

## ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE VIGAS DE BETÃO ARMADO REFORÇADAS À FLEXÃO SIMPLES COM CFRP



**P. NETO**  
Assistente 2º Triénio  
ESTBarreiro/IPS  
Barreiro



**J. ALFAIATE**  
Prof. Auxiliar  
IST/UTL  
Lisboa



**J. VINAGRE**  
Prof. Auxiliar  
IST/UTL  
Lisboa

### SUMÁRIO

O reforço de estruturas de betão armado com recurso a CFRP é actualmente uma prática corrente. Este artigo tem como objectivo ilustrar a aplicação de um modelo numérico ao caso de uma viga simplesmente apoiada com quatro pontos de carga. Pretende-se aferir da importância dos modos de rotura locais provenientes de tensões de corte ao nível da interface, no comportamento à rotura de um elemento à flexão simples.

### 1. INTRODUÇÃO

O reforço de estruturas de betão armado é actualmente uma prática corrente, nomeadamente com recurso a polímeros reforçados com fibras de carbono (CFRP). Este artigo tem como objectivo ilustrar a aplicação de um modelo numérico ao caso de uma viga simplesmente apoiada com quatro pontos de carga. O modelo recorre ao método dos elementos finitos, estando vocacionado para o estudo da aderência entre o betão e o reforço, admitindo-se que a rotura da ligação acontece ao longo de uma camada adjacente de betão. Assim, será este o modo de rotura analisado, salientando-se a sua importância relativa, não obstante a existência de outros mecanismos de ruína. A ligação betão-epoxy-FRP é modelada por elementos de interface, com espessura inicial nula, com base na mecânica da fractura não linear. Os parâmetros materiais que caracterizam a ligação, nomeadamente a coesão, a rigidez de corte e a energia de fractura em modo II, foram obtidos em trabalhos anteriores, com base numa análise paramétrica efectuada com o objectivo de aproximar os resultados de ensaios de aderência por corte simples.

## 2. MODELAÇÃO DA VIGA

De modo a permitir a comparação dos resultados obtidos, os modelos analisados são definidos com base em ensaios experimentais realizados por Travassos [1] e por Mata [2]. O modelo numérico utilizado neste estudo foi devidamente calibrado a partir de valores resultantes de ensaios de corte [1], cujas propriedades dos materiais envolvidos se podem considerar inalteradas relativamente às vigas em análise.

Os materiais considerados foram o betão, as folhas de fibras de carbono e a resina epoxy. Tendo em conta a natureza dos esforços instalados no betão, adoptou-se para este uma relação constitutiva elástica linear e isotrópica. O compósito com fibras de carbono exhibe um comportamento à tracção elástico linear até à rotura, tendo-se uma relação tensão-extensão linear no modelo numérico. A ligação betão-resina-CFRP é modelada por interfaces de espessura inicial nula. O respectivo comportamento é descrito por uma lei constitutiva entre as tensões de corte  $\tau$  e o escorregamento entre as faces da ligação  $s$  (Figura 1), com base no modelo de fenda fictícia originalmente concebido para o modo I da fractura por Hillerborg (1976) [3]. Esta relação apresenta um ramo ascendente linear e uma curva de amolecimento exponencial. Aos parâmetros materiais que caracterizam a ligação, atribuíram-se os seguintes valores: coesão  $c = 5MPa$ , rigidez de corte  $k_{int} = 1000MPa/mm$  e energia de fractura em modo II  $G_F^{II} = 1.5N/mm$ .

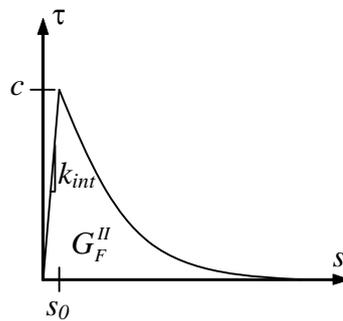


Figura 1: Relação constitutiva da interface.

Em termos experimentais, embora fosse conhecida a forma como a rotura final do elemento se manifestou, não foi possível saber quais os principais mecanismos de rotura envolvidos e sobretudo qual a importância relativa de cada um deles. Contudo, a aplicação do presente modelo numérico ao estudo das vigas ensaiadas por Travassos [1] e Mata [2], permitiu avaliar a influência da rotura por corte na interface betão-CFRP no comportamento final do elemento.

Adoptando a nomenclatura definida por Travassos [1], as Figuras 2 e 3 ilustram as características geométricas, bem como os esquemas de pormenorização, exterior e interior das vigas em análise. As vigas apresentavam um comprimento de  $4.00m$ , distando os apoios de  $3.70m$  entre si. O reforço exterior à flexão foi aplicado a toda a largura da viga, com  $3.60m$  de comprimento, de modo a não interferir com os apoios. Adoptou-se uma camada de reforço nas vigas A11, A14, A21, A33 e A34 e três camadas nas restantes: A12, A31 e A32. Refira-se que

as vigas A14, A33 e A34 foram reforçadas transversalmente com uma armadura exterior constituída por folhas unidireccionais de fibras de carbono com as mesmas características do material usado no reforço exterior longitudinal, com  $0.11mm$  de espessura. O valor teórico do módulo de elasticidade do CFRP é de  $240GPa$ , com uma extensão última à tracção de 1.55%.

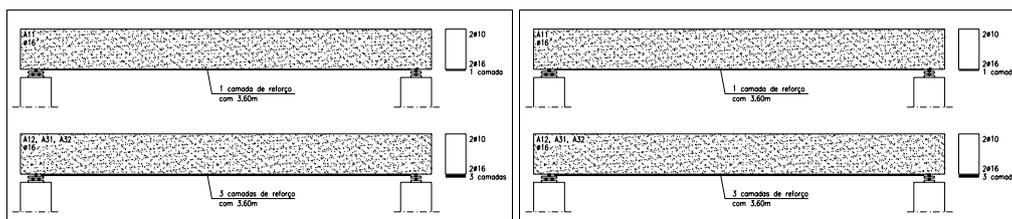


Figura 2: Geometria e esquema de armaduras exteriores [1].

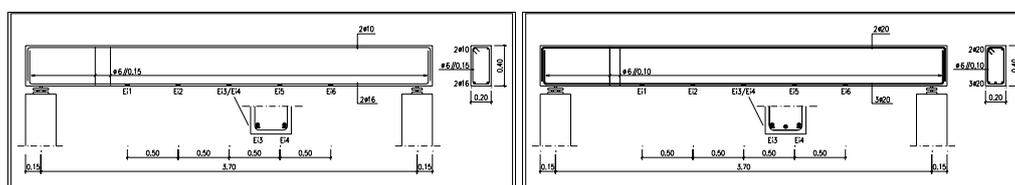


Figura 3: Armadura ordinária das vigas A11, A12, A14, A31, A32, A33 e A34 e A21 [1].

Na Tabela 1 apresentam-se as principais características do betão utilizado na execução dos modelos.

Tabela 1- Propriedades mecânicas do betão

Vigas	$E_{cm}$ (GPa)	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)
A12, A14, A32, A33	31.71	38.48	2.84
A11, A21, A31, A34	30.09	34.39	2.48

Quanto às armaduras, foi utilizado aço A400NR para a armadura ordinária colocada no interior do elemento de betão, à excepção da viga V21 cujo aço adoptado foi o A500NR, por razões alheias aos autores dos ensaios. O valores característicos da tensão de cedência do aço, de acordo com Travassos e Mata, foram  $f_{syk}^{A400NR} \approx 409MPa$  e  $f_{syk}^{A500NR} \approx 530MPa$ . O esquema de aplicação das cargas é ilustrado na Figura 4.

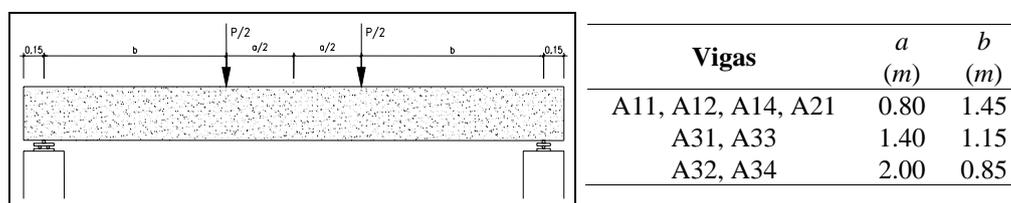


Figura 4: Distribuição do carregamento na viga

### 3. MODELO DE ADERÊNCIA

Tendo em conta a distribuição dos esforços ao longo da viga é possível distinguir a zona central, entre as cargas aplicadas, e as restantes zonas até aos apoios. Na parte central da peça predominam os momentos flectores, apresentando a viga fendilhação vertical. O esforço transversal existente resulta apenas do peso próprio da viga, sendo desprezável face às restantes cargas. Nas zonas laterais do elemento, entre os apoios e os pontos de aplicação das cargas, para além da flexão, existe esforço transversal significativo, tendo-se observado fendas com inclinação (características deste tipo de esforço).

No caso do betão reforçado exteriormente com fibras, o comportamento de uma região entre fendas de flexão pode simplificarmente ser descrito através de modelos de corte, desprezando os efeitos de flexão [4], [5]. Por equilíbrio de uma parcela de reforço é possível escrever

$$\tau(x) = \frac{\Delta\sigma_f(x)}{\Delta x} t_f, \quad (1)$$

em que  $\sigma_f$  e  $t_f$  são a tensão de tracção e a espessura do reforço, respectivamente. Uma vez que o diagrama de momentos flectores é constante na zona central da viga, compreendida entre pontos de aplicação da carga, a partir da Equação (1) obtêm-se tensões de aderência nulas entre estas duas secções, não sendo à partida mobilizado o mecanismo de aderência em estudo no presente trabalho. Porém, a hipótese assumida na Equação (1) de que as tensões de tracção no reforço são constantes entre duas fendas consecutivas, não corresponde à realidade, pelo menos em todas as fases do carregamento. Quando a fendilhação no betão tem início, as tensões de tracção nas armaduras assumem valores máximos nas secções fissuradas, decrescendo à medida que se consideram secções mais afastadas das fendas, resultado da transferência por aderência das tensões para o betão. Este comportamento foi caracterizado com recurso ao modelo numérico usado no presente estudo. Para isso considerou-se um troço central da viga compreendido entre duas fendas sucessivas, cuja distância se adoptou igual à distância média entre fendas, determinada segundo o Boletim 14 da FIB [6]. Uma vez que a distribuição dos momentos flectores é constante na zona de vão, admite-se aplicada uma força de tracção igual em ambas as extremidades do reforço e de valor  $N_f$ , como ilustra a Figura 5(a).

Quanto à zona lateral da viga, compreendida entre o apoio e o ponto de aplicação da carga, o diagrama de momentos flectores apresenta uma variação linear. É então necessário considerar tensões de tracção diferentes em cada extremidade do reforço. O acréscimo de força relativamente à extremidade menos solicitada, indicado na Figura 5(b), tem de ser determinado podendo recorrer-se ao método proposto pelo Boletim 14 da FIB [6]. Uma vez que as tracções apresentam valores tanto mais baixos quanto maior a proximidade dos apoios, pode dar-se o caso de nessas regiões não haver fendilhação, Figura 5(c), pelo que o modelo de aderência a adoptar pode ser assemelhado a um modelo de corte simples, que constitui a base do estudo efectuado.

Como já referido, a distância entre fendas num elemento reforçado à flexão simples é um aspecto a ter em conta na definição do modelo numérico de aderência. A distância média entre

fendas observado experimentalmente por Mata, na zona entre os pontos da aplicação da carga, foi de  $100\text{mm}$  para as vigas A11 e A12, enquanto para a viga A21 foi de  $150\text{mm}$ . Os valores obtidos pela metodologia proposta no Boletim 14 da FIB [6], na ordem dos  $200\text{mm}$ , são mais elevados, referindo-se à distância média entre fendas mais desfavorável. Em relação aos restantes modelos de viga não foi possível obter informação sobre este aspecto.

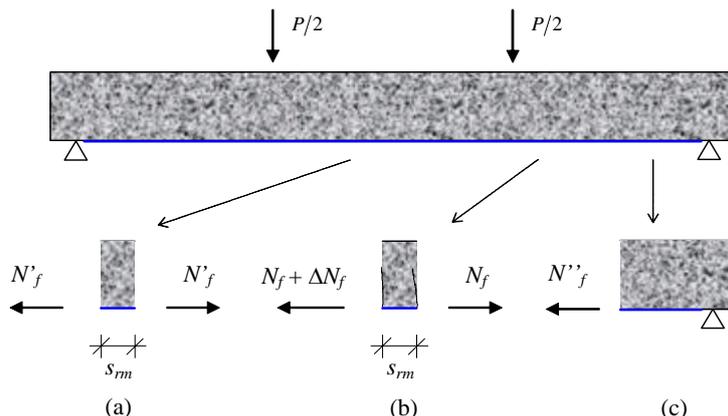


Figura 5: Padrão tipo de fendilhação e esquema de modelos de aderência: (a) zona central, (b) zona lateral com fendilhação, (c) zona lateral sem fendilhação

De modo a efectuar uma breve análise ao comportamento da viga no que respeita à fendilhação na zona central, aplicou-se o modelo numérico de aderência em uso no presente trabalho. Para isso considerou-se um troço de viga entre duas fendas consecutivas, reforçado com uma camada de folhas unidireccionais de CFRP. Atendendo à simetria apresentada, o comprimento do elemento adoptado foi de  $75\text{mm}$  relativamente a uma distância entre fendas de  $150\text{mm}$ , tal como observado por Mata [2]. Com base em estudos anteriores [7] admitiu-se que apenas uma parte da secção de betão influencia a distribuição das tensões na interface, adoptando-se para efeitos numéricos uma altura de viga com  $50\text{mm}$ . Os resultados obtidos são apresentados na Figura 6, onde se mostra a distribuição das extensões e das tensões, respectivamente, ao longo do comprimento de colagem, para diferentes níveis de carga.

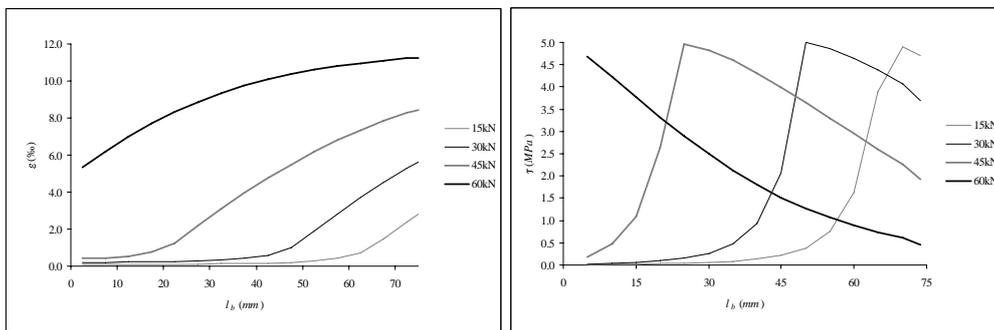


Figura 6: Distribuição das extensões e tensões no reforço ao longo do comprimento de colagem

Da observação da Figura 6 resulta que a ligação começa por se comportar de acordo com o modelo de aderência ao corte simples. A partir de determinado nível de carga, começa a acentuar-se a interacção entre os esforços provenientes de cada um dos lados do reforço. O escorregamento ao nível da interface diminui, passando progressivamente a ser controlado pelas extensões no compósito. Neste caso, a ocorrer a rotura será pelo CFRP. Contudo, para uma distância entre fendas próxima do dobro do comprimento de amarração efectivo ou superior, é possível esgotar a resistência da ligação. A ruína local progride rapidamente e, conseqüentemente, a transferência de esforços referida, dar-se-á de forma brusca, podendo desencadear a ruína global do elemento. Este efeito dinâmico provoca um aumento pontual das extensões no compósito, podendo conduzir à rotura do mesmo, no caso de taxas de reforço mais baixas.

### 3.1 Determinação da carga última

Tendo em conta a localização do troço de viga, bem como a distância entre fendas observada por Mata [2] e a determinada pela metodologia exposta no Boletim 14 da FIB, considerou-se um comprimento de ancoragem de pelo menos  $200mm$ , podendo admitir-se que toda a resistência da ligação foi mobilizada, de acordo com estudos anteriormente efectuados [8]. O valor da força última obtida no CFRP foi de  $56.5kN$  e  $97.9kN$  para uma e três camadas, respectivamente. Admitindo que a rotura se dá pela interface betão-CFRP, a resistência última da viga à flexão simples pode ser obtida simplificadamente por equilíbrio ao nível da secção, a partir de

$$M_u = z_m \times (F_u + F_{syk}), \quad (2)$$

onde  $F_{syk}$  é a força característica de tracção na armadura ordinária em cedência e  $z_m$  é o valor médio do braço do binário relativo à resultante das compressões e tracções, no betão e na armadura, respectivamente, podendo ser obtido através de Equação (3) [6].

$$z_m = 0.85 \frac{hE_f A_f + dE_s A_s}{E_f A_f + E_s A_s}, \quad (3)$$

onde  $E_f A_f$  e  $E_s A_s$  são a rigidez axial do reforço exterior e da armadura ordinária de tracção, respectivamente. Tendo em conta o diâmetro dos varões adoptados para os estribos e para a armadura longitudinal ordinária, e o recobrimento adoptado nas vigas, o qual foi de  $15 mm$ , obteve-se o valor da altura útil,  $d$ . O valor de  $z_m$  foi de  $0.317mm$  para as vigas A11, A14, A33 e A34;  $0.314mm$  para a viga A21;  $0.319$  para as vigas A12, A31e A32. Tendo em conta a Equação (2) e o diagrama de momentos flectores na zona central da viga é possível obter a carga última a que a viga resiste através de  $P_u = 2M_u/b$ .

A Tabela 2 resume os valores obtidos para cada viga, concluindo-se da boa concordância entre valores teóricos e experimentais.

Tabela 2 - Comparação entre valores teóricos e experimentais da carga e extensão última

Vigas	$P_u^{teor}$ (kN)	$P_u^{exp}$ (kN)	erro (%)	$\varepsilon_u^{teor}$ (‰)	$\varepsilon_u^{exp}$ (‰)	erro (%)
A11	96.5	92.0	5	10.6	6.7	58
A14	96.5	85.1	13	10.6	6.2	70
A33	121.7	105.3	16	10.6	3.2	236
A34	164.7	160.0	3	10.6	8.4	26
A21	241.0	240.1	0	10.6	9.2	16
A12	115.5	132.2	-13	6.1	8.0	-23
A31	145.6	160.1	-9	6.1	10.6	-42
A32	197.0	217.6	-9	6.1	7.2	-15

De acordo com o que foi descrito por Travassos nos elementos reforçados com uma camada a rotura ocorreu por tracção da folha de CFRP e nas situações em que se utilizaram três camadas de CFRP (vigas A12, A31 e A32), observou-se destacamento do reforço.

#### 4. OBSERVAÇÕES E CONCLUSÕES

Da análise da Tabela 2 é possível observar a grande proximidade entre os valores teóricos e experimentais no que respeita ao carregamento de rotura. Contudo, os valores das extensões medidas nos ensaios afastam-se significativamente dos valores teóricos esperados. A razão que se apresenta tem como base a existência de um eventual efeito dinâmico resultado da forma brusca como se dá a rotura, que induzirá um agravamento instantâneo dos esforços.

Nos casos em que houve rotura do reforço, as extensões medidas apresentam-se muito abaixo do valor limite, 15‰. Tal pode dever-se à forma repentina como surgem os processos de rotura prematura que, mesmo ocorrendo a nível local, conduzem ao colapso do elemento acompanhado de um efeito dinâmico. Assim, as extensões no reforço agravam-se muito rapidamente conduzindo, neste caso, à ruína do reforço sem que haja possibilidade de registar experimentalmente esses valores. Os resultados numéricos, não estando condicionados por esta limitação apresentam valores superiores aos experimentais e mais próximos do valor limite.

Quando são consideradas três camadas de reforço as extensões observadas experimentalmente são em geral superiores às dos modelos com uma camada. A existência do efeito dinâmico aquando da ruína do elemento, apesar de induzir um aumento pontual das extensões, não leva à rotura das folhas, dado apresentarem maior resistência, possibilitando o registo das extensões na rotura. Uma vez que o efeito dinâmico não é considerado no modelo numérico, as extensões obtidas por esta via são naturalmente inferiores às experimentais. No caso do reforço com uma camada, a rotura nas fibras pode ocorrer em qualquer secção situada entre pontos de aplicação das cargas ou próxima destes, uma vez que as tracções são maiores. Parece observar-se experimentalmente que a rotura do reforço é acompanhada pelo seu destacamento.

Da análise dos resultados apresentados é possível concluir da importância deste modo de rotura no comportamento do elemento à flexão. O erro registado, em algumas situações, entre valores teóricos e experimentais, é perfeitamente aceitável, indicando um bom desempenho do modelo numérico utilizado. Refira-se que os modelos numéricos que recorrem a uma abordagem de fenda distribuída não conseguem descrever o que sucede em termos de distribuição de tensões de aderência na zona central da viga, entre duas fendas.

## 5. AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito do projecto “Estudo da Ligação entre Betão e Materiais Compósitos de Reforço” – POCTI/ECM/36043/99, financiado pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia.

## 6. REFERÊNCIAS

- [1] Travassos, N. – *Caracterização do comportamento da ligação CFRP-betão*. Tese de Mestrado, documento provisório. Instituto Superior Técnico, Lisboa, Novembro, 2001.
- [2] Mata, S. – *Análise de vigas reforçadas à flexão com compósitos de tecido de fibra de carbono*, Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Dezembro, 2002.
- [3] Hillerborg, A., *et al.* – “Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements”. *Cement and Concrete Research*, 1976, Vol. 6, p. 773-782.
- [4] Teng, J. *et al.* – *FRP: strengthened rc structures*, John Wiley & Sons, 2002, ISBN: 0-471-48706-6.
- [5] Niedermeier, R. – *Zugkraftdeckung bei klebarmierten bauteilen (Envelope line of tensile forces while using externally bonded reinforcement)*. Doctoral Dissertation, TU München (em Alemão). 2000.
- [6] FIB (CEB-FIP) – FIB Technical Report on the Design and Use of Externally Bonded Fibre Reinforced Polymer Reinforcement (FRP EBR) for Reinforced Concrete Structures – *Externally bonded FRP reinforcement for rc structures* – Fédération Internationale du Béton, Bulletin 14, July, 2001.
- [7] Brosens, K. – *Anchorage of externally bonded steel plates and CFRP laminates for the strengthening of concrete elements*. Doctoral Thesis, K. U. Leuven, 2001.
- [8] Neto, P. *et al.* – “A influência do modo II de fractura no reforço do betão com FRP”, ed. J. I. Barbosa, 2003, Évora, p. 57-64.