



Departamento de Engenharia Civil
Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

**Avaliação dos Efeitos Dinâmicos em
Pontes Ferroviárias de Alta Velocidade de Pequeno e Médio Vão**

Maria Constança Simões Rigueiro

Orientadores Científicos:

Professor Doutor Carlos Alberto da Silva Rebelo

Professor Doutor Luís Alberto Proença Simões da Silva

Tese apresentada para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil
na Especialidade de Mecânica das Estruturas e dos Materiais

Julho de 2007

Tese desenvolvida com o apoio do Programa para o Desenvolvimento Educativo de Portugal – PRODEP, concurso 05.03/C/00195.012/03 da acção 5.3 da Formação Avançada de Docentes do Ensino Superior:



Às minhas Princesas

RESUMO

A presente tese teve como principal objectivo ir ao encontro das recomendações propostas nos vários relatórios da *Comissão de Especialistas D214* do *ERRI*, nomeadamente a necessidade da realização e interpretação de ensaios experimentais e de medições em condições normais de serviço a fim de confrontar e validar os resultados de aplicação das diferentes metodologias e averiguar os efeitos que influenciam o comportamento dinâmico de pontes de pequeno e médio vão.

As pontes ferroviárias, com vãos inferiores a 40 m, para o tráfego de alta velocidade com velocidades superiores a 200 km/h são estruturas muito sensíveis aos efeitos dinâmicos, para melhor compreensão do comportamento dinâmico deste tipo de estruturas inicialmente são apresentados alguns parâmetros que o influenciam.

A realização de uma campanha de medições em vários viadutos ferroviários de pequeno e médio vão permitiu a identificação dos parâmetros modais das estruturas, frequências próprias e amortecimentos, bem como a medição de acelerações verticais no tabuleiro das pontes quando sujeitas à passagem do tráfego real. Numa avaliação numérica preliminar verificou-se que num número significativo de estruturas, a aceleração vertical máxima do tabuleiro ultrapassava o valor limite de 0,35g chegando a alcançar os 20 m/s².

A caracterização modal dos viadutos, os modos de vibração, frequências próprias e amortecimentos permitiram o desenvolvimento de modelos de elementos finitos cujos comportamentos foram validados com a comparação das respostas de acelerações verticais obtidas nas medições. Os modelos de elementos finitos incluem uma série de factores que condicionam o seu comportamento, tais como as condições de fronteira dos tabuleiros, a continuidade do carril sobre os apoios, a distribuição longitudinal na via das forças verticais dos eixos dos comboios. Na modelação da via férrea sobre a estrutura três modelos dinâmicos foram utilizados, modelos que resultam de investigações efectuadas quer no domínio do comportamento da via, do comportamento dos veículos que sobre ela circulam e da ponte que lhe serve de apoio.

Diferentes metodologias foram utilizadas para o cálculo das respostas das pontes, numéricas e simplificadas. As metodologias numéricas compreendem a aplicação das forças rolantes e a interação entre o veículo e a ponte, algoritmo de contacto. Para ambas as metodologias é descrita a sua implementação e validação no software ADINA. Vários algoritmos de integração passo a passo foram aplicados, o método da Sobreposição Modal, o método de Newmark e o método de Wilson- θ . As metodologias simplificadas, os métodos da Decomposição da Excitação em Ressonância (DER) e da Linha de Influência Residual ou Virtual (LIR ou LIV), também foram expostas e implementadas de forma a comparar os seus resultados com os derivados da aplicação dos métodos de integração passo a passo.

Com base no modelo de elementos finitos desenvolvido veículo/via férrea/ponte procurou-se também averiguar a influência das irregularidades da via no comportamento dinâmico de pontes de médio vão. Considerou-se dois tipos de irregularidades: a irregularidade isolada posicionada a meio vão da ponte, simulação de uma má compactação do balastro; e a irregularidade aleatória contínua, posicionada em toda a extensão do carril. A avaliação dos efeitos derivados da consideração de irregularidades aleatórias na via férrea é efectuada recorrendo à técnica de Monte-Carlo, em que diversos perfis de irregularidades são utilizados, gerados a partir de funções densidade espectral de potência de irregularidades da via férrea correspondentes às diversas classes de qualidade da via. As respostas máximas da ponte com as diferentes irregularidades foram determinadas, bem como as respostas dos veículos, as forças de contacto entre a roda e o carril e as acelerações verticais na massa vibrante do balastro da via.

ABSTRACT

The evaluation of dynamic effects on railway bridges and viaducts due to the passage of trains with a speed greater than 200 km/h is one of the design checks imposed by the codes. Were is taken into consideration several loads models representing the real trains and the universal trains called *HSLM* (High Speed Load Model). One of the parameters to be check is a maximum vertical acceleration of the deck, or is components, due to the fact that too high values for this parameter may lead to several problems, like for example: the ballast instability, the lost of load bearing capacity with consequences for the traffic safety and passenger comfort. The temporary closure of the *TGV* line from Paris to Lyon is an example of the problems that may arise in high-speed lines. In this case, excessively high accelerations were detected in several bridges that lead to ballast liquefaction and as consequence the danger of derailment.

Due to the need to increasing train speed several existing short to medium span viaducts in the track Linz-Wels (Austria) were re-evaluated. In a preliminary numerical calculations, considering conservatives values for the dynamic parameters, very high vertical accelerations were computed, up to 20 m/s^2 for several of them. Since the dynamic response depends on parameters that can be theoretically estimated, such as the correct natural frequencies, the structural damping and other sources of damping including the ballast, an experimental program was thus carried out in order to get a better estimation of the dynamic behaviour of the viaducts. Based on the results obtained from the field measurements it was possible to developed finite element models for the viaducts. The development of these models was a complicated task since in this kind of structures it is difficult to predict the influence on the dynamic behaviour of several parameters related to the bearing supports, to the superstructure defined by the ballast track to the methodology used for the load modelling.

Three dynamic models of railways was applied here; they have been used to simulated the behaviour of the European rail track when submitted to high speed train in studies similar to this. It can be said that they result from the analysis of the behaviour of the vehicle/track system and the vehicle/track/bridge.

Different methodologies are applied to compute the response accelerations of the viaducts due to the passage of the trains: the moving loads and the interaction. In the first case it is necessary to compute the solution of a system of linear differential equations, in the second case as the contact algorithm established in software ADINA was used, a system of non linear equations must be resolved in order to calculate the interaction between the train and the railway platform placed on the bridge deck. Several algorithms, step-by-step direct time integration are used, namely the Newmark method, the Wilson θ method and the mode superposition method.

Track irregularities influence the dynamic behaviour of railway bridges and can increase dynamic load effects. It is known the increase of the speed increases the dynamic loading due to track irregularities and decreases for longer bridges span. To investigate this behaviour a vehicle/track/bridge model, taking into account the dynamic interaction, was applied to evaluate the vehicle, the track and the bridge response under several kinds of irregularities, namely an track defect, 6 mm depth over a 3 m length located at mid span and random irregularities. The evaluation of the effects of the random track roughness on the dynamic behaviour of the bridge was accomplished using the Monte-Carlo technique. For that purpose, several sets of profiles were artificially generated based on power spectral density function of the track roughness with different classes of quality of the track.

The principal results show the existence of important non-linear effects concerning the stiffness of the whole structure, including the ballast. The natural frequencies vary according to the amplitude of vibration, increasing amplitudes correspond an decrease of the first natural frequency, and an decreasing amplitudes of the free vibration correspond to the increasing first frequency. The coupling effect between the twin decks allowed the quantification of the ballast shear stiffness, this behaviour was clearly identified in the skew bridge and is most probably responsible for the high measured damping ratios in the first mode of bridges.

AGRADECIMENTOS

Nesta secção pretendo expressar os meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas e entidades que de alguma forma contribuíram para a realização desta tese. De entre as que me apoiaram com a sua compreensão, amizade e disponibilidade, gostaria de manifestar a minha especial gratidão:

- Ao Professor Carlos Rebelo quero deixar o meu profundo agradecimento por ter aceite a orientação desta investigação. Pela forma dedicada e paciente com que encarou a elaboração desta tese permitindo assim que este trabalho chegasse ao seu bom termo. Pelos ensinamentos transmitidos, por me ter inculido o gosto pelos métodos experimentais em dinâmica estrutural, pela sua disponibilidade e manifestações de amizade.
- Ao Professor Luís Simões da Silva pelo cuidado em me proporcionar as condições necessárias à realização desta tese. Pelos comentários, observações e ensinamentos que efectuou no desenvolvimento deste trabalho, realçando o constante incentivo dado para a elaboração do mesmo.
- Ao PRODEP nomeadamente ao concurso 05.03/C/00195.012/03 da acção 5.3 da Formação Avançada de Docentes do Ensino Superior e à Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Castelo Branco, quero deixar o meu agradecimento pela possibilidade de ter tido dispensa de serviço para a realização desta investigação.
- Ao Engenheiro Marko Heiden, pela simpatia e disponibilidade manifestados no esclarecimento de dúvidas e auxílio na utilização do software RM2004. Pela informação disponibilizada sobre os viadutos ensaiados e material circulante nas vias em que as estruturas servem.
- À Engenheira Helena Gervásio pela amizade, disponibilidade e ajuda manifestados ao longo deste trabalho, nomeadamente no esclarecimento de dúvidas e auxílio na utilização do software RM2004.
- Ao Professor Nuno Grilo do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra, pela disponibilização do software ADINA.

- Aos colegas Pedro Santos, Daniel Dias da Costa, Aldina Santiago, Sandra Jordão e Jonatas Valença pela disponibilidade e ajuda demonstrados na elaboração deste trabalho.
- Aos colegas do Departamento de Engenharia Civil da Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Castelo Branco quero deixar o meu agradecimento.
- Aos amigos que com a sua amizade me incentivaram e apoiaram na realização deste trabalho. Quero deixar um especial agradecimento ao Jorge Amado pela sua infinita disponibilidade.
- À minha família, em especial às minhas Filhas e Filipe, pelo carinho e apoio que me deram, não esquecendo a paciência com que tiveram de me dispensar das suas companhias nos últimos 1,7×52 fins de semana e de me ouvir dizer que “está quase”.

ÍNDICE DE TEXTO

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO.....	1.1
1.2. ESTADO DA ARTE	1.4
1.3. SÍNTESE	1.32
1.4. OBJECTIVOS	1.33
1.5. ORGANIZAÇÃO DA TESE	1.34

PARTE 1. MODELOS E MÉTODOS DE CÁLCULO DINÂMICO DE PONTES FERROVIÁRIAS

CAPÍTULO 2. O COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PONTES FERROVIÁRIAS

2.1. INTRODUÇÃO.....	2.1
2.2. O FENÓMENO DE RESSONÂNCIA.....	2.2
2.3. CARACTERÍSTICAS DOS COMBOIOS CIRCULANTES.....	2.12
2.3.1. Comboios Reais.....	2.13
2.3.2. High Speed Load Model.....	2.16
2.3.3. Modelos dos Veículos	2.18
2.4. INFLUÊNCIA DAS CARACTERÍSTICAS DA PONTE	2.25
2.4.1. Comprimento do Vão	2.27
2.4.2. Amortecimento da Ponte	2.32
2.4.3. Massa da Ponte	2.35
2.4.4. Rigidez da Ponte.....	2.37
2.5. FACTOR DE AMPLIFICAÇÃO/FACTOR DINÂMICO.....	2.40
2.6. SÍNTESE DO CAPÍTULO.....	2.45

CAPÍTULO 3. MODELOS DE ANÁLISE DINÂMICA DA VIA FÉRREA

3.1. INTRODUÇÃO.....	3.1
3.2. VIAS FÉRREAS	3.1
3.2.1. Vias Com Balastro.....	3.2
3.2.2. Vias Sem Balastro	3.9
3.3. A MODELAÇÃO DA VIA FÉRREA BALASTRADA EM INVESTIGAÇÕES ANTERIORES	3.11
3.4. MODELOS DE ANÁLISE DINÂMICA DA VIA FÉRREA.....	3.13
3.5. IRREGULARIDADES DA VIA FÉRREA	3.20
3.6. SÍNTESE DO CAPÍTULO.....	3.28

CAPÍTULO 4. MÉTODOS DE ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA PONTE E DO SISTEMA VEÍCULO/PONTE

4.1. INTRODUÇÃO.....	4.1
4.2. MÉTODOS DE ANÁLISE POR INTEGRAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO.....	4.3
4.2.1. Métodos de Integração Directa.....	4.4
4.2.1.1. Método de Newmark.....	4.5
4.2.1.2. Método de Wilson- θ	4.10
4.2.1.3. Escolha do Algoritmo de Cálculo	4.12
4.2.2. Método de Sobreposição Modal.....	4.21
4.3. METODOLOGIAS DE ANÁLISE DO SISTEMA PONTE E DO SISTEMA VEÍCULO/PONTE	4.27
4.3.1. Forças Rolantes	4.28
4.3.2. Interação Entre o Veículo e a Ponte.....	4.30
4.3.2.1. Análise Dinâmica de Sistemas Não Lineares Através de Métodos de Integração Directa.....	4.32
4.3.2.2. Algoritmo de Contacto.....	4.39

4.3.3. Aferição das Metodologias.....	4.46
4.3.3.1. Forças Rolantes	4.47
4.3.3.2. Interação Entre o Veículo e a Ponte	4.48
4.4. MÉTODOS SIMPLIFICADOS.....	4.58
4.4.1. Método da Decomposição da Excitação na Ressonância (DER)	4.58
4.4.1.1. Erros Associados ao Método DER.....	4.68
4.4.1.2. O Conceito de Assinatura de Um Comboio	4.70
4.4.2. Método da Linha de Influência Virtual (LIV).....	4.73
4.4.3. Método das Curvas de Dimensionamento.....	4.78
4.5. SÍNTESE DO CAPÍTULO.....	4.80

PARTE 2. CASOS DE ESTUDO

CAPÍTULO 5. MODELAÇÃO NUMÉRICA DE PONTES FERROVIÁRIAS DE MÉDIO VÃO SEM A PLATAFORMA

5.1. INTRODUÇÃO.....	5.1
5.2. DESCRIÇÃO SUCINTA DOS ENSAIOS DINÂMICOS.....	5.3
5.3. DESCRIÇÃO E MODELAÇÃO DA PONTE 1	5.5
5.4. O MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	5.6
5.4.1. Atendendo ao Projecto	5.6
5.4.2. Resultados das Medições.....	5.6
5.5. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 1.....	5.10
5.5.1. Análise da Passagem da Locomotiva Tipo 1116.....	5.11
5.5.1.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	5.12
5.5.1.2. Influência do Método de Integração na Determinação da Resposta	5.13
5.5.2. Análise da Passagem do Comboio IC549.....	5.14

5.5.2.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	5.15
5.5.2.2. Recorrendo à Interação do Sistema Veículo/Ponte	5.16
5.5.2.3. Influência do Método de Integração na Determinação da Resposta	5.18
5.5.3. Conclusões.....	5.19
5.6. DESCRIÇÃO E MODELAÇÃO DA PONTE 8.....	5.22
5.7. O MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	5.23
5.7.1. Atendendo ao Projecto	5.23
5.7.2. Resultados das Medições.....	5.23
5.8. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE	
8.....	5.25
5.8.1. Análise da Passagem da Locomotiva Tipo 1047.....	5.26
5.8.1.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	5.26
5.8.2. Análise da Passagem do Comboio Tipo EC.....	5.28
5.8.2.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	5.28
5.8.2.2. Influência do Método de Integração na Determinação da Resposta	5.30
5.8.3. Conclusões.....	5.32
5.9. DESCRIÇÃO E MODELAÇÃO DA PONTE 12.....	5.34
5.10. O MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	5.35
5.10.1. Atendendo ao Projecto	5.35
5.10.2. Resultados das Medições.....	5.36
5.11. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA	
PONTE 12.....	5.40
5.11.1. Análise da Passagem da Locomotiva 1116	5.41
5.11.1.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	5.41
5.11.2. Análise da Passagem do Comboio Tipo IC.....	5.43
5.11.2.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	5.43
5.11.2.2. Influência do Método de Integração na Determinação da Resposta	5.46

5.11.3. Conclusões.....	5.48
5.12. AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE 1	5.51
5.12.1. Recorrendo ao Modelo Definido em Projecto.....	5.52
5.12.1.1. Método de Integração Passo a Passo – Wilson- θ	5.53
5.12.1.2. Métodos Simplificados.....	5.57
5.12.1.3. Comparação de Resultados	5.60
5.12.2. Recorrendo ao Modelo Definido nas Medições	5.63
5.12.2.1. Método de Integração Passo a Passo – Wilson- θ	5.63
5.12.3. Conclusões.....	5.67
5.13. AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE 1 RECORRENDO À INTERACÇÃO DO SISTEMA VEÍCULO/PONTE	5.69
5.13.1. Modelo Definido no Projecto	5.71
5.13.2. Modelo Definido nas Medições.....	5.75
5.13.3. Conclusões.....	5.79
5.14. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	5.81

CAPÍTULO 6. MODELAÇÃO NUMÉRICA DE PONTES FERROVIÁRIAS DE MÉDIO VÃO INCLUINDO O MODELO DINÂMICO DA VIA FÉRREA BALASTRADA

6.1. INTRODUÇÃO.....	6.1
6.2. OS MODELOS DINÂMICOS DE VIA FÉRREA BALASTRADA	6.3
6.3. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 1 COM VIA FÉRREA BALASTRADA	6.7
6.3.1. Análise da Passagem da Locomotiva 1116	6.8
6.3.1.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	6.9
6.3.1.2. Influência do Modelo Dinâmico de Via Férrea Versus Método de Integração.....	6.13
6.3.2. Análise da Passagem do Comboio IC549.....	6.14
6.3.2.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	6.14

6.3.2.2. Recorrendo à Interação do Sistema Veículo/Ponte	6.19
6.3.2.3. Influência do Modelo Dinâmico de Via Férrea Versus Método de Integração.....	6.24
6.3.3. Conclusões.....	6.26
6.4. INTERACÇÃO ENTRE OS DOIS TABULEIROS DA PONTE 1	6.28
6.5. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 8 COM VIA FÉRREA BALASTRADA	6.31
6.5.1. Análise da Passagem da Locomotiva 1047	6.31
6.5.1.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	6.32
6.5.1.2. Influência do Modelo Dinâmico de Via Férrea Versus Método de Integração.....	6.33
6.5.2. Análise da Passagem do Comboio Tipo EC	6.34
6.5.2.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	6.35
6.5.2.2. Influência do Modelo Dinâmico de Via Férrea Versus Método de Integração.....	6.36
6.5.3. Conclusões.....	6.37
6.6. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 12 COM VIA FÉRREA BALASTRADA	6.39
6.6.1. Análise da Passagem da Locomotiva 1116	6.40
6.6.1.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	6.41
6.6.1.2. Influência do Modelo Dinâmico de Via Férrea Versus Método de Integração.....	6.42
6.6.2. Análise da Passagem do Comboio Tipo IC	6.43
6.6.2.1. Recorrendo ao Modelo de Forças Rolantes.....	6.44
6.6.2.2. Influência do Modelo Dinâmico de Via Férrea Versus Método de Integração.....	6.45
6.6.3. Conclusões.....	6.46
6.7. AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA VIA FÉRREA BALASTRADA NO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE 1	6.48
6.7.1. Recorrendo a Forças Rolantes	6.49
6.7.1.1. Modelos Dinâmicos de Vias Férreas – Método de Wilson- θ	6.50
6.7.1.2. Comparação de Resultados	6.51

6.7.2. Recorrendo à Interação do Sistema Veículo/via Férrea/Ponte	6.53
6.7.2.1. Modelos Dinâmicos de Vias Férreas – Método de Wilson- θ	6.53
6.7.2.2. Comparação de Resultados	6.55
6.7.3. Conclusões.....	6.57
6.8. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	6.57

CAPÍTULO 7. INFLUÊNCIA DAS IRREGULARIDADES NA RESPOSTA DINÂMICA DE PONTES DE PEQUENO E MÉDIO VÃO

7.1. INTRODUÇÃO.....	7.1
7.2. AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DAS IRREGULARIDADES NA RESPOSTA DINÂMICA DE UMA PONTE.....	7.3
7.2.1. A Ponte e o Modelo de Via Férrea Utilizados na Análise.....	7.3
7.2.2. Irregularidade Isolada.....	7.4
7.2.2.1. Deslocamentos e Acelerações na Ponte a Meio Vão	7.5
7.2.2.2. As Forças de Contacto entre a Roda e a Via.....	7.10
7.2.2.3. As Acelerações na Massa Suspensa.....	7.12
7.2.2.4. As Acelerações no Balastro da Via.....	7.14
7.2.3. Irregularidade Aleatória.....	7.17
7.2.3.1. Deslocamentos e Acelerações na Ponte a Meio Vão	7.19
7.2.3.2. As Forças de Contacto entre a Roda e a Via.....	7.25
7.2.3.3. As Acelerações na Massa Suspensa.....	7.27
7.2.3.4. As Acelerações no Balastro da Via.....	7.31
7.2.4. Conclusões.....	7.34
7.3. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 1 CONSIDERANDO IRREGULARIDADES.....	7.40
7.3.1. Análise da Passagem do Comboio IC549.....	7.41
7.3.2. Acelerações nas Massas Suspensas	7.43
7.3.3. As Acelerações no Balastro da Via	7.45

7.3.4. Conclusões.....	7.45
7.4. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	7.47

CAPÍTULO 8. CONCLUSÕES

8.1. ASPECTOS GERAIS.....	8.1
8.2. CONCLUSÕES	8.4
8.3. PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO FUTURO.....	8.11

SIMBOLOGIA

Para a clareza de exposição, no texto far-se-á a descrição de cada notação ou símbolo aquando a sua primeira utilização. Da lista, que se segue, constituída por ordem alfabética não constam símbolos de ordem secundária, em geral assim considerados quando o seu emprego não ultrapassou aplicações restritas. Na generalidade das situações procurou-se evitar a utilização de um símbolo para designação de diferentes entidades, mas quando tal se revelou inconveniente o risco de confusão foi eliminado impedindo a sua utilização simultânea num mesmo contexto.

SIGLAS

AEIF	Associação Europeia para a Interoperabilidade Ferroviária
DB	Deutsche Bahn AG
DER	Método da Decomposição da Excitação na Ressonância
EN	Norma Europeia
ERRI	European Rail Research Institute
FR	Forças Rolantes
ICE	Intercity Express, comboio de alta velocidade que circula na Alemanha e Países vizinhos
LIV; LIR	Método da Linha de Influência Virtual ou Método da Linha de Influência Residual
LM71	Load Model 71, forças representativas dos efeitos estáticos do tráfego ferroviário normal
MS	Massas Suspensas
NM	Método de Newmark
OBB	Österreichische Bundesbahnen (Austrian Federal Railways)

ORE	Office for Research and Experiments of the International Union of Railways
RT	Real Trains
SM	Método da Sobreposição Modal
SNCF	Société Nationale de Chemins de Fer
SW/0	Carga modelo das forças verticais representativas dos efeitos estáticos do tráfego ferroviário normal em pontes contínuas
SW/2	Carga modelo das forças verticais representativas dos efeitos estáticos do tráfego ferroviário pesado
TGV	Train à Grande Vitesse, comboio de alta velocidade que circula na França
UIC	International Union of Railways
WT	Método de Wilson- θ
1D; 2D; 3D	Unidimensional; Bidimensional e Tridimensional

NOTAÇÕES

$\Delta(\cdot)$	Incremento ou variação de (\cdot)
$\dot{(\cdot)}$	1ª derivada em ordem ao tempo de (\cdot)
$\ddot{(\cdot)}$	2ª derivada em ordem ao tempo de (\cdot)
$(\cdot)_b$	Relativo ao balastro
$(\cdot)_{\text{accel}}$	Relativo à aceleração
$(\cdot)_{bh}$	Relativo ao balastro segundo a direcção horizontal
$(\cdot)_{\text{bog}}$	Relativo ao <i>bogie</i>
$(\cdot)_{bp}$	Relativo à ligação balastro/ponte

$(\cdot)_{bs}$	Relativo à ligação balastro/solo
$(\cdot)_{bv}$	Relativo ao balastro segundo a direcção vertical
$(\cdot)_{carr}$	Relativo à carruagem
$(\cdot)_{cp}$	Relativo à ligação carril/ponte
$(\cdot)_{ct}$	Relativo à ligação carril/travessa
$(\cdot)_{cv}$	Relativo à caixa do veículo
$(\cdot)_{desl}$	Relativo ao deslocamento
$(\cdot)_i$	Relativo ao termo genérico de ordem i
$(\cdot)^i$	Relativo à iteração i
$(\cdot)^{iv}$	Relativo à quarta derivada em ordem à abcissa
$(\cdot)_{loco}$	Relativo à locomotiva
$(\cdot)_{máx}$	Relativo ao máximo
$(\cdot)_p$	Relativo à suspensão primária do veículo
$(\cdot)_r$	Relativo ao carril
$(\cdot)_S$	Relativo à superfície S
$(\cdot)_s$	Relativo à suspensão do veículo ou à suspensão secundária do veículo
$(\cdot)^T$	Relativo à configuração transposta
$(\cdot)_t$	Relativo à travessa
$(\cdot)_{tb}$	Relativo à ligação travessa/balastro
$(\cdot)_{tp}$	Relativo à ligação travessa/ponte
$(\cdot)_V$	Relativo ao volume V
$(\cdot)_x$	Relativo ao eixo x
$(\cdot)_y$	Relativo ao eixo y
$(\cdot)_z$	Relativo ao eixo z
$ \cdot $	Módulo de um número

ESCALARES

Alfabeto Latino

A	Secção transversal; Amplitude de um harmónico; Parâmetro da definição da irregularidade da via
$A(\cdot)$	Função Linha de Influência definida no método DER
A_i	Distâncias definidas nas irregularidades
a	Distância; Coeficiente de Fourier
B_i	Distâncias definidas nas irregularidades
b	Distância; Coeficiente de Fourier
C	Amortecimento; Elemento da matriz de amortecimento [C]
d	Distância; Espaçamento entre eixos dos <i>bogies</i>
d_k	Comprimento característico de um comboio
E	Módulo de elasticidade
F	Força concentrada vertical
F_i^*	Força generalizada para a coordenada modal de ordem i
f_1	Primeira frequência própria de vibração
$f(\cdot)$	Função de integração definida no método de Newmark
f	Frequência de vibração
f_{ref}	Frequência de vibração da ponte de referência
$G_d(\cdot)$	Função densidade espectral de potência das irregularidades da via
$G(\cdot)$	Espectro do comboio definido no método DER

$g(\cdot)$	Função de integração definida no método de Newmark; Função <i>gap</i> definida no algoritmo de contacto
g	Aceleração da gravidade
C_{ij}^t	Forças de tracção definidas na superfície de contacto do corpo i devido ao contacto deste corpo com o corpo j
$H(\cdot)$	Função de Heaviside
I	Factor de impacto; Momento de inércia
i	Índice
J	Inércia de rotação
j	Índice
K	Rigidez; Elemento da matriz de rigidez [K]; Parâmetro da definição da irregularidade da via; Coeficiente de definição da amplificação dinâmica
k	Índice
L	Comprimento do vão da ponte; Índice
L_{TD}	Extensão da irregularidade
L_{Φ}	Comprimento determinante do vão da ponte
M	Massa; Elemento da matriz de massa [M];
M_i^*	Massa generalizada para a coordenada modal de ordem i
\bar{m}	Massa por unidade de comprimento
$\bar{m}_{ref.}$	Massa por unidade de comprimento da ponte de referência
N	Índice
n	Frequência espacial da irregularidade da via
n_0	Primeira frequência própria de vibração
\hat{n}	Versor unitário perpendicular à superfície de contacto
nc	Número de nós definidos no contacto
P	Força de um eixo do comboio

R	Raio da roda de um comboio
R_{dyn}	Resposta máxima dinâmica
R_{est}	Resposta máxima estática
r	Coefficiente da relação entre a frequência de excitação e a primeira frequência de vibração; Ordenada do perfil de irregularidades da via
r_0	Altura da irregularidade da via
$S_0(\cdot)$	Assinatura de um comboio definida no método DER
S_i	Efeitos produzidos pelos seis comboios-tipos reais
S_{LM71}	Efeitos produzidos pela carga modelo LM71
\hat{s}	Versor unitário tangencial à superfície de contacto
T	Período de vibração
T_n	Menor período natural de vibração do sistema
t	Tempo
v	velocidade
v_{DS}	velocidade máxima a utilizar no dimensionamento
w	Módulo de flexão
$x \ y \ z$	Coordenadas cartesianas
y	Deslocamento vertical
$y(t)$	Coordenada generalizada
$y_{din.}$	Valores máximos das respostas dinâmicas
$y_{stat.}$	Valor máximo da resposta estática; Deslocamento estático

Alfabeto Grego

α	Constante de amortecimento de Rayleigh; Coeficiente função da velocidade na definição da amplificação dinâmica ϕ''
----------	---

β	Parâmetro de integração do método de Newmark; Constante de amortecimento de Rayleigh; Parâmetro de localização definido no algoritmo de contacto
Δt_{cri}	Intervalo de tempo crítico
$\delta(\cdot)$	Função de Dirac
δ	Deslocamento
δ_{LM71}	Deslocamento vertical devido à carga modelo LM71
γ	Parâmetro de integração do método de Newmark; Peso específico
η	Erro de truncatura
Φ	Factor dinâmico
$\Phi_2; \Phi_3$	Factor dinâmico consoante a qualidade de manutenção da via
φ'_{dyn}	Amplificação dinâmica
φ''	Amplificação dinâmica devido às irregularidades da via
$\varphi''_{cal.}$	Coefficiente de cálculo dos efeitos das irregularidades em termos de deslocamentos
$\varphi''_{cal.acel}$	Coefficiente de cálculo dos efeitos das irregularidades em termos de acelerações
λ	Valores próprios; Coeficiente que tem em conta o estado de manutenção da via; Comprimento de onda; Componente normal da força de contacto
λ_r	Comprimento de onda da irregularidade
μ	Coefficiente de atrito entre as superfícies de contacto
θ	Parâmetro de integração do método de Wilson- θ ; Ângulo de fase
ρ	Raio espectral; Densidade
τ	Desfasamento no tempo entre sinusóides, definido no método LIV; Parâmetro de integração do método de Newmark
υ	Componente tangencial da força de contacto

Ω	Frequência circular de vibração de excitação; Frequência espacial cíclica da irregularidade do pavimento
$\Omega_1; \Omega_2$	Parâmetros utilizados na definição das irregularidades
ω	Frequência circular de vibração
ξ	Coeficiente de amortecimento
$\bar{\xi}$	Amortecimento numérico
$\psi(\cdot)$	Função definida no algoritmo de contacto

MATRIZES E VECTORES

[A]	Matriz de amplificação
[C]	Matriz de amortecimento
[D]	Matriz diagonalizante
{F}	Vector das forças exteriores
{F _{ext} }	Vector das forças exteriores
{F _{int} }	Vector das forças interiores
{F _{eff} }	Vector das forças efectivas
[I]	Matriz de identidade
[K]	Matriz de rigidez
[K _c]	Matriz de rigidez definida no contacto
[K _{eff}]	Matriz de rigidez efectiva
{L}	Factor de carga
[M]	Matriz de massa
[T]	Matriz de transformação do método da Sobreposição Modal
{ $\ddot{u}(t)$ }, { $\dot{u}(t)$ }, e {u(t)}	vector de deslocamentos, velocidades e acelerações

- $\{ \phi \}$ Vector que expressa a configuração de um modo de vibração
- $[\Phi]$ Matriz dos modos de vibração

Capítulo 1. INTRODUÇÃO

1.1. ENQUADRAMENTO

Nas últimas duas décadas a Europa e a Ásia têm efectuado grandes esforços na modernização da suas rede ferroviárias, a construção de novas linhas ferroviárias para velocidades de serviço que podem atingir os 350 *km/h*, em Espanha, Bélgica, Holanda e Japão são exemplos disso. A alta velocidade tornou-se uma forte aposta do transporte ferroviário em alternativa aos outros meios de transporte, o rodoviário, aéreo ou marítimo, pois a par do incremento da velocidade no transporte de passageiros estão associados por um lado, maiores níveis de conforto e segurança na circulação e por outro menores custos na viagem.

O transporte ferroviário tem-se revelado um instrumento para o desenvolvimento sustentável dos países que o promovem pois oferece: i) um menor consumo energético ii) um meio alternativo ao consumo de petróleo e iii) determina uma menor emissão de gases nocivos para a atmosfera. Todos estes factores evidenciam o transporte ferroviário como um meio de fácil e rápida movimentação de pessoas e mercadorias entre países e continentes, conduzindo ao crescimento económico e à coesão social dos países que o desenvolvem.

O incremento da velocidade de circulação está associado ao desenvolvimento tecnológico, pois o estabelecimento de uma rede ferroviária de alta velocidade exige a satisfação de elevados critérios de segurança e de conforto quando no dimensionamento da via e das infra-estruturas que a serve. A construção de uma linha de alta velocidade implica a utilização dos mais recentes conhecimentos nos diferentes domínios da engenharia ferroviária.

Em Portugal cumpriram-se recentemente 150 anos desde a abertura do primeiro troço ferroviário, Lisboa - Carregado. A política de investimento nacional dos últimos anos tem levado à modernização e a reabilitação da rede ferroviária, evidenciando-se a

implementação da rede de alta velocidade de modo a ligar Portugal a Espanha e consequentemente à Europa, prevendo-se a sua conclusão em 2020.

Tendo o transporte ferroviário de alta velocidade o objectivo de estabelecer uma rede alargada de modo a favorecer uma fácil movimentação de pessoas e bens entre países, é razoável pensar que se estabeleçam algumas medidas de normalização ao nível dos troços e dos veículos circulantes. Estas medidas de normalização formam o que se designa por especificações técnicas de interoperabilidade (*TSIs*) das redes que se enquadram na rede europeia da alta velocidade. São especificações de aplicação obrigatória nos países membros da Comunidade Europeia, nas redes abertas desde 1 de Dezembro de 2002, conforme indica a directiva 96/48/EC de 1996, (www.aeif.org). Neste sentido, um dos aspectos a estabelecer na rede ferroviária de alta velocidade da Península Ibérica é a adopção de uma nova bitola (distância entre carris) de 1435 *mm*, abandonando a bitola de 1668 *mm* estabelecida nos finais do século XIX após as invasões francesas.

As especificações de interoperabilidade têm também em conta aspectos relacionados com a verificação dos critérios de segurança e conforto nas vias/infra-estruturas e veículos circulantes no presente e no futuro, pois constituem recomendações para que os efeitos dinâmicos que se venham a verificar em novas vias/infra-estruturas não superem os valores estabelecidos como limites e que os veículos a circular no futuro não produzam solicitações nas vias/infra-estruturas superiores às estabelecidas como limites aquando do dimensionamento destas.

Outra tarefa que a Associação Europeia para a Interoperabilidade Ferroviária (*AEIF*) tem de desenvolver é a garantia da aplicabilidade das especificações técnicas de interoperabilidade na rede ferroviária convencional, prevendo-se a circulação de veículos de alta velocidade em troços já existentes nas redes nacionais dos países da Comunidade Europeia. Para tal há que avaliar a funcionalidade das vias/infra-estruturas já construídas, nomeadamente determinar a capacidade resistente e o comportamento das vias/infra-estruturas face às acções que eventualmente as poderão solicitar.

Face ao exposto, novos desafios tecnológicos estão lançados tornando-se importante que a investigação nos diferentes domínios da engenharia ferroviária se efectue e

apresente soluções e ou recomendações não só para a futura rede de alta velocidade, mas também para a manutenção e reabilitação da rede convencional existente.

São várias as acções que solicitam uma ponte ferroviária: i) as permanentes, devidas ao peso próprio e ao peso dos elementos a que a estrutura serve de apoio; ii) as acções variáveis impostas pelo meio ambiente, como as variações de temperatura, o vento actuante ou a ocorrência de sismos; e as decorrentes do tráfego que a percorre. De acordo com as normas, as acções decorrentes do tráfego ferroviário são forças verticais e horizontais. As forças verticais são devidas às acções exercidas pelos eixos dos veículos circulantes, bem como as derivadas de acções acidentais, como o descarrilamento. As forças horizontais são: a força centrífuga, força de lacete, forças que ocorrem no arranque e na frenagem e forças derivadas da resposta combinada da estrutura com a via férrea.

Os efeitos dinâmicos derivados das acções exercidas pelos eixos dos veículos são, para a maior parte das pontes, o efeito mais desfavorável que poderá nelas ocorrer. Concretamente, o aumento da velocidade dos veículos circulantes e a passagem de múltiplos eixos igualmente espaçados pode provocar nas pontes um incremento dos efeitos: deslocamentos, esforços e acelerações por exemplo, determinando o fenómeno da ressonância da estrutura. A possibilidade de ocorrência deste fenómeno nas estruturas obriga a que estas sejam dimensionadas de modo a verificarem critérios relacionados com a segurança estrutural, segurança da circulação e conforto dos passageiros.

A investigação já desenvolvida no domínio das pontes ferroviárias evidencia que o comportamento dinâmico destas é influenciado por diversos parâmetros, inerentes aos vários subsistemas que a constituem: a ponte, a via férrea e o veículo circulante. Enunciando estes parâmetros, para cada um destes subsistemas, teremos para a ponte:

- a massa; a rigidez; o comprimento do vão, estes parâmetros estão directamente relacionados com a determinação da frequência própria da estrutura;
- o amortecimento da estrutura.

Por sua vez, para a via férrea os parâmetros são:

- as características dinâmicas dos vários elementos que a compõem, como o balastro, as travessas, o carril, e a ligação carril/travessa; as irregularidades verticais e horizontais da via;

Relativamente aos veículos:

- a velocidade do comboio;
- o número de eixos, o valor das forças por eixos e os espaçamento entre eixos;
- as massas e as características das suspensões dos veículos;
- as imperfeições das rodas dos veículos.

A investigação que aqui se apresenta pretende ser um contributo para uma melhor compreensão do comportamento dinâmico de pontes ferroviárias simplesmente apoiadas, de pequeno e médio vão sujeitas à passagem de veículos com velocidades superiores a 200 *km/h*.

1.2. ESTADO DA ARTE

O estudo dos efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias tem constituído objecto de interesse junto dos cientistas e engenheiros desde o século XIX, data da construção em Inglaterra das primeiras pontes, mas é nas últimas três décadas que se tem observado um maior desenvolvimento na investigação deste tema, como se pode avaliar pela enorme quantidade de trabalhos que se tem vindo a publicar. Estes trabalhos, que visam estudos teóricos e experimentais, reflectem a necessidade de se obter um melhor conhecimento do comportamento em serviço das estruturas, quando solicitadas por acções cada vez mais exigentes. Esta secção pretende sintetizar os principais trabalhos de investigação desenvolvidos ao longo destes anos, no domínio dos efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias.

O início da investigação dos efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias deve-se a Willis em 1847 que, por via experimental, formula uma solução aproximada do problema da passagem de uma carga móvel sobre uma viga a velocidade constante, [Willis, 1849]. Dos vários autores analisados, todos são unânimes em reconhecer este cientista como o

pioneiro nesta matéria. Devido à dificuldade em resolver por via teórica a resposta dinâmica de uma ponte quando sujeita à passagem de um veículo com velocidade constante, vários matemáticos e físicos se debruçaram sobre este tema na altura. É o matemático Stokes em 1849 que apresenta na revista *Mathematical and Physical Papers*, a solução analítica para o problema da força rolante; Zimmermann em 1896 apresenta uma solução similar. Deslandres em 1892 e Souleyre 1889 apresentam estudos cujos contributos são significativos para a compreensão dos efeitos dinâmicos, [Calçada, 2001]. Ainda no século XIX, várias conclusões já reflectiam algumas das causas do problema da amplificação da resposta dinâmica da ponte tais como a influência: da frequência de excitação relacionada com a velocidade do veículo circulante e o comprimento do vão das pontes, tendo sido observado que as vibrações diminuíam com o aumento do vão.

Timoshenko nos vários trabalhos que publicou na década de 20, por exemplo [Timoshenko, 1922], fornece um contributo para a resolução analítica das vibrações em pontes quando sujeitas a forças harmónicas a rolar a velocidade constante, de modo a simular os efeitos introduzidos na estrutura quando da passagem da locomotiva. Inglis apresenta a solução analítica do movimento da viga quando sujeita à passagem de uma força constante e de uma força harmónica, bem como, para a passagem de um sistema formado por duas massas, uma massa suspensa e uma massa não suspensa, a rolar sobre a viga, situação inovadora para a altura [Inglis, 1934]. Em [Timoshenko, 1955], é apresentada uma descrição histórica da evolução do estudo da força rolante. Hillerborg apresenta a solução do movimento de uma viga causado pela passagem de várias massas suspensas [Hillerborg, 1948]. [Koluššek, 1956] considera outro tipo de estruturas e condições de apoio na resolução analítica do movimento causado por força ou massa móvel.

Posteriores avanços na resolução de vibrações em ponte ferroviárias só foram possíveis com a introdução do cálculo automático, [Newmark, 1956] e [Biggs, 1964] são duas referências iniciais na aplicação do cálculo automático aos veículos móveis.

[Fryba, 1972] apresenta com grande detalhe uma série de soluções analíticas de problemas de vibrações em pontes, ou seja, resoluções para o problema da viga simplesmente apoiada sujeita a diversos casos de carga: força constante, força

harmónica, força contínua móvel, e forças que variam no tempo aleatoriamente, bem como, soluções para as vibrações de vigas com diferentes condições de apoio e comprimentos de vão. A resolução do problema de vibrações devido à circulação de uma massa e a um sistema de dois graus de liberdade também é apresentada por este autor.

Conforme se descreveu, os investigadores começaram por utilizar o modelo de forças rolantes para simular a passagem do veículo sobre a ponte. Apesar de este modelo ser adequado na altura, na medida em que os efeitos da massa do veículo eram desprezáveis face aos da ponte, a sua aplicação só permitia a determinação das vibrações na ponte. Com o aumento da massa do veículo, tornou-se pertinente o desenvolvimento de outros modelos, nomeadamente o modelo da massa rolante ou do sistema móvel de dois graus de liberdade, a massa suspensa e a massa não suspensa em contacto directo com a viga.

Com o avanço do cálculo automático e com a utilização do método dos elementos finitos, a simulação da passagem do comboio em pontes pôde ser efectuada recorrendo a modelações mais complexas não só da ponte mas também do veículo circulante. Estas modelações permitem ter em conta a interacção entre o veículo e a ponte. Este tipo de modelação permite determinar os efeitos dinâmicos na ponte e no veículo de uma forma mais realista, pois a resposta que se obtém na ponte tem em conta os efeitos das forças elásticas, de inércia e de amortecimento do veículo. Por sua vez, a resposta da ponte influencia a resposta do veículo, ou seja os deslocamentos, as velocidades e as acelerações das carruagens.

Relativamente à modelação do veículo circulante, os investigadores têm utilizado diversos modelos, desde os modelos simplificados bidimensionais definidos por dois graus de liberdade, inerentes aos deslocamentos verticais das massas, suspensa e não suspensa, unidas por um amortecedor e uma mola, aos modelos tridimensionais que modelam as caixas dos veículos, as suspensões primárias e secundárias, as rodas, os bogies e as ligações roda/carril. Estes modelos chegam a apresentar 27 graus de liberdade, para cada veículo que define o comboio, [Yang *et al.*, 2004a]. [Xia *et al.*, 2003], efectua a modelação tridimensional do veículo do comboio articulado Thalys. Nesta última investigação é efectuada uma descrição detalhada da modelação da

interacção que se desenvolveu e comparam-se os resultados numéricos com os obtidos por via experimental.

Devido à complexidade que estes tipos de modelos apresentam na sua definição, a determinação das respostas dos vários subsistemas exige um elevado esforço computacional tornando-se bastante morosa. Deste modo é aceite que a utilização de modelos complexos para o veículo é viável quando a resposta destes é o objecto do estudo dinâmico do sistema veículo/ponte, sendo no entanto frequente a utilização de modelos simplificados que incluem a caixa do veículo para a determinação do conforto dos passageiros, [Calçada, 1995] e [Lou, 2005]. Os modelos simplificados de dois graus de liberdade são os mais utilizados para a determinação da resposta dinâmica da ponte [Barbero, 2001] e [Yang *et al.*, 2004a], entre outros.

[Fryba, 1996], apresenta um estudo completo sobre os efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias. Após efectuar uma descrição dos parâmetros que influenciam o comportamento dinâmico das pontes, o investigador apresenta a par dos efeitos verticais decorrentes do tráfego ferroviário, os efeitos horizontais, segundo a direcção longitudinal e transversal da ponte. O problema da fadiga é explorado bem como a acção conjunta do carril com a ponte.

Em [Yang *et al.*, 2004a], sintetiza-se a investigação desenvolvida por este autor e co-autores no domínio das pontes ferroviárias sujeitas ao tráfego de alta velocidade anteriormente apresentada ao longo da última década em diversas publicações internacionais. Dando especial ênfase à resolução recorrendo à interacção entre os veículos circulantes e a ponte que os suporta, este livro apresenta uma série de resoluções para problemas de vibrações em pontes ferroviárias, para diferentes situações. Este livro começa por apresentar problemas com as forças rolantes, nomeadamente a resolução analítica de vigas simplesmente apoiadas sujeitas a uma série de forças rolantes. Os fenómenos da ressonância e supressão são identificados bem como a parametrização dos factores envolvidos na vibração de pontes ferroviárias.

O comportamento dinâmico de pontes com apoios elásticos sujeitas a forças rolantes é analisado, bem como o de pontes definidas em curva, sujeitas à passagem de uma série de massas móveis a velocidade constante.

A modelação da interacção veículo/ponte é efectuada considerando o veículo circulante e a ponte como dois sistemas individuais que interagem um com outro através de forças de contacto. As forças de contacto existentes na superfície de contacto dos veículos com a ponte são impostas à ponte como forças externas. Este processo permite investigar os efeitos das irregularidades da via férrea no conforto dos passageiros e na vibração da ponte. A modelação de sistemas mais complexos é também desenvolvida, nomeadamente a consideração tridimensional do sistema veículo/via férrea/ponte, admitindo duas vias sobre a ponte e conseqüentemente a passagem simultânea de dois comboios com diferentes sentidos de circulação. A simulação do descarrilamento de um veículo circulante e a estabilidade dos comboios que circulam sobre uma ponte quando esta é sujeita a um sismo também é analisada.

De forma a uniformizar os procedimentos para a análise e verificação da segurança de pontes ferroviárias, a regulamentação europeia [EN1991-2, 2003], referente às acções nas estruturas, nomeadamente às forças derivadas do tráfego em pontes, determina o cálculo do coeficiente de amplificação recorrendo a dois métodos apresentados na ficha [UIC 776-1R, 1979] e que derivam dos estudos efectuados pela *International Union of Railways (UIC)*. Um dos métodos é estabelecido tendo em conta os efeitos derivados dos comboios reais e desde que a frequência própria da estrutura e a velocidade máxima de circulação do comboio estejam definidas dentro de determinados limites. Este método divide a amplificação dinâmica φ em duas parcelas, φ' e φ'' .

$$(1 + \varphi) = 1 + \varphi' + \lambda\varphi'' \quad (1.1)$$

A parcela φ' corresponde à amplificação dinâmica estabelecida para uma via perfeita e φ'' à parcela derivada da consideração de irregularidades na via, em que λ é um factor que tem em conta o estado de manutenção da via.

No segundo método é definido um coeficiente Φ que não traduz propriamente a definição inerente a um coeficiente dinâmico mas a de um factor de cálculo que se multiplica pelos efeitos estáticos provocados pela consideração da carga modelo 71, *LM71*, caso se pretenda estudar os efeitos derivados do tráfego ferroviário normal, ou as cargas *SW/0*, *SW/2*, respectivamente para o caso de efeitos derivados do tráfego

ferroviário normal sobre pontes contínuas ou para a consideração de tráfego ferroviário pesado, e assim:

$$\Phi \times S_{LM71} \quad (1.2)$$

Atendendo à ficha [UIC 776-1R, 1979] a definição deste factor baseou-se na determinação da envolvente dos efeitos estáticos provocados por seis comboios reais de diferentes tipos, isto é, comboios de passageiros de alta velocidade, locomotivas e comboios de mercadorias, representados na Figura 1.1, que circulam em condições normais de serviço.

Os deslocamentos e os esforços, obtidos com aplicação destes diferentes tipos de comboios, S_i , multiplicados pelo factor de amplificação foram comparados com os respectivos valores obtidos com a aplicação da carga modelo *LM71* e multiplicados pelo factor dinâmico apropriado, Φ_2 ou Φ_3 , conforme se trate de via em bom estado de conservação ou em estado normal de conservação, respectivamente:

$$\Phi_2 = \frac{1,44}{\sqrt{L_\Phi - 0,2}} + 0,82 \quad 1,00 \leq \Phi_2 \leq 1,67 \quad (1.3)$$

$$\Phi_3 = \frac{2,16}{\sqrt{L_\Phi - 0,2}} + 0,73 \quad 1,00 \leq \Phi_3 \leq 2,00 \quad (1.4)$$

e assim resulta:

$$\Phi \times S_{LM71} \geq \max_{i=1,6} (1 + \phi) \times S_i \quad (1.5)$$

A ficha [UIC 776-1R, 1979] resulta dos estudos conduzidos por dois comités de especialistas da então designada *Office for Research and Experiments of the International Union of Railways, ORE*, e sumariados nos seus relatórios finais [ORE D23, 1970] e [ORE D128, 1976]. Em [James, 2003], subjacente ao estudo de diferentes modelos de cargas de tráfego a utilizar em pontes ferroviárias é dada uma exposição das recomendações europeias preconizadas pela [EN1991-2, 2003], para o cálculo dos

factores de amplificação, bem como um resumo da investigação desenvolvida para a definição destes factores.

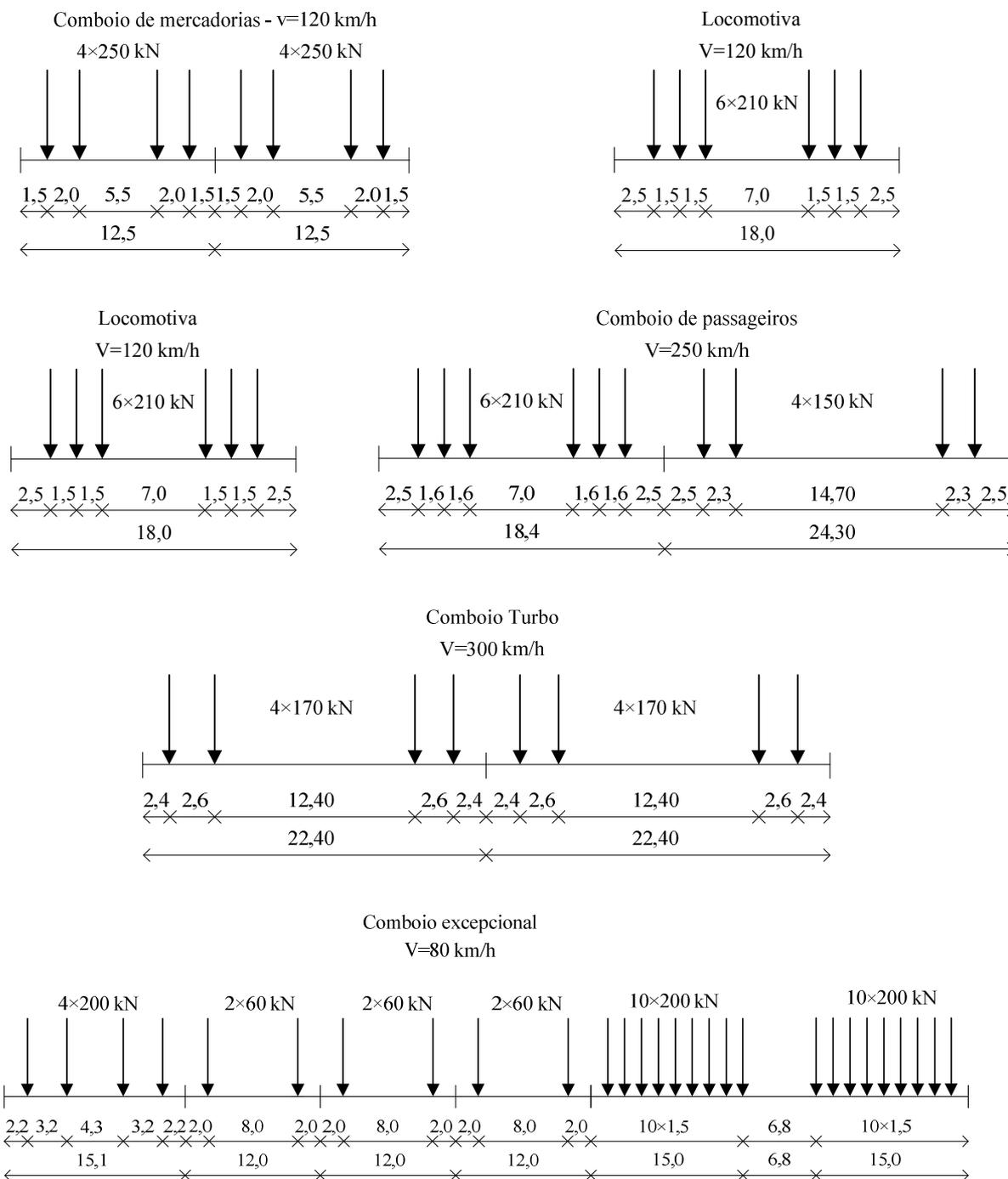


Figura 1.1 – Comboios-tipo reais utilizados para a definição da carga LM71.

De modo a investigar a aplicabilidade da ficha [UIC 776-1R, 1979] e de estudar os efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias provocados pela passagem de comboios a

velocidades superiores a 200 *km/h*, que possam provocar a ressonância das estruturas, a *European Rail Research Institute (ERRI)* cria a Comissão de Especialistas *D214*. Da extensa investigação desenvolvida por esta comissão resultam nove relatórios que funcionam como guias de procedimentos a ter em conta na avaliação do comportamento dinâmico de pontes ferroviárias, quando sujeitas à passagem de comboios cujas velocidades podem atingir os 350 *km/h*. Apesar de extensa, esta investigação é predominantemente numérica e analítica, em que se enfatiza a escassez de comparações com resultados experimentais *in situ*.

Destes relatórios salienta-se o relatório 9, [ERRI D214/RP9, 1999], que se trata de um relatório final, constituído por duas Partes designadas por A e B. Na parte A são expostas de um modo sumário as conclusões resultantes das investigações apresentadas nos relatórios anteriores; na parte B, as recomendações a ter em conta no dimensionamento de pontes ferroviárias e que constituem a futura ficha UIC 779-8R da *UIC*.

A investigação desenvolvida pelo *ERRI* realça o facto de a passagem de sucessivas cargas espaçadas de uma forma regular poder excitar a estrutura e conduzir à ressonância. Ou seja, a ressonância da ponte pode ocorrer quando a frequência de excitação, ou múltipla desta, coincidir com a frequência natural da estrutura e, desta forma, associado ao incremento dos efeitos estáticos se observar uma amplificação dos efeitos dinâmicos, como a aceleração vertical do tabuleiro. Em alguns casos, a amplificação da aceleração pode conduzir esta variável a valores na ordem dos 0,7 a 0,8g, o que corresponde a valores bastante elevados e os quais podem causar diversos problemas que afectam a segurança da circulação na ponte.

Os problemas que surgiram em algumas das pontes ferroviárias existentes no troço ferroviário francês Paris-Lyon e que levaram ao seu fecho temporário são um bom exemplo daquilo que o fenómeno de ressonância pode provocar nas estruturas. Neste caso concreto, a *Société Nationale des Chemins de Fer (SNCF)*, observou que nas pontes, com vãos de comprimentos compreendidos entre os 8 e 30 m, o balastro assente sobre o tabuleiro destabilizava quando sujeito à passagem dos comboios *TGV* e obrigava a diversos trabalhos de manutenção da via em curtos espaços de tempo. Este problema de excessivas vibrações em pontes, divulgado em diversas publicações, por

exemplo em [Mancel, 2005] e no relatório 9, [ERRI D214/RP9, 1999], é uma das situações reais que se pode encontrar e que demonstram como é insuficiente apenas a utilização do factor de amplificação na verificação da segurança quando a velocidade de circulação é superior a 200 km/h. O relatório [ERRI D214/RP9, 1999] aponta os motivos destas ocorrências, nomeadamente o facto das expressões para o cálculo de Φ e de φ não terem em conta as acelerações do tabuleiro das pontes, o facto dos comboios de alta velocidade serem mais extensos que os comboios tradicionais e que os comboios considerados na definição da carga modelo *LM71* e por último, os valores de amortecimento utilizados no dimensionamento destas pontes serem superiores aos amortecimentos reais aferidos nas estruturas em serviço.

As acelerações excessivas do tabuleiro provocam por um lado, a instabilidade do balastro conduzindo à diminuição da resistência da plataforma ferroviária, ao aumento dos assentamentos e conseqüentemente ao aumento das irregularidades na via, por outro lado, podem conduzir a forças de contacto muito reduzidas entre a roda e o carril, portanto à perda de contacto entre estes dois elementos. Desta forma é estabelecido que no tabuleiro das pontes balastradas a aceleração vertical máxima tem de ser inferior a 0,35g. Este valor limite tem sido alvo de investigação nomeadamente na realização de ensaios experimentais que reproduzem as condições a que a ponte está sujeita quando da passagem do comboio, a passagem de repetidas cargas regularmente espaçadas num curto espaço de tempo.

Os ensaios realizados no *Deutsche Bahn AG (DB)* para a Comissão *D214* do *ERRI*, relatados em [Rücker e Rohrmann, 1998], demonstraram que o balastro destabilizava para amplitudes de vibração entre os 0,7 a 0,8g quando sujeito a frequências superiores a 20 Hz. Deste modo incluindo um factor de segurança de 2, o dimensionamento da estrutura estaria salvaguardado destes efeitos. Facto este que se encontra estabelecido nas normas, nomeadamente na [EN1991-2, 2003]. Outra condição foi também estabelecida em [EN1990-Annex A2, 2005], é que na análise dinâmica da ponte ferroviária sejam apenas incluídas frequências com um valor máximo dado por:

$$f_{\text{máx.}} = \{30 \text{ Hz}; 1,5 \times n_0; f_3\} \quad (1.6)$$

onde n_0 corresponde à primeira frequência própria f_1 e f_3 à frequência do terceiro modo. De realçar que estes ensaios também colocaram outras questões, nomeadamente:

- Qual a influência das frequências mais elevadas;
- Qual a influência das amplitudes elevadas que ocorrem algumas vezes e num curto espaço de tempo;
- Qual a influência do carregamento sobre a plataforma ferroviária, pois o balastro existente numa via férrea está sujeito a uma compacidade difícil de reproduzir nas condições do ensaio.
- Que factor de segurança a ter em conta, na medida em que o de 2 deriva do facto da existir pouca informação sobre a matéria.

Desta forma esta matéria continua a ser alvo de investigação conforme se pode constatar em [Baeßler e Rücker, 2005].

De acordo com as conclusões do relatório 5, [ERRI D214/RP5, 1999], a consideração das irregularidades na via férrea não deve ser ignorada quando se analisa o comportamento dinâmico das pontes pois estas levam ao incremento dos efeitos dinâmicos produzidos pela passagem dos eixos do comboio. Os efeitos dinâmicos aumentam com a velocidade dos comboios e diminuem com o vão da ponte.

Nos cálculos correntes para a determinação da resposta dinâmica de uma ponte é frequente recorrer-se ao incremento da resposta máxima estática por um factor de amplificação, ver equação (1.1), onde o factor φ'' corresponde à parcela de amplificação induzida pelas irregularidades existentes na via ou na roda do veículo.

No relatório [ERRI D214/RP5, 1999] estuda-se a adequabilidade da utilização de φ'' para a análise das irregularidades na via, pois para além dos pressupostos definidos na ficha [UIC 776-1R, 1979] para a determinação deste coeficiente não serem válidos para todas as situações, verifica-se que o comportamento das pontes de pequeno e médio vão não se adequa ao comportamento teórico simplificado traduzido na expressão φ'' .

Desta forma a investigação desenvolvida e apresentada no relatório 5, [ERRI D214/RP5, 1999], utiliza um complicado modelo dinâmico para simular o comportamento do sistema veículo/via férrea/ponte (ver Figura 1.2). O modelo é bidimensional, em que a via férrea é definida como uma série de massas suspensas ligadas a molas e amortecedores unidos em paralelo sob uma viga longitudinal que simula os carris. O modelo do veículo é definido com a caixa do veículo, dois *bogies* e quatro rodas e as suspensões primárias e secundárias. O contacto entre a roda e o carril é simulado recorrendo a uma mola não linear a funcionar apenas à compressão de modo a analisar a perda de contacto entre estes dois elementos.

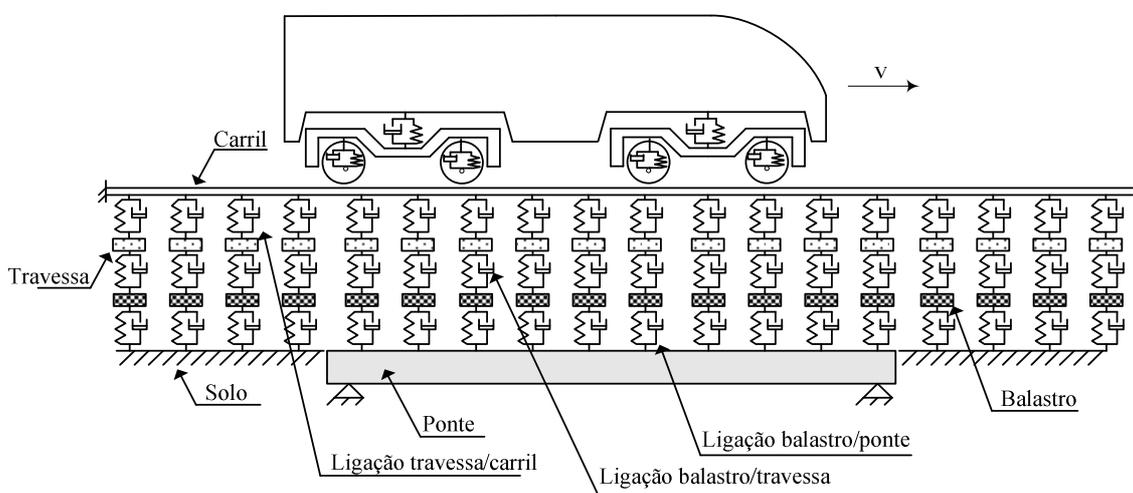


Figura 1.2 – Modelação do sistema veículo/via férrea/ponte.

O perfil de irregularidades definido, uma função sinusoidal, é idêntico ao utilizado nas fichas [ORE D23, 1970] e [ORE D128, 1976] e pretende simular uma má compactação do balastro da via segundo o perfil vertical.

Foram analisadas quatro pontes de pequeno e médio vão, nomeadamente com vãos de comprimento, 5, 10 e 20 m, sujeitas à passagem do comboio ICE com velocidades constantes. As características da ponte e as respectivas velocidades de ressonância de ordem i estão apresentadas na Tabela 1.1. As velocidades analisadas na ressonância das pontes encontram-se assinaladas a sombreado; notar que d corresponde ao comprimento da carruagem do comboio e neste caso assume o valor de 26,4 m. O comboio utilizado nesta investigação foi o ICE2, pois trata-se de um comboio com o maior número de forças regularmente espaçadas e com massas não suspensas (rodas) relativamente elevadas, de 2 ton para as locomotivas.

Tabela 1.1 – Características das pontes analisadas com respeito aos efeitos das irregularidades.

Parâmetro	Ponte			
	1	2	3	4
L [m]	10	10	20	5
ξ [%]	1,0	1,0	1,0	3,5
L/δ_{LM71} (vão/deformação devido LM71)	1000	2000	1000	5750
f_1 [Hz]	6,50	9,11	3,49	28,4
Velocidades de ressonância $v=d \times f_1 \times 1/i$ [km/h]				
i=1	618	866	332	2699
i=2	309	433	166	1350
i=3	205	289	111	900

As Pontes 1 e 3, com 10 e 20 m de vão, são pontes que apresentam um comportamento crítico na situação de ressonância, tratam-se de pontes muito flexíveis, cujas primeiras frequências próprias de flexão se encontram abaixo do limite inferior da frequência natural a estabelecer em pontes ferroviárias (ver Figura 1.3). As Pontes 1 e 3, foram consideradas atendendo ao comportamento deste género de pontes, em vãos pequenos são detectados reduções dos efeitos dinâmicos devido à distribuição longitudinal das forças verticais e em vãos maiores os efeitos das irregularidades na via são desprezáveis.

De modo a investigar os efeitos das irregularidades da via em pontes de pequeno vão uma quarta ponte foi definida, Ponte 4. Nesta ponte a probabilidade da ocorrência de situações de ressonância é bastante diminuta, pois a primeira frequência é igual a 28,4 Hz. Trata-se de uma ponte bastante rígida conforme se pode constatar pelo valor da relação L/δ_{LM71} (ver Tabela 1.1 e Figura 1.3).

Admitiu-se nesta investigação, que as pontes de 10 e 20 m de vão, tinham um perfil normal de conservação, ao passo que a ponte de 5 m de vão possuía um perfil em bom estado de conservação. Relativamente ao amortecimento considerado, para as pontes de 10 e 20 m de vão, o valor de 1% foi considerado, para a ponte de 5 m de vão, foi estabelecido o valor de 3.5%, pois considerou-se que o valor de 1% seria irrealista para este tipo de ponte.

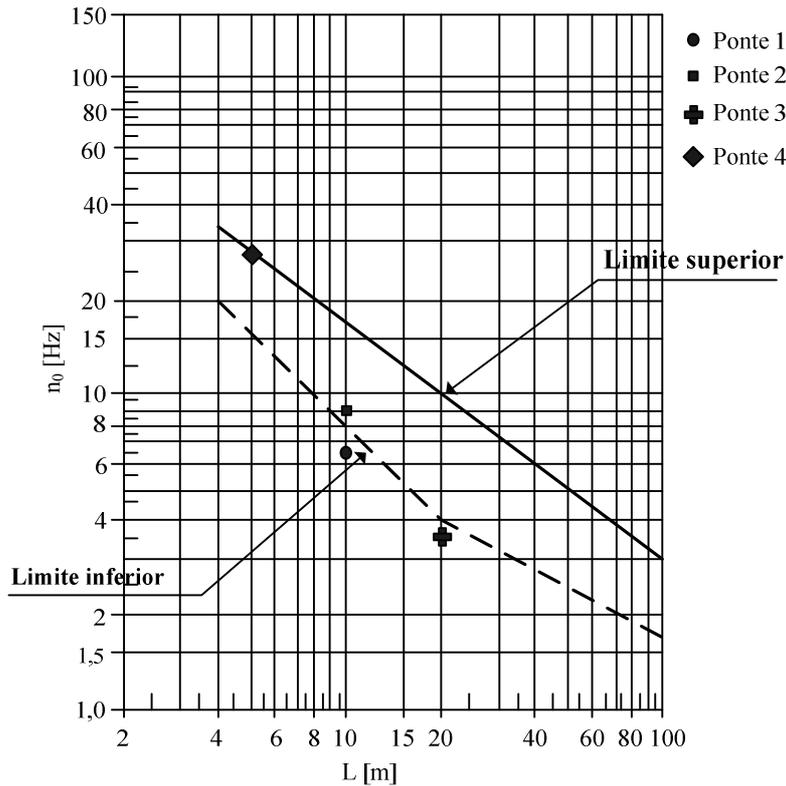


Figura 1.3 – Limites da frequência natural da ponte n_0 [Hz] como função do vão L [m], adaptado de [EN1991-2, 2003].

Foram determinados coeficientes de cálculo $\varphi''_{cal.}$, em termos de deslocamentos e acelerações, nomeadamente a seguinte expressão:

$$\varphi''_{cal.} = \frac{\delta_{m\acute{a}x,irre.}}{\delta_{m\acute{a}x}} - 1 \quad (1.7)$$

onde $\delta_{m\acute{a}x,irre.}$ representa a resposta máxima a meio vão da ponte considerando as irregularidades da via férrea e $\delta_{m\acute{a}x}$ a resposta máxima da ponte a meio vão sem a consideração da irregularidade.

Os resultados obtidos nas pontes analisadas determinaram que, quando são usados os deslocamentos para comparação, os valores de $\varphi''_{cal.}$ são inferiores ou muito próximos dos valores dados por φ'' , portanto o recurso a φ'' é favorável. Realçando-se os resultados obtidos na ponte de 5 m de vão, em que o valor calculado para a maior velocidade de circulação considerada foi de $\varphi''_{cal.}=0,23$, muito menor que o valor previsto pela ficha [UIC 776-1R, 1979], $\varphi''=0,80$. Esta diferença é justificada pela

utilização de um modelo dinâmico da via férrea que tem em conta as características de rigidez e de amortecimento dos vários elementos que a compõem. Ainda assim, esta diferença torna-se desprezável tomando o critério de manutenção cuidada do pavimento, ou seja $0,5\varphi''$.

Os resultados obtidos nas pontes recorrendo às acelerações demonstraram que para as diferentes velocidades de circulação dos veículos a consideração da irregularidade na via determina valores superiores para $\varphi''_{\text{acel,cal}}$. Constata-se que os valores de $\varphi''_{\text{acel,cal}}$ nem sempre são inferiores aos previstos para φ'' , nomeadamente para baixas velocidades de circulação, distantes da velocidade de ressonância, os valores calculados de $\varphi''_{\text{acel,ca.}}$ são superiores aos dados por φ'' e para as velocidades de circulação próximas da velocidade de ressonância os valores de $\varphi''_{\text{acel,ca.}}$ aproximam-se aos valores de φ'' .

Em termos de verificação da segurança esta diferença de valores é atenuada na medida em que para o varrimento de velocidades em que é feita a análise, o comportamento do coeficiente φ' compensa o de φ'' pois o cálculo do coeficiente de amplificação é dado por $\varphi = \varphi' + \varphi''$.

Obtidos estes resultados, o relatório [ERRI D214/RP5,1999], salienta que esta investigação teve como objectivo o estudo do comportamento de pontes sujeitas à passagem do comboio com diferentes velocidades admitindo apenas uma irregularidade sinusoidal na via a meio vão da ponte a fim de simular a má compactação do balastro. São recomendadas outras análises de modo a determinar o efeito das irregularidades em estruturas flexíveis e ou rígidas cujos valores das frequências próprias se encontrem sobre os limites das frequências indicados pela ficha [UIC 776-1R, 1979], Figura 1.3, concretamente em pontes de pequeno vão e cujos resultados numéricos possam ser comparados com resultados obtidos por via experimental.

O relatório 3 da Comissão de Especialistas D214, é dedicado à investigação do coeficiente de amortecimento a adoptar nos cálculos dinâmicos das pontes ferroviárias. Com o intuito de determinar correlações entre os parâmetros estruturais e os valores medidos do amortecimento, foram efectuadas várias medições *in situ* em diferentes pontes. Apesar de nesta investigação terem sido obtidos resultados divergentes, foi

possível concluir que seria apropriado dividir as pontes pelo material constituinte e de acordo com esta classificação, identificava-se alguma correlação entre o amortecimento e o comprimento do vão. A Figura 1.4 traduz esta conclusão, aos menores vãos estão associados os maiores coeficientes de amortecimento.

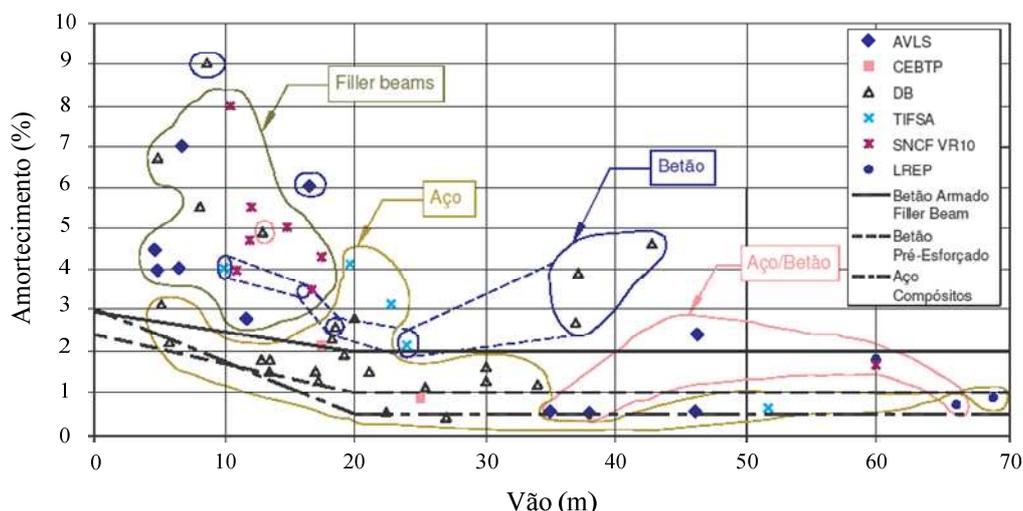


Figura 1.4 – Amortecimento em função do vão, adaptada de [ERRI D214/RP9, 1999].

Sabendo-se que o valor do amortecimento influencia os valores obtidos na estrutura, na situação de ressonância, nomeadamente quanto menor o amortecimento maiores os efeitos dinâmicos, é importante que baixos valores de amortecimento sejam usados de modo a assegurar estimativas seguras das respostas máximas da estrutura quando sujeita a situações de ressonância. Atendendo a este facto, e devido à dispersão dos valores obtidos, esta investigação adoptou expressões para os valores mínimos de amortecimento a tomar quando no dimensionamento das estruturas, traçadas na Figura 1.4, tendo em conta apenas o material constituinte e o comprimento do vão.

Esta investigação ainda salienta que face aos resultados derivados das medições *in situ* o mecanismo de amortecimento é bastante complexo, pois para baixas amplitudes de vibração, o amortecimento é idêntico ao amortecimento do material da estrutura, mas para grandes amplitudes de vibração observa-se um incremento do amortecimento; este facto é justificado neste relatório, pelo aumento da fricção nos mecanismos de apoio e juntas da ponte, bem como, no balastro que constitui a via férrea. Deste modo, nas estruturas em que se pretende determinar este coeficiente, é recomendado efectuar várias medições recorrendo à passagem de diferentes comboios.

A par do desenvolvimento de sofisticados métodos numéricos para a análise dos efeitos da interação entre o comboio e a ponte, foram também desenvolvidos métodos simplificados e empíricos, conforme são apresentados no relatório 9 da *Comissão de Especialistas D214* [ERRI D214/RP9, 1999]. Relativamente aos métodos simplificados, designados por: método da Decomposição da Excitação na Ressonância (*DER*) e método da Linha de Influência Virtual ou Residual (*LIV* ou *LIR*), possibilitam a determinação do comportamento dinâmico de pontes simplesmente apoiadas, onde os efeitos da torção podem ser desprezados, em que a integração passo a passo não é utilizada. Estes métodos permitem o cálculo dos deslocamentos máximos e acelerações máximas, com precisão suficiente junto da ressonância da ponte e fora dessas zonas com algumas modificações.

O método *DER* baseia-se na consideração do comboio como um conjunto de forças pontuais móveis a velocidades constantes, regularmente espaçadas e em que a resposta dinâmica da ponte pode ser determinada apenas com o contributo do seu primeiro modo de vibração. A resposta da ponte à excitação, correspondente à passagem do comboio sobre a ponte, pode ser escrita segundo uma série de Fourier e desta, apenas é tomado o termo da série correspondente à ressonância, designado pelo termo da ressonância. Desta forma, o cálculo da resposta em termos de acelerações é conseguida com o produto de duas funções: em que a primeira função depende das características da ponte e a segunda função, designada por “*train signature*” depende das características do comboio, nomeadamente das distâncias entre eixos e do valor das forças por eixo. A função espectro do comboio pode ser analisada como a medida da “agressividade dinâmica do comboio” sobre a ponte.

As bases do método *LIR* assentam na análise das vibrações livres numa ponte simplesmente apoiada resultantes da passagem de uma força isolada a velocidade constante e que a resposta máxima da ponte, quando sujeita à passagem da força isolada, ocorre no instante em que a força sai da ponte. Ao admitir a passagem de um conjunto de forças espaçadas de um comprimento qualquer, ou seja um comboio, a resposta total da ponte pode ser determinada recorrendo à sobreposição de cada uma das respostas individuais das forças quando estas saem da ponte, espaçadas da relação entre o espaçamento entre eixos e a velocidade de circulação do comboio sobre a ponte.

Portanto, estes métodos simplificados assentam em diferentes resoluções analíticas de determinação das vibrações que ocorrem em pontes simplesmente apoiadas quando sujeitas à passagem de sucessivas forças rolantes. Por conseguinte, estes métodos não têm em conta os efeitos da interacção entre o comboio e a ponte.

Tabela 1.2 – Características das pontes de referência utilizadas no método das curvas de dimensionamento [ERRI D214/RP9, 1999].

L [m]	\bar{m}_{ref} [kg/m]	f_{ref} [Hz]	EI [kN·m ²]	δ_{LM71} [mm]
5,0	7	16	453919	2,90
7,5	9	12	1661921	3,89
10,0	10	8	2593823	7,33
12,5	13	7	6302893	6,86
15,0	15	5	7694081	11,00
17,5	18	5	17105080	8,73
20,0	20	4	20750590	11,79
25,0	20	4	50660592	11,09
30,0	25	3	73863180	15,07
40,0	30	3	280132900	11,81

Outro método simplificado é o método baseado nas curvas de dimensionamento. Este método permite calcular a aceleração máxima e o deslocamento máximo a meio vão, de uma ponte simplesmente apoiada com um vão de comprimento L , massa por unidade de comprimento \bar{m} , coeficiente de amortecimento ζ e frequência natural f_l , tendo em conta a aceleração máxima e o deslocamento máximo que ocorre numa outra ponte, designada por estrutura de referência, que possui o mesmo vão e o mesmo amortecimento mas com massa e frequência natural diferentes e designadas respectivamente por \bar{m}_{ref} e f_{ref} . As características destas pontes estão apresentadas na Tabela 1.2.

Para o traçado destas curvas, foram considerados quatro comboios reais, nomeadamente o ICE2, o Thalys, o Eurostar e o ETR-500Y e quatro coeficientes de amortecimento diferentes, $\zeta=0,5\%$, 1%, 2% e 4%. Cada uma das curvas representa os deslocamentos, acelerações e o factor dinâmico a meio vão, das designadas estruturas de referência, versus o comprimento de onda da excitação (velocidade do comboio/frequência natural da estrutura), [ERRI D214/RP9, 1999].

No relatório 8, [ERRI D214/RP8, 1999], estão apresentados os resultados de várias medições efectuadas em pontes ferroviárias. Estas medições foram realizadas de modo a constituírem informação sobre o comportamento dinâmico das pontes ferroviárias quando solicitadas pela passagem dos comboios e assim, comparar e validar, os resultados obtidos da aplicação das diferentes técnicas teóricas nos modelos numéricos das estruturas ensaiadas. Devido ao limitado número de resultados obtidos nos ensaios conduzidos por esta Comissão, outros resultados de ensaios levados a cabo pela *SNCF* foram também aqui incluídos.

De modo a obter resultados de interpretação fiável, as estruturas medidas correspondem a pontes simplesmente apoiadas, cujos vãos variam entre os 10 e os 40 *m*. Por outro lado, devido aos efeitos indesejáveis que podem ocorrer nas pontes quando sujeitas à situação de ressonância, as medições levadas a cabo não contemplaram esta situação. Este relatório, [ERRI D214/RP8, 1999], salienta que apesar das dificuldades inerentes à interpretação dos resultados obtidos das medições, estas permitiram concluir que:

- as pontes quando sujeitas à passagens dos comboios são excitadas em várias frequências, para além da frequência própria fundamental da estrutura;
- a aplicação de filtros tem efeitos significativos nos resultados das medições, de modo que a aplicação destes deve ser efectuada atendendo às frequências que contribuem para as respostas das estruturas a medir;
- para pontes de pequeno vão, os efeitos da rigidez nos apoios, os efeitos da pressão do solo nos encontros da ponte, a continuidade da via férrea sobre os apoios da ponte e o comportamento do balastro, influenciam o seu comportamento dinâmico;
- os apoios enviesados da ponte influenciam de igual modo o comportamento dinâmico.

Quanto à comparação dos resultados obtidos por aplicação dos vários métodos de cálculo do comportamento dinâmico das pontes, nomeadamente forças rolantes e a interacção entre o comboio e a ponte, os resultados evidenciaram que as pontes de pequeno ou médio vão, quando solicitadas pela passagem dos comboios na situação da

ressonância, atingiam valores de aceleração vertical bastante elevados, muito superiores aos referidos para a estabilidade do balastro. Por outro lado a consideração da interacção entre o comboio e a ponte, determina deslocamentos e acelerações na ponte menores do que os determinados com a aplicação das forças rolantes.

Como conclusões, é evidenciada a necessidade de efectuar medições em pontes ferroviárias de modo que métodos e pressupostos teóricos sejam confirmados. Estas medições devem envolver o registo das acelerações das pontes quando sujeitas às passagens do comboios de alta velocidade e se possível junto das velocidades de ressonância.

Descritas as principais conclusões obtidas na investigação efectuada pela *Comissão de Especialistas D214* do *ERRI* passa-se em seguida à descrição das principais investigações desenvolvidas no domínio das vibrações em pontes ferroviárias, entre as quais as realizadas em Portugal.

[Barbero, 2001], analisou o comportamento dinâmico de alguns viadutos de médio vão existentes na rede ferroviária espanhola de alta velocidade. De um modo abreviado refira-se que este autor estudou os efeitos dinâmicos produzidos pelos comboios regulares, do tipo do comboio espanhol de alta velocidade Talgo AV, propondo gráficos de agressividade dinâmica para este tipo de comboios, tendo em conta a interoperabilidade das redes ferroviárias. Aplicou de um modo pormenorizado diferentes métodos de análise do comportamento dinâmico das pontes ferroviárias, o método da Decomposição da Excitação em Ressonância (*DER*) e o método da linha da Linha de Influência Residual (*LIR*). Desenvolveu um estudo paramétrico com as estruturas de referência de modo a analisar a influência dos diferentes métodos de cálculo da resposta da ponte e dos diversos parâmetros caracterizadores da ponte e dos comboios. Realçando esta análise, este autor demonstrou que a aplicação da interacção entre o comboio e a ponte pode apresentar valores para os deslocamentos e acelerações máximos na ponte bastante inferiores aos obtidos com a aplicação das forças rolantes, sendo esta diferença superior para pontes de pequeno vão. Também verifica que a resposta das pontes diminui para valores crescentes do comprimento do vão e do amortecimento da ponte.

A investigação no domínio das vibrações de pontes ferroviárias sujeitas ao tráfego de alta velocidade é iniciada em Portugal com os trabalhos desenvolvidos por [Cruz, 1994] nos seus trabalhos de mestrado. Este estudo permitiu o desenvolvimento de ferramentas numéricas para a análise dinâmica de pontes tendo em conta a interacção entre o veículo e a ponte e posteriores aplicações neste domínio, [Calçada, 1995].

A investigação desenvolvida por [Calçada, 1995] evidencia os efeitos dinâmicos em pontes resultantes da passagem de comboios de alta velocidade, tendo em conta critérios que visam a segurança estrutural, a segurança da circulação e o conforto dos passageiros. Numa primeira aplicação é analisada uma ponte de betão armado pré-esforçado, simplesmente apoiada de 30 *m* de vão, sujeita à passagem de um comboio. Numa segunda aplicação são analisados os efeitos dinâmicos na zona de transição entre o aterro e a ponte, tendo em conta a segurança da circulação, nomeadamente a estabilidade do contacto entre a roda e o carril. Para a realização desta investigação, o autor desenvolve um programa de cálculo automático, inicialmente elaborado por [Cruz, 1994], que permite ter em conta a interacção entre o veículo e a ponte. O modelo de veículo adoptado considera a caixa da carruagem como corpo rígido, entra em conta com as características das suspensões primárias e secundárias do veículo, simula os *bogies* como corpos rígidos, as rodas e a ligação entre a roda e o carril, recorrendo a uma mola de comportamento elástico.

A investigação de [Jordão, 1999] enquadra-se num estudo de reabilitação de uma ponte ferroviária, Viaduto do Corge, existente no troço que liga Guarda à Covilhã ao *km* 168,612, em que se avalia os efeitos da aplicação de um dispositivo de controlo activo no comportamento dinâmico da ponte. Recorrendo ao software LUSAS este estudo apresenta a formulação de um processo numérico para o estudo dinâmico da ponte tendo em conta a interacção do sistema comboio/ponte. Um ensaio estático é efectuado à ponte de modo a calibrar o modelo numérico da ponte utilizado na investigação. Nesta investigação é apresentada, de um modo bastante pormenorizado, a história da evolução da rede ferroviária em Portugal bem como, uma análise da tipologia das pontes ferroviárias existentes na rede ferroviária portuguesa à data em que a investigação foi efectuada.

A investigação apresentada por [Diogo, 2004] vem dar continuidade aos trabalhos desenvolvidos por [Calçada, 1995] neste domínio. Com o desenvolvimento que a investigação sobre a determinação dos efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias quando sujeitas a velocidades superiores a 200 *km/h* teve durante os finais da década de 90, impulsionados pelos trabalhos da Comissão de Especialista *D214* do *ERRI*, cujos resultados se evidenciam na actual regulamentação e investigações europeia, este autor desenvolve um trabalho em que procura aplicar as principais conclusões e metodologias de análise de pontes ferroviárias, definidas em [ERRI D214/RP9, 1999]. Deste modo, efectua uma revisão das metodologias simplificadas na análise das pontes ferroviárias, recorrendo aos métodos *DER* e *LIR* e a um algoritmo de integração passo a passo com uma aplicação a uma ponte simplesmente apoiada de 15 *m* de vão. Apresenta as diversas metodologias de análise à fadiga, preconizadas pela regulamentação europeia e efectua a implementação do algoritmo do método da gota de água para a contagem dos ciclos de tensão numa ponte metálica.

Em [Marques, 2005] apresenta-se o estudo do comportamento dinâmico da ponte metálica de Trezói quando sujeita a acções decorrentes do tráfego ferroviário. É desenvolvida uma modelação tridimensional da ponte com elementos finitos para a avaliação dos seus parâmetros modais. A ponte é sujeita a um ensaio dinâmico de medição das vibrações, utilizando a excitação ambiental para validar o modelo numérico da ponte. A modelação da resposta tem em conta a interacção do sistema veículo/ponte e é efectuada utilizando o programa de cálculo *SOLVIA*, o que permite proceder à análise da influência que este tipo de metodologia tem sobre a determinação dos esforços, deslocamentos, e das acelerações na resposta da ponte e do veículo.

Nos últimos anos alguns investigadores têm considerado a via férrea implementada sobre a ponte analisando o sistema veículo/via férrea/ponte e recentemente o sistema via férrea/ponte. Estas metodologias de análise têm tido diferentes objectivos pois os que utilizam o sistema veículo/via férrea/ponte pretendem determinar a influência de cada um dos destes subsistemas na resposta dinâmica da ponte, na dos elementos que compõem a plataforma férrea e na dos veículos circulantes. Por outro lado, os que utilizam o sistema via férrea/ponte pretendem aferir os parâmetros dinâmicos da ponte

obtidos em ensaios dinâmicos em que a consideração da via férrea sobre a ponte determina a alteração da rigidez da ponte.

Definindo o sistema veículo/via férrea/ponte de modo a ter em conta a interacção entre o veículo, a via férrea e a ponte, [Cheng *et al.*, 2001] analisa o comportamento dinâmico da via férrea e de uma ponte simplesmente apoiada com 20 m de vão que a suporta. O estudo é bidimensional e no domínio do tempo, as forças de contacto entre o carril (ou a ponte) e o veículo são o meio definido para determinar a interacção entre os diferentes subsistemas. Para a simulação do comboio é utilizado uma série de modelos simplificados de dois graus de liberdade, com a massa suspensa e a massa não suspensa, que circulam sobre a ponte a velocidade constante. O carril e a ponte são modelados recorrendo a elementos de vigas atendendo à teoria de Bernoulli-Euler. As características de elasticidade e de amortecimento do balastro são simuladas recorrendo a uma série de molas e amortecedores dispostos em paralelo. O método utilizado para a integração do sistema de equações de equilíbrio é o método de Newmark (Regra Trapezoidal).

Um varrimento em velocidades é efectuado e são retirados os valores máximos a meio vão da ponte e no carril, nas secções sobre o meio vão e apoios da ponte. As conclusões deste estudo determinam que: a consideração do modelo dinâmico da via férrea sobre a ponte não interfere nos valores máximos obtidos na ponte, nomeadamente nos deslocamentos e momentos flectores a meio vão; por outro lado a consideração da ponte como apoio da via férrea influencia consideravelmente o comportamento da via férrea.

Em [Museros *et al.*, 2002] é apresentada uma investigação sobre os efeitos que influenciam o comportamento dinâmico de pontes de pequeno vão. Os efeitos analisados são: a interacção entre o comboio e a ponte, ou seja a modelação do sistema veículo/ponte e a distribuição longitudinal das forças verticais, exercidas pelos comboios, na via férrea. As forças relativas aos eixos dos veículos foram consideradas distribuídas de um modo uniforme, numa extensão de cerca de 1 m, na direcção longitudinal da ponte, atendendo ao esquema indicado nas normas, [EN1991-2, 2003]. Uma altura de 25 cm de balastro foi considerada sobre a ponte. As pontes analisadas nesta investigação, correspondem às estruturas de referência cujos vãos variam entre os 5 os 10 m de comprimento e o coeficiente de amortecimento utilizado foi de $\zeta=1\%$.

Cinco comboios europeus de alta velocidade foram considerados, nomeadamente Talgo, Thalys, ICE2, ETR-Y e o Eurostar.

A aceleração vertical a meio vão da ponte foi a variável analisada neste estudo paramétrico. Verificou-se que os efeitos da distribuição longitudinal das forças dos eixos eram desprezáveis na ponte de 10 m de vão, pelo contrário na ponte de 5 m verificou-se que estes efeitos conduziam a uma redução significativa das acelerações, principalmente nas velocidades baixas de circulação. O estudo paramétrico realizado nestas pontes permitiu concluir que quanto menor o comprimento da onda da excitação, ou seja quanto menor a velocidade do comboio e maior a frequência natural da ponte, maiores reduções na acelerações da ponte se verificam. Contrariamente, pontes com reduzidas frequências próprias e sujeitas à passagem de comboios com velocidades elevadas a redução é desprezável ou inexistente. Complementarmente a consideração do cálculo recorrendo à interação entre o comboio e a ponte, em diversas pontes de 10 m de vão, revelou reduções consideráveis nos deslocamentos e acelerações máximas na ponte.

Em [Yang *et al.*, 2004a], no extenso estudo que apresenta sobre o efeito da interação nas pontes de alta velocidade, é utilizado o sistema veículo/ponte bem como o sistema veículo/via férrea/ponte. De realçar que estes autores em cada problema que abordam iniciam por apresentar uma descrição exhaustiva do método que utilizam na resolução numérica da interação dos vários subsistemas e a respectiva validação recorrendo a problemas simples.

Um dos estudos paramétricos apresentados, retirado de [Yau *et al.*, 1999], faz a comparação do comportamento dinâmico de duas pontes diferentes sujeitas a dois modelos distintos de veículos circulantes. Uma ponte trata-se de uma viga simplesmente apoiada de 30 m de vão e a outra ponte uma viga contínua de 3 tramos, 25, 40 e 25 m. Quanto aos modelos dos veículos, utilizam o modelo das forças rolantes e o modelo simplificado, de dois graus de liberdade, de massas suspensas. Os resultados do estudo são apresentados em termos de factor de impacto, do deslocamento a meio vão, para a ponte e de acelerações para os veículos, versus parâmetro adimensional de velocidade, S (definido como a relação entre a frequência de excitação imposta pelo veículo que circula e a frequência natural da estrutura).

O factor de impacto do deslocamento a meio vão da ponte, é determinado para as diferentes estruturas, concluindo-se que o modelo das forças rolantes conduz a factores de impacto superiores aos obtidos com o modelo da massas suspensas, sendo esta diferença superior na ponte simplesmente apoiada. O factor de impacto é bastante maior na ponte simplesmente apoiada do que na ponte contínua.

A existência das irregularidades na via férrea não influencia a resposta das pontes em termos de factor de impacto, contudo esta conclusão não é aplicável ao veículo circulante, pois a consideração das irregularidades provocam o aumento das acelerações nas massas suspensas. Outro comportamento das massas suspensas a realçar, quando se considera as irregularidades na via, é a ocorrência de ressonância no veículo, quando a velocidade de circulação do veículo é igual ao produto do comprimento de onda das irregularidades pela frequência de vibração do balastro. Deste facto pode-se concluir que, para um determinado valor de irregularidades, o fenómeno de ressonância nos veículos está directamente relacionado com a rigidez do balastro.

Relativamente ao efeito da rigidez do balastro da via férrea na ponte, embora seja de pouca relevância as diferenças obtidas, é possível concluir que quanto menor for a rigidez do balastro, menor é o factor de impacto da resposta das pontes junto das respectivas velocidades de ressonância; nas restantes velocidades a diferença é desprezável. Nos veículos circulantes observa-se que a resposta das massas suspensas é superior para menor rigidez do balastro nas velocidade superiores de circulação dos veículos.

A influência do valor da rigidez das suspensões dos veículos também é analisada na resposta da ponte e dos veículos circulantes. Do estudo efectuado concluí-se que a rigidez das suspensões não influencia os valores máximos obtidos na resposta da ponte. Tal comportamento não se passa para os veículos circulantes, pois as suas respostas revelam-se sensíveis ao valor de rigidez que a suspensão tem. Constata-se que, quanto mais rígidas forem as suspensões dos veículos, maiores são os valores das acelerações verticais obtidas nas massas suspensas quando estas circulam a velocidades elevadas; por outro lado, para velocidades reduzidas de circulação, observa-se que as suspensões menos rígidas provocam os efeitos mais desfavoráveis.

O aumento do valor do amortecimento das suspensões dos veículos circulantes leva a uma ligeira redução dos valores do factor de impacto das pontes e corresponde a um incremento acentuado nas acelerações dos veículos quando estes circulam a velocidades elevadas. Para velocidades reduzidas de circulação os menores amortecimentos nas suspensões levam aos valores mais desfavoráveis nos veículos.

Um outro estudo paramétrico é efectuado para comparar a influência da utilização de dois modelos simplificados: o de massas suspensas, e o modelo em que os eixos dos veículos são unidos por uma barra rígida a fim de simular a caixa do veículo e a rotação desta no plano. A ponte utilizada é uma viga simplesmente apoiada de 30 m de vão sujeita à passagem de um comboio constituído por 5 carruagens. Na resposta da ponte, em termos de factor de impacto, não se observa diferença na utilização dos dois modelos de veículos. No entanto para a resposta dos veículos tal já não se passa, ou seja, o modelo utilizado com a caixa do veículo evidência maiores acelerações que o modelo de massas suspensas. Este estudo permite concluir que quando o objectivo é a análise do conforto dos passageiros o modelo simplificado mais adequado é o que tem em conta a rotação e o deslocamento vertical da caixa do veículo. O modelo simplificado de massas suspensas é adequado para dar uma indicação do grau de conforto dos passageiros quando o comboio circula sobre a ponte.

Estes autores apresentam ainda um estudo em que várias pontes simplesmente apoiadas com as mesmas características, geométricas e mecânicas, são colocadas em série e sujeitas à passagem de um comboio com 10 veículos. Recorrendo a diferentes velocidades de circulação, são analisadas: a resposta a meio vão de uma das pontes, em termos de deslocamentos e acelerações; a resposta dos veículos e o grau de conforto dos passageiros, tendo em conta a existência das irregularidades na via.

A resposta dos veículos no domínio do tempo é periódica pois é notória a passagem destes sobre as diversas pontes. As frequências dominantes na resposta são definidas pela velocidade de circulação do veículo e pelo comprimento do vão da ponte. A resposta do veículo é bastante amplificada quando este circula à velocidade crítica do sistema veículo/via férrea/ponte.

Por outro lado as respostas na ponte e no carril apresentam um carácter periódico por cada veículo que sobre eles circulam, e as frequências que dominam as respostas são definidas pela velocidade de circulação do comboio e pelo comprimento do veículo. Este estudo realça o facto da velocidade crítica do sistema veículo/via férrea/ponte ser ligeiramente inferior à velocidade crítica da ponte, motivado pelo facto da frequência do sistema veículo/via férrea/ponte ter em conta a massa do veículo.

A presença das irregularidades na via férrea afecta significativamente as vibrações nos veículos e conseqüentemente o conforto dos passageiros. Por último, recomendam a consideração da via férrea sobre a ponte, pois de outro modo, o factor de impacto na ponte pode ser subestimado e a vibrações nos veículos sobrestimadas.

[Lou, 2005] apresenta um estudo do comportamento dinâmico de uma ponte com 30 m de vão sujeita à passagem de um veículo. O modelo da via férrea balastrada é introduzido entre a ponte e o veículo. São determinados os deslocamentos e acelerações a meio vão da ponte, os deslocamentos, acelerações e rotações no centro de gravidade da caixa do veículo, bem como as forças de contacto entre o carril (ou ponte) e o veículo. Os carris e a ponte são modelados recorrendo ao elemento de viga, Bernoulli-Euler, para a simulação do balastro, molas e amortecedores ligados em paralelo são colocados em série entre a ponte e o carril. O veículo é modelado recorrendo a um sistema de 4 de graus de liberdade, com dois eixos sob a caixa do veículo. Os eixos do veículo são simulados através de uma mola e um amortecedor ligados em paralelo, a caixa do veículo, um corpo rígido, o deslocamento e a rotação no centro de gravidade são os deslocamentos admitidos. Para a integração do sistema de equações de equilíbrio do sistema analisado é utilizado o método de Wilson- θ , com $\theta=1,4$.

Este autor apresenta a evolução dos deslocamentos e acelerações a meio da ponte, quando sujeita à passagem do veículo o que permite observar que a introdução do modelo dinâmico da via férrea sobre a ponte não provoca alterações significativas na resposta da ponte. Na resposta do veículo constata-se que a consideração da via férrea influencia os deslocamentos, rotações e respectivas acelerações da caixa do veículo, bem como as forças de contacto entre as rodas e o respectivo apoio (ponte ou carril).

Considerando a existência de um perfil de irregularidades verticais sobre o carril, é possível averiguar, que os valores dos deslocamentos, rotações e respectivas acelerações obtidos no veículo, bem como as forças de contacto entre as rodas e o carril, apresentam alterações significativas. As variações que ocorrem na ponte não são significativas.

Por último, comparando a utilização do modelo simplificado de massas suspensas com o modelo simplificado em que se considera a caixa do veículo, observa-se que o tipo de modelo de veículo não influencia na resposta da ponte. No entanto, o recurso a estes dois modelos de veículo resulta em diferentes valores máximos de acelerações no veículo, superiores no modelo que simula a caixa do veículo, facto este que se tem de ter em conta quando se averigua o conforto dos passageiros. Embora este estudo só considere a passagem do veículo sobre a ponte para uma só velocidade e esta esteja longe da velocidade de ressonância da ponte, esta investigação torna-se interessante pelo sistema utilizado veículo/via férrea/ponte, no esquema numérico que utiliza para a integração das equações de equilíbrio, bem como, na averiguação da influência de parâmetros tais como as irregularidades na via e os modelos de veículos utilizados no comportamento dinâmico da ponte.

Como se referiu anteriormente a implementação da alta velocidade na Europa exige a construção de novas linhas bem como a análise das linhas existentes tendo em conta o incremento da velocidade de circulação. Neste contexto, atendendo à necessidade de aumentar a velocidade de circulação para 200 *km/h* na via férrea que une Berlim a Leipzig, a *Deutsche Bahn (DB)* promoveu a análise das pontes que servem a via de modo a averiguar a possibilidade de ocorrência de fenómenos de ressonância. O trabalho desenvolvido por [Zabel *et al.*, 2007] relata um caso de estudo a um viaduto de 25 *m* de vão em que nele foram efectuados dois ensaios dinâmicos, em diferentes condições climatéricas, no Verão e no Inverno, de modo a determinar os seus parâmetros dinâmicos, frequências e amortecimento. O viaduto é definido por dois tabuleiros gémeos dispostos lado a lado de secção transversal mista aço/betão, comumente designada por “*filler beam*”, onde os perfis metálicos são embebidos na laje de betão. A par do facto dos dois ensaios revelarem resultados com consideráveis diferenças, foi possível concluir que os dois tabuleiros da ponte funcionavam em

conjunto, esta interacção justificou-se com a continuidade da camada de balastro existente entre as duas vias férreas assentes sobre o viaduto.

O estudo permitiu concluir que a existência do balastro sobre os dois tabuleiros contribui para o aumento da rigidez à flexão do viaduto e que os valores dos parâmetros dinâmicos, frequências próprias e amortecimentos, são bastante influenciados pelas condições climáticas. Por último o modelo numérico desenvolvido para o viaduto a fim de aferir os resultados obtidos nos ensaios é um modelo bastante complexo na medida que tem em conta as propriedades de rigidez e de massa dos elementos que constituem a via férrea, carris, travessas e balastro. Um modelo tridimensional do viaduto foi desenvolvido onde a via férrea é definida com duas vigas que simulam os carris *UIC60*, assentes em vigas transversais, as travessas, que por sua vez assentam numa sucessão de molas verticais que simulam a ligação entre o balastro e o tabuleiro. As ligações entre os dois tabuleiros e os tabuleiros e seus apoios foram concretizadas por intermédio de uma sucessão de molas tridimensionais com rigidez segundo os deslocamentos nos três graus de liberdade e segundo as rotações de flexão e torção dos tabuleiros. Portanto neste caso de estudo a existência do balastro determina o incremento da rigidez de flexão dos tabuleiros e das suas ligações com os elementos que lhe são adjacentes. Os valores utilizados para as diferentes molas, para a densidade do balastro e para o módulo de elasticidade da secção transversal foram obtidos com o recurso a algoritmo de optimização estabelecido num software.

[Chellini e Salvatore, 2007] apresenta um estudo relativo ao comportamento dinâmico de uma ponte simplesmente apoiada mista aço betão de médio vão, 33,7 m, construída na via férrea de alta velocidade italiana que une Torino a Milão. Esta ponte é uma das onze que define o viaduto Elvo. Devido à sua baixa massa e reduzidos amortecimentos seria espectável a ocorrência de excessivas acelerações quando na passagem de comboios, a velocidade máxima de projecto é de 350 km/h. Ensaio dinâmico foram realizados na ponte e detectaram-se frequências próprias superiores às fixadas no dimensionamento bem como valores de amortecimento superiores aos esperados neste tipo de estruturas, cerca de 5% para o primeiro modo.

De modo a aumentar a rigidez da ponte, este autores consideraram um incremento dos valores das propriedades dos materiais (incluindo as do balastro) e implementaram

molas longitudinais e transversais, na altura da via férrea, simulando a continuidade do balastro entre os tabuleiros das pontes e das duas plataformas ferroviárias existentes sobre o tabuleiro, respectivamente. A rigidez dos dois carris também foi considerada no modelo numérico. Por intermédio de um algoritmo de optimização procedeu-se a um estudo de sensibilidade da variação dos seguintes parâmetros: módulo de elasticidade do betão, módulo de elasticidade do balastro, da rigidez de diferentes molas consideradas segundo a direcção longitudinal e transversal e do valor das secções transversais, intermédia e extrema, da ponte.

1.3. SÍNTESE

A construção nos próximos anos da rede ferroviária de alta velocidade em Portugal está inserida numa política de investimento iniciada à cerca de três décadas na Europa Central. De acordo com a *UIC* será possível nos próximos doze anos poder viajar em toda a Europa numa rede ferroviária de alta velocidade, de Lisboa a Moscovo de Edimburgo a Régio Calábria.

A implementação da rede ferroviária de alta velocidade na Europa e na Ásia tem proporcionado o desenvolvimento da investigação nas várias áreas que servem este meio de transporte. O estudo dos efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias é uma das áreas da Engenharia Ferroviária que nos últimos anos tem registado grandes desenvolvimentos, conforme se pode observar nos estudos efectuados por diversos investigadores e Instituições ferroviárias, designadamente pela *Comissão de Especialistas D214*.

A utilização do cálculo automático tem permitido analisar o comportamento dinâmico das pontes ferroviárias e simular a passagem do comboio sobre a ponte, com uma grande complexidade. Atendendo ao estado de arte, muitos investigadores têm desenvolvido ferramentas de cálculo a fim de uma melhor compreensão dos efeitos introduzidos nas infra-estruturas pela passagem, a altas velocidades, de longos comboios. Diferentes metodologias de aplicação da acção do comboio são utilizadas, as forças rolantes ou à interacção entre o comboio e a ponte, conforme se pretenda um estudo mais ou menos exaustivo do comportamento dinâmico dos elementos intervenientes no sistema veículo/ponte ou do sistema veículo/via férrea/ponte.

Devido ao comportamento dinâmico que as pontes ferroviárias possuem quando em condições de serviço, especialmente as de pequeno médio vão, nos últimos anos o recurso a ensaios *in situ* tem-se mostrado como um complemento a uma melhor compreensão do comportamento destas infra-estruturas bem como dos elementos/materiais que sobre ela se apoiam.

1.4. OBJECTIVOS

Os trabalhos realizados, referidos na secção anterior, demonstram que estes conduziram essencialmente ao desenvolvimento e/ou implementação de metodologias e ferramentas numéricas para a determinação de estimativas da resposta de pontes ferroviárias, tendo em conta ou não os efeitos da interacção entre a ponte e o veículo e deste modo verificar a segurança destas nos vários critérios que as normas recomendam.

O desenvolvimento do presente trabalho teve como principal objectivo ir ao encontro das recomendações propostas nos vários relatórios da Comissão de Especialistas *D214* do *ERRI*, nomeadamente a necessidade da realização e interpretação de ensaios experimentais e de medições em pontes ferroviárias em condições normais de serviço, a fim de confrontar e validar os resultados da aplicação das diferentes metodologias teóricas.

Pretendeu-se, também, retirar conclusões relativamente aos diversos parâmetros que condicionam o comportamento dinâmico das estruturas em serviço, como é o caso do amortecimento estrutural e da rigidez da estrutura e, em especial, da via balastrada.

Assim, o trabalho de investigação desenvolvido vem no seguimento de uma campanha de medições levada a cabo pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Coimbra em vários viadutos ferroviários de pequeno e médio vão. Estas medições para além da identificação dos parâmetros modais das estruturas, frequências próprias e amortecimentos, permitiram a obtenção de histórias de aceleração verticais nos tabuleiros das pontes quando sujeitos à passagem de diferentes tipos de composições.

A partir dos resultados das medições foi possível fazer uma caracterização modal dos viadutos. Esta caracterização permitiu a aferição de modelos numéricos de elementos

finitos os quais foram ainda validados pela comparação com as respostas de aceleração obtidas nas medições durante a passagem dos diversos veículos.

A aplicação das principais metodologias para a análise dinâmica de pontes ferroviárias também constituiu um objectivo da presente tese. A modelação numérica das diferentes pontes foi efectuada recorrendo a dois softwares comerciais, RM2004 e ADINA. Deste modo, obrigou nestes softwares, à implementação e validação das diferentes metodologias utilizadas para o cálculo da resposta da ponte, nomeadamente a modelação da acção por recurso a forças rolantes e à interacção entre a ponte e os veículos sobre ela circulantes. Por outro lado, foram também implementadas em folha de cálculo metodologias simplificadas para o cálculo da resposta de pontes simplesmente apoiadas baseadas no método da Decomposição da Excitação em Ressonância e do método da Linha de Influência Residual ou Virtual.

Com base nos modelos numéricos desenvolvidos procurou-se também aferir a influência das irregularidades da via no comportamento dinâmico dos viadutos. Este parâmetro é indicado pela *Comissão de Especialistas D214* do *ERRI* como ainda carecendo de investigação quando se trata de pontes ferroviárias de pequeno ou médio vão.

1.5. ORGANIZAÇÃO DA TESE

Atendendo aos objectivos pretendidos na execução da presente tese, julgou-se conveniente organizar o texto em duas partes e recorrer a oito capítulos para a disposição da investigação realizada.

Na primeira parte são expostas as bases para a investigação desenvolvida, nomeadamente os conceitos e parâmetros associados aos efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias, bem como a explanação das diferentes metodologias de cálculo existentes para a análise do comportamento dinâmico destas. A apresentação de diversos modelos a utilizar na modelação dos diferentes subsistemas que constituem a ponte ferroviária balastrada sujeita à passagem do comboio é também aqui efectuada. Nesta parte não é descurada a referência às normas europeias vigentes no dimensionamento de pontes ferroviárias.

Na segunda parte são expostos os resultados obtidos da componente numérica do trabalho. Ou seja, dadas as pontes ensaiadas, são descritos os modelos de elementos finitos desenvolvidos e apresentadas as análises efectuadas às estruturas. Tendo em conta que se considera o modelo de via férrea incluído no modelo estrutural da ponte, analisa-se o sistema veículo/via férrea/ponte e o sistema via férrea/ponte, portanto o efeito da via férrea sobre a estrutura tendo em conta a interacção entre a ponte e o veículo. É ainda analisado o desempenho das diferentes metodologias numéricas para obtenção da resposta da ponte, tais como método de sobreposição modal e integração directa com recurso a diferentes algoritmos de cálculo.

No Capítulo 1, é efectuado o enquadramento do tema da tese, são descritos os trabalhos mais representativos da investigação dos efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias e de uma forma mais exaustiva aqueles onde a implementação da via férrea sobre a ponte tem sido considerada. Complementa-se a revisão bibliográfica com a investigação que se tem efectuado a nível nacional. São apresentados os objectivos propostos a alcançar na tese bem como a explanação da constituição da tese.

Considerou-se pertinente apresentar neste trabalho um capítulo onde se encontrem os vários parâmetros intervenientes no fenómeno da ressonância que pode ocorrer em pontes ferroviárias, de pequeno médio vão, quando a velocidade dos comboios é superior a 200 *km/h*. Desta forma, no Capítulo 2 o fenómeno de ressonância e o de supressão são analisados indicando-se os parâmetros responsáveis pelas suas ocorrências. Descrevem-se os parâmetros que caracterizam a ponte, nomeadamente a tipologia, o amortecimento, a massa e a rigidez e, de modo a evidenciar a forma como as variações destes parâmetros podem afectar as vibrações da ponte efectua-se um estudo paramétrico. Os comboios são apresentados, nomeadamente os diferentes comboios reais de alta velocidade existentes na Europa, as suas características, e os modelos utilizados nas diferentes metodologias de cálculo. O factor de amplificação e o factor de impacto de pontes simplesmente apoiadas com grande sensibilidade às vibrações são também apresentados neste Capítulo 2.

Sendo um dos objectivos desta tese avaliar a contribuição que a via balastrada tem no comportamento dinâmico da ponte ferroviária, no Capítulo 3 é efectuada a caracterização deste sistema. Feita a descrição dos vários tipos de via e dos elementos

que as compõem, é apresentado um levantamento dos diferentes modelos dinâmicos de via férrea balastrada desenvolvidos em investigações anteriores. As irregularidades da via são descritas, seus tipos e metodologias de implementação na análise da resposta das pontes, entre as quais se destaca as estimativas de funções densidade espectrais de potência que caracterizam os processos estocásticos estacionários com base nos quais se podem modelar as irregularidades. Apresenta-se o modo como essas funções são utilizadas para se obterem os perfis verticais das irregularidades da via.

No Capítulo 4 são evidenciados os aspectos mais teóricos relacionados com as diversas metodologias utilizadas na análise dinâmica de pontes ferroviárias tendo ou não em conta a interacção entre o veículo e a ponte. Os métodos de integração passo a passo utilizados nas análises das respostas da ponte são descritos, os conceitos teóricos das suas formulações são explanados, justificando a sua adopção nos cálculos efectuados. Aspectos relacionados com o intervalo de tempo utilizado e com o amortecimento numérico do sistema dinâmico são também aqui referidos. A implementação das forças rolantes no software ADINA para a simulação da passagem dos vários comboios sobre a ponte é descrita e aferida. De igual modo o algoritmo de contacto utilizado para a análise do sistema veículo/ponte é descrito e efectuada a sua validação atendendo a vários exemplos existentes na bibliografia consultada. Relativamente às metodologias simplificadas, são descritos os métodos *DER* e *LIV* ou *LIR*, bem como o método dos diagramas de cálculo. Estes métodos simplificados, como já foi anteriormente referido, foram desenvolvidos atendendo a diversas hipóteses, entre as quais e como hipótese comum, serem aplicados apenas a pontes simplesmente apoiadas.

Estando expostas na Parte 1 as bases inerentes à análise das vibrações em pontes ferroviárias sujeitas à passagem de comboios de alta velocidade, o Capítulo 5 define o início da Parte 2, onde são apresentados os casos de estudos desenvolvidos.

O Capítulo 5 é assim dedicado à apresentação do modelo numérico caracterizador do comportamento dinâmico das várias pontes ferroviárias ensaiadas sem ter em conta o modelo dinâmico da via férrea balastrada. Conforme foi anteriormente referido, as medições efectuadas incidiram sobre pontes simplesmente apoiadas, de pequeno e médio vão, de betão pré-esforçado, constituídas por dois tabuleiros posicionados lado a lado de iguais geometrias e condições de apoio, servindo cada um deles a passagem de

comboios com sentidos opostos. Para cada ponte ensaiada efectua-se a sua apresentação, nomeadamente as suas características geométricas e os resultados obtidos dos ensaios experimentais, frequências próprias e os respectivos amortecimentos. Os modelos numéricos desenvolvidos envolveram inicialmente a utilização do software RM2004 e posteriormente, devido à necessidade de analisar a resposta da estrutura utilizando a interacção entre o veículo e a ponte, o software ADINA. A calibração do modelo numérico envolveu a aferição às frequências e amortecimentos medidos nos ensaios dinâmicos e a comparação entre as respostas medidas e calculadas, em termos de acelerações, quando as pontes se encontravam sujeitas à passagem de diferentes locomotivas e comboios tipo IC internacionais e nacionais a velocidades que variam entre os 90 *km/h* e os 160 *km/h*. Com o recurso a diferentes metodologias é apresentado o comportamento dinâmico de uma das pontes ferroviárias sob a acção do tráfego ferroviário de alta velocidade. Utilizando o modelo de forças rolantes é analisado o comportamento dinâmico da ponte por intermédio da aplicação do método de integração passo a passo – Wilson- θ , e dos métodos simplificados *DER* e *LIR*. Aplicando um modelo simplificado de dois graus de liberdade para o veículo circulante, é efectuada uma análise do comportamento dinâmico da ponte tendo em conta a interacção entre o veículo e ponte. Estas diferentes metodologias foram aplicadas ao modelo numérico caracterizador do comportamento dinâmico da ponte ensaiada e ao modelo numérico da ponte definido quando no seu projecto. Este procedimento teve como objectivo demonstrar as principais diferenças inerentes ao comportamento da ponte na situação de projecto e na situação de utilização.

O Capítulo 6 apresenta o modelo numérico caracterizador do comportamento dinâmico das várias pontes ferroviárias ensaiadas tendo em conta o modelo dinâmico da via férrea balastrada. Atendendo ao facto das pontes analisadas serem de médio vão, à partida diversos factores estão subjacentes nos seus comportamentos dinâmicos, entre os quais a influência da via férrea. Por conseguinte sobre o modelo numérico das pontes foi aplicado o modelo dinâmico da via férrea e comparadas as respostas numéricas da estrutura com as respostas experimentais. Esta calibração envolveu três modelos dinâmicos diferentes definidos por [Man, 2002], [Yang *et al.*, 2004a] e [ERRI D214/RP5, 1999]. O comportamento dinâmico do sistema via férrea/ponte foi analisado tendo em conta a aplicação do modelo das forças rolantes, bem como o do sistema

veículo/via férrea/ponte recorrendo ao algoritmo de contacto desenvolvido no ADINA. Estes diferentes sistemas foram analisados utilizando o modelo da ponte definido quando em projecto, para de igual modo analisar as principais diferenças no comportamento da ponte com a utilização dos modelos dinâmicos de via férrea.

No Capítulo 7 analisa-se a influência de diversos tipos de irregularidades da via férrea no comportamento dinâmico de uma ponte simplesmente apoiada de médio vão. Para tal a modelação envolveu um modelo numérico bidimensional da ponte, via férrea e veículo, nomeadamente do comboio de alta velocidade ICE2 e o modelo dinâmico de via férrea utilizado nos estudos efectuados pela *Comissão de Especialistas D214* com igual objectivo, [ERRI D214/RP5, 1999]. Foram considerados neste estudo dois tipos de irregularidades: a irregularidade isolada posicionada a meio vão da ponte, de modo a simular a má compactação do balastro e as irregularidades aleatórias contínuas, posicionadas em todo a extensão do carril. As respostas máximas da ponte são determinadas em termos de deslocamentos e acelerações. Os resultados são comparados com os obtidos sem a consideração das irregularidades e de acordo com o tipo de irregularidade implementada.

No Capítulo 8 são apresentadas as principais conclusões do trabalho desenvolvido bem como algumas perspectivas de investigação que se consideram importantes para desenvolvimentos futuros.

PARTE 1. MODELOS E MÉTODOS DE CÁLCULO DINÂMICO DE PONTES FERROVIÁRIAS

Capítulo 2. O COMPORTAMENTO DINÂMICO DE PONTES FERROVIÁRIAS

2.1. INTRODUÇÃO

Sendo a ponte simplesmente apoiada o tipo estrutural mais utilizado na rede ferroviária considerou-se pertinente começar por apresentar, de uma forma detalhada, os efeitos de alguns parâmetros no comportamento dinâmico de pontes ferroviárias simplesmente apoiadas de pequeno e médio vão.

Descrevem-se inicialmente os fenómenos de ressonância e da supressão, os seus significados físicos e formulações analíticas para melhor entendimento dos parâmetros que lhes estão associados. Os comboios circulantes na Rede Ferroviária Europeia de alta velocidade são apresentados, nomeadamente os seus tipos, comprimentos característicos e os modelos utilizados nas diferentes metodologias de cálculo.

Analisa-se a influência no comportamento dinâmico das pontes simplesmente apoiadas dos parâmetros geométricos e mecânicos que lhe estão associados, nomeadamente: o comprimento do vão da ponte, a relação entre o comprimento do vão da ponte e o comprimento da carruagem do comboio, o amortecimento, a massa e a rigidez da ponte.

Examina-se o factor de amplificação e o factor de impacto das pontes simplesmente apoiadas de pequeno e médio vão.

A análise do comportamento dinâmico de pontes simplesmente apoiadas de pequeno e médio vão é efectuada recorrendo às designadas pontes de referência utilizadas por diversas vezes nos estudos efectuados pelo comité *ERRI* e apresentados no Relatório 9, [ERRI D214/RP9, 1999]. Tratam-se de dez pontes cujos comprimentos dos vãos variam entre os 5 e os 40 *m* e as suas propriedades mecânicas são tais que as suas frequências

fundamentais se situam sobre o limite inferior da frequência natural indicado nas normas [EN1991-2, 2003].

2.2. O FENÓMENO DE RESSONÂNCIA

O comprimento da carruagem de um comboio pode variar entre os cerca de 18 a 27 *m*, por outro lado o comprimento do vão das pontes simplesmente apoiadas de médio vão não é muito mais extenso pois pode variar entre os 10 e os 40 *m*. Acrescendo que a velocidade de circulação dos comboios de alta velocidade pode ocorrer entre os 200 e os 350 *km/h* e atendendo à natureza repetitiva da acção, o fenómeno da ressonância é facilmente alcançado neste tipo de estruturas.

O fenómeno da ressonância está associado ao contínuo incremento da resposta em vibração livre da ponte após a passagem de cada uma das forças dos eixos que constituem o comboio, a sua ocorrência pode provocar danos irreparáveis tanto na ponte como na via férrea e comboio circulante. Para exemplificação dos efeitos deste fenómeno considere-se uma ponte simplesmente apoiada de amortecimento nulo, cujo vão apresenta um comprimento de 10 *m* e a sua frequência natural é igual a 8 *Hz*, sujeita à passagem de um comboio com 14 carruagens de 26,4 *m* comprimento, 56 eixos e com a velocidade de 253 *km/h*.

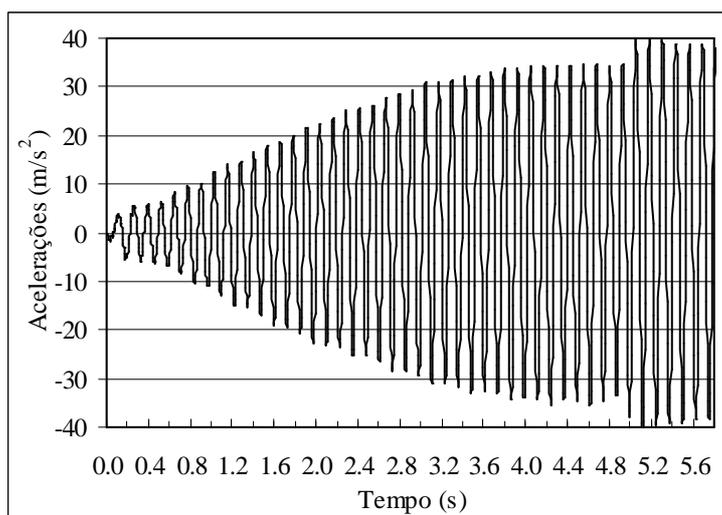


Figura 2.1 – Observação dos efeitos de ressonância numa ponte simplesmente apoiada.

A resposta da estrutura a meio vão em termos de acelerações é a representada na Figura 2.1. Conforme se pode observar a passagem sucessiva das forças sobre a estrutura provoca uma resposta harmónica de amplitude crescente que pode alcançar valores muito elevados e após a passagem do último eixo, cerca dos 5,12 s, a ponte fica a vibrar em torno da sua posição de equilíbrio com grandes amplitudes de vibração. Este comportamento representado em termos de acelerações, em que existe uma notória amplificação das vibrações, exemplifica o comportamento típico de uma ponte em ressonância.

Em contraste com o fenómeno da ressonância temos o fenómeno da supressão, o qual se caracteriza pelo efeito das respostas em vibração livre associadas à passagem das sucessivas forças rolantes se anularem umas às outras. Para exemplificar este efeito considere-se a resposta a meio vão da ponte anteriormente utilizada em termos de deslocamentos sujeita à passagem do comboio com 14 carruagens de 26,4 m comprimento, 56 eixos e com a velocidade de 192 km/h.

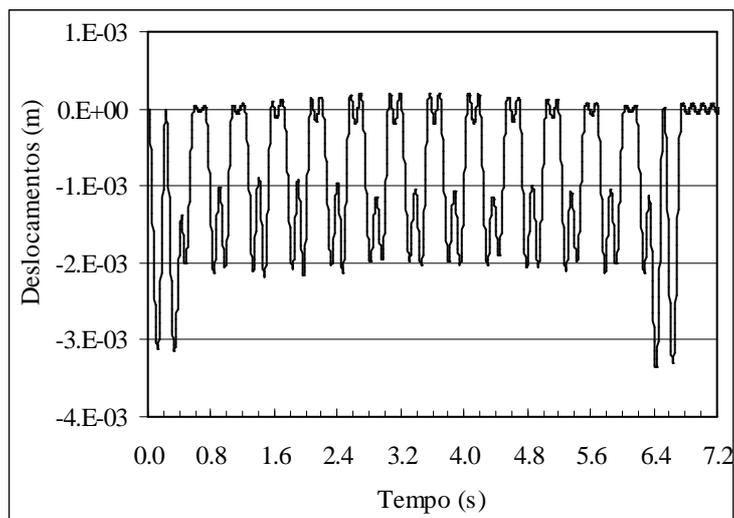


Figura 2.2 – Observação dos efeitos de supressão numa ponte simplesmente apoiada.

Conforme se pode observar na Figura 2.2 a passagem sucessiva das forças sobre a estrutura provoca uma resposta em que facilmente se identifica a passagem das sucessivas carruagens do comboio sobre a ponte, portanto sem efeitos de amplificação das vibrações. Complementando com o facto de que, quando o último eixo do comboio

abandona a estrutura, esta não fica a vibrar, ou seja as vibrações livres são neste caso praticamente nula.

Ambos os fenômenos, de ressonância e supressão, estão relacionados com as vibrações livres induzidas pela passagem das forças rolantes sobre a ponte. Quando uma força rolante abandona a ponte, as vibrações induzidas são ondas de configuração sinusoidal. Se considerarmos que as vibrações induzidas por cada uma das forças que abandona a ponte estão acopladas em frequência e amplitude, ou seja são vibrações cujas frequências são múltiplas da frequência de vibração da estrutura, então a sobreposição destas vibrações provoca a ressonância da estrutura. No entanto se apenas estiverem acopladas em frequência, as vibrações têm frequências que são submúltiplas da frequência de vibração da viga, então o fenômeno de supressão ocorre.

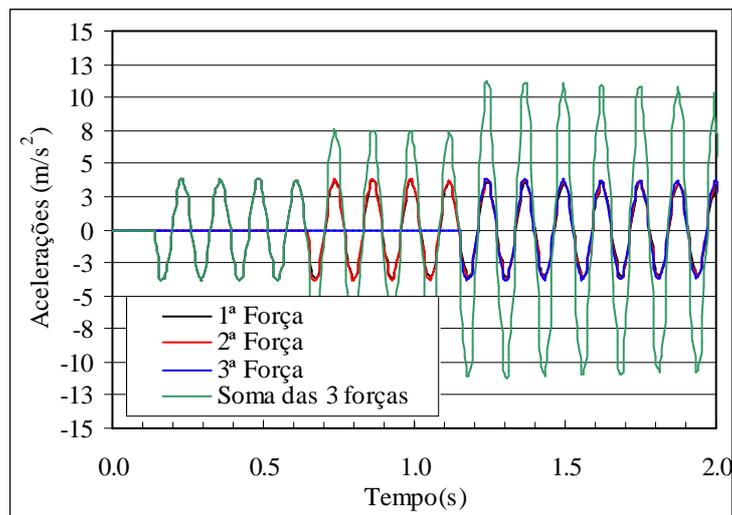


Figura 2.3 – Sobreposição das respostas em vibração livre de uma ponte simplesmente apoiada após a passagem de 3 forças igualmente espaçadas de 26,4 m com a velocidade de 253 km/h.

Para exemplificar considere-se novamente a ponte simplesmente apoiada, de amortecimento nulo, cujo vão apresenta um comprimento de 10 m, a frequência natural é igual a 8 Hz e sujeita à passagem de três forças rolantes igualmente espaçadas de 26,4 m com a velocidade de circulação de 253 km/h. A Figura 2.3 representa as respostas em vibração livre da ponte após a passagem de cada uma das três forças e a sobreposição destas. Conforme se pode observar a resposta da estrutura é crescente para cada força que abandona o vão.

Se no entanto as três forças rolantes circularem sobre a ponte com a velocidade de 192 km/h o efeito é contrário, ou seja as vibrações livres são de tal modo que as suas sobreposições resultam na supressão das vibrações. A Figura 2.4 representa as respostas em vibração livre da ponte após a passagem das duas primeiras forças e a sobreposição destas respostas. Conforme se pode observar a sobreposição das respostas em vibração livre de cada duas forças que abandonam a ponte resulta na anulação das vibrações.

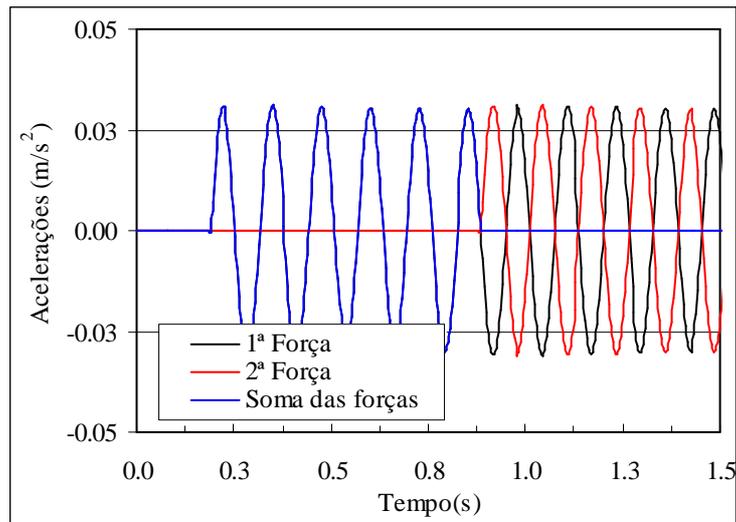


Figura 2.4 – Sobreposição das respostas em vibração livre de uma ponte simplesmente apoiada após a passagem de 2 forças igualmente espaçadas de 26,4 m com a velocidade de 192 km/h.

Para uma melhor compreensão destes dois fenómenos expõem-se de seguida as suas descrições analíticas [Yang *et al.*, 2004b], cuja solução evidencia os parâmetros por eles responsáveis o que permite controlar a resposta das estruturas de modo a evitar os efeitos indesejáveis provocados pela ocorrência da ressonância.

Para a descrição analítica do fenómeno da ressonância considere-se uma viga simplesmente apoiada com um vão de comprimento L , de amortecimento desprezável e inicialmente sujeita à passagem de uma força F rolante a velocidade constante v . Este problema já foi profundamente desenvolvido por vários autores, por exemplo: [Timoshenko e Young, 1955], [Biggs, 1964] e [Fryba, 1972]. Para analisar os efeitos da passagem da força sobre a estrutura apenas se vai ter em conta a contribuição do primeiro modo de vibração, pois os restantes modos podem-se considerar desprezáveis devido à natureza transiente da força rolante.

Da análise modal os deslocamentos são obtidos por sobreposição dos n vectores modais por:

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) \times y_i(t) \quad (2.1)$$

onde $y_i(t)$ representa a coordenada generalizada e $\phi_i(x)$ o vector da função de forma relativo ao modo de vibração de ordem i . A função de forma para o primeiro modo de vibração de uma viga simplesmente apoiada é dada por

$$\phi_1(x) = \sin \frac{\pi x}{L} \quad (2.2)$$

A equação de movimento de uma viga simplesmente apoiada sujeita à passagem de uma força rolante de valor F com velocidade constante v é dada por

$$\bar{m} \ddot{u}(x, t) + EI u^{iv}(x, t) = F \cdot \delta(x - vt) \quad \text{para } 0 \leq vt \leq L \quad (2.3)$$

onde \bar{m} representa a massa por unidade de comprimento, EI a rigidez de flexão da viga e $\delta(x-v(t-t_k))$ a função de Dirac, em que:

$$\delta(x - a) = 0 \quad \forall x \neq a; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x - a) dx = f(a) \quad (2.4)$$

Multiplicando ambos os lados da equação por $\phi_1(x)$ e tendo em conta os termos $\ddot{u}(x, t)$ e $u^{iv}(x, t)$, que equivale à segunda derivada dos deslocamentos em relação ao tempo e à quarta derivada dos deslocamentos relativamente à abcissa x , respectivamente. Dividindo ambos os membros da equação pela designada massa modal e tendo em conta a definição da função de Dirac, a equação (2.3) resulta:

$$\ddot{y}(t) + \frac{EI}{\bar{m}} \left(\frac{\pi}{L} \right)^4 \times y(t) = \frac{2F}{\bar{m}L} \cdot \sin \left(\frac{\pi vt}{L} \right) \quad (2.5)$$

tendo em atenção que $\omega^2 = EI/\bar{m} \times (\pi/L)^4$, então a equação de movimento da viga vem:

$$\ddot{y}(t) + \omega^2 \times y(t) = \frac{2F}{\bar{m}L} \cdot \sin\left(\frac{\pi vt}{L}\right) \quad (2.6)$$

A solução desta equação é determinada sobrepondo a solução particular, tendo em conta a acção actuante, força harmónica de amplitude $2F/\bar{m}L$ e frequência circular de excitação $\Omega = \pi v/L$, e a solução complementar. Recorrendo às condições iniciais do problema $y(0) = \dot{y}(0) = 0$, vem:

$$y(t) = \frac{2F}{\bar{m}L} \cdot \frac{1}{\omega^2 - \Omega^2} \left(\sin \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (2.7)$$

A equação (2.7) também pode ser escrita na seguinte forma

$$y(t) = \frac{2FL^3}{\pi^4 EI} \cdot \frac{1}{1 - \Omega^2/\omega^2} \left(\sin \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (2.8)$$

bastando para tal dividir e multiplicar por ω^2 .

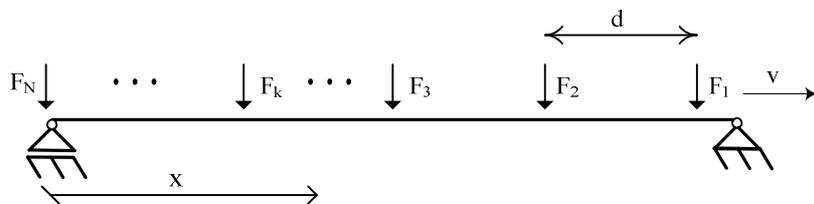


Figura 2.5 – Viga simplesmente apoiada sujeita a uma sequência de forças igualmente espaçadas.

Considere-se agora que a viga simplesmente apoiada é sujeita a uma série de forças concentradas rolantes a velocidade constante e distantes entre si de um valor igual a d , ver Figura 2.5.

A equação definida anteriormente em (2.3) escreve-se agora:

$$\bar{m} \ddot{u}(x, t) + EI u^{iv}(x, t) = F \times \sum_{k=1}^N \delta(x - v(t - t_k)) \times [H(t - t_k) - H(t - t_k - t_L)] \quad (2.9)$$

onde $\delta(x - v(t - t_k))$ é a função de Dirac, $H(t)$ a função de Heaviside também designada por “unit step function” definida do seguinte modo:

$$H_T(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t \leq T \\ 1 & \text{se } t > T \end{cases} \quad (2.10)$$

t_k representa o instante de tempo em que a força de ordem k chega à ponte e determina-se por $t_k = d/v \times (k-1)$, t_L o tempo necessário para uma força passar a ponte de vão L , ou seja $t_L = L/v$. A acção da força de ordem k é dada pelo termo $H(t - t_k)$ para simular a sua entrada na ponte e para simular a sua saída o termo $H(t - t_k - t_L)$.

Admitindo comportamento linear, a flexão na viga induzida pela passagem da sequência de forças pode ser obtida por sobreposição dos efeitos produzidos pela passagem de cada uma das forças. Desta forma a flexão generalizada da viga pode ser determinada por:

$$y(t) = \frac{2FL^3}{\pi^4 EI} \cdot y_1(t) \quad (2.11)$$

em que $y_1(t)$ vem dada por

$$y_1(t) = \frac{1}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}} \times \sum_{k=1}^N \left\{ \left(\sin \Omega(t - t_k) - \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega(t - t_k) \right) H(t - t_k) \right. \\ \left. + \left(\sin \Omega(t - t_k - t_L) - \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega(t - t_k - t_L) \right) H(t - t_k - t_L) \right\} \quad (2.12)$$

onde Ω representa a frequência circular de excitação derivada da passagem da sequência de forças rolantes com velocidade v , $\Omega = \pi v/L$ e ω a primeira frequência própria da viga simplesmente apoiada.

A equação de vibração da viga (2.12), apresenta a contribuição de duas parcelas, nomeadamente a parcela por vibração forçada definida aquando a passagem das forças sobre a viga, dada pelos termos em Ω , e a parcela em vibração livre que ocorre, após a passagem das forças pela viga e que constitui os termos em ω . Quando todas as forças tiverem passado pela ponte a parcela da vibração forçada anula-se ficando apenas a estrutura a vibrar em vibração livre de forma sinusoidal até que o amortecimento da viga acabe por anular as amplitudes de vibração.

Considere-se a situação em que $(N-1)$ forças já passaram a ponte e a última força, a de ordem N , entrou na estrutura, a equação de vibração vem dada por:

$$y(t) = \frac{2FL^3}{\pi^4 EI} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \quad (2.13)$$

$$\{A(t)H(t-t_N) + B(t)H(t-t_N-t_L)\} \quad t_N \leq t \leq t_N + t_L$$

onde os factores dinâmicos $A(t)$ e $B(t)$ são dados respectivamente por:

$$A(t) = \left(\sin \Omega(t-t_N) - \frac{\Omega}{\omega} \sin \omega(t-t_N) \right) \quad (2.14)$$

$$B(t) = \left(-2 \frac{\Omega}{\omega} \cdot \cos \frac{\omega L}{2v} \right) \quad (2.15)$$

$$\left(\sin \omega \left(t - \frac{L}{2v} \right) + \frac{\sin \omega(t-L/2v-t_N/2) \times \sin \omega(t_N/2-d/2v)}{\sin(\omega d/2v)} \right)$$

Notar que o termo $A(t)H(t-t_N)$ representa a vibração forçada da viga devido à passagem da força de ordem N , ao passo que o termo $B(t)H(t-t_N-t_L)$ representa a soma das vibrações livres induzidas pela passagem de $(N-1)$ forças rolantes sobre a viga.

Algumas interpretações físicas podem ser definidas usando o último termo da equação (2.13), pois observe-se que se o denominador de (2.15) se anular a resposta da viga atinge o máximo, ou seja se

$$\sin\left(\frac{\omega d}{2v}\right) = 0 \quad (2.16)$$

a equação (2.13) torna-se indeterminada. Usando a relação $t_N = (N-1) \times d/v$, e levantando a indeterminação recorrendo à regra de L' Hôpital em que:

$$\frac{\sin \omega(t - L/2v - t_N/2) \times \sin \omega(t_N/2 - d/2v)}{\sin(\omega d/2v)} = (N-2) \times \sin \omega(t - L/2v) \quad (2.17)$$

O factor dinâmico $B(t)$ escrever-se-á:

$$B(t) = \cos \frac{\omega L}{2v} \times 2(N-1) \times \sin \omega(t - L/2v) \quad (2.18)$$

Como se pode observar pela equação (2.18), a resposta da viga será crescente à medida que se considerem mais forças a rolarem sobre a viga, pois esta é directamente proporcional ao termo $2(N-1)$. Este facto implica que se a ressonância ocorre numa viga para uma sequência de forças rolantes, a resposta da estrutura é crescente à medida que se considerarem mais forças a rolarem sobre a viga. A resposta da viga atinge o seu máximo com a passagem da última força, ficando depois a vibrar em vibração livre em torno da sua posição de equilíbrio em amplitudes decrescentes, caso exista amortecimento estrutural.

Observando a condição de ressonância exposta em (2.16), esta permite retirar algumas conclusões, pois implica que

$$\frac{\omega d}{2v} = i\pi \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.19)$$

e sabendo que $\omega = 2\pi f$

$$v = d \cdot f \cdot \frac{1}{i} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.20)$$

É possível determinar a velocidade crítica de circulação de um comboio, cuja carruagem apresenta o comprimento d , que provoca a ressonância de uma ponte simplesmente apoiada de frequência própria f . No entanto se ainda tivermos em conta a relação da frequência de excitação, $\Omega = \pi v/L$ a equação (2.20) vem

$$\frac{\pi v}{\omega L} = \frac{d}{L} \times \frac{1}{2i} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.21)$$

O que permite relacionar a velocidade com a relação entre o comprimento da carruagem do comboio e o comprimento do vão da ponte.

Quanto à supressão das vibrações, esta verifica-se quando a contribuição das vibrações livres causadas pela saída das $(N-1)$ forças da viga se anularem entre si, ou seja quando o factor dinâmico $B(t)$ se anular o que corresponde a considerar

$$\left(-2 \frac{\Omega}{\omega} \cdot \cos \frac{\omega L}{2v} \right) = 0 \quad (2.22)$$

Ou seja

$$\cos \frac{\omega L}{2v} = 0 \Leftrightarrow \frac{\omega L}{2v} = \frac{\pi}{2} (2i - 1) \quad (2.23)$$

escrevendo novamente em termos de velocidade crítica teremos

$$v = 2Lf \times \frac{1}{(2i - 1)} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.24)$$

Notar que se a condição de supressão se verificar equivale a dizer que a resposta da estrutura se anula após a passagem das forças rolantes mesmo que para essa situação se verifique também a ressonância. A situação expressa na Figura 2.2 é exemplo disto, pois a frequência própria da ponte é $f = 8 \text{ Hz}$, o comboio que a circula tem uma carruagem cujo o comprimento é $d = 26,40 \text{ m}$ e atendendo às equações (2.20) e (2.24) a ressonância e a supressão ocorrem para as velocidades indicadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Velocidades críticas de ressonância e de supressão para a ponte de $f=8 \text{ Hz}$ e comboio com carruagem de comprimento $d=26,40 \text{ m}$.

i	$v_{\text{cri.}} \text{ [km/h]}$	
	$v = d \cdot f \cdot \frac{1}{i}$	$v = 2Lf \times \frac{1}{(2i-1)}$
1	760	576
2	380	192
3	253	115
4	190	82

Portanto a velocidade de cerca de 190 km/h é velocidade crítica de ressonância e de supressão, respectivamente quando $i=4$ e $i=2$, deste modo para esta velocidade a ponte não entrará em ressonância pois a situação de supressão prevalece à de ressonância.

2.3. CARACTERÍSTICAS DOS COMBOIOS CIRCULANTES

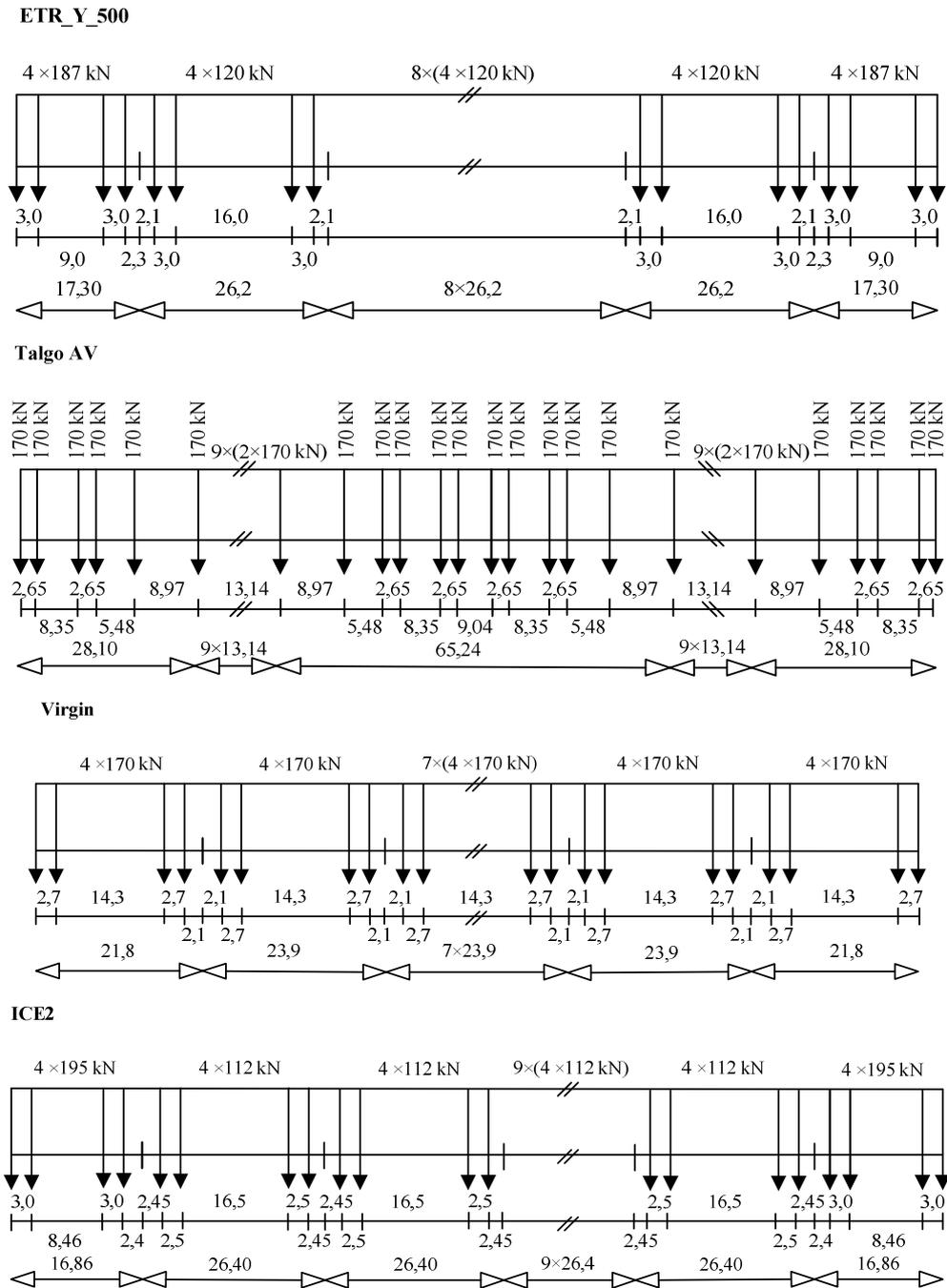
Como se observou no item anterior um dos parâmetros que define a ocorrência da ressonância é o comprimento da carruagem do comboio, portanto as características geométricas dos comboios são importantes quando se pretende averiguar o comportamento dinâmico das pontes ferroviárias.

Nesta secção apresentam-se os vários comboios reais que circulam na rede europeia de alta velocidade, evidenciando os parâmetros que os definem. Atendendo à interoperabilidade, as infra-estruturas que servem a rede ferroviária de alta velocidade também devem ser analisadas recorrendo a modelos de comboios definidos como High Speed Load Model (*HSLM*), que constituem modelos de carga que têm como objectivo garantir que os efeitos dinâmicos provocados pela circulação dos diferentes comboios que existem e que possam existir no futuro, estejam previstos e assegurados dentro das envolventes por eles estabelecidos.

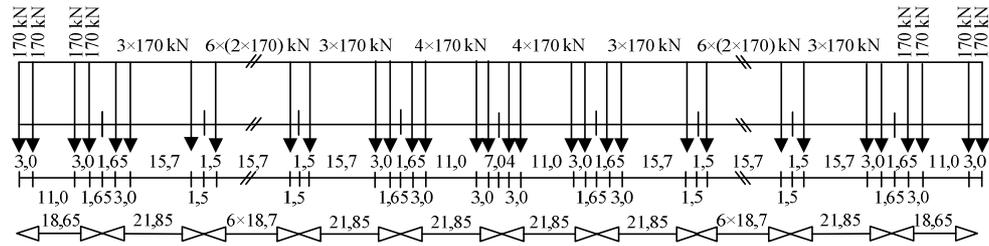
Pretende-se também nesta secção identificar os vários modelos de comboios utilizados nas análises dinâmicas de pontes ferroviárias. Atendendo aos objectivos pretendidos para a análise dinâmica assim são definidos os modelos de comboio mais ou menos complexos.

2.3.1. Comboios Reais

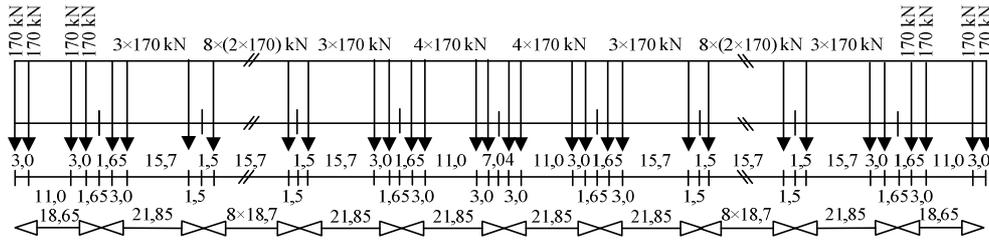
Os comboios reais que circulam na rede europeia de alta velocidade são: ICE, Thalys, Eurostar, ETR_Y_500, Talgo AV, Virgin e o TGV. A Figura 2.6 representa os esquemas de cargas e as distâncias entre eixos dos diferentes comboios.



Thalys



TGV



Eurostar

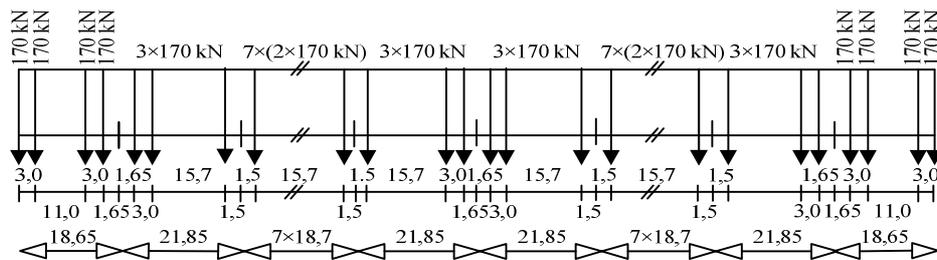


Figura 2.6 – Características dos comboios reais circulantes, as dimensões estão em metros, [EN1991-2, 2003].

Atendendo ao modo como as carruagens se apoiam nos sistemas de eixos, assim são classificados os comboios reais que circulam na rede europeia de alta velocidade. Desta forma designam-se por comboios convencionais aqueles cujas carruagens possuem dois bogies assentes num par de eixos, comboios articulados aqueles cujas carruagens dividem os bogies com as carruagens que lhes são adjacentes e estes apoiam-se em dois eixos, por último os comboios regulares são aqueles cujas carruagens dividem um eixo com as carruagens adjacentes. A Figura 2.7 exemplifica estes tipos de comboios.

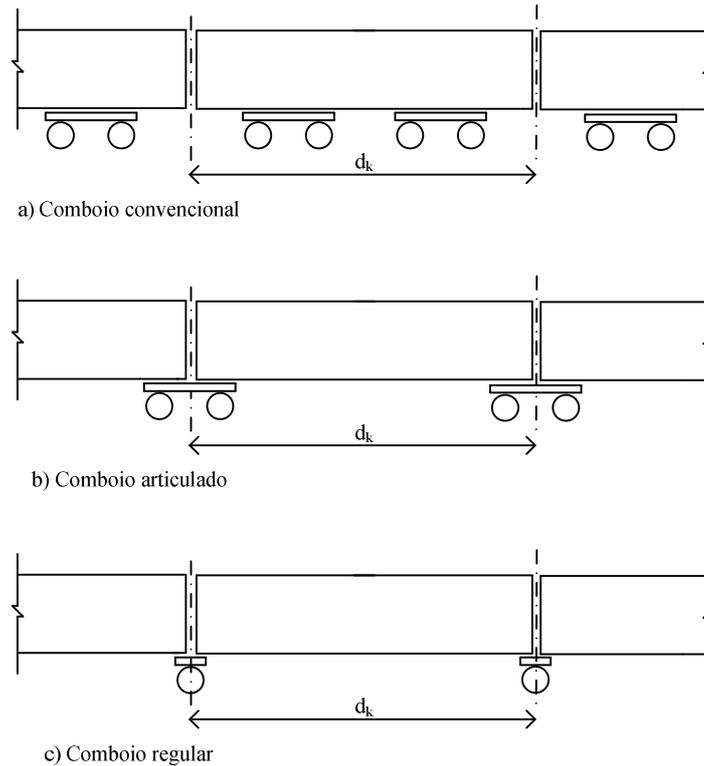


Figura 2.7 – Tipos de comboios e comprimento característico d_k , adaptado de [EN1991-2, 2003].

Outro parâmetro que usualmente é utilizado para definir o comboio é o seu comprimento característico d_k , ou seja o espaçamento regular entre eixos (ver Figura 2.7).

De modo a uma melhor compreensão das características inerentes aos comboios reais estas encontram-se resumidas na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 – Características dos comboios reais de alta velocidade, [EN1991-2, 2003].

Comboio	d_k [m]	Nº de eixos	Comprimento total [m]	Tipo de comboio
ICE	26,4	56	350,52	Convencional
ETR_Y	26,2	48	295,7	Convencional
Virgin	23,9	44	258,7	Convencional
Eurostar	18,7	48	386,67	Articulado
Thalys	18,7	52	393,34	Articulado
TGV	18,7	60	468,14	Articulado
Talgo AV	13,14	40	357,96	Regular

2.3.2. High Speed Load Model

Quando se efectua a análise do comportamento dinâmico das infra-estruturas que servem a rede ferroviária de alta velocidade deve-se recorrer aos comboios reais e aos modelos de carga designados por *High Speed Load Model (HSLM)* a fim de verificar a aplicabilidade dos critérios de interoperabilidade. Como se referiu no Capítulo 1, são vários os objectivos dos critérios de interoperabilidade, nomeadamente a normalização dos parâmetros de dimensionamento da via, das infra-estruturas e dos veículos circulantes de modo a garantir a circulação dos veículos de alta velocidade nas redes dos diferentes países da comunidade europeia. Por outro lado, devem também garantir que as vias e infra-estruturas que as servem, sejam dimensionadas de modo a verificar os critérios de segurança com os veículos e as velocidades de circulação a que estão sujeitas na actualidade e a que estarão no futuro.

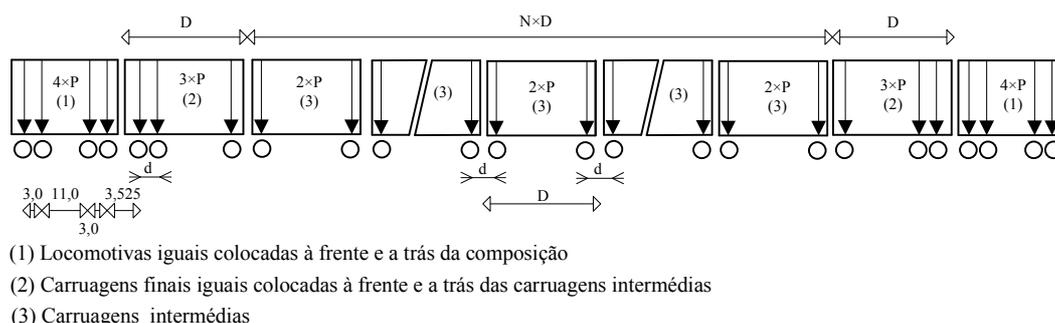


Figura 2.8 – Definições geométricas dos comboios universais *HSLM-A*, [EN1991-2, 2003].

Os modelos de carga *HSLM* compreendem dois tipos de comboios universais designados por *HSLM-A* e *HSLM-B*, constituídos por carruagens com diferentes comprimentos característicos. Estes modelos de carga pretendem constituir a envolvente dos efeitos dinâmicos provocados pelos diferentes comboios reais: regulares, convencionais e articulados. Os limites de aplicabilidade da carga modelo *HSLM* e a selecção do comboio crítico universal *HSLM-A*, são dados no Anexo E da norma [EN1991-2, 2003].

O modelo de carga *HSLM-A* compreende 10 diferentes comboios designados por *HSLM-A1* a *HSLM-A10*. Estes comboios são definidos por diferentes número de carruagens, comprimentos característicos e cargas por eixo. As suas definições estão indicadas na Figura 2.8 e Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Características dos comboios universais *HSLM-A*, [EN1991-2, 2003].

Comboio Universal	Número de carruagens intermédias N	Comprimento da carruagem D [m]	Espaçamento entre eixos dos bogies d [m]	Força por eixo P [kN]
A1	18	18	2,0	170
A2	17	19	3,5	200
A3	16	20	2,0	180
A4	15	21	3,0	190
A5	14	22	2,0	170
A6	13	23	2,0	180
A7	13	24	2,0	190
A8	12	25	2,5	190
A9	11	26	2,0	210
A10	11	27	2,0	210

O modelo de carga *HSLM-B* é definido por um conjunto de N cargas concentradas igualmente espaçadas entre si de um valor d , ver Figura 2.9 A sua definição depende do comprimento do vão da ponte L , e conforme a Figura 2.10 permite constatar o valor máximo admitido para L é de 7,0 m.

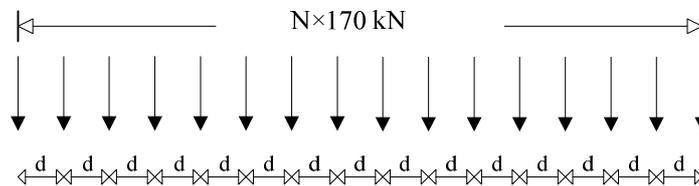


Figura 2.9 – Definições geométricas dos comboios universais *HSLM-B*, [EN1991-2, 2003].

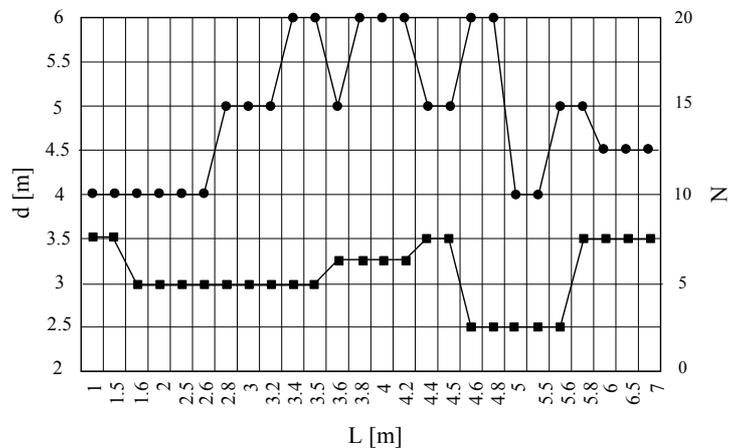


Figura 2.10 – Características dos comboios universais *HSLM-B*, [EN1991-2, 2003].

Tabela 2.4 – Critérios de aplicação dos comboios universais *HSLM-A* e *HSLM-B*, [EN1991-2, 2003].

Configuração estrutural	$L < 7$ m	$L \geq 7$ m
Vão simplesmente apoiado (1)	HSLM-B (2)	HSLM-A (3)
Estruturas com vãos contínuos (1) ou Estrutura complexa (5)	HSLM-A (4) Comboios de A1 a A10 inclusive	HSLM-A (4) Comboios de A1 a A10 inclusive

(1) Válido para pontes com comportamentos simples que possam ser representadas pelo seu eixo longitudinal ou laje, onde os efeitos devidos aos apoios enviesados sejam desprezados.

(2) Para vigas simplesmente apoiadas com um vão de comprimento menor ou igual a 7 m, considerando a passagem de apenas do comboio crítico universal HSLM-B definido de acordo com estipulado no subcapítulo 6.4.6.1.1(5) da Norma [EN1991-2, 2003].

(3) Para vigas simplesmente apoiadas com o comprimento do vão maior ou igual a 7 m, considerando a passagem de apenas do comboio crítico universal *HSLM-A*, definido de acordo com o Anexo E da Norma [EN1991-2, 2003], alternativamente todos os comboios universais *A1* a *A10* podem ser utilizados.

(4) Todos os comboios universais *A1* a *A10* devem ser utilizados no dimensionamento.

(5) Qualquer estrutura que não tenha comportamento simples e portanto não esteja incluída na nota (1). Por exemplo estruturas com os apoios enviesados, ponte com significativa contribuição da torção no seu comportamento o comboio *HSLM-B* deverá ser utilizado.

Notar que a verificação da fadiga em infra-estruturas ferroviárias implica a utilização de específicos comboios-tipo de acordo com o Anexo D da Norma [EN1991-2, 2003].

2.3.3. Modelos dos Veículos

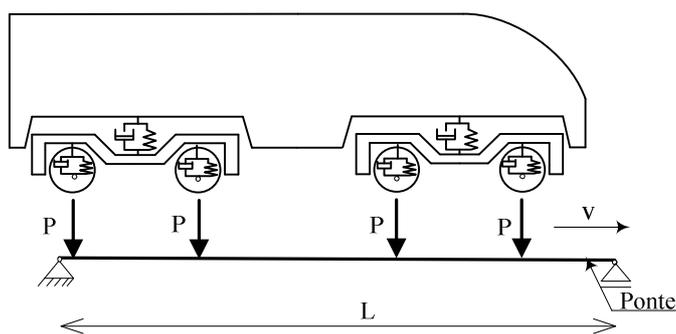


Figura 2.11 – Modelo de forças rolantes.

Quando se analisa o movimento de um veículo sobre uma ponte poderão ser considerados dois efeitos associados à massa do veículo: o efeito gravitacional e o efeito de inércia. Quando a massa do veículo é pequena comparativamente com a massa da

ponte, o movimento do veículo sobre a ponte pode ser estudado tendo em conta apenas o efeito gravitacional da massa. Neste caso o veículo é representado por forças concentradas rolantes a velocidade constante, de distâncias entre si iguais às distâncias entre eixos que o veículo possui, ver Figura 2.11.

Este tipo de representação, usualmente denominado por Forças Rolantes, equivale a considerar que em todo o momento as forças transmitidas pelas rodas do veículo aos carris são constantes, trata-se do modelo de veículo mais simples a considerar numa análise dinâmica.

Algumas das vantagens desta modelação está inerente à simplicidade da modelação do veículo que permite analisar o comportamento dinâmico da ponte, avaliando os parâmetros responsáveis pela ocorrência da sua ressonância e a utilização de softwares comuns comerciais.

Desta forma a resposta da ponte, determinada com este modelo, não tem em conta os efeitos dinâmicos associados à vibração do veículo que circula sobre a ponte.

Na realidade a acção do veículo sobre a ponte não é constante mas variável devido aos efeitos inerentes à massa e às suspensões do veículo. O modelo de interacção mais simples, e inicialmente utilizado pelos investigadores neste domínio, conforme descrito no subcapítulo 1.2, foi o modelo de massa rolante, ver Figura 2.12. Este modelo baseia-se na consideração de uma massa rolante em contacto com a ponte, com velocidade constante, permitindo a determinação da resposta da ponte tendo em conta os efeitos de inércia associados à massa do veículo.

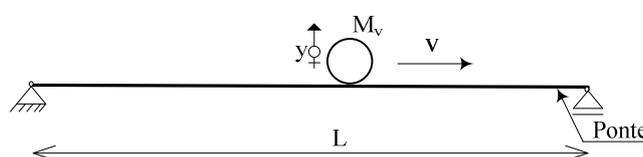


Figura 2.12 – Modelo de massa rolante.

O modelo de massa suspensa é um modelo um pouco mais complexo pois permite ter em conta as características da suspensão do veículo. Trata-se do modelo simplificado de interacção entre veículo e ponte mais utilizado no estudo das vibrações de pontes

ferroviárias, [Yang e Wu, 2001], [Au *et al.*, 2001], [Museros *et al.*, 2002], [Barbero, 2001] entre outros, bem como por [ERRI D214/RP9, 1999].

Os parâmetros intervenientes na definição deste modelo variam um pouco de acordo com os autores, mas de um modo geral a massa suspensa M_v , representa parte da massa da caixa do veículo e parte da massa do *bogie*, a massa não suspensa M_w , a massa da roda, K e C correspondem aos valores de rigidez e amortecimento inerentes à suspensão primária do veículo, respectivamente K_p e C_p .

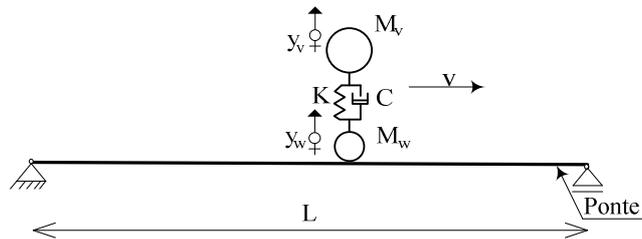


Figura 2.13 – Modelo de massa suspensa.

Na investigação aqui desenvolvida foi este o modelo simplificado de veículo utilizado, pois vai de encontro ao modelo indicado por [ERRI D214/RP9, 1999] e que constituirá a futura ficha UIC 776-2, deste modo representa-se na Figura 2.14 o veículo e a sua representação simplificada a fim de esclarecer os parâmetros intervenientes.

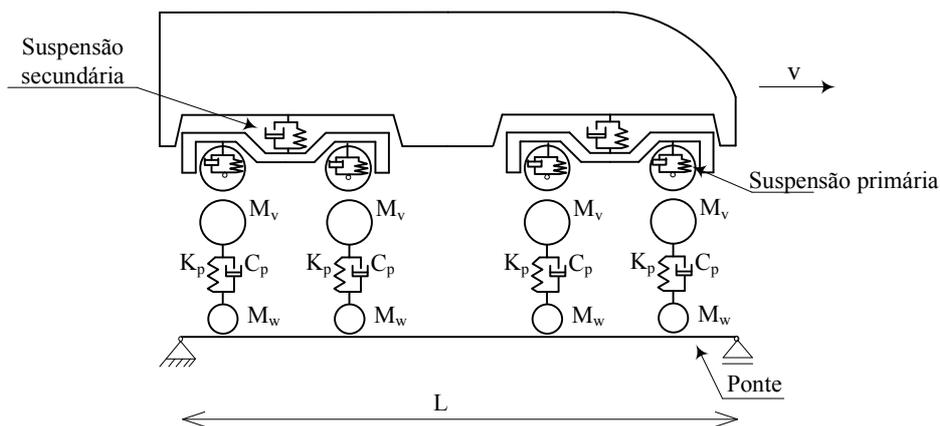


Figura 2.14 – Modelo de massa suspensa utilizado na investigação.

Note-se que o relatório [ERRI D214/RP9, 1999] propõe ainda um outro modelo análogo a este em que a massa não suspensa, massa das rodas, é desprezada.

Um modelo com duas massa suspensas é apresentado em [Esveld, 1989], este modelo além de ter em conta os valores de rigidez e amortecimento da suspensão primária, considera ainda os valores de rigidez e amortecimento da suspensão secundária e a rigidez de contacto entre a roda e o carril, ver Figura 2.15.

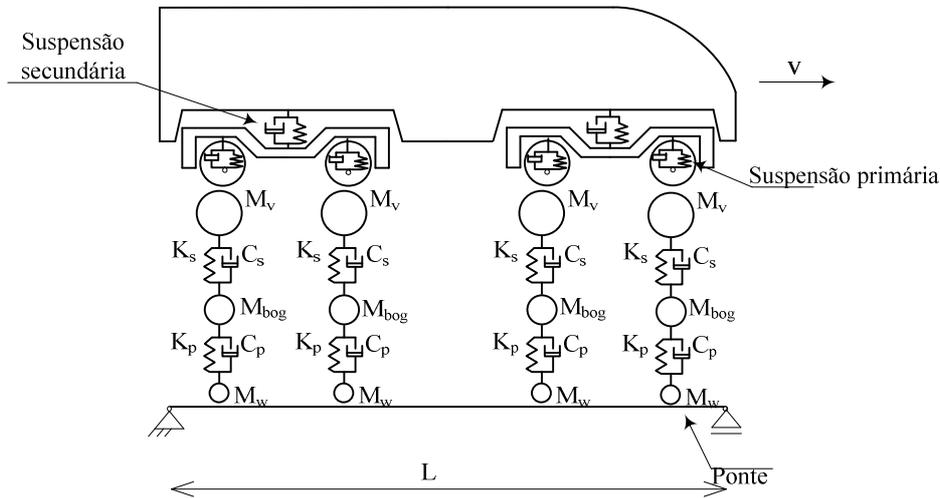


Figura 2.15 – Modelo de massas suspensas, adaptado de [Esveld, 1989].

Para além dos parâmetros anteriormente referidos na definição do modelo simplificado de uma massa suspensa, neste modelo têm-se ainda em conta: M_{bog} , massa suspensa que representa parte da massa do *bogie*, K_s e C_s que representam os valores de rigidez e amortecimento inerentes à suspensão secundária do veículo [Esveld, 1989]. Refira-se que nestes modelos o contacto entre a roda e a estrutura é preconizado por uma mola de rigidez K_H definida de acordo com a teoria de Hertz [Esveld, 1989].

Qualquer um destes modelos de massas suspensas anteriormente indicados apesar de simplificados pois envolvem apenas deslocamentos, velocidades e acelerações segundo a direcção vertical, implicam a utilização de softwares de cálculo mais complexos que permitam determinar para cada instante de tempo a resposta da ponte tendo em conta os efeitos de inércia, rigidez e de amortecimento dos veículos que circulam sobre ela.

A utilização destes modelos simplificados de massas suspensas estão referenciados na bibliografia como suficientemente precisos na determinação da resposta da ponte e consequente análise do comportamento dinâmico da ponte, quando se quer ter em conta os efeitos da interacção entre veículo e ponte. No entanto quando se pretende determinar

a resposta do veículo circulante, nomeadamente analisar o conforto dos passageiros outros modelos dinâmicos mais completos são propostos.

Estes modelos dinâmicos mais completos de veículos são definidos tendo em conta não apenas a translação vertical dos eixos mas também a rotação da caixa do veículo e a dos *bogies*, ver Figura 2.16, a utilização destes modelos pode ser encontrada em trabalhos de diversos investigadores, [Yang *et al.*, 2004a], [Lou, 2005], entre outros, bem como no relatório [ERRI D214/RP9, 1999]. Neste relatório são apresentados os modelos bidimensionais dos veículos de dois tipos de comboios: o convencional e o articulado, bem como os respectivos parâmetros para proceder ao cálculo com interacção entre veículo e ponte.

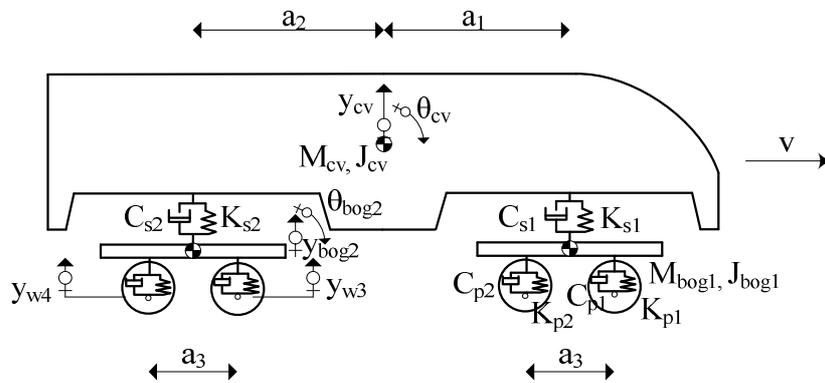


Figura 2.16 – Modelo dinâmico de um veículo do comboio convencional, adaptado de [ERRI D214/RP9, 1999].

A Figura 2.16 representa o modelo dinâmico de um veículo pertencente a um comboio convencional, note-se que para não sobrecarregar o desenho apenas estão representados os graus de liberdade do sistema de apoio à retaguarda. Este modelo simplificado é constituído por:

- Uma caixa com massa M_{cv} e inércia de rotação J_{cv} definidas relativamente ao centro de gravidade;
- Dois *bogies* com massas M_{bog1} e M_{bog2} e inércias de rotação J_{bog1} e J_{bog2} definidas relativamente a cada um dos seus centros de gravidade;

- Quatro suspensões primárias e duas suspensões secundárias, definidas por molas de comportamento elástico linear e amortecedores ligados em paralelo cujos valores são representados por K_{p1} , C_{p1} , K_{p2} , C_{p2} , K_{p3} , C_{p3} , K_{p4} , C_{p4} , K_{s1} , C_{s1} , K_{s2} e C_{s2} , respectivamente;
- As rodas são definidas com massas M_{w1} a M_{w4} ;
- São definidos dois graus de liberdade para a caixa do veículo, y_{cv} e θ_{cv} , e para cada um dos bogies, y_{bog1} , θ_{bog1} , y_{bog2} e θ_{bog2} ;
- A cada roda está associada um grau de liberdade, deslocamento vertical y_{w1} a y_{w4} .

A geometria do veículo é definida pelas distâncias de cada eixo das suspensões secundárias ao centro de gravidade do veículo a_1 e a_2 , e pelas distâncias entre eixos das rodas a_3 .

A definição do modelo dinâmico de um comboio convencional é efectuada por uma série de modelos de veículos individuais em que é desprezada a transmissão de forças entre veículos adjacentes. Nestes modelos admite-se que os veículos circulam sobre a ponte a velocidade constante.

Tabela 2.5 – Valores dos parâmetros da locomotiva do comboio ICE, [ERRI D214/RP9, 1999].

Caixa do veículo	Massa	60768	kg
	Momento de inércia	$1,344 \times 10^6$	Kgm^2
Bogie	Massa	5600	kg
	Momento de inércia	21840	Kgm^2
Roda	Massa	2003	kg
Força por Roda		$1,962 \times 10^5$	N
Suspensão Secundária	Rigidez	$1,76 \times 10^6$	N/m
	Amortecimento	$1,52 \times 10^5$	Ns/m
Suspensão Primária	Rigidez	$4,80 \times 10^6$	N/m
	Amortecimento	$1,08 \times 10^5$	Ns/m
Comprimento do Veículo		20,9	m
Distância entre o centro de gravidade da caixa do veículo e o eixo do bogie da frente		5,75	m
Distância entre o centro de gravidade da caixa do veículo e o eixo do bogie da retaguarda		5,75	m
Distância entre rodas		3,0	m

Na medida em que se pretende realizar a análise dinâmica de pontes ferroviárias quando sujeita à passagem do comboio ICE utilizando a interação, a Tabela 2.5 e Tabela 2.6

apresentam os valores dos parâmetros dos modelos dinâmicos dos veículos, locomotivas e carruagens intermédias, respectivamente. Estes valores estão estabelecidos no relatório [ERRI D214/RP9, 1999].

Tabela 2.6 – Valores dos parâmetros das carruagens do comboio ICE, [ERRI D214/RP9, 1999].

Caixa do veículo	Massa	33930	kg
	Momento de inércia	$2,115 \times 10^6$	Kgm^2
Bogie	Massa	2373	kg
	Momento de inércia	1832	Kgm^2
Roda	Massa	1728	kg
Força por Roda		$1,12 \times 10^5$	N
Suspensão Secundária	Rigidez	$3,0 \times 10^5$	N/m
	Amortecimento	$6,0 \times 10^3$	Ns/m
Suspensão Primária	Rigidez	$1,6 \times 10^6$	N/m
	Amortecimento	$2,0 \times 10^4$	Ns/m
Comprimento do Veículo		26,4	m
Distância entre o centro de gravidade da caixa do veículo e o eixo do bogie da frente		9,5	m
Distância entre o centro de gravidade da caixa do veículo e o eixo do bogie da retaguarda		9,5	m
Distância entre rodas		2,5	m

A Figura 2.17 representa o comboio articulado, no início e no fim da composição encontram-se as locomotivas sem qualquer ligação às carruagens intermédias. Um comboio articulado com N carruagens, possui $N+1$ bogies e $N-1$ ligações longitudinais entre carruagens.

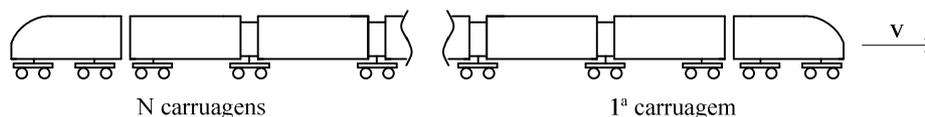


Figura 2.17 – Representação de um comboio articulado, adaptado de [ERRI D214/RP9, 1999].

Quanto ao modelo dinâmico do comboio articulado, as locomotivas, da frente e da retaguarda, são modeladas com o modelo do veículo do comboio convencional, quanto às carruagens intermédias a ligação entre carruagens adjacentes é estabelecida do seguinte modo, ver Figura 2.18:

- o Uma suspensão secundária apoiada num bogie que por sua vez é apoiado em duas suspensões primárias, com os graus de liberdade conforme estabelecidos para o comboio convencional;

- Na direcção longitudinal as caixas dos veículos encontram-se ligadas por dois amortecedores viscosos de características não lineares, C_h ;
- Na direcção vertical as caixas dos veículos encontram-se igualmente ligadas por uma suspensão constituída por uma mola muito rígida ligada em paralelo com um amortecedor viscoso.

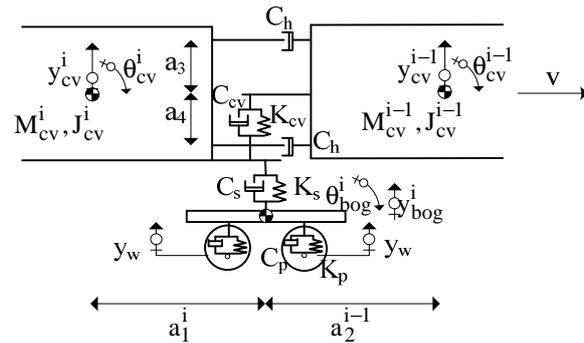


Figura 2.18 – Modelo dinâmico bidimensional da ligação entre duas carruagens de um comboio articulado, adaptado de [ERRI D214/RP9, 1999].

A geometria do veículo é definida pelas distâncias do eixo da suspensão secundária ao centro de gravidade das caixas dos veículos de ordem i e $i-1$, a_1^i e a_2^{i-1} , e pelas distâncias verticais entre o centro de gravidade da caixa do veículo e o amortecedor horizontal superior e inferior, respectivamente a_3 e a_4 .

Modelos simplificados dinâmicos tridimensionais de veículos de comboios convencionais e articulados foram também desenvolvidos por [Yang *et al.*, 2004a], [Xia *et al.*, 2003] e [Xia e Zhang, 2005], por exemplo, a fim de analisar os deslocamentos e acelerações segundo a direcção vertical e lateral dos veículos.

2.4. INFLUÊNCIA DAS CARACTERÍSTICAS DA PONTE

De acordo com a norma [EN1991-2, 2003] a análise dinâmica de pontes ferroviárias deve ser efectuada atendendo a uma série de factores relacionados com: os veículos circulantes, a definição da ponte e a modelação da acção do comboio. Tratando-se de uma investigação desenvolvida no âmbito da análise dos efeitos dinâmicos de pontes ferroviárias simplesmente apoiadas de pequeno e médio vão, julgou-se pertinente apresentar de um modo simples a influência da variação dos parâmetros relacionados

com veículo circulante: o seu comprimento característico, e com a ponte: amortecimento, massa, rigidez e comprimento do vão, na resposta dinâmica deste tipo de estruturas, nomeadamente nas condições que favorecem a ocorrência da ressonância.

Estando a modelação do veículo por forças rolantes associada a uma maior simplicidade no cálculo da resposta da ponte, permitindo a utilização de métodos simplificados, recorre-se nesta análise a este tipo de modelação para o cálculo dos efeitos dinâmicos.

Tabela 2.7 – Comprimento característico dos comboios reais de alta velocidade, [EN1991-2, 2003].

Comboio	ICE	ETR_Y	Virgin	Eurostar	Thalys	Talgo AV
d_k [m]	26,4	26,2	23,9	18,7	18,7	13,14

Nesta análise utilizaram-se então os comboios reais de alta velocidade: ICE, ETR-Y, Virgin, Eurostar, Thalys e Talgo AV e pontes simplesmente apoiadas, de pequeno e médio vão, designadas em [ERRI D214/RP9, 1999] como pontes de referências. Na Tabela 2.7 apresenta-se o comprimento característico destes comboios e na Tabela 2.8 as características das pontes de referência.

Tabela 2.8 – Características das pontes de referência, [ERRI D214/RP9, 1999].

P(i)	L [m]	m [ton/m]	f [Hz]	EI [kN·m ²]	δ_{LM71} [mm]	L/δ_{LM71}
P(1)	5,0	7	16	453919	2,90	1724
P(2)	7,5	9	12	1661921	3,89	1928
P(3)	10,0	10	8	2593823	7,33	1364
P(4)	12,5	13	7	6302893	6,86	1822
P(5)	15,0	15	5	7694081	11,00	1363
P(6)	17,5	18	5	17105080	8,73	2005
P(7)	20,0	20	4	20750590	11,79	1696
P(8)	25,0	20	4	50660592	11,09	2254
P(9)	30,0	25	3	73863180	15,07	1991
P(10)	40,0	30	3	280132900	11,81	3387

Tratam-se de dez pontes com vãos compreendidos entre os 5 e os 40 m, bastante flexíveis cujos valores da primeira frequência de flexão se encontram sobre o limite inferior definido para este parâmetro na norma [EN1991-2, 2003] para validar a necessidade de efectuar análises dinâmicas em pontes com velocidades de circulação inferiores a 200 km/h (ver Figura 2.19). Atendendo aos efeitos que aqui se pretendem evidenciar apenas se utilizaram as pontes que se encontram a sombreado na Tabela 2.8.

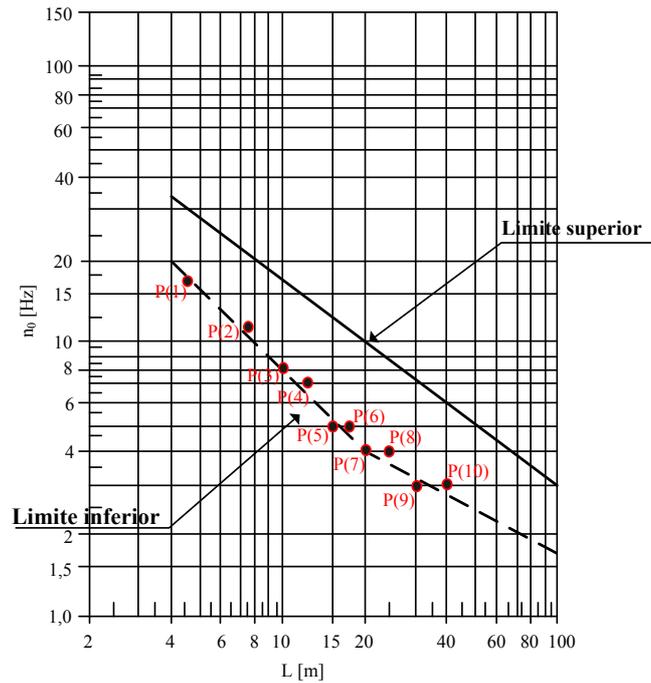


Figura 2.19 – Representação das primeiras frequências de flexão das pontes de referência sobre os limites das frequências naturais de vibração n_0 , adaptado de [EN1991-2, 2003].

2.4.1. Comprimento do Vão

Para analisar a influência do comprimento do vão da ponte na resposta dinâmica considerou-se inicialmente as pontes assinaladas na Tabela 2.8 sujeitas à passagem do comboio ICE a velocidades compreendidas entre 140 e 500 *km/h*.

Tabela 2.9 – Velocidades críticas de ressonância das pontes considerando o comboio ICE.

L [m]	V_i [km/h]						
	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5	i=6	i=7
5	1521	760	507	380	304	253	217
10	760	380	253	190	152	127	109
15	475	238	158	119	95	79	68
20	380	190	127	95	76	63	54
25	380	190	127	95	76	63	54
30	285	143	95	71	57	48	41
40	285	143	95	71	57	48	41

Na Tabela 2.9 apresentam-se as velocidades críticas para cada uma das pontes assinaladas na Tabela 2.8, calculadas recorrendo à expressão (2.20). Destes cálculos é possível concluir que os valores das velocidades de ressonância das pontes diminuem à

medida em que o comprimento do vão aumenta, fazendo com que as pontes de maior vão, 30 e 40 m, sejam mais facilmente excitáveis nas velocidades correntes de circulação dos comboios.

Na Figura 2.20 e na Figura 2.21 apresentam-se os deslocamentos e acelerações máximos a meio vão das pontes para a passagem do comboio ICE. Nesta análise considerou-se um varrimento de velocidades até aos 500 km/h na medida em que a primeira velocidade de ressonância para as pontes de menor vão ocorre para velocidades muito elevadas. Nos cálculos dos valores máximos das respostas considerou-se que as pontes têm amortecimento de $\xi=0,01$.

Notar que para a ponte de comprimento de vão igual a 10 m não ocorre a ressonância na velocidade de 190 km/h, conforme a Tabela 2.9 apresenta. Esta situação justifica-se na medida em que este valor corresponde simultaneamente à velocidade de ressonância e à velocidade de anulação, conforme analisado anteriormente no subcapítulo 2.2 e exposto na Tabela 2.1.

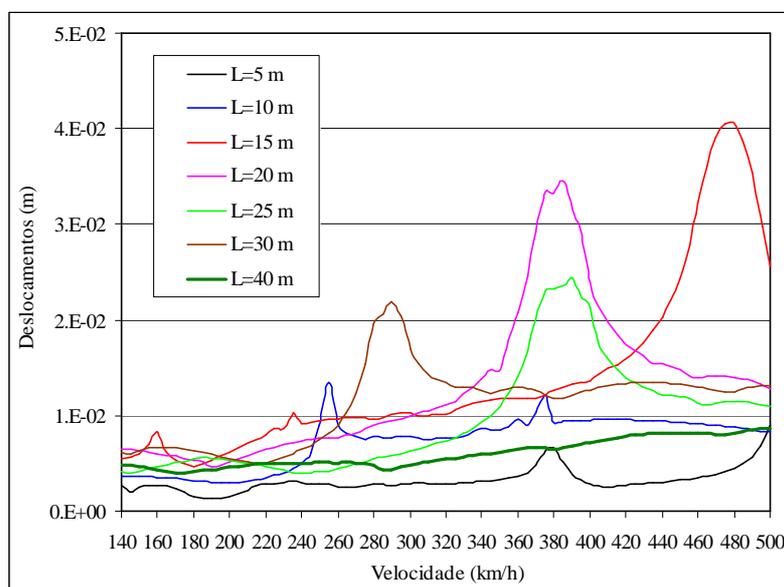


Figura 2.20 – Deslocamentos máximos a meio vão das pontes quando sujeitas à passagem do ICE.

Da observação das Figura 2.20 e Figura 2.21 é possível concluir que: i) os efeitos associados à primeira velocidade de ressonância são muito superiores aos efeitos observados nas restantes velocidades de ressonância, daí muitas vezes ser comumente mencionada apenas esta velocidade de ressonância; ii) quanto menor é o vão da ponte

maior é a sua resposta quando em ressonância, as pontes de vão igual a 30 e 40 m apresentam deslocamentos e acelerações máximos bastante inferiores às restantes estruturas.

Destes resultados é ainda possível dizer que as pontes de vãos compreendidos entre os 5 e os 25 m quando sujeitas à situação de ressonância apresentam respostas, deslocamentos e acelerações, bastante elevadas, nestes casos superiores a qualquer limite indicado pelas normas vigentes.

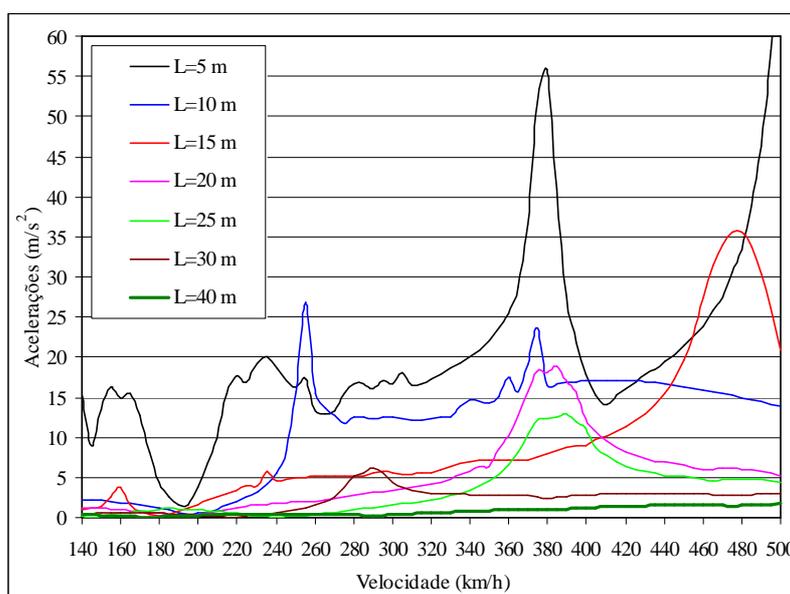


Figura 2.21 – Acelerações máximas a meio vão das pontes quando sujeitas à passagem do ICE.

Atendendo aos comprimentos característicos dos veículos circulantes, expostos na Tabela 2.7, observa-se que estes comprimentos são da mesma ordem de grandeza do comprimento médio do vão das pontes de pequeno e médio vão expostas na Tabela 2.8. Desta forma a relação entre comprimento do vão da ponte e o comprimento característico não é elevada, quando muito assume um valor de três, ver Tabela 2.10, para a situação da ponte de maior vão, 40 m, e menor comprimento característico, $d_k=13,14$ m do comboio Talgo AV. Este facto constitui uma das diferenças significativas entre uma ponte ferroviária e uma ponte rodoviária, pois nas pontes rodoviárias os comprimentos dos veículos que sobre elas circulam são bem menores que os comprimentos dos seus vãos, fazendo com que as relações L/d_k sejam bastante superiores a estas.

Tabela 2.10 – Relação entre o comprimento do vão da ponte e o comprimento característico do veículo.

L [m]	L/d _k					
	ICE2	ETR-Y500	Virgin	Thalys	Eurostar	Talgo AV
	d _k =26,4 m	d _k =26,1 m	d _k =23,9 m	d _k =18,7 m	d _k =18,7 m	d _k =13,14 m
5	0,189	0,191	0,209	0,267	0,267	0,380
10	0,378	0,383	0,418	0,534	0,534	0,761
15	0,568	0,574	0,627	0,802	0,802	1,141
20	0,757	0,766	0,836	1,069	1,069	1,522
25	0,946	0,957	1,046	1,336	1,336	1,902
30	1,136	1,149	1,255	1,604	1,604	2,283
40	1,515	1,533	1,673	2,139	2,139	3,044

Vejamos agora a influência da relação entre o comprimento do vão e o comprimento característico do comboio na resposta das pontes. Para tal recordem-se as expressões (2.21) e (2.24), das velocidades que formalizam a ocorrência de ressonância e de supressão das vibrações, respectivamente. Estas equações podem ser escritas da seguinte forma:

$$\frac{\Omega}{\omega} = \frac{d}{L} \times \frac{1}{2i} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.25)$$

e

$$\frac{\Omega}{\omega} = \frac{1}{(2i-1)} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.26)$$

em que Ω corresponde à frequência de excitação. Da equação (2.25) observa-se que para $i=1$ e L/d igual a 0,5 ocorre a primeira velocidade de ressonância na ponte. Da expressão (2.26) que determina a relação entre a frequência de excitação e a frequência da ponte para que ocorra a supressão das vibrações, podemos admitir que $\Omega/\omega=0,5 \times d/L$ de tal modo que esta expressão se escreve:

$$\frac{L}{d} = i - 0,5 \quad i = 1, 2, \dots \quad (2.27)$$

O que permite concluir que para relações de L/d_k iguais aos valores definidos em (2.27) para diferentes valores de i , a ressonância não ocorre. Portanto para L/d igual a 0,5 e 1,5, quando $i=1$ e $i=2$, por exemplo, a situação de ressonância não ocorre.

Para exemplificar esta constatação considere-se novamente as respostas das várias pontes quando sujeitas à passagem do comboio ICE a diferentes velocidades expressas nas Figura 2.20 e Figura 2.21. Observe-se que na ponte de maior vão, 40 m, a situação da ressonância não ocorre, a relação L/d é igual a 1,515, valor bastante próximo da condição de supressão das vibrações, ver Tabela 2.10.

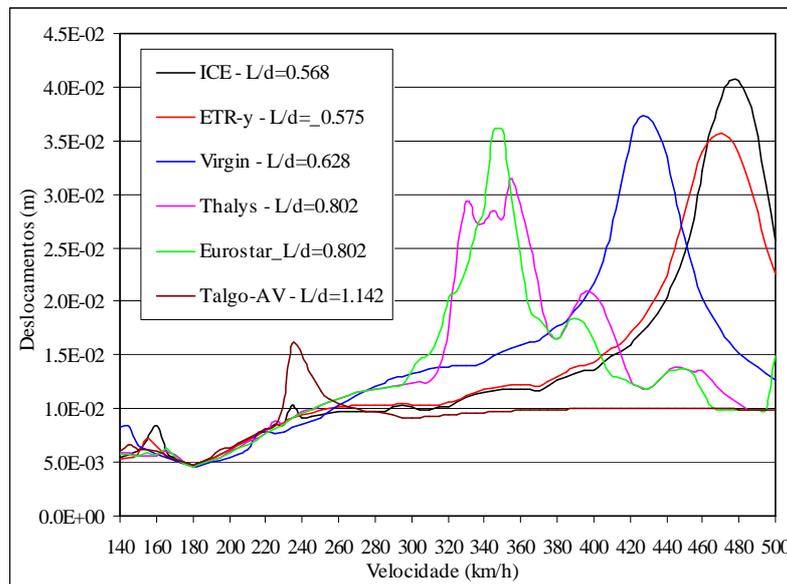


Figura 2.22 – Deslocamentos máximos a meio vão da ponte $P(5)$ quando sujeita à passagem dos vários comboio reais de alta velocidade.

A influência da relação entre o comprimento do vão e o comprimento característico do comboio na resposta da ponte também pode ser analisada considerando as respostas da ponte de 15 m de vão quando sujeita aos diferentes comboio reais de alta velocidade. A observação das Figura 2.22 e Figura 2.23 permite concluir que se verificam valores bastante elevados nas respostas máximas da ponte em termos de deslocamentos e acelerações na passagem dos diferentes comboios reais. Estes valores diminuem de um modo geral à medida que a relação L/d aumenta, nomeadamente para a passagem do comboio Talgo AV ocorrem os menores valores de deslocamento e aceleração, a relação L/d é igual a 1,142.

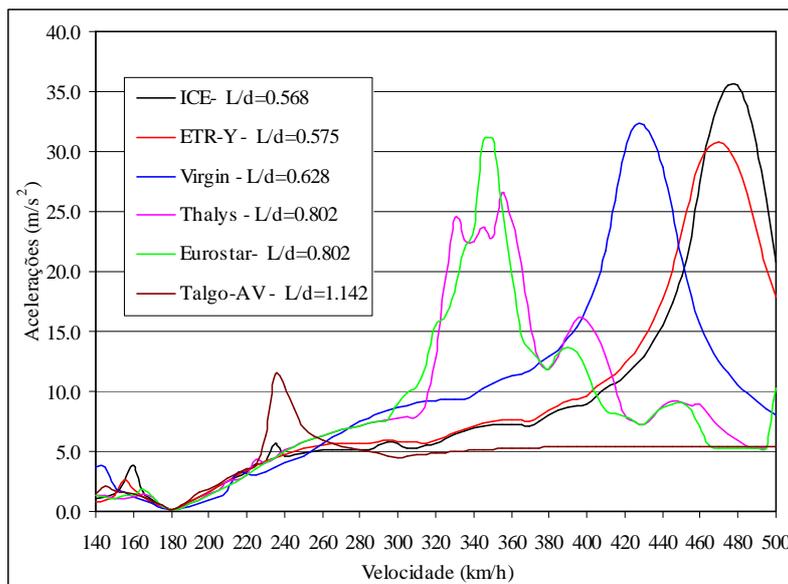


Figura 2.23 – Acelerações máximas a meio vão da ponte $P(5)$ quando sujeita à passagem dos vários comboio reais de alta velocidade.

A expressão (2.27) permite de uma forma rápida definir o comprimento do vão da ponte de modo que não ocorra a ressonância na ponte, atendendo aos diferentes comprimentos característicos dos veículos que sobre ela circulam.

2.4.2. Amortecimento da Ponte

A Figura 2.24 e Figura 2.25 representam os deslocamentos e acelerações máximas a meio vão da ponte $P(3)$, $L=10\text{ m}$ e $f_1=8\text{ Hz}$, quando sujeita à passagem do comboio ICE a diferentes velocidades recorrendo a diferentes valores de amortecimento: de 1% a 5%.

Conforme se pode constatar o valor máximo da resposta da estrutura na ressonância é bastante influenciado pelo valor do amortecimento, quanto menor o amortecimento maior a resposta. Notar que a utilização de $\xi=1\%$ e $\xi=2\%$ implica uma diferença nas respostas da estrutura em ressonância, de cerca de 50%, aqui não se verifica esta diferença em virtude da discretização utilizada para o cálculo das respostas máximas da estrutura não ser suficiente pequena.

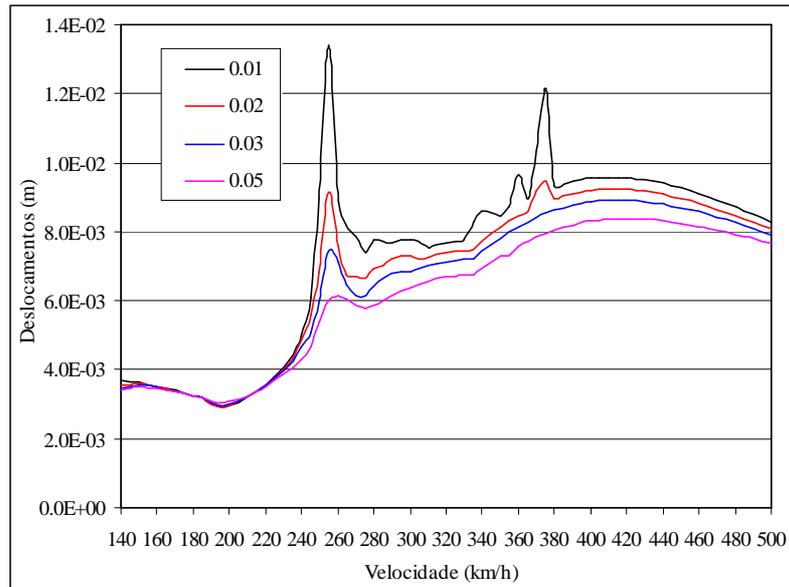


Figura 2.24 – Deslocamentos máximos a meio vão da ponte $P(3)$ para a passagem do comboio ICE recorrendo a diferentes valores de amortecimento estrutural.

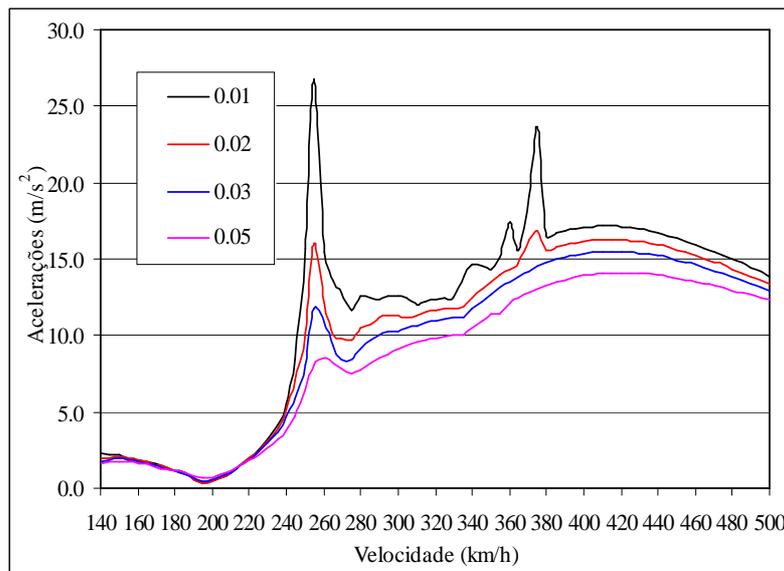


Figura 2.25 – Acelerações máximas a meio vão da ponte $P(3)$ para a passagem do comboio ICE recorrendo a diferentes valores de amortecimento estrutural.

O comportamento apresentado nas Figura 2.24 e Figura 2.25 demonstra a importância de adoptar um correcto valor de amortecimento nos cálculos dinâmicos das pontes, pois a sobrestimação deste valor determina respostas da estrutura na ressonância que podem por em causa a segurança da estrutura.

A quantificação correcta do amortecimento estrutural não é fácil pois este parâmetro está associado a diversos mecanismos de dissipação de energia que ocorre no sistema

constituído pela infra-estrutura de suporte à passagem do comboio: na ponte, nos materiais que a constituem, nos elementos/materiais que sobre ela se apoiam e que lhe servem de apoio, bem como na fricção que ocorre no contacto entre superfícies. Este parâmetro é também sensível à variação de uma série de factores, como por exemplo a temperatura ambiente e a amplitude de vibração a que a ponte está sujeita.

Dada a importância deste parâmetro no comportamento dinâmico das pontes são diversos os estudos realizados para a sua quantificação, [Fryba, 1996] e recentemente por exemplo [Rebelo *et al.*, 2005c] e [Zabel *et al.*, 2007].

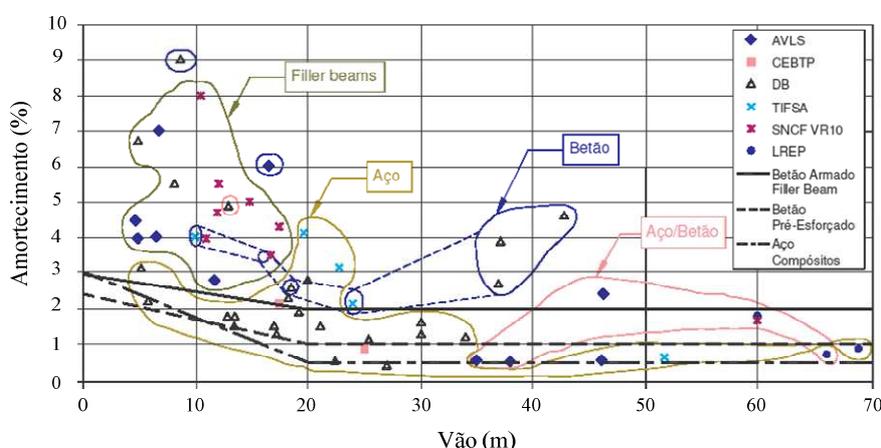


Figura 2.26 – Amortecimento em função do vão, adaptada de [ERRI D214/RP9, 1999].

Baseados numa série de ensaios dinâmicos a pontes sujeitas a condições reais de serviço em [ERRI D214/RP9, 1999] é proposto considerar que o amortecimento varia consoante o tipo de material da ponte e o comprimento do vão, a menores vão corresponde maiores coeficientes de amortecimento, ver Figura 2.26.

Tabela 2.11 – Valores de amortecimento a considerar no dimensionamento de pontes, [EN1991-2, 2003].

Tipologia da ponte	Limite inferior do coeficiente de amortecimento ξ [%]	
	$L < 20$ m	$L \geq 20$ m
Aço e Compósitos	$\xi = 0,5 + 0,125(20 - L)$	$\xi = 0,5$
Betão Pré-esforçado	$\xi = 1,0 + 0,07(20 - L)$	$\xi = 1,0$
Betão Armado e “ <i>Filler Beam</i> ”	$\xi = 1,5 + 0,07(20 - L)$	$\xi = 1,5$

Esta proposta foi adoptada pelas normas [EN1991-2, 2003] que então recomenda valores mínimos do coeficiente de amortecimento a ter em conta no dimensionamento

de pontes ferroviárias fazendo a distinção entre vãos inferiores e iguais ou superiores a 20 m, ver Tabela 2.11. e Figura 2.26.

2.4.3. Massa da Ponte

Da relação entre a frequência fundamental e a massa de uma viga simplesmente apoiada é evidente que a consideração de valores crescentes de massa resulta na diminuição dos valores da frequência e vice-versa, assumindo que os parâmetros da rigidez não variam. Desta forma, assumindo por exemplo valores superiores para a massa uniformemente distribuída de 50% e de 100% resulta em diminuições da ordem dos 18% e 30% na frequência da estrutura.

Para analisar a influência que a variação da massa tem sobre o comportamento dinâmico de pontes, procede-se a um incremento de massa: $1 \times M$, $1,5 \times M$ e $2 \times M$, na ponte $P(5)$, $L=15$ m, $f_1=5$ Hz e $\xi=0,01$, e considera-se a passagem do comboio Virgin ($d_k=23,9$ m) a diferentes velocidades. Na Tabela 2.12 indicam-se os valores assumidos para a massa e primeira frequência da ponte bem como as respectivas velocidades de ressonância.

Tabela 2.12 – Características da ponte $P(5)$ para analisar a influência da variação da massa.

Variação da massa	Massa da ponte [ton/m]	f_1 [Hz]	$V_{cri.}$ [km/h]
-	15	5	430
50%	22,5	4,08	351
100%	30	3,54	305

Sabendo que as velocidades de ressonância são directamente proporcionais à frequência, ver equação (2.20), uma diminuição da frequência provoca uma diminuição das velocidades. Assim em termos práticos, a variação da massa implica a variação da frequência que por sua vez implica a variação da sensibilidade da estrutura às velocidades com que a ressonância ocorre, ver Tabela 2.12.

A Figura 2.27e a Figura 2.28 representam os deslocamentos máximos e acelerações máximas a meio vão da ponte considerando diferentes valores da massa uniformemente distribuída. Estes resultados indicam que os valores máximos da aceleração vertical na ponte na situação de ressonância são inversamente proporcionais à massa distribuída da

estrutura, mas os valores máximos dos deslocamentos não são afectados com a variação da massa.

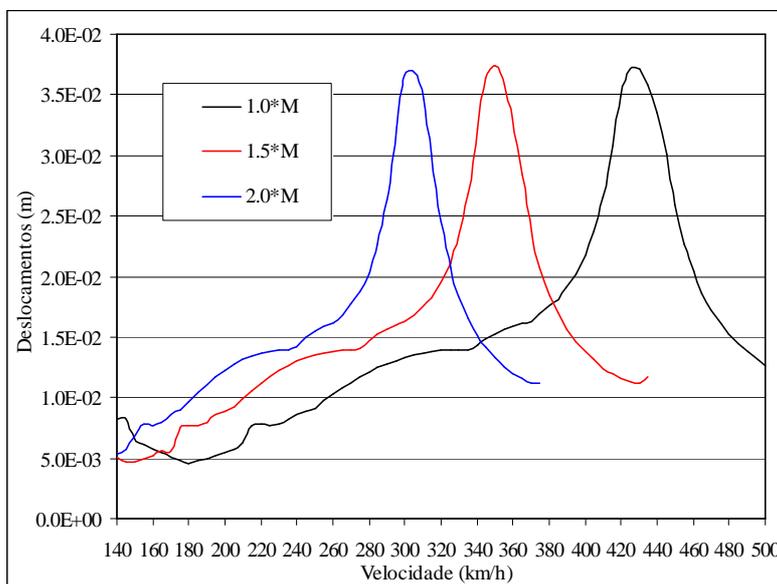


Figura 2.27 – Deslocamentos máximos a meio vão da ponte *P(5)* para a passagem do comboio Virgin recorrendo a diferentes valores de massa.

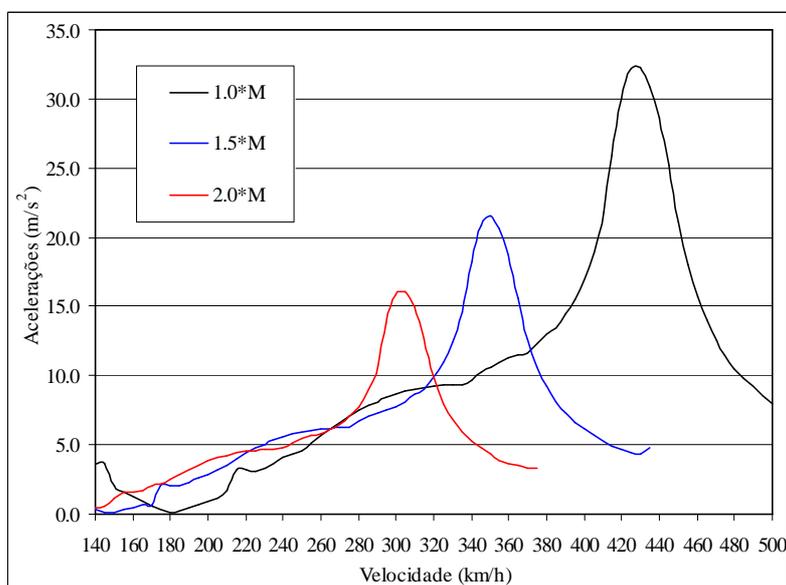


Figura 2.28 – Acelerações máximas a meio vão da ponte *P(5)* para a passagem do comboio Virgin recorrendo a diferentes valores de massa.

Portanto, recorrer a valores superiores da massa é importante quando se pretende avaliar os efeitos que ocorrem na redução das velocidades de ressonância da estrutura. Neste seguimento, é contraproducente incrementar a massa na estrutura sem efectuar qualquer

alteração na sua rigidez, pois o aumento da massa diminui os valores das velocidades de ressonância, podendo levar a que uma estrutura fique sujeita à ressonância quando tal não era possível em projecto.

Atendendo a estes factos as normas [EN1991-2, 2003] recomendam que se utilizem dois limites de massa quando se procede à análise dinâmica de uma ponte, nomeadamente para pontes balastradas um valor mínimo de massa associado à menor espessura e densidade do balastro limpo e inversamente um valor máximo de massa associado a um balastro sujo ou de densidade saturada e maior espessura antevendo situações futuras de não conservação da via férrea.

2.4.4. Rigidez da Ponte

As frequências próprias da estrutura são proporcionais à sua rigidez. Este facto significa que o aumento da rigidez leva ao aumento das frequências próprias da estrutura e consequentemente ao aumento das velocidades críticas com que a ressonância ocorre, ver expressão (2.20).

Tabela 2.13 – Características da ponte $P(5)$ para analisar a influência da variação da rigidez de flexão.

Variação Da rigidez	Rigidez EI [$N \cdot m^2$]	f_1 [Hz]	$V_{cri.}$ [km/h]
-	7694081,0	5,000	≈430
20%	6155264,8	4,472	≈385
25%	5770560,75	4,330	≈373

Para analisar o efeito da variação da rigidez de flexão numa ponte simplesmente apoiada considerou-se a ponte $P(5)$, $L=15$ m, $f_1=5$ Hz e $\xi=1\%$, sujeita à passagem do comboio Virgin ($d_k=23,9$ m) com velocidades compreendidas entre os 140 e os 500 km/h e uma diminuição de 20 e 25% no valor da rigidez, neste caso EI , produto do módulo de elasticidade do material com o momento de inércia da secção transversal ver Tabela 2.13.

A Figura 2.29 e a Figura 2.30 representam respectivamente os deslocamentos máximos e acelerações máximas a meio vão da ponte $P(5)$ considerando diferentes valores da rigidez de flexão EI . Conforme se pode observar a diminuição da rigidez leva à diminuição das velocidades críticas em que a ressonância ocorre, ao aumento dos

deslocamentos máximos a meio vão, no entanto esta variação de rigidez não afecta os valores máximos de aceleração.

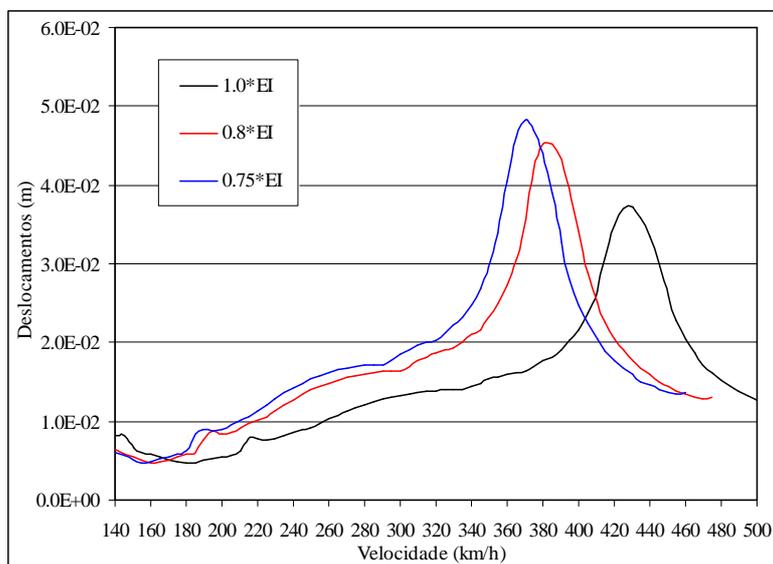


Figura 2.29 – Deslocamentos máximos a meio vão da ponte $P(5)$ para a passagem do comboio Virgin recorrendo a diferentes valores de massa.

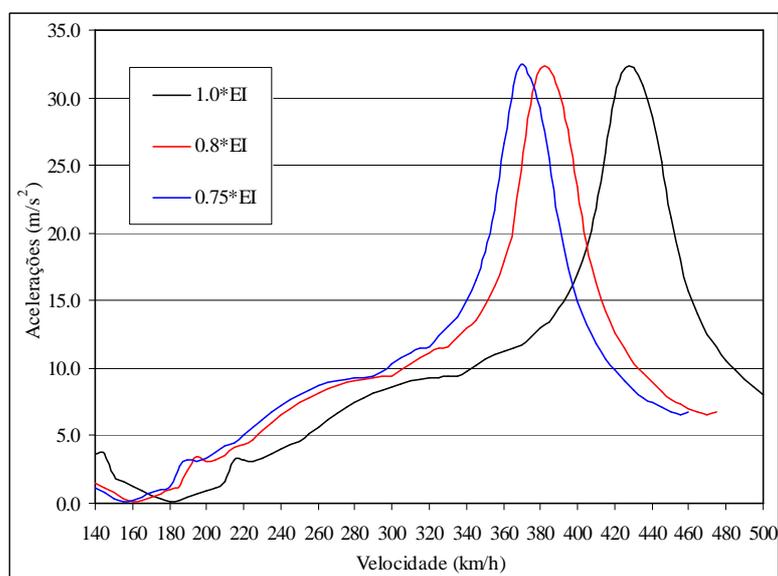


Figura 2.30 – Acelerações máximas a meio vão da ponte $P(5)$ para a passagem do comboio Virgin recorrendo a diferentes valores de rigidez.

Duas notas há que realçar com o efeito da variação da rigidez, nomeadamente uma sobrestimação da rigidez da estrutura leva consequentemente à sobrestimação das velocidades críticas o que em termos de segurança da estrutura é desfavorável e deste

modo é aconselhado pela regulamentação [EN1991-2, 2003] recorrer ao valor inferior deste parâmetro, admitindo um intervalo de variação que pode ocorrer. Por outro lado a consideração de valores inferiores da rigidez tem implicações no custo da estrutura, por conseguinte atendendo ao exposto, quando se efectua o dimensionamento da estrutura é necessário utilizar um valor da rigidez que seja garantido na ponte.

A correcta quantificação da rigidez da ponte é possivelmente o parâmetro, relacionado com a determinação da frequência da estrutura, mais difícil de efectuar. Atendendo a este facto o relatório [ERRI D214/RP9, 1999] considera que na quantificação da rigidez da estrutura se devem analisar a influência de uma série de factores tais como: as propriedades do material, módulo de elasticidade E e módulo de distorção G , a existência de fendilhação e sua extensão na estrutura, a forma da secção transversal, a configuração da deformada da estrutura, os apoios da ponte e a existência da via férrea balastrada sobre a ponte.

Relativamente à quantificação das propriedades do material, módulo de elasticidade e módulo de distorção, do aço e do betão, aquele relatório distingue no betão o módulo de elasticidade estático e módulo de elasticidade dinâmico atendendo ao efeito que o carácter de actuação das forças dinâmicas, instantâneas e ou de rápida variação no tempo, têm sobre este material. Refere ainda que para a maioria das estruturas o valor do módulo de elasticidade dinâmico poderá ser superior ao módulo de elasticidade estático em cerca de 15%. Atendendo à diversidade com que cada código aborda a quantificação do valor do módulo de elasticidade, recomenda que para efeitos de dimensionamento se quantifique de acordo com a Tabela 3.1 da norma [EN1992-1-1, 2004], recorrendo ao módulo secante E_{cm} .

2.5. FACTOR DE AMPLIFICAÇÃO/FACTOR DINÂMICO

No dimensionamento de pontes ferroviárias é corrente considerar a resposta dinâmica da ponte recorrendo ao incremento da máxima resposta estática da ponte induzida pelo tráfego ferroviário por um factor de amplificação $(1+AD)$, portanto:

$$R_{\text{dyn}} = R_{\text{est.}} (1 + AD) \quad (2.28)$$

Esta amplificação dinâmica da resposta estática é definida por

$$AD = \frac{R_{dyn} - R_{est.}}{R_{est.}} \quad (2.29)$$

onde R_{dyn} e R_{est} são a máxima resposta dinâmica e a máxima resposta estática, respectivamente. Veja-se pois que a amplificação dinâmica traduz o incremento da resposta dinâmica relativamente à resposta estática. Existem autores, por exemplo [Yang *et al.*, 2004a], que a esta última relação designam por factor de impacto, I.

$$I = \frac{R_{dyn}}{R_{est.}} - 1 \quad (2.30)$$

O conceito de factor de amplificação está implementado na norma europeia [EN1991-2, 2003] no modo como propõe que se efectue a avaliação de pontes ferroviárias do ponto de vista da segurança estrutural. Pois refere que os efeitos, por exemplo deslocamentos e esforços, derivados das forças verticais inerentes ao tráfego sejam determinados recorrendo ao valor mais desfavorável determinado por:

$$\left(1 + \varphi'_{dyn} + \frac{\varphi''}{2} \right) \times \begin{pmatrix} \text{HSLM} \\ \text{ou} \\ \text{RT} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

ou

$$\Phi \times (\text{LM71}'' + \text{SW0}) \quad (2.32)$$

onde φ'_{dyn} representa a amplificação dinâmica anteriormente referida em (2.29) pois:

$$\varphi'_{dyn} = \max \left| \frac{y_{dyn}}{y_{sta}} \right| - 1 \quad (2.33)$$

De acordo com a nomenclatura aí utilizada, y_{dyn} e y_{sta} correspondem aos valores máximos das respostas dinâmicas e estáticas, respectivamente devido à consideração do tráfego real ou dos modelos de carga *HSLM*. Quanto a φ'' corresponde à parcela de amplificação induzida pelas irregularidades existentes na via e na roda do veículo. De acordo com o Anexo C da [EN1991-2, 2003], esta parcela pode tomar o valor de $0,5\varphi''$ ou de φ'' consoante a via for de manutenção cuidada ou standard. Notar que φ'_{dyn} corresponde à amplificação dinâmica para o caso em que seja necessário recorrer a uma análise dinâmica, i.e. quando as velocidades de circulação forem superiores a 200 km/h .

Quando não for necessário efectuar uma análise dinâmica, para velocidades de circulação inferiores a 200 km/h e quando o valor da primeira frequência própria da ponte estiver compreendida entre os limites inferior e superior deste parâmetro, explicitados no Anexo C, a amplificação dinâmica a tomar é igual a:

$$\varphi' = \begin{cases} \frac{K}{1 - K + K^4} & \text{se } K < 0,76 \\ 1.325 & \text{se } K \geq 0,76 \end{cases} \quad (2.34)$$

onde

$$K = \frac{v}{2L_{\Phi} \times n_0} \quad (2.35)$$

e v corresponde à velocidade máxima de circulação permitida na via, n_0 à primeira frequência natural de flexão da ponte e L_{Φ} o comprimento do vão da ponte simplesmente apoiada.

Quanto a Φ corresponde a um factor dinâmico que pode tomar o valor de Φ_2 ou de Φ_3 consoante a qualidade de manutenção da via. Para uma via de manutenção cuidada Φ toma o valor de:

$$\Phi_2 = \frac{1,44}{\sqrt{L_{\Phi} - 0,2}} + 0,82 \quad 1,00 \leq \Phi_2 \leq 1,67 \quad (2.36)$$

Para uma via de manutenção standard Φ toma o valor de:

$$\Phi_3 = \frac{2,16}{\sqrt{L_\Phi - 0,2}} + 0,73 \quad 1,00 \leq \Phi_3 \leq 2,00 \quad (2.37)$$

Os efeitos dinâmicos são assim obtidos multiplicando Φ pelos efeitos estáticos provocados pela consideração da carga modelo 71, $LM71$, ou $SW/0$, caso se pretenda estudar os efeitos derivados do tráfego ferroviário normal, sobre vigas simplesmente apoiadas ou vigas contínuas, respectivamente.

Tendo em conta estes conceitos aplicam-se a uma das pontes de referência, ponte $P(5)$, $L=L_\Phi=15$ m, $f_1= n_0=5$ Hz e $\xi=1\%$, sujeita à passagem dos comboios reais de alta velocidade: ICE, Virgin, Thalys, Talgo AV, Eurostar, ETR-Y. Recorde-se que esta ponte encontra-se sobre o limite inferior definido pela norma [EN1991-2, 2003] para validar a necessidade de efectuar análises dinâmicas em pontes com velocidades de circulação inferiores a 200 km/h (ver Figura 2.19).

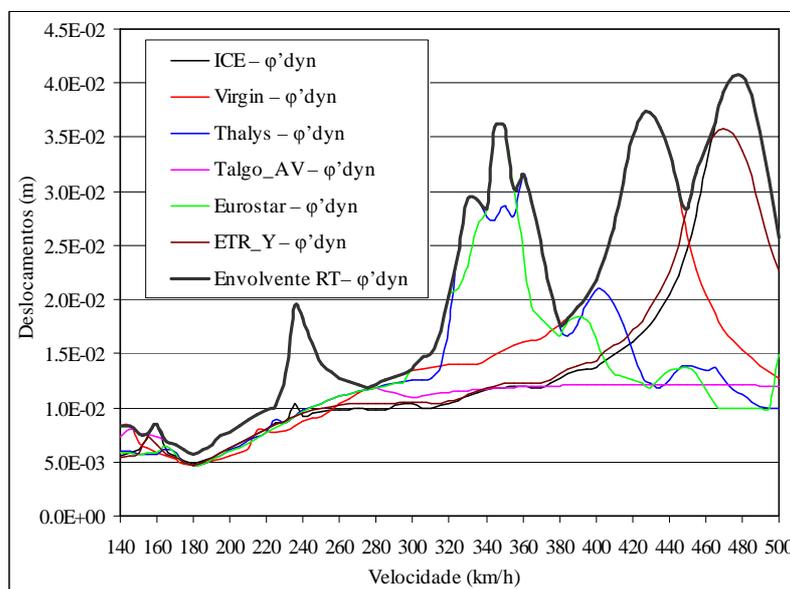


Figura 2.31 – Respostas máximas da ponte P(5) para a passagem dos comboios reais e respectiva envolvente, em termos de deslocamentos, recorrendo ao factor de amplificação dinâmica $(1+\varphi'_{dyn}+0,5\varphi'')$.

Determinaram-se os valores das respostas máximas, dinâmica e estática, da ponte para a passagem dos comboios reais de alta velocidade (RT). As respostas máximas permitiram determinar o factor de amplificação da ponte tendo em conta os efeitos das

irregularidades, assumindo para tal uma via de manutenção cuidada, expressão (2.31). A envolvente destas respostas está representada na Figura 2.31, notar que o factor de amplificação ($1+\varphi'_{dyn}+0,5\varphi''$) foi aqui designando por apenas φ'_{dyn} .

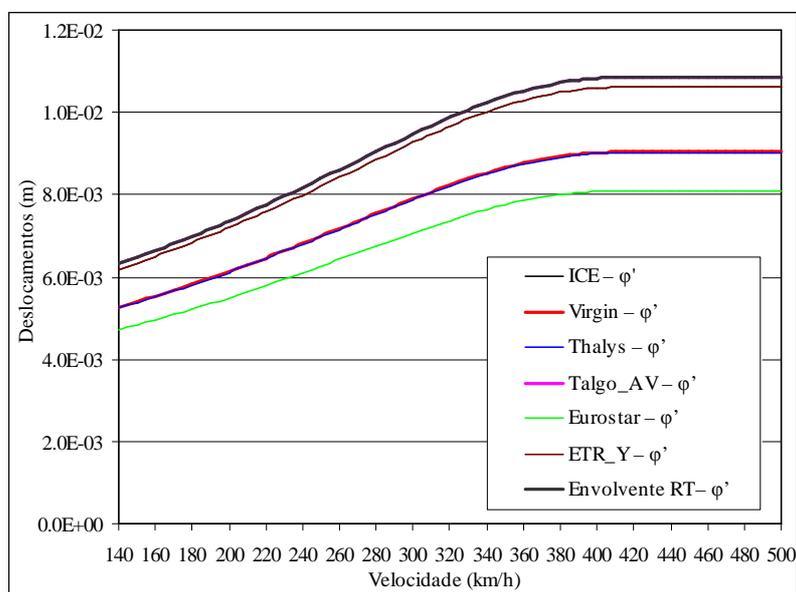


Figura 2.32 – Respostas máximas da ponte $P(5)$ para a passagem dos comboios reais e respectiva envolvente, em termos de deslocamentos, recorrendo ao factor de amplificação dinâmica ($1+\varphi'+0,5\varphi''$).

A amplificação dinâmica a considerar na ponte, para velocidades de circulação inferiores a 200 km/h foi também determinada para cada um dos comboios reais de alta velocidade, expressões (2.34) e (2.35), a envolvente das respostas é representada na Figura 2.32. O factor de ($1+\varphi'+0,5\varphi''$) foi designando por apenas φ' .

Apesar da amplificação dinâmica φ' ser apenas aplicada para pontes em que não é necessário efectuar uma análise dinâmica, portanto as velocidades de circulação são inferiores a 200 km/h e o valor da primeira frequência própria estiver compreendida entre os limites deste parâmetro, foi aqui aplicada na medida em que se pretende efectuar uma análise comparativa entre os factores de amplificação e o factor dinâmico.

O factor dinâmico Φ foi determinado atendendo ao tipo de manutenção de via, ou seja Φ_2 . Sendo o deslocamento a meio vão da ponte $P(5)$ para o modelo de carga $LM71$, $\delta_{LM71}=11\text{ mm}$, ver Tabela 2.8, a resposta máxima foi determinada $\Phi_2 \times \delta_{LM71}=13,33\text{ mm}$.

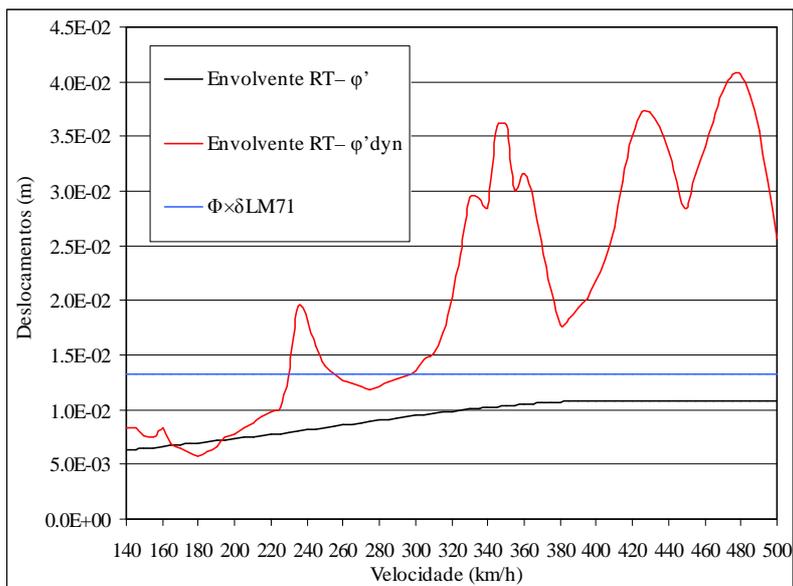


Figura 2.33 – Comparação dos deslocamentos a meio vão da ponte recorrendo aos factores de amplificação φ'_{dyn} e φ' para a passagem dos comboios reais e do factor dinâmico Φ .

A Figura 2.33 efectua a comparação dos deslocamentos a meio vão da ponte $P(5)$ recorrendo aos factores de amplificação dinâmica φ'_{dyn} e φ' , para a passagem dos comboios reais de alta velocidade e ao factor dinâmico Φ . Como se pode constatar da observação da Figura 2.33 os valores determinados recorrendo a φ'_{dyn} , a uma análise dinâmica, são bastante superiores aos obtidos por φ' e Φ . O valor determinado para o deslocamento a meio vão recorrendo ao factor Φ , não tem em conta os efeitos de ressonância que ocorrem na estrutura para a passagem dos comboios reais de alta velocidade, sendo inferior ao factor de amplificação dinâmica φ'_{dyn} , nesta situação, para velocidades superiores a 230 km/h .

Poder-se-á dizer que a Figura 2.33 representa o comportamento dinâmico das pontes de pequeno e médio vão, ou seja a sensibilidade que têm quando sujeitas à passagem de comboios reais de alta velocidade a velocidades superiores a 200 km/h . Os efeitos dinâmicos que se obtêm neste tipo de pontes são bastante elevados colocando em causa a segurança da estrutura nos diversos critérios que devem verificar, sendo portanto necessário efectuar uma análise cuidada do seu comportamento, quando se pretende solicitá-la à passagem de comboios de alta velocidade.

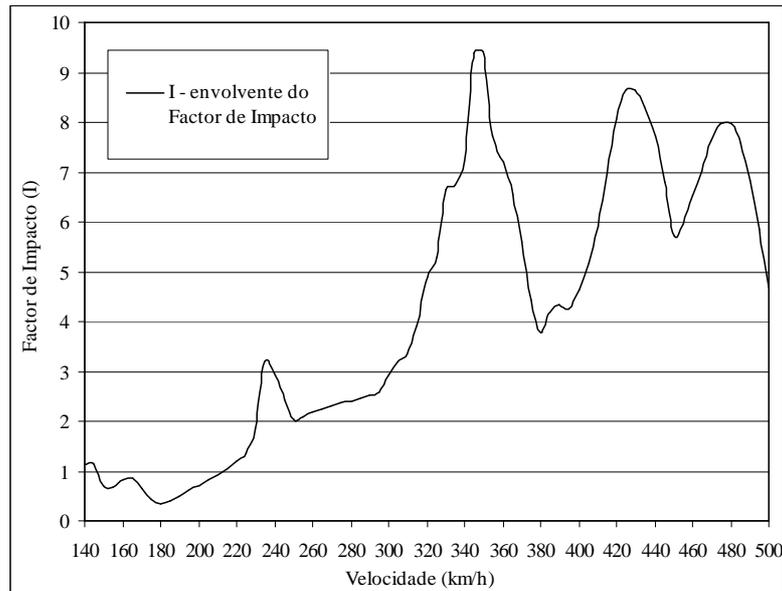


Figura 2.34 – Representação da envolvente do factor de impacto dos deslocamentos a meio vão da ponte para a passagem dos comboios reais.

A Figura 2.34 representa a envolvente do factor de impacto calculado para os deslocamentos a meio vão da ponte e para os comboios reais de alta velocidade, para as diferentes velocidades de circulação, expressão (2.30). Verifica-se que as conclusões retiradas na Figura 2.33 quanto à sensibilidade desta estrutura à passagem dos comboios de alta velocidade são aqui replicadas, por outro lado esta representação permite quantificar o valor do incremento da resposta dinâmica relativamente à resposta estática.

2.6. SÍNTESE DO CAPÍTULO

O comportamento dinâmico de pontes simplesmente apoiadas é influenciado por diversos parâmetros inerentes aos vários elementos/subsistemas que a constituem, nomeadamente a ponte, a via férrea e o veículo circulante. A resolução analítica da resposta de uma viga simplesmente apoiada sujeita a uma série de forças concentradas rolantes a velocidade constante v e distantes entre si de um valor igual a d evidencia os parâmetros relacionados com a ocorrência da ressonância e da supressão das vibrações na viga, nomeadamente a distância d , a frequência própria de vibração da estrutura f e o comprimento L do vão da ponte.

Do estudo efectuado admitindo pontes cujos comprimentos dos vãos variam entre os 10 e os 40 *m* e os actuais comboios de alta velocidade, a relação L/d varia entre 0,189 e 3,044. Por outro lado observou-se que para relações L/d , igual ou inferior à unidade, as respostas das pontes em ressonância são muito elevadas. As respostas das pontes em ressonância diminuem à medida que a relação L/d aumenta para valores superiores à unidade.

Os comboios que actualmente circulam na rede ferroviária de alta velocidade são apresentados bem como os esquemas de cargas, *HLSM-A* e *HSLM-B*, de verificação da aplicabilidade dos critérios de interoperabilidade. Os vários modelos simplificados de veículos, aplicados nesta investigação e em investigações anteriores, são também exibidos e discutidas as vantagens e limitações destes, os parâmetros que dominam a caracterização dos modelos simplificados são evidenciados.

Apresenta-se a influência da variação do amortecimento, da massa e da rigidez da ponte nas respostas das estruturas em ressonância. Recorrendo ao factor de amplificação e factor dinâmico, referidos na norma de dimensionamento, complementa-se a análise dos efeitos dinâmicos de pontes ferroviárias simplesmente apoiadas de pequeno e médio vão exibindo a sensibilidade que estas pontes têm perante a passagem de N forças regulamente espaçadas a altas velocidades.

Capítulo 3. MODELOS DE ANÁLISE DINÂMICA DA VIA FÉRREA BALASTRADA

3.1. INTRODUÇÃO

No Capítulo 2 apresentaram-se os efeitos de alguns parâmetros no comportamento dinâmico de pontes simplesmente apoiadas de pequeno e médio vão. Esses parâmetros estão relacionados com as características geométricas e mecânicas da ponte e com o comprimento da carruagem do veículo circulante. Atendendo aos resultados obtidos de um conjunto de medições dinâmicas efectuadas a pontes de pequeno e médio vão, [Rebelo *et al.*, 2005c], considerou-se pertinente averiguar a influência da via férrea balastrada existente sobre a ponte.

Nas últimas três décadas tem sido feita investigação no âmbito das vibrações de pontes ferroviárias e da via férrea quando sujeitas à passagem de veículos rápidos de passageiros ou de veículos de mercadorias. No entanto a determinação dos efeitos da via férrea balastrada nas vibrações de pontes ferroviárias de pequeno e médio vão sujeitas a comboios de alta velocidade não tem tido a atenção que merece tendo em conta o número de obras de arte deste tipo presentes nas linhas ferroviárias.

Este Capítulo aborda a via férrea, evidencia os tipos de vias, os elementos que as constituem, as modelações numéricas desenvolvidas por diversos autores e por fim as irregularidades atribuídas à via.

3.2. VIAS FÉRREAS

De um modo geral pode-se dizer que as vias férreas constituem um meio de suporte dos veículos circulantes e que permitem o acesso a diferentes locais. A circulação ferroviária dos veículos efectua-se tendo em conta diversos critérios nomeadamente: de conforto, de resistência, de rapidez e de ordem económica.

Nos nossos dias existem diversos tipos de via férrea, os quais normalmente se inserem em dois grupos: o das vias balastradas e o das vias não balastradas. O funcionamento destas vias, quando sujeitas à passagem dos veículos circulantes, dependem essencialmente de uma boa interacção entre os diversos elementos e camadas de materiais que as constituem.

A via balastrada é a via férrea mais antiga cuja composição e forma tiveram origem há mais de dois séculos, este tipo de via é o mais utilizado na rede ferroviária mundial e Portugal não é excepção. Nos anos setenta, devido ao incremento das solicitações nomeadamente ao intenso tráfego misto, de mercadorias e de passageiros a altas velocidades, na Europa, Estados Unidos e Ásia, a via férrea balastrada foi analisada a fim de se introduzirem algumas modificações de modo a reduzir a sua degradação e consequentemente os custos de manutenção e conservação. Complementarmente, nos anos setenta, outros tipos de vias foram desenvolvidas e implementadas, vias férreas não balastras, como por exemplo o sistema Rheda, [Leykauf *et al.*, 2006].

3.2.1. Vias Com Balastro

A constituição e configuração da via férrea balastrada pouco se tem alterado ao longo do tempo, isto deve-se à facilidade na obtenção de material para balastro, ao seu bom comportamento em serviço quando solicitada pelos veículos circulantes, nomeadamente adequada rigidez e amortecimento. Desde o seu aparecimento, os custos de manutenção de conservação da via têm sido apontados como as principais desvantagens deste tipo de via, no entanto nos últimos anos um grande desenvolvimento nas técnicas e nos meios mecânicos se tem efectuado nesta área o que tem contribuído para a redução destes. Examinando a evolução deste tipo de via pode-se referir que as principais modificações consistiram na adopção de carris mais pesados e com maior inércia de flexão vertical, *UIC60*, na optimização de elementos de ligação carril/travessa com elasticidade apropriada e na substituição das travessas de madeira por travessas de betão com grandes superfícies de apoio, [Esveld, 1989] e [Fortunato, 2005].

A Figura 3.1 representa o esquema típico do perfil transversal de uma via férrea balastrada, em que nela se identificam os seus componentes e os dois grupos de elementos em que esta se divide: a superestrutura e a subestrutura. Conforme se pode

observar a superestrutura inclui todos os elementos não granulares da via férrea, enquanto que a subestrutura inclui todos os componentes granulares. A superestrutura é constituída pelos carris, ligações carril/travessa e travessas. A subestrutura é constituída pelo balastro sub-balastro e a fundação (aterro, terreno natural). Por outro lado designa-se por plataforma ferroviária: os carris, os elementos de ligação carril/travessa, travessas e balastro, [Suiker, 2002], [Oscarsson, 2001] e [Nunes, 1991].

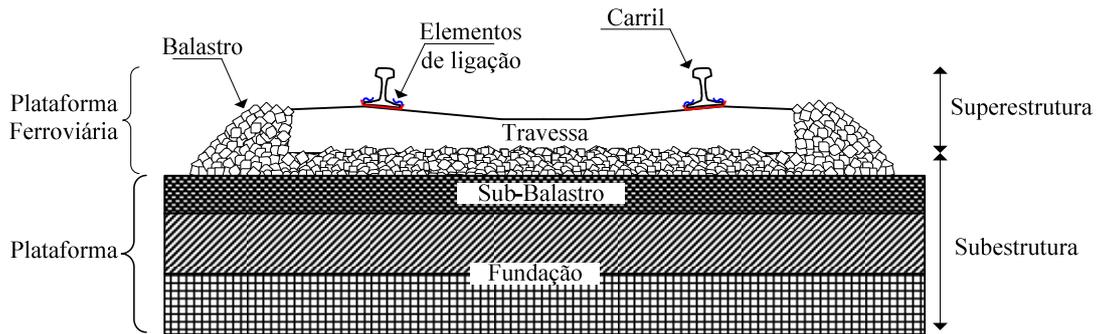


Figura 3.1 – Esquema da via balastrada, perfil transversal, adaptado de [Fortunato, 2005].

Na investigação aqui desenvolvida será considerada a plataforma ferroviária apoiada na ponte, portanto são desprezadas as camadas que constituem a fundação da via férrea. De modo a uma melhor compreensão de cada um dos elementos que constitui a plataforma ferroviária é apresentado de seguida uma breve descrição destes.

- o Carris

Os carris são elementos fundamentais no sistema ferroviário, a sua composição e geometria foram estudados de modo a resistir a elevadas forças rolantes. São feitos em barras de aço, de densidade de cerca de 7850 kg/m^3 , com 36 m de comprimento e em vias de alta velocidades é normalmente adoptado o perfil *UIC60*, [Esveld, 1989]. De um modo sucinto podem-se descrever algumas das suas principais funções: transmissão das forças verticais para as travessas, capacidade de guiar as rodas dos veículos na direcção lateral, transmissão das forças horizontais impostas na cabeça do carril aos elementos da plataforma ferroviária, promover uma superfície lisa de rolamento das rodas e capacidade de distribuir as forças de arranque e de frenagem para os elementos da plataforma ferroviárias.

A Figura 3.2 representa a secção transversal do carril de perfil *UIC60*, cuja designação corresponde à massa que estes perfis possuem por unidade de comprimento. Na Tabela 3.1 indicam-se os valores relativos às características mecânicas do carril: a sua secção transversal, inércias de flexão, módulos de flexão, segundo os eixos vertical e horizontal, e massa por unidade de comprimento.

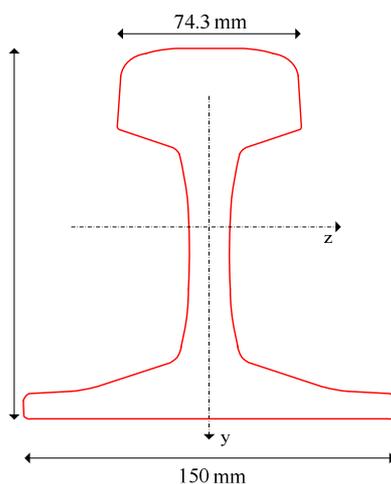


Figura 3.2 – Secção Transversal do carril *UIC60*, adaptado de [Esveld, 1989].

Tabela 3.1 – Características mecânicas do carril *UIC60*, [Esveld, 1989].

Variáveis	Valores
A [cm ²]	76.9
I_z [cm ⁴]	3055
I_y [cm ⁴]	513
w_z [cm ³]	377.4
w_y [cm ³]	68.4
\bar{m} [kg/m]	60.3

o Elementos de Ligação Carril/travessa

Os elementos de ligação carril/travessa têm como principais funções: o apoio e a correcta fixação do carril (inclinação e distância entre eixos de carris no perfil transversal da via); a transmissão das forças verticais, horizontais (laterais e longitudinais) do carril para a travessa; o amortecimento das vibrações e impactos causados pela passagem do tráfego.

Na rede ferroviária mundial de alta velocidade existem diversos tipos de elementos de ligação entre o carril e a travessa e regularmente outros são desenvolvidos com novos

materiais de modo a atender às novas exigências da via e ou opiniões dos investigadores. A escolha do tipo de ligação depende essencialmente do tipo de via férrea, no caso da via férrea balastrada, do tipo de travessa utilizada e da rigidez conferida pelas camadas dos elementos granulares na via. Os elementos de ligação carril/travessa são portanto de materiais que promovam o isolamento eléctrico entre os carris e a travessa e de adequada elasticidade e amortecimento de modo a conferir o melhor comportamento da via quando em serviço, [Man, 2002] e [Teixeira, 2006].

A Figura 3.3 representa dois exemplos de elementos de ligação entre o carril e a travessa que se podem efectuar, o primeiro aplicado a uma travessa de betão e o segundo a uma travessa de madeira.



Figura 3.3 – Diferentes elementos de ligação carril/travessa, [Esveld, 1989].

o Travessas

As travessas são elementos de elevada rigidez colocados entre os carris e o balastro, têm a finalidade de garantir a estabilidade da via férrea quer na direcção vertical quer na horizontal. Estes elementos constituem o suporte dos carris, preservam a distância entre eixos dos carris e a inclinação do carril; resistem às forças verticais e horizontais transmitidas pelos carris e transferem-nas para a camada de balastro com valores que lhe é admissível; promovem o isolamento eléctrico entre os dois carris.

As travessas começaram por ser de madeira pois eram leves, de fácil manuseamento, no entanto devido à baixa resistência lateral que conferiam à via e à curta vida útil foram substituídas por outras mais pesadas e mais resistentes às acções ambientais, em betão e em aço. As travessas de aço foram utilizadas, no final do século XIX mas devido à dificuldade que ofereciam no seu correcto posicionamento na via, na especial atenção ao isolamento eléctrico entre carris, na transmissão de ruído e de serem pouco

resistentes às acções ambientais pois exigiam tratamento adequado ao ataque de químicos tornaram-se pouco competitivas.



Figura 3.4 – Via balastrada com travessas de madeira, [Esveld, 1989].

Foi após a segunda guerra mundial e com o desenvolvimento das técnicas de pré-esforço nos anos 70 que ocorreu a adopção das travessas de betão de um modo mais significativo. Estas travessas são de dimensões superiores às anteriores e mais pesadas, estas características conferem uma diminuição das tensões instaladas no balastro e um melhor comportamento em serviço das vias sujeitas a tráfego de alta velocidade. Tratam-se de travessas mais duráveis às acções ambientais fazendo com que a sua utilização diminua os custos de conservação da via. Dadas as suas características são actualmente as mais utilizadas na rede ferroviária de alta velocidade com duas configurações: monobloco ou bibloco, ver Figura 3.5 e Figura 3.6, respectivamente.

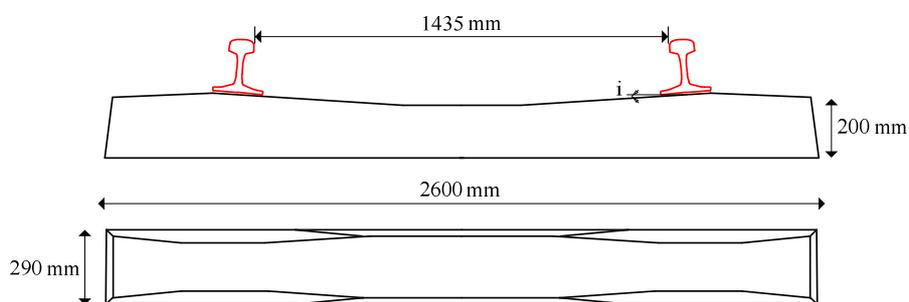


Figura 3.5 – Travessa monobloco em betão, adaptado de [Gil e Fernandez, 2006].

A norma europeia [EN13230, 2002] estipula as características geométricas e técnicas destes elementos. Quanto ao espaçamento entre travessas, é um parâmetro decisivo no

bom comportamento da via em serviço e atendendo aos resultados o valor de 60 *cm* está generalizado na maioria das vias.

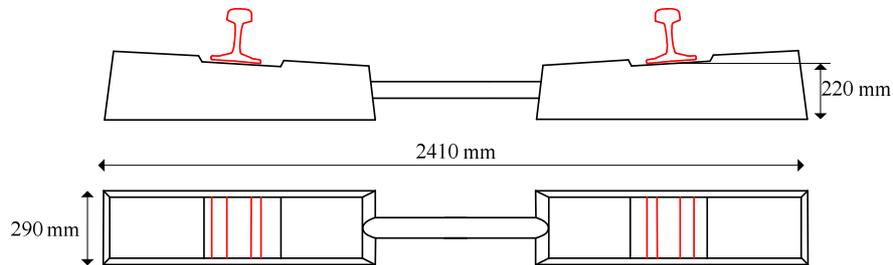


Figura 3.6 – Travessa bibloco em betão, adaptado de [Esveld, 1989].



Figura 3.7 – Via balastrada com travessas monobloco de betão, [Esveld, 1989].



Figura 3.8 – Via balastrada com travessas bibloco de betão, [Esveld, 1989].

- o Balastro

A camada de balastro é colocada no topo da subestrutura suportando a superestrutura. Consiste num material não coesivo, granular, de forma cúbica com faces rugosas e arestas vivas. As dimensões das partículas devem variar entre os 29 e os 61 *mm* de

modo a permitir por um lado, uma adequada compactidade e por outro constituir um meio permeável de rápida evacuação das águas pluviais, proporcionando assim uma boa capacidade de carga, estabilidade da via ao longo do tempo e uma fácil intervenção nas operações de conservação mediante operações mecânicas. Além de suporte da superestrutura da via, da transmissão de forças para a fundação da via férrea, e de permitir uma fácil manutenção da via, alinhamento e nivelamento, o balastro ainda permite, um eficaz amortecimento das vibrações, retarda o aparecimento de vegetação, reduz os efeitos causados pelo gelo, [Nunes, 1991].

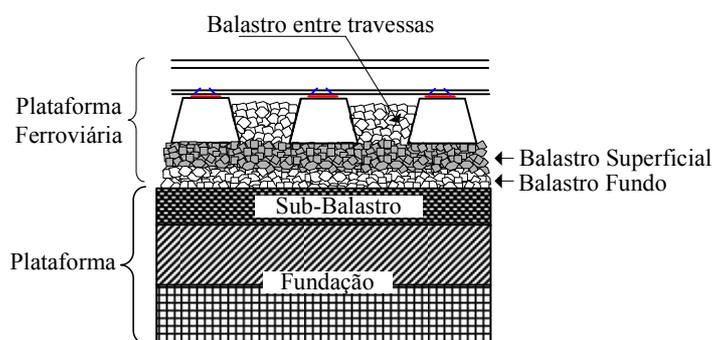


Figura 3.9 – Esquema da via balastrada, perfil longitudinal, [Fortunato, 2005].

A camada de balastro é definida pelo: balastro entre travessas; prisma lateral; balastro superficial, camada imediatamente inferior às travessas e que portanto recebe directamente as tensões destas; o balastro de fundo, camada de fundo cuja granulometria geralmente sofre alterações durante a sua utilização, ver Figura 3.9 e Figura 3.10.

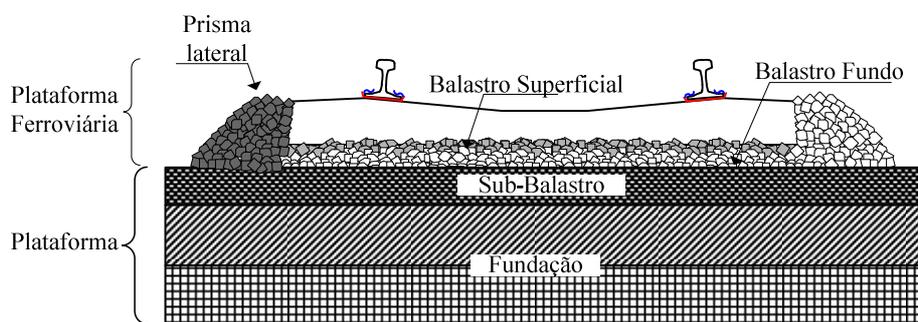


Figura 3.10 – Esquema da via balastrada, perfil transversal, [Fortunato, 2005].

Devido à acção do tráfego ferroviário esta camada de pedra está sujeita a elevadas forças verticais e horizontais (laterais e longitudinais) recomendando-se a utilização de

material de elevada qualidade. A classificação de materiais para balastro é efectuada com base nas suas propriedades geométricas e físicas segundo a norma [EN13450, 2002] e o documento técnico nacional IT.GEO.001.00 da Refer. Neste documento a classificação dos materiais para balastro é feita de acordo com o coeficiente de desgaste de Los Angeles, para vias sujeitas a tráfego de alta velocidade deverá ser inferior a 19% (agregados do tipo I), expõe as rochas possíveis de serem utilizadas como por exemplo: os granitos, os basaltos e os quartzitos e as características técnicas dos materiais para serem aceites para balastro, [Fortunato, 2005].

A altura do balastro é determinada com base em dois objectivos, por um lado de modo a assegurar que fundação da plataforma ferroviária seja carregada o mais uniforme possível com uma tensão que lhe seja admissível e por outro que esteja assegurada a estabilidade, a resistência vertical e lateral da via, deste modo é recomendável uma altura de pelos menos 30 *cm*, podendo no entanto atingir alturas de cerca de 55 *cm*, [Esveld, 1989] e [Man, 2002].

3.2.2. Vias Sem Balastro

As vias sem balastro (*VSB*) têm surgido quer na procura de menores custos de conservação, maior estabilidade da via quando sujeita à frequente passagem de veículos a altas velocidades e com elevadas cargas por eixo, ou em situações onde é exigida a interacção entre o transporte ferroviário e rodoviário. Desta forma outros tipos de vias férreas sem balastro têm surgido, por exemplo, sistemas definidos por travessas de betão assentes em lajes de betão, carris embebidos num material elástico.

Estes tipos de vias caracterizam-se por fornecer grande precisão na geometria e portanto conforto na circulação, elevada estabilidade quer na direcção vertical como na lateral, reduzidos custos de manutenção e conservação no entanto a sua aplicabilidade é muitas vezes condicionada pela qualidade da plataforma, pois necessita de fundações pouco deformáveis.

Um sistema que começou por ser utilizado numa pequena extensão junto à estação de Rheda, na Alemanha e daí a sua designação, devido ao seu bom desempenho em serviço depressa foi adoptado em outras vias e presentemente é aplicado quer em linhas urbanas

quer em linhas sujeitas ao tráfego de alta velocidade, [Leykauf *et al.*, 2006]. Este sistema tem vários perfis transversais tipos, consoante a sua utilização, mas no seu essencial consiste numa estrutura monolítica em que as travessas de betão, monobloco ou bibloco, são betonadas sobre lajes de betão armado, [Freudenstein, 2006].

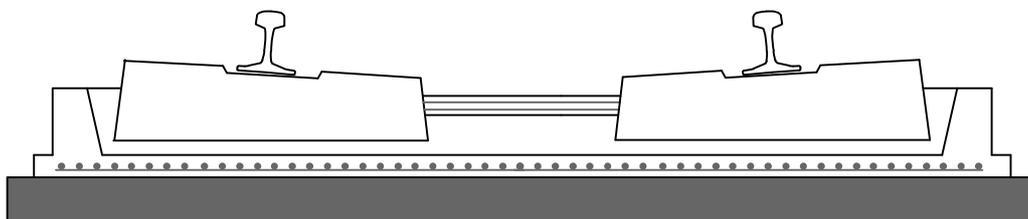


Figura 3.11 –Perfil transversal de uma VSB sobre laje de betão, adaptado de [Freudenstein, 2006].

Em outros tipos de via sem balastro o carril aparece embebido num material elástico, borracha ou cortiça, que posteriormente é inserido na laje de betão armado, Figura 3.12. Este tipo de via não utiliza travessas e conseqüentemente nem elementos de ligação carril/travessa, [Man, 2002] ou [Rhomberg, 2006].

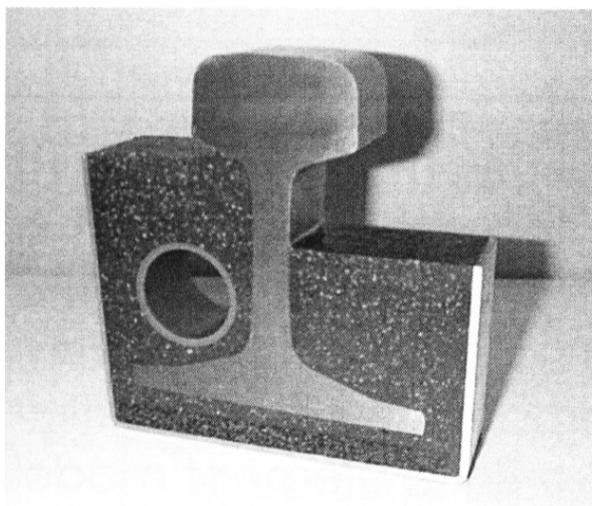


Figura 3.12 – Exemplo de um perfil embebido, [Man, 2002].

Refira-se também que estes tipos de via são comumente aplicados em países onde é difícil obter material para executar a camada de balastro e daí recorrerem a outras soluções que lhes sejam economicamente mais viáveis, por exemplo a Holanda. Muitas vezes também são adoptados quando na via existe uma elevada percentagem de obras de arte, túneis e viadutos, a fim de evitar as transições, entre a via e estes elementos estruturais, exemplos disto são as suas aplicações no Japão e em Taiwan.

3.3. A MODELAÇÃO DA VIA FÉRREA BALASTRADA EM INVESTIGAÇÕES ANTERIORES

O estudo do comportamento da via férrea balastrada quando sujeita à passagem de veículos tem sido desde sempre objecto de interesse por parte dos investigadores exemplo disso são, os trabalhos desenvolvidos no princípio do século XX por Timoshenko e Inglis, [Timoshenko, 1922] e [Inglis, 1934], no domínio das tensões instaladas no carril. Foi a partir da década de 70 que o estudo da análise do comportamento da via férrea sofreu um enorme avanço, vários modelos de via férrea foram desenvolvidos; em [Knothe e Grassie, 1993] e [Cai e Raymond, 1994] é apresentado uma revisão desta matéria. Complementarmente, a interacção entre o veículo e a via também suscitava enorme curiosidade e diversos modelos de rodas e veículos foram também aplicados, chegando a alcançar grande complexidade, [Zhai e Cai, 1997]. Os objectivos assentavam essencialmente na determinação: dos assentamentos da via, das forças de contacto entre as rodas e o carril, nas vibrações induzidas nos diferentes elementos que compõem a via férrea balastrada e nos veículos circulantes (rodas, suspensões e caixas das carruagens).

A introdução da alta velocidade veio incrementar as exigências do comportamento da via e obrigou a que a investigação neste domínio se tornasse mais exaustiva e complexa, requerendo modelações numéricas devidamente aferidas por ensaios experimentais.

A caracterização experimental das propriedades do balastro [Nunes, 1991], a modelação numérica do comportamento do balastro quando em serviço tendo em conta a sua degradação ao longo do tempo devido às inúmeras passagens dos eixos dos veículos, [Suiker, 2002]. A influência da variação da rigidez vertical dos elementos que constituem a via: balastro, travessa e elementos de ligação carril/travessa, bem como o comportamento não linear dos elementos de ligação carril/travessa na interacção entre a via e o carril, [Oscarsson, 2001]. Os estudos dos aspectos geotécnicos relacionados com a capacidade de carga da subestrutura da via, na perspectiva da modernização das vias férreas balastradas, [Fortunato, 2005]. A transmissão das vibrações, que ocorrem na via férrea quando sujeitas à passagem dos comboios de alta velocidade, nas construções adjacentes [Auersch, 2005] e [Lombaert *et al.*, 2006], são alguns dos exemplos que se

podem indicar relativamente à investigação desenvolvida, quer em Portugal quer no estrangeiro, no domínio da via férrea balastrada assente sobre plataforma definida por aterro ou terreno natural. Muito mais existe, veja-se a revisão bibliográfica apresentada por [Dahlberg, 2004].

Tendo em conta que a via férrea balastrada poderá estar sobre a ponte outros domínios de investigação se podem antever, nomeadamente:

- a influência das vibrações da ponte, quando sujeita à passagem dos comboios de alta velocidade, no comportamento da via;
- a influência das características/estado da via no comportamento dinâmico da ponte e nos veículos que a utilizam, estando aqui em causa a rigidez, o amortecimento e as irregularidades.
- Outra matéria que tem vindo a assumir especial importância é a interacção, do ponto de vista estático, da via férrea/ponte.

No que diz respeito às vibrações induzidas pela ponte na via balastrada é matéria de continuada investigação como se referiu no Capítulo 1, os estudos desenvolvidos no domínio das vibrações no balastro por diversas instituições, *Deutsche Bahn AG (DB)* e *Société Nationale des Chemins de Fer (SNCF)*, têm contribuído para a adopção nas normas, [EN1991-2, 2003] e [EN1990-Annex A2, 2005], de critérios de verificação aos estados limites.

Quanto à interacção entre a via férrea/ponte este fenómeno ocorre quando o carril é colocado com continuidade, total ou parcial, sobre as pontes gerando um campo adicional de tensões na via e na estrutura cujos valores dependem da resistência do sistema via férrea/ponte. Este campo de tensões surge devido à ocorrência de várias acções, nomeadamente: variações de temperatura na via e no tabuleiro da ponte, rotações nos extremos dos tabuleiros, as forças de frenagem e de arranque do comboio e a acção sísmica, em zonas com grande probabilidade de tal ocorrência. Esta interacção faz com que se tenha em atenção a localização das juntas do carril, a configuração e localização dos apoios nos tabuleiro da ponte.

De modo a analisar a interacção entre a via férrea/ponte a norma Europeia [EN1991-2, 2003] apresenta modelos estruturais para tal, em que simulam a ponte com os aparelhos de apoio, os pilares e fundações, e a plataforma férrea. A plataforma férrea é definida pelo carril e por molas horizontais de comportamento não linear que reproduzem o comportamento da ligação entre a via e a ponte. Neste sentido a norma [EN1991-2, 2003] estabelece os limites a verificar nas tensões dos carris e nas deformações da estrutura. Alguns exemplos de aplicação destas verificações da segurança e outros problemas decorrentes da interacção entre a via e a ponte podem ser analisados em [Dutoit, 2007] e [Matsumoto e Asanuma, 2007].

Relativamente ao estudo da influência das características/estado da via férrea no comportamento dinâmico da ponte e nos veículos que a utilizam, estando em causa a rigidez, o amortecimento e as irregularidades da via férrea, alguns investigadores se têm debruçado sobre tal nos últimos anos. Os trabalhos desenvolvidos por [Cheng *et al.*, 2001], [Yang *et al.*, 2004a], [Lou, 2005], [Chellini e Salvatore, 2007] e [Zabel *et al.*, 2007], mencionados na revisão bibliográfica apresentada no Capítulo 1 são exemplos disso.

Notar que nos três primeiros trabalhos a via férrea balastrada é implementada sobre a ponte sendo utilizado o sistema veículo/via férrea/ponte de modo a determinar a influência de cada um dos destes subsistemas na resposta dinâmica da ponte, na dos elementos que compõem a plataforma férrea e na dos veículos circulantes. Nos restantes trabalhos é analisado o sistema via férrea/ponte em que, a fim de aferir o comportamento do modelo numérico da ponte com os resultados obtidos de ensaios dinâmicos é considerada a via férrea sobre a ponte. A rigidez do carril e do balastro são consideradas de modo a alterar a rigidez de flexão da estrutura e as condições de fronteira dos tabuleiros com os elementos que lhe são adjacentes. Para tal algoritmos de optimização dos valores dos parâmetros caracterizadores das propriedades geométricas e materiais da estrutura são considerados.

3.4. MODELOS DE ANÁLISE DINÂMICA DA VIA FÉRREA

A modelação da via férrea recorrendo à formulação por elementos finitos tem sido correntemente utilizada com vários objectivos quer no estudo do comportamento da via,

dos materiais e elementos que a constituem, dos veículos que sobre ela circulam e da ponte que lhe serve de apoio, quando tal situação é aplicável.

Modelos bidimensionais ou tridimensionais baseados numa série de massa suspensas unidas por molas e amortecedores, ligados em paralelo, sob uma viga longitudinal que simula o carril, por exemplo: [Esveld, 1989], [Diana *et al.*, 2003], [Oscarsson, 2001], [Zhai *et al.*, 2004] e [Man, 2002]. Modelos tridimensionais com elementos finitos, sólidos, também se utilizam quando está em causa o estudo do comportamento da via tendo em conta as características da camada que serve de apoio à plataforma ferroviária, exemplos disso são os trabalhos de [Nunes, 1991], [Suiker, 2002], [Auersch, 2005] e [Fortunato, 2005].

De modo a um melhor entendimento das modelações existentes e das variáveis intervenientes procede-se de seguida a uma explanação dos vários modelos de via férrea e quando pertinente os valores utilizados. De referir que os valores dos parâmetros definidos nos elementos da plataforma ferroviária resultam quer de ensaios estabelecidos na via, de modo a aferir o comportamento do modelo numérico da via quando sujeita à passagem do comboio, [Man, 2002], [Oscarsson, 2001] e [Zhai *et al.*, 2004], quer de valores fornecidos pela ferrovia local, [Yang *et al.*, 2004a].

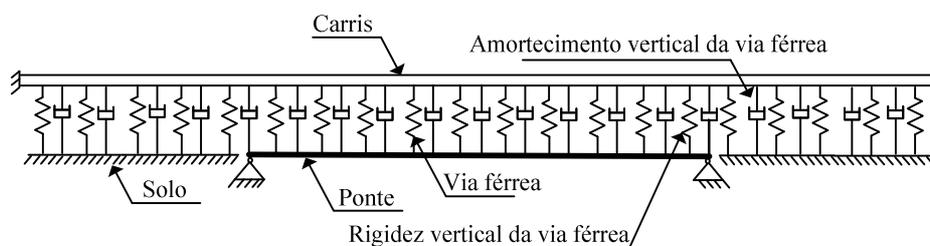


Figura 3.13 – Exemplo de modelo de via férrea, [Lou, 2005].

[Cheng *et al.*, 2001] e [Lou, 2005] estabelecem em 2D a via férrea sobre o modelo estrutural da ponte. A via férrea não altera a tipologia da ponte, portanto permanece simplesmente apoiada. Uma sucessão de molas e amortecedores verticais de comportamento linear, ligados em paralelo simula as características de rigidez e amortecimento vertical da via férrea, os dois carris assentam sobre estes elementos segundo uma viga restringida nas suas extremidades para representar a continuidade deste elemento. De notar que é considerada uma extensão da via férrea para a esquerda

e direita da ponte a fim de simular a continuidade deste elemento bem como as transições entre o aterro e a ponte.

Este modelo de via férrea implementado por [Lou, 2005] é idêntico ao modelo utilizado anteriormente por [Correa, 2003] no estudo das vibrações de pontes ferroviárias situadas em vias urbanas brasileiras.

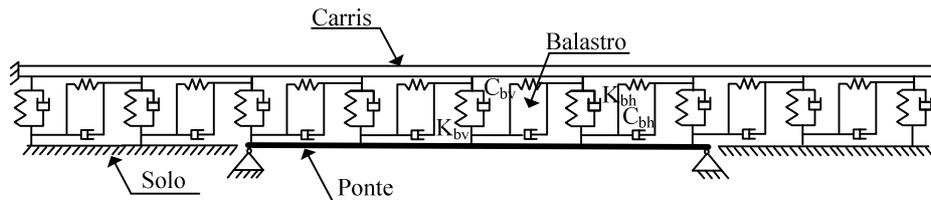


Figura 3.14 – Modelo bidimensional de via férrea, [Yang *et al.*, 2004a].

Nas modelações bidimensionais, [Yang *et al.*, 2004a] considera molas e amortecedores de comportamento linear ligados em paralelo segundo a vertical e a horizontal de modo a simular as características de rigidez e de amortecimento do balastro segundo estas direcções. Os dois carris são simulados segundo uma viga horizontal restringida nas suas extremidades para efeitos de continuidade. Os parâmetros são definidos por unidade de comprimento, ver Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Parâmetros do modelo de via férrea de [Yang *et al.*, 2004a].

Parâmetros da via férrea	Notação	Valor
Carril UIC60		
Módulo de elasticidade	E_r [N/m ²]	210E09
Densidade	ρ_r [kg/m ³]	7850
Momento de inércia à flexão	I_r [m ⁴]	3055E-08
Secção transversal	A_r [m ²]	76,9E-04
Balastro		
Rigidez vertical por unidade de comp.	K_{bv} [N/m]	104E06
Amortecimento vertical por unidade de comp.	C_{bv} [Ns/m]	50E03
Rigidez horizontal por unidade de comp.	K_{bh} [N/m]	104E05
Amortecimento vertical por unidade de comp.	C_{bh} [Ns/m]	50E03

De igual modo a introdução da via férrea não altera a tipologia da ponte, são considerados troços de via à esquerda e direita da ponte a fim de simular a continuidade deste elemento bem como as transições entre o aterro e a ponte.

Para simular os efeitos que ocorrem na zona de transição entre o aterro e uma ponte metálica, tendo em conta a verificação da estabilidade do contacto entre a roda e o carril, [Calçada, 1995] recorre de igual modo a um modelo bidimensional, [Esveld, 1989], conforme a Figura 3.15 representa.

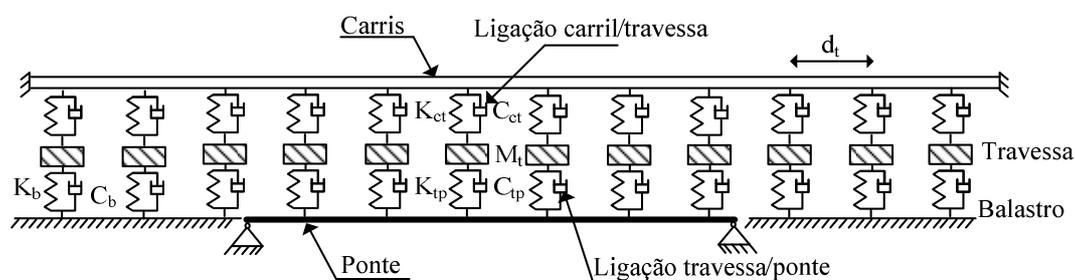


Figura 3.15 – Modelo de via férrea, [Calçada, 1995].

Neste modelo as travessas são simuladas recorrendo a massas suspensas colocadas em série ligadas superiormente aos carris e inferiormente à ponte por intermédio de molas e amortecedores ligados em paralelo. As ligações entre a travessa e o carril e a travessa e a ponte efectua-se recorrendo aos parâmetros de rigidez e amortecimento dados pelos fabricantes dos sistemas utilizados para tal. A distância destes elementos é função da distância entre travessas. A ligação entre a travessa e o aterro foi efectuada recorrendo de igual modo a uma série de molas e amortecedores ligados em paralelo a simular o balastro de acordo com valores estabelecidos em [Esveld, 1989].

Em [Man, 2002] efectua-se a análise do comportamento dinâmico da via férrea quando sujeita à passagem de comboios bem como da transmissão de vibrações daí induzidas. Neste estudo são utilizados vários modelos dinâmicos de via férrea, atendendo ao tipo de via sem ou com balastro. Para a simulação da via férrea balastrada é utilizado um modelo bidimensional onde as massas das travessas são consideradas e os efeitos transversais da via são desprezados, ver Figura 3.16. Por motivos de simetria de aplicação da carga dos eixos do comboio sobre os carris este modelo apenas simula metade da via. A realização de ensaios em vias de alta velocidade permitiram a aferição do modelo numérico utilizado.

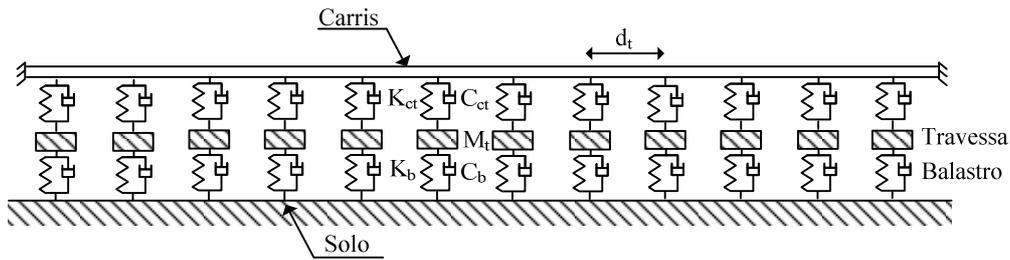


Figura 3.16 – Modelo de via férrea, [Man, 2002].

Quanto aos parâmetros utilizados nas diferentes variáveis são as que indicam na Tabela 3.1, o carril definido é o *UIC60*, travessas de betão e o espaçamento característico entre estes elementos igual a 60 *cm*.

Tabela 3.3 – Parâmetros do modelo de via férrea de [Man, 2002].

Parâmetros da via férrea	Notação	Valor
Carril UIC60		
Módulo de elasticidade	E_r [N/m ²]	210E09
Densidade	ρ_r [kg/m ³]	7850
Momento de inércia à flexão	I_r [m ⁴]	3055E-08
Secção transversal	A_r [m ²]	76,9E-04
Ligação Carril/Travessa		
Rigidez vertical	K_{ct} [N/m]	300E06
Amortecimento vertical	C_{ct} [Ns/m]	80E03
Travessa		
Massa	M_t [kg]	290
Distância entre travessas	d_t [m]	0,60
Balastro		
Rigidez vertical	K_b [N/m]	120E06
Amortecimento vertical	C_b [Ns/m]	114E03

Para simular a vibração do balastro na via férrea assente sobre o solo e ter em conta a interacção entre o veículo e a via férrea balastrada, [Zhai *et al.*, 2004] apresenta um modelo dinâmico bidimensional constituído pelos elementos já referidos no modelo de [Man, 2002] acrescentando a massa de balastro vibrante sob a travessa. Este modelo foi validado recorrendo a ensaios *in situ* na via férrea, ver Figura 3.17.

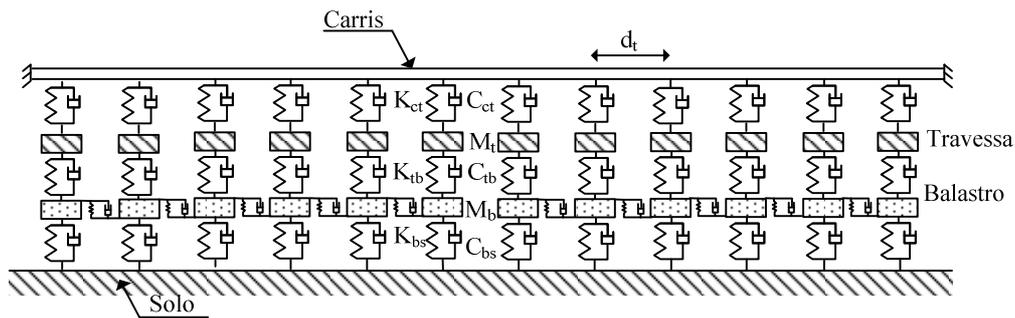


Figura 3.17 – Modelo de via férrea, [Zhai *et al.*, 2004].

Este modelo admite que as tensões no balastro se desenvolvem segundo um cone cujas paredes têm uma inclinação função do coeficiente de Poisson do balastro. Deste forma, o material granular da camada de balastro é simulado por uma série de massas vibrantes colocadas em paralelo e ligadas ao solo e à travessa segundo molas e amortecedores que simulam estas ligações. A massa da travessa é considerada, bem como a ligação entre a travessa e o carril, as sucessivas massas vibrantes distam entre si da distância entre travessas. De modo a ter em conta a continuidade do balastro e os efeitos de imbricamento do balastro são colocados entre as massas vibrantes de balastro uma mola e amortecedor ligados em paralelo.

A determinação da massa vibrante do balastro, bem como dos parâmetros de rigidez do balastro nas suas várias ligações são propostas como função das características geométricas da via, ou seja, das dimensões da travessa, da altura do balastro, distância entre travessas e das características mecânicas do balastro, sua densidade, módulo de elasticidade e do ângulo de degradação das tensões no balastro.

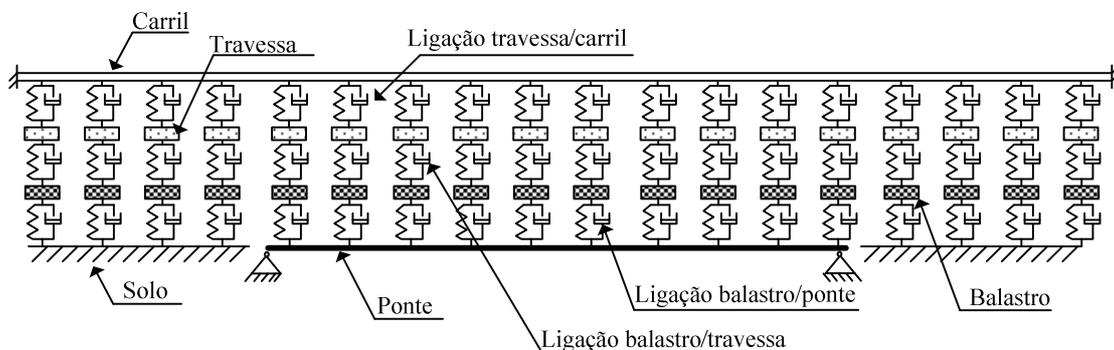


Figura 3.18 – Modelo de via férrea ERRI, [ERRI D214/RP9, 1999].

O modelo de via férrea apresentado por [Zhai *et al.*, 2004], é idêntico ao modelo utilizado nos trabalhos de investigação da Comissão de Especialistas D214 do *ERRI* a fim de analisar a influência das irregularidades na via no comportamento dinâmico de pontes de pequeno médio vão, a investigação é apresentada no relatório 5, [ERRI D214/RP5, 1999]. As principais conclusões estão divulgadas em [ERRI D214/RP9, 1999] e foram referidas no Capítulo 1.

Este modelo bidimensional modela o carril e a ponte por intermédio de elementos de viga, cujas deformações atendem à teoria de Timoshenko, as travessas são consideradas por intermédio de massas concentradas ligadas superiormente ao carril e inferiormente ao balastro por um conjunto de mola e amortecedor de comportamento linear. A camada de balastro vibrante é considerada recorrendo a massas sob as travessas e com as suas características de rigidez e amortecimento nas ligações entre a ponte e as travessas, ver Figura 3.18.

Tabela 3.4 – Parâmetros do modelo de via férrea de [ERRI D214/RP5, 1999].

Parâmetros da via férrea	Notação	Valor
Carril UIC60		
Módulo de elasticidade	E_r [N/m ²]	210E09
Densidade	ρ_r [kg/m ³]	7850
Momento de inércia à flexão	I_r [m ⁴]	3055E-08
Secção transversal	A_r [m ²]	76,9E-04
Ligação Carril/Travessa		
Rigidez vertical	K_{ct} [N/m]	500E06
Amortecimento vertical	C_{ct} [Ns/m]	200E03
Travessa		
Massa	M_t [kg]	290
Distância entre travessas	d_t [m]	0,60
Balastro		
Rigidez travessa/balastro	K_{tb} [N/m]	538E06
Amortecimento travessa/balastro	C_{tb} [Ns/m]	120E03
Rigidez balastro/ponte	K_{bp} [N/m]	1000E06
Amortecimento balastro/ponte	C_{bp} [Ns/m]	50E03
Massa vibrante	M_b [kg]	412

Quanto aos valores utilizados para os diferentes parâmetros que o define estão representados na Tabela 3.4. Devido à sua origem é entendido como um modelo onde os valores que apresenta para os diversos parâmetros estão validados e adequados para a situação em análise.

Embora sendo um modelo mais complexo que os anteriores, é de igual modo bidimensional facto que restringe a sua aplicabilidade a pontes de comportamento simples onde os efeitos de torção podem ser desprezados, por exemplo. A utilização deste modelo é quase exclusiva à investigação desenvolvida por *ERRI*, apresentada nos relatórios supracitados, não se conhecem muitas outras aplicabilidades. Neste contexto, refiram-se as investigações efectuadas por [Zacher, 2000], na determinação dos efeitos dinâmicos do sistema veículo/via férrea/ponte, e por [Barbero, 2001] na análise da influência da consideração da via férrea nas vibrações da ponte.

3.5. IRREGULARIDADES DA VIA FÉRREA

As irregularidades na plataforma férrea são uma fonte de vibrações e ruído desagradável na passagem do comboio e constituem um parâmetro que normalmente é tido em conta no comportamento dinâmico do sistema veículo/via férrea, pois levam à amplificação dos efeitos dinâmicos que ocorrem na via e no veículo, pondo em causa por exemplo, a estabilidade entre a roda e o carril e o conforto dos passageiros.

A norma [EN1991-2, 2003] determina que a quantificação dos efeitos dinâmicos que ocorrem nas pontes deve ter em conta uma parcela que tem em conta as irregularidades na via φ'' , portanto

$$(1 + \varphi) = 1 + \varphi' + \lambda \varphi'' \quad (3.1)$$

φ'' é multiplicado por um coeficiente λ que toma o valor de 1 ou de 0,5 consoante o estado da via, de manutenção normal ou cuidada, respectivamente. A determinação do valor de φ'' depende da velocidade de circulação do comboio, do comprimento do vão da ponte L_ϕ , e da sua primeira frequência própria n_0 e é feita pela expressão

$$\varphi'' = \frac{\alpha}{100} \left[56e^{-\left(\frac{L_{\Phi}}{10}\right)^2} + 50 \left(\frac{L_{\Phi} n_0}{80} - 1 \right) e^{-\left(\frac{L_{\Phi}}{20}\right)^2} \right] \quad (3.2)$$

onde $\varphi' \geq 0$ e α é um coeficiente função da velocidade do veículo v e tem o seguinte valor

$$\alpha = \begin{cases} \frac{v}{22} & \text{se } v \leq 22 \text{ m/s} \\ 1 & \text{se } v > 22 \text{ m/s} \end{cases} \quad (3.3)$$

Como já se referiu no Capítulo 1 as irregularidades, tendo em conta a expressão (3.2) têm sido objecto de estudo, citando-se os trabalhos desenvolvidos em [ORE D23, 1970], [ORE D128, 1976] e recentemente pela Comissão de Especialistas *D214* reportados em *ERRI*, [ERRI D214/RP5, 1999], como exemplo. Complementarmente, vários autores têm estudado as irregularidades, a sua formação e modelação, [Oscarsson, 2001] e [Fryba, 1996], para além das próprias instituições ferroviárias, pois este fenómeno está intimamente ligado a grandes custos de conservação e manutenção da via férrea.

Podem ocorrer diversos tipos de irregularidades na via, distribuídas ou pontuais. As irregularidades distribuídas são essencialmente irregularidades geométricas resultantes da deterioração da geometria da plataforma ferroviária, do carril e da deformação da ponte, caso esta lhe dê suporte, por outro lado as irregularidades pontuais podem derivar de várias situações como simples singularidades, do ressalto entre o aterro e a ponte, da formação de corrosão no carril, das juntas do carril, entre outras.

Relativamente às irregularidades geométricas resultantes da deterioração da geometria da plataforma, elas devem-se à perda de alinhamento dos carris, segundo a vertical e a horizontal, ver Figura 3.19, onde y_i e z_i representam as coordenadas do carril 1 e 2 relativas à vertical e horizontal respectivamente e x a coordenada segundo o desenvolvimento da via. Os factores que provocam estas irregularidades são vários, desde velocidades excessivas do comboio, a frenagem e arranque do comboio, o peso excessivo que circula e para o qual a via não está preparada, e os assentamentos diferenciais da plataforma. De notar que as irregularidades verticais da via influenciam

a vibração vertical da ponte e dos veículos que sobre ela circulam, ao passo que, as imperfeições horizontais estabelecem vibrações transversais nos veículos e efeitos de torção na ponte.

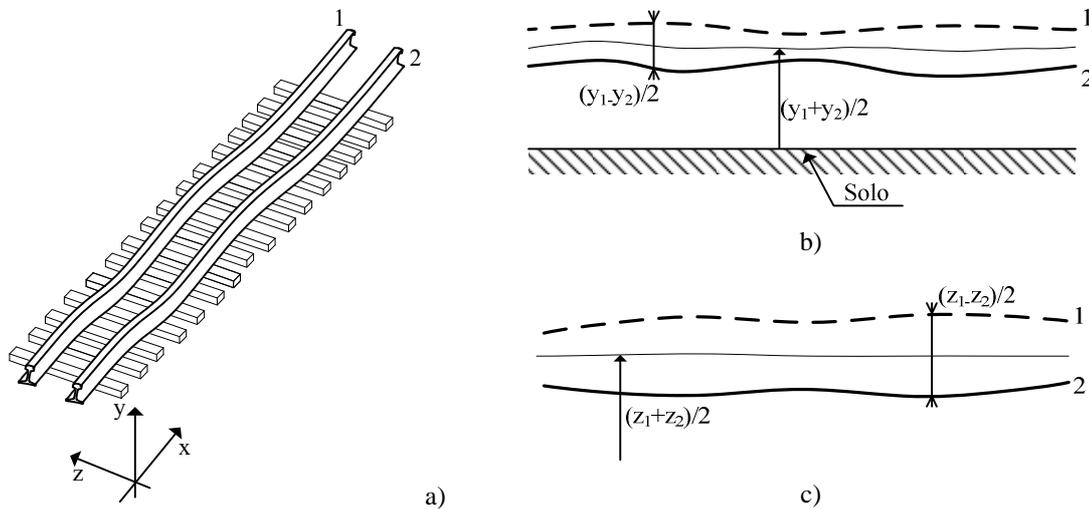


Figura 3.19 – Irregularidades da via férrea: a) representação da via num sistema de eixos coordenados, b) irregularidades segundo a vertical, c) irregularidades segundo a horizontal, adaptado de [Fryba, 1996].

Quanto às irregularidades geométricas resultantes da deformação da ponte elas são devido às acções a que a estrutura está sujeita, acções permanentes, contra flecha e variações de temperatura, e para o caso de pontes com vários vãos pode ocorrer com o assentamento de um dos apoios.

As irregularidades podem ser definidas por intermédio de funções periódicas, recorrendo a séries de Fourier. O achatamento das rodas, as irregularidades isoladas no carril e a ondulação da superfície do carril, são exemplos de algumas das irregularidades verticais que podem ocorrer segundo a direcção longitudinal da via férrea, [Fryba, 1996].

- Irregularidades devidas ao achatamento das rodas do veículo

O achatamento da roda é considerado como uma variação na distância entre o centro de gravidade da roda e o eixo neutro da ponte, conforme a Figura 3.20 representa.

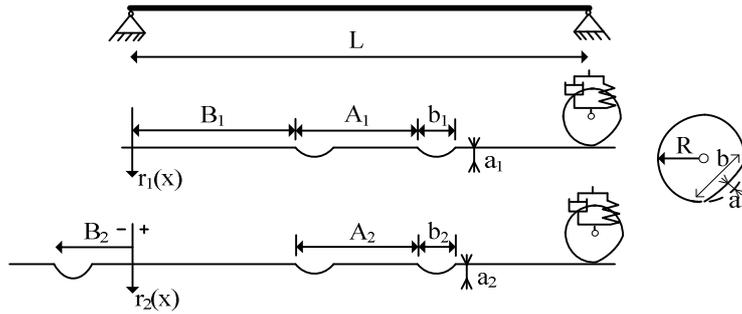


Figura 3.20 – Irregularidades periódicas na via: achatamento das rodas do veículo, [Fryba, 1996].

Quanto à sua representação pode ser definida pela expressão (3.4).

$$r_i(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} a_i \left[1 - \cos \frac{2\pi}{b_i} (x - jA_i - B_i) \right] \\ 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\text{para } \begin{cases} B_i + jA_i \leq x \leq B_i + jA_i + b_i \\ B_i + jA_i + b_i < x < B_i + (j+1)A_i \end{cases} \quad (3.5)$$

onde $i=1,2$ representa o carril 1 e 2, ou o primeiro e segundo eixo do veículo com defeito e $j=0,1,2,\dots$. As variáveis intervenientes tomam os seguintes significados: B_i , a distância do primeiro impacto da roda achatada à origem do referencial (início da ponte); A_i , perímetro da roda ($A_i=2\pi R_i$); a_i , profundidade do achatamento; b_i , largura do achatamento, ver Figura 3.20. O efeito de uma junta no carril pode ser também simulado desta forma.

- Irregularidades devidas à ondulação da superfície do carril

Este tipo de irregularidade ocorre durante a fabricação do carril e com a passagem dos veículos o seu efeito é amplificado tomando a configuração representada na Figura 3.21, pode ser traduzida recorrendo à equação (3.4) tomando para tal: $a_1=a_2$, $b_1=b_2$, $A_1=b_i$ e $B_1=B_2$.

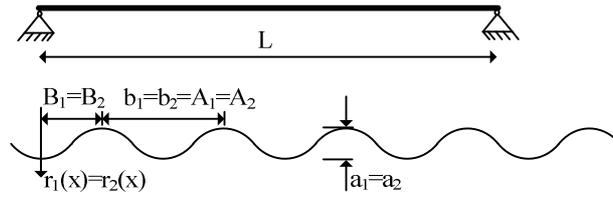


Figura 3.21 – Irregularidades periódicas na via: ondulação da superfície do carril, [Fryba, 1996].

o Irregularidades isoladas

Este tipo de irregularidade é muito vulgar e pode ocorrer por variadíssimas razões como já se referiu, em [Fryba, 1996] são apresentadas diversas funções para a descrição destas irregularidades. Uma singularidade na superfície do carril é a irregularidade comumente utilizada cuja expressão é dada por:

$$r(x) = A e^{-K|x|} \tag{3.6}$$

onde \$A\$ e \$K\$ tomam os valores representados na Tabela 3.5 dependendo do tipo da classe da via. Esta tabela representa os parâmetros das irregularidades isoladas propostas pela *Federal Railroad Administration (FRA)* dos Estados Unidos, a classe 6 indica a classe da melhor qualidade da via.

Tabela 3.5 – Parâmetros das irregularidades isoladas, [Fryba, 1996].

Irregularidade	Parâmetro	Valores atendendo à Classe da via			
		3	4	5	6
Elevação	A [mm]	6,4	4,8	3,6	2,8
	K [m ⁻¹]	0,46	0,49	0,66	0,82
Alinhamento	A [mm]	5,1	3,8	2,8	2,0
	K [m ⁻¹]	0,66	1,1	1,5	1,9

Neste contexto os trabalhos desenvolvidos em [ORE D23, 1970], [ORE D128, 1976] utilizaram a seguinte expressão para a irregularidade do carril:

$$r(x) = \frac{1}{2} r_0 \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi x}{L_{TD}} \right) \right] \tag{3.7}$$

onde L representa o comprimento do vão da ponte e L_{TD} o comprimento definido para a irregularidade

$$\begin{aligned} r_0 = 6 \text{ mm} \wedge L_{TD} = 3 \text{ m}, 0 \leq x \leq L_{TD} & \quad 10 \text{ m} \leq L \leq 20 \text{ m} \\ r_0 = 1 \text{ mm} \wedge L_{TD} = 1 \text{ m}, 0 \leq x \leq L_{TD} & \quad L = 5 \text{ m} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$r(x) = 0 \quad x < 0 \wedge x > L \quad (3.9)$$

o Irregularidades aleatórias

Se as irregularidades ocorrerem de uma forma aleatória, então a sua definição recorre a modelos estocásticos, ou seja, as irregularidades são consideradas como sendo um processo estocástico estacionário descrito por uma função densidade espectral de potência, $G_r(\Omega)$.

A determinação da função densidade espectral de potência pode ser função da frequência espacial da irregularidade

$$n = \frac{1}{\lambda_r} \quad [1/\text{m}] \quad (3.10)$$

em que λ_r representa o comprimento de onda da irregularidade, ou função da frequência espacial cíclica da irregularidade

$$\Omega = \frac{2\pi}{\lambda_r} \quad [\text{rad}/\text{m}] \quad (3.11)$$

De acordo com a bibliografia consultada as várias instituições ferroviárias propõem diferentes funções densidade espectral de potência para a determinação do perfil de irregularidades a considerar na via férrea, [ORE C116/RP1, 1971]. Por exemplo, a *SNCF* considera que a função densidade espectral de potência que representa de forma adequada as irregularidades é a dada por:

$$G_r(\Omega) = \frac{10^{-6} A}{\left(1 + \frac{\Omega}{\Omega_r}\right)^3} \left[m^3 \right] \quad (3.12)$$

para comprimentos de onda compreendidos entre $2 \leq \lambda_r \leq 40 \text{ m}$, e $\Omega_r = 0,307 \text{ m}^{-1}$. A é um parâmetro que toma o valor de 160 ou de 550 conforme se trate de uma via de boa ou má qualidade, respectivamente.

Tabela 3.6 – Parâmetros das irregularidades aleatórias, [Fryba, 1996].

Irregularidade	Equação	Parâmetro Notação	Valores atendendo à classe da via			
			3	4	5	6
Elevação	(3.13)	$A \times 10^{-6} \text{ [rad}\cdot\text{m]}$	4,92	2,75	1,57	0,98
		$\Omega_1 \times 10^{-3} \text{ [rad/m]}$	23,3	23,3	23,3	23,3
		$\Omega_2 \times 10^{-2} \text{ [rad/m]}$	13,1	13,1	13,1	13,1
Alinhamento	(3.13)	$A \times 10^{-6} \text{ [rad}\cdot\text{m]}$	3,15	1,77	0,98	0,59
		$\Omega_1 \times 10^{-3} \text{ [rad/m]}$	32,8	32,8	32,8	32,8
		$\Omega_2 \times 10^{-2} \text{ [rad/m]}$	18,4	18,4	18,4	18,4
Sobrelevação	(3.14)	$A \times 10^{-6} \text{ [rad}\cdot\text{m]}$	2,16	1,38	0,98	0,59
		$\Omega_1 \times 10^{-3} \text{ [rad/m]}$	23,3	23,3	23,3	23,3
		$\Omega_2 \times 10^{-2} \text{ [rad/m]}$	13,1	13,1	13,1	13,1
Bitola	(3.14)	$A \times 10^{-6} \text{ [rad}\cdot\text{m]}$	3,15	1,77	0,98	0,59
		$\Omega_1 \times 10^{-3} \text{ [rad/m]}$	29,2	29,2	29,2	29,2
		$\Omega_2 \times 10^{-2} \text{ [rad/m]}$	23,3	23,3	23,3	23,3

Com base nos resultados de uma campanha de medições da irregularidade em diferentes vias a *Federal Railroad Administration (FRA)* propõe as seguintes expressões para as funções densidade espectral de potência de diferentes tipos de irregularidades:

$$G_r(\Omega) = \frac{A \Omega_2^2 (\Omega^2 + \Omega_1^2)}{\Omega^4 (\Omega^2 + \Omega_2^2)} \left[m^3 / \text{rad} \right] \quad (3.13)$$

e

$$G_r(\Omega) = \frac{A\Omega_2^2}{(\Omega^2 + \Omega_1^2)(\Omega^2 + \Omega_2^2)} \left[\text{m}^3 / \text{rad} \right] \quad (3.14)$$

em que a equação (3.13) tem em conta as irregularidades de elevação, $(y_1+y_2)/2$, e de perda de alinhamento, $(z_1+z_2)/2$, e a equação (3.14) a diferença entre as alturas dos carris, a sobrelevação dos carris, $(y_1-y_2)/2$, e o desvio da distância entre carris, a designada bitola, $(z_1-z_2)/2$, ver Figura 3.19. Ω representa a frequência espacial cíclica da irregularidade e A , Ω_1 e Ω_2 parâmetros relevantes para a definição das irregularidades, a Tabela 3.6 representa os valores destas constantes para os vários tipos de irregularidades e atendendo às diferentes classes de qualidade da via, a classe 6 indica a classe da melhor qualidade da via.

A Figura 3.22 e a Figura 3.23 representam as funções densidade espectral de potência da elevação e da sobrelevação dos carris para as diferentes classes de qualidade da via, respectivamente.

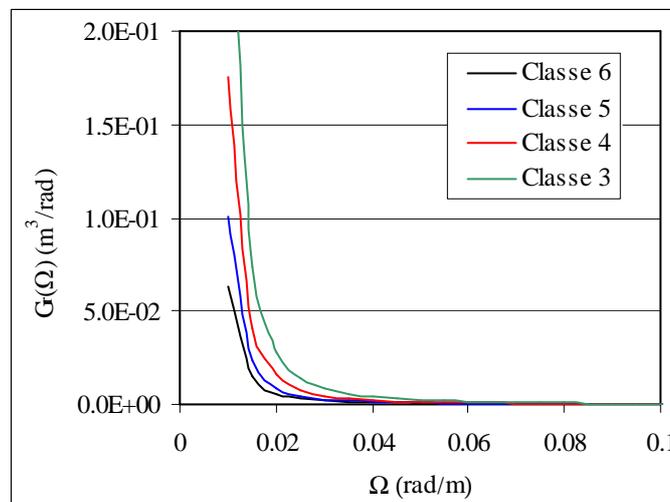


Figura 3.22 – Funções densidade espectrais de potência para a elevação, [Fryba, 1996].

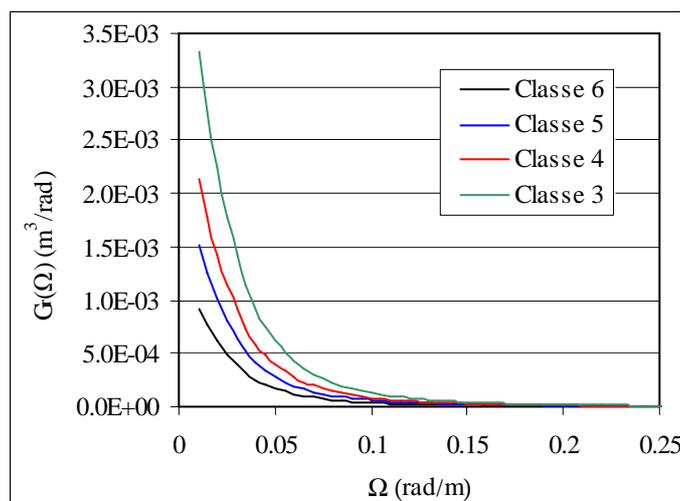


Figura 3.23 – Funções densidade espectrais de potência para a sobrelevação, [Fryba, 1996].

3.6. SÍNTESE DO CAPÍTULO

Sendo um dos objectivos desta investigação a análise da influência da via férrea balastrada na vibração de pontes ferroviárias, neste Capítulo 3 é apresentada uma revisão das vias férreas, seus tipos, funções e elementos que as constituem, dando especial ênfase à via férrea balastrada, pois considera-se que o balastro tem especial importância no comportamento de pontes de pequeno e médio vão.

Efectua-se uma análise da utilização da via férrea em investigações anteriores, nomeadamente nos modelos dinâmicos de via férrea utilizados em situações análogas às que se pretendem estudar. Os modelos são essencialmente bidimensionais, constituídos pelos carris, elementos de viga de comprimento considerado infinito, e sob estes uma sucessão de molas e amortecedores ligados em paralelo que simulam a rigidez e amortecimento dos elementos de ligação carril/travessas e do balastro. No balastro, a rigidez e amortecimento são simuladas essencialmente segundo a vertical, alguns investigadores consideram também molas e amortecedores segundo a horizontal. As travessas são simuladas como massas suspensas, para o caso dos modelos 2D, caso contrário são elementos viga posicionados perpendicularmente sob os carris.

De acordo com algumas investigações, a consideração das irregularidades na via férrea não deve ser ignorada quando se analisa o comportamento dinâmico das pontes pois estas levam ao incremento dos efeitos dinâmicos produzidos pela passagem dos eixos

do comboio. Efeitos estes que aumentam com a velocidade dos comboios e diminuem com o vão da ponte. Desta forma, inicialmente é apresentada o modo como a norma [EN1991-2, 2003] considera a influência destas na análise do comportamento dinâmico das pontes, seguido de uma revisão das mesmas por vários autores e Instituições Ferroviárias que já as tenham parametrizado.

Capítulo 4. MÉTODOS DE ANÁLISE DINÂMICA DO SISTEMA PONTE E DO SISTEMA VEÍCULO/PONTE

4.1. INTRODUÇÃO

A análise da resposta dinâmica do sistema Ponte ou do sistema Veículo/Ponte pode ser efectuada recorrendo a diferentes técnicas desenvolvidas no domínio do tempo e ou no domínio da frequência. Nas investigações desenvolvidas para a análise da resposta de pontes ferroviárias quando sujeita à passagem do comboio, o domínio do tempo é a via mais utilizada e várias são as técnicas que neste domínio podem ser aplicadas. Deste modo, dependendo dos objectivos pretendidos, poder-se-ão utilizar técnicas: analíticas, numéricas de integração passo a passo do sistema de equações de equilíbrio do modelo de elementos finitos e as simplificadas.

As técnicas analíticas envolvem conhecimentos avançados em matemática e devido às suas complexas formulações permitem a aplicação a casos simples de vibrações de pontes, nomeadamente quando sujeitas a força rolante e força harmónica rolante, [Timoshenko, 1922]. Conforme referido no Capítulo 1, este tipo de resolução foi utilizado no início do estudo do comportamento dinâmico de pontes ferroviárias e tendo alguns investigadores desenvolvido formulações mais complicadas abrangendo por exemplo, situações em que o carácter da excitação é estocástico, e a consideração de modelos simplificados dinâmicos do veículo, sistemas de massas, mola e amortecedor com dois graus de liberdade, a rolar sobre a ponte com via férrea implementada, [Fryba, 1972].

Com o desenvolvimento dos elementos finitos, surgem diferentes métodos numéricos de Integração Directa e de Sobreposição Modal que permitem determinar a resposta, em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações, ao longo do tempo. Conforme o nome deles indica, os métodos de Integração directa são caracterizados pelo facto de a integração do sistema de equações de equilíbrio não ser precedida por qualquer transformação ao contrário do método de Sobreposição Modal. Estes métodos permitem

determinar a resposta dinâmica de modelos de elementos finitos complexos, por exemplo, com elevado número de graus de liberdade e complicadas configurações, de uma forma relativamente rápida.

A concretização da análise dinâmica de uma ponte ferroviária de acordo com a norma [EN1991-2, 2003] é bastante morosa e exige programas de cálculo que tenham a possibilidade de efectuar análises no tempo. Atendendo a estes factos a *Comissão de Especialista D214* do *ERRI*, desenvolveu técnicas, designadas por simplificadas, derivadas da resolução analítica de vibrações em vigas simplesmente apoiadas sujeitas à passagem de sucessivas forças de valor e velocidade constante que de uma forma rápida e do lado da segurança permite determinar as respostas em ressonância das vigas, [ERRI D214/RP9, 1999].

A investigação aqui desenvolvida apresenta respostas de diferentes modelos de elementos finitos, em que os métodos utilizados na resolução dos respectivos sistemas de equações de equilíbrio dinâmico foram de integração passo a passo, Integração Directa e de Sobreposição Modal, confrontando posteriormente estas respostas com as obtidas com os métodos simplificados para determinadas condições.

Não se apresenta a resolução analítica dos problemas de vibração nas diversas pontes analisadas na medida em que os modelos das pontes e veículos utilizados são demasiado complexos para esse tipo de cálculo. Por outro lado, a resolução dos problemas mais simples já se encontra suficientemente explanada por outros autores, conforme se referiu no Capítulo 1, e deste modo as conclusões que aqui resultariam seriam repetitivas neste domínio.

Neste Capítulo 4 pretende-se apresentar os métodos de análise dinâmica utilizados na investigação, cujo conhecimento dos seus algoritmos é importante para melhor compreensão das suas potencialidades e limitações. Deste modo, inicialmente são apresentados os métodos de Integração Directa e de Sobreposição Modal utilizados na análise do sistema ponte e do sistema veiculo/ponte.

Na secção 4.3 indicam-se as metodologias utilizadas para a análise da resposta da ponte, nomeadamente as forças rolantes e a interacção entre o veículo e a ponte. A primeira é a

mais comum e de fácil implementação em qualquer software que permita efectuar análises no tempo e consiste na consideração de uma sucessão de forças concentradas de intensidade constante que percorrem a estrutura a velocidade constante. A geração destas forças, implementação e aferição desta metodologia é também apresentada. A segunda metodologia é mais complexa, o modo como aqui é efectuada não está disponível em softwares comerciais comuns, a sua implementação envolve o recurso do algoritmo de contacto implementado no software ADINA, [ADINA, 2006a]. Nesta secção procede-se também à apresentação do algoritmo de contacto e a respectiva validação recorrendo a vários exemplos.

Na secção 4.4. são apresentados as técnicas simplificadas: Método da Decomposição da Excitação em Ressonância (DER), o Método da Linha de Influência Virtual ou Residual (LIV ou LIR) e o método baseado na utilização de curvas de dimensionamento.

4.2. MÉTODOS DE ANÁLISE POR INTEGRAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO

A análise da resposta dinâmica de modelos de elementos finitos é geralmente efectuada recorrendo a diferentes métodos: de Integração Directa ou de Sobreposição Modal. Estes métodos embora diferentes estão contudo relacionados e a escolha de um deles para a resolução do sistema de equações de equilíbrio do modelo de elementos finitos depende das características dinâmicas do modelo e dos objectivos pretendidos para a análise dinâmica.

Estes diferentes métodos permitem a determinação de deslocamentos, velocidades e acelerações em cada grau de liberdade do modelo de elementos finitos nos sucessivos instantes de tempo, em que para tal o tempo total de análise é subdividido em j intervalos de tempo de valor Δt . A integração directa acarreta a utilização de um sistema de equações de dimensão n , em que n corresponde ao numero de graus de liberdade considerados no modelo de elementos finitos, ao passo que o método de Sobreposição Modal utiliza um sistema de dimensão i , geralmente inferior a n , correspondente ao número de modos de vibração representativos da vibração do modelo de elementos finitos.

Em termos de esforço computacional se o intervalo da discretização temporal for muito pequeno e se o cálculo das frequências e modos de vibração for expedito, torna-se mais vantajosa a utilização do método de Sobreposição Modal. Por outro lado, como este método se baseia na utilização dos modos de vibração do modelo de elementos finitos, a sua utilização encontra-se restringida a análises lineares.

4.2.1. Métodos de Integração Directa

Os métodos de integração directa caracterizam-se por efectuar a integração das equações de equilíbrio dinâmico sem proceder previamente a qualquer transformação e recorrendo a algoritmos numéricos de passo a passo no tempo, em que conhecendo-se o valor da resposta para o instante $t_k = t_0 + k \times \Delta t$ determina-se a resposta para o instante $t_{k+1} = t_0 + (k+1) \times \Delta t$, $k = 1, 2, \dots, j$. Estes métodos baseiam-se em dois pressupostos: o equilíbrio do sistema é satisfeito em sucessivos instantes de tempo considerados no tempo total de análise; assume-se uma determinada variação dos deslocamentos, velocidades e acelerações entre dois instantes de tempo consecutivos, intervalo de tempo, Δt . O tipo de variação dos deslocamentos, velocidades e acelerações para cada intervalo de tempo condiciona a estabilidade, a precisão e o custo numérico da solução.

Os métodos de integração directa das equações diferenciais do equilíbrio dinâmico do sistema podem-se designar como métodos explícitos ou implícitos quando têm como base técnicas explícitas ou implícitas, respectivamente. A caracterização destas diferentes técnicas assenta em diversos aspectos, entre os quais se destacam para os métodos explícitos: a determinação das variáveis no instante $t + \Delta t$ não requer a inversão da matriz de rigidez o que em termos numéricos e computacionais se apresenta como uma mais valia. Por oposição, os métodos implícitos caracterizam-se pela necessidade de inversão da matriz de rigidez efectiva.

Por outro lado, também se podem designar condicionalmente ou incondicionalmente estáveis, respectivamente quando o intervalo de tempo utilizado na discretização temporal, tem ou não de ser inferior a um determinado valor limite designado por Δt_{cri} , de modo que os erros introduzidos no cálculo numérico não sejam amplificados levando à perda de significado da solução determinada. Um exemplo de uma técnica de integração explícita e condicionalmente estável é o método das Diferenças Centrais,

quando as matrizes de massa e amortecimento são diagonais. Como exemplos das técnicas implícitas e incondicionalmente estáveis são os conhecidos métodos: de Houbolt e Wilson- θ , [Argyris e Mlejnek, 1991].

4.2.1.1. Método de Newmark

O método de Newmark é provavelmente o método de integração passo a passo mais conhecido na análise de estruturas. Este método baseia-se num algoritmo de integração que serve de base a uma família de métodos cuja escolha dos parâmetros condiciona a estabilidade e precisão das soluções obtidas.

Existem vários modos de escrever o algoritmo de cálculo deste método, considere-se o seguinte em que com o qual se pode facilmente desenvolver um programa de cálculo, [Bathe, 1996]. Este algoritmo de cálculo pode ser descrito no seguinte modo, recorde-se que a resposta de um oscilador linear de n graus de liberdade é determinada resolvendo o sistema de equações diferenciais de segunda ordem dado por

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{F(t)\} \quad (4.1)$$

onde $[M]$, $[C]$ e $[K]$ correspondem às matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente. $\{\ddot{u}(t)\}$, $\{\dot{u}(t)\}$, e $\{u(t)\}$ aos vectores de acelerações, velocidades e deslocamentos nos graus de liberdade considerados. Por último, $\{F(t)\}$ aos vectores das forças exteriores aplicadas à estrutura.

Considere-se que entre dois instantes de tempo consecutivos, t e $t+\Delta t$ a variação da aceleração se pode escrever:

$$\{\ddot{u}(t+\tau)\} = \{\ddot{u}(t)\} + f(\tau) \times (\{\ddot{u}(t+\Delta t)\} - \{\ddot{u}(t)\}) \quad (4.2)$$

em que $0 < \tau < \Delta t$. A velocidade e o deslocamento podem ser determinados primitivando sucessivamente a equação anterior, ou seja:

$$\{\dot{u}(t+\tau)\} = \int_0^{\tau} \{\ddot{u}(t+\tau)\} d\tau + \{\dot{u}(t)\} \quad (4.3)$$

$$\{u(t+\tau)\} = \int_0^{\tau} \{\dot{u}(t+\tau)\} d\tau + \{u(t)\} \quad (4.4)$$

obtendo-se:

$$\{\dot{u}(t+\tau)\} = \{\dot{u}(t)\} + \tau\{\ddot{u}(t)\} + g(\tau) \times (\{\ddot{u}(t+\Delta t)\} - \{\ddot{u}(t)\}) \quad (4.5)$$

$$\{u(t+\tau)\} = \{u(t)\} + \tau\{\dot{u}(t)\} + \frac{\tau^2}{2}\{\ddot{u}(t)\} + h(\tau) \times (\{\ddot{u}(t+\Delta t)\} - \{\ddot{u}(t)\}) \quad (4.6)$$

em que

$$g(\tau) = \int_0^{\tau} f(\tau) d\tau \quad h(\tau) = \int_0^{\tau} g(\tau) d\tau \quad (4.7)$$

Calculando as equações (4.5) e (4.6) para $\tau=\Delta t$ e definindo

$$g(\Delta t) = \gamma \Delta t \quad h(\Delta t) = \beta \Delta t^2 \quad (4.8)$$

tem-se

$$\{\dot{u}(t+\Delta t)\} = \{\dot{u}(t)\} + \Delta t(1-\gamma)\{\ddot{u}(t)\} + \gamma \Delta t \times \{\ddot{u}(t+\Delta t)\} \quad (4.9)$$

$$\{u(t+\Delta t)\} = \{u(t)\} + \Delta t\{\dot{u}(t)\} + \frac{\Delta t^2}{2}((1-2\beta)\{\ddot{u}(t)\} + 2\beta\{\ddot{u}(t+\Delta t)\}) \quad (4.10)$$

resolvendo a equação (4.10) em ordem à aceleração no instante de tempo $(t+\Delta t)$:

$$\{\ddot{u}(t+\Delta t)\} = \frac{1}{\beta\Delta t^2} (\{u(t+\Delta t)\} - \{u(t)\}) - \frac{1}{\beta\Delta t} \{\dot{u}(t)\} - \frac{(1/2-\beta)}{\beta} \{\ddot{u}(t)\} \quad (4.11)$$

Substituindo esta equação na equação (4.9), a velocidade para o instante $(t+\Delta t)$ vem:

$$\{\dot{u}(t+\Delta t)\} = \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\{\dot{u}(t)\} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}(\{u(t+\Delta t)\} - \{u(t)\}) + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\{\ddot{u}(t)\} \quad (4.12)$$

Considerando as equações (4.1), de equilíbrio dinâmico do sistema estrutural no instante $(t+\Delta t)$, substituindo as expressões da aceleração (4.11) e velocidades (4.12), teremos:

$$\begin{aligned} & \left([M] \times \frac{1}{\beta\Delta t^2} + [C] \times \frac{\gamma}{\beta\Delta t} + [K] \right) \{u(t+\Delta t)\} = \{F(t+\Delta t)\} + \\ & [M] \times \left(\frac{1}{\beta\Delta t^2} \{u(t)\} + \frac{1}{\beta\Delta t} \{\dot{u}(t)\} + \frac{(1/2-\beta)}{\beta} \{\ddot{u}(t)\} \right) + \\ & [C] \times \left(\frac{\gamma}{\beta\Delta t} \{u(t)\} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \{\dot{u}(t)\} + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{u}(t)\} \right) \end{aligned} \quad (4.13)$$

que permite determinar o valor de $\{u(t+\Delta t)\}$ e posteriormente $\{\dot{u}(t+\Delta t)\}$ e $\{\ddot{u}(t+\Delta t)\}$.

Conforme referido anteriormente o algoritmo do método de Newmark serve de base a uma família de métodos entre os quais se destacam dois: o método da aceleração linear e o método da aceleração média ou comumente designado pela regra trapezoidal, [Argyris e Mlejnek, 1991].

Método da Aceleração Linear

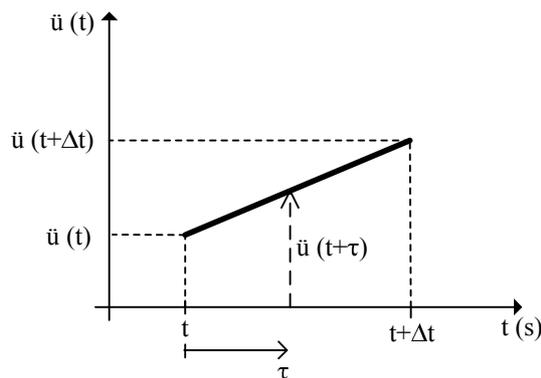


Figura 4.1 – Representação da variação linear da aceleração, adaptado de [Clough, 1993].

Este método assenta no pressuposto de que a lei $f(\tau)$, de variação das acelerações é linear, ver equação (4.2), ou seja as acelerações entre os instantes de tempo t e $(t+\Delta t)$, variam como a Figura 4.1 indica.

Tomando a expressão (4.2) e substituindo $f(\tau)=\tau/\Delta t$ teremos a seguinte expressão:

$$\{\ddot{u}(t+\tau)\} = \{\ddot{u}(t)\} + \frac{\tau}{\Delta t} (\{\ddot{u}(t+\Delta t)\} - \{\ddot{u}(t)\}) \quad (4.14)$$

Integrando sucessivamente esta equação teremos:

$$\{\dot{u}(t+\tau)\} = \{\dot{u}(t)\} + \tau\{\ddot{u}(t)\} + \frac{\tau^2}{2\Delta t} (\{\ddot{u}(t+\Delta t)\} - \{\ddot{u}(t)\}) \quad (4.15)$$

$$\{u(t+\tau)\} = \{u(t)\} + \tau\{\dot{u}(t)\} + \frac{\tau^2}{2}\{\ddot{u}(t)\} + \frac{\tau^3}{6\Delta t} (\{\ddot{u}(t+\Delta t)\} - \{\ddot{u}(t)\}) \quad (4.16)$$

Se tivermos em conta as igualdades de (4.8), calculamos para os parâmetros γ e β os valores:

$$\gamma = \frac{1}{2} \qquad \beta = \frac{1}{6} \quad (4.17)$$

e substituindo estes valores nas equações (4.11) e (4.12) as expressões para a determinação das acelerações e velocidades vêm:

$$\{\ddot{u}(t+\Delta t)\} = \frac{6}{\Delta t^2} (\{u(t+\Delta t)\} - \{u(t)\}) - \frac{6}{\Delta t} \{\dot{u}(t)\} - 2\{\ddot{u}(t)\} \quad (4.18)$$

$$\{\dot{u}(t+\Delta t)\} = \frac{3}{\Delta t} (\{u(t+\Delta t)\} - \{u(t)\}) - 2\{\dot{u}(t)\} - \frac{\Delta t}{2}\{\ddot{u}(t)\} \quad (4.19)$$

este algoritmo corresponde a um método implícito e condicionalmente estável, em que o intervalo de tempo utilizado na integração é limitado a:

$$\Delta t_{cri} \leq \frac{\xi(\gamma - 1/2) + \left(\gamma/2 - \beta + \xi^2(\gamma - 1/2)^2\right)^{1/2}}{(\gamma/2 - \beta)} \times \frac{T_n}{2\pi} \quad (4.20)$$

em que T_n corresponde ao menor período natural de vibração, [Hughes, 2000]. A determinação do valor de Δt_{cri} depende do coeficiente de amortecimento do sistema estrutural, se admitirmos que o sistema é não amortecido, calculamos para Δt_{cri} um valor conservativo, dado por:

$$\Delta t_{cri} \leq (\gamma/2 - \beta)^{-1/2} \times T_n/2\pi \quad (4.21)$$

Método da Aceleração Média

Uma outra aplicação do algoritmo de Newmark é aquela em que se admite que a aceleração é constante no intervalo de tempo Δt e igual ao valor médio das acelerações no instante t e no instante $t+\Delta t$, conforme a Figura 4.2, representa.

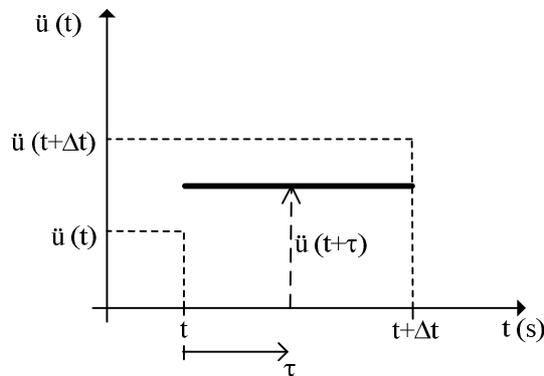


Figura 4.2 – Representação da aceleração constante, adaptado de [Clough, 1993].

Deste modo a expressão (4.2) escreve-se:

$$\{ \ddot{u}(t + \tau) \} = \frac{\{ \ddot{u}(t) \} + \{ \ddot{u}(t + \Delta t) \}}{2} \quad (4.22)$$

Integrando sucessivamente esta equação de modo a calcular a velocidade e o deslocamento, teremos:

$$\{\dot{u}(t+\tau)\} = \{\dot{u}(t)\} + \frac{\tau}{2}(\{\ddot{u}(t)\} + \{\ddot{u}(t+\Delta t)\}) \quad (4.23)$$

$$\{u(t+\tau)\} = \{u(t)\} + \tau\{\dot{u}(t)\} + \frac{\tau^2}{4}(\{\ddot{u}(t)\} + \{\ddot{u}(t+\Delta t)\}) \quad (4.24)$$

Se tivermos em conta as igualdades de (4.8), calculamos para os parâmetros γ e β os valores:

$$\gamma = \frac{1}{2} \qquad \beta = \frac{1}{4} \quad (4.25)$$

e substituindo estes valores nas equações (4.11) e (4.12) as expressões para a determinação das acelerações e velocidades vêm:

$$\{\ddot{u}(t+\Delta t)\} = \frac{4}{\Delta t^2}(\{u(t+\Delta t)\} - \{u(t)\}) - \frac{4}{\Delta t}\{\dot{u}(t)\} - \{\ddot{u}(t)\} \quad (4.26)$$

$$\{\dot{u}(t+\Delta t)\} = \frac{2}{\Delta t}(\{u(t+\Delta t)\} - \{u(t)\}) - \{\dot{u}(t)\} \quad (4.27)$$

este método é implícito e incondicionalmente estável, é comumente designado pela regra trapezoidal.

4.2.1.2. Método de Wilson- θ

O método de Wilson- θ é uma extensão do algoritmo de Newmark quando se assume uma variação linear das acelerações entre os instantes de tempo t e $t+\theta\Delta t$, em que $\theta \geq 1$.

Considere-se que a lei de variação das acelerações é a representada na Figura 4.3, em que τ é o incremento do tempo onde $0 \leq \tau \leq \theta\Delta t$.

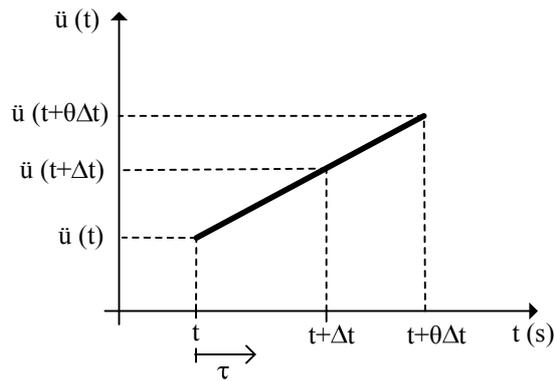


Figura 4.3 – Representação da variação linear da aceleração, adaptado de [Bathe, 1996].

A determinação dos deslocamentos velocidades e acelerações pode ser efectuada como se descreveu anteriormente para o algoritmo de Newmark, método das acelerações lineares, admitindo em vez do instante $t+\Delta t$, o instante $t+\theta\Delta t$.

De modo a não se tornar repetitivo a descrição do algoritmo e mantendo o objectivo de este ser definido de modo a facilmente se implementar um programa de cálculo, teremos para a determinação das acelerações e velocidades para o instante de tempo $t+\theta\Delta t$, ver equações (4.18) e (4.19), as seguintes equações:

$$\{\ddot{u}(t+\theta\Delta t)\} = \frac{6}{\theta^2\Delta t^2}(\{u(t+\theta\Delta t)\} - \{u(t)\}) - \frac{6}{\theta\Delta t}\{\dot{u}(t)\} - 2\{\ddot{u}(t)\} \quad (4.28)$$

$$\{\dot{u}(t+\theta\Delta t)\} = \frac{3}{\theta\Delta t}(\{u(t+\theta\Delta t)\} - \{u(t)\}) - 2\{\dot{u}(t)\} - \frac{\theta\Delta t}{2}\{\ddot{u}(t)\} \quad (4.29)$$

Substituindo estas variáveis na equação de equilíbrio dinâmico escrita para o instante $t+\theta\Delta t$ é determinado o deslocamento:

$$[M]\{\ddot{u}(t+\theta\Delta t)\} + [C]\{\dot{u}(t+\theta\Delta t)\} + [K]\{u(t+\theta\Delta t)\} = \{F(t+\Delta t)\} \quad (4.30)$$

Note-se que devido ao facto da lei de variação das acelerações ser linear é efectuada uma extrapolação linear para a variação da lei das forças aplicadas do tipo:

$$\{F(t+\theta\Delta t)\} = \{F(t)\} + \theta(\{F(t+\Delta t)\} - \{F(t)\}) \quad (4.31)$$

Determinado o deslocamento no instante $t+\theta\Delta t$ as restantes grandezas cinemáticas são calculadas para o instante $t+\theta\Delta t$ e posteriormente para o instante $t+\Delta t$, considerando as equações (4.14), (4.15) e (4.16) escritas para esse instante de tempo, ou seja:

$$\{\ddot{u}(t+\Delta t)\} = \{\ddot{u}(t)\} + \frac{1}{\theta}(\{\ddot{u}(t+\theta\Delta t)\} - \{\ddot{u}(t)\}) \quad (4.32)$$

$$\{\dot{u}(t+\Delta t)\} = \{\dot{u}(t)\} + \Delta t\{\ddot{u}(t)\} + \frac{\Delta t}{2\theta}(\{\ddot{u}(t+\theta\Delta t)\} - \{\ddot{u}(t)\}) \quad (4.33)$$

$$\{u(t+\Delta t)\} = \{u(t)\} + \Delta t\{\dot{u}(t)\} + \frac{\Delta t^2}{2}\{\ddot{u}(t)\} + \frac{\Delta t^2}{6\theta}(\{\ddot{u}(t+\theta\Delta t)\} - \{\ddot{u}(t)\}) \quad (4.34)$$

Portanto, inicialmente determinam-se os valores dos deslocamentos, velocidades e acelerações para o instante $t+\theta\Delta t$ e posteriormente para o instante $t+\Delta t$, conforme as expressões (4.32), (4.33) e (4.34) definem.

Este método é implícito e de modo a ser incondicionalmente estável o valor de θ tem de ser $\theta \geq 1,37$ sendo normalmente usado o valor $\theta=1,40$.

4.2.1.3. Escolha do Algoritmo de Cálculo

Na bibliografia pesquisada, por exemplo [Bathe, 1996] e [Hughes, 2000], são fornecidos vários métodos de integração passo a passo. Estes algoritmos de cálculo são desenvolvidos de modo a serem eficientes face aos sistemas, estrutura/acção, a aplicar. De acordo com estes autores a designação do melhor método ou o mais apropriado não é fácil, no entanto é consenso geral que a escolha do algoritmo a utilizar na integração tem de ser baseada em diversos aspectos, nomeadamente:

- O custo numérico da utilização do algoritmo, na medida em que se este for de estabilidade condicionada o valor do intervalo de tempo a utilizar na integração está limitado a um valor designado por Δt_{cri} , o que determina o número de vezes a proceder à integração das equações de equilíbrio e que se torna pouco competitivo quando na presença de um grande sistema de equações de equilíbrio ou de uma extensa análise no tempo;

- Na convergência e rigor com que as soluções são obtidas, sendo desejável uma convergência de segunda ordem, sendo estes métodos aproximados às respostas numéricas estão associados erros de precisão inerentes ao decaimento da amplitude e ao alongamento do período;
- Capacidade de dissipação dos modos de vibração mais elevados. A discretização espacial da estrutura origina que a resposta tenha o contributo de altas frequências relativas a modos de vibração virtuais da estrutura susceptíveis de retirar o significado físico à resposta. Deste modo é necessário que o algoritmo de integração possua mecanismos de dissipação numérica de forma a eliminar a participação espúrias dos modos elevados não afectando significativamente o contributo dos modos mais baixos. Este aspecto revela-se particularmente importante na resolução de problemas não lineares, tendo levado ao desenvolvimento de algoritmos com elevada capacidade de dissipação numérica, como por exemplo o método Alfa, método de Bossak, [Hughes, 2000].
- É desejável que os algoritmos de integração para se iniciarem apenas necessitem da solução no instante anterior, pois os que necessitam da solução em vários instantes anteriores, designados por métodos multipassos, necessitam de recorrer a extrapolações dos valores iniciais.

A avaliação destes aspectos efectua-se recorrendo a determinados critérios que se passam a descrever de seguida. Por outro lado procura-se adequar esta descrição aos métodos utilizados nesta investigação.

Considere-se o sistema estrutural reduzido a um grau de liberdade em que se pretende determinar a resposta no instante de tempo $t+\Delta t$ a partir das soluções no instante anterior t . O algoritmo recursivo do método de integração passo a passo pode ser escrito na forma

$$\{U(t+\Delta t)\} = [A]\{U(t)\} + \{L\}F(t+\tau) \quad (4.35)$$

onde $\{U(t+\Delta t)\}$ e $\{U(t)\}$ representam vectores que contêm o deslocamento, velocidade e aceleração para os instantes de tempo $(t+\Delta t)$ e t , respectivamente e $F(t+\tau)$ são as forças exteriores aplicadas ao sistema no instante $(t+\tau)$, onde τ pode assumir os valores de Δt ou de $\theta\Delta t$ de acordo com os métodos de integração considerados. A matriz $[A]$ e o vector $\{L\}$ são designados por matriz de amplificação e vector de carga, os quais são operadores que dependem dos parâmetros inerentes à estrutura e ao algoritmo de integração utilizado.

A expressão (4.35) permite determinar a solução para qualquer instante de tempo $(t+k\Delta t)$ de um modo recursivo, pois teremos:

$$\begin{aligned} \{U(t+k\Delta t)\} &= [A]^k \{U(t)\} + [A]^{k-1} \{L\} F(t+\tau) + [A]^{k-2} \{L\} F(t+\Delta t+\tau) + \dots \\ &\dots + [A] \{L\} F(t+(k-2)\Delta t+\tau) + \{L\} F(t+(k-1)\Delta t+\tau) \end{aligned} \quad (4.36)$$

Como se pode observar nesta expressão o vector operador de carga surge inalterado, ao passo que a matriz de amplificação surge $[A]^k$, pelo que os erros inerentes a esta matriz são amplificados nas sucessivas iterações podendo por em causa a convergência do algoritmo utilizado.

A convergência de um algoritmo numérico requer consistência e estabilidade, [Hughes, 2000], A consistência é determinada pelo erro de truncatura e a estabilidade é imposta por intermédio das propriedades da matriz de amplificação $[A]$.

Seja $\lambda_i(A)$ os valores próprios da matriz de amplificação $[A]$. O módulo de $\lambda_i(A)$ é traduzido por $|\lambda_i(A)| = \sqrt{\lambda_i(A) \times \overline{\lambda_i(A)}}$, onde $\overline{\lambda_i(A)}$ é o complexo conjugado de $\lambda_i(A)$.

O raio espectral da matriz $[A]$ é definido por

$$\rho(A) = \max_i |\lambda_i(A)| \quad (4.37)$$

Os critérios de estabilidade estabelecem que:

- o Se todos os valores próprios da matriz forem distintos, há que impor $\rho(A) \leq 1$;

- Se a matriz $[A]$ possuir múltiplos valores próprios, estes valores próprios devem ser em módulo inferiores a um.

Notar que, para analisar a estabilidade usa-se a decomposição espectral da matriz $[A]$, em que:

$$[A] = [D] \times [\Lambda(A)] \times [D]^{-1} \quad (4.38)$$

onde $[D]$ é a matriz diagonalizante de $[A]$, definida pelos seus vectores próprios e $[\Lambda(A)]$ é uma matriz diagonal definida pelos valores próprios de $[A]$. Isto se os seus n valores próprios e vectores próprios forem distintos e independentes, caso contrário $[\Lambda(A)]$ não é uma matriz diagonal pois exhibe elementos na sua diagonal superior secundária.

De modo a garantir uma suficiente precisão é desejável que os métodos utilizados possuam uma convergência de segunda ordem, ou seja que o erro de truncatura $\eta(t)$ definido em:

$$\{U(t + \Delta t)\} = [A] \{U(t)\} + \{L\} F(t + \tau) + \Delta t \eta(t) \quad (4.39)$$

seja igual a

$$\eta(t) = O(\Delta t^k) \quad \text{onde } k = 2 \quad (4.40)$$

Para que o método de Newmark seja de convergência de segunda ordem é necessário impor que:

$$\gamma = \frac{1}{2} \quad (4.41)$$

Deste modo os algoritmos atrás descritos de Newmark e Wilson- θ , apresentam todos uma convergência de segunda ordem.

Para que o método de Newmark seja de estabilidade incondicional, ou seja para quaisquer condições iniciais e para qualquer valor de Δt adoptado na integração o método possua capacidades de amortecer numericamente os erros introduzidos no processo de integração num determinado instante de tempo e nos subjacentes, é necessário impor que os parâmetros γ e β assumam valores:

$$\gamma \geq 1/2 \quad \beta \geq \gamma/2 \quad (4.42)$$

Por outro lado, para que o método de Newmark possua alguma forma de dissipação numérica por forma amortecer a participação espúria dos modos elevados, susceptível de retirar significado físico à solução obtida, é necessário impor:

$$\gamma \geq 1/2 \quad (4.43)$$

fixando então $\gamma \geq 1/2$ pode-se determinar β de modo que a dissipação das altas frequências sejam maximizadas. É demonstrado em [Hughes, 2000] ou em [Argyris e Mlejnek, 1991] que os valores dos parâmetros γ e β para que o método de Newmark seja de estabilidade incondicional e que efectue a dissipação das frequências elevadas são:

$$\gamma \geq 1/2 \quad \beta \geq 1/4 \times \left(\gamma + 1/2\right)^2 \quad (4.44)$$

Destas imposições é possível concluir que a utilização de um algoritmo de Newmark com dissipação das frequências elevadas implica a utilização de $\gamma \neq 1/2$ o que reduz o grau de convergência para primeira ordem.

A Figura 4.4 efectua a representação da variação do raio espectral em função de $\Delta t/T$ para o método de Wilson- θ , Houbolt e uma série de algoritmos da família de métodos de Newmark. Como se pode concluir, para os algoritmos representados para qualquer valor de $\Delta t/T$ está garantido a estabilidade, pois $\rho(A) \leq 1$.

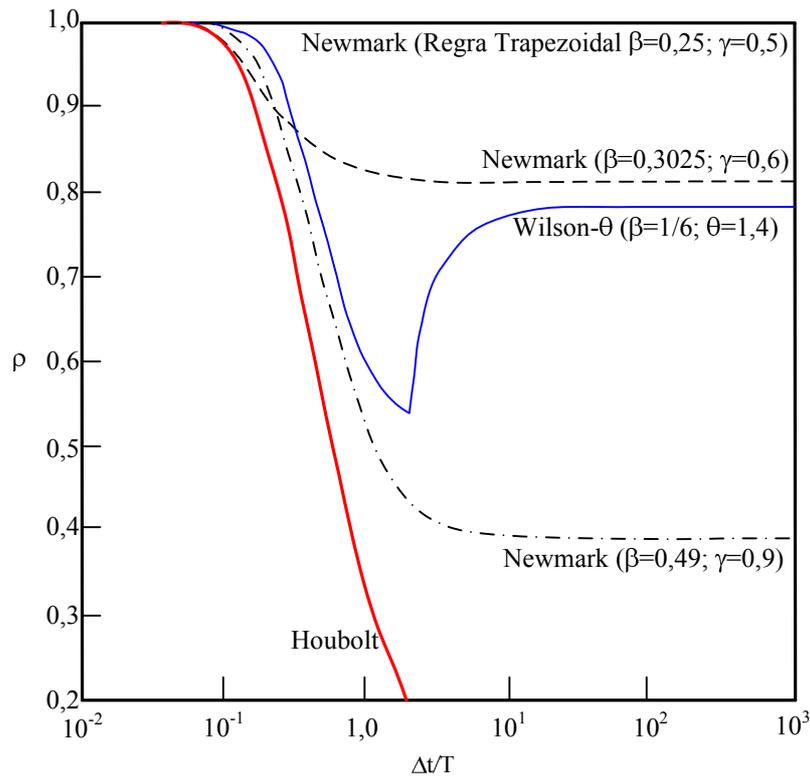


Figura 4.4 – Variação do raio espectral para os métodos de Newmark, Wilson-θ e Houbolt, adaptado de [Hughes, 2000].

O raio espectral é o parâmetro utilizado para aferir a dissipação numérica das altas frequências. O valor mínimo de $\rho_\infty(A)$ obtido para $\Delta t/T \rightarrow \infty$ é o mais eficiente no filtro das altas frequências, na medida em que a dissipação destas é tanto maior quanto mais baixo for o valor de $\rho(A)$. No entanto, é necessário que $\rho(A)$ tenha um valor muito próximo de 1, junto das baixas frequências de modo a não alterar esses modos e para frequências crescentes que diminua progressivamente de modo a aumentar o incremento da dissipação. O algoritmo numérico com propriedades ideais de dissipação deve manter inalteradas as respostas das frequências até $\Delta t/T=1,0$ e diminuir progressivamente de uma forma suave até aos valores de $\rho_\infty = \lim_{\frac{\Delta t}{T} \rightarrow \infty} \rho(A)$.

A Figura 4.4 permite concluir que o método de Newmark para a regra trapezoidal, $\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$, não tem capacidades de dissipação, pelo contrário o método Wilson-θ, apresenta capacidade de dissipação das altas frequências mantendo inalterados os modos baixos. O método de Newmark para o algoritmo em que $\gamma=0,9$ e $\beta=0,49$ apresenta maior capacidade de dissipação das frequências elevadas que o algoritmo

obtido quando $\gamma=0,6$ e $\beta=0,3025$ e que o método de Wilson- θ . Para estes dois algoritmos do método de Newmark, os modos inferiores são mais afectados do que no método de Wilson- θ . Portanto o aumento de $\gamma \geq 1/2$ e $\beta \geq \gamma/2$ efectua a dissipação dos modos espúrios mas em contrapartida influencia a contribuição dos modos inferiores na resposta.

Os erros associados às soluções obtidas pelos métodos de integração passo a passo são traduzidos em termos do decaimento da amplitude, função do amortecimento numérico $\bar{\xi}$, e do alongamento do período, a representação destes erros é feita na Figura 4.5.

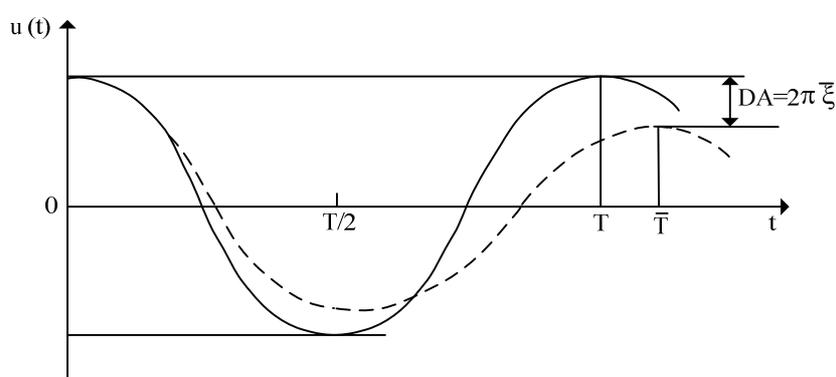


Figura 4.5 – Representação dos erros: alongamento do período da resposta e decaimento da amplitude, [Hughes, 2000].

Na Figura 4.6 e Figura 4.7 representam-se a variação dos erros associados ao decaimento da amplitude e ao alongamento do período com a relação $\Delta t/T$, respectivamente. Como se pode observar estes erros tendem a aumentar com o incremento da relação $\Delta t/T$. De forma a minimizar os erros da resposta nas frequências mais baixas as curvas devem ter tangentes nulas na origem e aumentar suavemente com o valor de $\Delta t/T$.

Na representação da variação do decaimento da amplitude com a relação $\Delta t/T$, constata-se que o método de Newmark, para $\gamma=0,6$ e $\beta=0,3025$, é afectado nos modos inferiores para $\Delta t/T < 0,1$, para $\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$ correspondente à regra trapezoidal, não existe decaimento da amplitude.

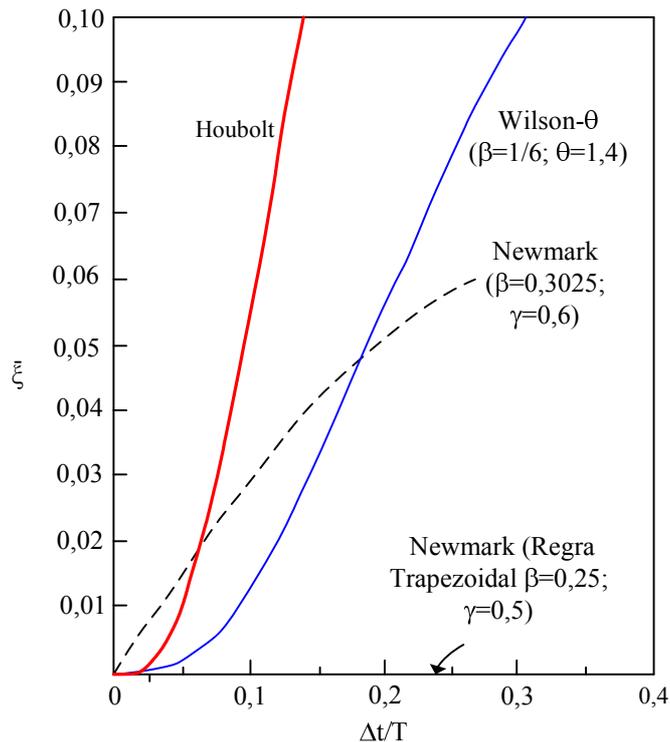


Figura 4.6 – Decaimento da amplitude no método de Wilson- θ , Houbolt e dois algoritmos de Newmark, adaptado de [Hughes, 2000].

Portanto, se $\gamma \neq 1/2$ o rigor de segunda ordem é perdido e a precisão da resposta é afectada ou seja a introdução de amortecimento numérico no algoritmo de Newmark faz com que a precisão da solução diminua, nomeadamente nos modos mais baixos. Este comportamento é uma desvantagem que o algoritmo de Newmark, com amortecimento numérico, apresenta quando aplicado. Desta forma é desejável o recurso a outros métodos em que a contribuição dos modos elevados seja amortecida sem no entanto afectar a contribuição dos modos inferiores.

As Figura 4.6 e Figura 4.7 permitem concluir que a integração passo a passo recorrendo ao método de Wilson- θ , Houbolt ou Newmark (regra trapezoidal) é precisa para pequenos valores de $\Delta t/T$, nomeadamente para valores inferiores a $\Delta t/T=0,01$. Para valores superiores de $\Delta t/T$, os diferentes métodos exibem comportamentos distintos, pois repare-se na Figura 4.7, que para quaisquer valores de $\Delta t/T$, o método de Wilson- θ introduz menor decaimento da amplitude que o método de Houbolt, por outro lado o método de Newmark, para a regra trapezoidal em que $\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$, possui menores erros que o método de Houbolt e Wilson- θ .

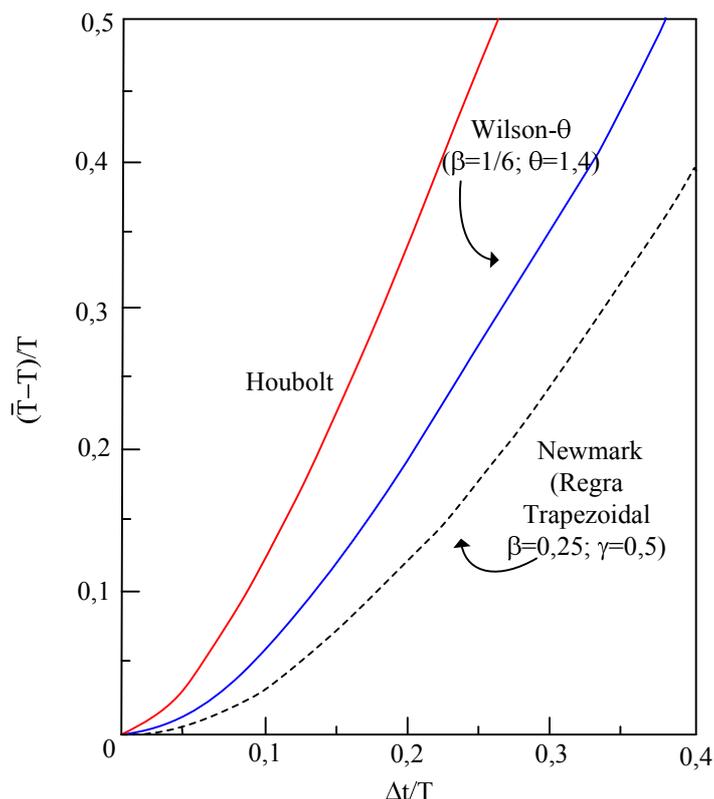


Figura 4.7 – Erro relativo do alongamento do período para os métodos de Newmark, Wilson- θ e Houbolt, adaptado de Hughes (2000).

Desta análise depreende-se o motivo da utilização generalizada do algoritmo de Newmark, regra trapezoidal, em problemas comuns do domínio da Engenharia Civil em que não seja necessário dissipação numérica das altas frequências. Trata-se de um método de um só passo, incondicionalmente estável, com precisão de segunda ordem, cujos erros decorrentes são praticamente desprezáveis.

Sabendo que a definição do valor de Δt a utilizar na integração passo a passo deve ser tal que a resposta do sistema seja precisa e contenha a contribuição dos modos mais significativos da vibração da estrutura. As curvas representadas nas Figura 4.6 e Figura 4.7 permitem ainda compreender o critério correntemente utilizado na fixação do intervalo de tempo em métodos incondicionalmente estáveis, nomeadamente em utilizar $\Delta t=T_n/10$, em que T_n corresponde ao menor período do sistema. Pois veja-se que ao tomarmos $\Delta t=T_n/10$ para o método de Wilson- θ , as percentagens dos erros obtidos em termos de decaimento da amplitude e alongamento do período são relativamente

pequenos, cerca de 1 e 5% respectivamente. Valores estes aceitáveis em problemas comuns de engenharia civil.

Em [Bathe, 1996] é fornecido um outro critério para a fixação do valor de Δt quando se recorre a métodos implícitos incondicionalmente estáveis, nomeadamente de $\Delta t = T_n/20$ em que T_n corresponde ao menor período do sistema.

Quando seja necessário dissipação numérica das altas frequências, o método de Wilson- θ apresenta-se como uma boa alternativa de utilização, pois é igualmente um método de um só passo, incondicionalmente estável, com precisão de segunda ordem, os erros decorrentes, em termos de decaimento da amplitude e alongamento do período, são relativamente pequenos e aceitáveis em problemas comuns de engenharia civil, como anteriormente referido.

4.2.2. Método de Sobreposição Modal

A consideração de algoritmos de integração directa passo a passo para a determinação da solução requer a utilização de matrizes de ordem n , em que n traduz o número de graus de liberdade considerados no modelo de elementos finitos, o que em termos computacionais se revela bastante exigente. A utilização do método da Sobreposição Modal propõe a transformação do sistema de equações diferenciais caracterizador do movimento da estrutura numa forma mais efectiva em termos computacionais para posterior aplicação de algoritmos de integração directa passo a passo, [Bathe, 1996]. Nomeadamente na transformação dos n deslocamentos do modelo de elementos finitos nos designados deslocamentos modais, recorrendo a:

$$\{u(t)\} = [T]\{y(t)\} \quad (4.45)$$

onde $[T]$ é uma matriz de ordem $n \times n$ e $\{y(t)\}$ é um vector dependente do tempo de ordem n . A matriz $[T]$ de transformação permite a obtenção de novas matrizes de rigidez, massa e amortecimento. Na teoria poder-se-ia escolher diferentes matrizes de transformação, no entanto na prática esta matriz está associada à resolução da equação de equilíbrio em deslocamentos de um oscilador sem amortecimento em vibração livre:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = 0 \quad (4.46)$$

Em que a solução é da forma:

$$\{u(t)\} = \{\phi\} \times \sin \omega(t - t_0) \quad (4.47)$$

onde $\{\phi\}$ é um vector de amplitudes de ordem n , t é a variável tempo, t_0 é uma constante do tempo e ω é a frequência circular de vibração associada às amplitudes de $\{\phi\}$. Substituindo a equação (4.47) na equação (4.46) e considerando a existência de soluções não triviais obtêm-se um problema de valores próprios e vectores próprios onde $\{\phi_i\}$ e ω_i que podem ser determinados, ($i=1,2,\dots,n$).

$$([K] - \omega^2 [M])\{\phi\} = \{0\} \quad (4.48)$$

Os vectores próprios $\{\phi_i\}$, aqui designados por modos de vibração, estão associados aos valores próprios, as frequências circulares de vibração ω_i em que $\omega_1 \leq \omega_2 \leq \dots \leq \omega_n$. Considera-se as seguintes relações entre os vectores próprios e matriz de massa:

$$\{\phi_i\}^T M \{\phi_j\} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (4.49)$$

a última relação é consequência do facto dos modos de vibração serem ortogonais em relação à matriz de massa $[M]$. Acrescente-se ainda o facto de estes o serem também relativamente à matriz de rigidez $[K]$ e portanto:

$$\{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} = 0 \quad \text{se } i \neq j \quad (4.50)$$

A primeira relação da equação (4.49) permite escrever que

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I] \quad (4.51)$$

sendo $[\Phi]$ a matriz constituída pelos diversos modos de vibração $\{\phi_i\}$ e $[I]$ a matriz de identidade. Constituindo a mesma relação para a matriz de rigidez, escreve-se

$$[\Phi]^T K [\Phi] = [\Omega^2] \quad (4.52)$$

onde $[\Omega^2]$ é uma matriz diagonal constituída pelos quadrados das frequências circulares de vibração ω_i .

Na análise de sistemas em que os efeitos do amortecimento não podem ser desprezados, assume-se de igual modo uma relação entre as matrizes dos modos de vibração $[\Phi]$ e a matriz de amortecimento $[C]$, da forma:

$$\{\phi_i\}^T [C] \{\phi_j\} = \begin{cases} 2\xi_i \omega_i & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (4.53)$$

em que ξ_i representa o coeficiente de amortecimento viscoso associado ao modo de vibração de ordem i . Desta forma verifica-se que a matriz $[\Phi]$ é uma matriz de transformação apropriada na medida em que conduz a matrizes de massa, rigidez e amortecimento diagonais e consequentemente ao desacoplamento do sistema de equações de equilíbrio. Usando a transformação dos deslocamentos

$$\{u(t)\} = [\Phi] \{y(t)\} \quad (4.54)$$

O sistema de equações de equilíbrio dinâmico, escrito em (4.1) surge desacoplado, podendo escrever-se relativamente à $i^{\text{ésima}}$ coordenada modal da seguinte forma:

$$\ddot{y}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{y}_i(t) + \omega_i^2 y_i(t) = \phi_i^T \{F(t)\} \quad (4.55)$$

As condições iniciais em termos dos deslocamentos modais podem ser obtidos recorrendo à expressão (4.54) e à propriedade de ortogonalidade da matriz de massa com os modos de vibração $\{\phi_i\}$, traduzida na segunda relação da equação (4.49), resultando

$$\{y(0)\} = [\Phi]^T [M] \{u(0)\} \quad \{\dot{y}(0)\} = [\Phi]^T [M] \{\dot{u}(0)\} \quad (4.56)$$

Observa-se que a equação de equilíbrio escrita em (4.55) é uma equação de equilíbrio referente a um oscilador de um grau de liberdade com massa unitária e rigidez ω_i^2 e com as condições iniciais estabelecidas por (4.56). A solução da equação (4.55) para a coordenada modal i pode ser determinada recorrendo a um algoritmo de integração passo a passo, por exemplo um dos anteriormente expostos, ou recorrendo ao integral de Duhamel.

De modo a obter a resposta nos nós do modelo de elementos finitos é necessário sobrepor o contributo das respostas dos n modos de vibração por

$$\{u(t)\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} \{y_i(t)\} \quad (4.57)$$

Atendendo à descrição pode-se concluir que a aplicação do método da Sobreposição Modal requer à priori a determinação das frequências e modos de vibração do modelo de elementos finitos de modo a se efectuar o desacoplamento das equações de equilíbrio. A resposta é determinada recorrendo à sobreposição do contributo das respostas inerentes a cada modo de vibração.

As soluções obtidas pelo método da Sobreposição Modal apresentam os mesmos erros numéricos que os obtidos recorrendo aos algoritmos anteriores, se estes forem utilizados na integração das equações de equilíbrio (4.55). A escolha deste método ou de um dos métodos de integração directa é decidida apenas em termos de eficiência numérica, nomeadamente no conteúdo em frequências que a resolução deste método envolve face aos métodos de integração directa. De facto a solução dinâmica obtida pelo método da Sobreposição Modal permite ter apenas em conta a contribuição de alguns dos modos de vibração que o modelo de elementos finitos possui, constituindo uma boa aproximação da solução exacta do problema.

Verifica-se frequentemente que são apenas necessários incluir no cálculo da resposta m dos n modos de vibração, desta forma apenas m frequências e modos de vibração que

Ihe estão associados são determinados e a resposta é dada pelo contributo destes modos, ou seja

$$\{u(t)\} = \sum_{i=1}^m \{\phi_i\} \{y_i(t)\} \quad (4.58)$$

esta solução constitui uma boa aproximação à solução exacta, este facto representa uma grande vantagem numérica da aplicação do método da Sobreposição Modal face aos métodos de integração directa.

A matriz de amortecimento de ordem i é estabelecida tendo em conta a contribuição dos coeficientes de amortecimentos relativos a cada modo de vibração, conforme se pode constatar por (4.53). No entanto também é possível avaliar a matriz de amortecimento explicitando-a como uma combinação linear das matrizes de massa e de rigidez. Portanto recorrendo à matriz de Rayleigh definida por

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (4.59)$$

onde α e β são constantes que podem ser determinadas assumindo os coeficientes de amortecimento de dois modos de vibração distintos. Por (4.53) e (4.59) podemos escrever para o modo de vibração de ordem i

$$\{\phi_i\}^T (\alpha[M] + \beta[K]) \{\phi_i\} = 2\xi_i \omega_i \quad (4.60)$$

Atendendo às propriedades de ortogonalidade dos modos de vibração com a matriz de massa e matriz de rigidez, teremos

$$\alpha \{\phi_i\}^T [M] \{\phi_i\} + \beta \{\phi_i\}^T [K] \{\phi_i\} = 2\xi_i \omega_i \quad (4.61)$$

$$\alpha + \beta \omega_i^2 = 2\xi_i \omega_i \quad (4.62)$$

O que permite escrever para dois modos de vibração distintos i e j

$$\xi_i = \frac{\alpha + \beta \omega_i^2}{2\omega_i} \quad \xi_j = \frac{\alpha + \beta \omega_j^2}{2\omega_j} \quad (4.63)$$

Resolvendo estas duas igualdades em ordem a α e β teremos

$$\alpha = 2 \frac{\omega_i \omega_j}{(\omega_j^2 - \omega_i^2)} (\omega_j \xi_i - \omega_i \xi_j) \quad \beta = 2 \frac{(\omega_j \xi_j - \omega_i \xi_i)}{(\omega_j^2 - \omega_i^2)} \quad (4.64)$$

Em termos matriciais vem

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 2 \frac{\omega_i \times \omega_j}{(\omega_j^2 - \omega_i^2)} \begin{bmatrix} \omega_j & -\omega_i \\ -\frac{1}{\omega_j} & \frac{1}{\omega_i} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

O que permite de um modo fácil contabilizar o valor das constantes α e β tendo em conta os valores das frequências circulares e coeficientes de amortecimento correspondentes ao $i^{\text{ésimo}}$ e $j^{\text{ésimo}}$ modos de vibração.

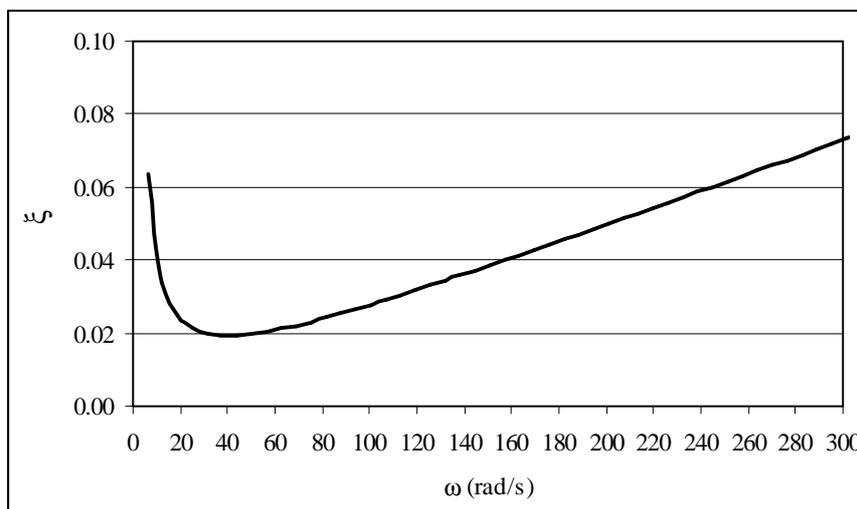


Figura 4.8 – Relação entre o coeficiente de amortecimento e a frequência circular, adaptado [Clough, 1993].

Conhecidos os valores das constantes α e β , a expressão estabelecida em (4.62) permite verificar a relação entre coeficientes de amortecimentos e frequências circulares a qual

se passa a representar na Figura 4.8. Esta figura também indica as regiões onde se verifica a proporcionalidade do amortecimento com a massa e com a rigidez.

Notar que os coeficientes de Rayleigh, α e β , a utilizar na análise dinâmica das estruturas devem ser convenientemente seleccionados de preferência recorrendo à informação existente sobre as características de amortecimento na estrutura em estudo ou em outras similares. Observe-se também que em toda esta descrição é assumido que as características de amortecimento do sistema podem ser simuladas apropriadamente usando um amortecimento do tipo proporcional.

4.3. METODOLOGIAS DE ANÁLISE DO SISTEMA PONTE E DO SISTEMA VEÍCULO/PONTE

Quando se pretende analisar a resposta de pontes sujeitas à passagem de comboios uma de duas metodologias diferentes pode ser seguida: a consideração de forças rolantes com velocidade constante ou a consideração da interacção entre o comboio e a ponte. Ambas as metodologias assentam na utilização de um modelo de elementos finitos para o sistema estrutural. A primeira é de fácil compreensão e implementação em softwares comerciais de cálculo de estruturas e corresponde a considerar a acção do comboio como uma sucessão de forças móveis. A segunda metodologia é mais complexa pois a sua aplicação envolve a utilização de algoritmos complexos que não se encontram ainda, em geral, implementados em softwares orientados para o projecto de estruturas.

Notar que a aplicação da interacção entre o comboio e a ponte determina que se conheçam parâmetros de massa, rigidez e amortecimento dos diversos elementos que constituem os comboios.

Observe-se ainda que à utilização das forças rolantes está inerente apenas o conhecimento da resposta dinâmica da ponte, ao passo que a utilização da interacção entre veículo e ponte permite para além do conhecimento da resposta na ponte o conhecimento dos deslocamentos, velocidades e acelerações no comboio, bem como a análise das forças de contacto entre a roda e o carril. Ou seja permite a avaliação do conforto dos passageiros e a estabilidade do veículo.

4.3.1. Forças Rolantes

A acção vertical aplicada pelo comboio à ponte é definida pelas forças concentradas inerentes aos eixos das carruagens. Esta acção varia no tempo e no espaço, por conseguinte é necessário definir funções temporais para cada nó do modelo de elementos finitos que pertença ao percurso do comboio.

Dada a discretização do modelo de elementos finitos pré-estabelecido para a análise dinâmica são conhecidas as posições dos diversos nós que o constituem. Para os nós pertencentes ao percurso do comboio sobre a ponte são estabelecidas funções dependentes do tempo que fornecem o valor das forças exercidas na ponte em cada instante de tempo t , designadas por funções de carga.

Dado que o software ADINA não possui uma *macro* que determine os valores destas funções de carga em cada nó que pertença ao percurso do comboio, foi necessário proceder ao desenvolvimento de um programa em Fortran que permitisse este cálculo. As variáveis envolvidas no cálculo e o algoritmo do programa é baseado no raciocínio que se descreve em seguida de um modo sucinto.

Seja então uma viga com n elementos e $n+1$ nós, a força F atravessa a viga com velocidade constante v . Para o instante de tempo $t=0$ a força está localizada no início da viga e no instante $t>0$ na abscissa $x(t)=v \times t$, ver Figura 4.9.

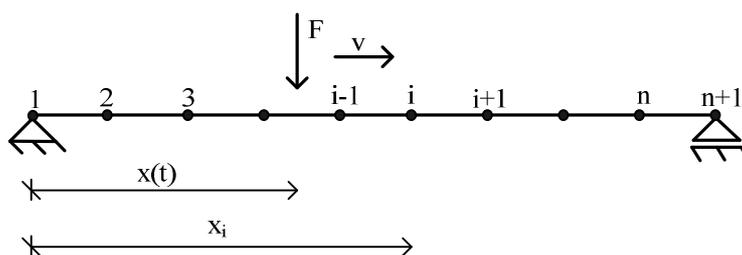


Figura 4.9 – Viga sujeita a força móvel, ilustração dos símbolos.

Para um nó i qualquer que diste x_i do início da viga, o valor da força nele aplicado $F_i(t)$ é definida do seguinte modo:

$$F_i(t) = \begin{cases} 0, \forall t \text{ em que } x(t) \leq x_{i-1} \\ 0, \forall t \text{ em que } x(t) \geq x_{i+1} \end{cases} \quad (4.66)$$

Por outro lado a força no nó i ainda assume:

$$F_i(t) = \begin{cases} F \times \frac{x(t) - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}}, & \text{para } t \text{ entre } x_{i-1} < x(t) \leq x_i \\ F \times \frac{x(t) - x_i}{x_{i+1} - x_i}, & \text{para } t \text{ entre } x_i < x(t) \leq x_{i+1} \end{cases} \quad (4.67)$$

Como a força que percorre a viga tem intensidade e velocidade constante o resultado da aplicação das expressões anteriores (4.66) e (4.67) são funções triangulares para cada nó i ou $i+1$ que se considere na viga, conforme a Figura 4.10 representa.

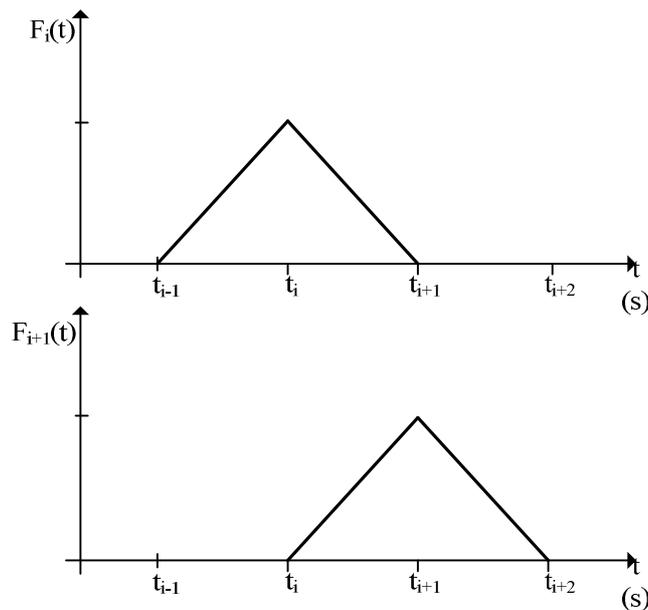


Figura 4.10 – Forma da função de carga no nó i e no nó $i+1$ devido à consideração de uma força constante e de velocidade constante a percorrer a viga.

A função de carga $F_i(t)$ é máxima quando a força F atinge o nó i . Se considerarmos mais do que uma força rolante a percorrer a estrutura os efeitos totais por elas produzidos são obtidos pela soma dos efeitos individuais de cada força. Acrescente-se ainda que nesta situação é necessário conhecer as distâncias entre forças.

As funções de carga são então definidas para cada nó que pertence ao percurso do comboio sobre a ponte, pelo menos durante o tempo que este necessita para atravessar a estrutura e para incrementos de tempo iguais a Δt considerados na integração da equação de equilíbrio definida em (4.1).

Para a geração destes vectores de força, são calculadas as distâncias relativas de cada eixo ao primeiro eixo do comboio que entra na ponte, tendo para tal sido inseridos numa base de dados do programa os valores das distâncias entre eixos.

Posteriormente no software ADINA estes vectores de força são inseridos como histórias de carga, tantas quantos os nós definidos no percurso do comboio e quantos valores de força diferentes os eixos tiverem. Por exemplo se considerar dois veículos com pesos diferentes o número total de histórias de carga será o dobro do número de nós estabelecidos no percurso do comboio. Atendendo ao Δt utilizado para a integração da equação de equilíbrio, definida de acordo (4.1), e ao tempo total que se pretende analisar são definidos o número de incrementos necessários para obter a resposta da ponte. Por fim as histórias de carga são associadas aos respectivos nós, ao tipo de força, neste caso vertical e de sentido descendente, bem como ao valor inerente ao eixo em causa.

4.3.2. Interacção Entre o Veículo e a Ponte

A interacção entre o veículo e a ponte tem sido realizada por vários investigadores recorrendo a diferentes técnicas. [Calçada, 1995] e posteriormente [Calçada, 2001], [Barbero, 2001] e [Yang *et al.*, 2004a] são alguns exemplos em que a interacção entre o veículo e a ponte é efectuada recorrendo a programas desenvolvidos para o efeito.

Na investigação apresentada em [Yang *et al.*, 2004a] dois sistemas de equações de movimento são definidas, um para o elemento ponte e outro para o modelo simplificado do comboio. Estes dois sistemas interagem um com o outro por intermédio das forças de contacto. As forças de contacto variam no tempo e no espaço fazendo com que a formulação de equilíbrio dos dois sistemas seja reavaliada em cada incremento de tempo em que se discretizou a análise e com que a resolução seja não linear. Para a

resolução destes dois sistemas de equações diferenciais é aplicado o método de Newmark com $\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$, regra trapezoidal.

Nesta investigação várias modelações do sistema estrutural da ponte e do veículo rolante são apresentadas. Inicialmente modelações 2D em que a ponte é modelada por uma viga simplesmente apoiada e o comboio como uma sucessão de massas suspensas sobre mola e amortecedor ligados em paralelo. A rigidez do balastro e as irregularidades da via são contabilizadas no comportamento dinâmico deste sistema. Ainda no domínio 2D o veículo é modelado com as suas suspensões primárias e secundárias, *bogie* e caixa rígida. A modelação 3D do sistema veículo/via férrea/ponte é também desenvolvido recorrendo a um modelo complexo de veiculo com cerca de 30 graus de liberdade.

O algoritmo de contacto surge referenciado em publicações na década de 70, por exemplo [Hughes *et al.*, 1977], inerente ao desenvolvimento do cálculo automático nas últimas duas décadas, este algoritmo tem sido utilizado em vários domínios da Engenharia: fabrico a quente dos perfis de aço, análise de tensões em corpos sujeitos a impactos, por exemplo. Uma aplicação deste algoritmo no domínio da Engenharia Civil, pode ser analisada em [Marques *et al.*, 2005], em que este autor recorre ao algoritmo de contacto implementado no software SOLVIA para a analisar a influência da interacção entre o veiculo e a ponte no comportamento dinâmico de uma ponte ferroviária metálica.

A aplicação de algoritmos de contacto é complexa e em problemas de contacto dinâmico ainda o é mais, pois as acelerações e as tensões variam muito rapidamente em cada incremento de tempo Δt e a determinação do campo dos deslocamentos dos corpos em contacto é altamente não linear. Vários estudos publicados são dedicados exclusivamente à formulação de problemas de contacto dinâmico devido à sua difícil implementação e resolução numérica, [Hu, 1977], [Armero e Petőcz, 1998] e [Feng *et al.*, 2002]. Na resolução destes problemas de contacto dinâmico, métodos implícitos de integração directa com dissipação numérica das altas frequências têm sido utilizados, como o método *HHT* ou método α , [Hilber *et al.*, 1977] ou o método de Newmark com parâmetros α e β que permitam tal comportamento, ver secção 4.2.1.3.

Atendendo a que foi este o algoritmo usado para a análise da interacção entre o veículo e a ponte nesta investigação, na secção que se segue procede-se à sua conveniente explanação, contudo tratando-se de um método de resolução não linear julgou-se conveniente primeiro descrever a metodologia de análise de sistemas dinâmicos não lineares recorrendo a métodos implícitos de integração directa passo a passo.

4.3.2.1. Análise Dinâmica de Sistemas Não Lineares Através de Métodos de Integração Directa

Num sistema estrutural o equilíbrio é estabelecido quando, para qualquer instante de tempo se tem:

$$\{F_{\text{ext.}}(t)\} = \{F_{\text{int.}}(t)\} \quad (4.68)$$

em que $\{F_{\text{ext.}}(t)\}$ representa o vector da forças exteriores aplicadas ao sistema nos seus n graus de liberdade no instante t , correspondentes às forças nodais equivalentes associadas às forças concentradas existentes no nós e às forças distribuídas de volume e de superfície. $\{F_{\text{int.}}(t)\}$ representa o vector das forças interiores aplicadas nos nós dos elementos do modelo de elementos finitos e correspondentes às tensões na configuração da deformada no instante t , [Bathe, 1996] e [Marques, 1994].

A equação (4.68) também é válida na presença de não linearidades, materiais ou geométricas, ou em problemas de carácter dinâmico. Para tal, o vector da forças exteriores deverá incluir uma parcela relativa às forças de inércia e outra relativa às forças de amortecimento, ou seja:

$$\{F_{\text{ext.}}(t)\} = \{F(t)\} - [M]\{\ddot{u}(t)\} - [C]\{\dot{u}(t)\} \quad (4.69)$$

em que $\{F(t)\}$ correspondem às forças nodais equivalentes exteriores, $[M]$ matriz de massa e $[C]$ matriz de amortecimento. Nesta investigação considera-se que a as forças de amortecimento assumem a relação linear já estabelecida anteriormente na expressão (4.59), encontrando-se as não linearidades associadas aos termos função dos deslocamentos.

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [C]\{\dot{u}(t)\} + \{F_{int.}(t, u)\} = \{F(t)\} \quad (4.70)$$

Em sistemas dinâmicos não lineares, a matriz de rigidez é função dos deslocamentos e portanto função do tempo também

$$\{F_{int.}(t, u)\} = [K(u, t)]\{u(t)\} \quad (4.71)$$

A solução da equação (4.70) não pode ser obtida directamente mas de um modo iterativo para cada incremento de tempo Δt , recorrendo a uma técnica de integração directa passo a passo. Para exemplificar, considere-se o método de Newmark na sua generalidade em que a equação de equilíbrio para o instante de tempo $t + \Delta t$ vem:

$$[M]\{\ddot{u}(t + \Delta t)\} + [C]\{\dot{u}(t + \Delta t)\} + \{F_{int.}(t + \Delta t)\} = \{F(t + \Delta t)\} \quad (4.72)$$

em que

$$\{F_{int.}(t + \Delta t)\} = \{F_{int.}(t)\} + [K(u, t)]\{\Delta u\} \quad (4.73)$$

Portanto as forças interiores no instante $t + \Delta t$ correspondem às forças no instante anterior t e ao valor do incremento de força ocorrido no intervalo entre t e $t + \Delta t$ devido aos incrementos de deslocamentos e tensões aí decorrentes. A relação entre os deslocamentos no instante $t + \Delta t$ e no instante t é estabelecida por:

$$\{u(t + \Delta t)\} = \{u(t)\} + \{\Delta u\} \quad (4.74)$$

Recordando as relações das acelerações e das velocidades para os instantes de tempo $t + \Delta t$, escritas em (4.11) e (4.12) e aqui reescritas:

$$\{\ddot{u}(t + \Delta t)\} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (\{u(t + \Delta t)\} - \{u(t)\}) - \frac{1}{\beta \Delta t} \{\dot{u}(t)\} - \frac{(1/2 - \beta)}{\beta} \{\ddot{u}(t)\} \quad (4.75)$$

$$\{\dot{u}(t + \Delta t)\} = \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\{\dot{u}(t)\} + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}(\{u(t + \Delta t)\} - \{u(t)\}) + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\{\ddot{u}(t)\} \quad (4.76)$$

Substituindo estas variáveis na expressão (4.72) e atendendo a (4.73) a equação de equilíbrio vem:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\beta\Delta t^2}[M] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}[C] + [K(u, t)]\right)\{\Delta u\} = \{F(t + \Delta t)\} - \{F_{int.}(t)\} + \\ & + [M]\left(\frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}(t)\} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right)\{\ddot{u}(t)\}\right) + [C]\left(\left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right)\{\dot{u}(t)\} + \Delta t\left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right)\{\ddot{u}(t)\}\right) \end{aligned} \quad (4.77)$$

Conhecendo $\{\Delta u\}$ pode-se determinar o deslocamento no instante $t + \Delta t$ por:

$$\{u(t + \Delta t)\} = \{u(t)\} + \{\Delta u\} \quad (4.78)$$

e sucessivamente a aceleração e a velocidade para esse instante de tempo

$$\{\ddot{u}(t + \Delta t)\} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\{\Delta u\} - \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}(t)\} - \frac{(1/2 - \beta)}{\beta}\{\ddot{u}(t)\} \quad (4.79)$$

$$\{\dot{u}(t + \Delta t)\} = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\{\Delta u\} + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\{\dot{u}(t)\} + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\{\ddot{u}(t)\} \quad (4.80)$$

Na medida em que se trata de um problema não linear a equação de equilíbrio definida para o instante $t + \Delta t$ deverá ter em conta a forma iterativa na qual se assume o método de Newton Raphson:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} [\mathbf{M}] + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} [\mathbf{C}] + [\mathbf{K}(u, t + \Delta t)] \right)^{i-1} \{\Delta u\}^i = \{F(t + \Delta t)\} - \{F_{\text{int.}}(t + \Delta t)\}^{i-1} + \\
 & + [\mathbf{M}] \left(\frac{1}{\beta \Delta t} \{\dot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} \right) + \\
 & + [\mathbf{C}] \left(\left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \{\dot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} \right)
 \end{aligned} \tag{4.81}$$

notar que $[K(u, t + \Delta t)]^{i-1}$ é uma matriz de rigidez tangente calculada na iteração $i-1$ e no instante $t + \Delta t$. Escrevendo esta última equação numa forma mais simples vem:

$$[\mathbf{K}_{\text{eff.}}(t + \Delta t)]^{i-1} \{\Delta u\}^i = \{F_{\text{eff.}}(t + \Delta t)\}^{i-1} \tag{4.82}$$

em que $[K_{\text{eff.}}(t + \Delta t)]^{i-1}$ é designada como a matriz de rigidez efectiva e $\{F_{\text{eff.}}(t + \Delta t)\}^{i-1}$ o vector das forças efectivas, são iguais a:

$$[\mathbf{K}_{\text{eff.}}(t + \Delta t)]^{i-1} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} [\mathbf{M}] + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} [\mathbf{C}] + [\mathbf{K}(u, t + \Delta t)]^{i-1} \tag{4.83}$$

$$\begin{aligned}
 \{F_{\text{eff.}}(t + \Delta t)\}^{i-1} & = \{F(t + \Delta t)\} - \{F_{\text{int.}}(t + \Delta t)\}^{i-1} + \\
 & + [\mathbf{M}] \left(\frac{1}{\beta \Delta t} \{\dot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} \right) + \\
 & + [\mathbf{C}] \left(\left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \{\dot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} \right)
 \end{aligned} \tag{4.84}$$

Para o passo iterativo i o incremento de deslocamento $\{\Delta u\}^i$ é determinado e consequentemente o deslocamento total vem:

$$\{u(t + \Delta t)\}^i = \{u(t + \Delta t)\}^{i-1} + \{\Delta u\}^i \tag{4.85}$$

a aceleração e a velocidade tendo em conta o valor obtido do deslocamento para a iteração i vem:

$$\{\ddot{u}(t+\Delta t)\}^i = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\{\Delta u\}^i - \frac{1}{\beta\Delta t}\{\dot{u}(t+\Delta t)\}^{i-1} - \frac{(1/2-\beta)}{\beta}\{\ddot{u}(t+\Delta t)\}^{i-1} \quad (4.86)$$

$$\{\dot{u}(t+\Delta t)\}^i = \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\{\Delta u\}^i + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)\{\dot{u}(t+\Delta t)\}^{i-1} + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right)\{\ddot{u}(t+\Delta t)\}^{i-1} \quad (4.87)$$

Para iniciar o processo, de um modo geral poder-se-á assumir que

$$\{u(0)\} = \{\dot{u}(0)\} = \{\ddot{u}(0)\} = 0 \quad (4.88)$$

Para cada iteração i , a solução calculada deverá ser verificada se é convergente ou divergente, ou seja, verificar-se se a solução obtida é inferior a um determinado valor. Este valor é obtido pelo produto de uma tolerância por uma norma, norma de tipo euclidiano, esquematicamente representada por $\|\cdot\|$, definida com base na variável utilizada no critério de comparação e referente a determinado instante. Usualmente numa resolução dinâmica não linear adoptam-se vários critérios de convergência, para o caso concreto utilizaram-se os critérios de energia, de forças e de deslocamentos, que podem ser traduzidos nas seguintes formas:

- Critério de energia verificado para todos os graus de liberdade:

$$\frac{\Delta u^i \left[F(t+\Delta t) - M \times \ddot{u}(t+\Delta t)^{i-1} - C \times \dot{u}(t+\Delta t)^{i-1} - F_{\text{int.}}(t+\Delta t)^{i-1} \right]}{\Delta u^1 \left[F(t+\Delta t) - M \times \ddot{u}(t+\Delta t)^{(0)} - C \times \dot{u}(t+\Delta t)^{(0)} - F_{\text{int.}}(t) \right]} \leq \text{ETol.} \quad (4.89)$$

- Critério formulado em termos de força:

$$\frac{\left\| F(t+\Delta t) - M \times \ddot{u}(t+\Delta t)^{i-1} - C \times \dot{u}(t+\Delta t)^{i-1} - F_{\text{int.}}(t+\Delta t)^{i-1} \right\|_2}{\|F\|} \leq \text{FTol.} \quad (4.90)$$

- Critério formulado em termos de deslocamentos:

$$\frac{\|\Delta u^i\|}{\|\Delta u^1\|} \leq DTol. \quad (4.91)$$

É feita uma comparação entre a norma dos acréscimos de deslocamentos na iteração i e a norma dos acréscimos dos deslocamentos verificados na primeira iteração do incremento actual. Onde $ETol.$, $FTol.$ e $DTol.$ representam a tolerância de convergência de energia, de força e de deslocamento, respectivamente. Estas constantes são pequenos valores previamente estabelecidos antes de iniciar o cálculo automático.

Atendendo aos algoritmos de integração passo a passo utilizados, método de Newmark com $\gamma=1/2$ e $\beta=1/4$, regra trapezoidal e método de Wilson- θ com $\gamma=1/2$ e $\beta=1/6$ e $\theta=1,4$. Verifiquemos a constituição da matriz de rigidez efectiva $[K_{eff.}(t+\Delta t)]^{i-1}$ e do vector das forças efectivas $\{F_{eff.}(t+\Delta t)\}^{i-1}$ para cada um deles:

Método da Aceleração Média

$$[K_{eff.}(t+\Delta t)]^{i-1} = \frac{4}{\Delta t^2}[M] + \frac{2}{\Delta t}[C] + [K(u, t+\Delta t)]^{i-1} \quad (4.92)$$

$$\begin{aligned} \{F_{eff.}(t+\Delta t)\}^{i-1} &= \{F(t+\Delta t)\} - \{F_{int.}(t+\Delta t)\}^{i-1} + \\ &+ [M] \left(\frac{4}{\Delta t} \{\dot{u}(t+\Delta t)\}^{i-1} + \{\ddot{u}(t+\Delta t)\}^{i-1} \right) + \\ &+ [C] \left(\{\dot{u}(t+\Delta t)\}^{i-1} \right) \end{aligned} \quad (4.93)$$

Para o passo iterativo i o incremento de deslocamento $\{\Delta u\}^i$ é determinado e consequentemente o deslocamento total vem:

$$\{u(t+\Delta t)\}^i = \{u(t+\Delta t)\}^{i-1} + \{\Delta u\}^i \quad (4.94)$$

a aceleração e a velocidade tendo em conta o valor obtido do deslocamento para a iteração i vem:

$$\{\ddot{u}(t + \Delta t)\}^i = \frac{4}{\Delta t^2} \{\Delta u\}^i - \frac{4}{\Delta t} \{\dot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} - \{\ddot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} \quad (4.95)$$

$$\{\dot{u}(t + \Delta t)\}^i = \frac{2}{\Delta t} \{\Delta u\}^i - \{\dot{u}(t + \Delta t)\}^{i-1} \quad (4.96)$$

Método de Wilson- θ

O método de Wilson- θ preconiza o equilíbrio inicialmente para o instante de tempo $t + \theta \Delta t$, deste modo as matrizes e vectores envolvidos na equação de equilíbrio vêm:

$$[\mathbf{K}_{\text{eff.}}(t + \theta \Delta t)]^{i-1} = \frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} [\mathbf{M}] + \frac{3}{\theta \Delta t} [\mathbf{C}] + [\mathbf{K}(u, t + \theta \Delta t)] \quad (4.97)$$

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}_{\text{eff.}}(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} &= \{\mathbf{F}(t + \theta \Delta t)\} - \{\mathbf{F}_{\text{int.}}(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} + \\ &+ [\mathbf{M}] \left(\frac{6}{\theta \Delta t} \{\dot{u}(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} + 2\{\ddot{u}(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} \right) + \\ &+ [\mathbf{C}] \left(2\{\dot{u}(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} + \frac{\theta \Delta t}{2} \{\ddot{u}(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} \right) \end{aligned} \quad (4.98)$$

Para o passo iterativo i o incremento de deslocamento $\{\Delta u\}^i$ é determinado e consequentemente o deslocamento total vem:

$$\{u(t + \theta \Delta t)\}^i = \{u(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} + \{\Delta u\}^i \quad (4.99)$$

a aceleração e a velocidade tendo em conta o valor obtido do deslocamento para a iteração i vem:

$$\{\ddot{u}(t + \theta \Delta t)\}^i = \frac{6}{\theta^2 \Delta t^2} \{\Delta u\}^i - \frac{6}{\theta \Delta t} \{\dot{u}(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} - 2\{\ddot{u}(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} \quad (4.100)$$

$$\{\dot{u}(t + \theta \Delta t)\}^i = \frac{3}{\theta \Delta t} \{\Delta u\}^i - 2\{\dot{u}(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} - \frac{\theta \Delta t}{2} \{\ddot{u}(t + \theta \Delta t)\}^{i-1} \quad (4.101)$$

Posteriormente os valores das acelerações, velocidades e deslocamentos para o instante de tempo $t+\Delta t$ são quantificados por meio das expressões:

$$\{\ddot{u}(t+\Delta t)\}^i = \{\ddot{u}(t)\}^i + \frac{1}{\theta} \left(\{\ddot{u}(t+\theta\Delta t)\}^i - \{\ddot{u}(t)\}^i \right) \quad (4.102)$$

$$\{\dot{u}(t+\Delta t)\}^i = \{\dot{u}(t)\}^i + \Delta t \{\ddot{u}(t)\}^i + \frac{\Delta t}{2\theta} \left(\{\ddot{u}(t+\theta\Delta t)\}^i - \{\ddot{u}(t)\}^i \right) \quad (4.103)$$

$$\{u(t+\Delta t)\}^i = \{u(t)\}^i + \Delta t \{\dot{u}(t)\}^i + \frac{\Delta t^2}{2} \{\ddot{u}(t)\}^i + \frac{\Delta t^2}{6\theta} \left(\{\ddot{u}(t+\theta\Delta t)\}^i - \{\ddot{u}(t)\}^i \right) \quad (4.104)$$

Estas três equações derivam das relações definidas em (4.2), (4.5) e (4.6).

4.3.2.2. Algoritmo de Contacto

O algoritmo de contacto pode ser utilizado no software ADINA de modo a modelar o comportamento de contacto entre diferentes elementos estruturais, por exemplo: treliças, vigas, condutas, *etc* no domínio 2D ou 3D. As condições de contacto geralmente assumidas são:

- Os pontos de contacto são conhecidos à priori;
- O contacto entre corpos pode ser com ou sem atrito, respectivamente $\mu > 0$ ou $\mu = 0$ em que μ representa o coeficiente de atrito;
- O contacto é analisado entre corpos que estão em equilíbrio;

Considerem-se n corpos em contacto no instante de tempo t . Seja S_c^t a superfície de contacto para cada corpo $L=1, \dots, n$. O princípio dos trabalhos virtuais aplicado a cada um dos corpos para o instante t permite escrever:

$$\sum_{L=1}^n \left(\int_{V^t} \tau_{ij}^t \delta e_{ij} dV^t \right) = \sum_{L=1}^n \left(\int_{V^t} {}^B f_i^t \delta u_i dV^t + \int_{S^t} {}^S f_i^t \delta u_i^S dS^t \right) + \sum_{L=1}^n \left(\int_{S_c^t} {}^C f_i^t \delta u_i^C dS^t \right) \quad (4.105)$$

Onde τ_{ij}^t corresponde às componentes cartesianas do tensor das tensões e δe_{ij} às respectivas extensões na posição da deformada para o instante t . A segunda parcela descreve o trabalho produzido pelas forças exteriores, de volume e de superfície, e pelas forças de contacto. Os efeitos devidos às forças de contacto são contabilizados tendo em conta forças de tracção, designadas por ${}^C f_i^t$ exteriormente aplicadas aos corpos, e δu_i^C deslocamentos virtuais que ocorrem nas superfícies de contacto dos corpos S_c^t . Estas variáveis podem ser facilmente identificadas na Figura 4.11.

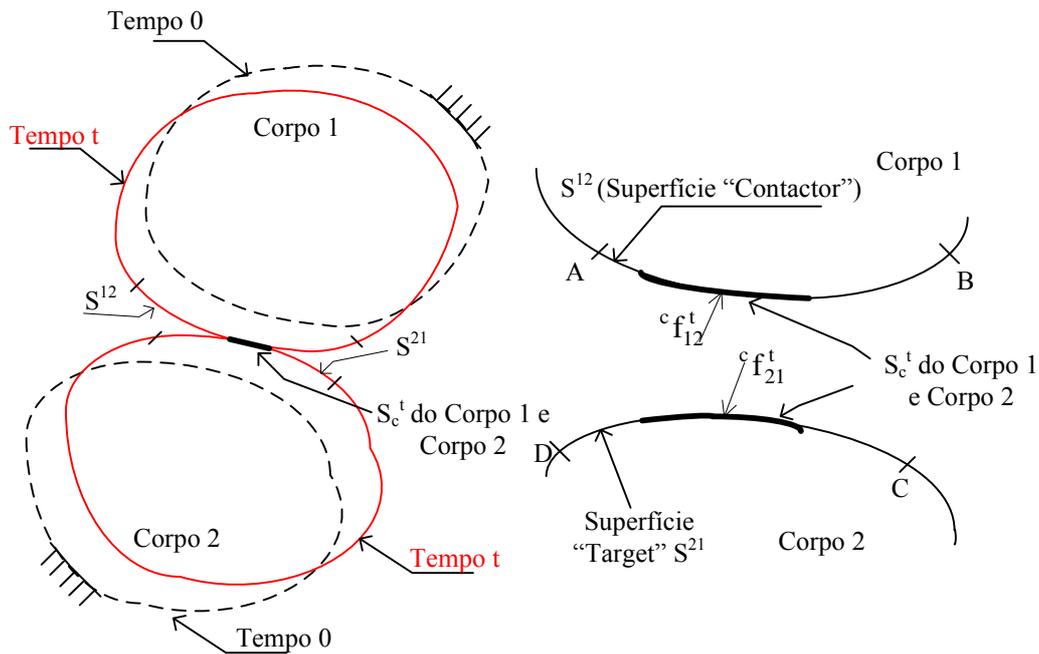


Figura 4.11 – Representação de dois corpos em contacto no instante t , ilustração das variáveis, [Bathe, 1996].

A Figura 4.11 apenas representa dois corpos em contacto, corpo 1 e corpo 2, por facilidade de compreensão pois o algoritmo de contacto pode ser implementado para diversos corpos ao mesmo tempo. Considere-se que ${}^C f_{12}^t$ representa as forças de tracção definidas na superfície de contacto do corpo 1 devido ao contacto deste corpo com o corpo 2, bem como ${}^C f_{21}^t$ as forças de tracção definidas na superfície de contacto do corpo 2 devido ao contacto deste corpo com o corpo 1. Deste modo pode-se dizer que ${}^C f_{12}^t = -{}^C f_{21}^t$ e que o trabalho virtual devido às forças de contacto pode ser escrito por

$$\int_{S_{12}} C f_{12}^t \delta u_i^1 dS^{12} + \int_{S_{21}} C f_{21}^t \delta u_i^2 dS^{21} = \int_{S_{12}} C f_{12}^t \delta u_i^{12} dS^{12} \quad (4.106)$$

onde δu_i^1 e δu_i^2 são as componentes dos deslocamentos virtuais segundo as coordenadas i nas superfícies de contacto dos corpos 1 e 2, onde

$$\delta u_i^{12} = \delta u_i^1 - \delta u_i^2 \quad (4.107)$$

Deste modo pode-se dizer que o segundo termo da equação (4.106) representa o trabalho virtual produzido pelas forças de contacto segundo o deslocamento virtual relativo na coordenada i definido na superfície de contacto S^{12} . As superfícies de contacto S^{12} e S^{21} são designadas por “par de superfícies de contacto” e observe-se que estas superfícies não têm de ter necessariamente a mesma dimensão. Como a Figura 4.11 indica, para o instante de tempo t , a superfície do corpo 1 em contacto com o corpo 2 é S_c^t , bem como a superfície do corpo 2 em contacto com o corpo 1 é S_c^t , esta superfície define-se nas superfícies S^{12} e S^{21} . As superfícies S^{12} e S^{21} são usualmente designadas por superfície de contacto “*contactor*” e superfície “*target*” i.e. “alvo”, respectivamente, [Bathe, 1996].

Seja \hat{n} o versor unitário normal à superfície S^{12} e seja \hat{s} o versor perpendicular a \hat{n} . A força de tracção de contacto $C f_{12}^t$ que actua na superfície S^{12} pode ser decomposta segundo uma normal e uma tangencial à superfície S^{12} usando as componentes \hat{n} e \hat{s} .

$$C f_{12}^t = \lambda \hat{n} + v \hat{s} \quad (4.108)$$

Onde λ corresponde à componente normal e v à componente tangencial da força $C f_{12}^t$.

Para definir \hat{n} e \hat{s} , usados na formulação do contacto, considere-se um ponto genérico P na superfície S^{12} e seja $Q(P,t)$ um ponto na superfície S^{21} que satisfaz

$$\|P - Q(P,t)\|_2 = \min_{Q \in S_{21}} \|P - Q\|_2 \quad (4.109)$$

A distância entre a superfície S^{21} e o ponto P é determinada pela função

$$g(P, t) = (P - Q) \hat{n} \quad (4.110)$$

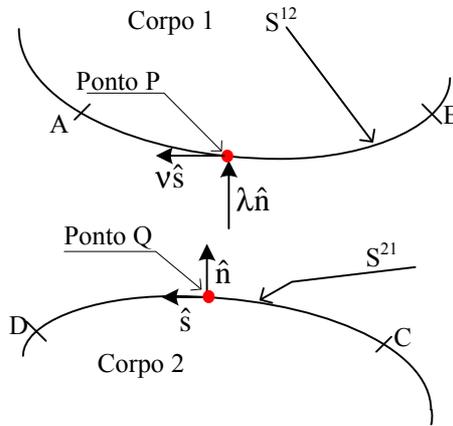


Figura 4.12 – Definição dos pontos de contacto nas superfícies em contacto, [Bathe, 1996].

Onde \hat{n} é o versor unitário perpendicular à superfície S_{2l} definido no ponto $Q(P, t)$. A função $g(P, t)$ é designada como função *gap* do par de superfícies de contacto S^{12} e S^{21} . De acordo com estas definições pode-se estabelecer que o contacto normal é estabelecido por:

$$g \geq 0 \quad \lambda \geq 0 \quad g\lambda = 0 \quad (4.111)$$

A representação das condições escritas em (4.111) é estabelecida na Figura 4.13, onde se observa que $\lambda > 0$, quando $g = 0$ e vice-versa $g > 0$ quando $\lambda = 0$, ou seja só é possível estabelecer a força de contacto, quando a distância entre corpos for nula.

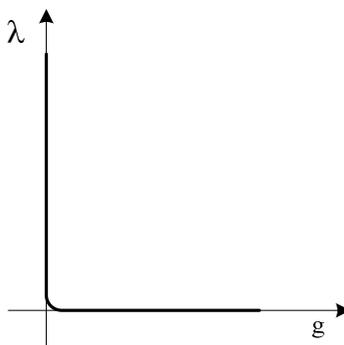


Figura 4.13 – Definição da função de restrição para a força normal de contacto, [ADINA, 2006b].

As condições de contacto segundo a tangencial são estabelecidas para a situação em que o atrito entre as duas superfícies de contacto não é nulo. Na investigação aqui desenvolvida admitiu-se que o atrito entre as diversas superfícies de contacto é nulo, ou seja $\mu=0$, deste modo não se definem as funções de restrição para o contacto tangencial. No entanto em [Bathe e Chaudhary, 1985] ou em [Bathe, 1996], estas funções são definidas.

Nesta descrição considera-se a implementação do contacto para um problema estático ou pseudo-estático. Para um problema dinâmico é necessário considerar os efeitos produzidos pela forças de inércia e pelas forças de amortecimento na equação (4.105). Por outro lado as condições da cinemática devem ser satisfeitas em qualquer instante de tempo, requerendo a compatibilização dos deslocamentos, velocidades e acelerações entre os corpos em contacto.

Considere-se que ψ é função de g , função *gap*, que satisfaz as condições escritas em (4.111), de modo que $\psi(g,\lambda)=0$, estabelecendo o princípio dos trabalhos virtuais com esta função, considerando que λ é um multiplicador de Lagrange, teremos a equação de restrição da formulação do contacto.

$$\int_{S_{12}} \delta\lambda \psi(g, \lambda) dS_{12} = 0 \quad (4.112)$$

A solução é obtida recorrendo ao equilíbrio descrito na equação (4.105) e à função de restrição representada na equação (4.112), em termos de formulação inerente a um modelo de elementos finitos, para o instante de tempo $t+\Delta t$:

$$\{F_{\text{int.}}(u, t + \Delta t)\} = \{F_{\text{eff.}}(u, t + \Delta t)\} - \{F_c(u, t + \Delta t, \lambda)\} \quad (4.113)$$

$$\{R_c(u, t + \Delta t, \lambda)\} = 0 \quad (4.114)$$

em que primeira equação (4.113), descreve o equilíbrio entre as forças internas e externas do sistema e a segunda equação (4.114) descreve a compatibilidade entre os

deslocamentos nos vários graus de liberdade do sistema e os deslocamentos entre os nós que estabelecem o contacto.

Para os m pontos envolvidos no contacto, é definido o vector com as componentes normais das forças de contacto,

$$\{\lambda(t + \Delta t)\}^T = \langle \lambda_1(t + \Delta t), \lambda_2(t + \Delta t), \dots, \lambda_k(t + \Delta t), \dots, \lambda_m(t + \Delta t) \rangle \quad (4.115)$$

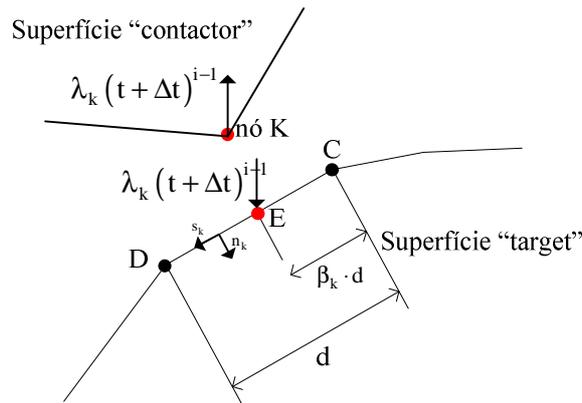


Figura 4.14 – O contacto bidimensional, definição de variáveis, [Bathe e Chaudhary, 1985].

Para a definição do vector das forças de contacto nos nós que realizam o contacto, é necessário definir o parâmetro β , parâmetro de localização do contacto, que estabelece a localização do contacto do nó de ordem k na superfície de contacto alvo “target” recorrendo às coordenadas dos nós que lhe são imediatamente adjacentes, conforme a Figura 4.14 indica.

Para cada nó de contacto k e nós que lhe são adjacentes na superfície alvo, os nós C e D , o vector da forças de contacto é definido, neste caso tendo em conta apenas a componente normal, por

$$\{F_c(t + \Delta t)\} = \begin{Bmatrix} -\lambda_k(t + \Delta t) \cdot n_k \\ (1 - \beta_k) \cdot \lambda_k(t + \Delta t) \cdot n_k \\ \beta_k \cdot \lambda_k(t + \Delta t) \cdot n_k \end{Bmatrix} \quad (4.116)$$

Quanto à equação de restrição do contacto é função de $\psi(g, \lambda)$ e para cada nó de contacto define-se da seguinte forma:

$$\frac{\partial \psi(\mathbf{g}_k, \lambda_k)}{\partial \mathbf{u}} \cdot \Delta \mathbf{u} = \Delta_k(t + \Delta t) \quad (4.117)$$

Onde o termo $\Delta_k(t + \Delta t)$ é também função de $\psi(g, \lambda)$, pois é necessário formular as distâncias para os m pontos que formalizam o contacto:

$$\{\Delta_c(t)\}^T = \langle \psi(\mathbf{g}_1, \lambda_1), \psi(\mathbf{g}_2, \lambda_2), \dots, \psi(\mathbf{g}_k, \lambda_k), \dots, \psi(\mathbf{g}_m, \lambda_m) \rangle \quad (4.118)$$

Escrevendo na forma matricial, para o instante de tempo $t + \Delta t$ e para a iteração de ordem i , atendendo às expressões (4.83) e (4.84) teremos:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\text{eff.}}(t + \Delta t) & \mathbf{K}_c(t + \Delta t) \\ \mathbf{K}_c(t + \Delta t) & 0 \end{bmatrix}^{i-1} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \lambda \end{Bmatrix}^i = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{\text{eff.}}(t + \Delta t) \\ 0 \end{Bmatrix}^{i-1} - \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_c(t + \Delta t) \\ \Delta_c(t + \Delta t) \end{Bmatrix}^{i-1} \quad (4.119)$$

Onde a matriz de rigidez efectiva $[\mathbf{K}_{\text{eff.}}(t + \Delta t)]^{i-1}$ e o vector das forças efectivas $\{\mathbf{F}_{\text{eff.}}(t + \Delta t)\}^{i-1}$ assumem:

$$[\mathbf{K}_{\text{eff.}}(t + \Delta t)]^{i-1} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} [\mathbf{M}] + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} [\mathbf{C}] + [\mathbf{K}(\mathbf{u}, t + \Delta t)]^{i-1} \quad (4.120)$$

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}_{\text{eff.}}(t + \Delta t)\}^{i-1} &= \{\mathbf{F}(t + \Delta t)\} - \{\mathbf{F}_{\text{int.}}(t + \Delta t)\}^{i-1} + \\ &+ [\mathbf{M}] \left(\frac{1}{\beta \Delta t} \{\dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)\}^{i-1} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)\}^{i-1} \right) + \\ &+ [\mathbf{C}] \left(\left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \{\dot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)\}^{i-1} + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{\mathbf{u}}(t + \Delta t)\}^{i-1} \right) \end{aligned} \quad (4.121)$$

Quanto às dimensões destas matrizes e vectores, assumindo n graus de liberdade no sistema formado pelos L corpos em contacto e nc número de nós definidos no contacto, teremos:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{\text{eff.}}(t + \Delta t) & \mathbf{K}_c(t + \Delta t) \\ \mathbf{K}_c(t + \Delta t) & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{(n+nc) \times (n+nc)}^{i-1} \underbrace{\begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \lambda \end{Bmatrix}}_{(n+nc) \times 1}^i = \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_{\text{eff.}}(t + \Delta t) \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}}_{(n+nc) \times 1}^{i-1} - \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{F}_c(t + \Delta t) \\ \Delta_c(t + \Delta t) \end{Bmatrix}}_{(n+nc) \times 1}^{i-1} \quad (4.122)$$

Considerando o contacto sem atrito, a matriz $[\mathbf{K}_c(t + \Delta t)]^{i-1}$ é determinada recorrendo à definição (4.116) do vector das forças de contacto para cada nó de contacto k e nós que lhe são adjacentes na superfície alvo, por:

$$[\mathbf{K}_c(t + \Delta t)]^{i-1} = \left[\frac{\partial \mathbf{F}_c(t + \Delta t)}{\partial \lambda} \right] = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 - \beta^{i-1} \\ \beta^{i-1} \end{bmatrix} \quad (4.123)$$

Na verificação da convergência da solução obtida com o algoritmo de contacto para além dos critérios anteriormente descritos, no final da secção 4.3.2.1, há que complementar com o seguinte critério:

- Critério de força de contacto verificado para todos os graus de liberdade:

$$\frac{\|\mathbf{F}_c^{i-1} - \mathbf{F}_c^{i-2}\|}{\max(\|\mathbf{F}_c^{i-2}\|, F_{c\text{ns}})} \leq F_c \text{Tol.} \quad (4.124)$$

Onde F_c^{i-1} é a força de contacto no fim da iteração $i-1$ e respectivamente para a força de contacto F_c^{i-2} . $F_c \text{Tol.}$ é o valor da tolerância especificada para a convergência da força de contacto obtida entre duas iterações consecutivas. Quanto a $F_{c\text{ns}}$ é uma força de contacto de referência usada para prevenir uma possível divisão por zero.

4.3.3. Aferição das Metodologias

De modo a aferir as diferentes metodologias utilizadas no software ADINA, forças rolantes e o algoritmo do contacto entre corpos, nesta secção apresentam-se os resultados obtidos nos exemplos utilizados para tal. Inicialmente apresenta-se a aferição do programa desenvolvido para o cálculo das forças rolantes e posteriormente o algoritmo do contacto.

A aferição da implementação das irregularidades na via férrea também foi efectuada resolvendo para tal um problema apresentado por [Lou, 2005a], em que se analisa as respostas dinâmicas do sistema veículo/via férrea/ponte. A interacção entre o veículo, via férrea e a ponte é utilizada tendo em conta a presença de uma irregularidade isolada localizada no carril.

4.3.3.1. Forças Rolantes

De modo a aferir o programa desenvolvido para o cálculo das forças rolantes nos nós do tabuleiro em que o comboio passa considerou-se o exemplo dado em [Barbero, 2001] na exemplificação dos efeitos produzidos pela passagem de um conjunto de forças rolantes com diferentes velocidades, $v=288 \text{ km/h}$ e $v=140 \text{ km/h}$. Para tal admite-se uma viga simplesmente apoiada com 15 m de vão, 15 ton/m de massa por unidade de comprimento, rigidez de flexão igual a 7694081 kNm^2 e um coeficiente de amortecimento igual a 2% . Esta viga com a primeira frequência própria igual a $f_1=5 \text{ Hz}$ é uma das pontes de referência definida em [ERRI D214/RP9, 1999].

A Figura 4.15 e a Figura 4.16 representam os deslocamentos e acelerações a meio vão produzidos pela passagem de um conjunto de 10 forças de 195 kN e igualmente espaçadas de 16 m .

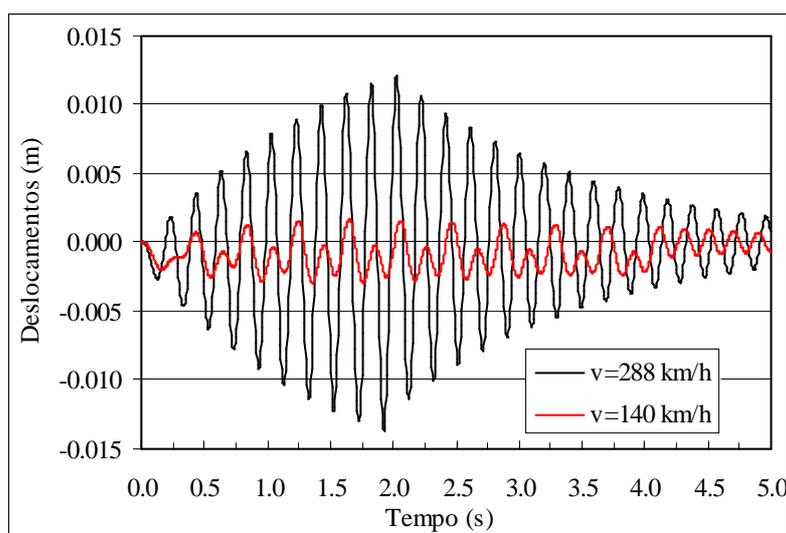


Figura 4.15 – Deslocamentos a meio vão para um conjunto de cargas a diferentes velocidades.

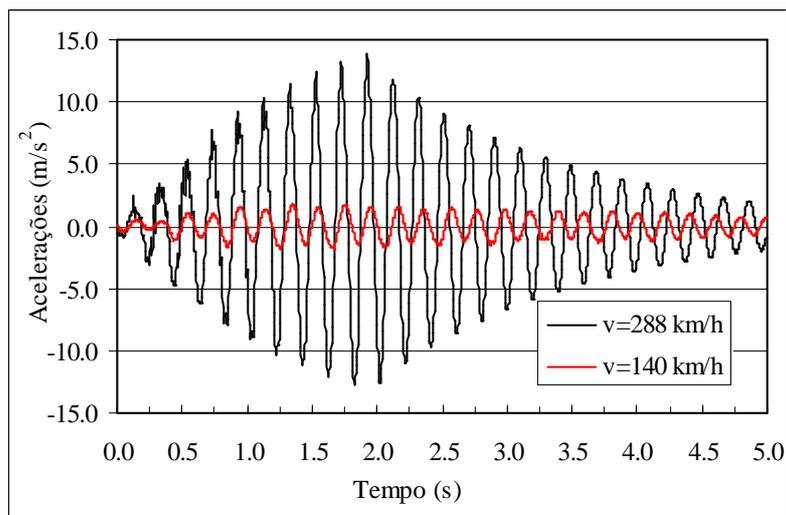


Figura 4.16 – Acelerações a meio vão para um conjunto de cargas a diferentes velocidades.

Conforme se pode constatar a passagem do conjunto de forças à velocidade de 288 km/h provoca a ressonância da viga, ao contrário da passagem das forças à velocidade inferior de 140 km/h . A comparação das respostas, de deslocamentos, com as obtidas por [Barbero, 2001] permite concluir que existe uma boa concordância dos parâmetros ao longo do tempo.

4.3.3.2. Interação Entre Veículo e Ponte

A fim de aferir os resultados da aplicação do algoritmo de contacto foram utilizados vários exemplos apresentados por [Calçada e Cunha, 1998], [Yang e Wu, 2001] e [Lou, 2005a]. O problema utilizado por [Calçada e Cunha, 1998] e [Yang e Wu, 2001] encontra-se representado na Figura 4.17.

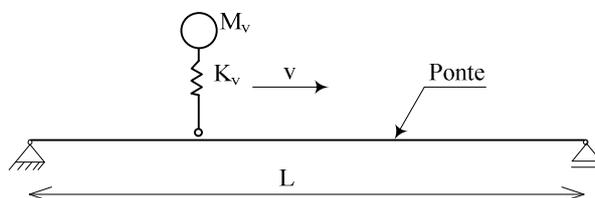


Figura 4.17 – Ponte simplesmente apoiada sujeita à passagem de uma massa suspensa com velocidade v .

A viga simplesmente apoiada tem 25 m de vão e apresenta as seguintes características mecânicas: módulo de elasticidade $E=2,87E9 \text{ N/m}^2$, massa por unidade de comprimento $\bar{m}=2303 \text{ kg/m}$, momento de inércia $I=2,90 \text{ m}^4$. Assume-se que o amortecimento da viga

é desprezável. O veículo é modelado por uma massa suspensa, $M_v=5750 \text{ kg}$, sobre uma mola de rigidez vertical igual a $K_v=1595E3 \text{ N/m}$, que circula à velocidade de 100 km/h . Considera-se que a massa não suspensa e o amortecimento do veículo são desprezáveis. Atendendo às características mecânicas destes sistemas a primeira frequência própria da viga é igual a $f_1=4,78 \text{ Hz}$ e a frequência do veículo circulante é igual a $f_v=2,65 \text{ Hz}$, a relação entre as massas é de $M_v/(\bar{m} \times L)=0,1$. Para a resolução deste exemplo considerou-se um intervalo de tempo igual a $\Delta t=0,005 \text{ s}$ e a discretização da viga em elementos de barra de dimensão $0,5 \text{ m}$. Atendendo aos vários métodos de integração da equação equilíbrio disponíveis no software ADINA, foram utilizados: o método de Newmark com $\gamma=1/2$ e $\beta=1/4$, o método de Wilson- θ e o método da Sobreposição Modal.

A Figura 4.18 e Figura 4.19 apresentam os deslocamentos e acelerações a meio vão da viga para a consideração da passagem do veículo como força rolante. Atendendo à natureza do problema foram utilizados para o cálculo das respostas da viga os métodos de Newmark e o método de Wilson- θ e o método da Sobreposição Modal, considerando apenas a contribuição do primeiro modo. Conforme se pode observar existe uma boa concordância entre os resultados obtidos.

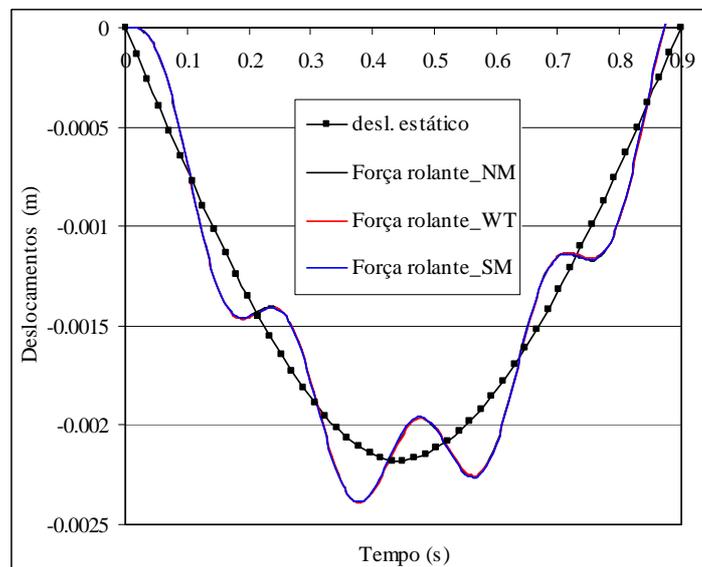


Figura 4.18 – Deslocamentos a meio vão da viga para a passagem do veículo como força rolante considerando diferentes métodos: Newmark (NM), Wilson- θ (WT), Sobreposição Modal (SM).

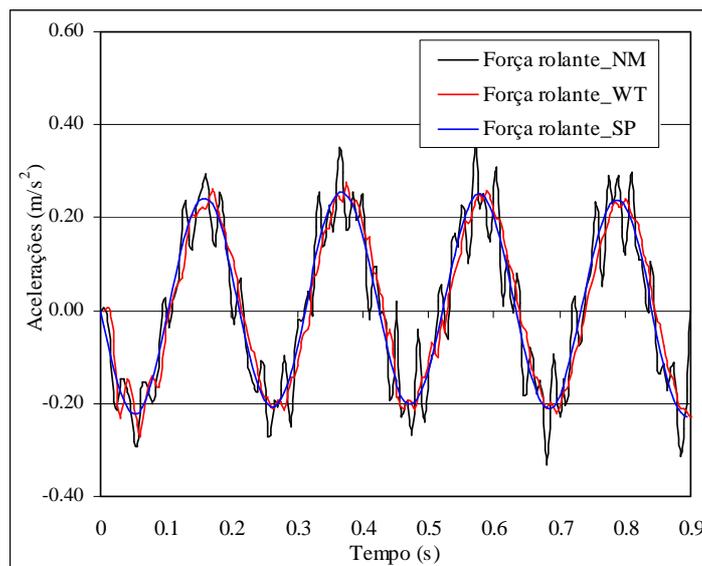


Figura 4.19 – Acelerações a meio vão da viga para a passagem do veículo como força rolante considerando diferentes métodos: Newmark (NM), Wilson- θ (WT), Sobreposição Modal (SM).

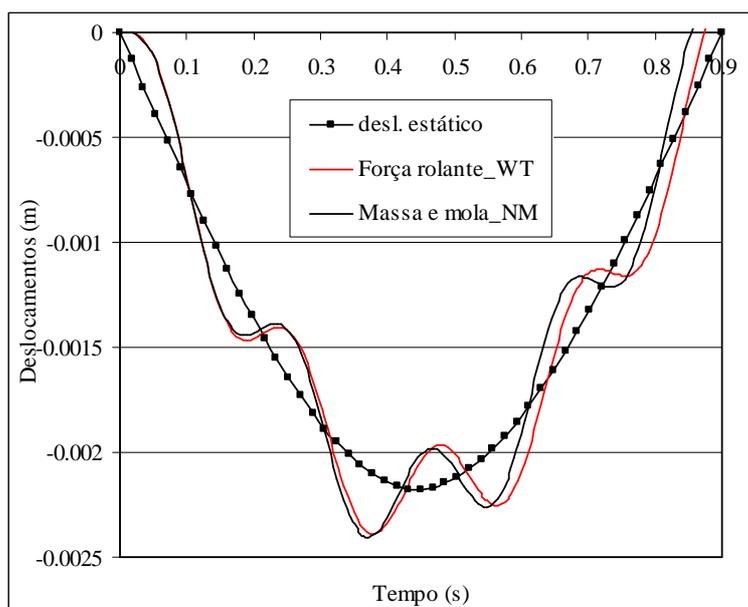


Figura 4.20 – Comparação dos deslocamentos a meio vão da viga para os diferentes modelos de veículo.

Para a determinação dos resultados na viga quando sujeita à passagem do veículo como massa suspensa sobre mola vertical, utilizaram-se apenas métodos de integração directa. A Figura 4.20 e Figura 4.21 apresentam, respectivamente a comparação dos deslocamentos e das acelerações a meio vão da viga para a consideração dos diferentes modelos de veículo, força rolante e massa suspensa. Como ambos os métodos apresentam resultados similares nos deslocamentos da viga para a passagem da massa

suspensa, apenas se apresentam os obtidos com a aplicação do método de Newmark. Para a comparação das acelerações apresentam-se os resultados obtidos por aplicação dos diferentes métodos. Conforme se pode constatar existe uma boa concordância.

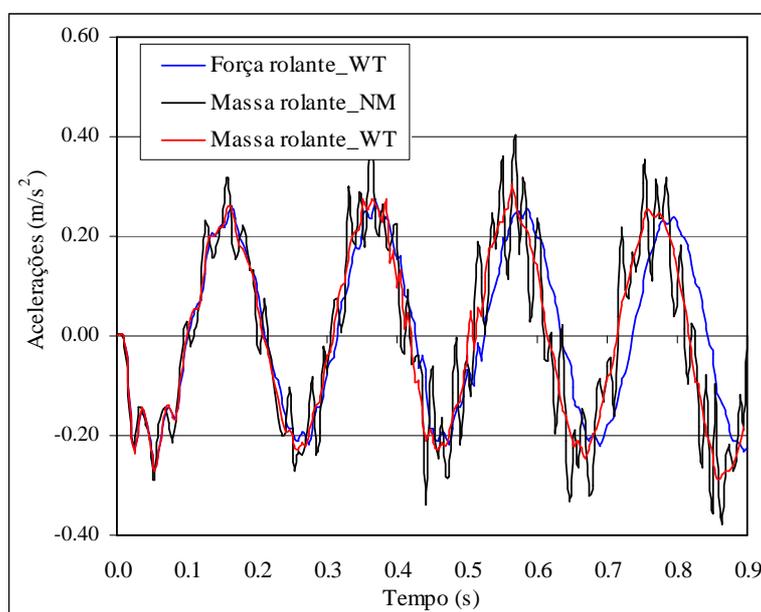


Figura 4.21 – Comparação das acelerações a meio vão da viga para os diferentes modelos de veículo.

A comparação destes resultados com os obtidos por [Calçada e Cunha, 1998] e [Yang e Wu, 2001] revelam uma boa concordância demonstrando a validação da aplicação do algoritmo do contacto implementado no ADINA.

Para a aferição da consideração das irregularidades da via recorreu-se ao problema [Lou, 2005a]. Seja uma ponte ferroviária definida por uma viga simplesmente apoiada com a via férrea implementada sobre ela, conforme a Figura 4.22 representa. Considera-se que a via férrea é contínua sobre os apoios da ponte e que a sua modelação é definida para a esquerda e para a direita da estrutura numa extensão de 30 m.

Na situação em que a via férrea não é considerada, admite-se uma plataforma, de igual extensão, de modo a manter o veículo apoiado antes e após a passagem sobre a ponte. Para o veículo definido por uma caixa rígida sobre dois eixos, consideraram-se os seguintes parâmetros: massa de translação $M_{cv}=4,8E4$ kg, massa rotacional da caixa do veículo $J_{cv}=2,5E6$ kgm^2 , as suspensões do veículo são definidas por uma mola e um amortecedor ligados em paralelo de valores $K_{s1}=K_{s2}=1,5E6$ N/m e $C_{s1}=C_{s2}=8,5E4$ N/m,

respectivamente. A massa das rodas é igual a $M_{w1}=M_{w2}=5E3 \text{ kg}$. As distâncias entre o centro da caixa do veículo e o eixo da frente e de trás são iguais a 9 m . O veículo circula à velocidade de $27,78 \text{ m/s}$. Quanto aos parâmetros assumidos para a via férrea, com 90 m de extensão, são: o módulo de elasticidade do carril $E_r=206E9 \text{ N/m}^2$, o momento de inércia de flexão $I_r=2 \times 2,037E-05 \text{ m}^4$, a massa por unidade de comprimento $\bar{m}_r=2 \times 51,5 \text{ kg/m}$, a rigidez e o amortecimento vertical da ligação entre o carril e a ponte são dados por $K_{rp}=2 \times 6,58E7 \text{ N/m}^2$ e $C_{rp}=2 \times 3,21E4 \text{ Ns/m}^2$. Para a ponte de 30 m de vão, o módulo de elasticidade é igual $E_b=29,43E9 \text{ N/m}^2$, o momento de inércia de flexão $I_b=3,81 \text{ m}^4$, a massa por unidade de comprimento $\bar{m}_b=34,088E3 \text{ kg/m}$.

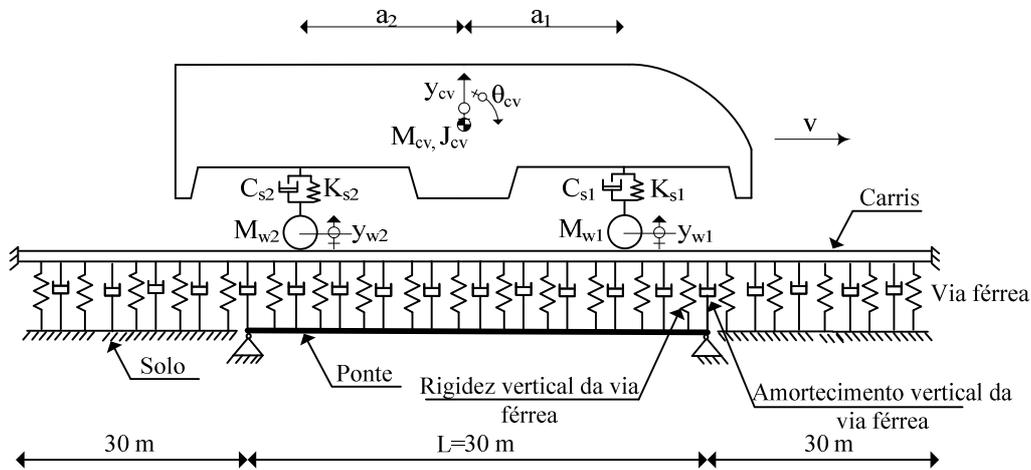


Figura 4.22 – Modelo do sistema veículo/via férrea/ponte.

Para a análise efectuada admitiu-se a ponte e o carril divididos em 30 elementos de igual comprimento, ou seja elementos viga com 1 m de extensão. O tempo necessário para o veículo passar sobre a ponte é igual a $1,727 \text{ s}$, no entanto para a análise das respostas considerou-se um tempo igual a cerca de $2,20 \text{ s}$. Atendendo às características mecânicas da ponte a sua primeira frequência própria é igual a $f_1=3,17 \text{ Hz}$. Para a resolução da equação de equilíbrio considerou-se o método de Wilson- θ e um intervalo de tempo igual $\Delta t=0,005 \text{ s}$.

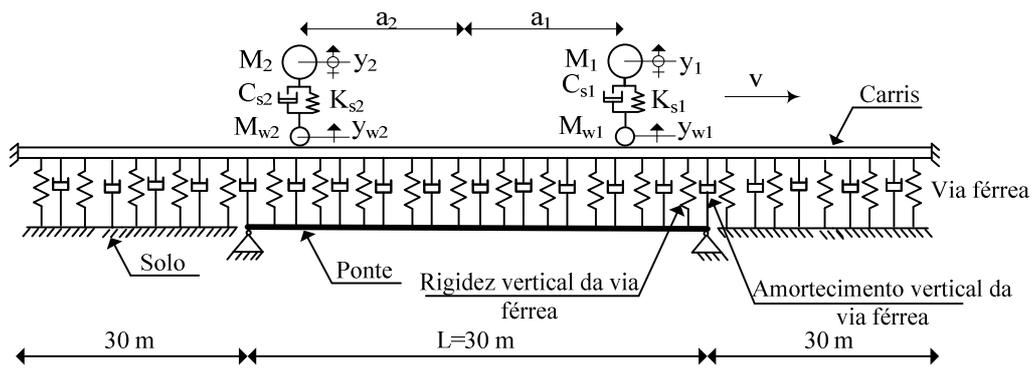


Figura 4.23 – Modelo do sistema veículo/via férrea/ponte utilizado na aferição.

Notar que nesta aferição foi admitido para o modelo de veículo o modelo de massas suspensas, conforme se pode observar na Figura 4.23. Ou seja, foram admitidas duas massas suspensas rolantes, em vez do carrinho de barra rígida, pois o objectivo do estudo era averiguar a resposta da estrutura, a resposta no carril e as forças de contacto entre as rodas e o carril. Apesar de este modelo não ter em conta as rotações da caixa do veículo, as respostas nas massas suspensas são um bom indicador da resposta do veículo em termos de deslocamentos e acelerações verticais. A relação entre a massa do veículo e da ponte é cerca de $M_1/(\bar{m}_b \times L) = 0,023$.

Inicialmente representam-se as respostas da ponte ao longo do tempo, a meio vão, em termos de deslocamentos e acelerações sem e com a implementação da via férrea sobre a estrutura.

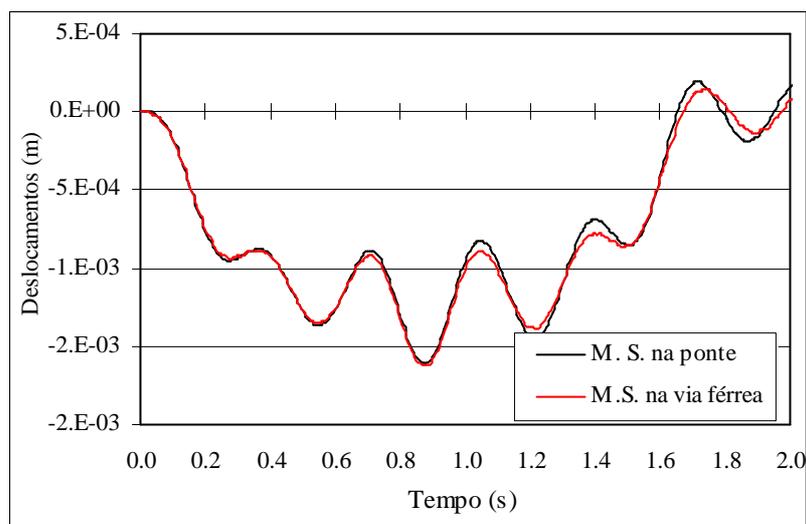


Figura 4.24 – Deslocamentos verticais a meio vão da ponte, sem e com a via férrea implementada.

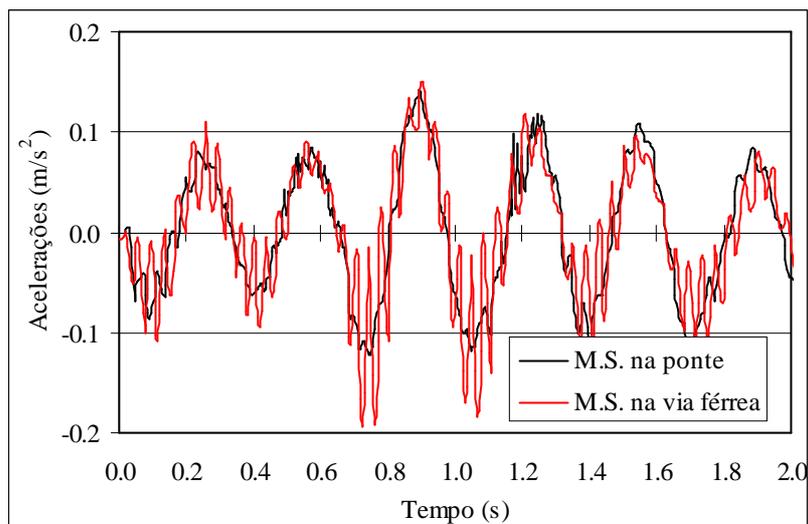


Figura 4.25 – Acelerações verticais a meio vão da ponte, sem e com a via férrea implementada.

De seguida apresentam-se as forças de contacto entre as rodas e a ponte, sem e com a implementação da via férrea, dos eixos do veículo.

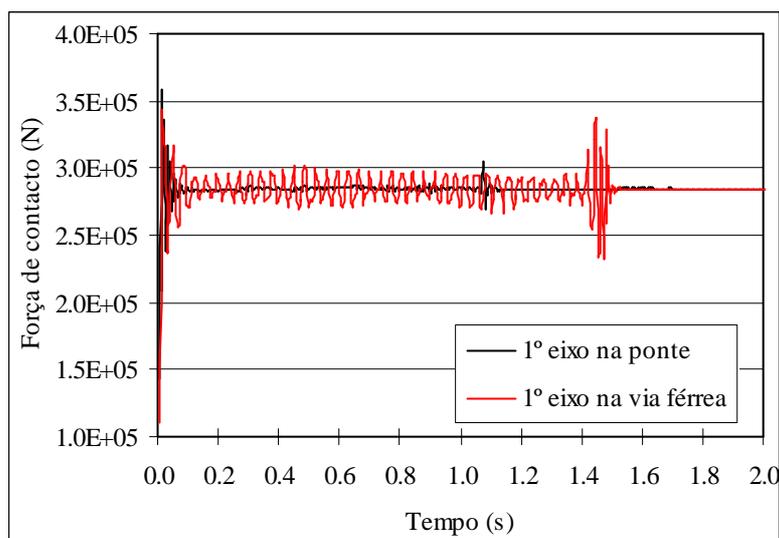


Figura 4.26 – Forças de contacto entre o primeiro eixo e a ponte, sem e com a via férrea implementada.

Observando as Figura 4.24 a Figura 4.27 poder-se-á dizer que existe uma boa semelhança entre respostas apresentadas por [Lou, 2005a].

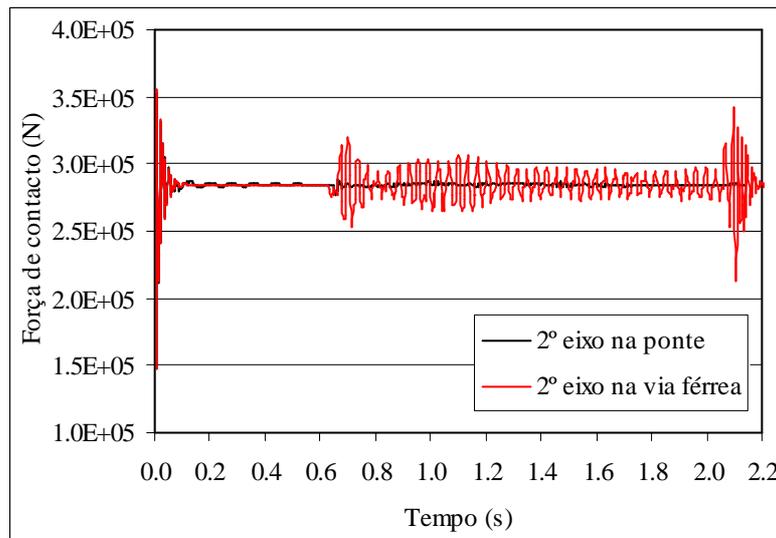


Figura 4.27 – Forças de contacto entre o segundo eixo e a ponte, sem e com a via férrea implementada.

A Figura 4.28 representa a irregularidade considerada neste problema, trata-se de uma irregularidade isolada posicionada nos carris, segundo a vertical, de modo a simular a má compactação do balastro.

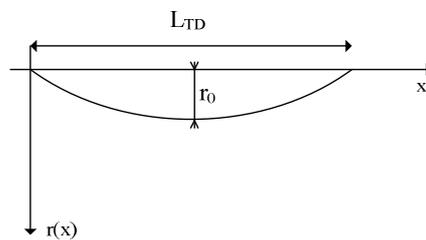


Figura 4.28 – Irregularidade isolada aplicada na via férrea.

A irregularidade é definida por:

$$r(x) = \frac{1}{2} r_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{L_{TD}} \right) \quad (4.125)$$

onde x é a distância percorrida no carril, r_0 é a máxima altura da irregularidade e L_{TD} o comprimento definido para a irregularidade. Considera-se que $r_0 = 1,0E-03 \text{ m}$ e que $L_{TD} = 1,0 \text{ m}$ são os valores dos parâmetros que definem a irregularidade local, bem como que o valor máximo da irregularidade ocorre a meio vão da ponte, sobre os carris. Todos os restantes parâmetros da ponte, via férrea e do veículo se mantêm inalterados.

A consideração da irregularidade sobre os carris provoca alterações nas respostas anteriormente calculadas. Desta forma passa-se a apresentar na Figura 4.29 e Figura 4.30 as forças de contacto entre as rodas e os carris nos dois eixos rolantes, e na Figura 4.31 e Figura 4.32 os deslocamentos e acelerações nos carris num nó situado sobre o meio vão da ponte. Estas figuras efectuem a comparação entre as situações de via férrea com a superfície lisa e com a irregularidade.

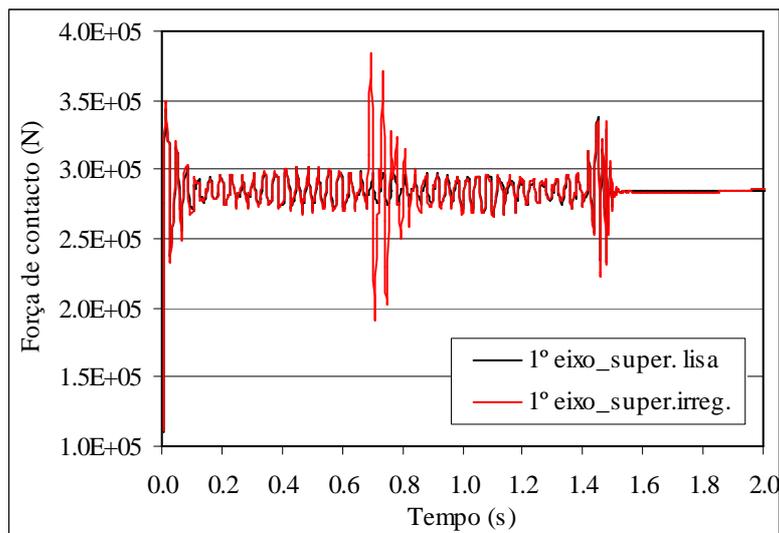


Figura 4.29 – Forças de contacto entre o primeiro eixo e os carris, sem e com a irregularidade.

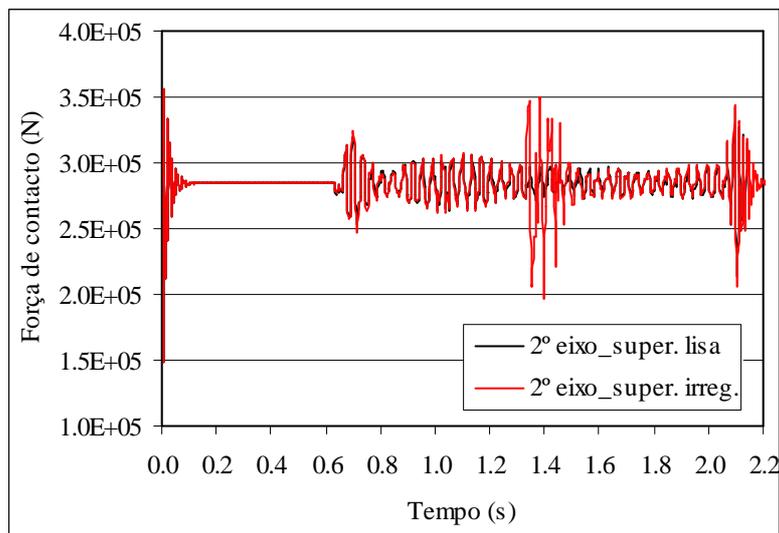


Figura 4.30 – Forças de contacto entre o segundo eixo e os carris, sem e com a irregularidade.

As Figura 4.31 e Figura 4.32 apresentam a comparação entre os deslocamentos e as acelerações verticais nos carris, sobre o meio vão da ponte, para as duas situações de via férrea com a superfície lisa e com a irregularidade.

Como se pode observar pelas várias comparações a consideração da irregularidade isolada na via férrea determina significativas variações das respostas quando os eixos dos veículos passam sobre ela. Comparando estas respostas com as correspondentes, apresentadas em [Lou, 2005a] poder-se-á dizer que existe uma boa semelhança entre elas.

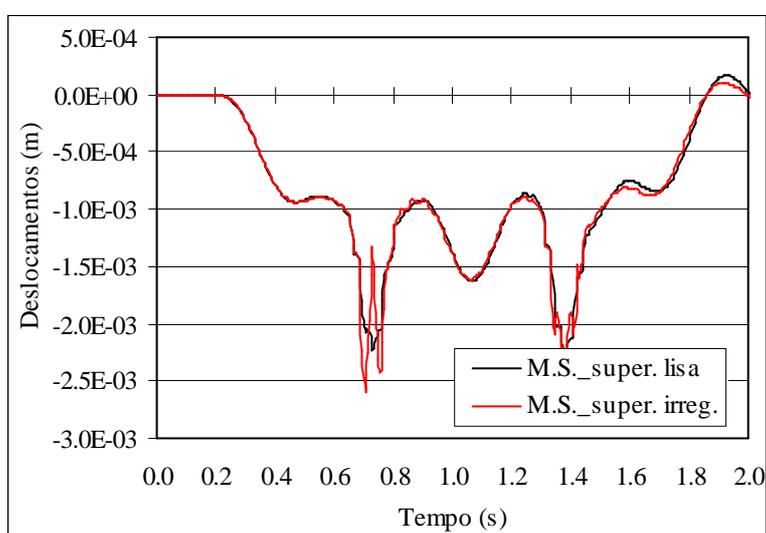


Figura 4.31 – Deslocamentos verticais nos carris, sem e com a irregularidade.

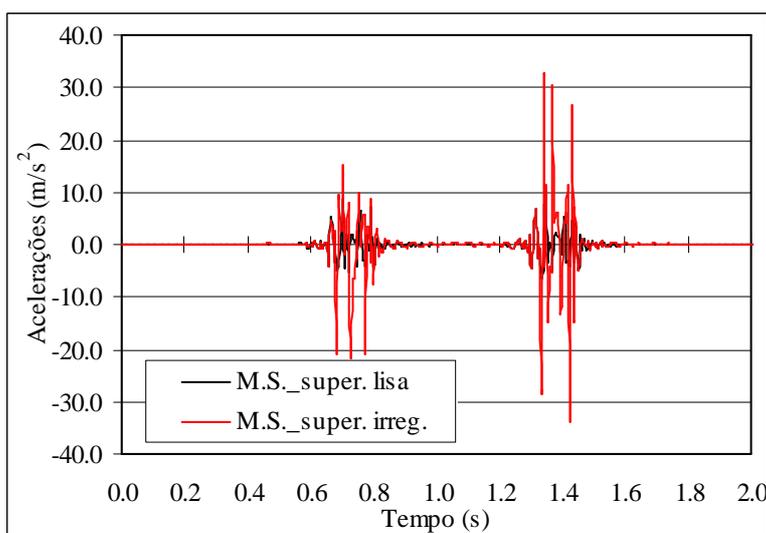


Figura 4.32 – Acelerações verticais nos carris, sem e com a irregularidade.

4.4. MÉTODOS SIMPLIFICADOS

A par das metodologias atrás referidas na secção 4.3 assentes em modelos de elementos finitos, apresentam-se nesta secção metodologias simplificadas que permitem a determinação da resposta máxima da ponte, em termos de deslocamentos e acelerações, de uma forma simples apenas com o recurso a folhas de cálculo, não necessitando pois da aplicação de métodos de integração passo a passo.

Estes métodos foram desenvolvidos pela Comissão de Especialistas D214 do *ERRI* e encontram-se sumariamente explicados em [ERRI D214/RP9, 1999]. Atendendo às hipóteses admitidas nas suas formulações estes métodos restringem-se a pontes simplesmente apoiadas onde os efeitos de torção podem ser desprezados e sujeitas à passagem de comboios com velocidades superiores a 200 km/h. A aplicação destes métodos fornecem resultados que apresentam precisão suficiente junto da zona de ressonância das estruturas.

Nenhum dos métodos tem em conta a interacção entre o comboio e a ponte pois as suas formulações assentam na resposta de uma viga simplesmente apoiada quando sujeita à passagem de forças rolantes. A exposição que se segue pretende dar uma visão geral sobre a formulação matemática destes métodos simplificados, uma explicação mais detalhada pode ser encontrada em [ERRI D214/RP6, 1999] ou em [Barbero, 2001].

4.4.1. Método da Decomposição da Excitação na Ressonância (DER)

O método da Decomposição da Excitação na Ressonância DER, baseia-se na determinação da resposta da estrutura tendo em conta apenas a contribuição do primeiro modo de vibração. Atendendo à expressão (4.57) poder-se-á dizer que a deformada da viga simplesmente apoiada pode ser determinada por

$$\{u(t)\} = \{\phi_1\} \cdot y_1(t) \quad (4.126)$$

em que $\{\phi_1\}$ é o vector correspondente à configuração do primeiro modo de vibração. A equação de equilíbrio referente a um oscilador de um grau de liberdade para a coordenada modal de ordem I vem:

$$\ddot{y}_1(t) + 2\xi_1\omega_1\dot{y}_1(t) + \omega_1^2 y_1(t) = \frac{F_1^*}{M_1^*} \quad (4.127)$$

onde M_1^* , F_1^* correspondem, respectivamente à massa e força generalizada do sistema para a coordenada modal de ordem I . Estas variáveis assumem os seguintes valores, [Smith, 1988]

$$M_1^* = \int_{-L/2}^{L/2} \bar{m} \cdot \phi_1(x) dx = \frac{\bar{m} \cdot L}{2} \quad (4.128)$$

$$F_1^* = \int_{-L/2}^{L/2} \phi_1(x) \cdot p(x, t) dx = \int_{-L/2}^{L/2} \cos\left(\pi \frac{x}{L}\right) \cdot p(x, t) dx \quad (4.129)$$

Onde se admite para origem dos eixos x o centro da viga e portanto

$$\phi(x = 0) = 1 \quad (4.130)$$

quanto às restantes variáveis ω_1 e ξ_1 correspondem à frequência circular de vibração e ao coeficiente de amortecimento para o primeiro modo, respectivamente.

Seja um comboio definido por N eixos em que a cada um deles está associado uma força F_N , uma distância x_k , distância do eixo k ao primeiro eixo do comboio, conforme a Figura 4.33 representa.

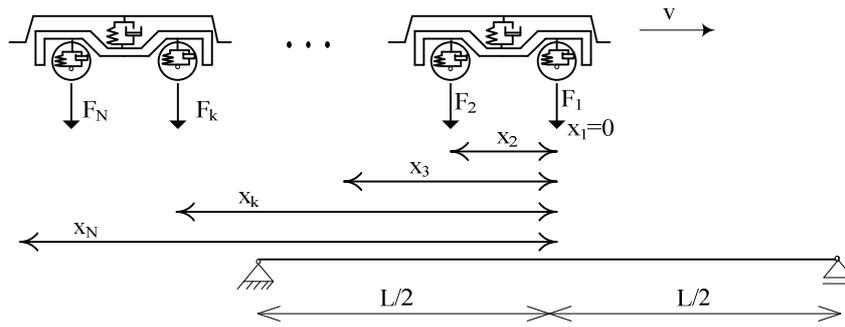


Figura 4.33 – Definição das variáveis.

Para cada eixo do comboio pode-se definir a seguinte função de carga:

$$p_k(x, t) = F_k \cdot \delta(x - v(t - t_k)) \cdot H_T(t - t_k) \quad (4.131)$$

em que v é a velocidade de circulação do comboio, t_k tempo que o eixo F_k demora a chegar ao meio vão da ponte e T o tempo que cada eixo do comboio demora a atravessar a ponte de vão L . Notar que se admite que o primeiro eixo do comboio parte da posição inicial $x=0$, ou seja da secção de meio vão da ponte.

Na expressão anterior $\delta(x-v(t-t_k))$ representa a função de Dirac em que

$$\delta(x - a) = 0 \quad \forall x \neq a; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x - a) dx = f(a) \quad (4.132)$$

$H_T(t-t_k)$ representa a função de Heaviside, já definida no Capítulo 2.

Assim, para os N eixos do comboio pode-se escrever que

$$p(x, t) = \sum_{k=1}^N F_k \cdot \delta(x - v(t - t_k)) \cdot H(t - t_k) \quad (4.133)$$

e a força generalizada para a coordenada modal de ordem l vem:

$$\begin{aligned}
 F_1^* &= \int_{-L/2}^{L/2} \phi_1(x) \cdot \sum_{k=1}^N F_k \cdot \delta(x - v(t - t_k)) \cdot H(t - t_k) dx = \\
 &= \sum_{k=1}^N F_k \cdot \delta(x - v(t - t_k)) \cdot H(t - t_k) \cdot \cos\left(\frac{\pi v(t - t_k)}{L}\right)
 \end{aligned}
 \tag{4.134}$$

Admitindo que a excitação gerada pela passagem do comboio é periódica de período T , onde T representa o tempo que o comboio demora a percorrer o vão L da ponte, a força generalizada pode ser escrita como uma série de Fourier do tipo:

$$F(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t))
 \tag{4.135}$$

onde $\omega = 2\pi/T$ e a_0 , a_n e b_n representam os coeficientes de Fourier dados pelas seguintes expressões:

$$a_0 = \frac{2L}{\pi(L + x_N)} \cdot \sum_{k=1}^N F_k
 \tag{4.136}$$

$$a_n = \frac{4L}{\pi(L + x_N)} \cdot \frac{\cos\left(\frac{Ln\omega}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{Ln\omega}{\pi v}\right)^2} \cdot \sum_{k=1}^N F_k \cos(n\omega t_k)
 \tag{4.137}$$

$$b_n = \frac{4L}{\pi(L + x_N)} \cdot \frac{\cos\left(\frac{Ln\omega}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{Ln\omega}{\pi v}\right)^2} \cdot \sum_{k=1}^N F_k \sin(n\omega t_k)
 \tag{4.138}$$

Tendo em conta que a componente particular da resposta de um sistema a uma força sinusoidal é dada por, [Clough, 1993]:

$$y_p = \frac{a}{K} \cdot \frac{\sin(\omega t - \theta)}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (4.139)$$

onde

$$\theta = \arctg\left(\frac{2\xi r}{1-r^2}\right) \quad r = \frac{\omega}{\omega_1} \quad (4.140)$$

então a componente particular da resposta do sistema quando sujeito a N forças sinusoidais de amplitude a_n, b_n e frequência $n\omega$ pode ser determinada por sobreposição das N respostas individuais, vindo:

$$F(t) = \frac{a_0}{K} + \frac{1}{K} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n \cos(n\omega t - \theta_n)}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\xi r_n)^2}} + \frac{b_n \sin(n\omega t - \theta_n)}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\xi r_n)^2}} \right) \quad (4.141)$$

onde

$$\theta_n = \arctg\left(\frac{2\xi r_n}{1-r_n^2}\right) \quad r_n = \frac{n\omega}{\omega_1} \quad (4.142)$$

O cálculo da resposta total do sistema deve ser efectuado por:

$$y(t) = y_c(t) + y_p(t) \quad (4.143)$$

onde $y_c(t)$ corresponde à solução complementar do sistema, ou seja à resposta do sistema em vibração livre

$$y_c(t) = e^{-\xi\omega_1 t} (A \cdot \sin \omega_D t + B \cdot \cos \omega_D t) \quad (4.144)$$

onde ω_D corresponde à frequência circular amortecida.

Deste modo a resposta total (4.143), vem dada pela soma de (4.144) e (4.141), ou seja

$$y(t) = e^{-\xi\omega_1 t} (A \cdot \sin \omega_D t + B \cdot \cos \omega_D t) + \frac{a_0}{K} + \frac{1}{K} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n \cos(n\omega t - \theta_n)}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\xi r_n)^2}} + \frac{b_n \sin(n\omega t - \theta_n)}{\sqrt{(1-r_n^2)^2 + (2\xi r_n)^2}} \right) \quad (4.145)$$

Substituindo o valor de θ_n na equação (4.145) e definindo as variáveis:

$$A_n = \frac{a_n 2r_n \xi + b_n (1-r_n^2)}{(1-r_n^2)^2 + (2\xi r_n)^2} \quad (4.146)$$

$$B_n = \frac{a_n (1-r_n^2) - b_n 2r_n \xi}{(1-r_n^2)^2 + (2\xi r_n)^2} \quad (4.147)$$

a resposta total do sistema pode-se escrever da seguinte forma:

$$y(t) = e^{-\xi\omega_1 t} (A \cdot \sin \omega_D t + B \cdot \cos \omega_D t) + \frac{a_0}{K} + \frac{1}{K} \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin(n\omega t) + B_n \cos(n\omega t)) \quad (4.148)$$

Derivando duas vezes obtém-se a expressão para a determinação da aceleração

$$\ddot{y}(t) = -\omega_D^2 (A \cdot \sin \omega_D t + B \cdot \cos \omega_D t) e^{-\xi\omega_1 t} + \frac{1}{K} \sum_{n=1}^{\infty} (n\omega)^2 \left(\frac{a_n 2r_n \xi + b_n (1-r_n^2)}{(1-r_n^2)^2 + (2\xi r_n)^2} \cdot \sin(n\omega t) + \frac{a_n (1-r_n^2) - b_n 2r_n \xi}{(1-r_n^2)^2 + (2\xi r_n)^2} \cdot \cos(n\omega t) \right) \quad (4.149)$$

Esta equação conduz à solução exacta do problema, para as hipóteses admitidas inicialmente. Para utilizar uma expressão simplificada para o cálculo da aceleração é necessário admitir que a contribuição mais importante para o cálculo da resposta é

devida ao termo da série de Fourier que corresponde à ressonância. Assim admite-se que para um valor de n se verifica:

$$r_n \approx n \frac{\omega}{\omega_1} \Rightarrow \frac{1}{(1-r_n^2)^2 + (2\xi r_n)^2} \approx \frac{1}{(2\xi)^2} \quad (4.150)$$

e que as condições iniciais do problema são: $y(t)=0$, $\dot{y}(t)=0$; que $n\omega$ é função da velocidade de circulação, do comprimento L do vão da estrutura e do comprimento total do comboio x_N , portanto

$$n\omega = n \cdot 2\pi f = n \cdot 2\pi \frac{1}{T} = n \frac{2\pi v}{(L + x_N)} \quad (4.151)$$

Admitindo ainda que os coeficientes de amortecimento da estrutura são reduzidos de forma a que se possa desprezar os termos de segunda ordem em ξ e que se possa tomar $\omega_D = \omega_1$. Desta forma e efectuando as respectivas simplificações a expressão para o cálculo das acelerações vem:

$$\ddot{y}(t) \approx \left(-\frac{\omega_1^2}{\xi \cdot K} \cdot \frac{2L}{\pi(L + x_N)} \cdot \frac{\cos\left(\frac{L\omega_1}{2v}\right)}{1 - \left(\frac{L\omega_1}{\pi v}\right)^2} \cdot \left(\sin(\omega_1 t) \cdot \sum_{k=1}^N F_k \cos(\omega_1 t_k) + \cos(\omega_1 t) \sum_{k=1}^N F_k \sin(\omega_1 t_k) \right) \right) \cdot (1 - e^{-\xi \omega_1 t}) \quad (4.152)$$

Esta última expressão ainda pode ser mais simplificada efectuando para tal a eliminação da variável tempo. Para tal admite-se que cada um dos factores da expressão que depende do tempo possa ser majorado por um valor superior. Desta forma, para o primeiro factor considera-se:

$$C_n = \sum_{k=1}^N F_k \cos(\omega_1 t_k) \quad S_n = \sum_{k=1}^N F_k \sin(\omega_1 t_k) \quad (4.153)$$

e pode-se escrever:

$$C_n \sin(\omega_1 t) + S_n \cos(\omega_1 t) = \sqrt{C_n^2 + S_n^2} \cdot \sin(\omega_1 t - \varphi) \leq \sqrt{C_n^2 + S_n^2} \quad (4.154)$$

Quanto ao último factor o factor tempo pode ser eliminado fazendo

$$\left(1 - e^{-\xi \omega_1 t}\right) \leq \left(1 - e^{-\xi \omega_1 \frac{(x_N + L)}{v}}\right) \quad (4.155)$$

Deste modo obtém-se uma resposta, simplificada e majorada, em termos de aceleração a meio vão da ponte independente do tempo e considerando apenas os termos de ressonância dada por:

$$\ddot{y} \leq \left(\frac{8\pi f_1^2}{K}\right) \cdot \left|\frac{\cos\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right)}{\left(\frac{2L}{\lambda}\right)^2 - 1}\right| \cdot \frac{L}{\xi(L + x_N)} \cdot \left(1 - e^{-2\pi \xi \frac{x_N + L}{\lambda}}\right) \sqrt{\left(\sum_{k=1}^N F_k \cos\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right)\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^N F_k \sin\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right)\right)^2} \quad (4.156)$$

Nesta expressão utiliza-se a definição do comprimento de onda, parâmetro este definido pela relação entre a velocidade de circulação e a primeira frequência própria da estrutura ou seja:

$$\lambda = \frac{v}{f_1} \quad (4.157)$$

A equação (4.156) aparece normalmente escrita na seguinte forma, [ERRI D214/RP9, 1999]:

$$\ddot{y} \leq C_t \cdot A\left(\frac{L}{\lambda}\right) \cdot G(\lambda) \quad (4.158)$$

onde

$$C_t = \frac{8\pi f_1^2}{K} \quad (4.159)$$

É um termo que apenas depende das características da ponte e que atendendo à definição de frequência circular e da massa generalizada para o primeiro modo de vibração (4.128), se pode escrever

$$C_t = \frac{4}{\bar{m}L\pi} \quad (4.160)$$

O termo $A(L/\lambda)$ designa-se por Linha de influência e corresponde a:

$$A\left(\frac{L}{\lambda}\right) = \left| \frac{\cos\left(\frac{\pi L}{\lambda}\right)}{\left(\frac{2L}{\lambda}\right)^2 - 1} \right| \quad (4.161)$$

O último termo, designado por $G(\lambda)$ representa a contribuição do conjunto dos eixos que formam o comboio para a resposta da ponte atendendo a um determinado valor de comprimento de onda, λ . No método da decomposição da excitação na ressonância este termo designa-se por *Espectro do Comboio* sendo dado por

$$G(\lambda) = \frac{L}{\xi(L + x_N)} \cdot \left(1 - e^{-2\pi\xi \frac{x_N + L}{\lambda}} \right) \cdot \sqrt{\left(\sum_{k=1}^N F_k \cos\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right) \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^N F_k \sin\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right) \right)^2} \quad (4.162)$$

e que é dependente do comprimento L do vão da ponte. De modo a torná-lo independente do valor do vão da ponte L , assume-se que L é desprezável face ao comprimento total do comboio x_N , e deste modo

$$G(\lambda) = \frac{1}{\xi \cdot x_N} \cdot \left(1 - e^{-\frac{2\pi\xi x_N}{\lambda}} \right) \cdot \sqrt{\left(\sum_{k=1}^N F_k \cos\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right) \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^N F_k \sin\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right) \right)^2} \quad (4.163)$$

O máximo da resposta dinâmica da ponte nem sempre ocorre quando o último eixo do comboio sai da ponte, conforme aqui se considerou nesta formulação. O máximo pode ocorrer durante os instantes em que os eixos intermédios se encontram a percorrer sobre o vão da ponte. Desta forma, poder-se-á não estar no lado da segurança na determinação da resposta da estrutura, para suprimir esta imperfeição, desenvolveu-se o conceito de *subcomboio* e o valor do espectro de comboio é determinado com o máximo dos valores obtidos para o conjunto dos *subcomboios* considerados na composição circulante.

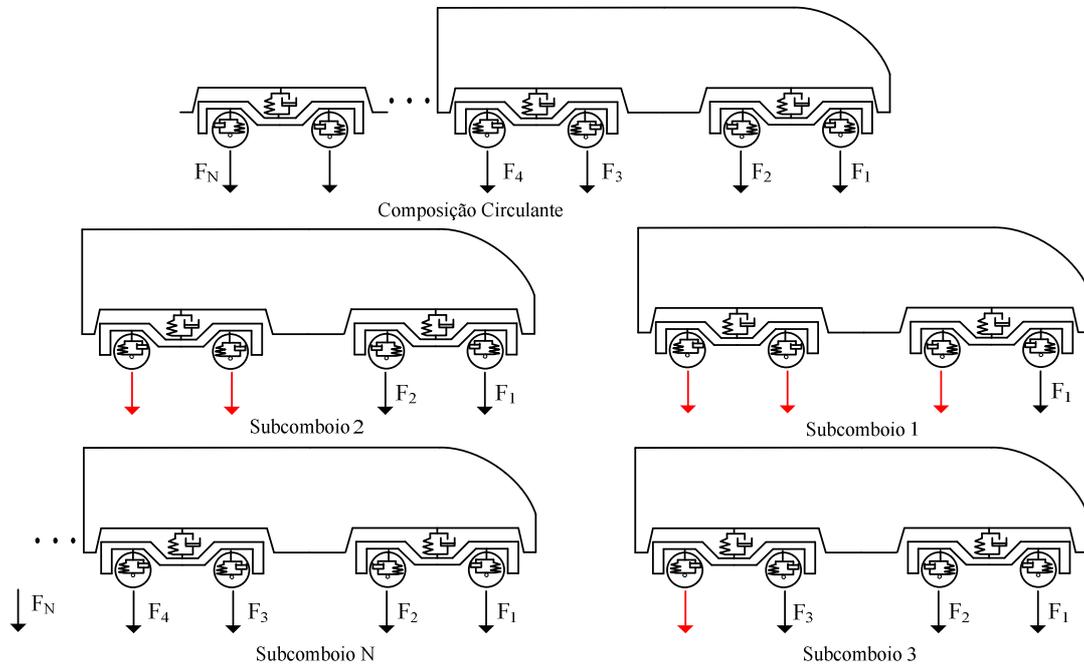


Figura 4.34 – Definição de *Subcomboio*.

$$G(\lambda) = \max_{i=1,\dots,N} \frac{1}{\xi \cdot x_i} \cdot \left(1 - e^{-2\pi\xi \frac{x_i}{\lambda}} \right) \cdot \sqrt{\left(\sum_{k=1}^i F_k \cos\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right) \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^i F_k \sin\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right) \right)^2} \quad (4.164)$$

Subcomboio é definido por cada um dos conjuntos de forças concentradas que se podem tomar na composição circulante, conforme a Figura 4.34 representa.

4.4.1.1. Erros associados ao Método DER

A formulação do método DER atrás descrita, envolve uma série de pressupostos que podem não ser válidos quando aplicáveis a casos reais e desta forma a utilização do método pode conduzir a valores irrealistas. Estes erros estão relacionados com as diferentes hipóteses admitidas, nomeadamente a ocorrência da ressonância, a definição de espectro do comboio e à função designada como linha de influência.

Conforme se admitiu anteriormente em (4.150), a ocorrência da ressonância é admitida quando para um dado valor de n se verifica que a amplificação da resposta é dada por:

$$\frac{1}{(1-r_n^2)^2 + (2\xi r_n)^2} \approx \frac{1}{(2\xi)^2} \quad (4.165)$$

onde $r_n = n \times \omega / \omega_1$. Mas tal pode não ocorrer e deste modo o valor máximo de amplificação não se atingir. Relacionando r_n com o comprimento de onda λ e o comprimento total que o último eixo tem de percorrer, $(L+x_N)$, teremos:

$$r_n = n \frac{\omega}{\omega_1} = n \frac{2\pi f}{\omega_1} = n \frac{2\pi v}{(L+x_N)\omega_1} = n \frac{\lambda}{(L+x_N)} \quad (4.166)$$

Esta situação pode ocorrer em geral para valores de x_N reduzidos, velocidades de circulação elevadas e frequências próprias da ponte reduzidas. [Ribeiro, 2004b] representa a variação da função $r_n = n \times \lambda / (L+x_N)$ em função do comprimento de onda λ e

é possível concluir que para valores de x_N inferiores a 50 m o valor de r_n afasta-se do valor unitário cerca de 20%.

A função Linha de influência definida em (4.161) admite valores nulos para valores de

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{1}{2} + k \quad k = 1, 2, \dots \quad (4.167)$$

a existência destes valores conduzem erradamente a valores nulos da função aceleração. Esta situação ocorre fora da zona de ressonância da estrutura, junto das velocidades reduzidas, fazendo com que os valores calculados para a aceleração sejam subestimados.

O valor de $G(\lambda)$ entende ser o máximo dos valores obtidos para o conjunto dos subcomboios. A aplicação desta expressão a pontes com elevados coeficientes de amortecimentos e aos primeiros subcomboios revela que a resposta dinâmica pode ser sobrevalorizada, nomeadamente para comboios cujas locomotivas tenham forças, por eixo, superiores às forças dos eixos das carruagens, como por exemplo os comboios ICE e ETR-Y. Por consequência a consideração dos primeiros subcomboios destes comboios, conduz a uma sobrestimação da função $G(\lambda)$ e consequentemente do valor da resposta da ponte.

Atendendo a estes erros são admitidas algumas considerações quando na aplicação do método DER, a primeira vem no sentido de minorar a sobrestimação da resposta causada pelos primeiros subcomboios e a segunda no sentido de corrigir valores nulos ocorridos na função linha de influência. Desta forma recomenda-se, [Barbero, 2001] e [ERRI D214/RP9, 1999], que os comboios que possuam locomotivas com forças por eixo superiores às forças por eixo das carruagens, os subcomboios inerentes à primeira locomotiva não sejam considerados; quanto à segunda recomenda-se que a par do cálculo das acelerações formulada pela expressão do método DER, se calcule as acelerações tendo em conta a seguinte expressão:

$$\ddot{y}_{\text{máx.}} = y_{\text{stat.}} \cdot \Phi' \cdot (2\pi f_1)^2 \quad (4.168)$$

em que $y_{stat.}$ corresponde aos deslocamentos estáticos a meio vão obtidos pela passagem do comboio a uma velocidade muito reduzida, cerca de 20 km/h, por exemplo. ϕ' corresponde ao coeficiente do factor de amplificação indicado na norma [EN1991-2, 2003], f_1 corresponde à primeira frequência própria da estrutura. São assim tomados os maiores valores de aceleração obtidos pela expressão (4.168) e pela expressão(4.158).

Com base no valor estimado para a aceleração máxima, o deslocamento máximo a meio vão pode ser obtido recorrendo à seguinte expressão:

$$y_{m\acute{a}x.} = y_{stat.C.} + \frac{\ddot{y}_{m\acute{a}x.}}{\omega_1^2} \quad (4.169)$$

em que $y_{stat.C}$ corresponde ao deslocamento estático a meio vão provocado pela passagem das carruagens e ω_1^2 corresponde à primeira frequência circular da estrutura.

Atendendo às considerações efectuadas para a correcção da aceleração, iguais considerações ocorrem para o cálculo do deslocamento máximo a meio vão da ponte e deste modo a par do cálculo com a expressão (4.169) o valor do deslocamento deve ser também calculado por

$$y_{m\acute{a}x.} = y_{stat.} \cdot (1 + \phi') \quad (4.170)$$

onde as variáveis envolvidas são as estabelecidas na expressão (4.168).

4.4.1.2. O conceito de Assinatura de Um Comboio

Na expressão (4.164) definiu-se o conceito de espectro de um comboio que depende do coeficiente de amortecimento da estrutura, ξ , e das características do comboio, nomeadamente das distâncias entre eixos e das forças por eixos. De modo a obter as características dinâmicas de excitação de um comboio independente das características da estrutura, é definido o conceito de *Assinatura de Um Comboio*, na bibliografia “Train Signature” com a seguinte expressão:

$$S_0(\lambda) = \max_{i=1, \dots, N} \left(\sqrt{\left(\sum_{k=1}^i F_k \cos\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right)\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^i F_k \sin\left(\frac{2\pi x_k}{\lambda}\right)\right)^2} \right) \quad (4.171)$$

Para tal, recorreu-se à expressão (4.164) determinando

$$S_0(\lambda) = \lim_{\xi \rightarrow 0} G(\lambda) \quad (4.172)$$

As variáveis envolvidas são as estabelecidas na expressão (4.164). Atendendo à sua definição, a *Assinatura de Um Comboio* partilha das mesmas limitações da definição do Espectro de Um Comboio, nomeadamente a sua aplicabilidade é válida em estruturas cuja resposta possa ser determinada tendo em conta apenas a contribuição do primeiro modo de vibração.

O cálculo da *Assinatura de Um Comboio* deve ser efectuado admitindo para tal valores de comprimento de onda, λ , compreendidos entre os 4 m e o maior dos seguintes valores: os 30 m, ou $1,1 \times d_k$, em que d_k representa o espaçamento regular entre eixos do comboio, [ERRI D214/RP9, 1999].

Nas figuras seguintes representam-se as assinaturas dos vários comboios reais de alta velocidade indicados na norma [EN1991-2, 2003], tendo-se para tal agrupado os comboios do mesmo tipo.

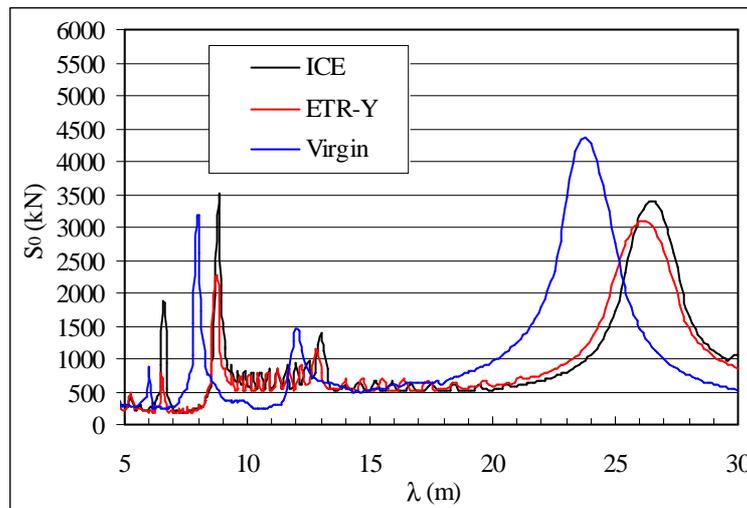


Figura 4.35 – Assinaturas dos comboios reais do tipo convencional.

Conforme as figuras demonstram a representação das assinaturas dos comboio permite constatar quais os valores de comprimento de onda que provocam maior resposta do comboio. Na representação das assinaturas dos comboios convencionais Figura 4.35, verifica-se alguma semelhança nas assinaturas do comboio *ICE* e *ETR-Y*, este facto justifica-se na medida em que o comprimento característico de ambos os comboios ser semelhante, portanto $d_k=26,40\text{ m}$ e $d_k=26,20\text{ m}$, respectivamente. Tal não verifica para o comboio *Virgin* pois o seu comprimento característico é igual a $d_k=23,90\text{ m}$.

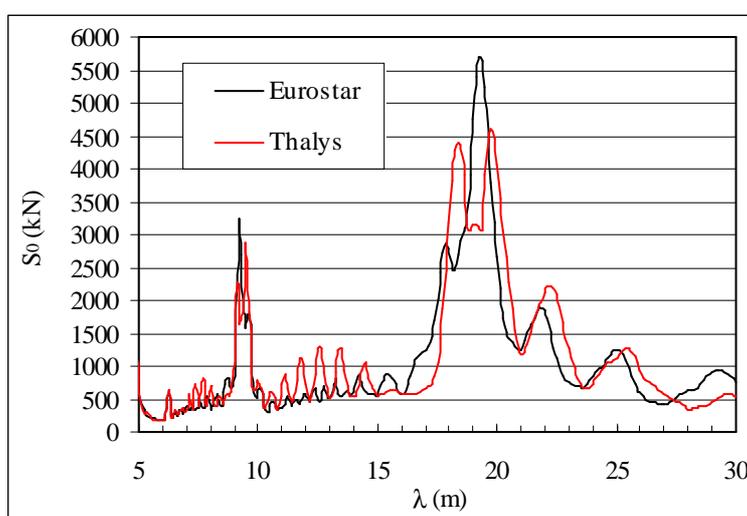


Figura 4.36 – Assinaturas dos comboios reais do tipo articulado.

Na representação das assinaturas dos comboios articulados *Eurostar* e *Thalys* (Figura 4.36), constata-se que estes comboios apresentam assinaturas muito idênticas ao longo do varrimento dos valores de comprimentos de onda, mais uma vez, este comportamento deve-se ao facto de ambos os comboios terem os mesmos comprimentos característicos e de apenas diferirem do número de carruagens intermédias com o mesmo $d_k=21,85\text{ m}$.

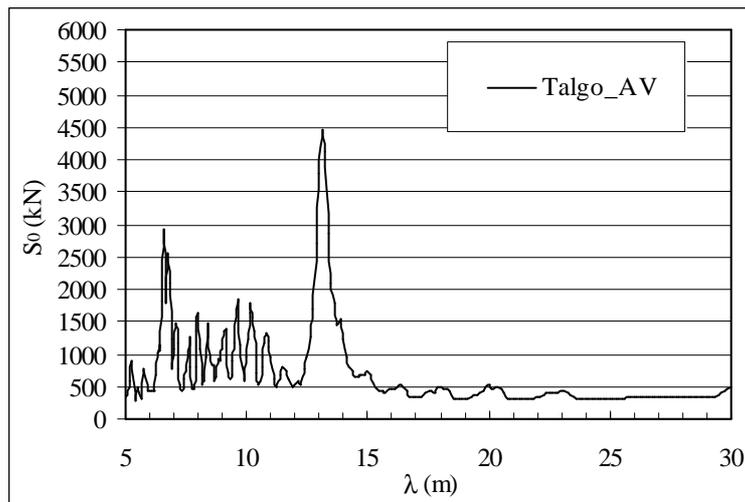


Figura 4.37 – Assinaturas dos comboios reais do tipo regular.

Na representação da assinatura do comboio regular *Talgo-AV* (Figura 4.37), constata-se que este comboio apresenta uma sensibilidade superior no intervalo de comprimento de onda compreendido entre os 4 m e os cerca de 15 m.

4.4.2. Método da Linha de Influência Virtual (LIV)

O método da linha virtual tem como aplicabilidade pontes isostáticas sujeitas à passagem de comboios com velocidades superiores a 200 km/h. Como o método anterior DER, este método foi desenvolvido pelo comité *ERRI D214* para o cálculo simplificado da resposta dinâmica dos deslocamentos e acelerações a meio vão de pontes ferroviárias.

A sua formulação tem como base a resposta de uma viga simplesmente apoiada durante e após a passagem de uma força rolante. A determinação da resposta para a passagem de um comboio é determinada sobrepondo os efeitos individuais das N forças rolantes que o constituem.

A resposta de uma viga simplesmente apoiada quando sujeita à passagem de uma força rolante com velocidade v pode ser quantificada por

$$y(t) = \frac{2F}{\bar{m}L} \frac{1}{\omega_1^2} \frac{1}{(1-r^2)} \left(\sin(\omega_1 t) - r \cdot e^{-\xi \omega_1 t} \sin(r \omega_1 t) \right) \quad (4.173)$$

onde $r\omega_1$ é igual à frequência de excitação provocada pela passagem da força à velocidade v . Notar que para esta expressão se admite que o coeficiente de amortecimento é muito reduzido $\zeta \ll 1$, de tal modo que se podem desprezar os termos de segunda ordem em ζ e que $\omega_D = \omega_1$, a frequência amortecida é igual à frequência própria.

Após a passagem da força sobre a ponte, portanto para $t > t_1$ e $t_1 = L/v$, a resposta da viga é

$$y(t) = A \sin(\omega_1(t - t_1)) \cdot e^{-\xi\omega_1(t-t_1)} \quad (4.174)$$

em que o coeficiente A é determinado recorrendo às condições iniciais a que a viga está sujeita quando fica em vibração livre e deste modo a equação anterior vem

$$y(t) = \frac{-r}{(1-r^2)} \frac{2F}{\bar{m}L} \frac{1}{\omega_1^2} \left(\sin(\omega_1 t) \cdot e^{-\xi\omega_1 t} + \sin\left(\omega_1\left(t - \frac{L}{v}\right)\right) e^{-\xi\omega_1\left(t - \frac{L}{v}\right)} \right) \quad (4.175)$$

A equação (4.175) permite a determinação dos deslocamentos de uma viga simplesmente apoiada após a passagem de uma força rolante, tratando-se da soma de duas sinusóides desfasadas no tempo de valor L/v .

Para determinar o efeito produzido pelas N forças rolantes, atenda-se à seguinte expressão

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N F_i \sin(\omega_1(t_1 - t_i)) e^{-\xi\omega_1(t_1 - t_i)} = \\ & = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^N F_i \cos(\omega_1 t_i) e^{-\xi\omega_1 t_i} \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N F_i \sin(\omega_1 t_i) e^{-\xi\omega_1 t_i} \right]^2} \cdot \sin(\omega_1 \tau) e^{-\xi\omega_1 \tau} \end{aligned} \quad (4.176)$$

onde τ corresponde ao desfasamento no tempo entre sinusóides. Aplicando esta equação à equação (4.175) teremos

$$y = \frac{-r}{(1-r^2)} \frac{2F}{\bar{m}L} \frac{1}{\omega_1^2} \sqrt{e^{-2\xi\frac{\pi}{r}} + 1 + \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) e^{-\xi\frac{\pi}{r}}} \cdot \sin(\omega_1\tau) \cdot e^{-\xi\omega_1\tau} \quad (4.177)$$

Supondo uma composição caracterizada pela suas forças por eixo F_i e as respectivas distâncias de cada um dos eixos ao primeiro eixo dadas por x_i , conforme a Figura 4.38 indica.

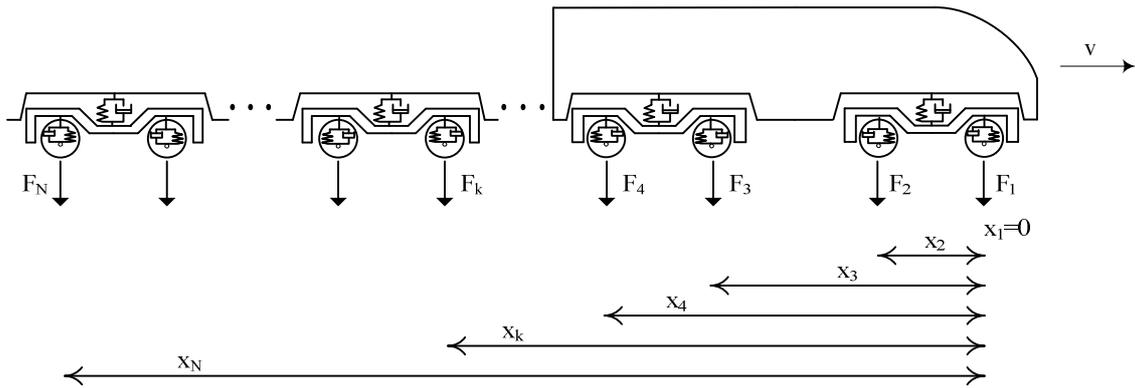


Figura 4.38 – Definição das distâncias dos eixos.

A resposta total da estrutura a este conjunto de forças pode obter-se com a sobreposição de cada uma das respostas individuais, ou seja,

$$y = \sum_{i=1}^N \left(\frac{-r}{(1-r^2)} \frac{2F_i}{\bar{m}L} \frac{1}{\omega_1^2} \sqrt{e^{-2\xi\frac{\pi}{r}} + 1 + \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) e^{-\xi\frac{\pi}{r}}} \cdot \sin(\omega_1\tau) \cdot e^{-\xi\omega_1\tau} \right) \quad (4.178)$$

Retirando deste somatório os termos constantes teremos

$$y = \frac{-r}{(1-r^2)} \frac{2}{\bar{m}L} \frac{1}{\omega_1^2} \sqrt{e^{-2\xi\frac{\pi}{r}} + 1 + \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) e^{-\xi\frac{\pi}{r}}} \cdot \sum_{i=1}^N (F_i \cdot \sin(\omega_1\tau) \cdot e^{-\xi\omega_1\tau}) \quad (4.179)$$

em que o desfaseamento temporal de cada sinusóide t_i se pode relacionar com o desfaseamento entre forças com a relação

$$t_i = \frac{x_i}{v} \quad (4.180)$$

e atendendo novamente à expressão (4.176) da soma de sinusóides, a equação (4.179) resulta

$$y = \frac{-r}{(1-r^2)} \frac{2}{\bar{m}L} \frac{1}{\omega_1^2} \sqrt{e^{-2\xi\frac{\pi}{r}} + 1 + \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) e^{-\xi\frac{\pi}{r}}} \cdot \sqrt{\left[\sum_{i=1}^N F_i \cos\left(\omega_1 \frac{x_i}{v}\right) e^{-\xi\omega_1 \frac{x_i}{v}}\right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N F_i \sin\left(\omega_1 \frac{x_i}{v}\right) e^{-\xi\omega_1 \frac{x_i}{v}}\right]^2} \cdot \sin(\omega_1 \tau) e^{-\xi\omega_1 \tau} \quad (4.181)$$

introduzindo nesta última equação o conceito de comprimento de onda λ , $\lambda=v/f_1$ então esta pode-se escrever na forma

$$y = \frac{-r}{(1-r^2)} \frac{2}{\bar{m}L} \frac{1}{\omega_1^2} \sqrt{e^{-2\xi\frac{\pi}{r}} + 1 + \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) e^{-\xi\frac{\pi}{r}}} \cdot \sqrt{\left[\sum_{i=1}^N F_i \cos\left(2\frac{\pi x_i}{\lambda}\right) e^{-2\frac{\pi\xi x_i}{\lambda}}\right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N F_i \sin\left(2\frac{\pi x_i}{\lambda}\right) e^{-2\frac{\pi\xi x_i}{\lambda}}\right]^2} \cdot \sin(\omega_1 \tau) e^{-\xi\omega_1 \tau} \quad (4.182)$$

Pretendo-se determinar uma expressão simplificada e que majore o valor da resposta da estrutura, admite-se então que $\tau=0$ ou seja, que apenas se considera a resposta no instante em que as forças abandonam a ponte. Deste modo a expressão (4.182) vem

$$y_{\text{máx.}} = \frac{-r}{(1-r^2)} \frac{2}{\bar{m}L} \frac{1}{\omega_1^2} \sqrt{e^{-2\xi\frac{\pi}{r}} + 1 + \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) e^{-\xi\frac{\pi}{r}}} \cdot \sqrt{\left[\sum_{i=1}^N F_i \cos\left(2\frac{\pi x_i}{\lambda}\right) e^{-2\frac{\pi\xi x_i}{\lambda}}\right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N F_i \sin\left(2\frac{\pi x_i}{\lambda}\right) e^{-2\frac{\pi\xi x_i}{\lambda}}\right]^2} \quad (4.183)$$

que permite determinar o deslocamento a meio vão da ponte e para o cálculo das acelerações, teremos que considerar a expressão.

$$\ddot{y}_{\text{máx.}} = \frac{-r}{(1-r^2)} \frac{2}{\bar{m}L} \sqrt{e^{-2\xi\frac{\pi}{r}} + 1 + \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) e^{-\xi\frac{\pi}{r}}} \cdot \sqrt{\left[\sum_{i=1}^N F_i \cos\left(2\frac{\pi x_i}{\lambda}\right) e^{-2\frac{\pi\xi x_i}{\lambda}} \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^N F_i \sin\left(2\frac{\pi x_i}{\lambda}\right) e^{-2\frac{\pi\xi x_i}{\lambda}} \right]^2} \quad (4.184)$$

As equações dos deslocamentos e acelerações podem ainda ser escrita na seguinte forma

$$y_{\text{máx.}} = C_{\text{desl.}} \cdot A(r) \cdot G(\lambda) \quad (4.185)$$

$$\ddot{y}_{\text{máx.}} = C_{\text{acel.}} \cdot A(r) \cdot G(\lambda) \quad (4.186)$$

onde

$$C_{\text{desl.}} = \frac{2}{\bar{m}L} \cdot \frac{1}{\omega_1^2} \quad (4.187)$$

$$C_{\text{acel.}} = \frac{2}{\bar{m}L} \quad (4.188)$$

$$A(r) = \frac{r}{1-r^2} \sqrt{e^{-2\xi\frac{\pi}{r}} + 1 + \cos\left(\frac{\pi}{r}\right) e^{-\xi\frac{\pi}{r}}} \quad (4.189)$$

As funções definidas em (4.187), (4.188) e (4.189) dependem das características da ponte, nomeadamente do comprimento do vão, da massa por unidade de comprimento, da frequência própria e do coeficiente de amortecimento.

Atendendo a que o máximo da resposta da ponte pode ocorrer nos instantes em que o conjunto de forças circula sobre a ponte e não no instante em que estas abandonam a ponte, então como anteriormente no método DER há que determinar o valor máximo da função $G(\lambda)$ para cada subcomboio definido no conjunto de forças rolantes.

$$G(\lambda) = \max_{i=1}^N \sqrt{\left[\sum_{k=1}^i F_i \cos\left(2\pi \frac{x_k - x_i}{\lambda}\right) e^{-2\pi\xi \frac{x_k - x_i}{\lambda}} \right]^2 + \left[\sum_{k=1}^i F_i \sin\left(2\pi \frac{x_k - x_i}{\lambda}\right) e^{-2\pi\xi \frac{x_k - x_i}{\lambda}} \right]^2} \quad (4.190)$$

A função $G(\lambda)$ depende das características do comboio, do valor das forças F_i e suas distâncias x_i bem como do valor do coeficiente de amortecimento da ponte.

Note-se que aquando do cálculo dos deslocamentos dever-se-á ter em conta o deslocamento estático $y_{stat.}$. Portanto,

$$y_{m\acute{a}x.} = C_{desl.} \cdot A(r) \cdot G(\lambda) + y_{stat.} \quad (4.191)$$

Dados os pressupostos da formulação deste método, a sua aplicação tem conduzido a alguns erros. Nomeadamente à sobrestimação da resposta para determinados valores de comprimento de onda, quando são tidos em conta os primeiros *subcomboios* de composições onde as forças por eixo nas locomotivas são superiores às forças por eixo das carruagens intermédias, [ERRI D214/RP6, 1999].

4.4.3. Método das Curvas de Dimensionamento

A título indicativo apresenta-se este método como alternativa ao cálculo da resposta de uma estrutura. O método das Curvas de Dimensionamento baseia-se na determinação de deslocamentos e acelerações máximas a meio vão de uma viga simplesmente apoiada utilizando para tal a resposta de outra ou outras estruturas designadas como de referência.

Este método é desenvolvido em [ERRI D214/RP6, 1999] e apresentado em [ERRI D214/RP9, 1999].

Seja, então, uma viga simplesmente apoiada cujo vão tem comprimento L , uma massa por unidade de comprimento \bar{m} e frequência fundamental f_1 . Os valores máximos dos deslocamentos e acelerações desta viga podem ser determinados recorrendo às seguintes relações:

$$y_{\text{máx}} = y\left(\frac{v}{f_1}, L, \bar{m}, f_1, \xi_{\text{ref}}\right) = \frac{\bar{m}_{\text{ref}}}{\bar{m}} \left(\frac{f_{\text{ref}}}{f_1}\right)^2 y\left(\frac{v}{f_1}, L, \bar{m}_{\text{ref}}, f_{\text{ref}}, \xi_{\text{ref}}\right) \quad (4.192)$$

e ainda

$$\ddot{y}_{\text{máx}} = \ddot{y}\left(\frac{v}{f_1}, L, \bar{m}, f_1, \xi_{\text{ref}}\right) = \frac{\bar{m}_{\text{ref}}}{\bar{m}} \ddot{y}\left(\frac{v}{f_1}, L, \bar{m}_{\text{ref}}, f_{\text{ref}}, \xi_{\text{ref}}\right) \quad (4.193)$$

onde $y(v/f_1, L, \bar{m}_{\text{ref}}, f_{\text{ref}}, \xi_{\text{ref}})$ e $\ddot{y}(v/f_1, L, \bar{m}_{\text{ref}}, f_{\text{ref}}, \xi_{\text{ref}})$ representam respectivamente os deslocamentos e acelerações obtidos a meio vão da estrutura de referência para a mesma relação de v/f_1 ou seja comprimento de onda.

Tabela 4.1 – Características das pontes de referência utilizadas no método das curvas de dimensionamento.

L [m]	\bar{m}_{ref} [ton/m]	f_{ref} [Hz]	EI [kN·m ²]	δ_{LM71} [mm]
5,0	7	16	453919	2,90
7,5	9	12	1661921	3,89
10,0	10	8	2593823	7,33
12,5	13	7	6302893	6,86
15,0	15	5	7694081	11,00
17,5	18	5	17105080	8,73
20,0	20	4	20750590	11,79
25,0	20	4	50660592	11,09
30,0	25	3	73863180	15,07
40,0	30	3	280132900	11,81

As características das pontes de referência estão representada na Tabela 4.1. Para cada uma destas estruturas foram determinados os deslocamentos e acelerações máximos a meio vão quando sujeitas à passagem de quatro comboios reais de alta velocidade, *ICE2*, *Thalys*, *Eurostar* e *ETR_Y*, considerando coeficientes de amortecimento de 0,5%, 1%, 2% e 4%.

4.5. SÍNTESE DO CAPÍTULO

De um modo geral o estudo do comportamento dinâmico de um sistema pode ser efectuado no domínio do tempo ou no domínio da frequência, complementarmente o estudo pode assumir carácter determinístico ou estocástico. No entanto é o domínio do tempo e a abordagem determinística a via mais utilizada para a análise da resposta dinâmica de pontes ferroviárias e aqui técnicas numéricas ou analíticas podem ser utilizadas.

De acordo com os sistemas analisados na presente tese, sistema ponte ou sistema veículo/ponte, diferentes técnicas numéricas se podem aplicar: técnicas de integração passo a passo do sistema de equações de equilíbrio do modelo de elementos finitos e técnicas simplificadas que permitem a determinação das respostas máximas da ponte recorrendo apenas a folhas de cálculo.

Neste Capítulo são apresentados os métodos de integração passo a passo utilizados na determinação da resposta dinâmica dos modelos de elementos finitos, métodos de Integração Directa e de Sobreposição Modal. As técnicas simplificadas também são apresentadas, suas formulações e limitações. O conceito de *Assinatura de Um Comboio* é referido e determinadas as assinaturas dos vários comboios reais de alta velocidade.

Os métodos de integração directa apresentados são o método de Newmark e método de Wilson- θ , sendo analisados em termos de estabilidade, precisão e amortecimento algorítmico. Este último aspecto revela-se particularmente importante na resolução de problemas não lineares, nomeadamente na aplicação do algoritmo de contacto implementado no software ADINA.

PARTE 2. CASOS DE ESTUDO

Capítulo 5. MODELAÇÃO NUMÉRICA DE PONTES FERROVIÁRIAS DE MÉDIO VÃO SEM A PLATAFORMA

5.1. INTRODUÇÃO

A fim de averiguar a possibilidade de incrementar a velocidade de circulação dos comboios acima dos 200 *km/h*, na linha que une Viena a Salzburgo, na Áustria, foi efectuada a análise do comportamento dinâmico de diversas pontes aí existentes na via. Estudos preliminares numéricos demonstraram que um número significativo de estruturas apresentavam um comportamento dinâmico bastante sensível à passagem dos comboios em que a aceleração máxima vertical a meio vão ultrapassava o valor limite de 0,35g. Desta forma uma campanha de medições de vibrações foi levada a cabo a fim de efectuar a caracterização do comportamento dinâmico das pontes, nomeadamente frequências próprias, modos de vibração e amortecimentos. A identificação modal baseou-se na medição das acelerações verticais provocadas pela passagem de comboios bem como na medição de vibrações resultantes do “ruído branco ambiental”.

O conjunto de obras de arte ensaiadas consiste em viadutos balastrados simplesmente apoiados de pequeno e médio vão, construídos nos anos 70 em betão pré-esforçado, definidos por dois tabuleiros de secção variável, colocados lado a lado, um para cada sentido de tráfego. A Figura 5.1 representa a vista em planta da implantação da ponte sobre a via rodoviária bem como a indicação do eixo das vias férreas nos tabuleiros.

Neste Capítulo 5 é apresentada a investigação que permitiu a calibração de um modelo numérico de elementos finitos através da comparação das acelerações calculadas e medidas durante a passagem dos comboios. A investigação permitiu também obter conclusões relativas à contribuição dos elementos que constituem a via férrea na rigidez e amortecimento modal.

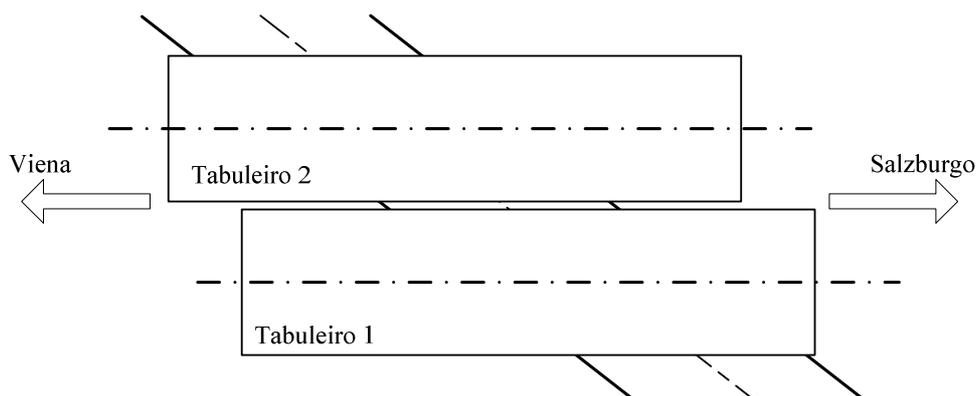


Figura 5.1 – Vista em planta da implantação da ponte com a indicação dos eixos das vias férreas nos tabuleiros.

Para cada ponte analisada é apresentada a comparação das respostas calculadas com as medidas, recorrendo para tal à passagem de diferentes comboios. As acelerações calculadas a meio vão das pontes são obtidas por recurso a duas metodologias, as forças rolantes e a interacção entre o veículo e a ponte. Para a primeira metodologia é apenas necessário a aplicação de métodos lineares de integração passo a passo, no entanto a utilização da interacção, por intermédio do algoritmo de contacto, implica o recurso a métodos de integração de sistemas não lineares.

Na aplicação do algoritmo de contacto implementado no software ADINA para a integração das equações de equilíbrio do sistema veículo/ponte recorre-se a algoritmos implícitos incondicionalmente estáveis, o método de Newmark ($\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$) e o método de Wilson- θ com $\theta=1,4$. Por outro lado a norma [EN1990-Annex A2, 2005] estabelece que no cálculo da resposta de pontes ferroviárias apenas sejam incluídas frequências cujo valor máximo é dado por $f_{m\acute{a}x.}=\text{Max}\{30 \text{ Hz}; 1,5 \times n_0; f_3\}$, onde n_0 ($=f_1$) corresponde à primeira frequência própria e f_3 à frequência do terceiro modo de vibração. Desta forma uma importante propriedade que se deve ter em conta na escolha do algoritmo de integração passo a passo, é a capacidade de dissipação dos modos mais elevados. Neste Capítulo são apresentadas e discutidas as respostas calculadas das pontes, que constituem os vários casos de estudo, recorrendo a métodos de integração directa, Newmark ($\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$) e Wilson- θ ($\theta=1,4$) e ao método da Sobreposição Modal.

Recorrendo a uma transformação das coordenadas o método da Sobreposição Modal permite desacoplar os sistema de equações de equilíbrio e fazer com que na integração das equações de equilíbrio apenas se considerem o contributo das frequências mais importantes na resposta da estrutura. O software [ADINA, 2006a], na aplicação do método de Sobreposição Modal efectua a integração das equações de equilíbrio dinâmico, recorrendo ao método de Newmark com a lei da variação trapezoidal das acelerações. Estes métodos foram expostos no Capítulo 4.

Numa das pontes é analisado o seu comportamento dinâmico recorrendo a modelos de elementos finitos desenvolvidos com base nas condições de projecto da estrutura e nas condições determinadas no ensaio dinâmico nela realizado. O estudo é complementado com a aplicação de várias metodologias: as forças rolantes, a interacção entre o comboio e a ponte e os métodos simplificados, DER e LIV, de modo averiguar as diferenças resultantes.

5.2. DESCRIÇÃO SUCINTA DOS ENSAIOS DINÂMICOS

Os ensaios realizados às estruturas encontram-se detalhados em [Rebello *et al.*, 2007b], no entanto para melhor compreensão dos resultados obtidos os ensaios são aqui descritos de um modo sucinto.

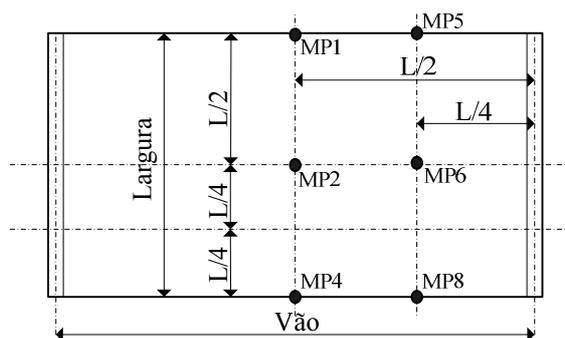


Figura 5.2 –Planta de um dos tabuleiros das pontes com a localização dos pontos de medição da aceleração vertical.

De modo a permitir a identificação dos modos de vibração de flexão e torção de ordem reduzida, o esquema de instalação dos acelerómetros na face inferior das pontes é o representado na Figura 5.2. Dada a simetria das estruturas só foi instrumentado metade do vão.

Durante os ensaios foi recolhida para cada estrutura, informação relativa aos comboios circulantes, nomeadamente o tipo de comboio, número de carruagens e a velocidade de circulação. Este último parâmetro foi possível recorrendo a um velocímetro.

A aquisição do sinal foi feita usando o sistema PULSE[®], durante o tempo suficiente para registar a informação relativa à passagem de vários comboios, sempre que possível também a do comboio internacional ICE. Para cada ponte ensaiada foram analisadas histórias de aceleração correspondentes a:

- vibração livre imediatamente depois do comboio deixar a ponte;
- vibração ambiental causada pela excitação natural durante os intervalos de passagem dos comboios;
- vibração causada pela passagem dos comboio.

Para a identificação dos valores das frequências próprias, amortecimentos e modos de vibração respectivos foi utilizado o software ARTeMIS.

1º CASO DE ESTUDO

5.3. DESCRIÇÃO E MODELAÇÃO DA PONTE 1



Figura 5.3 – Vista geral da Ponte 1.

A Ponte 1 é simplesmente apoiada em betão armado pré-esforçado, com 23,5 m de vão e cerca de 21 ton/m de massa por unidade de comprimento e com altura variável, conforme a Figura 5.4 representa.

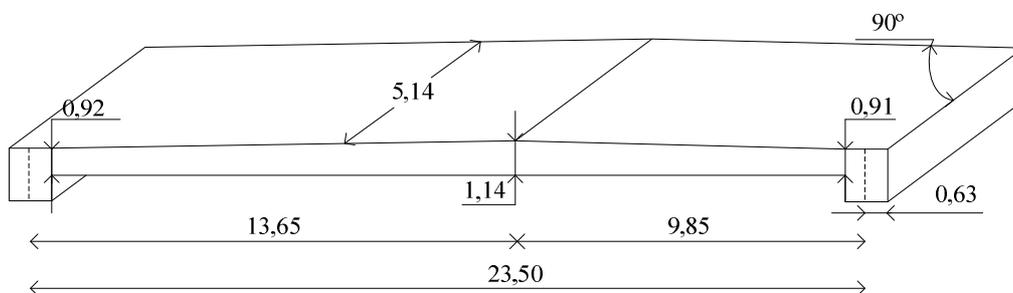


Figura 5.4 – Esquema de um dos tabuleiros da Ponte 1, as dimensões encontram-se em metros.

Relativamente aos apoios, eles são dois em cada extremidade da laje do tabuleiro e são constituídos por tambor e êmbolo em aço separados por um material deformável impedindo a transmissão de momentos flectores aos encontros (ver Figura 5.5). Dado não ter sido possível uma análise cuidada das condições de colocação destes apoios, desconhece-se o grau de restrição para movimentos horizontais do tabuleiro.

Não existe continuidade entre a laje do tabuleiro e os encontros da estrutura, a não ser a materializada pela via férrea existente sobre a ponte, conforme se pode observar pela Figura 5.6.



Figura 5.5 – Apoios da ponte.



Figura 5.6 – Vista da via férrea sobre a ponte.

5.4. O MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

5.4.1. Atendendo ao Projecto

A modelação numérica da Ponte 1 de acordo com o esquema representado na Figura 5.4 indicava uma ponte flexível, simplesmente apoiada, com 2,72, 18,90 e 24,52 Hz para as primeiras três frequências próprias de flexão [TDV - GmbH, 2003]. As propriedades admitidas para os materiais foram para o betão, o peso específico $\gamma_c=25 \text{ kN/m}^3$ e o módulo de elasticidade de $E=40,0 \text{ GPa}$, para o balastro o peso específico $\gamma_b=20 \text{ kN/m}^3$, a massa por unidade de comprimento $\bar{m}=21080 \text{ kg/m}$. Deste modo, pela norma [EN1991-2, 2003], a estrutura requeria uma análise dinâmica para avaliar os respectivos efeitos. Na avaliação da segurança da circulação na via, do ponto de vista da verificação da aceleração máxima do tabuleiro, as acelerações determinadas para a passagem dos comboios reais e HSLM-A, ultrapassavam em muito os 0,35g, valor estipulado como limite superior.

5.4.2. Resultados das Medições

As características dinâmicas obtidas nas medições da Ponte 1, frequências, modos de vibração e amortecimento, para os quatro primeiros modos de vibração, encontram-se representados na Tabela 5.1, sendo os dois primeiros de flexão, o terceiro de torção e o quarto novamente de flexão.

Conforme se pode observar pelo valores, da Tabela 5.1, apesar do esquema estrutural definido em projecto para a Ponte 1 corresponder a uma ponte simplesmente apoiada, as medições revelaram que a estrutura não se comportava como tal. A estrutura medida apresentava valores de frequências, nomeadamente relações entre frequências próprias, e modos de vibração que revelam a presença de restrições à flexão nos apoios, [Rebelo *et al.*, 2008]. Os intervalos de valores dados para as frequências próprias medidas prendem-se com o facto de existirem comportamentos não lineares importantes presentes no comportamento do balastro e dos apoios que levam a obter valores diferentes de acordo com as amplitudes de vibração, [Rebelo *et al.*, 2005c].

Tabela 5.1 – Frequências próprias, amortecimento e modos de vibração medidos, [Rebelo *et al.*, 2005c].

Modo	Frequências [Hz]	Amortecimentos [%]	Tipo de vibração
1º	4,8 a 5,2	7,8 a 5,3	1ª de Flexão
2º	13,3 a 14,9	4,9 a 2,8	2ª de Flexão
3º	16,9 a 17,0	2,0 a 1,3	1ª de Torção
4º	27,7 a 30,1	1,9 a 0,7	3ª de Flexão

Como se pode também observar na Tabela 5.1 associado ao primeiro modo de vibração está um coeficiente de amortecimento elevado. Para modos de vibração superiores, o amortecimento é decrescente. Este comportamento está relacionado com as amplitudes elevadas de vibração, que ocorrem no primeiro modo de vibração, as quais mobilizam mecanismos de dissipação de energia existentes nos elementos de apoio da ponte e na fricção entre os agregados do balastro, [Rebelo *et al.*, 2007b e 2008].

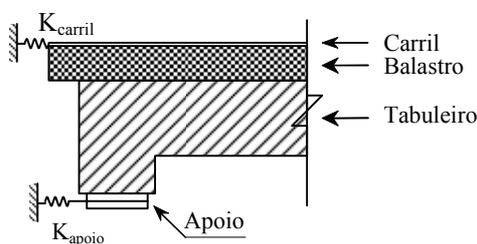


Figura 5.7 – Esquema da restrição definida nos apoios da ponte.

No modelo de elementos finitos desenvolvido, considerando apenas um tabuleiro da ponte, integrou-se um conjunto de molas que pretendem simular as restrições

concretizadas pela continuidade do carril sobre os apoios e pelo impedimento à translação horizontal dos sistemas de apoio, Figura 5.7.

Quanto aos valores assumidos para a rigidez das molas, admitiu-se que $K_{carril}=K_{apoio}$ na medida em que era difícil de quantificar o valor K_{apoio} . K_{carril} é calculada tendo como base a rigidez axial dos carris, mobilizada num comprimento igual a quatro vezes a distância entre eixos das travessas, estimada por:

$$K_{carril} = \frac{E_r A_r}{4d_t} \quad (5.1)$$

onde $E_r=210 \text{ GPa}$, $A_r=76,9\text{E-}04 \text{ m}^2$, $d_t=0,60 \text{ m}$ correspondem, ao módulo de elasticidade, à secção transversal do carril *UIC60*, e à distância entre eixos da travessa, respectivamente. Substituindo os valores na expressão anterior resulta $K_{carril}=K_{apoio}=670 \text{ MN/m}$.

Relativamente às propriedades dos materiais, adoptou-se: para o betão o peso específico $\gamma_c=25 \text{ kN/m}^3$ e para o balastro o peso específico $\gamma_b=20 \text{ kN/m}^3$, determinando uma massa por unidade de comprimento igual a $\bar{m}=21080 \text{ kg/m}$ quanto ao módulo de elasticidade aferido foi de $E=54,6 \text{ GPa}$. Notar que este valor do módulo de elasticidade da estrutura corresponde ao módulo de elasticidade equivalente à rigidez definida com a secção transversal do tabuleiro de betão e com as secções dos carris. A relação entre a inércia da secção transversal do tabuleiro de betão e dos carris, homogeneizada em betão, e a inércia da secção transversal do tabuleiro de betão é de cerca de 1,254. Para o módulo de elasticidade igual a 40 GPa , resulta um módulo de elasticidade equivalente para a secção real igual a $40 \times 1,254=50,1 \text{ GPa}$. A restante diferença justifica-se com dois efeitos, nomeadamente: o incremento do módulo de elasticidade do betão atendendo à existência das armaduras ordinárias e de pré-esforço no interior da secção de betão e o incremento que o módulo de elasticidade do betão sofre quando sujeito a forças dinâmicas instantâneas ou de rápida variação no tempo que pode ser até cerca de 15%, [ERRI D214/RP9, 1999].

Atendendo a estes parâmetros e às condições de apoio assumidas segundo o esquema representado na Figura 5.7, desenvolveu-se um modelo de elementos finitos recorrendo

ao software RM2004 [TDV - RM2004, 2004] baseado em elementos de barra formando uma grelha em que para as primeiras quatro frequências próprias os valores são iguais a 4,40, 13,70, 16,00 e 28,75 *Hz*, respectivamente, ver Figura 5.8. Estes valores permitem afirmar que o modelo desenvolvido corresponde a um bom ajuste com os resultados das medições em vibração livre logo após os comboios saírem da Ponte 1, Tabela 5.1.

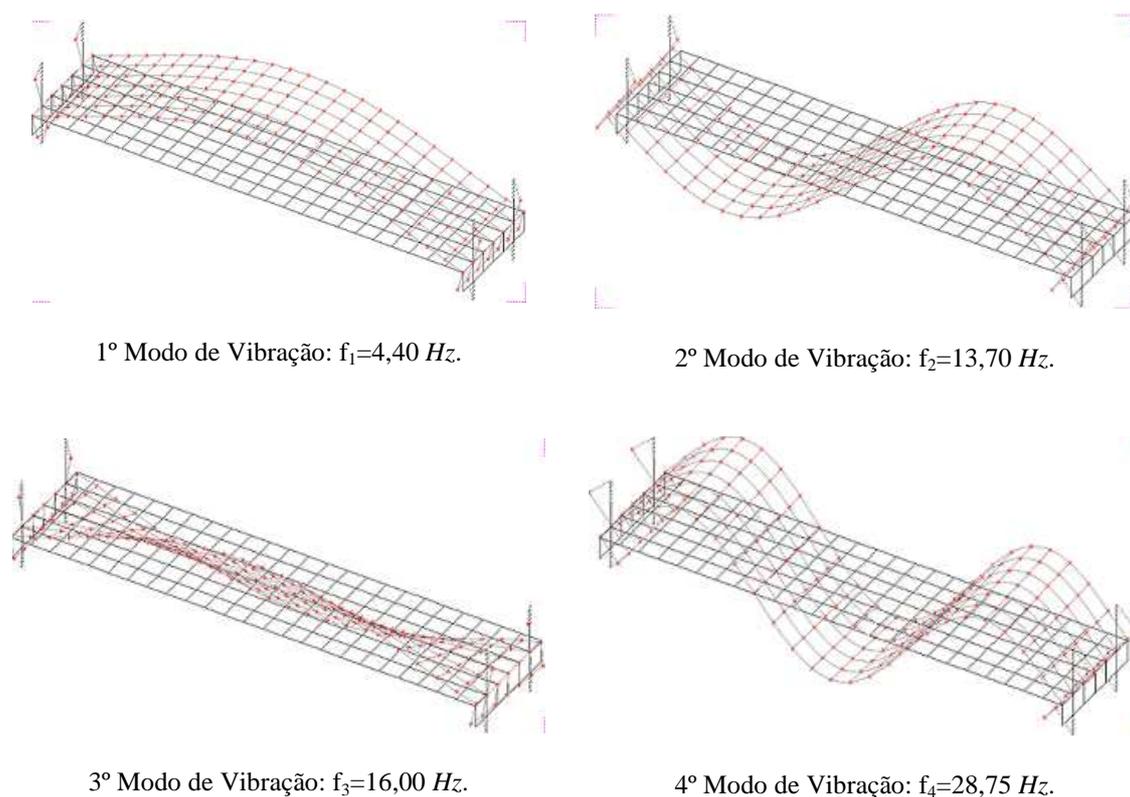


Figura 5.8 – Modos de vibração relevantes para a Ponte 1.

No entanto, considerando a história de acelerações da resposta da Ponte 1, quando sujeita à passagem dos comboios, verificou-se que para amplitudes de vibração mais elevadas do que as correspondentes à vibração livre, o modelo desenvolvido não apresentava uma boa concordância. Este facto deve-se, por um lado, à existência de comportamentos não lineares dependentes da amplitude de vibração e por outro lado devido à massa do veículo circulante. Tendo em conta estes condicionantes, optou-se por diminuir o módulo de elasticidade para $E_c=40,0$ *GPa* e incrementar a massa do tabuleiro com a massa do veículo circulante, resultando para as três primeiras frequências de vibração de flexão os valores de 4,05, 12,51 e 26,15 *Hz*, respectivamente.

Como se pretendia comparar as acelerações calculadas com as medidas recorrendo a diferentes metodologias: forças rolantes e a interacção entre o veículo e a ponte, este modelo de elementos finitos foi implementado no software ADINA [ADINA, 2006a], pois o software RM2004 [TDV - RM2004, 2004] não permitia a análise recorrendo à interacção. No software ADINA efectuou-se um modelo bidimensional da ponte na medida em que os efeitos da torção na estrutura instrumentada são pouco significativos.

Embora a norma [EN1991-2, 2003] recomende um coeficiente de amortecimento $\xi=1\%$ para pontes com $L \geq 20 m$, foi utilizado um valor próximo do obtido da identificação modal em que para o primeiro modo de vibração $\xi=5\%$. Para tal no estabelecimento da matriz de amortecimento, recorreu-se à relação de Rayleigh,

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (5.2)$$

onde os valores dos parâmetros α e β utilizados foram determinados por ajuste entre as respostas de acelerações medida e calculada. O processo foi iterativo, resultando $\alpha=2,526 s$ e $\beta=2,814E-05 s^{-1}$ ao adoptar para os coeficientes de amortecimento ξ , dos 1º e 3º modos de vibração de flexão os valores de 5% e 1%. Estes valores justificam-se na medida em que se pretende comparar as histórias de acelerações calculadas com as medidas.

5.5. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 1

Nesta secção efectua-se a comparação das respostas de acelerações verticais medidas na Ponte 1, aquando a passagem de diferentes comboios, com as respectivas respostas obtidas no modelo de elementos de finitos mais flexível, em que as três primeiras frequências de vibração de flexão são iguais a 4,05 Hz, 12,51 Hz e 26,15 Hz.

A fim de averiguar a influência das características do veículo, massa, rigidez e amortecimento das suspensões, na resposta da ponte são adoptadas duas metodologias de cálculo, forças rolantes e a interacção entre o veículo e a ponte.

Atendendo à informação disponível nas medições nesta ponte, foram usados dois comboios diferentes, uma locomotiva tipo 1116 e um comboio ICE definido por sete veículos: uma locomotiva tipo 1044 e seis carruagens tipo 2094.

O método de integração passo a passo utilizado para a determinação das acelerações foi o método de Wilson- θ , descrito no Capítulo 4. Como se referiu, o método de Wilson- θ é um método que pode ser aplicado a sistemas lineares e não lineares, incondicionalmente estável para $\theta \geq 1,37$, o valor adoptado nestes cálculos foi $\theta=1,4$. Portanto, a escolha do intervalo de tempo Δt , não condiciona a estabilidade do método mas a precisão da solução obtida. Existem várias indicações sobre o valor do intervalo de tempo a adoptar quando se processa uma análise dinâmica, por exemplo em [Bathe, 1996], ou em [ERRI D214/RP9, 1999].

Dado que nesta secção apenas se pretende comparar as acelerações a meio vão do tabuleiro com as acelerações medidas, e não determinar os valores máximos de aceleração verificados sob a acção do comboio, o intervalo de tempo adoptado foi igual a $\Delta t=0,003$ s. O critério adoptado para a determinação deste intervalo de tempo equivale a $\Delta t=T_n/10$, em que T_n é o período correspondente ao modo de vibração de ordem mais elevada que se pretende considerar na resposta da estrutura, ou seja T_n é o período da frequência $f_n=30$ Hz.

5.5.1. Análise da Passagem da Locomotiva tipo 1116

A locomotiva é definida por quatro eixos, cujas distâncias entre eles são 3,0 m e 6,90 m, a força por eixo P é igual a 210,95 kN, conforme a Figura 5.9 representa. A velocidade de circulação da locomotiva sobre a ponte é de 130 km/h.

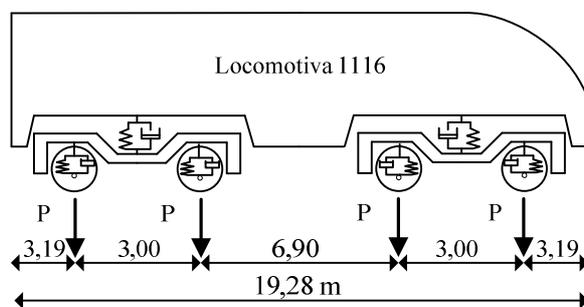


Figura 5.9 – Representação da locomotiva tipo 1116.

5.5.1.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

A Figura 5.10 representa a comparação entre a resposta numérica e a resposta medida na Ponte 1 devido à passagem da locomotiva com a velocidade de 130 *km/h*. Observando as acelerações ao longo do tempo, concluí-se que durante o tempo em que a locomotiva está sobre a ponte, a resposta calculada e as medições apresentam uma boa concordância. Depois de a locomotiva abandonar a ponte, observa-se um desfasamento nas frequências das respostas, apesar das amplitudes de vibração serem muito semelhantes. Este comportamento deve-se ao facto da primeira frequência própria do modelo numérico, portanto 4,0 *Hz*, ser constante para todo o tempo de análise enquanto, pelo contrário, nas medições esta frequência apenas se ajusta até ao instante de tempo em que a locomotiva se encontra sobre a ponte, ou seja 1,2 *s*. Após este instante, em que a estrutura fica em vibração livre, a frequência vai aumentando para valores de cerca de 5,2 *Hz*, confirmando que a resposta da estrutura é influenciada pela massa do veículo circulante e pelos efeitos associados aos mecanismos de movimento dos apoios da ponte e das ligações entre os agregados do balastro, que em baixas amplitudes, provocam um aumento de rigidez na ponte.

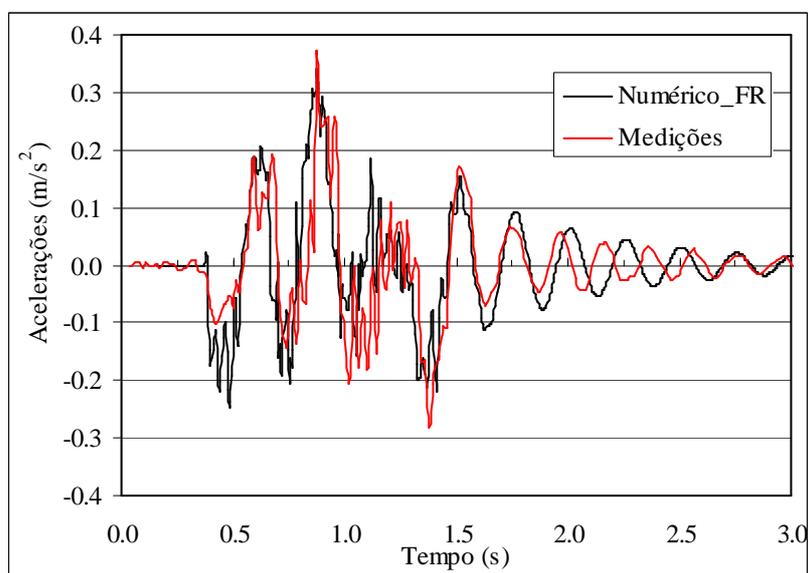


Figura 5.10 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 1 devido à passagem da locomotiva 1116 recorrendo ao modelo das forças rolantes.

Quanto ao amortecimento, o valor obtido nas medições foi aqui adoptado e conforme se pode observar, corresponde à variação da amplitude da resposta da ponte em vibração livre.

Considerando as respostas da ponte no domínio da frequência, pode-se observar que as frequências que mais contribuem para a resposta são as equivalentes ao primeiro modo de vibração vertical e às de excitação a que a estrutura está sujeita quando da passagem da locomotiva. Pode-se afirmar que as frequências superiores a 30 Hz têm pouca contribuição para a resposta da estrutura.

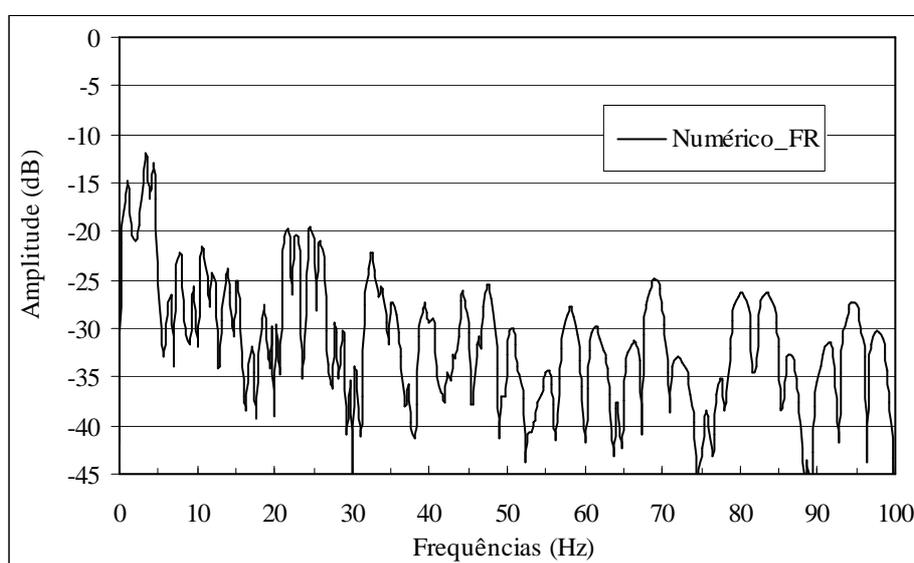


Figura 5.11 – Resposta em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem da locomotiva 1116 recorrendo ao modelo das forças rolantes.

5.5.1.2. Influência do método de integração na determinação da resposta

Nesta secção é comparada a resposta medida com a obtida por intermédio da aplicação das forças rolantes recorrendo a três diferentes métodos de integração passo a passo, Newmark ($\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$), Wilson- θ ($\theta=1,4$) e da Sobreposição Modal.

Na medida em que as respostas calculadas na ponte no domínio do tempo com o recurso aos três métodos de integração não apresentam diferenças entre si, portanto são idênticas às representadas na Figura 5.10, não são aqui apresentadas. No entanto no domínio da frequência esta observação já não é aplicável, conforme a Figura 5.12 representa.

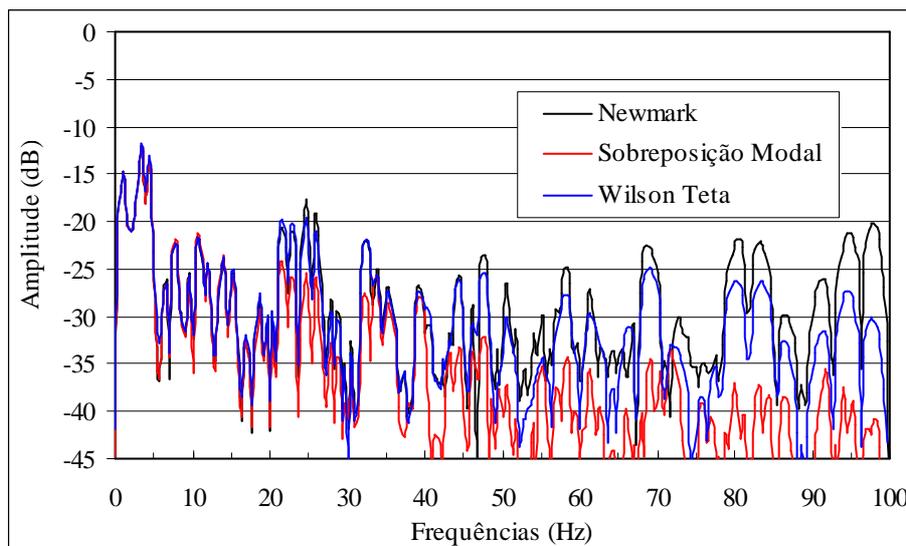


Figura 5.12 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem da locomotiva 1116 recorrendo aos três métodos de integração e ao modelo das forças rolantes.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vai da ponte permite observar que os três métodos apresentam a mesma contribuição de frequências no intervalo entre os 0 e os 20 *Hz*. Após este valor a contribuição dos três métodos é bastante diferente. Na determinação da resposta com o método da Sobreposição Modal apenas foram considerados a contribuição dos modos de vibração de frequências menores ou iguais a 30 *Hz*. Devido a este facto, o método da Sobreposição Modal é o mais eficiente na filtragem dos modos mais elevados. O método de Wilson- θ é menos eficiente que o método da Sobreposição Modal, no entanto as frequências superiores a 30 *Hz* têm pouca contribuição na resposta da estrutura.

5.5.2. Análise da Passagem do Comboio IC549

O comboio IC549 é composto por sete veículos, uma locomotiva tipo 1044 e seis carruagens tipo 2094, as distâncias entre eixos dos diferentes veículos encontram-se representadas na Figura 5.13 As forças nos eixos correspondem a $P_{\text{loco.}}=204,05 \text{ kN}$ e a $P_{\text{carr.}}=127,53 \text{ kN}$, respectivamente para a locomotiva e carruagem, a velocidade de circulação sobre a ponte foi de 140 *km/h*.

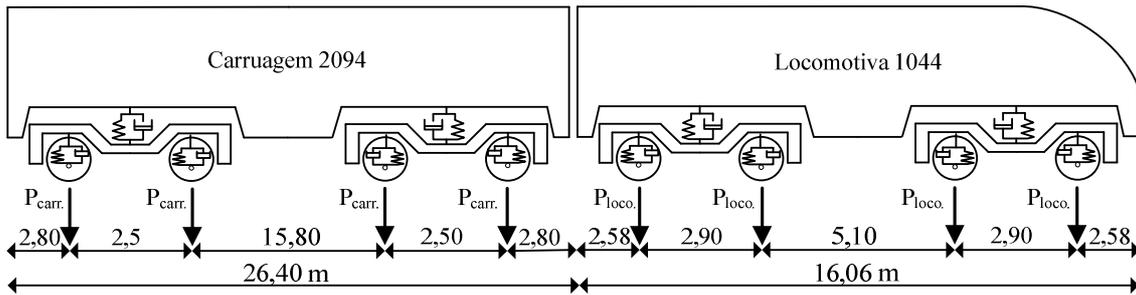


Figura 5.13 – Representação dos veículos que definem o comboio IC549.

5.5.2.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

A Figura 5.14 representa a comparação entre a resposta numérica e a resposta medida a meio vão da Ponte 1, devido à passagem do comboio IC549. A representação das acelerações ao longo do tempo indica que existe um bom ajuste entre as respostas medidas e calculadas e afere o amortecimento utilizado para o primeiro modo igual a $\xi=0,05$. Nesta comparação também é possível observar o desfaseamento entre a resposta medida e a calculada nos instantes em que a ponte fica sujeita a vibrações livres, confirmado a existência dos efeitos não lineares nos elementos no suporte da ponte.

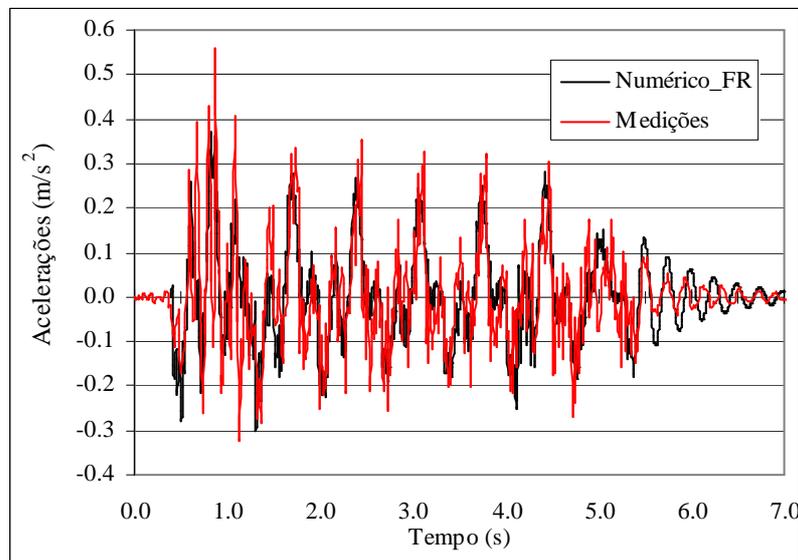


Figura 5.14 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 recorrendo ao modelo das forças rolantes.

Quanto à resposta da ponte no domínio da frequência, ver Figura 5.15, observam-se que nela têm contribuído a frequência relativa ao primeiro modo de vibração vertical da ponte e as frequências produzidas pela passagem do comboio, ou seja:

$$f_{exc.} = \frac{v_{circ.}}{d_k} \times i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (5.3)$$

Com maior predominância a determinada para $i=1$, $1,47 \text{ Hz}$, assumindo na expressão os valores de $v_{circ.}=140 \text{ km/h}$ e $d_k=26,40 \text{ m}$. Por outro lado observa-se que as frequências superiores a cerca dos 50 Hz têm pouco contributo na resposta da estrutura.

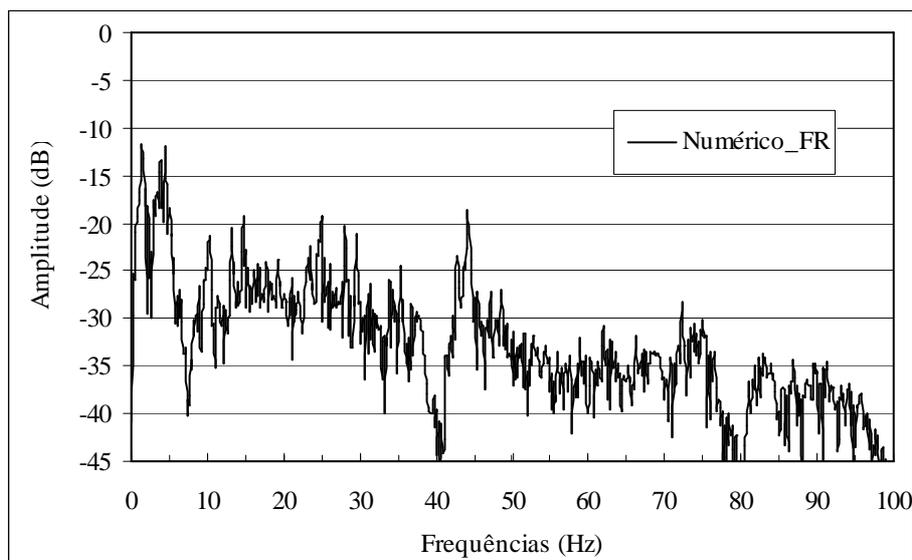


Figura 5.15 – Resposta em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 recorrendo ao modelo das forças rolantes.

5.5.2.2. Recorrendo à interação do sistema veículo/ponte

Como se conhecem os parâmetros necessários à concretização do modelo simplificado do veículo a circular sobre a ponte para este tipo de comboio, a interacção entre os veículos e a ponte foi implementada de modo a determinar a resposta da estrutura quando sujeita à passagem do comboio IC549 e assim comparar com as medições efectuadas.

Conforme se pode observar existe uma boa concordância entre as respostas, medidas e calculadas. Por outro lado, não se constata diferenças significativas nos resultados das acelerações ao longo do tempo, por via da utilização das forças rolantes e da interacção veículo/ponte, para a velocidade de circulação de 140 km/h em que ocorreram as medições.

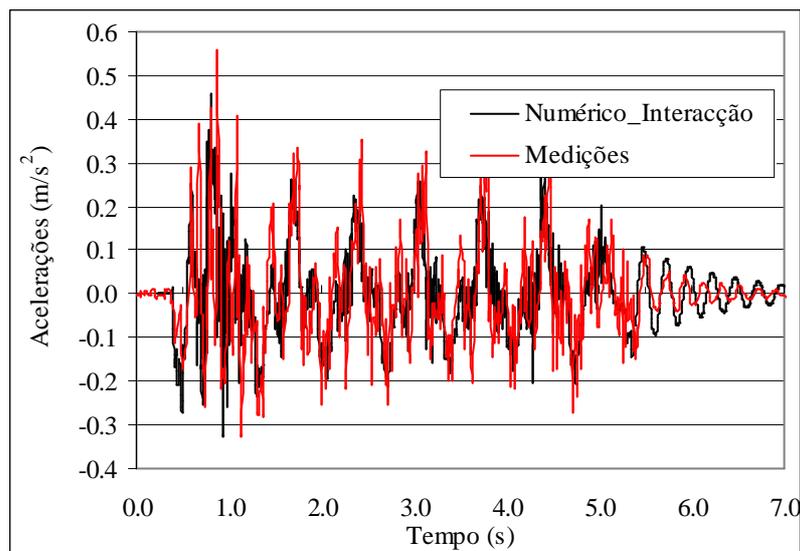


Figura 5.16 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 recorrendo à interacção.

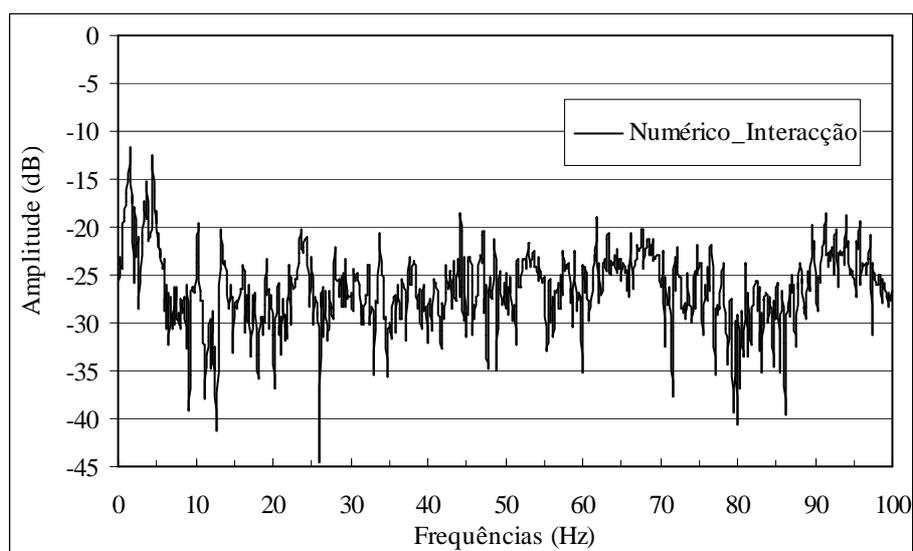


Figura 5.17 – Resposta em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 recorrendo à interacção.

A resposta da ponte no domínio da frequência revela que o cálculo recorrendo à interacção acarreta um maior contributo das frequências, principalmente as superiores a 50 Hz, no entanto a frequência relativa ao primeiro modo de vibração vertical da ponte e à frequência de menor ordem produzida pela passagem do comboio mantêm-se como as que mais contribuem para a resposta calculada.

5.5.2.3. Influência do método de integração na determinação da resposta

Nesta secção é comparada a resposta medida nos ensaios dinâmicos com a obtida por intermédio da aplicação das forças rolantes e da interacção entre o veículo e a ponte, recorrendo quando possível aos três diferentes métodos de integração passo a passo, Newmark ($\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$), Wilson- θ ($\theta=1,4$) e da Sobreposição Modal.

Na medida em que as respostas calculadas na ponte no domínio do tempo por intermédio da aplicação das diferentes metodologias e com o recurso, quando aplicável, aos vários métodos de integração não apresentam diferenças entre si, pois são idênticas às representadas na Figura 5.14 e Figura 5.16, estas não são aqui apresentadas.

As Figura 5.18 e Figura 5.19 efectuam a comparação entre as respostas em frequência das acelerações verticais a meio vão da Ponte 1 quando sujeita à passagem do comboio IC549 recorrendo às forças rolantes e à interacção entre os veículos e a ponte, respectivamente.

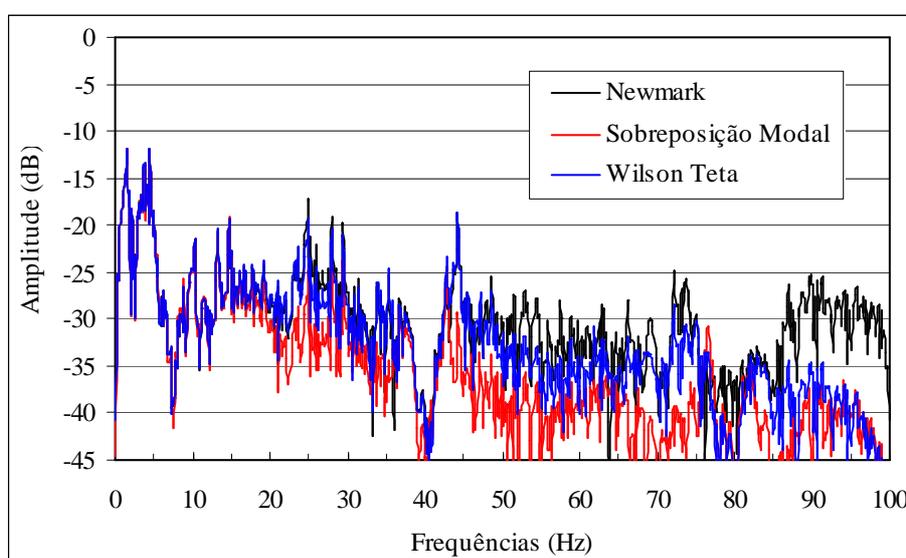


Figura 5.18 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 recorrendo aos três métodos de integração e ao modelo das forças rolantes.

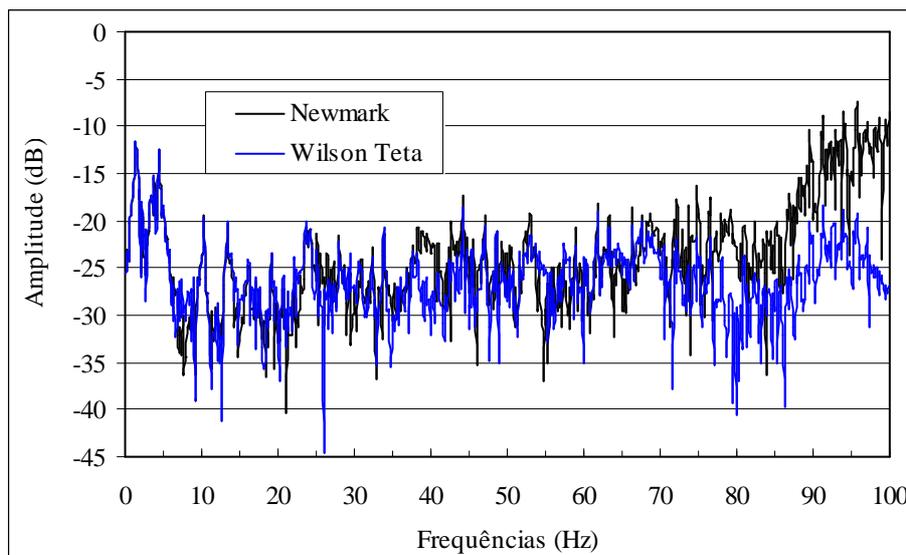


Figura 5.19 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 recorrendo ao método de Newmark e Wilson- θ e à interacção.

Na primeira comparação, onde o modelo das forças rolantes foi usado, são utilizadas as respostas obtidas por intermédio dos três métodos de integração passo a passo, na segunda comparação, recorrendo à interacção entre o veículo e a ponte, apenas os métodos de aplicação a sistemas não lineares foram utilizados, Newmark ($\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$) e Wilson- θ ($\theta=1,4$).

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vai da ponte permite observar que os três métodos apresentam a mesma contribuição de frequências no intervalo entre os 0 e os 20 Hz. Os métodos de Wilson- θ e da Sobreposição Modal apresentam comportamento idêntico na dissipação das altas frequências. O método de Newmark é o que apresenta a menor capacidade de dissipação dos modos elevados, ver Figura 5.18. Este comportamento é amplificado quando se recorre à interacção entre o veículo e a ponte, pois é notória a contribuição das frequências mais elevadas no cálculo das respostas, ver Figura 5.19.

5.5.3. Conclusões

As respostas das acelerações medidas na Ponte 1 quando sujeita à passagem de diferentes comboios permitiram o desenvolvimento de um modelo de elementos finitos capaz de explicar o comportamento da ponte aferido nas medições.

Neste sentido, a comparação entre as respostas medidas e calculadas com o modelo de elementos finitos demonstrou a existência de efeitos não lineares inerentes ao balastro e aos elementos existentes nos suportes da ponte e que estes conjuntamente com a variação da massa da ponte, que ocorre quando da passagem dos comboios, são responsáveis pela variação da primeira frequência própria da estrutura quando sujeita à passagem do tráfego ferroviário. Observa-se que quando a ponte está carregada e sujeita a vibrações elevadas, o que ocorre durante a passagem dos comboios, a primeira frequência baixa até cerca de 4,0 Hz e logo após a passagem do comboio, quando sujeita a baixas vibrações observa-se um incremento na primeira frequência de cerca de 30% , Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Parâmetros e frequências de flexão dos modelos de elementos finitos desenvolvidos para a Ponte 1.

	Parâmetros			Frequências de Flexão [Hz]		
	K_{apoio} [MN/m]	E [GPa]	\bar{m} [kg/m]	1ª	2ª	3ª
Modelo 1	670	54,6	21080	4,40	13,70	28,75
Modelo 2	670	40	24740	4,05	12,51	26,15

Relativamente ao amortecimento, ocorre a situação inversa à das frequências próprias, como seria de esperar. O amortecimento adoptado nos cálculos foi de 5% e 1%, respectivamente para a 1ª e 3ª frequência de flexão o que permitiu um bom ajuste das amplitudes medidas e calculadas em vibração livre.

Atendendo aos resultados obtidos nas respostas da ponte em termos de acelerações, no domínio da frequência, para a passagem dos diferentes comboios é possível constatar que as frequências que apresentam maior contributo são as icorrespondentes à primeira frequência própria da estrutura e às frequências de excitação de menor ordem dos comboios. As frequências superiores têm um contributo reduzido nas respostas da estrutura, este efeito é mais notório quando na utilização das forças rolantes do que da interacção entre os veículos e a ponte.

A utilização do método de Wilson- θ , do método de Newmark e do método da Sobreposição Modal no cálculo das respostas da ponte quando sujeita à passagem dos

comboios a velocidades correntes de circulação determina no domínio da frequência diferenças significativas entre as respostas, nomeadamente no conteúdo em frequência. O método de Wilson- θ e da Sobreposição Modal apresentam comportamentos idênticos na dissipação das altas frequências, o método de Newmark implica um maior contributo das altas frequências. Este comportamento do método de Newmark é amplificado quando se recorre à interacção entre os veículos e a ponte, em contrapartida o método de Wilson- θ determina a contabilização adequada das frequências na resposta da estrutura.

2º CASO DE ESTUDO

5.6. DESCRIÇÃO E MODELAÇÃO DA PONTE 8



Figura 5.20 – Vista geral da Ponte 8.

A Ponte 8 é definida por dois tabuleiros de betão armado pré-esforçado, simplesmente apoiados, de iguais características geométricas e materiais, colocados lado a lado de modo a servir o tráfego ferroviário com sentidos opostos, ver Figura 5.20. A Figura 5.21 representa as características geométricas de um dos tabuleiros, com 21,00 m de vão e de altura ligeiramente variável.

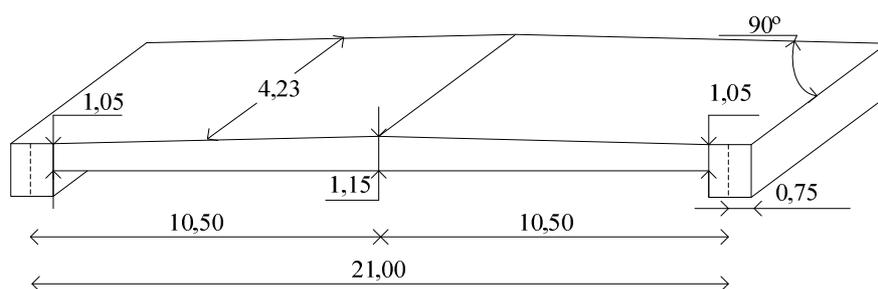


Figura 5.21 – Esquema de um dos tabuleiros da Ponte 8, as dimensões são dadas em metros.

A Figura 5.22 representa a face inferior de uma das extremidades da ponte medida e conforme se pode observar os tabuleiros são colocados lado a lado e os seus apoios encontram-se desfasados, não existindo continuidade entre os tabuleiros e os encontros. Por outro lado, na face superior da ponte, representada na Figura 5.23, a plataforma

ferroviária sobre a Ponte 8 é contínua quer sobre os apoios, o carril é contínuo, quer entre tabuleiros, continuidade da camada de balastro.



Figura 5.22 – Apoios da Ponte 8.



Figura 5.23 – Vista da via férrea sobre a Ponte 8.

5.7. O MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

5.7.1. Atendendo ao Projecto

O modelo de elementos finitos da Ponte 8 de acordo com as condições de projecto corresponde a uma ponte simplesmente apoiada, cujo primeiro modo de vibração vertical se verifica para a frequência de cerca de $3,16 \text{ Hz}$. O estudo numérico prévio efectuado, em que de acordo com a norma [EN1991-2, 2003] era necessário realizar uma análise dinâmica, indicava que este modelo era bastante sensível pois para valores de velocidade da ordem dos 200 km/h a aceleração máxima vertical ultrapassava em muito o valor limite de $0,35g$ indicado na norma [EN1990-Annex A2, 2005], para a verificação da segurança da circulação na via, [TDV - GmbH, 2003].

5.7.2. Resultados das Medições

As frequências, modos de vibração e amortecimento, para os três primeiros modos, obtidos nas medições da Ponte 8, encontram-se indicados na Tabela 5.3. Estes valores indicam que o comportamento da Ponte 8 se assemelha a de uma ponte com restrições nos apoios, sendo os dois primeiros modos de flexão e o terceiro modo de torção.

Tabela 5.3 – Frequências próprias, amortecimento e modos de vibração medidos na Ponte 8, [Rebelo *et al.*, 2007b]

Modo	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Tipo de vibração
1°	5,4 a 5,8	6,1 a 5,2	Flexão
2°	18,8 a 18,7	2,8 a 0,8	Flexão
3°	19,2 a 19,7	1,8 a 1,3	Torção

Relativamente aos amortecimentos, verifica-se que ao primeiro modo de vibração está associado um coeficiente de amortecimento elevado e nos modos de vibração superiores os coeficientes já são menores, dentro dos valores esperados para este tipo de estrutura. Este comportamento justifica-se na medida em que ao primeiro modo de vibração estão associadas grandes amplitudes de vibração, as quais mobilizam mecanismos de dissipação de energia, nos modos de vibração superiores a situação é contrária pois as amplitudes de vibração são baixas.

Admitindo que os efeitos de torção devido à passagem dos comboios podem ser desprezados desenvolveu-se um modelo de elementos finitos bidimensional para a análise do seu comportamento. Desta forma ao tabuleiro da ponte integrou-se um conjunto de molas que pretendem simular as restrições inerentes à continuidade da via férrea sobre a ponte e o impedimento de translação horizontal dos apoios. Dado que esta estrutura foi realizada aquando da Ponte 1, utilizaram-se as mesmas propriedades dos materiais referidas anteriormente no item 5.4.2. Deste modo para o betão, o peso específico $\gamma_c=25 \text{ kN/m}^3$ e para o balastro o peso específico $\gamma_b=20 \text{ kN/m}^3$. Quanto à massa por unidade de comprimento cerca de 21 ton/m e o módulo de elasticidade de $E=54,6 \text{ GPa}$.

O modelo de elementos finitos bidimensional desenvolvido no software ADINA recorrendo a elementos de viga apresenta para as três primeiras frequências de flexão valores iguais a 5,44, 17,74 e 37,16 Hz, respectivamente. O que corresponde a um bom ajuste com os resultados obtidos das medições, ver Tabela 5.3 e Figura 5.24.

Quanto aos parâmetros utilizados para a definição da matriz de amortecimento, α e β , foram os obtidos recorrendo ao critério utilizado quando na aferição das acelerações medidas na Ponte 1, resultando $\alpha=3,389 \text{ s}$ e $\beta=2,347\text{E-}05 \text{ s}^{-1}$ para coeficientes de

amortecimento iguais a 5% e 1% para o 1º e 3º modos de vibração vertical, respectivamente.

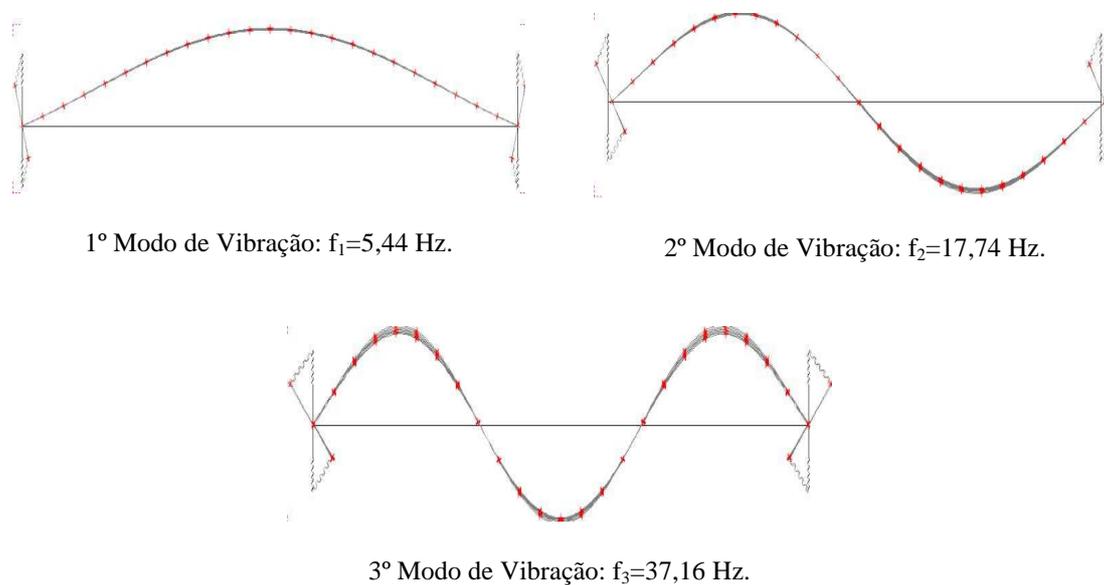


Figura 5.24 – Modos de vibração verticais para a Ponte 8.

5.8. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 8

De modo a validar o modelo numérico, consideraram-se as acelerações medidas na passagem de dois comboios diferentes, a locomotiva 1047 a circular a uma velocidade de 85 *km/h* e o comboio EC definido por dez veículos, uma locomotiva 1116, uma carruagem tipo AB e oito carruagens tipo Bwg-2991, a circular a uma velocidade de 160 *km/h*.

Nesta secção apresentam-se as comparações entre as acelerações calculadas e medidas a meio vão do tabuleiro na Ponte 8, recorrendo ao modelo de elementos finitos desenvolvido. A metodologia adoptada é a das forças rolantes, para tal recorreu-se ao programa desenvolvido em Fortran para a determinação das forças a aplicar em cada um dos nós do modelo. Atendendo à discretização considerada no modelo de elementos finitos e às características dos comboios: número de eixos, distâncias entre eixos e velocidade de circulação, foram criados ficheiros, um por nó, com a história das forças no tempo. Posteriormente procedeu-se às suas importações no software ADINA.

O intervalo de tempo utilizado na integração do sistema de equações diferenciais do equilíbrio dinâmico foi $\Delta t=0,003 s$, considerou-se que o critério $\Delta t=T_n/10$, em que T_n é o período correspondente ao modo de vibração mais elevado a considerar na resposta da estrutura, corresponde a uma solução com precisão suficiente para efectuar a comparação entre as acelerações medidas e calculadas.

5.8.1. Análise da Passagem da Locomotiva tipo 1047

As características da locomotiva 1047 estão representadas na Figura 5.25, as distâncias entre eixos são 3,0 m e 6,90 m, as forças por eixo são iguais a $P=215,00 kN$. A velocidade de circulação da locomotiva sobre a ponte é de 85 km/h.

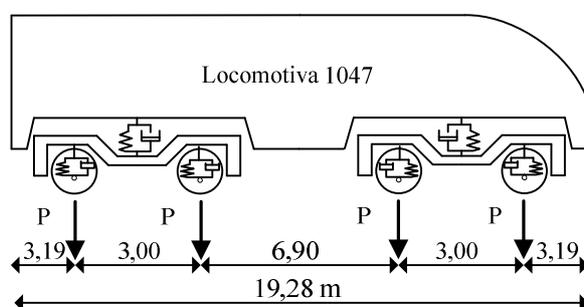


Figura 5.25 – Representação da locomotiva tipo 1047.

5.8.1.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

A Figura 5.26 representa a comparação entre as acelerações medidas e as acelerações calculadas devido à passagem da locomotiva 1047 a uma velocidade de 85 km/h.

Conforme se pode observar até à entrada do 3º eixo da locomotiva na ponte, os primeiros 1,2 s, existe uma boa concordância entre as acelerações medidas e as acelerações calculadas. Com a entrada na ponte de todos os eixos da locomotiva, cerca dos 1,4 s, a frequência da resposta medida é cerca de 4,9 Hz, a frequência do modelo numérico permanece inalterada nos 5,44 Hz. A partir do instante em que a locomotiva sai da ponte a frequência medida apresenta um comportamento crescente passando os 5,44 Hz.

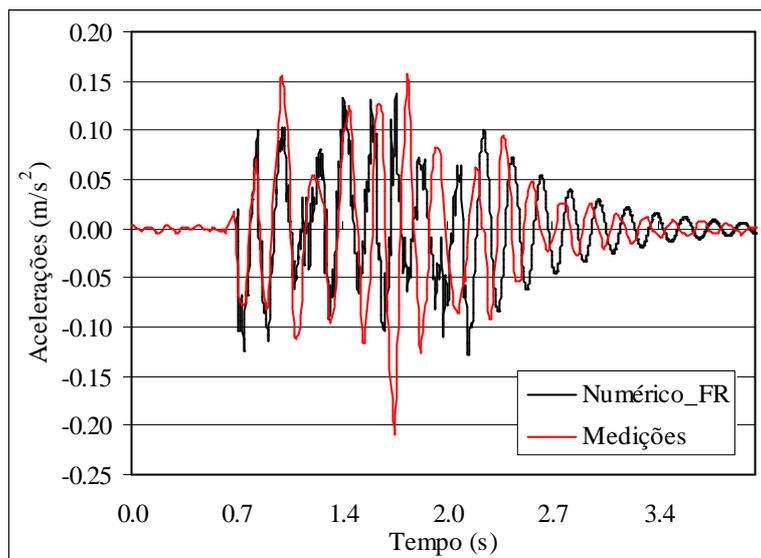


Figura 5.26 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 8 devido à passagem da locomotiva 1047 a 85 km/h recorrendo ao modelo das forças rolantes.

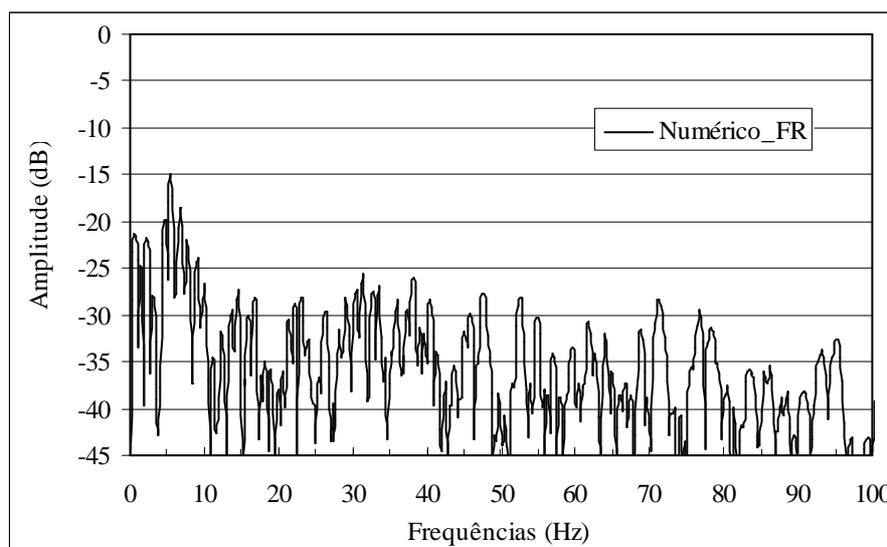


Figura 5.27 – Resposta em frequência das acelerações a meio da Ponte 8 devido à passagem da locomotiva 1047 a 85 km/h recorrendo ao modelo das forças rolantes.

Estas acelerações medidas na ponte quando na passagem de uma locomotiva possibilitam a apreensão do comportamento dinâmico das estruturas nas situações de serviço. Como no caso de estudo anterior, Ponte 1, a passagem da locomotiva permite detectar a influência da massa do veículo, dos efeitos de segunda ordem inerentes ao movimento dos apoios da ponte e das ligações entre os agregados da camada de balastro. A comparação das acelerações da ponte em vibração livre, permite analisar que

a variação da amplitude das respostas apresentam um bom ajuste e desta forma confirmam o valor adoptado para o coeficiente de amortecimento, $\xi=5\%$.

Considerando as respostas da ponte no domínio da frequência, pode-se observar que as frequências que mais contribuem para a resposta são as equivalentes ao primeiro modo de vibração vertical e às de excitação de menor ordem devido à passagem da locomotiva sobre a estrutura. Pode-se afirmar que em geral as frequências superiores a 50 Hz têm pouca contribuição na resposta da estrutura.

5.8.2. Análise da Passagem do Comboio Tipo EC

De acordo com as especificações fornecidas pela OBB sobre as características do tráfego ferroviário que circula na linha Linz-Wels, este comboio EC é constituído por uma locomotiva 1116, uma carruagem tipo AB e oito carruagens tipo Bwg-2991, conforme a Figura 5.28 representa. As forças nos eixos dos veículos correspondem a $P_{loco.}=210,95 \text{ kN}$, $P_{carr.1}=127,53 \text{ kN}$ e $P_{carr.2}=135,623 \text{ kN}$, respectivamente para a locomotiva, carruagem tipo AB e carruagem tipo Bwg-2991. A velocidade de circulação do comboio sobre a ponte foi de 159 km/h.

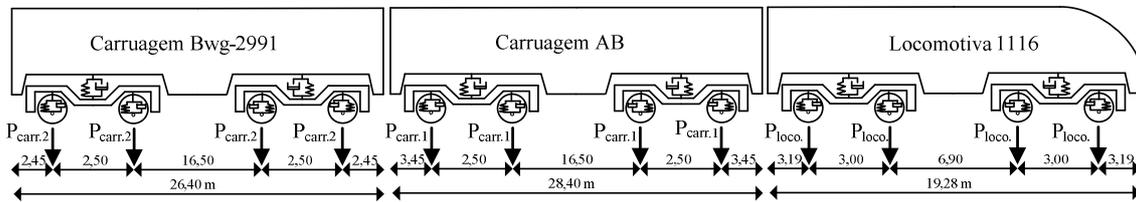


Figura 5.28 – Representação dos veículos que definem o comboio EC.

5.8.2.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

A Figura 5.29 representa a comparação entre as acelerações calculadas e as acelerações medidas a meio vão da Ponte 8, devido à passagem do comboio EC à velocidade de 159 Km/h. Esta comparação permite concluir que existe um bom ajuste entre as duas respostas até o comboio sair da ponte, após a saída do comboio sobre a ponte existe um desfasamento entre as respostas medida e calculada, portanto a resposta medida apresenta um incremento da frequência, confirmando a presença dos efeitos não lineares já anteriormente referidos.

Relativamente ao amortecimento, é possível constatar que existe um bom ajuste entre as respostas medida e calculada quando em vibração livre, confirmando o valor adoptado para o coeficiente de amortecimento $\xi=5\%$.

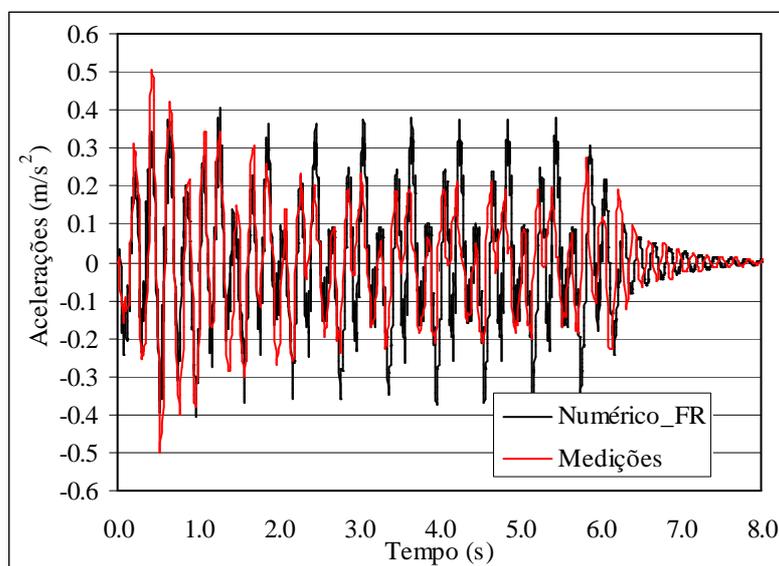


Figura 5.29 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 8 devido à passagem do comboio EC a 159 km/h recorrendo ao modelo das forças rolantes.

Atendendo a estes resultados, é possível concluir que o modelo bidimensional desenvolvido para as duas pontes ensaiadas, Ponte 1 e Ponte 8, possibilita a determinação das respostas das pontes quando sujeitas à passagem do tráfego ferroviário com um ajuste muito bom, permitindo determinar ou confirmar os parâmetros inerentes ao comportamento dinâmico das estruturas quando sujeitas às condições de serviço e aferir fenómenos que ocorrem durante as vibrações forçadas das estruturas. Concretizando, salienta-se o funcionamento conjunto dos elementos que compõem a via férrea, carris e balastro, com a estrutura.

Quanto à resposta da ponte em termos de acelerações no domínio da frequência, é possível concluir que os modos elevados pouco contribuem para o cálculo da resposta da estrutura. As frequências com maior contributo para o cálculo da resposta correspondem à frequência do primeiro modo de vibração da ponte e às frequências derivadas da passagem do comboio sobre a ponte, 1,67, 3,35, 5,02 e 6,70 Hz, tendo em conta a expressão (5.3) em que $d_k=26,40\text{ m}$ e $i=1,\dots,4$, (Figura 5.30).

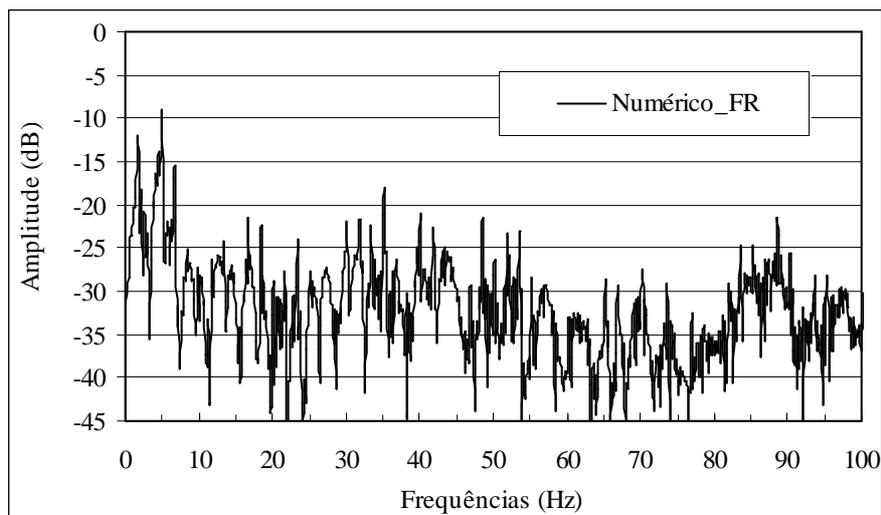


Figura 5.30 – Resposta em frequência das acelerações a meio da Ponte 8 devido à passagem do comboio EC a 159 km/h e recorrendo ao modelo das forças rolantes.

5.8.2.2. Influência do método de integração na determinação da resposta

De seguida comparam-se as respostas medidas nos ensaios dinâmicos com as obtidas por intermédio da aplicação das forças rolantes recorrendo aos três diferentes métodos de integração passo a passo, Newmark ($\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$), Wilson- θ ($\theta=1,4$) e da Sobreposição Modal.

Na medida em que as respostas calculadas na ponte no domínio do tempo por intermédio da aplicação das forças rolantes e dos vários métodos de integração não apresentam diferenças entre si, sendo portanto idênticas às representadas na Figura 5.26 e Figura 5.29, estas não são aqui apresentadas.

As Figura 5.31 e a Figura 5.32 efectuem a comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 8 quando sujeita à passagem da locomotiva 1047 e do comboio IC549, respectivamente. Para tal são utilizadas as respostas obtidas por intermédio dos três métodos de integração passo a passo, Newmark ($\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$), Wilson- θ ($\theta=1,4$) e Sobreposição Modal. Para o método da Sobreposição Modal apenas foram consideradas para a determinação da resposta a contribuição das frequências até ao terceiro modo de vibração da Ponte 8, portanto 37,16 Hz.

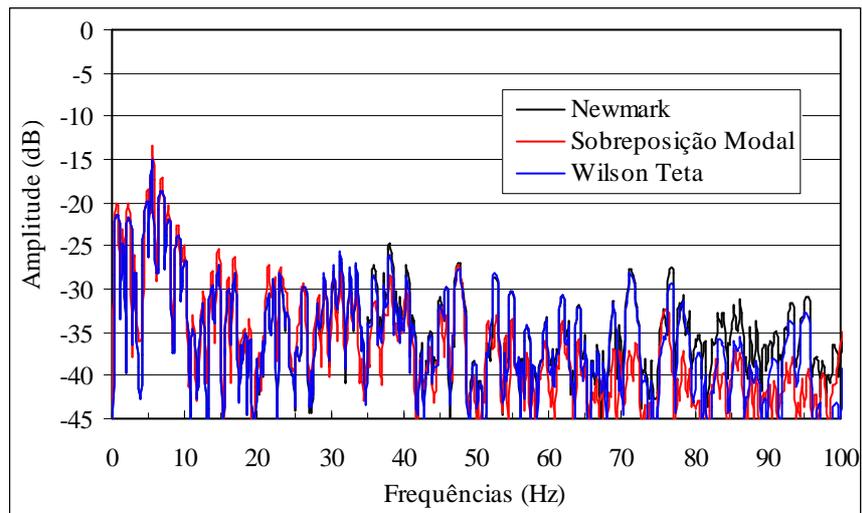


Figura 5.31 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 8 devido à passagem da locomotiva 1047 recorrendo às forças rolantes e aos três métodos de integração passo a passo.

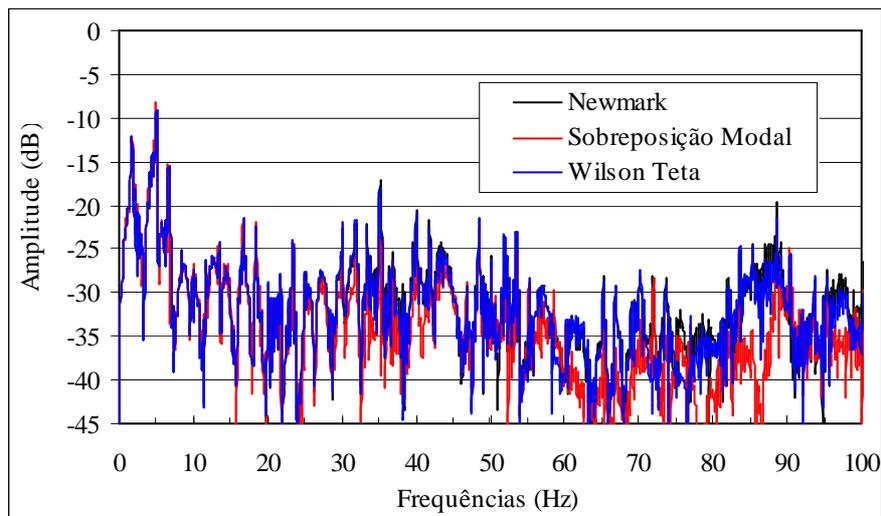


Figura 5.32 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 8 devido à passagem do comboio EC recorrendo às forças rolantes e aos três métodos de integração passo a passo.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 8 para a passagem da locomotiva e do comboio EC permite constatar que os três métodos apresentam uma contribuição de frequências similar para ambas as situações.

5.8.3. Conclusões

Para este 2º caso de estudo, Ponte 8, adaptou-se o modelo de elementos finitos desenvolvido aquando na análise do comportamento da Ponte 1, pois estas estruturas apresentam as mesmas características geométricas e materiais, foram realizadas na mesma altura, e nos ensaios dinâmicos foram determinados comportamentos idênticos.

Tabela 5.4 – Parâmetros e frequências de flexão dos modelos de elementos finitos desenvolvidos para a Ponte 8.

	Parâmetros			Frequências de Flexão [Hz]		
	K_{apoio} [MN/m]	E [GPa]	\bar{m} [kg/m]	1ª	2ª	3ª
Modelo 1	670	54,6	21080	5,44	17,74	37,16

Nesta ponte apenas se desenvolveu um modelo de elementos finitos bidimensional, tendo em conta os modos de vibração vertical, Tabela 5.4, na medida em que os efeitos derivados da torção do tabuleiro quando da passagem dos comboios são desprezáveis. Considerou-se a passagem de dois comboios diferentes, uma locomotiva à velocidade de 85 *km/h* e um comboio de passageiros tipo EC com 10 veículos a 159 *km/h*.

A comparação entre as acelerações medidas e calculadas revelaram boa concordância, deste modo é possível concluir que o modelo de elementos finitos desenvolvido para o efeito permite simular convenientemente o comportamento da ponte medida.

As respostas calculadas da estrutura permitem concluir que, a variação da massa do veículo sobre a ponte, os efeitos que ocorrem nos apoios da ponte e na camada de balastro influenciam o comportamento da ponte. Pois durante o tempo em que os comboios circulam sobre o tabuleiro, verificam-se variações significativas na frequência da resposta, nomeadamente decrescente quando o veículo está sobre a ponte e crescente quando o veículo sai da ponte, ocorrendo um incremento na primeira frequência de vibração de cerca de 20%.

As comparações efectuadas permitem também concluir que o intervalo de tempo adoptado no cálculo numérico é correcto, pois permite simular convenientemente a resposta da estrutura.

Atendendo à variação das amplitudes em vibração livre, nas duas comparações efectuadas, é possível concluir que o amortecimento utilizado para o primeiro modo de vibração da estrutura $\xi=5\%$, determina uma boa simulação das respostas confirmando o valor obtido nas medições.

Efectuou-se também a comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 8 quando sujeita à passagem da locomotiva 1047 e do comboio IC549, utilizando para tal os três métodos de integração passo a passo, Newmark ($\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$), Wilson- θ ($\theta=1,4$) e Sobreposição Modal. Esta comparação permitiu constatar que, para este caso de estudo, os três métodos de integração apresentam para ambas as situações uma contribuição de frequências similar, pode-se dizer que a resposta determinada apresenta uma adequada contribuição das frequências na resposta.

3º CASO DE ESTUDO

5.9. DESCRIÇÃO E MODELAÇÃO DA PONTE 12



Figura 5.33 – Vista geral da Ponte 12.

A Ponte 12 é a ponte com o menor comprimento de vão das três pontes apresentadas nos casos de estudo. A Ponte 12 é definida de igual modo por dois tabuleiros dispostos paralelamente, a fim de servirem o tráfego ferroviário com sentidos opostos, de betão pré-esforçado apresentando no entanto a particularidade de ser enviesada. Apesar de os apoios dos tabuleiros serem colineares, não são perpendiculares ao eixo longitudinal da ponte, fazendo com este um ângulo de $63,89^\circ$, ver Figura 5.33.

Na Figura 5.34 representa-se as características geométricas de um dos tabuleiros em que a ponte é concretizada, cujo comprimento de vão é igual a 11,44 m.

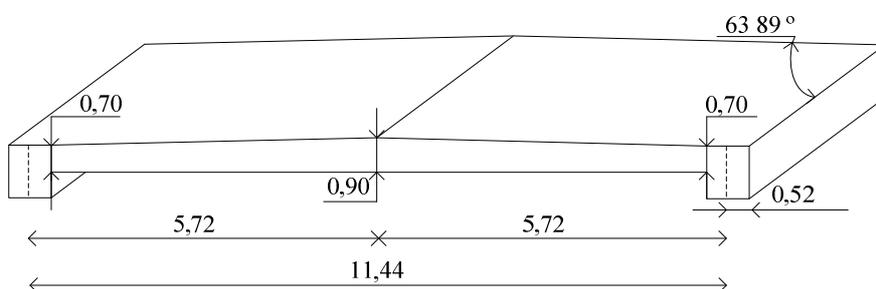


Figura 5.34 – Esquema de um dos tabuleiros da Ponte 12, em que as dimensões são em metros.

Esta configuração determina que os efeitos de torção não possam ser desprezados e o modelo bidimensional, em que apenas os efeitos verticais são contemplados, já não seja adequado.

A Figura 5.35 representa a face inferior de uma das extremidades da ponte, em que se pode observar a disposição paralela dos dois tabuleiros e a não continuidade entre os tabuleiros e os encontros. A Figura 5.36 representa a face superior da ponte em que se observa a continuidade da via férrea sobre os apoios da ponte, implementada pelos carris e pela camada de balastro das vias.



Figura 5.35 – Apoios da Ponte 12.



Figura 5.36 – Vista das vias sobre a Ponte 12.

5.10. O MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

5.10.1. Atendendo ao Projecto

No estudo preliminar da Ponte 12, [TDV - GmbH, 2003], o modelo de elementos finitos efectuado apresentava para o primeiro modo de vibração de flexão uma frequência de cerca de 6,19 *Hz*, seguido de um modo onde a torção é predominante, com cerca de 11,44 *Hz*, por fim um terceiro modo com flexão e torção associados de 18,00 *Hz*, ver Figura 5.37.

Devido ao facto da ponte ser enviesada, a norma [EN1991-2, 2003], recomenda que se efectue uma análise dinâmica à ponte tendo em conta o seu comportamento de flexão e torção. Desta forma, a análise dinâmica realizada indicava de igual modo uma ponte bastante sensível à passagem dos comboios a velocidades superiores ou iguais a 200

km/h, pois a aceleração máxima vertical ultrapassava em muito o valor limite de 0,35g para a verificação da segurança da circulação na via.

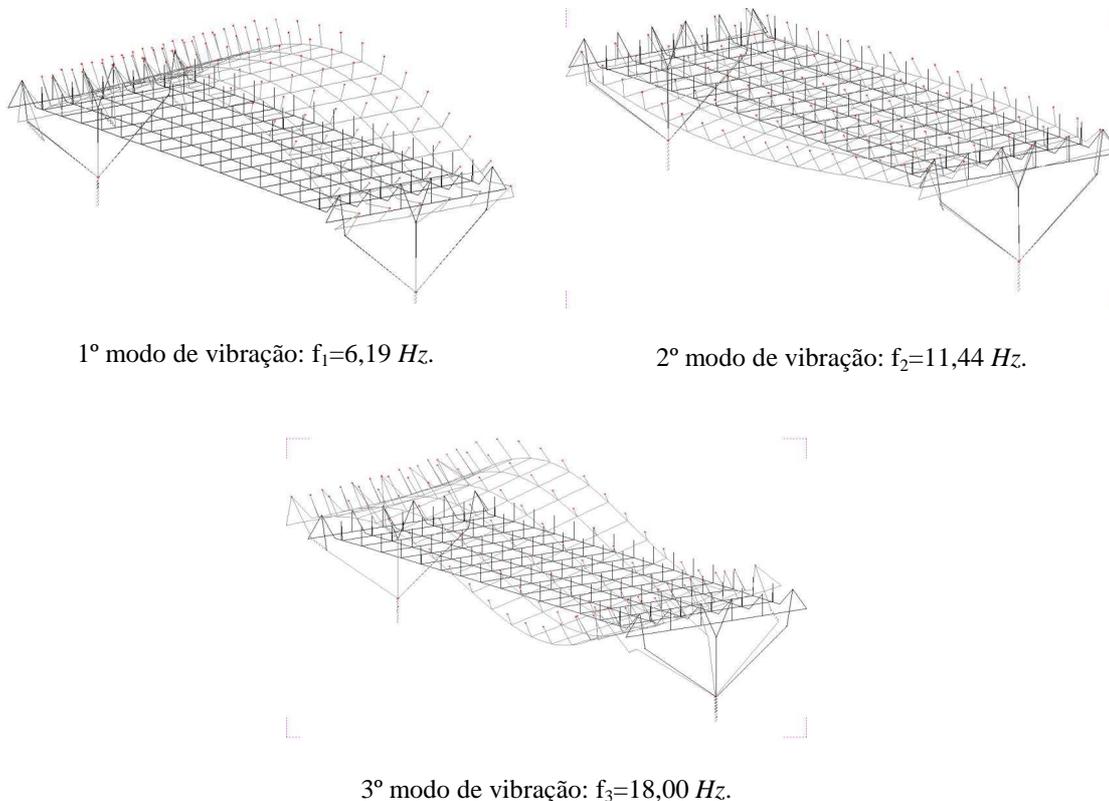


Figura 5.37 – Modos de vibração para a Ponte 12, [TDV - GmbH, 2003].

5.10.2. Resultados das Medições

Os resultados das medições revelaram que o tabuleiro quando sujeito a vibrações mobiliza o que lhe é adjacente, pois para cada modo de vibração, registou-se a duplicação dos picos das frequências correspondentes aos modos de vibração simétricos e anti-simétricos. Este comportamento, é aqui notório, devido a vários factores, nomeadamente de a ponte ser enviesada, ter um vão pequeno, e os apoios dos tabuleiros serem colineares. Outro factor é a continuidade dos elementos que constituem a plataforma ferroviária quer segundo o eixo longitudinal da ponte quer segundo o eixo transversal. Todos estes factores mobilizam a resistência ao corte do balastro existente entre as pontes, fazendo com que as estruturas vibrem em conjunto. De referir que este comportamento dos tabuleiros, registado nas medições da Ponte 12, foi também determinado nas medições das Pontes 1 e 8, no entanto nestas estruturas os picos das

frequências correspondentes aos modos de vibração simétricos e anti-simétricos estão bastante próximos, [Rebelo *et al.*, 2008].

Tabela 5.5 – Frequências próprias, amortecimento e modos de vibração medidos na Ponte 12, [Rebelo *et al.*, 2005c].

Modo	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Tipo de vibração
1°	13,7 a 13,2	7,7 a 6,4	Flexão
2°	16,5 a 16,9	4,7 a 3,6	Flexão
3°	26,2 a 26,3	3,0 a 2,3	Flexão+Torção
4°	29,4 a 31,8	1,5 a 2,1	Flexão+Torção
5°	41,4 a 41,6	2,1 a 1,0	Flexão
6°	43,6 a 44,4	2,2 a 1,6	Flexão
7°	50,7 a 50,7	0,2 a 0,2	Flexão
8°	51,8 a 51,8	0,2 a 0,3	Flexão

As frequências, modos de vibração e amortecimento, obtidos nas medições da Ponte 12 para os quatro primeiros modos de vibração, encontram-se indicados na Tabela 5.5. Chama-se à atenção para o facto de, neste caso, aparecer claramente dois picos de frequência onde apenas um seria de esperar. Este comportamento deve-se ao acoplamento dos dois tabuleiros através do balastro da via.

As frequências medidas na ponte revelam para o primeiro e segundo modo de vibração, simétrico e anti-simétrico, efeitos de flexão, para o terceiro e quarto modos efeitos de flexão e torção associados, para os restantes modos apenas efeitos de flexão. Por outro lado, dados os valores das frequências e a relações entre elas, constata-se a existência de restrições nos apoios. Associado ao primeiro modo de vibração está um coeficiente de amortecimento elevado, para os restantes modos, o amortecimento tem carácter decrescente para modos de ordem crescente.

Os valores identificados para os amortecimentos confirmam o comportamento anteriormente encontrado na Ponte 1 e na Ponte 8. Ou seja, associado ao primeiro modo estão grandes amplitudes de vibração as quais mobilizam vários mecanismos e conseqüentemente uma maior dissipação de energia.

A observação da Tabela 5.5 permite também constatar que as frequências medidas para a Ponte 12 são superiores às medidas nas pontes anteriores. A primeira frequência é de cerca de $13,2 \text{ Hz}$ o que era de esperar dadas as características geométricas que lhe estão associadas.

Desenvolveu-se no software ADINA um modelo de elementos finitos tridimensional em que os dois tabuleiros se encontram ligados por molas verticais que pretendem simular nesta direcção a resistência do balastro ao corte. Nas extremidades dos tabuleiros integraram-se as molas horizontais que simulam as restrições inerentes à continuidade da via férrea e ao impedimento de translação horizontal dos apoios.

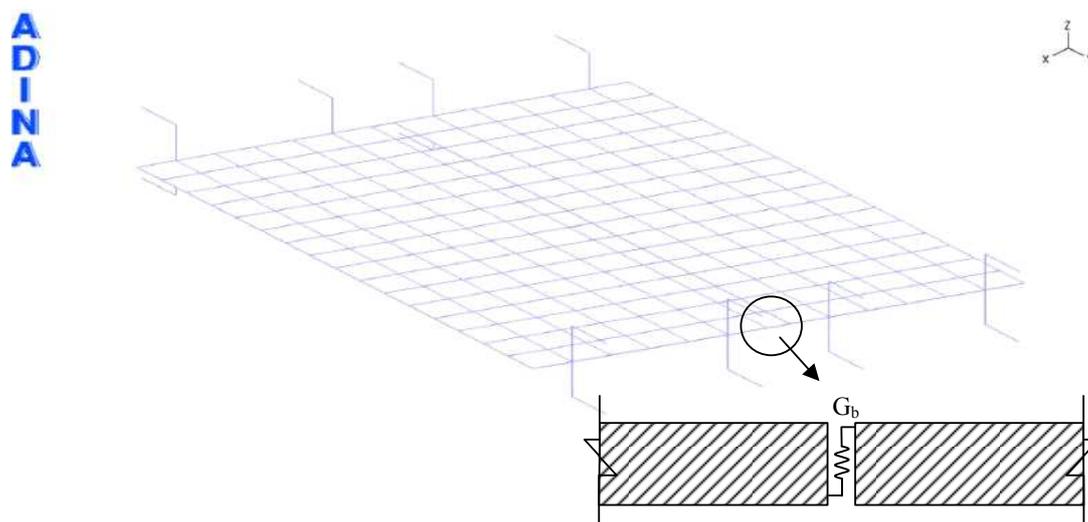
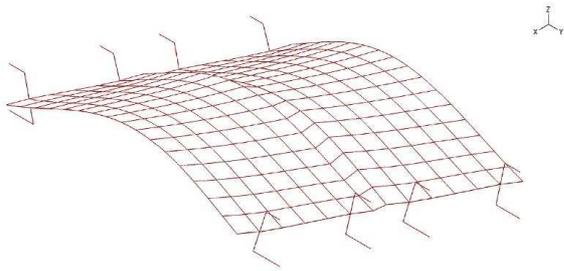
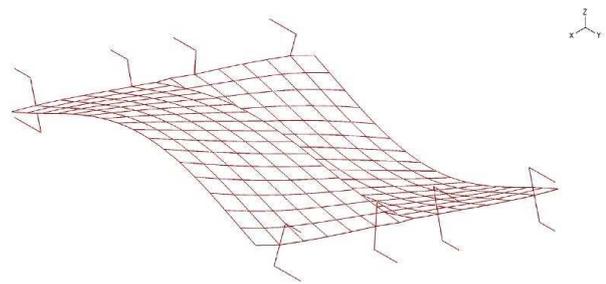


Figura 5.38 – Modelo de elementos finitos desenvolvido para a Ponte 12.

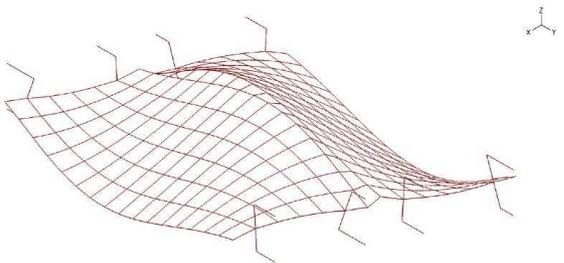
Dadas as dimensões da ponte adoptou-se uma discretização de 16×6 elementos de dimensões iguais a $0,715 \times 0,8425 \text{ m}^2$, ver Figura 5.38. Considerou-se a espessura da ponte constante e igual a $0,8 \text{ m}$. O elemento finito utilizado foi o de laje, de forma quadrilátera, com 9 nós e cada nó com seis graus de liberdade.



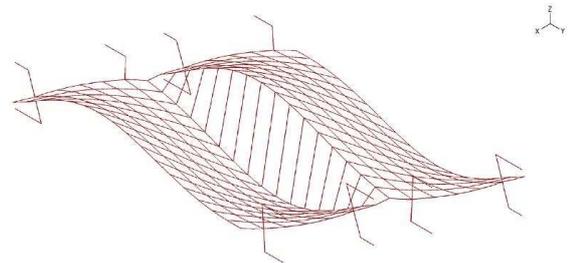
1º modo de vibração: $f_1=13,03$ Hz.



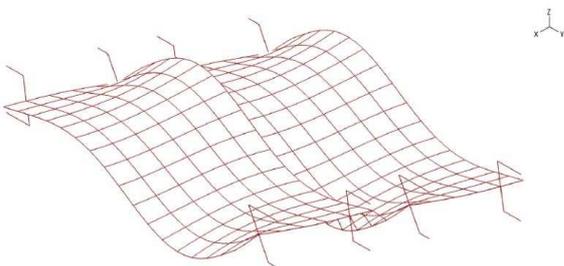
2º modo de vibração: $f_2=15,94$ Hz.



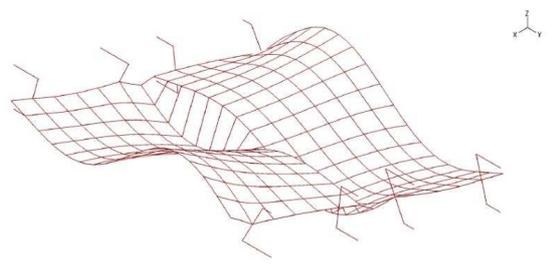
3º modo de vibração: $f_3=26,39$ Hz.



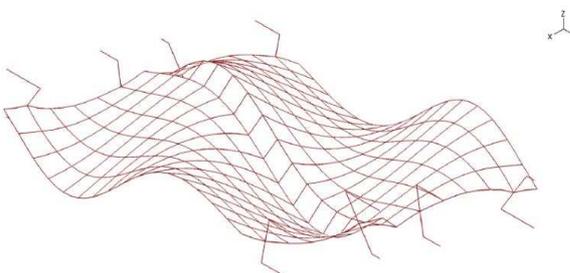
4º modo de vibração: $f_4=34,30$ Hz.



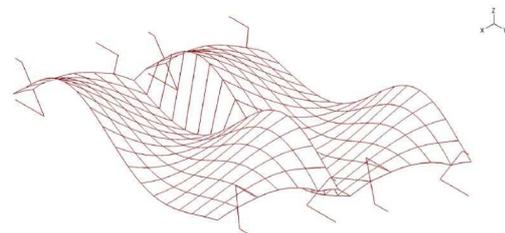
5º modo de vibração: $f_5=44,20$ Hz.



6º modo de vibração: $f_6=44,92$ Hz.



7º modo de vibração: $f_7=54,46$ Hz.



8º modo de vibração: $f_8=60,20$ Hz.

Figura 5.39 – Modos e frequências de vibração para a Ponte 12.

As propriedades dos materiais são as utilizadas anteriormente nas outras pontes, as referidas no item 5.4.2, para o betão, o peso específico $\gamma_c=25 \text{ kN/m}^3$ e para o balastro o peso específico $\gamma_b=20 \text{ kN/m}^3$, perfazendo uma massa por unidade de comprimento igual a $\bar{m}=21080 \text{ kg/m}$, quanto ao módulo de elasticidade da estrutura, $E=54,6 \text{ GPa}$. Quanto ao valor da rigidez das molas que simulam a resistência do balastro ao corte G_b , foi obtida por sucessivas comparações entre os valores das frequências dos modos de vibração do modelo numérico da ponte com os respectivos valores obtidos das medições, resultando $G_b=35 \text{ MPa}$.

Conforme se pode visualizar as frequências obtidas para os diversos modos de vibração no modelo numérico apresentam um bom ajuste com os resultados obtidos das medições, ver Tabela 5.5 e Figura 5.39.

Quanto aos parâmetros utilizados para a definição da matriz de amortecimento foram $\alpha=8.509 \text{ s}$ e $\beta=2.177\text{E-}04 \text{ s}^{-1}$ obtidos para os coeficientes de amortecimento de 5% e 1% para o 1º e 5º modos de vibração vertical da ponte medida.

5.11. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 12

Para a comparação das acelerações medidas com as calculadas, considerou-se a passagem de diferentes comboios, nomeadamente o comboio de alta velocidade IC com catorze veículos à velocidade de 148 km/h e a locomotiva 1116. Este último veículo deslocava-se à velocidade de 150 km/h sobre o tabuleiro adjacente à que se colocou os acelerómetros, portanto no sentido oposto ao dos comboios que circulam sobre o tabuleiro instrumentado.

Esta comparação foi efectuada recorrendo-se à aplicação das forças rolantes, ou seja, definiram-se as histórias das forças ao longo do tempo nos nós que se situam sobre o eixo longitudinal do modelo de elementos finitos da ponte, Figura 5.39, de modo a simular a passagem dos comboios.

5.11.1. Análise da Passagem da locomotiva 1116

A locomotiva 1116 apresenta a configuração representada na Figura 5.40, as distâncias entre eixos são 3,00 e 6,90 m, respectivamente as forças por eixo são iguais a $P=210,95$ kN. A velocidade de circulação da locomotiva sobre a ponte foi de 150 km/h.

Conforme se pode concluir a distância entre o primeiro e o último eixo da locomotiva é de 12,90 m, superior ao vão da Ponte 12 de 11,44 m.

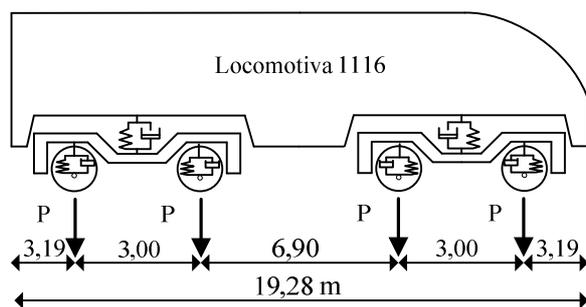


Figura 5.40 – Representação da locomotiva tipo 1116.

5.11.1.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

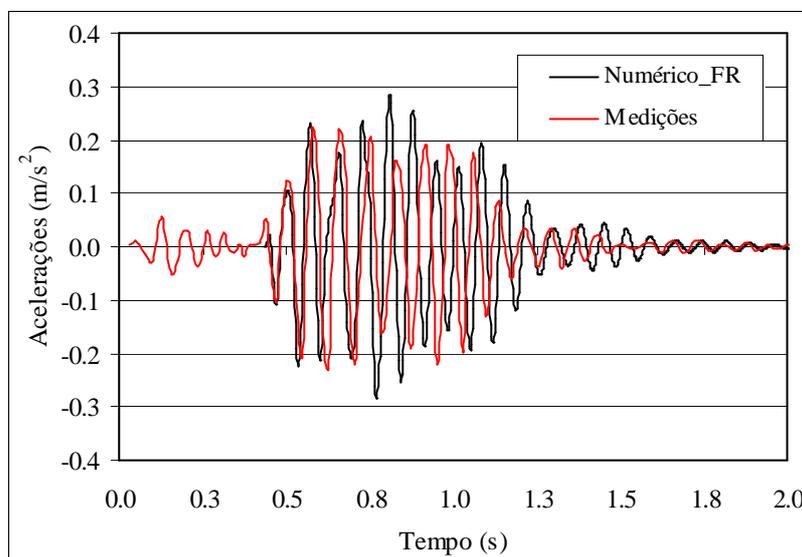


Figura 5.41 – Comparação entre a resposta numérica e a medida da Ponte 12 devido à passagem da locomotiva 1116 a 150 km/h no tabuleiro adjacente ao instrumentado.

A Figura 5.41 representa a comparação entre as acelerações medidas e as calculadas no tabuleiro instrumentado quando no tabuleiro adjacente circula uma locomotiva 1116 à

velocidade de 150 *km/h*. O intervalo de tempo adoptado para esta análise foi igual a $\Delta t=0,003$ s, de acordo com os pressupostos anteriormente utilizados nas Pontes 1 e 8.

A observação da Figura 5.41 permite constatar que a resposta calculada se ajusta à resposta medida nos primeiros instantes de tempo cerca dos 0,7 s, tempo em que o primeiro eixo da locomotiva abandona a ponte e o quarto está prestes a entrar. Entre o tempo de 0,7 s e o tempo que a ponte fica em vibração livre, cerca dos 1,04 s, a frequência da resposta da ponte tem um comportamento decrescente, após a passagem da locomotiva sobre a ponte, o valor da frequência da resposta é crescente.

Como nas pontes anteriores, a variação da frequência da resposta da estrutura instrumentada quando sujeita ao tráfego ferroviário revela que o comportamento dinâmico da ponte é influenciado por diversos parâmetros, nomeadamente a massa do veículo que circula e os efeitos de segunda ordem inerentes aos apoios da ponte e à camada do balastro existente sobre os tabuleiros. A rigidez de corte do balastro anteriormente determinada permite aferir a ligação entre os dois tabuleiros quando sujeitos à passagem dos comboios.

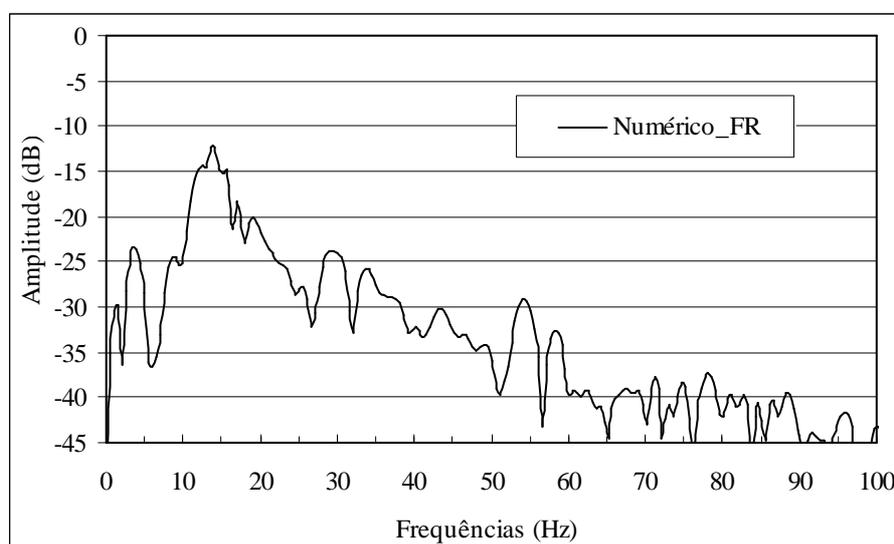


Figura 5.42 – Resposta em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 12 para a passagem da locomotiva 1116 a 150 *km/h* recorrendo a forças rolantes.

Fazendo a análise da resposta em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 12 para a passagem da locomotiva à velocidade de 150 *km/h*, no tabuleiro adjacente onde se efectuou as medições, embora com predominância na contribuição das frequências

relativas ao primeiro modo de vibração da ponte e da frequência de excitação de menor ordem, devido à passagem da locomotiva, concluí-se que neste cálculo existe uma maior contribuição das frequências até aos 50 Hz.

5.11.2. Análise da Passagem do Comboio tipo IC

O comboio tipo IC é definido nas especificações fornecidas pela OBB do tráfego ferroviário que circula na linha Linz-Wels, como um comboio constituído com 14 veículos: a locomotiva tipo Look 1, doze carruagens de passageiros tipo 3B e uma carruagem de serviços.

As características das carruagens estão representadas na Figura 5.43. As forças nos eixos dos veículos correspondem a $P_{loco.}=210,95 \text{ kN}$ e $P_{carr.}=140,00 \text{ kN}$, respectivamente para a locomotiva e carruagem. A velocidade de circulação do comboio sobre a ponte foi de 148 km/h.

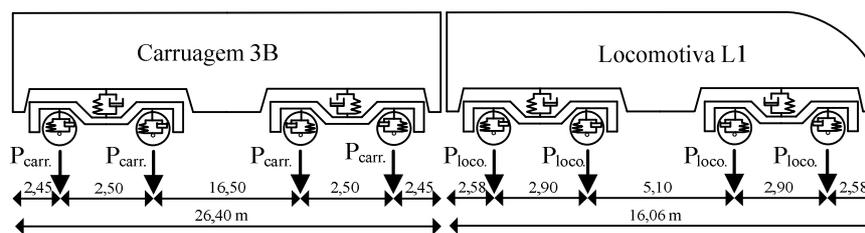


Figura 5.43 – Representação dos veículos que definem o comboio IC.

5.11.2.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

As forças a aplicar aos nós situados no eixo longitudinal da estrutura devidas à passagem do comboio à velocidade de 148 km/h foram determinadas recorrendo a um intervalo de tempo igual a $\Delta t=0,003 \text{ s}$.

Tendo em conta a complexidade do modelo de elementos finitos elaborado para esta ponte e a velocidade reduzida de circulação do comboio, os cálculos efectuados demonstraram-se muito morosos pois a dimensão dos ficheiros de resultados ultrapassavam os cerca de 4Gb.

A comparação entre as medições e os cálculos obtidos a meio vão do tabuleiro da Ponte 12 aquando da passagem do comboio IC em termos de acelerações, está representada na

Figura 5.44. Conforme se pode observar pela Figura 5.45, pormenor da Figura 5.44 em que apenas são apresentados os primeiros 4 s da passagem do comboio IC sobre a ponte, nesta comparação não se tem a concordância que se obteve para as anteriores comparações. Este facto deve-se à complexidade do modelo estrutural, tipo de elemento finito utilizado.

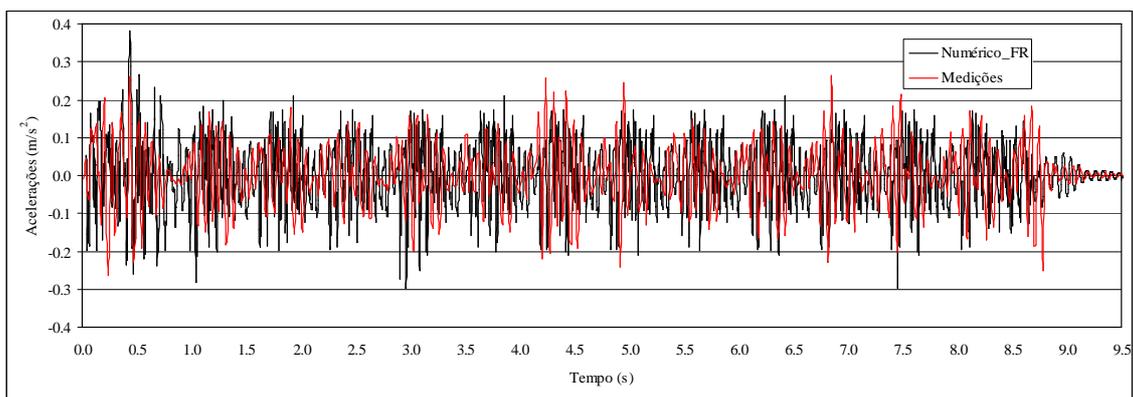


Figura 5.44 – Comparação entre as acelerações calculadas e medidas a meio vão da Ponte 12 para a passagem do comboio IC à velocidade de 148 *km/h* considerando o método de Wilson- θ .

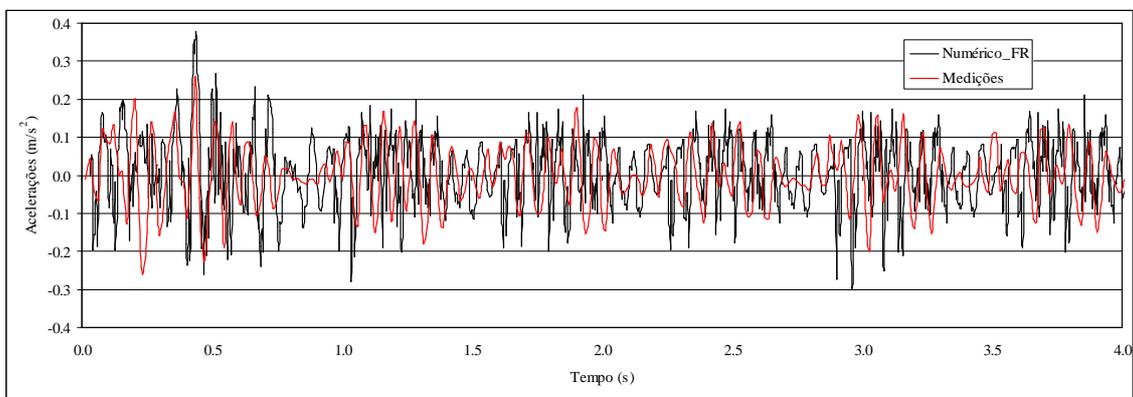


Figura 5.45 – Comparação entre as acelerações calculadas e medidas a meio vão da Ponte 12 para a passagem do comboio IC para os primeiros 4 s de medição.

Na Figura 5.46 apresentam-se a resposta em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 12 onde é notório que as frequências dos primeiros modos de vibração e de excitação da estrutura não apresentam um contributo significativo na resposta da estrutura, comparativamente às restantes frequências do espectro representado. De acordo com a equação (5.3) a passagem do comboio IC à velocidade de 148 *km/h* e com

a carruagem de comprimento $d_k=26,40$ m provoca a excitação nas seguintes frequências: 1,55, 3,11 e 4,67 Hz para $i=1,2$ e 3, respectivamente.

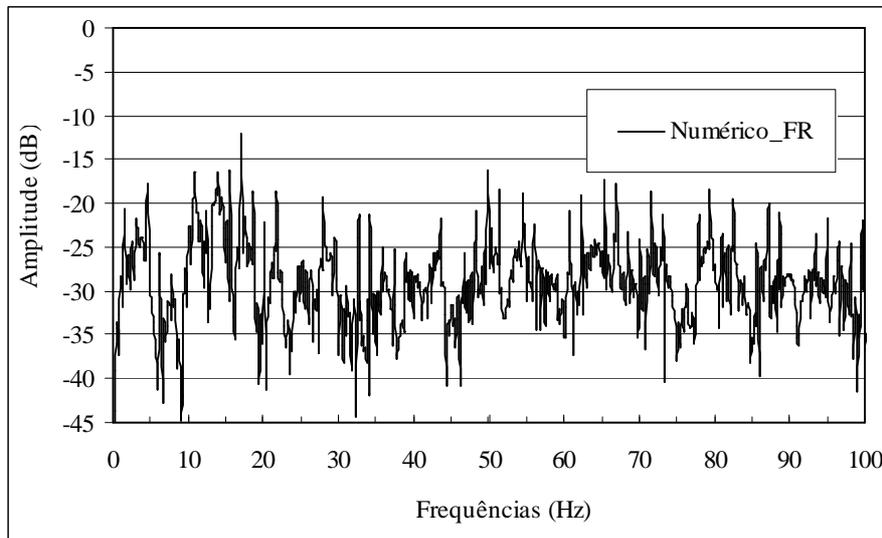


Figura 5.46 – Resposta em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 12 devido à passagem do comboio IC à velocidade de 148 km/h recorrendo ao método de Wilson- θ .

Atendendo a estes resultados poder-se-á dizer que não é possível determinar uma resposta para a passagem do comboio IC com qualidade igual às obtidas anteriormente nas Pontes 1, 8 e nesta Ponte 12, para a passagem da locomotiva, este comportamento é devido a vários factores, entre eles salientam-se:

- Os valores das frequências dos primeiros modos de vibração da Ponte 12 são muito elevados pois estão compreendidos entre os 13 Hz e os 60 Hz e deste modo distantes das frequências de excitação da estrutura quando sujeita à passagem do comboio, 1,56 Hz e 3,11 Hz;
- O modelo de elementos finitos desenvolvido para a Ponte 12 é mais complexo que o modelo aplicado nas pontes anteriores, trata-se de um modelo tridimensional de modo a ter-se em conta os efeitos de torção existentes na estrutura, com elementos finitos tipo laje, de forma quadrilátera, com 9 nós por elemento e com seis graus de liberdade por nó.

5.11.2.2. Influência do método de integração na determinação da resposta

Neste 3º caso de estudo dado existir uma maior contribuição das frequências até aos 50 *Hz*, conforme se pode constatar nas respostas em frequência das respostas da Ponte 12 para as diferentes passagens de comboios, apenas se compara a aplicação do método de Wilson- θ com o método da Sobreposição Modal. No método de Sobreposição Modal utilizou-se para o cálculo da resposta o contributo das primeiras frequências de vibração da estrutura, nomeadamente as frequências até ao quinto modo de vibração da ponte (ou terceiro modo do tabuleiro instrumentado) cerca de 44,20 *Hz*, [EN1990-Annex A2, 2005].

A Figura 5.47 representa a comparação das respostas em frequência das respostas da ponte 12 para a passagem da locomotiva 1116 à velocidade de 150 *km/h* no tabuleiro adjacente ao que se colocaram os acelerómetros, portanto no sentido oposto ao dos comboios que circulam sobre o tabuleiro instrumentado.

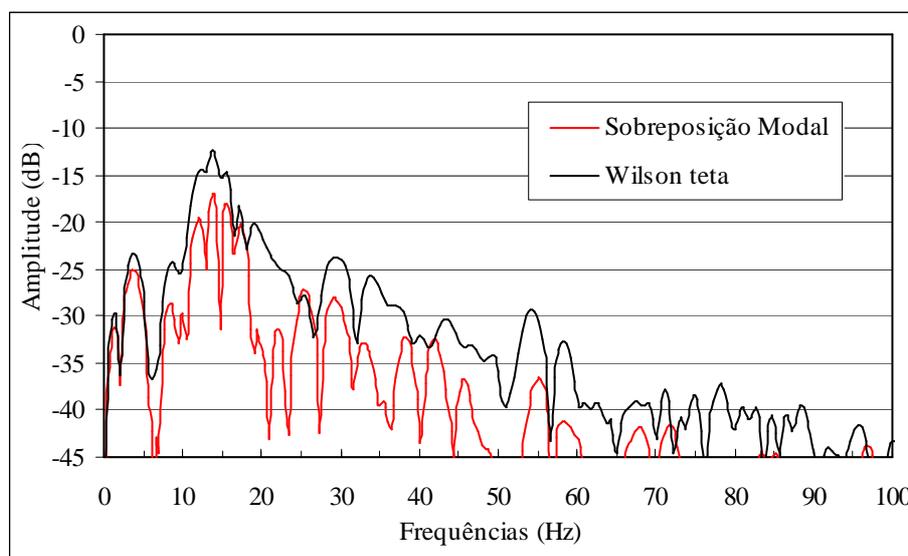


Figura 5.47 – Comparação entre as respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 12 para a passagem da locomotiva 1116 a 150 *km/h* considerando o método da Sobreposição Modal e o de Wilson- θ .

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão do tabuleiro da Ponte 12 para a passagem da locomotiva 1116 recorrendo aos dois métodos de integração passo a passo permite concluir que a utilização do método da Sobreposição

Modal viabiliza a contribuição de um espectro menor de frequências no cálculo da resposta. A resposta no domínio do tempo para este método toma a configuração que se apresenta na Figura 5.48 o que revela uma menor concordância com a resposta medida do que a obtida com o método de Wilson- θ para o mesmo efeito.

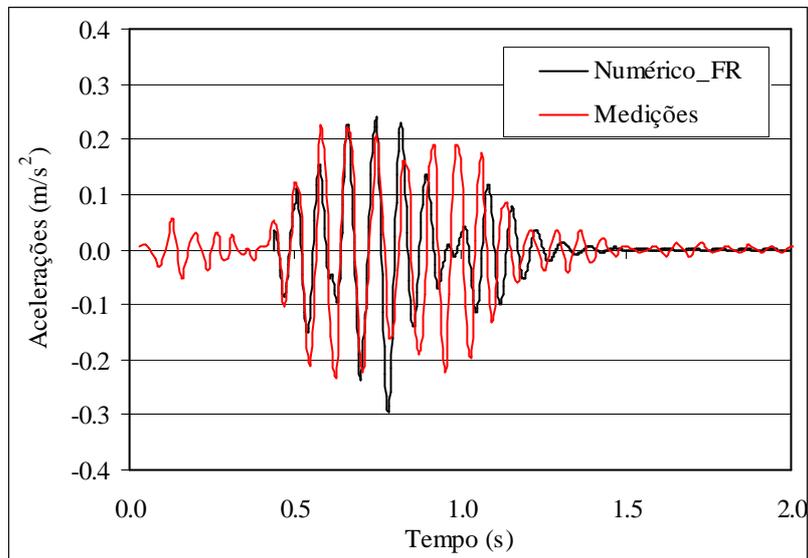


Figura 5.48 – Comparação entre a resposta calculada e a medida da Ponte 12 devido à passagem da locomotiva 1116 a 150 km/h considerando o método da Sobreposição Modal.

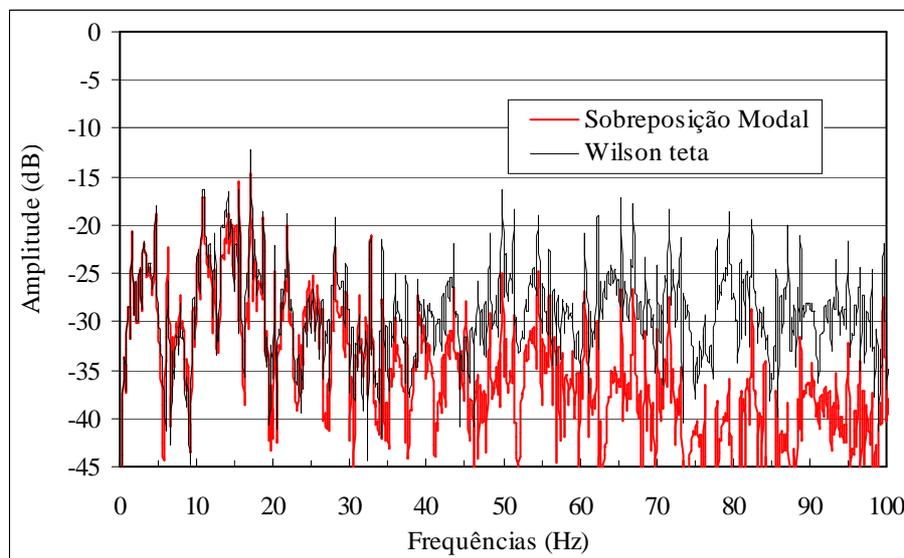


Figura 5.49 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 12 devido à passagem do comboio IC à velocidade de 148 km/h considerando o método da Sobreposição Modal e o de Wilson- θ .

A Figura 5.49 representa a comparação das respostas em frequência das respostas da Ponte 12 para a passagem do comboio IC à velocidade de 148 *km/h* sobre o tabuleiro em que se colocaram os acelerómetros para os dois métodos de integração passo a passo.

Os resultados obtidos com o método da Sobreposição Modal apresentam, em relação aos obtidos por aplicação do método de Wilson- θ , uma menor contribuição das frequências elevadas (as superiores a 50 *Hz*). Nesta resposta as frequências com maior contribuição são as dos primeiros modos de vibração e das frequências de excitação pela passagem do comboio IC, ver Figura 5.49.

A comparação das acelerações medidas e calculadas a meio vão do tabuleiro da Ponte 12 para a passagem do comboio IC no domínio do tempo e recorrendo ao método da Sobreposição Modal, ver Figura 5.50, determina as mesmas conclusões anteriormente efectuadas quando da utilização do método de Wilson- θ .

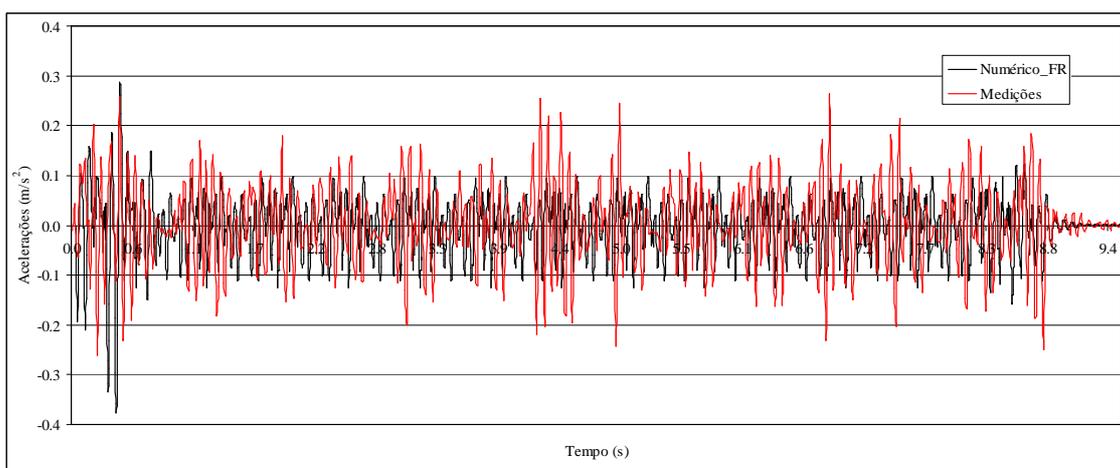


Figura 5.50 – Comparação entre as acelerações calculadas e medidas a meio vão da Ponte 12 para a passagem do comboio IC à velocidade de 148 *km/h* considerando o método de sobreposição modal.

5.11.3. Conclusões

Neste item apresenta-se o modelo de elementos finitos desenvolvido para uma ponte enviesada com 11,44 *m* de vão de modo a aferir as respostas medidas para diferentes situações de serviço.

Devido à configuração geométrica da ponte os efeitos de torção não podem ser desprezados e o modelo de elementos finitos desenvolvido é tridimensional. Por outro lado, de acordo com os resultados das medições, quando um dos tabuleiros da ponte está sujeito a vibrações mobiliza o que lhe é adjacente. Deste modo, o modelo de elementos finitos desenvolvido para a análise do comportamento da Ponte 12 quando sujeita à passagem de diferentes comboios teve de incluir os dois tabuleiros da ponte.

Para o modelo de elementos finitos desta ponte adoptou-se os parâmetros definidos nas Pontes 1 e 8, nomeadamente a rigidez das molas horizontais nas extremidades dos tabuleiros 670 MN/m , o módulo de elasticidade da estrutura $56,4 \text{ GPa}$ e a massa por unidade de comprimento 21080 kg/m .

As frequências e modos de vibração do modelo desenvolvido para a Ponte 12 apresentam um bom ajuste entre os respectivos valores e modos obtidos nas medições da estrutura. As frequências dos modos de vibração da Ponte 12 são superiores à das Pontes 1 e 8, entre os 13 e os 60 Hz , portanto bastante afastadas das frequências de excitação que os comboios provocam quando circulam sobre ela. Quanto ao amortecimento, os valores utilizados para os diversos modos, concordam com os valores anteriormente utilizados nos cálculos das respostas, nomeadamente de 5% para o primeiro modo de vibração e de 1% para o terceiro modo de vibração.

Devido à complexidade do modelo de elementos finitos desta ponte não foi possível visualizar para todas as respostas da ponte, sujeita aos diferentes tipos de comboios, a mesma nitidez na concordância entre as respostas calculadas e medidas como anteriormente obtido nas Pontes 1 e 8. No entanto, a passagem de uma locomotiva permitiu aferir o modelo de elementos finitos desenvolvido, confirmando os valores utilizados nas molas transversais que simulam o comportamento do balastro, existente entre as duas vias férreas, quando solicitado nas condições normais de serviço.

As respostas calculadas da Ponte 12 permitiram assim de igual modo concluir que o comportamento dinâmico da ponte é influenciado pela massa do veículo que circula e pelos efeitos de segunda ordem inerentes, aos apoios da ponte e à camada de balastro existente sobre os tabuleiros. Acrescendo ainda, a aferição da rigidez de corte do

balastro, que confere a ligação entre os dois tabuleiros mesmo quando sujeitos à passagem dos comboios.

Este caso de estudo permitiu ainda concluir que para pontes de comportamento complexo, com efeitos de torção não desprezáveis, definidas por modelos de elementos finitos com elementos quadriláteros e com frequências de vibração elevadas, as respostas que se obtêm para diferentes métodos de integração passo a passo apresentam um contributo muito superior das altas frequências, para além dos cerca de 50 *Hz*.

5.12. AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE 1

Sabendo que o esquema estrutural da Ponte 1, quando definida em projecto equivale a uma viga simplesmente apoiada, julgou-se apropriado comparar o comportamento dinâmico deste modelo com o obtido do modelo com as restrições nos apoios da ponte e com o coeficiente do amortecimento igual a $\xi=0,05$, resultante das medições.

Nesta secção pretende-se de igual modo comparar os resultados obtidos com a aplicação das diferentes metodologias que envolvem a consideração do comboio como forças rolantes a circular em sobre a ponte. Assim numa primeira análise determinam-se as respostas da ponte recorrendo a um método de integração passo a passo do sistema de equações de equilíbrio e posteriormente aos métodos simplificados. Neste estudo o comboio utilizado foi o comboio real de alta velocidade, ICE2 cuja descrição das suas características geométricas e dinâmicas, para a realização da interacção, se encontra no Capítulo 2.

O estudo do comportamento dinâmico da ponte foi complementado tendo em conta a comparação das suas respostas recorrendo a forças rolantes e à interacção entre o veículo e a ponte, para tal o comboio ICE foi utilizado de igual modo. Conforme descrito no Capítulo 2, apenas as características geométricas e dinâmicas de dois comboios reais de alta velocidade são dadas no relatório 9 da *Comissão de Especialistas do ERRI* [ERRI D214/RP8, 1999], as do comboio convencional ICE e as do comboio articulado Eurostar. Dado que o modelo simplificado de veículo utilizado nesta investigação para efectuar a interacção entre o comboio e a ponte é apropriado para modelar um comboio convencional, o comboio articulado Eurostar não foi considerado nesta análise.

As análises aqui apresentadas baseiam-se na utilização de modelos de elementos finitos bidimensionais para a Ponte 1, portanto em que os modos de vibração vertical são suficientes. A utilização deste tipo de modelação justifica-se na medida em que os efeitos de torção na Ponte 1 podem ser desprezáveis, sobre tal a norma [EN1991-2, 2003], referem que quando a relação entre a primeira frequência própria à torção n_T e a primeira frequência própria à flexão n_0 ($=f_1$), for $n_T/n_0 > 1,2$, tal pode suceder.

5.12.1. Recorrendo ao Modelo Definido em Projecto

Recordando a Ponte 1 com condições definidas em projecto apresenta um vão de 23,5 m, uma massa por unidade comprimento $\bar{m}=21,08 \text{ ton/m}$, e uma rigidez de flexão cerca de $EI=19,34E9 \text{ N}\times\text{m}^2$, em que $E_c=40E9 \text{ GPa}$. Deste modo, as frequências para os três primeiros modos de vibração vertical são: 2,72, 18,90 e 24,52 Hz, respectivamente [TDV - GES.M.B.H, 2003].

Tendo em conta estes valores e os limites da frequência natural da ponte n_0 para o primeiro modo de vibração, indicados na norma [EN1991-2, 2003] e representados na Figura 5.51, é possível observar que $n_0=2,72 \text{ Hz}$ se encontra aquém do limite inferior. Portanto esta ponte é muito flexível e não está dispensada de uma análise dinâmica, mesmo para velocidades de circulação inferiores a 200 km/h.

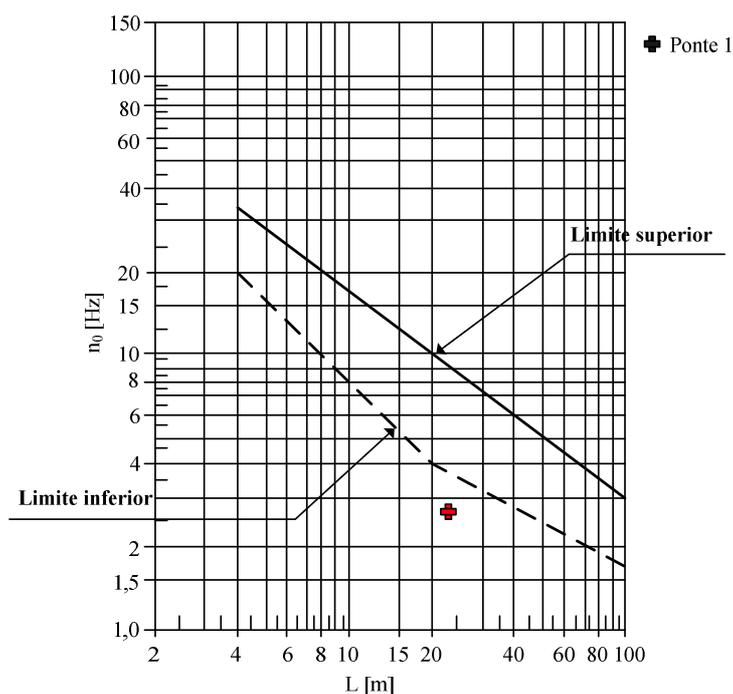


Figura 5.51 – Limites da frequência natural da ponte n_0 (Hz) em função do vão L (m), adaptado de [EN1991-2, 2003].

Outro indicador da flexibilidade da ponte é a relação L/δ_{LM71} , onde δ_{LM71} representa o deslocamento máximo vertical a meio vão da ponte para a carga LM71, atendendo a que $\delta_{LM71}=23,04 \text{ mm}$ determina-se para a relação o valor de $L/\delta_{LM71}\approx 1020$, valor baixo e portanto representativo de uma estrutura flexível.

5.12.1.1. Método de Integração Passo a Passo – Wilson- θ

A realização de uma análise dinâmica tendo em conta a determinação do valor máximo de aceleração vertical no tabuleiro deve ser feita atendendo ao especificado nas normas [EN1990-Annex A2, 2005], nomeadamente no que diz respeito à frequência máxima a ter em conta no cálculo estrutural. Ou seja, deverão ser tidos em conta frequências até ao máximo de 30 Hz ou a 1,5 vezes a frequência do primeiro modo de vibração do elemento estrutural a analisar, incluindo no mínimo os três primeiros modos de vibração.

Por outro lado em [ERRI D214/RP9, 1999], é referido a importância da fixação do intervalo de tempo, a usar na determinação das respostas da estrutura ao longo do tempo, pois o valor usado de Δt deve assegurar uma adequada contribuição dos modos de vibração da estrutura. Nesta referência são indicados vários critérios para a escolha de Δt , nomeadamente:

- Δt é função da frequência mais alta que se pretende considerar na resposta da estrutura $f_{m\acute{a}x}$:

$$\Delta t = \frac{1}{8f_{m\acute{a}x}} \quad (5.4)$$

- Δt é função do tempo que o comboio leva a percorrer a ponte de vão L , com a velocidade máxima de circulação $v_{m\acute{a}x}$:

$$\Delta t = \frac{L}{200v_{m\acute{a}x}} \quad (5.5)$$

- Δt é função do número de modos de vibração n , a considerar para o cálculo da resposta:

$$\Delta t = \frac{L}{4nv_{m\acute{a}x}} \quad (5.6)$$

Se atendermos aos critérios referidos em [Bathe, 1996], na aplicação dos diferentes métodos implícitos de resolução da equação de equilíbrio, e já anteriormente referidos no Capítulo 4, podemos constatar que o primeiro critério (5.4) é análogo a adoptar para Δt um valor da ordem de $\Delta t = T_n/10$, ao passo que o segundo critério (5.5) corresponde ao critério $\Delta t \leq T_n/100$. Esta última expressão conduz a uma solução precisa, onde os erros inerentes ao aumento do período e à diminuição da amplitude da resposta são desprezáveis.

Considerando estes critérios para a selecção do intervalo de tempo a implementar no método de integração passo a passo, substituindo as variáveis teremos:

$$\Delta t = \frac{1}{8f_{\text{máx.}}} = \frac{1}{8 \times 30} = 0.004 \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{L}{200v_{\text{máx.}}} = \frac{23.5}{200 \times \frac{300}{3.6}} = 0.001 \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{L}{4nv_{\text{máx.}}} = \frac{23.5}{4 \times 3 \times \frac{300}{3.6}} = 0.024 \text{ s}$$

Valores bastante diferentes uns dos outros, mas se atendermos a um outro critério, também indicado em [Bathe, 1996], em que para os métodos implícitos incondicionalmente estáveis é suficiente utilizar a relação $\Delta t = T_n/20$ para a determinação do intervalo de tempo, o valor adoptado para o cálculo dos valores máximos de aceleração e deslocamento a meio vão da ponte recorrendo ao método de Wilson- θ foi $\Delta t = 0,002 \text{ s}$.

A análise dinâmica efectuada considerou um varrimento de velocidades no intervalo compreendido entre os 140 a 300 *km/h*, conforme determina a norma [EN1991-2, 2003]. A maior velocidade designada como a velocidade de cálculo, corresponde a 1,2 vezes a velocidade máxima de circulação na via estudada, 250 *km/h*, ou seja $v_{DS} = 1,2 \times 250 = 300 \text{ km/h}$. O incremento de velocidades considerado foi de 5 *km/h*, um menor incremento foi utilizado junto à velocidade de ressonância.

Para a análise efectuada admitiu-se o modelo de elementos finitos da ponte dividido em cerca de 24 elementos com cerca de 0,9792 m de extensão. Relativamente ao amortecimento estrutural a norma [EN1991-2, 2003] determina a adopção do valor limite inferior igual a $\xi=1\%$ para $L \geq 20$ m. Deste modo os coeficientes de Rayleigh α e β , da matriz de amortecimento, foram determinados estabelecendo para o primeiro e quarto modo de vibração o valor de 1%. A adopção destes valores atendeu ao critério normalmente utilizado quando em projecto.

Na medida em que se pretende comparar, numa secção posterior, os resultados decorrentes da utilização das diferentes metodologias de forças rolantes com os da interacção entre o veículo e a ponte, nesta análise dinâmica não se teve em conta o incremento de amortecimento $\Delta\xi=0,102\%$ a considerar quando se processa uma análise com forças rolantes, conforme determina a norma [EN1991-2, 2003].

As Figura 5.52 e Figura 5.53 representam respectivamente os valores máximos dos deslocamentos e acelerações a meio vão da ponte para a passagem do comboio ICE2.

Conforme se pode constatar a passagem das sucessivas forças regularmente espaçadas de $d_k=26,4$ m, comprimento característico do ICE2, induzem à ressonância da estrutura para a velocidade de cerca de 257 km/h, atendendo à primeira frequência própria da estrutura, esta velocidade crítica pode ser determinada por:

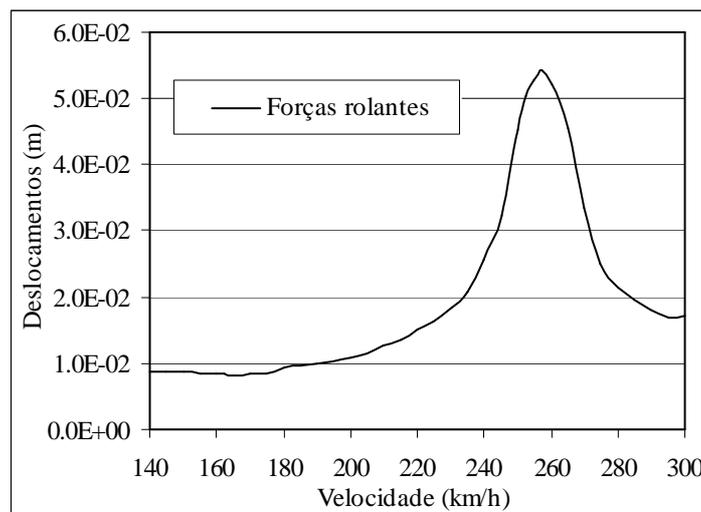


Figura 5.52 – Deslocamentos máximos a meio vão da ponte considerando o modelo de forças rolantes.

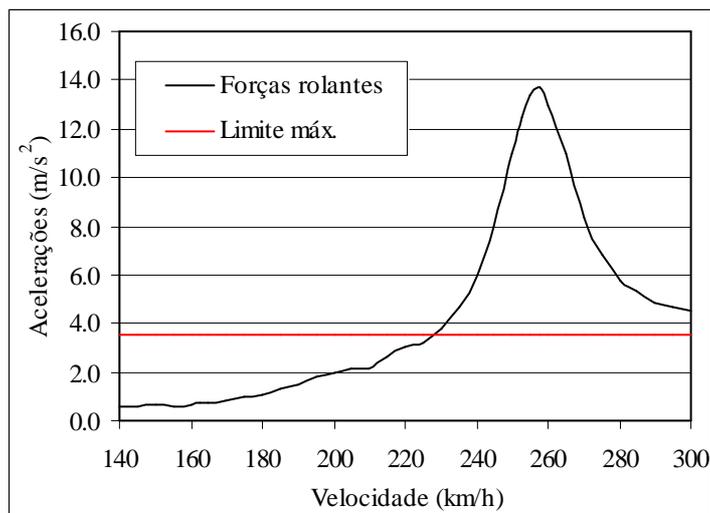


Figura 5.53 – Acelerações máximas a meio vão da ponte considerando o modelo de forças rolantes.

$$v_{\text{cri.}} = \frac{26.4}{i} \times n_0 = \frac{26.4}{1} \times 2.7 = 71.28 \text{ m/s } (\approx 257 \text{ km/h}) \quad (5.7)$$

A ressonância da estrutura determina valores de aceleração vertical bastante superiores ao valor limite de aceleração 0,35g, indicado por [EN1990-Annex A2, 2005] para a verificação da segurança da circulação da via.

Outras velocidades de ressonância inerentes ao primeiro modo de vibração não são visíveis neste varrimento na medida em que são inferiores a 140 km/h. Por outro lado, as velocidades de ressonância correspondentes ao terceiro modo de vibração também não são visíveis na medida em que correspondem a valores muito altos, superiores a 300 km/h, conforme se pode observar na Tabela 5.6 a sombreado.

Tabela 5.6 – Velocidades críticas da Ponte 1 quando sujeita à passagem do comboio ICE2.

i	v _{cri.} [km/h]	
	f ₁ =2,70 Hz	f ₃ =24,52 Hz
1	256,61	2330,38
2	128,30	1165,19
3	85,54	776,79
4	64,15	582,60
5	51,32	466,08
6	42,77	388,40

A Figura 5.54 representa a resposta em frequência das acelerações a meio vão da ponte quando da passagem do comboio ICE2 a uma velocidade de circulação de $v_{\text{circ.}}=140$ km/h para a metodologia das forças rolantes. Nesta figura é possível observar que têm maior contributo a frequência relativa ao primeiro modo de vibração vertical da ponte e as frequências de menor ordem, $i=1$ e $i=2$ ver equação (5.3), produzidas pela passagem do comboio. Também é possível de constatar o efeito de dissipação das frequências mais elevadas que o método de Wilson- θ efectua no cálculo da resposta. Pode-se afirmar que para frequências crescentes, o contributo das frequências é decrescente, nomeadamente para valores superiores a 30 Hz .

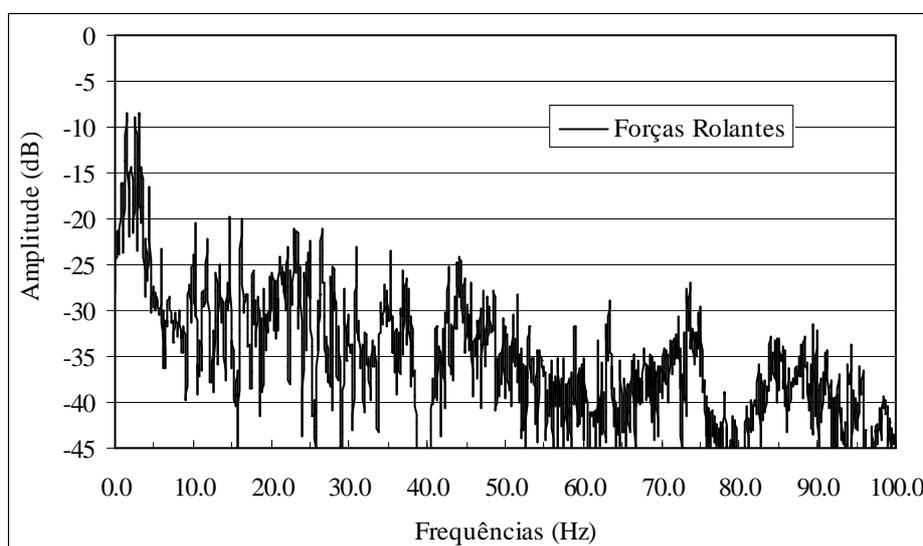


Figura 5.54 – Resposta em frequência das acelerações a meio vão da ponte quando da passagem do comboio ICE2 a uma velocidade de 140 km/h e considerando forças rolantes.

5.12.1.2. Métodos simplificados

No Capítulo 4 foram apresentadas as metodologias simplificadas, da decomposição da Excitação em Ressonância, *DER*, e da Linha de Influência Virtual ou Residual, *LIV* ou *LIR*, para o cálculo da resposta de pontes isostáticas com o comportamento análogo ao de vigas simplesmente apoiadas e cujas respostas possam ser determinadas com suficiente precisão tendo em conta apenas o contributo do primeiro modo de vibração vertical.

Neste item é analisado a aplicação dos métodos simplificados, *DER* e *LIV* (ou *LIR*), na determinação da resposta, deslocamentos e acelerações, a meio vão da Ponte 1 como

estrutura simplesmente apoiada para a passagem do comboio ICE2. Posteriormente os resultados obtidos com estes métodos simplificados são comparados com os obtidos anteriormente na secção 5.12.1.1, da aplicação das forças rolantes com o método de integração passo a passo, Wilson- θ .

As expressões definidas para cada um dos métodos simplificados foram implementadas no software Excel, sendo para tal necessário os parâmetros inerentes ao comboio circulante, nomeadamente a distância de cada eixo ao eixo inicial do comboio e a força por eixo, e os parâmetros inerentes à ponte, comprimento do vão, massa por unidade de comprimento, primeira frequência própria e o coeficiente de amortecimento estrutural.

Substituindo estes parâmetros nas expressões, efectuou-se um varrimento dos comprimentos de onda, λ , no intervalo compreendido entre os 13,2 m, ou seja $\lambda=d_k/i=26,40/2=13,2$ m e o comprimento de onda correspondente à velocidade máxima de projecto, v_{Ds} , $\lambda=v_{Ds}/f_1=(1,2\times 250/3,6)/2,7=30,86$ m. A discretização utilizada para o comprimento de onda neste varrimento, atendendo ao valor adoptado no varrimento das velocidades, foi $\Delta\lambda=(5/3,6)/2,7=0,51$ m.

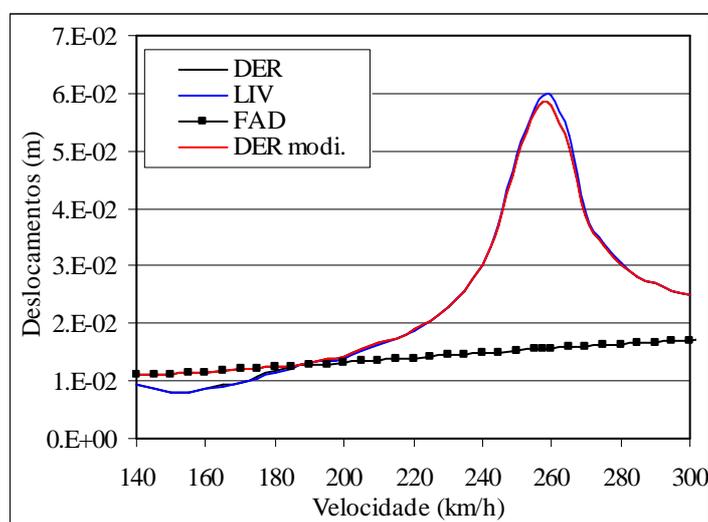


Figura 5.55 – Comparação dos valores dos deslocamentos a meio da ponte para o comboio ICE2 recorrendo aos métodos simplificados.

Atendendo às limitações do método *DER*, referenciadas em [ERRI D214/RP9, 1999] e expostas no Capítulo 4, os valores dos deslocamentos e acelerações determinados com este método são confrontados com os obtidos da aplicação de expressões baseadas no

Factor de Amplificação Dinâmica, designado nas Figura 5.55 e Figura 5.56 como *FAD*, resultando o designado método *DER* modificado.

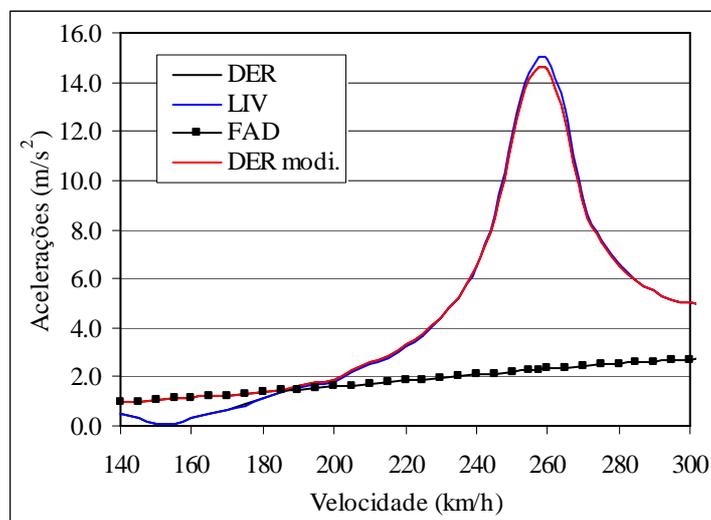


Figura 5.56 – Comparação dos valores das acelerações a meio da ponte para o comboio ICE2 recorrendo aos métodos simplificados.

As Figura 5.55 e Figura 5.56 representam a comparação dos resultados obtidos para os deslocamentos e acelerações a meio vão da ponte com a aplicação dos métodos simplificados. A análise destas figuras permite efectuar algumas considerações, nomeadamente:

- Existe uma boa concordância entre os resultados obtidos com os diferentes métodos simplificados;
- Na ressonância da estrutura o método *LIV* apresenta valores ligeiramente superiores aos valores obtidos pelo método *DER*, cerca de 2% e 2.5% para os deslocamentos e acelerações respectivamente;
- Para as velocidades entre os 140 *km/h* e os 190 *km/h* observa-se que apesar dos valores dos deslocamentos e acelerações obtidos com o método *DER* coincidirem com os obtidos recorrendo ao método *LIV*, estes valores devem ser sobrepostos aos valores derivados da expressão que aplica o factor de amplificação dinâmica. Desta forma, pode-se afirmar que os resultados obtidos com o método de *DER* modificado, nas velocidades compreendidas

entre os 140 km/h e os 190 km/h são superiores aos valores obtidos recorrendo ao método *LIV*.

5.12.1.3. Comparação de resultados

Nesta secção efectua-se a comparação entre os resultados obtidos da análise dinâmica da ponte utilizando a integração passo a passo com os da aplicação dos métodos simplificados, para a passagem do comboio real de alta velocidade ICE2.

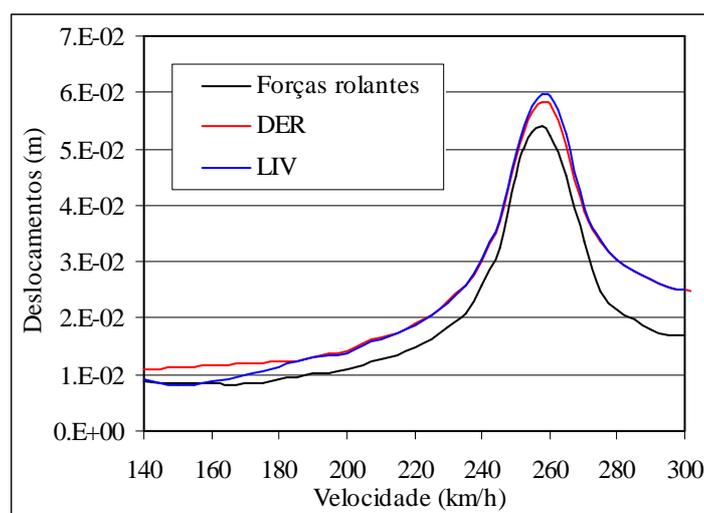


Figura 5.57 – Comparação dos valores dos deslocamentos máximos a meio da ponte para o comboio ICE2 recorrendo ao método de Wilson- θ e aos métodos simplificados.

As Figura 5.57 e Figura 5.58 representam a comparação dos resultados obtidos para os deslocamentos e acelerações máximos a meio vão da ponte recorrendo ao método de Wilson- θ com os derivados da aplicação dos métodos simplificados. Observando estas figuras é possível concluir que:

- De um modo geral os valores obtidos pelos métodos simplificados apresentam-se como uma boa estimativa dos valores obtidos da análise dinâmica recorrendo ao método de Wilson- θ ;
- Os valores máximos obtidos com os métodos simplificados são superiores aos valores obtidos da análise dinâmica. Considerando que os maiores valores são obtidos com o método *LIV*, a diferença é cerca de 10% nos deslocamentos e acelerações na zona de ressonância da estrutura;

- Nas velocidades compreendidas entre os 140 km/h e os 190 km/h o método *LIV* subestima os valores, em termos de acelerações, obtidos pelo método de Wilson- θ , ao contrário do método *DER*. Esta diferença deve-se ao facto do método *DER* ser corrigido tendo em conta o factor de amplificação dinâmica. No entanto, atendendo a que neste intervalo de velocidades não se verifica a ressonância da estrutura, a estimacão não está posta em causa.
- Para este caso de aplicacão, nomeadamente o comboio de alta velocidade ICE2, obteve-se uma maior concordância nos valores máximos de acelerações. A correcção do método *DER*, com o factor de amplificação dinâmica apresenta valores mais próximos dos obtidos com a análise dinâmica.
- Querendo fazer uma estimativa da resposta máxima da ponte em termos de deslocamentos e acelerações a meio da ponte considerando o incremento do amortecimento de coeficiente, os métodos simplificados podem ser utilizados para tal.

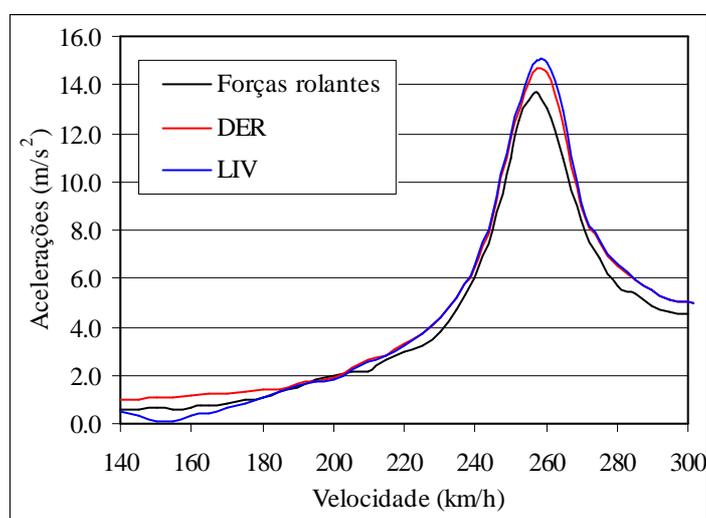


Figura 5.58 – Comparação dos valores das acelerações máximas a meio da ponte para o comboio ICE2 recorrendo ao método de Wilson- θ e aos métodos simplificados.

Admitindo um valor de amortecimento de $\xi=0,02$ e $\xi=0,05$ para o primeiro modo de vibração, sendo o último valor igual ao obtido nas medições para o primeiro modo de vibração, a Figura 5.59 e a Figura 5.60 efectuem a comparação dos deslocamentos e

acelerações máximas a meio vão da ponte simplesmente apoiada para diferentes valores de amortecimento.

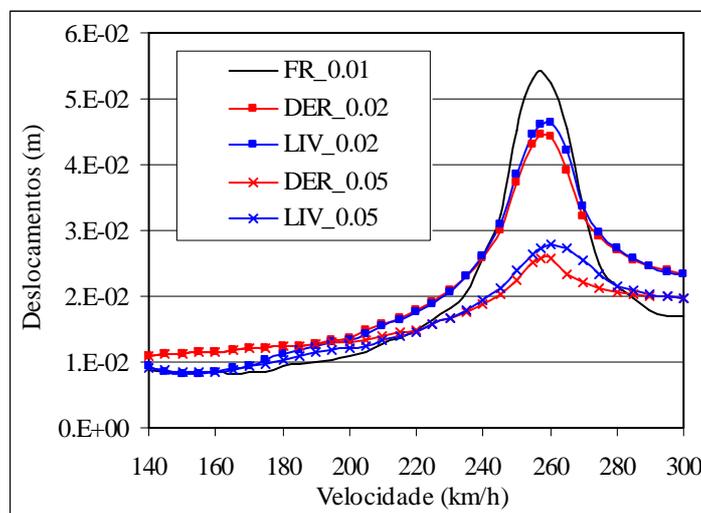


Figura 5.59 – Comparação dos deslocamentos máximos a meio vão da ponte para diferentes valores de amortecimento.

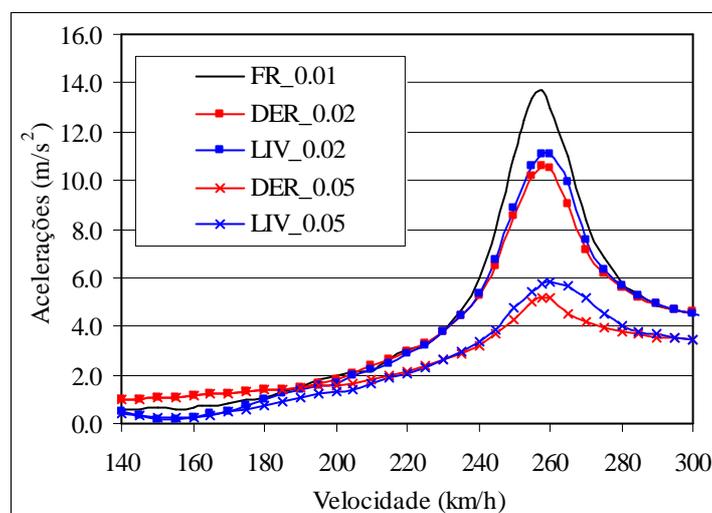


Figura 5.60 – Comparação das acelerações máximas a meio vão da ponte para diferentes valores de amortecimento.

Apesar destes resultados terem de ser encarados como estimativas, do lado da segurança, dos valores dos deslocamentos e acelerações máximos a meio vão da ponte é possível concluir que a Ponte 1, como simplesmente apoiada, apresenta sempre valores excessivos na sua resposta, mesmo admitindo coeficientes de amortecimento superiores ao indicado na norma [EN1991-2, 2003], para pontes com estas condições geométricas.

Como conclusão destas comparações, é possível afirmar que a aplicação dos métodos simplificados *DER* e *LIV*, conduzem a envolventes de deslocamentos e acelerações muito próximas dos valores obtidos recorrendo a uma análise dinâmica por integração passo a passo. Desta forma a aplicação dos métodos simplificados a estruturas isostáticas apresenta-se como um modo rápido e simples de determinar estimativas das respostas máximas da estrutura a meio vão, estando apenas inerente a utilização do software Excel.

5.12.2. Recorrendo ao Modelo Definido nas Medições

A Ponte 1 com as restrições nos apoios apresenta para as suas três primeiras frequências de vibração vertical os valores de 4,05, 12,51 e 26,15 Hz, respectivamente. Deste modo o valor da frequência natural para o primeiro modo de vibração já se encontra dentro dos limites de frequência representados na Figura 5.51. As restrições nos apoios leva a uma redução do deslocamento máximo vertical devido à carga modelo *LM71* pois o seu valor é $\delta_{LM71}=1,39E-02$ m. Apesar da consideração do incremento de rigidez a Ponte 1 contínua a não dispensar uma análise dinâmica na medida em que se trata de uma ponte cujo comportamento não se assemelha a uma viga simplesmente apoiada e a velocidade máxima de circulação é superior a 200 km/h.

Nos cálculos que se seguem para a definição da matriz de amortecimento foram assumidos os parâmetros $\alpha=2,526$ s e $\beta=2,814E-05$ s⁻¹, valores referidos no item 5.4.2, a que correspondem a considerar para o primeiro e terceiro modos de vibração o coeficiente de amortecimento igual a 5% e 1%, respectivamente.

5.12.2.1. Método de Integração Passo a Passo – Wilson- θ

Para além de confrontar o comportamento da Ponte 1 sem e com restrições nos apoios, julgou-se apropriado nesta secção, averiguar a influência do valor do intervalo de tempo utilizado na integração passo a passo. Deste modo, procede-se a um estudo de sensibilidade deste parâmetro tomando para grandezas de referência o deslocamento e aceleração vertical a meio vão da ponte.

Atendendo aos vários critérios expostos no item 5.12.1.1 para a determinação do intervalo de tempo a adoptar na integração das equações de equilíbrio e tendo em conta o valor utilizado nos cálculos anteriores, o estudo aqui desenvolvido envolveu os valores de $\Delta t=0,002 s$ e $\Delta t=0,005 s$.

De acordo com a primeira e terceira frequência de vibração vertical e ao comprimento característico do comboio ICE2, a ressonância da estrutura acontece para as velocidades críticas indicadas na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Velocidades críticas da Ponte 1 com restrições nos apoios para o comboio ICE2.

i	v _{cri.} [km/h]	
	f ₁ =4,05 Hz	f ₃ =26,15 Hz
1	384,91	2485,30
2	192,46	1242,65
3	128,31	828,43
4	96,23	621,32
5	76,98	497,06
6	64,15	414,22

Conforme se pode constatar, o incremento das frequências de flexão da ponte corresponde a um incremento das velocidades críticas da estrutura, pois para a frequência de ressonância de primeira ordem, a frequência relativa ao primeiro modo de vibração vertical da ponte, a velocidade de ressonância que lhe está adjacente é cerca de 385 km/h. O incremento da velocidade de ressonância da estrutura determina a que o intervalo de velocidades utilizado na análise dinâmica seja de 140 km/h a 400 km/h, de modo que a velocidade crítica esteja incluída, a velocidade crítica de segunda ordem também está incluída. No entanto as velocidades críticas correspondentes ao terceiro modo de vibração não são se encontram dentro do intervalo de velocidades analisado, ver Tabela 5.7.

As Figura 5.61 e Figura 5.62 representam a comparação dos deslocamentos e acelerações máximos a meio vão da ponte para o comboio ICE2, recorrendo ao método de Wilson- θ e a diferentes valores de intervalo de tempo para a integração das equações de equilíbrio.

A ressonância da ponte ocorre para a passagem do comboio ICE2 a uma velocidade de cerca de 385 km/h, conforme se identificou na Tabela 5.7. Na velocidade de cerca dos 190 km/h observa-se um ligeiro aumento das grandezas analisadas. A velocidade a partir do qual se verifica a aceleração de 3,5 m/s², valor do limite indicado em [EN1990-Annex A2, 2005], é cerca de 330 km/h. Este valor é superior 100 km/h do valor observado para a ponte em condições de simplesmente apoiada e sendo nesta via a velocidade máxima de circulação cerca de 250 km/h a velocidade de 330 km/h possivelmente não chega a ser alcançada. Desta forma, para estas condições de apoio e amortecimento da ponte, não está posta em causa a segurança da via, nomeadamente no que diz respeito à aceleração máxima vertical do tabuleiro.

Observando as Figura 5.61 e Figura 5.62, constata-se que os resultados obtidos com os diferentes intervalos de tempo são praticamente coincidentes. Apesar do traçado das curvas correspondentes ao intervalo de integração igual a $\Delta t=0,005$ s ser mais irregular que o das curvas para $\Delta t=0,002$ s, os resultados obtidos são análogos. Desta forma é possível concluir que para a análise dos deslocamentos e acelerações desta estrutura é suficiente a utilização do intervalo $\Delta t=0,005$ s.

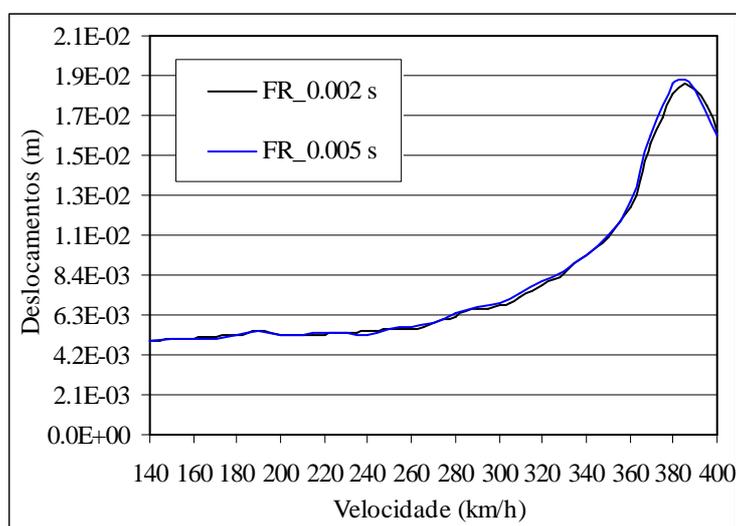


Figura 5.61 – Comparação dos deslocamentos máximos obtidos a meio vão da ponte para o comboio ICE2 recorrendo ao método de Wilson- θ e a diferentes valores de intervalo de tempo.

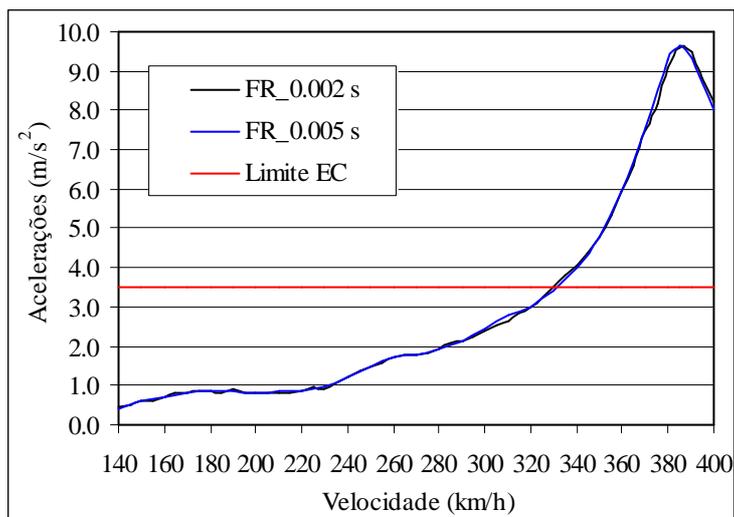


Figura 5.62 – Comparação das acelerações máximas obtidas a meio vão da ponte para o comboio ICE2 recorrendo ao método de Wilson- θ e a diferentes valores de intervalo de tempo.

A utilização de intervalos de tempo decrescentes na integração das equações de equilíbrio causa o alongamento da janela de frequências que contribuem no cálculo da resposta da estrutura. Desta forma se a estrutura possuir frequências de vibração elevadas a escolha do intervalo de tempo é determinante na definição das frequências que contribuem para a resposta da estrutura. Neste exemplo, parece indiferente a escolha do intervalo de tempo na medida em que as primeiras frequências de vibração, as que mais contribuem para a resposta da estrutura, são baixas, inferiores a 30 Hz.

Representando na Figura 5.63 as respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte, para os diferentes intervalos de tempo, considerando a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 150 km/h, é possível observar que os resultados obtidos praticamente se sobrepõem. Portanto para estes dois intervalos de tempo, a dissipação dos modos mais elevados é análoga. Ainda nesta Figura, é também possível observar as frequências que têm mais contributo no cálculo da resposta: a frequência relativa ao primeiro modo de vibração vertical e as frequências de excitação de ordem $i=1,2$, ou seja cerca de 1,58 e 3,16 Hz, provocadas pela passagem do comboio à velocidade de 150 km/h.

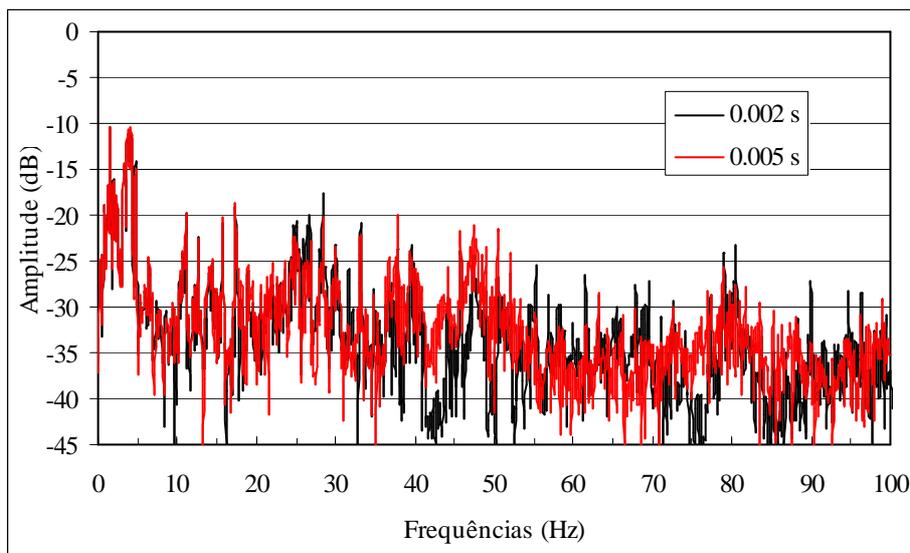


Figura 5.63 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte quando da passagem do comboio ICE2 a uma velocidade de 150 km/h para diferentes os valores de intervalo de tempo.

5.12.3. Conclusões

Neste item 5.12 procedeu-se à análise do comportamento dinâmico da Ponte 1 tendo em conta os dois modelos de elementos finitos, o definido quando em projecto e o definido dos resultados das medições, utilizando as metodologias que envolvem a consideração do comboio como forças rolantes. Para tal foram utilizadas como grandezas de referência os deslocamentos e as acelerações verticais a meio vão da ponte, determinadas quando da circulação do comboio de alta velocidade ICE2 a diferentes velocidades.

A análise dinâmica da Ponte 1, como viga simplesmente apoiada, recorrendo ao método de Wilson- θ confirmou a ressonância da estrutura no intervalo de velocidades analisado, entre os 140 e os 300 km/h. Verificou-se que a partir dos 230 km/h a aceleração máxima a meio vão é superior a 3,5 m/s^2 , limite máximo indicado nas normas [EN1990-Annex A2, 2005]. Na velocidade de ressonância cerca dos 257 km/h a aceleração máxima a meio vão da ponte atinge os cerca de 14,0 m/s^2 , valor excessivamente alto para a verificação da segurança da via, no que diz respeito à verificação da aceleração vertical.

Atendendo que se trata de uma ponte simplesmente apoiada, compararam-se as diferentes metodologias que envolvem a consideração do comboio como forças rolantes

a circularem sobre a ponte. Isto é, compararam-se os deslocamentos e acelerações máximos obtidas a meio vão da ponte, recorrendo à integração passo a passo com os deslocamentos e acelerações obtidos por intermédio dos métodos simplificados *DER* e *LIV*. Deste estudo foi possível concluir que:

- os valores obtidos por intermédio dos métodos simplificados apresentam-se como uma boa estimativa dos valores derivados de uma análise dinâmica por integração passo a passo;
- os maiores valores são obtidos com o método *LIV*, esta diferença é cerca de 10% nos deslocamentos e acelerações na zona de ressonância da estrutura;
- Nas velocidades fora da zona de ressonância, observa-se que o método *LIV* subestima os valores obtidos pelo método de Wilson- θ , ao contrário do método *DER*. Esta diferença justifica-se pelo facto do método *DER* ser corrigido tendo em conta o factor de amplificação dinâmica.

Igual análise se efectuou com o modelo de elementos finitos desenvolvido para a Ponte 1, atendendo aos resultados das medições. Julgando-se no entanto conveniente complementar a análise com um estudo de sensibilidade das grandezas de referência com o valor utilizado no intervalo de tempo de integração das equações de equilíbrio dinâmico, tomando para tal dois valores: 0,005 e 0,002 s.

A ressonância da Ponte 1, com as restrições nos apoios, sucede para a passagem do comboio ICE2 a uma velocidade de cerca dos 385 km/h. Portanto as restrições nos apoios derivados da continuidade do carril e impedimento do deslocamento horizontal por parte dos sistemas de apoio, submetem a estrutura a um incremento das frequências de vibração vertical, fazendo com que a zona de ressonância esteja para além da velocidade máxima de circulação na via onde a ponte se insere, 250 km/h. Apesar do coeficiente de amortecimento utilizado nesta análise ser de $\xi=0,05$ para o primeiro modo de vibração, na velocidade de ressonância a estrutura apresenta uma aceleração máxima de cerca de 9,65 m/s². É, portanto, um valor ainda bastante elevado para a verificação da segurança na via no critério das acelerações máximas.

Na aferição efectuada com os diferentes valores de Δt , constatou-se que os resultados obtidos com a utilização de 0,005 e 0,002 s são praticamente coincidentes. Concluindo-se que para a análise dos efeitos dinâmicos desta ponte é suficiente a utilização do intervalo de tempo $\Delta t=0,005$ s.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte, para os diferentes intervalos de tempo e considerando a velocidade de circulação de 150 km/h, permite constatar que as respostas são praticamente coincidentes. Concluindo-se que para estes dois intervalos de tempo a dissipação dos modos elevados é análoga.

5.13. AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE 1 RECORRENDO À INTERACÇÃO DO SISTEMA VEÍCULO/PONTE

Os efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias podem ser avaliados aplicando diferentes metodologias no que diz respeito à modelação do comboio sobre a ponte, forças rolantes e a interacção entre o comboio e a ponte. Na secção anterior analisaram-se os dois modelos de elementos finitos, considerados para a Ponte 1, recorrendo às forças rolantes. Nesta secção, comparam-se de igual modo o comportamento dinâmico dos diferentes modelos tomando para grandezas de referência os deslocamentos e as acelerações máximas a meio vão, mas tendo em conta a interacção entre o comboio e a ponte.

Posteriormente os resultados obtidos com o recurso à interacção são comparados com os obtidos por via de aplicação das forças rolantes, de modo a constatar quais as principais diferenças que estes tipos de análise provocam na resposta máxima da ponte.

Estas análises pretendem averiguar as diferenças inerentes à aplicação das diferentes metodologias em pontes de médio vão, conforme referido em [Barbero, 2001] e em [ERRI D214/RP9, 1999], que o recurso à interacção determina efeitos dinâmicos inferiores aos obtidos por intermédio da utilização do modelo das forças rolantes em pontes com vãos médios.

Os modelos de elementos finitos utilizados na secção anterior foram complementados a fim de se proceder à interacção entre o comboio e a ponte sem instabilidades numéricas. Ou seja, foi necessário estabelecer à esquerda e à direita da ponte analisada, estruturas de modo que o comboio durante o seu percurso tivesse sempre suporte. As estruturas definidas têm de ter pelo menos comprimento igual ao do comboio considerado, para o comboio ICE2 equivale a $350,52\text{ m}$, o que determina para esta ponte a consideração de uma extensão total de pelo menos $350,52 \times 2 + 23,5 = 724,54\text{ m}$.

Dado o número de variáveis a definir para cada eixo do veículo e tratando-se de um comboio com muitos eixos, como é o caso do comboio ICE2 com 56, o tempo despendido na fase de pré-processamento é bastante elevado. O ficheiro de dados apenas tem de ser construído uma só vez e no varrimento de velocidades procede-se apenas à alteração da velocidade de circulação de cada eixo.

Relativamente à dimensão dos ficheiros definidos, tendo em conta a extensão total a definir para a passagem do comboio sobre a ponte e o número de variáveis a definir por cada eixo, pode-se dizer que cada ficheiro de processamento ocupa cerca de 500 Mb . Na fase de cálculo, para velocidades reduzidas, os ficheiros podem atingir os 2 Gb , se atendermos ao varrimento de velocidades efectuado, ou seja ao número de análises processadas não se torna fácil armazenar toda esta informação.

O modelo simplificado do comboio utilizado para realizar a interacção é o descrito no Capítulo 2 e representado na Figura 5.64. Notar que este modelo de massas suspensas corresponde ao modelo proposto no relatório [ERRI D214/RP9, 1999] em que a massa não suspensa, massa das rodas, é desprezada a fim de tornar o cálculo menos moroso.

No Capítulo 4 efectua-se a descrição e aferição do modelo simplificado do veículo utilizado na interacção, bem como uma explanação do algoritmo de contacto, processo numérico que permite calcular as forças de contacto entre os dois sistemas em causa, o veículo e a ponte. Atendendo a que são suficientes os modos de vibração vertical para a análise do comportamento da Ponte 1, apenas modelos bidimensionais, de veículo e ponte, foram implementados e os deslocamentos verticais dos eixos dos veículos são os graus de liberdade permitidos.

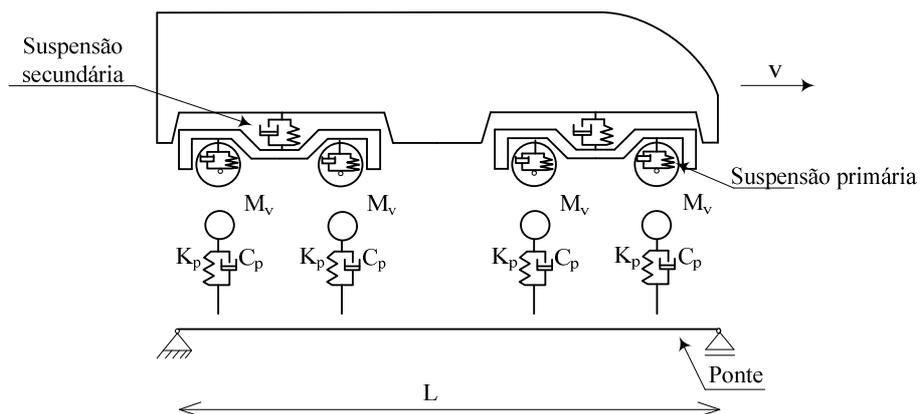


Figura 5.64 – Modelo de massa suspensa utilizado na avaliação do comportamento da Ponte 1.

5.13.1. Modelo Definido no Projecto

Com o sistema veículo/ponte foi efectuado o varrimento de velocidades no intervalo entre os 140 e os 300 *km/h*, pois a velocidade máxima de circulação da via é de 250 *km/h*. Para cada uma das velocidades analisadas foram determinados os deslocamentos máximos e acelerações máximas a meio vão da ponte cujas características geométricas já foram descritas em 5.3 e 5.12.1.

Na resolução das equações de equilíbrio, o método utilizado na integração das equações de equilíbrio foi o método de Wilson- θ . O intervalo de tempo utilizado no cálculo foi de 0,002 *s*, como referido no item 5.12.1.

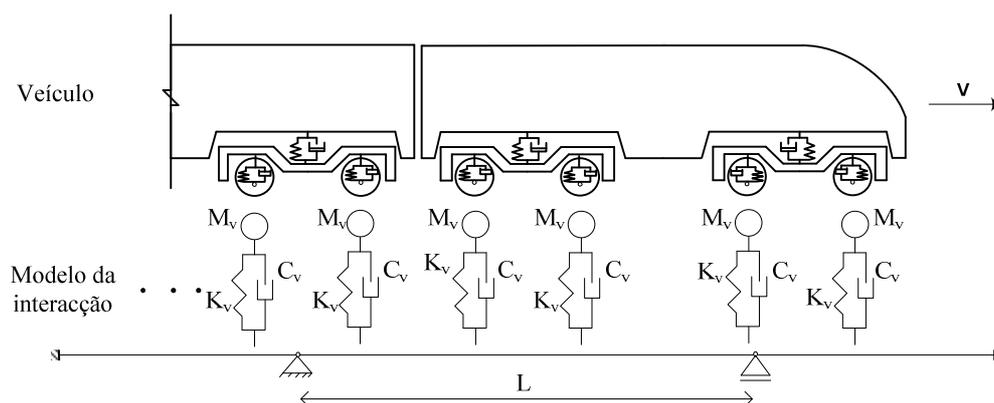


Figura 5.65 – Modelo simplificado do veículo e da estrutura tomado para o cálculo da interacção.

A Figura 5.65 representa o modelo simplificado da ponte e do veículo desenvolvido na análise da interacção entre estes dois sistemas. À esquerda e à direita da ponte encontram-se estruturas numa extensão de modo a permitir que todos os eixos do

comboio estejam sempre em contacto com uma superfície durante o tempo em que este circula sobre a ponte. Relativamente ao modelo simplificado do veículo, a cada eixo está associado uma massa M_v , inerente à massa da caixa do veículo e à massa do bogie, e os parâmetros da suspensão primária, designados por K_v e C_v .

Para a análise efectuada admitiu-se a ponte dividida em cerca de 24 elementos com cerca de 0,9792 m de extensão, como anteriormente, e as estruturas adjacentes à ponte, de extensão pelo menos igual ao comprimento do comboio utilizado, são divididas em elementos de 1,0 m de extensão.

As Figura 5.66 e Figura 5.67 representam os deslocamentos máximos e acelerações máximas a meio vão da ponte, para a passagem do comboio ICE2. Como se pode observar, a velocidade de ressonância do sistema veículo/ponte é a determinada anteriormente para a ponte com a aplicação das forças rolantes, ou seja cerca dos 257 km/h. Como seria de prever outras velocidades de ressonância do sistema ponte/veículo não são observáveis nestas figuras na medida em que se encontram fora do intervalo de velocidade em que se processou o estudo.

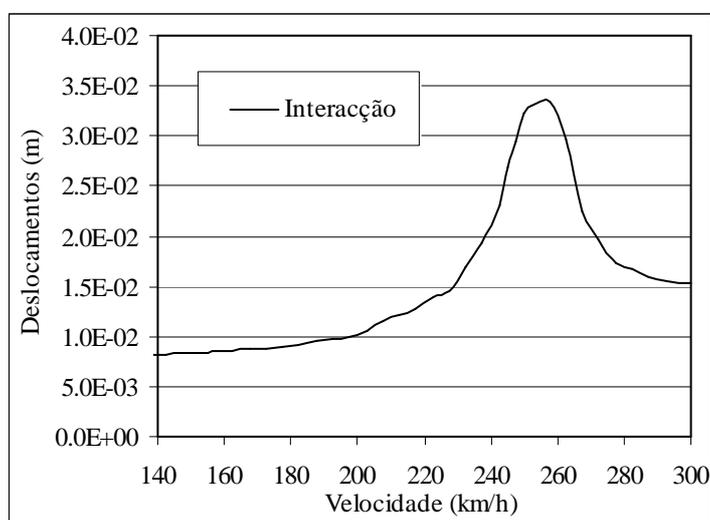


Figura 5.66 – Deslocamentos máximos a meio vão da ponte simplesmente apoiada considerando a interação.

Na velocidade de ressonância da estrutura verifica-se que as acelerações a meio vão ultrapassam o valor limite de aceleração, $3,5 \text{ m/s}^2$, pois o valor máximo é igual a $9,1 \text{ m/s}^2$.

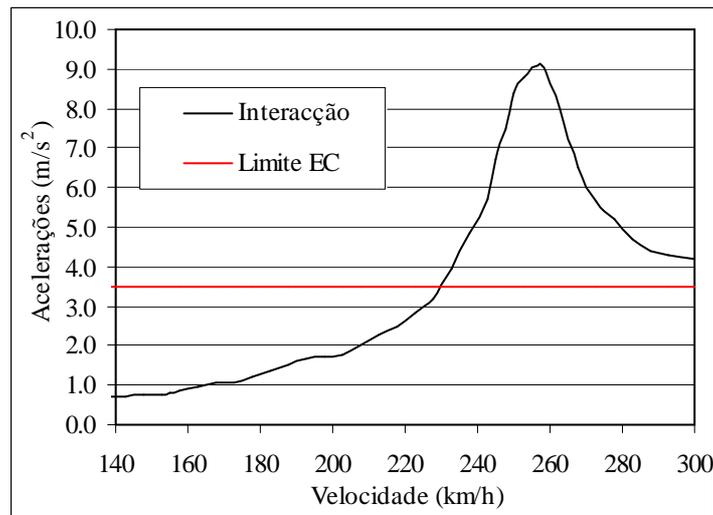


Figura 5.67 – Acelerações máximas a meio vão da ponte simplesmente apoiada considerando a interação.

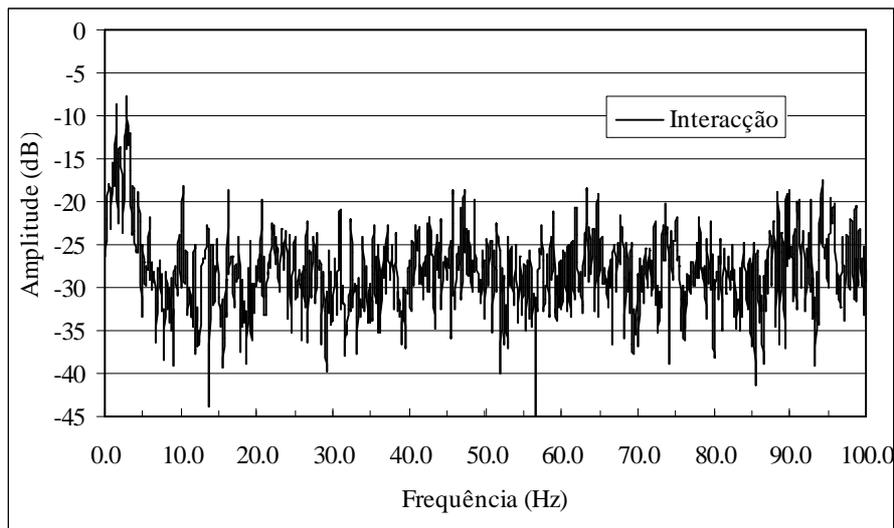


Figura 5.68 – Resposta em frequência das acelerações a meio vão da ponte quando da passagem do comboio ICE2 a uma velocidade de 140 km/h e considerando a interação.

Analisando a Figura 5.68 que representa a resposta em frequência das acelerações a meio vão da ponte para a passagem do comboio ICE2 a uma velocidade de 140 km/h considerando a interação entre o veículo e a ponte, constata-se que as frequências que têm maior contributo são as frequências relativas ao primeiro modo de vibração vertical da estrutura e as frequências de menor ordem produzidas pela passagem do comboio, 1,47 e 2,95 Hz, respectivamente ver equação (5.3). Observa-se que a contribuição dos

modos mais elevados, a partir dos 50 Hz, é superior àquela que se obtém por recurso à aplicação das forças rolantes, ver Figura 5.54.

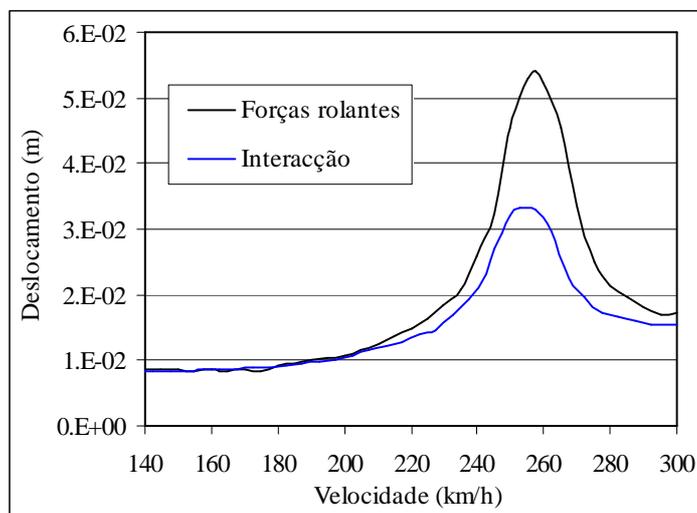


Figura 5.69 – Comparação dos deslocamentos máximos a meio vão da ponte simplesmente apoiada.

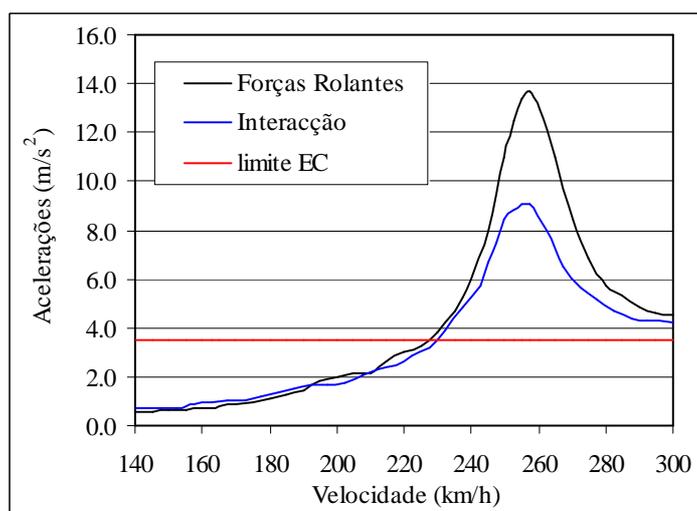


Figura 5.70 – Comparação das acelerações máximas a meio vão da ponte simplesmente apoiada.

Efectuando na Figura 5.69 e Figura 5.70 a comparação entre as duas grandezas de referência analisadas, respectivamente o deslocamento e a aceleração máxima a meio vão da Ponte 1, no modelo simplesmente apoiado, com o recurso à interação e à aplicação das forças rolantes, é possível constatar o seguinte:

- Fora da zona de ressonância, a resposta da estrutura com a aplicação das forças rolantes é idêntica à que se obtém por aplicação da interação;

- A velocidade de ressonância da ponte é a mesma para os dois tipos de cálculo cerca dos 257 km/h , observando-se que para velocidades superiores a cerca de 230 km/h as respostas de acelerações são maiores que $3,5 \text{ m/s}^2$;
- Para a velocidade de ressonância os valores máximos dos deslocamentos e acelerações no cálculo com a interacção, são inferiores a cerca de 38 e 33%, respectivamente dos obtidos por aplicação das forças rolantes. Ou seja a consideração da interacção entre o comboio e a ponte leva a uma redução dos valores máximos dos deslocamentos e acelerações a meio da ponte, que embora ainda elevados para a consideração da verificação da segurança da via, são consideravelmente inferiores aos obtidos por via da aplicação das forças rolantes.

5.13.2. Modelo Definido nas Medições

O modelo de elementos finitos com as restrições nos apoios e incremento de rigidez à flexão foi apresentado no item 5.4.2 quando se desenvolveu um modelo numérico para proceder à comparação das acelerações medidas e calculadas na passagem de diferentes comboios. Posteriormente foi utilizado no item 5.12.2 para a análise dos valores máximos de deslocamentos e acelerações a meio vão da ponte por aplicação das forças rolantes. Para complementar o estudo efectuado, neste item procede-se à análise da resposta deste modelo de elementos finitos tendo em conta a interacção entre o veículo e a ponte.

Com o sistema veículo/ponte foi efectuado o varrimento de velocidades no intervalo entre os 140 e os 400 km/h , pois a velocidade de ressonância da ponte com as restrições nos apoios é de cerca 385 km/h . Para cada uma das velocidades analisadas foram determinados os deslocamentos máximos e acelerações máximas a meio vão da ponte.

A Figura 5.71 representa o modelo simplificado da ponte e do veículo desenvolvido na análise da interacção entre estes dois sistemas. À esquerda e à direita da ponte encontram-se estruturas numa extensão de modo a permitir que todos os eixos do comboio estejam sempre em contacto com uma superfície durante o tempo em que este circula sobre a ponte. Relativamente aos parâmetros envolvidos e aos comprimentos dos

elementos que definem os modelos de elementos finitos da ponte e das estruturas adjacentes são os anteriormente referidos.

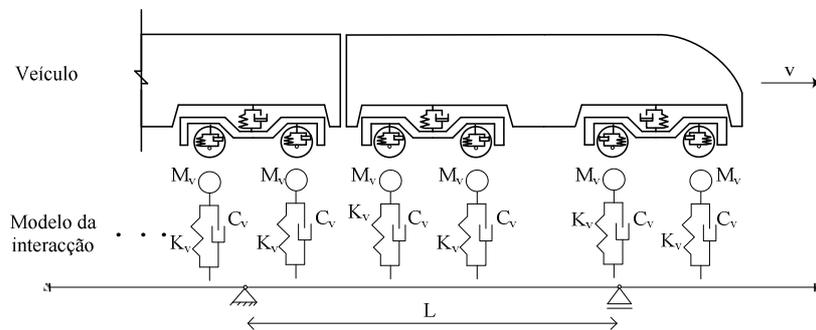


Figura 5.71 – Modelo simplificado do veículo e da estrutura tomado para o cálculo da interacção.

Na resolução das equações de equilíbrio, o método utilizado na integração das equações de equilíbrio foi o método de Wilson- θ . Quanto ao intervalo de tempo utilizou-se o valor 0,005 s, atendendo às conclusões anteriormente retiradas 5.12.2 quando na aplicação das forças rolantes. De modo a analisar a sensibilidade da resposta da estrutura com o valor adoptado de intervalo de tempo, Δt , na integração passo a passo, são comparadas as respostas da ponte no domínio do tempo e no domínio da frequência. Para tal os dois intervalos de tempo são considerados 0,002 e 0,005 s e duas velocidades de circulação do comboio.

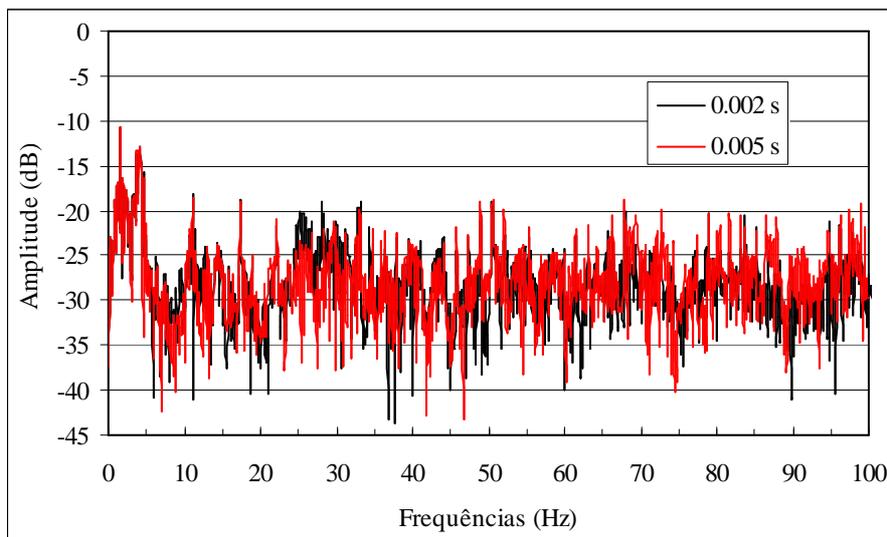


Figura 5.72 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte quando sujeita à passagem do comboio ICE2 à velocidade de 150 km/h para diferentes intervalos de tempo.

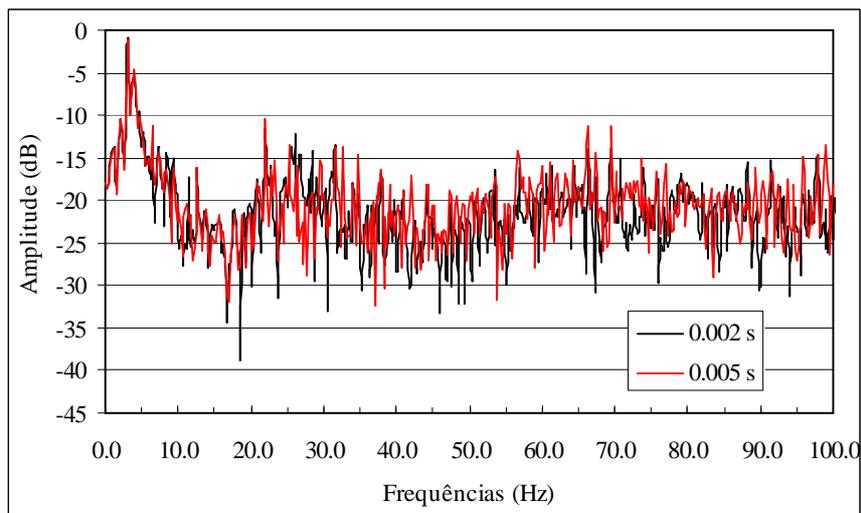


Figura 5.73 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte quando sujeita à passagem do comboio ICE2 à velocidade de 300 km/h para diferentes intervalos de tempo.

As Figura 5.72 e Figura 5.73 efectuam a comparação no domínio da frequência das acelerações a meio vão da ponte, para a passagem do comboio ICE2 para as velocidades de circulação, 150 km/h e 300 km/h. A observação destas figuras permite concluir que as respostas obtidas recorrendo aos diferentes valores de Δt têm um contributo idêntico em frequências, resultando deste modo respostas bastante análogas. Como se pode confirmar na Figura 5.74 onde se representam a comparação das acelerações no domínio do tempo a meio vão da ponte para a passagem do comboio ICE2 a 300 km/h.

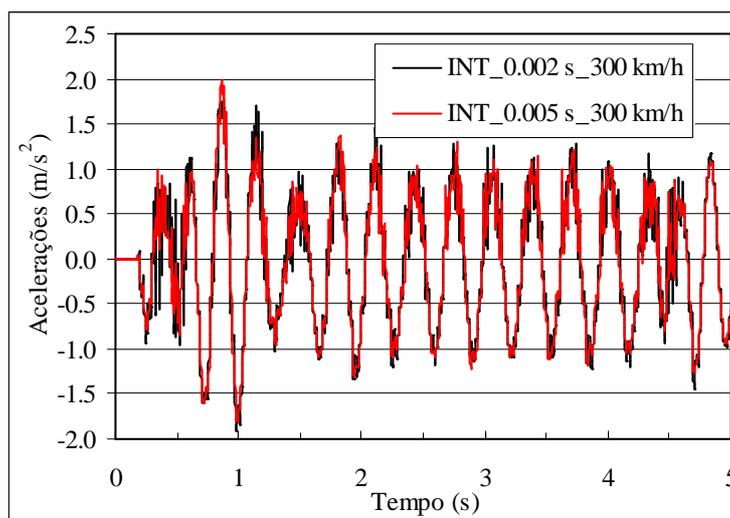


Figura 5.74 – Comparação das acelerações a meio vão da ponte quando sujeita à passagem do comboio ICE2 à velocidade de 300 km/h para diferentes intervalos de tempo.

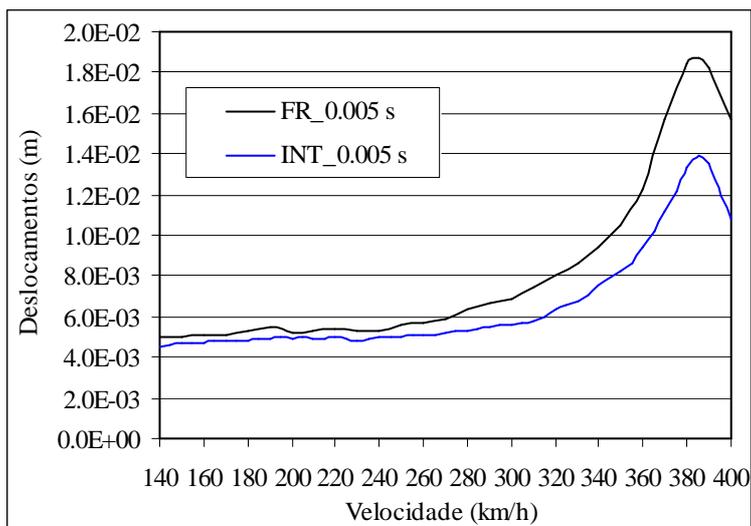


Figura 5.75 – Comparação dos deslocamentos máximos a meio vão da ponte com restrições nos apoios recorrendo a diferentes metodologias.

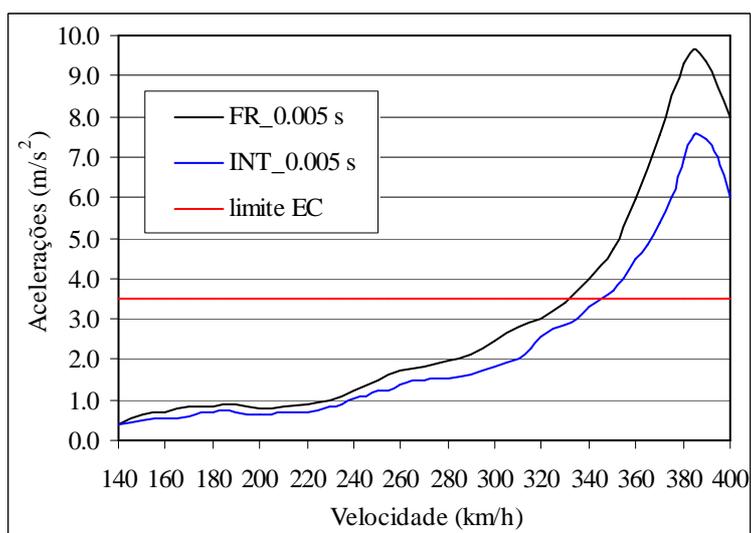


Figura 5.76 – Comparação das acelerações máximas a meio vão da ponte com restrições nos apoios recorrendo a diferentes metodologias.

A Figura 5.75 e a Figura 5.76 representam a comparação entre os deslocamentos e as acelerações a meio vão da ponte para as diferentes metodologias de cálculo, as forças rolantes e a interação entre o comboio e a ponte, admitindo para intervalo de integração o valor igual a $\Delta t=0,005 s$. A observação destas Figuras permite concluir que:

- Os resultados derivados da aplicação das forças rolantes são superiores aos obtidos pelo recurso à interacção;
- Fora da zona de ressonância da estrutura os valores obtidos pelas duas metodologias são aproximados, na zona de ressonância as diferenças são significativas. A consideração da interacção conduz a uma redução dos valores máximos de aceleração de cerca dos 22% e dos valores máximos dos deslocamentos de cerca de 26%;
- As acelerações máximas a meio vão da ponte são superiores a $3,5 \text{ m/s}^2$ para velocidades de cerca dos 330 km/h e dos 350 km/h quando se recorre quer às forças rolantes ou à interacção entre os veículos e a ponte;
- Atendendo à velocidade máxima de circulação na via onde a ponte se encontra inserida, pode-se dizer que a resposta da ponte modelada de acordo com as condições detectadas nas medições, isto é com a consideração do incremento de rigidez, das restrições dos apoios e o amortecimento do balastro, não põe em causa a segurança da via no que diz respeito à aceleração máxima vertical.

5.13.3. Conclusões

Recorrendo à interacção entre o comboio e a ponte, neste item foi efectuado o estudo do comportamento dinâmico da Ponte 1, tendo em conta os dois modelos de elementos finitos definidos e assumindo como referências os deslocamentos e acelerações máximas a meio vão.

A aplicação da interacção ao modelo da ponte simplesmente apoiada permitiu concluir que o uso desta metodologia leva a uma redução dos valores máximos de deslocamentos e acelerações em cerca de 38 e 33%, respectivamente dos obtidos em iguais condições por aplicação das forças rolantes. Apesar desta diminuição, os valores máximos de aceleração ainda são bastante elevados, nomeadamente para velocidades superiores a 230 km/h as acelerações ultrapassam o valor de $3,5 \text{ m/s}^2$ atingindo na velocidade de ressonância o valor de $9,1 \text{ m/s}^2$.

Na representação das acelerações no domínio da frequência constata-se que apesar das frequências que mais contribuem para a resposta serem a frequência relativa ao primeiro modo de vibração e as induzidas pelo comboio na sua velocidade de circulação, o recurso à interacção faz com que haja uma maior contribuição das frequências superiores aos 50 Hz, ao contrário da aplicação das forças rolantes.

Na aplicação da interacção no modelo de elementos finitos com restrições nos apoios analisou-se a influência do valor do intervalo de tempo a adoptar no cálculo. Os resultados permitiram concluir que para esta estrutura, a consideração do valor de $\Delta t=0,002$ s ou de $\Delta t=0,005$ s não conduz a diferenças significativas nos valores máximos de acelerações a meio vão da ponte. Deste modo, tendo em conta o intervalo de tempo de $\Delta t=0,005$ s determinaram-se os deslocamentos e acelerações máximas a meio vão da ponte para as diferentes velocidades no intervalo entre os 140 km/h e os 400 km/h.

Os resultados permitiram concluir que os valores obtidos por recurso à interacção são sempre inferiores aos obtidos por aplicação das forças rolantes na zona de ressonância, na velocidade de ressonância da estrutura constata-se que a interacção conduz a uma redução dos valores máximos de cerca dos 26 e 22%, respectivamente para os deslocamentos e acelerações. Fora da zona de ressonância os valores obtidos pelas duas metodologias são muito semelhantes.

O cálculo das acelerações máximas a meio vão da Ponte 1 modelada de acordo com as condições detectadas nas medições, isto é com a consideração do incremento de rigidez, das restrições dos apoios e com o amortecimento do balastro, recorrendo às diferentes metodologias, forças rolantes e interacção, evidência que a estrutura só estará sujeita a acelerações superiores a $3,5$ m/s² para velocidades elevadas, cerca dos 330 km/h e 350 km/h, respectivamente. Deste modo, atendendo que a velocidade máxima de circulação na via é de 250 km/h, é possível afirmar que não estará em causa a verificação da segurança da via, no que diz respeito a aceleração máxima vertical.

5.14. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo procedeu-se ao desenvolvimento de vários modelos de elementos finitos capazes de simular o comportamento dinâmico de três pontes ferroviárias balastradas simplesmente apoiadas, de betão pré-esforçado de vãos compreendidos entre os 11,44 e os 23,50 m, quando sujeitas à passagem de diferentes comboios.

A calibração dos modelos de elementos finitos foi efectuada recorrendo à comparação das respostas calculadas com as obtidas das medições das estruturas. As medições das estruturas revelaram valores de frequências e modos de vibração que correspondiam a pontes com restrições nos apoios e não simplesmente apoiadas conforme previsto nos seus projectos. Foram também medidos os valores de amortecimentos para os primeiros quatro modos de vibração da ponte que revelam a contribuição dos elementos que sobre a ponte se apoiam, nomeadamente a da camada de balastro.

Na Figura 5.77 encontram-se representadas os valores das primeiras frequências de vibração das três pontes analisadas, Ponte 1, 8 e 12, a vermelho e a preto, para as pontes segundo as condições de projecto e as determinadas nas medições efectuadas, respectivamente.

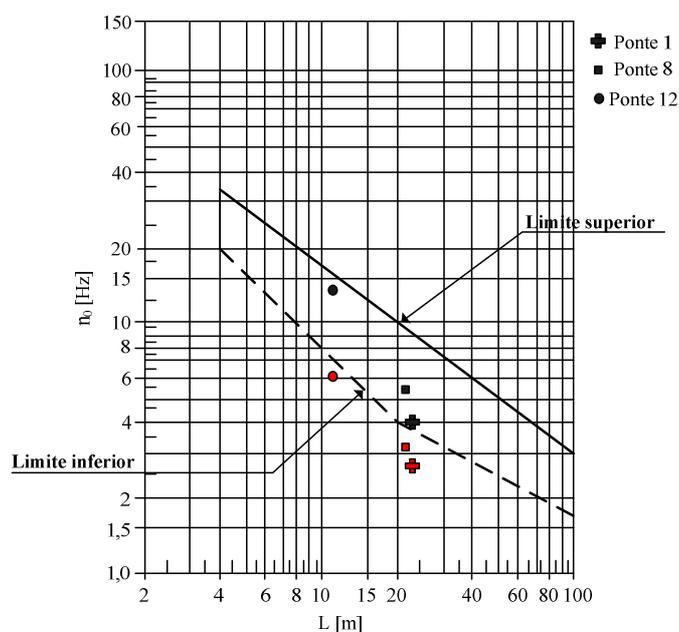


Figura 5.77 – Limites da frequência natural da ponte n_0 (Hz) em função do vão L (m), adaptado de [EN1991-2, 2003].

A observação desta figura permite concluir que a Ponte 1 é a mais flexível, quer para o modelo de ponte simplesmente apoiada quer para o modelo calibrado com os resultados das medições. A Ponte 8 e 12, como estruturas simplesmente apoiadas, apresentam características análogas à da Ponte 1, mas a consideração dos resultados das medições faz com que os valores das suas primeiras frequências próprias se afastem mais do limite inferior das frequências fundamentais de pontes ferroviárias indicado pelas normas [EN1991-2, 2003]. Este comportamento é mais notório para a Ponte 12, pois o valor da primeira frequência de vibração do modelo desenvolvido com base nos resultados das medições encontra-se muito próximo do limite superior. Portanto a Ponte 12, a ponte enviesada, atendendo às condições detectadas nas medições apresenta valores elevados para a primeira frequência de vibração, definindo-se para tal como uma estrutura rígida.

A investigação desenvolvida permitiu confirmar que o comportamento dinâmico das pontes ferroviárias analisadas é influenciado por efeitos não lineares inerentes aos elementos existentes sobre as estruturas e nos apoios destas, bem como pela massa dos veículos que circulam sobre elas.

O amortecimento medido nas estruturas em vibração livre, cerca de 5%, é superior ao indicado nas normas para este tipo de estruturas, no entanto a aplicação deste valor ao primeiro modo de vibração dos modelos de elementos finitos mostrou uma boa concordância entre as amplitudes das respostas calculadas e medidas em vibração livre.

Atendendo às características geométricas das Ponte 1 e 8 os modelos de elementos finitos desenvolvidos para elas são bidimensionais, portanto apenas têm em conta os efeitos das vibrações verticais. Pelo contrário a Ponte 12, sendo enviesada obriga a contabilização dos efeitos de torção e deste modo o modelo de elementos finitos desenvolvido para o seu estudo é tridimensional.

As frequências e respectivos modos de vibração dos modelos de elementos finitos desenvolvidos para as três pontes analisadas, apresentam um bom ajuste com os resultados obtidos nas medições das estruturas.

A comparação das respostas calculadas e medidas, em termos de acelerações, para as Ponte 1 e 8 revelaram uma boa concordância permitindo retirar conclusões relativas ao comportamento de pontes ferroviárias de pequeno e médio vão. Relativamente à Ponte 12 foi obtido igual resultado no que diz respeito à passagem de uma locomotiva, no entanto a passagem de um comboio com 14 veículos não permitiu igual concordância. De acordo com a investigação efectuada é possível concluir que a concordância entre as acelerações medidas e calculadas, não depende apenas do método numérico de cálculo da resposta mas também das características geométricas e dinâmicas da estrutura.

As comparações entre as acelerações calculadas e medidas a meio vão das pontes, foram feitas atendendo a diferentes metodologias na consideração da acção do comboio sobre a ponte: forças rolantes e a interacção entre o comboio e a ponte. Os resultados numéricos para a Ponte 1 e 8 mostraram que a aplicação do método de Wilson- θ na determinação das respostas das estruturas efectua uma adequada contabilização das frequências, em que as frequências superiores são dissipadas, este efeito é mais notório quando na aplicação das forças rolantes do que na interacção entre o comboio e a ponte. Relativamente ao intervalo de tempo adoptado nestes cálculos a utilização de $\Delta t=0,003$ s mostrou ser adequado.

O estudo análogo efectuada para a Ponte 12, quando sujeita à passagem da locomotiva, permitiu aferir o modelo de elementos finitos implementado confirmando parâmetros já anteriormente verificados nas Pontes 1 e 8 e adicionalmente retirar conclusões relativas à influência dos elementos existentes sobre a ponte no comportamento da estrutura quando em serviço, como é o caso da camada de balastro entre as vias.

Recorrendo ao modelo de elementos finitos desenvolvido para aferir o comportamento dinâmico das várias pontes, vários métodos de integração passo a passo foram aplicados a fim de verificar a influência destes na determinação das respostas. Assim as respostas calculadas das Pontes 1, 8 e 12, são apresentadas e discutidas recorrendo aos métodos de Newmark, Wilson- θ ($\theta=1,4$) e da Sobreposição Modal. Os resultados permitem evidenciar que o método de Newmark, para $\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$, não permite efectuar a dissipação das frequências elevadas pois apesar das respostas obtidas para os vários métodos, no domínio do tempo, não apresentarem diferenças significativas tal já não se passa no domínio da frequência. Os resultados obtidos com o recurso ao método de

Wilson- θ mostraram ser adequados, similares aos obtidos com o método da Sobreposição Modal.

Os resultados obtidos para a Ponte 12 levam a concluir que não é possível obter boa concordância entre respostas calculadas e medidas quando os modelos de elementos finitos desenvolvidos para tal são complexos, apresentando frequências de vibração elevadas e distantes das frequências de excitação, provocadas pela passagem do comboio sobre a ponte.

Os efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias podem ser avaliados aplicando diferentes metodologias: as forças rolantes e a interacção entre o comboio e a ponte. Do conjunto de pontes analisado, a Ponte 1 é a mais flexível, deste modo considerou-se pertinente analisar o seu comportamento dinâmico com as diferentes metodologias e tendo como modelos de elementos finitos os desenvolvidos com base nas suas condições de projecto e nas determinadas no ensaio dinâmico, tomando para grandezas de referência os deslocamentos e acelerações a meio vão da ponte.

A simulação da passagem do comboio sobre a ponte como uma série de forças rolantes é uma metodologia de fácil aplicação e aferição, o que a define como a metodologia mais utilizada na determinação dos efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias pela maioria dos investigadores, deste modo, iniciou-se o estudo do comportamento da Ponte 1 com a sua aplicação.

A análise da ponte como simplesmente apoiada permitiu concluir que ressonância desta estrutura para a circulação do comboio ICE2 acontece no intervalo de velocidades analisado, os 140 e os 300 *km/h*. Verificou-se que a partir dos 230 *km/h* a aceleração máxima vertical é superior a 3,5 m/s^2 , limite máximo indicado nas normas [EN1990-Annex A2, 2005], chegando a alcançar cerca de 14 m/s^2 na velocidade de ressonância da ponte, os 257 *km/h*. Compararam-se os deslocamentos e acelerações máximos obtidos a meio vão por via da aplicação do método de Wilson- θ , com os obtidos por intermédio da aplicação dos métodos simplificados, *DER* e *LIV*. Desta comparação foi possível concluir que a aplicação dos métodos simplificados a estruturas isostáticas constitui um modo rápido e simples de determinar boas estimativas das respostas máximas das estruturas.

A aplicação da interacção ao modelo da Ponte 1, como simplesmente apoiada, permitiu concluir que o uso desta metodologia leva a reduções dos deslocamentos e acelerações máximos em cerca de 38 e 33%, respectivamente. Apesar desta diminuição a ponte ainda apresenta valores de aceleração bastantes superiores ao indicado como limite máximo.

Na representação das respostas em frequência das acelerações constata-se que o recurso à interacção faz com que as frequências superiores a 50 Hz tenham maior contributo no cálculo da resposta do que a aplicação das forças rolantes.

A análise da Ponte 1 com o modelo de elementos finitos resultante da calibração, permitiu concluir que para este modelo a ressonância sucede para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 385 km/h, dado que a velocidade máxima de circulação na via onde a ponte se insere é de cerca dos 250 km/h, não estará posta em causa a ressonância da estrutura.

Neste modelo de ponte procedeu-se ao estudo da sensibilidade da resposta da estrutura tendo em conta a variação do valor do intervalo de tempo adoptado para a integração das equações de equilíbrio dinâmico. Esta aferição permitiu concluir que a utilização de $\Delta t=0,002$ s e de $\Delta t=0,005$ s neste modelo estrutural, conduzem a resultados coincidentes.

Posteriormente recorrendo à interacção entre o comboio e a ponte, procedeu-se à análise do comportamento dinâmico da Ponte 1, tendo em conta os dois modelos de elementos finitos definidos, assumindo as mesmas grandezas de referência: os deslocamentos e acelerações máximos a meio vão.

A aplicação da interacção entre o comboio e a ponte, no modelo de elementos finitos com as restrições nos apoios, permitiu concluir que os valores máximos de aceleração e deslocamento a meio vão da ponte obtidos por recurso à interacção são inferiores aos obtidos por aplicação das forças rolantes, na velocidade de ressonância a redução é de cerca de 26% e 22%, respectivamente para os deslocamentos e acelerações.

Para este modelo de elementos finitos e coeficiente de amortecimento igual a 5%, os resultados com o recurso à interacção demonstraram que a Ponte 1 só estará sujeita a

acelerações superiores a $3,5 \text{ m/s}^2$ para velocidades superiores a 350 km/h , deste modo atendendo a que a velocidade máxima de circulação da via onde a ponte se insere é de 250 km/h a verificação da segurança da via no que diz respeito à aceleração máxima da ponte não está posta em causa.

Capítulo 6. MODELAÇÃO NUMÉRICA DE PONTES FERROVIÁRIAS DE MÉDIO VÃO INCLUINDO O MODELO DINÂMICO DA VIA FÉRREA BALASTRADA

6.1. INTRODUÇÃO

No Capítulo 5 foram apresentados três casos de estudo que consistem em pontes ferroviárias de pequeno e médio vão nas quais foram efectuados ensaios dinâmicos a fim de averiguar os seus parâmetros dinâmicos tais como modos de vibração, respectivas frequências próprias e amortecimentos. As pontes são definidas por dois tabuleiros simplesmente apoiados de betão armado pré-esforçado posicionados lado a lado, de iguais características geométricas e materiais e que servem a circulação ferroviária para diferentes sentidos de tráfego.

Atendendo aos resultados dos ensaios validaram-se os modelos de elementos finitos que permitem o cálculo do comportamento dinâmico das pontes ferroviárias quando em serviço. Para tal foram também utilizadas as medições da resposta de aceleração vertical dos tabuleiros quando sujeitos à passagem do tráfego real.

Os modelos de elementos finitos desenvolvidos para os três casos de estudo têm em conta a rigidez da estrutura e dos elementos que sobre ela se posicionam, como os carris. As restrições implementadas, nomeadamente a continuidade do carril sobre os apoios e o impedimento dos apoios à translação horizontal simulam alguns dos efeitos preconizados pelos elementos existentes na fronteira da estrutura. Atendendo à configuração geométrica enviesada de uma das pontes, Ponte 12, foi possível averiguar a contribuição da rigidez de corte da camada de balastro na interacção entre os dois viadutos, colocados lado a lado, quando em funcionamento. O amortecimento utilizado, resultante das medições efectuadas, permitiu de igual modo verificar a influência do amortecimento do balastro no funcionamento das pontes.

Tratando-se de pontes de médio vão único considerou-se importante implementar no modelo de elementos finitos desenvolvido o modelo dinâmico de via férrea de modo a

averiguar a sua influência na resposta da estrutura. Pretende-se pois averiguar na resposta deste tipo de pontes, de médio vão, quando em condições normais de serviço, a influência da rigidez e amortecimento dos elementos que compõem a via férrea bem como da distribuição longitudinal das forças verticais, relativas aos eixos dos veículos, na via férrea.

Neste Capítulo 6 procede-se para cada um dos casos de estudo à comparação entre as respostas de acelerações medidas e calculadas tendo em conta a presença da via férrea sobre a ponte, para tal no cálculo numérico utilizaram-se diferentes metodologias de aplicação da acção do comboio, as forças rolantes e a interacção entre o comboio e a ponte, quando os parâmetros dos veículos que compõem o comboio são conhecidos.

Dado que a investigação se desenvolveu com base na comparação das respostas calculadas e adquiridas nos ensaios dinâmicos em termos de acelerações verticais, foram utilizados modelos dinâmicos de via férrea bidimensionais e tridimensionais, respectivamente na Ponte 1, Ponte 8 e Ponte 12, pois nas primeiras duas pontes os efeitos da torção podem ser desprezados.

De modo a complementar a investigação, apresentada no Capítulo anterior, da análise do comportamento dinâmico da Ponte 1 quando sujeita a um comboio real de alta velocidade e tendo em conta a aplicação de diferentes metodologias, as forças rolantes e à interacção entre o comboio e a ponte, neste Capítulo 6 procede-se à implementação de vários modelos de via férrea sobre a ponte de modo a averiguar a sua influência na resposta da estrutura, tendo como grandezas de referência os deslocamentos e acelerações a meio vão.

Os modelos dinâmicos de via férrea utilizados nesta investigação são os apresentados no Capítulo 3, definidos pelas características de rigidez e amortecimento dos elementos que compõem a via férrea, e já utilizados na análise do comportamento dinâmico da via férrea balastrada quando sujeita a tráfego de alta velocidade, nomeadamente o modelo desenvolvido pela *Comissão de especialistas D214 do European Rail Research Institute*, apresentado em [ERRI D214/RP5, 1999] quando na análise da influência das irregularidades da via no comportamento dinâmico de pontes de pequeno médio vão; o modelo dinâmico utilizado por [Yang *et al.*, 2004a] nos estudos efectuados para a

análise da influência dos parâmetros dinâmicos da via férrea no comportamento dinâmico da ponte; o modelo dinâmico utilizado por [Esveld, 1989] no estudos do comportamento da via férrea tendo em conta a interacção do veículo que sobre ela circula.

Os dois primeiros modelos dinâmicos de via férrea foram definidos atendendo ao facto de a ponte lhes servir de apoio e deste modo os parâmetros de rigidez e amortecimento dos elementos que os confinam inferiormente têm em conta esta condição. Quanto ao terceiro, é um modelo dinâmico correntemente utilizado por diversos autores na análise da via férrea sobre a plataforma definida pelo sub-balastro e fundação, em que os valores dos parâmetros de rigidez e amortecimento dos diversos elementos que constituem a via férrea resultam de ensaios experimentais a vias inseridas na rede europeia de alta velocidade, [Man, 2002].

6.2. OS MODELOS DINÂMICOS DE VIA FÉRREA BALASTRADA

Os três modelos de via férrea balastrada utilizados estão apresentados na Figura 6.1 a Figura 6.3 e os respectivos parâmetros na Tabela 6.1 a Tabela 6.3. Conforme já se referiu anteriormente estes modelos resultam de investigações desenvolvidas no domínio da análise do comportamento dinâmico do sistema veículo/via férrea/ponte, [Yang *et al.*, 2004a] e [ERRI D214/RP5, 1999], e do sistema veículo/via férrea, [Man, 2002].

Nesta investigação, estes modelos de via férrea são colocados sobre o modelo de elementos finitos da ponte e actuados quer por forças concentradas rolantes quer por modelos dinâmicos simplificados de veículos, que pretendem simular a passagem dos comboios reais, sistemas constituídos por massas rolantes, suspensas e não suspensas unidas por molas e amortecedores ligados em paralelo. Os parâmetros para os vários elementos que constituem os modelos de via férrea, são admitidos como constantes em todo o comprimento considerado de via, apesar de tal não ocorrer na realidade devido ao processo de construção e manutenção da via férrea.

Os modelos de via férrea balastrada podem ser mais ou menos exaustivos conforme o que se pretenda estudar, mas de um modo geral são constituídos por carris, simulados

com comprimento infinito recorrendo a elementos de viga, colocados sobre uma série de amortecedores e molas verticais lineares ligados em paralelo que simulam as características de rigidez e amortecimento dos elementos que lhe são adjacentes.

Na Figura 6.1, representativa do Modelo I, sem massas suspensas, as molas e os amortecedores lineares colocados segundo a vertical e a horizontal e correspondem ao balastro.

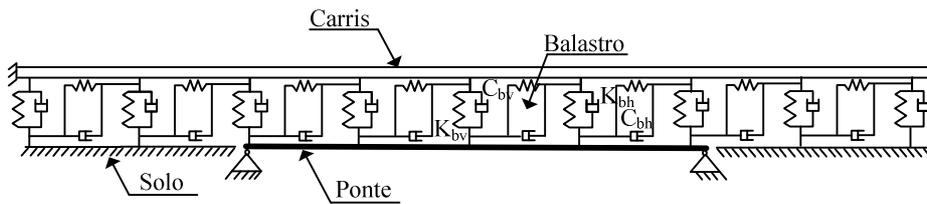


Figura 6.1 – Modelo I de via férrea balastrada, [Yang *et al.*, 2004a].

Tabela 6.1 – Parâmetros do modelo de via férrea de [Yang *et al.*, 2004a].

Parâmetros da via férrea	Notação	Valor
Carril UIC60		
Módulo de elasticidade	E_r [N/m ²]	210E09
Densidade	ρ_r [kg/m ³]	7850
Momento de inércia à flexão	I_r [m ⁴]	3055E-08
Secção transversal	A_r [m ²]	76,9E-04
Balastro		
Rigidez vertical por unidade de comp.	K_{bv} [N/m]	104E06
Amortecimento vertical por unidade de comp.	C_{bv} [Ns/m]	50E03
Rigidez horizontal por unidade de comp.	K_{bh} [N/m]	104E05
Amortecimento horizontal por unidade de comp.	C_{bh} [Ns/m]	50E03

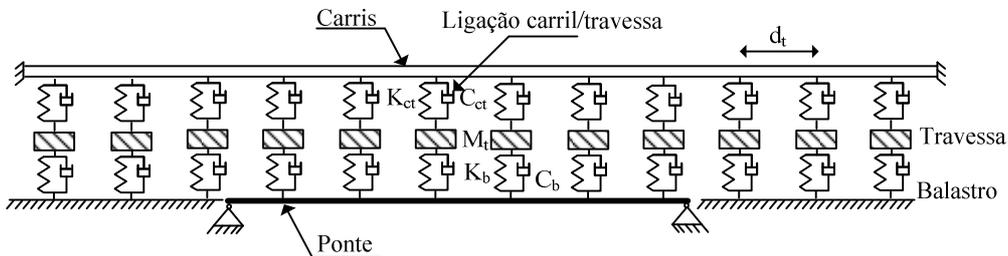


Figura 6.2 – Modelo II de via férrea balastrada, [Man, 2002].

No Modelo II, com uma massa suspensa Figura 6.2, é introduzida a massa da travessa e a ligação carril/travessa recorrendo a molas e amortecedores verticais ligados em paralelo. A distância entre travessas é definida.

Tabela 6.2 – Parâmetros do modelo de via férrea de [Man, 2002].

Parâmetros da via férrea	Notação	Valor
Carril UIC60		
Módulo de elasticidade	E_r [N/m ²]	210E09
Densidade	ρ_r [kg/m ³]	7850
Momento de inércia à flexão	I_r [m ⁴]	3055E-08
Secção transversal	A_r [m ²]	76,9E-04
Ligação Carril/Travessa		
Rigidez vertical	K_{ct} [N/m]	300E06
Amortecimento vertical	C_{ct} [Ns/m]	80E03
Travessa		
Massa	M_t [kg]	290
Distância entre travessas	d_t [m]	0,60
Balastro		
Rigidez vertical	K_b [N/m]	120E06
Amortecimento vertical	C_b [Ns/m]	114E03

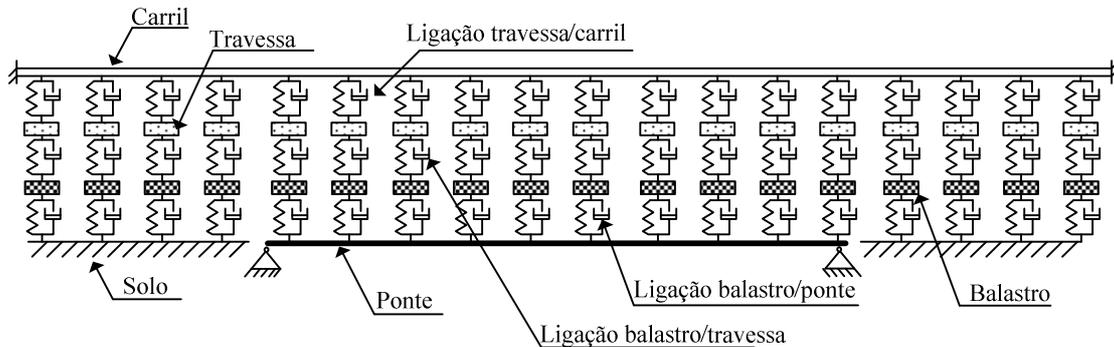


Figura 6.3 – Modelo III de via férrea balastrada, [ERRI D214/RP5, 1999].

O Modelo III, com duas massas suspensas representado na Figura 6.3, é o mais complexo pois para além dos elementos definidos no modelo anterior, é considerada a massa vibrante do balastro sobre a ponte, bem como as características de rigidez e amortecimento vertical das ligações que o balastro tem com os elementos que lhe são adjacentes, a ponte e a travessa.

Tabela 6.3 – Parâmetros do modelo de via férrea de [ERRI D214/RP5, 1999].

Parâmetros da via férrea	Notação	Valor
Carril UIC60		
Módulo de elasticidade	E_r [N/m ²]	210E09
Densidade	ρ_r [kg/m ³]	7850
Momento de inércia à flexão	I_r [m ⁴]	3055E-08
Secção transversal	A_r [m ²]	76,9E-04
Ligação Carril/Travessa		
Rigidez vertical	K_{ct} [N/m]	500E06
Amortecimento vertical	C_{ct} [Ns/m]	200E03
Travessa		
Massa	M_t [kg]	290
Distância entre travessas	d_t [m]	0,60
Balastro		
Rigidez travessa/balastro	K_{tb} [N/m]	538E06
Amortecimento travessa/balastro	C_{tb} [Ns/m]	120E03
Rigidez balastro/ponte	K_{bp} [N/m]	1000E06
Amortecimento balastro/ponte	C_{bp} [Ns/m]	50E03
Massa vibrante	M_b [kg]	412

1º CASO DE ESTUDO

6.3. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 1 COM VIA FÉRREA BALASTRADA

Para proceder à comparação entre as respostas de acelerações medidas e calculadas na Ponte 1 tendo em conta a presença da via férrea balastrada, implementaram-se os diferentes modelos dinâmicos sobre o modelo de elementos finitos desenvolvido para as pontes analisadas conforme exposto no Capítulo 5.

Considerou-se uma extensão do modelo dinâmico de via férrea para cada lado da ponte analisada de pelo menos metade do vão desta, ver Figura 6.4 com o Modelo II de via férrea. A distância do centro de gravidade do carril ao centro de gravidade da ponte teve em conta a altura definida para o balastro sobre a ponte.

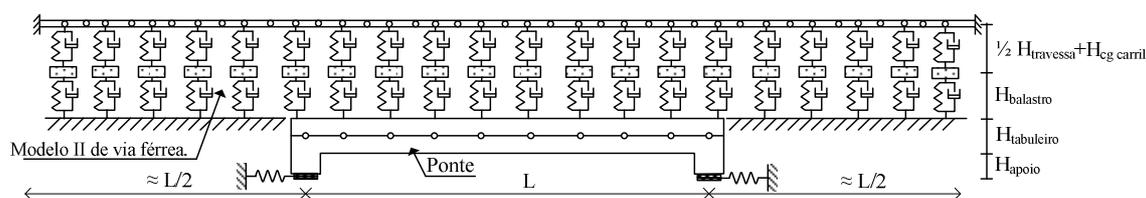


Figura 6.4 – Representação do modelo da ponte com o Modelo II de via férrea sobre a ponte.

Refira-se que de modo a averiguar a influência do comprimento admitido para a via férrea, a jusante e a montante da ponte, na resposta da estrutura foram analisados para os diversos modelos de elementos finitos via férrea/ponte e veículo/via férrea/ponte diferentes comprimentos de extensão de via férrea sujeitos à passagem de comboios com várias velocidades. Este estudo permitiu concluir que a consideração de outros comprimentos de via férrea, nomeadamente superiores ao adoptado, não introduziam diferenças significativas no cálculo da resposta da ponte mas incrementavam consideravelmente o tempo de cálculo e a dimensão dos ficheiros.

Conforme já referido admitiu-se o modelo de elementos finitos da ponte dividido em cerca de 24 elementos com cerca de 0,9792 m de extensão. O carril considerou-se dividido em elementos de 0,4896 m extensão, metade da extensão dos elementos

admitidos na ponte, de modo a averiguar a distribuição longitudinal das forças rolantes na via férrea.

Para além do contributo da rigidez dos carris já introduzido no modelo de elementos finitos da ponte, a consideração dos diferentes modelos de via férrea sobre a Ponte 1, não conduziu a diferenças significativas nos valores das frequências e modos de vibração da ponte, lembrar que os valores das três primeiras frequências próprias de flexão deste modelo são iguais a 4,05, 12,51 e 26,15 Hz .

O método de integração passo a passo utilizado foi o método de Wilson- θ , com $\theta=1,4$. O intervalo de tempo adoptado nestas análises foi $\Delta t=0,003$ s, igual ao adoptado na comparação das respostas de acelerações medidas e calculadas sem via férrea na Ponte 1.

De igual modo nestas comparações, a fim de averiguar as diferenças na resposta de acelerações da ponte com a via férrea, são adoptadas duas metodologias para a acção do comboio: as forças rolantes e a interacção entre o comboio e a ponte. As respostas de acelerações medidas foram obtidas recorrendo à passagem da locomotiva 1116 à velocidade de 130 km/h e do comboio IC549 com a velocidade de 140 km/h .

6.3.1. Análise da Passagem da Locomotiva 1116

A locomotiva é definida por quatro eixos, cujas distâncias entre eles são 3,0 m e 6,90 m, a força por eixo P é igual a 210,95 kN , conforme a Figura 6.5 representa. A velocidade de circulação da locomotiva sobre a ponte é de 130 km/h .

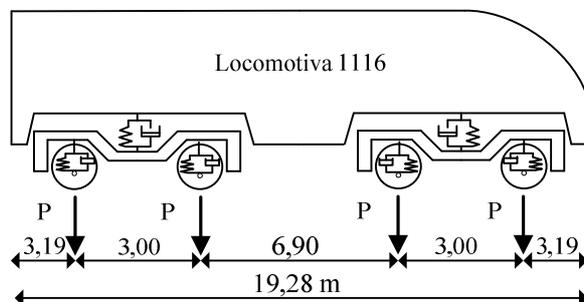


Figura 6.5 – Representação da locomotiva tipo 1116.

6.3.1.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

Atendendo à discretização dos nós dos carris e às características da locomotiva, nomeadamente à distância entre eixos e à velocidade de circulação, as forças ao longo do tempo foram determinadas por recurso a um programa em Fortran e importadas no software ADINA.

A Figura 6.6 efectua a representação da ponte com a via férrea e o modelo simplificado das forças rolantes utilizado para o cálculo das respostas da ponte.

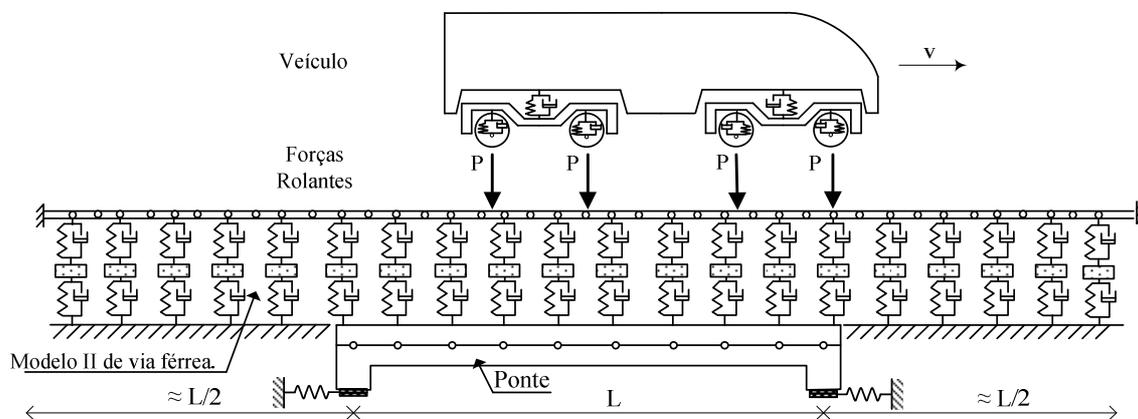


Figura 6.6 – Representação da ponte com a via férrea e o modelo das forças rolantes.

MODELO I

A Figura 6.7 representa a comparação entre a resposta numérica e a resposta medida na Ponte 1 devido à passagem da locomotiva com a velocidade de 130 km/h recorrendo ao Modelo I de via férrea e à aplicação das forças rolantes. Observando a resposta de acelerações ao longo do tempo constatou-se que a utilização do Modelo I de via férrea não apresenta diferenças significativas na resposta da ponte. As conclusões retiradas para a resposta da ponte sem a utilização de modelos de via férrea são aqui aplicadas. Durante o tempo em que a locomotiva está sobre a ponte, a resposta calculada e as medições apresentam uma boa concordância. Observa-se um desfasamento nas frequências das respostas medidas e calculadas, após saída da locomotiva da ponte. As amplitudes da resposta em vibração livre são muito semelhantes, confirmando um bom ajuste entre o amortecimento do sistema medido e o utilizado nos cálculos.

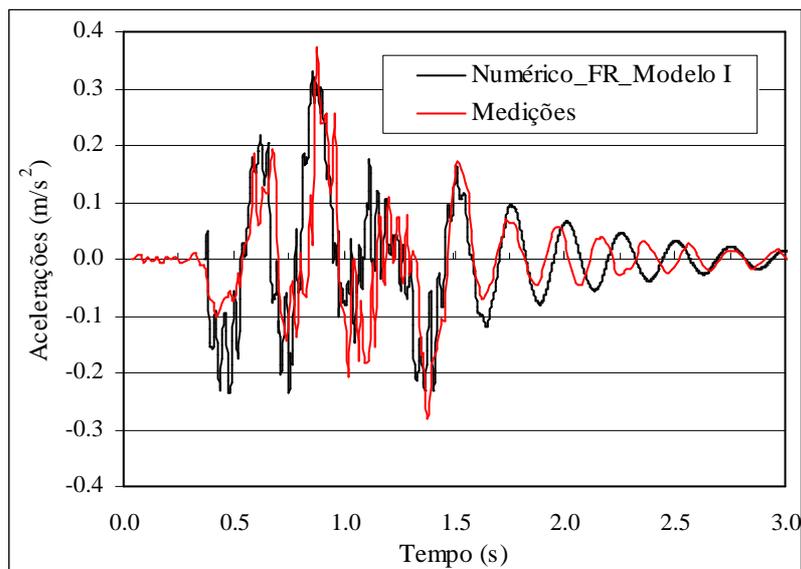


Figura 6.7 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 1 devido à passagem da locomotiva 1116 recorrendo ao Modelo I de via férrea e à aplicação de forças rolantes.

Atendendo a estes resultados foi considerada a resposta da ponte no domínio da frequência, Figura 6.8 para a passagem da locomotiva 1116 à velocidade de 130 *km/h*, observa-se que para esta velocidade de circulação a utilização do Modelo I de via férrea tem uma contribuição de frequências análoga à quando da situação em que o modelo de via férrea não é utilizado.

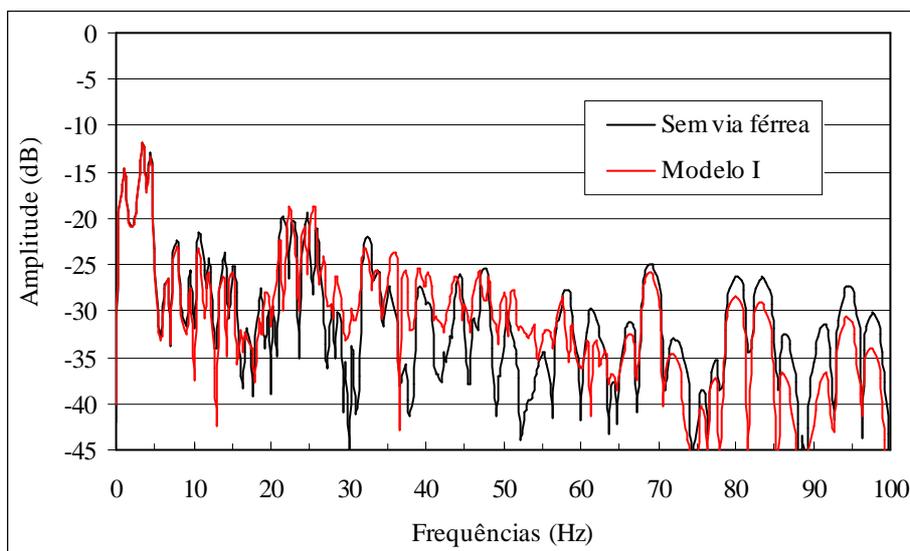


Figura 6.8 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem da locomotiva 1116 sem e com o Modelo I de via férrea e recorrendo à aplicação de forças rolantes.

MODELO II

Como a resposta calculada de acelerações a meio vão da ponte com o Modelo II no domínio do tempo não demonstrou diferenças significativas à resposta da ponte sem o modelo dinâmico da via férrea, não se representa a comparação destas respostas.

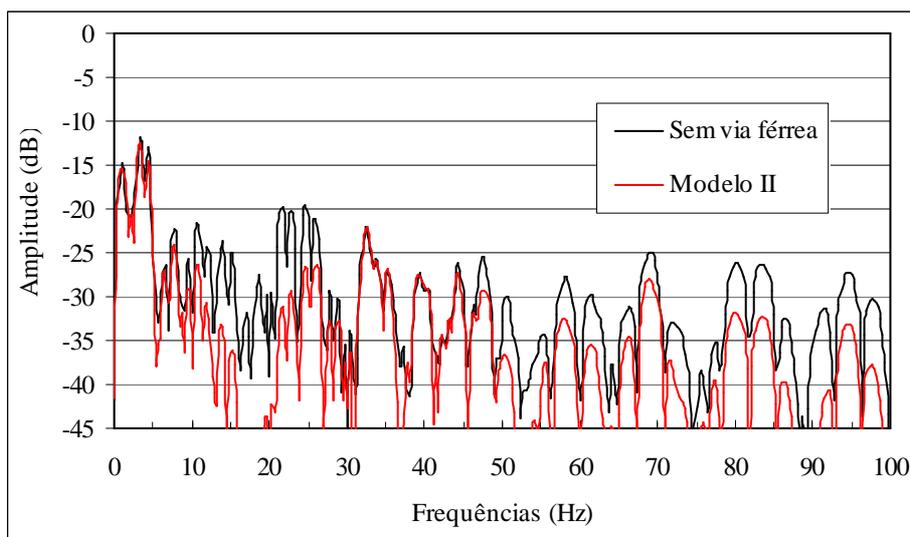


Figura 6.9 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem da locomotiva 1116 sem e com o Modelo II de via férrea e recorrendo à aplicação de forças rolantes.

A representação da comparação das respostas em frequência das acelerações calculadas a meio vão da ponte para a passagem da locomotiva sem e com o Modelo II de via férrea, Figura 6.9, permite observar que a aplicação deste modelo de via férrea efectua a dissipação das frequências superiores a cerca de 50 Hz e das frequências compreendidas entre os 10 e 30 Hz.

MODELO III

A introdução do Modelo III de via férrea sobre a ponte não apresentou de igual modo no domínio do tempo, diferenças significativas na resposta da ponte quando sujeita à passagem da locomotiva. Portanto as conclusões referidas quando na comparação entre as respostas medidas e calculadas a meio vão da ponte sem o recurso do modelo de via férrea são aqui aplicadas.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte sem e com o Modelo III de via férrea permite concluir que a consideração deste modelo de via férrea apresenta uma notável dissipação das frequências superiores a 50 Hz, conforme se pode constatar na Figura 6.10.

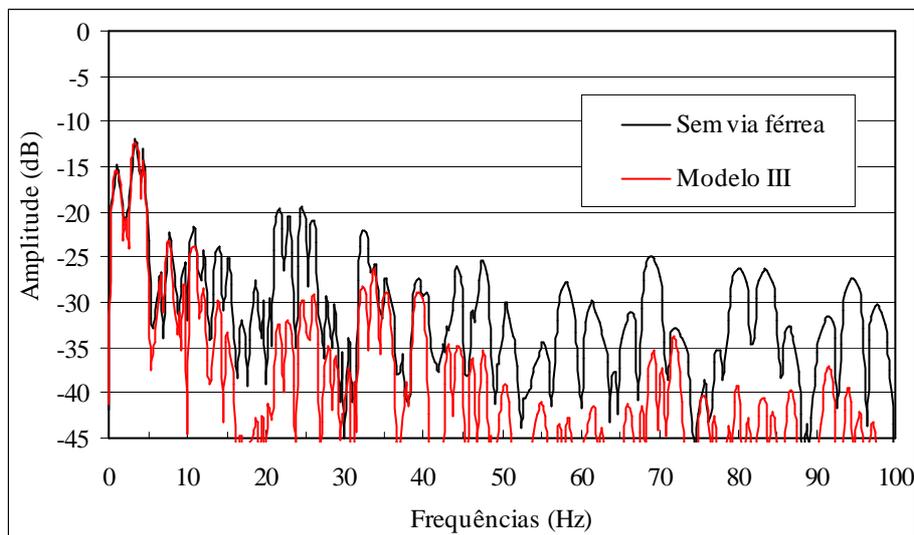


Figura 6.10 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem da locomotiva 1116 sem e com o Modelo III de via férrea e recorrendo à aplicação de forças rolantes.

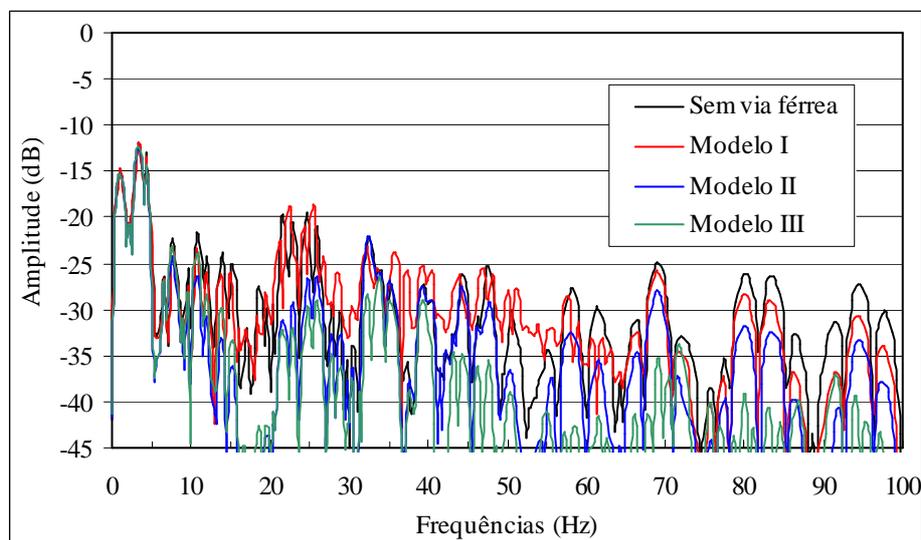


Figura 6.11 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem da locomotiva 1116 sem e com os diversos modelos de via férrea.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão sem e com os diferentes modelos dinâmicos de via férrea permite concluir que as respostas

determinadas apresentam a mesma contribuição de frequências no intervalo entre as 0 e os 20 *Hz* e uma conveniente dissipação dos modos elevados. Para valores superiores a 20 *Hz* o modelo I e II têm o mesmo comportamento e que o Modelo III é o mais eficiente na dissipação dos modos mais elevados a partir dos 50 *Hz*, Figura 6.11.

6.3.1.2. Influência do modelo dinâmico de via férrea versus método de integração

Atendendo ao facto de não se ter aplicado a interacção entre a locomotiva 1116 e a Ponte 1 nesta secção apenas se procede à comparação entre métodos de integração da equação de equilíbrio de sistemas lineares onde a metodologia das forças rolantes foi aplicada.

Os resultados obtidos com a aplicação dos modelos dinâmicos de via férrea evidenciaram a dissipação dos modos mais elevados, desta forma nesta secção procede-se à comparação das respostas da Ponte 1 considerando implementados os diferentes modelos dinâmicos de via férrea e o método de Wilson- θ com a resposta da Ponte 1 recorrendo ao método da Sobreposição Modal. Na determinação da resposta com o método da Sobreposição Modal apenas foram consideradas a contribuição das frequências até ao terceiro modo de vibração da estrutura, 28,75 *Hz*.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte para aplicação dos três modelos de via férrea com a resposta em frequência em que o método da Sobreposição Modal é utilizado permite observar que as respostas apresentam a mesma contribuição de frequências no intervalo entre as 0 e os 20 *Hz*. Após este valor de frequência, observa-se que o Modelo I é o modelo que efectua a menor dissipação dos modos mais elevados, aliás já se tinha observado que a resposta com ele obtida era muito idêntica a que se obtinha sem a sua aplicação. Os resultados obtidos por via da aplicação do Modelo III de via férrea e do método da Sobreposição Modal apresentam-se muito idênticos evidenciando a dissipação das altas frequências que este modelo de via férrea possibilita.

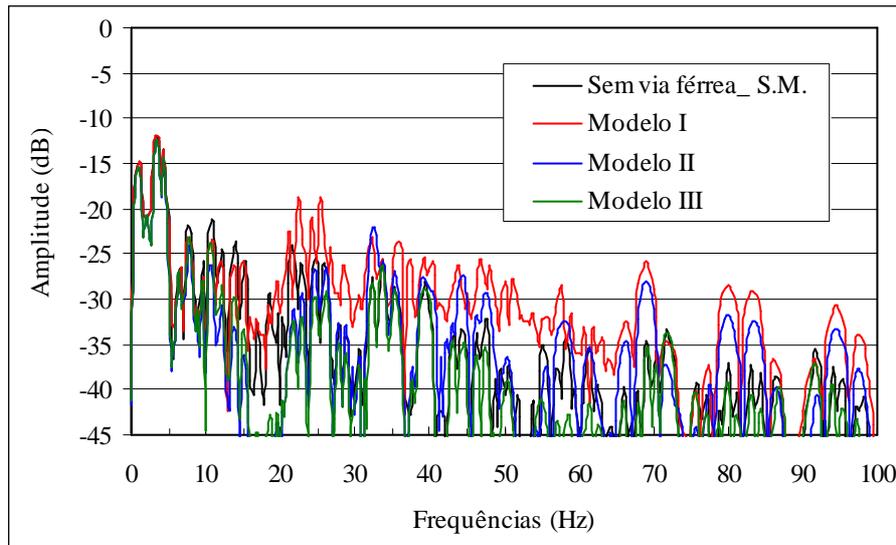


Figura 6.12 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 para a passagem da locomotiva 1116 admitindo os diferentes modelos de via férrea e o método da Sobreposição Modal.

6.3.2. Análise da Passagem do Comboio IC549

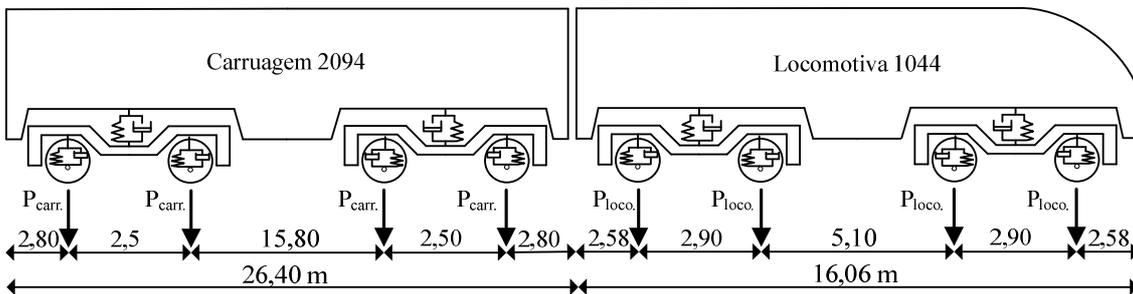


Figura 6.13 – Representação dos veículos que definem o comboio IC549.

O comboio IC549 é composto por sete veículos, uma locomotiva tipo 1044 e seis carruagens tipo 2094, as distâncias entre eixos dos diferentes veículos encontram-se representadas na Figura 6.13. As forças nos eixos correspondem a $P_{loco.}=204,05 \text{ kN}$ e a $P_{carr.}=127,53 \text{ kN}$, respectivamente para a locomotiva e carruagem, a velocidade de circulação sobre a ponte foi de 140 km/h .

6.3.2.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

Neste item procede-se à comparação entre as respostas a meio vão da Ponte 1 de acelerações calculadas e medidas para a passagem do comboio IC549, tendo em conta

os vários modelos dinâmicos de via férrea e a aplicação das forças rolantes de modo a analisar em que medida a presença da via férrea sobre a ponte influencia a resposta da estrutura quando sujeita à passagem de um comboio com vários veículos.

As forças que simulam a acção do comboio, foram calculadas e aplicadas aos nós na discretização do carril de modo a ter em conta a distribuição longitudinal das forças rolantes na via férrea.

MODELO I

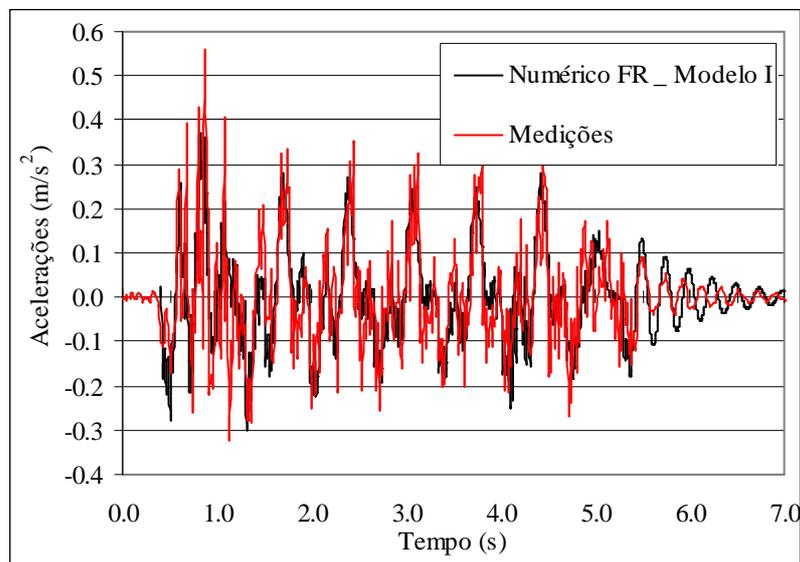


Figura 6.14 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 1 para a passagem do comboio IC549 recorrendo ao Modelo I de via férrea e a forças rolantes.

A Figura 6.14 representa a comparação entre a resposta calculada e medida a meio vão da Ponte 1 com o Modelo I de via férrea, atendendo à passagem do comboio IC549 e recorrendo à aplicação das forças rolantes. As conclusões retiradas para a situação em que não se considerou a presença da via férrea são aqui aplicadas, nomeadamente uma boa concordância entre as acelerações medidas e calculadas durante o tempo em que o comboio circula sobre a ponte e o desfasamento das respostas nos instantes em que a ponte fica sujeita a vibrações livres. O amortecimento utilizado permite um bom ajuste entre as amplitudes das respostas em vibração livre.

Não havendo diferenças na resposta da ponte no domínio do tempo, efectua-se a comparação entre as respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte sem e com o Modelo I de via férrea, Figura 6.15. Nesta figura é possível observar que as frequências que têm maior contributo na resposta são as devidas à excitação quando da passagem do comboio com a velocidade de 140 *km/h* e a frequência relativa ao primeiro modo de vibração da estrutura. Também é possível observar que a via férrea actua como um filtro de frequências no intervalo entre os 10 e os cerca de 40 *Hz* e posteriormente no intervalo entre os 50-70 *Hz*.

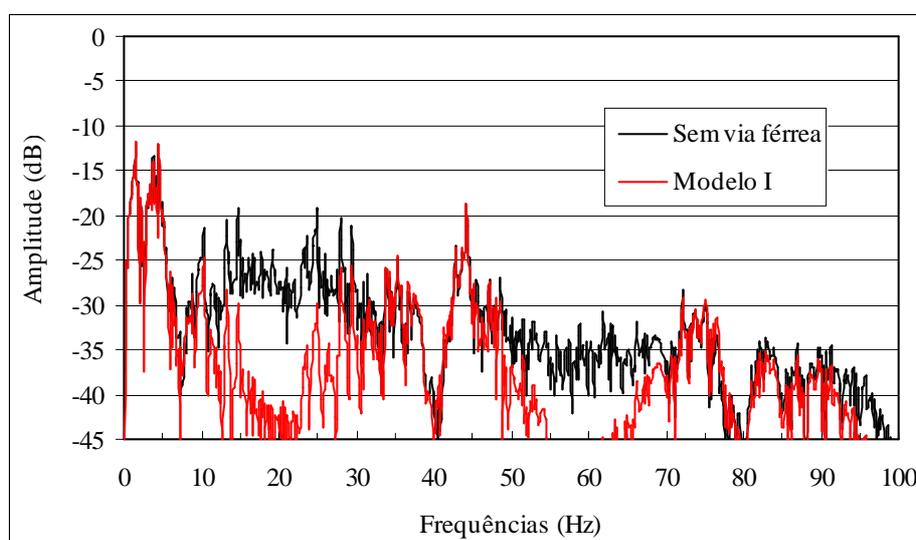


Figura 6.15 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com o Modelo I de via férrea e recorrendo a forças rolantes.

MODELO II

De igual forma se precedeu ao cálculo da resposta de acelerações a meio vão da Ponte 1 com o Modelo II de via férrea e efectuou-se a comparação com as acelerações medidas. As conclusões retiradas são idênticas às já expostas, na medida em que a introdução do Modelo II de via férrea não provoca alterações na resposta de acelerações no domínio do tempo, desta forma não se apresenta a comparação entre estas respostas.

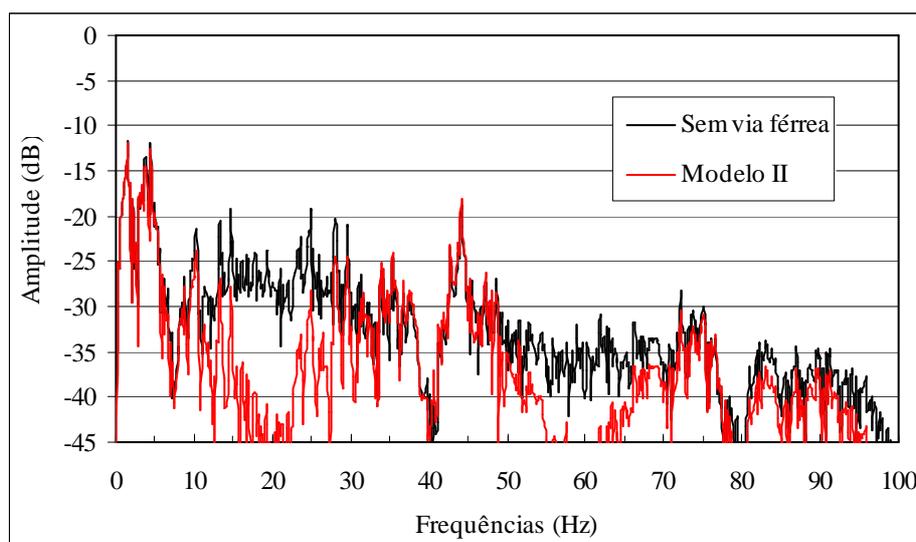


Figura 6.16 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com o Modelo II de via férrea e recorrendo a forças rolantes.

A comparação entre as respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte sem e com o Modelo II de via férrea efectua-se na Figura 6.16. Nesta figura é possível observar que este Modelo II de via férrea actua como um filtro de frequências no intervalo entre os 10 e os cerca de 40 Hz e posteriormente no intervalo entre os 50-70 Hz , portanto tem um comportamento idêntico ao observado quando na utilização do Modelo I.

MODELO III

A comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 1, com o Modelo III de via férrea, para a passagem do comboio IC549 no domínio do tempo e recorrendo às forças rolantes não apresenta alterações às conclusões já retiradas, deste modo não se representa esta comparação.

A Figura 6.17 efectua a comparação entre as respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte sem e com o Modelo III de via férrea recorrendo a forças rolantes. Nesta comparação é possível observar que a consideração do Modelo III de via férrea determina um comportamento muito análogo ao obtido sem a sua aplicação. Conforme os anteriores modelos de via férrea, determina a dissipação dos modos mais elevados,

no entanto não actua como um filtro de frequências nos intervalos compreendidos entre os 10 e 40 Hz e posteriormente entre os 50-70 Hz .

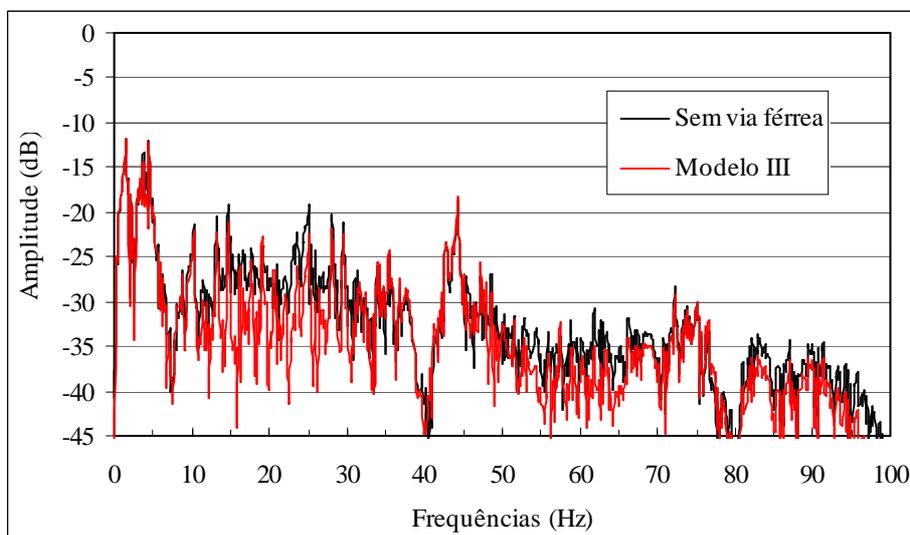


Figura 6.17 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com o Modelo III de via férrea e recorrendo a forças rolantes.

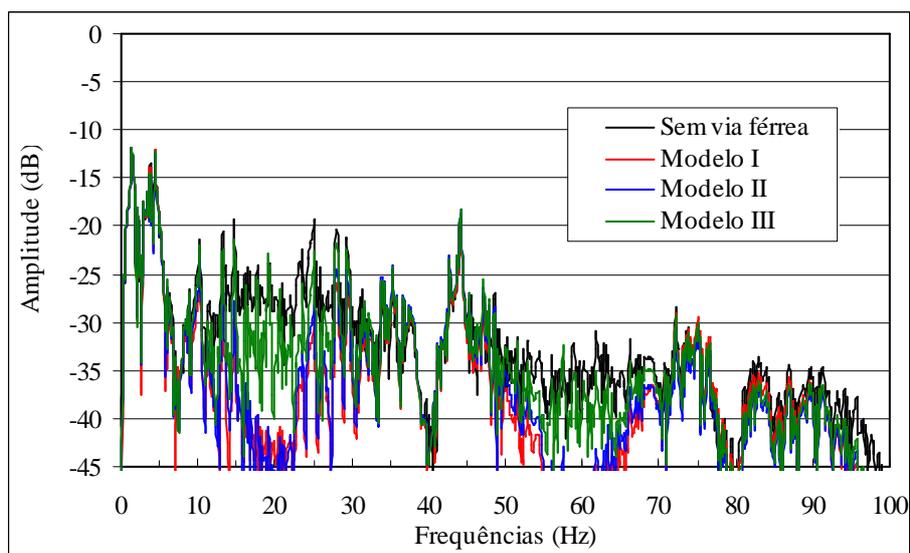


Figura 6.18 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com os diversos modelos de via férrea.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte sem e com os diferentes modelos dinâmicos de via férrea permite concluir que as respostas determinadas apresentam a mesma contribuição de frequências no intervalo entre as 0 e os 15 Hz e uma conveniente dissipação das frequências dos modos elevados. Para

valores superiores a 15 Hz o Modelo I e II têm resultados análogos, actuam como filtros de frequências nos intervalos compreendidos entre os 10 e 40 Hz e posteriormente entre os 50-70 Hz, ver Figura 6.18.

6.3.2.2. Recorrendo à interacção do sistema veículo/ponte

Para proceder à comparação entre as respostas de acelerações medidas e calculadas a meio vão da Ponte 1 com os diversos modelos de via férrea recorrendo à interacção entre o comboio e a ponte, introduziu-se à esquerda e à direita, das extremidades da via férrea, uma série de estruturas de modo que o modelos dinâmicos simplificados de veículos, que representam o comboio IC549, se mantivessem sempre em contacto com uma superfície durante o tempo necessário para percorrermos a ponte, ver Figura 6.19.

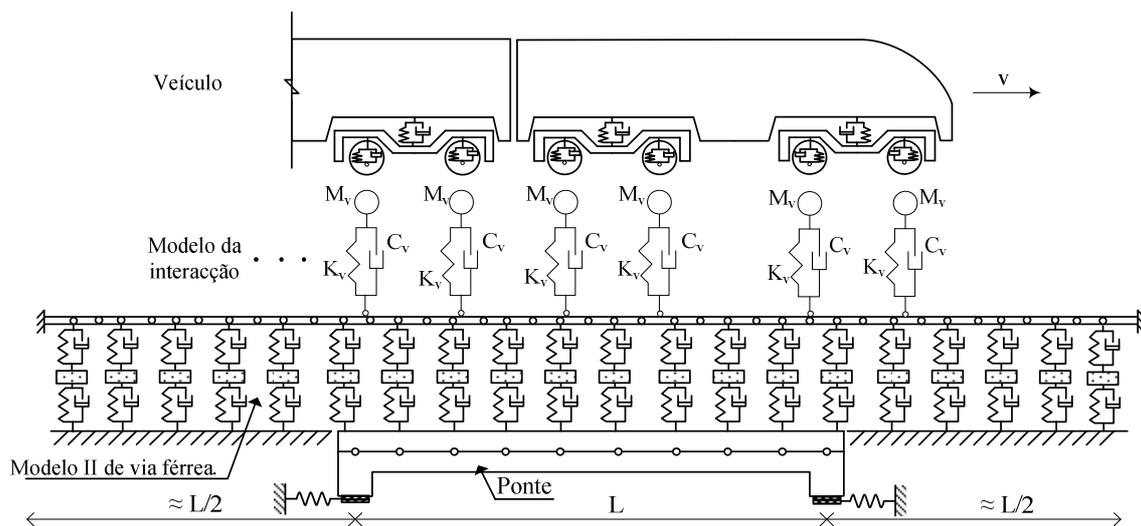


Figura 6.19 – Representação da ponte com o modelo II de via férrea e o modelo do comboio definido para a interacção.

O comprimento admitido para os elementos que definem a ponte e o carril são os referidos anteriormente. As estruturas adjacentes à ponte são definidas com elementos barra de 1 m de extensão.

MODELO I

A Figura 6.20 representa a comparação entre a resposta numérica e a resposta medida a meio vão da Ponte 1, atendendo à passagem do comboio IC549 recorrendo à interacção

entre o comboio e a ponte e ao Modelo I de via férrea. As conclusões retiradas para a situação em que não se considera a presença da via férrea são aqui aplicadas, nomeadamente uma boa concordância entre as acelerações medidas e calculadas durante o tempo em que o comboio circula sobre a ponte e o desfasamento das respostas nos instantes em que a ponte fica sujeita a vibrações livres. O amortecimento utilizado de 5% para o primeiro modo permite um bom ajuste entre as amplitudes das respostas medidas e calculadas em vibração livre.

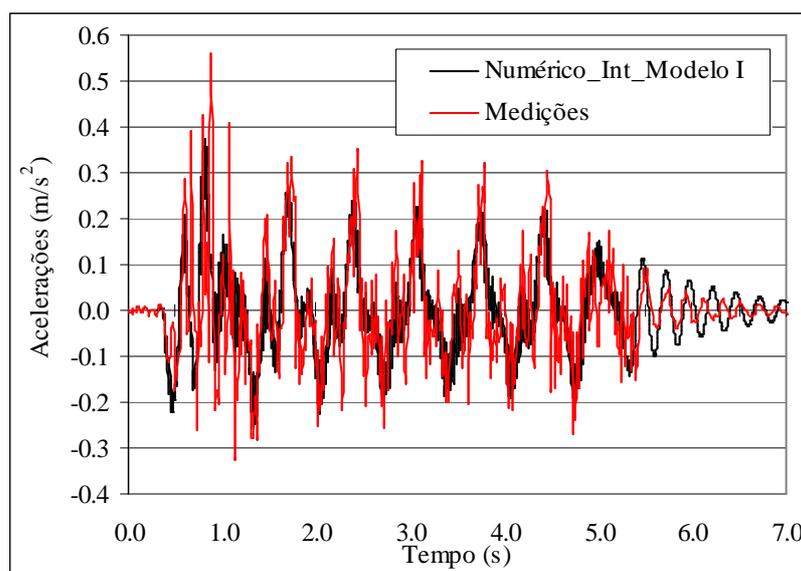


Figura 6.20 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 1 para a passagem do comboio IC549 recorrendo à interação e ao Modelo I de via férrea.

Na Figura 6.21 efectua-se a comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com o Modelo I de via férrea e com o recurso à interação entre o comboio e a ponte.

O recurso à interação, por intermédio do algoritmo de contacto implementado no software ADINA, define uma maior contribuição das altas frequências na determinação da resposta da estrutura. Na Figura 6.21 observa-se que a introdução do Modelo I de via férrea efectua uma dissipação das frequências compreendidas entre os 10 e os 30 *Hz* bem como as superiores aos 50 *Hz*. Portanto o recurso ao modelo de via férrea quando se determina a resposta da estrutura com a interação entre o veículo e a ponte, determina uma dissipação das altas frequências que não são representativas da vibração do sistema veículo/via férrea/ponte.

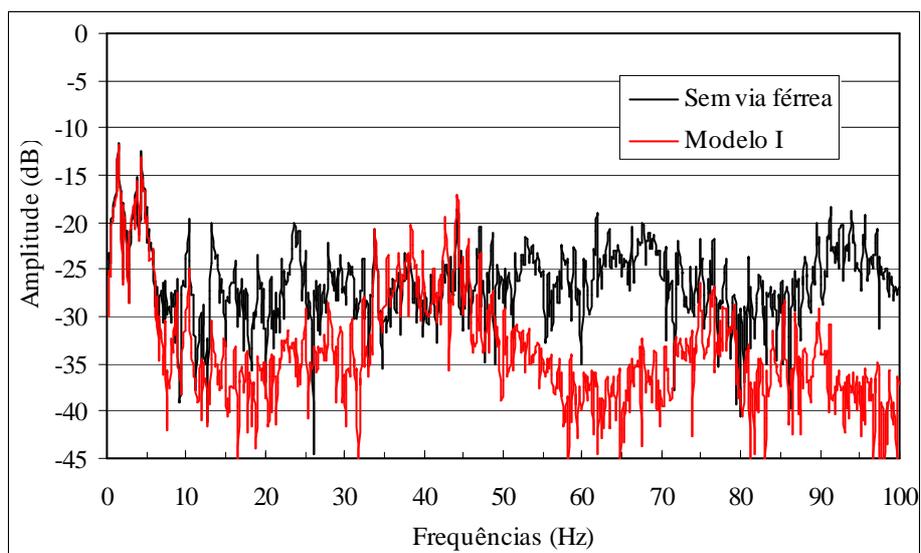


Figura 6.21 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com o Modelo I de via férrea e recorrendo à interacção.

MODELO II

Como a comparação no domínio do tempo das respostas de acelerações medidas e calculadas tendo em conta o Modelo II de via férrea é semelhante à obtida sem o recurso à via férrea, esta figura não se representa.

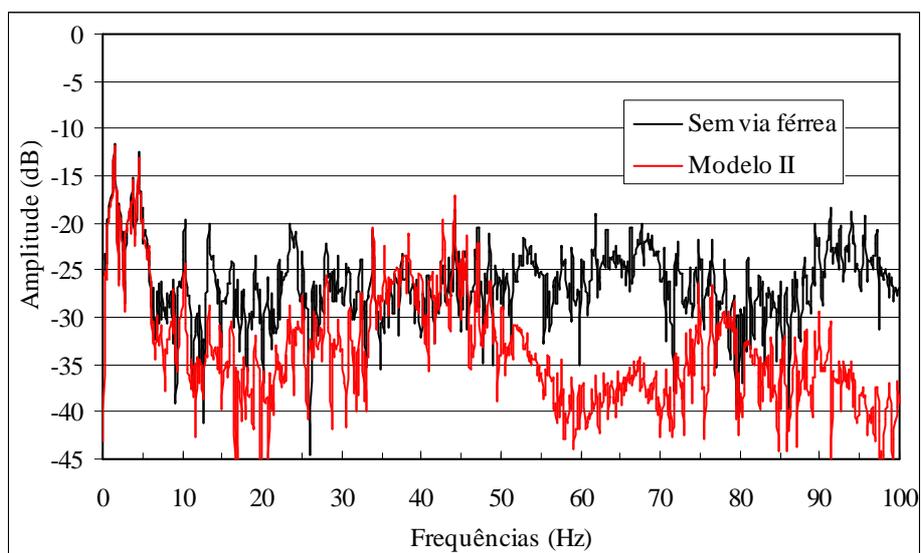


Figura 6.22 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com o Modelo II de via férrea e recorrendo à interacção.

Na Figura 6.22 efectua-se a comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com o Modelo II de via férrea recorrendo à interacção entre o comboio e a ponte.

Nesta figura observa-se que a introdução do Modelo II de via férrea determina uma dissipação das frequências compreendidas entre os 10 e os 30 Hz bem como as superiores aos 50 Hz . Portanto constata-se que no domínio do tempo a resposta da Ponte 1 com o Modelo II de via férrea não determina diferenças significativas. Pelo contrário no domínio da frequência, constata-se que a presença da via férrea actua como um filtro das altas frequências, as não representativas da vibração do sistema veículo/via férrea/ponte.

MODELO III

A Figura 6.23 representa a comparação entre a resposta numérica e a resposta medida a meio vão da Ponte 1 atendendo à passagem do comboio IC549 e recorrendo à interacção entre o comboio e a ponte, para tal o Modelo III de via férrea foi implementado. Como se pode observar a introdução deste modelo de via férrea não permite retirar outras conclusões para além das já referidas anteriormente.

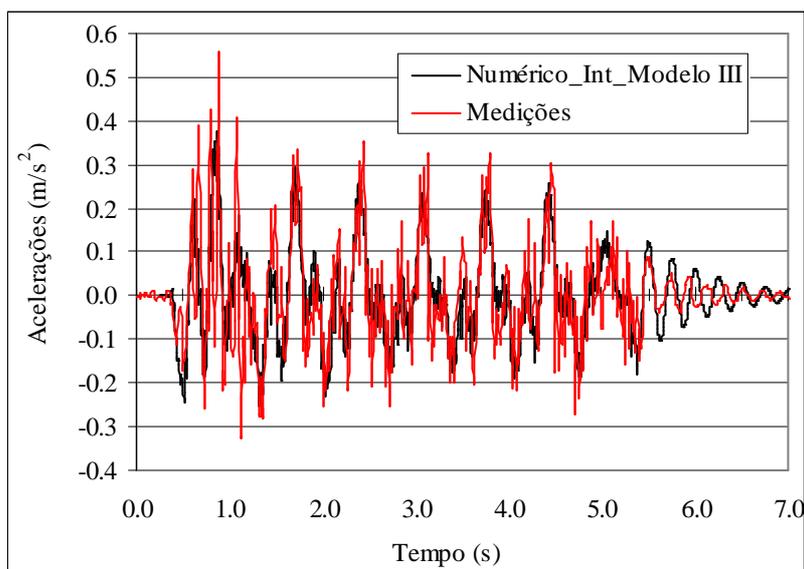


Figura 6.23 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 1 para a passagem do comboio IC549 recorrendo à interacção e ao Modelo III de via férrea.

Na Figura 6.24 efectua-se a comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com o Modelo III de via férrea e com o recurso à interacção entre o comboio e a ponte. O recurso ao Modelo III de via férrea no cálculo da resposta da estrutura determina a dissipação das frequências compreendidas entre os 10 e os 30 Hz bem como as superiores aos 50 Hz , as que não são representativas da vibração do sistema veículo/via férrea/ponte.

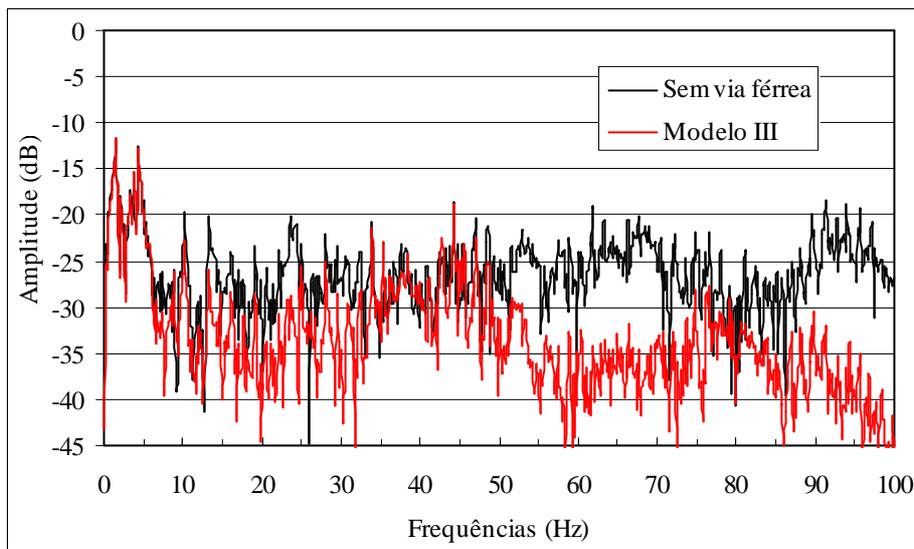


Figura 6.24 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com o Modelo III de via férrea e recorrendo à interacção.

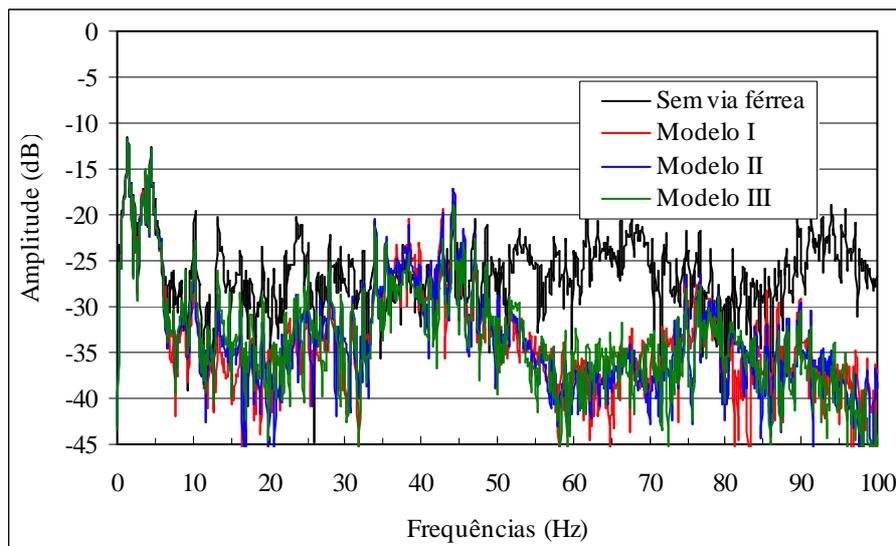


Figura 6.25 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 sem e com os diversos modelos de via férrea.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte sem e com os diferentes modelos dinâmicos de via férrea permite concluir que as respostas determinadas com o recurso aos modelos de via férrea apresentam uma conveniente dissipação das frequências dos modos elevados. As respostas apresentam a mesma contribuição de frequências no intervalo entre as 0 e os 15 Hz , intervalo. Para valores superiores a 15 Hz os modelos de via férrea têm o mesmo comportamento, actuam como um filtro de frequências nos intervalos compreendidos entre os 15 e 40 Hz e posteriormente nas frequências superiores a 50 Hz , ver Figura 6.25.

6.3.2.3. Influência do modelo dinâmico de via férrea versus método de integração

De modo a analisar a influência do modelo dinâmico da via férrea na dissipação das altas frequências procede-se nesta secção à comparação das respostas calculadas das acelerações da Ponte 1 quando sujeita à passagem do comboio IC549 obtidas por intermédio da aplicação das forças rolantes e da interacção entre os veículos e a ponte e recorrendo quando possível aos três diferentes métodos de integração passo a passo, Newmark ($\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$), Wilson- θ ($\theta=1,4$) e da Sobreposição Modal.

Quando as forças rolantes são utilizadas, o método da Sobreposição Modal é aplicado e apenas é considerado a contribuição das frequências até ao terceiro modo de vibração da estrutura, 28,75 Hz .

A Figura 6.26 efectua a comparação das respostas em frequência de acelerações da Ponte 1 quando os diferentes modelos dinâmicos de via férrea são aplicados sobre a estrutura, com a resposta em frequência de acelerações em que o método da Sobreposição Modal é considerado na integração das equações de equilíbrio do sistema linear.

Desta comparação é possível observar que no domínio da frequência a aplicação dos diferentes modelos de via férrea determina resultados idênticos ao obtidos por aplicação do método da Sobreposição Modal. Desta forma podemos concluir que a introdução do modelo dinâmico de via férrea no modelo de elementos finitos da ponte faz com que sejam dissipados os contributos das frequências relativas a modos superiores a 50 Hz ,

não representativos da vibração do sistema, de uma forma análoga ao obtido com a aplicação do método da Sobreposição Modal.

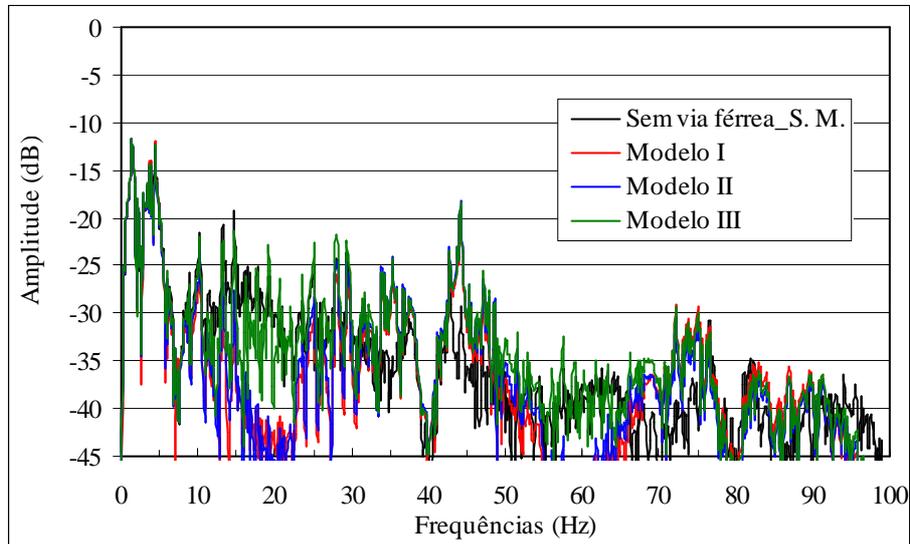


Figura 6.26 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 admitindo os diferentes modelos de via férrea e o método da Sobreposição Modal.

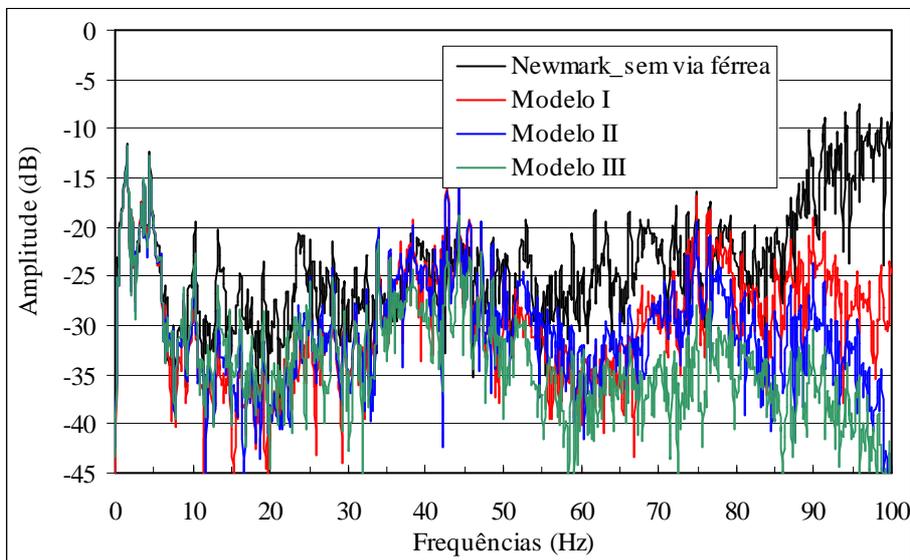


Figura 6.27 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 admitindo os diferentes modelos de via férrea e o método de Newmark.

Quando na utilização da interacção entre os veículos e a ponte o método de Wilson- θ e o método de Newmark ($\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$) são utilizados. De modo a aferir os efeitos dos modelos de via férrea no domínio da frequência efectua-se também a comparação das

respostas em frequência de acelerações da Ponte 1 com os diferentes modelos dinâmicos de via férrea aplicados sobre a estrutura em que o método de Newmark é considerado na integração das equações de equilíbrio do sistema veículo/via férrea/ponte com a resposta em frequência de acelerações do sistema veículo/ponte em que o método Newmark também é considerado, Figura 6.27.

Sabendo que o método de Newmark, com $\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$, não efectua qualquer dissipação de frequências, a comparação representada na Figura 6.27 permite aferir o comportamento dos diferentes modelos de via férrea na dissipação das altas frequências. Conforme se pode constatar o Modelo III de via férrea é o que determina o melhor comportamento na dissipação das altas frequências.

6.3.3. Conclusões

Nesta secção procedeu-se à comparação entre as respostas de acelerações medidas e calculadas tendo sobreposto no modelo de elementos finitos da Ponte 1, calibrado no Capítulo anterior com a três primeiras frequências de flexão iguais a 4,05, 12,51 e 26,15 Hz, diferentes modelos de via férrea. As respostas medidas foram obtidas com a passagem da locomotiva 1116 à velocidade de 130 km/h e do comboio IC549 à velocidade de 140 km/h.

Para a passagem da locomotiva 1116 apenas se considerou para o cálculo da resposta da estrutura o modelo das forças rolantes, na medida em que não se tinham valores de massa, rigidez e amortecimento dos diferentes elementos que definem o modelo dinâmico simplificado da locomotiva.

A determinação dos efeitos na Ponte 1 devidos à passagem de um comboio de alta velocidade foi efectuada recorrendo as duas metodologias de cálculo: as forças rolantes e a interacção entre o sistema veículo/via férrea/ponte.

As histórias no tempo das acelerações na Ponte 1 para a passagem das diferentes composições e com os vários modelos dinâmicos de via férrea, não permitiram retirar outras conclusões para além das já referidas sem a consideração do modelo dinâmico de via férrea, Capítulo 5. No entanto, a comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte, recorrendo às forças rolantes, sem e com os diferentes

modelos de via férrea permite concluir que a consideração dos modelos dinâmicos de via férrea efectua uma conveniente dissipação das frequências relativas aos modos mais elevados, nomeadamente suprime a contribuição das frequências superiores a 50 *Hz*.

Constatado o efeito da dissipação das frequências elevadas efectuado pela introdução dos modelos dinâmicos de via férrea, comparou-se este efeito com o obtido do cálculo da resposta da ponte com o método da Sobreposição Modal. Pois a utilização do método da Sobreposição Modal permite apenas o contributo das frequências relativas aos modos que se considerem mais representativos da vibração do sistema conforme definido pela norma [EN1990-Annex A2, 2005].

A comparação das respostas em frequência de acelerações a meio vão da Ponte 1 para a passagem das diferentes composições considerando os diferentes modelos dinâmicos de via férrea com a resposta em frequência das acelerações em que o método da Sobreposição Modal foi utilizado, permite constatar que a introdução do modelo dinâmico de via férrea no modelo de elementos finitos da ponte faz com que sejam dissipados os contributos das frequências relativas a modos superiores, não representativos da vibração do sistema, de uma forma análoga ao obtido com a aplicação do Método da Sobreposição Modal.

O utilização da interacção no cálculo da resposta da Ponte 1 para a passagem do comboio IC549 com os diferentes modelos de via férrea não demonstraram quaisquer diferenças na resposta da ponte sem esses modelos, no domínio do tempo. No entanto no domínio da frequência foi possível observar que a implementação da via férrea sobre a ponte determina a dissipação das frequências elevadas introduzidas pela interacção. Observa-se que as respostas apresentam a mesma contribuição de frequências no intervalo entre as 0 e os 15 *Hz*. Para valores superiores a 15 *Hz* todos os modelos de via férrea têm o mesmo comportamento, actuam como um filtro de frequências nos intervalos compreendidos entre os 15 e 40 *Hz* e posteriormente nas frequências superiores a 50 *Hz*.

6.4. INTERACÇÃO ENTRE OS DOIS TABULEIROS DA PONTE 1

De acordo com os resultados das medições constatou-se que quando um dos tabuleiros das pontes está sujeito a vibrações mobiliza o adjacente, [Rebelo *et al.*, 2008]. Esta interacção entre os dois tabuleiros é devida à continuidade da camada de balastro existente nas plataformas ferroviárias de que as estruturas servem de apoio. Devido às características geométricas da Ponte 12 este comportamento é mais notório nesta estrutura em que a duplicação dos picos de frequência correspondentes aos modos de vibração simétricos e anti-simétricos foram visivelmente identificados. A diferença entre os picos de frequência relativos aos modos de vibração, simétricos e anti-simétricos, permitiram a avaliação da resistência do balastro ao corte e assim definir o modelo de elementos finitos da estrutura com frequências e modos de vibração análogos aos obtidos nas medições.

Nas pontes 1 e 8 julga-se que a interacção entre os tabuleiros também está presente, no entanto nas medições a estas estruturas os picos de frequências dos modos de vibração, simétricos e anti-simétricos, estão bastante próximos fazendo com os valores das frequências venham afectados por tal efeito.

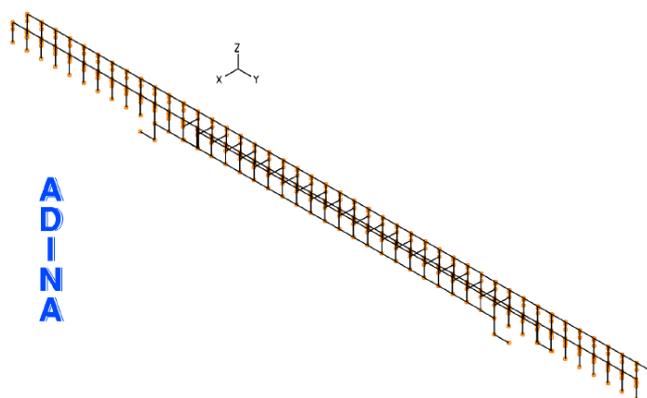


Figura 6.28 – Modelo de elementos finitos da Ponte 1 com o Modelo III de via férrea.

A fim de esclarecer a interacção entre os dois tabuleiros da Ponte 1, desenvolveu-se um modelo de elementos finitos tridimensional em que os dois tabuleiros não colineares são ligados ao longo das respectivas plataformas ferroviárias por intermédio de molas verticais. A modelação dos tabuleiros foi efectuada recorrendo ao modelo de elementos finitos bidimensional já desenvolvido para a comparação das respostas calculadas e

medidas da Ponte 1 tendo em consideração o Modelo III de via férrea. As molas que simulam a rigidez ao corte do balastro foram consideradas ao nível das massas concentradas do balastro vibrante, Figura 6.28.

O valor de rigidez a considerar nas molas verticais, G_b , deve ser tal que as frequências dos modos de vibração, simétrico e anti-simétrico, sejam bastante próximas uma da outra, conforme identificado nas medições. Recorde-se que os valores medidos das frequências próprias de vibração da Ponte 1 para os três primeiros modos de flexão estão compreendidos entre 4,8 a 5,2, 13,3 a 14,9 e 27,7 a 30,1 Hz. Desta forma a consideração de $G_b=5 \text{ MPa}$ determina as frequências e modos de vibração no modelo da Ponte 1 que se representam na Figura 6.29.

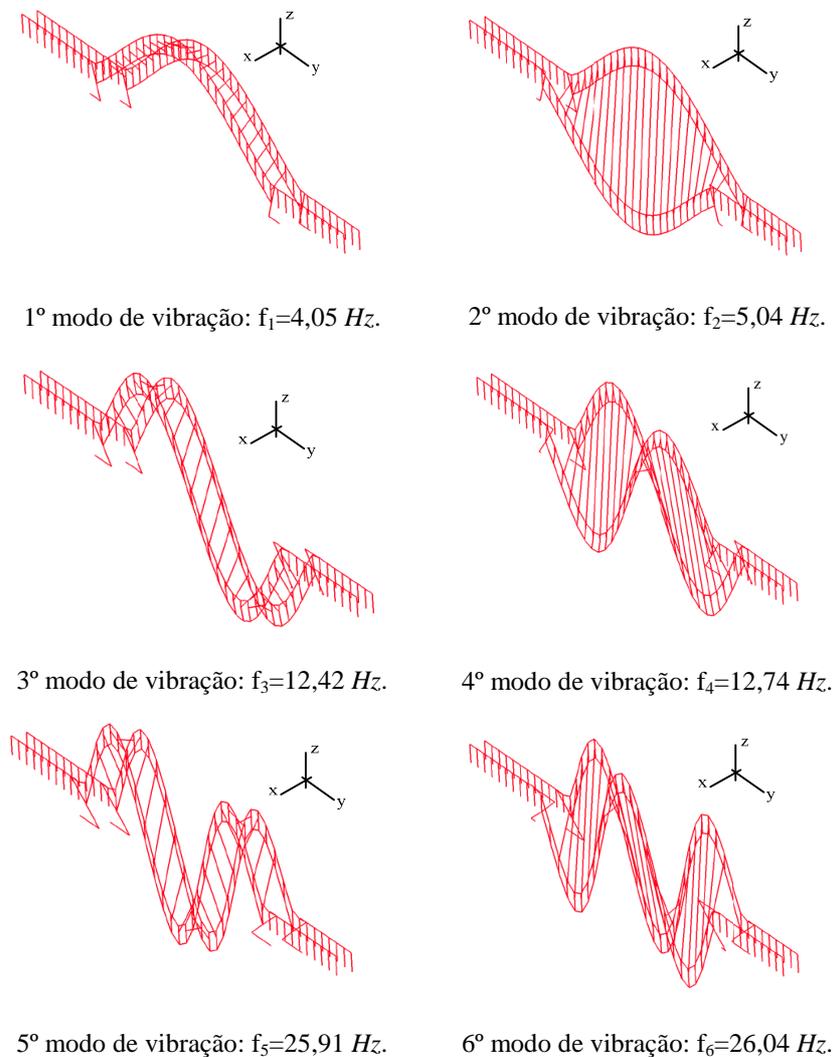


Figura 6.29 – Modos e frequências de vibração para a Ponte 1.

A consideração de valores superiores a 5 *MPa* para a rigidez de corte do balastro determina maiores valores para as frequências de vibração, por exemplo, se $G_b=10$ *MPa* as frequências para os primeiros modos de vibração, simétrico e anti-simétrico, de flexão correspondem a 4,10 e 6,80 *Hz*. Desta forma poder-se-á dizer que a rigidez de flexão da estrutura também é influenciada pela rigidez de corte do balastro.

De acordo com o comportamento do balastro, a sua rigidez é influenciada pelo nível de vibrações a que está sujeito, portanto não é constante. Desta forma, para uma correcta aferição da influência do balastro no comportamento dinâmico da Ponte 1 as molas verticais que unem as duas plataformas ferroviárias deveriam apresentar uma variação não linear da rigidez designada por “softening/hardening”, ver Figura 6.30, justificando assim a variação crescente das frequências quando as amplitudes de vibração da ponte diminuem. De referir que o comportamento da rigidez do balastro transmitido pela Figura 6.30 não foi tido em conta no modelo de elementos finitos desenvolvido para a Ponte 1.

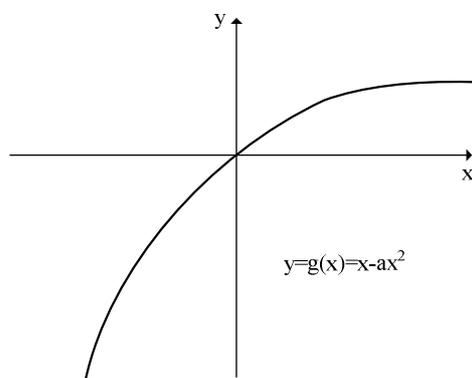


Figura 6.30 – Mola não linear, “softening/hardening”, [Bendat, 1998].

2º CASO DE ESTUDO

6.5. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 8 COM VIA FÉRREA BALASTRADA

A fim de averiguar a influência do modelos dinâmicos de via férrea na resposta de acelerações da Ponte 8, são comparadas as respostas de acelerações calculadas e medidas recorrendo à passagem da locomotiva 1047 à velocidade de 85 km/h e do comboio EC com a velocidade de 159 km/h.

Para além do contributo da rigidez definida pelos carris e apoios, já introduzido no modelo de elementos finitos da ponte, a consideração dos diferentes modelos de via férrea sobre a Ponte 8, não conduziu a diferenças significativas nos valores das frequências e modos de vibração da ponte, Recorde-se que a Ponte 8 apresenta para as três primeiras frequências de flexão valores iguais a 5,44, 17,74 e 37,16 Hz, respectivamente.

O método de integração passo a passo utilizado foi o método de Wilson- θ , com $\theta=1,4$. O intervalo de tempo adoptado nestas análises foi $\Delta t=0,003$ s, igual ao adoptado na comparação das respostas de acelerações medidas e calculadas sem via férrea na Ponte 8.

Neste 2º caso de estudo apenas se compararam as respostas calculadas recorrendo ao Modelo III de via férrea, portanto o modelo utilizado em [ERRI D214/RP5, 1999].

6.5.1. Análise da Passagem da Locomotiva 1047

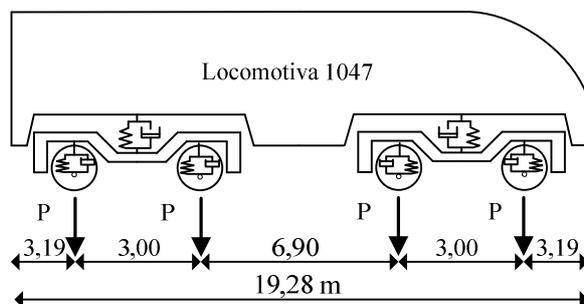


Figura 6.31 – Representação da locomotiva tipo 1047.

As características da locomotiva 1047 estão representadas na Figura 6.31, as distâncias entre eixos são 3,0 m e 6,90 m, as forças por eixo são iguais a $P=215,00$ kN. A velocidade de circulação da locomotiva sobre a ponte é de 85 km/h.

6.5.1.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

Atendendo à discretização dos nós do carril e às características da locomotiva, nomeadamente à distância entre eixos e à velocidade de circulação, as forças ao longo do tempo foram determinadas por recurso a um programa em Fortran e importadas no software ADINA.

MODELO III

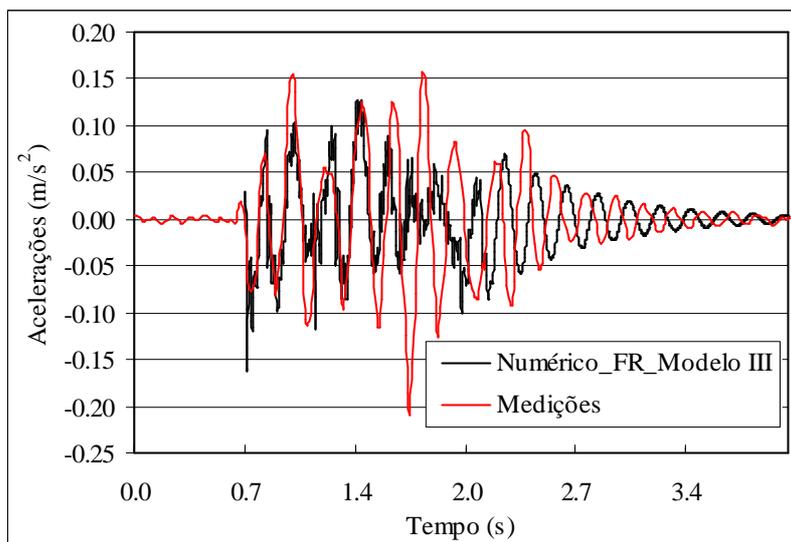


Figura 6.32 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 8 devido à passagem da locomotiva 1047 recorrendo ao Modelo III de via férrea e à aplicação de forças rolantes.

A Figura 6.32 representa a comparação entre a resposta numérica e a resposta medida na Ponte 8 devido à passagem da locomotiva 1047 com a velocidade de 85 km/h recorrendo ao Modelo III de via férrea e à aplicação das forças rolantes. Observando a resposta de acelerações ao longo do tempo constatou-se que a utilização do Modelo III de via férrea não apresenta diferenças significativas na resposta da Ponte 8. As conclusões retiradas para a resposta da ponte sem a utilização de modelos de via férrea são aqui aplicadas. Durante o tempo em que a locomotiva está sobre a ponte, a resposta calculada e as medições apresentam uma boa concordância. Observa-se um

desfasamento nas frequências das respostas medidas e calculadas, após saída da locomotiva da ponte. As amplitudes da resposta em vibração livre são muito semelhantes, confirmando um bom ajuste entre o amortecimento do sistema medido e o utilizado nos cálculos.

Atendendo a estes resultados foram comparadas as respostas da ponte no domínio da frequência, para a passagem da locomotiva 1047 à velocidade de 85 km/h. Na Figura 6.33 efectua-se a comparação das respostas em frequência das acelerações da Ponte 8 sem e com o Modelo III de via férrea. Nesta comparação observa-se que a utilização do Modelo III de via férrea tem uma contribuição de frequências análoga à situação em que o modelo de via férrea não é utilizado. As respostas em frequência das acelerações evidenciam contribuição superior das frequências relativas ao primeiro modo de vibração da estrutura e às de excitação devidas à passagem da locomotiva 1047 à velocidade de 85 km/h.

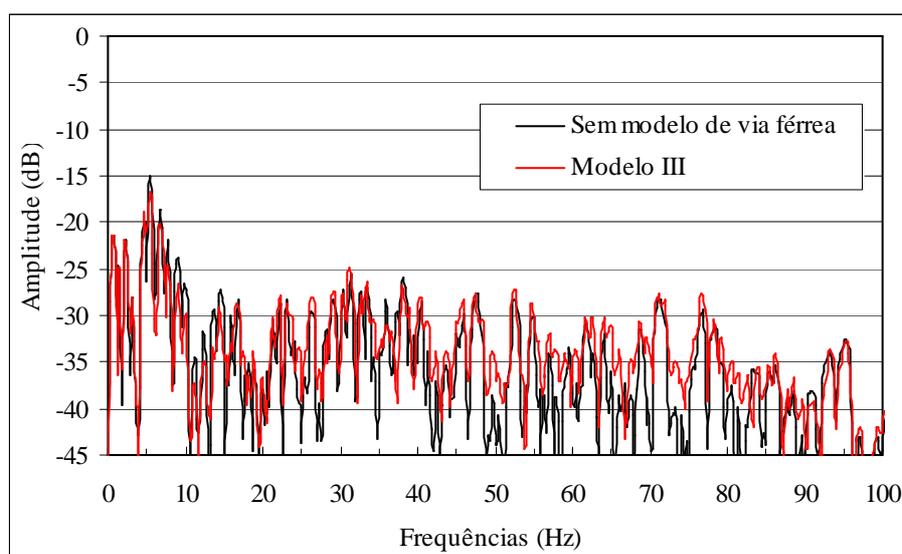


Figura 6.33 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 para a passagem da locomotiva 1047 sem e com o Modelo III de via férrea e recorrendo a forças rolantes.

6.5.1.2. Influência do modelo dinâmico de via férrea versus método de integração

A fim de constatar o efeito do modelo de via férrea implementado sobre a estrutura na dissipação das altas frequências, nesta secção procede-se à comparação das respostas da Ponte 8 considerando o método da Sobreposição Modal e o Modelo III de via férrea.

Para o método da Sobreposição Modal apenas foram consideradas para a determinação da resposta a contribuição das frequências até ao terceiro modo de vibração da estrutura, 37,16 Hz.

A comparação das respostas em frequência das acelerações da ponte permite observar que a aplicação do Modelo III de via férrea e o método da Sobreposição Modal apresentam até aos 50 Hz a mesma contribuição em frequências. Após este valor a aplicação do método da Sobreposição Modal efectua uma maior dissipação das altas frequências, Figura 6.34, no entanto é possível dizer que a aplicação do método de Wilson- θ determina uma adequada contribuição de frequências no cálculo da resposta.

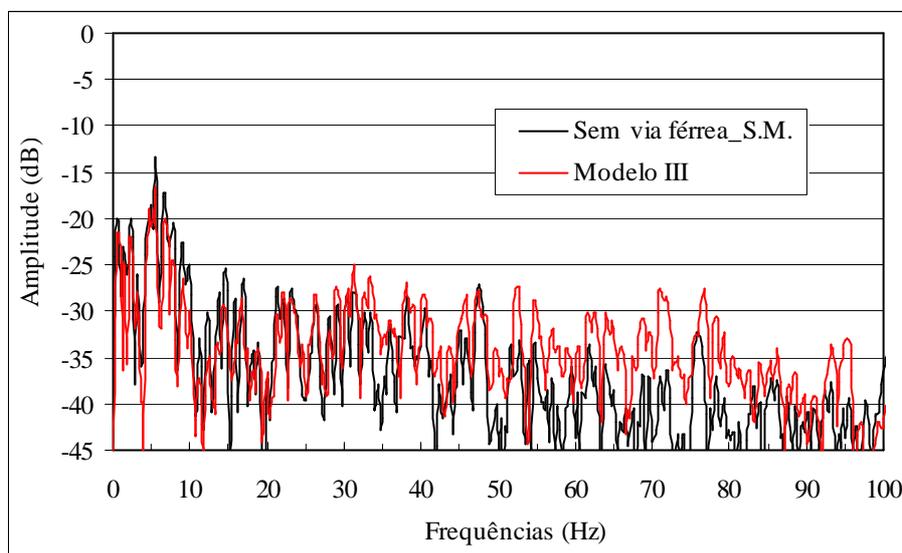


Figura 6.34 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 8 para a passagem da locomotiva 1047 admitindo o Modelo III de via férrea e o método da Sobreposição Modal.

6.5.2. Análise da Passagem do Comboio Tipo EC

O comboio EC é constituído por uma locomotiva 1116, uma carruagem tipo AB e oito carruagens tipo Bwg-2991, conforme a Figura 6.35 representa. As forças nos eixos dos veículos correspondem a $P_{loco.}=210,95 \text{ kN}$, $P_{carr.1}=127,53 \text{ kN}$ e $P_{carr.2}=135,623 \text{ kN}$, respectivamente para a locomotiva, carruagem tipo AB e carruagem tipo Bwg-2991. A velocidade de circulação do comboio sobre a ponte foi de 159 km/h.

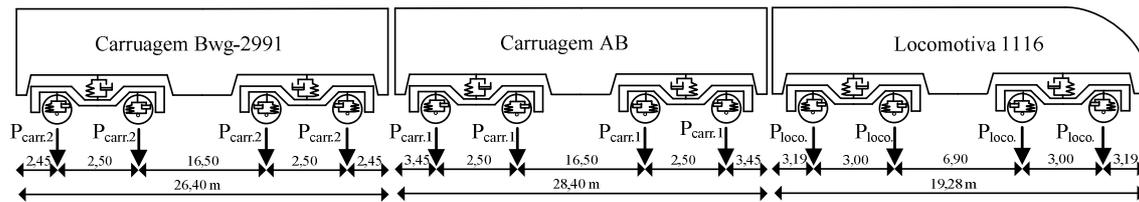


Figura 6.35 – Representação dos veículos que definem o comboio IC549.

6.5.2.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

De modo a analisar a influência da via férrea na resposta da Ponte 8 quando sujeita à passagem de um comboio com vários veículos, neste item, procede-se à comparação das acelerações calculadas e medidas para a passagem do comboio EC. O modelo dinâmico de via férrea utilizado é o Modelo III e a metodologia utilizada para a simulação da acção do comboio é a das forças rolantes.

MODELO III

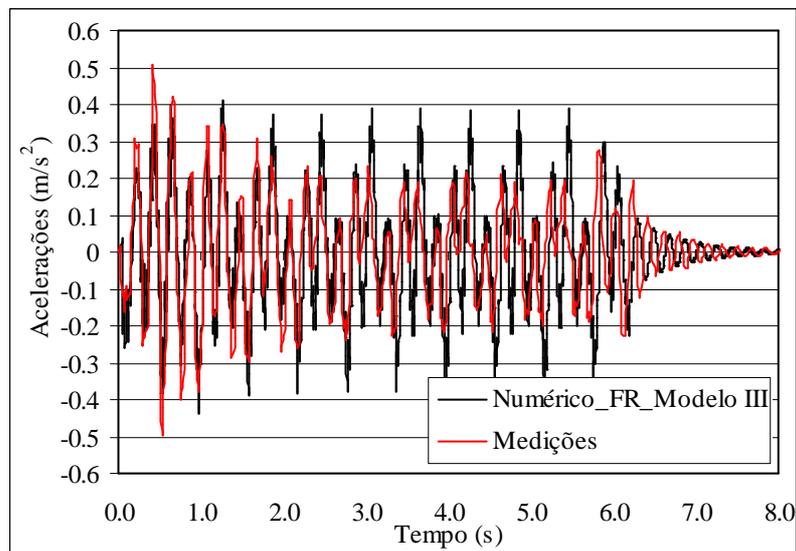


Figura 6.36 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 8 para a passagem do comboio EC recorrendo ao Modelo III de via férrea e às forças rolantes.

A Figura 6.36 representa a comparação entre a resposta calculada e medida a meio vão da Ponte 8 com o Modelo III de via férrea, atendendo à passagem do comboio EC e recorrendo à aplicação das forças rolantes. As conclusões retiradas para a situação em que não se considerou a presença da via férrea são aqui aplicadas, nomeadamente uma

boa concordância entre as acelerações medidas e calculadas durante o tempo em que o comboio circula sobre a ponte e o desfasamento das respostas nos instantes em que a ponte fica sujeita a vibrações livres. O amortecimento utilizado de 5%, para o primeiro modo de vibração, permite um bom ajuste entre as amplitudes das respostas em vibração livre.

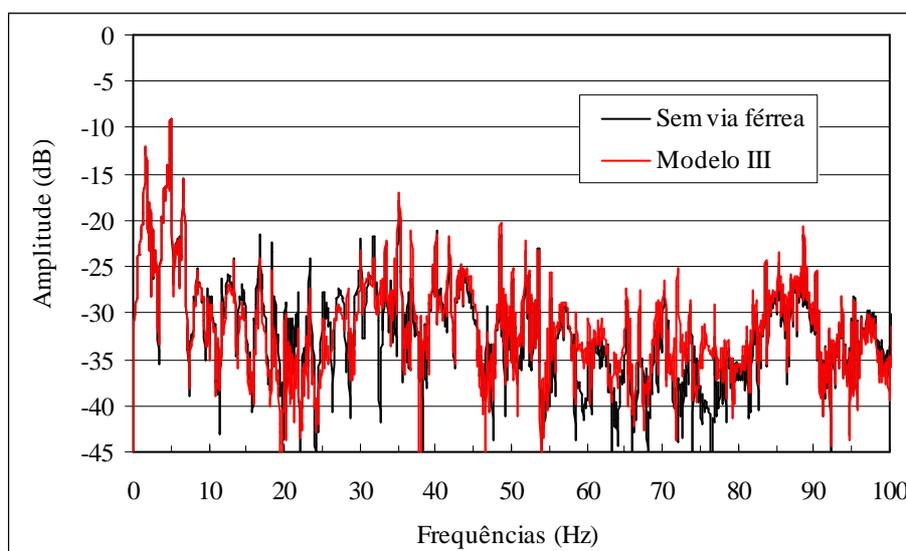


Figura 6.37 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 8 devido à passagem do comboio EC sem e com o Modelo III de via férrea recorrendo às forças rolantes.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da ponte permite observar que a consideração do Modelo III de via férrea permite obter resultados idênticos aos obtidos sem a sua consideração, Figura 6.37. As frequências que apresentam maior contributo na resposta são as primeiras frequências, relativas à passagem do comboio EC à velocidade de 159 km/h e do primeiro modo de vibração da estrutura, $5,44 \text{ Hz}$. Esta aplicação permite concluir que o método de Wilson- θ permite a dissipação dos contributos das frequências relativas a modos superiores, não representativos da vibração do sistema.

6.5.2.2. Influência do modelo dinâmico de via férrea versus método de integração

Nesta secção procede-se à comparação das respostas obtidas a meio vão da Ponte 8 com a consideração do Modelo III de via férrea e com o método da Sobreposição Modal. Recorde-se que para o método da Sobreposição Modal apenas foram consideradas para

a determinação da resposta a contribuição das frequências até ao terceiro modo de vibração da estrutura, 37,16 Hz.

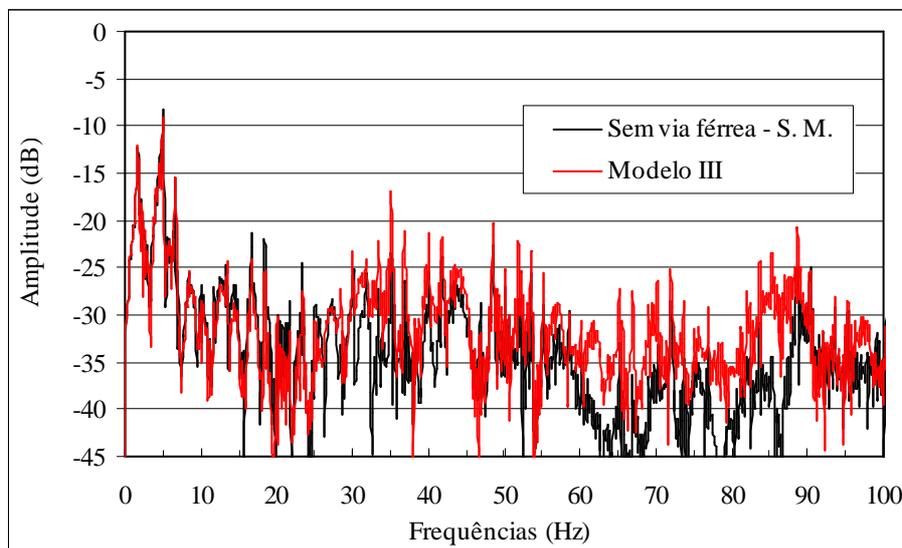


Figura 6.38 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 8 devido à passagem do comboio EC admitindo o Modelo III de via férrea e o método da Sobreposição Modal.

A Figura 6.38 efectua a comparação das respostas em frequência de acelerações a meio vão da Ponte 8 considerando o Modelo III de via férrea e o método da Sobreposição Modal. Esta comparação permite observar que a aplicação do Modelo III de via férrea determina uma contribuição de frequências bastante semelhante à efectuada pelo método da Sobreposição Modal, as respostas sobrepõem-se até aos cerca de 60 Hz. Desta forma é possível concluir que a aplicação do método de Wilson- θ na integração das equações de equilíbrio da Ponte 8 determina uma adequada contribuição das frequências.

6.5.3. Conclusões

Nesta secção procedeu-se à comparação entre as respostas de acelerações medidas e calculadas da Ponte 8, para tal foi implementado no modelo de elementos finitos calibrado da estrutura um modelo dinâmico de via férrea. As respostas medidas foram obtidas na passagem da locomotiva 1047 à velocidade de 85 km/h e do comboio EC549 à velocidade de 159 km/h.

Para a passagem da locomotiva 1047 e do comboio EC apenas se consideraram o cálculo da resposta da estrutura com as forças rolantes, na medida em que não se tinham valores de massa, rigidez e amortecimento dos diferentes elementos que definem o modelo dinâmico simplificado da locomotiva e dos veículos que constituem o comboio EC.

As histórias no domínio do tempo das acelerações na Ponte 8, com o Modelo III de via férrea e veículos, não permitiram retirar outras conclusões para além das já referidas sem a consideração do modelo dinâmico de via férrea, Capítulo 5. A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte, recorrendo às forças rolantes, sem e com o Modelo III de via férrea permite concluir que para este caso de estudo as respostas obtidas são bastante idênticas. Apresentando uma maior contribuição das frequências relativas ao primeiro modo de vibração da estrutura e de excitação quando da passagem dos diferentes comboios.

De forma a aferir os efeitos de dissipação das altas frequências obtidos por intermédio da aplicação do Modelo III de via férrea e da aplicação do método da Sobreposição Modal, as respostas calculadas a meio vão da ponte para estas duas situações foram comparadas. A comparação das respostas em frequência de acelerações a meio vão da Ponte 8 considerando o Modelo III de via férrea e o método da Sobreposição Modal permite constatar que as respostas se sobrepõem, desta forma é possível concluir que a aplicação do método de Wilson- θ na integração das equações de equilíbrio da Ponte 8 determina uma adequada contribuição das frequências.

3º CASO DE ESTUDO

6.6. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 12 COM VIA FÉRREA BALASTRADA

A fim de averiguar as diferenças na resposta de acelerações da Ponte 12 com a consideração do modelo dinâmico de via férrea nesta secção são comparadas as respostas de acelerações calculadas e medidas da estrutura quando sujeita à passagem da locomotiva 1116 e do comboio IC.

Neste 3º caso de estudo apenas se compararam as respostas calculadas recorrendo ao Modelo III de via férrea, portanto o modelo utilizado pela *Comissão de Especialistas D214* do *ERRI*, [ERRI D214/RP5, 1999]. Atendendo a que o modelo de elementos finitos desenvolvido para a Ponte 12 é tridimensional, a implementação do modelo dinâmico de via férrea foi efectuada tendo em conta este facto.

A Figura 6.39 e Figura 6.40 representam o alçado e a planta do modelo de elementos finitos utilizado para efectuar a comparação entre as respostas calculadas e as respostas medidas.

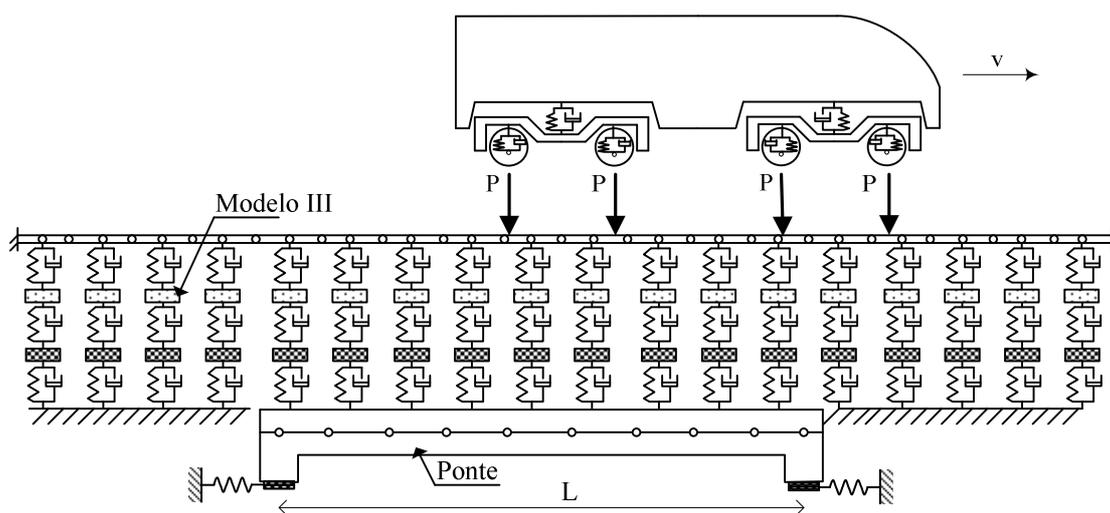


Figura 6.39 – Representação do alçado do modelo de elementos finitos desenvolvido para analisar a Ponte 12 com o Modelo III de via férrea.

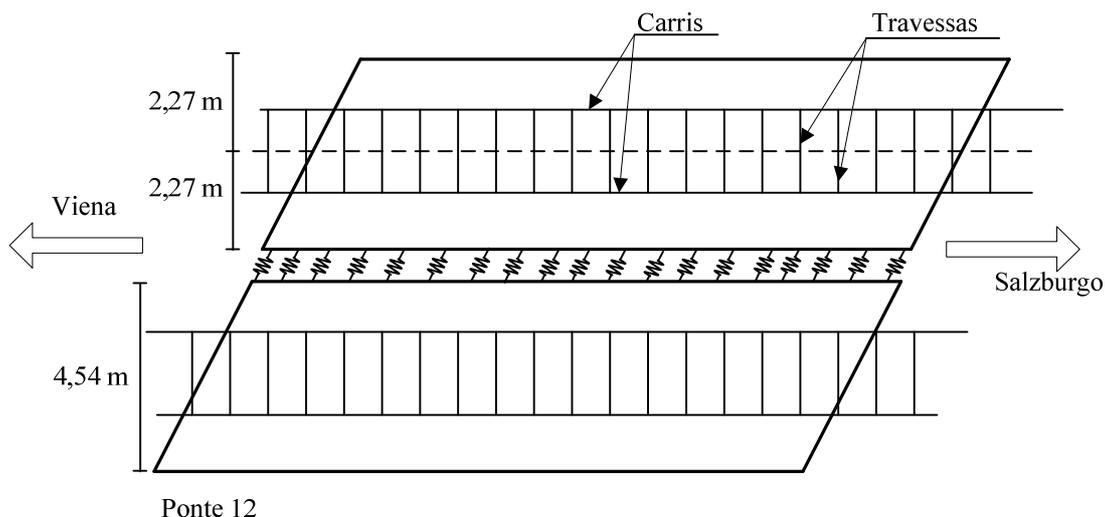


Figura 6.40 – Representação em planta dos dois tabuleiros da Ponte 12 com as vias férreas sobre eles.

O Modelo III é utilizado no Relatório 5 do *ERRI* [ERRI D214/RP5, 1999] como um modelo bidimensional, no entanto atendendo ao facto de que a que a Ponte 12 é tridimensional a via férrea implementada sobre um dos tabuleiros teve de ter tal em consideração. Desta forma foram considerados dois carris sobre molas e amortecedores, ligados em paralelo, que simulam a rigidez e amortecimento dos elementos que compõem a via férrea, ligados por elementos viga que simulam as travessas em betão.

6.6.1. Análise da Passagem da Locomotiva 1116

As características da locomotiva 1116 estão representadas na Figura 6.31, as distâncias entre eixos são 3,0 m e 6,90 m, as forças por eixo são iguais a $P=210,95 \text{ kN}$.

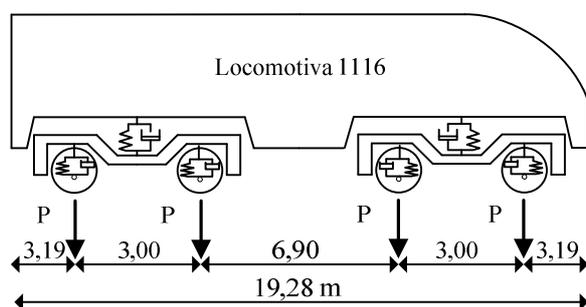


Figura 6.41 – Representação da locomotiva tipo 1116.

Recordar que este veículo se deslocava à velocidade de 150 km/h sobre o tabuleiro adjacente ao que se colocou os acelerómetros, portanto no sentido oposto ao dos comboios que circulavam sobre o tabuleiro instrumentado.

6.6.1.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

Atendendo à discretização dos nós do carril e às características da locomotiva, nomeadamente à distância entre eixos e à velocidade de circulação, as forças ao longo do tempo foram determinadas por recurso a um programa em Fortran e importadas no software ADINA. O intervalo de tempo adoptado para a análise foi igual a $\Delta t=0,003 s$, de acordo com os pressupostos anteriormente utilizados nas Pontes 1 e 8.

MODELO III

A Figura 6.42 representa a comparação entre a resposta numérica e a resposta medida na Ponte 12 devido à passagem da locomotiva 1116, no tabuleiro adjacente, recorrendo ao Modelo III de via férrea e à aplicação das forças rolantes.

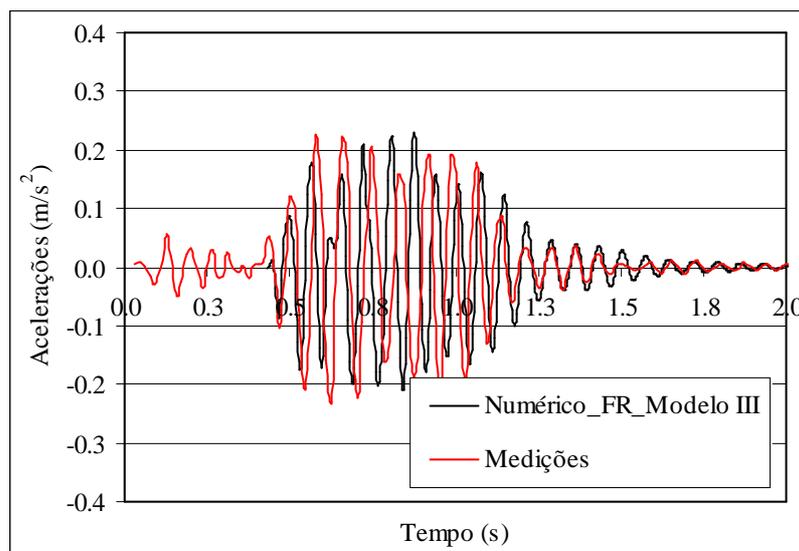


Figura 6.42 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 12 devido à passagem da locomotiva 1116 recorrendo ao Modelo III de via férrea e à aplicação de forças rolantes.

Como se constata a resposta calculada de acelerações ao longo do tempo não apresenta diferenças significativas da resposta medida da Ponte 12. As conclusões retiradas para a resposta da ponte sem a utilização de modelos de via férrea são aqui aplicadas, durante o tempo em que a locomotiva está sobre a ponte, entre os 0,7 s e os 1,04 s, a frequência da resposta da ponte tem um comportamento decrescente, após a passagem da locomotiva sobre a ponte, o valor da frequência da resposta é crescente. Observa-se um

desfasamento nas frequências das respostas medidas e calculadas, após a saída da locomotiva da ponte. As amplitudes da resposta em vibração livre são muito semelhantes, confirmando um bom ajuste entre o amortecimento do sistema medido e o utilizado nos cálculos.

De seguida é apresentada a comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão do tabuleiro instrumentado, calculadas por intermédio da aplicação do método de Wilson- θ com e sem o Modelo III de via férrea, para a passagem da locomotiva 1116 à velocidade de 150 km/h no tabuleiro adjacente.

Na Figura 6.43 observa-se que para esta velocidade de circulação a utilização do Modelo III de via férrea tem uma contribuição de frequências análoga à situação em que o modelo de via férrea não é utilizado. De observar que após os 50 Hz ambas as respostas apresentam um carácter decrescente na consideração das frequências elevadas, mais evidenciado na resposta obtida com a consideração do Modelo III de via férrea.

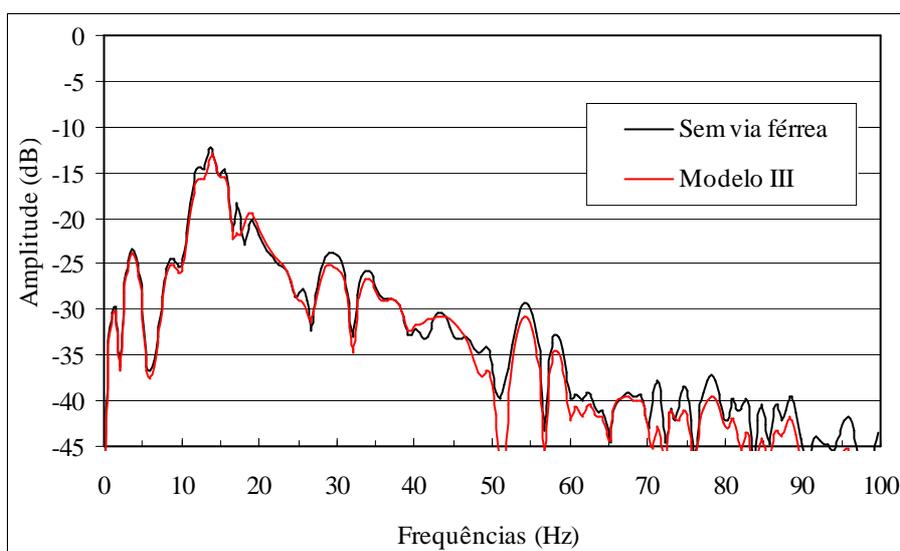


Figura 6.43 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 12 devido à passagem da locomotiva 1116 no tabuleiro adjacente sem e com o Modelo III de via férrea e recorrendo a forças rolantes.

6.6.1.2. Influência do modelo dinâmico de via férrea versus método de integração

De modo averiguar a influência do modelo dinâmico de via férrea procede-se à comparação das respostas da Ponte 12, obtidas a meio vão do tabuleiro instrumentado,

considerando o Modelo III de via férrea e o método de Wilson- θ com as respostas obtidas com o método da Sobreposição Modal. No método de Sobreposição modal utilizou-se para o cálculo da resposta o contributo das primeiras frequências de vibração da estrutura, nomeadamente as frequências até ao terceiro modo do tabuleiro instrumentado (ou seja o quinto modo de vibração da ponte) cerca de 44,20 Hz.

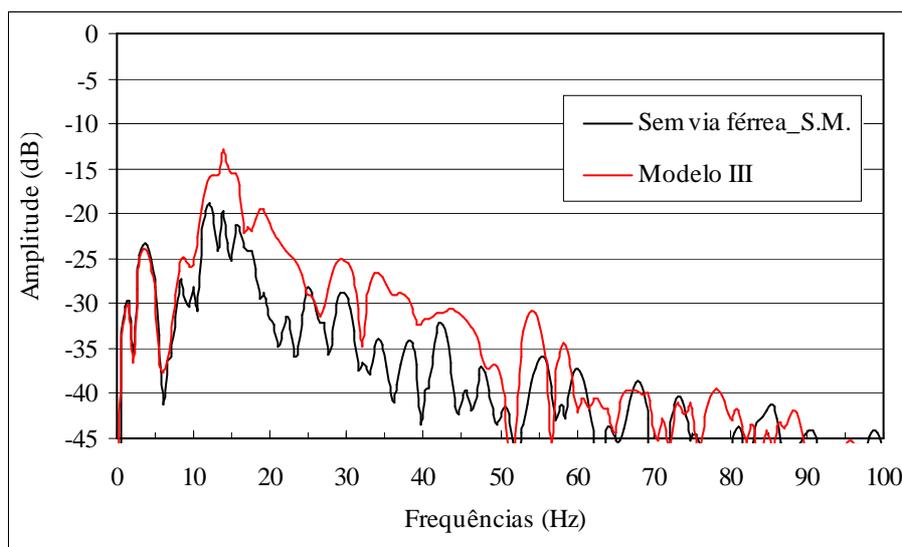


Figura 6.44 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 12 devido à passagem da locomotiva 1116 sem e com o Modelo III de via férrea com o método da Sobreposição modal.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte permite observar que o Modelo III de via férrea com o método de Wilson- θ efectua uma conveniente dissipação das altas frequências, pois os resultados são idênticos ao obtidos por via de aplicação do método da Sobreposição Modal. Observa-se que a utilização do método da Sobreposição Modal determina uma menor contribuição das frequências compreendidas entre os cerca de 15 e os 50 Hz. Para as frequências superiores a 50 Hz as respostas obtidas por intermédio do método da Sobreposição modal é análoga à obtida com a aplicação do Modelo III de via férrea e do método de Wilson- θ .

6.6.2. Análise da Passagem do Comboio Tipo IC

O comboio tipo IC é definido nas especificações fornecidas pela OBB do tráfego ferroviário que circula na linha Linz-Wels, como um comboio constituído com 14

veículos: a locomotiva tipo Look 1, doze carruagens de passageiros tipo 3B e uma carruagem de serviços.

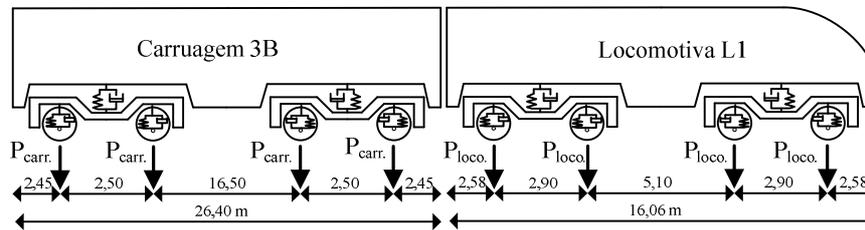


Figura 6.45 – Representação dos veículos que definem o comboio IC.

As características das carruagens estão representadas na Figura 6.45. As forças nos eixos dos veículos correspondem a $P_{loco.}=210,95 \text{ kN}$ e $P_{carr.}=140,00 \text{ kN}$, respectivamente para a locomotiva e carruagem. A velocidade de circulação do comboio sobre a ponte foi de 148 km/h .

6.6.2.1. Recorrendo ao modelo de forças rolantes

As forças aplicadas nos nós dois eixos longitudinais dos carris da via férrea foram determinadas recorrendo a um programa em efectuado em Fortran e tiveram em conta o intervalo de discretização do tempo igual a $\Delta t=0,003 \text{ s}$.

MODELO III

Como a representação no domínio de tempo da comparação das acelerações medidas e calculadas a meio vão do tabuleiro da Ponte 12 aquando a passagem do comboio IC com a consideração do Modelo III de via férrea não fornece mais conclusões do que as referidas anteriormente no Capítulo 5, esta figura não é apresentada.

A Figura 6.46 representa a comparação entre as respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 12 sem e com o Modelo III de via férrea e com o método de Wilson- θ . A utilização da via férrea sobre a ponte não determina diferenças significativas na medida em que o contributo em frequência das duas respostas é bastante análogo.

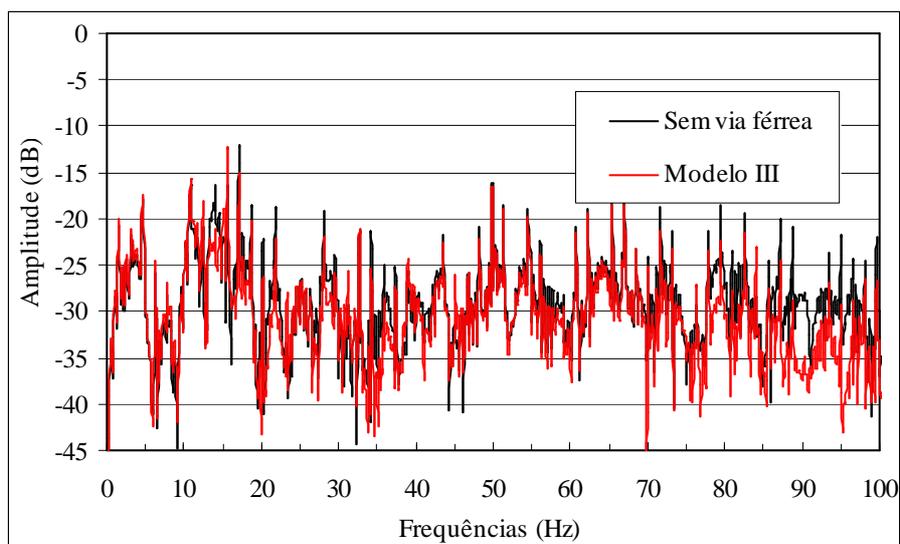


Figura 6.46 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 12 devido à passagem do comboio IC sem e com o Modelo III dinâmico da via férrea e recorrendo a forças rolantes.

6.6.2.2. Influência do modelo dinâmico de via férrea versus método de integração

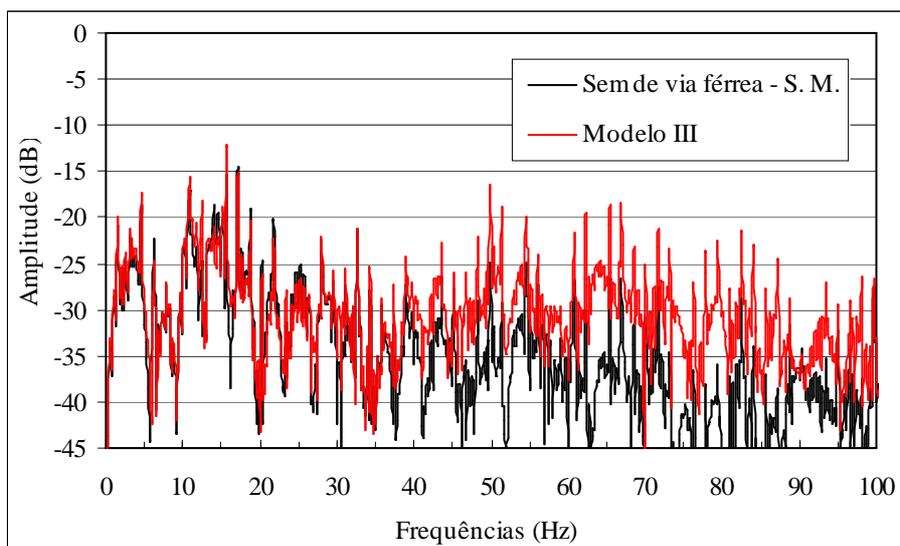


Figura 6.47 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 12 devido à passagem do comboio IC sem e com Modelo III de via férrea com o método da Sobreposição Modal.

A Figura 6.47 efectua a comparação da resposta em frequência de acelerações a meio vão da Ponte 12 considerando o Modelo III de via férrea e o método de Wilson- θ com a resposta em frequência de acelerações recorrendo ao método da Sobreposição Modal. Desta comparação é possível observar que a aplicação do Modelo III de via férrea determina resultados idênticos ao obtidos por aplicação do método da Sobreposição

Modal, até aos cerca de 40 Hz. A partir dos 50 Hz a resposta obtida com o método da Sobreposição Modal revela uma maior dissipação das frequências do que a obtida com o Modelo III de via férrea.

6.6.3. Conclusões

Nesta secção procedeu-se à comparação entre as respostas de acelerações medidas e calculadas da Ponte 12 tendo sido implementado no modelo calibrado de elementos finitos da estrutura um modelo dinâmico de via férrea. As respostas medidas foram obtidas com a passagem da locomotiva 1116 à velocidade de 150 km/h e do comboio IC à velocidade de 148 km/h.

Neste 3º caso de estudo apenas se considerou a modelação da acção do comboio por forças rolantes atendendo à complexidade do modelo de elementos finitos desenvolvido para a ponte com a via férrea. Por outro lado não se possuem valores dos parâmetros necessários à definição do modelo dinâmico simplificado de um dos veículos que compõem o comboio IC aqui analisado.

O modelo de elementos finitos definido para a Ponte 12 é tridimensional e compreende os dois tabuleiros dispostos lado a lado em virtude da interacção existente entre eles quando sujeitos à passagem dos comboios, desta forma o modelo dinâmico de via férrea implementado sobre um dos tabuleiros teve em conta este facto.

As histórias no tempo das acelerações na Ponte 12, com o Modelo III de via férrea, não permitiram retirar outras conclusões para além das já referidas sem a consideração do modelo dinâmico de via férrea, Capítulo 5. Na passagem da locomotiva 1116, no viaduto adjacente ao que foi instrumentado, é possível observar claramente uma boa concordância entre as respostas, calculada e medida, evidenciando um bom ajuste entre o modelo de elementos finitos utilizado e a estrutura real, incluindo os valores dos parâmetros que contribuem para a definição do modelo de elementos finitos.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte, recorrendo às forças rolantes, sem e com Modelo III de via férrea e recorrendo ao método de Wilson- θ , permite concluir que a consideração do modelo dinâmico de via

Modelação numérica de pontes ferroviárias de médio vão incluindo o modelo dinâmico da via férrea balastrada

férrea efectua uma conveniente dissipação das frequências relativas aos modos mais elevados.

A fim de aferir os efeitos da dissipação das altas frequências obtidos com aplicação do modelo dinâmico de via férrea, a resposta calculada a meio vão da ponte por intermédio da aplicação do Modelo III foi comparada com a obtida recorrendo ao método da Sobreposição Modal. Esta comparação permitiu constatar que a introdução do modelo dinâmico de via férrea no modelo de elementos finitos da ponte permite a dissipação dos contributos das altas frequências de uma forma análoga ao obtido com a aplicação do método da Sobreposição Modal.

6.7. AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA VIA FÉRREA BALASTRADA NO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA PONTE 1

No Capítulo 5 tendo como grandezas de referência os deslocamentos e as acelerações a meio vão, procedeu-se à análise do comportamento dinâmico da Ponte 1 sem a consideração de modelos dinâmicos da via férrea. Para tal dois modelos de elementos finitos foram utilizados, o definido quando em projecto desta e o definido atendendo aos resultados das medições. Duas metodologias de cálculo foram empregues as forças rolantes e a interacção do sistema comboio/ponte.

Atendendo a que a Ponte 1 tem um vão médio, procurou-se analisar neste Capítulo 6 o efeito da via férrea na sua resposta dinâmica, nomeadamente o efeito da distribuição longitudinal das forças verticais, e dos parâmetros de rigidez e amortecimento dos vários elementos que compõem o modelo da via férrea, recorrendo às diferentes metodologias de cálculo, as forças rolantes e a interacção do sistema veículo/via férrea/ponte.

Neste sentido recorre-se aqui ao modelo de elementos finitos da ponte como simplesmente apoiada, dividida em cerca de 24 elementos de barra com cerca de 0,9792 *m* de extensão e o carril dividido em elementos de cerca de 0,4896 *m* de extensão. As estruturas adjacentes à ponte com elementos de barra com 1,0 *m* de extensão, recorde-se ainda que se trata de uma ponte flexível pois $L/\delta_{LM71}=1020$. Neste modelo da Ponte 1 sobrepõe-se os diferentes modelos dinâmicos de via férrea balastrada. O comportamento da ponte foi analisado tendo como grandezas de referência os deslocamentos e as acelerações a meio vão.

O comboio utilizado foi o comboio real de alta velocidade ICE2, pois conforme as razões anteriormente expostas, no relatório [ERRI D214/RP9, 1999] encontram-se os parâmetros de apenas dois comboios de alta velocidade, ICE2 e Eurostar, e o modelo simplificado de veículos aqui desenvolvido para efectuar a interacção é apropriado para o comboio ICE, um comboio convencional.

Como se pretende analisar o efeito da consideração da via férrea nas respostas da ponte não se considerou pertinente utilizar outros comboios de alta velocidade, nomeadamente aquando o recurso às forças rolantes. A utilização de outros comboios de alta velocidade seria pertinente na verificação da segurança da ponte segundo os diversos itens enunciados nas normas [EN1991-2, 2003] e [EN1990-Annex A2, 2005].

Relativamente ao intervalo de tempo utilizado na determinação das respostas da estrutura para a passagem do comboio ICE2, foi o valor anteriormente utilizado na análise da Ponte 1 sem o recurso ao modelo dinâmico de via férrea, $\Delta t=0,002$ s.

Quanto ao amortecimento estrutural o valor adoptado foi $\xi=1\%$, conforme a norma [EN1991-2, 2003] recomenda para vãos cujo comprimento $L \geq 20$ m. Os coeficientes de Rayleigh, α e β da matriz de amortecimento, foram tais que para o primeiro e quarto modo de vibração da estrutura se verifica-se o valor de 1%.

Na análise dinâmica efectuada foi efectuado um varrimento de velocidades na ponte no intervalo compreendido entre os 140 e 300 *km/h*, na medida em que a velocidade máxima de circulação na via é de 250 *km/h*. O incremento de velocidade considerado na análise foi de 5 *km/h*, junto da velocidade de ressonância da ponte o incremento considerado foi menor, cerca de 2,5 *km/h*.

O método empregue na integração das equações de equilíbrio foi o de Wilson- θ na medida em que se pretende comparar os resultados derivados da utilização das duas metodologias de cálculo: as forças rolantes e a interacção do sistema veículo/via férrea/ponte e a interacção é efectuada recorrendo ao algoritmo de contacto implementado no software ADINA que necessita de um método de integração passo a passo que efectue a dissipação das altas frequências.

6.7.1. Recorrendo a Forças Rolantes

Para cada velocidade de circulação do comboio sobre a ponte, as histórias das forças a aplicar aos nós do carril ao longo do tempo foram determinadas previamente recorrendo a um programa efectuado para o efeito.

Note-se ainda, que não se considerou o incremento do amortecimento estrutural, a considerar quando se recorre a uma análise com forças rolantes, na medida em que se pretende analisar as diferenças derivadas da utilização das diferentes metodologias, as forças rolantes e a interacção entre o veículo e a ponte. No entanto se tal fosse feito, o valor a considerar seria $\Delta\xi=0,102\%$ ou que resultaria em $\xi=1,102\%$, conforme a norma [EN1991-2, 2003].

6.7.1.1. Modelos dinâmicos de vias férreas – Método de Wilson- θ

Na medida em que os resultados obtidos na ponte com os diferentes modelos de via férrea foram muito semelhantes, julgou-se mais interessante apresentá-los em conjunto do que modelo a modelo.

A Figura 6.48 e a Figura 6.49 representam respectivamente os valores máximos de deslocamentos e acelerações a meio vão da Ponte 1, para a passagem do comboio ICE2 a diferentes velocidades.

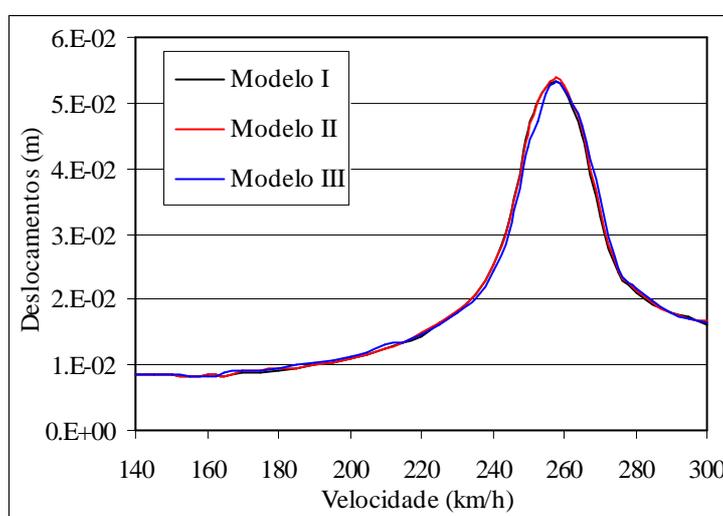


Figura 6.48 – Comparação dos deslocamentos máximos a meio vão da Ponte 1 com os diferentes modelos de via férrea e considerando a aplicação das forças rolantes.

Como se verificou na ponte sem os modelos dinâmicos de via férrea, a passagem das sucessivas forças regularmente espaçadas sobre a estrutura levam à sua ressonância na velocidade de $\approx 257 \text{ km/h}$.

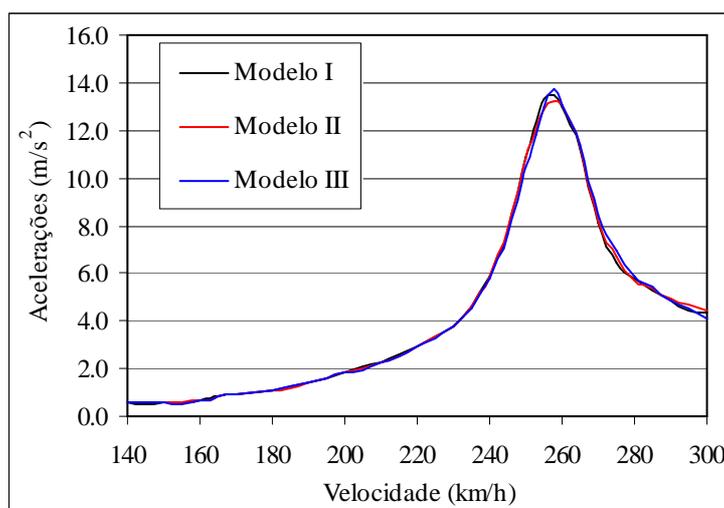


Figura 6.49 – Comparação das acelerações máximas a meio vão da Ponte 1 com os diferentes modelos de via férrea e considerando a aplicação das forças rolantes.

A aceleração máxima obtida na ponte é muito superior ao valor dado como limite nas normas [EN1990-Annex A2, 2005], $3,5 \text{ m/s}^2$, para a verificação da segurança da circulação na via.

Conforme estas figuras representam os valores máximos de deslocamentos e acelerações a meio vão da ponte para os diferentes modelos de via férrea são muito semelhantes. Portanto a introdução dos diferentes modelos de via férrea sobre a ponte não provocam respostas distintas da ponte.

6.7.1.2. Comparação de resultados

Efectuando a comparação das respostas da ponte sem e com os diferentes modelos dinâmicos de via férrea é possível constatar que a introdução dos diferentes modelos de via férrea não provoca alterações nas respostas da ponte em termos de valores máximos de deslocamentos e acelerações, ver Figura 6.50 e Figura 6.51.

Portanto nestas figuras não é possível observar o efeito da presença dos diferentes modelos de via férrea sobre a ponte, de modo que podemos concluir que para esta estrutura e metodologia de cálculo utilizada, o efeito da distribuição longitudinal das forças verticais e das características de rigidez e amortecimento dos diversos elementos

que compõem a via férrea são imperceptíveis nas respostas da ponte em termos de deslocamentos e acelerações máximos.

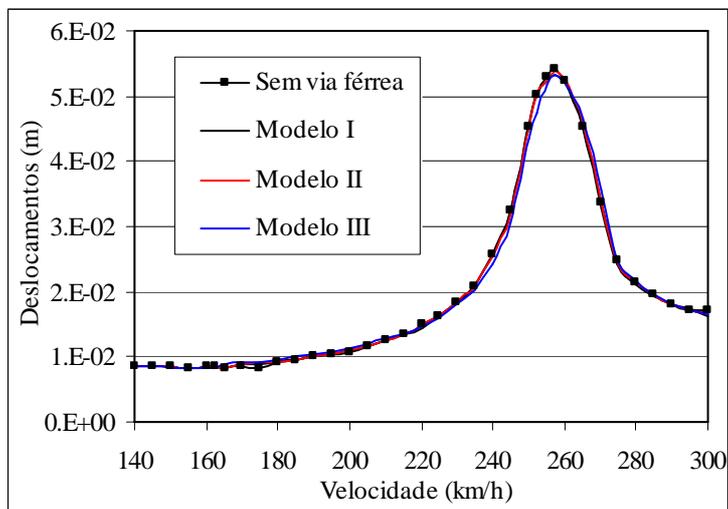


Figura 6.50 – Comparação dos deslocamentos máximos a meio vão da Ponte 1 sem e com os diferentes modelos de via férrea e considerando a aplicação das forças rolantes.

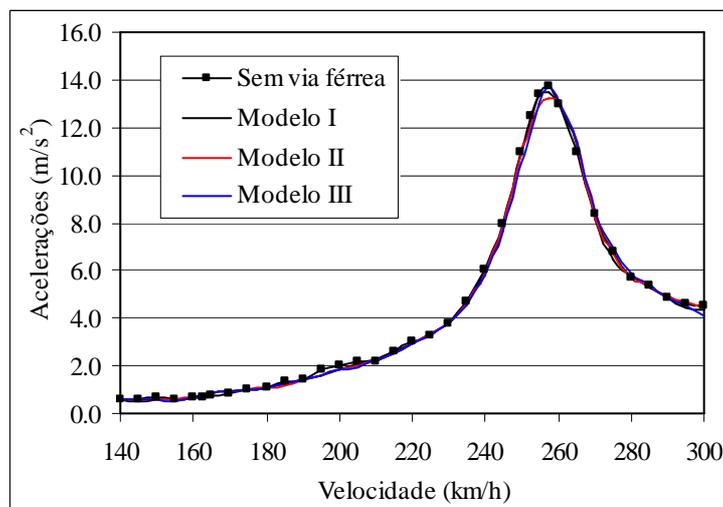


Figura 6.51 – Comparação das acelerações máximas a meio vão da Ponte 1 sem e com os diferentes modelos de via férrea e considerando a aplicação das forças rolantes.

No entanto se compararmos as respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte sem e com os modelos dinâmicos de via férrea é possível averiguar o efeito da presença da via férrea. Como as respostas em frequência de acelerações na ponte com os diferentes modelos de via férrea são muito semelhantes não se apresentam todas elas mas apenas a obtida para o Modelo I de via férrea.

A Figura 6.52 efectua a comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte sem e com o Modelo I de via férrea, para a passagem do comboio ICE à velocidade de 140 km/h, conforme se pode constatar na resposta da estrutura o contributo das frequências superiores, às da excitação e do primeiro modo de vibração da estrutura, são bastante diminutos, portanto a utilização modelo dinâmico de via férrea conduz à dissipação das frequências relativas aos modos elevados e não representativos da vibração da ponte.

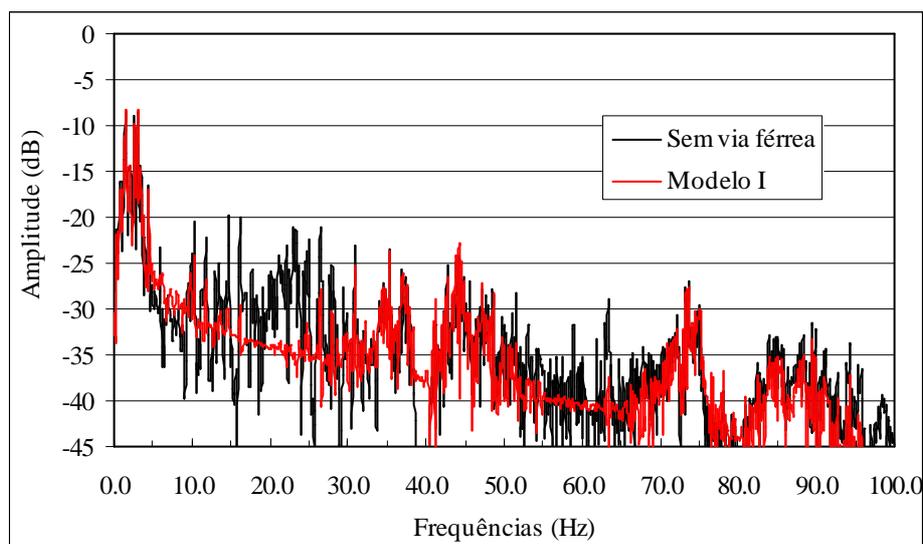


Figura 6.52 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 1 sem e com o Modelo I de via férrea considerando a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 140 km/h.

A visualização das acelerações no domínio da frequência permite concluir também que a utilização do método de Wilson- θ efectua uma adequada dissipação das frequências relativas aos modos de vibração mais elevados.

6.7.2. Recorrendo à Interação do Sistema Veículo/Via Férrea/Ponte

6.7.2.1. Modelos dinâmicos de vias férreas – Método de Wilson- θ

A Figura 6.53 e a Figura 6.54 representam respectivamente os valores máximos de deslocamentos e acelerações a meio vão da Ponte 1 com os diferentes modelos de via férrea, para a passagem do comboio ICE2 a diferentes velocidades, recorrendo à interacção.

Como se pode constatar a introdução dos diferentes modelos de via férrea não influenciam os valores de deslocamentos e acelerações máximos a meio vão da ponte. A passagem do modelo dinâmico simplificado do comboio ICE2 provoca a ressonância do sistema veículo/via férrea/ponte na velocidade de $\approx 257 \text{ km/h}$, velocidade esta identificada como a de ressonância da ponte.

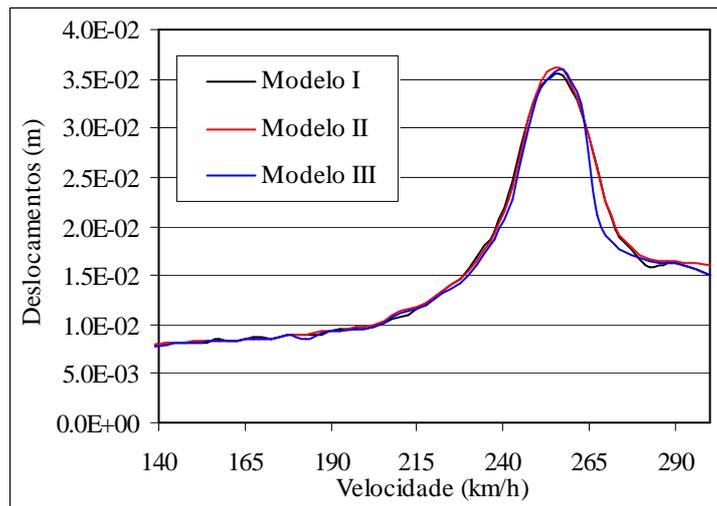


Figura 6.53 – Comparação dos deslocamentos máximos a meio vão da Ponte 1 com os diferentes modelos de via férrea e considerando a interação do sistema veículo/via férrea/ponte.

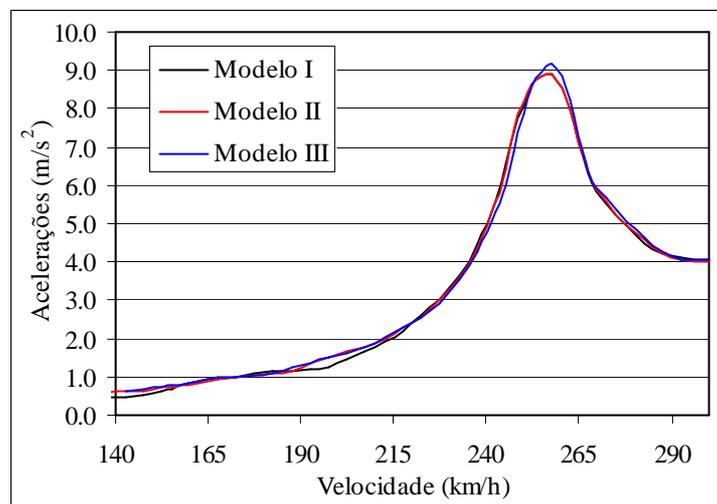


Figura 6.54 – Comparação das acelerações máximas a meio vão da Ponte 1 com os diferentes modelos de via férrea e considerando a interação do sistema veículo/via férrea/ponte.

6.7.2.2. Comparações de Resultados

Efectuando a comparação das respostas da ponte sem e com os diferentes modelos dinâmicos de via férrea, Figura 6.55 e Figura 6.56, é possível constatar que os deslocamentos na zona da ressonância da ponte com os diferentes modelos de via férrea são superiores aos obtidos na ponte sem a consideração do modelo de via férrea. Nos resultados obtidos em termos de acelerações, constata-se que a resposta da ponte sem modelo de via férrea constitui uma envolvente ligeiramente superior das respostas da ponte com os diferentes modelos.

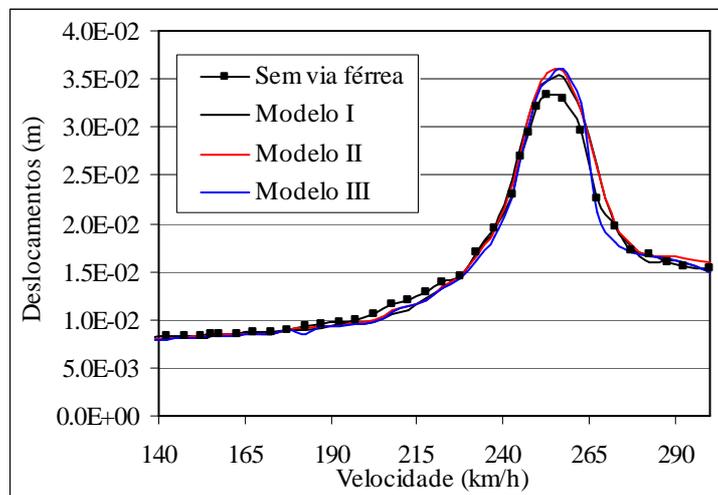


Figura 6.55 – Comparação dos deslocamentos máximos a meio vão da Ponte 1 sem e com os diferentes modelos de via férrea e considerando a interacção do sistema veículo/via férrea/ponte.

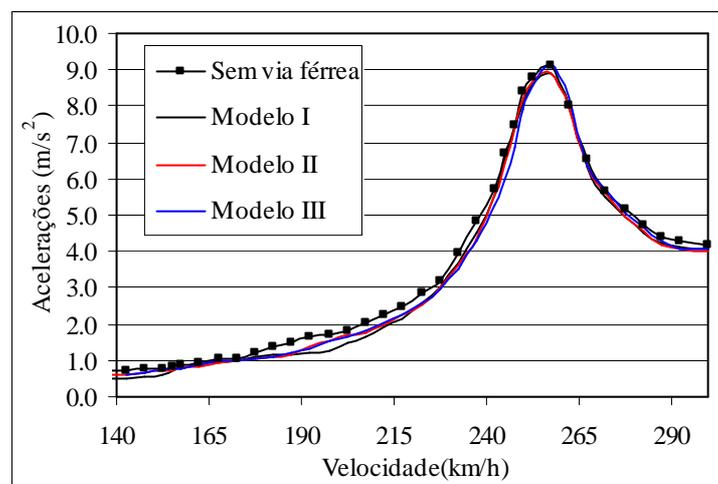


Figura 6.56 – Comparação das acelerações máximas a meio vão da Ponte 1 sem e com os diferentes modelos de via férrea e considerando a interacção do sistema veículo/via férrea/ponte.

Portanto apesar das diferenças obtidas serem pequenas, a observação dos resultados obtidos para a Ponte 1 permite concluir que a não consideração da via férrea sobre a ponte determina menores deslocamentos na ponte na situação de ressonância, conclusão idêntica à apresentada em [Yang *et al.*, 2004a] para situação análoga. Por outro lado, na resposta em termos de acelerações, determina valores superiores à situação em que os modelos de via férrea são considerados, esta diferença é mais notória nas velocidades de circulação do comboio compreendidas entre os cerca de 165 e os 240 *km/h*.

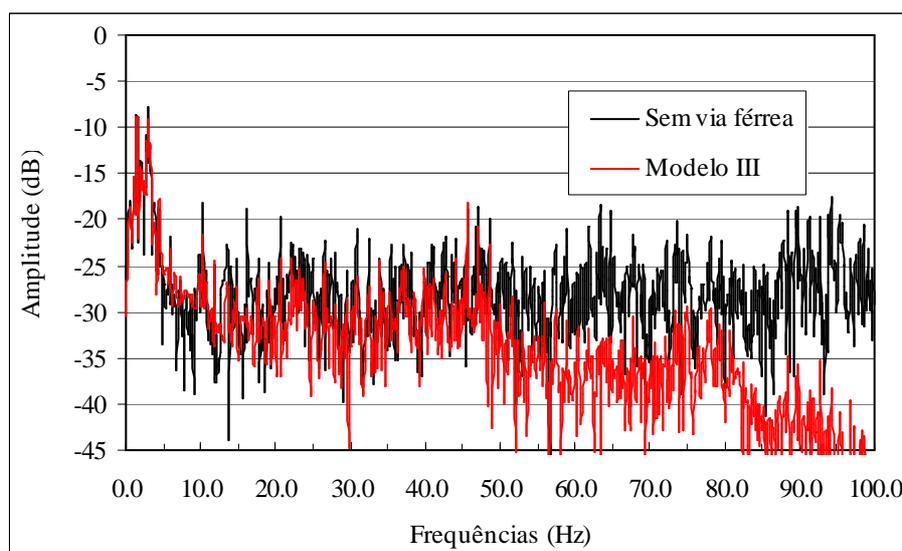


Figura 6.57 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 1 sem e com o Modelo III de via férrea considerando a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 140 *km/h*.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da ponte sem e com os modelos dinâmicos de via férrea permite constatar o efeito de dissipação das altas frequências preconizado pelos modelos, Figura 6.57. Na análise anterior da ponte recorrendo à interação constatou-se que a utilização desta metodologia para o cálculo da resposta da ponte determinava uma maior contribuição das frequências. Nesta análise, observa-se que a introdução destes modelos dinâmicos de via férrea permite a dissipação das frequências superiores a 50 *Hz*.

6.7.3. Conclusões

Nesta secção procurou-se avaliar a influência de diferentes modelos dinâmicos de via férrea na resposta da Ponte 1, como viga simplesmente apoiada, em termos de deslocamentos e acelerações a meio vão.

Dos resultados obtidos por aplicação das forças rolantes é possível concluir que a introdução dos diferentes modelos não provocam alterações nos valores máximos de deslocamentos e acelerações da ponte e a velocidade de ressonância da ponte é a velocidade de ressonância do sistema via férrea/ponte.

No recurso à interacção observou-se que a não consideração da via férrea sobre a ponte determina uma subestimação dos deslocamentos na ponte na situação de ressonância e uma sobrestimação das acelerações, a diferença é mais acentuada nas velocidades de circulação do comboio compreendidas entre os cerca de 165 e os 240 *km/h*.

Para qualquer das metodologias utilizadas a resposta da ponte no domínio da frequência permite concluir que estes modelos de via férrea actuam como filtros de frequência superiores a 50 *Hz*. Este efeito é mais notório quando se recorre à interacção.

Os resultados obtidos na Ponte 1 com as duas metodologias de cálculo permitem concluir que o uso da interacção e dos modelos de dinâmicos de via férrea determina, na velocidade de ressonância da ponte, uma redução dos valores máximos de deslocamentos e acelerações em cerca de 33%, respectivamente em relação aos valores determinados recorrendo às forças rolantes.

6.8. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

As pontes analisadas nesta investigação são de pequeno e médio vão, deste modo julgou-se conveniente averiguar a influência da via férrea na resposta das estruturas, nomeadamente o efeito da distribuição longitudinal das forças verticais na via férrea e da consideração das características de rigidez e amortecimento dos vários elementos que compõem a via férrea balastrada. Existindo respostas de acelerações medidas a meio vão das pontes e modelos de elementos finitos calibrados, julgou-se conveniente

comparar estas respostas, implementando nestes modelos de elementos finitos os vários modelos de via férrea.

A comparação entre as respostas das Ponte 1, 8 e 12 com e sem modelos de via férrea, no domínio do tempo, permitem visualizar uma boa concordância entre as respostas e desta forma as conclusões retiradas anteriormente são aqui aplicadas. No entanto a comparação no domínio da frequência, das acelerações a meio vão da ponte sem e com os diferentes modelos de via férrea permite concluir que a consideração dos modelos dinâmicos de via férrea suprime a contribuição das frequências superiores a 50 Hz.

Constatado o efeito da dissipação das frequências elevadas efectuado pela introdução dos modelos dinâmicos de via férrea, comparou-se este efeito com o obtido do cálculo da resposta da ponte com o método da Sobreposição Modal. Pois a utilização do método da Sobreposição Modal permite obter uma resposta da estrutura em que na qual apenas se tem o contributo dos efeitos das frequências relativas aos modos que se considerem mais representativos da vibração do sistema. Compararam-se as respostas em frequência das acelerações a meio vão com os modelos de via férrea, recorrendo ao método de Wilson- θ , com a resposta em frequência das acelerações a meio vão recorrendo ao método da Sobreposição Modal, sem qualquer modelo de via férrea. Destas comparações constatou-se que a consideração do modelo de via férrea tem um efeito dissipador das altas frequências análogo ao obtido com o recurso ao método da Sobreposição Modal, considerando para este método apenas o contributo das frequências até ao valor máximo dado por $f_{\text{máx.}} = \max\{30 \text{ Hz}; 1.5 \times n_0; f_3\}$, o que para os diferentes casos de estudo correspondeu a utilizar como limite os 30 Hz, Ponte 1 e Ponte 8, e o terceiro modo de vibração do tabuleiro instrumentado, Ponte 12.

De modo a averiguar a influência dos diferentes modelos dinâmicos de via férrea no comportamento dinâmico de uma ponte de médio vão, recorreu-se ao modelo da Ponte 1 como viga simplesmente apoiada, pois trata-se de uma estrutura flexível. Foram obtidos os deslocamentos e as acelerações máximas a meio vão recorrendo às diferentes metodologias: as forças rolantes e a interacção do sistema veículo/via férrea/ponte.

Dos resultados obtidos por aplicação das forças rolantes é possível concluir que a introdução dos diferentes modelos não provocam alterações nos valores máximos de

deslocamentos e acelerações da ponte e a velocidade de ressonância da ponte é a velocidade de ressonância do sistema via férrea/ponte.

No recurso à interacção observou-se que, embora as diferenças obtidas sejam pequenas, a não consideração da via férrea sobre a ponte determina uma subestimação dos deslocamentos na ponte na situação de ressonância e uma sobrestimação das acelerações, principalmente nas velocidades de circulação do comboio compreendidas entre os cerca de 165 e os 240 *km/h*.

Para qualquer das metodologias utilizadas a resposta da ponte no domínio da frequência permite concluir que estes modelos de via férrea actuam como filtros de frequência superiores a 50 *Hz*. Este efeito é mais notório quando se recorre à interacção.

Os resultados obtidos com as duas metodologias de cálculo permitem concluir que o uso da interacção e dos modelos dinâmicos de via férrea determina uma redução dos valores máximos de deslocamentos e acelerações em cerca de 33%, relativamente aos valores determinados recorrendo às forças rolantes.

Atendendo aos resultados obtidos para a Ponte 1 não é possível observar acentuadas reduções das acelerações na resposta da estrutura nas velocidades baixas de circulação do comboio ICE2, conforme observado por outros investigadores, evidenciando assim o efeito da distribuição longitudinal das forças verticais na via férrea, possivelmente uma das causas é o comprimento do vão da ponte. Apesar de nos resultados aqui obtidos em termos de acelerações, se constatar que a resposta da Ponte 1 sem via férrea constituir uma envolvente ligeiramente superior das respostas da ponte com os diferentes modelos dinâmicos de via férrea.

Capítulo 7. INFLUÊNCIA DAS IRREGULARIDADES NA RESPOSTA DINÂMICA DE PONTES DE PEQUENO E MÉDIO VÃO

7.1. INTRODUÇÃO

As irregularidades na via férrea influenciam o comportamento dinâmico das pontes ferroviárias e podem aumentar os efeitos dinâmicos produzidos pela passagem dos eixos do comboio. Os efeitos dinâmicos aumentam com a velocidade de circulação dos comboios e diminuem com o vão da ponte, [ERRI D214/RP5, 1999].

A fim de evitar complicados cálculos onde a interação entre o veículo e a ponte tem de ser considerada, em conjunto com perfis específicos de irregularidades da via férrea, recorre-se geralmente ao incremento da resposta máxima estática por um factor de amplificação que, de forma simplificada, tem em conta estas irregularidades, [EN1991-2, 2003].

Na ficha [UIC 776-1R, 1979] encontram-se os critérios estabelecidos para a definição da amplificação dinâmica φ'' . Estudos mais recentes, [ERRI D214/RP5, 1999] e [ERRI D214/RP9, 1999], demonstraram que alguns desses critérios não são válidos em todas as situações. Por exemplo as velocidades de circulação dos comboios são bastante superiores, podem ir até aos 350 km/h, e que a expressão que permite o cálculo de φ' subestima os efeitos dinâmicos produzidos pelos actuais comboios de alta velocidade. Desta forma a *Comissão de Especialistas D214* desenvolveu estudos de modo a avaliar a validade da amplificação φ'' com o incremento da velocidade dos comboios e na situação de ressonância da ponte, [ERRI D214/RP5, 1999] cujas principais conclusões são também apresentadas em [ERRI D214/RP9, 1999]. Várias pontes, simplesmente apoiadas de pequeno e médio vão, foram analisadas e constatou-se que a resposta máxima das estruturas, em termos de acelerações, é sensível à presença das irregularidades.

O relatório [ERRI D214/RP5, 1999] recomenda outras análises de modo a determinar o efeito das irregularidades em pontes de pequeno e médio vão, cujas frequências próprias se encontrem sobre os limites de frequência indicados na norma [EN1991-2, 2003] e cujos resultados numéricos possam ser comparados com resultados obtidos por via experimental.

Vários investigadores e Instituições ferroviárias têm estudado a influência das irregularidades no comportamento dinâmico das pontes e dos veículos que sobre ela circulam, [Fryba, 1996], [Lou, 2005b] bem como [Yang *et al.*, 2004a] e [Xia e Zhang, 2005].

Neste Capítulo pretende-se analisar a influência das irregularidades na via férrea na resposta dinâmica de pontes, cujas características geométricas e mecânicas são tais que as suas primeiras frequências naturais de vibração se encontram sobre os limites definidos na norma [EN1991-2, 2003]. São considerados neste estudo dois tipos de irregularidades: a irregularidade isolada posicionada a meio vão da ponte, portanto determinística, e a irregularidade aleatória contínua, posicionada em toda a extensão do carril. As respostas máximas da ponte com as irregularidades são determinadas em termos de deslocamentos e acelerações, e comparadas com as obtidas sem a consideração das irregularidades.

Atendendo às medições efectuadas numa das pontes ferroviárias, apresentadas no Capítulo 5, item 5.5, procede-se ainda à comparação entre as respostas de acelerações medidas e as calculadas tendo em conta a presença de irregularidades na via férrea. Para tal um perfil de irregularidades aleatórias é criado e implementado no carril.

Neste estudo apenas se recorre ao modelo dinâmico de via férrea *ERRI*, tratando-se do modelo utilizado nos estudos desenvolvidos pela *Comissão de Especialistas D214*, [ERRI D214/RP5, 1999].

Sendo certo que as irregularidades influenciam a resposta dinâmica dos veículos, na investigação desenvolvida, para os vários tipos de irregularidades, são analisadas as acelerações nas massas suspensas dos eixos do comboio. Complementarmente as acelerações na massa vibrante do balastro do modelo da via férrea são analisadas.

7.2. AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DAS IRREGULARIDADES NA RESPOSTA DINÂMICA DE UMA PONTE

7.2.1. A Ponte e o Modelo de Via Férrea Utilizados na Análise

Nesta secção averigua-se a resposta dinâmica de uma ponte ferroviária de médio vão, em termos de deslocamentos e acelerações, quando diversos tipos de irregularidades são utilizados. O modelo dinâmico de via férrea considerado foi o Modelo III do *ERRI*, pois trata-se do modelo utilizado em estudos análogos a este, [ERRI D214/RP5, 1999].

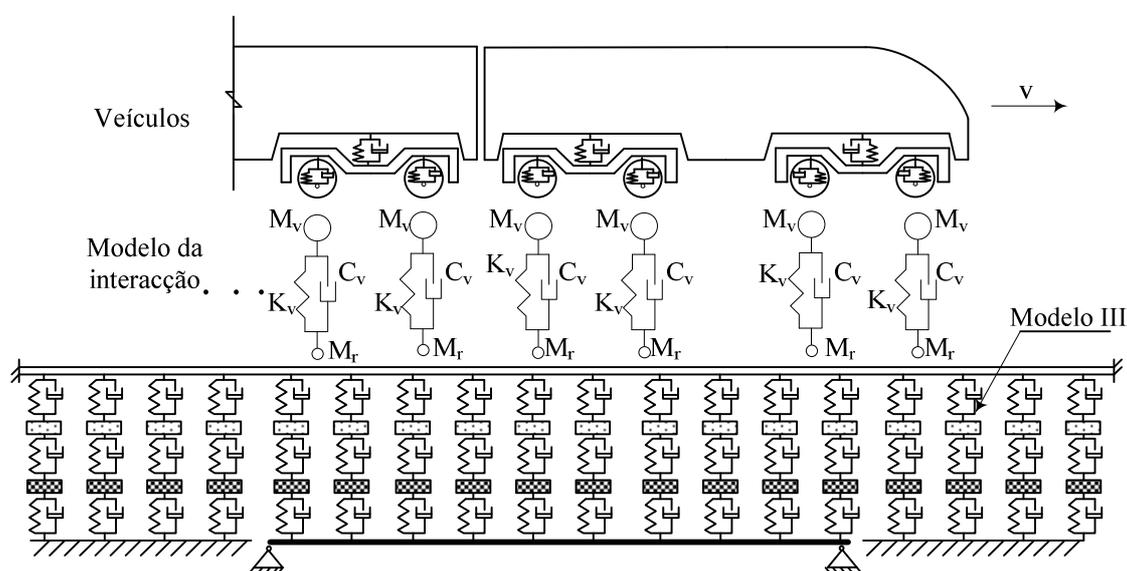


Figura 7.1 – Modelo da Ponte 1 com o Modelo III de via férrea e o modelo simplificado dos veículos para efectuar a interacção.

A ponte considerada foi já anteriormente descrita como Ponte 1 e apresenta um vão de 23,5 m. As características dinâmicas encontram-se no Capítulo 5, item 5.4.1, cujo modelo de elementos finitos corresponde a uma viga simplesmente apoiada. Tendo em conta o valor da primeira frequência própria desta estrutura, $n_0=2,72$ Hz, constata-se que é inferior ao limite definido na norma [EN1991-2, 2003] para uma ponte com este vão. Trata-se pois de uma ponte muito flexível em que não está dispensada a análise dinâmica, mesmo para velocidades de circulação inferiores a 200 km/h. A relação L/δ_{LM71} para esta estrutura, onde δ_{LM71} representa o deslocamento máximo vertical a meio vão da ponte para a carga LM71, é de cerca de 1020.

Para a análise efectuada admitiu-se a ponte dividida em cerca de 24 elementos de barra com cerca de 0,9792 m de extensão e o carril dividido em elementos de cerca de 0,4896 m de extensão. As estruturas adjacentes à ponte com elementos de barra com 1,0 m de extensão. Para o modelo simplificado de veículo foi considerado o modelo de massas suspensas, conforme representado na Figura 7.1, ou seja, foram admitidas para cada carruagem quatro sistemas de massas suspensas e não suspensas rolantes.

O método empregue na integração das equações de equilíbrio foi o de Wilson θ , recorrendo a um intervalo de tempo igual a $\Delta t=0,002$ s, valor anteriormente utilizado nas análises da Ponte 1 sem e com o modelo dinâmico de via férrea implementado.

De forma a averiguar a influência das diversas irregularidades foi considerado a circulação do comboio de alta velocidade ICE2 sobre a estrutura.

O valor do coeficiente de amortecimento estrutural adoptado foi $\xi=1\%$ conforme a norma [EN1991-2, 2003] recomenda para vãos cujo comprimento $L \geq 20$ m. Os coeficientes de Rayleigh α e β da matriz de amortecimento foram tais que para o primeiro e quarto modo de vibração da estrutura se verifica-se o valor do coeficiente de amortecimento igual a 1%.

O objectivo deste estudo é analisar a resposta da estrutura quando a irregularidade na via é considerada. No entanto são também analisadas, para algumas velocidades de circulação outros parâmetros, nomeadamente, as forças de contacto entre as rodas e o carril, as acelerações na massa suspensa de um dos eixos do comboio e as acelerações na massa vibrante do balastro.

7.2.2. Irregularidade isolada

Nesta secção considera-se a influência de uma irregularidade isolada segundo a vertical e localizada sobre o carril a meio vão da ponte, igual à definida nos estudos efectuados pelas *Comissões de Especialistas D23 e D128* e posteriormente pela *D214*, [ERRI D214/RP5, 1999] sendo definida por:

$$r(x) = \frac{1}{2} r_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{L_{TD}} \right) \quad (7.1)$$

$$\begin{aligned} r_0 = 6 \text{ mm} \wedge L_{TD} = 3 \text{ m}, \quad 0 \leq x \leq L_{TD} \quad 10 \text{ m} \leq L \leq 20 \text{ m} \\ r_0 = 1 \text{ mm} \wedge L_{TD} = 1 \text{ m}, \quad 0 \leq x \leq L_{TD} \quad L = 5 \text{ m} \end{aligned} \quad (7.2)$$

$$r(x) = 0 \quad x < 0 \wedge x > L \quad (7.3)$$

onde x é a distância percorrida no carril, r_0 é a máxima altura da irregularidade e L_{TD} o comprimento definido para a irregularidade, ver Figura 7.2.

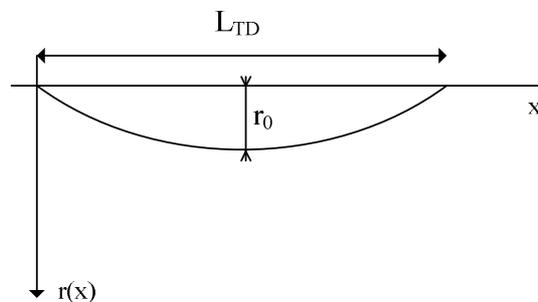


Figura 7.2 – Irregularidade isolada aplicada na via férrea a fim de simular uma má compactação do balastro.

Considerou-se pertinente a análise dos efeitos dinâmicos na Ponte 1 admitindo este tipo de irregularidade pois são aqui aplicáveis os critérios pressupostos na investigação conduzida pela *Comissão de Especialistas D214* [ERRI D214/RP5, 1999].

7.2.2.1. Deslocamentos e acelerações na ponte a meio vão

Conforme já referido e exposto no Capítulo 3, o Anexo C da norma [EN1991-2, 2003] apresenta um factor de amplificação que tem em conta os efeitos derivados das irregularidades na via férrea. A utilização deste factor na Ponte 1 está comprometida na medida em que a primeira frequência própria da estrutura está aquém do limite inferior indicado em [EN1991-2, 2003]. Desta forma esta norma refere que a quantificação de φ'' deve ser efectuada tendo em conta uma análise dinâmica onde a interacção entre o veículo e a estrutura é tida em conta.

Admitiu-se a passagem do comboio de alta velocidade ICE2 a diferentes velocidades que variam entre os 140 e os 300 *km/h* ($1,2 \times 250$), com um intervalo de 5 *km/h* entre as velocidades consideradas, na zona de ressonância admitiu-se um menor incremento cerca de 2,5 *km/h*.

Como se observou no Capítulo 5 a passagem dos sucessivos eixos regularmente espaçados de $d_k=26,4$ m, comprimento característico do ICE2, induzem a ressonância na Ponte 1 na velocidade de cerca de 257 *km/h*. Outras velocidades de ressonância inerentes ao primeiro modo de vibração não são visíveis neste varrimento, na medida em que são inferiores a 140 *km/h*. Por outro lado, as velocidades de ressonância correspondentes ao terceiro modo de vibração também não são visíveis pois correspondem a valores muito altos, superiores a 300 *km/h*.

As Figura 7.3 e Figura 7.4 representam a comparação entre os valores máximos dos deslocamentos e das acelerações a meio vão da ponte, para diferentes velocidades de circulação do comboio, sem e com a irregularidade isolada na via férrea. Conforme se pode constatar por estas figuras, a existência da irregularidade na via férrea determina alterações nos valores máximos de deslocamentos e acelerações na ponte.

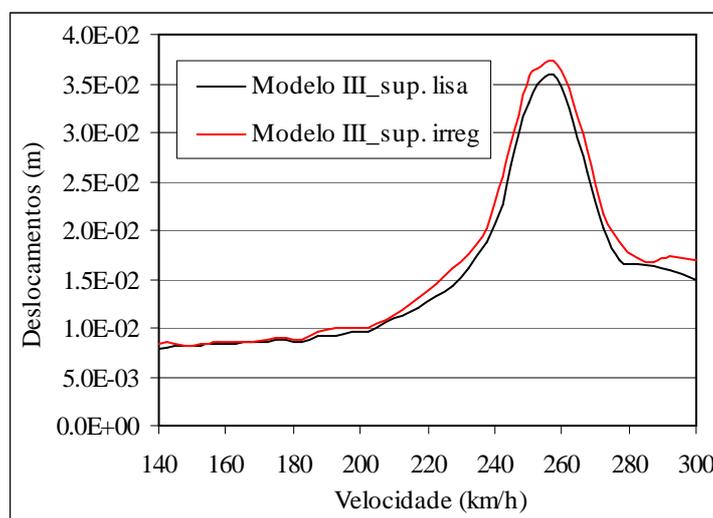


Figura 7.3 – Comparação dos deslocamentos máximos a meio vão da Ponte 1, sem e com a consideração da irregularidade isolada, para diferentes velocidades de circulação do comboio.

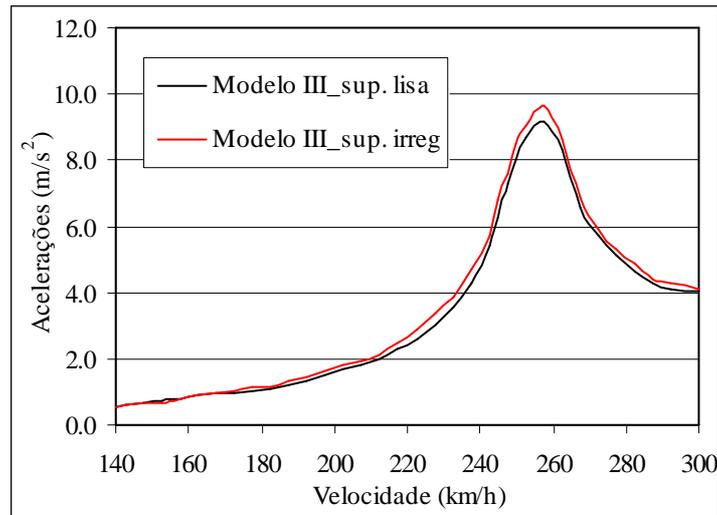


Figura 7.4 – Comparação das acelerações máximas a meio vão da Ponte 1, sem e com a consideração da irregularidade isolada, para diferentes velocidades de circulação do comboio.

De modo a avaliar a diferença obtida entre as respostas da estrutura sem e com a consideração da irregularidade isolada, consideram-se os valores máximos dos deslocamentos e acelerações obtidos a meio vão da estrutura para essas situações e calcularam-se os coeficientes $\varphi''_{cal.}$ e $\varphi''_{acel,cal.}$, para os deslocamentos e acelerações, respectivamente recorrendo a:

$$\varphi''_{cal.} = \frac{\delta_{m\acute{a}x,irre.}}{\delta_{m\acute{a}x}} - 1 \quad (7.4)$$

onde $\delta_{m\acute{a}x,irre.}$ representa o deslocamento máximo vertical a meio vão da ponte considerando as irregularidades da via férrea e $\delta_{m\acute{a}x}$ o deslocamento máximo vertical da ponte a meio vão sem a consideração das irregularidades, e

$$\varphi''_{acel,cal.} = \frac{a_{m\acute{a}x,irre.}}{a_{m\acute{a}x}} - 1 \quad (7.5)$$

onde $a_{m\acute{a}x,irre.}$ e $a_{m\acute{a}x}$ correspondem aos valores máximos da aceleração vertical a meio vão da ponte com e sem a irregularidade na via férrea, os resultados apresentam-se na Figura 7.5.

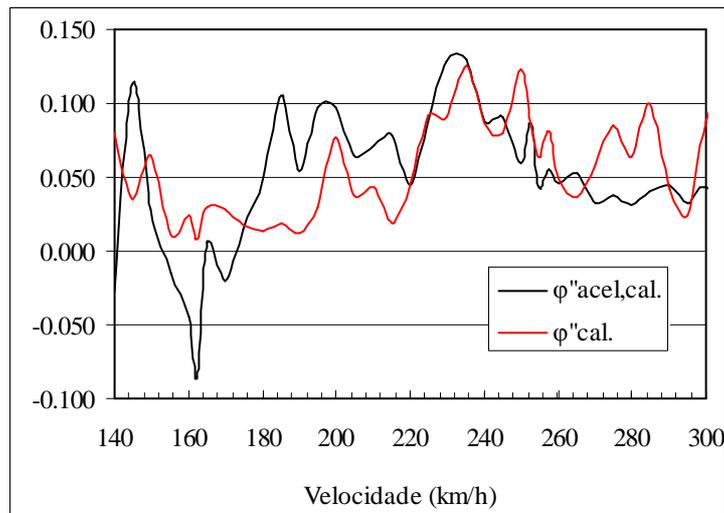


Figura 7.5 – $\varphi''_{acel,cal.}$ e $\varphi''_{cal.}$ dos deslocamentos e acelerações nas velocidades de circulação do comboio e considerando uma irregularidade isolada.

Conforme se pode visualizar as maiores variações nos deslocamentos ocorrem, de uma forma geral, para as velocidades superiores a 220 km/h , ao passo que para as acelerações ocorrem para as velocidades compreendidas entre os cerca de 180 km/h e a velocidade de ressonância da ponte. As maiores variações ocorrem na resposta em termos de acelerações. Desta forma têm-se para a velocidade de ressonância da ponte $257,5 \text{ km/h}$, $\varphi''_{cal.}=0,036$ e $\varphi''_{acel,cal.}=0,052$, para a velocidade de circulação de 180 km/h , $\varphi''_{cal.}=0,014$ e $\varphi''_{acel,cal.}=0,049$. Os valores máximos da $\varphi''_{cal.}$ e $\varphi''_{acel,cal.}$ ocorrem para a velocidade de 235 km/h , assumindo $0,126$ e $0,130$, respectivamente.

As Figura 7.6 e a Figura 7.7 representam a comparação entre as respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 1, com e sem a irregularidade a meio vão, para a passagem do comboio ICE2 com as velocidades de 235 e $257,5 \text{ km/h}$, respectivamente.

Conforme se pode observar pelas Figura 7.6 e Figura 7.7 a introdução da irregularidade no carril a meio vão da ponte introduz no cálculo da resposta da ponte uma maior participação das frequências superiores a 70 Hz , este comportamento é mais notório na velocidade 235 km/h . No entanto esta contribuição é ainda inferior à efectuada pelas frequências definidas pelo primeiro modo de vibração da estrutura e às de excitação de menor ordem decorrentes da passagem do comboio ICE2 com as velocidades consideradas sobre a estrutura.

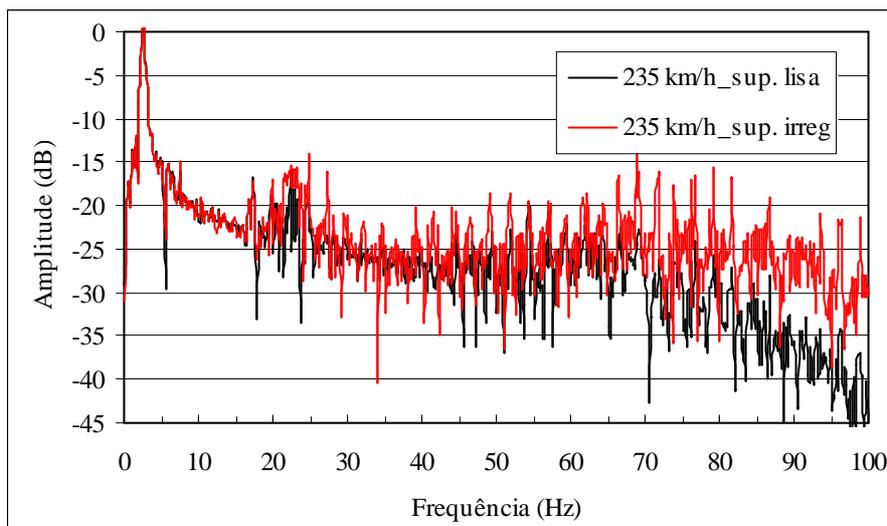


Figura 7.6 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 1 para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 235 km/h sem e com a irregularidade isolada na via.

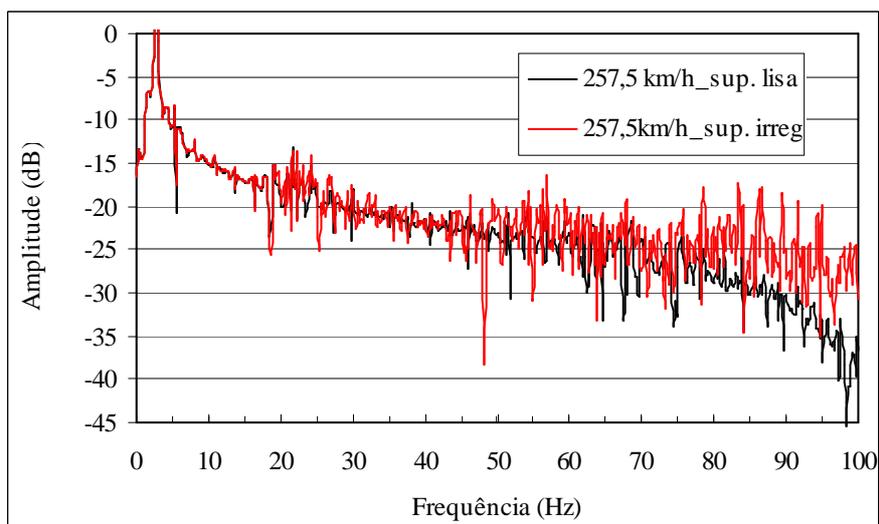


Figura 7.7 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 1 para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 257,5 km/h sem e com a irregularidade isolada na via.

A fim de analisar os efeitos da irregularidade localizada a meio vão da ponte apresentam-se as respostas nos vários elementos que constituem o sistema veículo/via férrea/ponte para diferentes velocidades de circulação do comboio. Consideram-se as velocidades de 180 km/h, 257,5 e 235 km/h, na medida em que a velocidade de 180 km/h é uma velocidade corrente de circulação e onde os valores de $\varphi''_{acel,cal.}$ começam a aumentar, 257,5 km/h é a velocidade de ressonância da ponte e por fim 235 km/h é a velocidade onde $\varphi''_{acel,cal.}$ atinge o valor máximo.

Desta forma considerando o quarto eixo do comboio apresentam-se as forças de contacto entre a roda e a via e as acelerações na sua massa suspensa. As acelerações na massa vibrante do balastro, sobre o meio vão também vão ser aqui apresentadas.

7.2.2.2. As forças de contacto entre a roda e a via

A Figura 7.8 representa os valores das forças normais de contacto entre o 4º eixo da primeira carruagem do comboio e a via para diferentes velocidades, quando não é considerada qualquer irregularidade sobre o carril. Notar que o tempo representado equivale ao tempo necessário para que o eixo em questão passe sobre a ponte e a via férrea, que se considera a jusante da ponte, à velocidade de 180 km/h.

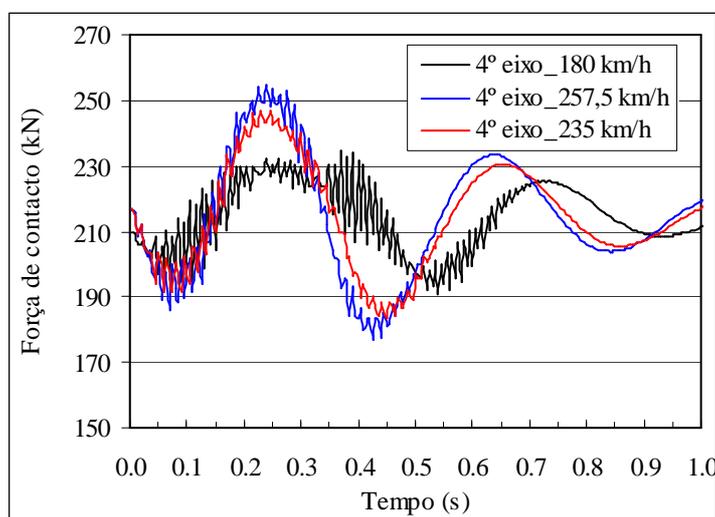


Figura 7.8 – Força normal de contacto entre o 4º eixo da primeira carruagem do comboio e a via para diferentes velocidades sem a consideração da irregularidade.

Conforme se pode observar pela Figura 7.8, as forças normais de contacto entre o eixo e a via variam com a velocidade de circulação do comboio ou seja, com a frequência com que os eixos regularmente espaçados do comboio passam sobre a ponte. Pois se esta igualar ou for próxima da frequência da estrutura observa-se o incremento das forças, efeitos da ressonância da estrutura, em que as forças dinâmicas podem atingir cerca de 40 kN, ver Figura 7.9. Para a velocidade de 180 km/h o instante em que o 4º eixo do comboio abandona a ponte é cerca de 0,47 s, para as velocidade de 257,5 e 235 km/h acontece a cerca 0,33 s e 0,36 s, respectivamente.

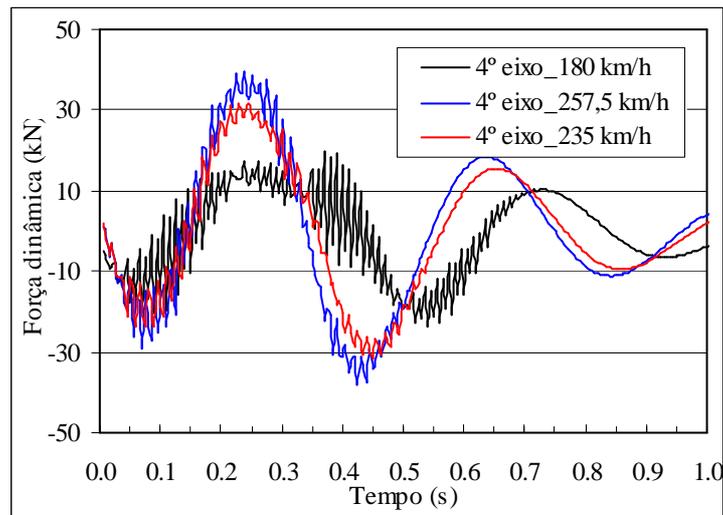


Figura 7.9 – Força dinâmica entre o 4º eixo da primeira carruagem do comboio e a via para diferentes velocidades sem a consideração da irregularidade isolada.

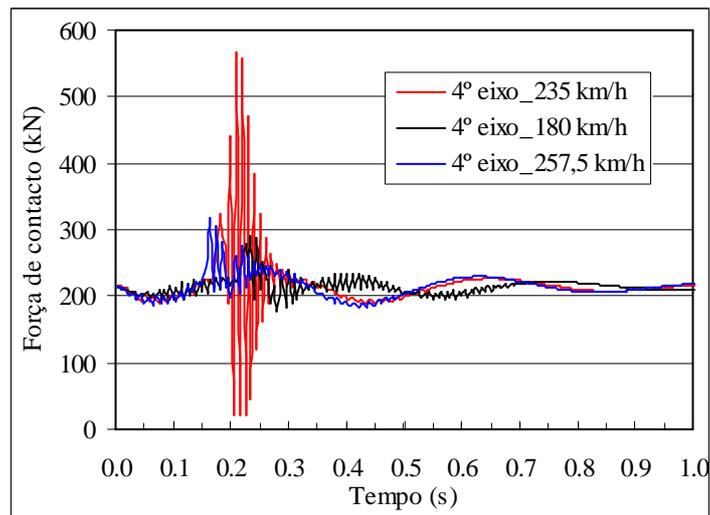


Figura 7.10 – Força normal de contacto entre o 4º eixo da primeira carruagem do comboio e a via para diferentes velocidades com a consideração da irregularidade.

A Figura 7.10 representa os valores das forças normais de contacto entre o 4º eixo do comboio e a via, tendo em conta a existência da irregularidade a meio vão da ponte. Veja-se que a existência da irregularidade a meio vão da ponte provoca uma acentuada variação nas forças de contacto entre as superfícies quando o eixo do veículo passa sobre essa abcissa, cerca dos 0,235 s, para a velocidade de 180 km/h, 0,165 e 0,179 s para as velocidades de 257,5 e 235 km/h, respectivamente. Embora esta variação seja crescente com a velocidade, os valores máximos não surgem na velocidade de

ressonância mas sim na velocidade de 235 km/h, ultrapassando os cerca de 500 kN e pondo em causa a segurança da circulação na via.

As forças dinâmicas que ocorrem quando na consideração da irregularidade a meio vão da ponte encontram-se representadas na Figura 7.11 e conforme se pode observar na velocidade de ressonância as forças dinâmicas ultrapassam em cerca de 2,5 vezes o valor anteriormente obtido para a situação de não existência de irregularidade. Na velocidade de 235 km/h, ultrapassando os cerca de 300 kN.

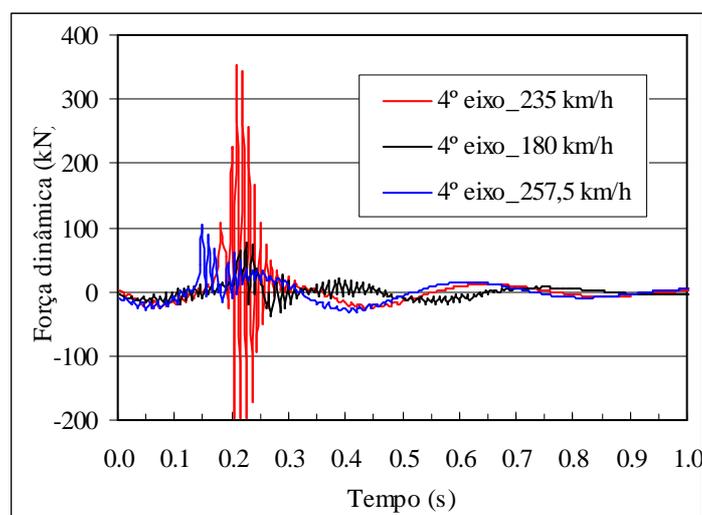


Figura 7.11 – Força dinâmica entre o 4º eixo da primeira carruagem do comboio e a via para diferentes velocidades com a consideração da irregularidade isolada.

7.2.2.3. As acelerações na massa suspensa

Apesar do comportamento dos veículos que circulam sobre a ponte não ser objecto de estudo nesta investigação e desta forma o modelo de veículo utilizado não ser o mais apropriado, conforme referido no Capítulo 2, entendeu-se averiguar a variação dos valores das acelerações numa massa suspensa sem e com a consideração da irregularidade de modo a indicar o modo como a existência de irregularidades na via férrea influencia a resposta dos veículos circulantes.

A Figura 7.12 representa as acelerações que ocorrem na massa suspensa do 4º eixo do primeiro veículo do comboio ICE2 a diferentes velocidades sem a consideração da irregularidade. Conforme se pode observar as acelerações que ocorrem na massa

suspensa atingem no máximo 2 m/s^2 para as velocidades na zona de ressonância, para a velocidade de 180 km/h a aceleração máxima é de cerca de 1 m/s^2 .

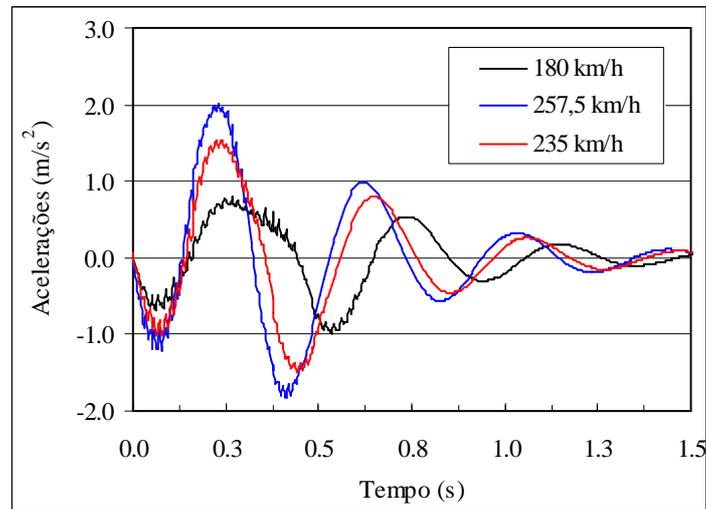


Figura 7.12 – Acelerações na massa suspensa do 4º eixo da primeira carruagem do comboio para diferentes velocidades sem a consideração da irregularidade isolada.

A norma [EN1990-Annex A2, 2005] para a verificação do nível de conforto dos passageiros indica os seguintes valores para a aceleração máxima vertical nas carruagens para três níveis de conforto: Muito Bom 1 m/s^2 ; Bom $1,3 \text{ m/s}^2$; Aceitável 2 m/s^2 . Desta forma poder-se-á dizer que para as acelerações obtidas no primeiro veículo do comboio ICE2, as respostas se encontram dentro do nível de conforto de Muito Bom a Aceitável.

A Figura 7.13 representa as respostas da massa suspensa para as diferentes velocidades de circulação do comboio ICE2 com a consideração da irregularidade a meio vão. Conforme se pode constatar a existência da irregularidade a meio vão da ponte afecta o nível de conforto na carruagem para qualquer das velocidades consideradas pois determina um incremento das acelerações verticais para os cerca de 3 m/s^2 , o nível de conforto decresce para um nível inferior ao Aceitável.

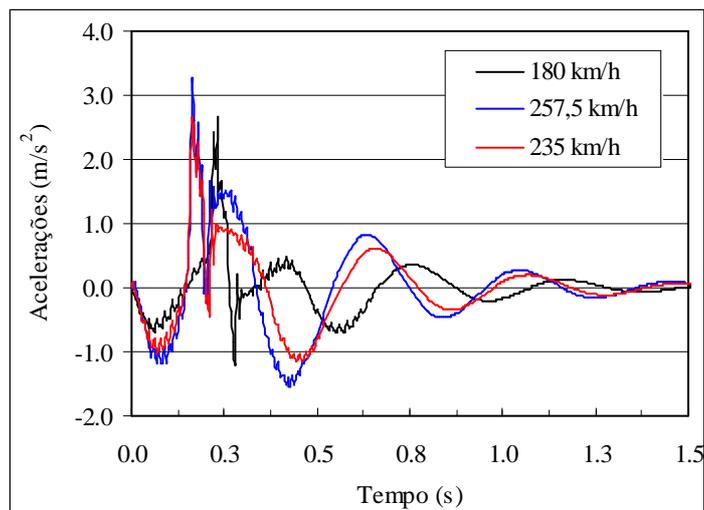


Figura 7.13 – Acelerações na massa suspensa do 4º eixo da primeira carruagem do comboio para diferentes velocidades considerando a irregularidade isolada.

7.2.2.4. As acelerações no balastro da via

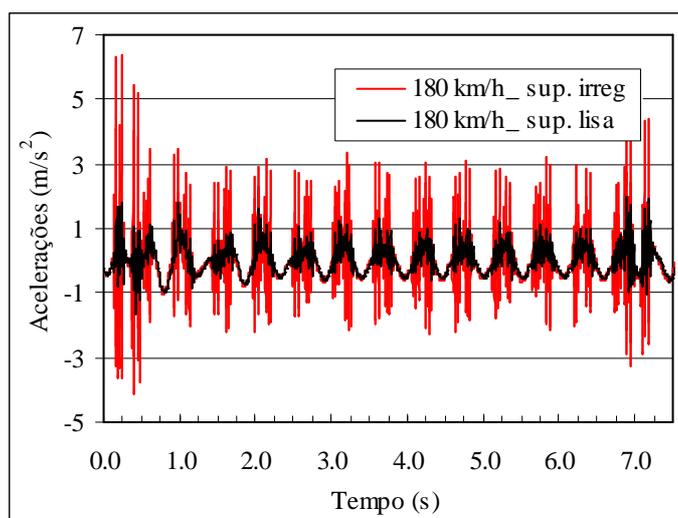


Figura 7.14 – Acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 180 km/h sem e com a irregularidade isolada a meio vão.

A Figura 7.14 representa as acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 180 km/h sem e com a consideração da irregularidade isolada a meio vão. Conforme se pode observar a passagem da primeira e última carruagem do comboio sobre o meio vão da ponte determinam as maiores acelerações verticais no balastro. Este comportamento justifica-se na medida em que estas carruagens motoras têm forças por eixo superiores às das carruagens intermédias,

195 kN e 112 kN, respectivamente. A passagem do comboio sobre a via férrea sem irregularidades determina na massa vibrante do balastro uma aceleração máxima vertical de cerca dos $1,7 \text{ m/s}^2$ e se a irregularidade na via for considerada as acelerações ultrapassam os 5 m/s^2 . De referir que as acelerações na ponte, sob o balastro, é de cerca de 1 e $1,04 \text{ m/s}^2$ sem e com irregularidade na via, respectivamente.

Representando as acelerações na massa vibrante do balastro para a passagem do comboio à velocidade de $257,5 \text{ km/h}$, Figura 7.15. Observa-se que a presença das irregularidades na via incrementa as acelerações no balastro, este aumento é mais notório quando a primeira carruagem circula sobre o meio vão da ponte. As acelerações na massa vibrante do balastro aumentam com a velocidade de circulação do comboio. Na velocidade de ressonância, as acelerações na ponte, é de cerca de $9,2$ e $9,64 \text{ m/s}^2$ sem e com irregularidade na via, respectivamente. As acelerações no balastro chegam a alcançar os 12 m/s^2 , quando o último eixo do comboio abandona a ponte, aos cerca de $4,7 \text{ s}$.

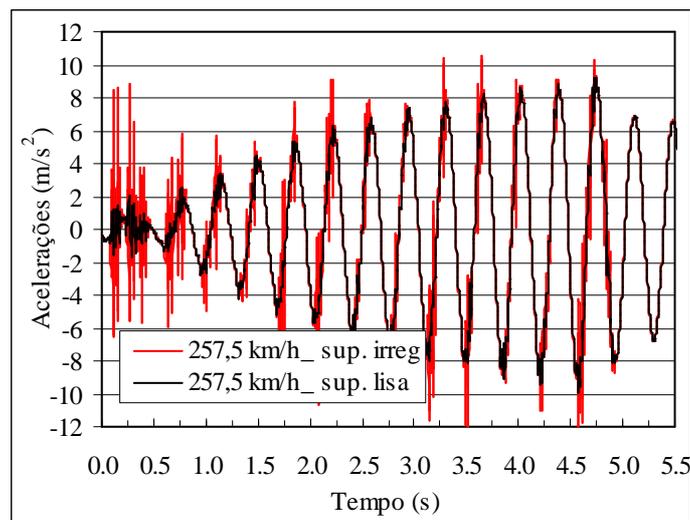


Figura 7.15 – Acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de $257,5 \text{ km/h}$ sem e com a irregularidade isolada a meio vão.

A Figura 7.16 representa as acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 235 km/h sem e com a consideração da irregularidade isolada a meio vão.

Observando esta última situação, a passagem de cada eixo sobre o meio vão provoca no balastro acentuadas variações nas acelerações verticais. A passagem do comboio sobre a via férrea sem irregularidades determina na massa vibrante do balastro uma aceleração máxima vertical de cerca dos 3 m/s^2 e se a irregularidade na via for considerada as acelerações alcançam os 8 m/s^2 . De referir que as acelerações na ponte, sob o balastro, é de cerca de $3,01$ e $3,4 \text{ m/s}^2$ sem e com irregularidade na via, respectivamente.

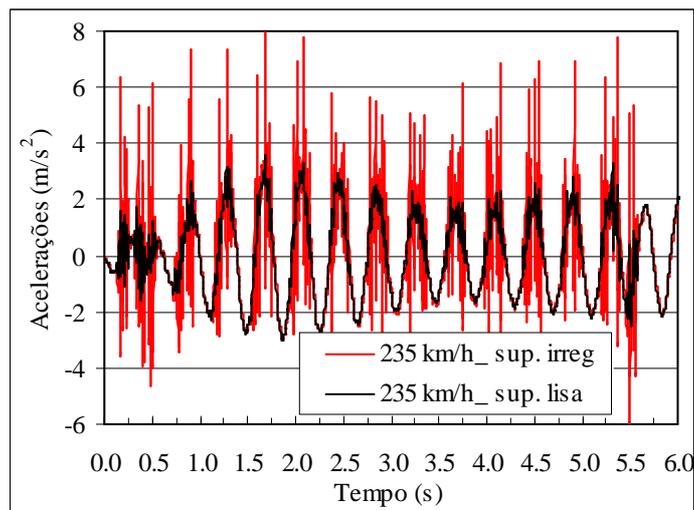


Figura 7.16 – Acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 235 km/h sem e com a irregularidade isolada a meio vão.

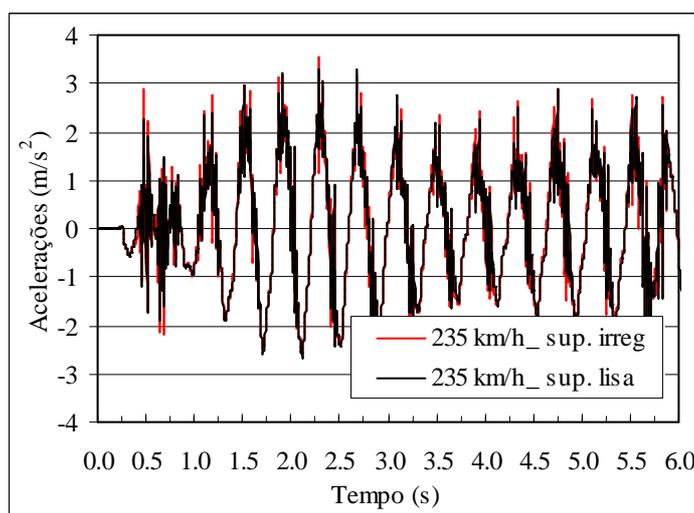


Figura 7.17 – Acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea numa abcissa à direita da irregularidade isolada considerada na via férrea para a velocidade de 235 km/h .

Dada esta resposta no balastro apresenta-se na Figura 7.17 a comparação entre as acelerações no balastro, sem e com a irregularidade isolada a meio vão, numa abcissa após a irregularidade. Conforme se pode observar não existem variações significativas nas acelerações verticais do balastro. Este comportamento justifica-se em virtude do balastro ser simulado no modelo dinâmico de via férrea por uma sucessão de massas concentradas vibrantes sem qualquer ligação entre elas.

7.2.3. Irregularidade aleatória

A determinação da resposta de pontes ferroviárias quando sujeitas à passagem do tráfego é um processo complexo que envolve a interacção dinâmica entre os veículos circulantes e a estrutura. Por outro lado a análise dinâmica é condicionada por diversos parâmetros relacionados com a ponte, veículos e via férrea. Alguns destes parâmetros são aleatórios e portanto dominados por incertezas estatísticas, como por exemplo: os parâmetros que caracterizam a rigidez e amortecimento das suspensões dos veículos e dos elementos que constituem a via férrea, bem como as irregularidades. Desta forma, uma apropriada aferição do comportamento dinâmico de pontes quando sujeitas ao tráfego requer a implementação de modelos probabilísticos que permitam a consideração de alguns destes parâmetros inerentes à via férrea.

A avaliação dos efeitos derivados da consideração de irregularidades aleatórias na via férrea é efectuada recorrendo à técnica de Monte-Carlo, em que diversos perfis de irregularidades são utilizados, gerados a partir de funções densidade espectral de potência de irregularidades da via férrea correspondentes às diversas classes de qualidade da via.

Nesta secção apresenta-se uma metodologia para a análise do comportamento dinâmico de pontes ferroviárias quando sujeitas à passagem de comboio de alta velocidade tendo em conta as características aleatórias das irregularidades na via férrea. Para tal a interacção entre os veículos, via férrea e ponte é utilizada de acordo com as condições enunciadas em 7.2.1 e representadas na Figura 7.1.

Um apropriado modelo matemático que simula as irregularidades da via férrea é empregue, baseado nas propriedades dos processos estocásticos estacionários cuja

probabilidade é estabelecida recorrendo a funções densidade espectral de potência. Estas funções são definidas de acordo com o tipo de irregularidade a simular e com a classe de qualidade da via, conforme exposto no Capítulo 3.

A geração de perfis de irregularidades da via, compatível com uma dada função densidade espectral de potência, pode ser efectuado recorrendo à sobreposição de funções harmónicas cujas amplitudes sejam determinadas através das funções representativas das irregularidades da via, portanto para a coordenada global x , teremos:

$$r(x) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot \cos(\Omega_i \cdot x - \theta_i) \quad (7.6)$$

onde Ω_i é a frequência da função harmónica i , A_i é a amplitude da harmónica i , θ_i é o ângulo de fase da harmónica i de valor aleatório com distribuição uniforme de probabilidade no intervalo $[0, 2\pi]$ e n é o número total de harmónicas consideradas.

A amplitude A_i é determinada a partir da função densidade espectral de potência, $G(\Omega_i)$, representativa das irregularidades da via que se pretendem gerar, ou seja:

$$A_i = \sqrt{4 \cdot \Delta\Omega_i \cdot G(\Omega_i)} \quad (7.7)$$

onde $\Delta\Omega_i$ é o incremento da frequência considerado.

As várias instituições ferroviárias propõem diferentes funções densidade espectral de potência para a determinação do perfil de irregularidades a considerar na via férrea, conforme se pode ver em [ORE C116/RP1, 1971] ou em [Fryba, 1996]. Considerou-se apropriado usar neste estudo as funções densidade espectral de potência da *Federal Railroad Administration (FRA)*, [Fryba, 1996].

A expressão (7.8) representa a função densidade espectral de potência das irregularidades verticais de sobrelevação, os coeficientes intervenientes, A , Ω_1 e Ω_2 tomam os valores expostos na Tabela 3.6 dependendo da classe de irregularidade que se pretende considerar.

$$G_r(\Omega) = \frac{A\Omega_2^2}{(\Omega^2 + \Omega_1^2)(\Omega^2 + \Omega_2^2)} \quad [\text{m}^3 / \text{rad}] \quad (7.8)$$

A Figura 7.18 representa três perfis de irregularidades de diferentes classes, classe 6, 4 e 3, para a via férrea gerados artificialmente recorrendo à expressão (7.6) em que os coeficientes respectivos a cada classe assumem os valores de $A=0,59E-06 \text{ rad.m}$, $\Omega_1=23,3E-3 \text{ rad/m}$ e $\Omega_2=13,1E-2 \text{ rad/m}$ para a classe 6, e $A=1,38E-06 \text{ rad.m}$, $\Omega_1=23,3E-3 \text{ rad/m}$ e $\Omega_2=13,1E-2 \text{ rad/m}$ para a classe 4, e finalmente $A=2,16E-06 \text{ rad.m}$, $\Omega_1=23,3E-3 \text{ rad/m}$ e $\Omega_2=13,1E-2 \text{ rad/m}$ para a classe 3, [Fryba, 1996]. Para a definição dos perfis de irregularidades tomaram-se valores da frequência espacial cíclica compreendida entre $0,209 \text{ rad/m} \leq \Omega \leq 209,44 \text{ rad/m}$ (ou $0,03 \text{ m} \leq \lambda_r \leq 30 \text{ m}$) de acordo com [Yang *et al.*, 2004a].

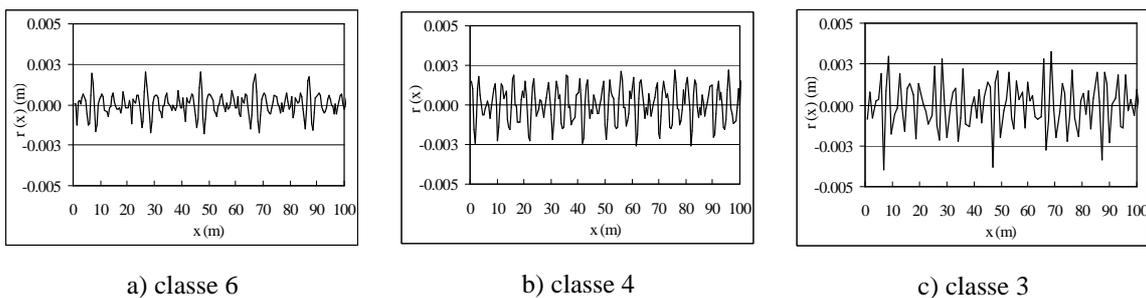


Figura 7.18 – Irregularidades verticais de classe 6, 4 e 3, da via férrea.

Conforme se pode observar na Figura 7.18, a classe de melhor qualidade é a classe 6, tendo em conta as condições a verificar nas vias de circulação dos comboios de alta velocidade, julgou-se conveniente recorrer a este tipo de perfil de irregularidades para analisar a resposta da ponte.

7.2.3.1. Deslocamentos e acelerações na ponte a meio vão

Para as várias velocidades de circulação do comboio sobre a Ponte 1, 140 a 300 *km/h*, determinaram-se as respostas máximas da ponte, os deslocamentos e acelerações a meio vão da ponte.

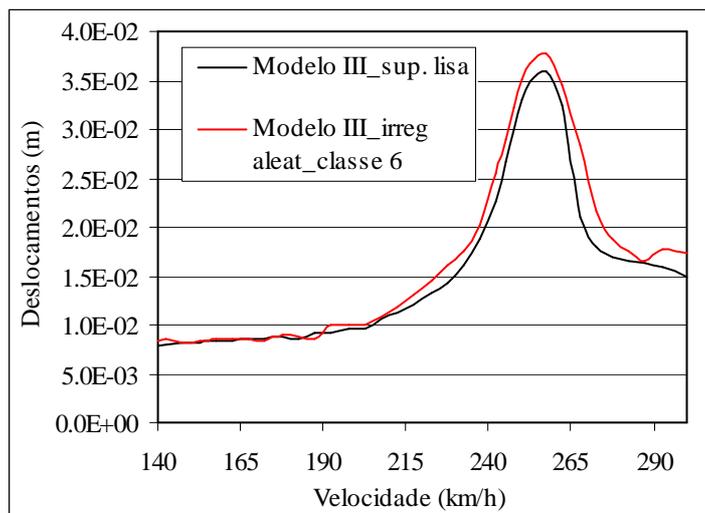


Figura 7.19 – Comparação dos deslocamentos máximos a meio vão da Ponte 1, sem e com a consideração de um perfil de irregularidades de classe 6, para as velocidades de circulação do comboio.

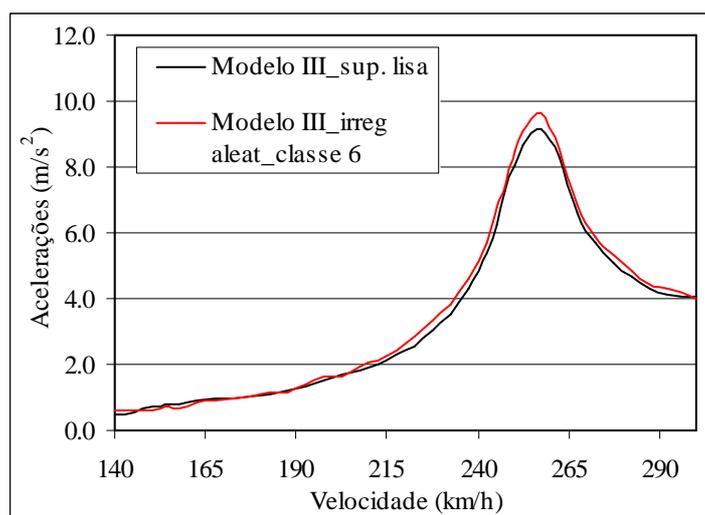


Figura 7.20 – Comparação das acelerações máximas a meio vão da Ponte 1, sem e com a consideração de um perfil de irregularidades de classe 6, para as velocidades de circulação do comboio.

As Figura 7.19 e Figura 7.20 representam a comparação entre os valores máximos dos deslocamentos e das acelerações a meio vão da ponte, para diferentes velocidades de circulação do comboio, considerando a via férrea sem e com um perfil de irregularidades artificialmente gerado de classe 6.

Conforme se pode constatar nestas figuras, a existência de irregularidades na via férrea, mesmo com uma classe de irregularidades referente a boa qualidade, determina a alteração dos valores máximos dos deslocamentos e das acelerações.

De modo a visualizar os efeitos das irregularidades aleatórias na resposta da ponte determinaram-se os valores de φ''_{cal} e $\varphi''_{acel,cal.}$, cujos resultados se apresentam na Figura 7.21. As maiores variações ocorrem nos deslocamentos para as velocidades superiores a 200 km/h, ao passo que para as acelerações, ocorrem para as velocidades compreendidas entre os cerca de 200 km/h e a velocidade de ressonância da ponte. De uma forma geral poder-se-á dizer que os maiores valores de φ''_{cal} e $\varphi''_{acel,cal.}$ resultam para as velocidades compreendidas entre os 200 e 257,5 km/h, velocidade de ressonância da ponte.

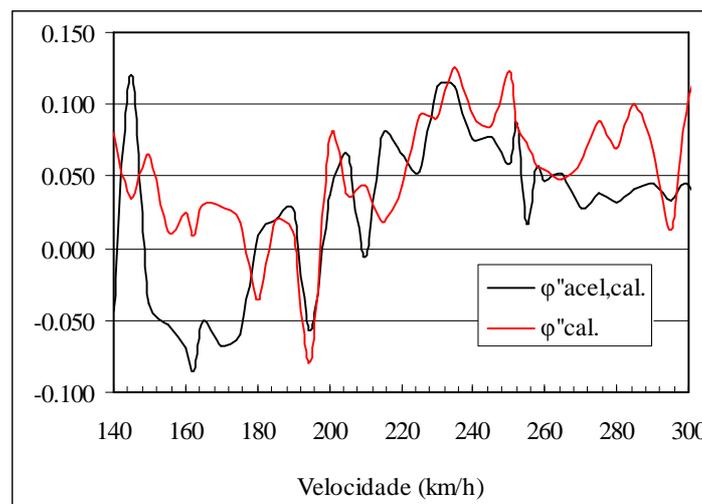


Figura 7.21 – $\varphi''_{acel,cal.}$ e $\varphi''_{cal.}$ dos deslocamentos e acelerações com o perfil de irregularidade na via de classe 6 e para as velocidades de circulação do comboio.

Assim para a velocidade de ressonância da ponte 257,5 km/h, $\varphi''_{cal.}=0,047$ e $\varphi''_{acel,cal.}=0,052$, e para a velocidade de circulação 235 km/h, onde ocorrem os valores máximos φ''_{cal} e $\varphi''_{acel,cal.}$, 0,126 e 0,113, respectivamente.

A determinação dos efeitos das irregularidades na resposta dinâmica da Ponte 1 foi efectuada recorrendo à técnica de Monte-Carlo em que 50 perfis de irregularidades de classe 6 foram artificialmente gerados recorrendo à equação (7.6) e adoptando os valores correspondentes para o cálculo de $G(\Omega)$ segundo (7.8). A análise da resposta dinâmica do sistema veículo/via férrea/ponte foi determinada considerando apenas a velocidade de circulação de 257,5 km/h para o comboio ICE2. Os valores máximos, dos deslocamentos e acelerações, foram considerados e deles foram determinados os valores médios, variâncias e desvios padrão.

Notar que numa análise estocástica dos efeitos das irregularidades na resposta dinâmica de pontes, seriam consideradas outras classes de irregularidades e outros efeitos na estrutura analisados, tais como: esforço transversal e momento flector, inerentes a várias secções do vão da ponte. Esta metodologia não foi aqui seguida devido ao volume de cálculo que tal necessita e desta forma optou-se por determinar apenas os efeitos das irregularidades de classe 6, classe de melhor qualidade, na resposta dinâmica da ponte para a velocidade de circulação do comboio de 257,5 km/h.

A Tabela 7.1 e a Tabela 7.2 representam os parâmetros estatísticos, de localização e dispersão, caracterizadores dos valores obtidos para os deslocamentos e acelerações máximos a meio vão da Ponte 1 considerando 50 perfis de irregularidade de classe 6.

Tabela 7.1 – Deslocamentos máximos médios obtidos recorrendo à simulação de Monte-Carlo para a secção de meio vão da Ponte 1.

Perfil de irregularidades de classe 6					
v [km/h]	$\delta_{\text{máx.abs}}$ [m]	μ_{δ} [m]	σ_{δ}^2 [m ²]	σ_{δ} [m]	$\mu_{\delta} + \sigma_{\delta}$ [m]
257,5	3,77E-02	3,64E-02	0,39E-06	0,63E-03	3,70E-02

Tendo em conta que o deslocamento máximo e a aceleração máxima a meio vão da Ponte 1, sem a consideração de irregularidades, é igual a 3,60E-02 m e 9,16 m/s², respectivamente, pode-se concluir que a consideração das irregularidades de classe 6 determina, tendo em conta os respectivos valores médios, $\varphi''_{\text{cal.}}=0,011$ e $\varphi''_{\text{acel.cal.}}=0,022$. Portanto a consideração de irregularidades de classe 6 determina um pequeno incremento dos deslocamentos e acelerações a meio vão da ponte para a circulação do comboio na velocidade de 257,5 km/h.

Tabela 7.2 – Acelerações máximas médias obtidos recorrendo à simulação de Monte-Carlo para a secção de meio vão da Ponte 1.

Perfil de irregularidades de classe 6					
v [km/h]	$a_{\text{máx.abs}}$ [m/s ²]	μ_a [m/s ²]	σ_a^2 [m ² /s ⁴]	σ_a [m/s ²]	$\mu_a + \sigma_a$ [m/s ²]
257,5	9,74	9,36	3,62E-02	0,194	9,55

O factor de amplificação dinâmico foi determinado, bem como o seu valor médio e a dispersão, os resultados estão expostos na Tabela 7.3, portanto:

$$FAD = \frac{R_{dyn}}{R_{est.}} \quad (7.9)$$

onde R_{dyn} e $R_{est.}$ são a máxima resposta dinâmica e a máxima resposta estática, respectivamente para diferentes classes de irregularidades e velocidades admitidas.

O factor de amplificação dinâmico sem a consideração de irregularidades é igual a 4,74. Portanto, o facto de o valor médio calculado para este coeficiente ser elevado, cerca de 4,79, deriva da sensibilidade que a Ponte 1 apresenta aos efeitos dinâmicos sem a consideração das irregularidades.

Tabela 7.3 – Factor de amplificação dinâmica (FAD) dos deslocamentos obtidos recorrendo à simulação de Monte-Carlo para a secção de meio vão da Ponte 1.

Perfil de irregularidades de classe 6			
v [km/h]	FAD _{máx. abs}	μ_{FAD}	$\mu_{FAD} + \sigma_{FAD}$
257,5	4,96	4,79	4,87

Esta análise deveria ser replicada para outras velocidades e com outros parâmetros da resposta da ponte. De modo a visualizar os efeitos das irregularidades das classes de menor qualidade na resposta da ponte, do veículo e da massa vibrante do balastro, dois perfis de irregularidades de classe 4 e classe 3 foram determinados.

Para cada um dos perfis de irregularidades o factor de amplificação dos deslocamentos verticais do nó situado a meio vão da ponte foi determinado para as velocidades de 180 e 257,5 km/h, conforme as Figura 7.22, Figura 7.23 e Figura 7.24 representam. Apesar de se tomar apenas um perfil de irregularidades para as classes 4 e 3, as Figura 7.22, Figura 7.23 e Figura 7.24 permitem observar que a resposta da Ponte 1 é sensível ao nível de irregularidades existentes na via férrea e à velocidade de circulação do comboio sobre a ponte.

Para a velocidade de circulação do comboio de 180 km/h, fora da zona de ressonância da ponte, a resposta dinâmica da ponte não é elevada pois o factor de amplificação é pouco superior à unidade, veja-se que a consideração de irregularidades de classe 6 implica um factor de amplificação dinâmica de cerca de 1,16 e que a consideração de

irregularidades de classe 3 já implica um factor de amplificação dinâmica de cerca de 1,20.

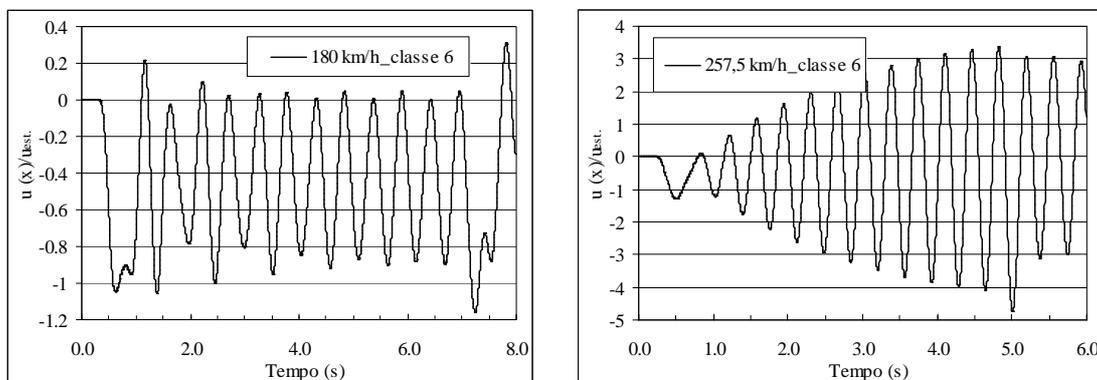


Figura 7.22 – Factor de amplificação dinâmica do deslocamento a meio vão para as velocidades de 180 e 257,5 km/h e admitindo um perfil de irregularidades da classe 6.

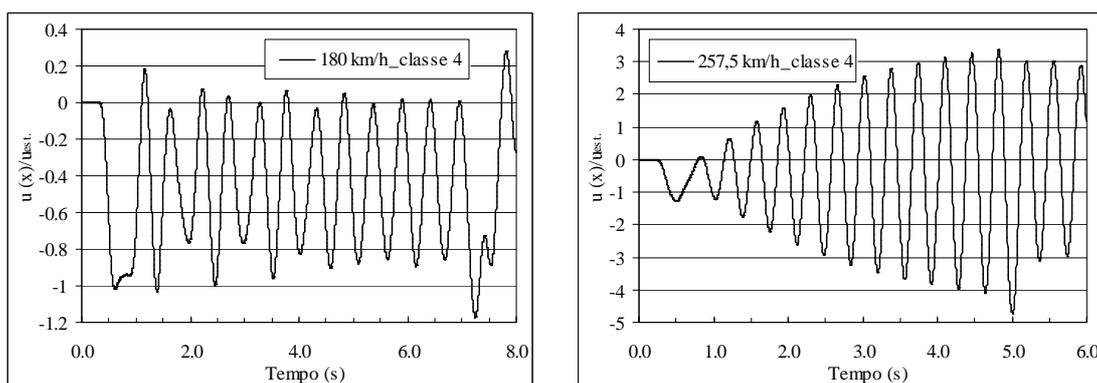


Figura 7.23 – Factor de amplificação dinâmica do deslocamento a meio vão para as velocidades de 180 e 257,5 km/h e admitindo um perfil de irregularidades da classe 4.

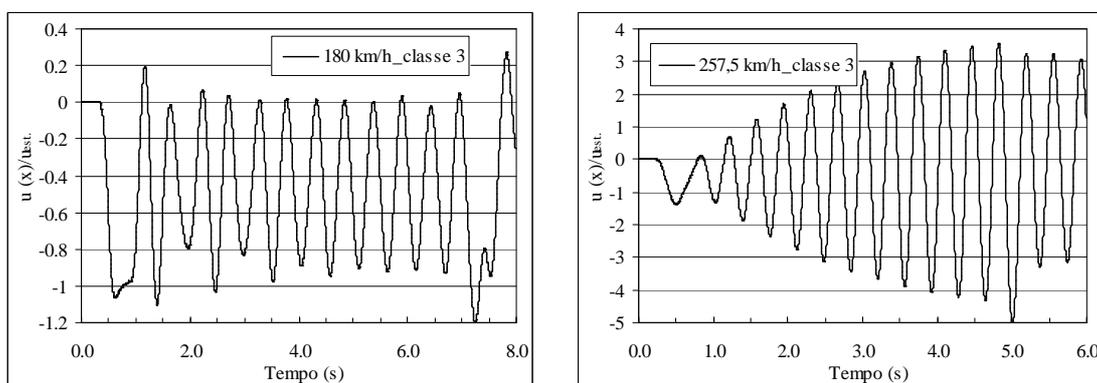


Figura 7.24 – Factor de amplificação dinâmica do deslocamento a meio vão para as velocidades de 180 e 257,5 km/h e admitindo um perfil de irregularidades da classe 3.

Considerando a velocidade de circulação do comboio de $257,5 \text{ km/h}$, igual à ressonância da ponte, a resposta da ponte vem bastante amplificada, a consideração de irregularidades de classe 6 implica um factor de amplificação dinâmica de cerca de 4,78 ao passo que a consideração de irregularidades de classe 3 já implica um factor de amplificação dinâmica de cerca de 4,94.

Recordar que a não consideração de irregularidades na via férrea implica para a velocidade de 180 km/h um factor de amplificação de cerca de 1,13 e para a velocidade de $257,5 \text{ km/h}$ um factor de amplificação de cerca de 4,74, o que significa que a Ponte 1 já é bastante sensível aos efeitos dinâmicos sem a consideração de irregularidades. A consideração de um perfil de irregularidades de classe 3, a de menor qualidade, implica o incremento do factor de amplificação dinâmica em cerca de 4%.

7.2.3.2. As forças de contacto entre a roda e a via

De seguida são analisadas as forças de contacto entre o quarto eixo do comboio e o carril para as velocidades de 180 , 235 e $257,5 \text{ km/h}$, considerando perfis de irregularidades de classes 3, 4 e 6.

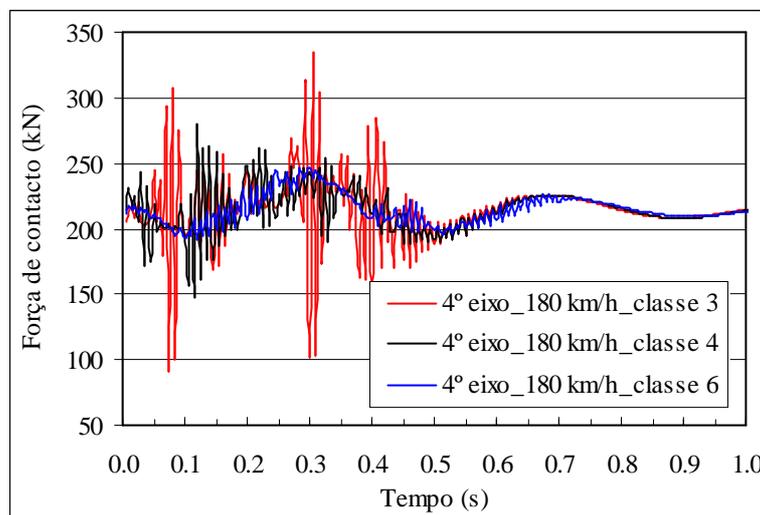


Figura 7.25 – Comparação das forças normais de contacto entre o 4º eixo do comboio e o carril para a velocidade de 180 km/h e para perfis de irregularidades das classes de 3, 4 e 6.

A Figura 7.25 representa a comparação entre as forças normais de contacto entre o 4º eixo do comboio e a via, para as classes 3, 4 e 6 de irregularidades na via férrea para a

velocidade de circulação de 180 *km/h*. Observa-se que durante os 0,7 *s* em que o eixo entra na ponte e sai da via férrea, considerada a jusante da ponte, as forças de contacto sofrem variações com as irregularidades na via, mesmo com as irregularidades referentes ao perfil 6, ver também Figura 7.8. Verifica-se que a consideração do perfil de irregularidade de menor qualidade, classe 3, introduz variações significativas nas forças de contacto entre o eixo e o carril pondo em causa a verificação da segurança da circulação na via.

A Figura 7.26 representa a comparação entre as forças normais de contacto entre o 4º eixo do comboio e a via considerando as irregularidades na via férrea de classe 3 e 6 e a velocidade de circulação de 235 *km/h*. Observa-se que a passagem dos eixos sobre a via com as irregularidades, durante cerca de 0,5 *s*, provoca grandes variações nas forças de contacto entre o eixo e a via férrea. Como anteriormente a consideração do perfil de irregularidade de menor qualidade, classe 3, determina valores bastante elevados nas forças de contacto, entre a roda e a via férrea, pondo em causa a segurança da circulação na via.

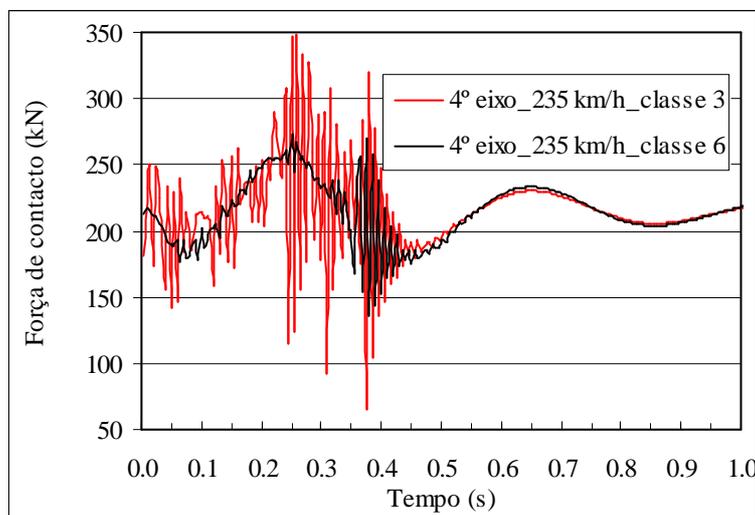


Figura 7.26 – Comparação das forças de contacto entre o 4º eixo do comboio e o carril para a velocidade de 235 *km/h* e para perfis de irregularidades das classes de 3 e 6.

A Figura 7.27 representa a comparação entre as forças normais de contacto entre o 4º eixo do comboio e a via para as classes 3, 4 e 6 de irregularidades na via férrea e para a velocidade de circulação de 257,5 *km/h*. As conclusões referidas na velocidade de 235 *km/h* são aqui replicadas para a velocidade de circulação de 257,5 *km/h*, pois o perfil de

irregularidades de classe 3, colocado em toda a extensão da via férrea, provoca uma acentuada variação das forças de contacto, entre a roda e a via, durante os cerca de 0,47 s em que o eixo entra na ponte e sai da via férrea adjacente, a jusante da ponte.

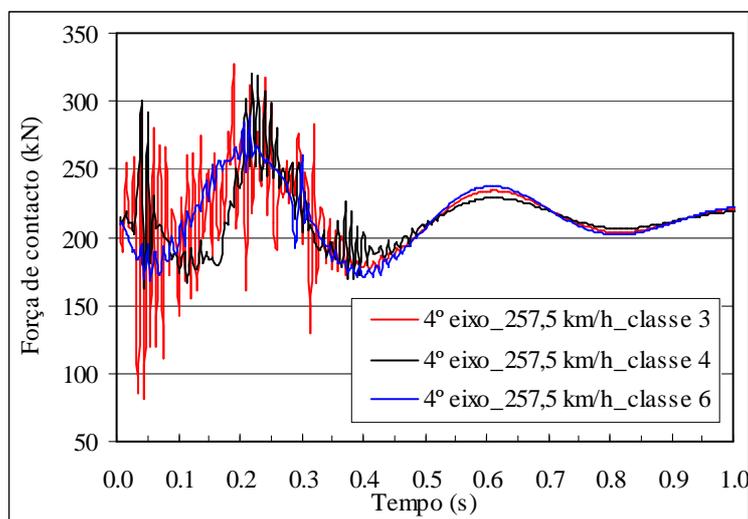


Figura 7.27 – Comparação das forças normais de contacto entre o 4º eixo do comboio e o carril para a velocidade de 257,5 km/h e para perfis de irregularidades das classes de 3, 4 e 6.

7.2.3.3. As acelerações na massa suspensa

Como se procedeu na análise dos efeitos da irregularidade isolada, são analisadas para as velocidades de 180 km/h, 235 e 257,5 km/h, as acelerações na massa suspensa do quarto eixo do comboio ICE2 e na massa vibrante do balastro, sobre o meio vão da ponte.

A Figura 7.28 efectua a comparação das acelerações na massa suspensa sem e com o perfil de irregularidades da classe 6 para a velocidade de circulação de 180 km/h. Conforme se pode visualizar a consideração de irregularidades, classe 6, altera os valores das acelerações nas carruagens, a aceleração ultrapassa o 1 m/s^2 , portanto o nível de conforto passa de Muito Bom para Bom.

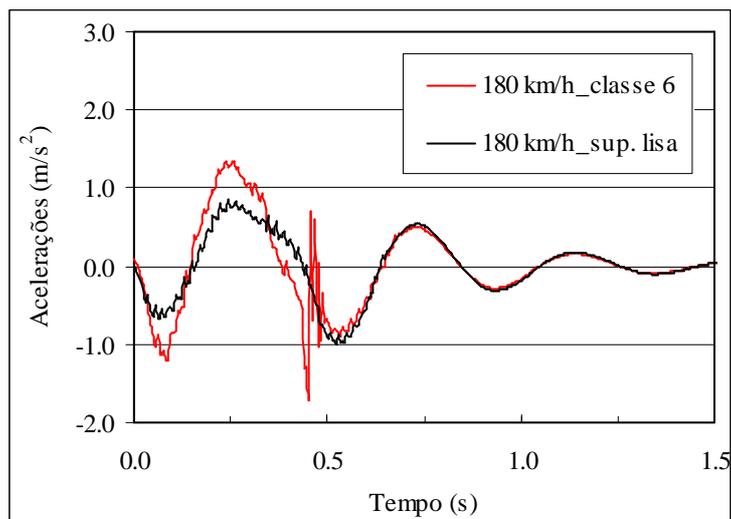


Figura 7.28 – Comparação das acelerações na massa suspensa do 4º eixo da primeira carruagem do comboio ICE2 para a velocidade de circulação de 180 *km/h* sem e com o perfil de irregularidades.

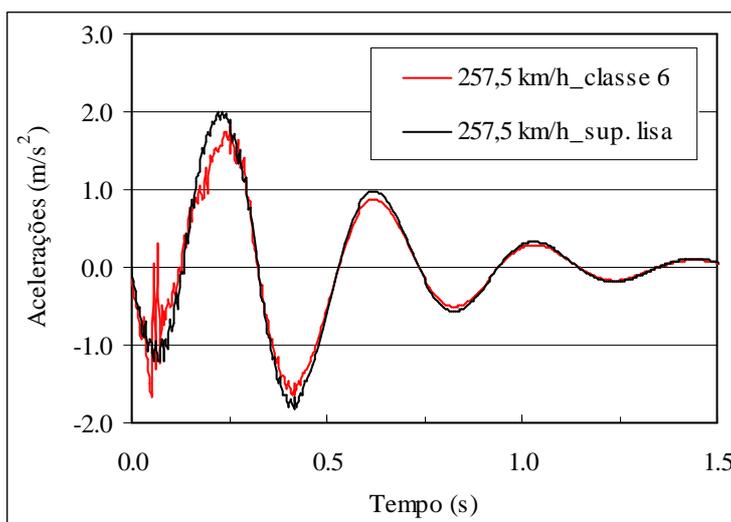


Figura 7.29 – Comparação das acelerações na massa suspensa do 4º eixo da primeira carruagem do comboio ICE2 para a velocidade de circulação de 257,5 *km/h* sem e com o perfil de irregularidades.

Na velocidade de ressonância, 257,5 *km/h* a irregularidade também se faz sentir, mas neste caso, provoca uma ligeira redução das acelerações mantendo-se portanto no nível de conforto Aceitável. Já para a velocidade de 235 *km/h*, observa-se que a consideração do perfil de irregularidades de classe 6 determina um incremento tal nas acelerações da massa suspensa que provoca uma diminuição do nível de conforto de Bom para um nível inferior ao Aceitável, Figura 7.30.

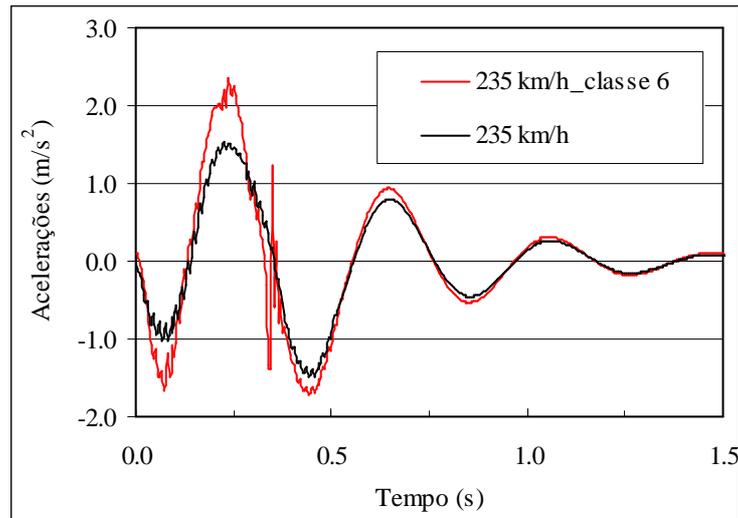


Figura 7.30 – Comparação das acelerações na massa suspensa do 4º eixo da primeira carruagem do comboio ICE2 para a velocidade de circulação de 235 km/h sem e com o perfil de irregularidades.

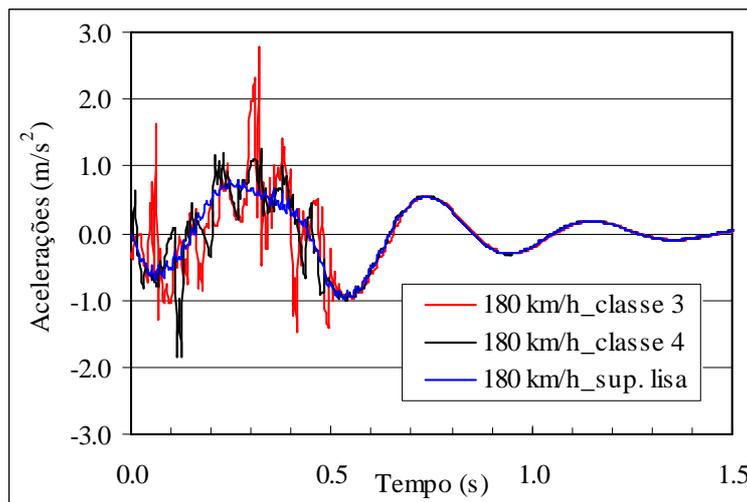


Figura 7.31 – Comparação das acelerações na massa suspensa do 4º eixo da primeira carruagem do comboio para a velocidade de 180 km/h e para perfis de irregularidades das classes de 3 e 4.

A Figura 7.31 efectua a comparação das acelerações na massa suspensa do 4º eixo do comboio para as classes de irregularidades 3 e 4 quando a velocidade de circulação é igual a 180 km/h. Como é possível visualizar a consideração destes dois perfis de irregularidades determina na massa suspensa significativas variações das acelerações, em que se passa de um nível de conforto Muito Bom, quando não é admitida qualquer irregularidade, para um nível Aceitável, perfil de irregularidades 4, e para um nível inferior ao Aceitável quando é utilizado o perfil de irregularidades 3.

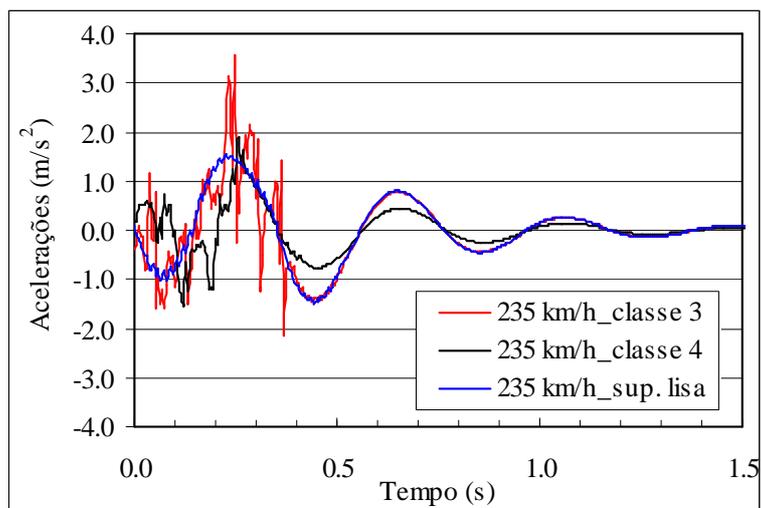


Figura 7.32 – Comparação das acelerações na massa suspensa do 4º eixo da primeira carruagem do comboio para a velocidade de 235 km/h e para perfis de irregularidades das classes de 3 e 4.

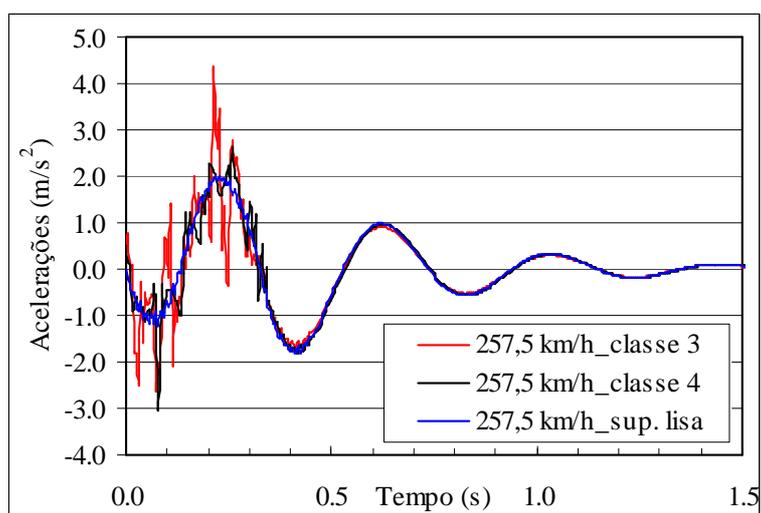


Figura 7.33 – Comparação das acelerações na massa suspensa do 4º eixo da primeira carruagem do comboio para a velocidade de 257,5 km/h e para perfis de irregularidades das classes de 3 e 4.

As Figura 7.32 e Figura 7.33 efectuam a comparação das acelerações na massa suspensa do 4º eixo do comboio para as classes de irregularidades 3 e 4 para as velocidades de circulação do comboio de 235 e 257,5 km/h. Os valores das acelerações, na massa suspensa quando o perfil de irregularidades da classe 3 é utilizado, são bastante elevados sendo o nível de conforto dos passageiros inferior ao Aceitável.

7.2.3.4. As acelerações no balastro da via

Visualizando as acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea, sobre o meio vão da ponte, para as velocidades de circulação do comboio ICE2, de 180 *km/h*, 235 e 257,5 *km/h*.

A Figura 7.34 representa as acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 180 *km/h* sem e com o perfil aleatório de irregularidades de classe 6 e permite constatar que a consideração das irregularidades não provoca alterações significativas nas acelerações verticais. Como já observado, a passagem da primeira e última carruagem do comboio sobre o balastro determinam as maiores acelerações verticais no balastro, alcançando os 2 m/s^2 , quando a última carruagem abandona a ponte.

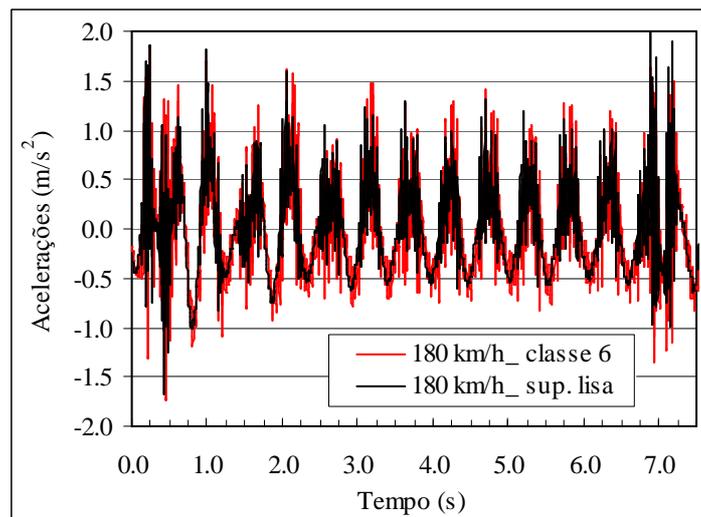


Figura 7.34 – Comparação das acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 180 *km/h* sem e com o perfil de irregularidades.

Representando as acelerações na massa vibrante do balastro para a passagem do comboio à velocidade de 257,5 *km/h*, Figura 7.35, constata-se que com a ponte em ressonância já não é possível observar a passagem de cada eixo sobre o balastro. A consideração do perfil de irregularidades da classe 6 na via não determina maiores acelerações no balastro, portanto as acelerações no balastro são idênticas às acelerações verticais que ocorrem na ponte, nomeadamente iguais a 9,4 m/s^2 . A passagem do

comboio à velocidade de 235 km/h também não determina incrementos significativos nas acelerações do balastro, Figura 7.36.

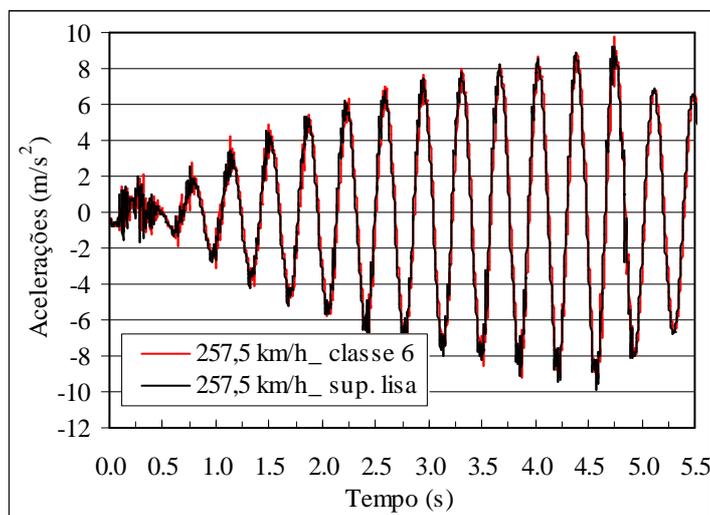


Figura 7.35 – Comparação das acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 257,5 km/h sem e com o perfil de irregularidades.

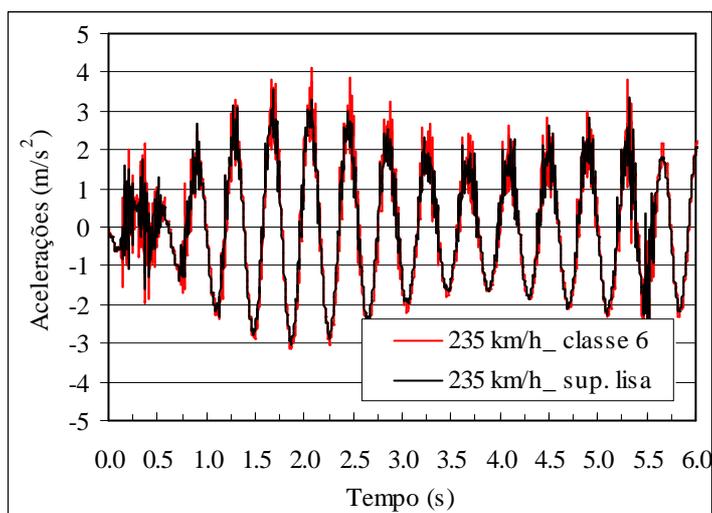


Figura 7.36 – Comparação das acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 235 km/h sem e com o perfil de irregularidades.

Efectuada a análise das acelerações no balastro com a consideração do perfil de irregularidades de classe 6 na via férrea, em que não foram verificadas variações significativas, entendeu-se analisar os efeitos causados pelo perfil de irregularidades de classe 3.

A Figura 7.37 representa a comparação das acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 180 km/h sem e com a consideração do perfil de irregularidades da classe 3. Conforme se pode observar a consideração deste perfil de irregularidades determina um aumento das acelerações no balastro. A consideração do perfil de irregularidades determina um incremento das acelerações no balastro de cerca dos 1,7 m/s² para os cerca de 3,3 m/s². De referir que as acelerações na ponte para esta velocidade de circulação é de cerca de 1 e 1,13 m/s² sem e com irregularidade na via, respectivamente.

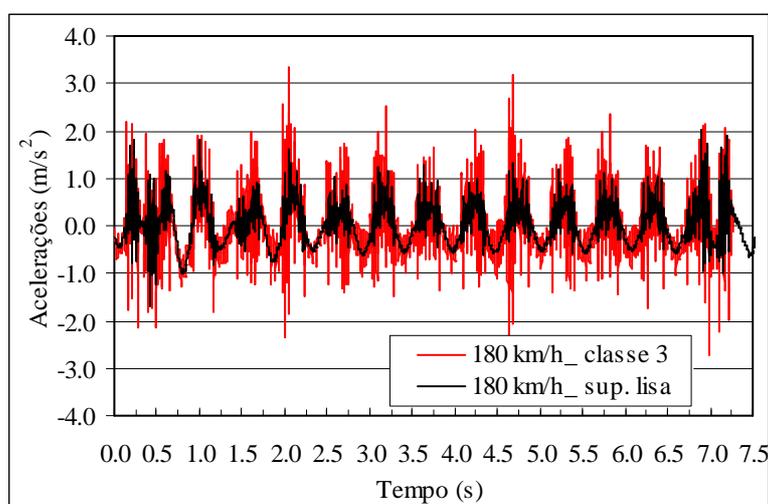


Figura 7.37 – Acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 180 km/h sem e com o perfil de irregularidades da classe 3.

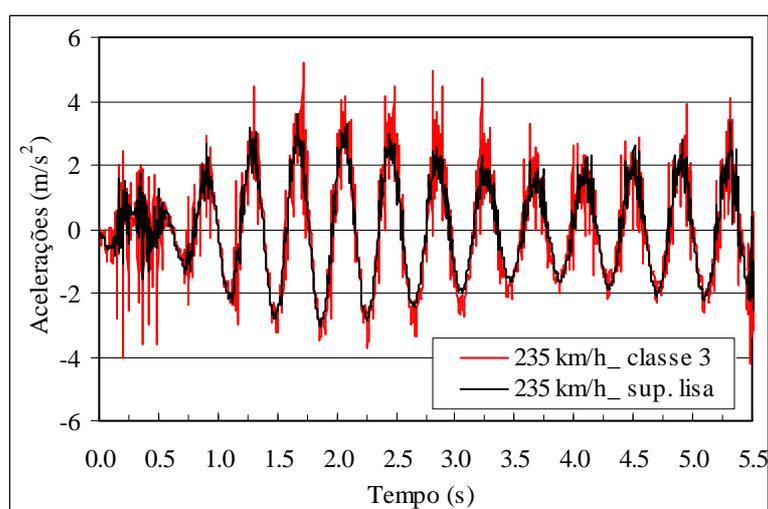


Figura 7.38 – Acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de 235 km/h sem e com o perfil de irregularidades da classe 3.

Conforme se pode constatar pela Figura 7.38, a existência do perfil de irregularidades de classe 3 na via férrea provoca o incremento acentuado das acelerações verticais no balastro, as variações máximas ocorrem quando na passagem da primeira carruagem, de cerca $1,5 \text{ m/s}^2$ para cerca de 4 m/s^2 .

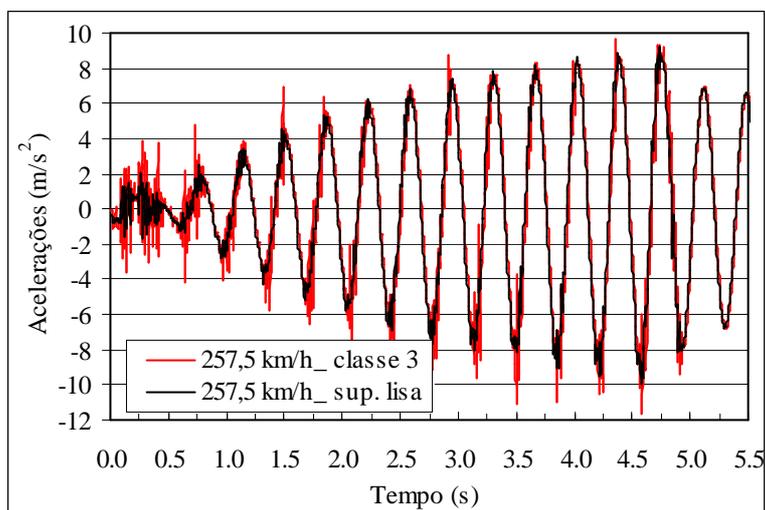


Figura 7.39 – Acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea para a passagem do comboio ICE2 à velocidade de $257,5 \text{ km/h}$ sem e com o perfil de irregularidades da classe 3.

De igual modo se representam as acelerações na massa vibrante do balastro para a passagem do comboio à velocidade de $257,5 \text{ km/h}$, Figura 7.39. Observa-se que as acelerações na massa vibrante do balastro são elevadas, aumentam com a velocidade de circulação do comboio, no entanto a consideração do perfil de irregularidades de classe 3 na via não determina um incremento acentuado nas acelerações no balastro como verificado nas velocidades anteriores. De referir que as acelerações na ponte para esta velocidade de circulação é de cerca de $9,2$ e $11,1 \text{ m/s}^2$ sem e com o perfil de irregularidade na via, respectivamente.

7.2.4. Conclusões

As irregularidades podem ser distribuídas ou pontuais, de carácter determinístico ou aleatório, desta forma considerou-se apropriado analisar o comportamento dinâmico da Ponte 1 tendo em conta alguns destes diferentes tipos de irregularidades.

Inicialmente considerou-se uma irregularidade isolada segundo a vertical e localizada sobre o carril a meio vão da ponte, de modo a representar uma má compactação do balastro, idêntica à utilizada pela *Comissão de Especialistas D214* e reportada em [ERRI D214/RP5, 1999].

No varrimento de velocidades adoptado, entre os 140 e os 300 *km/h*, constatou-se que a consideração de irregularidades localizadas de forma sinusoidal implica um aumento dos valores máximos de deslocamentos e acelerações a meio vão da ponte. Este aumento ocorre de uma forma mais acentuada para a resposta em termos de acelerações e nas velocidades compreendidas entre os 180 *km/h* e os 257,5 *km/h*, velocidade de ressonância da estrutura. Na resposta em termos de deslocamentos, as maiores variações ocorrem para velocidades superiores a 220 *km/h*.

Os valores máximos da $\varphi''_{cal.}$ e $\varphi''_{acel,cal.}$ ocorrem para a velocidade de 235 *km/h*, assumindo 0,126 e 0,130, respectivamente. Para a velocidade de ressonância da ponte 257,5 *km/h*, $\varphi''_{cal.}=0,036$ e $\varphi''_{acel,cal.}=0,052$. Portanto, observa-se que para as velocidades de circulação do comboio superiores a 180 *km/h* a resposta da Ponte 1 é sensível à existência de irregularidades sinusoidais a meio vão, apesar das diferenças obtidas para os deslocamentos e acelerações serem pequenas.

Analisaram-se as respostas em frequência das acelerações para duas velocidades de circulação, 235 e 257,5 *km/h*, a comparação das respostas permitiu concluir que a consideração de irregularidades no carril do tipo sinusoidal não introduz no cálculo da resposta da ponte uma maior participação das altas frequências.

As forças de contacto entre o eixo e o carril para as velocidades de 180 e 257,5 *km/h*, apresentam um aumento de 2,5 vezes quando a irregularidade na via férrea é considerada. No entanto é para a velocidade de 235 *km/h* que se observa as maiores variações nas forças de contacto, de tal modo que a segurança da circulação na via é posta em causa.

A circulação do comboio à velocidade de 180 *km/h* sem a irregularidade determina um nível de conforto de Muito Bom e para as restantes velocidades, o nível de conforto é Aceitável. A existência da irregularidade a meio vão da ponte afecta o nível de conforto

na primeira carruagem, para qualquer das velocidades consideradas, pois determina um incremento dos valores das acelerações verticais para os cerca de 3 m/s^2 , portanto o nível de conforto decresce para um nível inferior ao Aceitável.

A passagem do comboio à velocidade de 180 km/h sobre a via férrea com a irregularidade determina um incremento das acelerações verticais na massa do balastro de cerca de 3 vezes. A existência da irregularidade na via férrea determina uma variação maior nas acelerações no balastro do que na ponte. No balastro as acelerações variam entre os $1,7 \text{ m/s}^2$ e os 5 m/s^2 sem e com a irregularidade, respectivamente, enquanto que na ponte as correspondentes acelerações variam entre $1,0$ e $1,04 \text{ m/s}^2$.

Quanto à passagem do comboio à velocidade de 235 km/h , determina na passagem de cada eixo sobre o meio vão acentuadas variações nas acelerações verticais do balastro. A passagem do comboio sobre a via férrea sem irregularidades determina na massa vibrante do balastro uma aceleração máxima vertical de cerca dos 3 m/s^2 e se a irregularidade na via for considerada as acelerações alcançam os 8 m/s^2 . De referir que as acelerações na ponte, sob o balastro, atingem cerca de $3,01$ e $3,4 \text{ m/s}^2$ sem e com irregularidade na via, respectivamente.

Quando a velocidade de circulação é de $257,5 \text{ km/h}$, ressonância da estrutura, as acelerações no balastro chegam a alcançar os 12 m/s^2 e na ponte a aceleração é de cerca de $9,64 \text{ m/s}^2$. Embora a grandeza das acelerações que ocorrem no balastro, na velocidade de ressonância da ponte, seja superior à determinada para a velocidade de 180 km/h , a diferença entre as acelerações na ponte e no balastro é inferior às determinadas nas velocidades de 180 e 235 km/h .

Destas análises é possível concluir que a consideração de uma irregularidade geométrica a meio vão da ponte introduz na resposta da estrutura, em termos de deslocamentos e acelerações, incrementos máximos na ordem dos cerca de 13%. Provoca alterações significativas na resposta no balastro, posicionado abaixo da irregularidade, e nas carruagens que circulam sobre a via. As forças de contacto, entre o eixo e o carril, são de tal modo elevadas que põem em causa a verificação da segurança da circulação na via. Desta forma é possível concluir que a existência de uma irregularidade isolada, de 6

mm de altura em 3 *m* de extensão de via, é demasiado gravosa em vias de circulação de comboios de alta velocidade.

A avaliação dos efeitos derivados da consideração de irregularidades aleatórias na via férrea foi efectuada recorrendo à técnica de Monte-Carlo, em que diversos perfis de irregularidades foram utilizados, gerados a partir de funções densidade espectral de potência de irregularidades na via correspondentes às diversas classes de qualidade da via. Consideraram-se as funções densidade espectral de potência da *Federal Railroad Administration*, [Fryba, 1996] em que as frequências espacial cíclicas variam entre os $0,209 \text{ rad/m} \leq \Omega \leq 209,44 \text{ rad/m}$ (ou $0,03 \text{ m} \leq \lambda_r \leq 30 \text{ m}$) de acordo com [Yang *et al.*, 2004a].

A fim de visualizar os efeitos das irregularidades aleatórias de classe 6 no comportamento dinâmico da Ponte 1 nas várias velocidades de circulação do comboio, 140 a 300 *km/h*, determinaram-se as respostas máximas a meio vão da ponte, em termos de deslocamentos e acelerações. As respostas permitiram constatar que a existência de irregularidades na via férrea, mesmo de uma classe de irregularidades referente a uma boa qualidade da via, determina a alteração dos valores máximos dos deslocamentos e das acelerações, de uma forma mais acentuada nas velocidades compreendidas entre os 200 *km/h* e a velocidade de ressonância da ponte, e que o valor máximo de $\varphi''_{\text{acel,cal}}$ ocorre para a velocidade de 235 *km/h*. Portanto um comportamento análogo ao observado quando na consideração da irregularidade isolada a meio vão da ponte.

Nesta secção apresentou-se uma metodologia para a análise estocástica do comportamento dinâmico da Ponte 1 quando sujeita à passagem do comboio ICE2 e considerando um perfil de irregularidades aleatórias de classe 6, a classe de melhor qualidade da via segundo *FRA*. Para tal, recorreu-se à geração artificial de 50 perfis de irregularidade. Admite-se a passagem do comboio à velocidade de 257,5 *km/h*, igual à velocidade de ressonância da Ponte 1, e para cada perfil gerado foram considerados os deslocamentos e as acelerações máximas a meio vão da ponte. Estes valores permitiram a determinação dos parâmetros estatísticos, nomeadamente os valores médios, variâncias e desvios padrão. O factor de amplificação também foi determinado.

Este estudo permitiu concluir que a consideração das irregularidades de classe 6 na via férrea determina a meio vão da ponte, para a velocidade de circulação do comboio de 257,5 km/h, pequenos incrementos nos deslocamentos e acelerações máximos pois tendo em conta os respectivos valores médios, os valores para $\varphi''_{cal.}$ e para $\varphi''_{acel.cal.}$, resultam em 0,011 e 0,022, respectivamente. O factor de amplificação médio determinado para esta situação corresponde a cerca de 4,79, ou seja bastante próximo do valor anteriormente determinado sem a sua consideração, 4,74.

Embora esta análise devesse ter sido efectuada para outras velocidades e outros parâmetros da resposta da ponte, tal não foi efectuada. No entanto, de modo a visualizar os efeitos das irregularidades das classes de menor qualidade na resposta da ponte, do veículo e da massa vibrante do balastro, dois perfis de irregularidades da classe 4 e 3 foram admitidos. Para cada perfil de irregularidades admitido, o factor de amplificação dos deslocamentos verticais no nó situado a meio vão da ponte foi determinado para as velocidades de 180 e 257,5 km/h. A comparação entre eles permitiu concluir que a resposta da ponte é sensível ao nível de classe de irregularidades admitido na via férrea e à velocidade de circulação do comboio.

Esta influência é mais evidente quando se visualizam outros parâmetros do sistema veículo/via férrea/ponte. Foram analisadas as forças de contacto entre o quarto eixo do comboio e o carril, as acelerações na massa suspensa deste eixo e as acelerações na massa vibrante do balastro, considerando as velocidades de 180, 235 e 257,5 km/h.

A análise das forças de contacto entre o 4º eixo e o carril, em que perfis de irregularidades de classe 3, 4 e 6 foram admitidos na via, permitiram concluir que os valores das forças de contacto crescem com a velocidade de circulação do comboio. Que a consideração do perfil de irregularidades de classe 3 é bastante desfavorável para este tipo de transporte, pois os valores das forças de contacto entre a roda e o carril são bastante elevadas pondo em causa a segurança da circulação na via.

De acordo com a comparação das acelerações na massa suspensa para a velocidade de 180 km/h a consideração do perfil de irregularidades de classe 6 altera o nível de conforto de Muito Bom para Bom, pois as acelerações passam de cerca de 1 m/s² para valores um pouco superiores cerca de 1,4 m/s². Para a velocidade de 257,5 km/h a

consideração deste perfil de irregularidades não altera o nível de conforto Aceitável, pois as acelerações permanecem em de cerca de 2 m/s^2 , no entanto para a velocidade de 235 km/h , o nível de conforto altera-se de Bom para inferior ao Aceitável.

Efectuou-se a comparação das acelerações na massa suspensa do quarto eixo do comboio considerando os perfis de irregularidades das classes de 3 e 4 e as velocidades de 180 , 235 e $257,5 \text{ km/h}$. A consideração do perfil de irregularidades da classe 3 determinou nas massas suspensas significativas variações das acelerações, para qualquer das velocidades analisadas as acelerações são de tal modo elevadas que o nível de conforto é inferior ao Aceitável.

Quanto aos efeitos das irregularidades nas acelerações do balastro, poder-se-á dizer que a passagem do comboio à velocidade de 180 km/h sobre a via férrea com o perfil irregularidades da classe 6 determina acelerações de cerca de 2 m/s^2 . Portanto, muito próximo do valor encontrado na massa quando as irregularidades não eram consideradas, cerca de $1,7 \text{ m/s}^2$. Comparativamente, na ponte as acelerações variam entre $1,0$ e $1,02 \text{ m/s}^2$ sem e com irregularidade na via, respectivamente.

Quanto às velocidades de circulação de 235 e $257,5 \text{ km/h}$, as acelerações no balastro são idênticas às acelerações que ocorrem na ponte. Portanto, as variações que ocorrem para estas duas velocidades, quando um perfil de irregularidades de classe 6 é considerado, são semelhantes e de valor muito reduzido.

Relativamente ao perfil de irregularidades de classe 3 verifica-se que a sua consideração introduz significativas variações nas acelerações verticais do balastro, superiores às variações que ocorrem na Ponte. Na velocidade de circulação do comboio igual à velocidade de ressonância da ponte, as acelerações no balastro são elevadas, próximas das acelerações determinadas na ponte. Nas velocidades analisadas, 180 e 235 km/h , as acelerações no balastro são bastante superiores às que ocorrem na ponte.

Desta forma poder-se-á dizer que a existência de um perfil de irregularidades da classe 3 na via é bastante desfavorável para o nível de conforto das carruagem, para a segurança da circulação na via e para o balastro assente sobre a ponte.

Concluindo, não é aceitável a consideração de irregularidades na via férrea de classe inferior a 6 pois determina a não verificação da segurança da circulação na via com a ocorrência de perda de contacto entre a roda e o carril e do ponto de vista de conforto dos passageiros torna-se não aceitável o nível de acelerações que se verificam na massa suspensa do eixo.

7.3. COMPARAÇÃO DAS RESPOSTAS CALCULADAS E MEDIDAS NA PONTE 1 CONSIDERANDO IRREGULARIDADES

Tendo em conta as medições efectuadas na Ponte 1, nesta secção efectua-se a comparação entre as respostas de acelerações medidas e calculadas considerando a presença de irregularidades na via férrea. Para tal o modelo dinâmico de via férrea utilizado é o Modelo III. O método de integração passo a passo é o de Wilson- θ recorrendo ao intervalo de tempo de 0,003 s, como nos Capítulos 5 e 6. Para estes cálculos recorre-se ao modelo da Ponte 1 aferido com as medições, ou seja onde as três primeiras frequências de vibração de flexão são iguais a 4,05, 12,51 e 26,15 Hz, e o coeficiente de amortecimento para o primeiro modo é igual a 5%.

Para a comparação entre as acelerações medidas e calculadas tendo em conta a presença das irregularidades na via férrea, admite-se um perfil de irregularidades de classes 6 de modo a averiguar as diferenças que este introduz no cálculo da resposta da ponte, a classe 6 é a classe de melhor qualidade da via considerada na proposta apresentada pela *Federal Railroad Administration*, [Fryba, 1996] e portanto mais conveniente para uma via de alta velocidade.

Das medições efectuadas na Ponte 1, são utilizados nesta secção os registos de vibração forçada obtidos quando na passagem do comboio de alta velocidade ICE. Foi possível concretizar este tipo de cálculo atendendo a que os parâmetros necessários para definir a interacção entre o comboio ICE e a estrutura são conhecidos.

7.3.1. Análise da Passagem do Comboio IC549

Neste item procede-se à comparação entre as respostas, obtidas a meio vão da Ponte 1, de acelerações calculadas e medidas para a passagem do comboio IC549, considerando implementado na via férrea um perfil de irregularidades de classe 6 em que as frequências espacial cíclicas variam entre os $0,209 \text{ rad/m} \leq \Omega \leq 209,44 \text{ rad/m}$ (ou $0,03 \text{ m} \leq \lambda_r \leq 30 \text{ m}$), [Yang *et al.*, 2004a].

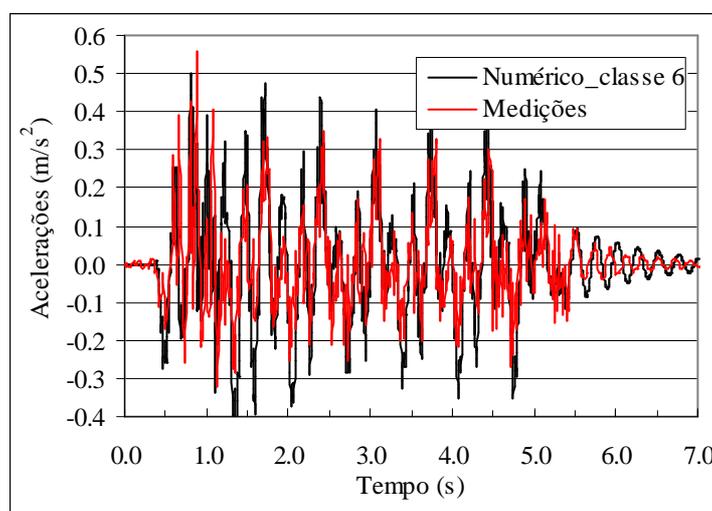


Figura 7.40 – Comparação entre a resposta numérica e a resposta medida da Ponte 1 para a passagem do comboio IC549 recorrendo a um perfil de irregularidades de classe 6.

A Figura 7.40 efectua a comparação entre a resposta numérica recorrendo um perfil de irregularidades de classe 6 e a resposta medida a meio vão da Ponte 1 para a passagem do comboio IC549 e recorrendo à interacção.

De modo a visualizar melhor a resposta calculada com as irregularidades, na Figura 7.41 efectua-se a comparação entre as respostas numéricas, com e sem o perfil de irregularidades, e as medições, para os primeiros instantes de tempo em que o comboio circula sobre a ponte. Conforme se pode constatar a consideração das irregularidades na via férrea determina na resposta da ponte um incremento das acelerações, apesar deste facto, as conclusões retiradas anteriormente para a resposta da ponte são aqui aplicáveis.

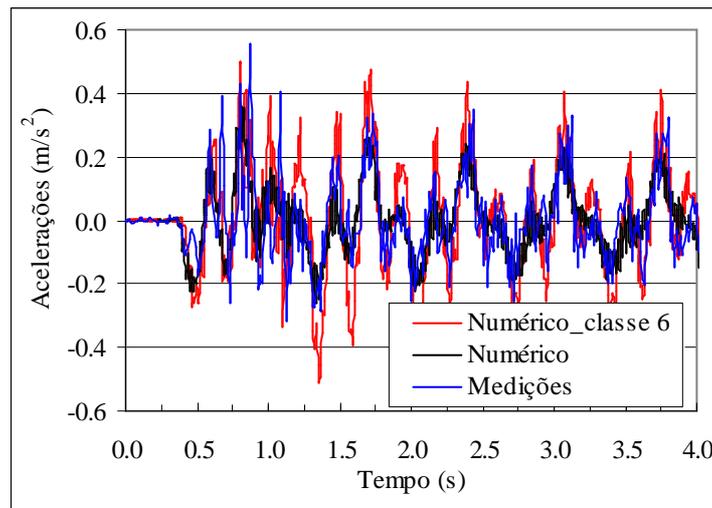


Figura 7.41 – Comparação entre as resposta numéricas e a resposta medida da Ponte 1 para a passagem do comboio IC549 recorrendo a um perfil de irregularidades de classe 6.

Na Figura 7.42 efectua-se a comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 1 para a passagem do comboio IC549 e considerando o perfil de irregularidades de classe 6.

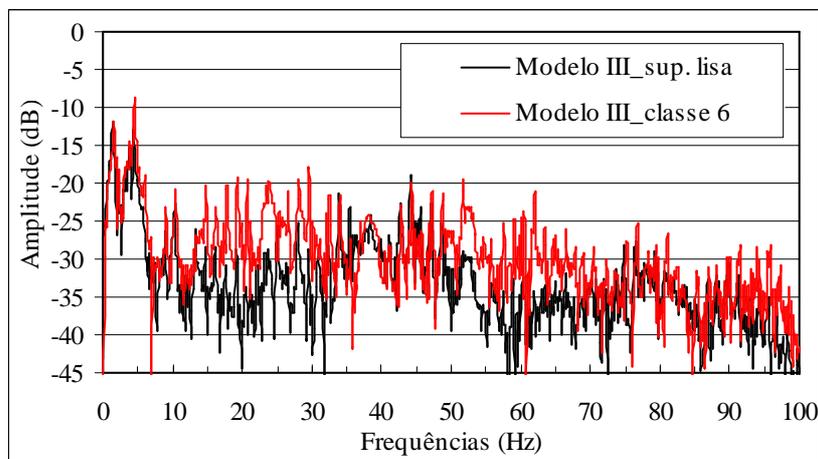


Figura 7.42 – Comparação das respostas em frequência das acelerações a meio da Ponte 1 devido à passagem do comboio IC549 e considerando um perfil de irregularidades de classe 6.

Conforme se pode constatar a consideração do perfil de irregularidades de classe 6 introduz no cálculo da resposta da ponte uma contribuição superior das frequências compreendidas entre os cerca de 10 e os 30 Hz e das frequências compreendidas entre os cerca de 50 a 70 Hz.

7.3.2. Acelerações nas massas suspensas

De modo averiguar as diferenças que a consideração de um perfil de irregularidades de classe 6 provoca na resposta dos veículos do comboio IC549 analisam-se as acelerações em vários eixos.

A Figura 7.43 efectua a comparação entre as acelerações na massa suspensa do quarto eixo, último eixo da primeira carruagem, sem e com a consideração do perfil de irregularidades na via férrea. A velocidade considerada para a circulação do comboio foi 140 km/h , assim o tempo necessário para que este eixo passe pela totalidade do vão da Ponte 1 é igual a cerca de $0,67 \text{ s}$ e na via, a jusante da ponte, perfaz a totalidade de $0,86 \text{ s}$.

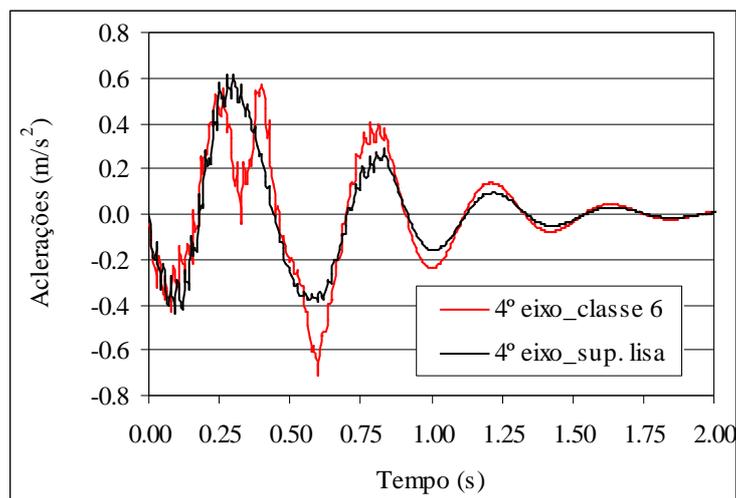


Figura 7.43 – Comparação das acelerações na massa suspensa do 4º eixo do comboio IC549 sem e com a consideração de um perfil de irregularidades de classe 6.

Conforme se pode observar na Figura 7.43 dadas as acelerações que se obtêm na massa suspensa do quarto eixo poder-se-á dizer que o nível do conforto nesta carruagem é Muito Bom para a situação de sem e com a irregularidade na via, pois a aceleração máxima na massa suspensa é de cerca de $0,6 \text{ m/s}^2$, inferior em qualquer momento a $1,3 \text{ m/s}^2$.

Visualizando as acelerações na massa suspensa no quinto eixo, portanto primeiro eixo da segunda carruagem, Figura 7.44. Podemos constatar que as acelerações que ocorrem neste quinto eixo enquanto ele percorre a ponte e a via férrea a jusante desta, são

inferiores às que ocorrem no quarto eixo. Desta forma, de igual modo a consideração do perfil de irregularidade de classe 6 na via não altera o nível de conforto de Muito Bom.

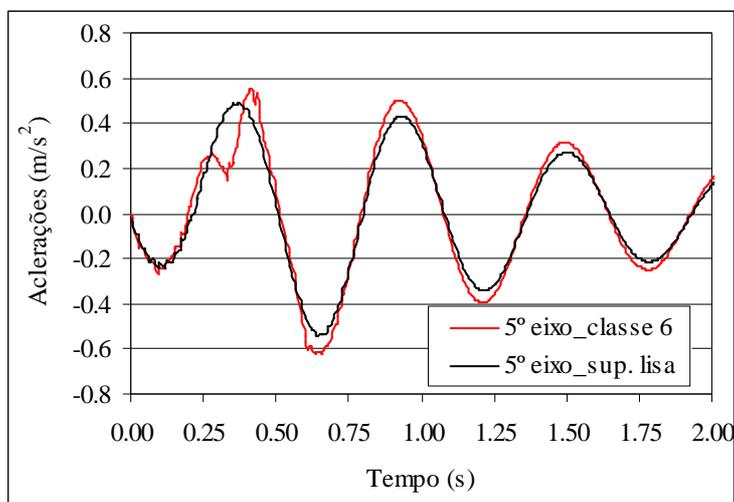


Figura 7.44 – Comparação das acelerações na massa suspensa do 5º eixo do comboio IC549 sem e com a consideração de um perfil de irregularidades da classe 6.

A Figura 7.45 representa a comparação das acelerações nas massas suspensas do 24º eixo, último eixo da sexta carruagem, e 28º eixo, último eixo da sétima e última carruagem sem e com a consideração do perfil de irregularidades da classe 6.

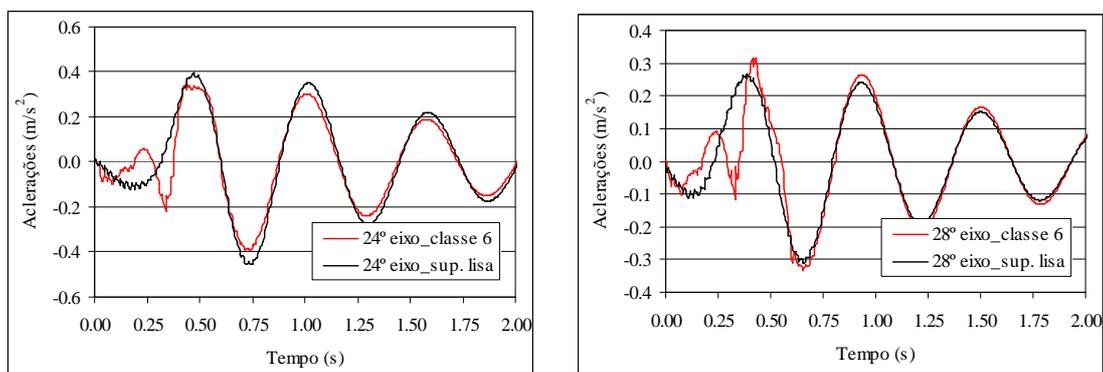


Figura 7.45 – Comparação das acelerações nas massas suspensas do 24º e 28º eixo do comboio IC549 sem e com a consideração de um perfil de irregularidades da classe 6.

Como se pode constatar as maiores acelerações que ocorrem nas massas suspensas observam-se no quarto eixo da primeira carruagem, portanto à medida que se avança para a parte posterior do comboio as acelerações nas massas suspensas diminuem. Lembrar que o peso por eixo na primeira carruagem é de 204,05 kN e nas restantes seis

carruagens é de 127,53 kN. Portanto aqui como o comboio IC549 não tem carruagem motora no final não se coloca a situação das acelerações nas massas suspensas da última carruagem serem elevadas. Este facto pode ser observado na história ao longo do tempo das acelerações da ponte para a passagem do comboio, Figura 7.40.

7.3.3. Acelerações no balastro da via

Observe-se agora a variação nas acelerações que ocorre no balastro posicionado na via, sobre o meio vão da ponte, com a consideração do perfil de irregularidades, Figura 7.46. Como se pode observar a passagem do comboio sobre a ponte determina acelerações máximas no balastro da ordem dos 1 m/s^2 e a consideração do perfil de irregularidades de classe 6 na via não provoca alterações significativas nesses valores de acelerações. A ponte está sujeita a acelerações da ordem dos 0,4 m/s^2 , Figura 7.40.

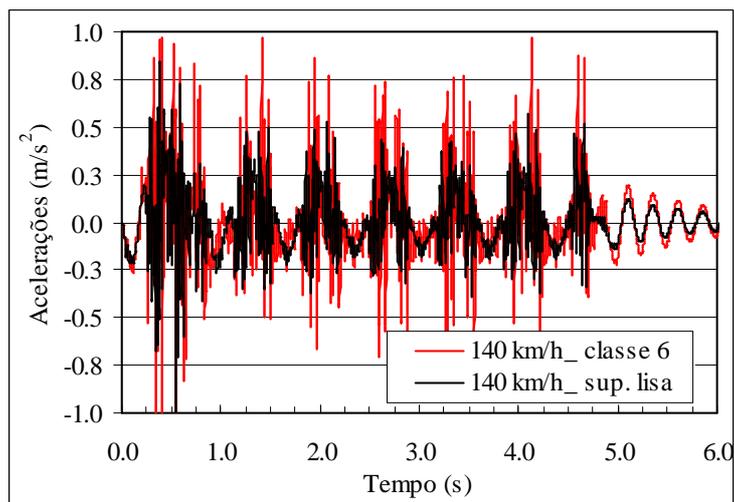


Figura 7.46 – Comparação das acelerações no balastro para a circulação do comboio à velocidade de 140 km/h sem e com a consideração de um perfil de irregularidades de classe 6.

7.3.4. Conclusões

Neste item procede-se à comparação entre as respostas, obtidas a meio vão da Ponte 1, de acelerações calculadas e medidas para a passagem do comboio IC549 considerando implementado na via férrea um perfil de irregularidades artificialmente gerado de classe 6. Estas comparações permitiram constatar que a consideração das irregularidades determinam maiores valores de acelerações verticais nos veículos, via férrea e ponte.

A consideração das irregularidades na via férrea determina na resposta da ponte um incremento das acelerações, apesar deste facto, as conclusões retiradas anteriormente para a resposta da ponte são aqui aplicáveis.

A comparação das respostas em frequência das acelerações a meio vão da Ponte 1 para a passagem do comboio IC549, sem e com o perfil de irregularidade de classe 6, permite constatar que a consideração deste perfil de irregularidades introduz no cálculo da resposta uma maior contribuição das frequências compreendidas entre os cerca de 10 e os 30 *Hz* e bem como das frequências compreendidas entre os cerca de 50 a 70 *Hz*. No entanto a contribuição de frequências superiores a 50 *Hz* são menores que as contribuições devidas à frequência do primeiro modo de vibração e à frequência de menor ordem produzida pela passagem do comboio com a velocidade de 140 *km/h*.

De modo a averiguar as diferenças que a consideração de um perfil de irregularidades de classe 6 provoca nos restantes elementos do sistema veículo/via férrea/ponte, a resposta dos veículos circulantes e na massa do balastro da via foi analisada. Conforme foi possível concluir o nível de conforto nas carruagens não é alterado com a consideração do perfil de irregularidades na via de classe 6, mantendo-se portanto no nível de Muito Bom.

Foram analisadas as acelerações nas massas suspensas do 4º eixo do comboio, último eixo da primeira carruagem, do 5º eixo do comboio, primeiro da segunda carruagem, do 24º eixo do comboio, último eixo da sexta carruagem e do 28º eixo do comboio, último eixo da sétima e última carruagem do comboio IC549. Esta análise permitiu concluir que para qualquer das massas analisadas a consideração do perfil de irregularidades não introduziu variações significativas nas acelerações verticais e que as maiores acelerações ocorrem na massa suspensa do 4º eixo, último eixo da primeira carruagem. Observa-se também que à medida que se avança para a parte posterior do comboio as acelerações verticais nas massas suspensas diminuem. Este comportamento é possível devido ao facto do comboio IC549 ter apenas uma carruagem motora, na dianteira da composição, e esta possuir pesos por eixo mais elevados do que as carruagens intermédias possuem.

Quanto à resposta do balastro quando sujeito à passagem do comboio IC549 e com a consideração de um perfil de irregularidades de classe 6, observou-se que este perfil de irregularidades não determina alterações significativas nas acelerações verticais pois as acelerações máximas que ocorrem são de cerca de 1 m/s^2 .

7.4. CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

A determinação da resposta de pontes ferroviárias quando sujeitas à passagem do tráfego é um processo complexo que envolve a interação dinâmica entre os veículos circulantes e a estrutura ponte. Esta análise dinâmica é condicionada por diversos parâmetros relacionados com a ponte, veículos e via férrea, em que alguns destes parâmetros são aleatórios e portanto dominados por incertezas estatísticas, como por exemplo: os parâmetros que caracterizam a rigidez e amortecimento das suspensões dos veículos e dos elementos que constituem a via férrea e ainda as irregularidades.

Tendo-se desenvolvido nesta investigação um modelo de veículo/via férrea/ponte, considerou-se pertinente averiguar os efeitos derivados da existência de irregularidades na via. Desta forma, analisou-se a resposta da Ponte 1, estrutura bastante sensível aos efeitos dinâmicos, quando na via férrea são impostos duas irregularidades distintas: uma irregularidade isolada e uma irregularidade aleatória colocada em toda a extensão do carril.

A consideração de uma irregularidade isolada posicionada segundo a vertical no carril a meio vão da ponte, uma deformação do tipo sinusoidal de 6 mm de altura em 3 m de extensão permitiu retirar várias conclusões.

Na ponte, provoca um aumento dos valores máximos dos deslocamentos e acelerações a meio vão, essencialmente nas velocidades compreendidas entre os 180 e os 257 km/h , a velocidade de ressonância da ponte. A variação máxima dos deslocamentos e acelerações na ponte é de cerca de 13% e acontece quando o comboio circula à velocidade de 235 km/h .

Quanto à resposta da ponte no domínio da frequência, das respostas observadas, constatou-se que a consideração da irregularidade no carril introduz no cálculo uma

maior participação das frequências superiores a 70 Hz , no entanto esta contribuição é inferior à efectuada pelas frequências definidas pelo primeiro modo de vibração da estrutura e de excitação.

As respostas em termos de acelerações nas massas suspensas permitem concluir que a existência deste tipo de irregularidade é bastante desfavorável, pois o nível de conforto dos passageiros decresce para um nível inferior ao Aceitável. No balastro, as respostas obtidas demonstram que as acelerações verticais chegam a duplicar nas velocidades compreendidas entre os 180 e os 257 km/h . Na velocidade de ressonância, as acelerações no balastro são elevadas, acompanhando a grandeza de acelerações que ocorrem na ponte. No entanto, nesta velocidade, a diferença que ocorre entre as acelerações no balastro e na ponte é inferior à que ocorre nas restantes velocidades analisadas. Relativamente às forças de contacto entre a roda e o carril, foi possível observar que as variações que ocorrem são de tal ordem que está posta em causa a segurança da circulação na via.

Desta forma, é possível concluir que a existência de uma irregularidade isolada de 6 mm de altura em 3 m de extensão é bastante desfavorável numa via de alta velocidade, pois apesar de não imputar variações significativas na resposta da ponte, põe em causa a segurança da circulação na via e o conforto dos passageiros.

A avaliação dos efeitos derivados da consideração de irregularidades aleatórias na via férrea foi efectuada recorrendo à técnica de Monte-Carlo, em que diversos perfis de irregularidades foram admitidos, gerados a partir de funções de densidade espectral de potência de irregularidades correspondentes a diversas classes de qualidade da via. Para tal consideraram-se as funções de densidade espectral de potência da *Federal Railroad Administration*, [Fryba, 1996], em que as frequências espacial cíclicas variam entre os $0,209 \text{ rad/m} \leq \Omega \leq 209,44 \text{ rad/m}$ (ou $0,03 \text{ m} \leq \lambda_r \leq 30 \text{ m}$), [Yang *et al.*, 2004a].

Tomando um perfil de irregularidades de classe 6, foram determinadas as respostas máximas da ponte, em termos de deslocamentos e acelerações, considerando velocidades de circulação do comboio compreendidas entre os 140 e os 300 km/h . As respostas obtidas permitiram averiguar que as variações que ocorrem nos deslocamentos e acelerações são análogas às verificadas quando na consideração da irregularidade

isolada a meio vão. Os maiores de $\varphi''_{cal.}$ e para $\varphi''_{acel,cal.}$, resultam para as velocidades compreendidas entre os 200 e os 257,5 km/h, nomeadamente de 0,126 e 0,113, respectivamente para a velocidade de circulação do comboio igual a 235 km/h.

Recorrendo à geração de 50 perfis de irregularidade de classe 6, foram determinados os deslocamentos e acelerações a meio vão para a circulação do comboio ICE à velocidade de 257,5 km/h. Estes resultados permitiram a determinação dos parâmetros estatísticos, valores médios e desvios padrão, bem como do factor de amplificação dinâmica. Os valores obtidos permitiram concluir que a consideração da irregularidade da classe 6 não implica significativas variações na resposta da ponte. O facto das respostas da ponte serem elevadas, com as irregularidades de classe 6, deriva da ponte ser sensível aos efeitos dinâmicos.

A análise da resposta da ponte, ainda para a velocidade de circulação do comboio igual a 257,5 km/h, quando dois perfis de irregularidade da classe 4 e 3 são admitidos, determina que a estrutura é sensível ao nível de irregularidades existente na via.

As forças de contacto entre a roda do 4º eixo e o carril foram analisadas para três distintos perfis de irregularidades, 3, 4 e 6. Esta análise permitiu concluir que as forças de contacto são sensíveis à velocidade de circulação do comboio e ao nível de irregularidades existentes na via. Ao contrário dos perfis de irregularidade de classe 4 e 6, a consideração do perfil de irregularidades da classe 3 determinou elevadas forças de contacto entre a roda e o carril. As variações que ocorrem são de tal modo elevadas que põem em causa a verificação da segurança da circulação da via.

Relativamente às acelerações verticais na massa suspensa do 4º eixo do primeiro veículo do comboio ICE2, constata-se que a consideração do perfil de irregularidades da classe 6 diminui o nível de conforto dos passageiros em qualquer das velocidades analisadas. A consideração do perfil de irregularidades da classe 3 demonstra ser bastante desfavorável para o conforto dos passageiros, pois as acelerações verticais na massa suspensa são superiores às que o nível de conforto Aceitável estabelece.

As acelerações no balastro não sofrem variações significativas quando a irregularidade da classe 6 é considerada na via. No entanto, a consideração do perfil de irregularidades da classe 3 determina significativas variações nas acelerações do balastro.

Atendendo ao estudo efectuado poder-se-á dizer que a classe de irregularidades considerada na via influencia a resposta deste género de estruturas. No entanto a influência é mais desfavorável para o veículo que circula e para os elementos que constituem a via balastrada, como o balastro, colocando em causa a verificação da segurança da circulação na via e o conforto dos passageiros.

Tendo sido adquirida a história no tempo das acelerações da Ponte 1, quando sujeita à passagem de um comboio IC, procedeu-se neste capítulo à comparação entre as respostas medidas e calculadas em que na via férrea se considera a existência de um perfil de irregularidades da classe 6.

A resposta calculada da ponte permite constatar que a consideração do perfil de irregularidades da classe 6 na via provoca um incremento das acelerações durante os instantes em que o comboio passa sobre a estrutura. Refira-se que as conclusões retiradas anteriormente são aqui também aplicáveis. Quanto à resposta de acelerações no domínio da frequência constata-se que a consideração das irregularidades na via introduz no cálculo da resposta uma maior contribuição das frequências superiores a 50 Hz. No entanto esta contribuição é inferior à devida à primeira frequência própria da ponte e à de excitação.

Relativamente às respostas nas massas suspensas dos eixos dos veículos e no balastro, quando o comboio IC549 circula à velocidade de 140 km/h, poder-se-á dizer que a consideração de um perfil de irregularidade da classe 6 na via não determina alterações significativas nestes dois parâmetros. As acelerações verticais nas massas suspensas mantêm-se no nível Muito Bom, portanto o nível de conforto dos passageiros é inalterado. Nas acelerações no balastro, observa-se essencialmente um aumento destas quando na passagem das carruagens intermédias do comboio, no entanto os valores destas acelerações são ainda inferiores às determinadas quando na passagem da carruagem motora na situação em que as irregularidades não eram consideradas.

Capítulo 8. CONCLUSÕES

8.1. ASPECTOS GERAIS

Os efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias têm constituído objecto de estudo continuado nos últimos anos por parte dos investigadores deste domínio. Este facto está subjacente nas normas [EN1991-2, 2003] e [EN1990-Annex A2, 2005] que estabelecem que para o dimensionamento de pontes ferroviárias é necessário verificar um conjunto de critérios relativos à segurança estrutural, ao conforto dos passageiros e à segurança da via, nomeadamente neste último critério, estados limites de deformação e vibração e estados limites relativos à interacção entre via férrea e a ponte.

A resposta dinâmica de pontes ferroviárias em serviço depende por um lado do tipo de comboio e da sua velocidade e, por outro lado, das características dinâmicas da estrutura, nomeadamente da frequência própria fundamental e do amortecimento. A situação de ressonância é, normalmente, a situação mais desfavorável para a estimativa dos parâmetros de cálculo relativos a acelerações e deslocamentos máximos verticais do tabuleiro.

As pontes ferroviárias, com vãos inferiores a 40 m, são estruturas muito sensíveis aos efeitos dinâmicos produzidos pela passagem de tráfego com velocidades superiores a 200 km/h de tal forma que a análise dinâmica tem de ser efectuada tendo como base a resposta da estrutura sujeita à passagem de diversos comboios tipo, *HSLM*, preconizados nas normas, bem como dos vários comboios reais de alta velocidade.

Um dos parâmetros que se tem revelado mais crítico neste tipo de pontes, com vãos inferiores a 40 m, é o relativo às acelerações máximas verticais. Valores excessivos destas acelerações pode originar a instabilidade do balastro com a diminuição da capacidade portante da via e colocando em causa, a par da manutenção do traçado da linha, o conforto dos passageiros e a segurança de circulação na via [ERRI D214/RP9, 1999].

O presente trabalho de investigação vai ao encontro das recomendações propostas nos vários relatórios da *Comissão de Especialistas D214* do *ERRI*, nomeadamente: a realização e a interpretação de ensaios experimentais e de medições em pontes ferroviárias quando sujeitas a condições normais de serviço a fim de confrontar e validar os resultados de aplicação das diferentes metodologias numéricas existentes. Pretende ainda analisar os factores que influenciam o comportamento dinâmico de pontes de pequeno e médio vão quando em serviço, em especial o comportamento do balastro e a sua contribuição para as respostas destas estruturas.

Decorrente da necessidade da avaliação do comportamento dinâmico de vários viadutos ferroviários de pequeno e médio vão, com vista ao incremento da velocidade dos comboios circulantes na via, uma campanha de medições foi levada a cabo. Estas medições identificaram os parâmetros modais das estruturas, frequências próprias e amortecimentos, bem como permitiram a obtenção de histórias de acelerações verticais nos tabuleiros dos viadutos quando sujeitos à passagem do tráfego de serviço.

A caracterização modal dos viadutos, os modos de vibração, frequências próprias e amortecimentos permitiram o desenvolvimento de modelos de elementos finitos cujos comportamentos foram validados com a comparação das respostas de aceleração verticais obtidos nas medições durante a passagem do tráfego real.

Os modelos de elementos finitos dos viadutos incluem diversos parâmetros que condicionam o seu comportamento, nomeadamente as condições de fronteira dos tabuleiros e a continuidade do carril sobre os apoios. Refira-se também que a validação dos modelos de elementos finitos foi efectuada pela comparação da resposta dinâmica calculada e medida tendo em conta a distribuição longitudinal na via férrea das forças verticais dos eixos dos comboios. Na modelação da via férrea sobre a ponte foram utilizados três modelos, os quais resultam de investigações anteriormente desenvolvidas quer no domínio do comportamento da via férrea, dos materiais e elementos que a constituem, quer dos veículos que sobre ela circulam e por fim da ponte que lhe serve de apoio. Duas metodologias foram utilizadas para o cálculo das respostas, forças rolantes e interacção entre a ponte e os veículos circulantes.

Dada a aplicação de diferentes metodologias na determinação das respostas dos viadutos, diferentes análises se efectuaram, nomeadamente lineares e não lineares. A aplicação das forças rolantes envolve a resolução de um sistema de equações diferenciais lineares de segunda ordem e a interacção entre o veículo e a ponte envolve a resolução de um sistema de equações não lineares em que é efectuada em cada iteração no tempo a compatibilização das forças de contacto entre os corpos. Neste procedimento é utilizado o algoritmo de contacto estabelecido no software ADINA. Vários algoritmos numéricos de integração passo a passo foram aplicados, o método da Sobreposição Modal, o método de Newmark e método de Wilson- θ .

Foram igualmente aplicadas metodologias simplificadas para o cálculo da resposta máxima de pontes simplesmente apoiadas. Decorrente da aplicação dos métodos da Decomposição da Excitação em Ressonância (DER) e da Linha de Influência Residual ou Virtual (LIR ou LIV), foram determinados os deslocamentos e acelerações máximos cujos resultados foram comparados com os derivados da aplicação dos métodos de integração directa passo a passo.

O relatório [ERRI D214/RP5, 1999] indica que as irregularidades na via férrea influenciam o comportamento dinâmico das pontes ferroviárias e podem aumentar os efeitos dinâmicos produzidos pela passagem dos eixos do comboio. Os efeitos dinâmicos aumentam com a velocidade de circulação dos comboios e diminuem com o vão da ponte.

Desta forma considerou-se pertinente analisar a influência das irregularidades da via férrea na resposta dinâmica de pontes de médio vão, dois tipos de irregularidades são considerados: a irregularidade isolada posicionada a meio vão da ponte, simulando uma má compactação do balastro; e a irregularidade aleatória contínua, posicionada ao longo de toda a extensão do carril. As respostas máximas da ponte com as irregularidades são determinadas em termos de deslocamentos e acelerações, e comparadas com as obtidas sem a sua consideração.

A resposta dinâmica dos veículos, as acelerações nas massas suspensas dos eixos do comboio, são analisadas com os vários tipos de irregularidades, bem como as

acelerações na massa vibrante do balastro da via férrea e as forças de contacto entre a roda e o carril.

8.2. CONCLUSÕES

Decorrente da investigação desenvolvida várias conclusões foram determinadas, estas dizem essencialmente respeito:

- i) Aos resultados da identificação modal;
- ii) À aplicação das diferentes metodologias de análise dinâmica de pontes ferroviárias;
- iii) À influência do modelo dinâmico de via férrea no comportamento dinâmico de pontes de pequeno médio vão;
- iv) À consideração das irregularidades na via.

No que diz respeito aos resultados derivados da identificação modal podemos concluir que:

O desenvolvimento de modelos de elementos finitos capazes de simular o comportamento dinâmico de três pontes ferroviárias simplesmente apoiadas de betão armado e pré-esforçado de vãos compreendidos entre os 11,44 m e os 23,50 m permitiu confirmar os parâmetros que influenciam o comportamento dinâmico de pontes de pequeno e médio vão.

Os resultados indiciam a existência de efeitos não lineares importantes relacionados com a rigidez da estrutura e dos elementos que sobre ela se apoiam, os agregados do balastro, bem como com a variação da massa, que ocorre quando na passagem dos veículos que sobre elas circulam. A comparação das respostas de acelerações verticais medidas e calculadas permite confirmar a variação das frequências naturais de vibração de acordo com a amplitude da vibração dado que, quando as estruturas estão sujeitas a elevadas amplitudes de vibração, aquando a passagem dos comboios, a primeira frequência própria decresce significativamente e quando em vibração livre, com menores amplitudes de vibração, a primeira frequência própria aumenta. De facto,

quando as pontes estão carregadas durante a passagem dos comboios a primeira frequência diminui cerca de 7%. Quando as respostas das pontes em vibração livre e com baixas vibrações são utilizadas para a identificação modal a primeira frequência apresenta um incremento de cerca de 20% a 30%, respectivamente para a Ponte 8 e Ponte 1.

Relativamente à contribuição do balastro no comportamento dinâmico das pontes e no amortecimento medido, observou-se que o desenvolvimento da rigidez de corte do balastro, existente nas vias, permite o funcionamento conjunto dos tabuleiros aquando da passagem dos comboios sobre um deles. Este efeito foi claramente identificado na Ponte 12 devido à existência de apoios enviesados e ao acoplamento dos modos de vibração. Esta interacção entre tabuleiros é também responsável pela variação das frequências naturais de vibração das restantes estruturas e pelos elevados valores de amortecimento identificados nos primeiros modos de vibração. A tendência do amortecimento aumentar com a amplitude de vibração foi também sistematicamente verificado nas medições.

Um modelo de elementos finitos foi desenvolvido para cada uma das pontes analisadas. Para as Pontes 1 e 8 modelos bidimensionais foram considerados, tendo apenas em conta os efeitos das vibrações verticais. A Ponte 12 em virtude de apresentar apoios enviesados relativamente ao seu eixo longitudinal, importantes contribuições de deformações por torção obrigaram ao desenvolvimento de um modelo de elementos finitos tridimensional.

Para o amortecimento estrutural utilizou-se a matriz de Rayleigh em que os coeficientes α e β são compatíveis com os valores de amortecimento resultante das medições, de 5% para o primeiro modo e 1% para o terceiro modo. A comparação das respostas de acelerações medidas e calculadas mostrou uma boa concordância entre a variação das amplitudes em vibração livre.

As frequências e respectivos modos de vibração dos modelos de elementos finitos desenvolvidos apresentaram um bom ajuste com os resultados obtidos nas medições. Os modelos de elementos finitos desenvolvidos para as Pontes 1 e 12 permitiram obter

valores para a rigidez de corte do balastro, na medida em que a diferença entre as duas frequências de vibração dos tabuleiros ligados pelo balastro apenas depende deste valor.

Relativamente à aplicação das diferentes metodologias de análise dinâmica de pontes ferroviárias:

Os efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias podem ser avaliados aplicando diferentes metodologias: as forças rolantes, a interacção entre o veículo e a ponte e os métodos simplificados, DER e LIV. Do conjunto de pontes analisadas foi possível adquirir a resposta de acelerações da Ponte 1 quando sujeita à passagem do comboio ICE com a velocidade de 140 *km/h*. A comparação das respostas de acelerações medidas e calculadas, no domínio do tempo recorrendo às forças rolantes e à interacção entre o veículo e a ponte, demonstrou não existirem diferenças significativas nos resultados por via da utilização destas duas metodologias. Tal é devido, possivelmente à velocidade de circulação do comboio sobre a estrutura, 140 *km/h*, velocidade longe da situação de ressonância desta estrutura.

No entanto a aplicação da interacção ao modelo da Ponte 1, como simplesmente apoiada, permitiu concluir que o recurso à interacção leva a reduções dos deslocamentos e acelerações máximos em cerca de 38 e 33%, respectivamente dos obtidos por aplicação das forças rolantes. Apesar desta diminuição a Ponte 1 ainda apresenta valores de aceleração bastante superiores ao limite máximo 0,35g, indicado na norma [EN1990-Annex A2, 2005]. O comportamento dinâmico da Ponte 1 evidencia a necessidade da primeira frequência própria de vibração das pontes ferroviárias, sujeitas a tráfego de alta velocidade, ter de ser superior ao limite indicado na norma [EN1991-2, 2003].

Recorrendo ao modelo da Ponte 1 com as condições de fronteira estabelecidas em projecto, viga simplesmente apoiada, compararam-se os deslocamentos e acelerações máximos a meio vão da ponte obtidos por intermédio da aplicação das forças rolantes e da integração directa passo a passo, algoritmo de Wilson- θ , com os obtidos recorrendo aos métodos simplificados DER e LIV. A semelhança dos resultados obtidos, por estas duas vias, permitiu concluir que a aplicação dos métodos simplificados a pontes simplesmente apoiadas constitui uma ferramenta rápida e simples de determinar boas estimativas das respostas máximas deste tipo de estruturas.

De acordo com a norma [EN1990-Annex A2, 2005] quando se efectua a análise dinâmica de pontes ferroviárias e se procede à verificação da segurança da circulação na via, nomeadamente à determinação das acelerações máximas verticais no tabuleiro, dever-se-á apenas considerar o contributo espectral até aos 30 Hz ou até 1,5 vezes o valor da frequência correspondente ao primeiro modo de vibração, incluindo pelo menos os três primeiros modos de vibração da estrutura. Neste contexto, na integração das equações de equilíbrio dinâmico é frequente recorrer-se ao método da Sobreposição Modal, pois este método permite delimitar directamente a janela de contribuição espectral no cálculo da resposta dinâmica. No entanto a sua aplicabilidade está restrita a análises lineares.

De forma a analisar as diferenças derivadas da aplicação de diferentes métodos de integração passo a passo compararam-se as respostas de acelerações das Pontes 1, 8 e 12, no domínio da frequência, recorrendo aos métodos de Newmark, $\gamma=0,5$ e $\beta=0,25$, Wilson- θ e da Sobreposição Modal. As comparações permitiram concluir que a aplicação dos métodos de Wilson- θ e da Sobreposição Modal apresentam idênticas contribuições de frequências e portanto o método de Wilson- θ apresenta uma adequada dissipação das altas frequências.

De modo a avaliar a influência da interacção entre o veículo e a ponte o algoritmo do contacto implementado no software ADINA foi aplicado. Para tal considerou-se o contacto entre corpos sem atrito entre as suas superfícies de contacto. A resolução numérica do contacto dinâmico é um problema bastante complexo na medida em que num curto instante de tempo existe uma grande variação dos valores das acelerações, velocidades, deslocamentos e tensões nos corpos que estão em contacto, acrescentando a componente não linear do campo de deslocamentos que as superfícies de contacto estão sujeitas. A precisão dos resultados exige que se utilizem algoritmos de integração passo a passo com dissipação das altas frequências. Os resultados obtidos nesta investigação permitem concluir que o algoritmo de Wilson- θ é um método viável na resolução de problemas de contacto dinâmico entre corpos pois, as suas características de dissipação das altas frequências, sem a alteração da contribuição dos modos baixos, permitem a resolução do cálculo numérico sem instabilidades. Pelo contrário o algoritmo do método de Newmark, Regra Trapezoidal, em que não efectua a dissipação numérica das

frequências espúrias do cálculo, determina que a precisão e a estabilidade dos resultados sejam afectadas.

Quanto à influência do modelo dinâmico de via férrea no comportamento dinâmico de pontes de pequeno médio vão:

Nesta investigação foram utilizados três modelos dinâmicos de via férrea de modo a averiguar a influência da via férrea na resposta das pontes. Numa primeira análise procedeu-se à comparação entre as histórias no tempo das acelerações medidas e calculadas das pontes e constatou-se não existirem diferenças significativas nos resultados por via da utilização dos modelos dinâmicos de via férrea.

A comparação entre as respostas de acelerações a meio vão das Ponte 1, 8 e 12, no domínio da frequência, com e sem os modelos de via férrea, permite concluir que a consideração dos modelos dinâmicos de via férrea suprime a contribuição das frequências superiores a 50 Hz.

De modo a analisar a influência da consideração do modelo dinâmico de via férrea e do método de Wilson- θ na dissipação das altas frequências, procedeu-se à comparação das respostas das pontes utilizando os modelos dinâmicos de via férrea com as respostas em que o método da Sobreposição Modal era utilizado. As comparações permitiram concluir que a utilização da via férrea efectua uma dissipação em frequência análoga à obtida com a aplicação do método da Sobreposição Modal. Este comportamento do modelo da via férrea é mais notório quando na aplicação do algoritmo de contacto na interacção entre o veículo e a ponte pois, apesar das respostas das pontes quando se recorre à interacção demonstrar uma maior contribuição dos modos mais elevados do que a observada quando na aplicação das forças rolantes, constata-se que a aplicação dos modelos de via férrea efectua a dissipação dos modos espúrios do cálculo numérico.

De modo a analisar a influência da via férrea no comportamento dinâmico de pontes ferroviárias de médio vão, tendo como base as respostas em termos de deslocamentos e acelerações a meio vão, os diferentes modelos de via férreas foram considerados sobre a Ponte 1.

As respostas determinadas recorrendo a forças rolantes demonstraram que a consideração do modelo dinâmico de via férrea não provoca alterações nos valores máximos de deslocamentos e acelerações. No entanto, o recurso à interacção para o cálculo das respostas da ponte permitiu concluir que a não consideração da via férrea sobre a ponte determina uma subestimação dos deslocamentos máximos na ponte, junto da velocidade de ressonância da ponte, e uma sobrestimação das acelerações máximas, esta diferença é mais notória principalmente nas velocidades de circulação do comboio compreendidas entre os cerca de 165 e os 240 *km/h*. Desta forma poder-se-á dizer que na Ponte 1 os efeitos devidos à distribuição longitudinal das forças verticais na via férrea não introduzem variações significativas na resposta da estrutura em termos de acelerações.

Para qualquer das metodologias utilizadas a resposta da ponte no domínio da frequência permite concluir que os modelos de via férrea actuam como filtros de frequência superiores a 50 *Hz*. Este efeito é mais notório quando se recorre à interacção.

Passa-se de seguida a descrever as conclusões relativas à consideração das irregularidades da via:

De modo a complementar a investigação considerou-se apropriado analisar o comportamento dinâmico de pontes de médio vão considerando irregularidades na via férrea. Desta forma, diferentes tipos de irregularidades foram admitidas, a irregularidade isolada posicionada a meio vão e a irregularidade aleatória distribuída ao longo de toda a extensão do carril, do Modelo III de via férrea implementado sobre a Ponte 1, viga simplesmente apoiada.

A irregularidade isolada, localizada a meio vão da ponte de modo a simular uma má compactação do balastro, portanto uma deformação sinusoidal do carril de altura máxima de 6 *mm* em 3 *m* de extensão, provocou alterações nos valores máximos de deslocamentos e acelerações da ponte, principalmente nas velocidades de circulação do comboio ICE compreendidas entre os 180 e 257,5 *km/h*, velocidade de ressonância da Ponte 1. A diferença máxima ocorre na velocidade de 235 *km/h* e é da ordem dos 13%.

Constatou-se que a consideração da irregularidade isolada coloca em causa a segurança da circulação na via pois atendendo aos valores obtidos para as forças de contacto entre a roda e o carril, existe a possibilidade de perda de contacto entre estes dois elementos. O nível de conforto dos passageiros também é afectado pois a irregularidade determina um incremento tal dos valores das acelerações verticais das massas suspensas dos eixos do comboio que o nível conforto decresce para um nível inferior ao Aceitável.

A irregularidade isolada ainda provoca alterações significativas na resposta no balastro, posicionado abaixo da irregularidade, nas velocidades compreendidas entre os 180 e 257,5 km/h. Embora as acelerações que ocorrem no balastro na velocidade de ressonância da ponte sejam superiores às determinadas nas restantes velocidades de circulação, a diferença entre as acelerações no balastro e na ponte, para a velocidade de ressonância é inferior às determinadas nas velocidades de 180 e 235 km/h.

Desta forma é possível concluir que a existência de uma irregularidade isolada, de 6 mm de altura em 3 m de extensão de via, embora não introduza alterações significativas na resposta da ponte é demasiado gravosa em vias de circulação de comboios de alta velocidade.

A avaliação dos efeitos derivados da consideração de irregularidades aleatórias na via férrea foi efectuada recorrendo à técnica de Monte-Carlo, em que diversos perfis de irregularidades foram utilizados, gerados a partir de funções densidade espectral de potência de irregularidades na via correspondentes às diversas classes de qualidade da via. Consideraram-se as funções densidade espectral de potência da *Federal Railroad Administration*.

Considerando um perfil de irregularidades da classe 6 foram determinadas as respostas máximas a meio vão da ponte, deslocamentos e acelerações, nas velocidades de circulação de 140 a 300 km/h. As respostas máximas da ponte permitiram constatar que a existência de irregularidades na via férrea referente a uma boa qualidade da via, determina alterações nos deslocamentos e acelerações, mais evidentes nas velocidades compreendidas entre os 200 km/h e a velocidade de ressonância da ponte. O valor máximo de $\varphi''_{acel,cal}$ é igual a 0,11 e ocorre para a velocidade de 235 km/h.

Ainda com o perfil de irregularidade da classe 6, outros parâmetros foram observados, acelerações nas massas suspensas, forças de contacto entre a roda e o carril, e as acelerações no balastro. Foi possível concluir que este perfil é mais desfavorável para o conforto dos passageiros pois o aumento de acelerações que se verifica nas massas suspensas dos eixos diminuem o nível do conforto aí verificado sem a consideração das irregularidades. Os incrementos que se verificam nas acelerações do balastro e nas forças de contacto entre a roda e o carril não são significativos, aproximados aos obtidos na situação em que a irregularidade não é considerada.

Efectuou-se uma análise estocástica da resposta da ponte considerando um perfil de irregularidades aleatórias de classe 6 e a velocidade de circulação do comboio de 257,5 km/h. Cinquenta perfis de irregularidade foram determinados e aplicados no carril. Foram determinados os valores médios, variâncias e desvios padrão dos deslocamentos e acelerações permitindo concluir para os respectivos valores médios de φ''_{cal} e $\varphi''_{acel,cal}$ valores de 0,011 e 0,022, respectivamente. O factor de amplificação médio também foi determinado cerca de 4,79. Portanto a consideração de irregularidades de classe 6 na via férrea na velocidade de ressonância determina incrementos pouco significativos quando na ressonância da estrutura.

No entanto a consideração de perfis de irregularidade de menor qualidade, classe 3 e 4, é bastante desfavorável relativamente à verificação dos critérios relativos ao conforto dos passageiros e à segurança da via, portanto este perfis de irregularidades não podem ocorrer numa via de alta velocidade.

Desta forma em vias de alta velocidade é aconselhável uma conservação permanente e cuidada da via, de forma a prevenir o aparecimento de irregularidades que podem colocar em causa a segurança da circulação na via e o conforto dos passageiros.

8.3. PERSPECTIVAS DE DESENVOLVIMENTO FUTURO

No contexto da investigação realizada apresentam-se algumas sugestões com vista ao desenvolvimento de trabalhos futuros:

As medições revelaram o incremento da rigidez com a diminuição da amplitude de vibração e vice-versa a diminuição da rigidez com o aumento das amplitudes de vibração, analisou-se também a tendência de amortecimento aumentar com a amplitude de vibração. Estes comportamentos não lineares, relacionados com a rigidez e com o amortecimento, estão inerentes no balastro quando sujeito à passagem do comboio e têm vindo a ser confirmados por outros estudos em curso, [Zabel *et al.*, 2007]. Desta forma julga-se adequado a continuidade desta investigação com o recurso a ensaios experimentais de modo a aferir o comportamento da balastro, sua rigidez e amortecimento, quando solicitado a forças de impacto. A determinação de uma apropriada modelação numérica do comportamento do balastro revela-se vantajosa para uma melhor compreensão do comportamento de pontes de pequeno médio vão.

A realização de ensaios dinâmicos constitui uma forma adequada de efectuar a caracterização modal de estruturas e analisar o comportamento destas quando em serviço, o recurso a esta técnica é pois indicado para analisar os efeitos dinâmicos em pontes ferroviárias quando sujeitas a condições de ressonância ou próximo destas, de modo a comparar e validar resultados obtidos por via numérica: interacção versus forças rolantes.

A interacção entre o solo e a estrutura é um efeito que pode influenciar o comportamento dinâmico de pontes de pequeno vão e que não foi investigado nesta tese. Para tal o desenvolvimento de modelos de elementos finitos que modelem a estrutura, a via e o solo/aterro vizinho à estrutura, é indicado seguindo-se a respectiva calibração recorrendo a ensaios *in situ* de forma adquirir a resposta dinâmica da estrutura quando sujeita a condições reais de serviço, utilizando sistemas de medições de aceleração, deslocamentos e deformação num número suficiente de pontos da estrutura e do solo circundante.

Atendendo aos resultados obtidos quando na aplicação das metodologias simplificadas, DER e LIV, para a determinação das respostas máximas de pontes simplesmente apoiadas, deslocamentos e acelerações, considera-se apropriado averiguar as suas aplicabilidades em pontes com diferentes condições de apoio da simplesmente apoiada.

Dado que a verificação da segurança da circulação da via envolve a limitação das acelerações verticais máximas no tabuleiro aos $0,35g$, a fim de evitar a instabilidade do balastro, seria oportuno averiguar no comportamento do balastro, tendo em conta as suas condições reais de compactação, a influência da ocorrência de vibrações elevadas num curto espaço de tempo. Bem como, a influência da contribuição das frequências mais elevadas do espectro na resposta da estrutura, dado que no estudo aqui desenvolvido a contribuição de frequências até aos 50 Hz não mostrou ser inadequado.

Recorrendo a um modelo simplificado de veículo definido por um conjunto de massas suspensas realizou-se neste trabalho a interacção entre veículo/via férrea/ponte de modo a investigar a influência que o veículo e a via férrea tinham no comportamento da ponte. Desta forma julga-se conveniente complementar o estudo deste sistema analisando o conforto dos passageiros, as acelerações nas carruagens do comboio. Para tal será necessário elaborar um modelo de veículo mais complexo, definido pela caixa do veículo, suspensões secundárias e *bogies*, 2D ou 3D, quando os efeitos da torção não possam ser desprezados. Atendendo à variabilidade no tempo dos parâmetros das suspensões da carruagem do comboio seria oportuno na análise do conforto do passageiros ter em conta uma caracterização estatística dessas variáveis.

Na aplicação da interacção entre o veículo e a ponte o algoritmo de contacto foi utilizado, tendo em conta a complexidade da aplicação do algoritmo e a morosidade dos cálculos, o recurso a modelos de veículos mais complexos determina o desenvolvimento de metodologias de análise mais eficientes.

Atendendo às acelerações determinadas nas massas suspensas dos eixos e das forças de contacto entre a roda e o carril é sugerida a aplicação das irregularidades no carril quando na verificação da segurança da via e do conforto dos passageiros. De acordo com as conclusões anteriormente retiradas, a irregularidade com a maior amplitude e extensão é inadmissível para a circulação de comboios de alta velocidade assim é sugerido a análise da forma e respectiva amplitude máxima da irregularidade admissível no carril.

Recomenda-se a aplicação de estudos análogos ao aqui efectuado, em que a irregularidade é considerada noutras secções do vão e em pontes com outras

características de rigidez e vão, em que as primeiras frequências de vibração se encontram junto aos limites, inferior e superior, indicados na norma [EN1991-2, 2003], de modo a comparar os resultados com os derivados da aplicação da expressão de ϕ ".

Seria pertinente proceder à determinação de funções densidade espectrais de potência de irregularidades a considerar em vias de circulação de comboios de alta velocidade e consequente inclusão nas normas vigentes para o dimensionamento de pontes ferroviárias.

O estudo desenvolvido apresenta uma metodologia para a análise estocástica do comportamento dinâmico de pontes ferroviárias sujeitas à passagem de comboios de alta velocidade. Julga-se pertinente complementar a investigação com a análise de outros efeitos na estrutura tais como: esforço transversal e momento flector, inerentes às respectivas secções críticas do vão da ponte, para as restantes velocidades de circulação e recorrendo a outras classes de irregularidades.

Utilizando as pontes de referências, expostas em [ERRI D214/RP9, 1999] e recorrendo à técnica de Monte-Carlo seria interessante efectuar uma análise paramétrica dos efeitos dinâmicos nestas estruturas, tendo em conta perfis de irregularidades de diferentes classes de qualidade da via e de diferentes contributos de comprimentos de onda.

Tendo em conta a investigação desenvolvida nesta tese é evidente a complexidade da realização de uma análise dinâmica em pontes ferroviárias. Acrescendo ainda os vários critérios a satisfazer no dimensionamento deste tipo de estruturas, considera-se apropriado a resolução de uma série de problemas em que as normas vigentes sejam aplicadas de forma a esclarecer a aplicabilidade das recomendações. O recurso às diversas metodologias de cálculo dever ser efectuado de modo a proporcionar uma melhor compreensão dos seus limites, vantagens e propostas algumas recomendações para o dimensionamento de pontes ferroviárias de alta velocidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [ADINA, 2006a] ADINA “Automatic Dynamic Incremental Non Linear Analysis”, ADINA R & D, Inc. USA, 2006.
- [ADINA, 2006b] ADINA “Theory and Modelling Guide: Volume I, Solids & Structures”, ADINA R & D, Inc. USA, 2006.
- [Argyris e Mlejnek, 1991] Argyris J., Mlejnek H.P. “Texts on Computational Mechanics”, Volume V, Dynamic of structures, Elsevier Science Publishers, 1991.
- [Armero e Petőcz, 1998] Armero F., Petőcz E., “Formulation and analysis of conserving algorithms for frictionless dynamic contact/impact problems”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 158, pp. 269-300, 1998.
- [Au *et al.*, 2001] Au F.T.K., Cheng Y. S., Cheung Y.K., “Vibration analysis of bridges under moving vehicles and trains: an overview”, Progress in Structural Engineering and Materials 3, pp. 299-304, 2001.
- [Auersch, 2005] Auersch L., “The excitation of ground vibration by rail traffic: Theory of vehicle-track-soil interaction and measurements on high-speed lines”, Journal of Sound and Vibrations, vol. 284, pp. 103-132, 2005.
- [Baeßler e Rücker, 2005] Baeßler M. Rücker W., “New results on the behaviour of the ballasted tracks on bridges”, Proceedings of EUROLYN 2005, Paris, pp. 1077-1082, 2005.
- [Barbero, 2001] Barbero J. D., “Dinámica de Puentes de Ferrocarril para Alta Velocidad: Métodos de Cálculo y Estudio de la Resonancia”, Tesis Doctoral, Universidade Politécnica de Madrid, Madrid, 2001.
- [Bathe, 1996] Bathe K. J., “Finite Element Procedures”, Prentice-Hall, 1996.

- [Bathe e Chaudhary, 1985] Bathe K.J., Chaudhary A., “A solution method for planar and axisymmetric contact problems”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 21 pp. 65-88, 1985.
- [Bendat, 1998] Bendat Julius S., “Nonlinear systems techniques and applications”, Wiley-Interscience Publication, 1998.
- [Biggs, 1964] Biggs J.M., “Introduction to Structural Dynamics”, McGraw-Hill London, 1964.
- [Cai e Raymond, 1994] Cai Z. Raymond G.P., “Modelling the dynamic response of railway track to wheel/rail impact loading”, *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 2, Nº 1, pp. 95-112, 1994.
- [Calçada, 1995] Calçada R. A.B., “Efeitos Dinâmicos em Pontes Resultantes do Tráfego Ferroviário a Alta Velocidade”, *Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto, FEUP, Porto, 1995.*
- [Calçada e Cunha, 1998] Calçada R., Cunha A., “Stochastic modelling of the dynamic behaviour of bridges under real traffic loads”, *Proceedings of CIMNE, Computational Mechanics, Barcelona, Spain, 1998.*
- [Calçada, 2001] Calçada R. A.B., “Avaliação Experimental e Numérica de Efeitos Dinâmicos de Cargas de Tráfego em Pontes Rodoviárias”. *Tese de Doutoramento, Universidade do Porto, FEUP, Porto, 2001.*
- [Cheng *et al.*, 2001] Cheng Y.S., Au F.T.K., Cheung Y.K., “Vibration of Railway Bridges Under a Moving Train by Using Vehicle/Track/Bridge Element”. *Engineering Structures*, 23, pp. 1597-1606, Elsevier, 2001.
- [Chellini e Salvatore, 2007] Chellini G., Salvatore W., “Update models for steel-concrete HS railway bridges”, *Proceedings of EVACES’07: Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures, Porto, 2007.*
- [Clough, 1993] Clough R. W., Penzien J., “Dynamics of Structures, McGraw-Hill, International Editions, 1993.

- [Correa, 2003] Correa W da L., “Vibrações em pontes ferroviárias”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, 2003.
- [Council Directive 96/48/EC, 1996] Council Directive 96/48/EC, “Interoperability of trans-European high-speed rail system”, Official Journal of the European Communities L235, 1996.
- [Cruz, 1994] Cruz S., “Comportamento Dinâmico de Pontes Ferroviárias em Vias de Alta Velocidade”, Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto, FEUP, Porto.
- [Dahlberg, 2004] Dahlberg T., “Railway Track Settlements – A Literature Review. Division of Solid Mechanics”, IKP Linkoping University, Sweden, 2004.
- [Diana *et al.*, 2003] Diana G., Bruni S., Collina A., Corradi R., “Numerical simulation of train-track-structure interaction for high speed railway systems”, Proceedings of IABSE Symposium, Structures for High-speed Railway Transportation, Antwerp, 2003.
- [Dieleman e Fournol, 2003] Dieleman L., Fournol A., “Dynamic Behaviour of the Short Railway Bridges”, Proceedings of IABSE Symposium, Structures for High-speed Railway Transportation, Antwerp, 2003.
- [Dutoit, 2007] Dutoit D., “New evolution for high speed rail line bridge design criteria and corresponding design procedures”, Proceedings of Workshop Track-Bridge interaction on High-speed railways, FEUP, pp 1-17, Porto, Portugal, 2007.
- [EN1990-Annex A2, 2005] EN1990-Annex A2, “Basis of structural design – Annex A2 – Application for bridges (normative)”, European Committee for Standardization, CEN, 2005.
- [EN1991-2, 2003] EN1991-2, “Actions on structures – Part 2: General actions – Traffic loads on Bridges”, European Committee for Standardization, CEN, 2003.

- [EN1992-1-1, 2004] EN1992-1-1, “Design of concrete structures – Part 1-1: General Rules and rules for buildings”, European Committee for Standardization, CEN, 2004.
- [EN13230, 2002] EN13230, “Railway applications. Track. Concrete sleepers and bearers. Prestressed bearers for switches and crossings”, European Committee for Standardization, CEN, 2002.
- [EN13450, 2002] EN13450 “Aggregates for railway ballast, European Committee for Standardization”, CEN, 2002.
- [ERRI D214/RP5, 1999] ERI D214/RP5, “Railway bridges for speeds > 200km/h, Numerical Investigations of the effect of track irregularities at bridge resonance, European Rail Research Institute, Railway Technical Publications, 1999.
- [ERRI D214/RP6, 1999] ERI D214/RP6, “Railway bridges for speeds > 200km/h, Calculations for bridges with simply-supported beams during the passage of the train”, European Rail Research Institute, Railway Technical Publications, 1999.
- [ERRI D214/RP8, 1999] ERI D214/RP8, “Railway bridges for speeds > 200km/h, Confirmation of values against experimental data. Part A: Ring tests to investigate ballast behaviour on bridges due to high acceleration levels – Confirmation of the acceleration limit for the ballast; Part B: Comparison of calculations and measurements using simplified models of rail bridges - Confirmation of the validity of the calculated value”, European Rail Research Institute, Railway Technical Publications, 1999.
- [ERRI D214/RP9, 1999] ERI D214/RP9, “Rail Bridges for Speeds >200km/h. Final Report, European Rail Research Institute, Railway Technical Publications, 1999.
- [Esveld, 1989] Esveld C., “Modern Railway track”, MRT – Productions, 1989.
- [Faria, 1994] Faria R. M.C., “Avaliação do comportamento sísmico de barragens de betão arando através de um modelo de dano contínuo”. Tese de Doutoramento, Universidade do Porto, FEUP, Porto, 1994.

- [Feng *et al.*, 2002] Feng Z.Q., Feng Z, Domaszewski M., “Some computational aspects for analysis of low and high velocity impact of deformable bodies”, *International Journal of Non linear Mechanics*, vol. 37, pp. 1029-1036, 2002.
- [Fortran, 2000] Fortran, “Compaq Visual Fortran Professional Edition 6.6.a”, Compaq Computer Corporation, 2000.
- [Fortunato, 2005] Fortunato E. M. C., “Renovação de Plataformas Ferroviárias, Estudos Relativos à Capacidade de Carga, Tese de Doutoramento”, LNEC, Lisboa, 2005.
- [Freudenstein, 2006] Freudenstein S., “Innovation Demands experience and application: Corporate and technology challenges for the construction and expansion of international railway infrastructure networks”, *Proceedings of Workshop Track for High-Speed Railways*, pp 265-285, FEUP, Portugal, 2006.
- [Fryba, 1972] Fryba L., “Vibration of Solids and Structures under Moving Loads”, Thomas Telford, 1972.
- [Fryba, 1996] Fryba L., “Dynamics of Railway Bridges”. Thomas Telford, 1996.
- [Gil e Fernandez, 2006] Gil A. F., Fernandez M. G. (2006): Track performance on new high speed lines on Spain, *Proceedings of Workshop Track for High-Speed Railways*, pp 103-126, FEUP, Portugal, 2006.
- [Hilber *et al.*, 1977] Hilber H.M., Hughes T.J.R., Taylor R.L., “Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural analysis”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 5, pp. 283-292, 1977.
- [Hillerborg, 1948] Hillerborg A., “A Study of Dynamics Influences of Moving Loads on Girders”, *Proceedings of 3rd. Congress of International Association for Bridge and Structure Engineering*, Preliminary Publication, pp. 661-667, 1948.
- [Hu, 1977] Hu Ning, “A solution method for dynamic contact problems”, *Computers Structures*, Vol. 63, pp. 1053-1063, 1977.

- [Hughes, 2000] Hughes T.J.R. “The Finite Element Method, Linear static and dynamic finite element analysis”, Dover Publications Inc. Mineola, New York, 2000.
- [Hughes *et al.*, 1977] Hughes T.J.R. Taylor R.L., Kanoknukulchai W., “A finite element method for large displacements contact and impact problems”, Formulations and Computational Algorithms in Finite Element Analysis, M.I.T. Press, 1977.
- [Inglis, 1934] Inglis, C.E., “A Mathematical Treatise on Vibrations in Railway Bridges”, Cambridge Univ. Press, 1934.
- [James, 2003] James G., “Analysis of Traffic Load Effects on Railway Bridges”, PhD Thesis, Structural Engineering Division, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2003.
- [Jordão, 1999] Jordão S. F., “Reabilitação de Pontes Ferroviárias Através do Sistema do Controlo Activo”, Dissertação de Mestrado, Universidade de Coimbra, FCTUC, Coimbra, 1999.
- [Knothe e Grassie, 1993] Knothe K., Grassie S.L., “Modelling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies”, Vehicle System Dynamic, 22 pp. 209-262, 1993.
- [Koluošlek, 1956] Koluošlek V., “Dynamics of Civil Engineering Structures. Part I – General problems, second edition; Part II – Continuous Beams and Frame Systems, second edition ; Part III – Selected Topics”, SNTL, Prague, 1956.
- [Leykauf *et al.*, 2006] Leykauf G., Lechner B., Stahl W., “Optimisation of track for high –speed”, Proceedings of Workshop Track for High-Speed Railways, FEUP, pp 153-166, Porto, Portugal, 2006.
- [Lombaert *et al.*, 2006] Lombaert G., Degrande G., Kogut J., Francois S., “Vibrations due to high speed trains: numerical prediction and experimental verifications”, Proceedings of Workshop Track for High-Speed Railways, FEUP, pp 79-102, Porto, Portugal, 2006.

- [Lou, 2005a] Lou P., “A Vehicle-Track-Bridge Interaction Considering Vehicle’s Pitching Effect”. *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 41, pp. 397-427, Elsevier, 2005.
- [Lou, 2005b] Lou P., “Vertical dynamic responses of simply supported bridge subjected to a moving train with two-wheelset vehicles modal analysis method” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 64, pp. 1207-1235, Wiley InterScience, 2005.
- [Love e Laursen, 2003] Love G. R., T. Laursen A., “Improved implicit integration for transient impact problems – dynamic frictional dissipation within an admissible conserving framework”, *Computers Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 192, pp. 2223-2248, 2003.
- [Man, 2002] Man A., “A Survey of Dynamic Railway Track Properties and Their Quality”, PhD. Thesis, Technische Universiteit Delft, DUP – Science, Delft University Press, 2002.
- [Mancel, 2005] Mancel F., “Cedypia 2000, A comprehensive analytical software for calculating high speed lines bridges, Proceedings of EUROLYN 2005, Paris, pp. 1021-1025, 2005.
- [Marques 1994] Marques Madalena M. K. V. e S., “Utilização de técnicas de análise modal em dinâmica não linear”, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia do Porto, 1994.
- [Marques *et al.*, 2005] Marques F., Magalhães F., Cunha A., Caetano E., “Estudo do comportamento dinâmico da ponte ferroviária de Trezói”, Proceedings of V Congresso de Construção Metálica e Mista, Lisboa, 2005.
- [Museros *et al.*, 2002] Museros P., Romero M.L., Poy A., Alarcón E., “Advances in the Analysis of Short Span Railway Bridges for High-speed Lines”, *Computers & Structures*, vol. 80, pp. 2121-2132, 2002.

- [Matsumoto e Asanuma, 2007] Matsumoto N., Asanuma K., “Some experiences on track-bridge interaction on Japan”, Proceedings of Workshop Track-Bridge interaction on High-speed railways, FEUP, pp 49-71, Porto, 2007.
- [Nunes, 1991] Nunes M. C. M., “Caracterização Laboratorial de Balastos e Aplicação à Análise Estrutural da Via Férrea”. Dissertação de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, FCT, Lisboa, 1991.
- [ORE D23, 1970] ORE D23 “Determination of dynamic forces in bridges. Final Report”, Office for Research and Experiments of the International Union of Railways, Utrecht, 1970.
- [ORE C116/RP1, 1971] ORE C116/RP1 “Interaction between vehicles and track”, Office for Research and Experiments of the International Union of Railways, Utrecht, 1971
- [ORE D128, 1976] ORE D128, “Statistical distribution of axle loads and stresses on railway bridges. Final Report”, Office for Research and Experiments of the International Union of Railways, Utrecht, 1976.
- [Oscarsson, 2001] Oscarsson J., “Dynamic Train-track Interaction: Linear and Non-linear Track Models with Property Scatter”, PhD Thesis, Department of Solid Mechanics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2001.
- [Popp *et al.*, 2003] Popp K., Kaiser I. Kruse H., “System dynamics of railway and track”, Archive of Applied Mechanics, 72 pp. 949-961, 2003.
- [Raymond e Cai, 1997] Raymond G.P., Cai Z., “Track model and its application to dynamic problems”, Numerical Models in Geomechanics, Pietruszczak & Pande (eds), Balkema, Rotterdam, 1997.
- [Rebelo *et al.*, 2005a] Rebelo C, Heiden M, Pircher M, Simões da Silva L., “Vibrations Measurements on Existing Single-span Concrete Railway Viaducts in Austria”, Proceedings of EUROLYN 2005, Paris, pp. 1637-1642, 2005.

- [Rebelo *et al.*, 2005b] Rebelo C, Simões da Silva L, Pircher M, Rigueiro C, Heiden M., “Vibrations Measurements on Small to Medium Single-span Railway Bridges”, Proceedings of EVACES Experimental Vibration Analysis For Civil Engineering Structures, Bordeaux, 2005.
- [Rebelo *et al.*, 2005c] Rebelo C., Rigueiro C., Simões da Silva L., “Modal Identification of Single-span Railway Viaducts”, Proceedings of 1st International Operational Modal Analysis Conference IOMAC, Copenhagen, Denmark, 2005.
- [Rebelo *et al.*, 2007a] Rebelo C., Rigueiro C., Simões da Silva L., Pircher M., “Dynamic behaviour of short span ballasted railway bridges”, Sustainability of Constructions Integrated Approach to Life-Time Structural Engineering, Proceedings of First Workshop Lisbon, 2007.
- [Rebelo *et al.*, 2007b] Rebelo C., Simões da Silva L., Rigueiro C., Gervásio H, “Medição de Vibrações em Viadutos Ferroviários de Médio Vão”, *Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas*, Série II, nº 2, pp. 35-45, 2007.
- [Rebelo *et al.*, 2008] Rebelo C., Simões da Silva L., Rigueiro C., Pircher M., “Dynamic behaviour of twin single-span ballasted railway viaducts – Fields measurements and modal identification”, *Engineering Structures*, Março 2008
- [Rhomberg, 2006] Rhomberg H., “Experiences with construction of slab track systems for high speed lines”, Proceedings of Workshop Track for High-Speed Railways, pp 315-335, FEUP, Portugal, 2006.
- [Ribeiro, 2004a] Ribeiro A. C., “High-Speed Railways in Portugal”, Proceedings of Workshop Bridges for High-Speed Railways, Porto, 2004.
- [Ribeiro, 2004b] Ribeiro D., “Comportamento Dinâmico de Pontes sob a Acção de Tráfego Ferroviário de Alta Velocidade”, Dissertação de Mestrado, Universidade do Porto, FEUP, Porto, 2004.
- [Rigueiro *et al.*, 2005] Rigueiro C, Rebelo C., Simões da Silva L, Pircher M, Heiden M., “Dynamic Behavior of Ballasted Single Railway Bridges”, Proceedings of Métodos Numéricos en Ingenieria 2005, Granada, 2005.

- [Rigueiro *et al.*, 2006a] Rigueiro C., Rebelo C., Simões da Silva L., “Modelling the interaction effects of the high-speed train-track-bridge system using ADINA”, Proceedings of 5th International Conference on Mechanics and Materials in Design, Porto, 2006.
- [Rigueiro *et al.*, 2006b] Rigueiro C., Rebelo C., Simões da Silva L., “Vibration assessment of railway viaducts under real traffic using bridge-track models”, Proceedings of Computation Methods in Engineering and Science, EPMESC X, China, 2006.
- [Rigueiro *et al.*, 2006c] Rigueiro C., Rebelo C., Simões da Silva L., “Vibration of railway track-viaduct system under moving vehicle taking to account the interaction effect”, Proceedings of ISMA2006 International Conference on Noise and Vibration Engineering, Belgium.
- [Rigueiro *et al.*, 2007a] Rigueiro C., Rebelo C., Simões da Silva L., “Numerical Assessment of the Vibrations in Railway Viaducts for Real Traffic”, Proceedings of ECCOMAS Thematic Conference on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, Rethymo, Crete, Greece, 2007.
- [Rigueiro *et al.*, 2007b] Rigueiro C., Rebelo C., Simões da Silva L., “Experimental Study of Single Span Railway Bridges”, Proceedings Proceedings of EVACES’07 Experimental Vibration Analysis For Civil Engineering Structures, Porto, Portugal, 2007.
- [Rücker e Rohrmann, 1998] Rücker W., Rohrmann R., “Investigation of ballast behaviour on bridges due to high acceleration on a test ring”. Final Report für ERRI, Berlin, 1998.
- [Schmitt, 2006] Schmitt L., “Recent SNCF research on ballasted high speed track fatigue behaviour”, Proceedings of Workshop Track for High-Speed Railways, pp 197-211, FEUP, Portugal, 2006.

- [Smith, 1988] Smith J.W., “Vibrations of Structures Applications in Civil Engineering Design, Chapman & Hall, London, 1988.
- [Suiker, 2002] Suiker A.S.J., “The mechanical behaviour of ballasted railway tracks”, PhD Thesis Technische Universiteit Delft, DUP – Science, Delft University Press, 2002.
- [Stanton Bonna, 2002] Stanton Bonna, “Railway Products, Concrete sleepers, www.stanton-bonna.co.uk, 2002.
- [TDV - GmbH, 2003] TDV - GES.M.B.H – Heinz Pircher & Partner, “Dynamische Messungen Abschnitt: Linz-Wels“, Ausgewählte Platten & Rahmenbrücken, Austria, 2003.
- [TDV - RM2004, 2004] TDV - RM2004, “Software & Technical Description“, Graz, Austria, 2004.
- [Teixeira, 2006] Teixeira P.F., “Improvement of the high-speed track design by using a bituminous sub-ballast layer”, Proceedings of Workshop Track for High-Speed Railways, pp 197-211, FEUP, Portugal, 2006.
- [Timoshenko, 1922] Timoshenko, S.P., “On the Forced Vibrations of Bridges”, Philosophy Magazine, Ser.6, 43, 1018, 1922.
- [Timoshenko e Young, 1955] Timoshenko, S.P., Young D.H., “Vibrations Problems in Engineering”, 3rd ed., Van Nostrand Co., New York, 1955.
- [UIC 776-1R, 1979] UIC 776-1R, “Loads to be considered in the design of railway bridges. Technical Report”, International Union of Railways, Paris, 1979.
- [Willis, 1849] Willis, R., “Preliminary Essay to the Appendix B: Experiments for determining the Effects Produced by Causing Weights to Travel over Bars with Different Velocities”. In Grey G. *et al.*, “Report of the Commissioners Appointed to Inquire into the Application of Iron to Railway Structures”, W. Clowes and Sons, London, 1849. Reprinted in Barlow P., “Treatise on the Strength of Timber, Cast Iron and Malleable Iron”, 1851.

- [Xia *et al.*, 2003] Xia H., Zhang N., Roeck de G., “Dynamic Analysis of High Speed Railway Bridge under Articulated Trains”, *Computers and Structures* 81, pp. 2467-2478, 2003.
- [Xia e Zhang, 2005] Xia H., Zhang N., “Dynamic Analysis of Railway Bridge under High Speed Trains”, *Computers and Structures* 83, pp. 1891-1901, 2005.
- [Xia *et al.*, 2005] Xia H., Zhang N., Gao R., “Experimental analysis of railway bridge under high-speed”, *Journal of Sound and Vibration* 282, pp. 517-528, 2005.
- [Xia *et al.*, 2006] Xia H., Zhang N., Guo W. W., “Analysis of resonance mechanism and conditions of train-bridge system”, *Journal of Sound and Vibration* 297, pp. 810-822, 2006.
- [Yang e Wu, 2001] Yang Y. B., Wu Y. S., “A versatile element for analyzing vehicle-bridge interaction response”, *Engineering Structures* 23, 452-469, 2001.
- [Yang *et al.*, 2004a] Yang Y.B., Yau J.D., Wu Y.S., *Bridge Interactions Dynamics with Applications to High-Speed Railways*. World Scientific, 2004.
- [Yang *et al.*, 2004b] Yang Y.B., Lin C.L., Yau J.D., Chang D.W., Mechanism of resonance and cancellation for train-induced vibrations on bridges with elastic bearings, *Journal of Sound and Vibration*, 269, pp. 345-360, 2004.
- [Yau *et al.*, 1999] Yau J.D., Yang Y.B. and Kuo S.R., “Impact Response of High Speed Rail Bridges and Riding Comfort of Rail Cars”. *Engineering Structures*, 21 (9), pp. 836-844, 1999.
- [Zabel *et al.*, 2007] Zabel V., Brehm M., Bucher C., “Seasonal changes of the dynamics of railway bridges with steel girders embedded in concrete”, *Proceedings of EVACES’07: Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures*, Porto, 2007.
- [Zacher, 2000] Zacher M., “Dynamics of railway bridges”, Deutsche Bahn AG, *Proceedings of 5th ADAMS Rail User’s Conference*, Haarlem, Netherlands, 2000.

[Zhai *et al.*, 2004] Zhai W. M., Wang Y., Lin H., “Modelling and experiment of railway ballast vibration”, *Journal of Sound and Vibration*, 270 pp. 673-683, 2004.

[Zhai e Cai, 1997] Zhai W., Cai Z., “Dynamic interaction between a lumped mass vehicle and a discretely supported continuous rail track”, *Computers & Structures*, vol. 63, pp. 987-997, 1997.

[Zimmermann, 1896] Zimmermann H., “Die Schwingungen eines Tragers mit bewegter Las”, *Centralblatt der Bauverwaltung*, 16, N° 23, pp: 249-251; N° 23A, pp:257-260; N° 24, pp: 264-266; N° 26, 288, 1896.