DESAFIOS E COMPLEXIDADES NA CONCEPÇÃO E EXPLORAÇÃO DE TAREFAS PARA O DESENVOLVIMENTO DO SENTIDO DO NÚMERO

Joana Brocardo

ESE-IP de Setúbal

jbrocardo@netcabo.pt

Catarina Delgado

ESE-IP de Setúbal

catdelgado@netcabo.pt

Esta conferência incide sobre o trabalho que efectuámos no âmbito do projecto Desenvolvendo o sentido do número: perspectivas e exigências curriculares (DSN) que decorreu entre 2006 e 2008. Este projecto tinha como objectivos, entre outros, aprofundar o estudo sobre o desenvolvimento do sentido do número nos primeiros anos de escolaridade (5-12 anos) e experimentar e publicar materiais que contribuíssem para esse desenvolvimento. A equipa do projecto integrou professores do 1º e 2º ciclos do ensino básico, educadoras e professores das Escolas Superiores de Educação de Leiria, Lisboa e Setúbal. A par do aprofundamento teórico, inicialmente muito focado no modo de entender o sentido do número, a equipa desenvolveu parte do seu trabalho na concepção de tarefas e, a partir de certa altura, na concepção de cadeias de tarefas. Nesta conferência iremos focar-nos nos desafios e complexidades que a elaboração e exploração de tarefas nos colocaram. Começamos por apresentar algumas ideias centrais sobre a importância das tarefas e dos contextos na aprendizagem dos alunos, referindo em seguida os aspectos que caracterizam uma cadeia de tarefas e o processo subjacente à sua construção. Para exemplificarmos algumas das ideias relacionadas com a exploração de tarefas e reflectirmos sobre o trabalho do professor, recorremos a uma tarefa concebida e experimentada no âmbito do projecto DSN e a pequenos excertos de episódios de sala de aula que ilustram os processos utilizados pelos alunos na sua resolução.

1. As tarefas: ideias centrais

Vários autores (Stein &Smith, 1998) destacam o papel central das tarefas no processo de ensino e aprendizagem, considerando que estas constituem a base para a aprendizagem dos alunos. Referem também a importância dos alunos terem a oportunidade de explorar tarefas de natureza diversa. A resolução de problemas, de exercícios e investigações constituem diferentes oportunidades para os alunos pensarem. Esta diferenciação conduz "ao desenvolvimento de ideias implícitas nos alunos sobre a natureza da Matemática – sobre se a Matemática é algo de que eles podem pessoalmente compreender o sentido e quão longa e arduamente devem trabalhar para o conseguir" (Stein & Smith, 1998, p. 264). O importante é conseguir um equilíbrio que depende em grande medida das experiências anteriores dos alunos e da "arte" e das opções do professor.

Para além de diversificar o tipo de tarefas que propõe aos alunos é fundamental que o professor, ao construir ou seleccionar tarefas, tenha em atenção os contextos que lhes estão associados. Freudenthal (1973) considera que os contextos devem ser potencialmente ricos de modo a permitirem matematizar a situação. Encarando a matemática como uma actividade humana, este autor considera que: “ o que as pessoas têm de aprender não é a matemática enquanto sistema fechado, mas antes uma actividade, o processo de matematizar a realidade e, ainda, se possível, matematizar a matemática” (Freudenthal, 1968, p. 4). Para Fosnot e Dolk (2001) as situações susceptíveis de serem matematizadas pelos alunos devem ter as seguintes características:

- *Permitir o uso de modelos*. Numa tarefa, as situações propostas e as imagens eventualmente associadas são fundamentais para “levar” os alunos a usar um determinado modelo. Por exemplo, determinar o número de bombons arrumados em caixas ou o número de comprimidos dispostos em placas, sugere o uso do modelo rectangular como modelo de contagem. É importante que o mesmo modelo surja associado a diferentes contextos, permitindo a sua generalização e consequentemente, facilitando o seu uso por parte dos alunos.
- *Fazer sentido para os alunos*. As situações associadas aos contextos, sejam elas reais ou imaginárias, devem permitir que os alunos lhe atribuam sentido e que as compreendam. Só assim poderão ser capazes de analisar a razoabilidade das acções que vão realizando e dos resultados a que vão chegando. Por exemplo, as crianças conseguem “agir”, no sentido de analisar e manipular, sobre contextos da vida de todos os dias como as embalagens de ovos ou de bombons ou sobre contextos imaginários mas que pertencem ao seu mundo (situações que estão associadas a histórias ou a desenhos animados, por exemplo). Pelo contrário, não conseguem “agir” sobre situações que envolvam a interpretação de contextos, reais ou imaginários, que desconhecem.
- *Criar surpresa e suscitar questões*. Contextos que naturalmente façam surgir questões do tipo *Porque é que isto acontece? E o que acontece se…?* são contextos ricos. Não só porque suscitam a vontade de os explorar, mas também porque podem dar origem à formulação de outros problemas.

Propor aos alunos cadeias de tarefas é outra ideia central que gostaríamos de abordar nesta conferência e que, a partir de determinado momento, norteou o trabalho desenvolvido pela equipa do projecto DSN. Mas, o que são cadeias de tarefas? E, o que envolve a construção de uma cadeia de tarefas?

Uma cadeia de tarefas corresponde a uma sequência de três ou quatro tarefas que procura desenvolver um conjunto de aspectos interrelacionados e que constitui, ao fim ao cabo, um modo com se pensou uma trajectória de aprendizagem para alguns dos temas e relações incluídos no sentido do número. Para ilustrar esta ideia, apresentamos uma pequena descrição de uma cadeia de tarefas concebida no projecto DSN:

> Esta cadeia é composta por três tarefas que foram pensadas para o último semestre do 2º ano. Centra-se na construção de uma trajectória de aprendizagem que **parte do conhecimento** relativo ao cálculo aditivo para desenvolver a noção de multiplicação. Foca as relações de dobro e de metade, as relações entre algumas tabuadas e a compreensão e aplicação das propriedades da multiplicação. Esta **progressão de aprendizagem** foi também prevista para introduzir o modelo de linha numérica dupla e para ampliar o conceito de multiplicação: para além de entender a multiplicação como adição repetida pretendia-se também relacioná-la com a disposição rectangular (modelo de área). (DSN - Materiais para o professor do 1º ciclo,Vol. II, p. 27)

Desta descrição sobressaem dois aspectos que estão associados ao processo de construção de uma cadeia de tarefas. Um primeiro aspecto relaciona-se com o facto de se partir do conhecimento dos alunos. Ou seja, a cadeia é construída tendo por base um momento de *diagnóstico* que permite ter a percepção do que os alunos já sabem fazer. Um segundo aspecto relaciona-se com a ideia de progressão de aprendizagem. As tarefas são concebidas sequencialmente de modo a permitir, por exemplo, a passagem de níveis mais baixos de estruturação das operações para níveis mais elevados, a que corresponde um processo de *matematização vertical*.

2. As tarefas: processo de construção e divulgação

Para a elaboração das tarefas organizaram-se sub-equipas constituídas por professores das Escolas Superiores de Educação e pelo professor/educadora da turma em que elas iriam ser exploradas. O processo de construção das tarefas incluiu três fases. Numa primeira fase, foi elaborada a tarefa e a respectiva ficha com indicações para o professor. A segunda correspondeu à experimentação das tarefas na sala de aula pelo professor/educadora da turma. Numa terceira fase, foi efectuada a reformulação da tarefa e a conclusão da ficha de indicações para o professor, acrescentando-se os “caminhos a seguir pelos alunos” resultantes da observação das aulas e da análise das produções dos alunos.

Como resultado deste trabalho foram editados materiais de apoio para o educador e para o professor que incluem uma ficha do aluno e uma ficha para o educador ou para o professor, sendo esta constituída pelos seguintes itens:

- ano de escolaridade (onde também se explicita o período do ano lectivo que se considera adequado para explorar a tarefa);
- ideias e procedimentos em desenvolvimento;
- ideias e procedimentos a desenvolver;
- sugestões para apresentação e exploração da tarefa;
- possíveis caminhos a seguir pelos alunos.

3. As tarefas: concretização

Nesta secção iremos descrever o modo como foi concretizada uma cadeia de tarefas, recorrendo a um exemplo. A cadeia que seguir apresentamos foi pensada para ser realizada num 2º ano de escolaridade, durante o 2º período e centra-se na multiplicação. A cadeia é constituída por 3 tarefas: *Aperitivos*, *100 ovos* e *Comprimidos.*

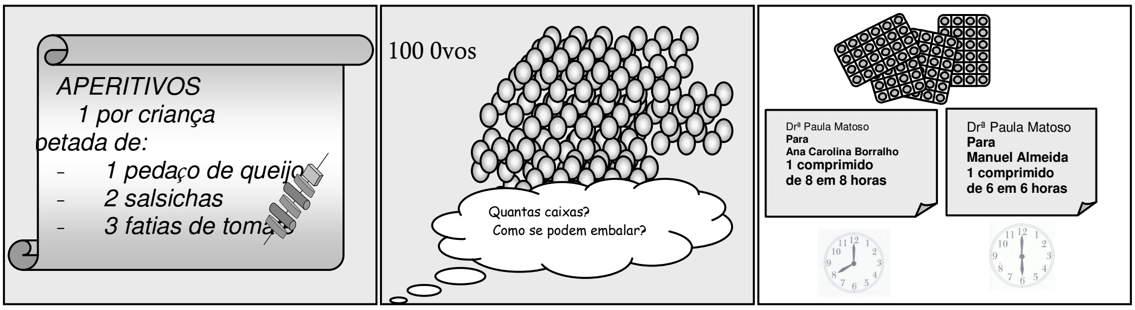


Figura 1 – Cadeia de tarefas: Aperitivos, 100 ovos e Comprimidos

A tabela 1 apresenta as ideias principais que estiveram na base da construção desta cadeia, no que se refere aos sentidos da multiplicação envolvidos, aos contextos utilizados, aos procedimentos de cálculo esperados, às propriedades e relações envolvidas e aos modelos associados aos contextos.

Sentidos	**Contextos**	**Procedimentos de cálculo**	**Propriedades e relações**	**Modelos**
Aditivo	Fazer espetadas com diversos ingredientes Embalar ovos	Adição repetida	Ideia da propriedade comutativa Dobro/metade	Linear Linha numérica Grupos
	Comparar o tempo gasto na toma de comprimidos	Multiplicação (ideia de produto)		Estrutura rectangular
Proporcional	Comparar o tempo gasto na toma de comprimidos		Dobro	Linha dupla Tabela

Tabela 1 – Concretização da cadeia

A concepção da cadeia tem por base uma trajectória de aprendizagem. Parte-se do sentido aditivo da multiplicação (repetição de medidas ou quantidades), procurando que os alunos evoluam da adição repetida para a ideia de multiplicação. Aliada a esta evolução os alunos devem conseguir passar do modelo linear – contar os objectos um a seguir aos outros - para a linha numérica e para os grupos (contar por grupos, 2 grupos de 6, 3 grupos de 6). Também se procura que os alunos comecem a desenvolver o sentido proporcional começando a usar a linha dupla.

Exemplificamos em seguida a construção de uma das tarefas – *Comprimidos*, nomeadamente no que se refere ao modo como é apresentado o contexto aos alunos. Para explicitar uma ideia, o uso de contrastes é, muitas vezes, bastante facilitador. Por isso, vamos apresentar a tarefa *Comprimidos* tal como foi proposta (figura 2) e uma outra que envolve a mesma problemática mas que é construída de um modo muito diferente (figura 3).

A tarefa *Comprimido*s construída no âmbito do projecto DSN inclui, na folha para o aluno, um conjunto de imagens ilustrativas da situação. A tarefa da figura 3 corresponde à mesma situação mas enunciada de uma forma mais "tradicional".

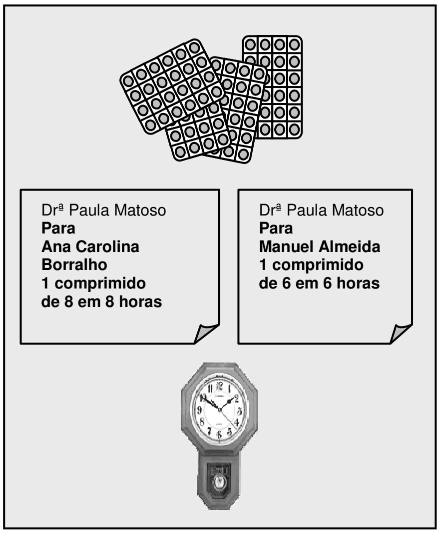
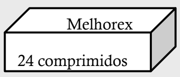


Figura 2 – Tarefa *Comprimidos* proposta no âmbito do projecto DSN.



O Manuel foi ao médico que lhe receitou duas caixas de *Melhorex* com 24 comprimidos cada uma. Devia tomar um comprimido de 6 em 6 horas até acabar as duas caixas.
A Ana Carolina começou a tomar os dois comprimidos há duas semanas, só que os toma de 8 em 8 horas.

- Quem toma mais comprimidos por dia?
- Quem acaba primeiro o tratamento?

Figura 3 – Tarefa *Comprimidos* com enunciado "tradicional".

Depois de apresentar uma folha como a da figura 2, o professor devia apresentar a seguinte história:

> Manuel conta a Ana Carolina que no sábado passado tinha ido a uma médica, porque estava doente, e que estava a tomar comprimidos de Melhorex: 1 comprimido de 6 em 6 horas.
>
> A Ana Carolina riu-se porque há uma semana atrás também tinha ido a uma médica e também começou a tomar um comprimido de Melhorex, só que de 8 em 8 horas.
>
> O medicamento e a quantidade eram iguais: 2 caixas de Melhorex de 2 placas de 24 comprimidos cada uma.
>
> — Tomo mais do que tu —, diz o Manuel.
>
> Ana Carolina pensa um pouco e responde hesitante:
>
> — Sim ... mas como .... como comecei antes de ti, se calhar ... parece-me que vamos terminar os comprimidos ao mesmo tempo. (DSN - Materiais para o professor do 1º ciclo, Vol. II, p. 43)

Comparemos as duas propostas de tarefas, tendo por base as componentes fundamentais referidas por Fosnot e Dolk (2001) dos contextos das tarefas:

- *Fazer sentido para os alunos*. Como já referimos anteriormente, esta ideia relaciona-se também com o facto do contexto ser entendido pelos alunos, que seja, algo acessível, que eles percebam. A versão que não usámos tem mais dificuldade em ser percebida por um aluno de 2º ano. No entanto, para alunos mais velhos não nos parece que a este nível houvesse diferenças significativas.
- *Criar surpresa e suscitar questões*. Neste ponto há, na nossa perspectiva, uma grande diferença entre as duas propostas. Na versão que não foi utilizada no projecto as questões surgem formuladas à partida. Na outra, os alunos são envolvidos por uma história, que para além de dar sentido à situação, os convida a analisá-la. Neste caso concreto os alunos terão de "decidir" se as duas personagens da história terminam o tratamento ao mesmo tempo ou não, apoiando-se nos argumentos apresentados na história.
- *Permitir o uso de modelos*. Na proposta construída no âmbito do projecto DSN as imagens têm uma função importante: as placas de comprimidos que sugerem a possibilidade de usar a estrutura rectangular e o relógio que pretende fazer apelo à associação com as horas. No entanto, na versão da nossa proposta que apresentamos na figura 2 o relógio constituiu uma referência fraca. Por isso, na versão publicada colocámos 2 relógios: um marcava oito horas e o outro oito, tal como mostra a seguinte figura.

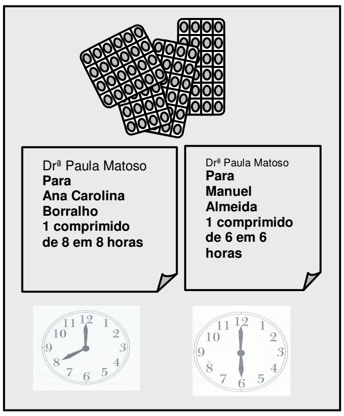


Figura 4 – Tarefa Comprimidos reformulada

4. Focar o olhar no processo de experimentação da tarefa *Comprimidos*…

Para tornar mais perceptíveis os desafios e complexidades que a experimentação das tarefas nos colocou iremos apoiar-nos em episódios de sala de aula. Tomemos como exemplo a tarefa *Comprimidos* e comecemos por nos centrar no momento de apresentação da tarefa.

Apresentação da tarefa: como interpretam os alunos a situação?

A interpretação da situação passa por compreender o que significa "tomo mais do que tu". O seguinte excerto é analisado tendo em conta o entendimento que alguns alunos têm desta ideia, que é fundamental na compreensão da situação proposta.

Professor: A Ana Catarina disse: "Sim, o Manuel toma mais do que a Carolina porquê, diz lá, Ana Catarina?

Ana: 6 horas é menor do que 8 horas.

Professor: Então… então o que é que o Manuel quer dizer com "Tomo mais do que tu"?

Vasco: Como toma mais cedo… toma mais cedo, a seguir ela toma, a seguir ele toma, a seguir ela toma. Se fosse ao mesmo tempo, se eles tivessem comprimidos ao mesmo tempo, o Manuel acabava primeiro os comprimidos porque tomava comprimidos primeiro que ela. (…)

> Vasco simplifica o problema exemplificando que começam o tratamento ao mesmo tempo.

Francisco: Eles … aaaa. A Carolina pode ter começado primeiro que o Manuel Almeida e depois o Manuel Almeida… ummmm…

Vasco: Ó Francisco, o que eu disse era, se começassem ao mesmo tempo…

Rodrigo: Eu não fiz as contas, mas até podem acabar ao mesmo tempo, porque ela começou primeiro, mas o Manuel toma de menos em menos tempo. Por isso pode haver um tempo de compensação, mais ou menos…

> Rodrigo relaciona o intervalo de tempo da toma dos comprimidos com o momento em que começa o tratamento. Levanta a hipótese de compensação dos tempos.

Professor: Melanie, o que é que tu achas?

Melanie: Acho que está certo, acho que o Manuel toma mais comprimidos do que a Carolina?

Professor: Achas ou tens a certeza, diz a Marina.

Melanie: Tenho a certeza.

Professor: Tens a certeza, porquê? Explica lá?

Melanie: Porque acho que o Manuel, a hora dele é mais… eu não sei explicar bem, a hora dele é… é que ele toma os comprimidos primeiro do que ela.

Professor: Vamos ver. Quem é que quer dar uma ideia para nós verificarmos se ele toma ou não… Como é que nós podemos fazer para verificar se ele toma ou não mais comprimidos do que ela e o que ele quer dizer com isso?

Rodrigo: Já disseram que cada placa tem 24 e que eles vão tomar a mesma quantidade, porque vão tomar 2 caixas com duas placas, cada caixa tem duas placas.

> Para Rodrigo "Tomar mais" não se refere ao tratamento global, pois os dois tomam duas caixas de 24 comprimidos.

Professor: Portanto vão tomar a mesma quantidade.

Rodrigo: Sim, mas podem acabar ou antes ou depois ou ao mesmo tempo que é o mais provável.

Professor: Vocês acham que o que o Rodrigo disse é verdade?

Professor: Então eles vão tomar a mesma quantidade, ou não?

Professor: Não vão tomar os dois as duas caixas de Melhorex?

Alunos: Sim!

Professor: Então o que é que o Manuel quer dizer com "Vou tomar mais do que tu"?

Rodrigo: É que se calhar vai tomar de menos em menos tempo.

Apresentação da tarefa: que desafios/complexidades para o professor?

O excerto apresentado anteriormente permite ilustrar três aspectos relacionados com o trabalho do professor durante a apresentação de uma tarefa que consideramos como desafios/complexidades.

Um primeiro aspecto relaciona-se com a necessidade de *lidar com diferentes níveis de compreensão da tarefa*. Como podemos observar, Rodrigo parece desde logo compreender a situação e revela facilidade em verbalizar a sua interpretação. Vasco mostra algumas dificuldades a este nível e Ana centra-se na ideia de que o intervalo de tempo das tomas do Manuel é inferior às de Carolina. Colocando questões tais como: "Tens a certeza, porquê? Explica lá?", o professor vai pedindo clarificações e justificações sobre as ideias apresentadas de modo a que todos compreendam a situação proposta.

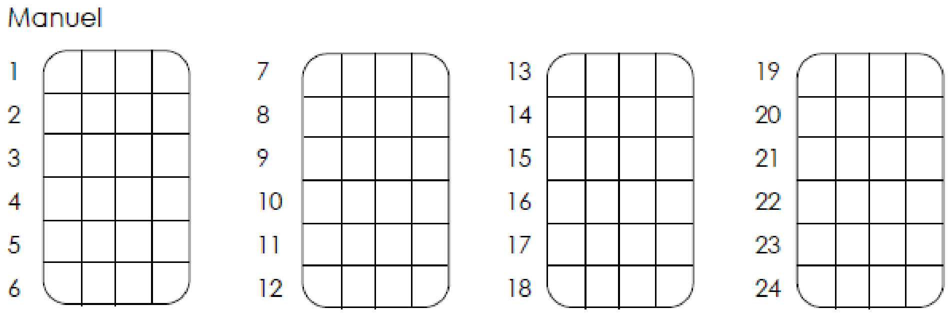
Um segundo aspecto, que está intimamente relacionado com o primeiro, prende-se com a importância do professor fazer a "ligação" entre as explicações feitas pelos alunos com diferentes níveis de compreensão. Quando o professor pergunta: "Vocês acham que o que o Rodrigo disse é verdade?", está a tentar que os restantes alunos interpretem o raciocínio apresentado pelo Rodrigo.

Um último aspecto que pode ser identificado neste excerto e que está muito presente neste modo de apresentar as tarefas é a necessidade de tornar explícita uma condição da situação**.** Neste caso, era fundamental que os alunos percebessem que, tanto o Manuel como Carolina, iriam tomar o mesmo número de comprimidos, aspecto que parece não ser claro à partida para todos os alunos. Como podemos observar no excerto, depois da intervenção de vários alunos no sentido de clarificar o que significa "tomo mais do que tu", o professor tem a necessidade de reforçar a ideia do Rodrigo afirmando: "Portanto vão tomar a mesma quantidade".

Um último aspecto que gostaríamos de referir e que pode constituir um desafio/complexidade para o professor é decidir sobre se deve ou não efectuar registos e se sim, como o fazer. A ficha das indicações para o professor associada a esta tarefa sugeria o seguinte: "Anote as reacções espontâneas no quadro como *hipóteses a testar*"**.** Apesar desta ideia não poder ser ilustrada no excerto acima apresentado consideramos importante que o professor efectue registos das ideias dos alunos à medida que estas vão surgindo e leve os alunos a olhar para elas como "hipóteses a testar", ou seja, como conjecturas que desencadeiam a necessidade de serem comprovadas.

Exploração da tarefa: Ouvindo Francisco a explicar como calculou a duração do tratamento

Francisco usa as placas de comprimidos para representar grupos de 4:



Mostra esta representação e explica:

Francisco: Eu já sabia que o Manuel tomava 4 comprimidos por dia e a Carolina tomava 3 comprimidos por dia e então fiz 4 caixas de comprimidos…

Professor: Placas.

Francisco: Placas de comprimidos e depois fiz…

Professor: Numa fila.

Francisco: Numa fila… aah…

Professor: É um dia.

Francisco: Um dia, depois noutra fila era outro dia…

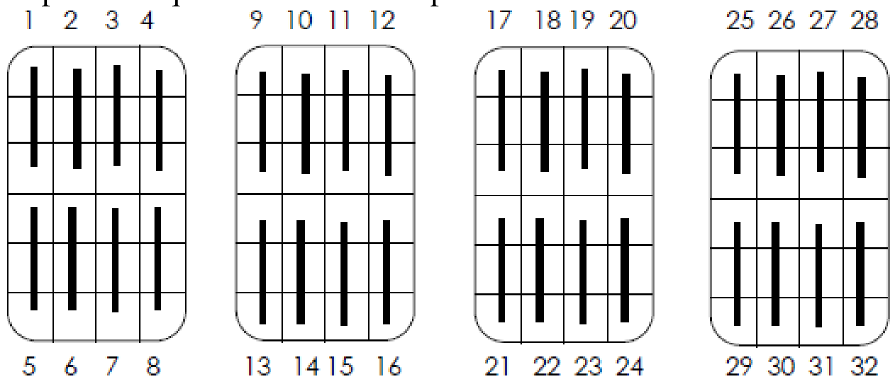
Professor: Dois dias.

Francisco: Noutra fila…

Professor: Noutra fila 3 dias, 4 dias, 5 dias (apontando). Contou as filas porque as filas são de 4 comprimidos. Diz.

Francisco: Porque as filas são de 4 comprimidos e deu 24, ele acabava aquilo em 24 dias.

Volta a usar as placas de comprimidos para representar grupos de 3, que correspondem ao número de comprimidos que a Carolina toma por dia:



Francisco: E depois fiz a mesma coisa…

Professor: Fez a mesma coisa para a Carolina.

Francisco: Mas só que a Carolina comia… de

Professor: Porque se olharem para as placas

Francisco: Está 3 aqui e… se nós juntarmos isto, tudo dá 6, então eu fiz 3 e 3 aqui em baixo. Um dia… aah…

Professor: Um dia 3, um dia 3, um dia 3 …

Francisco: E por aí fora…

Professor: E por aqui fora

Francisco: E deu 32.

Francisco usa as placas de comprimidos para representar grupos de 4 e de 3, que correspondem ao número de comprimidos que o Manuel e Carolina tomam por dia, respectivamente. Em seguida, regista a contagem dos grupos, concluindo que o tratamento do Manuel demora 24 dias e o da Carolina 32.

Exploração da tarefa: Ouvindo Tiago e Rodrigo explicar como calcularam a duração do tratamento

Manuel 1 dia 24 h 6 dias uma placa 12 dias duas placas 24 dias quatro placas Dias 0 6 12 24 Placas 0 1 2 4	Carolina 1 dia 24 h 8 dias uma placa 16 dias duas placas 32 dias quatro placas Dias 0 8 16 32 Placas 0 1 2 4

Professor: Pode explicar o Tiago agora.

Tiago: O Manuel Almeida vimos que… O dia tem 24 horas… 6 dias, uma placa, 12 dias, duas placas, 24 dias, quatro placas.

Rodrigo: Posso explicar.

Rodrigo: Nós fizemos: 6, 6 é uma placa. Então, se 6 dias é uma placa, se 6 e 6 é 12, são 12 dias, vão dar duas placas. Duas placas porque são 6 dias + 6 dias… Depois, nós já sabemos que… dá, nós já temos uma caixa que são 12 dias, uma caixa mais uma caixa que é 12 + 12, é 24 dias que são 4 placas.

Professor: — Muito bem

Rodrigo: E depois a Carolina: 1 dia é 24 horas, 8 dias é uma placa.

Rodrigo: Isto aqui, nós fizemos da mesma maneira que a de baixo, porque fizemos 6 e acrescentámos aqui mais 6. E aqui fizemos 8+8.

Professor: — Que dá 16 que é uma caixa.

Rodrigo: E nós sabemos quanto é que é 16+16… Que vai dar 2 caixas que é 32 dias

Professor: — Que é 32 dias, portanto, quem é que demora mais tempo a fazer o tratamento?

Alunos: A Carolina.

Professor: A Carolina demora mais tempo, demora trinta e dois dias, e o Manuel demora vinte e quatro dias.

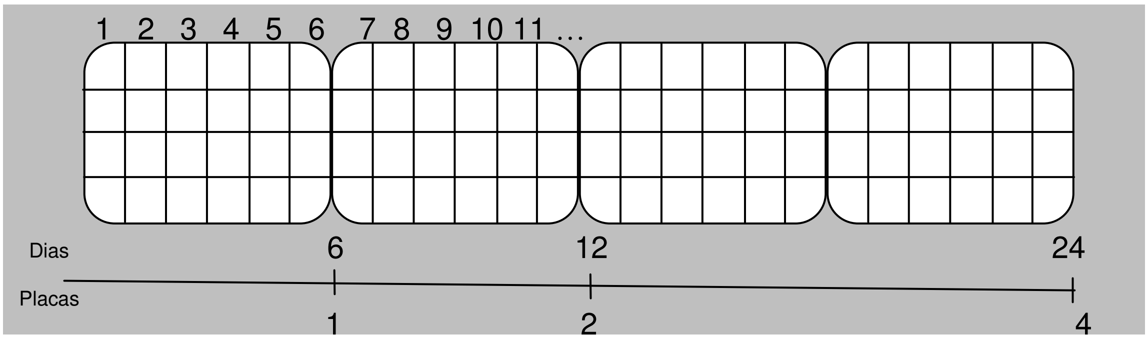
Tiago e Rodrigo usam o raciocínio proporcional, relacionando o número de dias com o número de placas. Explicitam a existência dessa proporcionalidade numa recta dupla.

Exploração da tarefa: que desafios/complexidades para o professor?

Os diferentes níveis de resolução de tarefas que envolvem a multiplicação, que no nosso exemplo, corresponde a assinalar grupos num desenho (como Francisco) ou a usar o raciocínio proporcional (como Tiago e Rodrigo), apoia a nossa reflexão sobre os desafios/complexidades que se colocam ao professor no momento da exploração da tarefa.

Um primeiro aspecto relaciona-se com a importância de *conceber/seleccionar contextos que permitam o uso de modelos de diferentes níveis* por parte dos alunos. Com base nas produções e explicações dos alunos que apresentámos podemos conjecturar que Francisco, sem o desenho da placa de comprimidos talvez não conseguisse resolver o problema. O relógio tinha uma intenção idêntica, ou seja, esperávamos que ele pudesse "inspirar" alguns alunos que poderiam pensar que um dia tem "3 vezes 8 horas" e "4 vezes 6 horas". No entanto, como nenhum dos alunos da turma recorreu ao relógio para resolver a situação decidimos modificar a folha do aluno incluindo 2 relógios: um marcando 6, outro marcando 8 horas. Note-se que do ponto de vista de progressão de ideias o relógio faz apelo a um raciocínio que não depende da contagem e que se apoia em grupos "abstractos" (no sentido de que não consigo ver um grupo de 3, 4, 5, 6… horas). Por isso, o uso do "apoio" placa de comprimidos e do "apoio" relógio não são cognitivamente equivalentes uma vez que o segundo exige um nível de abstracção superior.

Um segundo aspecto relaciona-se com a importância de *Criar pontes entre diferentes resoluções*. Pensando no nosso exemplo concreto, o que é que o professor pode fazer para que o Francisco compreenda e evolua para a estratégia do Tiago e do Rodrigo? Pensamos que a ideia base para fazer esta ponte será partir da estratégia do Francisco e encontrar formas de relacioná-la com a estratégia do Tiago e do Rodrigo. Vejamos uma concretização desta ideia:



Colocando noutra posição as placas de comprimidos utilizadas como suporte de contagem dos dias de tratamento por Francisco, podemos facilmente associar essa contagem à representação do número de dias e de placas realizada por Tiago e Rodrigo na recta dupla. Ao relacionar estas duas estratégias o professor poderá estar a ajudar Francisco a compreender a estratégia dos colegas partindo do que ele fez e compreende.

O terceiro aspecto emerge também da análise dos processos usados pelos alunos na resolução da tarefa *Comprimidos* e prende-se com a necessidade do professor reajustar a trajectória de aprendizagem a partir da experimentação. Após a realização da tarefa apercebemo-nos que as placas de comprimidos não constituem neste contexto uma base para a utilização do modelo rectangular, dado que os alunos têm como objectivo comparar o tempo gasto na toma dos comprimidos. As placas de comprimidos funcionam bem para suportar contagens de grupos que correspondem aos comprimidos que cada um toma por dia. No entanto, uma vez os alunos de 2º ano não resolvem este problema usando uma divisão – número de comprimidos total a dividir por número de comprimidos que tomam por dia - as placas de comprimidos não apoiam uma progressão para o uso da estrutura rectangular. Esta reflexão levou-nos a alterar a tabela 1 apresentada anteriormente, eliminando a estrutura rectangular como modelo associado ao contexto da tarefa *Comprimidos* (ver tabela 2).

Sentidos	Contextos	Procedimentos de cálculo	Propriedades e relações	Modelos
Aditivo	Fazer espetadas com diversos ingredientes Embalar ovos	Adição repetida	Ideia da propriedade comutativa Dobro/metade	Linear Linha numérica Grupos
	Comparar o tempo gasto na toma de comprimidos	Multiplicação (ideia de produto)		~~Estrutura rectangular~~
Proporcional	Comparar o tempo gasto na toma de comprimidos		Dobro	Linha dupla Tabela

Tabela 2 – Reajuste da trajectória de aprendizagem

5. Reflexão final

Nesta conferência explicitámos o modo como a equipa do projecto desenvolveu tarefas matemáticas, interligando o diagnóstico inicial, a concepção das tarefas, a aprendizagem decorrente da análise das interacções na sala de aula e a avaliação. Também analisámos o modo como o ciclo "diagnóstico – planificação - interacções – avaliação" está em constante interligação com o nosso sistema de referências que neste caso se centra no que sabemos sobre a multiplicação numa perspectiva de desenvolvimento do sentido do número. Tivemos pois como pano de fundo o ciclo de experimentação apresentado por Kraemer (2008) concretizando, com base no uso da concepção e experimentação de uma tarefa, os aspectos que se evidenciaram ao nível do diagnóstico, da planificação (centrada na concepção de tarefas), das interacções (focadas na introdução e na exploração da tarefa) e da avaliação.

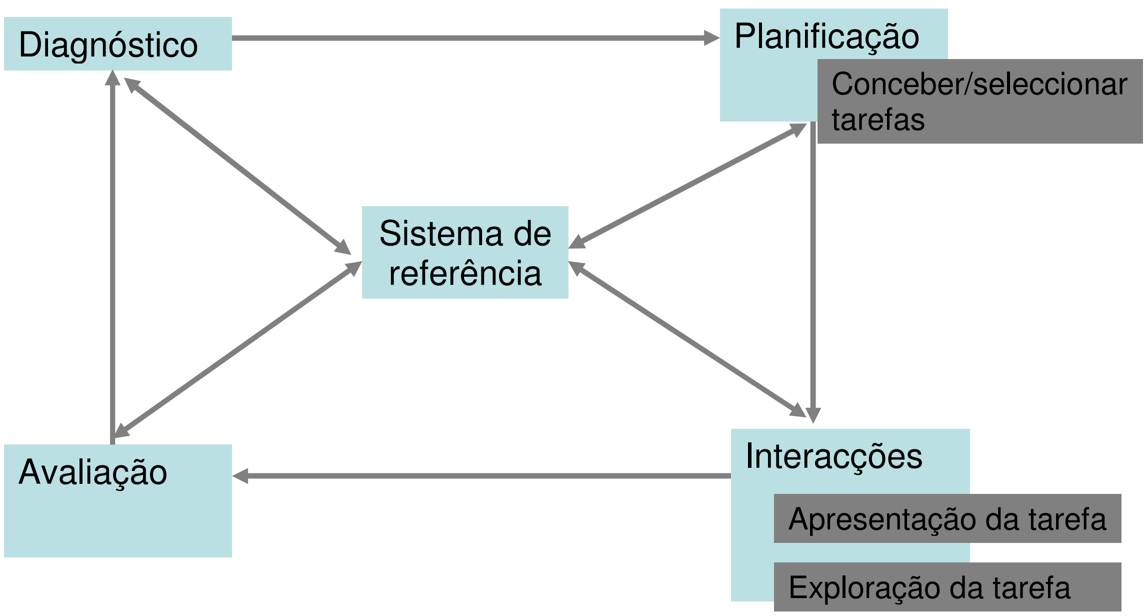


Figura 5 - Ciclo de experimentação (Kraemer, 2008)

Diagnóstico

No exemplo que analisámos nas secções anteriores tivemos como ponto de partida conhecimentos muito gerais para a construção da cadeia de tarefas: ano de escolaridade, altura do ano lectivo em que poderia ser apresentada e o tema do programa em que se inseria. No entanto, avaliar a adequação da tarefa que se construía, não se mostrou um processo simples. Não foi fácil, muitas vezes ultrapassar um diagnóstico global e que pouco ajudava, baseado em ideias do tipo " para os meus alunos isto é fácil/difícil" ou "os meus alunos estão habituados a fazer assim…".

Do ponto de vista geral, esta dificuldade em diagnosticar parece-nos que se prende com a realidade que se foi instalando no nosso país. Por um lado, como o principal objectivo era caminhar para a aprendizagem de algoritmos, não havia necessidade de diagnosticar o que os alunos sabiam e faziam. Por outro lado, temos pouca tradição de diagnosticar o que os alunos sabem e centramo-nos bastante no que não sabem. Também o modo como se planifica o trabalho está tradicionalmente mais ligado "à matéria que se deve dar" porque está na altura do ano em que o agrupamento o decidiu fazer, do que ao que o aluno é capaz de perceber, tendo em conta o que sabe.

À medida que fomos progredindo em termos do trabalho no âmbito do projecto fomos enriquecendo o nosso sistema de referência, percebendo níveis de progressão na compreensão dos números e das operações que nos permitiram ser mais precisos nos diagnósticos iniciais que íamos fazendo. Neste sentido, conseguimos, por exemplo, ser mais detalhados na descrição das ideias e procedimentos que os alunos já deveriam ter em desenvolvimento antes da apresentação da tarefa e das ideias e procedimentos que pretendíamos desenvolver com a sua exploração.

Planificação

A planificação a que nos temos vindo a referir incide na concepção de tarefas e indicações para a sua exploração na sala de aula. Como referimos anteriormente, procurámos que as tarefas tivessem três características: façam sentido para os alunos; criem surpresa e suscitem questões; permitam usar modelos a diferentes níveis.

A presença destes aspectos na tarefa "Comprimidos" foi anteriormente discutida e pode ser sintetizada do seguinte modo:

Características que as tarefas devem ter	Modo como essas características estão presentes na tarefa "Comprimidos"
Fazer sentido para os alunos	Os alunos já tiveram experiências que envolvem ir ao médico, ver/saber que ele passa receitas prescrevendo medicamentos, alguns dos quais são comprimidos.
Criar surpresa e suscitar questões	Conta-se uma "história" desafiando os alunos a decidir sobre qual dos "personagens" terá razão.
Permitir usar modelos a diferentes níveis	A tarefa permite usar: - o modelo linear saltando na recta de 3 em 3 ou de 4 em 4 (facilitados pelas imagens do relógio e pela placa dos comprimidos) - a formação de grupos (facilitada pelas imagens do relógio e pela placa dos comprimidos) usando explicitamente a operação multiplicação - a recta dupla - uma tabela

Interacções

Os episódios de sala de aula que apresentámos e analisámos evidenciaram alguns dos desafios e complexidades que o professor enfrenta durante a exploração de uma tarefa. Nos exemplos apresentados foram particularmente evidentes quatro aspectos que dizem respeito a diferentes fases do trabalho na sala de aula. Na fase de apresentação inicial da tarefa destacámos os dilemas que o professor enfrenta para registar os contributos dos alunos: deverá escrever todas as hipóteses avançadas? Deverá decidir sobre a ordenação das hipóteses, depois de todas terem sido propostas ou, pelo contrário, deverá registá-las à medida que elas vão sendo propostas pelos alunos? Como fazer os registos no quadro? Registar usando as palavras dos alunos? Registar introduzindo alterações?

Ainda na fase de exploração inicial da tarefa reveste-se de particular complexidade o modo como o professor gere as interacções. No caso que apresentámos vimos o modo como o professor optou por vincar uma condição da situação – tomavam o mesmo número de comprimidos. Também vimos como o professor lidou com diferentes níveis de compreensão da situação, optando por dar a palavra ao Rodrigo depois dos outros colegas terem falado. De um modo mais geral muitos outros dilemas podem surgir. Por exemplo: deverá dar a palavra a que alunos? Deverá insistir para que cada aluno justifique o que propõe ou deverá passar para outro aluno quando um não o consegue fazer? Como ajudar os alunos explicitar o que pensam? Que tipo de questões deverá colocar?

Na fase de discussão final da tarefa destacámos a complexidade de que se reveste fazer a ligação entre diferentes níveis de resoluções dos alunos. Como possibilitar a um aluno que ainda tem necessidade de concretizar contagens recorrendo a desenhos mais ou menos estruturados, a compreensão de uma resolução mais abstracta? O professor poderá ter antecipado as respostas possíveis mas, a verdade, é que há sempre interpretações e explicações imprevistas. Também nem sempre é fácil encontrar uma forma suficientemente sugestiva que permita estabelecer elos de ligação entre soluções que correspondem a níveis diferentes de estruturação e que sejam compreensíveis para a maioria dos alunos.

Todos estes dilemas e muitos outros podem surgir igualmente na fase de exploração individual ou em grupo da tarefa na aula. O professor tem de tomar decisões rápidas, avaliar em poucos segundos o que lhe parece melhor fazer no sentido de promover a aprendizagem dos alunos.

Avaliação

Na discussão que realizámos em torno da exploração da tarefa "Comprimidos" salientámos a avaliação da correspondência entre a trajectória hipotética de aprendizagem e a trajectória realizada o que nos permitiu perceber que a disposição rectangular não apoiava a resolução da tarefa e que não era portanto um modelo que estava a ser trabalhado. Esta avaliação corresponde a um nível macro pois diz respeito a uma análise global da aprendizagem realizada pelos alunos. Para além deste nível de análise, o professor tem de precisar uma avaliação centrada em cada aluno de modo a perceber qual a trajectória de aprendizagem que cada um conseguiu realizar. A articulação entre estes dois níveis de avaliação é complexa. No entanto, a integração do diagnóstico e da avaliação constitui um desafio fundamental para o professor melhorar sua prática lectiva.

6. Referências bibliográficas

Dolk, M. e C. Fosnot (2001). *Young mathematicians at work: constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heineman.

Equipa do Projecto Desenvolvendo o sentido do número: Perspectivas e exigências curriculares (2007). *Desenvolvendo o sentido do número: Perspectivas e exigências curriculares.* Materiais para o professor do 1º ciclo. Vol. II. Lisboa: APM.

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics as to be Useful? *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task.* Dordrecht: Reidel.

Kraemer, J-M (2008). Desenvolvendo o sentido do número: cinco princípios para planificar. In J. Brocardo, L. Serrazina & I. Rocha (Eds). *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática*. Lisboa: Escolar Editora (publicação em 2008).

Stein, M. e Smith, (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School,* 3(4), 268-275.