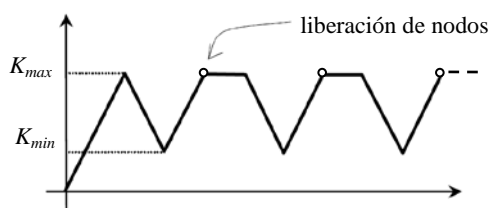


Figura 2. Esquema de aplicación de carga y crecimiento de grieta

La estela plástica que hay que desarrollar para estabilizar los resultados obtenidos es otro parámetro crítico. En la bibliografía se pueden encontrar dos vías alternativas a la hora de estudiar este parámetro. La primera de ellas analiza la evolución de los datos de apertura y cierre conforme crece la grieta hasta que los valores obtenidos se estabilizan [8, 9]. Por otro lado, en la segunda, la longitud final de la grieta es siempre la misma, mientras que lo que se modifica es la longitud de estela plástica [7].

El principal inconveniente de la primera opción es que para estos casos, el mallado en el entorno del frente de la grieta y a lo largo de toda la longitud por la que se ha crecido la grieta ha de ser una cuadrícula regular con elementos del mismo tamaño, incrementándose el coste computacional. Las principales ventajas de la segunda vía, es que los resultados siempre se obtienen en el mismo lugar, por lo que diferencias de mallado no afectan a los resultados; es necesario almacenar una menor cantidad de resultados, ya que únicamente se guardan los relativos al último ciclo de carga y descarga; y, principalmente, es el menor coste computacional asociado al hecho de que se puede emplear un mallado más eficiente manteniendo la precisión de los resultados. La principal desventaja es que se necesitan varias simulaciones para poder establecer la estela plástica mínima necesaria.

En este estudio, se ha considerado esta última opción. A partir de los resultados obtenidos en un análisis bidimensional previo, tanto en tensión como en deformación plana, se ha considerado una estela plástica para todos los resultados que aquí se presentan de 0.4 veces el radio plástico de Dugdale.

Lo único que queda por definir son los criterios empleados para definir la apertura y cierre de la grieta. Se han empleado dos criterios ampliamente usados en la bibliografía. El primero de ellos está basado en los desplazamientos del primer nodo por detrás del frente de la grieta se denota como nc (node contact), mientras que el segundo se basa en el valor de la tensión en el frente de la grieta y se denota como tt (tip tension).

El criterio que se basa en los desplazamientos, define la apertura como el instante en el que el primer nodo por detrás del frente de la grieta deja de estar en contacto con la superficie infinitamente rígida que representa el otro flanco de la grieta, mientras que el criterio basado en tensiones define la apertura como el instante en el que las tensiones en el frente de grieta pasan de compresión a tracción. En cuanto a la notación, la apertura se identificará con el subíndice op (opening), mientras que el cierre se denota con cl (closure). De esta forma el valor de apertura obtenido según el criterio basado en los desplazamientos se denotará como  $K_{ncop}$ .

## RESULTADOS OBTENIDOS

### 3.1 Apertura y cierre de grieta

Como la probeta es tridimensional, los valores de apertura y cierre variarán a lo largo del espesor de la misma, desde el plano medio de la probeta hasta la superficie. La Figura 3 muestra estos valores a lo largo del espesor para una relación de carga  $R=0.3$  y un tamaño mínimo de elemento  $\eta=90$ . En el eje horizontal el valor cero hace referencia al plano medio de la probeta. Por tanto, se puede observar que el efecto del cierre de grieta tiene una mayor influencia en la superficie que en el plano medio, tal y como se esperaba. Se puede observar el mismo comportamiento para los dos criterios empleados, analizando tanto el cierre como la apertura. La diferencia son los valores obtenidos para cada caso y el tamaño de las zonas de transición.

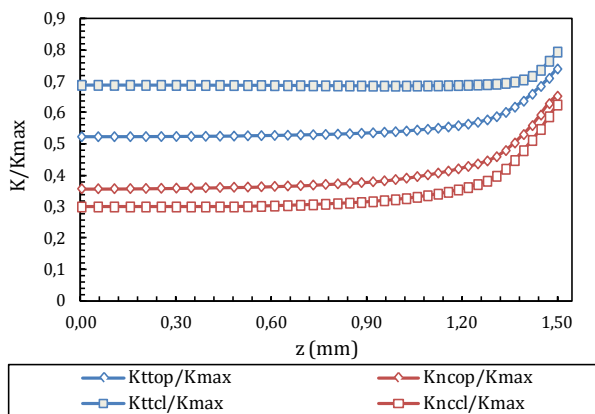


Figura 3. Valores de apertura y cierre a lo largo del espesor.  $K_{max}=25\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ ,  $R=0.3$  y  $\eta=90$

Para analizar la influencia del tamaño mínimo de elemento, se representará la evolución de los valores obtenidos en función del parámetro  $\delta$ . En las Figuras 4 y 5 se muestran los valores de apertura obtenidos mediante los dos criterios considerados en el presente estudio. En estas dos figuras están representados los valores obtenidos en cinco planos diferentes a lo largo del espesor, incluyendo la superficie y el plano medio de la probeta, y su evolución con el tamaño mínimo de elemento. Se puede observar que en el caso del criterio basado en los desplazamientos, existe una clara tendencia lineal, mientras que los resultados basados en las tensiones presentan una mayor estabilidad frente al tamaño mínimo de elemento.

Se plantea determinar los valores de apertura de la grieta correspondientes a un tamaño mínimo de elemento ideal e igual a cero, realizando una extrapolación lineal con los valores calculados. Esto mismo se ha hecho tanto para la apertura como para el cierre para los dos criterios considerados. La Figura 6 muestra los valores "ideales" obtenidos a lo largo del espesor de la probeta. Se puede observar que los valores

obtenidos en la apertura tienden a convergen, mientras que los valores obtenidos para el cierre, divergen.

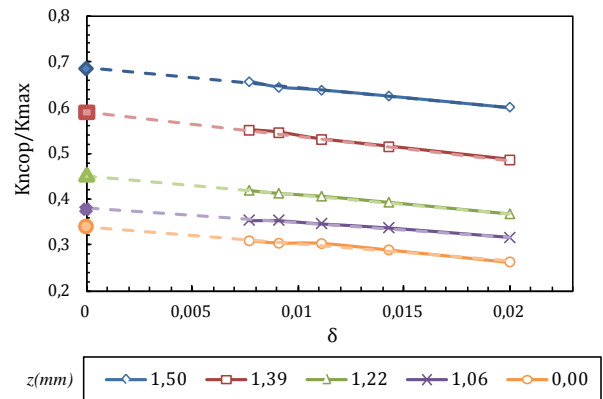


Figura 4. Valores de apertura según el criterio node contact y extrapolación lineal.  $R=0.1$

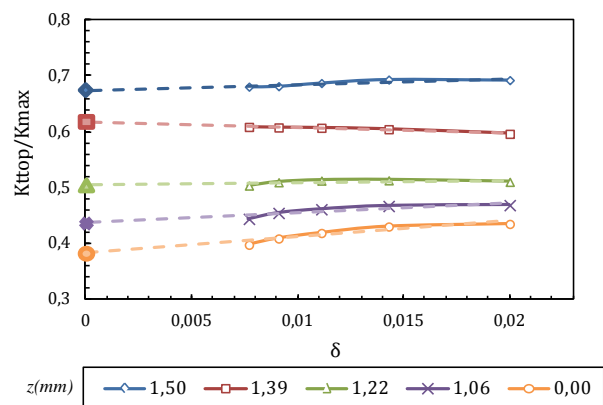


Figura 5. Valores de apertura según el criterio tip tension y extrapolación lineal.  $R=0.1$

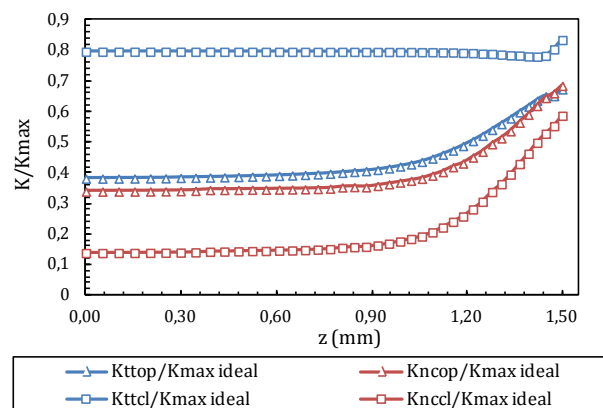


Figura 6. Valores de apertura y cierre para un tamaño mínimo de elemento "ideal" igual a cero.  $R=0.1$

Este comportamiento, que en un principio se puede considerar anómalo, concuerda con resultados anteriores obtenidos en la bibliografía en estudios bidimensionales en los que se ha tratado de justificar estos resultados de varias maneras. Sin embargo, en un estudio publicado recientemente [10] se ha observado que las tensiones siguen a los desplazamientos en la apertura, mientras

que durante el cierre la tensión cerca de la punta de la grieta pasa a ser de compresión, mientras que la grieta sigue abierta. La grieta se cierra cuando el material plastifica a compresión.

Como este estudio se trata de un análisis tridimensional, aparte del tamaño mínimo de elemento en la dirección de avance de la grieta, también es necesario analizar la influencia del tamaño de elemento a lo largo del espesor. En los primeros análisis tridimensionales, el número de elementos a lo largo del espesor estaba limitado por el coste computacional.

En este trabajo se ha considerado un número de elementos que van de 10 a 60 divisiones a lo largo del espesor. El tamaño de los elementos en el plano medio de la probeta es el doble que el de los elementos en la superficie, ya que los mayores gradientes se encuentran en la zona próxima a la superficie. En la Figura 7, se muestran los valores de apertura para el criterio basado en las tensiones a lo largo del espesor para una relación de cargas  $R=0.3$ . Se puede ver que para un número de elementos a lo largo del espesor superior a diez, prácticamente no se aprecia diferencias, salvo en el valor de la superficie para un número de divisiones de veinte. Para todo los demás casos, los valores son coincidentes.

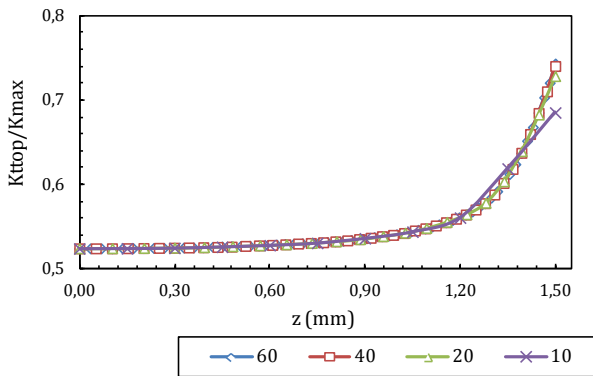


Figura 7. Evolución de los valores de apertura con el número de divisiones a lo largo del espesor.  $R=0.3$

Aparte de los resultados de apertura y cierre, en el presente trabajo se ha analizado la influencia que el tamaño mínimo de elemento tiene en los campos de tensiones. De esta forma se ha analizado el área plastificada en el entorno del frente de la grieta. En las figuras 8 y 9 se muestran las áreas plastificadas en el entorno del frente de la grieta. Ésta se encuentra ubicada en cero y lo que está representado a la derecha representa el área plastificada por delante del frente de la grieta. La curva se deja de representar a partir de un determinado punto donde domina la estela plástica.

Se puede observar que tanto en un caso como en el otro, el tamaño mínimo de elemento no afecta al área plastificada, siendo los valores coincidentes. Esto se debe a que la influencia del tamaño mínimo de elemento está relativamente alejada del extremo último que

plastifica y la densidad de la malla es lo suficientemente elevada como para no observar diferencias apreciables. Si se considera el área plastificada en el plano de la grieta, se observan los mismos resultados que los obtenidos en las figuras anteriores, no habiendo diferencias apreciables entre las áreas plastificadas para los distintos tamaños de elemento.

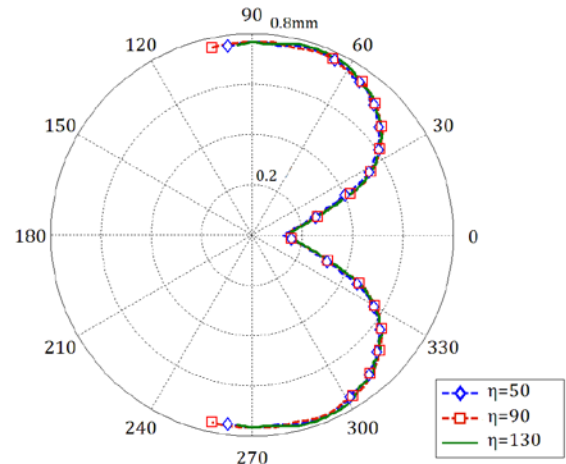


Figura 8. Evolución del área plastificada con el tamaño mínimo de elemento en la superficie de la probeta

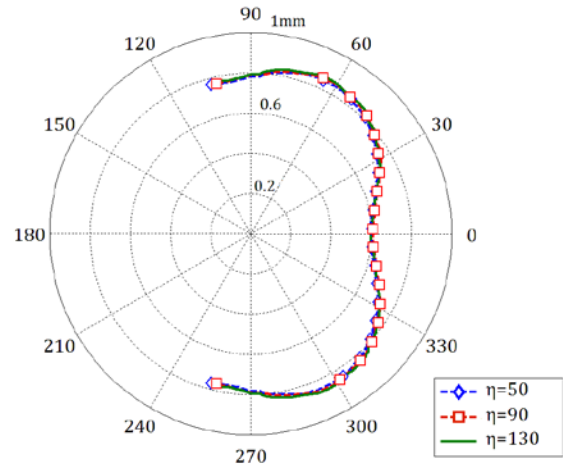


Figura 9. Evolución del área plastificada con el tamaño mínimo de elemento en el plano medio de la probeta

Por último, se ha analizado la influencia del tamaño mínimo de elemento en la superficie de contacto. La superficie de contacto es el área en contacto de las superficies de fractura de ambos flancos de la grieta cuando la carga aplicada corresponde a la mínima del ciclo de carga. Como siempre, debido a las condiciones de simetría, únicamente se presentan los resultados de una mitad de la probeta. La Figura 10 muestra los resultados obtenidos para una relación de cargas  $R=0.3$ . En esta figura, el área bajo las curvas representa la superficie de contacto. Como en las figuras anteriores, el cero del eje horizontal hace referencia al plano medio de la probeta, mientras que el eje vertical representa, en este caso, la distancia en mm hasta donde se produce el contacto.

Se puede observar que, al igual que ocurre con las áreas plastificadas, no se producen diferencias apreciables y los resultados son los mismos para los distintos tamaños de elementos considerados.

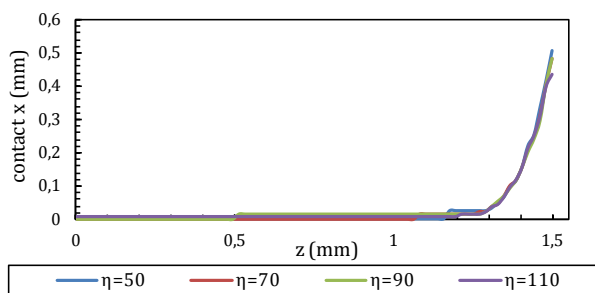


Figura 10. Evolución de las áreas de contacto con el tamaño mínimo de elemento.  $R=0.3$

### 3. CONCLUSIONES

En el presente trabajo, se ha analizado la influencia del tamaño mínimo de elemento en el cierre de grieta inducido por plasticidad. Se ha observado que los valores de apertura y cierre de los criterios considerados se ven afectados. Se ha obtenido un valor ideal extrapolando los valores obtenidos con distintos tamaños de elemento y se han comparado los resultados obtenidos.

Se puede observar que existen diferencias importantes considerando el tamaño mínimo ideal y lo que usualmente se sigue en los análisis tridimensionales de este tipo de problemas en los que se suelen considerar tamaños mínimos de elementos mayores a 20 veces el área plastificada. Debido a que considerar este tamaño ideal de elemento puede ser cuando menos discutible, los autores del presente trabajo teniendo en cuenta el coste computacional y la desviación en los resultados obtenidos, recomiendan considerar un tamaño mínimo de elemento de un orden de 90 veces más pequeño que el radio plástico de Dugdale.

En cuanto al número de divisiones a lo largo del espesor, se ha mostrado que para un número de divisiones mayor a veinte no existen diferencias en los resultados obtenidos.

También se han analizado la influencia del tamaño mínimo de elemento considerando las áreas plastificadas y la superficie de contacto entre los flancos de la grieta cuando la carga mínima del ciclo está aplicada. Se ha comprobado que para el rango de tamaños considerado en este estudio y la densidad de malla considerada, no se observan diferencias apreciables ni significativas.

### AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente trabajo desean agradecer a la Universidad de Málaga, Campus de Excelencia

Internacional Andalucía Tech, por la ayuda recibida para poder presentar esta contribución.

### REFERENCIAS

- [1] Gonzalez-Herrera, A., Zapatero, J., *Influence of minimum element size to determine crack closure stress by the finite element method*, Engineering Fracture Mechanics, 72, pp. 337-355, 2005.
- [2] Antunes, F.V., Rodrigues, D.M., *Numerical simulation of plasticity induced crack closure: Identification and discussion of parameters*, Engineering Fracture Mechanics, 75, pp.3101-3120, 2008.
- [3] McClung, R.C., Sehitoglu, H., *On the finite element analysis of fatigue crack closure-1. Basic modelling issues*, Engineering Fracture Mechanics, 33, pp.237-252, 1989.
- [4] Roychowdhury, S., Doods Jr., R.H., *A numerical investigation of 3-D small-scale yielding fatigue crack growth*, Engineering Fracture Mechanics, 70, pp.2363-2383, 2003.
- [5] Vor, K., Gardin, C., Sarrazin-Baudoux, C., Petit, J., *Wake length and loading history effects on crack closure of through-thickness long and short cracks in 304L: Part II – 3D numerical simulation*, Engineering Fracture Mechanics, 99, pp.306-323, 2013.
- [6] de Matos, P.F.P., Nowell, D., *Numerical simulation of plasticity-induced fatigue crack closure with emphasis on the crack growth scheme: 2D and 3D analyses*, Eng. Fract. Mech., 75, pp.2087-2114, 2008.
- [7] Gonzalez-Herrera, A., Zapatero, J., *Numerical study of the effect of plastic wake on plasticity-induced fatigue crack closure*, Fatigue Fract. Eng. Mat. Struct., 32, pp.249-260, 2009.
- [8] Antunes, F.V., Borrego, L.F.P., Costa, J.D., Ferreira, J.M., *A numerical study of fatigue crack closure induced by plasticity*, Fatigue Fract. Eng. Mat. Struct., 27, pp.825-835, 2004.
- [9] Wu, J., Ellyin, F., *A study of fatigue crack closure by elastic-plastic finite element analysis for constant-amplitude loading*, Int. J. Fract., 82, pp.43-65, 1996.
- [10] Pippan, R., Grosinger, W., *Fatigue crack closure: From LCF to small scale yielding*, Int. J. Fatigue, 46, pp.41-48, 2013.