# ANÁLISE DAS DISPOSIÇÕES DO EC2 PARA A AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE 2ª ORDEM EM ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO



J. FALCÃO
Assist. de
Investigação
LNEC
Lisboa



J. VINAGRE Prof. Auxiliar IST/UTL Lisboa

## **SUMÁRIO**

Na sequência da aprovação da última versão do EC2 é abordado o tema dos efeitos de 2ª ordem em estruturas de betão armado. Neste contexto, é realizada uma análise comparativa das diversas metodologias regulamentares, propostas pela nova versão do EC2 e pelo REBAP, com a exposição de conceitos úteis para uma correcta aplicação das disposições regulamentares.

Efeitos de 2ª Ordem Encurvadura Betão armado Pilares Elementos Comprimidos Análise Não Linear

# 1. INTRODUÇÃO

A recente revisão do Eurocódigo 2 (EC2-04) constitui uma evolução positiva relativamente à versão anterior deste regulamento (EC2-90), nomeadamente na estruturação e sistematização dos procedimentos propostos para a verificação da segurança aos efeitos de 2ª ordem. O EC2 propõe quatro métodos principais para avaliação dos efeitos de 2ª ordem:

- Método geral baseado numa análise física e geometricamente não linear;
- Método de análise de 2ª ordem baseado na rigidez nominal (análise elástica geometricamente não linear com rigidez reduzida);
- Método baseado no factor de amplificação de momentos (método da amplificação de momentos – MAM – com rigidez reduzida);
- Método baseado na curvatura nominal (método da excentricidade adicional MAE).

No presente artigo procede-se à aferição dos métodos propostos, aplicando-os a casos simples – um pilar isolado em consola e um pórtico de um tramo – representativos de estruturas de nós com deslocamentos laterais não desprezáveis em que os efeitos de 2ª ordem assumem uma maior importância. A verificação de cada um dos dimensionamentos foi efectuada recorrendo a análises física e geometricamente não lineares, tendo-se concluído que:

- 1) os métodos simplificados (MAM e MAE) estão mais indicados para a aplicação local em elementos isolados ou inseridos em estruturas de deslocamentos laterais desprezáveis apresentando, no entanto, a dificuldade em obter uma distribuição equilibrada dos esforços a nível global em estruturas mais complexas, com as consequentes implicações no dimensionamento da estrutura.
- 2) os métodos não lineares (utilizando recurso a programas de análise não linear) estão vocacionados para aplicação global em estruturas. A utilização de análises físicas e geometricamente não lineares com uma lei constitutiva adequada, embora envolvendo alguma complexidade, representam a melhor solução em termos de aproximação ao comportamento real da estrutura. Por outro lado, uma análise geometricamente não linear permite obter muito bons resultados com valores realistas da rigidez, sendo bastante mais acessível para um projectista relativamente a uma análise física e geometricamente não linear.

No artigo são ainda referidos alguns aspectos que, na actual regulamentação e do ponto de vista dos autores, carecem de clarificação ou de introdução de melhorias.

## 2. MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM

O EC2 **Error! Reference source not found.** propõe quatro métodos principais para avaliação dos efeitos de 2ª ordem, descritos nos parágrafos seguintes.

## 2.1 Método geral

O método geral é baseado numa análise global física e geometricamente não linear (AFGNL), de acordo com as regras gerais especificadas no EC2 Error! Reference source not found. para este tipo de análises. Especificamente, é referido que podem ser utilizadas as relações constitutivas para o betão e o aço propostas (§3.1.5 e §3.2.3 do EC2 Error! Reference source not found.), baseadas em valores de cálculo. Segundo a metodologia apresentada, o valor de cálculo da carga de rotura resulta directamente da análise, não sendo fornecidos mais pormenores em relação à metodologia de análise não linear. Convém, no entanto, realçar

desde logo, a dificuldade na aplicação das análises não lineares à generalidade das situações de projecto e o desconhecimento dos conceitos e cuidados a atender, pela grande maioria de projectistas, a laborar no mercado de trabalho.

## 2.2 Método de análise de 2ª ordem baseado na rigidez nominal

Este método consiste numa análise elástica de 2ª ordem (geometricamente não linear) baseada na rigidez nominal (AGNL), na qual se recorre a uma redução da rigidez de flexão, de modo a ter em consideração os efeitos da fendilhação, não linearidade física no comportamento global da estrutura, segundo o modelo preconizado pelo EC2 Error! Reference source not found. e descrito resumidamente em 3.2. Uma vez dominada a metodologia de cálculo da rigidez nominal, em que em princípio a redução de rigidez é determinada para cada elemento, este método é relativamente simples de aplicar, apresentando o mesmo grau de dificuldade de uma simples análise elástica linear. Caracterizase também por ser um método de análise global da estrutura.

## 2.3 Método baseado no factor de amplificação de momentos

O EC2 **Error! Reference source not found.** permite a utilização de um método baseado na rigidez nominal que recorre ao método de amplificação de momentos. O momento total de cálculo, incluindo o momento de 2ª ordem, pode ser expresso como uma amplificação dos momentos resultantes de uma análise linear utilizando a seguinte expressão:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[ 1 + \frac{\beta}{\frac{N_B}{N_{Ed}} - 1} \right]$$
 (1)

em que  $M_{0Ed}$  é o momento de primeira ordem;  $\beta$  um coeficiente dependente da distribuição dos momentos de 1ª e de 2ª ordem;  $N_{Ed}$  é o valor de cálculo do esforço axial e  $N_B$  é a carga crítica do elemento, baseada na rigidez nominal. Neste ponto, o EC2 **Error! Reference source not found.** não é explícito em relação ao cálculo da carga crítica, pois que no seu cálculo segundo a definição (expressão de Euler), a rigidez do elemento comprimido intervém directamente no numerador mas pode também, no caso geral dos nós com fixação elástica, intervir indirectamente no denominador através do comprimento efectivo de encurvadura. Este método, tal como o anterior utiliza a rigidez nominal para contabilizar a não linearidade física. Por outro lado, apresenta a desvantagem de não poder ser aplicado de forma global, apenas permitindo a análise local de elementos, com as inerentes dificuldades na compatibilização de esforços na estrutura.

# 2.4 Método baseado na curvatura nominal

O EC2 **Error! Reference source not found.** retoma o método simplificado baseado na excentricidade adicional introduzindo algumas alterações. Este método é primariamente indicado para elementos isolados com esforço axial constante, permitindo determinar o momento de 2ª ordem a partir da configuração deformada obtida através da estimativa da curvatura máxima. O momento total é obtido de:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$$
 (2)

em que  $M_{0\text{Ed}}$  é momento de primeira ordem e  $M_2$  o momento nominal de segunda ordem dado por

$$M_2 = N_{Ed} e_2$$
 (3)

em que  $N_{\text{Ed}}$  é o valor de cálculo do esforço axial e  $e_2$  a excentricidade de  $2^a$  ordem, obtida a partir da expressão

$$e_2 = \frac{1}{r} \frac{l_0^2}{c}$$
 (4)

sendo 1/r a curvatura;  $l_0$  o comprimento efectivo de encurvadura e c um factor dependente da distribuição da curvatura total.

# 3. CÁLCULO DO COMPRIMENTO EFECTIVO DE ENCURVADURA E DA RIGIDEZ NOMINAL

# 3.1 Comprimento Efectivo de Encurvadura

O EC2 **Error! Reference source not found.** permite obter de um modo simplificado o valor do comprimento efectivo de encurvadura, I<sub>0</sub>, para elementos comprimidos inseridos em estruturas, de modo simplificado, através das seguintes expressões:

a) Elementos contraventados

$$l_0 = 0.51\sqrt{1 + \frac{k_1}{0.45 + k_1}} \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0.45 + k_2}\right)$$
 (5)

b) Elementos não contraventados

$$1_0 = 1 \cdot \max \left\{ \sqrt{\left(1 + 10 \cdot \frac{\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2}{\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2}\right)}, \left(1 + \frac{\mathbf{k}_1}{1 + \mathbf{k}_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{\mathbf{k}_2}{1 + \mathbf{k}_2}\right) \right\}$$
 (6)

em que:

 $k_1$  e  $k_2$  – rigidezes relativas de rotação nas restrições das extremidades 1 e 2, respectivamente, I – distância livre do elemento entre os nós.

As novas expressões (5) e (6) recorrem a uma versão modificada dos anteriores quocientes de rigidez utilizados nos restantes regulamentos. Esta nova forma de cálculo pretende ter em conta as características elásticas dos elementos de restrição, substituindo os quocientes  $k_a$  e  $k_b$  ou  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , respectivamente, na terminologia do EC2-90 **Error! Reference source not found.** ou do REBAP **Error! Reference source not found.** A relação das rigidezes entre os elementos comprimidos e os elementos restritivos em cada extremidade,  $k_i$ , passou a estar dependente das condições de apoio destes últimos, sendo definida pelo seguinte quociente de acordo com a expressão 5.17 do EC2 **Error! Reference source not found.** 

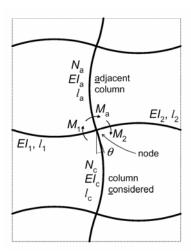


Fig. 1: Grandezas envolvidas na determinação dos factores de rigidez  $k_i$  Error! Reference source not found.

$$k_i = \frac{\theta_i}{M_i} \left[ \frac{EI_c}{l_c} \right] = \frac{\frac{EI_c}{l_c}}{\frac{M_i}{a}}$$
 (7) NOTA: LETRA MUITO PEQUENA

em que  $\frac{M_i}{\theta_i} = \frac{1}{\theta_i} \sum_{j=1}^{n} M_{ij}$  representa a rigidez rotacional dos elementos de restrição (correspondente à  $i\bar{r}_0^i$ didez da análise elástica de estruturas em que  $\theta_i$  é a rotação associada a qualquer momento instalado  $M_{ij}$ ),  $\frac{El_c}{l_c}$  - representa a rigidez rotacional do elemento comprimido e  $\frac{\theta_i}{M_i}$  representa a rigidez rotacional dos elementos de restrição

Esta nova abordagem permite a contabilização da rigidez dos elementos restritivos tal como é calculada pela análise estrutural elástica de primeira ordem e não apenas as características sumárias de rigidez (El/I), como tem sido norma corrente na restante regulamentação, desprezando a influência das condições de apoio das suas extremidades.

Deste modo, é possível obter os quocientes de rigidez directamente dos resultados do cálculo automático provenientes de uma simples análise elástica, independentemente do carregamento ou módulo de elasticidade usado no cálculo. O k<sub>i</sub> assim definido é uma propriedade elástica da estrutura, com característica invariante. Esta particularidade simplifica

consideravelmente o processo de cálculo, sobretudo quando um elemento de restrição está por sua vez ligado a vários elementos (uma situação praticamente impossível de contabilizar rigorosamente sem a inclusão de todas as contribuições elásticas desses vários elementos).

Na figura 2 exemplificam-se, para as duas situações limite de fixação do elemento restritivo (rotulado e encastrado), os valores correspondentes de  $k_i$  e a sua comparação com o processo tradicional de cálculo. Segundo a definição, o valor de  $k_i$  pode ser relacionado com o valor correspondente ao quociente de rigidez ( $\alpha_i$  na terminologia do REBAP**Error! Reference source not found.**). Deste modo, para um dado valor  $\alpha_i$  corresponde uma gama de valores possíveis de  $k_i$ , consoante a condição de fixação do elemento de restrição na extremidade oposta. Os valores possíveis de  $k_i$  irão estar compreendidos numa banda de variação entre  $\alpha_i/4$  e  $\alpha_i/3$ , que são os casos limites de fixação de encastramento e de rótula, respectivamente (figuras 3 e 4).

## NOTAS: AS FIGURAS DEVIAM ESTAR TRADUZIDAS...

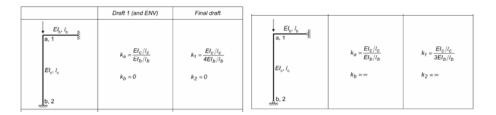
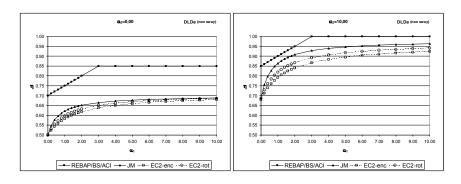


Fig. 2: Comparação entre as diferentes definições dos factores de rigidez  $k_i$ , com exemplificação para dois casos limites de fixação (ligação rotulada e encastramento) **Error!** Reference source not found.



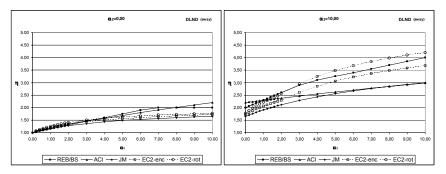


Fig. 3: Valores de  $\eta$  em função dos valores de  $\alpha_i$  para um elemento comprimido com restrições elásticas e deslocamentos laterais desprezáveis (DLDe) e não desprezáveis (DLND), segundo o REBAP e para o EC2 – elemento adjacente encastrado e rotulado) [8].

Finalmente, na determinação do comprimento efectivo de encurvadura o EC2 **Error! Reference source not found.** refere que a rigidez dos elementos de restrição deve incorporar o efeito da fendilhação (§5.8.3.2(5)), não fornecendo, no entanto, indicação para quantificar esse efeito. Este é um ponto que merece uma especial atenção, dado que a consideração de uma rigidez reduzida exclusivamente para o elemento comprimido, no cálculo de  $l_0$ , é contra a segurança.

## 3.2 Rigidez nominal

Na análise dos efeitos de segunda ordem, o EC2 Error! Reference source not found. recorre ao conceito da rigidez nominal para simular a influência da não linearidade física no comportamento do betão armado. Este conceito é muito similar ao conceito da rigidez reduzida utilizado no ACI 318 Error! Reference source not found. para o cálculo da carga crítica no método da amplificação de momentos. Analogamente, o seu valor é obtido através da homogeneização da secção baseada na contribuição ponderada das rigidezes do betão e do aço, dada por:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$
 (8)

em que  $E_{cd}$  e  $E_s$  são os valores de cálculo do módulo de elasticidade do betão e do aço, respectivamente;  $I_c$  e  $I_s$  são os valores do momento de inércia da secção de betão e da área da secção de armadura em relação ao centro de gravidade da secção;  $K_c$  e  $K_s$  são factores de redução da rigidez, para o betão e aço, respectivamente. Se a percentagem de armadura da secção for superior a 0.2% ( $\rho$ >0,002), os factores K podem ser considerados iguais a:

$$K_s = 1$$
  $K_c = \frac{k_1 k_2}{(1 + \varphi_{ef})}$  (9)

em que

φef é o coeficiente efectivo de fluência (§5.8.4);

 $k_1$  é um factor dependente da classe de resistência do betão (em MPa), dado por  $k_1 = \sqrt{\frac{f_{ck}}{20}}$ 

 $k_2$  é um factor dependente do esforço axial reduzido v e da esbelteza do elemento λ, considerado igual a  $k_2 = v \cdot \frac{\lambda}{170} \le 0,\!20$ . Se o valor da esbelteza λ não for conhecido poderá considerar-se  $k_2$  = v .  $0,\!30 \le 0,\!20$ .

Alternativamente, se a percentagem de armadura da secção for superior a 1% ( $\rho \ge 0.01$ ) os factores  $K_s$  e  $K_c$  podem considerar-se dados por:

$$K_s = 0$$
  $K_c = \frac{0.3}{(1+0.5\phi_{ef})}$  (10)

Em analogia com o ACI 318 Error! Reference source not found., a utilização da rigidez nominal no EC2 Error! Reference source not found. é prescrita (embora de forma pouco clara) para o cálculo da carga crítica no método baseado no factor de amplificação de momentos, quando refere de uma forma simplista que a carga crítica é baseada na rigidez nominal. Contudo, ao contrário do regulamento americano que utiliza factores de redução fixos, no EC2 Error! Reference source not found. o uso da rigidez nominal também é preconizado para análises de 2ª ordem, estendendo-se também aos elementos restritivos adjacentes (§5.8.7.1) não sendo porém especificadas as expressões a usar para esses elementos (§5.8.7.2(4)).

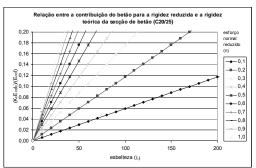




Fig. 4: A rigidez nominal resulta da soma das duas parcelas de contribuição do betão e do aço (segundo a expressão 5.21 do EC2) [8].

#### 4. METODOLOGIA PROPOSTA PARA O MÉTODO GERAL

O método geral proposto pelo EC2 [2], apresenta algumas dificuldades de implementação que estão relacionadas quer com a quantidade de armadura a considerar no início da análise não linear nas diversas secções da estrutura, quer com o parâmetro de carga a ser alcançado na rotura. A regulamentação é omissa em relação a estas questões, pelo que se propõe que se adopte um processo iterativo baseado na proposta de Castro [6], que se desenvolve nos seguintes passos:

- 1. Cálculo elástico linear da estrutura;
- Dimensionamento das secções para os esforços elásticos, calculados em 1. considerando coeficientes de segurança de cálculo para a verificação dos estados limites últimos;
- 3. Análise não linear até à rotura adoptando relações constitutivas de cálculo e obtenção de um parâmetro de carga de rotura, Λ;
- 4. Estimativa de novos esforços de dimensionamento, afectando os esforços das diversas secções, obtidos em 3., pelo produto da relação entre o parâmetro de carga a atingir (normalmente Λ=1,50) e o parâmetro de carga determinado em 3;
- 5. Redimensionamento das secções e repetição do processo (passos 3., 4. e 5.) até que se verifique a condição de um parâmetro de carga de rotura superior ao parâmetro de carga a atingir.

## 5. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Para aferição dos métodos propostos pela regulamentação procedeu-se à sua aplicação a casos simples – um pilar isolado em consola e um pórtico de um tramo – representativos de estruturas de nós com deslocamentos laterais não desprezáveis em que os efeitos de 2ª ordem assumem uma maior importância. As características geométricas e carregamento são indicados nas figuras 6 e 7 e os materiais utilizados foram o betão C20/25 e o aço A400. Em

virtude de este estudo incidir especialmente na análise dos efeitos de 2ª ordem, optou-se pela não inclusão dos efeitos das imperfeições geométricas e da fluência. As análises não lineares foram realizadas recorrendo a um programa comercial (DIANA) adoptando, para o betão, um modelo de plasticidade e fendilhação baseado na deformação total do tipo multilinear, reproduzindo aproximadamente um diagrama hiperbólico, enquanto que para o aço, foi utilizado um modelo elastoplástico bilinear. Estes modelos seguem as orientações do EC2 [2] (§3.1.5) para este tipo de análises.

O dimensionamento das secções de betão armado foi efectuado a partir dos esforços resultantes da aplicação de cada método analisado e utilizou leis constitutivas baseadas num diagrama parábola-rectângulo para o betão e elastoplástico bilinear para o aço. A verificação de cada um desses dimensionamentos foi efectuada recorrendo a uma análise física e geometricamente não linear (correspondente a um ensaio à rotura virtual) permitindo obter um parâmetro de carga de rotura  $\Lambda$ , em que um valor superior ou igual a 1,50 corresponde a um dimensionamento que verifica a segurança global da estrutura.

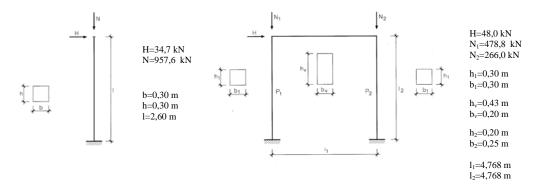


Fig. 5: Exemplo 1: pilar isolado em consola.; Exemplo 2: pórtico de um tramo.

Nos dois casos exemplificativos de estudo foram aplicados, para o dimensionamento estrutural, os métodos baseados nas propostas regulamentares seguidamente descritos. A natureza de algumas metodologias e a ausência de critérios claros de aplicação, conduziram a que tivessem sido testadas diversas variantes em determinados métodos:

- 1 Análise elástica de 1ª ordem (análise elástica linear) correspondente a um dimensionamento obtido a partir de uma análise elástica.
- 2 Análise elástica de 2ª ordem (análise geometricamente não linear) baseada na rigidez da secção teórica de betão e desprezando a contribuição das armaduras.
- 3 Análise física e geometricamente não linear método geral do EC2. Foi usado o esquema iterativo descrito na secção 4.
- 4 Análise elástica de 2ª ordem método da rigidez nominal do EC2. Análise geometricamente não linear com rigidez reduzida.

No exemplo do pilar isolado esta metodologia deu origem a 3 variantes. A 1ª e a 2ª variantes basearam-se na utilização da expressão 5.24 para obtenção do coeficiente  $k_c$  para o cálculo da rigidez reduzida (dependente do esforço normal e da esbelteza) respectivamente com e sem consideração do limite superior de 0,20 imposto no regulamento. A 3ª variante baseou-se na expressão mais simplificada 5.26, onde não intervém nenhum parâmetro. De modo semelhante, no exemplo do pórtico foram testadas 6 variantes. As primeiras 3 variantes basearam-se na utilização da expressão 5.25 para estimar  $l_0$ , a partir do qual foi determinada a rigidez nominal recorrendo à expressão mais geral 5.24, com e sem consideração do limite superior de 0,20 (variantes 1 e 2) e finalmente a expressão mais simplificada 5.26 (3ª variante). As restantes variantes correspondem às 3 primeiras com a excepção de neste caso se considerar uma redução de rigidez na viga do pórtico, onde se recorreu à expressão 5.26, que se traduz na prática por uma redução de 70% na rigidez.

5 – Análise Simplificada (EC2) – método baseado no factor de amplificação de momentos. Análise recorrendo à amplificação de momentos com rigidez reduzida, em que esta intervém também ao nível do cálculo da carga crítica.

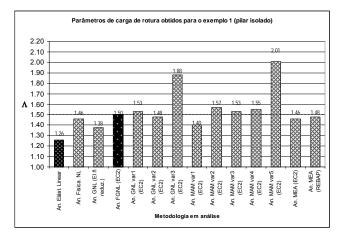
Devido à menor complexidade relativamente ao método anterior foram testadas 5 variantes deste método no exemplo do pilar isolado. A variante 1 baseou-se na rigidez não reduzida da secção. A 2ª e a 3ª variantes basearam-se na expressão 5.24, respectivamente com e sem consideração do limite superior de 0,20. Nas variantes 4 e 5 procedeu-se de modo idêntico mas neste caso recorrendo à expressão intermédia 5.25 dependente apenas do esforço normal. No exemplo do pórtico, optou-se por testar 6 variantes. Deste modo, primeiramente foi estimado o comprimento efectivo de encurvadura lo recorrendo a duas alternativas: expressões 5.25 e 5.26, cada originando 3 variantes. Num segundo passo, cada valor de lo foi utilizado associado a uma redução de rigidez calculada através do uso da expressão 5.24 com e sem limite superior de 0,20 e da expressão 5.26, dando origem às variantes 1 a 3 e variantes 4 a 6, respectivamente.

6 – Análise Simplificada (EC2) – método da curvatura nominal do EC2 (excentricidade adicional).

No exemplo do pórtico foram estudadas três variantes em função do modo de cálculo do comprimento efectivo de encurvadura. Assim,  $l_0$  foi obtido na  $1^a$  variante a partir da rigidez elástica teórica dos elementos comprimidos enquanto que as variantes 2 e 3 foram calculadas utilizando a redução de rigidez do método da rigidez nominal respectivamente através das expressões 5.25 e 5.26.

7 – Análise Simplificada – método da excentricidade adicional do REBAP.

No exemplo do pórtico,  $l_0$  foi obtido através da rigidez elástica teórica dos elementos comprimidos.



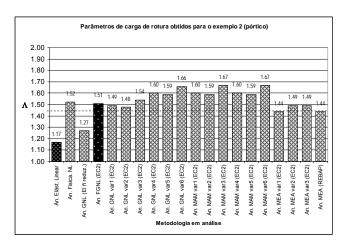


Fig. 6: Valores dos parâmetros de carga de rotura obtidos através da verificação da segurança dos dimensionamentos obtidos para os vários métodos aplicados (pilar isolado e pórtico) [8].

Finalmente, os dimensionamentos obtidos pelas várias metodologias foram verificados submetendo a estrutura a um carregamento paramétrico monotónico até à rotura através de uma análise física e geometricamente não linear. Paralelamente e por questões de aferição foi também realizada uma verificação ao dimensionamento obtido a partir da análise elástica de 1ª ordem recorrendo a uma análise fisicamente não linear até à rotura.

Os resultados das verificações dos dimensionamentos obtidos neste estudo comparativo são apresentados na figura 8 sob a forma de um parâmetro de carga de rotura reflectindo o grau de segurança da estrutura aos estados limites últimos para as acções de projecto.

#### 65. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os métodos de análise não linear estão principalmente vocacionados para análises globais dos efeitos de 2ª ordem de estruturas e a sua eficácia está fortemente dependente do realismo das leis constitutivas utilizadas. O método de análise FGNL proporciona resultados de elevado rigor com leis constitutivas adequadas, permitindo a obtenção de uma distribuição de esforços

globalmente equilibrada. Exigem, no entanto, um investimento elevado em meios humanos e computacionais assim como cuidados especiais de validação do modelo (

O método de análise GNL conduz a uma subavaliação dos efeitos de 2ª ordem, se não for considerada a não linearidade física mediante uma adequada redução da rigidez. Quando esta é bem estimada a aproximação obtida é de muito boa qualidade. A realização de uma análise GNL pouco difere de uma análise elástica corrente. É menos exigente relativamente a uma análise FGNL, recorrendo a programas comerciais já bastante difundidos e deste modo testados em muitas situações de projecto Como método global permite obter uma distribuição de esforcos compatibilizada.

O método de amplificação de momentos (MAM) baseado na rigidez nominal constitui um método aproximado alternativo ao uso directo de uma análise GNL, permitindo obter também bons resultados desde que a rigidez reduzida tenha sido correctamente estimada. No entanto, por se tratar de um método de aplicação local a distribuição global de esforços obtida numa estrutura com vários elementos não é de um modo geral equilibrada. Além disso, apresenta o inconveniente de exigir o cálculo da carga crítica elemento a elemento.

O método da excentricidade adicional (MAE), proposto no REBAP [4] e no EC2 [2] apenas com ligeiras diferenças, permite a obtenção de resultados com uma aproximação razoável para elementos isolados, embora com uma tendência para a subestimação dos esforços. As variantes deste método testadas com a versão do EC2 [2] demonstram que a qualidade da aproximação melhora com a consideração de um  $l_0$  que reflicta uma redução de rigidez realista.

## 7. CONCLUSÕES

Este estudo abordou a problemática dos efeitos de segunda ordem, enquadrada no âmbito da actual regulamentação sobre estruturas de betão armado (EC2 [2] e REBAP [4]).

No caso da nova versão do EC2 **Error! Reference source not found.** é de salientar o esforço colocado na sistematização e simplificação das disposições regulamentares e a oferta de quatro metodologias diferentes para a análise dos efeitos de segunda ordem. Estas metodologias incluem métodos de análise não linear no domínio físico e geométrico (método geral) e no domínio geométrico (análise de 2ª ordem baseada na rigidez nominal), e métodos simplificados, um dos quais baseado no conceito da amplificação de momentos e o outro baseado na excentricidade adicional (curvatura nominal).

Relativamente ao comprimento efectivo de encurvadura, verificou-se a introdução na presente versão do EC2 **Error! Reference source not found.**, de uma metodologia de cálculo baseada na utilização de novas expressões de aproximação e de um diferente processo de cálculo dos factores de rigidez.

O conceito de rigidez reduzida surge pela primeira vez no EC2 **Error! Reference source not found.**, associado a dois métodos e é apresentado sob a designação de "rigidez nominal". A noção da rigidez reduzida pretende reproduzir a influência da perda de rigidez do betão devido aos fenómenos fisicamente não lineares.

Os resultados obtidos pela aplicação dos métodos regulamentares propostos no EC2 [2] e REBAP [4] a casos práticos simples permitem concluir que:

- 1) os métodos simplificados (MAM e MAE) estão mais indicados para aplicação local em elementos isolados ou inseridos em estruturas de deslocamentos laterais desprezáveis (não permitem obter uma distribuição equilibrada dos esforços nos nós das estruturas, com consequentes implicações no seu dimensionamento);.
- 2) os métodos não lineares são de aplicação geral. A utilização de uma análise FGNL com uma lei constitutiva adequada representa a melhor solução em termos de aproximação ao comportamento real da estrutura. No entanto, a regulamentação não fornece pistas para a utilização de programas de análise FGNL no dimensionamento estrutural, esperando-se que a metodologia proposta na secção 4 deste estudo possa contribuir, em parte, para colmatar essa lacuna. Já as análises GNL permitem obter muito bons resultados com valores realistas da rigidez, sendo bastante mais acessível para os projectistas.

Finalmente, importa reconhecer que o Eurocódigo é um regulamento com elevado potencial, no qual estão representadas as diversas metodologias disponíveis actualmente para a análise dos efeitos de 2ª ordem. Por esse motivo, é desejável que ultrapasse a natural fase de desenvolvimento e possa corrigir as suas presentes insuficiências, de modo a poder constituir um importante auxiliar na actividade de projecto, o que implica a sua validação através da aplicação prática a situações concretas.

## 7. REFERÊNCIAS

- [1] ACI Committee 318 ACI Manual of concrete practice. Part 3 2000 American Concrete Institute, 2000.
- [2] Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings EN 1992-1-1 April 2004.
- [3] Eurocódigo 2 Projectos de estruturas de betão. Parte 1: regras gerais e regras para edifícios ENV 1992 1.1, 1991.
- [4] REBAP Regulamento de estruturas de betão armado e pré-esforçado INCM, Lisboa, 1986.
- [5] Westerberg, Bo Second order effects. Supporting Document for Section 5.8, 5.9 and Annex D of EN 1992-1 Novembro, 2001.
- [6] Castro, Paula M. R. P.– *Modelos para Análise da Encurvadura em Pórticos de Betão Armado* -Tese de doutoramento, FEUP, Outubro, 1998.
- [7] Vinagre, J. Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de betão armado Tese de Doutoramento, IST, Lisboa, 1997.
- [8] Falcão, J. A. T. Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em estruturas de betão armado Análise das Propostas Regulamentares Tese de Mestrado, IST, Lisboa, 2004.