

Visualização espacial: algumas actividades

José Manuel Matos e Maria de Fátima Gordo

Ultimamente muito se tem falado na importância da visualização na aprendizagem da Matemática. Este artigo explora diversas capacidades relacionadas com a visualização espacial e apresenta algumas sugestões de actividades.

No espírito dos novos programas de Matemática parece estar subjacente uma preocupação em envolver o aluno em actividades que contribuam para a construção e o desenvolvimento das suas noções geométricas. Papel especial parecem desempenhar as actividades que envolvam de alguma maneira as capacidades espaciais da criança pois são susceptíveis de facilitar a aprendizagem da Geometria.

A visualização espacial, em particular, é simultaneamente facilitadora de uma aprendizagem da Geometria, e desenvolvida pelas experiências geométricas na sala de aula. Engloba um conjunto de capacidades relacionadas com a forma como os alunos percebem o mundo que os rodeia, e com a sua capacidade de interpretar, modificar e antecipar transformações dos objectos. Diversos educadores têm-se debruçado sobre a interacção entre estas capacidades e a aprendizagem da Matemática, procurando especificamente ultrapassar as dificuldades perceptuais dos alunos na compreensão de desenhos de figuras tridimensionais, na interpretação de representações visuais de conceitos matemáticos e no estudo dos processos relacionados com a imaginação de transformações de entidades matemáticas. Neste artigo analisaremos sete capacidades de visualização espacial seguindo de perto a descrição feita por Del Grande (1990) e proporemos diversas actividades com elas relacionadas. De fora ficarão outras categorizações das capacidades espaciais, assim como uma análise mais aprofundada de investigações dos processos mentais a elas associados.

Coordenação visual-motora

Uma primeira capacidade espacial é a coordenação visual-motora, isto é, a capacidade de coordenar a visão com os movimentos do corpo.

Desde o início da escolaridade devem ser dadas aos alunos possibilidades de desenvolvimento da coordenação da visão com os seus actos motores. Se um aluno tem dificuldade em empilhar pequenos cubos para construir um cubo maior, é natural que não possa prestar muita atenção aos pormenores da construção do cubo, nomeadamente se os cubinhos estão todos alinhados, se o número de cubinhos nas três direcções do espaço é igual, etc.

Esta capacidade começa a ser desenvolvida desde muito cedo em actividades como comer, vestir, jogar e muitas outras. Na escola ela pode ser estimulada através do recurso a actividades de escrita, a jogos com bolas e actividades de desenho livre ou de colagens.

A coordenação visual-motora também se desenvolve propondo aos alunos a descoberta de um caminho, a pintura de um desenho ou a reprodução de figuras dadas. Muitas revistas propõem passatempos deste tipo. Na sala de aula, o professor pode ainda propor aos alunos que simulem um labirinto com cordas no chão e que procurem o caminho certo. Este labirinto pode ser preparado por alunos mais velhos sob a orientação do professor.

Uma actividade deste tipo pode ser mesmo transformada num trabalho de projecto. Se a escola necessitar de pinturas, é comum deixar o trabalho de acaba

Capacidades relacionadas com a visualização espacial

Coordenação visual-motora

Capacidade de coordenar a visão com os movimentos do corpo.

Exemplos:

- Resolver e fazer labirintos,
- Pintar desenhos,
- Reproduzir desenhos dados,
- Pintar espaços marcados com pontinhos.

Memória visual

Capacidade de recordar objectos que já não estão visíveis.

Exemplos:

- Observar figuras e copiá-las, mas sem as voltar a observar,
- Observar figuras em papel ponteadado e desenhá-las no geoplano, sem as voltar a observar.

Percepção figura-fundo

Capacidade de identificar um componente específico numa determinada situação e envolve a mudança de percepção de figuras contra fundos complexos.

Exemplos:

- Completar figuras de forma a se assemelharem a outras dadas,
- Procurar figuras imersas noutras (por exemplo, utilizando Tangram e pavimentações).

Constância perceptual

Capacidade de reconhecer figuras geométricas em diversas posições, tamanhos e contextos e texturas.

Exemplos:

- Procurar todos os quadrados num geoplano 5x5,
- Construir uma figura geométrica utilizando diversos materiais,
- Procurar, na sala de aula ou noutra contexto, uma determinada figura geométrica.

Percepção da posição no espaço

Capacidade para distinguir figuras iguais mas colocadas com orientações diferentes.

Exemplos:

- Desenhar uma figura simétrica de uma dada,
- Descobrir figuras com eixos de simetria, utilizando o Mira ou um espelho,
- Encontrar figuras iguais a uma dada mas com orientações diferentes.

Percepção de relações espaciais

Capacidade de ver e imaginar dois ou mais objectos em relação consigo próprios ou em relação connosco.

Exemplos:

- Construção da aldeia dos cubos,
- Fazer uma construção com cubos a partir do desenho da mesma,
- Descobrir qual o cubo que corresponde a uma planificação.

Discriminação visual

Capacidade para identificar semelhanças ou diferenças entre objectos.

Exemplos:

- Identificar características de triângulos,
- Descobrir as diferenças entre dois desenhos,
- Descobrir critérios. que conduzem a determinadas classificações ou ordenações.

mento de algumas paredes exteriores ao cuidado dos alunos. Claro que este tipo de trabalho exige um planeamento das pinturas e efectuar. Nesse planeamento poderão intervir outras áreas da Matemática, especialmente no que diz respeito ao cálculo da tinta necessária para cobrir a área a pintar.

Memória visual

A memória visual é a capacidade de recordar objectos que já não estão à vista. Com alunos mais pequenos é possível propor uma actividade na qual o professor dispõe alguns objectos familiares sobre uma mesa e pede que todos os observem com atenção. Depois o professor remove os objectos e pede aos alunos que recordem os objectos observados. Pode ainda pedir que reconstituam a posição em que eles estavam.

Para além de actividades deste tipo mais elementar, desenvolve-se esta capacidade quando, por exemplo, se pede aos alunos que copiem figuras mais complexas numa base de papel ponteadado ou quadriculado, ou utilizando o geoplano. Após esta actividade é importante que o professor discuta com os alunos estratégias que eles utilizaram para recordarem as figuras e a sua posição.

Percepção figura-fundo

Esta é a capacidade de identificar um componente específico numa determinada situação e envolve a mudança de percepção de figuras contra fundos complexos.

É possível desenvolver esta capacidade através de actividades que exijam a observação de figuras escondidas. A figura 1 mostra uma possibilidade de desenvolvimento desta capacidade solicitando que os alunos isolem elementos geométricos de um fundo, isto é, que deixem de tomar atenção aos detalhes ou a eventuais marcas extemporâneas e que destaquem as figuras geométricas e pode ser utilizada até ao 2º Ciclo.

Um conjunto de actividades que desenvolvem a percepção figura-fundo pode ser explorado a partir de um problema de pavimentação. De início podem

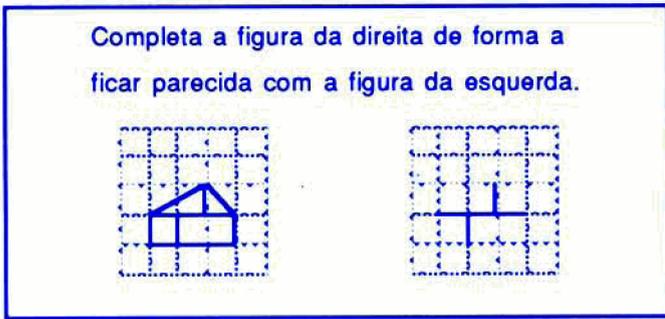


figura 1

ser utilizadas figuras geométricas iguais (quadrados, triângulos de vários tipos, rectângulos, paralelogramos, etc.) recorrendo, por exemplo, aos blocos lógicos. Seguidamente será interessante procurar nessas pavimentações figuras diferentes das que foram usadas para a sua construção. Na figura 2 mostram-se um quadrado, um rectângulo e um hexágono não regular que podem ser encontrados numa pavimentação com quadrados.

Podem ainda ser encontrados octógonos e outras figuras geométricas. Não podem, no entanto, ser encontrados círculos, hexágonos regulares, e outras. Será interessante pedir aos alunos que procurem rectas paralelas ou que se intersectem.

Na pavimentação da figura 2, por exemplo, encontram-se dois sistemas de rectas paralelas. No entanto, numa pavi-

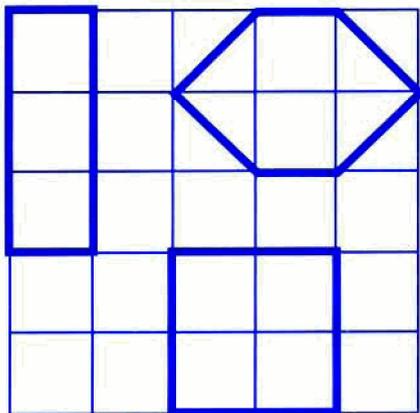


figura 2

mentação com hexágonos regulares só é possível encontrar rectas paralelas se prolongarmos os lados dos hexágonos. Es-

tas actividades podem ser integradas inclusivamente no 3º Ciclo.

O Tangram pode também desenvolver a percepção figura-fundo. A actividade da figura 3 é um exemplo de muitas outras que podem ser propostas.

Constância perceptual

A constância perceptual, também chamada constância de forma e tamanho, implica a capacidade de reconhecer figuras geométricas em diversas posições, tamanhos, contextos e texturas. Uma pessoa mostra possuir constância perceptual quando reconhece um cubo ou um quadrado, mesmo numa posição não habitual.

Muitos alunos apenas reconhecem figuras geométricas nas suas posições habituais (bases horizontais no caso dos triângulos, rectângulos, quadrados ou paralelogramos, diagonais horizontais e verticais no caso do losango) ou bem proporcionadas (não são reconhecidos como triângulos “magros” ou “achados”, ou triângulos “muito escalenos”).

Outros exemplos podiam ser encontrados, quer no domínio da Geometria, quer noutros domínios do conhecimento. A origem desta situação pode ser encontrada na forma como formamos os nossos conceitos. Por exemplo, os alunos normalmente encontram quadrados desenhados nos manuais ou na aula em certas posições particulares (um dos lados horizontais). O seu conceito de quadrado vai pois incluir a propriedade implícita que tenham um lado horizontal.

É possível conseguir que os alunos formem conceitos de entidades geométricas mais amplos. Para isso os alunos

deverão vivenciar experiências através das quais contactem com exemplos diversificados. Aos alunos mais pequenos pode-se pedir que construam rectângulos utilizando materiais variados (caneças de feltro, papel e tesoura, fios de lã, arame, etc.). Aos mais velhos pode-se propor que procurem todos os quadrados num geoplano de 5x5. Facilmente os alunos chegarão aos casos em que os quadrados têm um dos lados horizontais. Existem, no entanto outros quadrados que não estão colocados nas posições mais comuns (figura 4) e que devem ser abordados na sala de aula. Este tipo de actividades tem-se revelado importante mesmo para alunos de cursos de forma-

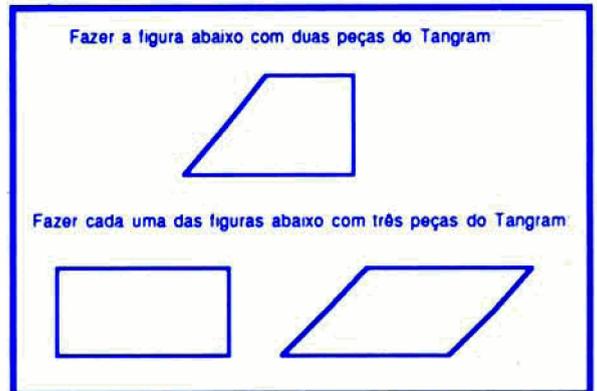


figura 3

ção inicial de professores.

Actividades semelhantes podem ser desenvolvidas para outras figuras geométricas. Pode-se ainda procurar, neste geoplano, todos os rectângulos, todos os triângulos isósceles, etc.

Para os alunos mais novos é possível

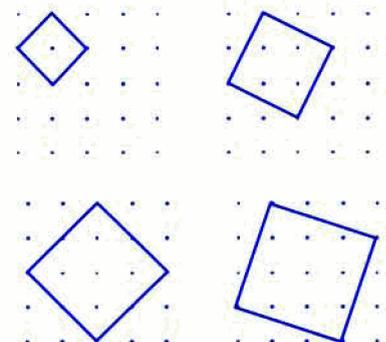


figura 4

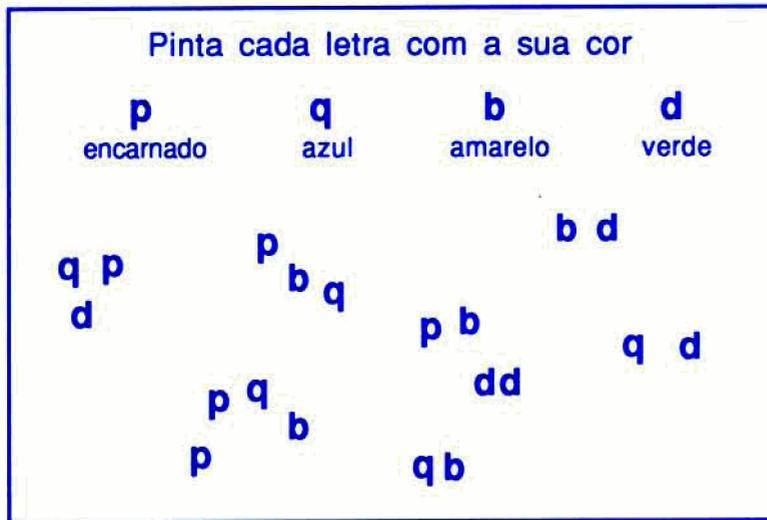


figura 5

criar um jogo. Forma-se no chão da sala diversas figuras geométricas utilizando cordéis e fixando os vértices com fita cola. Um aluno de cada vez para coloca os pés no interior de um triângulo. Pedese depois que o aluno salte para os outros triângulos até ter percorrido todos os triângulos. O jogo pode também ser jogado com outras figuras geométricas. Para além da constância perceptual este jogo pode desenvolver também a coordenação visual-motora.

O professor deverá também explorar não-exemplos dos conceitos: no caso dos triângulos, o professor deve apresentar figuras geométricas que embora parecendo triângulos não o são ("triângulos" com lados curvos, ou em que um dos vértices não fecha, etc).

Associada à constância perceptual aparece ainda a capacidade de reconhecer características geométricas que permanecem inalteráveis mesmo depois de uma mudança de perspectiva. Por exemplo, é importante discutir com os alunos

que o campo de jogos da escola permanece um rectângulo, apesar de poder mudar de aparência conforme a posição a partir da qual o observemos.

Percepção da posição no espaço

Esta capacidade envolve a aptidão para distinguir figuras iguais mas colocadas com orientações diferentes. Distingue-se da percepção figura-fundo ou da constância perceptual porque nestas duas últimas procuramos identificar entidades geométricas numa diversidade de contextos, posições e tamanhos. Exercemos a capacidade de percepção da posição no espaço quando procuramos discriminar quais das figuras que sendo iguais do ponto de vista da percepção figura-fundo ou da constância perceptual estão dispostas com uma orientação diferente.

Por exemplo, há alunos que confundem os bb, os dd, os pp ou os qq, ou que algumas vezes escrevem números em

que o algarismo das dezenas e o algarismo das unidades estão trocados. Estamos a exercer a capacidade de percepção da posição no espaço quando, na actividade da figura 5, discriminamos entre as diversas letras.

Esta capacidade pode ainda ser desenvolvida pedindo aos alunos que desenhem ou que identifiquem figuras geométricas simétricas de outras dadas numa base quadriculada, pontuada ou até no geoplano. Pode-se também descobrir eixos de simetria em diversas figuras utilizando o Mira ou um espelho.

Percepção de relações espaciais

Estamos a usar a percepção de relações espaciais quando conseguimos ver ou imaginar dois ou mais objectos em relação consigo próprios ou em relação connosco. Quando as crianças mais pequenas estão a jogar às escondidas têm muita dificuldade em imaginar se, do ponto de vista do seu companheiro de brincadeira, estão bem escondidas ou não. Mais tarde, quando elas desenvolvem a capacidade de perceber as relações espaciais entre os jogadores, já são capazes de se esconder eficazmente.



figura 7

Esta capacidade pode ser desenvolvida na escola, se recorrermos a actividades adequadas. Uma actividade interessante é a de pedir aos alunos que construam uma aldeia com pequenos cubos. Pode-se dividir a classe em grupos de três alunos, dar cinco cubos a cada grupo e pedir a cada grupo que construa uma casa com esses cinco cubos. Os alunos podem, por exemplo, construir casas como as da figura 6.

Esta actividade pode ser complementada propondo aos alunos a colocação dos diversos edifícios ao longo de ruas. Pode ainda ser desenvolvida através da construção de casas mais complexas,

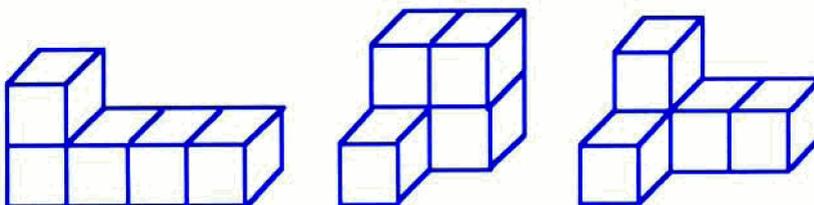


figura 6

com um número maior de cubos. Durante esta actividade o professor deve questionar os alunos sobre quais as casas que são iguais e as que são diferentes.

O professor pode ainda dar 20 cubos a cada grupo de alunos e pedir que construam: a) uma casa que seja alta, b) uma casa que seja baixa, c) uma casa que tenha dois andares, etc. Um outro tipo de actividades pode ser proposto pedindo aos alunos que reproduzam casas feitas pelo professor ou pelos colegas. O professor pode pedir aos alunos que indiquem com quantos cubos foi feita cada casa, sem desfazer a casa.

Nalgumas actividades não é possível distinguir entre a percepção de relações espaciais e a percepção da posição no espaço de que falámos atrás. Uma actividade como a proposta na figura 7 requer simultaneamente uma discriminação entre as duas posições diferentes tomadas pelo Y (percepção da posição no espaço) e uma antecipação da posição que o próximo Y vai tomar (percepção de relações espaciais).

Na percepção das relações espaciais inclui-se ainda a capacidade de relacionar objectos geométricos com as suas vistas (perspectivas, na linguagem dos desenhadores) e as suas planificações.

Discriminação visual

Esta última capacidade está envolvida quando procuramos analisar se duas figuras são iguais ou, sendo diferentes, quais as suas diferenças. Procura-se aqui características das figuras nas quais elas sejam semelhantes ou diferentes. Nesta capacidade não está envolvida a situação do objecto no espaço, contrariamente à percepção da posição no espaço ou à percepção de relações espaciais que discutimos anteriormente.

Um passatempo muito divulgado e que desenvolve a discriminação visual é o de descobrir as diferenças entre dois desenhos. Esta actividade pode também ser proposta na sala de aula.

Nas aulas de Geometria, usamos e desenvolvemos esta capacidade quando propomos aos alunos que efectuem classificações e ordenações de formas geométricas.

Uma actividade mais elaborada que

Actividade: Identificar características de triângulos.

Objectivo: Adivinhar o critério que o professor pensou ao formar um certo conjunto de triângulos.

Descrição:

- 1) O professor forma grupos de alunos e dá-lhes diversos triângulos.
- 2) O professor escolhe secretamente uma regra para formar um subconjunto desses triângulos e pede aos alunos que adivinhem essa regra.
- 3) Cada grupo de alunos pega num triângulo e pergunta ao professor se ele pertence ao grupo. O professor apenas responde "Sim" ou "Não".
- 4) Quando um grupo achar que descobriu a regra formula-a e o professor confirmará ou não. Ganha quem primeiro descobrir a regra.

figura 8

também desenvolve a discriminação visual é a proposta na figura 8.

Durante esta actividade o professor deve discutir com os alunos as consequências da aceitação das regras propostas por estes. Esta actividade pode ser desenvolvida com outras figuras geométricas quaisquer ou envolvendo animais ou entidades fantásticas que é preciso agrupar segundo características a descobrir (Tyler e Round, 1990). Uma actividade do tipo da da figura 8 pode ser

adaptada a alunos mais velhos, inclusivamente aos da formação inicial de professores.

Referências

- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 37(2), 14-20.
Tyler, J., Round, G. (1990). *Enigmas com figuras*. Lisboa: Gradiva.

José Manuel Matos

F. C. T.-UNL

Maria de Fátima Gordo

ESE de Setúbal

Grupo de Trabalho sobre História e Ensino da Matemática (GTHEM)

- Objectivo central:
 - promover e estimular uma perspectiva histórica no ensino e aprendizagem da Matemática
- Actividades principais:
 - criação, na sede da APM, de um Centro de Documentação
 - recolha de experiências referentes a este tema
 - colaboração em publicações, em especial na Revista *Educação e Matemática* e no *APM Informação*, e ainda no sector de publicações da APM
 - oferta de um serviço de informações aos sócios sobre temas, biografias, e outros textos sobre História da Matemática

Para mais informações, escrever para GTHEM — APM/ sede