

Departamento de Engenharia Mecânica

# Extensão da vida à fadiga utilizando sobrecargas

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

Autora

Sandra Maria Gonçalves Perdigão

Orientadores

Ricardo Nuno Madeira Soares Branco Fernando Jorge Ventura Antunes (DEM/UC)

Instituto Superior de Engenharia de Coimbra

Coimbra, Dezembro, 2015

"Se fui capaz de ver mais longe, é porque me apoiei em ombros de gigantes."

Isaac Newton

Ao meu namorado

Diogo Guilherme

à minha avó

Maria Augusta

## AGRADECIMENTOS

A realização desta Dissertação de Mestrado só foi possível graças à colaboração e ao contributo de várias pessoas, às quais gostaria de exprimir algumas palavras de agradecimento e profundo reconhecimento, em particular:

Ao orientador, Professor Doutor Ricardo Nuno Madeira Soares Branco, pela disponibilidade para orientar este trabalho, pela partilha de conhecimento científico, pela revisão crítica do texto e profícuos comentários, esclarecimentos, opiniões e sugestões, pela cedência e indicação de alguma bibliografia relevante para a temática em análise, pela acessibilidade, cordialidade e simpatia demonstrada.

Ao orientador, Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes, apesar de não termos trabalhado juntos, reconheço a sua preciosa participação e colaboração.

Ao Diogo Guilherme, pela paciência e apoio incondicional em todos os momentos.

À minha família, pela força e ajuda na superação de obstáculos que foram surgindo ao longo desta caminhada.

### RESUMO

Vários métodos experimentais têm sido propostos para aumentar a vida de fadiga através do retardamento da propagação das fendas, nomeadamente pela redução da intensidade de tensão na extremidade da fenda (preenchimento da fenda, aplicação de remendos compósitos, e reparação por soldadura), pela redução da concentração de tensões na extremidade da fenda (inserção de furos) ou pela introdução de tensões residuais de compressão. As tensões residuais de compressão podem ser geradas pela aplicação de sobrecargas, por *shot peening*, por aquecimento local, e pela inserção de furos na proximidade da fenda. A melhoria da vida de fadiga controlada por aplicação de uma sobrecarga no material junto da extremidade da fenda introduz um campo de tensões residuais de compressão, que pode aumentar significativamente a vida de fadiga de um componente. Em alguns casos, a aplicação de uma sobrecarga com carregamento subsequente de baixa amplitude pode mesmo parar a propagação da fenda.

O presente trabalho foca-se no estudo do efeito de sobrecargas simples e múltiplas na extensão da vida de fadiga. Numa primeira fase, é desenvolvida e otimizada uma técnica automática tridimensional (3D) de crescimento de fenda de fadiga (FCG) baseada no método de elementos finitos (MEF). Depois, o efeito de sobrecargas no fecho de fenda induzido por plasticidade é obtido numericamente, considerando sobrecargas simples e periódicas, para estados planos de tensão e de deformação. Finalmente, os valores de fecho de fenda obtidos anteriormente são introduzidos nos modelos de propagação automática desenvolvidos previamente. As variações de vida de fadiga obtidas para as várias situações estudadas são comparadas com as vidas obtidas para amplitude constante. Neste trabalho, para além dos efeitos da aplicação de sobrecargas simples e múltiplas, estudam-se também os efeitos da intensidade da sobrecarga, do instante de aplicação da sobrecarga, da espessura da peça, e do material.

#### **Palavras chave:**

Método de elementos finitos, propagação de fendas por fadiga, fecho de fenda induzido por plasticidade, propagação automática de fenda

## ABSTRACT

Different approaches have been proposed to extend fatigue life by crack growth retardation, namely reducing crack-tip stress intensity (crack filling, composite patches, and welding repair), reducing crack-tip stress concentrations (stop-hole drilling) or introducing residual compressive stresses. The residual compressive stresses can be generated through overloading, cold expansion, shot peening, spot heating and drilling holes in the vicinity of a crack tip. The fatigue life enhancement controlled by yielding (or overload) of the material ahead of the crack tip introduces a compressive residual stress field, which can significantly increase the fatigue life of a component. In some instances, application of an overload may totally arrest crack growth at subsequent low amplitude cycling.

The present research aims at studying the effect of single and multiple overloads on fatigue life extension. In a first stage, an automatic fatigue crack growth (FCG) technique, based on the finite element method, is developed and optimised. Then, the effect of overloads on plasticity induced crack closure is predicted numerically, considering single and periodic overloads, for both plane strain and plane stress states. Finally, the closure values are introduced into the automatic 3D-FE FCG models developed previously. The fatigue life variations obtained for the different situations are compared with those obtained under constant-amplitude loading. In this stydy, apart from the effects of single and multiple overloads, the effects of the overload ratio, the instant of overload application, the thickness, and the material are also evaluated.

### **Keywords:**

Finite element method, fatigue crack growth, plasticity induced crack closure, automatic crack propagation

# Índice

ndice de Figuras	xi
ndice de Tabelas	XV

Capítu	ılo 1- Introdução	1
1.1-	Enquadramento	.3
1.2-	Objetivos	.4
1.3-	Estrutura da dissertação	.4

Capítulo 2- Revisão da Literatura	5
2.1- Procedimento de propagação automática da fenda	9
2.1.1- Conceito de propagação automática da fenda	9
2.1.2- Incremento global de propagação da fenda	10
2.1.3- Incremento local de propagação da fenda	11
2.1.4- Parâmetros que afetam a exatidão do procedimento de propagação automa	ática de
fenda	13
2.1.4.1- Método dos Elementos Finitos	13
2.1.4.2- Cálculo do fator de intensidade de tensão com o MEF	
2.1.4.3- Modelo de crescimento da fenda	24
2.1.5- Efeito das variáveis físicas na forma da fenda e na vida de fadiga	
2.1.5.1- Efeito da forma inicial da frente de fenda	27
2.1.5.2- Efeito do expoente da Lei de Paris, m	
2.1.5.3- Efeito do tipo de carga	
2.1.5.4- Efeito da geometria	
2.1.5.5- Efeitos de superfície	
2.2 - Efeito das sobrecargas	

Capítulo 3- Procedimento Numérico	41
3.1- Modelo físico	45
3.2- Determinação numérica dos valores de fecho de fenda induzido por plasticidade	46
3.3- Simulação da forma da fenda	49
3.4- Quantificação da vida de fadiga	54

Capítulo 4- Resultados Numéricos5	55
4.1- Valores típicos de PICC	59
4.2- Propagação da fenda $\epsilon$	61
4.2.1 – Otimização	61
4.2.1.1- Topologia da malha6	62
4.2.1.2- Tipo de elementos finitos	62
4.2.1.3- Dimensão radial dos elementos da frente de fenda	62
4.2.1.4- Orientação e refinamento das camadas	63
4.2.1.5- Definição da frente de fenda	65
4.2.1.6- Cálculo do fator de intensidade de tensão	66
4.2.1.7- Incremento de fenda	66
4.2.2– Resultados	67
4.2.2.1- Efeito do valor e instante de aplicação da sobrecarga	67
4.2.2.2- Influência da espessura do modelo	70
4.2.2.3- Influência do bloco de carregamento base	73
4.2.2.4- Efeito das constantes da lei de Paris	74
4.2.2.5- Efeito de múltiplas sobrecargas	76
Capítulo 5- Conclusões7	79
Referências Bibliográficas	35

# Índice de Figuras

Figura 2.1- Conceito de propagação automática de fenda: a) definição da frente de fenda; b) cálculo dos valores de K e incrementos de fenda; c) definição da nova frente de fenda; d) reposicionamento dos pós e geração da nova malha (Branco, 2006).
Figura 2.2- Estudo da evolução da forma da fenda baseada no incremento de crescimento
global (Branco, 2006)
Figura 2.3- Modelos de crescimento de fadiga para uma fenda de superfície (Lin, 1999): a)Modelo com dois graus de liberdade; b) Modelo de múltiplos graus de liberdade12
Figura 2.4- Grupos principais para o procedimento de cálculo de previsão da forma da fenda de fadiga usando o MEF (Branco, 2008)
Figura 2.5- Exemplos de uma topologia de malha típica para analisar corpos fissurados (Branco, 2008): a) malha teia de aranha; b) malha de transição; c) região fissurada; d) região não fissurada; e) modelo de EF
Figura 2.6- a) elemento isoparamétrico quadrilateral de 20 nós; b) elemento isoparamétrico de 20 nós com nós a ¼ da aresta; c) elemento isoparamétrico de 20 nós colapsado; d) elemento isoparamétrico de 20 nós duplamente colapsado; e) elemento isoparamétrico de 15 nós (não colapsado); f) elemento isoparamétrico de 15 nós com nós a ¼ da aresta (não colapsado) (Branco, 2013)
Figura 2.7- Dimensão radial dos elementos da frente da fenda (Antunes, 1999): a) $L_1 < r_s$ ; b) $L_1 \approx r_s$ ; c) $L_1 > r_s$
Figura 2.8- Definição da frente de fenda (Branco, 2013): a) linha poligonal; b) curva do tipo <i>cubic spline</i>
Figura 2.9- Diferentes graus de ortogonalidade da malha (Lin, 1999)20
Figura 2.10- Efeito da ortogonalidade da malha no fator geométrico usando o método de deslocamento de ¼ de ponto com a distância entre: a) Q e A; b) Q e A' (Lin XB, 1999)21
Figura 2.11- Representação esquemática da determinação de K
Figura 2.12- Curvas de extrapolação de diferentes ordens (Burande, 1999)24
Figura 2.13- Efeito do incremento de fenda no número de ciclos de fadiga (Lin, 1999b)25

Figura 2.14- Efeito do incremento da fenda na forma da fenda (Branco, 2006)
Figura 2.15- Exemplos de parâmetros dependentes usados para caraterizar variações na forma da fenda (Branco, 2013)
Figura 2.16- Evolução de: a) Razão de aspeto da fenda (Lin, 1997); b) Fator de intensidade de tensão em provetes redondos com fendas superficiais sujeitas a tensão (Branco,2012)28
Figura 2.17- Evolução da forma das fendas (Branco, 2008a) 29
Figura 2.18- Efeito do expoente da lei de Paris na propagação (Lin, 1999a) 30
Figura 2.19- Evolução da profundidade de transição com m para diferentes carregamentos e geometrias (Couroneau, 1998; Branco, 2008, 2008a)
Figura 2.20- Evolução da razão de aspeto da fenda com a/t em placas retangulares com fendas de superfície sujeitas a flexão e tração (Lin, 1999a)
Figura 2.21- Evolução da razão de aspeto da fenda em fendas de canto provenientes de furos de fixação em placas (Lin, 1998)
Figura 2.22- Evolução da razão de aspeto da fenda em: a) Placas com seção retangular com fendas de superfície sujeitas a tensão (Lin, 1999a); b) provetes redondos com fendas de superfície sujeitas a tensão (Carpinteri,2010)
Figura 2.23- Comprimento de fenda medido e calculado como função do número de ciclos, durante a aplicação de um pico de sobrecarga e subcarga (Newman, 1997)
Figura 2.24- Ilustração esquemática dos efeitos da sobrecarga no crescimento da fenda de fadiga (Sadananda, 1999)
Figura 2.25- Desaceleração do crescimento da fenda. A legenda indica a magnitude e duração de uma sobrecarga, estando cada combinação representada por um símbolo diferente. Os sete primeiros símbolos referem-se a dados de 1998, (Wheatley, 1999)
Figura 2.26- Taxa de crescimento da fenda como função do comprimento da fenda, com aplicação de sobrecarga para valores de OLR=1.5 e 2 a $\Delta K_{Base}$ =6 MPa m <sup>1/2</sup> e R=0.05, (Borrego, 2003)
Figura 2.27- Efeito de $\Delta K_{Base}$ na taxa de crescimento da fenda, R=0.05: (a) OLR=2.0, (b) OLR=1.5, (Borrego, 2003)

Figura 2.28- Efeito da Razão de tensão na taxa de crescimento da fenda normalizada: (a) OLR=2.0 a $\Delta K_{Base}$ =6 MPa m <sup>1/2</sup> , (b) ) OLR=1.5 a $\Delta K_{Base}$ =10 MPa m <sup>1/2</sup> , (Borrego, 2003)39
Figura 2.29- Impacto da sobrecarga no tamanho da zona plástica (Ray, 2001)40
Figura 3.1- Resumo das etapas principais do procedimento numérico utilizado
Figura 3.2- Geometria MT, usada neste trabalho (Branco et al., 2013a)
Figura 3.3- Malha de elementos finitos, vista frontal com pormenor (Antunes et al., 2015)47
Figura 3.4- Técnica de propagação automática de fenda usada neste trabalho (Branco et al, 2015)
Figura 3.5- a) Determinação esquemática do fator de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda usando o método de extrapolação por dois pontos; b) Identificação dos nós movidos para posições a <sup>1</sup> / <sub>4</sub> da aresta. (Branco, 2013)
Figura 3.6- Tipo de elementos isoparamétricos utilizados (Branco et al, 2013a): a) elemento isoparamétrico de 20 nós; b) elemento isoparamétrico de 20 nós colapsado; c) elemento isoparamétrico de 20 nós colapsado com os nós a um quarto da aresta
Figura 3.7- Definição dos valores de fecho de fenda ao longo da simulação54
Figura 4.1- Valores de abertura da fenda ( $a_0 = 5 \text{ mm}$ ; $a_s = 5.48 \text{ mm}$ ; $\sigma_{máx} = 33.3 \text{ MPa}$ , R=0). 60
Figura 4.2- Curvas $da/dN$ versus a para amplitude constante e diferentes valores de sobrecarga (t/2 = 5mm; $a_0$ =0.5mm; $a_s$ = 2mm)60
Figura 4.3- Efeito do comprimento radial dos elementos da frente de fenda no número de ciclos
Figura 4.4- Efeito da extensão da camada superficial no número de ciclos64
Figura 4.5- Efeito do número de camadas da frente de fenda no número de ciclos65
Figura 4.6- Influência do número de nós de canto no número de ciclos
Figura 4.7- Influência do incremento máximo de fenda no número de ciclos para um caso com sobrecarga
Figura 4.8- Curvas <i>da/dN versus a:</i> t=5mm, a <sub>0</sub> =1.516mm, F <sub>s</sub> =175N68

Figura 4.9- Curvas $da/dN$ versus $a$ : t=5mm, a <sub>0</sub> =1.516mm, F <sub>S</sub> =150N
Figura 4.10- Curva <i>da/dN versus a</i> : t=5mm, a <sub>0</sub> =1.516mm, a <sub>S</sub> =2mm
Figura 4.11- Curva <i>da/dN versus a</i> : t=5mm, a <sub>0</sub> =1.516mm, a <sub>s</sub> =4mm
Figura 4.12- Curva <i>a-N</i> para t=5mm, a <sub>0</sub> =0.5mm, a <sub>s</sub> =2mm
Figura 4.13- Curva <i>a-N</i> para t=5mm, a <sub>0</sub> =0.5mm, a <sub>s</sub> =5mm
Figura 4.14- Acréscimo de vida percentual em função do valor da sobrecarga (F <sub>mín</sub> =60 N; F <sub>máx</sub> =140 N)
Figura 4.15- Acréscimo de vida percentual em função do valor da sobrecarga (F <sub>mín</sub> =20 N; F <sub>máx</sub> =140 N)
Figura 4.16- Ciclos de retardamento em função do valor da sobrecarga (a <sub>s</sub> =4mm; m=3.4; C=variável)
Figura 4.17- Ciclos de retardamento em função do valor da sobrecarga; a <sub>s</sub> =3mm; C=1.45x10 <sup>-</sup> <sup>11</sup> ; m=variável
Figura 4.18- Curva $a$ - $N$ : t=5mm; a <sub>0</sub> =0.5mm; F <sub>mín</sub> =0N; F <sub>máx</sub> =140N. Em três casos, a segunda sobrecarga foi aplicada aos 2.5mm
Figura 4.19- Curva <i>a</i> - <i>N</i> : t=5mm; $a_0$ =0.5mm; $F_{mín}$ =0N; $F_{máx}$ =140N. Em três situações, a segunda sobrecarga foi aplicada aos 4.5mm

# Índice de Tabelas

Tabela 3.	1– Con	stantes do mat	terial	considerado	neste t	rabalho		•••••	48
Tabela 4. procedim	1– Iden iento nu	tificação dos pumérico (Branc	parâm co, 20	etros numén 13)	ricos inc	lepende	ntes que afet	am a	fiabilidade do
Tabela 4 sobrecarg	.2– Ac ga, para	réscimo de v espessura de 5	ida p 5mm.	ercentual e	em funç	ão do	valor e loca	ıl de	aplicação da 71
Tabela múltiplas	4.3–	Simulações	da 	primeira	fase,	com	aplicação	de	sobrecargas 76
Tabela múltiplas	4.4–	Simulações	da 	segunda	fase,	com	aplicação	de	sobrecargas 77

# CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo contém uma breve introdução à temática abordada, e descreve em detalhe os objetivos e a estrutura da tese.

## 1.1- Enquadramento

Os componentes e estruturas podem desenvolver fendas durante o processo de fabrico ou durante o período de serviço. A soldadura, a fundição e a maquinagem são processos técnicos suscetíveis de produzir fendas e outros defeitos. Estas fendas podem crescer até ocorrer fratura, causando danos funcionais, económicos e humanos. Estima-se que as falhas por fadiga representam cerca de 50 a 70% do total das falhas observadas, ocorrendo, a maioria destas, de forma inesperada (Murti, 1986). Assim, é importante aumentar a resistência residual e a vida em serviço das estruturas fissuradas, retardando ou mesmo parando a progressão de fendas. Isto é particularmente relevante em componentes estruturais que não podem ser substituídos logo que se observa uma fenda, devido ao tempo de paragem e custos envolvidos.

Neste trabalho é investigado o aumento da vida à fadiga conseguido com a aplicação de sobrecargas. Têm sido propostos diversos mecanismos para explicar o efeito de retardamento induzido por sobrecargas, nomeadamente o fecho de fenda induzido por plasticidade, que é talvez o mais eficaz na explicação. Elber foi o primeiro autor a quantificar e a demonstrar a importância do fecho de fenda na propagação de fendas por fadiga, baseando-se em conceitos de plasticidade. O fenómeno de fecho de fenda consiste no contato das duas faces da fenda durante um carregamento, provocando alterações na extremidade da fenda e afetando a velocidade de propagação da mesma.

Hoje em dia, o grande desenvolvimento verificado ao nível da modelação numérica (por exemplo, através da aplicação do Método dos Elementos Finitos) permite efetuar estudos para avaliação do comportamento esperado das estruturas, resultando assim em grandes benefícios económicos, como é o caso da redução de tempo e custos de ensaios experimentais. A simulação numérica dos fenómenos de fadiga e fratura pode ser efetuada com base no fator de intensidade de tensão, na medida em que esta grandeza controla o campo de tensões na vizinhança da extremidade da fenda. É de notar que, normalmente, os dados sobre propagação de fendas de fadiga disponíveis na literatura para diversos materiais, são relativos a ensaios efetuados considerando amplitude constante. Contudo, em casos reais, as estruturas estão sujeitas não a carregamentos de amplitude constante, mas sim a carregamentos de amplitude variável, que na generalidade dos casos têm caraterísticas aleatórias.

### 1.2- Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal a utilização de um procedimento numérico de propagação automática de fenda para caraterizar o efeito da aplicação de sobrecargas, isoladas ou periódicas, na evolução da vida de fadiga. A geometria estudada será um provete MT. Como objetivos específicos podem apontar-se:

- A otimização do procedimento numérico, analisando para tal o efeito de diferentes parâmetros numéricos na vida à fadiga, nomeadamente o incremento máximo de fenda, a extensão da camada superficial, o refinamento da malha que, após otimização, dever-se-ão manter constantes no decorrer do trabalho;

- Após a otimização, pretende-se estudar a influência de vários parâmetros físicos, tais como o valor da sobrecarga, o instante de aplicação da sobrecarga, a espessura do modelo, a razão de tensão do carregamento base, e as constantes da lei de Paris;

- Analisar o efeito de múltiplas sobrecargas na vida à fadiga, alterando o seu valor e espaçamento.

### 1.3- Estrutura da dissertação

Esta dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos:

-Capítulo 2: Neste capítulo é feito um resumo da informação existente na literatura, relativamente à temática em que se insere a dissertação. Numa primeira parte descreve-se o procedimento de propagação automática da fenda de fadiga, e numa segunda parte resume-se o efeito geral da aplicação de sobrecargas na vida de fadiga;

-Capítulo 3: Aqui é realizada uma descrição da metodologia usada ao longo do trabalho para obtenção dos resultados posteriormente apresentados. É apresentado o modelo físico, o material, a geometria, o modelo numérico, a técnica de propagação, o software de propagação, entre outros;

-Capítulo 4: São apresentados todos os resultados obtidos numericamente, e procede-se à sua análise, comparação e discussão;

-Capítulo 5: Neste último capítulo são apresentadas as conclusões finais do estudo realizado e apresentam-se também algumas sugestões para trabalhos futuros.

# CAPÍTULO 2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo faz-se uma revisão da literatura no que respeita aos principais conceitos envolvidos neste trabalho. A secção 2.1 centra-se na técnica de propagação automática de fenda adotada e na identificação das principais variáveis físicas e numéricas envolvidas. Na secção 2.2 analisa-se o efeito das sobrecargas na vida de fadiga, tendo por base resultados existentes na literatura.

## NOMENCLATURA

a – Comprimento de fenda  $a_0$  – Comprimento inicial de fenda  $a_{\rm f}$  – Comprimento final de fenda  $a_i$  – Comprimento local de fenda num ponto arbitrário *i* as – Comprimento de fenda na aplicação da sobrecarga C e m – Constantes da Lei de Paris Cs – Constante da Lei de Paris para a superfície livre C<sub>D</sub> – Constante da Lei de Paris para o ponto mais profundo da fenda superficial da/dN – Taxa de propagação da fenda  $(da/dN)_{AC}$  – Taxa de propagação da fenda a amplitude constante D – Diâmetro E – Módulo de Young k – Parâmetro elástico K – Fator de intensidade de tensão  $K_{1C}$  – Tenacidade à fratura do material  $K_{\text{máx}}$  – Fator de intensidade de tensão máximo  $K_{\min}$  – Fator de intensidade de tensão mínimo L<sub>1</sub> – Dimensão radial dos elementos singulares l – Tamanho do elemento N – Número de ciclos de fadiga N<sub>d</sub>-Número de ciclos de atraso Nf-Valor final dos ciclos de fadiga p<sub>t</sub> – Efeito de túnel R-Razão de tensão r e  $\theta$  – Coordenadas polares com origem na frente de fenda rs – Dimensão radial da região singular t - Espessura do corpo fissuradoV<sub>A</sub> e V<sub>B</sub> – Deslocamento dos pontos A e B W – Largura da amostra  $\alpha$  – Posição angular  $\nu$  – Coeficiente de Poisson  $\sigma_{ij}$  – Componentes da tensão aplicada  $\Delta a$  – Incremento de fenda  $\Delta a_i$  – Incremento local de fenda num ponto arbitrário *i* da frente de fenda  $\Delta a_{(j)max}$  – Incremento máximo de fenda, do nó da frente de fenda para o qual ocorre o valor máximo de  $\Delta K^{(j)}_{máx}$  $\Delta K$  – Gama do fator de intensidade de tensão  $\Delta K^{(j)}_{max}$  – Valor máximo da gama do fator de intensidade de tensão  $\Delta N$  – Acréscimo de vida de fadiga  $\Delta N^{j}$  – Número de ciclos de fadiga para  $\Delta a_{máx}$ 

# SIGLAS

CT – Geometria normalizada *Compact Test* CPP – Caminho de Propagação Preferencial ESIS – *European Structural Integrity Society* MEF – Método dos Elementos Finitos MT – Geometria normalizada *Middle Tension* OLR – *Overload Rate* (Taxa de Sobrecarga)

### 2.1- Procedimento de propagação automática da fenda

As fendas, superficiais ou passantes, são frequentemente geradas em componentes mecânicos e elementos estruturais durante a sua vida de serviço, como consequência do fenómeno de fadiga. Podem também surgir durante o processo de fabrico destes.

Nos tópicos seguintes são abordados os diferentes conceitos necessários para a compreensão das técnicas de propagação automática de fenda.

#### 2.1.1- Conceito de propagação automática da fenda

As técnicas de propagação automática de fenda, relativamente ao incremento de fenda, podem dividir-se em dois tipos: com *incremento global* (a forma da frente de fenda é prédefinida e mantém-se inalterada durante todo o processo) ou com *incremento local* (a forma da frente de fenda cresce de modo não-uniforme). Apesar de apresentarem algumas diferenças, têm por base uma metodologia comum de etapas repetidas ciclicamente (Figura 2.1).

Primeiro, a forma inicial da fenda,  $a_0$ , é definida (Figura 2.1a). Seguidamente, a gama do fator de intensidade de tensão ( $\Delta K$ ) ao longo da frente de fenda é calculada (Figura 2.1b) usando *métodos de ajustamento aos deslocamentos* (métodos de extrapolação, métodos baseados em elementos singulares, métodos de deslocamento de um quarto de ponto, etc.) ou *métodos energéticos* (método do trabalho de forças externas, técnicas de mapeamento, método do integral-J, método do fecho de fenda integral, etc.). A precisão com que os valores do fator de intensidade de tensão (K) são obtidos tem influência na evolução da forma da fenda e na vida de fadiga, N. A terceira etapa tem por base a obtenção dos incrementos de fenda ( $\Delta a$ ), recorrendo aos valores de K previamente calculados e à Lei de Paris (Figura 2.1c). Por fim, é obtida a nova frente de fenda, que é definida pelos incrementos já calculados (Figura 2.1d). Resta repetir o procedimento automático o número de vezes necessário até que ocorra a rotura, ou seja, quando o fator de intensidade de tensão máximo ( $K_{máx}$ ) ultrapassa o seu valor crítico, também conhecido como o valor da tenacidade à fratura ( $K_{IC}$ ). Neste instante, a análise é interrompida e são registados os valores finais da vida de fadiga ( $N_f$ ) e da dimensão da fenda ( $a_f$ ).



Figura 2.1- Conceito de propagação automática de fenda: a) definição da frente de fenda; b) cálculo dos valores de K e incrementos de fenda; c) definição da nova frente de fenda; d) reposicionamento dos nós e geração da nova malha (Branco, 2006).

#### 2.1.2- Incremento global de propagação da fenda

A metodologia mais simples assume que a fenda propaga sempre de forma geometricamente semelhante, isto é, mantendo uma razão de aspeto fixa durante toda a propagação. Utiliza um incremento global ( $\Delta a$ ) para definir um crescimento uniforme de toda a frente de fenda (Figura 2.2).



Figura 2.2- Estudo da evolução da forma da fenda baseada no incremento de crescimento global (Branco, 2006).

Através da Lei de Paris, que relaciona a taxa de crescimento da fenda de fadiga da/dN com a gama do fator de intensidade de tensão  $\Delta K$ , o incremento de fenda é calculado pela expressão 2.1. *C* e *m* são constantes de propagação do material.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \tag{2.1}$$

A vida de fadiga pode ser obtida pela integração da equação anterior, onde  $N_f$  é o número de ciclos de fadiga necessários para o comprimento de fenda inicial  $a_0$  crescer até ao comprimento final  $a_f$ :

$$N_f = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{C(\Delta K)^m} \tag{2.2}$$

Na presente formulação, o aumento de vida ( $\Delta N$ ) entre duas posições é calculado com um valor constante de  $\Delta a$  e um valor médio de  $\Delta K$ . Na prática existem dificuldades em obter uma relação analítica entre  $a_f$  e  $N_f$  pois  $\Delta K$  varia com o crescimento da fenda, pelo que o algoritmo de integração de Euler é muito utilizado, sendo j o número de intervalos de propagação usados:

$$N^{(j+1)} = N^{(j)} + \Delta N^{(j)} \rightleftharpoons N^{(j+1)} = N^{(j)} + \frac{\Delta a^{(j)}}{c[\Delta K(a^{(j)})]^m}, j = 0, 1, ..., n$$
(2.3)

Pelo facto se ser usado um valor médio de  $\Delta K$ , o valor de  $\Delta N$  obtido é apenas uma estimativa, tornando este procedimento limitado, devendo ser usado apenas para casos onde a forma da frente de fenda permanece inalterada ao longo da propagação.

#### 2.1.3- Incremento local de propagação da fenda

A aplicação de incrementos locais na propagação da fenda melhora a exatidão do procedimento. Existem duas abordagens possíveis, uma mais simples e outra mais complexa.

A abordagem mais simples, proposta por Newman *et al* (1981), baseia-se num modelo com dois graus de liberdade para prever a evolução da forma da fenda (Figura 2.3a). Este modelo é bastante rígido, considera poucos pontos da frente de fenda (usualmente o nó superficial e o mais interior) e requer uma predefinição da forma da frente de fenda para toda a propagação (semicircular, semielíptica, etc.). Apesar da simplicidade, permite obter bons resultados em casos particulares (Hosseini, 1985; Mahmoud, 1986; Burande, 1999; Antunes, 2002), mas não é, em geral, suficientemente preciso na análise de fendas irregulares ou com grandes variações de forma. Posteriormente, Smith e Cooper (1989) desenvolveram um método de previsão mais sofisticado (Figura 2.3b), assente em múltiplos graus de liberdade, que mostrou uma precisão

bastante apreciável (Lin, 1999). Neste modelo, cada nó da frente de fenda é analisado individualmente, permitindo estudar todo o tipo de fenda, incluindo defeitos coalescentes e casos onde a taxa de variação da forma de fenda é muito acentuada. Assim, quanto maior o número de nós ao longo da frente de fenda, melhores são os resultados.



Figura 2.3- Modelos de crescimento de fadiga para uma fenda de superfície (Lin, 1999): a)Modelo com dois graus de liberdade; b) Modelo de múltiplos graus de liberdade.

Em relação ao modelo matemático para abordagem com incremento local, este varia um pouco relativamente à abordagem com incremento global. A Lei de Paris usada em 2.1 pode agora ser usada para cada ponto ao longo da fenda, como se segue:

$$\frac{da_i}{dN} = C(\Delta K_i)^m \tag{2.4}$$

onde da<sub>i</sub> é o incremento local de crescimento da fenda num ponto arbitrário i. De forma semelhante, podem-se obter as equações seguintes a partir da equação 2.4:

$$\Delta a_i^{\ j} = \left(\frac{\Delta K_i^{\ j}}{\Delta K_{\max}^{\ j}}\right)^m * \Delta a_{\max}^{\ j} , i = 1, 2 \dots$$

$$(2.5)$$

$$\Delta N^{j} = \frac{\Delta a_{m\acute{a}x}{}^{j}}{C(\Delta K_{m\acute{a}x}{}^{j})^{m}}$$
(2.6)

As equações 2.5 e 2.6 definem, respetivamente, o incremento local do crescimento da fenda em cada nó da frente de fenda, e o correspondente número de ciclos de fadiga para um determinado valor de  $\Delta a_{máx}$ . Assim, pode ser estabelecida uma nova frente de fenda, como mostra a Figura 2.3b, considerando os incrementos de fenda obtidos. A repetição dos cálculos permite que o crescimento da fenda seja acompanhado passo-a-passo. O valor de  $\Delta a_{máx}$  é definido no início

da propagação e deve ser o menor possível para que seja garantida uma boa exatidão do procedimento numérico.

#### 2.1.4- Parâmetros que afetam a exatidão do procedimento de propagação automática de fenda

O procedimento de propagação automática da fenda baseada no método dos elementos finitos está organizado em três grupos principais, como esquematizado na figura seguinte:



Figura 2.4- Grupos principais para o procedimento de cálculo de previsão da forma da fenda de fadiga usando o MEF (Branco, 2008).

Estes grupos englobam o desenvolvimento de um modelo de elementos finitos representativo, o cálculo dos valores de K na frente de fenda e a aplicação de um modelo de crescimento adequado. É importante referir que os dados de saída de uma tarefa servem diretamente como dados de entrada na tarefa seguinte, e, portanto, cada grupo deve ter o máximo rigor. Caso contrário, os erros propagam ao longo da simulação, o que tem repercussões nas frentes de fenda previstas e nas vidas de fadiga.

Seguidamente identificam-se os parâmetros independentes associados a cada grupo. O efeito de alguns parâmetros é conhecido e pode ser encontrado na literatura, como a topologia da malha, o tipo de elementos finitos e a definição da forma da fenda. Outros requerem estudos específicos pois não existem valores ótimos, como o tamanho radial dos elementos da frente de fenda e o tamanho do incremento de fenda.

#### 2.1.4.1- Método dos Elementos Finitos

A aplicação do MEF à análise de problemas da mecânica da fratura linear elástica é dificultada pela singularidade de tensões na frente de fenda. De facto, as funções de forma são polinómios definidos sobre elementos de comprimento finito, não podendo assim as tensões

atingir valores infinitos. Uma solução para melhorar a análise pelo MEF é usar um refinamento superior da malha que envolve a frente de fenda, para capturar a variação  $r^{-0.5}$  do campo das tensões. Contudo, o refinamento aumenta o esforço computacional, por isso é importante encontrar a malha ótima, que tenha a singularidade da frente de fenda suficientemente modelada combinada com baixo esforço computacional. Outra solução passa pelo uso de elementos de maior ordem, como os isoparamétricos. Estes permitem que a malha da frente de fenda não tenha que ser tão refinada, assim como a do restante corpo, reduzindo assim o número total de elementos para o mesmo grau de fiabilidade (Bakker, 1992; Sedmak, 1992). Por último, a solução mais eficiente é o uso de elementos singulares. Estes elementos introduzem a singularidade na sua formulação, o que reduz o erro na frente de fenda. Assim, malhas menos refinadas podem aí ser usadas, com a mesma confiança (Gavete, 1989).

### - Topologia da malha

A topologia de malha mais eficiente deve conter pelo menos duas regiões: uma região fissurada, de pequeno volume, que envolve a frente de fenda, e uma região não fissurada que preenche o restante volume do corpo (Lin, 1995). Esta configuração pode ser melhorada se for adicionada uma região intermédia, que promova uma transição suave entre as duas anteriores e diminua o número de elementos total (Antunes, 1999). De facto, longe da frente de fenda é conveniente ter uma malha mais larga para reduzir o número de graus de liberdade da análise.

A região fissurada tem normalmente uma configuração de malha teia de aranha, que consiste num conjunto de anéis concêntricos centrados em torno da extremidade da fenda, com pelo menos cinco elementos em volta da frente de fenda (Guinea, 2000; Murti, 1986). Esta malha é atualizada após cada incremento de fenda. Pelo contrário, a região não fissurada permanece inalterada durante toda a simulação.

Para melhores resultados, a malha teia de aranha deve ser criada no início a partir das coordenadas da frente de fenda, evitando assim erros que ocorrem nas abordagens em que a frente de fenda é inserida *a-posteriori* (Figura 2.5a). Depois, é conectada à malha de transição (Figura 2.5b), e juntas formam a região fissurada (Figura 2.5c). Posteriormente, a malha regular preenche o restante volume do corpo (Figura 2.5d), originando o modelo de elementos finitos pretendido (Figura 2.5e).



Figura 2.5- Exemplos de uma topologia de malha típica para analisar corpos fissurados (Branco, 2008): a) malha teia de aranha; b) malha de transição; c) região fissurada; d) região não fissurada; e) modelo de EF.

- Tipo de elementos finitos

O tipo de elementos finitos usado de forma mais comum em Mecânica da Fratura são os elementos isoparamétricos.



Figura 2.6- a) elemento isoparamétrico quadrilateral de 20 nós; b) elemento isoparamétrico de 20 nós com nós a ¼ da aresta; c) elemento isoparamétrico de 20 nós colapsado; d) elemento isoparamétrico de 20 nós duplamente colapsado; e) elemento isoparamétrico de 15 nós (não colapsado); f) elemento isoparamétrico de 15 nós com nós a ¼ da aresta (não colapsado) (Branco, 2013).

As recomendações da ESIS (European Structural Integrity Society) apontam para os elementos isoparamétricos com funções de forma quadrática (Sedmak, 1992). Os elementos isoparamétricos podem representar formas curvas com um menor número de elementos, uma vez que podem ter uma forma distorcida, conseguida pela definição dos elementos em coordenadas locais e pelo estabelecimento de uma relação entre as coordenadas locais e as coordenadas globais. Uma vantagem é que os elementos isoparamétricos estão bem testados na literatura e disponíveis numa vasta gama de pacotes de elementos finitos.

Usualmente, os elementos isoparamétricos quadrilaterais de 20 nós (Figura 2.6a) são aplicados na região não fissurada.

Na modelação da frente de fenda, a introdução da singularidade das tensões lineares elásticas na análise por elementos finitos pode ser feita usando elementos analíticos ou elementos isoparamétricos modificados. Os elementos analíticos baseiam-se nas expressões analíticas da mecânica da fratura linear elástica. Contudo, estes elementos introduzem alguns problemas, a informação é escassa e não estão normalmente disponíveis. Os elementos isoparamétricos singulares são uma alternativa mais simples. Estes são obtidos através dos elementos isoparamétricos comuns, pela alteração da posição dos nós. Satisfazem as condições de convergência, e uma vez que, como mencionado em cima, os elementos isoparamétricos estão disponíveis em vários programas comerciais de elementos finitos, estes elementos singulares

podem ser facilmente utilizados. Existem diferentes tipos de elementos isoparamétricos singulares: elementos singulares com nós a ¼ da aresta (Figura 2.6b), elementos colapsados com nós a ¼ da aresta (Figura 2.6c), elementos duplamente colapsados com nós a ¼ da aresta (Figura 2.6d), elementos singulares triangulares ou prismáticos (Figura 2.6f), entre outros (Antunes, 2001).

### - Dimensão radial dos elementos da frente de fenda

O refinamento da malha junto da frente da fenda tem grande importância, pois nessa região existem acentuados gradientes de tensão e deformação (Antunes, 2001). Quando se pretende uma boa exatidão dos resultados nas regiões próximas da extremidade da fenda deve-se procurar uma malha com um refinamento adequado para acomodar estas variações. O campo de tensões na extremidade de uma fenda contido num corpo com comportamento linear elástico tem a forma:

$$\sigma_{ij} = \frac{\kappa}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \tag{2.7}$$

onde  $\sigma_{ij}$  são as componentes da tensão,  $(r, \theta)$  são as coordenadas polares com origem na frente de fenda e *K* é o fator de intensidade de tensão. Em cada ponto da frente da fenda *r* assume o valor zero, pelo que a tensão é infinita. Assim, a frente da fenda é uma linha singular, sendo a ordem de singularidade  $r^{-0.5}$ . A equação anterior considera apenas o primeiro termo da série completa das tensões na vizinhança da extremidade da fenda. Para uma fenda em condições de deformação plana, solicitada em modo I, esta série tem a forma:

$$\sigma_{ij} = \frac{\kappa_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(-1)}(\theta) + a_0 + a_1 r^{\frac{1}{2}} f_{ij}^{(1)}(\theta) + \cdots$$
(2.8)

De acordo com esta expressão podem distinguir-se duas zonas na extremidade de uma fenda: uma região singular junto da ponta da fenda, dominada pelo termo em K e uma zona mais afastada onde dominam os termos não singulares.

Considera-se que a singularidade  $r^{-0.5}$  seja válida ao longo de uma frente de fenda com forma arbitrária, desde que não existam pontos isolados. Os elementos singulares aplicados na frente de fenda incluem a singularidade  $r^{-0.5}$  na sua formulação.

A dimensão ótima dos elementos singulares da frente da fenda é aquela que permite a modelação equilibrada dos campos singulares e não singulares de tensão. Para cada

configuração de fenda existe um tamanho ótimo dos elementos singulares, contudo a definição desse tamanho ótimo é dificultada pela variação das zonas singulares com a configuração das fendas. Além disso, esta zona é variável à volta da extremidade da fenda e ao longo da frente da fenda. Os seus limites também não podem ser definidos claramente, porque há uma transição da região dominada pelo termo singular para uma região em que dominam os termos não singulares, e não uma mudança brusca.

De facto, a influência do tamanho dos elementos vizinhos da frente de fenda assume um papel importante. Podem ocorrer três situações:

- a) Os elementos da extremidade da fenda estão dentro da região singular;
- b) Os elementos da extremidade da fenda e a região singular têm dimensões idênticas;
- c) Os elementos da extremidade da fenda são maiores do que a região singular.

Se  $L_1 > r_s$ , sendo  $L_1$  a dimensão radial dos elementos singulares e  $r_s$  a dimensão radial da região singular, os elementos singulares podem ter dificuldades na simulação da região não singular (Figura 2.7c). Se  $L_1 < r_s$ , parte da região singular é simulada por elementos não singulares, o que introduz erros (Figura 2.7a). Assim, verifica-se que a dimensão radial ótima dos elementos da frente de fenda deve ser idêntica ao tamanho da região singular (Figura 2.7b). De uma forma geral, na literatura a dimensão radial dos elementos da frente de fenda é definida por aproximação, normalmente variando entre 1.25% a 25% do tamanho da fenda (Murti, 1986; Nykanen, 1996; Antunes, 1999; Branco, 2009).



Figura 2.7- Dimensão radial dos elementos da frente da fenda (Antunes, 1999): a)  $L_1 < r_s$ ; b) $L_1 \approx r_s$ ; c)  $L_1 > r_s$ .

### - Definição da forma da frente de fenda

A forma da frente da fenda é definida por uma série de nós de canto discretos num modelo de elementos finitos. Os incrementos locais nestes nós de canto são usados para definir a nova
frente de fenda. A posição dos nós intermédios afeta os resultados. A Figura 2.8 mostra duas definições possíveis da frente de fenda.



Figura 2.8- Definição da frente de fenda (Branco, 2013): a) linha poligonal; b) curva do tipo *cubic spline*.

Na Figura 2.8a, uma ligação do tipo polinomial, que une dois nós consecutivos da frente de fenda com linhas retas, constitui a frente de fenda. Esta definição foi usada por Smith e Cooper (1989). Quando os fatores de intensidade de tensão dos nós de canto forem adquiridos, os incrementos locais do crescimento da fenda de fadiga podem ser determinados pela aplicação da Lei de Paris nestes nós, e um conjunto de novos pontos é obtido. Estes novos pontos são os nós de canto da nova frente de fenda e são usados para redefinir os nós intermédios por interpolação linear. Em conjunto, estes novos pontos formam a nova frente da fenda. Um dos inconvenientes da frente de fenda com linha polinomial é a incapacidade que às vezes se verifica de alterar a posição dos nós intermédios, quando a distância entre estes e os nós de canto não é razoável. É frequentemente necessário alterar a posição dos nós intermédios manualmente (Lin, 1999). Esta dificuldade causa erros maiores nos valores do fator de intensidade de tensão que vão interferir na exatidão da forma da fenda e na vida de fadiga.

Lin e Smith (1999) propuseram a aproximação por uma curva do tipo *cubic spline* (Figura 2.8b). A frente de fenda é definida por uma curva do tipo *cubic spline* que passa pelos nós de canto e pelos nós intermédios. A principal diferença em comparação à aproximação por linha poligonal é na posição dos nós intermédios. Aqui, os nós de canto e os nós intermédios são reposicionados de modo a ocuparem posições precisas sobre a *cubic spline* que define a frente de fenda, de

acordo com critérios pré-definidos. Os nós devem estar suficientemente espaçados ao longo da *cubic spline*, o que evita a necessidade de mudar a posição dos nós quando ocorre por exemplo uma variação grande da forma da fenda. Comparada com a linha poligonal, a abordagem por ajuste cúbico é muito mais suave e a exatidão dos valores é mais precisa. Como tal, obtêm-se melhores previsões do crescimento da vida de fadiga.

# - Orientação e refinamento das camadas

A ortogonalidade da malha é um fator relevante quando se usam métodos diretos para calcular o fator de intensidade de tensão. Por outro lado, para métodos energéticos a ortogonalidade da malha provou ser desnecessária. Um estudo realizado por Lin *et al* (1999) investigou o efeito da não ortogonalidade da malha na exatidão dos valores de K através do método do integral J (método energético) e do método de Zhu (método direto). Na figura seguinte representam-se quatro malhas 2D, com diferentes graus de ortogonalidade num corpo de dimensões infinitas sujeito a tensão remota.

O grau de não ortogonalidade é diferente para cada malha, e varia da malha precisamente ortogonal (Figura 2.9a) para a mais distorcida (Figura 2.9d). Foi usada a aproximação por ajuste cúbico para a frente da fenda. Os resultados na Figura 2.10 mostram as variações do fator geométrico para as diferentes malhas, usando o método de Zhu, com a distância QA (Figura 2.10a) e QA' (Figura 2.10b).



Figura 2.9- Diferentes graus de ortogonalidade da malha (Lin, 1999).



Figura 2.10- Efeito da ortogonalidade da malha no fator geométrico usando o método de deslocamento de ¼ de ponto com a distância entre: a) Q e A; b) Q e A' (Lin XB, 1999).

A Figura 2.10a mostra que à medida que a malha perde ortogonalidade, os resultados perdem qualidade, pois é considerada a distância QA e não a distância QA', que teoricamente deveria entrar nos cálculos. Ora, como a diferença entre estas distâncias cresce sempre que o grau de não-ortogonalidade aumenta, isso mostra que a inexatidão também aumenta. No entanto, se for considerada a distância QA' em vez da distância QA, os valores de K ao longo da frente de fenda tornam-se coincidentes para todas as malhas, independentemente do grau de ortogonalidade (Figura 2.10b). Portanto, com a correção de distância, é possível verificar que mesmo uma malha severamente não ortogonal pode conseguir bons resultados. Contudo, as malhas não ortogonais devem ser evitadas pois introduzem dificuldades extras para localizar a posição correta do ponto A', que usualmente não coincide com o nó de canto A. Este estudo verificou também que, com o método do integral J, os resultados do fator de intensidade de tensão, não representados na Figura 2.10, são praticamente idênticos ao longo da frente de fenda, o que mostra que a não ortogonalidade da malha não afeta este valor. Em suma, pode concluir-se que a malha não ortogonal que envolve a frente de fenda dificilmente afeta os resultados de K para o método do integral J, mas causa um grande erro para os métodos diretos. Este erro pode ser corrigido se a posição onde K é calculado for ajustada (A para A').

Também, as regiões superficiais da frente de fenda são particularmente importantes, pois envolvem singularidades complexas. Deste modo, a malha de elementos finitos deve ser o mais adequada possível para simular com precisão a extensão das zonas superficiais. Além disso, na

frente de fenda existe um estado plano de tensão (à superfície) e um estado plano de deformação (no interior da peça), devendo ocorrer uma transição rápida entre estes dois planos. Certamente que a presença de entalhes laterais afeta esta transição, e a extensão da zona superficial é alterada. Outros fenómenos de superfície, como o fecho de fenda ou as tensões residuais, têm efeitos mais intensos junto à superfície. Por todas estas razões, é fulcral fazer um estudo adequado para definir a extensão da camada superficial, sendo que alguns artigos indicam que é inferior a 5% do tamanho da fenda (Burton, 1984; Narayana, 1994).

#### 2.1.4.2- Cálculo do fator de intensidade de tensão com o MEF

A exatidão dos fatores de intensidade de tensão é decisiva para eliminar erros grandes na previsão da vida de fadiga. Hoje em dia estão disponíveis na literatura muitas soluções do fator de intensidade de tensão (Y. Murakami, 1987, 1987a, 1993, 2001, 2001a). No entanto, para situações em que K não é constante (como no início da propagação de diferentes defeitos iniciais, na transição de fendas superficiais para fendas passantes, etc.), não há soluções genéricas de K, e como tal os fatores de intensidade de tensão devem ser calculados. Existem duas etapas necessárias para o cálculo dos valores de K pelo MEF (Figura 2.11).



Figura 2.11- Representação esquemática da determinação de K.

Na primeira determinam-se os campos de deslocamentos, tensões e deformações, utilizando o método dos elementos finitos. Na segunda calcula-se K a partir dos resultados anteriores, recorrendo a um método direto ou indireto. Estas duas etapas são totalmente independentes, estando ligadas entre si apenas pelo facto dos resultados da anterior serem os dados da seguinte.

Os métodos diretos são os métodos de ajustamento aos deslocamentos (por exemplo, método da extrapolação, método dos elementos modificados, etc.). Os métodos indiretos são métodos energéticos (método do integral J, método do trabalho das forças externas, etc.). No presente trabalho os valores de K foram determinados pelo método da extrapolação com dois pontos. No método da extrapolação com dois pontos, o fator de intensidade de tensão é calculado em dois pontos e extrapolado para a frente da fenda (r=0). Para o Modo I, K é dado por:

$$K_{I} = \frac{E}{3(1+\nu)(1+\kappa)} * \sqrt{\frac{2\pi}{l}} * (8V_{A} - V_{B})$$
(2.9)

onde *E* é o módulo de *Young* do material,  $\nu$  é o coeficiente de *Poisson*,  $\kappa$  é um parâmetro elástico igual a (3-4  $\nu$ ) em estado plano de deformação e (3- $\nu$ )/(1+ $\nu$ ) em estado plano de tensão, *l* é o tamanho do elemento, *V*<sub>A</sub> e *V*<sub>B</sub> são os deslocamentos dos pontos A e B, respetivamente (Branco, 2011). Os erros que geralmente estão associados ao método da extrapolação são:

- Erros nos deslocamentos nodais obtidos com o método dos elementos finitos;
- Erros de truncatura das expressões analíticas dos deslocamentos.

Relativamente aos erros nos deslocamentos nodais, estes valores são mais incorretos nos elementos próximos da frente de fenda, mesmo quando são usados elementos singulares (Antunes, 1993). Portanto, devem ser usados pontos mais distantes da frente de fenda para reduzir este erro do método dos elementos finitos, mas próximos o suficiente para reduzir os erros de truncatura. Esta melhoria da exatidão dos deslocamentos pode ser conseguida com o refinamento da malha e com a utilização de elementos modificados. Quanto aos erros de truncatura, estes acontecem porque apenas são usados alguns termos das expressões analíticas para o cálculo de K. Por exemplo, na equação 2.9 só são usados os primeiros dois termos. Uma curva de extrapolação adequada permite eliminar o erro de truncatura dos valores de K. A seleção da curva de extrapolação deve ser efetuada de forma meticulosa, de modo a reduzir o erro cometido.

A Figura 2.12 mostra curvas de extrapolação de diferentes ordens e os respetivos valores de K, obtidos para uma placa plana retangular com fenda central passante (Burande, 1999). Em geral, curvas de regressão de ordem 2 ou 3 são adequadas para obter uma boa extrapolação. A regressão linear não é normalmente adequada. Os erros do MEF são reduzidos se os nós próximos da frente de fenda não forem usados. Esta figura permite observar quais os nós cujos valores se afastam mais da tendência dominante, devido a grandes incorreções dos deslocamentos e que devem ser desprezados. A maior vantagem deste método para cálculo de K é a sua simplicidade. Além disso, só é necessária uma análise pelo MEF para obter a distribuição de K ao longo da frente de fenda. Contudo, as suas equações só são válidas em condições de deformação plana, mas é prática comum assumir-se a condição de deformação plana para todos os pontos da frente de fenda, exceto para pontos superficiais, onde prevalecem

condições de tensão plana. Consequentemente, E é substituído por E/(1- $\nu^2$ ) na equação 2.9. Além disso, isto só é correto se a singularidade nestes pontos for r<sup>-0.5</sup>.



Figura 2.12- Curvas de extrapolação de diferentes ordens (Burande, 1999).

#### 2.1.4.3- Modelo de crescimento da fenda

# - Efeito de ∆a

O incremento máximo de fenda,  $\Delta a_{máx}$ , é um parâmetro numérico com grande influência na exatidão da forma da fenda e na vida de fadiga. Este fator é bastante evidente nas equações 2.5 e 2.6. Para resultados mais fiáveis, o valor máximo de  $\Delta a$  deve ser reduzido (Lin, 1999b). De acordo com a literatura (Branco, 2006; Lin, 1999), incrementos elevados provocam um aumento artificial na vida de fadiga, como pode ser visto na Figura 2.13. Nesta figura são comparados três diferentes incrementos de fenda (Lin, 1999b), definidos como uma fração da espessura para uma placa com fenda superficial sujeita a tensão, i.e.  $\Delta a_{máx} = \frac{t}{50}$ ,  $\frac{t}{100}$ ,  $\frac{t}{167}$ . O maior incremento de fenda prevê o maior número de ciclos de fadiga. É importante referir que à medida que diminui o incremento de fenda, verifica-se uma convergência para um número semelhante de ciclos de fadiga. Isto demonstra que a fiabilidade em relação ao número de ciclos de fadiga pode ser obtida, desde que o incremento seja pequeno o suficiente durante o procedimento de cálculo. Nesta figura, obtêm-se vidas de fadiga muito próximas para

 $\Delta a_{m \dot{a}x} = \frac{t}{100} e \Delta a_{m \dot{a}x} = \frac{t}{167}$ . De facto, entre estes dois valores, a diferença é de cerca de 2%. Já entre  $\Delta a_{m \dot{a}x} = \frac{t}{50} e \Delta a_{m \dot{a}x} = \frac{t}{167}$  é muito maior. Além disso,  $\Delta a_{m \dot{a}x} = \frac{t}{100}$  é um valor bastante aceitável em termos computacionais. Também, à medida que o incremento máximo de fenda aumenta, surge um efeito oscilatório na frente de fenda (Branco, 2008a), que não é explicável sob o ponto de vista físico.



Figura 2.13- Efeito do incremento de fenda no número de ciclos de fadiga (Lin, 1999b).

A Figura 2.14 mostra a evolução de d/t para três valores de  $\Delta a_{máx}$  (0.005a, 0.05a, 0.12a) para a geometria MT. O efeito oscilatório é bastante evidente quando o incremento de fenda cresce, porém mostra uma clara convergência para valores mais baixos de  $\Delta a_{máx}$ . Isso mostra que este efeito pode ser suprimido, desde que sejam utilizados incrementos razoavelmente pequenos. Por outro lado, se este parâmetro for demasiado pequeno, a melhoria dos resultados não justifica o enorme esforço numérico envolvido. Portanto, o objetivo é usar um valor razoável que devolva uma boa fiabilidade e um esforço computacional aceitável. O valor máximo de  $\Delta a$  é definido no procedimento de propagação automática de modo diverso. Alguns autores (Hosseini, 1985; Mahmoud, 1986; Antunes, 2002) definem este parâmetro como uma fração da espessura, para placas retangulares, ou como uma fração do diâmetro, em peças cilíndricas. Outros autores definem-no como uma percentagem fixa do comprimento máximo de fenda (Branco, 2008a).



Figura 2.14- Efeito do incremento da fenda na forma da fenda (Branco, 2006).

#### 2.1.5- Efeito das variáveis físicas na forma da fenda e na vida de fadiga

Uma análise detalhada da forma da fenda e da vida de fadiga requer o uso adequado de parâmetros dependentes. Estes parâmetros são muito sensíveis à variação dos parâmetros físicos (fecho de fenda, geometria, propriedades do material, leis de propagação, etc.), e à variação de parâmetros numéricos (malha de elementos finitos, incremento de fenda, método do cálculo de K). A caracterização da forma da fenda pode ser feita por parâmetros da razão do aspeto da fenda e por parâmetros do ângulo de interseção. Para o primeiro, um dos parâmetros dependentes mais recorrentes na literatura é o efeito de túnel (pt). Este efeito quantifica a concavidade da fenda, analisando a evolução do comprimento da frente de fenda em dois nós pré-definidos. Na Figura 2.15 estão diversas geometrias, sendo o efeito de túnel definido pela razão entre as variáveis a e b, ou seja, pt=a/b.

Os parâmetros do ângulo de interseção ( $\alpha$ ) quantificam o ângulo entre a frente de fenda e a superfície livre da peça durante a propagação.

Na literatura reportam-se alguns exemplos do uso destas geometrias. Por exemplo, Couroneau *et al* (2000) comparou diferentes modelos usando as relações de aspeto da fenda das Figuras a) a c). A evolução da forma de fendas em fendas de canto provenientes de furos de fixação foram estudadas por Lin *et al* (1998) através da razão a/b da Figura 2.15h. Por fim, Branco *et al* (2008a) investigou a evolução da forma da fenda em modelos CT usando a relação da Figura 2.15i.



Figura 2.15- Exemplos de parâmetros dependentes usados para caraterizar variações na forma da fenda (Branco, 2013).

Vejamos agora qual o comportamento dos parâmetros dependentes quando sujeitos à mudança de alguns parâmetros físicos.

# 2.1.5.1- Efeito da forma inicial da frente de fenda

Com base em diversos estudos numéricos de elementos finitos, está demonstrado que o modo I de propagação pode ser dividido em dois estágios principais (Couroneau, 1998). No estágio inicial (transiente) o padrão da fenda depende da forma da forma da fenda inicial e do expoente da Lei de Paris (Branco, 2006). No estágio seguinte (estável), a fenda segue padrões preferenciais independentemente da forma inicial da fenda (Lin, 1999a). Este padrão preferencial depende de uma série de parâmetros, como a espessura da placa, o tipo de carregamento, o comprimento da fenda e o fecho de fenda (Branco, 2006).

A Figura 2.16a mostra a evolução da razão do aspeto da fenda (a/b) para diferentes fendas superficiais em provetes redondos sujeitos a carga de tensão (Lin, 1997). Como se pode ver, a razão de aspeto da fenda é muito sensível à geometria inicial da fenda. Contudo, esta dependência enfraquece à medida que a trajetória converge para o caminho de propagação preferencial. Antes da referida convergência, pode-se afirmar que está presente a fase



transiente, e depois a fase estável, onde todas passam a propagar de modo semelhante, percorrendo a mesma trajetória.

Figura 2.16- Evolução de: a) Razão de aspeto da fenda (Lin, 1997) ; b) Fator de intensidade de tensão em provetes redondos com fendas superficiais sujeitas a tensão (Branco, 2012).

Durante o processo de crescimento da fenda de fadiga, os fatores de K ao longo da frente de fenda usualmente variam. Em muitos casos, quando se atinge a fase estável, as formas de fenda convergem para soluções de K constante (da/dN uniforme). Assim, a razão entre o fator de intensidade de tensão mínimo e o fator de intensidade de tensão máximo ( $K_{mín}/K_{máx}$ ) tende para um. Este comportamento designa-se por perfil Iso-K, e toda a frente de fenda assume a mesma lei de propagação. Um exemplo é o que se verifica na Figura 2.17 (Branco, 2008a). Neste estudo está representado o desenvolvimento típico de quatro diferentes formas de fenda. Como se verifica, os regimes iniciais são influenciados pela forma inicial da fenda. Já para os regimes de propagação seguintes, na forma estável, existe um padrão de propagação preferencial, obtendo-se perfis muito semelhantes que se mantêm inalterados durante toda a propagação.



Figura 2.17- Evolução da forma das fendas (Branco, 2008a).

Existem, no entanto, casos em que *da/dN* varia e por isso não é possível atingir e manter perfis Iso-K (Lin, 1999b). Isto pode ser visto na Figura 2.16b, em que as curvas quase atingem a unidade (Iso-K) e depois decrescem à medida que a fenda avança, desviando-se da unidade. Para se alcançar um perfil Iso-K está-se dependente da geometria do componente, da forma inicial da fenda e o tamanho, e também da carga aplicada (Branco, 2008a). A não obtenção de perfis Iso-K está muitas vezes associada a fenómenos relacionados com fecho de fenda, tensões residuais, ou alterações microestruturais que se manifestam de modo muito acentuado.

# 2.1.5.2- Efeito do expoente da Lei de Paris, m

As expressões da variação da forma de fenda derivadas por Wu (1985) com base na equação do fator de intensidade de tensão de Newman e Raju, mostram que o expoente da Lei de Paris afeta a variação da forma da fenda.

Esta relação está representada na Figura 2.18, que mostra a evolução do efeito de túnel para uma gama de m=2-4, e dois tipos de carregamento (tração e flexão), numa peça com seção retangular com fenda não passante e forma semielíptica.

Verifica-se que para os valores de m distintos a fenda evolui de forma diferente. Também, independentemente do tipo de carga aplicada, o efeito de túnel sofre alterações para os diferentes expoentes: o aumento de m causa maiores variações de pt. De facto, o maior valor de m provoca uma taxa de variação da forma da fenda mais acentuada, comportamento que pode ser antecipado pela própria lei de propagação de fadiga (Lin, 1999a).



Figura 2.18- Efeito do expoente da lei de Paris na propagação (Lin, 1999a).

O expoente da Lei de Paris também afeta a fase transiente (Branco, 2008a). A Figura 2.19 mostra a extensão da dimensão da transição em função do valor do expoente da Lei de Paris para peças de secção circular sob tração e flexão (Couroneau, 1998), bem como para provetes MT (Branco, 2008) e CT (Branco, 2008a).



Figura 2.19- Evolução da profundidade de transição com m para diferentes carregamentos e geometrias (Couroneau, 1998; Branco, 2008, 2008a).

Para os quatro casos, as funções transientes decrescem com o aumento de m. Também as funções transientes dos provetes CT e MT não são coincidentes, o que indica que a propagação segue diferentes padrões, com diferentes formas de fenda. O decréscimo mais lento do provete

MT (maior profundidade de transição), pode ser explicado por menores gradientes dK/da associados à simetria da sua geometria. Os resultados permitem concluir que o equilíbrio é atingido mais rapidamente para valores mais elevados de m, pois a função transiente decresce mais rapidamente.

#### 2.1.5.3- Efeito do tipo de carga

A influência do tipo de carregamento no crescimento da fenda de fadiga foi estudada por Lin XB (1999a). A Figura 2.20 mostra a evolução de a/b com a/t para fendas de superfície em placas retangulares sujeitas a tração e flexão. Durante o crescimento da fenda, a convergência ocorre mais rapidamente para configurações iniciais da fenda mais próximas do caminho de propagação preferencial (CPP). A convergência é também mais rápida para flexão do que para tração, e os padrões de propagação preferenciais são bem distintos para os dois tipos de carregamento. Também, o CPP é atingido mais rapidamente em flexão do que em tração, e os valores de a/b são menores para flexão.



Figura 2.20- Evolução da razão de aspeto da fenda com a/t em placas retangulares com fendas de superfície sujeitas a flexão e tração (Lin, 1999a).

#### 2.1.5.4- Efeito da geometria

A geometria da peça é uma variável que afeta a razão de aspeto da fenda. Estas diferenças são explicadas por gradientes de tensão específicos associados a cada tipo de geometria. Lin e Smith (1998) usaram a variação da razão a/b com a razão a/t para caracterizar a alteração da forma de fendas de canto provenientes de furos de fixação em placas sujeitas a tração. Foram usadas diferentes razões r/t (r/t=0.5; r/t=3). A Figura 2.21 mostra que há um crescimento dos defeitos para trajetórias preferenciais, que converge para relações de aspeto constantes, nomeadamente a/b=1.5 e a/b=1.13 para r/t=0.5 e r/t=3, respetivamente. É também visível que a convergência é mais significativa para uma fenda cuja forma esteja mais distante da sua forma de equilíbrio. O aumento da razão r/t provoca a diminuição dos valores a/b e da profundidade de transição.



Figura 2.21- Evolução da razão de aspeto da fenda em fendas de canto provenientes de furos de fixação em placas (Lin, 1998).

#### 2.1.5.5- Efeitos de superfície

Diferentes fenómenos de fadiga podem ser explicados através de efeitos superficiais, como fecho de fenda ou tensões residuais.

O fecho de fenda, introduzido por Elber (1971), ocorre quando existe contato entre as faces da fenda durante uma parte do ciclo de carregamento. Os campos de tensão e de deformação nas zonas próximas da fenda são afetados pelo fenómeno de fecho, pelo que é importante

compreender este acontecimento. O fenómeno de fecho de fenda pode ser causado por diversos mecanismos, sendo os principais: fecho de fenda induzido por deformação plástica, por óxidos, por rugosidade, por um fluido viscoso, por transformação de fase, e por grafite. Alguns destes mecanismos ocorrem apenas em condições e materiais muito especiais.

As tensões residuais são as tensões elásticas existentes num corpo sem a existência de carregamentos externos ou gradientes de temperatura. Resultam do fabrico e de operações de processamento em que deformação plástica não homogénea é introduzida por fenómenos mecânicos, térmicos ou químicos.

A Figura 2.22a mostra a evolução de a/b com a/t em placas de seção retangular com fendas superficiais considerando casos com e sem fecho de fenda. Os resultados numéricos sem fecho de fenda mostram resultados ligeiramente mais elevados da relação de aspeto da fenda para uma dada razão da profundidade, do que os que consideram fecho de fenda. A diferença é de 3-5% para todos os perfis iniciais de fenda analisados. Para o caso de fecho de fenda, a constante da Lei de Paris para a superfície livre (C<sub>S</sub>) foi definida por C<sub>S</sub>=0.9<sup>m</sup>C<sub>D</sub>, em que C<sub>D</sub> é a constante da Lei de Paris no ponto mais profundo da fenda à superfície. No caso sem fecho de fenda C<sub>S</sub>=1<sup>m</sup>C<sub>D</sub>, ou seja, todos os pontos da frente de fenda propagam segundo a mesma lei de propagação.



Figura 2.22- Evolução da razão de aspeto da fenda em: a) Placas com seção retangular com fendas de superfície sujeitas a tensão (Lin, 1999a); b) provetes redondos com fendas de superfície sujeitas a tensão (Carpinteri,2010).

Carpinteri (2010) estudou o efeito das tensões residuais em provetes redondos com fendas superficiais sob tração (Figura 2.22b). Como é visível, para as três formas de fenda iniciais estudadas com o mesmo a/D=0.1, os resultados sem tensão residual apresentam maiores valores de a/b. A introdução de tensões residuais decresce este valor.

# 2.2 - Efeito das sobrecargas

Os componentes mecânicos sujeitos a cargas em serviço raramente estão submetidos a cargas de amplitude constante durante o seu período de atividade. De facto, a solicitação real a que a maioria das partes críticas das estruturas, veículos e máquinas estão submetidos em serviço é de amplitude variável. Uma vez que o crescimento das fendas de fadiga é conduzido predominantemente pela plasticidade na frente da fenda, e sendo a deformação plástica inerentemente irreversível, as alterações nos padrões de carregamento resultam em comportamentos transitórios da velocidade de propagação. Deste modo, pode ocorrer a aceleração ou o atraso da progressão da fenda, afetando consequentemente a vida de fadiga. A quantificação destes efeitos transientes tem sido objeto de estudo há mais de quatro décadas, no entanto a metodologia existente ainda é insuficiente. Sabe-se que a taxa de propagação *da/dN* da fenda de fadiga é influenciada por diferentes tipos de solicitação: sobrecargas, subcargas e combinações de cargas. De um modo geral, as sobrecargas atrasam o crescimento da fenda, dependendo este atraso de vários fatores, como a microestrutura, o modo de deformação e o ambiente. A seguir faz-se uma descrição sumária dos principais efeitos destes fatores na vida de fadiga com base em resultados numéricos e experimentais publicados na literatura.

De uma forma genérica, considera-se que a aplicação de sobrecargas reduz a velocidade de propagação da fenda. Com efeito oposto, as subcargas aceleram-na. Combinações de sobrecargas-subcargas têm efeitos distintos, dependendo da sequência em que são aplicadas. Um ciclo de subcarga aplicado antes da sobrecarga produz poucos efeitos na vida de fadiga. Mas, se um ciclo de subcarga for aplicado imediatamente após a sobrecarga, o atraso da propagação previsto pela sobrecarga é significativamente reduzido, diminuindo a vida de fadiga (Figura 2.23). É visível que a sobrecarga provoca um atraso imediato na propagação da fenda, enquanto a aplicação da subcarga imediatamente após a sobrecarga reduz o atraso induzido pela sobrecarga Newman (1997). Em termos numéricos, Bacila (2007) mostrou que esta sequência sobrecarga pode reduzir até três vezes o atraso estimado da propagação. Por esta

razão, é fácil compreender que as interações de cargas são complexas e requerem uma investigação cuidadosa.



Figura 2.23- Comprimento de fenda medido e calculado como função do número de ciclos, durante a aplicação de um pico de sobrecarga e subcarga (Newman, 1997).

O atraso da propagação é, geralmente, medido em termos de ciclos de atraso,  $N_d$ , antes das condições estáveis originais serem reestabelecidas (Figura 2.24b). Sabe-se que  $N_d$  aumenta com a magnitude (Schijve (1961), Rice (1973), Wei (1973), Vargas (1973)) e com o número de sobrecargas (Mills (1967), Trebules (1973)). O tempo de aplicação da sobrecarga também tem influência, mas de forma menos efetiva (Kumar, 1996).



Figura 2.24- Ilustração esquemática dos efeitos da sobrecarga no crescimento da fenda de fadiga (Sadananda, 1999).

Wheatley (1999) estudou o efeito da magnitude e da duração de uma única sobrecarga no crescimento de fendas por fadiga em aço 316L. Os resultados estão representados na Figura 2.25, combinados com os resultados pelo mesmo autor em estudo anterior (Wheatley, 1998). O gráfico exibe a evolução do comprimento de fenda, *a*, com o número de ciclos de fadiga, *N*. Na legenda encontram-se as magnitudes e durações das sobrecargas usadas. As curvas à direita da solicitação sem sobrecarga demonstram claramente o mencionado atraso na propagação. Como seria de prever, os resultados sugerem que a magnitude da sobrecarga tem um efeito superior à sua duração.

As sobrecargas podem produzir uma breve aceleração inicial, antes de ocorrer o atraso na propagação (Figura 2.24c). Esta aceleração é observada apenas para valores altos da taxa de sobrecarga, OLR, e depende do material usado. A desaceleração máxima da taxa de crescimento ocorre a uma distância curta do ponto de aplicação da sobrecarga, e este efeito designa-se por "desaceleração tardia", tendo sido reportado em alguns estudos (Damri (1993), Tsukuda (1996)). Além disso, como se pode constatar na Figura 2.24d, N<sub>d</sub> varia com o valor de  $\Delta K$  da solicitação base (considerando o valor de OLR constante).



Figura 2.25- Desaceleração do crescimento da fenda. A legenda indica a magnitude e duração de uma sobrecarga, estando cada combinação representada por um símbolo diferente. Os sete primeiros símbolos referem-se a dados de 1998, (Wheatley, 1999).

O atraso na propagação depende do tamanho inicial da fenda  $a_0$ , do valor de OLR, do valor de  $\Delta K$  da solicitação base para o qual a carga de pico é aplicada e da razão de tensão (R). A taxa de crescimento da fenda aumenta com o tamanho inicial da mesma (Peng Dai, 2013). Borrego (2003) investigou os efeitos de OLR,  $\Delta K$  da solicitação base e R na liga de alumínio 6082-T6. Na Figura 2.26 estão representadas as consequências da variação de OLR na velocidade de propagação da fenda considerando solicitações base com R e  $\Delta K$  constantes. Verifica-se que para testes experimentais com maiores valores de OLR se obtém um maior atraso na propagação da fenda, bem evidenciado na figura, quer pela magnitude quer pela extensão das sobrecargas. Nelson (1975) mostrou que a paragem da propagação da fenda pode ocorrer para OLR entre 2.0 e 2.7.

O efeito de  $\Delta K$  da solicitação base em da/dN está evidenciado na Figura 2.27. Os resultados estão representados em termos da taxa de propagação de fenda normalizada  $(da/dN)/(da/dN)_{AC}$ , sendo  $(da/dN)_{AC}$  a taxa de crescimento da fenda a amplitude constante, correspondendo à solicitação base, e do comprimento de fenda na aplicação da sobrecarga a-a<sub>s</sub>. Estes ensaios foram realizados com R constante. Os valores de OLR das Figuras 2.27a e 2.27b são respetivamente iguais a 1.5 e 2.0. É visível que o atraso da propagação aumenta significativamente com o aumento do  $\Delta K$  da solicitação base, sendo maior para maiores OLR.

Este acréscimo traduz-se num aumento de N de quatro e três vezes, para OLR=2 e OLR=1.5, respetivamente.



Figura 2.26- Taxa de crescimento da fenda como função do comprimento da fenda, com aplicação de sobrecarga para valores de OLR=1.5 e 2 a  $\Delta K_{Base}$ =6 MPa m<sup>1/2</sup> e R=0.05, (Borrego, 2003).



Figura 2.27- Efeito de  $\Delta K_{Base}$  na taxa de crescimento da fenda, R=0.05: (a) OLR=2.0, (b) OLR=1.5, (Borrego, 2003).

A influência de R no comportamento transitório do crescimento da fenda após uma sobrecarga pode ser observada na Figura 2.28, para diferentes valores de OLR e  $\Delta K$  da solicitação base.



Figura 2.28- Efeito da Razão de tensão na taxa de crescimento da fenda normalizada: (a) OLR=2.0 a  $\Delta K_{Base}=6$  MPa m<sup>1/2</sup>, (b) ) OLR=1.5 a  $\Delta K_{Base}=10$  MPa m<sup>1/2</sup>, (Borrego, 2003).

É percetível que o efeito da sobrecarga é reduzido com o aumento de R de 0.05 para 0.25. Este aumento correspondeu a uma redução em N de 50 e 60%, para OLR=2 com  $\Delta$ K da solicitação base igual a 6 MPa m<sup>1/2</sup>, e para OLR=1.5 com  $\Delta$ K da solicitação base igual a 10 MPa m<sup>1/2</sup>, respetivamente.

O retardamento da propagação depende da espessura da amostra, e como tal do estado de tensão, uma vez que a extensão da zona plástica difere sob condição de tensão plana e sob condição de deformação plana. Verifica-se que é geralmente maior sob condições de tensão plana, portanto para amostras menos espessas. Este efeito foi demonstrado por Mills (1967) e por Daiuto (1984).

Para uma solicitação de amplitude constante, o tamanho da zona plástica é relativamente pequeno, como representado pela forma oval negra (Figura 2.29).



Figura 2.29- Impacto da sobrecarga no tamanho da zona plástica (Ray, 2001).

Quando uma única sobrecarga é aplicada (pico a cinzento), a extensão da zona plástica resultante aumenta muito. Assim que a tensão inicial é retomada, após a sobrecarga, a fenda tem que propagar através desta zona plástica mais extensa, representada a cinzento. Desta forma, o crescimento da fenda através desta zona plástica é severamente atrasado, pois o material oferece uma maior resistência à propagação. Quando a fenda propaga fora da zona plástica induzida pela sobrecarga, retoma uma taxa de crescimento normal, e a zona plástica assume as suas dimensões originais.

Os fatores que influenciam a plasticidade na extremidade da fenda terão efeitos diretos ou indiretos nas consequências das sobrecargas. Estes incluem a geometria da amostra, a temperatura e as propriedades do material. Uma vez que as interações entre as zonas plásticas são não lineares, os efeitos provocados por variações nas sequências de carga são difíceis de quantificar. Alternativamente, para aproximações em engenharia, existem regras gerais que podem ajudar a quantificar os efeitos destes comportamentos transitórios, e como tal ajudar na previsão da vida total.

# CAPÍTULO 3 PROCEDIMENTO NUMÉRICO

Este capítulo tem o intuito de descrever, em detalhe, o procedimento numérico adotado. Inicialmente é descrito o modelo físico, sendo referidos os seus parâmetros principais: o tipo de material, a geometria, as simplificações efetuadas, o modo de aplicação do carregamento a que é sujeito, entre outros. De seguida é explicada a técnica numérica de obtenção dos valores de fecho de fenda induzido por plasticidade (PICC) usados neste estudo. Posteriormente apresenta-se o procedimento numérico desenvolvido para simulação da forma da fenda, onde se descreve a técnica utilizada, a malha, o comportamento do material, o software, etc. Por fim, é explicado o procedimento para quantificação da vida de fadiga.

# NOMENCLATURA

*a*– Comprimento de fenda

 $a_0$  – Comprimento inicial de fenda

 $a_{\rm C}$  – Comprimento de fenda crítico

 $a_{\rm f}$  – Comprimento final de fenda

*a*<sub>m</sub> – Comprimento de fenda médio

as – Comprimento de fenda na aplicação da sobrecarga

 $C \in m$  – Constantes da Lei de Paris

 $C_x e X_{sat}$  – Constantes da Lei de Saturação

da/dN – Taxa de propagação da fenda

D<sub>T</sub> – Distância de estabilização

E – Módulo de Young

E' – Módulo de Young modificado

F, G, H, L, M e N – Coeficientes que definem o estado de anisotropia do material

K – Fator de intensidade de tensão

 $K_{\rm IC}$  – Tenacidade à fratura do material

L1 – Dimensão radial dos elementos singulares

N - Número de ciclos de fadiga

n<sub>v</sub> – Constante do material

R-Razão de Tensão

R<sub>sat</sub>- Tensão de saturação

 $S_1$  – Extensão da camada superficial

t – Espessura do corpo fissurado

UA- Valores de fecho de fenda para estado plano de tensão

 $U_B-Valores$  de fecho de fenda para estado plano de deformação

 $v_p$ - Deslocamento da abertura da fenda

Y - Tensão de fluxo equivalente

Y' – Tensão equivalente

Y<sub>0</sub> – Limite de Tensão inicial

 $\overline{\epsilon}^p$  – Deformação plástica equivalente

 $\nu$  – Coeficiente de Poisson

 $\sigma_{ab}$  – Tensão de abertura de fenda

 $\sigma_{m \acute{a} x}$  – Tensão máxima do ciclo de carga

 $\sigma_{min}$ – Tensão mínima

 $\sigma'$  – Tensor desviador das tensões

 $\sigma xx$ ,  $\sigma yy$ ,  $\sigma zz$ ,  $\sigma xy$ ,  $\sigma xz$  e  $\sigma yz$  – Componentes efetivas do tensor das tensões

 $\dot{X}$  – Tensor Back-Stress

 $\Delta a$  – Incremento de fenda

 $\Delta a_i$  – Incremento local de fenda num ponto arbitrário *i* da frente de fenda

 $\Delta a^{(j)}{}_{m\acute{a}x}-$  Incremento máximo de fenda, do nó da frente de fenda para o qual ocorre o valor máximo de  $\Delta K^{(j)}{}_{m\acute{a}x}$ 

 $\Delta K$  – Gama do fator de intensidade de tensão

 $\Delta K_{eff}$ - Gama efetiva do fator de intensidade de tensão

 $\Delta K^{(j)}_{máx}$  – Valor máximo da gama do fator de intensidade de tensão

 $\Delta N$  – Acréscimo de vida de fadiga

 $\Delta 6-Gama~de~Tensão$ 

# SIGLAS

DD3IMP - *Three-Dimensional Elasto-plastic Finite Element Program* MT – Geometria normalizada *Middle Tension* OLR – *Overload Rate* (Taxa de Sobrecarga)

PICC – *Plastic Induced Crack Closure* (Fecho de Fenda Induzido por Plasticidade)

O procedimento numérico desenvolvido neste trabalho está esquematizado na Figura 3.1 e, como referido anteriormente, pode dividir-se em três etapas principais: *i*) Determinação numérica dos valores de PICC; *ii*) Simulação da forma da fenda; *iii*) Quantificação da vida de fadiga.



Figura 3.1- Resumo das etapas principais do procedimento numérico utilizado.

# 3.1- Modelo físico

A geometria considerada neste estudo foi um provete do tipo Middle-Tension, MT, com fenda central, plana, sobre a secção média, disposta num plano perpendicular à linha de ação da carga. Optou-se por este tipo de geometria visto a mesma ser amplamente usada pela comunidade científica para estudos do fenómeno de propagação de fendas por fadiga. As principais dimensões adotadas estão representadas na Figura 3.2. A espessura (2t) foi igual a 0.2mm no estudo de PICC e variou entre 2.5 e 7.5mm no estudo de propagação de fendas por fadiga. Relativamente ao comprimento inicial da fenda (a<sub>0</sub>), assumiu-se um valor de 5mm nos estudos de PICC e comprimentos variáveis (0,5mm, 1mm e 1,516mm) nos casos de propagação de fendas por fadiga. Nestas últimas simulações, as propagações foram interrompidas para comprimentos de fenda a<sub>f</sub> iguais a 8mm.



Figura 3.2- Geometria MT, usada neste trabalho (Branco et al., 2013a).

As simulações foram realizadas considerando valores distintos da gama de tensão ( $\Delta \sigma$ ) e da razão de tensão (R). Foram estudados casos com amplitude constante e casos com aplicação de sobrecargas simples e periódicas. Relativamente às sobrecargas, fez-se variar a taxa de sobrecarga (OLR) e também o instante de aplicação da sobrecarga ( $a_s$ ), mais especificamente para comprimentos de fenda entre 2 e 5mm. O material simulado foi uma liga de alumínio 6016-T4. Tendo em conta a simetria do provete em termos de geometria, material e carregamento, fizeram-se um conjunto de simplificações no modelo numérico que permitiram reduzir o peso numérico associado a cada ensaio, não havendo, à partida, alterações nos resultados obtidos. Assim, apenas foi considerado um oitavo do provete MT, e a forma da fenda foi considerada simétrica, pelo que só foi analisado um quarto do plano da fenda (Figura 3.2c). O tipo de solicitação mecânica considerado foi de tração.

# 3.2- Determinação numérica dos valores de fecho de fenda induzido por plasticidade

Os estudos numéricos desempenham um papel importante na compreensão e previsão dos valores de PICC. Apesar de alguns investigadores (Louat et al., 1993; Vasudeven et al., 1994; Sadananda et al., 1999) defenderem que o PICC não existe (especialmente em condições de deformação plana), a grande maioria do trabalho de investigação realizado na área suporta a sua existência e a influência na propagação das fendas de fadiga. Os resultados numéricos dos valores de PICC usados no presente trabalho provêm de estudos anteriores, desenvolvidos na Universidade de Coimbra no grupo de Construções Mecânicas, e realizados por Antunes e colaboradores (Antunes e Rodrigues, 2008; Antunes et al., 2010; Antunes et al., 2014; Antunes et al., 2015b, Antunes et al., 2015c). O procedimento adotado, como referido anteriormente, consistiu no desenvolvimento de um modelo de elementos finitos 3D para o provete MT considerando uma espessura muito pequena (t=0.2mm) e carregamento em Modo I. A fenda foi modelada reta com comprimento inicial a<sub>0</sub>=5mm. Para diminuir o peso numérico associado a cada ensaio, devido às condições de simetria da peça, apenas um oitavo do provete foi simulado. Esta simplificação não alterou as previsões numéricas. Foram estudados dois estados de tensão: tensão plana e deformação plana. A superfície oposta de fenda foi simulada assumindo condições de contato sem atrito ao longo de um plano rígido colocado paralelo à fenda.

A malha de elementos finitos (Figura 3.3) foi muito refinada na frente da fenda, com elementos radiais de  $L_1=8 \mu m$ , de modo a modelar os gradientes de deformação plástica e de tensão. Nas zonas afastadas da extremidade da fenda o refinamento foi menor, com  $L_1=16 \mu m$  e 32  $\mu m$ ,

pois estas zonas não apresentam grande influência nos resultados finais devido a estarem afastadas da zona crítica, e assim diminui-se o peso numérico associado. A malha 3D foi gerada a partir da malha 2D, criando-se apenas uma camada de elementos na direção da espessura. O modelo numérico tinha 6639 elementos isoparamétricos lineares e 13586 nós.



Figura 3.3- Malha de elementos finitos, vista frontal com pormenor (Antunes et al., 2015).

O comportamento elasto-plástico do material foi modelado como correspondendo a uma liga de alumínio AA6016-T4. A liga em estudo apresenta características de comportamento elasto-plástico, que são um misto de encruamento isotrópico e cinemático. De modo a descrever o comportamento isotrópico do material durante a simulação foi usado o modelo de Voce:

$$Y = Y_0 + R_{sat} (1 - e^{-n_v \bar{\varepsilon}^p})$$
(3.1)

em que Y é o valor da tensão de fluxo equivalente, isto é, o valor da tensão necessário para continuar a deformar plasticamente o material,  $\bar{\varepsilon}^p$  é a deformação plástica equivalente, Y<sub>0</sub> é o limite de tensão inicial, ou seja, o valor de tensão limite necessário para induzir deformação plástica no material, R<sub>sat</sub> é a tensão de saturação e n<sub>v</sub> é uma constante do material (ver Tabela 3.1).

Constantes do critério de Hill (Hill, 1948)					
F	G	Н	L	М	Ν
0.5998	0.5862	0.4138	1.2654	1.2654	1.2654
Constantes do modelo de Voce					
$\mathbf{Y}_0$	R <sub>sat</sub>	nv			
124	291 MPa	9.5			
Constantes da lei de saturação					
Cx	X <sub>sat</sub>				
146.5	34.90 MPa				
Constantes elásticas					
E	ν				
210 GPa	0.33				
Constantes da lei de Paris					
C	m				
1.45x10 <sup>-11</sup>	3.4				

Tabela 3.1- Constantes do material considerado neste trabalho.

A componente cinemática foi modelada usando uma lei de saturação:

$$\dot{X} = C_{\chi} \left[ \frac{X_{sat}(\sigma' - X)}{\overline{\sigma}} - X \right] \dot{\overline{\varepsilon}}^{p} , com X(0) = 0$$
(3.2)

onde  $\dot{X}$  é o tensor back-stress,  $\sigma$ ' é o tensor desviador das tensões, que é a parte do tensor de tensões que distorce a forma do material,  $\dot{\varepsilon}^{p}$  é a taxa de deformação plástica equivalente e C<sub>x</sub> e X<sub>sat</sub> são constantes do material (Tabela 3.1).

A anisotropia do material foi descrita recorrendo ao critério de Hill:

$$F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = Y'^2$$
(3.3)

sendo *F*, *G*, *H*, *L*, *M* e *N* coeficientes que definem o estado de anisotropia do material, listados na Tabela 3.1,  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{xz}$  e  $\sigma_{yz}$  as componentes efetivas do tensor das tensões, e Y' a tensão equivalente.

A propagação da fenda foi simulada pela libertação sucessiva de nós à carga mínima. A cada incremento de fenda corresponde um elemento finito, sendo  $\Delta a_i = L_1 = 8 \mu m$ . Em cada ciclo a fenda propagou uniformemente na direção da espessura, pela libertação dos dois nós da frente de fenda. A carga de abertura, necessária para a determinação do nível de fecho, foi obtida pela

avaliação do estado de contato do primeiro nó atrás da frente de fenda, e as forças de contacto ao longo dos flancos da fenda, à carga mínima (Antunes et al., 2014). Resumidamente, este método consiste na utilização das forças de contacto nodais em vez das tensões de contacto, sendo este último parâmetro amplamente usado na literatura para quantificar o nível de abertura. Uma vez que este é um modelo complexo e apenas se faz uma descrição resumida do mesmo, pode ser encontrada informação detalhada em publicações prévias do autor, como por exemplo a identificação e otimização de parâmetros que influenciam os valores de PICC (Antunes e Rodrigues, 2008). Após otimização do modelo, os resultados numéricos de PICC foram comparados com resultados experimentais, tendo-se obtido uma correspondência elevada, demonstrando assim o sucesso da modelação numérica utilizada (Antunes et al., 2010).

As simulações foram desenvolvidas utilizando o programa de elementos finitos, *Three-Dimensional Elasto-plastic Finite Element Program* (DD3IMP), desenvolvido pelo Grupo de Tecnologia do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Coimbra (Menezes e Teodosiu, 2000; Oliveira et al., 2008).

# 3.3- Simulação da forma da fenda

A modelação numérica da evolução da forma da fenda por fadiga foi realizada através de uma técnica de remalhagem automática (Branco et al, 2015). Esta técnica, conforme representado na Figura 3.4, divide-se em cinco etapas repetidas ciclicamente.



Figura 3.4- Técnica de propagação automática de fenda usada neste trabalho (Branco et al, 2015).

Em primeiro lugar é criado um modelo de elementos finitos 3D que representa o corpo fissurado (Fig. 3.4a). Seguidamente é calculado o campo de deslocamentos nos nós da frente de fenda (Fig. 3.4b). Em terceiro lugar, os fatores de intensidade de tensão (K<sub>i</sub>) são calculados ao longo dos nós da frente da fenda através do método de extrapolação por dois pontos (Fig. 3.4c). Posteriormente, é aplicado um modelo de propagação baseado em curvas experimentais da/dN- $\Delta K$  para calcular os avanços dos nós da frente da fenda  $\Delta a_i$  e o número N de ciclos de fadiga correspondente (Fig. 3.4d). Finalmente, os nós de canto da frente de fenda são recolocados nas suas posições finais utilizando uma curva do tipo *cubic spline* definida a partir das posições provisórias obtidas no passo anterior. Desta forma é definida uma nova frente de fenda, que é usada diretamente como dado de entrada na próxima iteração. O procedimento é repetido, enquanto o valor crítico de tenacidade à fratura (K>K<sub>IC</sub>) ou do comprimento de fenda (a>a<sub>c</sub>) não forem atingidos.

No método da extrapolação por dois pontos, os valores de K<sub>i</sub> são determinados para dois pontos (A e B) e extrapolados para a frente da fenda ( $\Theta$ =0). Para um nó arbitrário P, localizado na face superior da fenda ( $\Theta$ = $\pi$ ), o valor de K é definido por:

$$\mathbf{K} = \sqrt{\frac{\pi}{8*r_p}} * \mathbf{E}' * \mathbf{v}_p \tag{3.4}$$

sendo  $r_p$  a distância radial entre o nó P e a ponta da fenda,  $v_p$  o deslocamento da abertura da fenda e E' o módulo de Young modificado ( $E'=E(1-v)^2$ ) para estado plano de tensão e E'=E' para estado plano de deformação. As constantes elásticas do material estão indicadas na Tabela 3.1. De forma a simular a singularidade de tensões linear elástica r<sup>-0.5</sup> da frente de fenda, os nós intermédios que envolvem a frente de fenda foram deslocados para posições a <sup>1</sup>/<sub>4</sub> da aresta.



Figura 3.5- a) Determinação esquemática do fator de intensidade de tensão ao longo da frente de fenda usando o método de extrapolação por dois pontos; b) Identificação dos nós movidos para posições a <sup>1</sup>/<sub>4</sub> da aresta. (Branco, 2013).

O incremento de fenda é calculado a partir da Lei de Paris (expressão 3.5) onde da/dN representa a taxa de crescimento da fenda,  $\Delta K$  representa a gama do fator de intensidade de tensão na frente de fenda, e C e m são constantes de propagação do material.

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \tag{3.5}$$

Através desta expressão, é possível obter a fórmula para o cálculo dos incrementos locais dos nós de canto, assumindo que a propagação ocorre ao longo da direção normal à frente da fenda. Assim, para carregamento em Modo I, para um nó arbitrário *i*, o incremento de fenda normal para a iteração *j* pode ser determinado por:

$$\Delta a_i^{(j)} = \left[\frac{\Delta K_i^{(j)}}{\Delta K_{máx}^{(j)}}\right]^m \Delta a_{máx}^{(j)}$$
(3.6)

sendo  $\Delta a_i^{(j)}$  o incremento de crescimento de fenda do nó i<sup>th</sup> para a iteração j<sup>th</sup>,  $\Delta a_{max}^{(j)}$  o incremento máximo de crescimento da fenda para a iteração j<sup>th</sup>,  $\Delta K_{max}^{(j)}$  a gama máxima do fator de intensidade de tensões para a iteração j<sup>th</sup>, e *m* o expoente da Lei de Paris.

Como em situações práticas  $\Delta K$  varia com a dimensão de fenda, a vida de fadiga pode ser obtida através de um algoritmo de Euler, onde j é o número de intervalos de propagação considerados:

$$N^{(j+1)} = N^{(j)} + \Delta N^{(j)} \leftrightarrow N^{(j+1)} = N^{(j)} + \frac{\Delta a^{(j)}}{c[\Delta K(a^{(j)})]^m}$$
(3.7)

As simulações de crescimento de fenda por fadiga foram efetuadas usando o software Lynx, desenvolvido por Branco et al (2012a, 2014). Este programa permite simular o crescimento da fenda de fadiga para fendas planas sujeitas a carregamentos em modo I. Apresenta diversas vantagens, tais como a facilidade de uso, a sua funcionalidade para propósitos educativos, grande eficiência e rapidez de cálculo. A estratégia adotada para criar a malha de elementos finitos apresenta-se na Figura 2.5. A construção da malha de elementos finitos teve início na frente de fenda. Isso elimina alguns erros numéricos que ocorrem nos procedimentos em que a fenda é inserida *a-posteriori no* modelo numérico. A frente de fenda foi dividida em 18 nós de canto e 17 nós intermédios. Foi criada uma malha em teia de aranha, consistindo em três anéis concêntricos com cinco elementos a envolver a frente de fenda. Posteriormente foi adicionada uma malha intermédia que teve como objetivo principal promover uma transição suave de uma região muito refinada na frente de fenda para uma região mais grosseira em regiões afastadas da frente de fenda. Por fim, adicionou-se uma malha regular que visou, essencialmente, reduzir o esforço computacional. No primeiro anel concêntrico da malha teia de aranha foram usados elementos colapsados isoparamétricos singulares de 20 nós com os nós intermédios deslocados para um quarto da aresta (Figura 3.6c). Nas outras regiões da malha foram usados elementos isoparamétricos de 20 nós (Figura 3.6a). A malha intermédia foi criada a partir de um padrão retangular que combina elementos isoparamétricos de 20 nós (Figura 3.6a), com elementos colapsados isoparamétricos de 20 nós (Figura 3.6b). O modelo de elementos finitos tinha um número total de 3533 elementos isoparamétricos e 41056 nós.



Figura 3.6- Tipo de elementos isoparamétricos utilizados (Branco et al, 2013a): a) elemento isoparamétrico de 20 nós; b) elemento isoparamétrico de 20 nós colapsado; c) elemento isoparamétrico de 20 nós colapsado com os nós a um quarto da aresta.

O material foi considerado linear elástico e isotrópico. Os campos de deslocamentos foram obtidos através de um software comercial de elementos finitos COSMOS /M 2.0 (Cosmos, 1998).

O fenómeno de fecho de fenda foi simulado considerando-se a gama efetiva do fator de intensidade de tensão ( $\Delta K_{eff}$ ). Para o nó i<sup>th</sup> da iteração j<sup>th</sup>, foi definido por:

$$\Delta K_{eff,i}^{(j)} = U_i \cdot \Delta K_i^{(j)} \tag{3.8}$$

onde  $\Delta K_i^{(j)}$ é a gama do fator de intensidade de tensão e U<sub>i</sub> é a fração do ciclo de carga para a qual a fenda permanece totalmente aberta. Neste trabalho, considerou-se que U variava linearmente na região superficial (S<sub>1</sub>) entre o valor de fecho de fenda obtido para estado plano de tensão (U<sub>A</sub>) e o valor para estado plano de deformação (U<sub>B</sub>). Nas regiões interiores, predominantemente sujeitas a estado plano de deformação, considerou-se um valor constante de fecho de fenda igual a U<sub>B</sub>. A extensão da camada superficial (S<sub>1</sub>) foi definida em função da espessura usando a metodologia proposta por Branco et al (2012b). Especificamente para o caso de geometrias com fendas passantes, o valor de S<sub>1</sub> mantém-se constante ao longo da propagação, dependendo apenas da espessura da peça.

Os valores do fecho de fenda para estado plano de tensão foram calculados através da expressão seguinte:

$$U = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{ab}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \tag{3.9}$$

sendo  $\sigma_{ab}$  a tensão para a qual a fenda está totalmente aberta,  $\sigma_{máx} e \sigma_{mín}$  as tensões máxima e mínima do ciclo de carga, respetivamente. Os valores de U<sub>A</sub> foram obtidos usando os resultados ( $\sigma_{ab} / \sigma_{máx}$ ) do modelo de PICC descrito no capítulo 3.2. Os níveis de fecho de fenda para estado plano de deformação (U<sub>B</sub>) foram definidos através da equação 3.9, considerando valores de  $\sigma_{ab} / \sigma_{máx}$  dados pela expressão 3.10, proposta por Antunes et al (2015), que obtém  $\sigma_{ab} / \sigma_{máx}$  para estado plano de deformação a partir dos valores calculados para estado plano de tensão.

$$\left(\frac{\sigma_{ab}}{\sigma_{máx}}\right)_{B} = 1.808 \left(\frac{\sigma_{ab}}{\sigma_{máx}}\right)_{A}^{3.656}$$
(3.10)



Figura 3.7- Definição dos valores de fecho de fenda ao longo da simulação.

# 3.4- Quantificação da vida de fadiga

Neste trabalho foram estudados, de forma sistemática, os efeitos de diferentes variáveis na vida de fadiga, nomeadamente os efeitos da espessura da peça, das constantes de propagação, do instante de aplicação da sobrecarga, da intensidade da sobrecarga, da razão de tensão, e do número de sobrecargas.

As simulações de propagação foram iniciadas a partir de fendas retas com  $a_0 = 0,5$ mm, 1,0 mm ou 1,516mm, e interrompidas quando o comprimento máximo de fenda  $a_f$  atingia 8mm. O cálculo da vida de fadiga foi obtido, por interpolação linear, para um comprimento médio de fenda  $a_m$  igual a 7.5 mm.

Foram também traçadas curvas da/dN - a. Para tal, utilizaram-se os valores de  $\Delta a/\Delta N$  obtidos em cada simulação. Foram traçados dois tipos de curvas: o primeiro considerava o comprimento de fenda igual ao valor do nó superficial; e o outro considerava o comprimento do nó interior. Além destas curvas, foram ainda quantificadas as distâncias de estabilização ( $D_T$ ).
## CAPÍTULO 4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Neste capítulo são apresentados e analisados os principais resultados numéricos obtidos no decorrer deste trabalho. Na secção 4.1 encontram-se os resultados típicos de PICC, obtidos nos estudos numéricos desenvolvidos previamente, e que foram considerados nas simulações numéricas de propagação de fendas por fadiga. Na secção 4.2 apresentam-se os estudos de otimização das variáveis numéricas nos estudos de fadiga, assim como os resultados em termos de vida de fadiga segundo diferentes condições de propagação.

### NOMENCLATURA

*a* – Comprimento de fenda

 $a_0$  – Comprimento inicial de fenda

as – Comprimento de fenda na aplicação da sobrecarga

C e m – Constantes da Lei de Paris

da/dN – Taxa de propagação da fenda

L<sub>1</sub> – Dimensão radial dos elementos singulares

 $L_2-$  Dimensão do segundo anel da frente de fenda

 $L_3$  – Dimensão do terceiro anel da frente de fenda

F<sub>máx</sub> – Força máxima aplicada

F<sub>mín</sub> – Força mínima aplicada

Fs-Valor da sobrecarga

*K* – Fator de intensidade de tensão

N - Número de ciclos de fadiga

N<sub>d</sub>-Número de ciclos de atraso

R-Razão de Tensão

 $S_1$  – Extensão da camada superficial

t – Espessura do corpo fissurado

W – Largura da amostra

 $\sigma_{ab}$  – Tensão de abertura de fenda

 $\sigma_{max}$  – Tensão máxima do ciclo de carga

 $\sigma_{min}$ – Tensão mínima

 $\sigma_{s-}$  Tensão da sobrecarga

 $\sigma_{\text{Base}}$ - Tensão da simulação estável

 $\Delta a-Incremento \ de \ fenda$ 

 $\Delta a_{máx}$  – Incremento máximo de fenda

 $\Delta N$  – Acréscimo de vida de fadiga

 $\Delta N_{estável} - Acréscimo \ de \ vida \ de \ fadiga \ da \ simulação \ estável$ 

## SIGLAS

OLR – Overload Rate (Taxa de Sobrecarga) PICC – Plastic Induced Crack Closure (Fecho de Fenda Induzido por Plasticidade)

#### 4.1- Valores típicos de PICC

A Figura 4.1 representa as curvas típicas dos valores de abertura da fenda para carregamentos de amplitude constante e para diferentes valores de razão de sobrecargas (OLR). Este caso específico corresponde a uma tensão de base máxima igual a 33.3 MPa e uma razão de tensão (R) igual a 0. A propagação da fenda começou para uma frente de fenda reta (a<sub>0</sub>) igual a 5mm e as sobrecargas isoladas foram aplicadas para comprimentos de fenda a<sub>s</sub> iguais a 5.48mm. Como se pode ver, os valores de abertura da fenda para amplitude constante começam próximo de 0, cerca de 0.177, e depois tendem para uma assimptota de valor próximo a 0.589. No primeiro estágio de propagação da fenda, a razão entre a tensão máxima e a tensão de abertura,  $\sigma_{máx}/\sigma_{ab}$ , aumenta rapidamente. Contudo, depois deste período inicial, apesar dos valores de fecho de fenda induzido por plasticidade (PICC) subirem, esta subida acontece de uma forma muito mais moderada.

Em relação aos casos de aplicação de sobrecargas, torna-se claro que há 3 diferentes variáveis que podem ser usadas para descrever as diferenças entre as curvas, isto é, o valor mínimo após cada sobrecarga, o valor máximo após cada sobrecarga e a distância de estabilização. O valor mínimo após cada sobrecarga, como já foi discutido por outros autores, não é completamente compreendido. Quanto aos outros dois parâmetros, ambos tendem a aumentar com o aumento da razão de carregamento. Este facto é expectável e está de acordo com a literatura (Morteza, 2014). A Figura 4.2 compara as curvas *da/dN-a* típicas, isto é, a taxa de crescimento da fenda versus comprimento de fenda, obtidas para os casos representados na figura anterior. O atraso na taxa de crescimento da fenda aumenta com a razão da sobrecarga. É de notar que para OLR=2.0 a fenda parou. Isto está em concordância com as conclusões da literatura. Em geral, para OLR superior a 1.75 a fenda tende a parar.



Figura 4.1- Valores de abertura da fenda ( $a_0 = 5 \text{ mm}$ ;  $a_s = 5.48 \text{ mm}$ ;  $\sigma_{max} = 33.3 \text{ MPa}$ , R=0).



Figura 4.2- Curvas da/dN versus a para amplitude constante e diferentes valores de sobrecarga (t/2 = 5mm;  $a_0$ =0.5mm;  $a_s$  = 2mm).

#### 4.2- Propagação da fenda

Esta secção divide-se em duas partes. A primeira analisa o efeito das principais variáveis numéricas nos resultados da vida de fadiga. Na segunda parte, aplica-se o procedimento otimizado com o objetivo de compreender como são afetadas as vidas de fadiga obtidas em diferentes condições de propagação, nomeadamente no que diz respeito a diferentes intensidades de carga, diferentes instantes de aplicação da sobrecarga, diferentes materiais, entre outros.

#### 4.2.1 – Otimização

O procedimento de propagação automática depende de parâmetros físicos e parâmetros numéricos. Os primeiros são características do problema físico que se pretende estudar, não controláveis nem alteráveis (por exemplo: geometria, propriedades do material, condições de fronteira, lei de propagação, forma inicial da fenda, fecho de fenda e tensões residuais). Os segundos fazem parte do modelo numérico desenvolvido para estudar a situação física e requerem uma otimização prévia. Estes últimos estão detalhados na tabela seguinte, e podem dividir-se em três tipos principais: i) desenvolvimento de um modelo de elementos finitos representativo do problema; ii) cálculo do fator de intensidade de tensão na frente de fenda; iii) aplicação de um modelo apropriado para crescimento da fenda. Alguns parâmetros têm valores universais ótimos, enquanto outros requerem estudos paramétricos específicos que diferem de caso para caso.

Método dos elementos finitos		Cálculo de K	Modelo de crescimento da fenda
Topologia da malha Tipo de elementos finitos Tamanho radial dos elementos	-	Método de cálculo de K Parâmetros de cálculo de K	Incremento de crescimento da fenda
da frente da fenda Densidade e orientação			
das camadas Definição da frente de fenda			

Tabela 4.1 – Identificação dos parâmetros numéricos independentes que afetam a fiabilidade do procedimento numérico (Branco, 2013).

Seguidamente descrevem-se os parâmetros numéricos que foram otimizados neste estudo.

#### 4.2.1.1- Topologia da malha

No presente trabalho, como foi descrito em pormenor no Capítulo 3.3, usou-se uma malha de elementos finitos constituída por três regiões diferentes: malha em teia de aranha, malha de transição, e malha regular. Não foi efetuado nenhum estudo de otimização específico, uma vez que esta topologia já foi otimizada em estudos anteriores (Branco, 2013).

#### 4.2.1.2- Tipo de elementos finitos

A malha de elementos finitos usada nesta investigação foi concebida a partir de três tipos de elementos finitos: elementos isoparamétricos hexaédricos de 20 nós, elementos isoparamétricos hexaédricos colapsados de 20 nós, e elementos isoparamétricos colapsados de 20 nós com os nós intermédios deslocados para um quarto da aresta. Tal como foi referido acima, atendendo a que o estudo sobre os efeitos dos vários tipos de elementos foi efetuado em trabalhos anteriores (Antunes, 1999), não se procedeu a nenhuma análise específica relativamente a este tópico.

#### 4.2.1.3- Dimensão radial dos elementos da frente de fenda

Na malha com padrão teia de aranha, o primeiro anel de elementos desempenha um papel importante na fiabilidade dos resultados numéricos, como explicado detalhadamente no Capítulo 2.1. A dimensão radial dos elementos da frente de fenda corresponde à largura  $L_1$  do primeiro anel (Figura 4.3). Na literatura, os valores ótimos de  $L_1$  dependem da geometria da peça e do tipo de carregamento. Nalguns casos foi também identificado um forte efeito da dimensão da fenda. Neste trabalho foram estudadas as diferenças provocadas na vida de fadiga para diferentes valores de  $L_1$ , que variaram entre W/400 e W/250. Como base neste estudo, e tendo em conta as diferenças pouco significativas registadas, como se pode observar na Figura 4.3, adotou-se um valor de base  $L_1=W/325$ , para as simulações com e sem aplicação de sobrecarga.

Os resultados obtidos, em ambos os casos, permitiram concluir que as alterações provocadas na vida de fadiga N relativamente ao valor de L<sub>1</sub>=W/325 (considerado valor de referência por ser o valor ótimo obtido para esta geometria em estudos anteriores) são inferiores a 3%, pelo que neste estudo se optou por prosseguir com L<sub>1</sub>=W/325.

Também foi analisado o efeito da variação da largura do segundo anel (L<sub>2</sub>) em N, mantendo-se constantes as restantes dimensões das camadas de malha em teia de aranha. Uma vez que as diferenças percentuais obtidas na variação de N eram mínimas (inferiores a 2%) relativamente ao caso L<sub>2</sub>=W/325, este foi o valor adotado nas simulações.

Quanto às variações do comprimento radial do terceiro anel ( $L_3$ ), não se efetuou qualquer estudo, pois sabe-se que a sua influência é muito reduzida por estar numa zona relativamente afastada da frente de fenda (Antunes, 1999; Branco, 2006).



Figura 4.3- Efeito do comprimento radial dos elementos da frente de fenda no número de ciclos.

#### 4.2.1.4- Orientação e refinamento das camadas

Grande parte dos estudos numéricos publicados sobre propagação de fendas por fadiga assumem camadas uniformes ao longo da frente de fenda. Neste estudo adotou-se também este padrão.

Tal como foi mencionado no Capítulo 2.1, a malha de elementos finitos deve ser adequada para simular com precisão a extensão das camadas superficiais ( $S_1$ ). Como não há, atualmente, metodologias objetivas e unanimemente aceites para definir a extensão destas regiões, fez-se um estudo paramétrico com o objetivo de perceber o efeito da dimensão destas variáveis nos resultados da vida de fadiga (Figura 4.4). Assim, foram considerados valores de  $S_1$  entre 0.125e

0.75mm. Para os diversos casos foram efetuadas simulações com e sem aplicação de sobrecargas.

As diferenças nos valores de N foram elevadas, o que seria expetável, e o que mostra também a importância destas regiões na correta simulação numérica dos fenómenos de propagação de fendas por fadiga. Devido à variação registada, optou-se por trabalhar com  $S_1 = 0.125$ mm, que corresponde ao valor ótimo obtido para esta geometria para carregamentos com amplitude constante (Branco et al, 2012b). Contudo, na presença de sobrecargas, é expetável que a extensão da camada superficial possa ser diferente.



Figura 4.4- Efeito da extensão da camada superficial no número de ciclos.

A influência do número de camadas da frente de fenda no valor de N também foi investigada (Figura 4.5). Verificaram-se diferenças consideráveis no intervalo de valores estudado (5-9 camadas uniformemente distribuídas), tendo ocorrido uma estabilização de N a partir de oito camadas (valor adotado).



Figura 4.5- Efeito do número de camadas da frente de fenda no número de ciclos.

#### 4.2.1.5- Definição da frente de fenda

Neste trabalho, a frente de fenda foi definida usando uma função do tipo *cubic spline*. Optou-se por este método de aproximação em vez da função poligonal pois o perfil da nova frente de fenda é mais suave e realista, conduzindo a estimativas mais precisas dos fatores de intensidade de tensão, conforme descrito no Capítulo 2.1.

Também o refinamento da malha, junto da frente de fenda, foi objeto de análise (Figura 4.6). Definiu-se, inicialmente, uma frente de fenda com dezoito nós de canto e dezassete nós intermédios. Depois variou-se o número de nós de canto até vinte e seis nós, registando-se o valor de N para cada simulação, com e sem a aplicação de sobrecarga.

Os resultados deste estudo mostraram que, tanto para o caso com sobrecarga como sem sobrecarga, as variações provocadas em N eram mínimas em termos percentuais (inferiores a 2.7%), pelo que do ponto de vista computacional é vantajoso o uso de dezoito nós de canto na frente de fenda, pois reduz o tempo de computação gasto em cada simulação.



Figura 4.6- Influência do número de nós de canto no número de ciclos.

#### 4.2.1.6- Cálculo do fator de intensidade de tensão

A obtenção dos valores do fator de intensidade de tensão é decisiva para uma correta previsão de N. Como descrito no Capítulo 2.1, os métodos numéricos para cálculo do fator de intensidade de tensão, K, podem ser divididos em métodos de ajustamento aos deslocamentos ou métodos energéticos. É importante mencionar que os métodos energéticos são mais precisos mas requerem mais esforço computacional. Neste trabalho optou-se por usar um método de ajustamento aos deslocamentos, designado por método de extrapolação com dois pontos, resumido no Capítulo 3.3. Este combina precisão e eficiência, e já foi usado com êxito em diversas situações (Branco, 2008; Branco 2012).

#### 4.2.1.7- Incremento de fenda

O avanço máximo da frente de fenda,  $\Delta a_{máx}$ , está intimamente relacionado com a precisão da forma da fenda e com os valores de N. Conforme explicado no Capítulo 2.1, geralmente são usados valores pequenos durante o processo de propagação da fenda para se obterem melhores resultados. Para este estudo foi analisada a influência do valor do incremento de fenda  $\Delta a$  em N, com e sem aplicação de sobrecargas. Simularam-se casos com  $\Delta a$  a variar entre W/250 e W/2000. Na Figura 4.7 apresentam-se os resultados para as simulações com

sobrecargas. Comparativamente com o incremento de fenda de W/2000, valor onde se obtém maior precisão, calculou-se o erro relativo percentual na vida de fadiga. Definiu-se como objetivo que o erro relativo deveria ser igual ou inferior a 0.25%. A partir de valores de  $\Delta a$  superiores a W/450 foi possível obter erros relativos de 0.098% no caso sem aplicação de sobrecarga e de 0.18% com sobrecarga. Com base nesta análise, adotou-se um incremento máximo de fenda igual a W/450.



Figura 4.7- Influência do incremento máximo de fenda no número de ciclos para um caso com sobrecarga.

#### 4.2.2- Resultados

#### 4.2.2.1- Efeito do valor e instante de aplicação da sobrecarga

Conforme descrito no Capítulo 3.1, definiu-se uma frente de fenda reta com camadas uniformes e t=5mm. Analisaram-se os efeitos do valor da sobrecarga ( $F_s$ ) e do instante de aplicação da sobrecarga ( $a_s$ ) considerando fendas de comprimento inicial  $a_0$  iguais a 0.5mm e 1.516mm. De forma a prever apenas a influência provocada pela sobrecarga no número de ciclos (N), definiram-se curvas de PICC onde os valores anteriores e posteriores à aplicação da sobrecarga são idênticos aos da curva estável, situação idêntica à representada na Figura 4.1.

Simularam-se casos para amplitude constante e casos com uma sobrecarga aplicada para  $a_s$  igual a 2mm, 3mm, 4mm e 5mm, assumindo valores de  $F_s$  de 125N, 150N, 175N e 200N.

Os resultados permitiram concluir que para esta espessura, razão de tensão e constantes de propagação, a aplicação da sobrecarga para um comprimento de fenda maior (as=5mm) apresenta melhores resultados. Tendo em conta os resultados das curvas da/dN da Figura 4.8, verifica-se que há uma redução cada vez maior da velocidade de propagação, e um aumento da distância de estabilização, à medida que a sobrecarga é aplicada para comprimentos de fenda maiores. Este efeito de redução da velocidade de propagação tende a não ser tão evidente para valores de sobrecarga menores, como mostra a Figura 4.9. Também, quanto maior é o valor da sobrecarga, menor é a velocidade de propagação resultante, e maior é a extensão do efeito transiente, como se pode observar nas Figuras 4.10 e 4.11. Esta conclusão é independente do comprimento de fenda em que é aplicada a sobrecarga, como se constata ao comparar os resultados das figuras. Para 200N (casos não representados) verificou-se em todas as simulações realizadas que a fenda deixa de propagar, o que conduz a acréscimos de vida de fadiga extremamente elevados. Em termos numéricos, esta situação era identificada pela obtenção de valores de fecho de fenda negativos. Há também a registar, o que de certa forma é expetável, que para o comprimento inicial menor (a<sub>0</sub>=0.5mm), os acréscimos de vida são muito maiores.



Figura 4.8- Curvas *da/dN versus a:* t=5mm, a<sub>0</sub>=1.516mm, F<sub>S</sub>=175N.



Figura 4.9- Curvas *da/dN versus a:* t=5mm, a<sub>0</sub>=1.516mm, F<sub>S</sub>=150N.



Figura 4.10- Curva *da/dN versus a*: t=5mm, a<sub>0</sub>=1.516mm, a<sub>s</sub>=2mm.



Figura 4.11- Curva *da/dN versus a*: t=5mm, a<sub>0</sub>=1.516mm, a<sub>s</sub>=4mm.

#### 4.2.2.2- Influência da espessura do modelo

Numa segunda fase do trabalho estudou-se a influência da espessura da peça. Consideraram-se comprimentos iniciais de fenda iguais a 0.5mm e 1.516mm, e três valores de t (2.5mm, 5mm e 7.5mm). Foram aplicadas sobrecargas com intensidades variáveis (125N, 150N, 175N e 200N), para valores de  $a_s$  iguais a 2,3,4, e 5mm. Tal como descrito no Capítulo 3, registaram-se os efeitos na vida de fadiga.

Os resultados obtidos não são totalmente conclusivos. Na Tabela 4.2 estão representados os acréscimos de vida e as distâncias de estabilização para t=5 mm. No caso de  $F_s$ =125 N houve um acréscimo de vida maior à medida que as aumentou de 2 para 3 mm mas posteriormente essa tendência inverteu-se com o aumento de as para 4 e 5 mm. No caso com  $F_s$ =150 N verificou-se uma ligeira redução do acréscimo de vida à medida que as aumentou (o que parece ser coerente com os resultados da Figura 4.9). Há, ainda, a registar o caso com  $F_s$ =175N em que a vida aumentou consideravelmente com o valor de as (o que está de acordo com os resultados da Figura 4.8). Verificou-se que o comportamento observado está muito dependente da espessura da peça. Os resultados do número de ciclos de retardamento, Nd, indicados na Tabela 4.2, estão também de acordo com os comportamentos referidos acima. Para t=2.5mm foi observado um comportamento muito semelhante. Quando  $F_s$ =125 N, observou-se um acréscimo de vida desde as=2mm até 3mm, diminuindo sucessivamente até 5mm. No caso de

 $F_S$ =150 N, a percentagem de acréscimo de vida diminuiu ligeiramente com o aumento de a<sub>S</sub>. Por fim, para  $F_S$ =175N, a vida aumentou rapidamente com o valor de a<sub>S</sub>. Nas simulações efetuadas para t=7.5mm, observou-se apenas uma variação comparativamente aos outros estudos de t. Assim, para  $F_S$ =125 N, não houve um acréscimo de vida seguido de uma diminuição, mas sim um decréscimo gradual.

a <sub>s</sub> [mm]	2	3	4	5
Sobrecarga [N]		Acréscin	no [%]	
125	6,19	6,48	5,39	5,37
150	22,08	19,14	16,13	14,63
175	260,79	378,36	782,02	5251,98
Sobrecarga [N]		Nd [cio	clos]	
125	901369,25	942154	785710	733402
150	3220855	2790299	2353692	2065388
175	3,80E+07	5,50E+07	1,13E+08	7,66E+08

Tabela 4.2 – Acréscimo de vida percentual em função do valor e local de aplicação da sobrecarga, para espessura de 5mm.

Nas Figuras 4.12 e 4.13 demonstra-se o efeito das diferentes sobrecargas em N para  $a_s=2$  e 5mm, considerando uma espessura t=5mm. Como se pode constatar, o efeito na vida de fadiga é muito mais significativo para valores de sobrecarga maiores (175N e superiores), e a sua aplicação mais tarde é mais vantajosa.



Figura 4.12- Curva *a*-*N* para t=5mm,  $a_0$ =0.5mm,  $a_s$ =2mm.



Figura 4.13- Curva *a*-*N* para t=5mm,  $a_0$ =0.5mm,  $a_s$ =5mm.

Em termos de  $N_d$ , os valores obtidos são coerentes com os resultados da literatura: para o mesmo nível de tensão, tendem a aumentar à medida que se passa de casos predominantemente sobre estado plano de deformação (amostras mais espessas) para casos predominantemente sobre estado plano de tensão (amostras menos espessas).

#### 4.2.2.3- Influência do bloco de carregamento base

Analisou-se a influência do bloco de carregamento estável em N. Para tal, considerouse t=7.5mm. Num conjunto de simulações fez-se variar a força máxima do bloco, e noutro conjunto de simulações fez-se variar a força mínima. Para cada uma das situações referidas foram obtidas curvas de PICC semelhantes às representadas na Figura 4.1.

Os resultados permitiram concluir que, quando a força máxima se manteve constante, a diminuição da força mínima aplicada tendeu a desfavorecer o acréscimo percentual de N (Figuras 4.14 e 4.15). Por outro lado, nas simulações em que se variou a força máxima e se manteve a força mínima constante, o aumento da força máxima provocou uma diminuição do acréscimo percentual de N. Desta forma, é percetível que o intervalo desejável entre a força mínima e a força máxima não deve ser demasiado amplo, sob pena de desfavorecer o acréscimo percentual de N. Em qualquer dos casos, a aplicação da sobrecarga mais cedo ( $a_s=2mm$ ), e para valores mais elevados ( $F_s \ge 175N$ ) mostrou melhores resultados.



Figura 4.14- Acréscimo de vida percentual em função do valor da sobrecarga ( $F_{mín}$ =60 N;  $F_{máx}$ =140 N).



Figura 4.15- Acréscimo de vida percentual em função do valor da sobrecarga ( $F_{mín}=20 \text{ N}$ ;  $F_{máx}=140 \text{ N}$ ).

#### 4.2.2.4- Efeito das constantes da lei de Paris

Considerando t=7.5mm, investigou-se o efeito das constantes da Lei de Paris (C e m) no acréscimo percentual de N e em N<sub>d</sub>. Estudaram-se dois conjuntos de simulações: no primeiro conjunto variou-se C e no outro conjunto variou-se m. As simulações foram efetuadas considerando, tal como nos casos anteriores, diferentes intensidades de sobrecarga, e diferentes instantes de aplicação da sobrecarga. Em todos os casos manteve-se um comprimento inicial de fenda igual a 0.5mm. Os resultados obtidos foram comparados com aqueles que se obtiveram com as constantes de referência deste trabalho, como especificado atrás, respetivamente  $C=1.45 \times 10^{-11}$  e m=3.4.

Os resultados mostram que a variação de C não apresenta alterações ao nível do acréscimo percentual de N, mas, com a diminuição deste parâmetro,  $N_d$  aumenta linearmente (Figura 4.16).



Figura 4.16- Ciclos de retardamento em função do valor da sobrecarga ( $a_s=4mm$ ; m=3.4; C=variável).

O aumento de m traduz-se num aumento do acréscimo percentual de N, que, nos casos de valores menores de sobrecargas (125N, 150N), e para instantes de aplicação de 3mm, 4mm, e 5mm, não é acompanhado pelo aumento de  $N_d$  (Figura 4.17).



Figura 4.17- Ciclos de retardamento em função do valor da sobrecarga;  $a_s=3mm$ ; C=1.45x10<sup>-11</sup>; m=variável.

#### 4.2.2.5- Efeito de múltiplas sobrecargas

Foi investigado o efeito de múltiplas sobrecargas no acréscimo de vida. Considerou-se t=5 mm e  $a_0=0.5$  mm. As curvas de PICC foram obtidas para R=0 ( $F_{máx}=140$  N,  $F_{mín}=0$ N). A primeira sobrecarga foi aplicada aos 2mm. Numa primeira fase, estudou-se um caso sem aplicação de sobrecarga, um caso com uma só sobrecarga, e, posteriormente, três casos com duas sobrecargas aplicadas aos 2.5mm com intensidades de 80N, 100N e 120N. Numa segunda fase, analisaram-se três casos com duas sobrecargas, sendo a segunda aplicada aos 4.5mm.

Os resultados da primeira parte estão em consonância com os resultados anteriores, aumentando  $\Delta N$  sequencialmente, assumindo o menor valor na simulação estável (Figura 4.18).

Simulações 1ªFase	$\Delta N / \Delta N_{estável}$		
Estável	0		
1 Sobrecarga	10,79		
2ª Sobrecarga (80 N)	21,08		
2 <sup>a</sup> Sobrecarga (100 N)	27,20		
2ª Sobrecarga (120 N)	28,09		

Tabela 4.3 - Simulações da primeira fase, com aplicação de sobrecargas múltiplas



Figura 4.18- Curva *a-N* : t=5mm;  $a_0$ =0.5mm;  $F_{mín}$ =0N;  $F_{máx}$ =140N. Em três casos, a segunda sobrecarga foi aplicada aos 2.5mm.

Por outro lado, os resultados da segunda fase, apesar de aumentarem ligeiramente na aplicação da segunda sobrecarga (80N), diminuem desde aí até à segunda sobrecarga (120N), como se pode verificar na Figura 4.19. Conclui-se que para esta situação, a aplicação da segunda sobrecarga mais tarde é menos vantajosa.

Simulações 2ªFase	$\Delta N / \Delta N$ estável
Estável	0
1 Sobrecarga	10,79
2ª Sobrecarga (80 N)	21,32
2ª Sobrecarga (100 N)	20,55
2ª Sobrecarga (120 N)	19,37

Tabela 4.4 - Simulações da segunda fase, com aplicação de sobrecargas múltiplas



Figura 4.19- Curva *a*-*N* : t=5mm; a<sub>0</sub>=0.5mm; F<sub>mín</sub>=0N; F<sub>máx</sub>=140N. Em três situações, a segunda sobrecarga foi aplicada aos 4.5mm.

# CAPÍTULO 5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este capítulo apresenta as conclusões gerais da dissertação e identifica alguns tópicos que requerem investigação adicional.

O presente trabalho apresenta duas partes distintas: otimização do procedimento automático de propagação de fenda e os resultados numéricos em termos de variação da vida de fadiga, após essa otimização. A seguir referem-se as principais conclusões relativas a cada uma destas partes, bem como sugestões para trabalhos futuros.

• Otimização do procedimento automático de propagação de fenda:

 Utilizou-se uma malha de elementos finitos constituída por três regiões diferentes: malha teia de aranha, malha de transição, e malha regular. Optou-se por esta topologia uma vez que apresentou resultados bastante aceitáveis em estudos anteriores.

- A malha de elementos finitos foi concebida a partir de elementos finitos isoparamétricos, devido aos resultados satisfatórios publicados na literatura.

Verificou-se que a vida de fadiga N é pouco afetada, em termos percentuais, pela dimensão radial dos elementos da frente de fenda, L1, e também pela dimensão radial do segundo anel,
L2. De facto, as diferenças nos valores de N obtidos são inferiores a 3%.

 Analisou-se o efeito da dimensão das camadas superficiais na vida de fadiga, tendo-se verificado diferenças até 10%, o que mostra a importância destas regiões na simulação numérica de fenómenos de propagação.

- O refinamento da malha junto da frente de fenda foi objeto de análise, tendo-se concluído que as variações provocadas na vida de fadiga numa malha com dezoito nós de canto eram inferiores a 2.7% relativamente à malha mais refinada, com vinte e seis nós de canto.

Os valores de K foram obtidos com o método da extrapolação por dois pontos, devido ao excelente desempenho que apresentou em frentes de fenda retas (erros médios inferiores a 0.5%), de acordo com estudos anteriores.

- Verificou-se que incremento máximo de fenda  $\Delta a_{máx}$  tem uma grande influência na vida de fadiga. Valores relativamente elevados provocam um comportamento oscilatório indesejável em N. Adotou-se um valor com um erro relativo inferior a 0.18%,  $\Delta a_{máx} = W/450$ , para casos com e sem aplicação de sobrecarga.

Resultados numéricos de variação da vida de fadiga:

- O efeito do valor F<sub>s</sub> e do instante de aplicação da sobrecarga a<sub>s</sub> na vida de fadiga N mostrou ser bastante variável e dependente de outros parâmetros, como a espessura, razão de tensão e constantes de propagação. Desta forma, não foi possível tirar ilações sobre o melhor instante para aplicação da sobrecarga, variando de caso para caso. Foi, no entanto, possível concluir que quanto maior é o valor da sobrecarga, menor é a velocidade de propagação resultante, e maior é a extensão do efeito transiente. Verificou-se inclusive, que para todas as simulações realizadas, a aplicação da sobrecarga para F<sub>s</sub> =200N reduz consideravelmente a velocidade de propagação da fenda.

-Verificou-se que o comportamento observado na vida de fadiga está muito dependente da espessura da peça, não sendo possível obter resultados totalmente conclusivos.

- O número de ciclos de retardamento,  $N_d$ , para o mesmo nível de tensão, tende a aumentar à medida que se passa de casos predominantemente sobre estado plano de deformação (amostras mais espessas) para casos predominantemente sobre estado plano de tensão (amostras menos espessas).

- Para o bloco de carregamento estável, o intervalo entre a força máxima e a força mínima aplicada não deve ser demasiado amplo, pois desfavorece o acréscimo percentual de N.

- Analisou-se o efeito das constantes da lei de Paris (C e m) em N e em N<sub>d</sub>. A variação de C não afeta a vida de fadiga, mas é inversamente proporcional a N<sub>d</sub>. Por outro lado, o aumento de m traduz-se num aumento do acréscimo percentual de N, que, para menores valores de sobrecargas e para instantes de aplicação superiores, não é acompanhado pelo aumento de N<sub>d</sub>.

- A aplicação de sobrecargas múltiplas, bem como o espaçamento entre as mesmas, provou afetar a vida de fadiga, requerendo uma investigação cuidadosa. Para o caso estudado, a aplicação da segunda sobrecarga mais tarde foi menos vantajosa.

Sendo a extensão da vida de fadiga por sobrecargas um assunto complexo, dependente de inúmeras variáveis, deixam-se algumas sugestões para trabalho futuros:

- Estudar o efeito de sobrecargas e subcargas (quer isoladas, quer múltiplas), bem como o espaçamento entre as mesmas.

- Estudar o efeito de combinações sobrecargas-subcarga e subcarga-sobrecarga.

- Investigar o efeito da aplicação de sobrecargas e subcargas para diferentes materiais.

- Estudar geometrias com outra forma de fenda, por exemplo, fendas de canto, ou fendas superficiais.

- Estudar o efeito de entalhes laterais, e também o efeito de outro tipo de carregamento, nomeadamente carregamentos em modo misto.

- Efetuar trabalho experimental para validação dos resultados numéricos obtidos ao longo deste estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Antunes FV (1993). Uso do método dos elementos finitos no cálculo do fator de intensidade de tensão, Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Coimbra.

Antunes FV (1999). Influence of frequency, stress ratio and stress state on fatigue crack growth in nickel base superalloys at elevated temperature. PhD thesis, Department of Mechanical and Manufacturing Engineering, University of Portsmouth, United Kingdom

Antunes FV, Nuno Rilo, Ferreira JM, Carlos M. Branco (2001). Análise linear elástica por elementos finitos 3D de um corpo com fenda. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseno en Ingenieria 17, 317-333

Antunes FV, Ferreira JM, Costa JD, Capela C (2002). Fatigue life predictions in polymer particle composites. International Journal of Fatigue 24, 1095-1105.

Antunes, F.V. e Rodrigues, D.M. (2008). Numerical simulation of plasticity induced crack closure: Identification and discussion of parameters. Engineering Fracture Mechanics, 75, 3101–3120.

Antunes, F.V., Branco, R., Costa, J.D. e Rodrigues, D.M. (2010). Plasticity induced crack closure in Middle-Tension specimen: Numerical versus experimental. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 33, 673–686.

Antunes, F.V., Chegini, A.G., Correia, L. e Branco, R. (2014). Numerical study of contact forces for crack closure analysis. International Journal of Solids and Structures, 51, 1330–1339.

Antunes, F.V., D. Camas, L. Correia, R. Branco (2015). Finite element meshes for optimal modelling of plasticity induced crack closure. Engineering Fracture Mechanics, Volume 142, 184-200.

Antunes, F.V., Correia, L. e Ramalho, A.L. (2015b). A parameter for quantitative analysis of plasticity induced crack closure. International Journal of Fatigue, 71, 87–97.

Antunes, F.V., Baptista, J., Correia, L. e Branco, R. (2015c). Effect of overloads on plasticity induced crack closure. International Journal of Solids and Structures (submetido).

#### A

#### B

Bacila A, Decoopman X, Mesmacque G, Voda M, Serban VA (2007). Study of underload effects on the delay induced by an overload in fatigue crack propagation. International Journal of Fatigue 29, 1781-1787.

Bakker A (1992). Three-dimensional constraint effects on stress intensity distributions in plate geometries with through-thickness cracks. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 15, 1051-1069.

Borrego LP, Ferreira JM, Pinho da Cruz JM, Costa JM (2003). Evaluation of overload effects on fatigue crack growth and closure. Engineering Fracture Mechanics 70, 1379-13967.

Branco R (2006). Estudo numérico do crescimento da vida de fadiga em provetes M(T). Tese de mestrado. Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Coimbra

Branco R, Antunes FV (2008). Finite element modelling and analysis of crack shape evolution in mode-I fatigue Middle Cracked Tension specimens. Engineering Fracture Mechanics 75, 3020-3037.

Branco R, Antunes FV, Martins RF (2008a). Modelling fatigue crack propagation in CT specimens. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 31, 452-465.

Branco R, Antunes FV, Martins Ferreira JA, Silva JM (2009). Determination of Paris Law constants with a reverse engineering technique. Engineering Failure Analysis 16, 631-638.

Branco R, Antunes FV, Costa JD (2011). Lynx: A User-Friendly Computer Application for Simulating Fatigue Growth of Planar Cracks Using FEM. Wiley Periodicals, Inc.

Branco R, Antunes FV, Costa JD, Yang F, Kuang Z (2012). Determination of the Paris Law Constants in round bars from beach marks on fracture surfaces. Engineering Fracture Mechanics 96, 96-106.

Branco, R., F.V. Antunes, J.D. Costa (2012a). Lynx: New Tool to Model Mode-I Fatigue Crack Propagation. Proceedings of 4th International Conference on Crack Paths (CP2012), pages 735-742, 19-21 September, Gaeta, Italy, ISBN: 9788895940441. Branco, R., F.V. Antunes, L.H. Ricardo, J.D. Costa (2012b). Extent of surface regions near corner points of notched cracked bodies subjected to mode-I loading. Finite Elements in Analysis & Design, Volume 50, pages 147-160.

Branco R (2013). Fatigue life prediction of notched components subjected to complex loading. PhD Thesis. Department of Mechanical Engineering, University of Coimbra.

Branco R, Antunes FV, Costa JD (2013a). Extent of the surface region in notched Middle Cracked Tension specimens. Key Engineering Materials. Special Issue on Crack Growth Modelling. Edited by M.H. Alibadi, pages 1-21.

Branco, R., F.V. Antunes, J.D. Costa (2014) Lynx: A user-friendly computer application for simulating fatigue growth of planar cracks using FEM. Computer Applications in Engineering Education 22, 375-569.

Branco, R., F.V. Antunes, J.D. Costa (2015). A review on 3D-FE adaptive remeshing techniques for crack growth modelling. Engineering Fracture Mechanics 141, pages 170–195

Burande S, Sethuraman R (1999). Computational simulation of fatigue crack growth and demonstration of leak before break criterion. International Journal of Pressure Vessels and Piping 76, 331-338.

Burton WS, Sinclair GB, Solecki JS, Swedlow JL (1984). On the implications for LEFM of the three-dimensional aspects in some crack / surface intersection problems. International Journal of Fracture 25, 3-32

С

Carpinteri A, Brighenti R, Vantadori S (2010). Influence of the cold-drawing process on fatigue crack growth of a V-notched round bar. International Journal of Fatigue 32, 1136-1145.

Casper M, Mattheck C, Munz D (1990). Propagation of surface cracks in notched and unnotched rods. In: Surface Crack Growth: Models, experiments and structures, ASTM STP 1060, American Society of Testing and Materials, 365-389.

Couroneau N, Royer J (1998). Simplified model for the fatigue crack growth analysis of surface cracks in round bars under mode I. International Journal of Fatigue 20, 711-718.

Couroneau N, Royer J (2000). Simplifying hypotheses for fatigue growth analysis of surface cracks in round bars under mode I. Computers and Structures 77, 381-389.

D

Daiuto RA, Hilberry BM (1984). Effect of thickness on fatigue crack propagation in 7475-T731 aluminum alloy sheet. NASA-CR-172367.

Damri D, Knott JF (1993). Fracture modes encountered following the application of a major tensile overload. International Journal of Fatigue 15, 53-60.

Е

Elber W (1971). The significance of fatigue crack closure under cyclic tension. Damage tolerance in aircraft structures. ASTM STP 486. American Society for Testing and Materials, Philadelphia 230-242.

G

Gavete L, Michavila F, Díez F (1989). A new singularity finite element in linear elasticity. Computational Mechanics 4, 361-371.

Guinea GV, Planas J, Elices M (2000).  $K_1$  evaluation by the displacement extrapolation technique. Engineering Fracture Mechanics 66, 243-255.

Η

Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals. Proceedings of Mathematical, Physical and Engineering Science, Royal Society London.

Hosseini A, Mahmoud MA (1985). Evaluation of stress intensity factor and fatigue crack growth of surface cracks in bending plates. Engineering Fracture Mechanics 22, 957-974.

Κ

Kumar R, Kumar A, Singh K (1996). Effect of rest time after application if single overload cycle on fatigue live. Engineering Fracture Mechanics 54, 147-153.

L

Lin XB , Smith RA (1995). Numerical Prediction of fatigue crack growth of a surface defect. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 18, 247-256

Lin XB, Smith RA (1997). Shape growth simulation of surface cracks in tension fatigued round bars. International Journal of Fatigue 19, 461-469.
Lin XB, Smith RA (1998). Fatigue shape analysis for corner cracks at fastener holes. Engineering Fracture Mechanics 59, 73-87.

Lin XB, Smith RA (1999). Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part I: The numerical technique. Engineering Fracture Mechanics 63, 503-522.

Lin XB, Smith RA (1999a). Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part II: Crack shape change. Engineering Fracture Mechanics 63, 523-540.

Lin XB, Smith RA (1999b). Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part III: stress intensity factor and fatigue crack growth. Engineering Fracture Mechanics 63, 541-556.

Louat N, Sadananda K, Duesbery M, Vasudevan AK (1993). A theoretical evaluation of crack closure. Metallurgical Transactions; 24A:2225–32.

Μ

Mahmoud MA, Hosseini A (1986). Assessment of stress intensity factor and aspect ratio variability of surface cracks in bending plates. Engineering Fracture Mechanics 24, 897-913.

Menezes, L.F., Teodosiu, C. (2000). Three-dimensional numerical simulation of the deep drawing process using solid finite elements. Journal of Materials Processing Technology 97, 100-106

Mills WJ, Hertzberg RW (1967). Load interaction effects on fatigue crack propagation in 2024-T3 aluminum alloy. Engineering Fracture Mechanics 8, 657-667.

Morteza Mehrzadi, Farid Taheri (2014). Materials Science & Engineering A 595. Influence of an overload applied within compressive base-line loading on crack propagation retardation in AM60B magnesium alloy.

Murti V, Valliappan S (1986). A universal optimum quarter point element. Engineering Fracture Mechanics 25, 237-258.

Ν

Narayana KB, Dattaguru B, Ramamurthy TS, Vijayakumar K (1994). A General procedure for modified crack closure integral in 3D problems with cracks. Engineering Fracture Mechanics 48, 167-176.

Nelson DV (1975). Review of fatigue crack-growth prediction under irregular loading. Chicago, IL: Spring Meet, Society for Experimental Stress Analysis 1975, 6-11.

Newman Jr JC, Raju IS (1981). An empirical stress intensity factor equation for the surface crack. Engineering Fracture Mechanics 15, 185-192.

Newman JC (1997). Prediction of Crack Growth under Variable-Amplitude Loading in Thin-Sheet 2024-T3Aluminum Alloys. Engineering Against Fatigue. University of Sheffield.

Nykanen TJ (1996). Fatigue crack growth simulations based on free front shape development. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 19, 99-109

0

Oliveira, M.C., Alves, J.L., Menezes, L.F. (2008). Algorithms and Strategies for Treatment of Large Deformation Frictional Contact in the Numerical Simulation of Deep Drawing Process. Archives of Computational Methods in Engineering, 15, 113-162.

Р

Peng Dai, Shu Li, Zhonghua Li (2013). The effects of overload on the fatigue crack growth in ductile materials predicted by plasticity-corrected stress intensity factor. Engineering Fracture Mechanics 111, 26-37.

## R

Ray A, Patankar R (2001). Fatigue crack growth under variable-amplitude loading: Part I-Model formulation in state-space setting. Applied Mathematical Model 25, 979-994.

Rice RC, Stevens RI (1973). Overload effects on subcritical crack growth in austernitic manganese steel. ASTM International STP 536, 95-114.

S

Sadananda K, Vasudevan AK, Holtz RL, Lee EU (1999). Analysis of overload effects and related phenomena. International Journal of Fatigue 21, S233-S246.

Schijve J, Broek D, Rijk P (1961). Fatigue-crack propagation under variable amplitude loading. NLR-TN M. 2094.

Sedmak A, Savovic N, Pavisic M (1992). ESIS Recommendations for use of finite element method in fracture mechanics. 9<sup>th</sup> European Conference on Fracture (ECF9), Bulgaria,

Reliability and Structural Integrity of Advanced Materials, Ed. by Sedmak S, Sedmak A, Ruzié A, EMAS.

Smith RA, Cooper JF (1989). A Finite elements model for the shape development of irregular planar cracks. International Journal of Pressure Vessels and Piping 36, 315-326.

Т

Trebules VW, Roberts R, Hertzberg RW (1973). Effect of multiple overloads on fatigue crack propagation in 2024-T3 aluminium alloy. ASTM International STP 536, 115-146.

Tsukuda H, Ogiyama H, Shiraishi T (1996). Transient fatigue crack growth behaviour following single overloads at high stress ratios. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 19, 879-891.

V

Vargas LG, Stephens RI (1973). Subcritical crack growth under intermittent overloading in cold-rolled steel. 3<sup>rd</sup> International Conference on Fracture, Munich, Germany.

Vasudeven AK, Sadananda K, Louat N. (1994) A review of crack closure, fatigue crack threshold and related phenomena. Materials Science and Engineering; A188:1–22.

W

Wei RP, Shih TT, Fitzgerald JH (1973). Load interaction effects on fatigue crack growth in Ti-6Al-4V alloy. NASA Report CR – 2239.

Wheatley G, Niefanger R, Estrin Y, Hu XZ (1998). Fatigue crack growth in 316L stainless steel. Key Engineering Materials 145-149, 631-636.

Wheatley G, Hu XZ, Estrin Y (1999). Effects of a single tensile overload on fatigue crack growth in a 316L steel. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 22, 1041-1051.

Wu SX (1985) Shape change of surface during fatigue growth. Engineering Fracture Mechanics 22, 897-913.

Y

Y. Murakami (1987). Stress intensity factors handbook, volume 1, Pergamon Press, Oxford.

Y. Murakami (1987a). Stress intensity factors handbook, volume 2, Pergamon Press, Oxford.

Y. Murakami (1993). Stress intensity factors handbook, volume 3, Pergamon Press, Oxford.

Y. Murakami (2001). Stress intensity factors handbook, volume 4, Elsevier Science Ltd., Oxford

Y. Murakami (2001a). Stress intensity factors handbook, volume 5, Elsevier Science Ltd., Oxford.