Universidad de Málaga

Facultad de Ciencias de la Educación

Departamento de Didáctica de la Lengua y la Literatura

y

Escola Superior de Educação João de Deus

# A Importância dos Materiais para uma Aprendizagem Significativa da Matemática

Tesis Doctoral presentada por:

MARIA FILOMENA TOMAZ HENRIQUES SERRANO CALDEIRA

Dirigida por:

Professora Doutora ÁNGELES GERVILLA CASTILLO

y

Professora Doutora MARIA JOSÉ MAYORGA

Málaga, Abril de 2009

# Índice

**AGRADECIMENTOS** ..... 11

**SUMÁRIO** ..... 13

**SUMARIO** ..... 15

**SUMMARY** ..... 17

**RESUMEN** ..... 19

**INTRODUÇÃO** ..... 69

1. Origem e contextualização do estudo ..... 71
2. Formulação do problema ..... 74
3. Questões de investigação: Hipóteses de trabalho ..... 75
4. Importância do estudo ..... 78
5. Organização da investigação ..... 80

**PARTE I – MARCO TEÓRICO: FUNDAMENTAÇÃO CIENTÍFICA** ..... 83

**Capítulo I – A educação de infância e a matemática** ..... 85

1. A Educação Infantil ..... 87
   - 1.1. Concepções sobre Educação ..... 91
   - 1.2. Função e objectivos ..... 101
   - 1.3. O contexto educativo em Portugal ..... 103
   - 1.4. A qualidade na Educação de Infância ..... 119
   - 1.5. O desenvolvimento curricular ..... 123
   - 1.6. A avaliação ..... 127
   - 1.7. As "Áreas de Conteúdo" ..... 133
2. A Matemática no contexto global do conhecimento infantil ..... 140
3. A articulação entre a Educação Infantil e o 1.º Ciclo do Ensino Básico ..... 157

**Capítulo II – O educador, a formação inicial e a matemática** ..... 159

1. O papel do educador ..... 161
   - 1.1. Antecedentes e situação actual da formação inicial de professores ..... 167
   - 1.2. Perfis e competências de formação ..... 181
     - 1.2.1. Perfis para o exercício profissional ..... 181
     - 1.2.2. Competências gerais e académicas associadas aos perfis dos professores ..... 182
2. Currículo e desenvolvimento curricular ..... 187
3. O Modelo de Formação – Plano Curricular da Matemática na ESE João de Deus ..... 194
4. A educação matemática e a formação inicial ..... 200

5. A aprendizagem da matemática: principais contornos das teorias da aprendizagem ... 209
5.1. O Behaviorismo ... 210
5.2. O Cognitivismo ... 212
5.3. O Construtivismo ... 216
5.4. A matemática realística ... 218

**Capítulo III – Os materiais, a aprendizagem da matemática e o papel da criatividade** ... 221
1. Os materiais manipulativos ... 223
1.1. Os materiais didácticos e a sua fundamentação ... 226
1.2. Os materiais: aquisição de competências matemáticas com actividades lúdico-manipulativas ... 241
1.2.1. O Material Cuisenaire ... 244
1.2.2. Os Calculadores Multibásicos ... 304
2. O lúdico e o jogo ... 339
2.1. O jogo na aprendizagem matemática ... 347
3. A criatividade ... 360
3.1. A aprendizagem criativa e a matemática ... 374
4. A actividade matemática ... 393
4.1. O número ... 396
4.2. O sentido de número ... 397
4.3. O número e as operações aritméticas ... 410
4.3.1. O desenvolvimento das competências aritméticas ... 416
4.3.1.1. Quantificar as acções de acrescentar e tirar ... 421
4.3.1.2. Estabelecer relações numéricas ... 422
4.3.1.2.1. O esquema de transformações de quantidades discretas ... 422
4.3.1.2.2. O esquema parte-todo ... 424
4.3.2. Soma e Subtracção através do cardinal ... 425
4.3.3. Soma e Subtracção através do ordinal ... 426
4.3.4. Dedução de factos numéricos ... 429
4.3.5. Recontagem completa ... 429
4.3.6. Recontagem progressiva ... 430
4.3.7. Factos deduzidos ... 431
4.4. Os problemas com enunciado verbal para a didáctica da soma e da subtracção ... 434
4.5. Os pré-conceitos de multiplicação e divisão ... 435
4.6. A resolução de problemas ... 437
4.6.1. Classificação de problemas ... 460
4.6.1.1. Problemas de soma ... 460
4.6.1.2. Problemas de subtracção ... 463

**PARTE II – MARCO METODOLÓGICO** ... 467

**Capítulo IV – Metodologia do estudo** ... 469
1. Origem e contextualização do estudo ... 471
2. Conceptualização da investigação empírica ... 471
2.1. Fundamentação do estudo, delimitação do problema, definição das variáveis e dos objectivos ... 471

3. Metodologia ........ 473
3.1. Desenho da investigação ........ 473
3.2. Credibilidade do estudo ........ 473
3.3. Procedimento de recolha de dados ........ 474
3.4. Fontes de informação e instrumentos ........ 478
3.5. Amostra ........ 479
3.5.1. Caracterização das educadoras e das turmas que leccionam ........ 480
3.5.1.1. Caracterização da educadora A ........ 480
3.5.1.2. Caracterização da turma A ........ 481
3.5.1.3. Caracterização da educadora E ........ 483
3.5.1.4. Caracterização da Turma E ........ 484
3.5.1.5. Caracterização da Educadora O ........ 489
3.5.1.6. Caracterização da Turma O ........ 489
3.5.1.7. Caracterização da educadora M ........ 491
3.5.1.8. Caracterização da turma M ........ 491
3.5.1.9. Caracterização da educadora S ........ 493
3.5.1.10. Caracterização da turma S ........ 493
3.5.1.11. Caracterização da Educadora T ........ 495
3.5.1.12. Caracterização da turma T ........ 495
3.6. Entrevistas às educadoras ........ 497
3.7. O material: Calculadores Multibásicos ........ 499
3.7.1. Ficha do material Calculadores Multibásicos ........ 500
3.8. O material: Cuisenaire ........ 501
3.8.1. Ficha do material Cuisenaire ........ 502
3.9. Análise estatística ........ 502

**Capítulo V – Recolha e tratamento de dados** ........ 503
Introdução ........ 505
1. Análise das entrevistas realizadas às educadoras ........ 506
2. Análise dos resultados dos Calculadores Multibásicos ........ 520
3. Análise dos resultados do material Cuisenaire ........ 527
4. Breves exemplos de situações com os materiais que ocorreram durante a realização dos testes com as crianças da turma O ........ 535
4.1. Breves inferências destas descrições ........ 539
5. Observações realizadas na turma A com os Calculadores Multibásicos ........ 540
5.1. Síntese Reflexiva da 2ª sessão com os Calculadores Multibásicos ........ 547
5.2. Situações problemáticas trabalhadas nas sessões com as crianças da turma A com os Calculadores Multibásicos ........ 548
6. Apresentação da sessão com o material Cuisenaire ........ 549
6.1. Breves exemplos de exercícios realizados com o material Cuisenaire nas diferentes sessões ........ 553

**Capítulo VI – Síntese: resultados obtidos e analisados** ........ 559
Introdução ........ 561
1. Análise das entrevistas ........ 561

1.1. Identificação das opiniões, expectativas e dificuldades sentidas pelas entrevistadas ........ 563
1.1.1. A importância da matemática no ensino infantil ........ 563
1.2. A relação do professor com a matemática ........ 563
1.3. Avaliação das sessões que foram gravadas ........ 564
2. A Metodologia ........ 565
2.1. Organização das aulas e ambiente de aprendizagem ........ 565
3. O papel dos materiais manipulativos no ensino da Matemática ........ 566
3.1. Valorização dos materiais manipulativos ........ 566
3.1.1. Síntese da análise dos materiais ........ 567
3.1.1.1. Os Calculadores Multibásicos ........ 568
3.1.1.2. O Cuisenaire ........ 570
4. Síntese final ........ 574

**Capítulo VII – Conclusões** ........ 579
Introdução ........ 581
1. Síntese de resultados ........ 581
2. Ideias para o futuro ........ 589
3. Limitações do estudo ........ 590
4. Recomendações ........ 591
5. Considerações finais ........ 594

**PARTE III – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS E OUTRAS FONTES** ........ 597
Referências Bibliográficas ........ 599
Páginas web ........ 653

**PARTE IV – ANEXOS** ........ 655

Anexo I – Questionário aos alunos da formação inicial para educadores e professores do ensino básico-1.º ciclo (Vale, 2000) ........ 657

Anexo II – Guião das entrevistas estruturadas aos docentes da formação inicial ........ 663

Anexo III – Exemplo de teste diagnóstico do material Calculadores Multibásicos (das 6 escolas) ........ 667

Anexo IV – Exemplo de teste diagnóstico do material Cuisenaire (das 6 escolas) ........ 671

Anexo V – CD de complementos ........ 677

# Índice dos Quadros

Quadro 1: Estágios do desenvolvimento cognitivo piagetiano ..... 151

Quadro 2: Classificação das estruturas cognitivas ..... 152

Quadro 3: Perfis profissionais dos professores ..... 182

Quadro 4: Competências gerais dos professores ..... 183

Quadro 5: Competências gerais do graduado de 2.º ciclo de estudos superiores da área de formação de professores ..... 184

Quadro 6: Competências académicas do técnico de educação ..... 185

Quadro 7: Competências académicas/profissionais do educador de infância ..... 185

Quadro 8: Competências académicas/profissionais do professor do 1.º ciclo do ensino básico ..... 186

Quadro 9: Componente matemática na formação inicial de professores e educadores na ESE João de Deus ..... 194

Quadro 10: Principais conhecimentos, capacidades, atitudes a adquirir pelos alunos e sua relação com os objectivos do projecto de formação ..... 194

Quadro 11: Principais conteúdos ..... 196

Quadro 12: Metodologias de ensino/aprendizagem e de avaliação ..... 197

Quadro 13: Número total de horas da prática pedagógica ..... 199

Quadro 14: Componente matemática na formação inicial da Licenciatura em Educação Básica na ESE João de Deus, no 1.º Ciclo de estudos. ..... 200

Quadro 15: Vantagens e desvantagens dos jogos como recursos pedagógicos ..... 358

Quadro 16: Vantagens e limitações dos materiais manipuláveis como recurso pedagógico ..... 359

Quadro 17: As etapas de Mialaret. ..... 419

Quadro 18: A resolução de problemas pelo método tradicional e no ensino de resolução de problemas ..... 439

Quadro 19: Diferença entre investigar e problema. ..... 444

Quadro 20: Etapas da actividade de investigação ..... 445

Quadro 21: Algumas técnicas que ajudam a compreender melhor os problemas matemáticos ..... 446

Quadro 22: Processo de resolução de problemas ..... 447

Quadro 23: Etapas e sugestões para resolução de problemas ..... 447

Quadro 24: Problemas estruturados e mal estruturados ..... 453

Quadro 25: Tipologia de problemas. ... 454
Quadro 26: Tipologias de problemas pelo projecto GIRP ... 455
Quadro 27: Alguns procedimentos / estratégias de solução de problemas. ... 457
Quadro 28: Representação esquemática dos problemas parte-parte-todo ... 461
Quadro 29: A uma quantidade adjunta-se/adiciona-se outra, b, para obter a quantidade c. ... 461
Quadro 30: Incluir um conjunto no outro para comparar os seus cardinais. ... 462
Quadro 31: Parte-parte-todo ... 464
Quadro 32: Incluir um conjunto no outro para comparação ... 465
Quadro 33: Calendarização das sessões planificadas ... 475
Quadro 34: Fases do Projecto de Investigação – calendarização ... 477
Quadro 35: Codificação e características gerais da amostra ... 480
Quadro 36: Guião da Entrevista ... 498
Quadro 37: Objectivos gerais com o material Calculadores Multibásicos ... 499
Quadro 38: Objectivos gerais com o material Cuisenaire ... 501
Quadro 39: Síntese da análise das entrevistas e dos materiais ... 505
Quadro 40: Comparativos das respostas no material Calculadores Multibásicos ... 522
Quadro 41: Comparativos das respostas no material Cuisenaire ... 528
Quadro 42: Temas e respectivas categorias das entrevistas ... 562
Quadro 43: Categoria e respectivas subcategorias ... 562
Quadro 44: Opinião sobre a matemática ... 563
Quadro 45: Resultados de como as educadoras avaliaram as diferentes sessões ... 564
Quadro 46: Síntese da prática adoptada e atitudes das educadoras ... 566

# Índice dos Gráficos

Gráfico 1: Médias dos resultados obtidos por turma com os Calculadores Multibásicos.................................. 521

Gráfico 2: Médias das Respostas à Pergunta 1.a)................................................................................ 522

Gráfico 3: Médias das Respostas à Pergunta 1.b)................................................................................ 523

Gráfico 4: Médias das Respostas à Pergunta 2.a)................................................................................ 523

Gráfico 5: Médias das Respostas à Pergunta 2.b)................................................................................ 524

Gráfico 6: Médias das Respostas à Pergunta 3.a)................................................................................ 525

Gráfico 7: Médias das Respostas à Pergunta 3.b)................................................................................ 525

Gráfico 8: Médias das Respostas à Pergunta 4.................................................................................... 526

Gráfico 9: Comparativo das Médias de todas as Respostas................................................................ 527

Gráfico 10: Médias dos resultados obtidos por turma com o Cuisenaire ......................................... 528

Gráfico 11: Médias das Respostas à Pergunta 1.................................................................................. 529

Gráfico 12: Médias das Respostas à Pergunta 1.1.............................................................................. 530

Gráfico 13: Médias das Respostas à Pergunta 1.2.............................................................................. 530

Gráfico 14: Médias das Respostas à Pergunta 2.................................................................................. 531

Gráfico 15: Médias das Respostas à Pergunta 3.................................................................................. 532

Gráfico 16: Médias das Respostas à Pergunta 4.................................................................................. 532

Gráfico 17: Médias das Respostas à Pergunta 5.................................................................................. 533

Gráfico 18: Médias das Respostas à Pergunta 6.................................................................................. 534

Gráfico 19: Comparativo das Médias de todas as Respostas dadas.................................................. 534

**AGRADECIMENTOS**

O presente trabalho não teria sido possível sem a colaboração de outras pessoas. Por isso, gostaria de manifestar a minha gratidão a todos aqueles que contribuíram directa ou indirectamente para a sua concretização.

À Professora Doutora Ángeles Gervilla Castillo, minha directora de tese, o meu reconhecido agradecimento pelo seu saber científico, pelo seu enorme apoio, confiança e amizade que sempre demonstrou desde o primeiro momento e que permanecem ao longo deste trabalho. As suas orientações, os seus livros foram a força motriz desta investigação, em que o seu lado humano e criativo estiveram sempre presentes apesar da distância geográfica.

À Professora Doutora Maria José Mayorga, minha codirectora de tese, o meu obrigada pelas orientações que deu e apoiaram o meu trabalho.

À Professora Doutora Dolores Madrid Vivar o meu obrigada pela pronta disponibilidade perante todas as questões colocadas.

Ao Dr. António Ponces de Carvalho, pela confiança depositada ao longo destes anos de trabalho, demonstrada não só quando me convidou para docente da Escola Superior de Educação João de Deus, como para Supervisora Pedagógica dos Jardins-Escola João de Deus, assim como, por querer desde sempre que eu fizesse o doutoramento.

À minha grande amiga, Paula Colares Pereira, que ao longo de 30 anos me tem acompanhado em tantos momentos, o meu reconhecido agradecimento pelo apoio (muito), força, alegria e verdadeira amizade, pois o seu contributo e a sua presença foram decisivos para este trabalho.

À Judite Marote, companheira de tantas horas de trabalho, agradeço a sua sempre presente amizade, disponibilidade e simpatia, que foram tão importantes para prosseguir o trabalho.

Ao Professor Doutor João Filipe Matos e ao Professor Doutor António Domingos a minha gratidão pelas suas sugestões neste trabalho.

Aos professores da componente curricular do doutoramento, em especial, à Professora Doutora Milagros Fernandez, Professora Doutora Catalina Fernandez Escalona, à Professora Doutora Carmen Linares, Professora Doutora Emelina Lopes, Professor Doutor António Marmelejo, Professor Doutor Cristobal Gonzalez e Professor Doutor Horácio Saraiva, o meu agradecimento por partilharem numa perspectiva investigacional, os conhecimentos teórico-práticos que contribuíram para o meu enriquecimento profissional.

Aos meus colegas do doutoramento, em especial à Teresa, ao Ivo, à Andreia, à Beatriz, à Carmen, agradeço a companhia e o apoio que tiveram comigo.

Agradeço aos professores Carlos e Isabel a disponibilidade por responderem às entrevistas.

As educadoras Emília, Manuela, Rita, Joana, Paula e Ana que participaram com os seus alunos e com as suas práticas e conhecimentos foram fundamentais para a realização desta investigação.

Aos colegas e funcionários da Escola Superior de Educação João de Deus, agradeço a simpatia e disponibilidade.

Aos alunos da Escola Superior de Educação João de Deus, o meu obrigada não só pela participação nos questionários, que foram o início desta investigação, assim como também por me darem o prazer de ser sua professora.

Aos meus alunos Ana, Ana Rita, André, Hugo, Inês, João, Leonor, Lúcia, Luís, Mara, Maria, Miguel, Rita e Susana, que tantas horas dispenderam nas filmagens e observação dos grupos, agradeço a disponibilidade, interesse e vontade em colaborarem.

À minha mãe, que está sempre presente, agradeço o excelente exemplo que me tem dado ao longo da vida, pautada sempre pelo amor, disponibilidade, persistência e valores que me transmitiu e transmite; são eles que me ajudaram e ajudam a ser a mulher que presentemente sou.

Ao meu pai, de quem tenho tantas saudades.

Aos meus adorados filhos, Rita e Francisco, o meu agradecimento permanente, pois ao existirem com os seus afectos, fazem-me viver melhor e sentir tão completa como pessoa.

Ao meu marido quero agradecer a companhia, a disponibilidade, a paciência e a ternura nas horas difíceis, suportes fundamentais nesta etapa tão árdua do meu percurso profissional.

Muito obrigada a todos os que entraram na minha vida, que com o seu apoio e contributo me ajudaram nesta viagem profissional e pessoal que estou a efectuar.

## SUMÁRIO

Este estudo incide sobre a aprendizagem de determinados saberes matemáticos mediados por materiais manipuláveis na educação infantil. O mais importante no ensino-aprendizagem da matemática é a actividade mental a desenvolver nos e pelos alunos. A utilização dos materiais, através de modelos concretos, permite à criança construir, modificar, integrar, interagir com o mundo físico e com os seus pares, a aprender fazendo, desmistificando a conotação negativa que se atribui à Matemática.

Pretende-se compreender a relação entre a construção desses conhecimentos e a utilização de materiais, como recurso no processo de ensino-aprendizagem. Para tal procura--se: i) determinar o que valorizar: conteúdos, materiais ou a relação entre eles; ii) identificar qual a pertinência do uso de materiais manipuláveis no ensino infantil; iii) analisar como é realizada a ponte entre o concreto e o abstracto; iv) perceber como é que os materiais influenciam a aprendizagem do sentido do número e das operações aritméticas; v) determinar como é que os materiais manipulativos constituem elementos de mediação na aprendizagem, na construção, desenvolvimento e formação de determinadas capacidades, atitudes, destrezas e conceitos.

Considera-se como objecto de análise a participação ao longo do ano lectivo de crianças de cinco anos, integradas em seis turmas do ensino infantil que realizaram actividades matemáticas, utilizando materiais como os Calculadores Multibásicos e o Cuisenaire. Esta investigação assume-se como uma metodologia do tipo qualitativo em que se procedeu à observação através do registo de sessões filmadas, de testes aos 162 alunos e de entrevistas às seis educadoras.

Tem sido apontado pela literatura que os materiais na prática educativa são facilitadores duma aprendizagem significativa, quando aliam o sentido lúdico ao jogo, visto que a criança pode desenvolver-se e interagir com o meio de forma a desenvolver capacidades intelectuais, afectivas e sociais. Através do jogo pedagógico, estimulam a criatividade e a construção de novos conhecimentos despertando o desenvolvimento de *habilidades operatórias,* ajudando-a a construir conexões e a desenvolver o conhecimento matemático proporcionando situações mais próximas da realidade, permitindo uma melhor compreensão na resolução de problemas.

A análise dos resultados desta investigação, utilizando os materiais Cuisenaire e Calculadores Multibásicos pareceu criar laços afectivos com a aprendizagem da matemática, e permite deduzir que: as crianças beneficiam quando há manipulação de materiais desde muito cedo; que a utilização dos mesmos permite-lhes desenvolver um raciocínio matemático e a capacidade para resolver problemas no dia a dia; que o ensino-aprendizagem deve incidir em

estratégias criativas e na resolução de problemas; que o papel do educador é importante e decisivo no processo educativo (as educadoras que têm conhecimentos mais sólidos, científicos e didácticos, sobre a utilização e potencialidade nos materiais, utilizam-nos frequentemente na sua prática diária e exploram melhor as suas potencialidades educativas).

Dos resultados obtidos conclui-se que o processo de ensino-aprendizagem é influenciado por diversas variáveis. É importante valorizar: o papel que os materiais desempenham como ferramentas; um ambiente rico em recursos e estratégias diversificadas; a acção educativa, orientada pelo educador com um determinado objectivo; a experimentação-manipulação que provocam a emergência e a formação de capacidades perceptivas, representativas e conceptuais.

Esta investigação aponta para a importância entre fazer e comprender, de modo a que o educador na sua prática pedagógica, utilize os materiais manipuláveis, como instrumento de intervenção, como ferramenta, com o objectivo de contribuir para a construção do conhecimento por parte do sujeito – a criança.

Nestas circunstâncias, é fundamental não esquecer que a utilização de materiais, por si só, não traduz uma aprendizagem eficaz e significativa da matemática, que deve ser um processo activo, vivenciado pela criança, onde pode explorar, desenvolver, testar, discutir, aplicar ideias, reflectir, de modo a serem um meio e não um fim. Como elementos de mediação na sala de aula, precisam ser conhecidos pelos educadores (que na sua formação inicial os devem aprender e saber utilizar), de forma a proporcionarem diferentes potencialidades educativas (valorizando o aluno, respeitando as suas diferenças e motivando--o na construção do pensamento matemático). Daí que seja fundamental uma mudança de paradigma na formação inicial e contínua de professores.

É necessário dar tempo, para o material ser explorado, de forma a criar *insights* no processo de aprendizagem de modo a não ter efeitos contraproducentes. As limitações dos materiais resultam da desadequação: da tarefa pedida e da relação desta com o conceito em causa; dos conhecimentos científicos e didácticos e da falta de tempo para pensar e fazer com sentido as actividades.

No contexto educacional do terceiro milénio, o saber matemático é um saber em construção, que tem que ter uma apropriação gradativa, interactiva e reflexiva, capaz de desenvolver as capacidades cognitivas do sujeito.

**Palavras-Chave**: Educação; Conhecimento matemático; Aprendizagem; Materiais manipulativos; Mediação; Criatividade; Formação inicial; Resolução de Problemas.

## SUMARIO

Este estudio está enfocado al aprendizaje de determinados conocimientos matemáticos con materiales manipulables en la educación infantil. Lo más importante en la enseñanza–aprendizaje de la matemáticas es la actividad mental a desarrollar por, los alumnos. La utilización de los materiales, a través de modelos concretos, permite al niño construir, modificar, integrar, interaccionar con el mundo físico y con sus pares, a aprender haciendo, desmitificando la connotación negativa que se atribuye a las Matemáticas.

Se pretende entender la relación entre la construcción de esos conocimientos y la utilización de materiales, como recurso en el proceso de enseñanza–aprendizaje. Para ello pretende: i) determinar que valorizar: contenidos, materiales y la relación entre ellos; ii) identificar cuál la pertinencia del uso de materiales manipulables en la enseñanza infantil; iii) analizar como se realiza el puente entre lo concreto y abstracto; iv) percibir como los materiales influencian el aprendizaje del sentido del número y de las operaciones aritméticas; v) determinar como los materiales manipulables constituyen elementos de mediación en el aprendizaje, en la construcción, desarrollo y formación de determinadas capacidades, actitudes, habilidades y conceptos.

Se considera como objeto de análisis la participación a lo largo del año lectivo de niños de educación infantil de cinco años de edad, integrados en seis grupos de la enseñanza infantil que realizaron actividades matemáticas, utilizando materiales como los "Calculadores Multibásicos" y el "Cuisenaire". Esta investigación se desarrolla aplicando como una metodología del tipo cualitativo en la que se procedió a la observación a través del registro de sesiones filmadas, de tests a los 162 alumnos y de entrevistas a las seis educadoras.

Destaca la literatura que los materiales en la práctica educativa son facilitadores de un aprendizaje significativo, cuando unen el sentido lúdico al juego, ya que el niño puede desarrollarse e interaccionar con el medio de forma que se potencien capacidades intelectuales, afectivas y sociales. A través del juego pedagógico, se estimula la creatividad y la construcción de nuevos conocimientos despertando el desarrollo de habilidades operatorias, ayudándole a construir conexiones y a desarrollar el conocimiento matemático proporcionando situaciones más cercanas a la realidad y permitiendole una mejor comprensión en la resolución de problemas.

El análisis de los resultados de esta investigación, utilizando los materiales Cuisenaire y Calculadores Multibásicos pareció crear lazos afectivos con el aprendizaje de la matemática, y permite deducir que: los niños benefician cuando hay manipulación de materiales desde muy temprano; que la utilización de los mismos les permite desarrollar un raciocinio matemático y la capacidad para resolver problemas en el día a día; que la

enseñanza-aprendizaje debe incidir en estrategias creativas y en la resolución de problemas; que el papel del educador es importante y decisivo en el proceso educativo (las educadoras que tienen conocimientos más sólidos, científicos y didácticos, sobre la utilización y potencialidad de los materiales, los utilizan frecuentemente en su práctica diaria y exploran mejor sus potencialidades educativas).

De los resultados obtenidos se concluye que el proceso de enseñanza-aprendizaje es influenciado por distintas variables: el papel que los materiales desarrollan como herramientas; un ambiente rico en recursos y estrategias diversificadas y asiente en realidades concretas; la acción educativa, orientada por el educador con un determinado objetivo; la experimentación-manipulación que provocan la emergencia y la formación de capacidades perceptivas, representativas y conceptuales.

Esta investigación apunta para la importancia entre el hacer y comprender, de modo a que el educador en su práctica pedagógica, utilice los materiales manipulables, como instrumento de intervención, como herramienta, con la finalidad de contribuir para la construcción del conocimiento por parte del sujeto – el niño.

En estas circunstancias, es fundamental no olvidar que la utilización de materiales, por sí sólo, no traduce un aprendizaje eficaz y significativo de la matemáticas, que debe ser un proceso activo, vivido por el niño, donde puede explorar, desarrollar, comprobar, discutir, aplicar ideas, reflexionar, para que sean un medio y no un fin en si mismas. Como elementos de mediación en el aula, necesitan ser conocidos por los educadores (que en su formación inicial los deben aprender y saber utilizar), de forma a proporcionar distintas potencialidades educativas (valoran el alumno, respetando sus diferencias motivándole para la construcción del pensamiento matemático). Ahí que sea fundamental un cambio de paradigma en la formación inicial y continua de profesores.

Es necesario tiempo, para que el material sea explotado, de forma a crear “insights” en el proceso de aprendizaje para que no tenga efectos negativos. Las limitaciones de los materiales resultan de la inadecuación: de la tarea solicitada y de la relación de esta con el concepto en causa; de los conocimientos científicos y didácticos y de la falta de tiempo para pensar y hacer con sentido las actividades.

En el contexto educacional del tercero milénio, el saber matemático es un saber en construcción, que tiene que tener una apropiación gradual, interactiva y reflexiva, capaz de desarrollar las capacidades cognitivas del sujeto.

**Palabras Claves:** Educación; Conocimiento matemático; Aprendizaje; Materiales manipulativos; Mediación; Creatividad; Formación inicial; Resolución de Problemas.

**SUMMARY**

This study focuses on the learning of certain mathematical knowledges by means of manipulable materials in child education. The most important thing in the teaching-learning of mathematics is the mental activity to be developed on and by the pupils. The use of the materials, through solid models, enables the child to build, modify, integrate and interact with the physical world and with his peers, learn by doing, demystifying the negative connotation attributed to Mathematics.

The aim is to understand the relation between the construction of these knowledges and the use of materials, as a resource in the process of teaching-learning. Therefore it is expected: i) to determine what to value: contents, materials or the relation between them; ii) to identify how relevant is the use of manipulable materials in child teaching; iii) to analyse how the liaison between solid and abstract is carried out; iv) to realize how the materials influence the learning of the sense of the number and of the arithmetical operations; v) to determine how much the manipulable materials used in the learning process constitute elements of mediation for the construction, development and formation of certain capacities, attitudes, skills and concepts.

It has been settled as the subject of analysis the participation throughout the school year of five-year-old children integrated in six classes of child teaching who performed mathematical activities, using materials such as the Multibasic calculators and the Cuisenaire. This investigation is assumed to be a qualitative type of methodology consisting of the observation through video recorded sessions, of tests made to 162 pupils and interviews to six educators.

It has been pointed by the literature that the materials in educative practice are an easy way to an effective learning when they put together the playful sense and the game for the child can develop and interact with the environment as a means to develop intellectual, affective and social capacities. Through the pedagogic play, they stimulate the creativity and the construction of new knowledges awakening the development of operational skills, helping to build connections and to develop the mathematical knowledge providing situations closer to the reality, allowing a better understanding in the resolution of problems.

The analysis of the results of this investigation, using the Cuisenaire and Multibasic calculator materials, seemed to create affective bonds with the learning of mathematics, and allows us to deduce that: children benefit when there is manipulation of materials from a very early age; that their use allows the children to develop a mathematical reasoning and the ability to solve daily problems; that the teaching/learning must focus on creative strategies and problem solving; that the role of the educator is important and decisive in the educational process (the educators who possess more solid, scientific and educational knowledges on the use and potential of the materials, use them frequently in their daily practices and explore their educational potential better).

Based on the obtained results and considering the theoretical frame one comes to the conclusion that the process of teaching/learning is influenced by several variables. It is important to value: the role performed by the materials as tools; an environment full of resources and diversified strategies; the educative action used by the educator with a defined goal; the experimentation/manipulation causing the rising and the shaping of perceptive, representative and conceptual capacities.

This research shows the importance of doing and understanding, in a way that the educator, in his teaching practices, uses the manipulable materials as an instrument of intervention, as a tool, with the goal of contributing to the construction of the subject's – the child's – knowledge.

Under such circumstances it is fundamental not to forget that the use of materials by themselves, does not mean an efficient and significant learning of mathematics, which must be an active process experienced by the child, where it can explore, develop, test, talk, apply ideas, reason, so they are used as a way and not an end. As elements of mediation in the class room they need to be known by the educators (who in their initial formation must acknowledge and learn how to use them) so as to realize the different educative potentialities (valuing the pupil, respecting his differences and motivating him) in the construction of the mathematical thought.

Taking time is a requirement for the exploration of the material as a means to create insight in the learning process so as to not to have related negative effects. The limitations of the materials result from its inappropriation: of the required task and its relation with the concept in question; of the scientific and educational knowledges and the lack of time to think and duly perform the activities.

In the educational context of the third millennium, the mathematical knowledge is a knowledge in development which has to have a gradual, interactive and reflexive acquisition able to develop the cognitive capacities of the subject.

**Key words**: Education; Mathematical knowledge; Learning; Manipulable materials; Mediation; Creativity; Initial formation; Problem resolution.

## RESUMEN

### 1. ¿Por qué esta investigación?

Cada etapa de la historia de la ciencia empieza con la emergencia de una pregunta. Para eso partimos de una visión del mundo, cuestionamos y, consideramos una situación problemática. Ella nos indica la finalidad de la investigación.

Sin embargo, y para que se pueda presentar la situación problemática, es necesario conocer su estado actual. Desde aquí podemos levantar cuestiones adecuadas, que nos permitan aclarar, adecuadamente el problema de la investigación y sus aspectos que requieren ser investigados.

Es decir, para determinar el problema general y sus sub-problemas, tendremos que analizar y conocer los elementos y las limitaciones que tenemos que tener en cuenta para conocer en profundidad la situación problemática.

La matemática y los aprendizajes matemáticos se convirtieron en un tema que hace parte del discurso de todos los dirigentes, políticos, educadores, profesores y de la sociedad en general. A diario se cuestionan los motivos de su fracaso en los niños y jóvenes en general.

Partiendo del presupuesto de que la matemática es una forma de expresión y comunicación, en educación infantil, tal como es descrito en las Orientaciones Curriculares y en el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), que permite el desarrollo de los niños, en concreto en la comprensión del mundo, en la estructuración del pensamiento, en el raciocinio, en las capacidades relacionadas con la resolución de problemas, este trabajo tiene como objetivo abordar su aprendizaje, conscientes que su apropiación es un derecho de todos, producto de experiencias diversificadas y de varias interacciones sociales y culturales que envuelven la comunicación.

El mito, sistemáticamente referido por los padres, y por la sociedad en general, que la matemática es sólo para algunos… constituye el impulso inicial que nos hizo sentir la necesidad de contribuir al cambio de esta mentalidad sin significación real, contribuyendo a un cambio de actitud.

El problema de este estudio se fija en el hecho de que los alumnos de hoy en día aprendan con dificultad las matemáticas, y la mayoría de las veces, sin la utilización de materiales.

La relevancia de los materiales manipulables en el aprendizaje de la matemática, en la educación de infancia, y la relación entre la construcción de conocimientos matemáticos y la utilización de materiales como instrumentos de mediación, son posibles facilitadores en la construcción de ese conocimiento.

El presente estudio **"La importancia de los materiales hacia el aprendizaje significativo de la Matemática" tiene como objetivo fundamental comprender como se realiza el aprendizaje de algunos saberes matemáticos, a través de materiales manipulables** (Cuisenaire y Calculadores Multibásicos) **en educación infantil con niños de 5 años**.

La enseñanza de la Matemática tiene especial interés en el actual período en Portugal, en virtud, de ser una de las áreas con mayor índice de fracaso escolar, y de ser sujeto de cambios significativos en el proceso de desarrollo curricular. Otro aspecto resulta de una constatación acerca de la reducida producción científica en esta temática en educación infantil.

Mi carrera profesional ha sido pautada por el interés acerca de la temática que envuelve tanto a los niños de una manera general como a los educadores/profesores en formación inicial. En una primera fase, he trabajado directamente con los niños, envolviéndolos siempre que posible. En una segunda fase transmitiendo a los futuros profesionales la importancia de su papel, pues serón ellos que harán la mediación de la construcción del conocimiento, para que envuelvan a los niños en un aprendizaje significativo, verdadero y concreto, y que él mismo tenga relaciones con su cotidiano.

Así, resultante de una experiencia de 28 años de enseñanza, como profesora, en los cuales los diez últimos, fueron y siguen siendo dedicados a la formación inicial de futuros educadores y profesores del 1.º y 2.º ciclos de enseñanza básica, creo ser pertinente destacar que el papel de la matemática, en su estructuración del pensamiento, sus funciones en la vida corriente y su importancia para aprendizajes futuros, "exige" que el profesor proporcione experiencias diversificadas, en diferentes contextos y con múltiplos materiales que proporcionen ambientes propicios al aprendizaje y a la experimentación (APM, 1988; NCTM, 1985, 1991, 1994; Pimm, 1996; Vale, 2000).

Como motivación para concretizar este trabajo se añade el hecho de creer que es a partir de situaciones concretas de nuestro cotidiano, recurriendo a materiales manipulables y instrumentos básicos, de las relaciones fundamentadas en afectos y en el diálogo permanente que conseguimos entablar con nuestros alumnos, del interés, de la satisfacción y ganas que tenemos al concretizar todos nuestros proyectos que podremos reflexionar y desarrollar en los niños las actitudes correctas para que puedan superar las dificultades y concretizar los varios conceptos matemáticos.

Para eso, es necesario repensar la forma como se procesa la formación inicial y continua de los educadores/profesores una vez que son ellos que van a estar en la clase con los diferentes niños. Es igualmente necesario que las escuelas de formación participen en este tipo de investigaciones, para que conozcan nuevas formas de actuar y colaborar con esta temática y ofrecer soluciones plausibles.

En síntesis, pretendemos una sensibilización de los educadores/profesores, de los centros educativos, de las escuelas de formación inicial y de la sociedad en general, acerca de la matemática y de nuevas formas de trabajar el currículo recurriendo a la utilización de materiales manipulables, lo que permitirá desarrollar nuevas prácticas y metodologías.

Consideramos que esta investigación viene a colmar un vacío en esta área, con el análisis de los factores que a ella están asociados, y a través de la percepción de quiénes a diario se encuentra en permanente contacto con los alumnos.

## 2. Cuestiones, objetivos e hipótesis de estudio

Es objetivo de este estudio responder a las siguientes cuestiones, sin con esto eliminar la hipótesis de abordar otras, que podrán surgir en el camino:

- ¿Cuál es la importancia de la formación inicial en matemática de estos profesores?
- ¿Será que la formación inicial permite la conexión entre lo que estudian y lo que enseñan?
- ¿Cuál es la pertinencia de la utilización de los materiales en la enseñanza preescolar? ¿Facilitarán ellos el proceso enseñanza-aprendizaje? ¿Podrán ellos proporcionar un ambiente más dinámico y pedagógico, de modo a facilitar un aprendizaje significativo?
- ¿Cómo resulta que los materiales manipulables facilitan la estructuración de determinados conceptos?
- ¿Cómo influencian el aprendizaje del sentido del número y de las operaciones aritméticas (adición y substracción)?

Estas y otras cuestiones nos llevaron a querer profundizar más esta temática. Para mejor entender esta problemática realizamos este trabajo con una finalidad: **conocer,**

**analizar, descubrir y comprender las diferentes percepciones que los alumnos de formación inicial manifiestan sobre el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática, e identificar estos y otros factores, tales como el papel atribuido al educador/profesor, a la metodología utilizada por los profesores en su práctica educativa, a la relación de estos con la matemática en su cotidiano escolar, a sus experiencias, que pueden explicar las diferencias de aprendizaje de sus alumnos y identificar posibles prácticas educativas que puedan explicar un mayor suceso escolar en el aprendizaje de los conceptos matemáticos. La motivación, la confianza, la comunicación, las estrategias creativas y dinámicas son fundamentales para la construcción de una matemática más creativa.**

Teniendo como base esta finalidad elaboramos los siguientes **objetivos**:

- Identificar los factores que permiten promover el gusto por el aprendizaje de la matemática, utilizando distintos instrumentos: cuestionarios y entrevistas;
- Conocer cuál es el valor que los alumnos de formación inicial atribuyen a la matemática, y al papel del profesor;
- Entender de qué forma los profesores veteranos pueden contribuir para una mejor enseñanza de la matemática junto a los niños;
- Reflexionar sobre la pertinencia de las escuelas de formación inicial en relación a la enseñanza de la matemática con materiales manipulativos;
- Establecer relaciones entre lo que se aprende en la formación inicial y lo que se hace en la práctica educativa;
- Identificar en el proceso de enseñanza-aprendizaje lo que debemos valorizar (los contenidos, los materiales y la relación entre ellos;
- Entender cómo los materiales manipulables facilitan la estructuración de determinados conceptos matemáticos;
- Evaluar la influencia de los materiales en el aprendizaje del sentido de número y de las operaciones aritméticas (adición y substracción);
- Relacionar la formación inicial con nuevas prácticas educativas;
- Valorizar el papel del profesor en esta temática;
- Elaborar un **guía de apoyo** para las actividades con los materiales manipulativos en la matemática que permita una mayor divulgación de los materiales manipulativos, de modo a promover la creatividad y otras potencialidades educativas, haciendo puente entre lo que se aprende y lo que se quiere enseñar.

Estos objetivos tienen, así, como finalidad describir y comprender el proceso de enseñanza/aprendizaje de la matemática, respectivos conceptos, prácticas y experiencias educativas que permitan contribuir para una mejor enseñanza de la matemática, y por consecuencia un mayor suceso escolar de los alumnos.

**Hipótesis 1:** Los factores que permiten promover el gusto por la matemática están relacionados: con el trabajo que el profesor realiza en la clase, de la interacción que promueve en el grupo, y de las herramientas de trabajo que utiliza; y, de los papeles que atribuye a los alumnos durante el proceso de enseñanza aprendizaje.

**Hipótesis 2:** La formación inicial podrá contribuir de forma positiva e innovadora para un mayor aprovechamiento escolar de los niños.

**Hipótesis 3:** Existe correlación positiva entre la utilización de los materiales manipulativos y la estructuración de determinados conceptos matemáticos.

**Hipótesis 4:** El aprendizaje significativo de la matemática se relaciona con la manipulación de materiales manipulativos.

**Hipótesis 5:** Existe correlación entre los contenidos a transmitir y los materiales manipulativos.

**Hipótesis 6:** La manipulación de materiales se correlaciona positivamente con el aprendizaje del sentido del número y de las operaciones aritméticas (adición y substracción).

**Hipótesis 7:** El papel del profesor se correlaciona positivamente con la utilización de metodologías creativas.

Para lograr estos objetivos dividimos la presente investigación en dos partes: el Marco Teórico/Fundamentación Científica y el Marco Metodológico.

El **Marco Teórico** es compuesto por tres capítulos.

En el capítulo I designado por **Educación de infancia y la matemática**, se abordan la Educación Infantil y la Matemática en el contexto global del conocimiento infantil, refiriendo también, la articulación entre la Educación de Infancia y el 1.º ciclo de Enseñanza Básica.

En el capítulo II, **El educador, la formación inicial y la matemática**, se enfoca el papel del educador, el currículo y desarrollo curricular, el modelo de formación – plano curricular de la matemática en la Escuela Superior de Educación João de Deus, la educación matemática y la formación inicial y el aprendizaje de la matemática: principales teorías de aprendizaje.

En el capítulo III, **Los materiales, el aprendizaje de las matemáticas y el papel de la creatividad**, se presentan los materiales manipulativos, el lúdico y el juego, la creatividad y la actividad matemática. Los materiales Cuisenaire y los Calculadores Multibásicos serán objeto de un estudio profundizado del que culminará, en la apreciación y observación específicamente en la clase, de los materiales. Se abordan su interés pedagógico y su relación en la actividad matemática como mediadores del aprendizaje, del sentido del número, de las operaciones aritméticas (adición y substracción) y de la resolución de problemas, de forma a desarrollar competencias en los niños.

El **Marco Metodológico** tiene cuatro capítulos.

El capítulo IV, **Metodología del estudio**, se inicia con algunas consideraciones sobre investigación en educación y la justificación de la pertinencia en abordar el estudio por vía de una metodología cualitativa, inscribiéndose en el paradigma de la investigación interpretativa. Se delinearán estudios de caso, aplicados a niños de 5 años, utilizando como instrumento de análisis principal la observación de seis grupos de diferentes escuelas y las entrevistas a sus educadoras titulares. Serán aún delineadas las opciones metodológicas y apuntados los procedimientos a tener en cuenta en el decurso de la investigación.

El capítulo V de esta investigación tratará de la **recolección y tratamiento de los datos** de los seis grupos donde la investigadora realizó el estudio. Los niños serán observados en actividades, con materiales, dónde cada educadora utilizará las estrategias que le sean convenientes. Serán analizadas las evoluciones del aprendizaje de los alumnos, en relación al sentido del número y a las operaciones aritméticas de la adición y substracción. En este contexto, las diversas actividades serán registradas en suporte audio y vídeo. En este capítulo se presentaran los resultados de las entrevistas a las educadoras y de los controles realizados con los materiales manipulables: Calculadores Multibásicos y Cuisenaire. El papel de la investigadora será el de observadora, beneficiando de la colaboración de la educadora titular de la clase y de alumnos de prácticas presentes.

El capítulo VI **sintetizará los resultados obtenidos y analizados**, de forma a se poder retirar conclusiones, confrontándolas con la reflexión teórica previamente elaborada.

En el capítulo VII se presentan las **Conclusiones** – principales resultados y se hace una reflexión global sobre el trabajo realizado, enunciando las ideas para el futuro, las limitaciones del estudio, las recomendaciones y las consideraciones finales.

Finalmente, es deseo de la investigadora enunciar algunas implicaciones que traduzcan reflexiones concretizadas a lo largo de este estudio.

## 3. Muestra y procedimiento de recogimiento de datos

La presente investigación surge en esta línea de pensamiento, pues interesa reflexionar sobre la cuestión del conocimiento y aprendizajes matemáticos con materiales manipulables.

Lo presente estudio hizo parte del inicio de un trabajo, en que se recogieron datos sobre varios aspectos de la formación inicial de profesores y también sobre los materiales enseñados en la asignatura Metodología del Aprendizaje de la Matemática en el Curso de Educadores y Profesores del 1.º Ciclo. Para lograr realizarlo se recogió información, utilizándose inicialmente como herramienta de trabajo un cuestionario retirado de la tesis de doctorado de Vale (2000) al cual añadimos algunas cuestiones. Con este cuestionario, se efectuaron preguntas sobre la matemática, seleccionándose como muestra los alumnos de la Escuela Superior de Educación João de Deus, del Curso de Educadores de Infancia y de Profesores de Enseñanza Básica 1.º Ciclo. En esta primera fase fue importante conocer las opiniones/expectativas/dudas de los futuros profesionales colocando cuestiones que permitisen evaluar las principales dificultades y actitudes acerca de la matemática. De hecho este cuestionario sirvió a comprobar lo que existe entre el papel del profesor y la forma como él aplica sus conocimientos y que la utilización de materiales contribuye de forma positiva a una enseñanza más interesante y motivadora. Una mayoría significativa de los respondientes dijo que sus recordaciones de aprendizaje de la matemática no habían sido las mejores y mucho menos motivadoras.

Ante los resultados obtenidos, quisimos realizar este estudio posteriormente tiendo como objetivo comprender cómo las educadoras abordan la construcción de conocimientos matemáticos con materiales manipulables, de forma a concretizar determinados conceptos.

Por lo tanto la elección de la enseñanza infantil, se sujetó a los resultados obtenidos en el cuestionario sobre la matemática aplicado a los educadores, y sobre el hecho de los materiales, según varios investigadores (Howe, 1999, Prado, 1998, Ponte y Serrazina, 2000, Cardoso, 2002, Passos, 2006) sean considerados objetos, recursos, instrumentos, medios de aprendizaje y enseñanza, que con su presencia, y a través de la exploración, experimentación y manipulación, provocan la emergencia y facilitan el desarrollo y formación de determinadas capacidades, actitudes y destrezas en el niño, en el área de la matemática. Enseñar es una actividad compleja, que no se reduce a la realización de un conjunto de rutinas, sino al revés. La práctica lectiva asume todos los medios de una práctica de resolución constante de situaciones problemáticas (Santos, 2000).

En el presente estudio realizamos en el ámbito de la suficiencia investigadora, una primera fase, junto a 30 niños, cinco de cada uno de los seis colegios elegidos con el objetivo de constatar varios aspectos de su conocimiento matemático (sentido del número y operaciones asociadas a la oralidad y a la escrita). El análisis preliminar resultante de ese estudio experimental nos alertó sobre la necesidad de comprender cómo se realiza el aprendizaje de algunos saberes matemáticos, a través de materiales manipulables en la enseñanza infantil (5 años).

Urge, entonces cuestionar y reflexionar sobre la pertinencia y importancia de la realización de una investigación sobre esa temática, en el que el papel del profesor es determinante en este proceso, pues conduce los niños, a través de un camino informal hacia la matemática formal, valorizando y respectando sus diferencias, motivándoles en la construcción del pensamiento matemático, tan necesario en el mundo actual.

Garmezy (1990) sugirió y destacó la importancia de realizar estudios experimentales y observacionales, que investigan la ocurrencia de determinados acontecimientos reales, porque estos constituyen una buena oportunidad para la compresión de los mecanismos que influyen el aprendizaje y su continuidad. Así esta investigación acompañó los niños a lo largo de varios momentos de un año lectivo manteniendo las mismas condiciones para todos ellos, en los diferentes colegios.

El presente estudio obedece a un diseño característico de un estudio experimental (Pedhazur & Schmelkin, 1991), también designado de estudio observacional (Ribeiro, 1999). En este tipo de estudio el investigador observa las variaciones de las variables, sin la manipulación de las mismas. Este tipo de diseño se mostró el más adecuado a la concretización de los objetivos del corriente estudio.

Los objetivos envolvieron, en un primer momento, la caracterización de la muestra. Seguidamente se procuró estudiar las asociaciones transversales y prospectivas entre los diferentes factores y los diferentes indicadores del aprendizaje.

El análisis de datos, en un estudio de cariz investigativo, privilegia, como refiere Lüdke y Andre (1986), tres formas: observaciones, entrevistas y documentos. Tal como refiere Vale (2000), tanto cuestionarios como entrevistas, tienen el mismo objetivo.

Según afirma Patton (1990), citado por Vale (2000), el proceso de datos puede asumir la forma de:

i) Descripciones detalladas de situaciones, acontecimientos, personas y comportamientos observados;

ii) Citaciones de los intervinientes en el estudio sobre sus actitudes, convicciones, pensamientos y experiencias;

iii) Registros, pasajes, citaciones e historias de casos.

A la realización de este trabajo fueron contactados doce colegios. De estos, seis no quisieron participar por no querer trabajar los materiales o porque las educadoras no querían ser observadas y grabadas en vídeo. Se optó por un **total de seis colegios**: tres pertenecientes a la Asociación de Jardines-Escuelas João de Deus en Lisboa; otros tres colegios particulares en Lisboa (la no identificación de estos colegios resulta de un pedido de los mismos en ese sentido), que fueron seleccionados a partir de la conversación con la directora pedagógica que enfatizó la necesidad de seleccionar docentes que les gustase la matemática y estuviesen con grupos de cinco años y que según ella realizasen un trabajo diferenciado en la clase.

De las educadoras apuntadas por la coordinadora de cada colegio, participaron en la búsqueda las que concordaron colaborar en esta investigación y manifestaron interés en contribuir a la promoción de la enseñanza–aprendizaje de la matemática en la educación infantil.

La **muestra** es constituida por **6 clases de niños con edades comprendidas entre los 5 y los 6 años, en un total de 162 alumnos, y los respectivos profesores/educadores titulares de clase**.

Para realizar el proyecto de investigación se adoptaron los siguientes procedimientos: un test de diagnóstico a 5 niños de cada colegio; 8 sesiones en cada clase con materiales manipulativos, 4 para cada material; entrevistas a las seis educadoras terminadas las sesiones; 2 tests (fichas) de evaluación aplicados a todos los niños de las seis clases – una al final de la cuarta sesión y otra a la octava sesión.

Para simplificar las diferentes explicaciones procedemos a la codificación de los colegios, de las educadoras y de los niños, según se puede ver en el cuadro 1:

| Colegios | Educadoras | N.º Total de Niños |
|---|---|---|
| Jardín-Escuela de Alvalade | A | A1 a A26 – 11 niñas y 15 niños |
| Jardín-Escuela de Estrela | E | E1 a E29 – 16 niñas y 13 niños |
| Jardín-Escuela de Olivais | O | O1 a O29 – 14 niñas y 15 niños |
| Colegio M. | M | M1 a M26 – 14 niñas y 12 niños |
| Colegio S. | S | S1 a S23 – 12 niñas y 11 niños |
| Colegio T. | T | T1 a T29 – 15 niñas y 14 niños |

**Cuadro 1:** Codificación de los colegios, de las educadoras y de los niños

Cada grupo/clase de niños también fue codificado, correspondiendo la primera letra a la educadora que le está asociada. Se utilizó una designación numérica que corresponde a la lista de las clases, o sea, por orden alfabético.

Las condiciones fueron idénticas en todas las sesiones y en los dos momentos de evaluación.

Así, después de los cuestionarios realizados en una primera fase de este trabajo fueron seleccionados 18 alumnos del curso de educadores y profesores de enseñanza infantil y básica. Se formaron seis grupos, cada uno con tres elementos.

Cada grupo quedó responsable por acompañar una clase. En Setiembre de 2007, les fue presentado el proyecto de investigación, su calendarización y definidos los criterios para su participación. Estos alumnos abdicaron de su día libre y dispusieron el tiempo necesario, para la realización de las tareas pretendidas.

En el cuadro 2 se muestra la calendarización que se estableció para las sesiones planificadas.

| | Fechas | Material |
|---|---|---|
| | 10 de Octubre de 2007 | **Examen diagnóstico** |
| 1ª sesión | 28 de Noviembre de 2007 | Calculadores Multibásicos |
| 2ª sesión | 5 de Diciembre de 2007 | Calculadores Multibásicos |
| 3ª sesión | 16 de Enero de 2008 | Calculadores Multibásicos |
| 4ª sesión | 30 de Enero de 2008 | Evaluación – examen diagnóstico – Ficha |
| 5ª sesión | 5 de Marzo de 2008 | Cuisenaire |
| 6ª sesión | 12 de Marzo de 2008 | Cuisenaire |
| 7ª sesión | 16 de Abril de 2008 | Cuisenaire |
| 8ª sesión | 7 de Mayo de 2008 | Evaluación – examen diagnóstico – Ficha |

**Cuadro 2:** Calendarización y organización de las sesiones

En una primera fase de este estudio se hizo un examen de diagnóstico a 30 niños, cinco de cada colegio que participó en el proyecto, de forma aleatoria, para constatar los conocimientos matemáticos que tenían sobre los conceptos en análisis.

Después de la evaluación de los mismos podemos referir que en su mayoría los resultados nos indicaron que 15 niños no conocían los materiales y no estaban sensibilizados para la realización de trabajos escritos. Tenían dificultades en la grafía del algoritmo, y su sentido de número no estaba desarrollado, a pesar de que consiguiesen hacer la secuencia de contar hasta diez.

Los restantes quince niños de los treinta seleccionados, todos pertenecientes a los colegios A, E y O, revelaron tener mejor preparación y estar más sensibilizados para la realización en suporte escrito de estos conceptos. Otro dato curioso se fija en haber dicho que el examen diagnóstico era simple. Los restantes niños de los colegios M, S, y T revelaron estar menos acostumbrados en realizar este tipo de ejercicios en suporte de papel. Lo que era expresado oralmente no acompañaba la concretización escrita de los conceptos en análisis.

Se efectuaron también dos reuniones con las educadoras para análisis y preparación de las sesiones. Las educadoras envueltas en el estudio fueron informadas, en la segunda reunión, de los resultados del examen diagnóstico y recibieron la calendarización de la investigación así como las informaciones y los procedimientos a seguir a lo largo del proyecto.

La colaboración en este estudio permitió un intercambio de ideas y de metodologías entre compañeros, elaboración de notas/registros que conducieron a una reflexión sobre la metodología y la evaluación de los aprendizajes de los alumnos. En la descripción de los resultados obtenidos y en la documentación de todos los procedimientos fue exigido el mayor rigor posible a todos los intervinientes. Procuramos también, enumerar exhaustivamente las etapas de todo el estudio, así como describirlas e identificarlas.

## 4. Instrumentos

La presente investigación siguió las principales recomendaciones para una investigación desarrollamentista (Cummings et al, 2000) utilizando múltiplos informadores (docentes y alumnos de formación inicial, educadores en activo y los niños) y recurso a métodos de evaluación (cuestionarios de auto-respuesta, entrevistas y tests).

El presente trabajo analizó como distintos contextos escolares están asociados al papel del profesor y a la adaptación y motivación de los niños ante el aprendizaje de la matemática. La elección de esta temática se sujetó a factores intervinientes en los problemas de este estudio, que son complejos y no susceptibles de la relación causa-efecto. Este abordaje cualitativo presupuse:

i) Tener un ambiente natural como fuente directa de datos, en el que el investigador recoge esos datos;
ii) Los datos son principalmente descriptivos;
iii) Se privilegia el proceso y no el producto;
iv) El significado que las personas dan a su vida son fundamentales para el investigador;

v) El análisis de los datos tiende a seguir un proceso intuitivo y surge en la perspectiva de la comunidad educativa, donde la investigadora se insiere.

Es fundamental que exista una fuerte coherencia entre el objeto de estudio, el propósito con que éste es hecho, los presupuestos que lo orientan y la opción metodológica adoptada, por eso pretendemos justificar el porqué de la inscripción de este estudio en la investigación interpretativa, con abordaje cualitativo.

De este modo, al escoger la temática de la investigación – la pertinencia de los materiales manipulables en la enseñanza infantil – nos deparamos con los siguientes factores estructurantes de la metodología: edad a que se dirige la intervención de la investigación (niños de 5 años); e imprevisibilidad de la componente concreta y manipulable a observar.

Para organizar la recogida de informaciones durante nuestra investigación procedimos al registro de:

- Caracterización de las educadoras: formación académica, años de servicio, edad, sexo, curso de formación, metodología de trabajo y opinión sobre el uso de materiales manipulativos en el área de la matemática;
- Descripción sumaria del grupo de niños con que trabajan: sexo, edad, medio socioeconómico;
- Descripción de las actividades;
- Descripción de los comportamientos por el observador;
- Descripción de los registros obtenidos a través de las grabaciones de vídeo.

Además de estos registros hemos aplicado al final un tests (examen diagnóstico, ficha) individual a cada niño con la colaboración de los alumnos de prácticas de formación inicial, permitiendo respuestas directas sobre los contenidos analizados. En este proceso se identificaron varias fases de análisis (Vale, 2000) que pasan por la descripción, análisis y interpretación y que son un proceso de búsqueda y organización sistemática de diferentes materiales que van siendo acumulados, con el objetivo de aumentar la comprensión de los documentos.

Los registros audio y vídeo fueron descritos por separado con los acontecimientos más destacados, teniendo en cuenta el esquema idealizado, las cuestiones de investigación, los materiales y conceptos matemáticos, así como, la dimensión afectiva. De esta forma se pretendió evaluar el interés de los niños, sus conocimientos adquiridos a través de la manipulación de los materiales, más concretamente, el sentido de número y las operaciones aritméticas (de adición y substracción) y de qué forma los materiales y conceptos se relacionan.

Los instrumentos para la evaluación fueron:

**Cuestionario** a los alumnos de formación inicial (Vale, 2000) - (*anexo 1); las* **entrevistas semi-estructuradas a los docentes de formación inicial** *(anexo 2) y,* a entrevistas a las **educadoras** *(anexo 3).*

*Las transcripciones de las entrevistas a las educadoras; las* **sesiones filmadas** *con la aplicación de los materiales (Calculadores y Cuisenaire);* los **tests** (exámenes de diagnósticos/fichas) aplicados a los niños *y las* ***tablas*** *de resultados del material manipulativo se encuentran en suporte digital.*

Las sesiones filmadas y los exámenes de diagnóstico permitieron que se utilizase como técnica la observación, pues como afirma Vale (2000, p:193) las observaciones "son la mejor técnica de recoja de datos del individuo en actividad, en primera-mano, pues permiten comparar lo que se dice, lo que no se dice, con lo que se hizo".

Los diferentes momentos de evaluación/sesiones obedecieron al siguiente procedimiento: clase dada por la educadora siendo filmada y observada por los alumnos que tuvieron formación para el efecto y en el final de cada material (4ª y 8ª sesión) fueron aplicados instrumentos de evaluación dirigidos a los niños.

En el caso de nuestra investigación los observadores fueron espectadores (cuando se filmaron las sesiones) y participantes (cuando se realizaron los exámenes). Se pretendió que en la recogida de información el investigador registrase las observaciones. Esta técnica permite al investigador un contacto directo con el fenómeno en estudio aunque él mismo estuviese presente al menos una vez en cada colegio a lo largo de las ocho sesiones.

Los documentos utilizados en la investigación fueron: trabajos, transcripciones, grabaciones (de vídeo o audio) y notas, que como refieren Lüdke y Andre (1986) son un método de recogida de datos que son una fuente natural y rica en informaciones.

De esta forma, en el mismo día se realizaron las sesiones en los respectivos colegios. El registro de las mismas se hizo en vídeo y fue precedido de su análisis.

Después de la obtención de las respectivas autorizaciones por parte de los responsables de educación, los educadores prepararon sus clases según los objetivos definidos para cada sesión, manteniendo siempre los alumnos en plazas fijas en las clases de los colegios A, E y O. En los demás colegios los alumnos no mantenían plaza fija.

En todas las sesiones estuvieron presentes los 14 alumnos de formación inicial, divididos en seis grupos con dos o tres elementos en cada colegio que participaban en el proyecto.

Simultáneamente se realizó una entrevista gravada en audio a cada educadora que participó en el estudio. Al utilizarse este instrumento de investigación se pretendió obtener informaciones acerca de aspectos relativos a los participantes, es decir, sus opiniones, sus expectativas, sus pensamientos, sus intenciones, además de lo que pensaban acerca de los materiales; y cuáles habían sido sus preferencias y el porqué de las mismas.

Para Léon y Montero (2003) la entrevista es una técnica que permite recoger una gran cantidad de información de una manera próxima y directa entre el investigador y el sujeto de la investigación. Mediante esta técnica se utiliza un instrumento que permite llegar al hondo del asunto que se pretende conocer.

La misma idea es reforzada por Mayorga (2004, p: 57) al afirmar: “A lo largo de la entrevista hay que intentar adquirir el *rapport* necesario para que el entrevistado se sienta lo suficientemente seguro como para contestar a las preguntas con la mayor sinceridad posible”.

A través de las entrevistas podemos caracterizar el medio escolar, interpretar opiniones, expectativas, modos de actuar, “(…) comprender cómo es el mundo del punto de vista de los participantes” (Ponte, 1994, p:7) y pensar sobre las prácticas en el área de la matemática, las opiniones e ideas sobre el sistema de enseñanza y la forma como sus agentes actúan, permitiendo comprender y caracterizar la realidad del estudio, “…de modo a posibilitar su posterior interpretación” (Ponte, 2002, p:18).

La información recogida a través de los cuestionarios, de las entrevistas, de las sesiones filmadas y de los tests (exámenes de diagnósticos) a los niños se sometió a diferentes técnicas de análisis de acuerdo con la naturaleza de los datos. En nuestro estudio obtuvimos dos tipos da datos: textuales y numéricos. Los varios instrumentos han generado un considerable volumen de datos.

Para el análisis de los cuestionarios a los alumnos de formación inicial se utilizó el programa estadístico SPSS - versión 15, que se encuentra entre los de mayor difusión en el campo de las ciencias sociales. El análisis de las entrevistas lo hicimos categorizando los textos en función de las dimensiones y sub-dimensiones que establecimos y después, describimos el contenido de las categorías, enseñando citas literales que ilustran la descripción, a la vez que realizábamos una interpretación de la misma. Para analizar los tests de los niños utilizamos el programa EXCEL para el cálculo de estadísticos descriptivos (medias y desviaciones típicas) cuando la naturaleza de los datos lo admitia. Las respuestas abiertas fueron inventariadas de modo separado para el grupo de alumnos y educadoras, permitiendo la comparación de los datos obtenidos en cada caso.

## 5. Resultados

### 5.1. Análisis de los resultados

La conceptualización de una investigación exige un mapa mental (Narciso, 2001). En el caso de nuestro estudio, el mapa fue delineado a partir de las cuestiones que iban siendo puestas a lo largo de la revisión de la literatura y fue orientado según una perspectiva práctica tanto del punto de vista de la conceptualización de los problemas como del punto de vista de las opciones metodológicas para el estudio de estos mismos problemas.

Presentaremos los resultados del trabajo teniendo en cuenta la relación de la revisión de la literatura con los objetivos de la tesis.

En primer lugar, podemos referir que los alumnos de formación inicial necesitan de nuevas prácticas y metodologías que sean más creativas, en virtud, de ser un factor determinante para aumentar **sus niveles de interés por un mejor aprendizaje de la matemática por quedaren dependientes de la forma como el profesor transmite los conocimientos matemáticos y de su motivación**, o que va de acuerdo con el pensamiento de Lorenzato (2006) cuando afirma que “la enseñanza de la Matemática debe enfocarse en principios básicos relacionados con la práctica y empezando por situaciones concretas y desafíos permanentes sin miedos y de forma creativa e innovadora, siendo que todos los profesionales necesitan de ayuda en su formación inicial, en virtud de tener un papel fundamental en este proceso.

En segundo lugar, **el papel del profesor**, pues como nos refiere Canavarro (2003), la enseñanza requiere del profesor respuestas inmediatas, soluciones concretas, recurriendo a su saber profesional y personal, frente al conjunto heterogéneo de alumnos que encuentra, con diferentes motivaciones, predisposiciones para aprender, dificultades y expectativas.

En tercer lugar, la enseñanza de la matemática tiene que incidir **en los procesos de significación y en el significado matemático obtenido a través del establecimiento de conexiones entre la idea matemática que está siendo “trabajada” y los conocimientos personales del individuo.**

También Pais (2000) defiende que el “interface mediador”, se relaciona con la forma como los materiales manipulables y la concepción pedagógica del profesor, en un determinado momento, facilitan la “elaboración del saber”. Por otro lado, según se afirma a menudo en el documento para las Orientaciones Curriculares para la Educación Infantil (Preescolar) (1997) hay que existir un carácter lúdico en las diferentes actividades, pues como se refiere en las normas (1991) “los niños son individuos activos que construyen, modifican y integran ideas dialogando con el mundo físico, con los materiales en actividades que impliquen el raciocinio” (p. 21).

En cuarto lugar, en **la pertinencia del uso de los materiales en la clase**, no debemos desvalorizar una idea presentada por Vale (2002) al afirmar que el profesor debe conocer y dominar muy bien la utilización de los materiales: “los materiales pueden ser un soporte precioso en la clase, para situaciones problemáticas y para la comunicación matemática entre alumnos. Pero, que si el alumno no los sabe utilizar y **el profesor no tiene sólidos conocimientos científicos y didácticos sobre su utilización y potencialidades permitiendo un papel activo y reflexivo en la construcción del saber, no funcionarán en ese sentido**”. Lo mismo es también reforzado por Nacarato (2005) al afirmar que “su eficacia depende de la forma como sean utilizados.”

Además para otros autores, que nos gustaría destacar, Brocardo, Delgado, Rocha y Serrazina (2006) que defienden “la pertinencia del uso de los materiales manipulables, en determinadas etapas del aprendizaje, está enlazada al tipo de competencias, que se pretenden desarrollar”, y aún, la importancia de los materiales en la formación de la noción del número, de las operaciones, y en el desarrollo de formas más o menos algorítmicas de cálculo. (p. 76).

Por ultimo, **la diversidad de la utilización de varios materiales** contribuye de forma bastante significativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Esta idea también es defendida por algunos investigadores como Reyes citado por Ribeiro (1995, p. 8) y documentos curriculares como los Standards (2002) que recomiendan la utilización de varios tipos de materiales en la enseñanza de la matemática ya que el aprendizaje es un proceso de crecimiento, con diferentes etapas de desarrollo, que requiere envolvimiento, participación y experiencias por parte del alumno, que con motivación va desarrollando en un lento proceso la formación de conceptos concretos y más tarde abstractos.

La revisión de la literatura, sugiere que los niños que usan materiales manipulables en clase, muestran mejor desempeño, que aquellos que no lo hacen (Sowell, 1989; Carpenter y Moser, 1982; Salva, 1998; Serrazina, 1998).

Para el análisis de los resultados, describiremos los datos obtenidos en relación a las Hipótesis establecidas.

**Hipótesis 1:** Los factores que están relacionados con la matemática y que promueven este interés, permiten afirmar que el trabajo que el profesor realiza en su clase, la interacción que establece con os alumnos, las herramientas que utiliza, los papeles que atribuye a los niños influyen de forma positiva el aprendizaje, y colocan múltiples cuestiones, inclusive cómo conceptualizar, hacer operativo y analizar el contexto adecuadamente.

La **verificación** de la misma se centra en la existencia de una correlación positiva entre quien enseña y la forma como transmite, y quien aprende.

**Hipótesis 2:** Existe **correlación positiva** entre la forma como los futuros profesionales (aún alumnos) aprenden con docentes bien preparados, seguros y motivados con su práctica educativa futura. Esta formación debe asegurarse en la creación de un buen ambiente, en una buena comunicación, acudir a estrategias creativas y a una participación efectiva en contexto de la clase. Los alumnos educadores revelan que durante su formación no encuentran este ambiente y metodología. Los alumnos profesores consideran esta forma positiva y creativa para un mayor aprovechamiento escolar de los niños. Luego esta hipótesis se verifica.

**Hipótesis 3:** La percepción hecha por los profesores y educadores **se relaciona de forma significativa** con la utilización de los materiales manipulativos en la clase y la estructuración de determinados conceptos matemáticos. Luego esta hipótesis se verifica.

Sin embargo, la utilización de materiales y la estructuración de determinados conceptos como la forma como estos son utilizados tiene repercusiones distintas en su práctica educativa.

**Hipótesis 4:** El aprendizaje significativo de la matemática es entendido como **muy elevado** en relación a la manera del profesor enseñar a través de la manipulación de diversos materiales para trabajar los diferentes conceptos matemáticos. La participación, el diálogo, la descubierta, la concretización, y la sistematización de los contenidos es entendida como siendo indispensable para el aprendizaje.

**Hipótesis 5:** La percepción de los profesores sobre la correlación entre los contenidos a transmitir y los materiales manipulativos es tanto mayor cuanto mejor fueron sus experiencias escolares anteriores y su formación inicial en esta área. Cuando tienen un aprendizaje eficaz, entienden de forma significativa esta relación consiguiendo demostrar evidencias significativas y, por eso mismo, ser más seguros y transmitir mejor los contenidos. Luego esta Hipótesis se **verifica**.

**Hipótesis 6:** La manipulación de materiales correlaciona positivamente con el aprendizaje del sentido del número y de las operaciones aritméticas (adición y substracción), pues permite a los alumnos una apropiación clara y objetiva de los mismos. En referencia a esta hipótesis encontramos **correlaciones positivas**.

**Hipótesis 7:** La enseñanza requiere del profesor un aprendizaje consistente y un saber profesional y personal ante el grupo de alumnos que tiene delante de él con diferentes motivaciones y predisposiciones para aprender, con diversas dificultades y expectativas, por eso, el profesor debe ser capaz de acudir a metodologías creativas que permitan una relación positiva con la enseñanza de la matemática. También aquí, podemos afirmar que esta hipótesis **se ve verificada**.

## 5.2. Interpretación y discusión de los resultados

De las hipótesis analizadas destacamos, desde ya, que la mayoría de ellas se verificaron.

La primera de ellas, tenía que ver con los factores que están relacionados con el aprendizaje de la matemática y de la influencia que los mismos pueden provocar cuando estos no se verifican.

Como afirma Paulo Freire (1991, p. 58) "Nadie empieza a ser educador en un Martes a las cuatro horas de la tarde. Nadie nace educador o marcado para ser educador. La gente se hace educador, la gente se forma como educador, permanentemente, en la práctica y en la reflexión sobre la práctica".

Para Canavarro (2003), los problemas que el profesor tiene que resolver son múltiplos, concretamente en su clase, un espacio de grande imprevisibilidad, donde pasan muchas cosas al mismo tiempo, y que en la mayor parte de los casos, requieren respuestas inmediatas. Todo esto se pasa, en presencia de un conjunto heterogéneo de alumnos, con diferentes motivaciones y predisposiciones para aprender, con diversas dificultades y expectativas. El profesor es un interviniente constante, construyendo soluciones creativas ante las situaciones con que se enfrenta, recurriendo a su saber profesional, que también es personal.

El profesor no actúa independientemente del que siente y piensa, de con quien trabaja y donde, y de las condiciones en que lo hace (Santos y Canavarro, 2001). La persona del profesor está siempre presente en la profesión y eso se refleja en su práctica y su papel de mediador es reconocido por la investigación en educación (Gimeno, 2003). Entender cómo el profesor puede mediar algunos aprendizajes con materiales e instrumentos lúdicos para enfrentar dificultades y concretizar algunos conceptos matemáticos con los niños es el objetivo central de este estudio.

La calidad en la Educación Infantil implica ciertos presupuestos. Comprender el niño, ni como sujeto, ni como objeto, pero como participante (Woodhead & Faulkner, 2000), es un proceso complejo porque envuelve cortes culturales con comprensiones profundamente enraizadas. Como tal, requiere clarificaciones en el sentido de la construcción de esta comprensión altamente compleja, esfuerzos que se espera que puedan dar frutos en la próxima década. Un ángulo para construir esta comprensión (Oliveira-Formosinho *et al*., 2000), será el educador surgir como mediador de la participación efectiva del niño.

En Educación Infantil el profesor tiene que atender al aprendizaje del niño en un contexto educacional que, en el ámbito de los aprendizajes curriculares, sean más favorables al niño y a su participación en el proceso de aprendizaje y crecimiento – un proceso integrado de enseñanza-aprendizaje que conteste a su naturaleza holística.

La enseñanza de la matemática en la Educación Infantil debe privilegiar el conocimiento del niño, ante situaciones significativas de aprendizaje, resultantes de su interacción con el medio, estimulándoles para superar desafíos, utilizar su creatividad para jugar con lo imprevisible, tornándose "constructor de su propio saber" (Brenelli, 2005), de ahí el hecho de que este estudio está realizado con niños de cinco años, utilizando los materiales Cuisenaire y Calculadores Multibásicos en la clase.

La Matemática integra un carácter humanista y universal. Autores como Loureiro y Serrazina (2001) sugieren que su aprendizaje debe ser realizado en contextos diversificados, con utilización de materiales que proporcionen una fuerte colaboración de los alumnos.

La comunidad educativa es unánime cuando afirma que la matemática es una herramienta simbólica, necesaria para el sujeto que nace en un universo cultural del que hace parte y como Moura (2002) afirma si "la matemática es parte del mundo del niño debemos hacer que el niño aprenda ése conocimiento como parte de su equipaje cultural, para que pueda intervenir con instrumentos capaces de auxiliarlo en la construcción de su vida" (p. 60).

Las Orientaciones Curriculares y las normas afirman que la matemática debe ser valorizada, de forma a su aprendizaje ser motivo de placer y significado, a través del lenguaje y comunicación, viviendo diferentes actividades y materiales. Para eso el conocimiento matemático se incluye en el concepto de alfabetización, en su sentido más amplio, y como tal en el puede ser tratado separadamente, en la educación infantil, como Moura (2002) refuerza diciendo que el motivo para enseñar a trabajar con conocimientos matemáticos y el modo de construirlos, son condiciones para que los niños puedan ser sujetos activos.

Parece pertinente envolver a los niños en una matemática en nivel infantil de calidad, que como afirma Clements (2001, p. 270) convide "los niños a la experiencia matemática mientras juegan, describen y piensan sobre del mundo".

Serrazina (1998) afirma que el suceso de los materiales manipulativos depende, por un lado, de cómo las tareas son implementadas por los profesores, y por otro, de la forma cómo ven la matemática, de su proceso de enseñanza-aprendizaje y de su conocimiento ético.

Ponte y Serrazina (2000) refieren que el uso de materiales diversos, puede contribuir para el desarrollo de un ambiente de trabajo participativo, a través de una actividad matemática estimulante.

Nacarato (2005) añade "que el uso inadecuado y poco exploratorio de cualquier material manipulable poco o nada contribuirá para el aprendizaje de la matemática. El problema no está en la utilización de esos materiales, sino en la manera como se utilizan". Lorenzato (2006) refuerza esta idea afirmando que se deben "contextualizar según la vivencia de los alumnos".

**Los resultados de los cuestionarios realizados a los alumnos de formación inicial, sugieren que las experiencias escolares y la formación inicial influyen la opinión, las expectativas, el pensamiento y la actitud frente a la enseñanza de la matemática; el dominio de los contenidos y la confianza influyen la metodología a utilizar en futuras prácticas educativas; el papel del profesor es determinante para establecer las relaciones entre procesos, y para adquirir hipótesis explicativas y entender la relación entre la construcción del conocimiento matemático y la utilización de materiales manipulables, como instrumentos de mediación y facilitadores del proceso de aprendizaje.**

**Cuando los profesores mantienen una buena relación con la enseñanza/aprendizaje de la matemática consiguen adoptar estrategias creativas para la consolidación de los mismos, contribuyendo de esa forma para un mejor aprovechamiento escolar de los niños.**

### 5.2.1. Análisis de las entrevistas

Realizadas las seis entrevistas, procedemos a la redacción de los respectivos protocolos, con la transcripción a escrito, en la íntegra, de los registros audio obtenidos. Seguidamente, acudimos a la técnica de análisis de contenido para el tratamiento de los datos recogidos, lo que se traduce, de acuerdo con Bardin (1995, p.31), en un "conjunto de técnicas de análisis de las comunicaciones visando obtener, por procedimientos sistemáticos y objetivos de descripción del contenido de los mensajes, indicadores (cuantitativos o no) que permitan la inferencia de conocimientos relativos a las condiciones de producción de esos mensajes". Su finalidad es, pues, efectuar inferencias con base en una lógica explicitada sobre los mensajes cuyas características fueron inventariadas y sistematizadas (Vala, 1990).

Como se puede observar en el Cuadro 3 fueron definidos tres temas: Identificación de las opiniones, expectativas y dificultades sentidas por las educadoras del estudio; el papel de los materiales manipulativos en la enseñanza de la Matemática y Metodología.

| Temas | Categorías |
|---|---|
| 1. Identificación de las opiniones, expectativas y dificultades sentidas por las entrevistadas. | 1.1. La importancia de la matemática en la enseñanza infantil;<br>1.2. La relación del profesor con la matemática;<br>1.3. Evaluación de las sesiones. |
| 2. Metodología. | 2.1. Organización y ambiente de aprendizaje. |
| 3. El papel de los materiales manipulativos en la enseñanza de la Matemática. | 3.1. Valorización de los materiales manipulativas. |

**Cuadro 3:** Temas y respectivas categorías

Cada uno de los temas dio origen a varias categorías. En su definición tuvimos como preocupación seguir los principios definidos por Bardin (1995), ya anteriormente referenciados: la exclusión mutua, la homogeneidad, la pertinencia, la objetividad, la fidelidad y la productividad. El análisis será hecho, para una mayor comprensibilidad categoría a categoría.

En el primer tema que brotó del análisis de contenido del "corpus" de información de las entrevistas fue el que reporta a las expectativas, dificultades y opiniones de las entrevistadas. Este tema comprende: "La importancia de la matemática en la enseñanza infantil"; la relación del profesor con la matemática, y la Evaluación de las sesiones.

En el segundo tema, surgió la categoría: “Organización y ambiente de aprendizaje”, habiendo sido también contemplada la componente de la dimensión afectiva.

En lo que se refiere al último tema consideramos la categoría “Valorización de los materiales manipulativos”. Para mejor explicitarla consideramos aún tres sub-categorías: “Síntesis del análisis de los materiales; Calculadores y Cuisenaire”, conforme se presenta en el cuadro n.º 4:

| | |
|---|---|
| 3.1. Valorización de los materiales manipulativos | 3.1.1. Síntesis del análisis de los materiales.<br>3.1.2 Calculadores.<br>3.1.3. Cuisenaire. |

**Cuadro 4:** Categoría 3.1. y respectivas sub-categorías

## 1. Identificación de las opiniones, expectativas y dificultades sentidas por las entrevistadas

### 1.1. La importancia de la matemática en la enseñanza infantil

Las entrevistadas fueron unánimes en afirmar que la enseñanza de la matemática en la educación infantil es muy importante tanto para la resolución de problemas como en el cotidiano del niño.

| Rasgos caracterizadores | Entrevistadas |
|---|---|
| Es muy importante | A, E, M, O, S, T |
| Deberá estar presente en todo el cotidiano del niño | A, E, M, O, S |
| Partir de las relaciones que se establece con el otro | M, O, S, T |
| Partir de las vivencias y dejar los niños descubrir | A, O, S, T |
| Debe ser reflexiva y asentar en la formación continua | A, S |
| Debe ser adaptada al ritmo del niño | A, E, M, O, T |
| Debe ser sistematizada | A, E, O |
| Debe ser sujeto de más estudios | A, T |

**Cuadro 5:** Opinión sobre la matemática en la enseñanza infantil

La enseñanza de la matemática en la enseñanza infantil debe partir de situaciones concretas y de los intereses de los niños, y respetar su ritmo de aprendizaje. Para las entrevistadas A, E, y O, el mismo también debe ser realizado de una forma sistematizada.

Las entrevistadas A y S refirieron que creen ser muy importante que haya más formación y que las educadoras deben reflexionar más sobre su práctica.

### 1.2. La relación del profesor con la matemática

La relación que el profesor tiene con la matemática debe asentar en una buena formación inicial. Buenas prácticas vividas permiten tener actitudes más seguras. La experiencia profesional de todas las educadoras fue fundamental para la participación en este estudio pues se sentían seguras y con confianza, a pesar de que refiriesen también que les gustarían tener más formación e información (A, S, y T).

Las seis entrevistadas refirieron que es necesario que el profesor **promueva el diálogo y la participación de los niños**, **domine los contenidos, conozca los materiales y su uso, se sienta seguro y con confianza.**

### 1.3. Evaluación de las sesiones que fueron gravadas

En esta categoría se pretendía identificar cómo las entrevistadas evaluaron su trabajo y su prestación a lo largo de las sesiones y qué tipo de relaciones establecen con los materiales; cómo se manifestó el puente entre el concreto y el abstracto, y aún recoger las preocupaciones de los docentes en el trabajo práctico.

Los resultados se encuentran esquematizados en el cuadro 6

| Categorías | A | E | O | M | S | T |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Evaluación del trabajo | Bien | Bien | Bien | Bien | Bien | No sabe |
| Prestación | Bien | Bien | Bien | Bien | Normal | Bien |
| Relación con los materiales | Muy buena | Muy buena | Excelente | Pobre | Normal | Bien |
| Cómo se manifestó (puente entre el concreto y el abstracto) | Fácil<br>Sí | Fácil<br>Sí | Fácil<br>Sí | Fácil<br>A veces | Alguna dificultad<br>A veces | Alguna dificultad<br>A veces |
| Preocupaciones más referidas | Gestión del tiempo | Muchos contenidos; Poco tiempo. | Gestión del tiempo. | Muchos contenidos y difíciles. | Muchos contenidos; Trabajar con todo el grupo al mismo tiempo; Gestión del tiempo. | Muchos contenidos; Muchos alumnos; Poco tiempo y cambio de metodología |

**Cuadro 6:** Resultados de cómo las educadoras evaluaron las diferentes sesiones.

Como se puede verificar, de las seis educadoras que participaron en la entrevista, apenas cuatro consideraron que el trabajo que realizaron fue bueno (A, E, O, y S).

Las educadoras consideraron que tuvieron una buena prestación en general y que el tiempo fue el aspecto más difícil de ultrapasar. El exceso de contenidos fue apuntado por cuatro educadoras, que en general, supieron enfrentar las dificultades que surgieron a lo largo de cada sesión. Para las educadoras M, S, y T la sobrecarga de contenidos y el hecho de tener que dar la actividad para todo el grupo creó un obstáculo para un mejor desarrollo de los conceptos matemáticos en causa.

El factor tiempo y la época del año en que las sesiones tuvieron lugar fueron referidos por la totalidad de las entrevistadas como no siendo la más propicia, considerado mejor que las sesiones deberían haber ocurrido más bien al final del año lectivo.

Las educadoras que participaron en el estudio manifestaron orgullo e interés por haber participado, revelaron estar sensibilizadas para esta temática, se documentaron y prepararon las actividades con rigor y eficacia, elaboraron material adecuado de forma a enriquecer los conceptos que iban a trabajar. De una manera general fueron creativas y supieron vencer algunos recelos y ansias que surgieron. Cada una a su manera dio una enorme contribución a este estudio.

Las educadoras S y T refirieron que al inicio estaban aprensivas en participar por sentir que no iban a lograr trabajar tantos conceptos de forma tan estructurada. De hecho, admitieron que el **desafío les dio más confianza y una actitud menos conservadora** sobre la utilización de materiales manipulativos en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática, aunque hayan hecho cuestión de afirmar que es **fundamental partir de situaciones concretas de descubierta por parte de los niños y de se respetar el ritmo de aprendizaje de cada uno de ellos.**

Un otro aspecto que emergió del discurso de las entrevistadas, se refiere a la **necesidad de formación continua y al cambio de experiencias entre profesionales**. La educadora T refirió que “nos hace falta *formación… espacios de reflexión… La escuela nos debería apoyar más… pasar por allí algunas veces y compartir dudas… sólo podemos enseñar cuando dominamos los conceptos… caso no los sepamos sólo vamos a liar a los niños…”*.

Esta consideración es reveladora de la necesidad de una formación contextualizada y adecuada a las necesidades de los sujetos. Debemos ayudar a valorizar y mejorar la enseñanza de la matemática en todas edades, tanto en el espacio colegio a través de acciones de formación, como a través del recurso a nuevas tecnologías.

## 2. A Metodología

### 2.1. Organización de las clases y ambiente de aprendizaje

Fueron varios los aspectos resaltados por las educadoras A, E, M, O, S, y T. Para mejor comprender la metodología utilizada por las entrevistadas, fuimos verificar cómo se procesó la organización de las clases y el desarrollo de las actitudes positivas en relación a la matemática en el decurso de las sesiones. Por lo cual centrémonos en el cuadro 7.

| Rasgos caracterizadores | Respondientes |
|---|---|
| Plazas fijas en las sesiones | A, y, O |
| No cambió en nada la metodología | A, E, O |
| Desarrolló actitudes positivas | A, E, O, M, S, T |
| Promovió la comunicación y el diálogo en la totalidad del tiempo | S, T, M, A, E, O |
| Promovió y estimuló el raciocinio | A, O, E, S, T, M |
| Cumplió los objetivos de las sesiones | A, E, O |
| Utilizó otros materiales | A, E, O, M, S, T |
| Buen ambiente de aprendizaje | A, E, O, M, S, T |

**Cuadro 7:** Síntesis de la práctica adoptada y actitudes de las educadoras

De hecho, la metodología utilizada por las educadoras A, O, y E fue idéntica y se entiende que están muy acostumbradas a trabajar los conceptos propuestos y que dominan los materiales manipulativos, utilizándolos frecuentemente en las actividades de la clase.

Fue común a todas la promoción del diálogo, el desarrollo de la comunicación y la consecuente descubierta por parte de los niños. Pero la metodología utilizada por las educadoras A, E, y O no permitió un diálogo tan espontáneo por parte de los niños, pues, acuden a preguntas dirigidas, dónde responde el niño a quien la misma es formulada.

Las educadoras M, S, y T han hecho las preguntas al grupo, y los niños contestaban de forma espontánea a las mismas revelando sus respuestas y descubiertas.

## 3. El papel de los materiales manipulativos en la enseñanza de la Matemática

### 3.1. Valorización de los materiales manipulativos

En esta categoría se pretendía entender de qué forma los materiales Calculadores Multibásicos y Cuisenaire propician el aprendizaje del concepto de número y de algoritmos (adición y substracción) y cuáles las dificultades sentidas, así como si los objetivos fueron alcanzados y, por último si los materiales son elementos de mediación en el aprendizaje para la concretización de los conceptos trabajados.

En general, podemos afirmar que cuatro de las entrevistadas (A, E, el y S) consideraron que los calculadores permiten trabajar de forma inequívoca estos conceptos. Para las educadoras M, y T la falta de conocimiento y de práctica con los mismos no les permitió responder de la misma forma, habiendo sentido algunas dificultades en su concretización.

Todas consideraron que sólo es posible trabajar el concepto de número auxiliándose en la utilización de materiales manipulativos, estructurados o no, ya que son elementos de mediación para la concretización de los conceptos trabajados.

Los objetivos fueron logrados por la mayoría de los niños, habiendo en todas clases algunos niños que no los lograron, por tener dificultades o por no tener madurez. La evaluación de los mismos no se limitó a la realización de los exámenes de diagnóstico, pero sí, contemplando la aplicación práctica de los mismos en el cotidiano de los niños.

Las educadoras consideran que tienen un papel primordial y parecen tener buenas expectativas. Sin embargo, quieren ser apoyadas para tomar decisiones sobre su práctica en general, y en matemática en particular, de forma a desarrollar en los niños una otra actitud frente a esta temática.

#### 3.1.1. Síntesis del análisis de los materiales

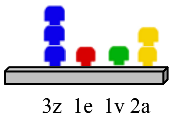
Las actividades fueron presentadas en bloques referentes a los dos materiales en momentos de calendarización separados, ajustándolos a los conceptos que se pretendían abordar y con creciente nivel de dificultad. Las actividades se iniciaron con el sentido de número, de forma a adquirir la competencia intuitiva para los números y variadas interpretaciones y para la percepción y utilización de los números en diferentes situaciones. Varios ítems fueron abordados: identificación y comparación de las propiedades de los objetos (color, tamaño, valor); comparación de conjuntos y aplicación de mayor, menor, igual; establecer correspondencia entre el número dictado y la cantidad correspondiente; ordenar numerales, palabras o cantidades y secuencias crecientes y decrecientes; cardinalidad; ordinalidad; nominalidad; composición y descomposición de conjuntos de objetos; operaciones (adición y substracción) y situaciones problemáticas en contextos diversificados y apropiados a la situación en que el niño está inserido y a su cotidiano; representación y operacionalidad numérica.

En el transcurrir de las sesiones hubo momentos en que se observó la transversalidad de saberes, donde las educadoras de una forma más dirigida o más libre, mezclaron dimensiones como el desarrollo del vocabulario, el carácter lúdico y el juego, la creatividad,…

El lenguaje y la comunicación estuvieron siempre presentes en las diversas sesiones, pero mientras que las educadoras A, y O intentaban seguir escrupulosamente las planificaciones, las educadoras M, S y T no tenían tanta preocupación en hacerlo.

**Todas las educadoras intentaron ser mediadoras de los aprendizajes, provocando el diálogo y la superación de las dificultades de los alumnos incentivando las respuestas o clarificando dudas.**

### 3.1.2. Los Calculadores Multibásicos




Los Calculadores Multibásicos permiten actividades en que se trabajan las diferentes bases, antes de introducirse el sistema decimal, permitiendo al niño comprender el sistema numeral y el sistema de base diez. Con este material los niños consiguen, en las cuentas y en el cálculo, visualizar todos los elementos pedidos.

Los objetivos generales de aprendizaje propuestos para la primera sesión de Calculadores Multibásicos visaban el contacto directo con el material y su manipulación.

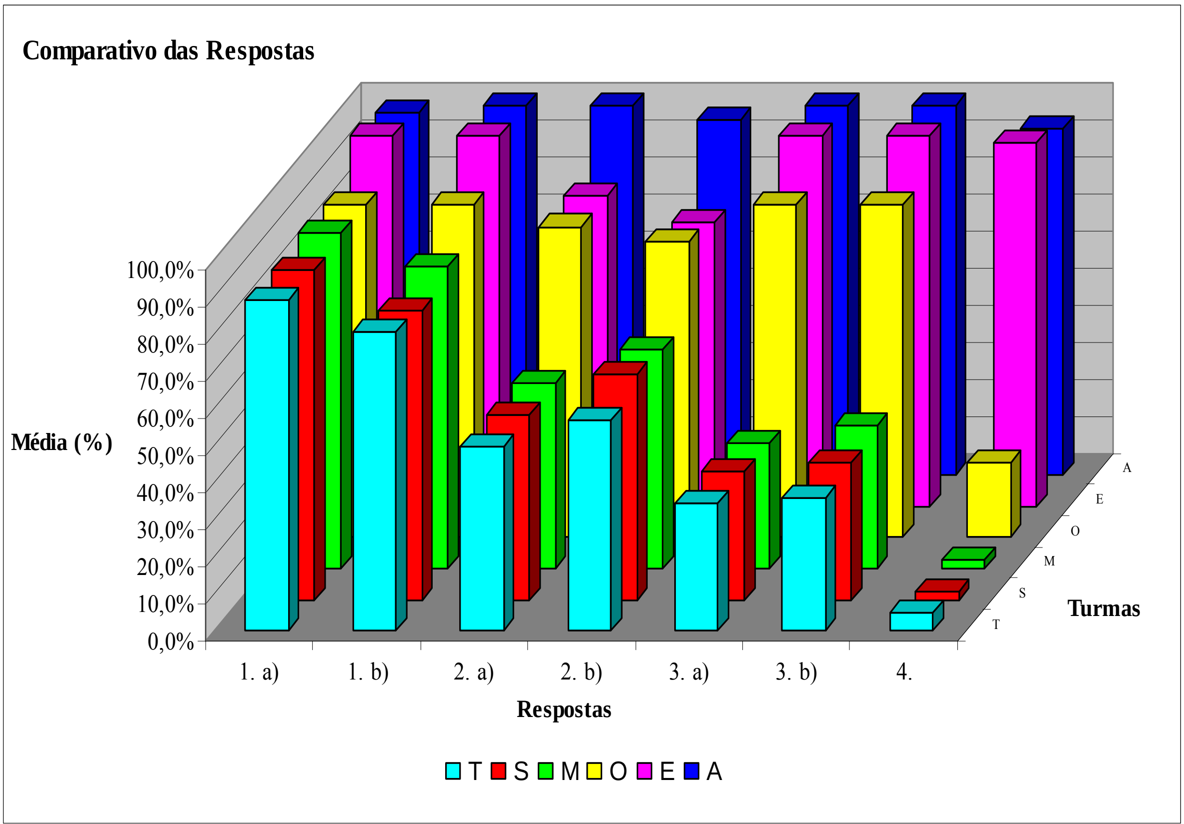
Los alumnos a través de este material deben comprender el sistema numeral y entender el juego de las bases en que se puede jugar con los Calculadores Multibásicos.

En las clases A, E, y O las educadoras consiguieron alcanzar los objetivos propuestos, en virtud, haberlo usado el año anterior a través de varias actividades de descubierta.

En la segunda y tercera sesiones todas las educadoras proporcionaron actividades en la base 10, con las operaciones de adición, pero solamente las clases de las educadoras A, E, y O consiguieron realizar las situaciones que se propusieron.

El hecho de las educadoras M, S, y T no desarrollasen y aplicasen estas actividades en su cotidiano, no se sintieron con confianza, y los alumnos no tenían las competencias básicas interiorizadas, no permitió que consiguiesen alcanzar los objetivos propuestos.

Conforme se puede ver en el cuadro 8 – Comparación de las respuestas dadas por los alumnos al final de las 4 sesiones con los calculadores – se verifica que las clases de las educadoras A, E y O obtuvieron la mejor media global. Las clases de las educadoras M, S, y T presentaron medias globales con valores inferiores.




**Cuadro 8:** Comparación de las respuestas dadas al final de las 4 sesiones con los Calculadores

En general podemos afirmar que fueron las educadoras A, E, y O las que mantuvieron una postura más disciplinada, y, bastante atenta en relación a la clase.

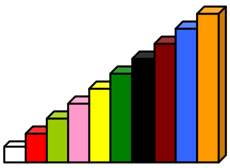
Las educadoras M, S, y T consiguieron ser motivadoras y cautivantes a lo largo de las sesiones pero la disciplina ni siempre fue mantenida de la mejor manera. Los alumnos más extrovertidos fueron los que participaban y respondían. En esas clases un número razonable de alumnos apenas jugaba con las piezas y no intervenían.

Los objetivos generales de aprendizaje propuestos para la cuarta sesión de Calculadores Multibásicos visaban la comprensión de la numeración decimal, la lectura de números hasta las centenas de unidades, el conocimiento de valores relativos y absolutos y el cálculo numérico mental y escrito. Estos objetivos fueron solamente alcanzados en las clases de las educadoras A, y O.

El aspecto lúdico y el juego estuvieron presentes en las actividades con este material, desarrollando la sociabilidad y la convivencia (pues los niños trabajaron en pares y en grupo), aprendiendo a participar, respetando las reglas del juego y desarrollando la comunicación y la imaginación.

Las competencias para representar, escribir y leer, fueron utilizadas, para efectuar representaciones concretas usando las piezas de los Calculadores Multibásicos. Las representaciones icónicas (dibujar las piezas), con la finalidad del niño clarificar una determinada situación, no fue tan conseguida, mientras que la representación simbólica (usando algoritmos y señales) fue surgiendo progresivamente para que las operaciones se concretizasen. Las educadoras A, y O pretendieron también que los niños entendiesen el valor de posición especialmente los números multidígitos, de nuestro sistema decimal, integrando tres aspectos: la cantidad y el nombre de base (ex: 1 decena y 2 unidades); el nombre del número (doce) y el numeral escrito (12). Trabajaron el valor de la posición asociando ejemplos de agrupamientos y contaje implicando números grandes. Estas educadoras realizaron actividades utilizando el siguiente lenguaje: tener más elementos, menos elementos o los mismos elementos.

### 3.1.3. Cuisenaire



Los objetivos de aprendizaje propuestos para la primera sesión de Cuisenaire, visaban el desarrollo de la capacidad de manipular el material, del diálogo y del cambio de ideas y de la creatividad. Era pretendida la relación color/anchura/tamaño/cantidad, así como la comprensión del sistema decimal, la noción de cantidad y número y la simbología de mayor, menor e igual. También estaba programado trabajar la composición y descomposición de números. De estas sesiones destacamos de más relevante los siguientes aspectos:

Las clases de las educadoras A, E, y O trabajaron en grupos durante todas las sesiones de Cuisenaire. Las mesas estaban ordenadas a pares, siendo que cada grupo era constituido por tres a cuatro alumnos. Las demás educadoras trabajaron con los niños en semicírculo y en el suelo.

En las clases de las educadoras A, E y O hubo más actividades ejemplificadoras de:

- Correspondencia (a cada cantidad corresponde un número cardinal y un número ordinal);
- Comparación (esta pieza es mayor que aquella – v > e);
- Clasificación (juntaron piezas por el color – ej: rojas; separaron piezas por las diferencias de valor – ej: rosas (4) y negras (7);
- Secuenciación (hicieron actividades colocando las piezas que sucedían unas a otras – ex: b; e; vc; r; a; ve; p; c; z; l;
- Seriación (pusieron las piezas por orden decreciente – ex: l; z; p; c;…);
- Inclusión jerárquica (dos números más pequeños para los mayores);
- Conservación (lo hicieron con dos conjuntos con cantidades iguales en que uno parecía tener más piezas que otro – ex: seis regletas blancas del Cuisenaire y seis piezas blancas de los calculadores).

Las educadoras A y O realizaron diversos ejercicios con estrategias y métodos bastante diversificados, pretendiendo con ellos promover la creatividad. Los alumnos se mostraron muy interesados, entusiasmados y participativos. La interacción educadora/clase fue constante aunque la educadora A elegía siempre los mismos alumnos durante las actividades.

Los niños de las clases A, E, y O revelaron dominar el material utilizado relacionando correctamente los diversos colores y valores de las distintas regletas.

Los niños de las clases M, S, y T realizaron descubiertas muy interesantes sobre las regletas, asociando por el color o por su valor. Las sesiones fueron muy animadas y creativas. Apenas en la clase M no hubo asociación inmediata de la regleta a su valor, que sólo ocurrió en la última sesión.

El cálculo mental de los alumnos fue estimulado, se exploraron los conceptos de “mayor” y “menor” en las seis clases.

En las clases M, S y T los contajes y el cálculo a pesar que hubieron sido desarrollados durante las sesiones, solo permitían números pequeños. La educadora M solo trabajó hasta la cantidad 5, pues **defendía que correspondía a la edad cronológica de los**

**niños de su grupo.** Sin embargo, tenemos que exceptuar que en una de las sesiones la educadora propuso actividades con figuras (dinosaurios), donde intentó trabajar material no estructurado, superando ésa cantidad, y en la que se verificó que algunos niños sabían contar y resolver situaciones problemáticas, con cantidades mayores que 5 unidades.

Los niños de las clases A, y O realizaron actividades de contaje y cálculo durante las sesiones, cuando hacían la secuencia verbal de los números, o cuando establecían la correspondencia término a término, entre un objeto que se quería contar y una de las palabras de la secuencia de los símbolos verbales de los números. Cuando los niños se equivocaban en el valor de la regleta naranja, que es una regleta singular (contaban con las regletas blancas) para diferenciar elementos distintos.

Las Educadoras A, E, y O recordaron la lectura de números enteros y efectuaron la representación del mismo número utilizando diversas formas de hacerlo. Estos niños realizaron más que una ficha de trabajo para la consolidación de los contenidos trabajados a lo largo de las sesiones de Cuisenaire.

Los objetivos de aprendizaje propuestos para la segunda sesión de Cuisenaire visaban el desarrollo de la creatividad de los alumnos, la organización y clarificación del pensamiento matemático a través de la comunicación, la enumeración de las regletas por orden creciente y decreciente, la comprensión del algoritmo de la adición y de la substracción, la realización de lecturas de números hasta a las decenas y por fin la realización de situaciones problemáticas.

Los niños de las clases A y O realizaron actividades de composición y descomposición de números a través de la construcción de trenes, con los carruajes, para la consolidación del sentido de número.

El desarrollo de padrones de medida se hizo cuando los alumnos utilizaban como unidad de medida la regleta blanca, midiendo todas las regletas del material.

En todas las sesiones podemos destacar una vez más el hecho de las educadoras haber conseguido cautivar los alumnos, diversificando las estrategias y utilizando otros materiales llamativos (ex. tapones de plástico).

En el transcurrir de las sesiones las educadoras profundizaron los conceptos de lateralidad, trabajaron el cálculo mental y estimularon la concentración y la atención.

Con el intuito de consolidar la clase de Cuisenaire, la Educadora A distribuyó a los alumnos una ficha de trabajo cuyo objetivo era trazar el camino (itinerario) para descubrir el huevo utilizando el menor número de regletas del Cuisenaire. Descubierto el itinerario la

Educadora A pedió a los alumnos que contaran el número de pasos "dados" en el recorrido construido (38 pasos). Escuchó algunas respuestas e incentivó a que los alumnos lo confirmaran con el auxilio de regletas blancas. La mayoría de la clase realizó sin dificultad la ficha atribuida, y posteriormente, la colorearon según las piezas utilizadas.

Para consolidar la sesión del Cuisenaire, la Educadora S distribuyó a los alumnos una ficha de trabajo cuyo objetivo era colorear una construcción según el valor de las regletas que era pedido. A medida que coloreaban iban charlando entre ellos sobre el valor de las regletas.

Las educadoras E, O y T también elaboraron fichas de trabajo junto a su grupo de niños. Solamente la educadora M no realizó cualquier tipo de trabajo en suporte escrito. Una vez la sesión terminada, los niños fueron al recreo a jugar.

Las educadoras S y T realizaron trabajos escritos con la grafía de los números. Con el material Cuisenaire, los niños pudieron hacer construcciones, descubrir y dictar itinerarios, contar una historia con trenes, ocurriendo diversas experiencias creativas.

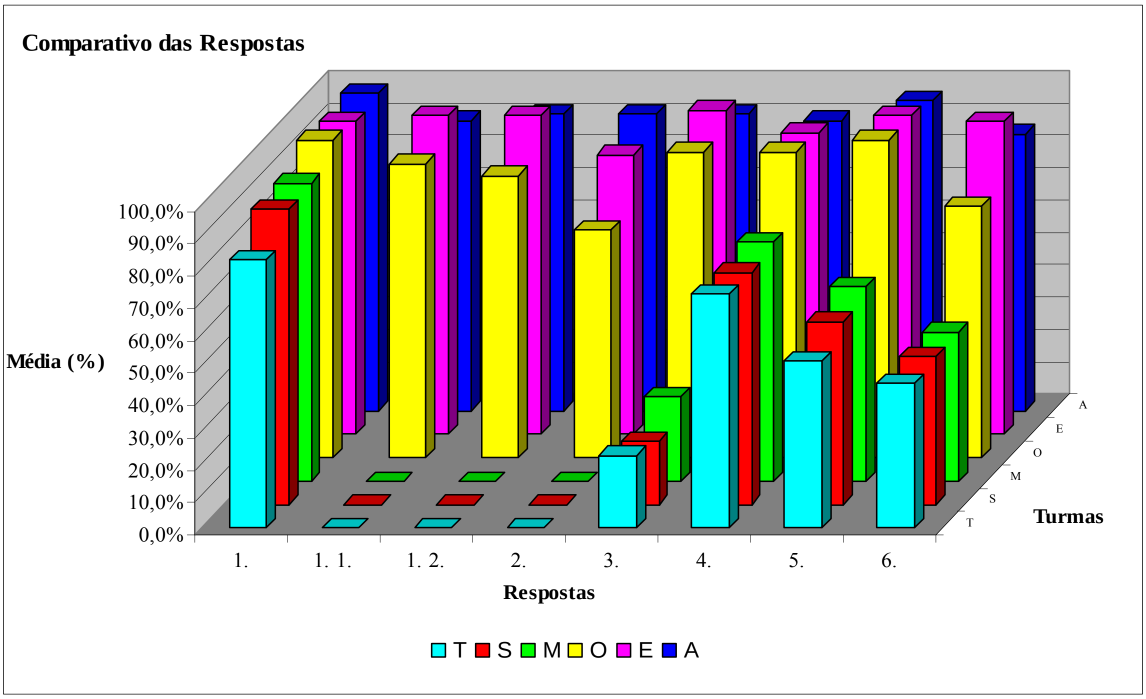
El aspecto lúdico y el juego estuvieron presentes desarrollando la sociabilidad y la convivencia (trabajaron en pares y en grupo), aprendiendo a participar, respetando las reglas y desarrollando la imaginación.

Las educadoras A, E y O realizaron actividades para trabajar las propiedades de las operaciones (como la propiedad conmutativa) de forma a desarrollar el concepto de número.

Las educadoras M, S, y T realizaron pocas actividades para descubrir la propiedad conmutativa de la adición.

En general, los objetivos propuestos para las cuatro sesiones con el material Cuisenaire fueron logrados con éxito, aunque en las clases de las educadoras A, E y O donde éstos fueron alcanzados con más facilidad, conforme se puede verificar en el cuadro 9 – Comparación de las respuestas dadas al final de las 4 sesiones con el Cuisenaire.

Cuadro 9 – Comparación de las respuestas dadas al final de las 4 sesiones con el




Cuisenaire

## 6. Conclusiones

Considerando los datos recogidos, a través de los cuestionarios, a los alumnos de formación inicial, de las entrevistas a las educadoras, de los registros de las sesiones, de la manipulación de los materiales (Calculadores Multibásicos y Cuisenaire), de los tests (exámenes) distribuidos a los niños de 5 años así como de la revisión de la literatura, observamos que fue posible utilizar los materiales en la enseñanza de la matemática como un auxilio en el proceso enseñanza-aprendizaje, de modo a relacionarlos con los contenidos trabajados en clase. Los resultados obtenidos sugieren que es **necesario que el aprendizaje de la Matemática sea envolvente, y asiente en realidades concretas, de modo a permitir enfrentar las dificultades que puedan surgir**, en el desarrollo de actitudes negativas durante el proceso.

Una sociedad que se encuentra en un constante cambio, y cada vez más completa, necesita formar de una forma flexible y creativa sus ciudadanos, para que se integren eficazmente en ella. Por eso, es importante que desarrollen el gusto por la matemática y por la propia actividad matemática, y construyan un conocimiento matemático que los prepare y que les desarrolle las capacidades. Cuando los conceptos son construidos, y se desarrollan, se establecen ciertos hábitos de raciocinio y pensamiento matemático. Es de esta construcción (de conceptos) y de estos hábitos (de raciocinio) adquiridos, que posteriores comprensiones y raciocinios de orden superior se van desarrollando.

Al intentar precisar el concepto de aprendizaje y al privilegiar los factores culturales y sociales de construcción del conocimiento, en el que el constructivismo, da relevancia al modo de enseñar matemática, evidenciando la solicitud de actividades de resolución de problemas en la clase y manipulación de materiales como mediadores, en **que el aprendizaje tiene que ser significativo, tanto en la estructura interna (significación lógica), como en la asimilación (significación psicológica), el alumno tiene que ser motivado, para relacionar lo que aprende, con lo que sabe**. La significación del aprendizaje se relaciona con la funcionalidad. Los conocimientos adquiridos (conceptos, destrezas, valores) deben ser funcionales, para que el alumno los utilice cuando las situaciones se lo exijan.

Según varios autores los materiales manipulables son facilitadores del aprendizaje matemático ya que: i) se basan en la experiencia; ii) el aprendizaje sensorial es la base de toda a experiencia; iii) el aprendizaje es caracterizado por estadios distintos de desarrollo; iv) el aprendizaje es facilitado por la motivación; v) el aprendizaje se construye del concreto para el abstracto; vi) el aprendizaje requiere participación y envolvimiento activo del alumno. Los materiales en la práctica educativa al ser facilitadores de un aprendizaje que se pretende significativo y al aliar el sentido lúdico al juego, permiten que el niño interaccione con el medio y desarrolle capacidades intelectuales, afectivas y sociales.

Lorenzato (2006, p:21) afirma que el material concreto "puede ser un excelente catalizador para el alumno construir su saber matemático "Esto es reforzado por Passos (2006, p:78) que defiende que son "mediadores para facilitar la relación profesor/alumno/ conocimiento en el momento en que un saber se está construyendo" y por Moyer (2001) que considera que la manipulación activa de los materiales permite a los niños desarrollar un repertorio de imágenes que pueden ser utilizadas en la manipulación mental de los conceptos abstractos. Los materiales manipulativos no pueden soportar significados propios porque son potenciales herramientas, que tienen como función la tarea, para la cual el profesor concibió su uso.

Sabiendo que la **resolución de problemas es el punto de partida y la meta de la matemática**, ya que expresa el significado de las operaciones, los niños necesitan recibir una enseñanza formal sobre la resolución de problemas y cálculo, en la forma escrita, a pesar de que sean capaces de resolverlos con enunciado verbal.

Los niños de estas clases realizaron situaciones problemáticas, pero solamente los niños de las clases A, E y O tuvieron una enseñanza formal para hacerlo de manera escrita, revelando resultados más satisfactorios en las actividades propuestas y en la resolución de las mismas.

**El análisis de los resultados de esta investigación, utilizando los materiales "Cuisenaire" y "Calculadores Multibásicos" permite deducir que: los niños benefician cuando hay manipulación de materiales desde muy temprano; que la utilización de los mismos les permite desarrollar un raciocinio matemático y la capacidad para resolver problemas en el día a día; que la enseñanza-aprendizaje debe incidir en estrategias creativas y en la resolución de problemas; que el papel del educador es importante y decisivo en el proceso educativo.** Sin embargo, no podemos dejar de reforzar que la educación infantil debe ser completa y debe contemplar todas las áreas y dominios.

Podemos también inferir e identificar algunas características del pensamiento de las educadoras sobre los materiales:

**i) El discurso teórico y la práctica**

- Las seis educadoras una vez más fueron unánimes, al afirmar la importancia del uso de estos materiales matemáticos para la enseñanza de la matemática.

- Las educadoras A, E, y O creen, de una forma más convincente, en la aplicación de los mismos y, se entiende por su discurso que los utilizan con regularidad. La educadora E afirma "*que no sabría trabajar sin ellos*".

- En un análisis más detallado entendemos que existen diferencias entre las educadoras que trabajan en los jardines-escuelas (A, E y O) y las que trabajan en los colegios privados (M,T, y S), a pesar de que todas hayan tenido una formación inicial común.

- Una otra diferencia tiene que ver con la realidad educativa y con la filosofía de cada colegio, es decir, las educadoras M, T, y S revelaron tener una metodología de trabajo menos ambiciosa en relación a los objetivos a desarrollar en esta edad, trabajando el pequeño grupo, mientras que las educadoras O, E, y A siguen orientaciones diferentes sobre esta temática trabajando todos los días el área de la Matemática, con todo el grupo al mismo tempo.

**ii) El conocimiento y la vivencia de los materiales**

- Las educadoras S, T, y M reforzaron la idea de que los materiales no necesitan ser estructurados; *cualquier material sirve como facilitador de aprendizaje* y no debe ser utilizado de una forma calendarizada. Las educadoras S, T y M dan énfasis a los materiales, pero se entiende que sus ideas, respecto a los materiales son vagas y mal estructuradas, revelando alguna inseguridad.

- Estas educadoras dan énfasis a los materiales no estructurados, pero en su planificación no tienen objetivos definidos.

- A pesar de que dan importancia a la manipulación de materiales, no los adhieren como principio de su práctica educativa, tornando visible al comentar con qué regularidad los utilizan en sus actividades.

- El papel del educador es fundamental para la promoción de la adquisición de conceptos matemáticos en el proceso enseñanza aprendizaje, la forma como se hace, el papel de los materiales, la creatividad, el interés y la motivación que coloca en su dinámica será determinante para inculcar en los niños el gusto por la matemática. Creemos que es de responsabilidad de las **escuelas de formación inicial repensar su currículo** y **sus estrategias de enseñanza** de manera a permitir el conocimiento, la utilización y experimentación de diferentes herramientas a sus futuros profesores. En la Escuela Superior de Educación João de Deus este trabajo está siendo realizado, notándose en los profesores que están en el terreno hace uno o dos años, la existencia de una postura más consistente, más confiante y creativa.

**Así, los materiales manipulables pueden ser retratados como instrumentos de mediación que permiten desarrollar conceptos matemáticos**, que juntamente con aspectos cognitivos, afectivos, creencias y actitudes de los alumnos, deben ser experimentados durante el proceso de aprendizaje. Con os materiales, Cuisenaire y Calculadores Multibásicos, aplicados en clase y observados, utilizando sus intereses pedagógicos, se realizaron varias actividades para desarrollar entre otras el sentido del número y as operaciones aritméticas básicas (adición y substracción). Los niños de las clases A, E, y O pudieron entender las propiedades de las operaciones (como es el caso de la propiedad conmutativa de la adición) en que constataran que cambiando el orden de dos parcelas, la soma no se modifica, pudiendo descubrir diferentes ejemplos. Lo realizaron también cuando construían diferentes itinerarios.

Brocardo, Serrazina y Kramer (2003) defienden la importancia de los materiales en la formación de la noción del sentido del número y de las operaciones y en el desarrollo de formas más o menos algorítmicas de cálculo. Segundo aquellas investigadoras, los materiales tienen un papel intermediario entre la realidad concreta y su representación mental y/o entre las operaciones concretas de esa realidad y las operaciones matemáticas. Utilizar materiales concretos para aprender a sustraer debe desarrollar una forma de raciocinar y de calcular, que corresponde a la forma más abstracta de resolver el problema.

Los resultados obtenidos en las respuestas de los exámenes revelan que los niños **de las clases A, E y O consiguen resolver y representar a través de las operaciones, situaciones problemáticas de adición y substracción, mientras los niños de las clases M, S y T no consiguen hacerlo, ni representar por dibujos o algoritmos**.

**Los materiales manipulables al ser herramientas en la clase, necesitan ser conocidos por los educadores, que deben saber utilizarlos, de manera a darse cuenta de las diferentes potencialidades educativas, valorizando el alumno, respectando sus diferencias y motivándolo en la construcción del pensamiento matemático**. Es necesario dar tiempo, para el material ser explorado, de forma a crear *insights en el* proceso de aprendizaje de modo a no tener efectos contraproducentes.

Del análisis de las entrevistas y de las observaciones realizadas en las clases podemos afirmar que encontramos dos realidades de trabajo ajustadas en metodologías distintas. Encontramos semejanzas en la metodología utilizada por el grupo formado por las tres educadoras que trabajan en los Jardines-Escuelas João de Deus, comparativamente al otro grupo, constituido por las tres educadoras que trabajan en los colegios particulares. La **principal diferencia reside** en la forma continuada como las educadoras A, E y O **trabajan la matemática en clase: siendo más directivas, más sistematizadoras, revelan tener una mayor preparación y preocupación con la enseñanza-aprendizaje de la matemática, aplicando la matematización progresiva** (proceso que posibilita a lo largo del tiempo el paso del concreto al abstracto), **conduciendo los alumnos desde sus recorridos informales hasta al contexto de la matemática formal**.

Las **educadoras M, S** y **T** a pesar de considerar la enseñanza de la matemática en la educación infantil importante, **lo concretizan de forma simples, esporádica y básica** empezando por actividades como por ejemplo, contar un cuento, un poema, o un juego, pero ni **siempre con objetivos definidos y consistentes**.

Los niños de las educadoras A, E, y O revelaron tener más dominio en los aprendizajes, un raciocinio matemático más elaborado, una mayor capacidad de atención, más facilidad de pasar del concreto al abstracto y un conocimiento superior a la media de los niños de esta edad. Sin embargo, comprobamos que en la resolución de problemas, los niños de las educadoras M, S, y T realizaron situaciones concretas y simples, demostrando ser más espontáneos y respondiendo sin miedo a fallar.

El desarrollo psicomotor fue promovido por las actividades propuestas durante las varias sesiones y en todos los grupos, ya que desarrollaron la capacidad de estructuración espacial, y la lateralización pues los niños colocaban las piezas de los Calculadores Multibásicos, delante, arriba, a la derecha….

La experiencia creativa tuvo destaque con el material Cuisenaire, donde los niños pudieron hacer construcciones, descubrir y dictar itinerarios, contar un cuento con los *trenes…*

El aspecto lúdico y el juego estuvieron presentes con ambos materiales utilizados pues desarrollar la sociabilidad y la convivencia (los niños trabajaron en pares o en grupo), aprendieron a participar respectando las reglas y desarrollando su imaginación y autoconfianza.

La manipulación de cualquier **material (Cuisenaire y Calculadores Multibásicos) pareció crear lazos afectivos con el aprendizaje de la matemática, ya que las actividades lúdicas fueron fuente de interés y motivación, pues los niños, en la mayor parte de las sesiones, querían continuar más allá del tiempo previamente establecido**.

Todas las educadoras revelaron ser cordiales, con estabilidad emocional para los niños, centradas en su bien-estar, en que unas (A, E y O) eran más organizadas en la forma como orientaban las actividades, valorizando el proceso y el producto, y otras, más espontáneas (educadoras M, S y T) estaban más receptivas a las ideas exploratorias privilegiando principalmente el proceso.

El conocimiento y la utilización de los materiales manipulativos en clase son medios que facilitan, clarifican la construcción de significados, conduciendo al conocimiento informal, y posteriormente al desarrollo de la matemática formal, por eso el lenguaje del educador debe ser explícita y simples.

Para responder a la cuestión de cuál es la importancia de la formación inicial matemática de los profesores, podemos referir que los resultados de este estudio sugieren que existen correlaciones positivas entre el papel del profesor y el aprendizaje de la matemática por los niños (y también con los alumnos de formación inicial - resultados obtenidos a través de los cuestionarios realizados a los alumnos de los cuatro cursos de la Escuela Superior de Educación João de Deus – Suficiencia Investigadora), **los cuáles necesitan sentir respecto, confianza y admiración por el profesor que tienen ante si mismos; que él debe respectar su ritmo de aprendizaje; auxiliarse de metodologías que permitan concretizar descubiertas que no deben ser impuestas, pero sí contextualizadas y desafiantes, donde**

**la curiosidad y el interés de los niños deben ser ampliamente desarrollados y basados en estrategias creativas. Estas sólo se consiguen implementar si el educador domina los conceptos y los materiales que tiene a su disposición** (siendo imperativo que en su formación inicial, el docente responsable por la unidad curricular los prepare de la mejor forma y que les de a conocer las herramientas que van necesitar).

**En el proceso de enseñanza-aprendizaje podemos inferir que los alumnos consiguen tener un mayor interés y un empeño más** efectivo cuando el profesor consigue promover un buen ambiente entre **todos, domina los contenidos, diversifica las estrategias y el material que utiliza en sus clases y se auxilia de diferentes formas de evaluación, o sea debemos valorizar: contenidos, materiales o la relación entre ellos**.

La enseñanza de la Matemática debe enfocarse en principios básicos relacionados con la práctica y empezando por situaciones concretas y desafíos permanentes sin miedos y de forma creativa e innovadora. El grado de dificultad sólo deberá aumentar cuando los contenidos estén consolidados. Los programas a implementar deben ser pensados de una forma más lúdica, dinámica y directa para que adquieran un mayor número de futuros profesores y, por consecuencia, de niños. Los niños cuando se sienten motivados y estimulados tienen más ganas de aprender y entienden la necesidad hacerlo. Los conocimientos de la experiencia pueden ser mejorados, en calidad y cantidad, si el profesor se habilita y reflexiona sobre la práctica docente, registrando los principales momentos de sus clases, pues estas son ricas en dificultades, preguntas interesantes, conflictos, propuestas, actitudes y soluciones inesperadas.

Podemos también referir que la utilización de los materiales en la enseñanza infantil fue bastante pertinente, pues a lo largo de nuestro trabajo comprobamos que debidamente orientados eran facilitadores en la construcción de ciertos conceptos y tal como refieren Ponte y Serrazina (2000), sirven “para representar ciertos conceptos que ellos ya conocen por otras experiencias y actividades, permitiendo así su mejor estructuración”.

Para estos investigadores el profesor debe tirar partido de diversos materiales, atendiendo en primer lugar a que sean manipulados por el alumno; y, en segundo lugar que el alumno sepa cuál es la tarea en la que es pretendido usar el material. Según ellos, es ineficaz cuando el profesor usa el material, con el alumno viendo, o cuando el alumno manosea el material sin saber que está haciendo.

Las educadoras que mejor conocían los materiales y que los utilizaban frecuentemente con determinados objetivos lograron desarrollar en los niños capacidades que se pudieron verificar en las respuestas dadas por los alumnos de las clases A, E y O.

Esta constatación nos permite afirmar que los materiales manipulables facilitan la estructuración de determinados conceptos, pues a lo largo de esta investigación fue posible conocer un poco de la dinámica y de las diferentes actividades realizadas con los materiales Cuisenaire y Calculadores Multibásicos.

La idealización de las tareas presentadas colocó los materiales en el centro de representaciones concretas, contextualizando situaciones. Las actividades empiezan en el concreto pasando para la representación mental, a través de la exploración de los objetos, para la exploración de las propiedades matemáticas. Este puente entre el concreto y el abstracto, mediante acciones, permite la construcción de las imágenes correspondientes a ése objeto.

**Los materiales funcionan como mediadores, llevando los niños a construir mentalmente las representaciones abstractas de los conceptos que concretizan**, en un ambiente facilitador, en que experiencias y posibilidades permiten su desarrollo, que como refiere Zabalza (1987) debe ser repleta de significado. El niño, al construir el conocimiento, experimenta y manipula, reflexiona sobre sus acciones, de modo a que a través de la manipulación de materiales consiga entender determinados conceptos. **Se constata que la acción educativa orientada por los educadores, de forma a cumplir el objetivo propuesto, privilegia la manipulación por el alumno de los materiales**. Los alumnos que saben realmente las tareas, para las cuáles es pretendiente usar el material, lo hacen más eficazmente. *Los materiales permiten el intento y la equivocación* (importante para un aprendizaje significativo) y *facilitan la comunicación y la interacción entre alumnos y educadores*, *proporcionando al profesor la observación* de las *diferencias individuales*, la manera cómo los alumnos entienden una situación y piensan en una solución.

**Las educadoras que tienen conocimientos más sólidos, científicos y didácticos, sobre la utilización y potencialidad de los materiales, los utilizan frecuentemente en su práctica diaria y exploran mejor sus potencialidades educativas**, facilitando el proceso enseñanza/ aprendizaje, como fue verificado por los resultados obtenidos en las clases A, E y O.

En una de las cuestiones que también planteamos, al inicio de la investigación, pretendemos saber cómo los materiales influenciaban el aprendizaje del sentido del número y de las operaciones aritméticas (adición y substracción). Del análisis realizado, al lo largo de las sesiones, y en las entrevistas, nos dimos cuenta que el niño al manipular los materiales y al realizar diferentes tareas en que ordena numerales, palabras o cantidades, en secuencia creciente y decreciente; frente a un numeral elige entre dos o más conjuntos de objetos, aquel cuya cantidad de elementos corresponde al numeral; en una colección de objetos elige entre dos o más numerales, aquel que corresponde a la cantidad presentada; ante dos numerales dice cual tiene el valor más alto, cual tiene el valor más bajo, o si son iguales en valor; realiza operaciones en contextos diversificados, desarrolla el sentido del número.

**En las clases A, E, y O, a lo largo de las sesiones con los materiales Cuisenaire y Calculadores Multibásicos, los niños usaron las piezas para representaciones icónicas (dibujando piezas) con la finalidad de clarificar una determinada situación y para la representación simbólica (con algoritmos y señales) pudieron concretizar las operaciones**.

El concepto de número es un concepto operatorio que a través de acciones en el mundo físico: transformaciones, comparaciones, establecimiento de relaciones, y del punto de vista lógico-matemático tienen una expresión simbólica que corresponde a las operaciones matemáticas básicas y estas competencias fueron apareciendo progresivamente con los materiales utilizados, principalmente en los grupos donde eran frecuentemente manipulados.

**El desarrollo del sentido del número fue sendo progresivamente profundizando (principalmente en las clases A, E y e O) a través de la construcción de ideas y destrezas, de identificación y de la utilización de relaciones en la resolución de problemas, y de la asociación de los nuevos a los previos aprendizajes, pues las capacidades y destrezas son adquiridas con mayor eficacia, cuando en las bases del aprendizaje se encuentra la comprensión; en esta línea los materiales sirven para concretizar, y proporcionar situaciones, cercanas de la realidad, permitiendo una mejor y mayor comprensión, haciendo la matemática más significativa**.

La **comprensión de las operaciones de adición y substracción,** realizadas en las varias clases, son una parte del curriculum de la educación de infancia y la forma de trabajar estas operaciones, con os materiales se realizó a través de acciones concretas, experimentadas de forma real por los niños, **contribuyendo para sus descubiertas de símbolos y comprensión de los números, de las ordenes de grandeza, y para a capacidad para operar en la base diez**.

Esta búsqueda, nos permite saber que los materiales son poco utilizados, por algunas educadoras, en las clases y en las actividades propuestas, o cuando son usados, pueden ser de forma a no proporcionar a los niños las posibilidades sugeridas por los investigadores.

Un otro aspecto, del trabajo con los materiales, a pesar de no trasparecer en el discurso de las educadoras, y que dificulta la utilización de los diversos materiales, es que son actividades que necesitan tiempo, que debe ser dado al niño para que éste proponga hipótesis, las examine, se equivoque, piense sobre el error, indispensable para su formación y pleno desarrollo.

Por otro lado inferimos que las docentes, en general, ante las respuestas a las entrevistas y en las observaciones de sus prácticas, necesitan en su formación inicial y a lo largo de su formación continua, experiencias más significativas y todas las potencialidades de esos recursos, motivo por el cual no los utilizaban convenientemente en su práctica.

Es importante mencionar que las educadoras en general, y en particular las educadoras S y T no fueron acostumbradas durante su formación, o en su cotidiano a leer, a analizar y reflexionar sobre búsquedas relativas a la(s) área(s) de acentuación, lo que puede justificar el modelo de la práctica pedagógica que adoptan, de **ahí que sea fundamental un cambio de paradigma en la formación inicial y continua de profesores**.

Esta investigación apunta para la importancia entre el hacer y comprender, de modo a que el educador en su práctica pedagógica, utilice los materiales manipulables, como instrumento de intervención, como herramienta, con la finalidad de contribuir para la construcción del conocimiento por parte del sujeto – el niño.

Este trabajo también contribuye para constatar que la intervención de la educadora puede ir más allá de las actividades con ejercicios mecánicos, con el propósito de "memorizar" simplemente reglas o procesos, que sean desproveídos de sentido o significado. Podemos afirmar que **la tomada de conciencia, no ocurre de forma abrupta, precisando de construcciones por escalones y cambios que permitan un nivel más elevado de interiorización, y para que eso ocurra debemos proporcionar situaciones que desarrollen interacciones entre el sujeto, y el objeto del conocimiento, o sea, ofrecer al niño la posibilidad de relacionar las acciones realizadas con los materiales y con los conceptos trabajados, pues subyacente a cada material, existe una pospuesta pedagógica que lo justifica**.

De los resultados obtenidos y ante el encuadramiento teórico, se concluye que el proceso de enseñanza-aprendizaje es influenciado por diversas variables. Es **importante**

**valorizar**: el papel que los materiales desempeñan como herramientas; un ambiente rico en recursos y estrategias diversificadas; la acción educativa, orientada por el educador con un determinado objetivo; la experimentación-manipulación que provocan la emergencia y la formación de capacidades perceptivas, representativas y conceptuales.

En estas circunstancias, es **fundamental no olvidar que la utilización de materiales, por si sólo, no permite un aprendizaje eficaz y significativo de la matemática, que debe ser un proceso activo, vivenciado por el niño, donde puede explorar, desarrollar, examinar, discutir, aplicar ideas, reflexionar, de modo a que sean un medio y no un fin.** Es necesario dar tiempo, para que el material sea explorado, creando *insights en el* proceso de aprendizaje de modo a no tener efectos contraproducentes. Las limitaciones de los materiales resultan de la desadecuación: de la tarea pedida y de la relación de esta con el concepto en causa; de los conocimientos científicos y didácticos y de la falta de tiempo para pensar y hacer con sentido las actividades.

Pensamos ser fundamental que el educador, al proponer actividades con los materiales, proporcione condiciones para que el niño desarrolle habilidades, en que las nociones matemáticas tengan significado, pues cada niño tiene su propio tiempo, y como seres diferentes que somos, no aprendemos todos al mismo tiempo. De este modo hay una necesidad de correspondencia entre el desarrollo psicogenético y las actividades propuestas en el colegio, para que el pensamiento crezca a partir de acciones del concreto para el abstracto, de la manipulación para la representación y de ésta para la simbolización y concretización.

La educación infantil debe permitir situaciones en que se aprende participando, vivenciado sentimientos, tomando actitudes frente a hechos, eligiendo procedimientos, con autonomía, para que se alcancen determinados objetivos, que faciliten el proceso de construcción y adquisición de nuevos conocimientos matemáticos.

## 7. Futuras Líneas de Investigación

Con base en el presente trabajo, empezamos por reforzar: i) la importancia de la implementación de una relación más efectiva y verdadera entre quien aprende y quien enseña; ii) la necesidad de repensar los planos curriculares y las metodologías aplicadas en la educación de infancia y en las escuelas de formación de educadores y de profesores; iii) reforzar la importancia de los materiales manipulativos, presentando algunas propuestas:

- Partir de situaciones problemáticas y concretas donde los alumnos se sientan a gusto asociándolas con la matemática (por ejemplo retirar beneficios de las nuevas tecnologías que tanto los atrae y entusiasma) y apelar a su creatividad;

- Crear materiales manipulativos apoyándose en materiales reciclables cualquier que sea el nivel de madurez científica del alumno, la intuición y la percepción, aunque sean poco rigurosas o formales, son muchas veces pasos iniciales para el buen suceso de una tarea matemática;
- A través del conocimiento de materiales manipulativos elaborar otros que puedan ser utilizados para desarrollar los conceptos aprendidos, donde, el profesor podrá ser el vínculo de ligación, motivación, y de cercanía;
- Proporcionar en los jardines-de-infancia, actividades con materiales donde los padres puedan participar y actuar, de forma a entender la utilización de los mismos, y también a poder ayudar a crear otros;
- Elaborar, por ejemplo, un **guía de apoyo para las actividades con los materiales manipulativos en la matemática**, en el que los alumnos, futuros profesores, puedan encontrar un soporte, que les permita avanzar sin recelos, pues aprender a enseñar es un proceso continuo. En este sentido la formación inicial es una fase y debe proporcionar condiciones y experiencias para que sean autónomos y competentes para aprender a lo largo de la vida. (en conclusión).

## 8. Recomendaciones

Este estudio investigó sobre el aprendizaje de determinados conocimientos matemáticos mediados por materiales manipulables en la educación de infancia. El más importante en la enseñanza-aprendizaje de la matemática es la actividad mental a desarrollar en los y por los alumnos. La utilización de los materiales, a través de modelos concretos, permite a la niño construir, modificar, integrar, interaccionar con el mundo físico y con os sus pares, aprender haciendo, desmitificando la connotación negativa que se atribuye a la matemática.

Los pocos estudios realizados son unánimes en su afirmación de que la Matemática es bastante importante para la formación del niño, teniendo mucha influencia la manera como se enseña, lo que se enseña y como se enseña. Los progresos se han hecho no son suficientes y **urge encontrar nuevos caminos y nuevas didácticas que proporcionen una mejor**

**formación de la persona, el suceso escolar de los niños y la valorización de la profesión docente**.

La matemática desarrolla la capacidad de construir y organizar conocimiento, exige una mayor distribución de responsabilidades entre todos los profesores de los diferentes niveles de enseñanza, un cambio de paradigma y muchas ganas en terminar con la situación de que la matemática y su aprendizaje representan los fracasos de la enseñanza. Es en este contexto que **hay una necesidad de encontrar alternativas y estrategias que puedan beneficiar a los niños**.

La matemática debe ser interpretada por los profesores como un instrumento para la vida y no un fin en sí mismo. Es **necesario co-responsabilizar todos los colaboradores y ayudarlos a enfrentar los preconceptos y obstáculos porque no hay recetas para el suceso, es preciso creer en el suceso**. Ser profesor es un proceso que se da a lo largo del tiempo, que empieza antes de iniciarse el proceso de formación y se prolonga a lo largo de la vida, vivenciando montones de contextos, dilemas, construyendo conocimientos en varios dominios.

**Contribuir para que la formación inicial sea un proceso que haga con que el futuro docente sea capaz de "mejorar su habilidad de enseñar"** experimentando por sí mismo, sintiendo gusto y seguridad para hacer matemática, pues al ser "Un organizador de las actividades, facilitador de aprendizajes, dinamizador del trabajo, **conviene importante estudiar esas mismas prácticas en el medio en que se procesa la formación**.

Para eso es fundamental que los objetivos de la formación sean congruentes con la sociedad a que se destina. Pensando en la sociedad del futuro, con toda la carga utópica que adviene de los ideales de justicia, dignidad de vida, igualdad de oportunidades, libertad, entonces es posible discutir sobre cómo orientar la educación para alcanzar ése futuro.

**Analizar y desarrollar modelos de intervención** que favorezcan el aprendizaje de la matemática en la formación inicial es fundamental, ya que el profesor al enseñar con conocimiento, conquista respecto, confianza, y admiración de sus alumnos (nadie enseña lo que no conoce). En la práctica, esta cuestión, envuelve otras como:

- Cualquier tema que tenga que ser enseñado, necesita que el profesor conozca más de lo que debe enseñar… y debe enseñar sólo aquello que el alumno puede aprender;

- El profesor no tiene obligación de saber responder a todo, y puede tener la humildad de decir “no lo sé”, revelando receptividad para buscar una respuesta adecuada a la cuestión, informando después a sus alumnos.

No existe una forma correcta de enseñar, por eso **la selección y la utilización de materiales de enseñanza adecuados,** de herramientas y técnicas didácticas, la vivencia de una práctica reflexiva y un continuo enriquecimiento personal constituyen acciones que los profesores deben realizar todos los días, **deben proporcionar oportunidades de aprendizaje para todos los niveles de comprensión**.

En una de las cuestiones que hicimos, al inicio de la investigación sobre la importancia de formación inicial matemática de los profesores y que fue el “motor” de este trabajo, obtuvimos resultados que se acercan a una de las finalidades de la formación, que es desarrollar los conocimientos y las competencias prácticas de los profesores, no sólo para que puedan usarlas en la práctica, como también, para que sean más dinámicas, interactivas y reflexivas. De ahí que la formación tenga que ser realizada con una filosofía de intervención de los propios sujetos en un proceso auto y inter-formativo. Este proceso no se crea a partir de la nada, tiene que ser alimentado, orientado y trabajado a la luz de los conocimientos teóricos y con el refuerzo de formaciones específicas, integrándose en procesos organizados y gestionados cooperativamente, dentro de la práctica curricular.

Las instituciones gubernamentales definen teóricamente las finalidades de la educación y del currículo, pero son los profesores que tienen que desarrollarlo en las clases, actuando según sus conocimientos, sus concepciones y sus experiencias formativas. La clave de toda a metodología radica en la figura del educador que tiene un papel fundamental, es él el dinamizador del grupo, crea los espacios, proporciona los materiales y los juegos, favorece el lúdico y la creatividad, o sea, hace la mediación de la construcción del conocimiento.

Es necesario que los profesionales de la educación de infancia tengan acceso al conocimiento producido en el área de la educación para repensar su práctica, reconstruirla como ciudadanos y actuar como sujetos de la producción de conocimiento, para que puedan “implantar” currículos o “reconstruir” propuestas a las realidades educativas y participar efectivamente en su concepción, construcción y consolidación.

El foco de la práctica del educador debe ser la promoción, a partir de la actividad lúdica, de la estimulación, de la autonomía y de la descubierta de lo que el niño manipula, experimenta, vivencia, de forma a sentirse motivado y estimulado para participar, implicándolo en su proceso de aprendizaje, ayudándolo a ir más allá, considerando la diferencia entre el nivel de tareas que el niño puede realizar con ayuda del adulto y el nivel de tareas que consigue realizar solito. El educador desempeña un papel fundamental al servir de mediador entre el mundo y el niño. La estimulación apropiada y variada desarrolla capacidades, diálogo y pensamiento del niño, encorajándolo en sus decisiones, dándole oportunidad de experimentar, equivocarse, resolver sus conflictos, fomentando su espíritu crítico y promoviendo su autonomía.

**Debe ser dada al niño el derecho de aprender, no debiendo ser repetitivo ni mecánico, sin saber lo que está haciendo y porqué lo hizo**. Mucho menos un aprender que se “escapa” en juegos…el aprender debe ser significativo, donde el niño pueda participar raciocinando, comprendiendo, reelaborando el saber históricamente producido. En esta perspectiva el material puede ser relevante para que tal ocurra. **Para que eso ocurra, el material más adecuado no necesita ser el que ya está construido, que es visualmente más hermoso, ya que si el niño construye un material tiene la oportunidad de aprender matemática de forma más afectiva y efectiva**.

Incrementar la elaboración de materiales para los primeros años, designados “por años preemisores” (Carnegie Corporation, 1999) con el presupuesto de que todos los niños pueden aprender matemática significativa siendo experiencias cognitivas o afectivas que acompañarán los alumnos para siempre.

En virtud de que los niños más pequeños estén en una fase de construcción de sus creencias relativamente a la matemática (sobre lo que ella implica saber hacer y sobre sí mismas) y sabiendo que estas percepciones irán influenciar sus pensamientos, desempeños, actitudes y decisiones sobre el estudio de la matemática en el futuro, pensamos ser indispensable que vivan una práctica, que permita el pensamiento de un modo preciso y ordenado, promoviendo hábitos básicos de raciocinio, tales como la capacidad de diferenciar el esencial del superfluo, el espíritu crítico y la capacidad de obtener conclusiones lógicas, en que cada una tiene que pasar por este proceso individualmente, recorriendo todas las fases del concreto hacia el abstracto.

En esta perspectiva, es relevante que se proporcione, en un **lenguaje explícito y claro**, **múltiplas experiencias** a los niños a partir de **diferentes tareas y cuestiones variadas**, de modo a que exista una **comprensión de las etapas** que forman los conceptos a través de diversas situaciones del cotidiano comunicadas inicialmente en un **lenguaje informal** y después **formal**, en ambientes adecuados, de manera a que los materiales sean instrumentos que permitan clarificar ideas y percibir ciertos atributos a través de sus representaciones figurativas o simbólicas, en un proceso de manipulación-acción y posteriormente de representación-conceptualización privilegiando y fomentando el **aprendizaje de ideas matemáticas**.

## 9. Consideraciones Finales

Consideramos prioridad, en la Educación Infantil, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, que se deban proporcionar condiciones para que los niños puedan comprender el sentido del número y las operaciones de adición y substracción.

Mientras docentes, defendemos la necesidad de investigar el proceso de construcción de esas competencias, que se reflejan en el proceso de enseñar y aprender, donde el conocimiento del educador contribuye para que no ocurra de modo mecánico y descontextualizado pero sí como aprendizaje significativo. Por eso la simple introducción de actividades con materiales no garantiza un eficaz desarrollo infantil.

Los materiales, no pueden cargar sobre ellos significados propios, pues son potenciales instrumentos, que desenrollan significados, con la función de la tarea, para la cual el educador lo estructuró. A través de un método, de una orientación, posibilitan a los niños experiencias en un proceso de manipulación-acción y posteriormente de representación-conceptualización, pudiendo provocar la emergencia, el desarrollo y la formación de determinadas actitudes, destrezas y capacidades perceptivas, representativas y conceptuales. Defendemos su utilización en la práctica pues el aprendizaje:

- Se basa en la experimentación que es sensorial y es el cerne del aprendizaje;
- Se caracteriza por estadios de desarrollo distintos;
- Aumenta con la motivación;
- Se construye del concreto hacia el abstracto;
- Requiere participación y participación activa del niño.

Los materiales permiten:

- Respetar las diferencias individuales;
- Diversificar las actividades de enseñanza;
- Hacer el “puente” entre el concreto y el abstracto;
- Representar ideas abstractas;
- Informar, modelar, mediar, estructurar, crear, instruir… cuando debidamente orientados.

El suceso de la utilización de los materiales depende por un lado de como las tareas son implementadas por los educadores y por otro, de la forma como ellos ven la matemática.

Por eso, la formación inicial del educador debe proporcionar situaciones de aprendizaje para que contacten, construyan, manipulen materiales, descubriendo sus potencialidades y obteniendo conocimientos sólidos sobre su utilización, para que las tareas permitan la construcción del saber, para que más tarde al pensar en su práctica, actúen como sujetos productores de conocimiento. Los materiales al ser elementos de mediación en la clase, los educadores deben conocerlos (que en la su formación inicial los deben aprender y saber utilizar), de modo a que percepcionen las diferentes potencialidades educativas para que, en la práctica valoricen el alumno, respetando sus diferencias, motivándolo en la construcción del pensamiento matemático.

Creemos que el presente trabajo de investigación que fue desarrollado con las seis educadoras y respectivas clases de niños, y los dieciocho alumnos de los cursos de Educadores y de Profesores del 1.º ciclo de Enseñanza Básica, permitió desmitificar la enseñanza-aprendizaje de la matemática, intentando despertar y promover en los futuros profesionales una mayor apetencia para la utilización de los materiales manipulativos.

Como instrumentos en la clase, necesitan de ser conocidos por los educadores, de manera a crear una mayor motivación para el aprendizaje y para la enseñanza de la matemática, contribuyendo para que el saber en construcción tenga una apropiación gradual de cualidad, apelativo, enriquecedor y creativo, capaz de desarrollar las capacidades cognitivas del sujeto.

Los materiales no se podrán considerar desadecuados por sí mismos, pues la desadecuación dependerá de la tarea pedida y de la relación de esta con el concepto en causa. Los materiales no pueden ser así, considerados "buenos" o "malos", pero sí si tienen un uso pertinente o no, según lo que deseemos que ellos concreticen.

Los materiales, convenientemente seleccionados y utilizados, permiten motivar y envolver activamente los alumnos, respetando diferencias, permitiendo representar concretamente ideas abstractas y dando oportunidad de descubrir relaciones y formular generalizaciones.

En una actividad con materiales manipulables el papel del educador es crucial, debiendo consistir en un mediador de aprendizaje, provocando, clarificando y ayudando a reflexionar, sea por la orgánica de las tareas y conexión a los materiales, sea por los diálogos y cuestiones que a ellos se interconectan, posibilitando la cooperación, autonomía y responsabilidad de los alumnos.

Manipular materiales no significa, de hecho, que la matemática ocurra por osmosis; es importante que estos sean significativos para el conocimiento y explorarlos es una fuente importante para que el conocimiento ocurra. Sin embargo, sólo las mentes de las personas que reflexionan sobre las acciones podrán generar conocimiento. Los significados que el alumno construye son producto de su reinvención y de las interacciones con los demás frente a un contenido de aprendizaje.

Debido al papel preponderante que la Matemática tiene en la estructuración del pensamiento, su función en el cotidiano y su importancia para futuros aprendizajes, el educador debe estar atento y consciente de la atención que debe dar a la Matemática en la Educación Infantil.

# INTRODUÇÃO

"Es urgente y necesario que los profesores conozcan, experimenten y "hagan suyas", de forma crítica, las diferentes maneras de trabajar en el aula. Sólo de esta forma habremos conseguido nuestro principal objetivo: un niño preparado para el futuro".

(Ángeles Gervilla Castillo, 1998, p. 288)

## 1. Origem e contextualização do estudo

O presente estudo "A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da Matemática" inscreve-se no paradigma de investigação interpretativa, tem como objectivo fundamental compreender como se realiza a aprendizagem de alguns saberes matemáticos, através de materiais manipuláveis (Cuisenaire e Calculadores Multibásicos) no ensino infantil - 5 anos.

Esta temática é de especial interesse no período que actualmente se vive no ensino da Matemática em Portugal, marcado por mudanças significativas e por alterações ao processo de desenvolvimento curricular.

Esta perspectiva de mediar as aprendizagens matemáticas com materiais manipuláveis e instrumentos lúdicos, para as crianças ultrapassarem dificuldades e concretizarem alguns conceitos matemáticos, leva-nos a reflectir sobre a pertinência e importância da realização de um estudo acerca da temática abordada nesta dissertação.

Vários investigadores defendem que os objectivos da educação matemática dependem decisivamente do trabalho, que o professor realiza na sala de aula, da interacção que promove no grupo, das formas de trabalho que utiliza, dos papéis que atribui aos alunos e a si mesmo (Canavarro, 2003).

Assim, resultante de uma experiência de ensino, como professora, de cerca de vinte e oito anos, dos quais os últimos dez, foram e são dedicados à formação inicial de futuros educadores e professores do 1.º e 2.º ciclos do ensino básico, penso ser pertinente salientar que o papel da matemática, na estruturação do pensamento, as suas funções na vida corrente e a sua importância para aprendizagens futuras, "exige" que o professor proporcione experiências diversificadas, em diferentes contextos e com múltiplos materiais que proporcionem ambientes propícios à aprendizagem e à experimentação (APM, 1988; NCTM, 1985, 1991, 1994; Pimm, 1996; Vale, 2000).

A presente investigação surge nesta linha de pensamento, pois interessa pensar sobre a questão do conhecimento e aprendizagens matemáticas com materiais manipuláveis.

Ensinar é uma actividade complexa, que não se reduz à realização de um conjunto de rotinas – muito pelo contrário. A prática lectiva assume todos contornos de uma prática de resolução constante de situações problemáticas (Santos et al, 2000).

Como afirma Paulo Freire (1991, p. 58) "Ninguém começa a ser educador numa terça-feira às quatro horas da tarde. Ninguém nasce educador ou marcado para ser educador. A gente se faz educador, a gente se forma como educador, permanentemente, na prática e na reflexão sobre a prática".

O ensino requer do professor respostas imediatas, soluções concretas, recorrendo ao seu saber profissional e pessoal, perante o conjunto heterogéneo de alunos que encontra, com diferentes motivações, predisposições para aprender, dificuldades e expectativas (Canavarro, 2003).

Os problemas que o professor tem que resolver são múltiplos, nomeadamente na sala de aula, um espaço de grande imprevisibilidade, onde acontecem muitas coisas ao mesmo tempo, e que na maior parte dos casos, requerem respostas imediatas. Tudo isto, se passa, em presença de um conjunto heterogéneo de alunos, com diferentes motivações e predisposições para aprender, com diversas dificuldades e expectativas. O professor é um interveniente constante, a arquitectar soluções criativas para as situações com que se depara, recorrendo ao seu saber profissional, que também é pessoal.

O professor não age independentemente do que sente e pensa, de com quem trabalha e onde, e das condições em que o faz (Santos e Canavarro, 2001). A pessoa do professor está sempre presente na profissão e isso reflecte-se na sua prática e o seu papel de mediador é reconhecido pela investigação em educação (Gimeno, 2003). Perceber como é que o professor pode mediar algumas aprendizagens com materiais e instrumentos lúdicos para ultrapassar dificuldades e concretizar alguns conceitos matemáticos com as crianças é o objectivo central do presente estudo.

O ensino da matemática tem que incidir nos processos de significação e no significado matemático obtido através do estabelecimento de conexões entre a ideia matemática que está a ser "trabalhada" e os conhecimentos pessoais do indivíduo. Pais (2000) defende que esta "interface mediadora", está relacionada com a forma como os materiais manipuláveis e a concepção pedagógica do professor, num determinado momento facilite a "elaboração do saber". Por outro lado, como é afirmado frequentemente no documento do Ministério da Educação para as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (1997) tem que existir um carácter lúdico nas diferentes actividades pois como é referido nas Normas (NCTM, 1991) "as crianças são indivíduos activos que constroem, modificam e integram ideias interagindo com o mundo físico, com os materiais em actividades que impliquem o raciocínio" (p. 21).

Este estudo, fez parte do início de um trabalho, em que se recolheram dados sobre alguns aspectos da formação inicial de professores e também sobre os materiais leccionados na disciplina Metodologia de Aprendizagem da Matemática no Curso de Educadores de Infância e Professores do Ensino Básico - 1.º Ciclo.

Para o conseguir realizar recolheu-se informação, em que se utilizou inicialmente como ferramenta de trabalho um questionário retirado da tese de doutoramento de Vale (2000) (anexo I).

Com este questionário, efectuaram-se perguntas relativas à matemática, seleccionando-se como amostra, os alunos da Escola Superior de Educação João de Deus, do Curso de Educadores de Infância e de Professores do Ensino Básico - 1.º Ciclo. Perante os resultados obtidos, posteriormente tivemos como objectivo do estudo compreender como é que as educadoras no pré-escolar abordam a construção de conhecimentos matemáticos com materiais manipuláveis, de forma a concretizar determinados conceitos.

Portanto a escolha do ensino infantil, prendeu-se com os resultados obtidos no questionário sobre a matemática aplicado aos educadores, e com o facto dos materiais, segundo vários investigadores (Howe, 1999, Prado, 1998, Ponte e Serrazina, 2000, Cardoso, 2002, Passos, 2006) serem considerados objectos, recursos, instrumentos, meios de aprendizagem e ensino, que com a sua presença, e através da exploração, experimentação e manipulação, provocam a emergência e facilitam o desenvolvimento e formação de determinadas capacidades, atitudes e destrezas na criança, na área da matemática.

A qualidade na Educação Infantil implica certos pressupostos. Compreender a criança, nem como sujeito, nem como objecto, mas como participante (Woodhead & Faulkner, 2000), é um processo complexo porque envolve cortes culturais com compreensões profundamente enraizadas. Como tal, requer clarificações no sentido da construção desta compreensão altamente complexa, esforços estes que se espera dêem frutos na próxima década. Um ângulo para construir esta compreensão (Oliveira-Formosinho *et al*., 2000), será o educador surgir como mediador da participação efectiva da criança.

A educação deve assentar em quatro pilares: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a conviver, aprender a ser (Delors, 2003, p. 92 a 102).

Na Educação Infantil o professor tem que atender à aprendizagem da criança num contexto educacional que, no âmbito das aprendizagens curriculares, sejam mais favoráveis à criança e à sua participação no processo de aprendizagem e crescimento – um processo integrado de ensino-aprendizagem que responda à sua natureza holística.

O ensino da matemática na Educação Infantil deve privilegiar o conhecimento da criança, perante situações significativas de aprendizagem, resultantes da sua interacção com o meio, estimulando-as para superar desafios, utilizar a sua criatividade para lidar com o imprevisível, de modo a tornar-se "construtor do seu próprio saber" (Brenelli, 2005), daí este estudo realizado com crianças de cinco anos, utilizando os materiais Cuisenaire e Calculadores Multibásicos na sala de aula.

## 2. Formulação do problema

Cada etapa da história da ciência começa com o surgir de uma questão. Para isso partimos de uma visão do mundo, questionamos e, consideramos uma situação problemática. Esta, indica-nos a finalidade da investigação.

No entanto, e para podermos apresentar a situação problemática, é necessário conhecer o estado actual. A partir daqui podemos realizar um questionamento adequado, que nos permita esclarecer, adequadamente o problema de investigação, os aspectos que requerem ser investigados.

Quer dizer, para determinar o problema geral e os seus subproblemas, deveremos analisar e conhecer os elementos e as limitações que temos que ter em conta para conhecer realmente a situação problemática.

A matemática e as aprendizagens matemáticas converteram-se num tema que faz parte do discurso de todos os dirigentes, políticos, educadores, professores e da sociedade em geral. Todos os dias se questiona o porquê do seu insucesso junto das crianças e dos jovens em geral.

Partindo do pressuposto que a matemática é uma forma de expressão e comunicação, na educação pré-escolar, tal como é descrito nas Orientações Curriculares e nas National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), que permite o desenvolvimento das crianças, nomeadamente a nível da compreensão do mundo, de estruturação do pensamento, do raciocínio, das capacidades relacionadas com a resolução de problemas, é objectivo deste trabalho abordar a sua aprendizagem, cientes de que a sua apropriação é um direito de todos, produto de experiências diversificadas e das várias interacções sociais e culturais que envolvem a comunicação.

O problema do estudo assenta no facto dos alunos de hoje, aprenderem mal a matemática, sem a utilização de materiais.

A relevância dos materiais manipuláveis na aprendizagem da matemática, na educação de infância, e a relação entre a construção de conhecimentos matemáticos e essa utilização como instrumentos de mediação, são possíveis facilitadores na construção desse conhecimento.

Brocardo, Serrazina e Kramer (2003) defendem a importância dos materiais na formação da noção do sentido de número, das operações e no desenvolvimento de formas mais ou menos algorítmicas de cálculo.

Nesta perspectiva, Brocardo et al. (2003) referem que "a pertinência do uso dos materiais manipuláveis, em determinadas etapas da aprendizagem, está ligada ao tipo de competências, que se pretendem desenvolver" (p. 76).

A Matemática integra um carácter humanista e universal. Autores como Loureiro e Serrazina (2001) sugerem que a sua aprendizagem deve ser realizada em contextos diversificados, com utilização de materiais que proporcionem um forte envolvimento dos alunos.

No presente estudo realizámos no âmbito da suficiência investigadora, uma primeira abordagem – estudo experimental - junto de 30 crianças, cinco de cada uma das seis escolas escolhidas com o objectivo de aferirmos alguns aspectos do seu conhecimento matemático (sentido do número e operações  associados à oralidade e à escrita).

A análise preliminar resultante desse estudo experimental, alertou-nos para a necessidade de compreender como se realiza a aprendizagem de alguns saberes matemáticos, através de materiais manipuláveis no ensino infantil (5 anos).

Urge, então questionar e reflectir sobre a pertinência e importância da realização de uma investigação acerca dessa temática, em que o o papel do professor é determinante neste processo, pois conduz as crianças através de um percurso informal até à matemática formal, valorizando e respeitando as suas diferenças, motivando-as na construção do pensamento matemático, tão necessário no mundo de hoje.

## 3. Questões de investigação: Hipóteses de trabalho

É objectivo deste estudo responder às seguintes questões, sem contudo, eliminar a hipótese de abordar outras, que poderão surgir neste percurso:

- Qual a importância da formação inicial matemática destes professores?
- Será que a formação inicial permite a ligação entre o que estudam e o que ensinam?

- Qual a pertinência da utilização dos materiais no ensino pré-escolar? Facilitarão o processo ensino-aprendizagem? Poderão proporcionar um ambiente mais dinâmico e pedagógico, de modo a facilitarem uma aprendizagem significativa?
- Como é que os materiais manipuláveis facilitam a estruturação de determinados conceitos?
- Como influenciam a aprendizagem do sentido do número e das operações aritméticas (adição e subtracção)?

Estas e outras questões levaram-nos a querer aprofundar mais esta temática. Para melhor entendermos esta problemática realizámos este trabalho com uma finalidade: **conhecer, analisar, descobrir e compreender as diferentes percepções que os alunos da formação inicial manifestam sobre o processo ensino aprendizagem da matemática, e identificar estes e outros factores, tais como o papel atribuído ao educador/professor, à metodologia utilizada pelos professores na sua prática educativa, à relação destes com a matemática no dia a dia escolar, às suas experiências, que podem explicar as diferenças de aprendizagem dos seus alunos e identificar possíveis práticas educativas que possam explicar um maior sucesso escolar na aprendizagem dos conceitos matemáticos. A motivação, a confiança, a comunicação, as estratégias criativas e dinâmicas são fundamentais para a construção de uma matemática mais criativa**.

Tendo como base esta finalidade elaborámos os seguintes **objectivos:**

- Identificar os factores que permitem promover o gosto pela aprendizagem da matemática, utilizando distintos instrumentos: questionários e entrevistas;
- Conhecer qual o valor que os alunos da formação inicial atribuem à matemática, e ao papel do professor;
- Entender de que forma os professores experientes podem contribuir para um melhor ensino da matemática junto das crianças;
- Reflectir sobre a pertinência das escolas de formação inicial na relação do ensino da matemática com os materiais manipulativos;
- Estabelecer relações entre o que se aprende na formação inicial e o que se faz na prática educativa;
- Identificar no processo de ensino-aprendizagem o que devemos valorizar (os conteúdos, os materiais ou a relação entre eles;
- Perceber como é que os materiais manipuláveis facilitam a estruturação de determinados conceitos matemáticos;

– Avaliar a influência dos materiais na aprendizagem do sentido de número e das operações aritméticas (adição e subtracção);
– Relacionar a formação inicial com novas práticas educativas;
– Valorizar o papel do professor nesta temática;
– Elaborar um **Guia de apoio para as actividades com os materiais manipulativos na matemática** que permita uma maior divulgação dos materiais manipulativos, de modo a promover outras potencialidades educativas, fazendo a ponte entre o que se aprende e o que se quer ensinar.

Estes objectivos têm, assim, como finalidade descrever e compreender o processo de ensino/aprendizagem da matemática, respectivos conceitos, práticas e experiências educativas que permitam contribuir para um melhor ensino da matemática, e por consequência um maior sucesso escolar dos alunos.

**Hipótese 1:** Os factores que permitem promover o gosto pela matemática estão relacionados: com o trabalho que o professor realiza na sala de aula, da interacção que promove no grupo, e das ferramentas de trabalho que utiliza; e, dos papeis que atribui aos alunos durante o processo de ensino aprendizagem.

**Hipótese 2:** A formação inicial poderá contribuir de forma positiva e inovadora para um maior aproveitamento escolar das crianças.

**Hipótese 3:** Existe correlação positiva entre a utilização dos materiais manipulativos e a estruturação de determinados conceitos matemáticos.

**Hipótese 4:** A aprendizagem significativa da matemática relaciona-se com a manipulação de materiais manipulativos.

**Hipótese 5:** Existe correlação entre os conteúdos a transmitir e os materiais manipulativos.

**Hipótese 6:** A manipulação de materiais correlaciona positivamente com a aprendizagem do sentido do número e das operações aritméticas (adição e subtracção).

**Hipótese 7:** O papel do professor correlaciona positivamente com a utilização de metodologias criativas.

## 4. Importância do estudo

Este estudo resulta dum percurso pessoal, como professora do Ensino Infantil, do 1.º Ciclo do Ensino Básico e docente (nos últimos dez anos) na Escola Superior de Educação João de Deus, ministrando disciplinas de Metodologia da Aprendizagem da Matemática e da Língua Materna, bem como da supervisão não só dos Jardins Escolas João de Deus, como também da Supervisão da Prática Pedagógica dos alunos da formação inicial, em que somos frequentemente confrontados com o ensino e a aprendizagem da matemática.

Com esta investigação, parece-nos relevante, perceber de que forma os mediadores da aprendizagem, permitem melhorar a qualidade na educação. Pretende-se reflectir sobre a pertinência de utilização dos materiais manipulativos, nas aprendizagens matemáticas no ensino pré-escolar. Temos como finalidade, neste trabalho, perceber e esclarecer como se processam determinados conhecimentos na matemática e na educação infantil.

Presentemente em Portugal escasseiam investigações que se debrucem sobre os materiais manipuláveis no processo ensino-aprendizagem da matemática, ignorando frequentemente o ensino pré-escolar.

A comunidade educativa é unânime em afirmar que a matemática, é uma ferramenta simbólica, que é necessária para o sujeito que nasce num universo cultural de que faz parte e como Moura (2002) afirma se “a matemática é parte do mundo da criança devemos fazer com que a criança aprenda esse conhecimento como parte do seu equipamento cultural, para que possa intervir com instrumentos capazes de auxiliá-la na construção da sua vida” (p. 60).

As Orientações Curriculares e as Normas afirmam que a matemática deve ser valorizada, de forma à sua aprendizagem ser motivo de prazer e significado, através da linguagem e comunicação, vivenciando diferentes actividades e materiais. Para isso o conhecimento matemático inclui-se no conceito de alfabetização, no seu sentido mais amplo, e como tal não pode ser tratado isoladamente, na educação infantil, como Moura (2002) reforça dizendo que o motivo para ensinar a lidar com conhecimentos matemáticos e o modo de se construírem, são condições para que as crianças possam ser sujeitos activos.

Afigura-se pertinente envolver as crianças numa matemática pré-escolar de qualidade, que como afirma Clements (2001, p. 270) convide “as crianças à experiência matemática enquanto brincam, descrevem e pensam acerca do mundo”.

Alguns investigadores como Reys citado por Ribeiro (1995, p. 8) e documentos curriculares como os NCTM (2000) recomendam a utilização de vários tipos de materiais no ensino da matemática visto que a aprendizagem é um processo de crescimento, com diferentes estádios de desenvolvimento, que requer participação, envolvimento e experiências por parte do aluno, que com motivação vai desenvolvendo num processo moroso a formação de conceitos concretos e mais tarde abstractos.

A revisão da literatura, sugere que as crianças que usam materiais manipuláveis na sala de aula, mostram melhor desempenho, do que as que não o fazem (Sowell, 1989; Carpenter e Moser, 1982; Selva, 1998; Serrazina, 1998).

Serrazina (1998) afirma que o sucesso dos materiais manipulativos depende, por um lado, de como as tarefas são implementadas pelos professores, por outro, da forma como vêem a matemática, do seu processo de ensino-aprendizagem e do seu conhecimento ético.

Ponte e Serrazina (2000) referem que o uso de materiais diversos, pode contribuir para o desenvolvimento de um ambiente de trabalho participativo, através de uma actividade matemática estimulante.

Brocardo, Serrazina e Kramer (2003) defendem a manipulação dos materiais na formação das noções dos números e das operações, e no desenvolvimento de formas mais ou menos algoritmizadas de cálculo, pois têm um papel intermédio entre realidade concreta e a sua representação mental e/ou entre as operações concretas dessa realidade e as operações matemáticas.

Nacarato (2005) acrescenta "que o uso inadequado e pouco exploratório de qualquer, material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem da matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los". Lorenzato (2006) reforça esta ideia afirmando que se devem "contextualizar segundo a vivência dos alunos".

Segundo Vale (2000) os materiais podem ser um suporte valioso na sala de aula, para situações problemáticas e para a comunicação matemática entre alunos. Mas, que se o aluno não os souber utilizar e o professor não tiver sólidos conhecimentos científicos e didácticos sobre a sua utilização e potencialidades permitindo um papel activo e reflexivo na construção do saber, não funcionarão nesse sentido. Isto é também reforçado por Nacarato (2005) ao afirmar que "a sua eficácia depende da forma como forem utilizados."

## 5. Organização da investigação

Este trabalho tem duas partes: o Marco Teórico: Fundamentação Científica e o Marco Metodológico.

**O Marco Teórico** é composto por três capítulos.

No capítulo I designado por **A educação de infância e a matemática**, perspectivam-se as concepções da Educação Infantil, a matemática no contexto global do conhecimento infantil, referindo também, a articulação entre a Educação de Infância e o 1.º ciclo do Ensino Básico.

No capítulo II, **O educador, a formação inicial e a matemática**, focam-se o papel do educador; o currículo e desenvolvimento curricular; o modelo de formação – plano curricular da matemática na Escola Superior de Educação João de Deus; a educação matemática e a formação inicial; a aprendizagem da matemática: principais teorias de aprendizagem.

No capítulo III, **Os materiais, a aprendizagem da matemática e o papel da criatividade** apresentam-se os materiais manipulativos; o lúdico e o jogo; a criatividade; e, a actividade matemática. Os materiais Cuisenaire e dos Calculadores Multibásicos serão objecto de um estudo aprofundado, que culminará, na apreciação e observação especificamente em sala de aula, dos materiais. Abordam-se os seus interesses pedagógicos e a sua relação na actividade matemática como mediadores da aprendizagem do sentido do número, das operações aritméticas (adição e subtracção) e da resolução de problemas, de forma a desenvolverem competências nas crianças.

**O Marco Metodológico** tem quatro capítulos.

O capítulo IV, **Metodologia do estudo**, iniciar-se-á com algumas considerações sobre investigação em educação e a justificação da pertinência em abordar o estudo por via de uma metodologia qualitativa, inscrevendo-se no paradigma da investigação interpretativa. Delinear-se-á estudos de caso, aplicados a crianças com 5 anos, utilizando como instrumento de análise principal a observação de seis grupos de diferentes escolas e as entrevistas às suas educadoras titulares. Serão ainda delineadas as opções metodológicas e apontados os procedimentos a ter em conta no decurso da investigação.

O capítulo V desta investigação, tratará da **Recolha e tratamento de dados** dos seis grupos onde a investigadora realizou o estudo. As crianças serão observadas em actividades, com materiais, em que cada educadora utilizará as estratégias que pense convenientes. Serão analisadas as evoluções das aprendizagens dos alunos, em relação ao sentido do número e às operações aritméticas da adição e subtracção. Neste contexto, as diversas actividades serão registadas em suporte áudio e vídeo. Neste capítulo apresentamos os resultados das entrevistas às educadoras e dos testes realizados com os materiais manipuláveis: Calculadores Multibásicos e Cuisenaire. O papel da investigadora, será o de observadora, usufruindo da colaboração da educadora titular da sala de aula e de estagiários presentes.

O capítulo VI será a **Síntese: resultados obtidos e analisados**, de forma a poderem ser retiradas conclusões, confrontando-as com a reflexão teórica previamente elaborada.

O capítulo VII denominado **Conclusões** é onde se apresentam os principais resultados e se faz uma reflexão global sobre o trabalho realizado.

Finalmente, é desejo da investigadora enunciar algumas implicações que traduzam reflexões concretizadas ao longo deste estudo.

# Parte I

# MARCO TEÓRICO: FUNDAMENTAÇÃO CIENTÍFICA

Capítulo I

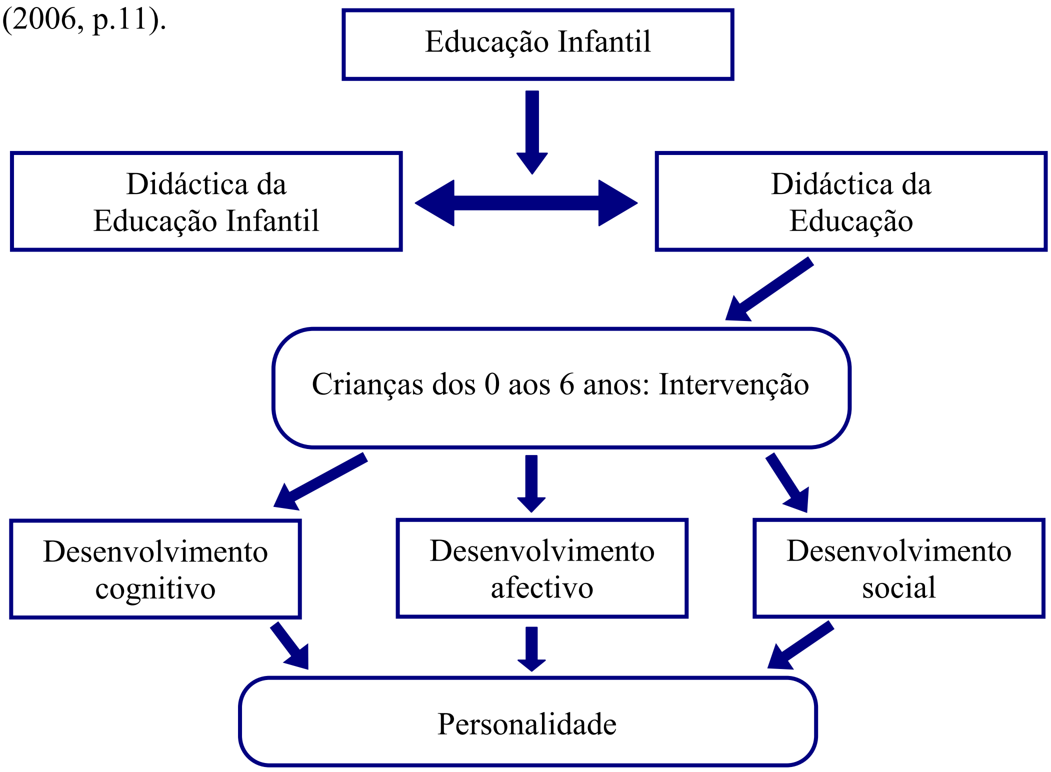
# A educação de infância e a matemática

## 1. A Educação Infantil

A educação infantil é a primeira etapa da educação básica e destina-se às crianças dos zero aos seis anos, a idade de ingresso no primeiro ciclo do Ensino Básico. Visa proporcionar às crianças dessas faixas etárias o bem-estar físico, afectivo-social e intelectual, por meio de actividades lúdicas que criem oportunidades de desenvolvimento, a fim de estimular a curiosidade, espontaneidade e harmonia.

Segundo Gervilla (2006, p. 10, trad. própria) a Educação Infantil compreende "a educação da criança desde o nascimento até aos seis anos, em lugares especiais e coerentemente organizados e pensados, em que profissionais competentes e preparados atendem aspectos relativos aos cuidados físicos, emocionais e sociais que permitem, segundo a situação, que a criança não encontre traumas ou mudanças bruscas no seu processo de educação e crescimento". Esta investigadora afirma que a Educação Infantil, é um espaço didáctico de aprendizagem activo, em que a criança deve ser um participante pleno no processo de aquisição do controle da sua aprendizagem, tendo como objectivo primordial estimular o desenvolvimento de todas as capacidades, tanto físicas como afectivas, intelectuais e sociais.

A conceptualização da Educação de Infância pode basear-se neste esquema adaptado do Gervilla (2006, p.11).



No quadro das prioridades educativas, têm vindo a ser tomadas medidas que pretendem a implementação de determinadas medidas.

A lei quadro da educação infantil considera-a "a primeira etapa da educação básica no processo de educação ao longo da vida, sendo complementar da acção educativa da família, com a qual deve estabelecer estreita cooperação, favorecendo a formação e o desenvolvimento equilibrado da criança, tendo em vista a sua plena inserção na sociedade como ser autónomo, livre e solidário" (Art.º 2.º, lei 5/97).

Segundo Arce (2002), o pedagogo Froebel (1782-1852) foi um dos primeiros educadores a considerar o início da infância como uma fase de importância decisiva na formação das pessoas. Esta concepção foi aceite por grande parte dos teóricos da educação que vieram depois dele. Froebel, nos seus escritos, "demonstra como a brincadeira e a fala, observadas pelo adulto, permitem apreender o nível de desenvolvimento e a forma de relacionamento infantil com o mundo exterior".

As crianças possuem uma natureza singular que as caracteriza como seres que pensam o mundo com uma maneira muito própria. Nas interacções que estabelecem desde cedo com as pessoas que lhes estão próximas e com o meio que as circunda, revelam o seu esforço para compreender o mundo em que vivem, as relações contraditórias que presenciam e, por meio de jogos e brincadeiras explicitam as condições de vida. A criança curiosa e inquieta penetra no edifício do sistema educacional.

Existem, segundo Martin Gonzáles (1998) uma série de processos, como a observação, a manipulação, as experiências sucessivas que constituem a experimentação, e mais tarde a comparação e a reflexão, através dos quais podemos ajudar a criança a descobrir e aprender o mundo que a rodeia.

Nos primeiros anos da educação infantil a criança terá experiências sensoriais e as primeiras emoções dos fenómenos, indo gradualmente fazendo a sua compreensão, tendo em conta a sua idade, grau de desenvolvimento e mentalidade.

Segundo aqueles investigadores o trabalho pedagógico a realizar pelos educadores deve ter como objectivo levar as crianças a ter uma apreensão cada vez mais efectiva e gradual que permita olhar – observar, manipular – experimentar… "discernir, explicar, reconhecer, etc."

Gervilla y autores (2003, p. 11, trad. própria) afirma que a Educação Infantil propõe-se:

- Iniciar positivamente as crianças a nível académico;

- Reduzir o número de crianças que revelem deficiências pela educação parental;
- Possibilitar a independência dos pais, para se poderem dedicar às suas profissões e ocupações;
- Dar oportunidade às crianças de jogar com outras crianças;
- Iniciar as crianças para se poderem tornarem bons cidadãos;
- Propor às crianças actividades para se tornarem membros de um grupo;
- Proporcionar às crianças um local alegre, para ir todos os dias;
- Conseguir que a criança se torne mais confiante e independente;
- Apoiar e ajudar os pais, nos aspectos citados anteriormente sobre a educação.

No processo de construção do conhecimento, as crianças utilizam as mais diferentes linguagens e exercem a capacidade que possuem de terem ideias e hipóteses originais sobre aquilo que procuram descobrir. Nesta perspectiva, as crianças constroem o conhecimento a partir de interacções que estabelecem com as outras pessoas e com o meio em que vivem. O conhecimento não se constitui como cópia da realidade, mas sim como fruto de um intenso trabalho da criança, significado e ressignificação, em que a família surge como a primeira entidade educadora.

Entendemos que a criança é um ser autónomo que participa activamente no seu desenvolvimento e processo de aprendizagem, devendo ser entendida e respeitada. Como todo o ser humano, é um sujeito histórico e social, fazendo parte de uma organização familiar, de uma sociedade e de uma cultura que devem ser incentivadas em situações de escolarização, através de parcerias, integrações entre as diversas instâncias sociais participantes neste processo.

Daí a dimensão permanente do processo e a dialéctica da relação ensino--aprendizagem, em que segundo vários investigadores, a relação pedagógica é fundamental e só se estabelece, quando há verdadeira cooperação entre educadores e educandos.

O conhecimento é construído a partir da necessidade da criança e de cada educador, enquanto instrumento de compreensão da realidade que está sendo vivida por eles. O educador/professor é responsável pelo seu percurso formativo, sendo o quotidiano escolar, voltado para a prática diária com as crianças, um espaço privilegiado para a investigação e reflexão acerca da criança, suas particularidades e possibilidade de aprender.

Educar, significa organizar a aprendizagem e as situações de jogo orientadas de forma integrada e que possam contribuir para o desenvolvimento das capacidades infantis de relação interpessoal, de ser e estar com os outros e de atitude de aceitação, respeito e confiança e o acesso, pelas crianças, aos cuidados mais amplos da realidade social e cultural.

A criança ao entrar no sistema educativo e tal como refere Aharoni (2008) "na educação, tal como na vida as primeiras impressões são importantes. O modo como um assunto é apresentado pela primeira vez irá determinar em grande medida a atitude futura do estudante" (p. 9). Daí que nesta primeira etapa da educação, seja fundamental, para a aquisição de competências a desenvolver a criação de condições, onde a criança possa aprender ao longo da vida e, por conseguinte, tenha sucesso educativo e académico.

Não se esgotando os benefícios da frequência do ensino pré-escolar na preparação das crianças para o 1.º ciclo, este é, no entanto, um importante aspecto a ter em conta, para o qual concorrem os vários princípios anteriormente enumerados.

Segundo Gervilla (2006, p. 10, trad. própria) perante diversas investigações antropológicas, biológicas, psicológicas, pedagógicas, pode-se afirmar que a Educação Infantil é fundamental para uma correcta orientação e funcionamento dos processos evolutivos, maturativos e de desenvolvimento da criança.

Quando há carências, dificuldades ou insuficiências educativas, neste período inicial, há correspondência paralela a disfunções específicas e processos de desenvolvimento, às vezes irreversíveis, ou de difícil recuperação posteriormente.

A qualidade das acções educativas vai condicionar, em boa medida, toda a potencialidade do processo educativo posterior. Presentemente a Investigação Psicopedagógica defende que no período dos 0 aos 6 anos, têm lugar processos que são determinantes para os aspectos cognitivos e para o desenvolvimento de aptidões e configuração de personalidade da criança, cujas manifestações, serão mais visíveis, em etapas posteriores do seu desenvolvimento.

A Educação de Infância está constituída por um conjunto de factores e agentes que intervêm, para atingir determinados aspectos educativos. É um sistema, que tem um conjunto de elementos – factores agentes – que actuam com um objectivo comum, mas que englobam conjuntos diferenciados como:

- Meio socio-ambiental a que pertence;
- Características dos sujeitos;
- Acção educativa;

- Mecanismo institucionais e/ou marco normativo (legal, político, organizativos) que determinam a intervenção escolar.

Na educação infantil, a criança tem oportunidade de conviver com outras crianças e com adultos, integrando-se num grupo e desenvolvendo competências sociais e de relacionamento interpessoal, que lhe facilitarão a adaptação à escola do 1.º ciclo e às regras de funcionamento que ela implica.

## 1.1. Concepções sobre Educação

> "Al venir a la Tierra, todo hombre tiene derecho a que se le eduque, y después en pago, el deber de contribuir a la educación de los demás".
>
> "Educar es dar al hombre las llaves del mundo, que son la independencia y la amor, y prepararle las fuerzas para que lo recorra por si, con el paso alegre de los hombres naturales y libres".
>
> (José Marti, poeta Cubano, 1853 – 1895)

O homem não vive sem a educação e a educação não existe sem a presença humana. O facto de procurar o novo, de sugerir mudanças, de aprimorar o meio em que vive e tantas outras actividades, faz com que o homem seja o sujeito da educação.

Segundo Naish e Hartnett (citados por Cabanas, 2002), a educação é um conceito contestável, visto que obedece aos requisitos definidos por W. B. Gallie:

- possui carácter complexo e de tipo valorativo;
- pode variar se as circunstâncias mudarem;
- quem o utiliza, sabe que existem diversas acepções;
- existe a crença racional, que a discussão do conceito, contribui para a sua clarificação.

Sanvisens (ibid, ibidem: 52) atribui à Educação, diversas dimensões e significados:

| |
|---|
| como facto (que ocorre em todas as sociedades humanas); |
| como actividade ou processo (é uma construção); |
| como efeito ou resultado (designando as consequências respectivas à actividade); |
| como relação (efectua uma ponte transmissiva); |
| como tecnologia (conjunto de métodos e técnicas que intervêm no processo educativo). |

A palavra educação encerra diversos significados. Ao usá-lo, pensa-se na Escola, e no entanto, a educação faz-se inicialmente na família, e duma forma mais ampla abrange toda a vida e o contacto com os outros seres humanos.

Santaló (1994) afirma que “el objetivo esencial de la educación es el de proveer a todo educando de los conocimientos necesarios para que pueda incorporarse a la vida en sociedad y actuar en ella de manera eficiente, tanto para su propio provecho como para que pueda contribuir al desarrollo que pueda contribuir al desarrollo y progreso de la misma Sociedad” (p. 21).

Digamos que é necessário utilizar o termo educação no sentido total.

Indo à origem da palavra na língua latina, poderemos perceber que esta palavra foi sofrendo modificações, “e o latim “educatio-ōnis” = acção de criar animais e plantas; daí a formação do espírito, a instrução, a educação; derivado do latim “educāre” = criar, nutrir crianças e animais, – tirar de, retirar, criar, nutrir, habituar, apurar, formar, instruir...

Vejamos a definição do Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea (2001): “Educar do latim educăre – fazer adquirir ou adquirir conhecimentos e desenvolver as capacidades e qualidades intelectuais, morais, físicas e sociais”, “acção de adquirir conhecimentos, de desenvolver aptidões, de formar e enriquecer o espírito, de se instruir, instrução”. Aquisição de conhecimentos e desenvolvimento de capacidades num determinado domínio; (p. 1331).

A palavra educação é ampla, pois envolve todo o agir humano, não se restringe apenas ao acto de educar, como um mero facto de transmitir conhecimentos a alguém que nada sabe. Educar é dar condições, desenvolver no ser humano, principalmente na criança ou no adolescente, as suas capacidades intelectuais e físicas e de lhe transmitir valores morais e normas de conduta que visam a sua integração social, visando o bem comum e a sua própria formação.

Segundo Santoló L. (1994) na educação há uma parte interior, que tem de moldar o espírito, e outra exterior que provém do meio ambiente, do qual se formam as imagens e as referências. Como vivemos num mundo tecnológico, a educação adequada tem que ter uma grande percentagem de ciência, tecnologia, conhecimento e método.

A educação abarca todo o processo do desenvolvimento humano, não se limita ao facto apenas de instruir, mas sim oferecer o conjunto dos meios que permite dirigirmos o desenvolvimento e a formação de um ser humano, que seja capaz de perceber e julgar a realidade existente, sempre na perspectiva de buscar um mundo melhor, não somente para si, mas para toda a humanidade. Esta busca consiste na realização pessoal e na "aquisição de meios para uma actuação transformadora na sociedade".

Segundo Veiga, M. A (1988), "se alguém abandona o desejo de educação permanente é porque houve já uma falha na educação básica. Um perigo das formas básicas de conhecimento, é não evoluírem, sinal de que o sujeito, também não evoluiu cognitivamente (p. 59).

O homem tem a capacidade de criar e de destruir, por isso, apresento diversas definições de educação, para ilustrar o seu sentido. A educação torna o homem um ser capaz de transformar a realidade e de ajudar o outro como parte desta transformação.

No decorrer da história, a educação passou por distintas fases, tanto ao nível de compreensão como de prática.

A educação, na antiga Grécia, era caracterizada pela atenção especial que cada grupo dava a um determinado aspecto, de acordo com seus interesses.

Podemos dizer que toda a educação espartana girava em torno da formação do indivíduo para a guerra, sendo que, por volta do século IV a.C., Esparta derrotou Atenas e mostrou a sua força militar.

Enquanto os espartanos eram educados para a força, os atenienses eram educados para o saber. "O amor à liberdade, o espírito de iniciativa, a exuberante capacidade criadora e muitas outras virtudes intelectuais e morais fizeram do ateniense um povo, até certo ponto, independente...". O cidadão ateniense é educado para a vida em grupo, por isso, dá importância à polis.

"Não educamos as nossas crianças por meios violentos, mas deixando que livremente ela se desenvolva até se fazerem homens. Amamos e cultivamos o belo sem vã ostentação.

Amamos a verdade e buscamos o conhecimento, sem nos deixar vencer pela preguiça e o prazer...".

O sistema educacional ateniense era bastante completo, no sentido em que oferecia uma formação completa ao homem. "A criança até os sete anos permanecia em casa. Se fosse menina, continuava sob os cuidados maternos, confinada ao gineceu, local da casa onde as mulheres se dedicavam aos afazeres domésticos". O menino era confiado ao Estado, que oferecia a educação física, a formação musical e a alfabetização. Devido ao facto de ter a educação como meio de formação físico e mental, Atenas tornou-se o centro cultural de toda a Grécia; a influência dos atenienses sobre os demais deu-lhes o título de senhores do saber.

Com o desenvolvimento político e cultural de Atenas, surgiram as escolas de retórica e filosofia. As primeiras escolas de retórica foram fundadas pelos sofistas, que ensinavam nas casas e visavam lucros com a educação. Por esse motivo foram criticados pelos educadores tradicionais. Quanto à primeira escola de filosofia, sabe-se que foi fundada por Pitágoras, porém, não se tem grandes dados sobre esta escola. Atribui-se a Platão a fundação da primeira academia de filosofia.

Mediante o desenvolvimento cultural e intelectual dos gregos surgiram três personagens importantes, que provocaram mudanças e ofereceram conteúdos fundamentais para reflexão filosófica.

Sócrates (469-399 a.C.) referido porque utilizava a palavra falada para transmitir a sua filosofia, dispunha de um método chamado maiêutica, que consistia em tirar a sabedoria de dentro do homem. O homem sábio é aquele que admite que nada sabe: "sei que nada sei", defendia o filósofo. Quando o indivíduo não admitia a sua ignorância, Sócrates mostrava através das suas perguntas irónicas que o sujeito não sabia tudo. Lançava sob o jugo moral a célebre frase: "conhece-te a ti mesmo".

Platão (428 - 347 a.C.) referido porque era discípulo de Sócrates, tinha ideias e métodos diferentes, e interessou-se pela política. Para explicar a sua filosofia criou o mito da caverna, que consiste na formação do mundo das ideias.

Numa caverna estão acorrentados os homens, desde a infância, de tal forma que, não podendo voltar-se para a entrada, apenas enxergam o fundo da caverna. Aí são projectadas as sombras das coisas que passam às suas costas, onde há uma fogueira. Se um desses homens conseguisse soltar-se das correntes para contemplar a luz do dia, os verdadeiros objectos, quando regressasse não mereceriam o crédito de seus antigos companheiros, que o tomariam por louco".

O conhecimento para Platão acontece pela lembrança do que a alma contemplou no mundo das ideias. As ideias devem prevalecer sobre o sensível, tanto que o corpo é motivo de corrupção e decadência moral.

Segundo Platão, o sistema educacional de sua época precisava mudar, pois as crianças estavam a ser educadas sob a influência dos textos das epopeias, e isto era motivo de gozo e banalidade intelectual. Por isso, a sua proposta educacional consistia na busca das ideias puras, que estavam no mundo das ideias.

Aristóteles (384-332 a.C.) referido como sendo discípulo de Platão deveria continuar a teoria idealista do mestre, porém, ao contrário, criou uma teoria realista. Para Aristóteles, o indivíduo, ao nascer é uma "tábua rasa", ou seja, nada sabe, precisa aprender tudo. Ao mesmo tempo, cada um é único e poderá adquirir conhecimentos diferentes. Através de alguns binómios como, acto e potência, matéria e forma, essência e existência, etc... tenta explicar a capacidade humana e o progresso intelectual: “Todo o ser tende a actualizar a forma que tem em si como potência, tende a atingir a perfeição que lhe é própria e o fim a que se destina".

A teoria realista de Aristóteles contribuiu bastante para educação, pois com esta proposta, o homem está sempre em busca de novos conhecimentos, procura superar-se e descobrir o sentido da própria existência, e descobre que a sabedoria lhe proporciona a felicidade; e tanta a sabedoria como a felicidade são virtudes humanas.

Diante destas diversas teorias e maneiras de pensar, podemos perceber que tudo gira em torno do mesmo sujeito, que é o homem. Este sujeito tão importante e complicado continua a elaborar as suas teorias e busca novas explicações para o contexto em que vive. Continua debruçado sobre o desafio da educação, pois esta influencia substancialmente nas decisões.

A educação, na Idade Média, girava em torno do estudo sistemático da metafísica e da ética, herança deixada por Aristóteles, que levantou o problema sem deixar muitas soluções. Devido à situação criada pelos estudiosos da época, surgiu o desafio de conciliar a fé e a ciência, sendo que, neste período a igreja dispunha de uma influência ideológica muito forte. A escolástica, surgida nesta época, solidificou-se sobre o debate e a busca de conciliação entre ciência e fé.

“As origens próximas da escolástica podem ser situadas nas disputas doutrinárias do século XI e XII entre realistas e nominalistas, sendo considerado seu precursor, principalmente no campo da educação e da pedagogia”, Santo Anselmo. Inspirando-se sobretudo nos ensinamentos de Santo Agostinho, empenhou-se, em “demonstrar a harmonia do conhecimento natural com a verdade revelada, ou, noutras palavras, entre a ciência e a fé...".

Entre os muitos estudiosos que se empenharam no estudo desse problema, Santo Tomás apresentou propostas bem claras e práticas para educação: Criticou o sistema educacional rígido e frio que se limitava apenas ao comportamento externo da pessoa, sem deixar oportunidade de escolha ao educando. "Santo Tomás demonstrou a possibilidade da educação humana, ao mesmo tempo esclareceu a distinção entre esta faculdade e o adestramento animal". O homem dispõe da capacidade de auto-decisão, e por disposição natural, é livre; por isso basta oportunizar ao educando a sua formação, que o resto vem por influência do ambiente, o meio é de suma importância para a formação do homem.

A educação medieval não se dedicou apenas ao estudo intelectual, mas também à formação militar, que consistia na formação cavaleiresca. Era rígida e muito importante para a época. As principais virtudes do cavaleiro eram: honra, fidelidade, coragem, fé e cortesia. "Um código de honra envolve os cavaleiros, submetidos à severa disciplina moral. Uma aura de defensores dos desamparados, mulheres, velhos e crianças...". Os cavaleiros, durante o seu processo de formação, passavam por diversas experiência de ordem avaliativa e eram submetidas a uma escala de confiabilidade.

As mulheres, na Idade Média, não tinham acesso a nenhum tipo de educação formal. Apenas se dedicavam à criação dos filhos e aos trabalhos domésticos. Algumas mulheres nobres aprendiam religião e outras actividades sem muito compromisso.

Neste período surgiram as universidades que não dispunham apenas de formação intelectual, mas também a formação de artesãos e outras classes trabalhadoras. Os intelectuais apresentavam as suas teorias para serem discutidas nas universidades. Assim surgiu uma nova maneira de educar.

Na educação moderna a influência do iluminismo foi determinante na educação, pois a partir dele desencadeou-se uma perspectiva de mudanças, sociais e culturais. Os grandes pensadores iluministas levantaram uma série de questões em torno da realidade; como a educação faz parte da realidade, temos que reflectir sobre este assunto.

Rousseau, natural de Genebra, desenvolveu parte de sua filosofia em Paris e a sua proposta educacional é considerada revolucionária para seu tempo. A criança, que até o momento é considerada um objecto do aprender, torna-se, segundo a proposta de Rousseau, o centro da aprendizagem. A criança não é "um adulto em miniatura", mas um ser que necessita ser respeitado e valorizado, por isso a sua filosofia é chamada naturalista. Esta proposta exige o respeito pelo desenvolvimento físico e espiritual da criança, de acordo com suas condições naturais.

A sociedade da época de Rousseau foi o auge das suas críticas; posicionou-se contra o absolutismo e elaborou os fundamentos da doutrina liberal. Para Rousseau, "o homem em estado de natureza é bom, mas é corrompido pela sociedade que destrói a sua liberdade natural". Por isso propõe o contrato social, que consiste no acordo comum que represente a vontade de todos. O homem, sendo livre, é autónomo, tem condições de elaborar as suas leis e cumpri-las. O povo organizado em corporações, é soberano, ou seja, através do interesse comum, representa a vontade geral.

As propostas educacionais de Rousseau são centradas nas ideias predominantes da época. O naturalismo, resultado principalmente, do movimento intelectual, filosófico e científico do século XVIII, estimulou os pensadores da educação a transformarem-na num sistema pedagógico. Rousseau, posicionou-se contra a tendência de reduzir o homem à dimensão intelectual e pregou o ensino pela experiência directa, ou seja, até a idade da razão a criança precisa viver as emoções e os sentimentos que são anteriores ao pensamento elaborado. "Não deis a vosso aluno lições verbais de nenhuma espécie. Só a experiência lhe deve ser dada... Não utilizamos outro livro além do mundo, nem outra instrução além dos factos. O menino que lê não pensa, não faz mais do que ler, não se instrui, só aprende palavras". O conhecimento deve brotar naturalmente de acordo com as condições que a criança dispõe; se somos por natureza bons, não precisamos aprender dos outros os princípios de bondade, o que aprendemos dos outros é que nos corrompe.

Para explicar as suas teorias sobre a educação, Rousseau criou o personagem. "Emílio", menino que estava a ser educado segundo as suas propostas. Segundo ele o papel do professor é acompanhar e vigiar, para evitar que a criança se desvie do seu percurso natural.

Outro pensador importante que merece destaque neste período da história, é Kant, que defendeu a ideia de que o conhecimento está no sujeito. O sujeito transcendental não faz uma representação ou reprodução do real, mas uma reconstituição do objecto. Por isso através da razão, que dispõe das faculdades do pensamento, da liberdade e do sentimento, podemos definir a nossa conduta moral.

"Essa moral formal que se constrói a partir do postulado da liberdade e se baseia na autonomia exige a aprendizagem do controle do desejo pela disciplina, a fim de que o homem atinja seu próprio governo e seja capaz de autodeterminação".

Através da educação, o homem pode ser ele mesmo, viver segundo os padrões sociais e obedecer pontualmente as ordens estabelecidas. Kant é sistemático e observador das regras sociais, defendeu que o homem através da capacidade racional tem condições de elaborar em si a chamada "obediência voluntária", que na verdade é o que chamamos de formação da consciência. Esta é a função da educação, segundo Kant: formar cidadãos conscientes do seu dever social.

Devido ao desenvolvimento industrial, por volta do século XIX ocorreu o êxodo rural. O crescimento rápido das cidades exigiu mudanças no sistema educacional e um aprimoramento na formação dos indivíduos. Para desenvolver as indústrias precisava-se de mão-de-obra qualificada, por isso o Estado interveio na educação e criou a "escola elementar universal, leiga, gratuita e obrigatória". O interesse do Estado não era ampliar o sistema educacional, mas desenvolver a escola tecnicista, exigida pelo crescimento industrial e pela utilização da técnica na fabricação de produtos de última geração.

As tendências nacionalistas da época, fizeram surgir também, a preocupação com a formação da consciência patriótica do cidadão. Esta preocupação produziu inovações que ultrapassavam o vínculo escolar e integravam a formação geral do indivíduo.

Tornou-se sentimento e necessidade geral, na época, o espírito inovador, provocado pela expansão industrial. Os pensadores começaram a reflectir sobre este facto. Surgiriam diversas tendências filosóficas e muitas teorias pedagógicas. Entre elas o positivismo do francês Augusto Conte (1798-1857), o idealismo de Kant que é retomado por Hegel (1770 - 1831), as ideias socialistas representadas por Marx (1818-1883) e Engels (1850 - 1895). Todas estas grandes teorias tinham propostas educacionais. Kant defendia que a educação assume importância suprema e decisiva porque o “homem não pode tornar-se homem senão pela educação. Ele não é senão o que a educação faz dele”. (Kant, 1948:73).

Porém, alguns pensadores dedicaram-se ao estudo exclusivo da pedagogia; entre eles o suíço-alemão, Pestalozzi (1746-1827), Froebel (1782-1852), que deu total atenção aos jardins-de-infância, Herbart (1776-1841), que desenvolveu a educação da vontade e Spencer (1820 -1903), que baseado no positivismo de Augusto Comte, criou a pedagogia positivista. Todas estas teorias tinham um único objectivo; fazer da educação um meio de transformação da realidade humana.

Segundo Freire (1997) “Deve-se educar para a tomada de decisões, para a responsabilidade política e social”. O termo educar não significa apenas transmitir padrões sócio-culturais, não acompanhar o desenvolvimento físico e intelectual da criança ou passar uma série de informações através da instrução formal.

Educar, no sentido que o termo exige, é desenvolver, cultivar fazer brotar, elevar, fazer crescer não de maneira unilateral, mas de forma integral para que a criança possa vir a ser um cidadão completo.

Educar é formar seres humanos para a vida. É preparar o indivíduo para conviver em sociedade, para viver em harmonia com os outros seres humanos, sendo úteis, criativos, compreensivos e fraternos.

Segundo Cabral (1999, p. 63) o acto de educar "é a tentativa sempre renovada de encontro com o sentido da vida; se a nossa condição de educandos – educadores nos impede e nos responsabiliza pela dessacralização do lado oculto do conhecimento, não vejo grandes possibilidades de cumprirmos a missão sem rasgos de voluntariedade, inseridos no contexto afectivo de grande inquietude".

O termo educação no dicionário Lalande tem como definição: "Processo que consiste numa ou várias funções que se desenvolvem gradualmente pelo exercício e se aperfeiçoam. Resultado desse processo". Esta definição sublinha a ambiguidade do termo. A educação é ao mesmo tempo, um processo e o seu resultado. Por outro lado também sugere que a educação é entendida como um valor. Não educamos somente pelo exercício, mas também pela leitura, pelos exemplos, pela admiração, etc.

Mas o processo educacional não se dá apenas na escola. "A educação se processa dentro e fora da escola. Fora da escola ela é assimétrica. Dentro da escola é sistemática". (Maia, 1998, p.34), ou seja existem os chamados meios informais.

Segundo Maia (2000) "A educação não-formal é aquela constante, perene, que se inicia com o nascimento (ou, até mesmo, antes dele) e só termina com a morte, interrompida, acidentalmente só e unicamente, por algum evento patológico desagregador da personalidade. E, antes de mais nada precisamos que não-formal não significa, sempre, indefinida em seus contornos, nem obrigatoriamente inintencional. O que a nomenclatura técnica denota, hoje, como educação não-formal é aquela que não se faz, definidamente, na Escola, ou seja que não tem currículos, programas, professores, etapas explicitadas. Não deixará, portanto, de ser muitas vezes, institucionalizada pois, para ela contribuem a Família a Igreja, o Estado e outras agências sociais, além do meio cultural" (pág. 73).

Assim, podemos dizer que o processo educacional não se encontra limitado aos anos que passamos na escola.

O termo educação engloba pois vários significados e diferentes entendimentos. Cabanas (2002) chama-lhes "antinomias educacionais" (op. cit). Elas estabelecem três posições diferenciadas – duas extremistas e uma intermédia – que supõem um compromisso entre as primeiras, traduzindo-se numa posição de equilíbrio. Ao longo desta investigação irão aparecer algumas destas antinomias educacionais. Estas são o fulcro de discussão das diferentes teorias pedagógicas surgidas através do tempo, reflectindo sobre as práticas centradas no acto educativo. São exemplos destas antinomias:

- situar a educação entre a tarefa de informar e a de formar;
- posicioná-la entre uma actividade criadora ou receptora ou entre uma acção determinante ou uma acção de simples apoio, estando neste caso em causa a actuação do educando e do educador.

Educar, é um termo amplo, que ao longo dos templos, oscilou entre o sentido etimológico de *educare* e o de *educere*, consoante o posicionamento pedagógico de quem o pronunciava. Há alguns autores que consideram que educar é sinónimo de alimentar, enfatizando o produto final como a acumulação de conhecimentos. Outros consideraram que educar é um processo de aprendizagem que envolve o sujeito numa atitude constante de auto-formação.

As últimas declarações da UNESCO, defendem que os pilares da nova educação são:

- Educar para conhecer (que estimula o intelecto e o pensamento lógico-racional);
- Educar para fazer (que é aplicar na prática o conhecimento adquirido com a forma de educação anterior);
- Educar para conviver e educar para ser (porque aprendemos a viver em harmonia consigo (ser) e com o outro (conviver), ampliamos as nossas possibilidades de conhecimento, o "fazer" torna-se prazer, e a saúde física, mental e emocional acompanham o indivíduo no seu processo de desenvolvimento).

Educação é pois o desenvolvimento consciente dos homens no referente à tomada de consciência de si mesmo e de seu destino, no preparar-se e actuar em qualquer momento para alcançar esse destino, no obter todos os meios para que este destino se realize.

### 1.2. Função e objectivos

Ao conceito de educação estão ligados os objectivos e a sua função.

Explicitar objectivos é identificar as intenções que se pretendem atingir com o acto educativo. Estes propósitos estão directamente relacionados com o paradigma da educação e com o desenvolvimento infantil que se tenha como referência. Na educação quando existe um conjunto de práticas que um grupo social promove para que os seus membros assimilem a experiência acumulada, convertendo-se em membros activos do mesmo, há ensino. Seja pela orientação intencional, explícita e sistemática, seja pelo exemplo espontâneo e imitação, as aprendizagens envolvem ensino.

A escola, enquanto instituição, vocacionada para a educação infantil, compromete-se ao desenvolvimento da criança como pessoa e como cidadã, tal como os direitos da criança defendem na Declaração Universal dos Direitos da Criança, na Constituição Portuguesa e na Lei da Bases do Sistema Educativo (LBSE).

Ao converter a Escola Infantil num lugar de desenvolvimento, crescimento e aprendizagem, não só da criança como dos adultos, temos que concebê-la com três protagonistas: a criança, os pais e os educadores (Gervilla, 1996).

Segundo Gervilla (2006, p. 108, trad. própria) a eficácia da Educação Infantil depende, em grande parte, da unidade de critérios educativos, nos distintos momentos da vida da criança, em casa e na escola. Para que esta seja uma realidade, é necessária a comunicação e coordenação entre educadores e pais. Mediante este intercâmbio de informação, família e educadores guiam e facilitam a integração e adaptação da criança à escola.

O Direito à Educação é um direito fundamental, cuja evolução jurídica culminou na Convenção Relativa aos Direitos das Crianças em 1989, ratificado em Portugal.

Segundo Monteiro (1998:82), o paradigma do Direito à Educação não está centrado no planeta dos adultos nem no sol da infância: centra-se em sujeitos diferentes, iguais na dignidade, liberdade e direitos. Ao centrar a educação na criança e nos seus reais interesses e respectivos desenvolvimentos tende-se a libertar as crianças do direito de fazê-las à imagem e semelhança dos adultos (ibid, 1998:83).

O mesmo autor defende o interesse superior de reconhecer, e tratar a criança no respeito da sua igualdade ética e diferença psicológica.

A escola deve potenciar o desenvolvimento da criança em diversos níveis: afectivo, emocional, psicomotor, intelectual, linguístico, bem como a aquisição de confiança, autonomia, num ambiente e num contexto culturalmente rico, estimulante que desperte a curiosidade e o desejo de aprender.

A escola deve dar resposta a todas e a cada uma das crianças em particular. A "escola inclusiva" deve ter uma pedagogia diferenciada, centrada na cooperação que inclua todas as crianças, aceite as diferenças, apoie a aprendizagem e responda às necessidades individuais. Nesta perspectiva a integração, das crianças com "necessidades educativas especiais", devem estar contempladas, de forma a estarem incluídas no grupo e beneficiarem das oportunidades educativas que são proporcionadas a todas.

A UNESCO considera as Escolas Infantis, como "centros de desenvolvimento e educação infantil", pois a Escola Infantil deve ter como finalidade básica facilitar o desenvolvimento da personalidade da criança. Assim é fundamental ter presente uma visão integral da criança, se queremos obter uma adequada aprendizagem.

Citando Gervilla (2006, p. 21 e 22) para isso acontecer "implica tener en cuenta que para el niño todas sus experiencias, vivencias,… son educativas y por tanto, deben ser tenidas en cuenta por los educadores, incorporándolas a su trabajo diario." Não se trata de ensinar o máximo, mas sim de "aprender a aprender", aprender a desenvolver e aprender a continuar a desenvolver-se, depois de deixar a escola (Labinowiez, 1982).

A escola infantil tem um papel fundamental no sujeito, que revela um "background" prévio: experiencial, cultural e social e possui um ritmo e potencial único da aprendizagem e desenvolvimento. É sobre este sujeito que a educação infantil vai incidir, sempre influenciada pela concepção pedagógica e didáctica institucional, a partir da qual se delineia o currículo pelos recursos disponíveis e pelo educador.

A escola pode fazer a diferença, com o seu papel de mediadora e reequilibradora de meios desfavorecidos, tornando repletas de significados as vivências da criança, levando-a a descobrir e procurar o conhecimento, aceitando as suas pesquisas e provocando a explicação e a comunicação da ideias. (Ibid, ibidem: 75).

Citando Mazzetti "A escola, deve saber transformar a *puer ludens* e a *puer faber* em *puer sapiens* (isto é, promover a formação básica da inteligência), esperando-se que ela contemple, antes de tudo e sobretudo, a formação básica do carácter e, nesse sentido eduque as capacidades fundamentais do Homem" (ibid, ibidem:85).

Para que a Escola Infantil cumpra a sua missão é necessário que o educador conheça os principais princípios que devem reger o processo Ensino-aprendizagem a fim de:

- criar um clima motivador para os desenvolver;

- organizar os ambientes adequados de sala de aula;
- utilizar as estratégias metodológicas eficientes.

A criança deve poder vivenciar fases de: preparação… decisão; desenvolvimento do trabalho; interiorização; expressão (satisfação).

Mas não é apenas a oportunidade de realizarem um desenvolvimento facilitador das aprendizagens previstas para o 1.º ciclo que faz da educação pré-escolar um local, por excelência, de desenvolvimento efectivo de competências próprias. Neste contexto, também há vivências que permitem viver, crescer e aprender sem necessidade de demonstrar aos adultos que se realizam.

### 1.3. O contexto educativo em Portugal

Em Maio de 1996, o Governo apresentou à Assembleia da República a proposta de um Pacto Educativo, convidando todos os parceiros – públicos, privados, etc. – a concertar esforços no sentido de melhorar a qualidade do sistema educativo português. Este Pacto Educativo parte do princípio de que a educação é uma responsabilidade colectiva, entendendo a escola como núcleo do processo educativo e elo de ligação entre a comunidade e a educação a nível local. As relações entre o Estado, a educação e a sociedade devem ser redefinidas de modo a introduzir uma maior participação de todos os parceiros e forças sociais no processo de decisão e na implementação das políticas educativas. A educação é vista como formação ao longo da vida, comprometendo-se o Estado a desenvolver medidas que garantam a elevação do nível de educação da população portuguesa no sentido de aproximar o seu desenvolvimento dos outros países da União Europeia.

O Governo propôs-se garantir, entre outros objectivos estratégicos, uma educação básica de qualidade para todos, objectivos esses que foram definidos no documento *Educação, Integração, Cidadania* (ME, 1998). Para além do efectivo cumprimento da escolaridade básica de nove anos, dando prioridade ao primeiro ciclo da educação básica, isto é, aos quatro primeiros anos da escolaridade obrigatória (educação dos 6 aos 9 anos), o documento afirma a sua intenção de «fazer da educação pré-escolar a primeira etapa da educação básica, comum a todas as crianças, meio de socialização com os códigos de relação e as regras de vida comunitária», garantindo a democratização e universalização da mesma e reforçando o primado da função educativa na educação pré-escolar.

As novas medidas para a educação surgem, em Portugal, na sequência de um longo período de ausência de real desenvolvimento educativo, nomeadamente no âmbito da educação de infância.

Até 1980, apesar do rápido alargamento da rede pública de jardins-de-infância do Ministério da Educação depois da revolução de 1974 e da consequente restauração da democracia, os governos não tinham reconhecido a importância crucial da educação de infância. A Reforma Educativa dos anos oitenta descurou-a por completo. As políticas subsequentes entregaram a responsabilidade pelo desenvolvimento da educação de infância ao sector privado, sem o vincularem a qualquer regulação estatal. A taxa de desenvolvimento da educação pré-escolar era muito baixa, a rede pública não se expandia.

Friedrich Fröbel (1782 - 1852), criou o primeiro jardim-de-infância em 1837. Na sua obra "A educação do homem (1826) afirma que:

"A educação é o processo pelo qual o indivíduo desenvolve a condição humana, com todos os seus poderes funcionando com harmonia completa, em relação à natureza e à sociedade. Além do mais, era o mesmo processo pelo qual a humanidade, como um todo, elevando-se do plano animal, continuaria a desenvolver-se até à sua condição actual. Implica tanto a evolução individual quanto a universal".

Ao longo do séc. XX a educação de infância em Portugal foi-se desenvolvendo rápida ou morosamente de acordo com as políticas económicas, sociais e culturais dos diferentes governos. Os primeiros jardins-de-infância foram criados no século XIX, por iniciativa de intelectuais portugueses, os quais mantinham contacto com as ideias progressistas europeias. A educação de infância surgiu assim, associada à afirmação de uma classe média que se tornava progressivamente mais educada. O primeiro jardim-de-infância Fröbel foi fundado em Lisboa em 1882. Ao mesmo tempo, um grande pedagogo e poeta português, João de Deus, desenvolveu um método de iniciação à leitura (no início do séc. XX Portugal era um país com cerca de 75% de analfabetos).

A Cartilha Maternal, publicada em 1876, surgiu como método de leitura, trazendo uma dimensão afectiva e estimuladora do desenvolvimento cognitivo.

Tal como Nunes e tal (1997:222) podemos dizer que João de Deus foi o impulsionador da moderna pedagogia, antevendo princípios psicopedagógicos, considerando o indivíduo como ser único e diferente e atribuindo importância: ao bem-estar afectivo da criança e à sua espontaneidade. Segundo Estrela "João de Deus ensinou a aprender brincando…" (1996:223).

Em 1882, fundou-se a “Associação de Escolas Móveis pelo Método João de Deus” (Ponces de Carvalho, 1991:11), que tinham como objectivo, levar por todo o país, o ensino da leitura, escrita e contagem. Este ensino era gratuito e facultado a pedido das entidades locais.

Em 1908, João de Deus Ramos, filho do poeta – educador, criou o modelo de escola infantil, que passou a designar por “Associação de Escolas Móveis pelo Método João de Deus, Bibliotecas Ambulantes e Jardins-Escola”. Em 1911, é fundado o primeiro Jardim-Escola João de Deus, em Coimbra, e em 1920, iniciou o primeiro ano de formação de Educadores de Infância, que impulsionou a educação pré-escolar, visto que durante muitos anos, foi o único organismo a formar educadores no nosso país, com o Curso de Didáctica Pré-Primária pelo Método João de Deus.

O ambiente que preparou para os Jardins-Escola, foi influenciado pela pedagogia de Fröebel (o Kindergarten), por Décroly e por Montessori.

João de Deus Ramos, citado por Nóvoa (2003, p.1153), pretendia que a escola se tornasse “um ambiente favorável ou desfavorável ao desenvolvimento regular e simultâneo – físico, mental, espiritual e estético – da criança; isto é, pode ser ou não ser um ambiente educativo. Se não é, então transforma-se numa atmosfera deletéria, onde as crianças aprendem pouco e mal”.

Presentemente há 36 Jardins-Escola João de Deus que desenvolvem acção educativa desde os 4 anos até aos 10 anos.

Pouco a pouco foram-se desenvolvendo instituições de carácter social de tipo asilar, destinadas a crianças de classes sociais desfavorecidas, e circunscrevendo-se às grandes cidades.

Outros pedagogos portugueses preocuparam-se forma mais ou menos teórica, com a educação para as primeiras idades, nomeadamente José Augusto Coelho, que desenvolveu um programa para a escola infantil. Nos primeiros anos da República (1910-1926) instituiu-se o ensino infantil oficial, destinado a crianças entre os 4 e os 7 anos de idade de ambos os sexos. Foram criadas algumas escolas e fez-se a formação de professores especializados em educação infantil. No entanto, a educação infantil teve uma fraca expansão, circunscrita a progressivas declarações de intenções.

Com o salazarismo (1926) a educação de infância oficial é extinta e a educação das crianças passa para a responsabilidade das mulheres, mães de família. Algumas iniciativas foram prevalecendo, ligadas sobretudo à assistência social. Simultaneamente foi-se desenvolvendo a educação pré-escolar de iniciativa privada, no contexto de estabelecimentos do ensino particular destinados às crianças das classes privilegiadas.

Após a revolução de 1974 desencadeou-se um novo crescimento de instituições para a infância, como produto de iniciativas populares. Estas iniciativas estavam ligadas à progressiva tomada de consciência do papel das mulheres na sociedade portuguesa, o seu contributo activo no universo laboral e a consequente necessidade de instituições de guarda para as crianças. Podemos assim dizer que as mudanças de carácter social e político obrigaram o Estado a criar enquadramento legal para as iniciativas populares. Assim, a Lei 5/77 criou um sistema público de educação pré-escolar e, em 1979, é promulgado o Estatuto dos Jardins-de-infância. Foi depois de 1975 que, perante a dispersão dos serviços de educação infantil por vários ministérios, se começou a sentir a necessidade de uma maior coordenação de esforços. Os serviços para a infância passaram a estar dependentes de dois ministérios, o Ministério da Educação e o Ministério do Emprego e Segurança Social. De acordo com a filosofia do novo sistema pós-revolucionário, estender o acesso à educação pré-escolar a toda a população tornou-se um desígnio nacional, tendo em vista atenuar rapidamente as diferenças socio-económicas e culturais, promover o bem-estar social e desenvolver as potencialidades das crianças.

Podemos afirmar que a educação de infância veio a ser influenciada pelas mudanças políticas e sociaisdos anos recentes. Desde o início do século a sociedade portuguesa conheceu transformações importantes, a saber:

- "a gradual industrialização do país com a concentração das populações em grandes centros populacionais, urbanos e suburbanos;
- o ingresso significativo das mulheres na vida activa;
- a emigração, particularmente desde a década de 60 e a guerra colonial que teve lugar de 1961 a 1974;
- a gradual valorização da criança na sociedade e na família, logo, o aumento das expectativas face à educação" (DEB 1999, pág. 9).

As diversificadas mudanças populacionais verificadas em Portugal nas últimas décadas, nomeadamente a emigração para países estrangeiros e, ao mesmo tempo, um movimento de migração do interior do país para o litoral, sobretudo das gerações mais jovens, fez com que os meios rurais se despovoassem e envelhecessem e as populações se concentrassem nas cidades do litoral. Em consequência, as crianças de idade pré-escolar rareiam nas zonas rurais e interiores do país, enquanto junto do litoral é difícil o sistema educativo dar resposta a todas as crianças. A esta realidade social, o sistema português deu dois tipos de resposta: uma, predominantemente «assistencial», como resposta aos pais que trabalhavam, da responsabilidade do antigo Ministério dos Assuntos Sociais e outra, predominantemente educativa, da responsabilidade do Ministério da Educação, nomeadamente a partir de 1973.

Para o grupo etário dos 0-3 anos passaram a existir modalidades de oferta formais e não formais (DEB, 1999). A oferta não formal é constituída pela família, amigos ou vizinhos, por empregadas domésticas ou amas não-licenciadas. As modalidades formais de oferta incluem as creches (as quais apenas abrangem cerca de 11,1% das crianças). Existem ainda amas licenciadas, mini-creches e creches familiares. As creches familiares são constituídas por um conjunto de amas residentes na mesma área e integradas institucionalmente pelo Ministério da Solidariedade ou por Instituições Particulares de Solidariedade Social e Misericórdias, As estruturas destinadas a crianças dos 0 aos 3 anos dependem do Ministério da Solidariedade.

Para o grupo etário dos 3 aos 6 anos existem jardins-de-infância os quais podem ser de iniciativa pública, privada ou solidária e são tutelados pedagogicamente pelo Ministério da Educação. Complementando o horário dos jardins-de-infância podem-se organizar actividades de animação sócio-educativa destinadas às crianças cujos pais trabalham.

Por iniciativa do Ministério da Educação podem ainda organizar-se modalidades de Animação Infantil e Comunitária destinadas a crianças de 5 anos com o fim de proporcionar à população que vive em zonas urbanas, periféricas, populosas e carenciadas, sem acesso a qualquer equipamento, actividades adequadas ao seu desenvolvimento.

Em 1988 as taxas de cobertura da educação pré-escolar (3-5 anos) rondavam os 36% (PRODEP, Programa para o Desenvolvimento Educativo em Portugal) comparativamente às taxas de países do Norte da Europa que abrangiam entre 60 a 80% das crianças. Em 1994 o Conselho Nacional de Educação convidou o investigador João Formosinho a emitir um parecer sobre a situação da Educação Pré-Escolar em Portugal (Formosinho, 1994). Este parecer evidenciou a fragmentação dos serviços por vários ministérios e a falta de coordenação entre eles; a inexistência de uma transição eficaz para o 1.° ciclo do ensino básico; a predominância de funções assistenciais sobre as educativas; as diferenças de salários e de condições de trabalho entre os educadores de infância. Recomendava que o Estado, para além de apoiar financeiramente a educação pré-escolar, desempenhasse, em conjunto com as autarquias, um papel mais decisivo no processo de desenvolvimento do sistema de educação pré-escolar.

Após a mudança governamental de 1995 foi elaborado um Relatório Estratégico para o Desenvolvimento e Expansão da Educação Pré-Escolar (Formosinho e Vasconcelos, 1996), o qual deu origem ao Plano de Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar em Portugal (ME, 1996). Na sequência deste Plano foi apresentada à Assembleia da República a Lei-Quadro para a Educação Pré-Escolar (Lei 5197), a qual dava orientações políticas claras para o processo de expansão da rede de jardins-de-infância. Considerava a educação pré-escolar como primeira etapa da educação básica, alicerce e suporte de uma educação ao longo da vida e consagrava a articulação de esforços entre o Ministério da Educação e o Ministério da Solidariedade no sentido de garantir a dupla componente educativa e social da educação de infância. Introduzia ainda o conceito de tutela pedagógica única e definia a existência de uma «rede nacional de educação pré-escolar” constituída por estabelecimentos de iniciativa pública e privada, nomeadamente solidária.

A Lei-Quadro da Educação Pré-Escolar (nomenclatura usada em Portugal) definia os objectivos pedagógicos para a educação infantil (artigo 10.º):

- “promover o desenvolvimento pessoal e social da criança com base em experiências de vida democrática numa perspectiva de educação para a cidadania;
- fomentar a inserção da criança em grupos sociais diversos, no respeito pela pluralidade das culturas, favorecendo uma progressiva consciência do seu papel como membro da sociedade;
- contribuir para a igualdade de oportunidades no acesso à escola e para o sucesso da aprendizagem;
- estimular o desenvolvimento global de cada criança, no respeito pelas suas características individuais, incutindo comportamentos que favoreçam aprendizagens significativas e diversificadas; desenvolver a expressão e a comunicação através da utilização de linguagens múltiplas como meios de relação, de informação, de sensibilização estética e de compreensão do mundo;
- despertar a curiosidade e o pensamento crítico;
- proporcionar a cada criança condições de bem-estar e segurança, designadamente no âmbito da saúde individual e colectiva;

- proceder à despistagem de inadaptações, deficiências e precocidades, promovendo a melhor orientação e encaminhamento da criança;
- incentivar a participação das famílias no processo educativo e estabelecer relações de efectiva colaboração com a comunidade".

Esta lei preconizava objectivos não apenas ligados ao desenvolvimento sócio-emocional mas também intelectual, enunciava princípios claros de educação para a cidadania e afirmava o papel da educação pré-escolar na correcção de assimetrias sociais e na igualização de oportunidades. Concebia uma educação pré-escolar em estreita articulação com a educação de adultos e implicando o desenvolvimento destes à medida que participavam nas instituições para a infância.

A fim de coordenar todas as iniciativas visando o desenvolvimento da educação pré-escolar, foi criado um Gabinete para a Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar (despacho 186 ME/MSSS/MEPAT/96), o qual envolveu a participação do Ministério da Educação e do Ministério da Solidariedade. Este Gabinete interministerial tinha objectivos. Estes eram os seguintes:

"**a)** a concepção de linhas de acção relativas ao Programa de Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar, através de:
   – elaboração de normativos que enquadrem o seu desenvolvimento;
   – desenvolvimento de propostas na área de intervenção pedagógica, nomeadamente as linhas de orientação curricular, a organização pedagógica e a formação de educadores;

**b)** a promoção e o acompanhamento das medidas de desenvolvimento do Programa;

**c)** a criação de incentivos ao lançamento de programas de inovação, de formação, e de pesquisa, em articulação com outros serviços e entidades, no sentido de melhoria de qualidade de toda a rede".

Se por um lado era importante desenvolver drasticamente a rede de educação pré-escolar, que em 1995 cobria apenas cerca de 36% da população dos 3 aos 5 anos de idade, era também necessário que todos os jardins de infância tivessem uma componente educativa e social, o que implicava alargar os horários e garantir refeições nos jardins de infância tutelados pelo Ministério da Educação, e garantir também qualidade pedagógica nos jardins de infância da rede de solidariedade social, mais vocacionados para o apoio social às famílias. Tal qualidade pedagógica passava pela implementação de Linhas Orientadoras Curriculares comuns a todos os jardins-de-infância. Estas Linhas Orientadoras foram desenvolvidas progressivamente, ao longo de dois anos, num amplo processo de consulta a profissionais, investigadores, formadores e entidades ligadas à administração educativa.

O Gabinete para a Expansão era dotado de um Conselho Consultivo constituído por representantes da Associação Nacional dos Municípios Portugueses, da União das Instituições Particulares de Solidariedade Social (IPSS's), da Associação dos Estabelecimentos do Ensino Particular e Cooperativo (AEEP) e da União das Misericórdias, bem como de dois reconhecidos investigadores no âmbito da educação pré-escolar.

Celebraram-se protocolos com a Associação Nacional dos Municípios Portugueses, com a União das IPSS's e das Misericórdias e com a AEEP. Estes parceiros eram vitais para garantir o processo de expansão e desenvolvimento de uma rede nacional de educação pré-escolar, tal como a nova Lei-Quadro preconizava. Procedeu-se à criação da legislação que regulamentava a Lei-Quadro (DEB, 1997, Novembro). Concertou-se a estratégia de concepção e lançamento das Orientações Curriculares para a educação pré-escolar (DEB, 1997, Novembro), e delinearam-se estratégias para a disseminação da qualidade em todos os jardins de infância da rede nacional (DEB, 1998, Outubro), nomeadamente lançando projectos de avaliação da qualidade ligados ao estabelecimento e envolvendo directamente as equipas educativas.

O Governo passou a assumir um novo papel: ser um Estado que restringe a centralização de serviços e fomenta uma administração menos burocrática, promovendo assim uma supervisão mais eficiente; por outro lado, passou a desempenhar um papel regularizador e compensatório, o que permitia uma melhor coordenação das ofertas educativas para a educação pré-escolar (Formosinho, 1994). O seu papel regulador consistia em produzir legislação, oferecer apoio técnico e pedagógico, e criar um sistema de inspecção. A melhor supervisão consiste em fazer funcionar a avaliação pedagógica e do sistema através de um sistema consistente de inspecção. A coordenação de ofertas educativas implica a monitoragem contínua do sistema, por forma a tornar possível o papel compensatório do Estado e o desenvolvimento da rede pública como modelo-padrão. Por papel compensatório entende-se que o Estado deverá dar uma atenção muito especial e mais directa às regiões isoladas e às áreas socialmente carenciadas.

Ao assumir estes vários papéis, o Estado tem de mobilizar iniciativas e de garantir o pleno acesso de todas as crianças à educação infantil. Deve também equilibrar o seu papel no planeamento e na arbitragem – que regula, identifica e corrige as assimetrias internas do sistema – com o seu papel na promoção de projectos diversificados em cada região e em cada Comunidade Educativa.

O papel estratégico do Estado implica:

- considerar os estabelecimentos de educação pré-escolar como tendo simultaneamente uma função educativa e uma função social;
- manter o papel de modelo-padrão assumido pela rede pública de jardins de infância e melhorar esta rede na periferia das grandes cidades e em regiões educacional e culturalmente carenciadas;
- fomentar as iniciativas de entidades não públicas na criação de outros programas de educação pré-escolar;
- oferecer uma maior visibilidade do Estado através de um sistema integrado de apoio e controlo técnico, avaliação, supervisão, formação, construção de recursos pedagógicos e inspecção;
- garantir a flexibilidade dos diferentes modelos organizativos de acordo com as necessidades sociais de cada região, mas favorecendo uma clara articulação com as escolas do 1.º ciclo;
- promover uma administração menos burocratizada e um melhor planeamento da rede nacional;
- compensar as desigualdades sociais e regionais existentes no país.

A Lei-Quadro para a Educação Pré-Escolar reconhece o princípio da tutela pedagógica única como competência do Ministério da Educação. Segundo Formosinho (1997) a tutela pedagógica única «é o instrumento mais adequado para conseguir que todos os contextos de educação pré-escolar concretizem a oferta de educação de infância como serviço educativo e como serviço social» e implica «a criação de regras comuns a todos os contextos de educação pré-escolar» (pg. 35). Assim, segundo a Lei, nomeadamente o seu artigo 8.º, afirma-se que o Estado define as orientações gerais a que se deve subordinar a educação pré-escolar, sobretudo nos seus aspectos pedagógico e técnico, competindo-lhe:

- "definir regras para o enquadramento da actividade dos estabelecimentos de educação pré-escolar;
- definir objectivos e linhas de orientação curricular;
- definir os requisitos habilitacionais do pessoal que presta serviço nos estabelecimentos de educação pré-escolar;
- definir e assegurar a formação do pessoal;

- apoiar actividades pedagógica;
- definir regras de avaliação da qualidade dos serviços;
- realizar actividades de fiscalização e inspecção".

A tutela pedagógica não deve uniformizar ou estatizar, mas tornar-se caminho e afirmação de dinâmicas e possibilidades múltiplas, num quadro de referências amplo proporcionado pela lei, com atribuição de responsabilidades claras entre os diferentes intervenientes. Segundo Vasconcelos (1998) são as seguintes as dimensões da tutela pedagógica única:

- O reconhecimento da diversidade de modalidades de educação pré--escolar, em adequação aos contextos e possibilidades locais, mas salvaguardando sempre a dupla vertente da educação pré-escolar como primeira etapa da educação básica: a função educativa e o apoio social às famílias. Nesta diversidade de modalidades se incluem, além do jardim-de-infância tradicional, a possibilidade de organizar educação pré-escolar itinerante ou de proporcionar actividades de animação infantil comunitária.
- A articulação primordial (e urgente) com o 1° ciclo do ensino básico, na certeza de que, quando esta articulação se realiza, as aprendizagens das crianças são muito mais profundas, determinantes e sequenciais. Não podemos também esquecer a articulação com instituições destinadas a crianças dos 0 aos 3 anos e a necessidade de que, também estas, assegurem qualidade pedagógica e intencionalidade educativa.
- O estabelecimento de normas, critérios pedagógicos e técnicos de instalação e/ou adaptação de instalações. Subsequente à Lei desenvolveu-se um decreto-lei e vários normativos regulamentadores da Expansão, os quais explicitavam as regras do financiamento, instalações, materiais e equipamento, horários dos estabelecimentos, comparticipações das famílias, orientações curriculares, etc.
- A concepção, lançamento e acompanhamento de Orientações Curriculares para a educação pré-escolar a nível nacional, na certeza de que o tempo curricular (de intencionalização educativa) deve implicar a planificação, intencionalização da actividade educativa, avaliação e registo. As Orientações Curriculares foram construídas a partir de um amplo processo de consulta de profissionais, serviços e investigadores e são a expressão da maturidade de um grupo profissional. Obedecem aos princípios de sequencialidade e articulação

entre níveis educativos. Os educadores, inseridos nas respectivas equipas pedagógicas, devem ser os gestores do currículo no contexto do projecto educativo da respectiva instituição.

- A valorização do pessoal técnico e auxiliar e o compromisso pela sua formação contínua. Foi consagrado o grau de licenciatura para os educadores de infância e programados cursos de complemento de formação para os não licenciados, garantindo a mesma formação de base para todos os professores, independentemente do nível de ensino em que leccionam.
- O envolvimento dos pais de forma sistemática. A Lei reconhece como é vital o envolvimento dos pais no projecto educativo e na gestão das instituições. Sabemos hoje que não é possível uma educação pré-escolar de qualidade sem o envolvimento dos pais.
- A definição de regras de avaliação da qualidade dos serviços sob o ponto de vista educativo e social. A este nível estabeleceram-se parâmetros avaliativos por parte dos diferentes serviços (inspecção, estruturas centrais e regionais do Ministério da Educação e da Solidariedade). Desenvolveram-se ainda projectos de avaliação centrada nas instituições, orientados para metas progressivas de melhoria, construídos a partir do interior das instituições e envolvendo os profissionais no processo de mudança.
- A fiscalização e inspecção, bem como o apoio à animação pedagógica. Se o papel regulador do Estado não pode ser posto em causa sob pena de cairmos em mecanismos mais sofisticados de exclusão escolar e social, há que encontrar patamares diversificados de regulação da qualidade e de animação pedagógica, nomeadamente através das Organizações profissionais, dos Movimentos pedagógicos, de redes e projectos de dinamização local.
- A salvaguarda do princípio de igualdade de oportunidades e de correcção de assimetrias sociais. Se tutela implica uma autoridade eivada de protecção e garantia de segurança, há que salvaguardar de forma ainda mais intencionalizada a qualidade dos estabelecimentos de educação pré-escolar onde existam crianças e famílias menos capazes de a exigir. Se queremos discriminar positivamente as crianças e famílias mais desfavorecidas, dando-lhes igualdade de oportunidades, o Estado deve investir amplamente na melhoria da qualidade das instituições que as servem.

A tutela pedagógica não pode ser imposta de forma burocrática, e tem que ser construída numa dinâmica colectiva e interactiva de esforços, num processo de articulação entre ministérios, entre organismos da administração central, regional e local, entre poderes públicos, autárquicos, privados e solidários; entre profissionais com funções e formações diversificadas, incluindo o pessoal auxiliar e os professores do 1.º ciclo; com as famílias e entre as famílias. Trata-se de um processo indutor de uma "co-construção de uma tutela pedagógica única" (Vasconcelos, 1998).

Depois de largos anos, em que não se investiu na educação e cuidados para a infância, o Governo português e a sociedade civil revelaram ser crucial o investimento na educação de infância para o desenvolvimento sustentado da sociedade portuguesa. A estrutura legal enquadradora, foi desenhada conjuntamente pelos Ministérios da Educação e Solidariedade, assumindo o Ministério da Educação a tutela pedagógica das instituições destinadas às crianças dos 3-6 anos. Neste processo legislativo o modelo de desenvolvimento para este sub-sistema educativo centrado em parcerias, manifestou problemas na implementação. Por isso há que continuar a desenvolver o nível de oferta da educação infantil de forma a torná-la realmente universal.

Presentemente o ensino Infantil em Portugal não é obrigatório. É de frequência facultativa e é ministrado em jardins-de-infância públicos (grátis) e privados.

Segundo o gabinete de Estatística e Planeamento de Educação, que visa contribuir para aprofundar o conhecimento sobre o sistema educativo a educação pré-escolar teve em 2006/2007 um acréscimo de alunos de 1488 para um total de 247224; sendo a taxa de pré-escolarização de 78,4%.

Taxa bruta de pré-escolarização[1], segundo o ano lectivo (%).

| **Educação Pré-escolar** | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Anos** | **1985/86** | **1995/96** | **2000/01** | **2001/02** | **2002/03** | **2003/04** | **2004/05** | **2005/06** |
| **Continente** | 29,7 | 57,8 | 75,4 | 76,9 | 76,9 | 77,5 | 77,8 | 78,0 |
| **Portugal** | 29,3 | 58,0 | 75,6 | 77,2 | 77,3 | 77,9 | 78,3 | 78,4 |

O Estado português não pode descurar o apoio às crianças de 0-3 anos, sob pena de discriminar muitas famílias e não desenvolver políticas de igualdade de oportunidades entre mulheres e homens. Num país onde grande parte das mulheres trabalham, o atendimento das primeiras idades passa a ser uma responsabilidade social e não apenas assunto das famílias,

[1]Taxa bruta de escolarização: relação percentual entre o número total de alunos matriculados num determinado ciclo de estudos (independentemente da idade) e a população residente em idade normal de frequência desse ciclo de estudos.

ou, implicitamente, das mulheres. Tem que assumir também funções mais amplas e sistemáticas no atendimento aos 0-3 anos. Por outro lado é fundamental, repensar o estatuto das educadoras que trabalham com este nível etário, pois os anos de serviço não lhes são contados.

Outro desafio é o da melhoria pedagógica dos jardins-de-infância. Se o lançamento pelo Ministério da Educação, das Orientações Curriculares (1997) constituiu um marco importante, há que acompanhar no terreno a implementação dessas mesmas orientações, através de uma supervisão de qualidade, de animação pedagógica e de formação profissional.

A qualidade das instituições para a infância é ainda determinada pelo real envolvimento dos pais. Se a Lei consagra esta necessidade, há que encontrar estratégias de construção de parcerias e de liderança de forma a que os pais participem activamente e reconheçam as instituições como suas.

Torna-se ainda necessário investir numa articulação privilegiada com o 1° ciclo da educação básica. As novas modalidades de gestão e administração das escolas permitem a formação de agrupamentos com outros níveis de ensino. Mas é prioritário criar uma real gestão conjunta através da dinamização de projectos educativos coerentes e concertados que tenham expressão nos diferentes níveis de ensino.

A decisão de formar docentes ao nível de licenciatura para leccionar em qualquer grau de ensino incluindo o infantil, foi um passo decisivo. Há ainda um longo trabalho a fazer na valorização dos profissionais, nomeadamente na garantia de salários dignos em todas as redes (nomeadamente na rede solidária). É necessário investir de forma sistemática na formação em serviço, sempre que possível ligada ao projecto educativo do estabelecimento. Urge ainda criar incentivos para os profissionais que trabalhem em zonas isoladas e/ou desfavorecidas e também encontrar formas de atrair profissionais do sexo masculino para este nível educativo, pois 99,8% dos profissionais em exercício são do sexo feminino.

Se o "Plano de Expansão da Educação Pré-escolar" em Portugal foi um processo de construção de parcerias, é necessário continuar a estimular essas, mesmas parcerias, nomeadamente com os municípios, de forma a investir na qualidade da rede pública ou privada de educação pré-escolar da sua área de influência. Construindo parcerias com as famílias e com os profissionais e suas organizações, os municípios entenderão que a qualidade da educação é uma dimensão crucial da cidadania e da democratização da sociedade.

Compete ao Estado, em articulação com a sociedade civil, investir e financiar a inovação e a pesquisa. Sem divulgação de práticas exemplares e sem regular o sistema através de investigação e avaliação sistemática, não é possível uma efectiva melhoria de qualidade.

O Relatório do Exame Temático da OCDE à Educação e Cuidados para a Infância em Portugal (OECD, 1999, Dezembro) alerta para alguns destes problemas e faz importantes recomendações ao Estado Português. Reconhecendo a alta prioridade concedida à educação e bem-estar das crianças mais pequenas em Portugal, considera existirem «algumas realidades políticas difíceis que têm de ser enfrentadas» (1999, pg. 52). Insiste na necessidade de uma estratégia governamental para as crianças dos 0 aos 3 anos; na necessidade de prestar especial atenção aos problemas das mulheres, mães de família, sob pena de avolumar antigas discriminações; na importância de melhorar a coerência das medidas políticas e sua implementação; no reforço de uma estratégia de inspecção e auto-avaliação; na aposta da investigação, garantindo o seu financiamento.

Considerando a educação de infância como o começo de um processo de educação e formação que se desenvolve ao longo de toda a vida, espelho do desenvolvimento de um país, relacionou-se a educação de infância com a política ao nível económico, social e cultural da população portuguesa.

A educação de infância é um bem social, educativo e cultural. A cultura pressupõe aprender ao longo da vida e requer curiosidade intelectual e capacidade de resolução de problemas, exigindo uma postura ética. Cultura quer também dizer e reconhecer a existência de sociedades plurifacetadas, multiculturais, onde se afirma a diferença mas se garante a igualdade de oportunidades.

Proporcionar uma educação infantil como bem social, educativo e cultural, é um projecto de cidadania para toda a sociedade portuguesa, de forma a considerar as crianças como cidadãs de pleno direito, capazes de participar activamente na melhoria da sociedade.

A intensificação das relações sociais à escala mundial, resultado do processo de globalização, leva a que a unidade da Humanidade no próximo milénio, só possa ser concebida/pensada com base na diversidade cultural. Para todas as civilizações, o denominador comum, defendido para a educação é educar para o bem, para a verdade, para conhecer e entender o universo. O problema da educação actual é decidir como e com que elementos se devem actuar para formar cidadãos aptos para desempenhar com agilidade, no mundo de hoje, dominado pela tecnologia, com mudanças contínuas, pequeno em distâncias e imenso em possibilidades.

Portugal apesar de ser um país semiperiférico, tem sentido os efeitos do fenómeno da globalização, tendo-se verificado um aumento de imigrantes provenientes dos países africanos de expressão oficial portuguesa, e de comunidades diversas de ciganos, hindus e muçulmanos, não esquecendo os europeus que se fixam em particular no Algarve. Os imigrantes provenientes da Europa e África, em 1985 eram 24,5% e 26%, para em 1995, apresentarem valores bastante mais elevados: 42,8% e 75% respectivamente (Baganha; Ferrão; Malheiros, 1999:149).

As características multiculturais da sociedade portuguesa deverão continuar a acentuar-se, uma vez que se espera um crescimento dos fluxos migratórios heterogéneos.O sistema educativo vê-se, assim, confrontado com a necessidade de responder de forma adequada, tanto em termos de materiais educativos como no que se refere a valores e atitudes. Não está em causa apenas o sucesso escolar mas, sobretudo, o sucesso educativo, o que pressupõe a formação de um cidadão participativo e cooperante. Como afirmam Stoer e Cortesão (1999), a escola deve constituir um espaço democrático para a construção da cidadania. Ou seja, "aprender a viver em comum' representa é um aspecto fundamental da educação, conjuntamente com os três outros: aprender a conhecer, a fazer e a ser" (Delors, in Azevedo et al, 1999:10). A necessidade de assumir uma "política de reconhecimento" (Taylor, 1994) do valor do Outro e de outras culturas, é fundamental para o desenvolvimento de uma atitude positiva para com a questão da diferença. Como refere Touraine para podermos viver juntos, "não existe outra resposta (...), além da associação da democracia política e da diversidade cultural baseadas na liberdade do sujeito." (1997:215).

Neste sentido, há que desenvolver nas crianças, nos jovens – nos cidadãos do novo milénio – "competências culturais" (Jordán, 1996), quer dizer, desenvolver competências e atitudes que lhes permitam interagir e viver em sociedades, marcadamente multiculturais e os capacitem para lidar com a "diferença". A prática de uma educação inter cultural entendida como "um percurso agido em que a criação da igualdade de oportunidades supõe o conhecimento/reconhecimento de cada cultura, garantindo, através de uma interacção crescente, o seu enriquecimento mútuo" (Cortesão e Pacheco, 1991:34), torna-se um imperativo que a instituição escolar não pode, não deve esquecer.

A instituição escolar confronta-se com desafios, novas exigências em termos de currículo, estratégias, materiais pedagógicos e formação de professores. Face a uma escola tradicionalmente mono cultural, a diversidade social e cultural ganha o estatuto de "algo normal", em que as diferenças sociais, culturais, étnicas, e rácicas são encaradas como elementos enriquecedores: aprender, ensinar e interagir apresenta formas diferentes consoante as características individuais e as condições culturais. Ou seja, aprender deixa de ser apenas a aquisição de factos e conhecimentos, ela é também, e cada vez mais, o desenvolvimento de capacidades reflexivas e críticas. Para isso é necessário compreender que as "culturas devem ser entendidas, cada vez mais, como elaborações colectivas, em transformação constante, resultante de partilhas e trocas na base de um sentido de comunidade entre os homens e as mulheres de todas as culturas". (Cardoso, 2002). Contudo, há que ter presente que da educação inter cultural, e do diálogo inter cultural que daí decorre, deve resultar não "guetos curriculares" mas que da "diversidade cultural se construa uma sinfonia e não uma algazarra curricular".

Se como refere Perotti (1997) o acto educativo deve estar antes do acto de ensino, a educação infantil assume uma papel primordial na preparação das crianças para se desenvolverem numa sociedade multicultural e "idealmente inter cultural". Consideramos que este princípio deve começar na primeira etapa da socialização secundária e deve orientar o trabalho pedagógico em cada jardim de infância, independentemente da presença ou não da diversidade étnica ou cultural na sala ou instituição, porque o objectivo é formar cidadãos para uma sociedade aberta e plural. O reconhecimento do papel da educação infantil na implementação daquele princípio é referido de uma forma clara na Lei-Quadro do Pré-Escolar (1997) quando se sublinha a importância de neste nível de ensino se promover o "desenvolvimento pessoal e social da criança com base em experiências de vida democrática numa perspectiva de educação para a cidadania; b) fomentar a inserção da criança em grupos sociais diversos, no respeito pela pluralidade das culturas, favorecendo uma progressiva consciência com o mundo da sociedade; c) contribuir para a igualdade de oportunidades no acesso à escola e ao sucesso de aprendizagem".

Assim, segundo afirma Cabral (1999, p. 40) a educação no séc. XXI, tem de "centrar-se não só no aluno, não só no professor, mas na prossecução do conhecimento" em que tem de se considerar "a família como parte integrante não só da sua estrutura humana, mas também do seu processo curricular, em que na escola do séc. XXI o "possível define-se pela nossa capacidade de gerir a construção do futuro em toda a sua complexidade, isto é, pela nossa capacidade de perceber a realidade que nos inscreve e circunscreve, de conceber cenários – projecções das tendências percebidas, de aceitar o indeterminado que sabemos integrar toda e qualquer acção ou desígnio humano. Em termos práticos, tudo isto significa que a educação deixou de ser uma variável controlada, para passar a ser um problema fundamental da própria vida" (p. 42). Por isso, a educação e a reinvenção da escola, como espaço de aprendizagem, vai ajudar-nos a compreender o desafio que temos pela frente.

### 1.4. A qualidade na Educação de Infância

A qualidade na Educação de Infância implica diversos pressupostos. Hoje em dia, para além da preocupação com a qualidade da educação da primeira infância, há também com a vida, estendendo-se a muitos lugares, ligada a várias actividades e instituições, bens e serviços. Há um número crescente de autores preocupados com o contexto, com a complexidade relacionados à qualidade (Dahlberg, 2003; Formosinho, 1994; Kishimoto (2002); Formosinho e tal. (2004); Pascal e Bertram, 1999; Zabalza, 1998, 1999).

Casassus (1999) afirma que qualidade é um termo ambíguo, que é variável consoante o tempo, interesses, critérios como o estrato social, os interesses corporativos e outros. O conceito pode referir-se à utilização da educação associado ao mercado de trabalho (o que supõe pensar no desenvolvimento de competências para entrar no mercado do trabalho); à educação para melhores condições de saúde, à vida cívica, relacionada ao desenvolvimento da cidadania, ou referir-se à integração cultural, associado a uma nação, etnia, crença religiosa, etc.

Segundo Dahlberg, Moss e Pence (2003), qualidade é um conceito subjectivo, baseado em valores, relativo e dinâmico, com possibilidade de múltiplos entendimentos o que significa conceber a produção de critérios como sendo um processo de construção permeado por influências sociais, culturais, políticas e morais.

Malta (2003) afirma que a qualidade da educação pode ser avaliada; deve também considerar a cultura da escola e o seu ambiente de interacções. Autores que pesquisam a qualidade, chamam-nos a atenção, a partir da década de 90, para a crescente necessidade de problematização ou questionamento do conceito de qualidade, uma vez que a questão tem sido tratada como se fosse um entidade universal e reconhecível, externa, à espera de ser descoberta.

As avaliações do desenvolvimento da criança e da qualidade, produzem, muitas vezes, mapas abstractos que dizem como é que a criança ou a instituição devem ser, distanciando a nossa atenção para descobrir como na realidade são.

Dahlberg, Moss e Pence (2003), defendem que se deve "extrair sentido" da experiência humana de forma a que haja significados nos estudos da prática real, pois podem existir inúmeros significados e entendimentos, que não podem ser reduzidos a adequar critérios categorizados e preconcebidos. É dentro desta perspectiva que o conceito de qualidade pode remeter-nos a variadas interpretações filosóficas, económicas e culturais.

Para "permitir a avaliação dos padrões ou o desempenho das instituições dedicadas à primeira infância" considera-se três grupos: estrutura (referem-se aos recursos e às dimensões organizacionais das instituições; processuais (referem-se ao que acontece na instituição) e o de resultado (tem sido definido principalmente em termos de alguns aspectos de desenvolvimento da criança) (Dahlberg, Moss, Pence, 2003, p. 132).

Quando pensamos em educação e qualidade de vida na primeira infância não podemos esquecer a formação do educador e professor, aos desafios e confrontos a que essa formação e prática estão sujeitos, já que a cada prática pedagógica está implicada uma concepção de infância, de educação e qualidade.

Todas as crianças têm direito a uma Educação de Qualidade, que contribua para melhorar as condições familiares e sociais, mas que, na sua essência promova e potencie o seu desenvolvimento global.

Miguel Zabalza (1998) considera a Educação Infantil como "uma etapa eminentemente educativa e portanto destinada a tornar possíveis, progressos pessoais que não seriam alcançados se a escola não existisse. Por isso, todas as crianças, inclusive aquelas em melhor situação social e económica beneficiarão de frequentar a escola".

A qualidade da educação e do processo ensino-aprendizagem exige, segundo Sacristán (2003), contemplar e dirigir-se ao aluno, que, ao melhorar enquanto pessoa, aprendente e cidadão acaba por aperfeiçoar a sua própria sociedade.

A riqueza da heterogeneidade socio-económica e cultural, permite promover a partilha de experiências e o confronto salutar e cívico de crenças e valores educacionais, conduzindo-nos à identificação de diferenças que deverão ser respeitadas e consideradas no projecto educativo co-construído.

As propostas pedagógicas devem contemplar a leitura de diversas realidades envolventes, aceitar as diferenças e promover a sua transformação e conciliação. O Projecto educativo do Jardim-Escola deve ser flexível e fundamentado nas ciências sociais, psicológicas e pedagógicas, numa perspectiva ampla e multicultural, de forma a promover a qualidade de vida das crianças, das suas famílias rentabilizando recursos internos e externos.

A qualidade da educação de infância exige uma supervisão pedagógica e a prossecução das finalidades do projecto educativo. Mas, a qualidade é também influenciada pela estrutura e funcionamento institucional, não dependendo apenas do planeamento e organização interna de cada centro infantil, mas também do desenvolvimento profissional das equipas.

As crianças que experienciam contextos educativos de qualidade desenvolvem sentimentos mais elevados de auto-estima, aspirações mais elevadas, sentimentos de segurança e de auto-eficácia. Reúnem um conjunto de competências indispensáveis ao desenvolvimento do apetite para aprender… As investigações demonstram que tais contextos têm efeitos significativos nas aprendizagens da criança ao longo de toda a sua escolaridade e no seu desenvolvimento social e afectivo.

Embora possa ser claro que existe uma ligação íntima entre desenvolvimento afectivo e intelectual, amor e segurança não bastam para activar o potencial de desenvolvimento da criança. Importa saber criar ambientes desafiantes e estimulantes, que proporcionem novas experiências à criança em contextos significativos, oportunidades para aprendizagens activas e resolução de problemas.

A ênfase colocada na qualidade da educação surge no seguimento de estudos que demonstram que tais contextos têm efeitos significativos nas aprendizagens das crianças ao longo de toda a sua escolaridade e no seu desenvolvimento social e afectivo (Bairrão & Tietze, 1993). Pelo contrário, a má qualidade dos serviços prestados à criança assumem-se um desperdício (Weikart & Hohmann, 1998), o que leva Formosinho a afirmar que "os maus serviços da educação pré-escolar representam uma oportunidade perdida de contribuir de modo significativo para a qualidade de vida e para o futuro da criança" (Formosinho, J., 1994:2).

As investigações indicam também que é, sobretudo a natureza e qualidade das interacções que distingue os programas de elevada qualidade. Adultos sintonizados e atentos às necessidades das crianças, que sabem o que fazem e porque o fazem são um factor essencial ao bem-estar e desenvolvimento da criança.

Para Zabalza (1998:31) a qualidade organiza-se em três eixos: vinculada aos valores, à afectividade (através da obtenção de resultados de alto nível) e à satisfação dos participantes no processo. Este investigador (ibidem: 49) aponta uma série de aspectos que podem influenciar a qualidade em educação infantil:

- organização de espaços amplos, bem diferenciados de fácil acesso e especializados em função das actividades;
- equilíbrio entre a iniciativa infantil e o trabalho dirigido no momento de planear e desenvolver actividades;

- atenção privilegiada aos aspectos emocionais – sentimentos de segurança, prazer, auto-estima;
- utilização de uma linguagem enriquecida – permite descodificar o real, construir o pensamento;
- diferenciação de actividades e rotinas estáveis de modo a abordar todas as dimensões do desenvolvimento e capacidades;
- atenção individualizada a cada criança;
- sistemas de avaliação de cada criança e respectivo grupo;
- interacção família e meio;
- materiais diversificados e polivalentes – estimulantes, capazes de proporcionar acção, ampliando as vivências e experiências, poderão ser comerciais ou construídos, formais ou provenientes da vida real são eles a condição de possibilidade do desenvolvimento de muitos dos aspectos anteriores.

Segundo Moss (op.cit), a definição de qualidade "reflecte valores, crenças, necessidades e prioridades, influência e aumento de poder por parte daqueles que organizam esses serviços.

Na perspectiva do Ministério da Educação (1998:17) aspectos como: qualificação, formação, estabilidade, condições de trabalho do professor, qualidade e quantidade de materiais e equipamento, espaço por criança e cuidados com a saúde e higiene são factores de qualidade.

Para Katz a qualidade em Educação de Infância passa por "perspectivas múltiplas da qualidade de programas pré-escolares; *ratio* adulto/criança, equipamento, materiais, espaços, a perspectiva da própria criança, a relação pais e equipa institucional, relações entre colegas, entre educadores/pais e, também a perspectiva social, analisando a validade da instituição (ibid, ibidem: 49).

A qualidade é, também, corporalizada pelo Educador de Infância, enquanto actor e interventor social numa sociedade que permanentemente o interpela e lhe exige uma intervenção não-standard (Sá-Chaves, 1994). Defensor de uma participação activa da (re) construção do seu conhecimento aberto ao contexto de origem da criança, preocupado, igualmente, com o tempo em que hoje as infâncias se situam. Só assim poderá desenvolver uma atitude de intervenção criticamente reflectida, com vista a uma acção ética, política, histórica, cultural e socialmente situada. Actor social, capaz de manter a utopia de: "combater sem agressividade, esperar sem se tornar passivo, conservar-se na marcha geral, embora escolhendo o seu próprio caminho e jamais esquecendo seu rumo, aberto sempre a todas as ideias e acolhedores de todos os estímulos. Sem internas quebras, navegar ao que parece impossível, sem desânimo, adiantar a tarefa sem temer o paradoxo, dar toda a eternidade à corrida do tempo, sem pressa, nunca cessando a marcha", tal como nos desafia Agostinho da Silva.

O desafio que a qualidade nos coloca, assenta numa busca e reflexão contínua inseridas num processo dinâmico de transformação, tendo em vista, a satisfação plena dos que beneficiam da educação mas também dos que a promovem e nela participam.

### 1.5. O desenvolvimento curricular

Na construção de uma escola com qualidade e com sucesso é inquestionável o contributo da educação pré-escolar, enquanto primeira etapa da educação básica, promotora da aprendizagem e de desenvolvimento. A consciência da importância deste nível de ensino surge associada a uma maior exigência sobre os processos de gestão curricular dos educadores de infância, apoiados nas OCEPE, e em articulação com os restantes níveis de ensino, nomeadamente com o 1.º ciclo do ensino básico.

Actualmente, no nosso país, há uma preocupação com o desenvolvimento do currículo na educação infantil.

As orientações curriculares para a educação pré-escolar (OCEPE, 1997) definem-se como um quadro de referência para todos os educadores, possibilitando diferentes currículos e opções. "A diversidade de situações e a variedade de reacções das crianças que iniciam a educação pré-escolar exigem, uma grande atenção flexibilidade e receptividade por parte do educador para encontrar respostas adequadas". (p. 88). Neste contexto, o educador concebe e desenvolve o currículo, baseando-se nos documentos oficiais, mas tendo grande liberdade para o contextualizar no quotidiano escolar. O currículo deveria ser apenas o balizador, para que o professor pudesse ensinar dando um significado e procurando um contexto, para tudo o que está sendo aprendido. A legislação sobre a Gestão do Currículo na Educação Pré-Escolar – Contributo para a sua Operacionalização" (1997) integra princípios sobre a organização curricular, procedimentos na avaliação da acção educativa, organização e gestão das actividades de animação e de apoio à família, processo individual da criança, articulação entre a educação pré-escolar e o 1.º ciclo do ensino básico.

Assim o educador precisa incorporar várias perspectivas: a sua, a da criança, a dos pais e a da comunidade.

Para existir qualidade na Educação Infantil o educador deve actualizar as potencialidades que qualquer currículo possui, utilizando-as em benefício da criança.

O educador deve criar múltiplas possibilidades para o processo ensino-aprendizagem, fazendo educação diferenciada, e ajudando as crianças a desenvolver competências.

Bennett (2004) afirma que vários autores na área da educação infantil concebem o currículo em termos muito "abertos", apoiado em práticas adequadas, encorajando as crianças a escolher e a aprender através de experiências activas com pessoas, materiais, acontecimentos, ideias, dando espaço às cem linguagens da criança. Pretende-se que o currículo atenda às necessidades e identidades da criança, privilegiando o seu bem-estar e proporcionando actividades que visem o seu desenvolvimento em várias áreas.

A principal tarefa dos centros da educação de infância (Portugal e Santos, 2004; Portugal, 2005) será a de proporcionar um espaço seguro e estimulante, em que as crianças construam a sua identidade desenvolvam atitudes positivas para com os outros, para com a aprendizagem e para com a expressão de ideias e sentimentos.

A diferenciação pedagógica deve permitir e contribuir para uma maior igualdade de oportunidades. A promoção do sucesso educativo implica determinadas condições: as que estão ligadas ao comportamento da criança no grupo, as que implicam determinadas aquisições indispensáveis para a aprendizagem de leitura, escrita e matemática e as que se relacionam com as atitudes.

As OCEPE (1997) apontam para o desenvolvimento curricular, implementado pelo educador, através da organização do ambiente educativo da continuidade e intencionalidade educativa e da abordagem de áreas de conteúdo que são: a formação pessoal e social, a expressão e comunicação e a do conhecimento do mundo. Na área de expressão e comunicação é onde estão englobadas os domínios: das expressões motora, dramática, plástica e musical, da linguagem oral e abordagem à escrita e da matemática como suporte do desenvolvimento curricular, as orientações acentuam a importância, através de uma pedagogia estruturada de actividades lúdicas que deverão revestir o desenvolvimento e aprendizagem num processo de construção de identidade da criança (auto-estima positiva, confiança nas suas capacidades), formação de atitudes (atitude positiva perante o desafio sem recreio do fracasso, capacidade para gerir a mudança mesmo em circunstâncias difíceis, confiança nos outros, assertividade, resolução de conflitos) e aprendizagens activas.

Sylvia e Wiltshire (1993, in Bennett, 2004) alertam para o facto de que as crianças poderão experimentar situações de insucesso, dependência do adulto, ou construção de percepções negativas sobre as suas competências, se o programa for demasiado formal.

Segundo Bennett (2004), os dados recolhidos por especialistas em educação, da OCDE, levam a concluir que o trabalho pedagógico de qualidade, não depende somente das insuficiências na estrutura de apoio ao desenvolvimento de práticas de qualidade (n.º de alunos, *ratio* criança - adulto, condições de trabalho e salário, espaços e equipamento dos jardins-de-infância…) mas também das teorias e práticas pedagógicas inadequadas, pois a cada prática pedagógica está implicada uma concepção de infância, de educação e de qualidade.

Dahlberg, Moss, Pence (2003) defendem que o facto das práticas pedagógicas serem diferenciadas, há formação continuada no contexto, pois a construção de uma nova prática pedagógica não ocorre de imediato; é lenta, processual, não se efectiva por igual, variando devido aos interesses, valores e práticas individuais de cada professor. A sistemática do processo de formação pode ser a possibilidade de actuação de forma similar, no sentido de garantia de um projecto consistente, coeso e de qualidade para a criança.

Segundo aqueles investigadores em contextos de educação infantil podem ser observados teorias e práticas pedagógicas inadequadas: insuficiente ou inadequada interacção com as crianças; pouca valorização das aprendizagens horizontais realizadas pelas crianças; dificuldades na gestão de grupos; escassez de ambientes de aprendizagem estimulantes; inexistência de trabalho de equipa e de práticas reflectidas; relutância ou rejeição em determinados objectivos valorizados pelas famílias, escolas e sociedade; focalização em objectivos académicos. Há práticas pedagógicas que não abrangem o que algumas investigações e observação defendem: a sua grande capacidade para aprender, em diversas áreas e domínios (emocionais, sociais, linguísticos, motoras, cognitivos…); a importância das interacções com famílias, entre crianças, entre educadores; a aprendizagem de múltiplos aspectos (desenvolvimento da linguagem, controlo emocional, competências sociais, curiosidade acerca do mundo…) (Bennet, 2004, p. 10 e 15).

O educador deve pensar e preparar actividades num ambiente estimulante, sem a formalização de objectivos específicos e rígidos formulando, como refere Laevers (2004b), “pontos de atenção” de forma a promover vivências e experiências educativas que dêem sentido aos diferentes conteúdos. A relação individualizada que o educador estabelece com cada criança deve ser facilitadora de interacção entre crianças, em momentos diferentes de desenvolvimento e da aprendizagem. O educador alarga as oportunidades educativas e tal como afirma Roldão (2003) tem a "a competência de criar e conceber situações que realmente servem para demonstrar se o aprendente se tornou ou não competente" (P. 57), sendo capaz "de mobilizar adequadamente diversos conhecimentos prévios, seleccioná-los e integrá-los adequadamente perante [uma] situação (ou problema ou questão, ou objecto cognitivo ou estético, etc.)" (p. 20).

Segundo Gervilla (2004) "O currículo escolar do novo milénio deverá responder de forma a desenvolver no educador a capacidade para extrair o significado das coisas, para compreender e criar, exigindo dos sujeitos uma formação permanente e uma atitude que permita diferentes formas de conhecimento, de forma a reflectir uma mente bem formada que saiba usar os diversos recursos ao seu alcance, em que a formação de valores, as habilidades socioprofissionais, as novas tecnologias, as relações com as famílias, revelem uma atitude de abertura para o mundo actual."

"No âmbito do 60.º aniversário da ONU, os vários oradores salientaram e reforçaram a importância da Educação para todos e mais especificamente da Educação Infantil, que deve oferecer a todas as crianças uma cultura a que devem ter acesso todos os cidadãos independentemente da sua condição de sexo, raça ou deficit, iguais perante a lei de forma a garantir a igualdade de oportunidades e integradora de diversidade, pretendendo-se uma escola inserida numa sociedade plural e democrática. No novo milénio pretende-se que o modelo educativo proporcione a cada criança a ajuda pedagógica necessária às suas condições pessoais e experiências sócioculturais. A educação escolar tem que assegurar um equilíbrio entre a compreensão do currículo e a inegável diversidade dos alunos, numa perspectiva integradora."

A escola, enquanto espaço de reflexão e de diálogo entre os diferentes "actores" em presença, favorece a emergência de uma nova cultura escolar matriciada pelas dimensões do ser, do estar, do fazer, do comunicar, do aprender e do fazer aprendendo.

Deve-se pensar na escola enquanto lugar de decisão e de gestão curricular, que no novo paradigma de mudança não é meramente instrumental, mas sim indutora de práticas de intervenção em que as actividades de investigação e os professores configuradores de gestão curricular produzem o acto educativo. Este surge como acto social e a escola como uma organização (o sistema social) promotora de mudanças sociais e preparada para responder aos desafios colocados pela sociedade. Sabemos que as "boas práticas" não resultam, somente por serem desejadas. É necessário instituir modelos de trabalho, que estruturem novas relações entre os professores (cultura colaborativa) e novos processos e modos de trabalho pedagógico.

O currículo deve ser aberto, flexível, adequado às situações reais e às necessidades dos contextos, em que o conceito de projecto é uma ideia para a transformação do real, composto pelas intenções e pela explicitação das mudanças desejadas.

A gestão curricular pressupõe a criação de condições básicas mas determinantes e a existência de dispositivos que conduzam à melhoria das situações de ensino-aprendizagem e de organização do próprio currículo. Pensar a escola desta forma, é pensá-la como organização, com uma identidade própria, autonomia e poder de decisão, onde todos se envolvem. Por isso questionamos o modo tradicional de organização das práticas escolares, a forma de comunicação entre os professores e os alunos, os papéis atribuídos a uns e a outros e os processos de uniformização curricular. Pensamos ter que passar das ideias à concretização: conceber, gerir e avaliar projectos (educativos e curriculares); trabalhar segundo uma metodologia que concretiza os princípios; envolver alunos e professores em processos de análise e reflexão que fazem do ensino e da aprendizagem uma actividade formadora; criar condições de vivência e relacionais, que propiciem o exercício efectivo de cidadania.

A escola é inadequada quando tem "mandato unicamente para instruir, isto é, a inadequação de uma escola que considerasse o acto educativo limitado à transmissão de um saber já feito e apresentado como verdade única, numa lógica de mera manutenção de uma herança cultural." (Leite, C., 2001:1). À escola é atribuído e exigido, cada vez mais, o exercício de funções sociais. Deste modo, queremos veicular uma concepção de currículo que não se esgota nos conteúdos a ensinar e a aprender, isto é, não se esgota na dimensão do saber mas que se amplia às dimensões do formar, do decidir, do intervir, do viver e conviver com os outros.

Terminamos com um pensamento de Confúcio que diz:

O que ouço, esqueço
O que vejo, recordo
O que faço, compreendo.

### 1.6. A avaliação

A avaliação das aprendizagens e desenvolvimento de cada criança, em contextos de educação de infância é difícil e desafiadora. Também podemos afirmar que a finalidade da avaliação em educação infantil deve ser global, contínua e formativa. Segundo a legislação vigente para a avaliação na educação pré-escolar, é relevante salientarmos o Despacho n.º 5220/97, de 4 de Agosto, sobre as orientações curriculares para a Educação Pré-Escolar que determinam as Orientações Globais para o Educador:

- "Observar = conhecer o grupo e as crianças, bem como o ambiente educativo; que são: a "Base do planeamento e suporte da intencionalidade do processo educativo;
- "Avaliar = tomar consciência de processos e efeitos; e "Estabelecer progressão das aprendizagens; de forma a "Adequar processo educativo."

O Decreto-Lei n.º 240/2001 de 30 de Agosto que define o perfil geral de desempenho profissional do educador de infância e dos professores dos ensinos básico e secundário, que na dimensão de desenvolvimento do ensino e da aprendizagem afirma que:

**1**. O professor promove aprendizagens no âmbito de um currículo (...)

**2**. No âmbito do disposto no número anterior, o professor:

- Utiliza a avaliação, nas suas diferentes modalidades e áreas de aplicação, como elemento regulador e promotor da qualidade do ensino, da aprendizagem e da sua própria formação".

A avaliação é feita a partir de conteúdos curriculares (leccionados pelo professor ou pré-requeridos) e de conteúdos comportamentais (sugeridos pelo professor ou pressupostos pela comunidade).

Segundo Gervilla (2006, p. 108, trad. própria) a avaliação do processo de ensino e aprendizagem deve ser global, contínua e formativa. A avaliação inicial deve ter em conta as características do meio, proveniente da criança, dos centros de onde estiveram e das famílias. A avaliação formativa permite ao professor perceber que mudanças, se produzem, com o resultado das diferentes intervenções, ou que objectivos se devem continuar a propor. Segundo aquela investigadora, as avaliações mais adequadas são as entrevistas aos pais e a observação directa e sistemática da criança, por parte do professor. A avaliação não consiste em fazer juízos de valor, sobre a criança ou sobre os seus trabalhos, mas sim reconhecer informação necessária para apreciar e ajustar eficazmente a acção educativa.

A avaliação inicial na Educação Infantil, deve ser recolhida pela educadora, junto dos pais, duma forma clara e precisa, agregando aspectos de história e evolução da criança, assim como aspectos de natureza quotidiana: rotinas, hábitos, preferências, costumes, relações…

Deverá existir, de acordo com Gervilla (2006, p. 109), uma entrevista inicial com os pais, completada nos primeiros dias, com a observação directa por parte dos educadores e durante o processo de adaptação ao novo contexto de vida da criança: relação com os adultos e com outras crianças, com os novos espaços e objectos, comportamentos perante novas soluções e estratégias perante os problemas, dificuldades e obstáculos mais frequentes. Uma avaliação formativa deve contemplar situações educativas para analisar os progressos e dificuldades da criança, de modo a clarificar que tipo de mudanças se realizaram como resultado das diferentes intervenções e que objectivos são adequados propor.

Toda a acção do aluno é avaliável. Com escalas e registos mais ou menos adequados é possível avaliar a cooperação, a confiança, a responsabilidade, a participação, a utilização da matemática, o raciocínio, a comunicação, o cálculo, a aquisição, a compreensão, a aplicação e a análise de conceitos e também a resolução de problemas.

A avaliação é sistemática e essencialmente formativa. O professor conduz o aluno de forma a concretizar os objectivos do programa a nível dos valores/atitudes, das capacidades/aptidões e conhecimentos, avaliando os correspondentes objectivos.

A avaliação formativa permite avaliar em todos os momentos lectivos. Cada movimento do aluno é observável pelo professor, que o avalia imediatamente e de forma construtiva.

Para quem avaliamos? …Para todos, visto que:

- Os **alunos** moldam os seus comportamentos e actividades em torno da avaliação.
- O **professor** adapta as suas planificações e pedagogias.
- Os **E.E.** (re)conhecem melhor o seu educando e as exigências do ensino.
- Os **órgãos** pedagógicos e de gestão propõem actividades e pedagogias.
- A **comunidade educativa** valoriza a escola pela existência de avaliações correctas.
- As **entidades empregadoras** identificam os alunos pelas suas avaliações escolares.
- O **governo** impõe medidas que favoreça o país e a população.

Como afirma Valdivia Ruiz (2002) "La finalidad es la obtención de la máxima información posible, desde una perspectiva objetiva, acerca de los procesos de aprendizaje que experimentan los alumnos en el área perceptiva durante la etapa de Educación Infantil."

A avaliação contínua começa no próprio processo educativo e requer inicialmente a avaliação inicial da criança, conhecimentos prévios e capacidades, podendo obter informação sobre a situação inicial de cada um, ao começar um determinado processo de ensino--aprendizagem.

A avaliação ao entender-se como um instrumento de orientação, para melhorar os processos de ensino-aprendizagem de cada criança, com a mediação do adulto, caracteriza-se como uma avaliação individualizada e criteriosa, que toma como referente os critérios ou metas estabelecidos, tendo em conta a situação inicial de cada criança. Por isso, esses instrumentos de avaliação, devem ser ajustados aos processos de ensino-aprendizagem, e devem ser realizados individualmente e em grupo, pois permite abordar o trabalho com diferentes perspectivas e diferentes habilidades (Gervilla, 2006, p. 110).

O Decreto-Lei N.º 241/2001 de 30 de Agosto que explicita os perfis gerais de competência dos educadores e professores do 1.º ciclo e na concepção e desenvolvimento do currículo afirma:

> "**3** - No âmbito da observação, da planificação e da avaliação, o educador de infância:
>
> a) Observa cada criança, bem como os pequenos grupos e o grande grupo, com vista a uma planificação de actividades e projectos adequados às necessidades da criança e do grupo e aos objectivos de desenvolvimento e da aprendizagem;
> b) Tem em conta, na planificação do desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem, os conhecimentos e as competências de que as crianças são portadoras;
> c) (...);
> d) (...);
> e) Avalia, numa perspectiva formativa, a sua intervenção, o ambiente e os processos educativos adoptados, bem como o desenvolvimento e as aprendizagens de cada criança e do grupo".

Segundo Portugal (2005), os três grandes desafios que se colocam aos educadores são: responder às mudanças de uma população caracterizada pela diversidade, assegurar o desenvolvimento de áreas de conteúdo que permitam às crianças dominar conceitos básicos e propedêuticos a aprendizagens futuras; conectar avaliação e desenvolvimento curricular".

O desenvolvimento de competências efectua-se enquanto integração no comportamento de capacidades, conhecimentos, "insights", atitudes e praxis. O mais importante não é a aprendizagem *de per se* (muitas vezes atomizada ou descontextualizada) mas o modo como o aprendido é mobilizado (o que se pode "fazer" com o que se aprende) nas situações significativas com que a criança se defronta, aplicando e amplificando os seus esquemas mentais.

Adquirir competência pressupõe investir em aprendizagem de nível profundo, dificilmente captáveis através de uma "checklist" de capacidades isoladas. Por isso, a avaliação deve ser centrada no desenvolvimento de competências, de forma a permitir considerar o desenvolvimento das crianças, duma forma holística e contextualizada, tendo como objectivo pedagógico o desenvolvimento da pessoa "total":

A criação de ambientes que proporcionam experiências de aprendizagem à criança – e a todas as crianças do grupo – em contextos significativos, implicam a capacidade de avaliação para a tomada de decisão sobre diferentes âmbitos do trabalho do educador: organização do ambiente educativo, estratégias de ensino e experiências de aprendizagem, articulação e colaboração com profissionais e intervenções específicas, bem como com a família, o 1.º ciclo do ensino básico e comunidade.

Considerar o papel activo da criança, tanto ao nível do seu desenvolvimento individual como ao nível da socialização (Dahlberg, Moss & Pence, 2003), implica conceder-lhe protagonismo nas decisões que lhe dizem respeito (Grave & Walsh, 2003). Esta perspectiva reconhece as competências das crianças de interpretação e de acção sobre o que as rodeia (Sarmento, 2005), bem como de expressão de emoções, ideias, desejos e expectativas (Pinto, 1997), sustentando, assim, uma prática que "dá voz às crianças" (Cerisara, 2002; Ferreira, 2004).

A tomada de consciência, por parte dos educadores, de que as crianças atribuem sentido aos ambientes e experiências que lhes são proporcionados e sobre eles têm opiniões e sentimentos (Montandon, 2005), implica uma nova leitura sobre o significado da avaliação na educação pré-escolar: de uma avaliação comprometida com a decisão sobre a criança para uma avaliação realizada com as crianças, que as envolve nas tomadas de decisão que lhes dizem respeito e que determinam o seu quotidiano e que as ouve sobre a sua própria aprendizagem. Oscultar e valorizar os pontos de vista das crianças permite, assim, redimensionar a actividade pedagógica do educador e ampliar a recolha de informação que sustenta a avaliação aos principais protagonistas do processo educativo.

Envolver os restantes parceiros nos processos avaliativos por forma a cruzar perspectivas e criar espaços de participação e de envolvimento para todos os implicados na vida das crianças, apoia a criação de contextos promotores de aprendizagem.

A avaliação é, assim, tida como uma das componentes do processo pedagógico que garante a intencionalidade educativa do trabalho do educador, de forma a adequar a sua prática, e dar consistência às experiências de aprendizagem das crianças.

Enquanto parte integrante do processo de gestão curricular, a avaliação encontra-se estreitamente relacionada com o currículo desenvolvido pelo profissional de educação de infância, tanto ao nível dos conteúdos como dos métodos (Gullo, 1994). Enquanto parte da acção profissional do educador, a avaliação encontra-se, ainda, estreitamente relacionada com as concepções de criança, educação e sociedade sustentadas pelos profissionais de educação de infância (Ribeiro, 2004).

No entanto, a avaliação não pode ser resumida a sua dimensão curricular. No processo de desenvolvimento profissional, a avaliação e reflexão sobre as próprias práticas perfilam-se como essenciais (Schon, 1983; Zeichner, 1993), possibilitando uma reformulação crítica do ensino que contribui para a progressiva melhoria da qualidade dessas práticas.

No sistema educativo actual cruzam-se dois eixos que contribuem para essa relevância: por um lado, o movimento de autonomia das escolas, ampliando a responsabilidade destas ao desenvolvimento qualitativo da comunidade educativa; por outro lado, a perspectiva de formação centrada nas escolas, tidas como contexto de desenvolvimento profissional primordial, evitando-se a sua "deslocação" para fora da escola (Alarcão et al. 1997; Canário, 1998). A responsabilização e a capacidade reflexiva encontram-se interligadas com a avaliação, que se assume como ferramenta de formação e de desenvolvimento.

Aproximamo-nos do conceito de investigação-acção, na definição de Ledoux (1983, cit. Por Simões, 1990), de produção de conhecimentos ligada à modificação de uma realidade social dada, com a participação activa dos interessados, valorizando o seu carácter colaborativo, situacional, participativo e auto-avaliativo. As fases comportadas pelo processo cíclico de investigação-acção: planeamento, acção, observação e reflexão, exigem um papel activo por parte dos professores na formulação tanto dos seus propósitos e objectivos como dos meios para os atingir. A avaliação e a reflexão são processos necessários para se perceber o progresso alcançado e explorar a aprendizagem que está para vir.

Se no processo de desenvolvimento curricular, em que são as crianças protagonistas da aprendizagem, nos referimos à sua participação nos processos avaliativos, também aqui é necessário reconhecer a sua competência, enquanto intervenientes, para se pronunciarem sobre a qualidade dos contextos e processos construídos. A participação das crianças não se esgota, contudo, nesse âmbito, uma vez que observar e avaliar o seu desempenho e a sua apropriação dos ambientes de aprendizagem permite igualmente apreciar a nossa própria intervenção.

A implementação de dispositivos de auto-avaliação e de avaliação participada pelos vários intervenientes no processo educativo é, assim, assumida como componente essencial da formação de profissionais reflexivos (Walkington, Christensen & Kock, 2001), uma vez adoptada a perspectiva de que o processo de compreensão e melhoria do ensino implica a reflexão sobre a própria experiência por parte dos educadores (Zeichner, 1993).

A comunicação como parte integrante do processo avaliativo é importante, pois a forma e o contexto em que a informação produzida é divulgada a diferentes públicos e propósitos exige uma necessária adequação quer da informação quer do discurso às diferentes situações, implicando o conhecimento de canais de comunicação já existes e a análise crítica sobre as características específicas de cada situação considerada. Esta dimensão de produção de conhecimento, intrinsecamente associação à avaliação, tem vindo a ser destacada e valorizada por diferentes autores (Alarcão, 2001; Roldão, 1998, 2005).

Por outro lado, também se colocam questões éticas, no que respeita à avaliação das crianças e do próprio educador (Gullo, 1994; Oliveira – Formosinho 2000), exigindo que no processo de avaliação haja uma consideração ponderada aos princípios que regem a actividade docente, nomeadamente a concepção da criança que perfilham (Ribeiro, 2004).

### 1.7. As "Áreas de Conteúdo"

Segundo "Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar" (1997) em Portugal, as "áreas de conteúdo" são as formas de pensar e organizar a intervenção dos educadores e as diversas experiências proporcionadas às crianças. Estas formas de organizar a intervenção na educação infantil têm como referência as grandes áreas do desenvolvimento enunciadas pela psicologia – sócio-afectiva, motora, cognitiva, que pretendem o desenvolvimento global da criança, muitas vezes as áreas de actividades, assentam nas situações que o espaço educativo oferece, articulando-se de variadas formas.

As "áreas de conteúdo" baseiam-se na perspectiva de que o "desenvolvimento e a aprendizagem são vertentes indissociáveis do processo educativo" (Pág. 47) e que estando interligadas visam favorecer a articulação da educação infantil com outros níveis de ensino, e facilitar a comunicação entre educadores e professores.

As "áreas de conteúdo" incluem diferentes tipos de aprendizagem, atitudes e saber – fazer de modo a que a criança aprenda a partir da exploração do mundo que a rodeia. Essas actividades pretendem incentivar e estimular o seu desejo de criar, explorar, desenvolvendo a sua capacidade de compreender e pensar.

Neste processo educativo, a criança é o sujeito da aprendizagem, e ao adquirir e aceder a sistemas simbólico-culturais, desenvolve a aprendizagem, favorecendo a sua formação e inserção na sociedade.

A articulação e construção dos vários saberes deve ser integrada, permitindo experiências educativas numa perspectiva globalizante. Por isso, as áreas de conteúdo não devem ser estanques, a pensar de estarem divididas em: formação pessoal e social, conhecimento do mundo e expressão e comunicação.

A área de Formação Pessoal e Social surge como integradora do processo educativo, visto que é através das interacções sociais consigo e com os outros que a criança vai construindo o seu desenvolvimento e aprendizagem.

A Formação Pessoal e Social engloba todas as outras áreas, num processo que implica o desenvolvimento de valores e atitudes.

"Toda educación conlleva un haz de valores. La educación como proceso y como resultado implica en esencia una integración de valores en la naturaleza propia del hombre; este, como educando, asimila los valores que son en el mundo y los hace suyos en un proceso perfectivo; es educado en cuanto que tiene (el valor es lo tenido, habitum) formalmente bienes que perfeccionan su ser y constituyen su segunda naturaleza. La educación vale los valores en los que consiste ser educado". Castillejo, J. L. (1978).

Esta área é considerada uma área transversal e integradora, visto que deve favorecer a formação da criança, tendo em vista a sua socialização e inserção na sociedade como um ser autónomo, livre e solidário.

A importância dada a esta área advém da perspectiva que o ser humano se constrói em interacção social, sendo influenciado e influenciando o meio que o rodeia. Ao viver, nos diversos contextos sociais, nas relações e interacções com os outros, a criança vai construindo referências que lhe permitem percepcionar o que está certo e errado, o que pode e não pode fazer, os direitos e deveres para consigo e para os outros. O seu desenvolvimento pessoal e social inicia-se na família e no meio sócio-cultural em que vive nos primeiros anos. A educação infantil, permite-lhe a possibilidade de interagir com diferentes valores e perspectivas, num contexto favorável de modo a ter consciência de si e dos outros.

É na inter-relação que a criança vai aprendendo a atribuir importância a comportamentos e atitudes seus e dos outros, diferenciando modos de agir, num processo pessoal e social de bem-estar próprio e colectivo.

Os valores subjacentes à prática do educador e o modo como este os concretiza no quotidiano, permitem que a educação infantil seja um contexto social e relacional facilitador da educação para os valores. A criança ao ter um ambiente relacional em que é valorizada escutada e respeitada, desenvolve num processo de construção a auto-estima, a autonomia e a capacidade individual e colectiva de progressivamente assumir responsabilidades.

Segundo Peters (2003) "educar implica comprometerse en la utilización de procedimientos legitimados por la moral".

A aprendizagem de valores decorre do respeito que o educador revela por cada criança e pela sua cultura.

O desenvolvimento da identidade, passa pelo reconhecimento das características individuais e pela compreensão e limitação próprias de cada indivíduo, quaisquer que elas sejam.

No processo educativo a igualdade de oportunidade, permite diferentes maneiras de ser e de saber, dá sentido à aquisição de novos saberes e culturas, permitindo a educação multicultural.

Na Educação Infantil a educação para a cidadania, baseada na aquisição do espírito crítico, de interiorização de valores, pressupõe conhecimentos e atitudes que poderão abordar-se através de temas transversais como: a educação para a saúde, a educação multicultural.

A criança quando inicia a educação infantil, já interagiu com o mundo que a rodeia.

A área do conhecimento do mundo satisfaz a curiosidade natural da criança e o seu desejo de compreender e saber o porquê. A natural curiosidade da criança é desenvolvida na educação infantil, através das diversas oportunidades de contactar e percepcionar novas situações de descoberta e exploração do mundo.

Todas as áreas de conteúdo, constituem formas de conhecimento do mundo. Assim não só o contexto do jardim-de-infância permite aprendizagens vivenciadas, como também propicia saberes sobre o "mundo", apontando para diferentes áreas científicas que são necessárias para enquadrar e sistematizar a sua compreensão. Mais tarde, esta área terá correspondência com o "Estudo do Meio", proposto no programa do 1.º ciclo que abrange três blocos – descoberta de si mesmo, dos outros e das instituições; do ambiente natural; das inter-relações entre espaços, de materiais e objectos.

A área do Conhecimento do Mundo, pretende não só uma sensibilização às ciências, como a biologia a física, a química, a geografia, mas também inclui o alargamento de saberes básicos necessários à vida social. Esta área deve fomentar nas crianças uma atitude científica e experimental, onde utilizam diversos materiais, tais como: livros, computador, lupas, microscópios…, de forma à construção dos conceitos. As crianças poderão com o apoio do educador, aprofundar questões, verificar "hipóteses", partilhar saberes, desenvolvendo essas potencialidades educativas, de forma a alargar os interesses do grupo e de cada criança.

A educação para o Conhecimento do Mundo, deve proporcionar aprendizagens com significado em que a educação para a saúde, ambiental, não podem ser esquecidas. É importante sensibilizar, despertar a capacidade da criança de modo a que esta observe, experimente, tenha curiosidade e atitude crítica e aprender a articular os vários saberes.

A área de expressão e comunicação integra as aprendizagens relacionadas com o desenvolvimento psicomotor e simbólico que permitem a compreensão e o progressivo domínio de diferentes formas de linguagem. É nesta área, que as Orientações Curriculares, incluem o domínio da matemática.

Nela englobaram-se vários domínios, que se referem à aquisição e à aprendizagem de códigos que são meios de relação com os outros, de recolha de informação e de sensibilização estética, necessários para que a criança consiga representar o seu mundo interior e o mundo que a rodeia.

A educação infantil deve proporcionar situações de distinção entre o real e o imaginário, fornecendo suportes que permitam desenvolver não só a imaginação criadora, como também a procura e a descoberta de soluções, explorando os diferentes "mundos".

A criança ao chegar ao Jardim-de-infância já tem aquisições básicas nos domínios da área da expressão e comunicação. A educadora deve proporcionar novas experiências, permitindo e valorizando descobertas e a apropriação de situações de aprendizagem diversificadas e progressivamente mais complexas.

O domínio de diferentes formas de expressão, que têm a sua especificidade própria, são meios de comunicação, que exigem o progressivo domínio de instrumentos e técnicas. A criança através de diferentes actividades e situações vai dominando e utilizando o seu corpo, contactando com diversos materiais que poderá explorar, manipular, e transformar, de maneira a tomar consciência de si própria na relação com os objectos.

As oportunidades educativas, que o educador planeia e orienta são factores que estimulam o desenvolvimento de todas e cada uma das crianças, de forma a alargarem o seu interesse, curiosidade e desejo de aprender.

Ao entrar para o jardim-de-infância cada criança apresenta o seu desenvolvimento motor próprio, por isso devem ser proporcionadas actividades (ex. jogos) que permitam a motricidade fina e global, de modo a que aprendam a utilizar melhor o seu corpo. A motricidade fina, ao ser trabalhada, permite a manipulação de diversos objectos.

Por outro lado, a inibição do movimento fez parte do trabalho a nível de motricidade global.

A criança ao explorar diferentes formas de movimento toma consciência das suas possibilidades e limitações, facilitando a progressiva interiorização do esquema corporal e também a tomada de consciência do corpo em relação ao exterior (esquerda, direita, em baixo, em cima). É situando o seu corpo que a criança aprende as relações no espaço, relacionadas com a matemática.

Cabe ao educador, potencializar os materiais e espaços, para diversificar e enriquecer a expressão motora.

A expressão dramática é um meio de descoberta de si e do outro, de afirmação de si próprio na relação com o(s) outro(s) que corresponde a uma forma de se apropriar de situações sociais. A expressão e comunicação através do próprio corpo (logo simbólico) é uma actividade espontânea, que a criança realiza no Jardim-de-infância, em interacção com os outras crianças e com os materiais existentes que permitem vivenciar experiências da vida quotidiana, "jogar ao fazer de conta" utilizando diversos objectos com múltiplos significados. Através de jogos simbólicos, as crianças tomam consciência das suas reacções, criando situações de comunicação verbal e não verbal.

O educador facilita a emergência de diferentes situações, através do diálogo e da utilização de materiais, de forma a responder às necessidades da criança e do grupo.

As dramatizações de histórias, a utilização de fantoches, as "sombras chinesas", as dedeiras, constituem suportes para as actividades que enriquecem esta forma de expressão.

A expressão plástica implica o controlo de motricidade fina, relacionando-a com a expressão motora, mas recorre a materiais, instrumentos e códigos próprios, que são mediadores desta expressão.

O educador deve valorizar o processo de exploração e descoberta de diferentes materiais e possibilidades, de forma a desenvolver as capacidades de cada criança. As actividades de desenho, pintura, digitinta, recorte, rasgagem, picotagem e colagem devem implicar um envolvimento que se traduz num meio de comunicação e representação da iniciativa da criança ou proposta do educador e podem ser realizadas individualmente, ou em interacção com as outras crianças.

A realização destas actividades deve obedecer a uma adequada organização de espaço, a um ambiente motivador, enriquecidas pela diversidade, qualidade, acessibilidade dos materiais disponibilizados, em que as regras de utilização devem ser respeitadas e conhecidas pelas crianças.

Os materiais de diferentes texturas utilizadas pela criança como o cordel, as aparas de lápis, os elementos da natureza, desenvolvem a imaginação.

A utilização do barro, plasticina, areia, pasta de papel permitem as actividades tridimensionais. A exploração de materiais bi ou tridimensionais com texturas, dimensões e formas diferentes enriquecem a expressão plástica e desenvolvem o domínio da matemática.

A pintura e a escultura permitem enriquecer o conhecimento do mundo, desenvolvendo o sentido estético e o domínio da matemática, ampliando os conhecimentos da criança.

A expressão musical permite que a criança explore, identifique e produza sons e ritmos. A educação infantil pretende desenvolver nesta expressão cinco eixos fundamentais: escutar, contar, dançar, tocar e criar.

Saber fazer silêncio, para poder escutar; cantar, produzir diferentes ritmos, dançar, sentir e exprimir formas de movimento, criar diferentes instrumentos musicais… São algumas das actividades que se podem desenvolver na educação infantil.

A aquisição dum maior domínio de linguagem oral é um objectivo primordial na educação infantil, cabendo ao educador proporcionar um clima de comunicação em que a criança vá alargando o seu vocabulário, construindo frases mais correctas e complexas, adquirindo um maior domínio da expressão e comunicação. Esta aprendizagem, deverá ter um carácter lúdico, em que as lengalengas, os trava-línguas, as rimas e as adivinhas, que pertencem aos aspectos tradicionais de cultura portuguesa, poderão e deverão ser trabalhados.

As interacções realizadas através do diálogo com a criança, em pequeno ou grande grupo, permitem diferentes situações de comunicação; narrar acontecimentos, inventar ou reproduzir histórias, transmitir recados, fazer perguntas para obter informações ou esclarecimentos, distribuir e planear tarefas… são actividades que em diferentes contextos e conteúdos, permitem às crianças dominar progressivamente a comunicação entre emissores e receptores.

A comunicação não verbal não pode ser esquecida. Assim expressar e comunicar sentimentos através da música, observar gravuras, traduzir com gestos diferentes sentimentos são um meio de desenvolver a linguagem. O conhecimento e descodificação de diferentes códigos simbólicos, a utilização de códigos convencionados (Ex: criação de símbolos para identificação de palavras) devem ser trabalhados na educação infantil.

A abordagem à escrita deve proporcionar a emergência da linguagem escrita, numa perspectiva de literacia, enquanto competência global.

A atitude do educador e o ambiente que é criado no quotidiano devem fazer emergir e facilitar a percepção do código escrito. As actividades de "imitar" a escrita, em folhas, cadernos, blocos, aprender a escrever o nome, proporcionam experiências que ajudam na percepção das normas escritas e estimulam o desejo da escrita, daí a importância dos ditados gráficos.

O desenho pode representar um objecto, palavra, ou uma história e é também uma forma de escrita.

As capacidades de compreensão e produção linguística devem ser progressivamente alargadas, valorizadas e incentivadas pelo educador e as imitações que a criança fez do código escrito podem ser realizadas com tentativas de imitação de letras e até de diferenciação de sílabas.

A criança ao perceber normas de codificação de escrita, pode escrever o seu nome (que tem um sentido afectivo) e fazer comparações entre letras que se repetem noutras palavras, identificar pequenas palavras e frases.

Uma das funções do código escrito é dar prazer e desenvolver a sensibilidade estética, partilhar sentimentos, emoções, sonhos, fantasias, é também um meio de informação, de transmissão do saber e de cultura. Por isso na educação infantil são indispensáveis livros de literatura infantil e o contacto com diferentes tipos de texto escrito como os dicionários, os jornais, as revistas…

Registar o que as crianças contam, elaborar cartas ou pequenos textos com episódios que acontecem, ou regras estabelecidas no grupo são exemplos de como se pode utilizar a escrita.

As novas tecnologias são formas de linguagem actuais e que as crianças contactam diariamente.

A educação infantil pode facilitar a relação do audiovisual com outras formas de expressão como o desenho e a pintura.

A utilização dos meios informáticos pode ser desencadeadora de diferentes situações de aprendizagem, permitindo a sensibilização ao código informático. Este pode ser aplicado nas expressões plástica e musical, na abordagem ao código escrito e à matemática.

A educação para os media pode ser realizada na sala de aula em que após a visualização de programas gravados e ou seleccionados, a educadora pode dialogar com as crianças.

A sensibilização a uma língua estrangeira, com um código diferente ao da sua língua materna pode ser realizada, assumindo um carácter lúdico e informal.

## 2. A Matemática no contexto global do conhecimento infantil

"A matemática deve ser ensinada desde o pré-escolar e de forma motivante para as crianças, para combater o insucesso. Deve-se desenvolver o cálculo mental desde o pré-escolar de uma forma que os alunos se interessem", segundo o que Serrazina (2005), afirmou no Encontro Nacional da matemática nos primeiros anos.

Na educação pré-escolar, o papel da matemática, representa uma das áreas fundamentais para o desenvolvimento das crianças nomeadamente a nível da compreensão do mundo e da estruturação do pensamento, bem como do raciocínio e do incremento de capacidades relacionadas com a resolução de problemas. No documento das competências essenciais da Matemática elaboradas pelos Ministério da Educação é referido que "a matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos" (p. 3.). Nesta perspectiva, a Matemática integra um carácter humanista e universal. Em consonância, com o sugerido pelas OCEPE (1997, P. 73) cabe ao educador, partir de situações do quotidiano, e com experiências diversificadas desenvolver "o pensamento lógico-matemático, intencionalizando momentos de consolidação e sistematização de noções matemáticas".

Como afirma Clements (2001, p.270) "a Matemática pré-escolar de qualidade é a que convida as crianças à experiência matemática enquanto brincam, descrevem, e pensam acerca do mundo". É pois importante que as crianças possam ser sujeitos activos nas acções que se desenrolam na sala. Isto é, não se trata só da aprendizagem assentar no quotidiano do jardim-de-infância: é o próprio quotidiano que deverá partir dos interesses da criança e não ser determinado pelos objectivos definidos pelo educador, já que, como salienta o NCTM (2000, P. 74) "o brincar é o trabalho das crianças".

As instituições de Educação Infantil devem tornar acessíveis a todas as crianças que as frequentam elementos de cultura que enriqueçam o seu desenvolvimento e inserção social. É necessário oferecer às crianças condições para aprendizagem que ocorrem nas brincadeiras e em situações pedagógicas planificadas. Segundo afirmam as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (1997), devem "criar condições para o sucesso da aprendizagem de todas as crianças, na medida em que promove a sua auto-estima e auto-confiança e desenvolve competências que permitem que cada criança reconheça as suas possibilidades e progressos". Como afirma Vasconcelos T. (1997) é fundamental respeitar, e valorizar as características individuais da criança, dando-lhe oportunidade de usufruir de experiências diversificadas, num contexto facilitador de interacções sociais alargadas com outras crianças e adultos, permitindo que cada criança, ao construir o seu desenvolvimento e aprendizagens, vá contribuindo para o desenvolvimento e aprendizagem dos outros.

Moura (2002) refere que "na educação de infância, o objectivo principal do adulto é fazer com que a criança compreenda o mundo simbólico que a cerca (pág.57), pois constatamos que a criança, actualmente, "está inserida e insere-se numa cultura impregnada de linguagem matemática".

Segundo Vasconcelos, T. (1997), "O educador é o construtor, o *gestor do currículo*, no âmbito do projecto educativo"… deve construir esse currículo com a equipa pedagógica, escutando os saberes das crianças e suas famílias, os desejos da comunidade e, também as solicitações dos outros níveis educativos", pois como defende Moura (2002), o educador tem que "compreender o que significa para a criança chegar a uma sociedade de letrada, codificada e imagética (pág. 41).

Os educadores (tal como as crianças) também estão envolvidos num processo de construção do conhecimento no qual a interacção, a troca, e a interlocução exercem um papel fundamental. Neste sentido a troca de informações e oportunidades de reflexão sobre a própria acção, possibilitam os avanços na sua prática. A base desta concepção está no próprio conceito de educação como processo de desenvolvimento do ser humano, no sentido da conquista da sua autonomia. Daí a dimensão permanente do processo e a dialéctica da relação ensino-aprendizagem, que segundo Zabalza (1998) deve ter um currículo que seja um "projecto formativo integrado".

O termo matemática deriva do grego (μαθημα), e significa ciência e aprendizagem, aquilo que pode ser ensinado. Devemos dimensionar o ensino da matemática, na educação infantil, "adequando-o às necessidades da criança para a sua integração e desenvolvimento pleno juntamente com a colectividade que a acolhe " (Moura, 2002, pág. 5a). Para isso, devemos ponderar qual o conhecimento necessário e se há um factor mobilizador (Charlot, 2000) da criança, para a busca de significado do que está a aprender. A matemática, como ferramenta simbólica, torna-se necessária para o sujeito que nasce num universo cultural de que faz parte. Assim, vê-se impelido a aprendê-la para continuar a fazer parte desse mundo" (Moura, 2002, p. 60), em que o motivo para ensinar e aprender é o de colocar os sujeitos em sintonia com o seu colectivo.

A educação infantil é um espaço privilegiado para o ensino das bases da Matemática. Deve visar a construção de um saber que capacite as crianças a pensar e a reflectir sobre a realidade assim como a agir e transformá-la. Dessa forma, será possível gostar de aprender matemática.

A Educação Infantil desempenha um importante papel na construção de conhecimentos. Assim, a reflexão sobre os processos de ensino-aprendizagem, nesta etapa de escolaridade, poderá fazer parte de um quadro de referência, sobre como as crianças aprendem matemática por que não aprendem e o que aprendem.

Moura (2002) afirma que "se a matemática é parte do mundo da criança devemos fazer com que a criança apreenda este conhecimento como parte do seu equipamento cultural, para que possa intervir com instrumentos capazes de auxiliá-la na construção da sua vida" (pág. 60).

O conhecimento matemático inclui-se no conceito de alfabetização, no seu sentido mais amplo e como tal não pode ser tratado isoladamente, na educação infantil, o que Moura (2002) explica dizendo que o motivo para ensinar a lidar com conhecimentos matemáticos e o modo de se construírem esses conhecimentos são o que é preciso para dar condições aos sujeitos para realizarem uma das suas necessidades básicas desde o início da humanidade: comunicar-se para dividir acções que propiciem melhores condições de vida" (pág. 60).

Tradicionalmente, tem-se vindo a atribuir dois tipos de valor ao conhecimento matemático: o valor prático que advém da necessidade de se desenvolver normalmente a vida de hoje, nos seus aspectos práticos e económicos e outra de valor "formativo" que se atribui como factor básico na promoção e reforço da capacidade de raciocínio lógico, como também nas qualidades implicadas nas estruturas matemáticas. Um estudo publicado pela Associação

Norte-Americana de Investigação Pedagógica (1990), sobre o ensino da matemática, defende duas linhas que actuam com influência nos currículos escolares: a primeira ideia de que a matemática proporciona os instrumentos essenciais para pensar e viver na nossa sociedade, especialmente para actuar no mundo do trabalho e formar um cidadão informado: a segunda, de que a matemática é importante para o desenvolvimento pessoal e para desenvolver a capacidade de apreciar o valor da cultura.

A origem das crenças e concepções dos alunos sobre a Matemática, pode ser baseada numa variedade de causas, mas uma das mais importantes situa-se ao nível das experiências directas, quer na escola, quer junto dos adultos, que lhe são próximos. As concepções que as crianças desenvolvem influenciam não só o seu pensamento e desempenho durante os primeiros anos, mas também as atitudes e decisões sobre o estudo da Matemática em anos posteriores (NCTM, 1991).

Parece sensato admitir que os problemas pedagógicos do ensino-aprendizagem da matemática giram sobre três factores: o conhecimento da matemática como disciplina, o conhecimento das possibilidades reais que cada aluno tem para as aprendizagens do tipo prático e finalmente, as actividades na sala de aula ou fora dela, vinculadas a este campo de conhecimentos. Não esquecendo, segundo Moura (2002) que o ponto de partida da aprendizagem de um conhecimento é sempre o mais importante do movimento educacional. Nele têm origem "duas tendências de disponibilidade e aprendizagem: a que se manifesta pelo entusiasmo, curiosidade e busca do conhecimento e a que se manifesta pelas características de bloqueio cognitivo e afectivo, de alienação da capacidade de aprender "(pág. 68). Segundo ela, o ponto de partida deve respeitar o desenvolvimento da criança em que o acto de ensinar e aprender matemática deve ser um "encontro pedagógico" com o conceito, de modo que o aprender matemática não se seduza a uma "justaposição mecânica entre o sujeito e o objecto científico).

A criança constrói as suas bases matemáticas pela necessidade de resolução de problemas do seu tempo, impostos pela complexidade de situações de sociedade e como o homem dito "primitivo" parte do sentido de número para uma construção abstracta deste, sendo uma construção onde o factor tempo ocupa lugar relevante.

O objectivo do trabalho com a Matemática infantil é o desenvolvimento de uma cultura de investigação, ou seja, o desenvolvimento de habilidades de formular hipóteses e testá-las, percebendo regras e verificando como funcionam. O conhecimento matemático vem sendo construído pela humanidade em resposta a necessidades concretas, como os problemas motivados pelo controlo de quantidades (rebanhos ou produtos agrícolas) que levou ao surgimento de contagem, demarcação de terras, que levou ao pensamento geométrico, às trocas de produtos e ao comércio, que levou ao sistema monetário e ao desenvolvimento do cálculo…

A Matemática foi sendo estruturada em torno de algumas características como: reconhecimento de regularidades, criação de modelos e enunciados, fórmulas e registos para a sua caracterização. Aqui está presente a linguagem matemática que, longe de ser um conjunto de símbolos a ser transmitido, é uma forma de comunicação universal que foi e vai sendo estruturado através da história.

O conteúdo matemático ao ser constituído por signos articulados por regras operadas de forma lógicas produzem um resultado que tem um suporte na realidade objectiva. Isto é ao serem aplicados na solução de problemas concretos, os conceitos deverão permitir uma intervenção objectiva na realidade… "os conhecimentos que vingam são aqueles que têm uma prova concreta, quando testados na solução de problemas objectivos" (Moura, 2002, pág. 51).

A criança vai portanto propor e experimentar diferentes formas de registo para comunicação das observações, hipóteses e conclusões.

Para os construtivistas, a demonstração só é rigorosa se puder ser "visualizada" (ex: encaixe de peças).

Moacir Gadotti, (1992) no seu livro *Educação e Compromisso* diz que o saber tem um preço. O conhecimento é o resultado de um longo processo em constante construção nos indivíduos. Dione Lucchesi de Carvalho, (1990) no seu livro *Metodologia do Ensino da Matemática* diz que "a sala de aula não é o ponto de encontro de alunos tão realmente ignorantes com o professor tão totalmente sábio e sim um local onde interagem alunos com conhecimento do senso comum, que almejam, a aquisição de conhecimentos sistematizados, e um professor cuja competência está em mediar o acesso do aluno a tais conhecimentos".

Cada aluno, tem a capacidade de processar as informações de uma mesma realidade, criando significados próprios e construindo o seu próprio conhecimento. Para que isso ocorra, o educador deve adoptar uma linguagem simples, clara e objectiva, evitando assim o desinteresse do aluno, contextualizando sempre de forma prática a aprendizagem e interagindo com os alunos.

A possibilidade de colocar a criança num movimento de construção dos conhecimentos matemáticos para a vida é introduzir duma forma lúdica, os conhecimentos para que sejam significativos. "Fazer isto, segundo Moura (2002) é colocar o pensamento da criança em acção, em situações interactivas, de modo que os sujeitos tenham necessidade de construir colectivamente a solução de situações-problema, ao utilizar os instrumentos simbólicos de que dispõe, a criança irá incorporando novos conceitos, para a solução do que lhe é proposto" (pág. 61). Ela também irá construindo modos de acção que lhe poderão permitir usá-los em situações idênticas.

Segundo Boavida (1992) o principal objectivo da Educação é ensinar os mais novos a pensar, e a resolução de problemas constitui uma arte prática que todos os alunos podem aprender. Esta perspectiva defende que as crianças precisam ser incentivadas a resolver um significativo número de problemas raciocinando sobre situações do quotidiano, ressalvando que os avanços nessa área dependem da capacidade dos professores tanto no aspecto conceitual quanto pedagógico.

Miguel de Guzmán (1990) e Moura (2002) valorizam a utilização de jogos para o ensino da matemática, sobretudo porque eles divertem e também extraem das actividades material suficiente para gerar conhecimento, interesses e fazer com que as crianças pensem com motivação. Muitos educadores enfatizam a necessidade dos jogos fazerem parte da cultura escolar, pelo facto de constituírem um recurso de valor educativo que auxilia na construção dos conhecimentos e do raciocínio lógico da criança. Diferentes autores sugerem o uso de jogos na prática escolar, visto que o trabalho com jogos tem-se mostrado uma escolha promissora, porque possibilitam a produção de uma experiência significativa para as crianças, tanto em termos de conteúdos escolares como do desenvolvimento de competências e habilidades.

As crianças são diferentes, e implicam-se de formas distintas nos processos escolares. Estas diferenças, são diversas e como dependem do sexo, da cultura, das atitudes, dos diversos rendimentos e personalidades.

Negrine (1994:20) em estudos realizados sobre aprendizagem e desenvolvimento infantil, afirma que "quando a criança chega à escola, traz consigo toda uma pré-história, construída a partir das suas vivências, já parte delas através da actividade lúdica". É preciso que os profissionais da educação infantil tenham acesso ao conhecimento produzido na área da educação infantil e da cultura em geral, para repensarem a sua prática, reconstruírem-se enquanto cidadãos e actuarem enquanto sujeitos da produção do conhecimento. E para que possam, mais do que "implantar" currículos ou "aplicar" propostas à realidade da creche e da pré-escola em que actuam e efectivamente participar da sua concepção, construção e consolidação (Kramer, 1994, p. 19). Explorar a potencialidade do conhecimento matemático e relacioná-lo com o quotidiano dos alunos é um desafio para todos os educadores.

A linguagem matemática pode e deve ser estimulada a partir de diferentes meios: oral, escrita, pictórica, gestual, em que registos escritos são importantes pois podem ser retomadas pelo professor e discutidos com a criança, tanto individualmente como em grupo. Esses registos quando realizados a partir de actividades de jogo, promovendo a reflexão do professor a respeito da sua prática permitindo-lhe conhecer os diferentes caminhos que a criança busca para expressar o seu raciocínio.

Dentro dos registos produzidos pelas crianças em situações do jogo, destacaremos o pictórico "que enquanto uma primeira linguagem gráfica serve, não apenas para documentar as vivências, registrar experiências, sensações, mas também para expressar o quem foi mais significativo para a criança naquela actividade desenvolvida" (Nacarato, Grando, Torricelli, 2004).

Outra questão importante a ser discutida é a da socialização dos registos das crianças. Esta estratégia permite que as crianças troquem ideias, acrescentem detalhes importantes aos seus próprios registos, reorganizem o seu raciocínio, defendam os seus pontos de vista, podendo servir como suporte para registos posteriores. Não basta proporcionar momentos de jogos é necessário promover discussões e reflexões entre elas incentivando diferentes estratégias de registo e avaliando a sua evolução.

O grande desafio que se apresenta para os educadores é a passagem de um pensamento linear, que domina as teorias mais prestigiados da aprendizagem, para um pensamento complexo, que incorporem, mutuamente o raciocínio quantitativo e o raciocínio qualitativo. Essa verdadeira mudança de paradigma tem consequências óbvias na educação, e na matemática, e de um modo muito especial, na educação matemática. É preciso hoje reconhecer e conviver com o diferente. Este convívio deverá incorporar uma ética maior no relacionamento do indivíduo com o outro diferente. Uma ética da diferença, baseada no respeito, solidariedade e cooperação pelo outro, com todas as suas diferenças. Essa ética só pode resultar de uma educação que possibilita a utilização de poderosos recursos materiais e intelectuais focalizada na aquisição de variados instrumentos comunicativos, analíticos e tecnológicos. Essa educação será necessariamente transcultural e transdisciplinar. A assimilação e domínio desses instrumentos, de natureza transcultural e transdisciplinar, terá reflexos num novo modo de pensar, cujas consequências para o desenvolvimento de matemática são imprevisíveis. A nova matemática terá características resultantes de assimilação, pelas gerações futuras, de instrumentos comunicativos analíticos e tecnológicos de natureza transcultural e transdisciplinar. Os raciocínios formais dessa nova educação matemática dependerão de um tipo de rigor diferente daquele que serve de suporte para a matemática actual.

Mais do que qualquer outro sector de actividade humana, a educação responde, ao que o filósofo Hegel chamava "Zeitgeist", o espírito da época. Assim, a educação matemática deverá ser profundamente afectada pelas novas concepções, em que a cidadania tem a ver com a capacidade de lidar com situações novas. Lida-se com situações conhecidas e rotineiras a partir de regras que são memorizadas e obedecidas. Mas o grande desafio está em tomar decisões sobre situações imprevistas e inesperadas, que hoje são cada vez mais frequentes. A tomada de decisões exige criatividade e ética. A matemática é um instrumento importantíssimo para a tomada de decisões, pois apela à criatividade. Ao mesmo tempo a matemática fornece os instrumentos necessários para uma avaliação das consequências da decisão escolhida. A essência do comportamento ético resulta do conhecimento das consequências das decisões que tomamos.

Houve um tempo em que apenas se concebia o conhecimento como um bem passível de acumulação, conteúdo escolar, que era armazenado, num reservatório vazio (cérebro) do individuo como explicavam as teorias comportamentalistas ou como defendiam os inatistas, resultado de um processo intrínseco que determinava geneticamente os que nasciam, ou não, inteligentes.

Estudiosos como Piaget, Vygotsky Wallon e Gardner, demonstraram que há inúmeras outras variáveis que devem ser acrescentadas para se compreender o acto de construção do conhecimento humano. Em resposta a estes estudos sobre como ocorre o fenómeno ensino-aprendizagem, a Educação e a concepção de proposta pedagógica adoptada nas escolas tem passado ao longo destas últimas décadas por diversas transformações. Tendo o ser humano como agente de educação escolar, entende-se pedagogicamente que o fenómeno ensino-aprendizagem manifesta-se de diferentes maneiras quando nele estão presentes diversas manifestações étnico-culturais, fruto de como as pessoas pensam, interpretam e organizam a sua vida a partir dessas variáveis.

A Matemática, apesar de estar presente no nosso dia-a-dia, muitas vezes é vista de forma totalmente dissociada da realidade e da língua que falamos. Deve-se aprender com criatividade, e privilegiando a comunicação, numa perspectiva pós-construtivista, tentando conciliar aspectos cognitivos e afectivo-relacionais, mostrando a necessidade de se compreender que a inteligência se desenvolve na interacção, na organização do mundo em que vivemos. Aqui a inteligência é vista como a capacidade de descobrir, inventar e trabalhar com relações de qualquer tipo, que levam a criança a pensar, num desafio lúdico, onde não se sente pressionada ao fazê-lo.

A Educação Infantil é um período extremamente fértil em relação à construção de novos conhecimentos, sejam eles sociais, afectivos ou cognitivos, sendo a criança dessa faixa etária capaz de estabelecer relações complexas entre os elementos da realidade que se apresenta. Assim, frequentar uma classe de Educação Infantil significa, além da convivência entre pares, ter acesso a muitas oportunidades para a construção de novos conhecimentos, graças às acções que a criança exerce sobre o mundo real.

Dos vários conhecimentos que serão construídos nesta etapa, do seu crescimento, a Matemática ocupa um lugar de destaque. Numerosas pesquisas têm apontado a relevância do trabalho com esta área do saber para as crianças pequenas, especialmente no que diz respeito à construção do conceito de número, além das noções ligadas às grandezas e medidas, bem como espaço e forma.

Um movimento intitulado "Matemática Moderna" influenciou o ensino da Matemática em diferentes países nas décadas de 50, 60 e 70. Nesta época, a pesquisa na área da Didáctica da Matemática intensificou-se, pois os formuladores dos currículos insistiam na necessidade de uma reforma pedagógica, incluindo a pesquisa de novos materiais e métodos de ensino renovados. A Matemática era vista como uma via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico e o ensino passou então a ter preocupações excessivas com abstracções internas à própria Matemática, mais voltadas à teoria do que à prática, exagerando no formalismo e na axiomática. Mas, ao aproximar a Matemática escolar da ciência Matemática pura, esta reforma pedagógica não considerou um ponto básico: o que se propunha estava fora do alcance dos alunos, em especial, das crianças mais novas.

Com o refluxo desse movimento, a resolução de problemas passou a ser o foco do ensino da Matemática nos anos 80 e foram dados novos rumos às discussões curriculares, que passaram a tratar da compreensão da relevância de aspectos sociais, antropológicos e linguísticos na aprendizagem da Matemática.

De acordo com trabalhos de Onuchic (1999), a potencialidade do conhecimento matemático deve ser explorada da forma mais ampla possível no ensino, e com isto levar o aluno, entre outros objectivos, a: compreender e transformar o mundo à sua volta; resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados; desenvolver formas de raciocínio; estabelecer conexões entre temas matemáticos e outras áreas.

A Matemática está presente em muitas das actividades realizadas pelas crianças, por exemplo, dividir porções de lanche; distribuir materiais entre os colegas; pensar no trajecto mais curto para se deslocar de um lugar a outro.

Desde muito pequenas, as crianças já elaboram conhecimentos sobre Matemática, pois estão expostas a esse conhecimento brincam e conversam, resolvem situações-problema que se apresentam no dia-a-dia. O que fazer, por exemplo, quando há mais pessoas do que lugares à mesa? Onde se posicionar para que a bola acerte o cesto? Como dividir entre os amigos as gomas?

Procura-se hoje utilizar os pontos positivos encontrados nas reformas anteriores, como a repetição, a compreensão, o uso da linguagem Matemática da teoria dos conjuntos, a resolução de problemas e, às vezes, até a exposição oral voltada ao ensino tradicional. Os estudos e pesquisas nesta área sofreram influências de teorias construtivistas, que se baseiam na psicologia genética, em que o processo de ensino-aprendizagem actualmente busca uma orientação muito mais formativa do que informativa, o que se reflecte na planificação dos currículos em geral, e não apenas no de Matemática. Essa orientação, que se inicia na educação infantil, salienta a importância da formação pessoal e social da criança, construindo a sua identidade e autonomia.

Mas, para que as crianças possam ter sucesso numa visão do ensino tradicional é preciso que tenham um certo tipo de maturidade (intelectual, emocional, motora e perceptiva, que muitas vezes não têm, o que pode conduzir a choques de aprendizagem, e logo ao insucesso. (Gruszczyk-Kolczynska e Semadini, 1988).

Uma leitura curricular transdisciplinar, enfatiza desde cedo o estabelecimento de relações entre as mais diversas linguagens (além da verbal, oral e escrita), como a da Matemática, do movimento corporal, da música e das artes plásticas visuais. Machado (1991) faz a análise da impregnação mútua entre a Matemática e a língua materna, dois sistemas de representação, destacando a importância fundamental da mediação da Língua no ensino da Matemática, visando inclusive superar dificuldades na sua aprendizagem.

Essa conjugação das linguagens numa forma dinâmica de ensinar, privilegiando expressão e comunicação, propõe que se faça através de conteúdos significativos para a criança, os chamados temas transversais, que abordam situações do dia-a-dia das crianças, e incentivam o registro e a análise do vivido através dos diferentes sistemas de representação, inclusive naturalmente o da Matemática, associada ou não a outras formas, visando o intercâmbio e a discussão.

Podemos, portanto, aqui distinguir dois grandes teóricos da psicologia genética alicerçando e alimentando esta proposta. De um lado, a visão sócio-interaccionista de Vigotsky, enfatizando a natureza social, histórica e cultural do homem, que só se desenvolve ao se inserir dinamicamente no seu tempo e lugar, transformando-se e transformando-o continuamente, através da linguagem. Por outro lado, o cerne da hipótese directriz Piagetiana, que coloca na própria acção do sujeito a mola mestra da sua estruturação mental. Piaget, também foi um grande estudioso da linguagem e propôs um modelo bio-matemático para descrever o processo de desenvolvimento conciliando a organização sintáctica à semântica.

Piaget era um epistemólogo, isto é, estava preocupado em descobrir o caminho, da busca do conhecimento o seu sujeito não era o indivíduo em particular, mas o universal, o sujeito epistémico. Conseguiu mapear hipoteticamente esta trajectória, apontando uma crescente abstracção, descentralização, objectividade, flexibilidade e agilidade do pensamento. A epistemologia genética, por ele assim chamada, veio a dar uma grande contribuição à Psicologia Genética, inclusive em múltiplas intersecções junto à educação, especialmente na psicopedagogia.

Segundo Piaget, em *Biologia e Conhecimento (1973),* ao organismo interessa manter-se o mais bem informado possível e, com isso, torna-se necessário fazer o agrupamento das informações de modo cada vez mais coerente e económico.

Os estágios do processo de desenvolvimento são universais, embora cada criança possua características peculiares, sendo que o desenvolvimento da inteligência vem a ser uma adaptação da pessoa ao ambiente, adaptação esta que é essencialmente activa e aprendida pelo sujeito na sua interacção com o meio. Piaget (1977) defende que as estruturas do pensamento são adquiridos pela acção do sujeito sobre o meio, portanto cabe ao educador criar condições para a construção progressiva dessas estruturas através de actividades que envolvem experimentação, reflexos e descoberta.

A sua teoria tem, portanto, um peso muito grande junto aos processos de aprendizagem, já que dá indicadores dos grandes períodos do desenvolvimento da inteligência, que aqui são sintetizadas no Quadro 1.

Como pode ser observado no quadro seguinte, essa forma de arquivar informações passa por três grandes transformações estruturais.

**Quadro 1: Estágios do desenvolvimento cognitivo piagetiano**

| Estágios e subestágios | Características principais |
|---|---|
| **1. Sensório – motor** (nascimento até 18/24 meses) | Estágio pré-linguístico que não inclui internalização da acção no pensamento; os objectos adquirem permanência; desenvolvimento dos esquemas sensório-motores; ausência operacional de símbolos. Termina pela descoberta e combinações internas de esquemas. |
| **2. Operações concretas** **2a. Pensamento pré-operacional** (de 2 a 7 anos) | Início das funções simbólicas; representação significativa como linguagem, imagens mentais, gestos simbólicos, jogos simbólicos, invenções imaginativas, etc. Linguagem e pensamentos egocêntricos; incapacidade de resolver problemas de conservação; internalização das acções em pensamentos; ausência de operações reversíveis. |
| **2b. Pensamento operacional concreto** (de 7 a 11 anos) | Aquisição de reversibilidade por inversão e relações recíprocas; inclusão lógica; início de seriação; início de agrupamento de estruturas cognitivas; entendimento da noção de conservação de substância, peso, volume, distância, etc, início de relacionamento das operações concretas com objectos, mas não com hipóteses verbais. |
| **3. Operações formais** (de 11/12 até 14/15 anos) | Raciocínio hipotético dedutivo. Proposições lógicas; desenvolvimento máximo das estruturas cognitivas; grupos, matrizes e lógica algébrica aparecem proposicionais: esquemas operacionais que envolvem combinações de operações. |

[Oliveira 2003]

A primeira transformação, marca a transição do período sensório-motor ao pré-operacional, onde a criança rompe os laços que a prendiam ao mundo físico, concreto, e passa a registar os seus dados, não só no seu próprio corpo, mas também de forma simbólica através de imagens mentais (figuras) a signos verbais (palavras).

A segunda, marca a transição do período pré-operacional ao operacional concreto, quando a criança já consegue compreender o processo de escrita e do número como sistemas de representação e passa a prever e anunciar verbalmente o que vai fazer.

E a terceira grande transformação marca a transição do período operacional concreto ao período das operações formais, ingressando aí o pensamento hipotético-dedutivo.

O trabalho de Piaget tem sido utilizado para explicar a capacidade das crianças em matemática, mais do que em qualquer outra área do currículo. Em parte, porque as operações matemáticas têm uma relação próxima com as operações mentais formais que Piaget identificou como conhecimento espaço-temporal. Isto consiste nos processos usados para operar informações relacionadas com o espaço e o tempo (Spodek e Saracho, 1998).

Nesse sentido, Piaget (Barros et al, 1997) coloca cada estágio a sustentar o seguinte, havendo rupturas no modo de pensar, mudanças de qualidade, provocadas pelo desenvolvimento quantitativo de actividades, como se mostra no quadro 2.

**Quadro 2: Classificação das estruturas cognitivas**

| Estágio | Características | Idade | Noções Matemáticas |
|---|---|---|---|
| 1. Sensório - Motor | 1. Actividades reflexas;<br>2. Primeiros hábitos;<br>3. Coordenação entre visão e compreensão;<br>4. Permanência do objecto, intencionalidade dos actos;<br>5. Diferenciação dos esquemas da acção;<br>6. Solução de problemas. | **Meses**<br>0 – 1<br>1 – 4<br>4 – 8<br>8 – 11<br>11 – 18<br>18 - 24 | Maior/menor<br>Noção de espaço, formas |
| 2. Pré - Operatório | 1. Função simbólica (linguagem)<br>2. Organizações representativas, pensamentos intuitivos<br>3. Regulação representativa articulada | **Anos**<br>2 – 4<br>4 – 5<br>5 - 7 | Desenhos, contagem, figuras geométricas, correspondência termo a termo, conservação do número, classificação simples. |
| 3. Operações Concretas | 1. Operações simples, regras, pensamento fundado na manipulação de objectos<br>2. Multiplicação lógica | 7 – 9 | Reversibilidade, classificação, seriação, transitividade, conservação de tamanho, distância, área, conservação de quantidade descontínua, conservação de massa (7anos). Classe-inclusão cálculo, conservação do peso, conervação do volume, fracções (9 anos). |
| 4. Operações Formais | 1. Lógica hipotética-dedutiva, raciocínio abstracto<br>2. Estruturas formais | 12 – 13<br>13 - 15 | Proporção, combinações (12 anos)<br>Demonstração, álgebra (13 anos) |

É importante saber quando é que o professor deve provocar situações que possam auxiliar a criança a progredir, existindo a necessidade de um correspondência entre o desenvolvimento psicogenético e as actividades propostas na escola, lembrando que o pensamento cresce a partir de acções, que vão do concreto para o abstracto.

Cabe ao professor apresentar as ideias matemáticas, representando-as por modelos tanto concretos como símbolos, articulando a utilização de materiais, com a evolução cognitiva da criança.

Matos, (2002), reforça esta ideia, referindo Copeland, que baseado nos trabalhos de Piaget, identificou algumas funções que o professor deve desempenhar:

1. Proporcionar um ambiente de aprendizagem que permita a exploração física dos objectos que "envolvem" a criança;
2. Fazer perguntas, em vez de, simplesmente dar respostas e explicações;
3. Permitir que os alunos estabeleçam entre si formas de interacção na resolução de problemas ou na descoberta de conceitos;
4. Ser capaz de diagnosticar o estádio de desenvolvimento cognitivo dos alunos.

Assim (Oliveira et al. 1996), diz que a criança aprende, ao atingir o período operacional concreto, época em que inicia o seu Ensino básico, ao compor as informações em sistemas de representação, a associá-las, invertê-las, correspondê-las umas às outras, procurando uma forma sempre mais abstracta e metódica de combiná-las.

Segundo Zabalza (1998:21) a escola deve fazer um trabalho planeado, com um sentido de continuidade, onde se articulam intenções com sequência de propósitos, conteúdos formativos e previsão de recursos.

O educador deve estar constantemente preocupado em desenvolver nas crianças a curiosidade e o interesse pela interpretação dos fenómenos que ocorrem no meio em que estão. Assim, "experimentar e descobrir" pode ser uma maneira muito rica e interessante de aprender. Para que isso ocorra, a criança deve ter a oportunidade de agir sobre sua realidade. Proporcionar à criança dessa faixa etária situações ricas e desafiadoras, as quais possam gerar a necessidade de resolver um problema real, parece ser fundamental. O papel do professor é de grande importância nesse processo, uma vez que, além de deixar a criança livre para manipular e experimentar materiais, deve também observar as reacções decorrentes, e propor à criança problemas reais a serem resolvidos, criando, assim, uma situação de aprendizagem significativa.

A construção de noções matemáticos assenta na vivência do espaço e apreende diversas noções (dentro, fora, entre, aberto, em cima…) e começa a encontrar princípios lógicos para classificar coisas e acontecimentos, estando relações entre eles.

A criança faz a classificação, segundo atributos e critérios previamente estabelecidos, formando conjuntos; reconhecendo propriedades, fazendo a seriação e ordenação, de modo a classificar, o tamanho, a espessura, a forma, a luminosidade, etc.

A criança vai construindo a noção de número correspondendo a uma série (n.º ordinal) ou uma hierarquia (o n.º cardinal). Por influência social, há crianças que aprendem com gosto e facilidade, a memorização da sucessão de números cardinais, no entanto é fundamental, perceberem a correspondência de uma determinada quantidade ao respectivo número.

A criança na educação infantil deve medir, pesar, utilizando objectos do quotidiano, de forma a aperceber-se da utilidade da matemática.

O desenvolvimento do raciocínio lógico, pode realizar-se através de padrões, para que as crianças possam descobrir a lógica subjacente.

As aprendizagens matemáticas estão ligadas à linguagem porque implicam não só a apropriação do conceito, mas também a sua designação. A linguagem é também um sistema simbólico organizado que tem a sua lógica. A descoberta de padrões que lhe estão subjacentes são um meio de reflectir sobre a linguagem e também desenvolver o raciocínio lógico. Tal como na matemática, esta descoberta assenta na resolução de situações problemáticas.

Segundo a publicação do Ministério das orientações curriculares (1997, cit. p. 78), os educadores devem propor "situações problemáticas" e permitir que as crianças encontrem as suas próprias soluções, que as debatam com outras crianças, num pequeno grupo, ou mesmo com todo o grupo, apoiando a explicitação do porquê da resposta e estando atentos a todas as crianças, de maneira a que tenham oportunidade de participar no processo de reflexão.

Não se devem apoiar somente as soluções consideradas correctas, mas sim estimular as razões de solução, de forma a propiciar o desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico. O confronto das diferentes respostas obtidas e formas de solução, permitem que cada criança vá construindo noções mais precisas e elaboradas de realidade.

Por isso, a resolução de problemas constitui uma situação de aprendizagem que deverá atravessar todas as áreas e domínios em que a criança será confrontada com questões que não são de resposta imediata, mas que levam a reflectir no como e no porquê.

Os materiais manipuláveis utilizados na educação infantil permitem desenvolver noções matemáticas, através de diferentes meios e processos, constituindo um estímulo para a aprendizagem da matemática, pois dão "oportunidade" de resolver problemas lógicos, quantitativos e espaciais.

Os puzzles e os dominós, são jogos que permitem compreender relações topológicas. O material cuisenaire, os calculadores multibásicos, permitem concretizar quantidades e algoritmos; os blocos lógicos desenvolvem a lógica; o geoplano constitui um estímulo para a geometria.

O trabalho de Matemática na Educação Infantil deve, dessa forma, garantir que as crianças façam mais do que recitar números e decorar os nomes de figuras geométricas. É preciso que possam, partindo dos conhecimentos prévios de cada uma, avançar nos seus conhecimentos mediante situações significativas de aprendizagem. Várias são as possibilidades para que isso ocorra: as situações de jogos; as resoluções de problemas; as actividades lógicas, etc. Guzmán (1990) valoriza a utilização de jogos, para o ensino da matemática, sobretudo porque eles divertem e também extraem das actividades material suficiente para gerar conhecimento, interessar e fazer com que as crianças pensem com motivação. A criança deve ser a protagonista desse processo, ou seja, um ser activo que procura respostas a questões verdadeiras e reais de forma a que a aprendizagem seja significativa.

Tomando como base o currículo, destacam-se três blocos de conteúdos a serem trabalhados na Educação Infantil: "números e sistema de numeração"; "grandezas e medidas"; "espaço e forma".

Durante muitos anos (especialmente durante as décadas de 70 e 80), as propostas de trabalho de Matemática para as crianças mais pequenas tinham como ponto principal a ideia de que não se devia ensinar números, mas sim propor actividades "pré-numéricas", desconsiderando tudo aquilo que as crianças já sabiam sobre eles. Essa ideia tinha como pilar de sustentação interpretações bastante particulares da teoria piagetiana, as quais preconizavam que não se podia ensinar números antes da noção de conservação estar construída. Assim, todo o trabalho de numeração era centrado, mesmo nas séries iniciais, nos aspectos lógicos do número em detrimento daqueles ligados à sua aplicabilidade.

Actualmente, considera-se que para aprender sobre numeração as crianças devem lidar com os números e com o sistema de numeração, trabalhando com resolução de problemas, contagem e regras do sistema decimal. Assim, as crianças devem ser capazes de pensar e discutir sobre as relações numéricas utilizando as convenções de nossa própria cultura, tendo familiaridade com números e desenvolvendo as habilidades matemáticas que capacitem o indivíduo a enfrentar as situações práticas do dia-a-dia, além de compreender informações matemáticas, tais como gráficos e tabelas.

Em relação à geometria, é necessário considerar que a criança constrói o espaço a partir de seu próprio corpo e construindo paulatinamente noções geométricas mais complexas. Dessa forma, o trabalho envolvendo espaço e forma não deve limitar-se ao reconhecimento e memorização de formas geométricas. Há que se desenvolver propostas que considerem o espaço sob a perspectiva do esquema corporal, da percepção do espaço, além das noções geométricas propriamente ditas. Estudos na área da geometria apontam a importância dos processos de visualização, Segundo Nacarato (2004), "a visualização pode ser considerada como habilidade de pensar, em termos de imagens mentais (representação mental de um objecto ou de uma expressão), naquilo que não está ante os olhos, no momento da acção do sujeito sobre o objecto. O significado léxico atribuído à visualização é o de transformar conceitos abstractos em imagens reais ou mentalmente visíveis". O desenvolvimento dos processos de modelos ou materiais que possibilitem à criança a construção de imagens mentais.

O trabalho de grandezas e medidas propícia que as crianças possam estabelecer relações entre objectos, comparando-os de acordo com um padrão (não convencional nesse momento da escolaridade). Assim, cabe ao professor organizar situações nas quais o uso da medida seja uma necessidade para as crianças. A própria marcação do tempo, por meio de um calendário adequado, constitui um importante momento de reflexão para os alunos.

Palhares e Mamede (2002) apontam algumas capacidades que as crianças utilizam para adquirirem o conceito de número.

Não se pode deixar de considerar a importância de actividades como classificar, ordenar, seriar e corresponder, as quais não se referem especificamente a nenhum conteúdo da Matemática, mas que servem como organizadores do raciocínio lógico matemático. Essas actividades visam desenvolver as operações intelectuais que permitem à criança estabelecer relações entre os elementos da realidade.

Constance Kamii (1993) caracterizou as operações como conhecimento lógico--matemático e espaço-temporal. As crianças estruturam este tipo de conhecimento a partir das suas próprias acções e do seu sentido lógico, usando os processos de acomodação e assimilação para alcançar um novo equilíbrio das informações. As três áreas do conhecimento lógico-matemático incluem a classificação (encontrar semelhanças e diferenças entre os objectos, bem como agrupá-los e separá-los de acordo com elas), a seriação (ordenar as coisas de acordo com as suas diferenças relativas) e os números (julgar mais, menos e o mesmo, e conservar a quantidade, ou dar-se conta de que a quantidade da matéria não muda quando a forma muda).

A matemática busca a ordem e o estabelecimento de padrões e requer raciocínio e solução de problemas (Steen, 1998). O conhecimento matemático abrange conceitos e procedimentos (Carpenter, 1982). O conhecimento conceitual inclui os conceitos e a compreensão matemática. Os procedimentos requerem o conhecimento dos processos matemáticos, ou de como aplicar o conhecimento conceitual. As crianças na educação infantil precisam, adquirir estes dois tipos de conhecimento ao apreenderem matemática (Spodek e Saracho, 1998).

No processo de ensino-aprendizagem os recursos didácticos manipulativos desempenham um papel importante, pois permitem criar uma ampla variedade de situações didácticas relacionadas, com um determinado contexto. Para Vale (2000, p. 64), quando se desenrola aquele processo, há que recorrer a qualquer suporte educativo, como a voz, o giz, o quadro, o computador, ou os materiais manipuláveis. Segundo Angel (2004) a manipulação é um passo necessário e indispensável para a aquisição da competência matemática, mas não é a manipulação que é mais importante, mas sim a acção mental que esta estimula, quando as crianças têm a possibilidade de ter os objectos e os diferentes materiais, nas suas mãos, e utilizam o jogo, como recurso de aprendizagem. Só depois de um trabalho lúdico-manipulativo podem usar-se recursos mais elaborados de representação matemática, como a simulação virtual ou o trabalho escrito com lápis e papel.

A escola deve ser um espaço privilegiado, rico em recursos que promovam a aprendizagem, num ambiente, onde as crianças construam os seus conhecimentos, segundo estilos individuais de aprendizagem.

Aprender Matemática significa, fundamentalmente, utilizar-se do que distingue o ser humano, ou seja, a capacidade de pensar, reflectir sobre o real vivido e o concebido, transformar este real, utilizando na sua acção, como ferramenta, o conhecimento construído em interacções com as necessidades surgidas no aqui e no agora.

Parece-nos ser a reflexão sobre o papel da Educação Infantil e, no caso específico, a reflexão acerca da Educação matemática, ministrada na Pré-escola, um caminho para a realização de rupturas consideráveis e construção de um novo tipo de saber matemático.

## 3. A articulação entre a Educação Infantil e o 1.º Ciclo do Ensino Básico

Segundo o documento “Gestão do Currículo na Educação Pré-escolar – Contributos para a sua Operacionalização” (2007) é fundamental no processo educativo a articulação entre a Educação Infantil e o 1.º Ciclo do Ensino Básico.

A articulação entre as várias etapas do percurso educativo implica uma sequencialidade progressiva, conferindo a cada etapa a função de completar, aprofundar e alargar a etapa anterior, numa perspectiva de continuidade e unidade global de educação/ensino.

Aos educadores de infância e professores do 1.º ciclo compete ter uma atitude proactiva na procura desta continuidade/sequencialidade, não deixando de afirmar a especificidade de cada etapa, porém criando condições para uma articulação co-construída escutando os pais, os profissionais ligados à educação, as crianças e as suas perspectivas.

A transição das crianças da Educação Infantil para o 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) ainda que relativamente uniforme em termos de idade, revela grande diferença quando ao número de anos de frequência da Educação Infantil e quanto à situação em que cada uma se encontra.

Nesta perspectiva, são sugeridas: organização de visitas às escolas para conhecimento mútuo; planificações de projectos e actividades comuns à educação infantil e ao 1.º ciclo; reuniões entre educadores e professores para troca de informação sobre o trabalho desenvolvido e a desenvolver, para existir continuidade e sequencialidade do percurso escolar das crianças; diálogo e reuniões entre os diversos intervenientes.

A planificação conjunta da transição das crianças é condição determinante para o sucesso da sua integração na escolaridade obrigatória. Cabe ao educador, em conjunto com o professor do 1.º CEB, proporcionar à criança uma situação de transição facilitadora da continuidade educativa. Esta transição envolve estratégias de articulação que passam não só pela valorização das aquisições feitas pela criança no jardim-de-infância, como pela familiarização com as aprendizagens escolares formais, tendo em vista o sucesso escolar da criança.

Capítulo **II**

# O educador, a formação inicial e a matemática

## 1. O papel do educador

> "To be a teacher requires extensive and highly organized bodies of knowledge".
>
> Schulman, 1985.

O educador é uma pessoa, que exerce uma profissão, num dado contexto.

A importância atribuída ao papel do educador, como mediador, agente de mudança e garantia da qualidade de ensino, fez com que a sua formação se tornasse um dos domínios privilegiados da investigação educacional das últimas décadas.

As mudanças crescentes nas condições sociais, e consequentemente nos sistemas educativos, o aparecimento de novas perspectivas teóricas sobre a acção de educador e o aumento de complexidade do seu papel levou à emergência de uma nova visão do educador como profissional em permanente desenvolvimento, verificando-se nos últimos anos, um novo paradigma na formação de professores. Segundo Tavares (1997), a perspectiva de formação como construção de conhecimento e produção de saberes implica "concepção de natureza interactiva, colaborativa e mista que possibilitem o desenvolvimento progressivo e equilibrado de sujeito para a autonomia" (p. 67). Permite também o desenvolvimento do saber, saber-fazer e saber ser e estar, integrando as competências científicas, pedagógica e pessoal, fundamentais para o desenvolvimento profissional do educador.

Na perspectiva de Nóvoa (1992) o educador constrói: a sua profissionalidade, tendo uma atitude de reflexão crítica sobre as práticas e de re(construção) permanente da identidade pessoal, assumindo a responsabilidade pelo seu próprio desenvolvimento, num processo dinâmico, que se pretende contínuo o evolutivo.

O educador, através do seu conhecimento prático que resulta de síntese pessoal, que realiza ao combinar o seu conhecimento teórico com a sua experiência de ensino e o balanço que dela faz, produz um conhecimento dinâmico, que evolui com a prática de ensino, e que se iniciou desde o tempo em que foi aluno.

O conhecimento prático do professor, segundo Elbaz (1983, p. 14) é "conhecimento de alguma coisa". Esta investigadora organiza esse conhecimento em cinco categorias distintas: conhecimento de si (*self*), conhecimento do contexto (*milieu*), conhecimento do assunto (*subject*), conhecimento do currículo e conhecimento do processo instrucional. Por *self* pretende traduzir a forma pela qual os valores e propósitos pessoais do profissional informam o seu conhecimento prático. Inclui a "auto-imagem enquanto professora e profissional, a forma como vê o seu papel na sala de aula e na escola, o tipo de autoridade e de responsabilidade que assume". Por *milieu* refere-se à forma como estrutura a sua experiência social na escola. Inclui o conhecimento da aula, enquanto espaço e turma, e o conhecimento dos outros contextos relacionais da sua profissão: os colegas, a escola e a comunidade de inserção, assumindo especial importância a forma como vê a sua relação com os diversos contextos. Por *subject*, refere-se à sua evolução com a experiência de ensinar, no que diz respeito às concepções e à própria capacidade de seleccionar e combinar as diferentes áreas, com as especificidades da aprendizagem dos seus alunos. Por conhecimento do currículo, pretende traduzir a forma como a professora entende o processo de desenvolvimento curricular, o conhecimento das suas finalidades e objectivos e a capacidade de realizar uma planificação adequada. Por conhecimento instrucional pretende traduzir o conhecimento sobre formas de promover a aprendizagem, como organizar a instrução, o tipo de interacção a promover com os alunos e a avaliação das aprendizagens dos mesmos.

Para Schön (1983), o domínio profissional não se limita a um campo de aplicação, que foi aprendido numa fase de formação inicial. O exercício de uma profissão evoca um conhecimento mais complexo, que recorre a dimensões que não podem ser representadas por conhecimento proposicional, mas que é construído e desenvolvido na base da experiência. Schön, alerta para situações da prática profissional, as quais caracteriza pela complexidade, especificidade, instabilidade, desordem e indeterminação.

Face a este tipo de situações, a capacidade de tomar decisões acertadas e resolver problemas práticos joga um papel essencial na actividade profissional. O professor necessita da capacidade de apreensão intuitiva das situações, da improvisação de respostas rápidas e não rotineiras, da identificação de estratégias de acção para situações não habituais. O conhecimento profissional resulta do acumular de resposta que o profissional e a sua comunidade lhe reconhecem, perante problemas que surgem no dia-a-dia. Este aspecto é essencial para Schön (1983), que usa o termo "conhecimento-em-acção" para descrever o conhecimento que está embebido na acção competente de um profissional.

A complexidade da sala de aula é reconhecida por muitos autores, que a caracterizam segundo seis características: multidimensionalidade, simultaneidade, imediaticidade, imprevisibilidade, exposição pública e historial.

Segundo Elbaz (1983), por outro lado, ao desenvolver o seu trabalho, o professor manifesta várias dimensões importantes para o seu papel, na organização do conhecimento prático: as “regras da prática”, os “princípios práticos” e as “imagens”. Significa, que o professor primeiro precisa tomar decisões sobre as acções em situações específicas; segundo necessita tomar decisões sobre o curso da acção, quando várias hipóteses existem; e por último ele manifesta perspectivas gerais pessoais, sobre o ensino que orientam a sua acção, pois como afirma Elbaz (1983, p. 134)” os sentimentos, valores, necessidades, e crenças do professor combinam-se para a criação de imagens de como o ensino deve ser, e misturam experiência, conhecimento teórico e cultura da escola, para dar substância a essas imagens.”

Clandinin (1986) faz uso do conceito de imagem proposto por Elbaz, e defende a perspectiva de que todo o pensamento do professor está “imbuído na experiência.” (1986, p. 17). Esta autora atribui três dimensões distintas às imagens: a moral, a emocional e a associada ao pessoal, privado e profissional.

A dimensão moral emerge da experiência na qual tem origem e do julgamento que o professor faz dessa experiência. A dimensão emocional tem também origem na experiência, está relacionada com os sentimentos, que o professor faz dessa experiência. A terceira dimensão relaciona a experiência educacional pessoal privada e profissional do professor, integrando a sua anterior enquanto aluno e as suas perspectivas enquanto professor.

O(A) educador(a) necessita planificar as suas actividades de forma que a criança possa partir de elementos cognitivos, que fazem parte da sua realidade. O educador precisa conhecer as possibilidades de cada criança para proporcionar o desenvolvimento de capacidades com actividades adequadas. Não podemos esperar que a criança evolua sozinha, é necessário uma interacção entre as potencialidades de cada etapa e o meio (no qual se inclui a escola), que devem ser diversificadas e motivadas.

O trabalho que o educador realiza na educação infantil, com a matemática é produzir e incorporar, através das ideias pré-concebidas das crianças, experiências, com a finalidade de ampliar os seus conhecimentos elementares de matemática.

O educador deve estimular a criança a pensar, propiciar, fornecer informações, sistematizar os conhecimentos que vão sendo construídos, possibilitando o acesso da criança ao desenvolvimento de várias capacidades cognitivas, contribuindo para a sua interacção no mundo em que vive, mas não esquecendo de ampliar os horizontes e proporcionar o desenvolvimento, de modo a que a criança evolua no seu modo de pensar.

A educação necessita estar comprometida com a aprendizagem, pois aprender é construir significados e atribuir sentidos às acções. Educar para compreender é educar para o vir a ser, é educar para o conhecimento. Este implica a construção da própria inteligência.

Na perspectiva de Moura (2001) "os conteúdos matemáticos são aqueles que permanecem como património cultural porque, de algum modo, contribuíram, para a solução de problemas ainda relevantes para o convívio social" (p. 148). Desta forma atribui-se um significado aos conteúdos, ligando-os às necessidades sentidas pela humanidade, ao longo do seu desenvolvimento.

O mesmo autor, defende a relevância de que se deve tratar o conteúdo matemático como um objecto social a veicular na sala de aula, que passa a ter uma história. O educador ao lidar com um conteúdo específico lida com a história, adquirindo a criança uma compreensão do modo com os conhecimentos são produzidos historicamente. "É nessa percepção que está o aspecto de formação contínua que consideramos tão relevante para o professor. A compreensão de que o conteúdo tem uma história ligada ao desenvolvimento social vai trazer uma nova dimensão para a didáctica do professor" (ibidem, p. 149) Este precisa reconhecer as conexões, a interdependência e complementaridade numa perspectiva interdisciplinar entre as várias áreas do saber.

Segundo Azevedo e Migueis (2006) o foco da prática do educador deve ser a promoção, a partir da actividade lúdica, da estimulação, da autonomia e da descoberta do que a criança manipula, experimenta, vivencia, de forma a sentir-se motivada, promovendo e implicando-a no seu processo de aprendizagem, ajudando-a a ir mais além (Vygotsk chama-lhe intervenção na "Zona de desenvolvimento proximal", considerando a diferença entre o nível das tarefas que a criança pode realizar com a ajuda do adulto ou de outro mais competente e o nível de tarefas que consegue realizar sozinha. O educador desempenha, assim, um papel fundamental ao intervir nesta zona e servir de mediador entre o mundo e a criança). O educador deve ter uma atitude de interacção positiva, que seja facilitadora do desenvolvimento e aprendizagem da criança. A estimulação apropriada e variada, desenvolve as capacidades, o diálogo e o pensamento da criança "promovendo a sua autonomia, encorajando-a nas suas escolhas e dando-lhe oportunidade de experimentar e de resolver os seus conflitos de uma forma autónoma" (Luís, 2000, p. 79).

O educador no seu processo de desenvolvimento e conhecimento profissional deve estar em permanente (re)construção; deve dimensionar o ensino da matemática, na educação infantil, adequando-o às necessidades da criança para a sua integração e desenvolvimento.

A criança está num contexto em que partilha significados, em que as relações de ensino-aprendizagem estão presentes. Por isso, devemos ponderar qual o conhecimento necessário e se há um factor mobilizador da criança para a busca de significado do que está a aprender.

O conceito de literacia matemática, no relatório de PISA (2003), é definido como a capacidade do indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo, e pretende apontar caminhos para as dificuldades sentidas nesta área do saber, na Europa.

Segundo Migueis M. e Azevedo M. G. (2007, p. 122). "A matemática não exige actividades específicas, é uma área do conhecimento transversal a todas as outras áreas e deve ser abordada a partir de qualquer situação". Assim, o educador deve dominar o conhecimento e ter "a intencionalidade de construir o conhecimento matemático com a criança"

Vários estudos internacionais apontam para a necessidade de se introduzirem medidas que contrariem a resistência à compreensão da actividade matemática, tanto por parte de alunos, como de professores, gerada por atitudes crenças e emoções negativas relativas aos conteúdos matemáticos.

O conhecimento matemático entendido como uma construção social, como um produto cultural, abre possibilidade para que o aprendiz, seja ele professor ou aluno, se veja como sujeito que constrói, que é capaz de teorizar e confrontar as suas teorias e estabelecer relações com outros sujeitos e com objectos.

Ser educador em matemática é entender esse conhecimento como um valor cultural. É conhecer os métodos e as leis gerais da matemática, suas especificidades e como esse conhecimento contribui para a apreensão da realidade. É, ainda, ver cada homem como produtor de conhecimento ao interagir com outros homens em busca de soluções, tanto de problemas que estas interacções suscitam, como daqueles outros que a natureza nos coloca como desafios" (Moura, 2000).

Azevedo e Migueis (2006) afirmam que o educador deve "encontrar espaços de interacção entre as dimensões pessoais e profissionais de modo a apropriar-se dos seus processos de formação, dando-lhe um sentido no quadro das suas histórias da vida.

Segundo Ponte (1997), afirma no prefácio do livro "Emergência da Matemática no Jardim-de-infância"… "todo o trabalho educacional tem de deixar sempre múltiplas portas abertas para vias de concretização diferenciadas por parte dos educadores, de acordo com as características do seu público e dos seus contextos de trabalho" (p. 10).

Moura (1996) considera que a finalidade da educação das crianças menores de seis anos, consiste em ampliar o desenvolvimento infantil. Segundo ele, é necessário considerar as possibilidades da criança, os seus interesses e inclinações, lembrando que ela não se prepara para a vida, mas já a vive A introdução à matemática tem sido justificada pela necessidade das crianças construírem e recriarem conhecimentos, desenvolverem a imaginação e a criatividade, bem como por uma necessidade social de as instrumentalizar para a vida no mundo.

No mundo em que vivemos é exigível diferenciadas habilidades e competências matemáticas ao indivíduo. O educador defronta-se com um desafio enorme no processo de construção desse conhecimento e para educar com sucesso é preciso acreditar. Por isso aqui deixo uma pequena história de M.ª Rosa Colaço:

As Asas crescem devagar

> Quando eu era pequena, a minha maior alegria era semear coisas. Semeava tudo: caroços de laranja, de nêsperas, pevides de melão, raízes ínfimas de violetas, pétalas de cravo, olhinhos amarelos de malmequer. Semeava nos vasos, nos canteiros da escola e, sobretudo, debaixo duma nespereira enorme que havia no quintal da minha casa de infância. As sementes transformavam-se. Primeiro eram folhas tenras, depois, plantas que cresciam, às vezes trepavam, às vezes... não acontecia nada.
>
> Um dia o meu canário morreu. Logo, não percebi muito bem o que lhe tinha acontecido. Depois, descobri que alguma coisa diferente, silenciosa, fria e inesperada, interrompia a vida. Então, fui também semear o canário. Durante dias e dias aguardei, debaixo da nespereira, que o canário voltasse. Primeiro, seria o bico. Depois, os olhinhos e, depois ainda, um vôo rápido e uma canção.
>
> Passaram-se muitos anos. Quando olho lá para trás sei que descobri que a vida é um milagre. Semear qualquer coisa que fique, que cresça, que deixe um sinal, mesmo pequenino, deve ser o sentido dos nossos dias. E, em certas horas, ainda acredito que o canário voltará. É talvez uma semente que demora um pouco mais que as outras porque tem asas e as asas crescem devagar. Mas

eu sei, tenho a certeza que um dia, de repente, no alto duma árvore qualquer eu avistarei essa ave. E conto com vocês que me lêem para me ajudarem a descobri-la. Está bem?

### 1.1. Antecedentes e situação actual da formação inicial de professores

A história da educação em Portugal reflecte um longo percurso, que começa segundo Nóvoa (1986) no Séc. XVII e XVIII, com as congregações religiosas. Com o modelo de secularização e estatização do ensino e com a tutela da Igreja, a educação passou a ser ministrada por um corpo docente recrutado pelo estado (Domingues, 1998: 64, 65).

No Século XIX, a "*Educação* torna-se praticamente sinónimo de *escolarização*. Este facto, conjugado com o papel preponderante que é concedido ao professor na organização do acto educativo, explica que o tema central dos discursos pedagógicos da época seja a preparação adequada do corpo docente, através da *instituição de um sistema de formação de professores*. (…). A primeira metade do séc. XIX é dominada pelos debates em torno da institucionalização do ensino normal, onde os professores aprendam os conhecimentos e as técnicas e integrem as normas e os valores próprios da profissão docente" (Nóvoa, 1987: 27,28).

Na primeira parte do século XIX, dá-se a criação das primeiras Escolas Normais, que constitui um marco fundamental na história, pois o objectivo é a preparação dos professores em exercício.

Em 1896, na sequência da reforma do sistema educativo, é regulamentado o funcionamento e programa das *escolas* infantis, surgindo como uma das primeiras referências relativamente à formação e estatuto das professoras. Neste curso define-se que nas escolas infantis existirão somente mulheres, habilitadas com o curso de formação de professora da escola primária. Este curso, segundo legislação de 1881, refere-se ao ensino infantil na disciplina de pedagogia.

A preocupação, em estarem apenas mulheres à frente das escolas infantis, é referido no programa elaborado pelo pedagogo José Augusto Coelho, publicado em 1893, que defende que as crianças deveriam ser acompanhadas por "dirigentes" do sexo feminino considerando que às "mulheres pertence essa nobre missão" (Gomes, 1986:131).

Com a instauração da república, na reforma do sistema educativo em 1911, a formação das professoras é feita numa Escola Normal, em que a especificidade da escola infantil por causa do seu carácter maternal, coloca a professora em paralelo com a mãe da criança. Nestas escolas, o curso durava quatro anos e as professoras deveriam realizar uma formação mais específica, durante dois anos, para o ensino em escolas infantis. As raparigas, entre os 15 e 25 anos, tinham que ter como habilitação mínima o curso do ensino primário superior (seis anos de escolaridade). Assim as professoras do ensino primário são colocadas nas escolas infantis, pois como é referido "Habilitar – educar – as professoras e não lhes tornar efectiva a nomeação sem que hajam durante dois anos, depois de admitidas ao serviço nas escolas infantis, dado evidentes provas da sua capacidade e aptidões" (Programa de 25-08-1911).

Em 1914, com novas alterações oficiais é definido que os cursos tenham uma duração mais curta e que as alunas devem realizar estágios para concretização desta medida, reforçando-se também a necessidade de serem criadas classes infantis, junto às escolas de formação.

Em 1923, com uma proposta de lei publicada para a reorganização da educação nacional, que nunca foi concretizada, salientava-se a importância da formação, das "jardineiras de infância" das escolas infantis, passar a ser realizada em Faculdades de Ciências de Educação.

Esta situação não se verificou pois a 28 de Maio de 1926, houve um golpe de estado, que desvalorizou a educação e formação. Neste novo contexto político, foi publicado em 1928, um decreto considerando "a importância social que reveste a preparação dos professores, a quem o povo confia os seus filhos para educar". (Decreto 16037/1928).

Em 1930, as Escolas Normais passam a ser chamadas de Escolas do Magistério Primário, e os cursos de formação são mais curtos. A formação para o ensino infantil passa a ser considerada como um complemento do curso de formação, para o ensino primário, com a duração de um ano lectivo. Este decreto foi posteriormente revogado por outro que definiu que em Lisboa e Porto, o curso de formação para o ensino infantil, passasse a ser realizado de forma diferenciada da formação, para o ensino primário, com a duração de um ano lectivo.

Com o Estado Novo, dá-se o encerramento das Escolas do Magistério e colocaram-se regentes escolares, a quem era exigida a instrução primária.

Em 1937, deu-se o encerramento das escolas infantis oficiais e as professoras que aí trabalhavam passam para o quadro do ensino primário. Em 1939, foi a criada a Escola Normal Social, que formava assistentes de serviço social, e estas profissionais passam a poder trabalhar em instituições de educação de infância.

Em 1942, deu-se a reabertura das Escolas do Magistério Primário e em 1943, na cidade de Lisboa, perante a necessidade de formar educadores para os Jardins-Escola João de Deus, esta Associação criou um curso de formação de acordo com as orientações do método pedagógico João de Deus, vocacionado para crianças entre os 3 e os 8 anos.

João de Deus Ramos, em 1943, referindo-se às características do curso de formação, dizia: "(…) deverá abranger a doutrina educativa, teórica e aplicada aos Jardins--Escola, visando a expansão e aperfeiçoamento dos processos adoptados ou a adoptar" (Ponces de Carvalho, 1991).

Este foi o primeiro curso a existir em Portugal, especificamente destinado à formação de educadoras de infância, e com uma duração de um semestre.

Em 1954, aparecem em Lisboa as Escolas de Educadoras de Infância de Lisboa, que ainda hoje existe, sob a designação de Escola Superior de Educação Maria Ulrich e o Instituto de Educação Infantil, que encerrou em 1975.

Em 1961, o curso de educadores de infância João de Deus, passou a ter a duração de 2 anos, em que foi dado uma abrangência maior à formação teórica, sendo a disciplina de psicologia introduzida no plano de estudos.

A Escola de Formação, defendida por Maria Ulrich, (ESE Maria Ulrich, 1964) explicava num folheto que "É uma escola de adultos que visa a auto-educação baseada na responsabilidade; na iniciativa pessoal; no sentido vocacional da missão da educadora e no regime auto governativo de participação e na orgânica e disciplina da Escola".

No folheto, da Escola de Educadoras de Infância de Lisboa, eram exigidos para entrar: nove anos de escolaridade, 17 anos como idade mínima, uma "boa saúde física e mental" e uma "boa formação moral".

Em 1963, com a iniciativa de movimentos religiosos, observou-se a criação de mais duas escolas de formação de educadores: a Escola de Educadores de Infância de Nossa Senhora da Anunciação, que fechou em 1975 e a Escola de Educadoras de Infância Paula Frassinetti no Porto, que fechou em 1974 e que existe presentemente como Escola Superior de Educação.

Em 1972, num relatório apresentado pelo gabinete de Estudos e Planeamento da Acção Educativa do Ministério da Educação, é afirmada a necessidade de serem criados cursos públicos de formação (MEN-GEPAE, 1972a), com a duração de três anos, devendo os educadores serem preparados para o exercício da docência no primeiro ano da escola primária. Salienta-se também que estes cursos devem ter uma preparação específica para se trabalhar com crianças com menos de 4 anos.

Em 1973, com a reforma do sistema educativo, proposta pelo Ministro Veiga Simão, foram criados dois cursos públicos de formação de educadoras de infância em Coimbra e Viana do Castelo.

Com a publicação da Lei 5/73, que definiu a nova estrutura do sistema educativo português, deu-se o recomeço dos cursos públicos de formação de educadores. De acordo com esta Lei, esta formação que era somente permitida às mulheres dizia:

> "A formação das educadoras de infância e dos professores do ensino primário é obtida, respectivamente, em escolas de educadoras de infância e escolas do magistério primário (Cap. III/Base XX/Ponto 1);
>
> O curso das escolas de educadoras de infância e o das escolas do magistério primário têm a duração de três anos, habilitando o primeiro para a acção educativa nos jardins-de-infância e o segundo para o ensino nas escolas primárias (Cap. III/Base XXI/Ponto1); Têm acesso às escolas de educadoras de infância e às escolas do magistério primário os diplomados com o curso geral do ensino secundário (Cap. III/BaseXXI/Ponto2);
>
> Os dois primeiros anos dos cursos das escolas de educadoras de infância e das escolas do magistério primário abrangerão disciplinas comuns ao curso complementar do ensino secundário e um núcleo de disciplinas de Ciências da Educação; o 3.º ano destinar-se-á a proporcionar aos alunos um contacto mais intenso com a realidade da sua futura vida profissional, envolvendo a realização de estágios em jardins-de-infância ou em escolas primárias, consoante o caso. (Cap.III/BaseXXI/Ponto3)" (Lei 5/73).

A formação contemplava disciplinas de carácter geral e de formação específica, em que a prática pedagógica ocupava praticamente o 3.º ano do curso. Relativamente à creche, a legislação era omissa, facto que ainda hoje continua a manter-se.

Num despacho de 1975 pretendeu-se articular a formação de educadores e professores do ensino primário com um primeiro ano comum. Este despacho é revogado pelo Despacho 283/76 que determina a formação diferenciada de educadores e professores do ensino primário e a anulação do funcionamento dos cursos públicos de formação de educadores de infância.

É com a lei 6/77 que aparece a decisão de criar os primeiros cursos públicos de formação e as Escolas Normais de Educadores de Infância (ENEI). O acesso à formação inicial passa a ser o curso complementar do ensino secundário (11 anos de escolaridade). É com esta legislação que a designação educadores, e não educadoras, passa a não ser apenas restrita ao sexo feminino.

Nos anos lectivos de 1977/78 e 1978/79, as habilitações académicas, a título transitório, passaram a ser o curso complementar do ensino secundário, quaisquer que sejam as disciplinas. No ano lectivo de 1979/80, a habilitação requerida passou a ser o curso complementar do ensino secundário com as disciplinas de Português, Matemática e Ciências Naturais, ou Geografia ou Físico-Química. Durante este ano, foi criado o ensino superior de curta duração, que mais tarde se veio a designar por Ensino Superior Politécnico. Dentro desta linha, foram previstas as Escolas Superiores de Educação, para a formação de educadores e de professores do 1º ciclo, que somente em 1986 é que começaram a funcionar.

Em 1979, são publicados os estatutos das escolas públicas de formação para educadores de infância (Decreto-lei 519-R2/79), em que é concedida "uma relativa autonomia pedagógica" sendo-lhes facultada "a existência de um órgão adequado à inovação e criatividade pedagógica, e por outro lado autonomizando-as das escolas do magistério primário". Estas escolas situadas nas Caldas de Rainha, Guarda, Viana do Castelo, Viseu, são designadas por Escolas Normais de Educadoras de Infância (ENEI) e para além de formação inicial de educadoras, tinham como objectivos a "investigação pedagógica nos domínios da educação pré-escolar" devendo estas, "(…) na medida das suas possibilidades e das solicitações que lhes vieram a ser dirigidas" promover actividades de: "a) Formação contínua do pessoal da educação pré-escolar; b) Apoio à comunidade; c) Cooperação com os novos países de expressão portuguesa".

Quanto à formação inicial, foi definido que deve contribuir para: "a) Sensibilizar o futuro educador de infância para as diversas variáveis que contribuem para o desenvolvimento global da criança; b) Possibilitar ao futuro educador de infância as condições que permitam a compreensão da integração educador – criança – meio; c) Suscitar no futuro educador de infância uma acção pedagógica reflectida e renovada".

Atendendo a estes objectivos, é decidido que a formação inicial deverá contemplar de forma integrada e prática, as componentes: "a) Informação científica; b) Informação psicopedagógica; c) Observação, reflexão e prática pedagógicas". A investigação deve privilegiar: "a) Uma atitude permanente de professores e alunos na realização das actividades escolares; b) um objecto que visa assegurar uma dinâmica de renovação nas escolas normais, possibilitando o estudo permanente dos problemas do sector e garantindo a divulgação e, quando for caso disso, a sua experimentação nos jardins-de-infância." Aqui são também propostas várias temáticas de pesquisa nomeadamente a reflexão de diversos atendimentos à criança e à família.

Este plano de estudos referia que se devia centrar "(…) na prática pedagógica entendida na sua dimensão relacional, procurando-se, pois, que para além do saber e do saber fazer, o ser e o estar sejam realidades fundamentais na formação". Para além deste plano de estudos, os estatutos definiam a exigência para os formadores das várias disciplinas, do grau académico de licenciatura (cinco anos no ensino superior) e a "área da observação e prática pedagógica" estar orientada por educadores diplomados, com um curso de 3 anos. Neste ano é também publicada a Portaria 26-G/80, que define os objectivos, conteúdos e referências bibliográficas, das disciplinas do plano de estudos.

Também em 1978 é publicado um Decreto que estabelece as normas para os cursos privados de educadores, com a duração de 3 anos, incluindo o estágio. O 3.º ano será essencialmente ocupado por seminários e pelas actividades da prática pedagógica.

Em 1986, houve um estudo de avaliação realizado pelo gabinete de Estudos e Planeamento do Ministério de Educação e a Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Lisboa, onde são aferidas quatro escolas de formação de Lisboa, Viseu, Coimbra e Faro. (Estrela; Estrela (Coord.), 1991). Depois de usar inquéritos, entrevistas e análise documental produziu determinadas conclusões:

> "(…) é a nível da articulação teoria-prática, da interdisciplinaridade e da investigação pedagógica que se situam os aspectos que, do ponto de vista da organização curricular, se revelam mais críticos. (…) é na estrutura curricular dos cursos que podemos encontrar a origem dos aspectos menos conseguidos (…). Factores conjunturais, variáveis de escola para escola, podem ter ajudado a atenuar, em alguns casos, a agravar noutros, as dificuldades de concretização dos objectivos estabelecidos nos textos legais. Factores inerentes ao sistema, como o critério de selecção de formadores, o desconhecimento que muitos destes tinham da realidade "jardim-de-infância" e a falta de uma formação de

formadores, terão certamente contribuído para as deficiências de execução nos aspectos mencionados.” (Estrela; Estrela (coord.), 1991:136,137).

O grupo de avaliação refere, também que ressalta uma imagem positiva da formação:

> “Se houve pontos negativos como os já referidos, se houve falhas em algumas disciplinas (…) se na prática de estágio ou na prática profissional se revelaram dificuldades de planificação de actividades, parece-nos que o balanço final que ressalta do estudo se pode considerar largamente positivo e que um novo espírito e uma nova mentalidade marcaram a formação ministrada” (Estrela, Estrela (Coord.), 1991:38).

É neste ano que também se inicia o funcionamento dos cursos das Escolas Superiores de Educação (ESE) e é publicada a Lei de Bases do Sistema Educativo (Lei 46/86). Segundo informações recolhidas no Departamento de Educação Pré-Escolar do Ministério de Educação (não publicados), em 1986, antes das ESE iniciarem os cursos de formação o número total de educadoras de infância existentes em Portugal era de 10.388, em que 762 tinham sido formadas através de cursos de promoção 3576 eram formadas em escolas públicas e 5970 tinham sido formadas em escolas privadas.

Em 1977, “o ensino superior de curta duração, tendente à formação de técnicos especialistas e de profissionais de educação a nível superior intermédio” (Decreto-Lei 427-B/77), passa a ser realizado pelas Escolas Superiores de Educação, responsáveis pela formação inicial dos educadores de infância. Em 1979, a designação de”ensino superior de curta duração é substituída pela de Ensino Superior Politécnico”, e são definidas diversas finalidades:

a) *Formar, a nível superior, educadores de infância, professores dos ensinos primário e preparatório e técnicos qualificados em vários domínios de actividade;*
b) *Promover, dentro do seu âmbito, a investigação e o desenvolvimento experimental, estabelecendo a ligação de ensino com as actividades produtivas e sociais;*
c) *Apoiar pedagogicamente os organismos de ensino e educação permanente;*
d) *Colaborar directamente no desenvolvimento cultural das regiões em que estão inseridos;*

e) *Prestar serviços à comunidade, como forma de contribuição para a resolução de problemas, sobretudo de carácter regional, nela existente."* (Decreto-Lei 513-T/79).

Relativamente a este tipo de ensino houve também a preocupação de o descentralizar, mas somente em 1986, depois de um processo longo e complexo é que as ESE começaram o seu funcionamento. O Ministério definiu linhas gerais de orientação em relação aos planos de estudos dos cursos, deixando às Escolas Superiores de Educação a responsabilidade de definir os seus planos de estudos, de acordo com os princípios genéricos definidos por legislação (durante o funcionamento das Escolas Normais de Educadores de Infância, era a Divisão de Educação Pré-Escolar do Ministério de Educação que o fazia).

Assim em 1986, de acordo com a Portaria 352/86, as Escolas Superiores de Educação passam a ministrar a formação inicial de educadores de infância, professores do 1.º e 2.º Ciclos do ensino básico, com várias variantes. O acesso aos cursos passa a ser igual ao Ensino Superior Universitário (12 anos de escolaridade). A formação inicial corresponde a 3 anos, com 6 semestres e equivale ao grau académico de bacharelato. É ainda definido que "o curso incluirá obrigatoriamente componentes da prática pedagógica e de formação em Ciências da Educação, às quais serão atribuídas as seguintes parcelas da carga horária total: a) Prática Pedagógica: 22,5% a 27,5%; b) Ciências da Educação (não incluindo as metodologias específicas): 20% a 25%". É ainda definido que "1) A Prática Pedagógica deve constituir uma base de aprofundamento da formação nas diferentes componentes do curso respectivo no sentido do desenvolvimento das competências necessárias ao exercício dos diferentes aspectos que integram a função docente; 2) A Prática Pedagógica concretiza-se através de actividades diferenciadas ao longo do curso, em períodos de duração e, responsabilização progressiva. Esta Portaria refere também um ano de indução, para o acompanhamento dos recém-formados, que não chegou a ser efectuado. Nalgumas, regiões do país em que não existiam Institutos Politécnicos, a formação inicial de educadores ficou dependente de Centros Integrados de Formação de Professores (CIFOP) integrados nas Universidades. Estes cursos, não tinham uma definição dos objectivos dos planos a desenvolver e a lei de Bases do Sistema Educativo só foi publicada em Outubro de 1986, quando já tinham começado alguns cursos. Em 1988, foi regulamentada a prática pedagógica, orientada para a necessidade de responsabilização progressiva e por períodos de duração crescente ao longo do curso, em que se desenvolviam os seguintes aspectos: "a) Observação – análise; b) Cooperação – intervenção; c) Responsabilização pela docência."

O facto das várias escolas superiores terem a necessidade de fazerem protocolos de colaboração com centros de estágio, e a função e o estatuto da/os profissionais que recebem estagiários (designados por cooperantes) nunca ter sido claramente definida, fez com que houvesse dificuldade em encontrar professores disponíveis para cooperarem com instituições, tal como é afirmado por Bártolo Paiva Campos (1995, p. 38), "não têm redução de serviço docente e porque o complemento de vencimento concedido (…) não é competitivo com outras tarefas a que se podem dedicar".

Segundo Cardona (2006, p. 173) a passagem para o ensino superior da formação inicial de educadores, foi "um marco muito importante na história do grupo profissional". Mas, a diversidade dos cursos e das escolas de formação, "veio reforçar ainda mais a heterogeneidade que já caracterizava a formação dos educadores de infância". Esta diversidade foi constatada na organização curricular dos cursos, na terminologia usada para designar as disciplinas e nas formas de interpretar os princípios definidos pela legislação.

A partir dos anos 90, com o novo regime de autonomia, as escolas e os institutos Superiores Politécnicos. "(…) na sua administração e gestão, pelos princípios da democracia e da participação de todos os corpos escolares" (Lei 54/90), sob a tutela do Ministério, puderam passar a ter os seus próprios estatutos e órgãos de gestão, passando obrigatoriamente a apresentar os planos e relatórios de actividades. Os cursos das ESE passam a ter uma maior dimensão científico-cultural, mas o ano de indução (previsto na legislação) contínua sem concretização pois não foram criadas condições. A carga do curso, nas ESE passa a 2250 – 2500 horas, sendo inferior à carga horária dos antigos cursos de formação com 2610 horas. Quanto aos cursos de formação de educadores, nas ESE privadas houve um período de transição e a criação de uma comissão para a elaboração de novos planos de estudos.

Segundo Ponces de Carvalho (1991, p.39). "Esta comissão considerou a percentagem atribuída à prática pedagógica insuficiente (…). Dispondo a escola de um modelo de prática pedagógica responsável, confirmado pelo sucesso obtido ao longo de 44 anos (…) é proposto um aumento da percentagem atribuída à prática pedagógica…". Assim a Escola Superior de Educação João de Deus e a ESE Maria Ulrich foram algumas das que contrariamente aos cursos públicos das ESE, continuaram a ter na prática pedagógica, uma carga horária superior à definida pela legislação de 1986.

Não podemos falar em formação de educadores e professores do 1.º ciclo do ensino básico, sem referirmos a Lei de Bases do Sistema Educativo que ao incidir na formação dizia:

*"a) Formação inicial de nível Superior, proporcionando aos educadores e professores de todos os níveis de ensino a informação, os métodos e as técnicas científicas e pedagógicos de base, bem como a formação pessoal e social adequadas ao exercício da função;*

*b) Formação contínua que complemente e actualize a formação inicial numa perspectiva de educação permanente;*

*c) Formação flexível que permita a reconversão e mobilidade dos educadores e professores dos diferentes níveis de ensino, nomeadamente o necessário complemento de formação profissional;*

*d) Formação integrada quer no plano da preparação científico-pedagógica quer no da articulação teórico-prática;*

*e) Formação assente em práticas metodológicas afins das que o educador e o professor vierem a utilizar na prática pedagógica;*

*f) Formação que, em referência à realidade social, estimule uma atitude simultaneamente crítica e actuante;*

*g) Formação que favoreça e estimule a inovação e a investigação, nomeadamente em relação com a actividade educativa;*

*h) Formação participada que conduza a uma prática reflexiva e continuada de auto-informação e auto-aprendizagem." (Lei 46/86).*

Em Portugal, a educação pré-escolar é destinada às crianças entre os três anos e os seis anos de idade, quando entram para a escolaridade obrigatória. Assim nesta Lei é definido que:

> "Os educadores de infância e os docentes dos ensinos básicos e secundário adquirem qualificação profissional em cursos específicos destinados à respectiva formação de acordo com as necessidades curriculares do respectivo nível de educação e ensino, em escolas superiores de educação ou em universidades que disponham de unidades de formação próprias para o efeito."

Com o decreto-lei 344/89, foram definidas as linhas gerais de formação inicial e contínua de professores.

A formação inicial deverá contemplar:

*"a) A formação pessoal e social dos futuros docentes, favorecendo a adopção de atitudes de reflexão, autonomia, cooperação e participação, bem como a*

*interiorização de valores deontológicos e a capacidade de percepção de princípios;*

b) *A formação cientifica, tecnológica, técnica ou artística na respectiva especialidade;*
c) *A formação cientifica no domínio pedagógico didáctico;*
d) *O desenvolvimento progressivo das competências docentes a integrar no exercício da prática pedagógica;*
e) *O desenvolvimento de capacidades e atitudes de análise critica, de inovação e investigação pedagógica."*

Há também a preocupação da formação contínua ser realizada como "complemento e actualização de conhecimentos e competências profissionais, bem como possibilitar a mobilidade e a progressão na carreira, assegurada pelas instituições responsáveis pela formação inicial em estreita cooperação com os estabelecimentos onde os educadores e professores trabalham". A formação aparece como um processo formativo que deve ser desenvolvido ao longo de todo o percurso profissional. (Cardona, 2006).

São também definidos objectivos para a formação contínua:

a) *"Melhorar a competência profissional dos docentes nos vários domínios da sua actividade;*
b) *Incentivar os docentes a participar activamente na inovação educacional e na melhoria da qualidade da educação e ensino;*
c) *Adquirir novas competências relativas à especialização exigida pela diferenciação e modernização educativa"*.

Em 1997, é publicada uma alteração à Lei de Bases do Sistema Educativo, que vem determinar que a formação de educadores e professores do 1.º ciclo, passe a ter quatro anos de formação em que é concedido o grau académico de licenciatura, idêntico ao que acontece com outros profissionais do ensino. Foi criada a oportunidade para os educadores (com o grau de bacharelato) de fazerem a licenciatura, nas ESE, tendo-se criado cursos de complemento de formação científica e pedagógica e cursos de qualificação para o exercício de outras funções educativas. Para estes cursos, foram definidas áreas possíveis, linhas gerais de funcionamento e critérios de acesso a avaliar pelas escolas de formação. Durante este ano, a política educativa no campo da formação inicial de educadores de infância e professores criou o Instituto Nacional de Acreditação da Formação de Professores (INAFOP). Este definiu o Perfil Geral de Desempenho do Educador e do Professor e o Perfil específico de desempenho profissional dos educadores de infância e professores e os Padrões de qualidade dos cursos da formação inicial de professores, (Decreto-Lei nº 241/2001, de 30 de Agosto) que deveriam servir de base ao sistema de acreditação dos cursos de formação inicial.

Segundo Ponte *et al* (2004), actualmente, no acesso à profissão docente podem identificar-se duas situações:

a) a instituição de formação inicial assegura, em simultâneo, a formação académica e a formação profissional dos alunos-professores, numa lógica integrada ou numa lógica sequencial; (caso dos educadores).

b) a instituição de formação inicial assegura numa primeira etapa, apenas a formação académica, ficando a formação profissional para uma segunda etapa – muitas vezes a cargo de outra instituição.

Formosinho (1986) distinguiu quatro modelos de formação de professores: empiricista, teoricista, compartimentado e integrado. O modelo empiricista estrutura-se na concepção de que os conhecimentos, as competências e as atitudes necessárias a um professor provêem predominantemente da sua experiência docente. O modelo teoricista estrutura-se na concepção da necessidade de se transmitirem aos futuros professores todos os conhecimentos que se supõe que lhe vão ser precisos. O modelo compartimentado estrutura-se na lógica da separação da componente científica da especialidade e a componente de formação profissional, contrariamente ao modelo integrado. Há quem utilize outros termos para significar esta compartimentação, como por exemplo: etápico; estratificado; sequencial.

O INAFOP foi extinto, em 2002, com a mudança política do governo, deixando em aberto a necessidade de um sistema de acreditação dos cursos. No final da década de 90, foi criado o grupo de Estudos para o Desenvolvimento da Educação de Infância (GEDEI), com a finalidade de reunir vários investigadores e instituições para investigarem e partilharem práticas de formação.

Em 1999, foi assinada por 29 estados Europeus, incluindo Portugal, a Declaração de Bolonha, com o objectivo de estabelecer até 2010 um espaço europeu para o Ensino Superior.

Com a Declaração de Bolonha, assinada em 19/06/99, os Ministros da Educação da União Europeia, pretenderam encontrar, uma forma de tornar “inteligíveis” e “comparáveis” os graus conferidos pelas universidades europeias. Estes dois termos ficaram consignados na Declaração de Praga, de 19/05/01, e são aqueles que traduzem o espírito das duas declarações que, afirmando a aposta na manutenção da riqueza cultural decorrente da diversidade apresentada pelas universidades dos vários países-membros, não se confundem com qualquer tentativa de uniformizar os vários sistemas de ensino neles existentes. Trata-se, de encontrar um conjunto de convenções que permitam aos mercados empregadores diferenciados, uma interpretação rápida e rigorosa dos graus do ensino superior. Efectivamente, a actual disparidade da designação, da duração e da substância dos títulos administrados nas universidades europeias torna difícil a tão desejada mobilidade dos estudantes, a leitura das suas capacidades e a hierarquização e articulação entre os vários "ciclos" de estudos (1.º, 2.º e 3.º ciclos).

Em Portugal o ensino superior tem assentado em quatro graus distintos (bacharelato, licenciatura, mestrado e doutoramento) que, ainda que compreensíveis no âmbito da tradição académica nacional, não encontram correlatos noutros sistemas de ensino europeus (sobretudo o bacharelato e o mestrado). Por isso, a Declaração de Bolonha veio obrigar a uma reflexão sobre estas matérias no nosso país, nomeadamente, a configuração de algumas das formações mais específicas, como a dos professores.

A alteração do sistema para as formações, por causa da possível mobilidade europeia, obriga a reconfigurar a de professores, para que esta possa acompanhar o movimento de renovação e clarificação geral. Nessa medida, convém interpretar a Declaração de Bolonha como uma interpelação e um incentivo à reorganização da formação inicial de educadores de infância e professores em Portugal (Ponte, 2002).

O quadro em que esta reflexão se impõe é, em si mesmo, muito diversificado. Estamos a falar, por um lado, de formação de professores para níveis de ensino e de aprendizagem diferentes (educação de infância, educação básica e ensino secundário), por outro, de instituições formadoras genológica e vocacionalmente distintas (escolas superiores de educação e faculdades/institutos superiores) e, finalmente, de percursos e duração de formação por vezes diversas. (Campos, 2002).

A Declaração de Bolonha aponta também para a formação ao longo da vida, entendida nas suas duas dimensões: a formação contínua e a formação especializada.

Como referem Ponte, Sebastião e Miguéns (2004) o Processo de Bolonha, subscrito presentemente por cerca de quarenta países, representa o seu empenhamento na construção de um espaço europeu de ensino superior tendo em vista a qualidade, a mobilidade e a comparabilidade dos graus académicos e formações. Para isso, os países signatários propõem-se adoptar um sistema de diplomas claros e compatíveis, organizar os estudos em três ciclos de formação (correspondentes aos graus de *bachelor, master e doctor*), desenvolver um controlo comparável da qualidade da formação e introduzir nesta a dimensão europeia. A reorganização dos estudos superiores em ciclos de formação tem em vista aumentar a flexibilidade dos percursos académicos, dando aos alunos um maior leque de opções profissionais, facilitando a sua reconversão profissional e estimulando a formação ao longo da vida.

Os educadores de infância e os professores 1.º ciclo do ensino básico são profissionais com responsabilidade pela educação de crianças, desenvolvendo a sua actividade em escolas, jardins-de-infância ou outras instituições educativas. Esta actividade realiza-se no quadro jurídico do sistema educativo, cujo principal elemento estruturante é a legislação que suporta o sistema educativo e define a natureza, objectivos e planos curriculares desse nível de educação.

Segundo aqueles investigadores a docência, qualquer que seja o nível em que é exercida, é conotada por um saber profissional comum, que resulta da mobilização, produção e utilização de diferentes saberes (científicos, pedagógico-didácticos, organizacionais, técnico-práticos), organizados e integrados em função da acção concreta a desenvolver em cada situação de prática profissional.

Uma das vertentes desta formação é determinada pela *área de especialidade* ou pelo *nível de exercício* da sua função de professor generalista. Outra vertente da formação é a *educacional*, que inclui elementos de natureza geral, relativos aos processos educativos, aos seus actores e ao seu contexto, ao lado de outros elementos de natureza específica, relativos à sua esfera de intervenção, com destaque para as didácticas e metodologias de ensino. A formação do professor envolve também, naturalmente, uma vertente *cultural, pessoal, social e ética*.

Finalmente, para além de conhecimentos em diversos domínios, o professor precisa de possuir um conjunto fundamental de competências docentes e capacidades e atitudes de análise crítica, inovação e investigação pedagógica, tornando-se necessária uma vertente de formação com carácter fortemente *prático* que promova o seu desenvolvimento. (Ponte, et al, 2004).

No nosso país, a formação de professores tem seguido, na generalidade, um de dois modelos: (i) cursos específicos, com entrada directa no início do ensino superior, como é o caso dos cursos de educadores de infância, de professores do 1.º ciclo do ensino básico (EB) e de alguns cursos de formação de professores dos outros ciclos e níveis de ensino; (ii) cursos de formação de professores associados a outros cursos, uns (a) com um tronco comum com outras licenciaturas, explícito ou implícito, situação frequente nas áreas de ciências, em especial nas Universidades de Lisboa, Porto e Coimbra, e outros (b) como cursos complementares de formação que se seguem a uma licenciatura inicial, situação frequente nas áreas de letras, tecnologias e artes. Com uma ou outra variante, modelos semelhantes são igualmente adoptados na generalidade dos países desenvolvidos.

O Processo de Bolonha aponta para a estruturação dos cursos do ensino superior em ciclos de formação, com um 1.º ciclo de "banda larga" e um 2.º ciclo de estudos de especialização, de forma a proporcionar a oportunidade de estabelecer um sistema coerente de formação de professores para todas as áreas disciplinares.

### 1.2. Perfis e competências de formação

Segundo Peterson (2003) o perfil é uma representação que traduz os resultados obtidos. O perfil de entrada, para um educador ou professor, é um conjunto de capacidades ou comportamentos necessários antes de iniciar uma aprendizagem e o perfil de saída, é um conjunto de capacidades ou comportamentos esperados no final de uma aprendizagem. Esse perfil deve englobar, aquilo que o professor deve saber (homo sapiens), fazer (homo faber) e ser (homo socialis), no fim de sua formação. A constituição, a estruturação ou a formação do perfil do professor é feita em função do quadro político (institucional), das finalidades educativas e do modo de gestão do sistema educativo do país.

Deste modo, pretende-se um perfil de docente "mais autónomo e capaz de desempenhar a sua prática educativa de forma reflexiva" (Cardona, 2006).

#### 1.2.1. Perfis para o exercício profissional

Tomando a Lei de Bases do Sistema Educativo em vigor, que permite a coexistência em Portugal dos ensinos público e particular, com funções e competências docentes semelhantes, os professores devem no seu acto profissional atender a diferentes aspectos, como os que estão no quadro 3.

**Quadro 3: Perfis profissionais dos professores**

| Perfil | Subsistema predominante | Descritores dos principais actos (diferenciadores) |
|---|---|---|
| **Educador de infância** | Universitário/ Politécnico | Planifica, realiza e avalia actividades de educação e ensino de crianças com idades até 6 anos, nas diferentes áreas do conhecimento necessárias a uma abordagem integrada da aprendizagem nesta faixa etária.<br>Participa na construção, realização e avaliação do projecto educativo da escola ou instituição onde se insere.<br>Promove o seu desenvolvimento profissional, nas diversas vertentes, ao longo da vida. |
| **Professor do 1º ciclo do Ensino Básico** | Universitário / Politécnico | Planifica, realiza e avalia actividades de educação e ensino de crianças do 1º ciclo do ensino básico, nas diversas áreas do conhecimento integradas na aprendizagem desse nível de ensino.<br>Participa na construção, realização e avaliação do projecto educativo da escola, agrupamento ou instituição onde se insere.<br>Promove o seu desenvolvimento profissional, nas diversas vertentes, ao longo da vida. |

(adaptado Ponte *et al.* 2004)

### 1.2.2. Competências gerais e académicas associadas aos perfis dos professores

Estão legalmente definidos os perfis gerais do desempenho profissional do educador de infância e do professor do 1.º ciclo do ensino básico (Decreto-Lei N.º 240/2001 de 30 de Agosto).

Considerando competência como a faculdade de mobilizar um conjunto de recursos cognitivos (saberes, capacidades, informações, etc.) para solucionar com pertinência e eficácia uma série de situações (Perrenoud, 2000) e sabendo que a competência implica um conjunto integrado e complexo de saberes e saber-fazer, a capacidade de mobilizar saberes específicos para conseguir gerir a adaptação à mudança de contextos e situações, os professores devem segundo Ponte, Sebastião e Miguéns (2004) ter as seguintes competências gerais, no 1.º ciclo de estudos, a que chamam “Técnico de Educação”:

**Quadro 4: Competências gerais dos professores**

| EDUCADOR DE INFÂNCIA<br>PROFESSOR DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO<br>SUBSISTEMA – UNIVERSITÁRIO/POLITÉCNICO |
|---|
| O educador (técnico de educação) (graduado de 1.º ciclo de estudos superiores da área da formação de professores) deve possuir um conjunto de capacidades que lhe permitem a reali-zação de funções técnicas na área de educação, quer em contacto com crianças, jovens ou adultos, assim como, nas fases de planeamento e avaliação:<br>deve ter capacidade<br>- Relacional adequada ao exercício de funções no âmbito da educação da faixa etária com que trabalha.<br>- De análise, síntese, pesquisa e análise crítica da informação.<br>- De aplicar conhecimentos em tarefas de rotina e na resolução de problemas.<br>- De comunicar utilizando uma variedade de linguagens e suportes, incluindo as tecnologiasde informação.<br>- De mostrar autonomia para as suas metas pessoais e para a construção das suas estratégiasde aprendizagem.<br>- De trabalhar em equipa, de modo a melhorar a sua formação, contribuindo para a formaçãodos outros. |

(Adaptado Ponte *et al.* 2004)

O 1.º ciclo de estudos superiores representa uma primeira etapa de formação, ainda sem especialização, com uma duração de três anos. Estes estudos envolvem as áreas disciplinares fundamentais correspondentes às definidas nos documentos curriculares para a educação de infância, formação educacional, formação prática e ainda formação cultural, pessoal e ética.

A conclusão deste 1.º ciclo de formação qualifica para o exercício de funções de “técnico de educação” (Ponte, Sebastião, Miguéns; 2004). Com esta formação, o formando poderá continuar os seus estudos superiores ou ingressar no mercado de trabalho, desempenhando funções em escolas ou outras instituições, onde seja requerida uma sensibilidade para o fenómeno educativo.

No 2.º ciclo de estudos, os professores, segundo aqueles investigadores, devem ter as competências do quadro 5.

**Quadro 5: Competências gerais do graduado de 2.º ciclo de estudos superiores da área de formação de professores**

| |
|---|
| **Educador de Infância**<br><br>**Professor do 1.º Ciclo do Ensino Básico**<br><br>**Subsistema – Universitário/Politécnico** |
| O graduado de 2.º ciclo de estudos superiores da área da formação de professores deve possuir um conjunto de capacidades que lhe permitem a realização de funções profissionais na área da educação, Queridos pais, pais, em contacto com crianças, quer nas fases de planeamento e avaliação da acção educativa.<br><br>Deve ter capacidade:<br><br>- Relacional adequada ao exercício de funções profissionais no âmbito da educação, de forma a incluir diversas culturas e origens sociais.<br>- De análise e de síntese a um nível avançado, de pesquisa e análise crítica de informação, respeitantes a questões da prática profissional.<br>- De mobilizar criticamente conhecimentos em situações de prática rotineiras e não rotineiras e de resolver problemas.<br>- De realizar um trabalho de investigação sobre um problema prático e apresentar os Respectivos Resultados e Conclusões.<br>- De comunicar com oportunidade e de forma persuasiva, utilizando uma variedade de linguagens e suportes, incluindo as tecnologias de informação e comunicação.<br>- De trabalhar em colaboração com outros profissionais da educação e elementos da comunidade educativa, de modo a melhorar a sua formação e contribuir para a formaçãodos outros.<br>- De autonomia para realizar as suas metas pessoais e construir e avaliar as suas estratégias de aprendizagem.<br>- Mostrar receptividade a novas realidades e problemáticas, sentido crítico, responsabilidade, espírito inovador, capacidade de reflexão e de resolução de problemas edisponibi-lidade para assumir compromissos. |

(Adaptado Ponte *et al.* 2004)

Indicam-se nos quadros 6, 7 e 8 (adaptados Ponte *et al* 2004) as competências académicas do Técnico de Educação, bem como as competências académicas/ profissionais dos graduados com o 2.º ciclo de estudos superiores das áreas de formação para educadores e professores do 1.º ciclo.

**Quadro 6: Competências académicas do técnico de educação**

| **EDUCADOR DE INFÂNCIA**<br><br>**PROFESSOR DO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO**<br><br>**SUBSISTEMA – UNIVERSITÁRIO/POLITÉCNICO** |
|---|
| O Técnico de Educação (graduado de 1º ciclo de estudos superiores da área da Formação de Professores) deve possuir um conjunto de conhecimentos, capacidades e atitudes de ordem académica que lhe permitem a realização de funções técnicas na área da educação, em contacto com as crianças, assim como, em fases de planeamento e avaliação.<br><br>Deve possuir:<br>- Conhecimentos fundamentais nas áreas disciplinares do currículo do ensino básico – Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Sociais e da Natureza e ainda conhecimentos gerais de Pedagogia, Teoria do Currículo, Psicologia Educacional e Análise Social da Educação.<br>- Capacidade de observar e integrar-se em contextos educativos, reflectir criticamente sobre os acontecimentos que neles ocorrem.<br>- Formação cultural, pessoal, social e ética compatível com o exercício de funções técnicas no âmbito da educação de crianças. |

**Quadro 7: Competências académicas/profissionais do Educador de Infância**

| **SUBSISTEMA – UNIVERSITÁRIO/POLITÉCNICO** |
|---|
| O Educador de Infância (graduado de 2.º ciclo de estudos superiores) deve ter competência para:<br>- Conceber e desenvolver o respectivo currículo, ajustado ao seu contexto de trabalho, com planificação, organização e avaliação do ambiente educativo, bem como actividades e projectos curriculares, com vista à construção de aprendizagens |

| |
|---|
| integradas nas crianças.<br>- Observar as crianças e identificar as suas necessidades, estabelecendo com elas uma relação educativa de qualidade, promotora de inclusão, segurança e autonomia.<br>- Realizar actividades educativas promotoras da aprendizagem no âmbito dos objectivos curriculares da expressão, da comunicação e do conhecimento do mundo e avaliar osprogressos dos alunos.<br>- Trabalhar em colaboração com outros actores educativos e da comunidade na construção, realização e avaliação do projecto da sua instituição.<br>- Realizar a sua própria formação como elemento constitutivo da sua prática profissional, analisar os problemas existentes nesta prática e avaliar estratégias.<br>- No exercício das actividades, o Educador de Infância deve privilegiar os valores éticos e contribuir para o desenvolvimento da profissão, assumindo a dimensão cívica e formativa das suas funções. |

**Quadro 8: Competências académicas/profissionais do professor do 1.º ciclo do ensino básico**

| **SUBSISTEMA – UNIVERSITÁRIO/POLITÉCNICO** |
|---|
| O Professor do 1.º ciclo do Ensino Básico (graduado de 2.º ciclo de estudos superiores) deve ter competência para:<br>- Conceber e desenvolver o respectivo currículo, ajustado ao seu contexto de trabalho, através da planificação, organização e avaliação do ambiente educativo, com actividades e projectos curriculares, articulando as diferentes áreas de modo a construir aprendizagens integradas nas crianças.<br>- Observar as crianças, identificar as suas características e necessidades, de forma a estabelecer uma relação educativa de qualidade, promotora de inclusão, segurança e autonomia.<br>- Realizar actividades de ensino promotoras da aprendizagem nas áreas curriculares de Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Sociais e da Natureza, Educação Física, Educação Artística e de áreas curriculares transversais, de modo a integrar e avaliar os progressos dos alunos.<br>- Trabalhar em colaboração com os vários actores educativos na construção, realização e avaliação do projecto da sua instituição. |

- Realizar a sua formação como elemento constitutivo da sua prática profissional, analisar os problemas existentes nesta prática e avaliar estratégias e acções.
- No exercício das actividades, o Professor do 1º ciclo do Ensino Básico deve privilegiar os valores éticos e contribuir para o desenvolvimento da profissão, assumindo a dimensão cívica e formativa das suas funções.

Segundo Ponte *et al.* (2004), este segundo ciclo de estudos de formação superior, contempla estudos complementares que permitem o exercício autónomo de todas as actividades profissionais específicas aos professores. Esta formação envolve também, um aprofundamento da formação nas áreas disciplinares consideradas relevantes (Português, Matemática, Ciências, Expressões, etc.), assim como, aspectos particulares relativos às crianças. Este ciclo de formação tem uma importante vertente prática, integradora de saberes e promotora das competências profissionais, e uma iniciação à investigação educacional. Entende-se investigação no sentido amplo, como um estudo realizado de forma cuidadosa, baseado numa metodologia apropriada e envolvendo uma perspectiva crítica do conhecimento, tal como é indicado no documento "Descritores de Dublin" (Strom et al. 2004). Os educadores e professores serão capazes de entender e tirar partido de investigação, bem como de a usar para estudar problemas da sua prática profissional.

Segundo Rodriguez (1999), "todo plan de estudios desde el punto de vista general, implica el nivel de conocimientos culturales de cada época y que el país considera necesarios para su fines y, por otro, el de una formación teórico-práctica que le facilite el dominio de las técnicas y procedimientos de enseñanza". Assim, para melhorar a qualidade da educação e da respectiva formação inicial, deve-se ter como objectivo "orientar su trabajo y actuación aunándolo con las capacidades necesarias para ello" (Almenzar Rodriguez, 1999).

## 2. Currículo e desenvolvimento curricular

A partir dos anos 60 e 70, houve uma preocupação em mudar o sistema educativo tradicional, tentando reflectir na comunidade educativa, a consciência de que o currículo e a formação de educadores e professores, na área de matemática tinha que ser constante e consistente, nos vários níveis de ensino. Assim ao falarmos de currículo, em que o grande objectivo é a educação matemática, temos que atender a três aspectos: a escola como instituição, as formas de conhecimento e o educador/professor.

O currículo começou por estar centrado nos conteúdos, caracterizando um ensino tradicional. Segundo Lerman (1996) a maioria dos alunos não será capaz de mobilizar os conhecimentos e destrezas adquiridos fora do contexto escolar, ou seja, "noutras disciplinas escolares, em situações de trabalho ou noutras necessidades da vida adulta" (p. 109), o que, de certa forma, retira relevância às opções feitas em termos de "conteúdo". Ao mesmo tempo, os currículos centrados no conteúdo, pressupõem uma visão absolutista da Matemática enquanto ciência, contrariando as perspectivas de autores como Lakatos (1980b) que defendem que o conhecimento matemático é falível e se encontra em permanente construção.

Defendendo uma visão "construtivista" da aprendizagem das crianças, que apresenta como uma aprendizagem centrada no que "a criança apreende em qualquer situação, incluindo o que nós, enquanto professores, lhes apresentamos" Lerman (1996, p. 110), entende que concentrar a atenção no "conteúdo" conduz a um ensino indesejavelmente centrado no conhecimento matemático que se pretende apresentar, bem como na forma como o explicamos, em vez de partir do que a criança apreendeu ou é capaz de apreender para "compreender e interpretar aquilo que ela sabe" e criar situações de aprendizagem favoráveis a essa apreensão. Aliando uma concepção da Matemática, que inclui de forma integrada "processo" e "conteúdo", à preocupação em proporcionar às crianças experiências de aprendizagem significativas, Lerman defende um ensino da Matemática "através da colocação de problemas":

> Dado que o contexto e o significado são relativos e, por conseguinte, o envolvimento da criança constitui uma resposta individual e não é necessariamente uma consequência do estímulo do professor, então propor à criança uma situação aberta, em que ela é encorajada a colocar questões por si própria, é a única forma de lhe permitir avançar conceptualmente. (p. 111).

O ensino tradicional estava baseado em conteúdos desligados, quer das disciplinas, quer da realidade e pretendia ensinar aos alunos conceitos básicos. Do mesmo modo, o método de ensino expositivo privilegiava a exposição, os exercícios de aplicação e os manuais serviam como mediadores escolares.

Ao passar-se para um conteúdo centrado nos alunos, em que as metodologias estão numa perspectiva construtivista, as tarefas propostas são seleccionadas e organizadas de acordo com os interesses e necessidades dos alunos. O educador estimula e facilita a actividade do aluno, proporcionando situações de aprendizagem diversificada e motivadora visando o gosto de aprender, o desenvolvimento do raciocínio, a intuição, a autonomia, a criatividade, hábitos de pesquisa, entre outros (Silva *et al*., 2004). O desenvolvimento de atitudes, o desenvolvimento de capacidades e a aquisição de conhecimentos, as três dimensões a ter em conta, surgem em pé de igualdade na recomendação de que sejam contempladas "equilibradamente" pelo professor (ME, 2001).

Assim um currículo de matemática, deve privilegiar um modo mais eficaz de ensinar/aprender matemática, em que os alunos aprendem factos, conceitos, princípios, destrezas, processos de raciocínio e estratégias de resolução de problemas. Segundo Fey (1994) para isso acontecer deve-se: (1) escolher ideias matemáticas que sejam importantes; (2) encontrar meios que enquadrem aquelas ideias em experiências de aprendizagem interessantes e efectivas. Por isso os currículos devem fazer-se de acordo com o desenvolvimento do aluno, de modo a que ele possa aprender. Estamos assim a valorizar o aluno como indivíduo, com os seus conhecimentos e valores, respeitando as suas diferenças.

Ernest (1996), defendendo a tese de que todo o ensino da Matemática tem por base a Filosofia da Matemática, reflecte sobre a natureza desta ciência, encarando-a como actividade de formulação e resolução de problemas e identificando-lhe potencial enquanto instrumento causador de mudança social. Esta perspectiva é sustentada pela importância que os problemas, mesmo aqueles que ficam por resolver durante largos períodos de tempo, assumem no desenvolvimento da Matemática, nomeadamente pelos desafios que representam, mas também, pelas oportunidades que geram de desenvolvimento de técnicas fundamentais para o seu crescimento. Consequentemente, decorrem diversas implicações para o ensino desta disciplina, das quais o autor destaca as seguintes:

> A Matemática escolar para todos deve estar essencialmente relacionada com a formulação e resolução de problemas; a inquirição e a investigação devem ocupar um lugar central no currículo de Matemática; o facto da Matemática ser uma construção falível e em permanente evolução deve ser explicitamente aceite e incorporado no currículo; a pedagogia utilizada deve ser centrada nos processos e na inquirição, caso contrário, existe contradição com as implicações anteriores. (p. 28).

O recurso à formulação e resolução de problemas como pedra basilar para o ensino desta disciplina e uma perspectiva do currículo associada à visão que se tem da natureza da Matemática, são ideias defendidas por numerosos outros autores tais como Lerman (1996), Mason (1995), Pólya (1981), Porfírio (1998) e Schoenfeld (1999).

Lerman (1996, p. 110), por exemplo, sistematiza os aspectos que considera negativos na concepção de currículos matemáticos centrados no conteúdo em três pontos fundamentais. O primeiro ponto tem a ver directamente com os alunos, o segundo prende-se com a concepção que professores e educadores têm sobre a natureza da Matemática enquanto ciência e, por fim, o terceiro equaciona a dificuldade que constitui definir o que é um "conteúdo indispensável, irredutível e absolutamente básico".

Apesar da palavra currículo ser usada em diferentes contextos e com diversificados significados, poderemos dizer que o currículo deve envolver um conjunto de orientações sobre o ensino de um determinado nível, onde se contemplam, de um modo geral, objectivos, conteúdos, metodologias, materiais e formas de avaliação.

Quando se fala em currículo tem que se falar em desenvolvimento curricular. Segundo Ponte *et al*. (1998), o desenvolvimento curricular é uma necessidade imperiosa de educação da sociedade e da escola.

O desenvolvimento curricular não é somente a definição de novos currículos, para determinado nível de ensino, pode incidir na aquisição de um conjunto de competências ou até uso de certos materiais ou metodologias. O termo, como defende Pacheco (1996), é usado para expressar uma prática dinâmica e complexa que se processa em diversos momentos e em diferentes fases, de modo a formar um conjunto estruturado, que tem quatro componentes principais:

Justificação teórica, elaboração/planeamento, operacionalidade e avaliação.

Howson *et al*. (1981) distinguem três tipos de desenvolvimento do currículo: (1) o desenvolvimento em grande escala – refere-se às decisões particulares de cada país ou sistema educativo; (2) o desenvolvimento local – refere-se aos projectos que envolvem pequenos grupos de escolas ou turmas, coordenadas pelos próprios professores e (3) o desenvolvimento individual – refere-se à actividade de um professor ou de um pequeno número de professores que constroem materiais inovadores para os seus alunos.

Numa visão tradicionalista a elaboração do currículo é realizada por um grupo de pessoas nomeadas para o efeito, que é testado e em seguida generalizado, envolvendo depois formação de professores, para que compreendam os aspectos incluídos. Numa perspectiva mais moderna, defendida por Gravemeijer (1994b), o desenvolvimento curricular deve integrar no desenho do currículo a investigação, apontado, no mesmo tempo, para a elaboração de materiais curriculares e para a produção de novo conhecimento sobre o ensino-aprendizagem. Freudenthal (1991) afirma que o "desenvolvimento curricular" não se deve limitar a propor novos conteúdos, métodos ou materiais, deve incorporar também a formação de professores e a orientação e desenvolvimento de novos instrumentos de avaliação, assim como a divulgação de novas ideias. Mas para isso acontecer, temos que assinalar a posição de Assude (1999) que diz que a construção do currículo, depende das decisões políticas que advêm também das negociações entre os vários actores sociais e do equilíbrio encontrado num determinado momento. Podemos também dizer que um currículo reflecte os valores e as concepções da sociedade, num dado momento.

No entanto, seja qual for o paradigma considerado o professor é o principal actor no desenvolvimento do currículo. Tietze (1994, p. 52) afirma que:

> "O professor, sozinho, determina a eficácia do currículo através das suas decisões, comportamentos, atitudes e processos cognitivos, por mais cuidados que tenham sido postos na elaboração do currículo".

Mas, para existir desenvolvimento do currículo, o professor também tem que evoluir: Assim, segundo Pacheco (1996, 48) o professor não deve ser "apenas o operário do currículo mas também um dos seus arquitectos". Assim, é necessário o professor ter uma atitude investigativa, crítica e reflexiva do seu próprio trabalho.

As teorias educativas são outro factor determinante do desenvolvimento curricular. Os efeitos de pedagogia por objectivos, própria dos anos 60 e 70, adaptam-se às visões mecanicistas do ensino da matemática e à estruturalista da matemática moderna. Nos anos 80, assistimos à perspectiva behaviorista, em que nas situações de aprendizagem, se atendia à causa – efeito.

Presentemente há um contexto construtivista em que a aprendizagem surge como um processo de construção pessoal de significados, no qual as interacções sociais desempenham um papel central e influenciam as orientações curriculares.

Segundo Serrazina (2002), quando nos referimos ao currículo para professores devemos considerá-lo tal como para os alunos, não como uma proposta fechada e acabada pronta a transmitir, mas sim como um espaço aberto, onde se encontram e experimentam soluções. Como estamos a trabalhar apenas com um dos objectos de estudo, os conhecimentos desenvolvidos no processo de ensino e aprendizagem da matemática têm que ser integrados num contexto mais amplo que lhe dê significado e estabelecer conexões entre os outros elementos do saber.

Neste sentido, não podemos também deixar de salientar o papel das novas tecnologias, que constituem “una nueva forma de organizar, representar y codificar la realidad” e “constituyen un elemento clave para el desarrollo de la educación y la formación”. (Ballesta Pagán, F. J., 1995).

Segundo Vale (2000) a construção curricular é um processo complexo, que “não pode ser reduzido a uma mera aplicação algorítmica dos princípios científicos”, deve ser um “processo criativo que produz alternativas de desenvolvimento de ideias matemáticas a partir de estudos” que possam facilitar a aprendizagem, com estratégias educacionais em sala de aula.

Nos últimos 20 anos, surgiu o professor como fazedor do currículo. Vários autores (e. g. Clarke, B., Clarke, D. e Sullivan, P., 1996; Hargreaves, 1994; Nóvoa, 1994; Pacheco, 1996) atribuem aos professores um papel fundamental na implementação do currículo, elaborando, adaptando documentos ou materiais, que possam ir ao encontro das reais necessidades dos alunos. Com este currículo pretendem-se e valorizam-se objectivos educacionais que promovam conhecimentos, capacidades e atitudes, atribuindo-se valor à resolução de problemas, à ligação da matemática com a realidade, à importância das calculadoras e dos materiais manipuláveis e ao papel do aluno na aprendizagem (ME, 1990, 1998). Com a Gestão Flexível do Currículo (ME, 1999), apareceu uma nova visão, onde os alunos podem adquirir as competências que são consideradas essenciais nas diversas áreas, em que os professores, com orientações precisas sobre o tipo de aprendizagens consideradas necessárias para um determinado nível de ensino, utilizam estratégias de ensino, com diversos recursos que sejam adequados aos seus alunos.

Em 2002, numa fase de reorganização da gestão administrativa e pedagógica das escolas, decorrente das orientações expressas pelo novo regime de autonomia, gestão e administração, o *Currículo Nacional do Ensino Básico,* para além de introduzir o conceito de competência matemática, clarifica e reforça fundamentalmente três aspectos timidamente contemplados nas orientações curriculares de 1991: (a) destaca uma dimensão cultural no ensino-aprendizagem da Matemática; (b) enfatiza a necessidade de abordagens integradas das três dimensões contempladas nos programas da disciplina: atitudes, aptidões e conhecimentos; e (c) recomenda o envolvimento dos alunos em experiências de aprendizagem “ricas e diversificadas”, entre as quais são explicitadas as investigações matemáticas (ME, 2002).

Tal como afirma Silva (1999):

> "De facto, as actividades de investigação lidam com o essencial da natureza da actividade matemática (formulação e resolução de problemas); permitem uma melhor compreensão da natureza dos processos de fazer Matemática (experimentar/explorar, identificar padrões, formular e testar conjecturas, generalizar e demonstrar); estimulam o pensamento globalizante (relacionando tópicos da Matemática); permitem de forma significativa trabalho diferenciado de alunos com diferentes competências e estilos cognitivos em Matemática; facilitam o desenvolvimento integrado de atitudes, capacidades e conhecimentos." (p. 75).

No seguimento da reconhecida importância que as actividades de investigação podem assumir, para os alunos, na aprendizagem da Matemática, importa ponderar o papel do professor em todo o processo (Fonseca, 1997, Lerman, 1996; Oliveira et al., 1999; Santos *et al.*, 2002).

Loureiro (2004) defende que as orientações curriculares para a formação matemática dos educadores devem estar centradas no "desenvolvimento da predisposição e aptidão para raciocinar matematicamente do gosto e confiança pessoal em desenvolver actividades intelectuais que envolvem raciocínio matemático, da aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas, da compreensão de noções como conjectura, teorema e demonstração, da predisposição de resolver problemas e da capacidade de desenvolver processos de resolução, da capacidade de decidir sobre a razoabilidade de resultados e de usar os instrumentos mais adequados à sua obtenção, da tendência a procurar "ver" e apreciar a estrutura abstracta que está presente numa situação", tal como foi decidido nos documentos orientadores, para o ensino da Matemática na Educação Básica. (Abrantes e al., 1999, p. 41).

Segundo Serrazina (2002) a mudança do currículo não se faz por decreto, nem de um momento para o outro, tem que existir vontade para uma atitude que se considera diferente. O educador ao ser o mediador do ensino-aprendizagem deve ter a formação necessária, para que como agente de mudança saber descortinar o que é necessário, contribuindo para uma aprendizagem dos alunos, numa escola que se pretende cada vez mais activa, inserida numa sociedade cada vez mais diversificada, competitiva e em mudança contínua.

## 3. O Modelo de Formação – Plano Curricular da Matemática na ESE João de Deus

O modelo de formação do curso de Educadores e Professores do Ensino Básico – 1.º Ciclo, da Escola Superior da Educação João de Deus é o modelo integrado, a componente científica, a componente pedagógica e didáctica e a prática pedagógica vão acontecendo ao longo dos oito semestres do curso. A componente matemática obrigatória começa no primeiro semestre e prolonga-se até ao quarto semestre. Existindo no terceiro e quarto anos a disciplina Materiais da Matemática em opção com outras de várias áreas.

No quadro 9 mostra-se a componente de formação matemática nos cursos de educação pré-escolar e no de professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

**Quadro 9: Componente Matemática na formação inicial de Professores e Educadores na ESE João de Deus**

| | Disciplinas | Tipologia | Carga Horária |
|---|---|---|---|
| **1.º Ano** | Matemática | 2 T | 68h |
| **2.º Ano** | Metodologia da Aprendizagem da Matemática | 2 T | 68h |
| **3.º Ano** | Materiais da Matemática – opção com outras de várias áreas | 1 T | 32h |
| **4.º Ano** | Materiais da Matemática – opção com outras de várias áreas | 1 T | 32h |

Os alunos da ESEJD, têm a área curricular da Matemática com duas horas semanais, nos 1.º e 2.º anos. Nos 3.º e 4.º anos dos cursos existe a disciplina de opção, que tem uma hora semanal.

O quadro 10 mostra o que se pretende desenvolver na formação inicial, de forma a promover diferentes capacidades, destrezas e atitudes na Matemática.

**Quadro 10: Principais conhecimentos, capacidades, atitudes a adquirir pelos alunos e sua relação com os objectivos do projecto de formação**

| | Ensino Básico – 1.º Ciclo | Educação de Infância |
|---|---|---|
| **1.º Ano**<br><br>**Matemática** | Proporcionar a aquisição de conceitos, técnicas e processos matemáticos necessários ao desenvolvimento e exploração dos conteúdos programáticos e/ou actividades relativas ao Ensino Básico - 1º ciclo, designadamente na compreensão e representação dos números e das operações aritméticas, na compreensão do processo de medição e dos sistemas de medida, no conhecimento de formas geométricas simples, na recolha e | Desenvolver a capacidade de comunicação com rigor, de utilização do raciocínio lógico e estimular a auto-confiança<br>Desenvolver a capacidade de formular e seleccionar estratégias para a resolução de problemas, explicitando os processos de raciocínio<br>Promover o gosto pela Matemática<br>Promover uma atitude científica, |

| | Ensino Básico – 1.º Ciclo | Educação de Infância |
|---|---|---|
| | organização de dados e na identificação de padrões e regularidades;<br>Desenvolver a capacidade de comunicação com rigor, de utilização do raciocínio lógico e estimular a auto-confiança;<br>Promover uma atitude científica, criando hábitos de reflexão, de pesquisa, de organização de informação e de investigação;<br>Desenvolver a capacidade de formular e seleccionar estratégias para a resolução de problemas, explicitando os processos de raciocínio;<br>Proporcionar a análise de situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução, estabelecendo relações entre a matemática e outras áreas curriculares;<br>Proporcionar uma perspectiva histórica do conhecimento matemático bem como fomentar a divulgação de referências históricas no contexto de alguns assuntos;<br>Proporcionar a utilização adequada de calculadoras;<br>Promover o gosto pela Matemática. | criando hábitos de reflexão, de pesquisa, de organização de informação e de investigação<br>Proporcionar a utilização adequada de calculadoras<br>Proporcionar a análise de situações da vida real identificando modelos matemáticos que permitam a sua interpretação e resolução, estabelecendo relações entre a matemática e outras áreas curriculares<br>Proporcionar a aquisição de conceitos, técnicas e processos matemáticos necessários ao desenvolvimento e exploração dos conteúdos programáticos e/ou actividades relativas ao Ensino Básico - 1º Ciclo, designadamente na compreensão e representação dos números e das operações aritméticas, na compreensão do processo de medição e dos sistemas de medida, no conhecimento de formas geométricas simples, na recolha e organização de dados e na identificação de padrões e regularidades<br>Proporcionar uma perspectiva histórica do conhecimento Matemático bem como fomentar a divulgação de referências históricas no contexto de alguns assuntos. |
| **2.º Ano**<br><br>**Metodologia da Aprendizagem da Matemática** | Nesta disciplina oferece-se ao aluno a possibilidade de aumentar as suas perspectivas de realização pessoal e profissional na área da educação matemática. Através de um processo evolutivo, que combina a aquisição de conhecimentos teóricos sobre temas de matemática e métodos específicos de aprendizagem/ensino (A/E) para o nível do ensino básico - 1º ciclo com a concretização de actividades práticas, o formando adquire capacidades e competências para trabalhar individualmente e em grupo e, ao mesmo tempo, para tomar iniciativas, | Nesta disciplina oferece-se ao aluno a possibilidade de aumentar as suas perspectivas de realização pessoal e profissional na área da educação matemática. Através de um processo evolutivo, que combina a aquisição de conhecimentos teóricos sobre temas de matemática e métodos específicos de aprendizagem/ensino (A/E) para o nível pré-escolar com a concretização de actividades práticas, o formando adquire capacidades e competências para |

| | Ensino Básico – 1.º Ciclo | Educação de Infância |
|---|---|---|
| | especialmente nas temáticas que são requeridas a um professor daquele nível de ensino.<br>Pretende-se, ainda, apetrechar os futuros profissionais com conhecimentos científicos e pedagógicos na área da Matemática que facilitem uma abordagem crítica dos objectivos, conteúdos e conteúdos curriculares. O desenvolvimento do raciocínio lógico, do rigor matemático e a capacidade para seleccionar métodos adequados à resolução de problemas são aspectos relevantes a considerar no processo de aprendizagem/ensino.<br>Em particular, o envolvimento dos estudantes com a comunidade escolar e extra-escolar é objecto de realização de projectos de natureza interdisciplinar que utilizam as tecnologias da informação e da comunicação (TIC). | trabalhar individualmente e em grupo e, ao mesmo tempo, para tomar iniciativas, especialmente nas temáticas que são requeridas a um educador.<br>Pretende-se, ainda, apetrechar os futuros profissionais com conhecimentos científicos e pedagógicos na área de Matemática que facilitem uma abordagem crítica dos conteúdos, objectivos e orientações curriculares, que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio lógico e do rigor matemático e que despertem o gosto pela disciplina.<br>Em particular, o seu envolvimento com a comunidade escolar e extra-escolar é objecto de realização de projectos de natureza interdisciplinar que utilizam as tecnologias da informação e da comunicação (TIC). |
| **3.º e 4.º Anos**<br><br>**Materiais da Matemática** | Os conhecimentos, capacidades e atitudes a adquirir pelos formados são de ordem prática, realizados e concretizados em materiais como: os calculadores multibásicos, cuisenaire, dons de Fröebel, ábaco, mira, tangram, geoplano. | |

No quadro 11 aparecem os conteúdos matemáticos mais relevantes, ministrados aos alunos da formação inicial, ao longo dos anos e nos cursos de professores e Educadores.

**Quadro 11: Principais conteúdos**

| | Ensino Básico – 1.º Ciclo | Educação de Infância |
|---|---|---|
| **1.º Ano**<br><br>**Matemática** | Evolução do conceito de número: dos naturais aos reais.<br>Operações aritméticas<br>Estatística<br>Combinatória e Probabilidades<br>Grandezas e Medidas<br>Noções elementares de geometria; áreas e volumes | Evolução do conceito de número: dos naturais aos reais<br>Operações aritméticas<br>Estatística<br>Combinatória e Probabilidades<br>Grandezas e Medidas<br>Noções elementares de geometria; áreas e volumes. |

| | Ensino Básico – 1.º Ciclo | Educação de Infância |
|---|---|---|
| **2.º Ano**<br><br>**Metodologia da Aprendizagem da Matemática** | Avaliação, estatística, geometria, grandezas, linguagens, materiais (estruturados e não estruturados), medidas, métodos, números, operações, padrões, sequências, valores. | Avaliação, classificação, conjuntos (experiências pré-numéricas), dinheiro, espaço, linguagens, materiais (contínuos e descontínuos), medidas, métodos, números, ordenação, operações, padrões, seriação, tempo. |
| **3.º e 4.º Anos**<br><br>**Materiais da Matemática** | Números e numeração<br>Grandezas e medidas<br>Forma e espaço | |

O quadro 12 pretende apresentar duma forma sucinta, o que se realiza, ao longo dos 8 semestres nos cursos de professores do 1.º ciclo e Educadores de Infância, ao nível das metodologias e da avaliação da Matemática.

**Quadro 12: Metodologias de ensino/aprendizagem e de avaliação**

| | Ensino Básico – 1.º Ciclo | Educação de Infância |
|---|---|---|
| **1.º Ano**<br><br>**Matemática** | Exposição participada dos conteúdos programáticos com constante recurso à intervenção dos alunos na explicitação dos conceitos e noções matemáticas em exploração;<br>Utilização e exploração da calculadora na resolução de alguns problemas, na organização de dados, no cálculo de medidas estatísticas, no cálculo combinatório e nas probabilidades;<br>Utilização da calculadora gráfica, recorrendo ao view-screen, de modo a facilitar a explicação de procedimentos;<br>Realização de três testes de avaliação, cada um deles incidindo sobre dois dos seis temas. No teste referente à Estatística, Probabilidades e Combinatória é necessário utilizar a calculadora, não sendo permitida nos restantes;<br>Valorização da pontualidade, da assiduidade, da autonomia e cooperação;<br>Promoção de atitudes reveladoras de respeito pela diversidade cultural, de valorização de diferentes saberes;<br>Valorização da dimensão cívica e formativa das funções do profissional de educação.<br>A classificação final obtém-se a partir da seguinte fórmula: (2 T1+T2+2 T3)/5 (T1, T3 – matérias com maior relevância para o curso; T2 – estatística, combinatória e | A metodologia incorpora a exposição participada dos conteúdos programáticos com constante recurso à intervenção dos alunos na explicitação dos conceitos e noções matemáticas em exploração. A promoção de atitudes reveladoras de respeito pela diversidade cultural, de valorização de diferentes saberes constituem uma valorização da dimensão cívica e formativa das funções do profissional de educação.<br>A utilização da calculadora gráfica faz-se recorrendo ao view-screen, de modo a facilitar a explicação de procedimentos; procura-se, ainda, a utilização e exploração da calculadora na resolução de alguns problemas, na organização de dados, no cálculo de medidas estatísticas, no cálculo combinatório e nas probabilidades.<br>A avaliação faz-se realizando três testes, cada um deles incidindo sobre dois dos seis temas anteriormente explicitados. No teste referente à Estatística, Probabilidades e Combinatória é necessário utilizar a calculadora, não sendo esta permitida nos dois restantes.<br>A classificação final tem por base a seguinte fórmula: (2 T1+T2+2 T3)/5 |

| | Ensino Básico – 1.º Ciclo | Educação de Infância |
|---|---|---|
| | probabilidades); haverá um ajuste em função da assiduidade dos alunos. | (T1, T3 – matérias com maior relevância para o curso; T2 – estatística, combinatória e probabilidades).<br>A pontualidade, a assiduidade, a autonomia, a participação nas aulas, o empenho e a cooperação são também tidos em consideração. |
| **2.º Ano**<br><br>**Metodologia da Aprendizagem da Matemática** | A orientação metodológica pauta-se pela inclusão de aprendizagens activas, integradas, significativas, socializadoras que facilitem a apreciação estética e utilitária da Matemática, numa perspectiva da promoção do sucesso escolar. A resolução de problemas, o trabalho individual e de grupo bem como o trabalho de projecto são aspectos relevantes a ter em conta nas aulas teórico-práticas. O uso de materiais manipulativos (ábaco, bastões, blocos lógicos, calculadoras, calculadores multibásicos, dons de Froebel, espelho, geoplano, miras, palhinhas, tangran) e a consequente reflexão crítica sobre as suas potencialidades fazem parte da metodologia desta disciplina.<br>A avaliação contempla as vertentes de diagnóstico, formativa e sumativa. Desde o início será praticada a modalidade de avaliação contínua que considerará a assiduidade, a participação nas aulas e a realização de trabalhos escritos ao longo dos semestres como contributos (com pesos 1, 1, 2, respectivamente) para a avaliação da frequência. A avaliação sumativa será feita a partir de um teste (obrigatório para quem tenha classificação de frequência inferior a 10 valores; facultativo, mas sujeito a declaração expressa por parte do aprendente, no caso contrário) sobre toda a matéria dada até à data da sua realização. A classificação final na disciplina (CD) será obtida a partir das classificações da avaliação da frequência (Af) e da avaliação sumativa (AF), calculada de acordo com as expressões CD=Af ou CD=(Af+3*AF)/4, consoante os casos. | A orientação metodológica pauta-se pela inclusão de aprendizagens activas, integradas, significativas, socializadoras que facilitem a apreciação estética e utilitária da Matemática, numa perspectiva da promoção do sucesso escolar. A resolução de problemas, o trabalho individual e de grupo bem como o trabalho de projecto são aspectos relevantes a ter em conta.<br>A interacção com os materiais que aprende a conhecer e a explorar quer na disciplina quer na Prática Pedagógico possibilita uma reflexão crítica sobre as experiências observadas e vivenciadas. A metodologia João de Deus trabalha diversos materiais, de que destacamos: ábacos, blocos lógicos, calculadoras, calculadores multibásicos, computadores, geoplano, Cuisenaire, tangran e, de forma característica, com os dons de Froebel.<br>A avaliação contempla as vertentes de diagnóstico, formativa e sumativa. Desde o início será praticada a modalidade de avaliação contínua que considerará a assiduidade, a participação nas aulas e a realização de trabalhos escritos (incluindo a planificação de aulas) ao longo dos semestres como contributos (com pesos 1, 1, 2, respectivamente) para a avaliação da frequência. A avaliação sumativa será feita a partir de um teste (obrigatório para quem tenha classificação de frequência inferior a 10 valores; facultativo, mas sujeito a declaração expressa por parte do aprendente, no caso contrário) sobre toda a matéria dada até à data da sua realização. A classificação final na disciplina (CD) será obtida a partir das classificações da avaliação da frequência (Af) e da avaliação sumativa (AF), calculada de acordo com as expressões CD=Af ou CD=(Af+3*AF)/4, consoante os casos. |

| | Ensino Básico – 1.º Ciclo | Educação de Infância |
|---|---|---|
| **3.º e 4.º Anos**<br><br>**Materiais da Matemática** | Participação dos conteúdos teórico-práticos com constante recurso à intervenção dos alunos com os materiais: cuisenaire, calculadores multibásicos, tangran, geoplano, ábacos, e materiais não estruturados.<br>Auto-avaliação<br>Avaliação interactiva a pares<br>Trabalho oral e individual apresentado na aula<br>Assiduidade e pontualidade<br>Teste escrito<br>A classificação final do aluno obtém-se a partir de uma média das classificações obtidas nos elementos indicados anteriormente, tendo ainda em consideração a participação activa nas aulas. | |

As horas atribuídas à Prática Pedagógica em ambos os cursos podem ser observadas no quadro 13, em que o número total de horas de um ano lectivo representa 32 semanas.

**Quadro 13: Número total de horas da Prática Pedagógica**

| | Educação de Infância | Ensino Básico – 1º Ciclo |
|---|---|---|
| **1.º Ano** | 131h | 131h |
| **2.º Ano** | 300h | 300h |
| **3.º Ano** | 364h | 364h |
| **4.º Ano** | 460h | 460h |

A importância da Prática Pedagógica decorre do significado que se atribui à competência do professor para ensinar a fazer aprender. As competências são formadas na prática; devem ocorrer em situações contextualizadas, de forma a que com os diversos conhecimentos possam favorecer nos alunos a relação entre as várias áreas do conhecimento.

No ano de 2008, em Portugal, foi implementado, com o Modelo de Bolonha, um novo regime de formação inicial, que se passou a designar por “Licenciatura em Educação Básica” e que engloba a formação de educadores e professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.

O plano de estudos, tem o 1.º Ciclo de Estudos comum, que engloba seis semestres e o 2.º Ciclo de Estudos que dá acesso aos Mestrados em Educadores de Infância e Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico. A unidade curricular da matemática aumentou bastante a carga horária. No quadro 14 poderão observar-se as componentes da formação matemática no 1.º ciclo de estudos, no modelo da ESE João de Deus.

**Quadro 14: Componente Matemática na formação inicial da Licenciatura em Educação Básica na ESE João de Deus, no 1.º Ciclo de estudos**

| Semestre | Unidades Curriculares | Carga Horária | ECTS |
|---|---|---|---|
| **1.º** | Noções Gerais da Matemática – Números e Operações Aritméticas | 64h | 5 |
| **2.º** | Noções Gerais da Matemática – Grandezas e Medidas | 64h | 5 |
| **3.º** | Situações problemáticas da Matemática I | 64h | 5 |
| **4.º** | Situações Problemáticas da Matemática II | 32h | 2,5 |
| | Metodologia da Aprendizagem da Matemática | 32h | 2,5 |
| **5.º** | Situações Problemáticas da Matemática III | 64h | 5 |
| **6.º** | Oficina da Matemática | 64h | 5 |

## 4. A educação matemática e a formação inicial

Bento de Jesus Caraça (1989), disse "A Matemática é geralmente considerada como uma Ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado, onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol nem os clamores dos homens. Isto só em parte é verdadeiro. Sem dúvida, a Matemática possui problemas próprios que não têm ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os seus fundamentos mergulham tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, na vida real; uns e outros encontram na mesma madre" (Caraça, 1989, pp. XIII – XIV).

Libâneo (1991), refere que "o ensino é um meio fundamental do progresso intelectual dos alunos", abrangendo a assimilação de conhecimentos. Citando o que escreve Goldenberg (1999), "o ensino resume a instrumentalização necessária à transmissão do conhecimento, base do processo de educação". Ele afirma que "educar é transformar; é despertar aptidões e orientá-las para o melhor uso dentro da sociedade em que vive o educando;" é desenvolver estruturas cognitivas que permitam ao indivíduo não somente ler e compreender o mundo em que vive, mas actuar e, se possível, gerar progresso na sociedade como um todo.

A aprendizagem e a educação, segundo Delors (1996), são um processo que abarca toda a vida do indivíduo. Davis (2001) defende que a educação deve contemplar diferentes situações: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a conviver, aprender a ser (op. cit: 92-102).

A Matemática, apesar de estar presente no nosso dia-a-dia, muitas vezes é vista de forma dissociada da realidade. Ensinar Matemática como escreve Machado (1991), tem sido uma tarefa difícil. Ele propõe uma reflexão mais profunda, ao analisar de onde se originam as dificuldades, concluindo que a dificuldade não está na Matemática em si, mas em como vem sendo ensinada, passando-se a imagem de que ela é o lugar por excelência das abstracções, enfatizando-se os seus aspectos formais, num total divórcio da realidade e de seu significado, tanto para quem aprende como para quem ensina.

Questionando se a Matemática é realmente difícil de ser aprendida e se os problemas dos alunos decorrem de suas insuficiências cognitivas ou de falhas de ensino, Goldenberg (1999) desenvolveu um estudo com a utilização de jogos psicopedagógicos, visando ensinar Matemática de uma forma significativa e desafiadora. Observou como a comunicação promove e sustenta a reflexão, auxiliando o aluno a desenvolver o que chamou de uma "atitude Matemática", aprendendo a subtrair, relacionar, analisar e sintetizar, inferir e generalizar.

Ao vivermos numa sociedade de informação que tem novas exigências para os cidadãos, a escola tem que responder a uma população escolar cada vez mais diversificada – "el concepto de escuela y profesor también cambian, no solo son transmisores de conocimiento, sino que se abren a generar como conocimiento y aprendizajes significativos con estrategias innovadoras de enseñanza, de forma que los niños desarrollen habilidades y destrezas, y sean capaces de discriminar todas las informaciones que reciben y seleccionar las que son importantes para su proceso de aprendizaje." (Aguilar Ramos, M. C. Máseducativa n.º 6 Septiembre 2001).

Para isso a escola deve contribuir para alterar a imagem social da Matemática, considerada uma unidade curricular difícil, a que poucos têm acesso com sucesso e que está em oposição com a postura de diferentes organizações nacionais e internacionais no sentido de que a Matemática deve ser para todos e que todos podem e conseguem aprender Matemática. (APM, 2001 e NCTM, 2000). Assim, na perspectiva de construção de u ma escola renovada e transformada, apta a responder às exigências de uma sociedade em permanente mudança, torna-se urgente uma reflexão profunda sobre a formação dos futuros professores, numa lógica global e construtiva, tendo como objectivos finais a melhoria da qualidade do ensino e a defesa da identidade e profissionalidade docentes.

A formação inicial de professores e educadores, considera Nóvoa (1996), é o "momento chave da socialização e configuração profissional", visando o desenvolvimento de competências básicas e específicas, bem como a sua activação e optimização.

Para atingir os objectivos desejados deverá ter-se em conta o perfil, as competências, os percursos, o plano de estudos e a articulação dos diversos conteúdos e intervenientes, bem como os processos, os meios e os contextos.

O saber dos professores deverá assentar em bases científicas sólidas e aprofundadas, garantindo futuramente a sua credibilidade junto dos alunos, dos pais e da comunidade.

A problemática da formação matemática dos futuros educadores de infância e professores do 1.º ciclo preocupa todas as comunidades de educação matemática e tem vindo a ganhar uma crescente importância, nas novas orientações curriculares (Loureiro, 2004). Uma das preocupações é preparar os futuros professores com a formação para a compreensão de ideias e conceitos matemáticos, para o desenvolvimento do raciocínio e da comunicação, visto que "Aprender Matemática é um direito básico de todas as pessoas – em particular, de todas as crianças e jovens – e uma resposta a necessidades individuais e sociais." (Abrantes *et al*., 1997, p. 17).

Lerman (1996) defende que os objectivos da educação matemática devem ter em vista as necessidades futuras dos alunos, não só em termos escolares mas na generalidade da sua vida adulta.

Se existe alguma competência mínima exigida na Matemática escolar, ela é decerto a adaptabilidade do conhecimento e das destrezas para modificar problemas, situações e necessidades da vida adulta e do emprego. (...) Esta não é uma questão de conteúdo. "Fornecer" tal competência, em termos de objectivos da educação matemática, está, sem dúvida, muito longe do mínimo. (p.109).

A educação matemática como instrumento de intervenção social é também defendida por Mendonça (1999). Como resposta a esta necessidade, a autora sugere, à semelhança de Ernest (1996) e Lerman (1996), a adopção de uma pedagogia baseada na formulação de problemas, deslocando a tónica do ensino da Matemática para os "processos".

Após o movimento internacional da Matemática Moderna da década de 60, a compreensão dos conceitos conquistou o seu lugar a par do domínio de técnicas de cálculo, até então o elemento mais comum do tradicional ensino da Matemática. Na década de 80 os processos assumiram uma crescente importância relativamente aos conteúdos, traduzida pelo ressurgimento da resolução de problemas como metodologia central para o desenvolvimento de competências tais como a "capacidade de raciocinar e de enfrentar situações problemáticas" (NCTM, 1994).

Segundo Schoenfeld (1994, p. 68), este ressurgimento trouxe consigo novos problemas que se prendem fundamentalmente com o que se entende, de facto, por resolução de problemas e qual é, na prática, o seu efeito na aprendizagem dos alunos. Para este autor, "os problemas (…) deveriam servir como introduções ao pensamento matemático", e define pensar matematicamente como sendo: "(a) ver o mundo de um ponto de vista matemático (tendo predilecção por matematizar: modelar, sistematizar, abstrair, e aplicar ideias matemáticas a uma larga gama de situações), e (b) ter os instrumentos para tirar proveito para matematizar com sucesso". Nem todos os problemas servem os mesmos objectivos, pelo que o investigador apresenta quatro propriedades que, na sua perspectiva, traduzem um problema "potencialmente valioso". São elas: a) acessibilidade da sua compreensão e resolução de acordo com o público a quem se destina, b) diversidade de possibilidades de resolução, c) a apetência para servir como introdução a importantes ideias matemáticas e, d) a abertura das questões e das explorações que permite. Esta caracterização é designada por ele como "critério" ou "problema estético". Seguindo este critério, é possível e desejável gerar actividades "com sentido matemático (*mathematical sense making)*", nas quais os alunos possam "modelar e simbolizar, comunicar, analisar, explorar, conjecturar e provar" (p. 70), actividades que, na perspectiva do autor, definem a própria Matemática.

A referência ao desenvolvimento do pensamento matemático como grande objectivo da educação matemática e a forte relação que lhe é conotada com propostas de natureza aberta em que a formulação de questões ocupa um espaço central, sugerem uma proximidade cada vez maior entre o trabalho de criação matemática e a actividade matemática que deve ser proporcionada aos alunos (Ernest, 1996; Santos et al., 2002). Em 1988, a Associação de Professores de Matemática (APM), em Portugal, num documento de trabalho sobre o currículo, definiu a Matemática como uma ciência que "extrai ou formula a todo o momento novos problemas e, ao tentar resolvê-los, alarga o seu domínio" (APM, 1988, p. 53). E Loureiro (2004, p. 53) acrescenta: "Esta é a realidade escolar que a Matemática escolar deve fazer experimentar aos seu alunos". A formação matemática dos futuros professores deve explicitar as relações existentes entre a matemática estudada e aquela que o futuro professor irá ensinar. O estabelecimento de relações é uma forma de conhecimento mais elaborado e exigente do que aquela que passa pelo enunciado ou aplicação de certos saberes.

Importa distinguir dois aspectos do pensar matematicamente que apesar de estarem ligados, merecem uma reflexão. O desenvolvimento das capacidades de pensar matematicamente dos futuros educadores e as competências para as usar no ensino.

Segundo Ball (2000) "Os futuros professores devem aprender a linguagem e as ideias matemáticas actualmente aceites. Eles devem desenvolver o sentido das questões e da actividade matemática. Devem também aprender a pensar matematicamente, incluindo a compreensão do papel das regras (stipulation) e definições, das representações, e a diferença entre ilustração, ou exemplificação e demonstração".

Contribuir para que a formação inicial, seja um processo que torne os futuros educadores e professores competentes nessa área do saber é um objectivo que parece fundamental.

Ao falar-se hoje de competência matemática ou de ser matematicamente competente numa dada tarefa é ter não só, os conhecimentos necessários, como a capacidade de os identificar e mobilizar na situação concreta, e ainda ter a disposição para a realizar efectivamente. Por isso, conhecimentos, capacidades e atitudes são indispensáveis, nas tarefas que surgem aos alunos, e no processo de aprendizagem. Como é referido em "A Matemática na Educação Básica"(Abrantes, Serrazina, Oliveira; 1999), tais conhecimentos são relevantes se forem integrados num conjunto mais amplo e significativo de competências e se a sua aquisição progressiva for enquadrada por uma perspectiva que valorize o desenvolvimento das capacidades de pensamento e de atitudes positivas face à Matemática e à aprendizagem. (p. 23).

Para haver mudança, a formação inicial tem que atender à forma como os futuros educadores são envolvidos na actividade matemática durante o seu processo de formação, pois é determinante na forma como virão a trabalhar com os seus alunos. Tudo isto, não esquecendo que se trata de educadores e professores generalistas, em que a formação matemática é apenas uma das componentes que não pode ser dissociada das restantes. (Serrazina, 2002). Por isso, o professor deve ter conhecimentos de matemática, da história da matemática, da didáctica da matemática, da pedagogia (nomeadamente ao nível da gestão curricular), de psicologia de aprendizagem, de sociologia da educação, de história e filosofia da educação e saber integrá-los. Ele deve possuir instrumentos de análise e de reflexão sobre a sua prática, sobre o seu significado, sobre o tipo de conteúdos a trabalhar, sobre como ensiná-los e sobre como os seus alunos os podem aprender.

Toda a investigação surge a partir de uma ideia e necessita de um investigador com suficiente curiosidade para a desenvolver. Conforme refere Shulman (1986a), os investigadores em educação têm como tarefa compreender os fenómenos, aprender como melhorar a sua implementação e descobrir novas e significativas formas de preparar e formar educadores e professores. Como o ensino deve apontar para a construção do conhecimento, a formação inicial de professores deve desenvolver também essas capacidades no futuro profissional. Uma questão que se coloca a qualquer formador de professores é saber como contribuir com qualidade para que a sua preparação seja mais formativa, significativa e adequada (Ponte, Januário, Ferreira & Cruz, 2000). Os futuros professores deverão viver experiências matemáticas de diversos tipos, consoante os objectivos de ensino, que com elas se pretende atingir. Não basta propor tarefas que contribuam para a aquisição de conceitos ou manipulação de processos. Eles também devem familiarizar-se com experiências matemáticas que lhes permitam ter uma vivência alargada das diferentes características da matemática como ciência.

Como afirma Baversfeld (1993), aquilo que os futuros educadores vivem nas suas aulas de Matemática, isto é, "as suas histórias de aprendizagem" (Serrazina, 2002), têm uma forte influência na sua filosofia de ensino. Os professores ensinam como eles próprios foram ensinados (Shuard, 1984; Cooney, 1994). Por isso, a formação inicial deve permitir inúmeras experiências de aprendizagem, em que a componente afectiva não pode ser desvalorizada, e a manipulação de materiais e a resolução de problemas, deve ser privilegiada, de modo a desenvolverem uma atitude de investigação e constante questionamento, que lhes permitam desenvolver conhecimentos e competências, para que as suas práticas sejam dinâmicas interactivas e reflexivas (Biehler, 1994).

Na formação dos educadores e professores, entre vários aspectos deve-se contemplar a aprendizagem de conceitos matemáticos, através da utilização de materiais manipuláveis, num contexto de resolução de problemas. Os materiais são instrumentos facilitadores do processo de aprendizagem, contribuindo para envolver o aluno no processo ensino-aprendizagem, tendo sido recomendados por diversos investigadores e entidades (e. g. Piaget, 1977; Dienes, 1975; Reys, 1982; Ministério da Educação [ME, 1991a, 1991b, 1991c, 1997] NCTM, 1980, 1981; Albuquerque, Veloso, Rocha, Santos, Serrazina e Nápoles, 2006).

Na minha prática profissional, como formadora de educadores e professores, dou bastante relevância, à utilização de materiais no processo ensino-aprendizagem e como referiu Vale (2000) "os materiais manipuláveis só poderão ser trabalhados nas aulas, desde que os professores os conheçam e os saibam utilizar, explorando todas as suas potencialidades educativas"; assim, é de todo necessário, uma maior e melhor informação sobre os mesmos e respectiva experimentação e manipulação.

Na formação inicial, o futuro profissional deve consciencializar que diferentes alternativas conduzem a situação de aprendizagem distintas, sendo esta variedade essencial para a aprendizagem.

Como afirma Selter (1997), os professores tornam-se verdadeiros profissionais, à medida que ensinam e reflectem sobre o seu ensino. Um dos objectivos da formação deve ser a necessidade e consciência de que o seu desenvolvimento profissional deve ser contínuo, ao longo da sua carreira.

Através dos relatórios de avaliação externa dos diferentes cursos para educadores de infância e professores do 1.º ciclo, a funcionar em universidades (CNAES, 2000), aparece referido a falta de ligação dos conteúdos científicos trabalhados nas disciplinas de Matemática, com o nível de ensino que esses professores vão ministrar. Para Cuoco (2001, p. 169) há duas perspectivas que devem estruturar a formação matemática dos futuros educadores e professores a ligação entre a matemática que estudaram e a matemática que ensinam, a ligação entre os tópicos individualizados como partes de um todo. Sendo também necessário evidenciar a perspectiva de ligação da matemática com outros assuntos externos e com a sua utilidade.

Ma e Kessel (2001, p. 16) afirmam:

> "Os dois aspectos (o que ensinar e como ensinar) são muitas vezes considerados desligados – conteúdo e pedagogia – e ensinados aos futuros professores como assuntos separados – matemática e métodos. Mas só uma atitude matemática perante a matemática elementar faz dela mais do que uma colecção de procedimentos desligados, uma "bagagem de conhecimento" sobre o modo de pensar o ensino da matemática elementar faz do conhecimento para ensinar mais do que conteúdo somado a pedagogia".

Segundo Fernandes et al (1997) "questões de conhecimentos, de concepções e de práticas e das suas múltiplas relações não podem deixar de ser consideradas na organização da formação inicial de professores de Matemática" (p. XV). Sabendo que os futuros educadores e professores têm determinadas concepções, as quais muitas delas, estão relacionadas com as práticas de ensino que vivenciaram ao longo do seu percurso escolar, e também um conhecimento didáctico vivido durante a sua experiência como alunos é necessário que a formação inicial crie momentos de reflexão, onde eles possam questionar os seus conhecimentos e as suas concepções. Para isso é necessário também que eles conheçam bem os conceitos, as técnicas e os processos matemáticos que se desenvolvem na educação pré-escolar. Como refere Ball (1991) o futuro professor necessita ter uma profunda compreensão da matemática, que não seja somente o saber fazer, mas sim ser capaz de conversar sobre a matemática, em que é capaz de explicar o raciocínio feito e os significados e razões para determinados procedimentos. Para aquela investigadora, o conhecimento explícito da matemática é ser capaz de explicar porquê e de seleccionar ideias particulares ou procedimentos dentro da matemática.

Quando os futuros professores chegam às universidades ou aos politécnicos, já vivenciaram determinadas experiências e foram construindo as suas crenças, concepções, conhecimentos e atitudes acerca da matemática e do seu ensino. A formação em matemática e em educação matemática deve proporcionar a todos os que estão a aprender, experimentações que façam com que a matemática possa ser vista como uma ciência em evolução através do envolvimento em resolução de problemas e em actividades de natureza investigativa. Assim, poderão experimentar concepções sobre a disciplina e o seu ensino, que foram desenvolvendo ao longo da sua escolaridade. Como essas concepções são essencialmente de carácter tácito, é necessário promover a sua explicitação. Por outro lado, o facto de ser um conhecimento implícito, ligado a vivências, pessoais dos sujeitos, é também um conhecimento persistente e difícil de modificar. Por isso, a formação tem de promover explicitar o conhecimento tácito dos futuros professores e tentar que esse conhecimento evolua mediante processos reflexivos que se apoiam na resolução de problemas.

A formação didáctica dos futuros educadores e professores deve privilegiar entre vários itens, a resolução de problemas e a utilização de materiais manipuláveis, uma vez que podem contribuir para melhorar a relação dos alunos com a matemática (Serrazina, 2006). Nos últimos anos, a resolução de problemas, tornou-se uma metodologia de ensino da matemática, daí que a formação inicial deva proporcionar uma ideia clara de quais as ideias matemáticas que podem ser trabalhadas na educação pré-escolar e qual o currículo da matemática no 1.º Ciclo da educação básica (Ponte e Serrazina, 2000). O foco na resolução de problemas ao longo de toda a formação deve-se ao facto do ensino e a aprendizagem da matemática só terem real sentido num contexto dessa natureza (Vale, 2000).

Segundo Azcaráte (1999) durante a formação inicial, para que os alunos alterem as sua próprias ideias sobre o conhecimento matemático e a sua construção no contexto escolar, teremos que proporcionar situações formativas nas quais, mediante a investigação de problemas práticos profissionais, eles possam criar competências que os habilitem a fazê-lo de diferentes formas, pois como refere Fernandes et al (1997), investigações realizadas nos últimos anos têm demonstrado que há um conjunto de técnicas e procedimentos inerentes ao processo de resolução de problemas susceptíveis de serem ensinados e aprendidos, de forma a contribuírem para o desenvolvimento dessas competências, em que o reconhecimento do papel do aluno, o seu nível de implicação e a sua participação activa são factores – chave no seu desenvolvimento. O educador, deve também perceber a realidade escolar e a futura actividade profissional como fonte de situações problemáticas que se procuram resolver através de investigação, entendida aqui como processo de resolução de problemas (Azcaráte, 1999). Pretende-se desenvolver os conhecimentos, o gosto e a confiança dos futuros professores, de modo a que se tornem "resolvedores" independentes reflexivos e capazes de mostrarem criatividade, organização e planificação de diversas actividades na sala de aula. (Vale, 2000). Esta investigadora defende o uso de materiais manipuláveis que contribuem para a construção do conhecimento e para o envolvimento dos alunos na sua aprendizagem, sendo recomendados por vários investigadores e entidades (Dienes, 1975; Reys, 1982; Ministério da Educação (ME). 1991a, 1991b, 1991c, 1997; NCTM, 1980, 1991, 2000; Serrazina, 1991; Smole, 1996; Lorenzato, 2006).

No contexto educacional do terceiro milénio, em que a democratização do ensino permite o acesso de um novo público à escola, e que as tecnologias de informação e de comunicação invadem o espaço escolar, as modalidades de ensino, e consequentemente a formação de educadores e professores, precisam adequar-se apropriadamente a essa nova realidade. Segundo Pires (1995) é preciso considerar especificidades próprias dos educadores e professores polivalentes em função do segmento em que actuam, do domínio dos conteúdos a ensinar e quanto ao papel da docência em cada etapa de escolaridade.

Assim o estudo da Matemática contribui para o desenvolvimento de capacidades relacionadas ao raciocínio e à abstracção.

O saber matemático é fundamental para a compreensão da realidade e está, neste sentido, intimamente articulado às actividades quotidianas que cada sociedade desenvolve.

De acordo com Fiorentini (1995, p. 35), o conhecimento matemático é também um saber historicamente em construção que vem sendo produzido na escola e pelas relações sociais. Daí a necessidade de uma apropriação gradativa, interactiva e reflexiva, pois o conhecimento relevante é aquele que é capaz de desenvolver as capacidades cognitivas do sujeito.

Nesta perspectiva, a proposta de Matemática direccionará o fazer pedagógico para o atendimento às experiências dos alunos, permitindo a elaboração e a resolução de questões variadas, a partir da compreensão de dados e aplicação em outras situações do dia-a-dia, comunicadas pela linguagem informal e formal.

Para isto acontecer de uma forma harmoniosa e com sucesso é necessário implementar uma mudança urgente do paradigma educacional, de modo que se privilegie a aprendizagem, criando-se ambientes adequados para que os alunos desenvolvam as suas actividades e construam o seu conhecimento "Precisamos fugir do velho modelo tecnicista, de pedagogia transmissiva, e encontrar uma nova forma de trabalhar em educação diferente da sequência de conteúdos preestabelecidas…" (Morales, 2000). Tais mudanças reivindicam também a reestruturação dos currículos, alteração de postura dos directores, educadores, professores, supervisores, alunos, assim como a inclusão de novas ferramentas e desenvolvimento de outras propostas, num contexto valorativo.

## 5. A aprendizagem da matemática: principais contornos das teorias da aprendizagem

A Educação Matemática é o estudo das relações de ensino e aprendizagem da Matemática. Está na fronteira entre a Matemática, a Pedagogia e a Psicologia.

Desde o início do século XX que os professores de matemática se reúnem para pensar no seu ensino. A partir da década de 50, a UNESCO organiza congressos sobre educação matemática. Na década de 70 surge, inicialmente na França, a didáctica da matemática, enquanto campo para a sistematização dos estudos do ensino da matemática. Os teóricos envolvidos defendiam que cada área de ensino deveria pensar em sua própria didáctica, reconhecendo que não poderia haver um campo de estudo único que atendesse as especificidades de ensino de cada campo do conhecimento.

A organização de campos de pesquisa na área, dentro das universidades, incentivou a criação de organizações de professores de matemática, que actualmente tem grande influência sobre a elaboração das directrizes curriculares na área em diversos países.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), o educador matemático é aquele que concebe a matemática como meio: ele educa através da matemática. Tem por objectivo a formação do cidadão e, devido a isso, questiona qual a matemática, qual o ensino e quais as estratégias adequadas e relevantes para essa formação. As suas actividades desenvolvem-se nas diferentes escolas. O educador matemático é um profissional responsável pela formação educacional e social das crianças, jovens, adultos, e também pela formação de professores. As suas pesquisas são realizadas, utilizando essencialmente a fundamentação teórica e métodos das ciências sociais e humanas.

Os educadores matemáticos têm tentado desenvolver as capacidades matemáticas dos seus alunos e responder a algumas questões que se lhes colocam.

A psicologia aparece como o campo do conhecimento científico que dá instrumentos para compreendermos os processos educativos, contribuindo para uma melhor compreensão da aprendizagem, através das suas teorias.

Nesse sentido as principais correntes da didáctica da matemática, sempre estiveram directamente ligadas às diferentes tendências da psicologia.

Em Matemática, é necessário investigar que conteúdos são ensinados e aprendidos; em Psicologia, investiga-se como é que os conteúdos são ensinados e aprendidos. (Gjone, 1998). A Psicologia contribui para uma melhor compreensão da aprendizagem através das suas teorias. Estas possibilitam uma base teórica para as tomadas de decisão que os professores têm que efectuar nas suas aulas e ajudam a definir o estilo individual de cada um, que é mais consistente com uma teoria de aprendizagem, do que com outra.

Temos vindo a assistir, a duas grandes escolas de pensamento, que vêem a aprendizagem relacionada com o comportamento e a aprendizagem como actividade cognitiva. Estas duas perspectivas correspondem às duas perspectivas que dividem a Psicologia: os behavioristas e os cognitivistas.

Embora estas teorias sejam de aprendizagem e não de ensino, têm grande influência nas práticas educativas. A partir de década de 60, apareceu uma teoria de raiz cognitivista, baseada nos trabalhos de Piaget e Vygostsky designada por construtivismo, que tem tido grande influência na educação e em particular na aprendizagem da Matemática.

### 5.1. O Behaviorismo

Os behavioristas criaram a corrente comportamentalista que associou o comportamento humano ao dos outros animais. Possui uma abordagem cartesiana, buscando encontrar os elementos básicos do pensamento humano e seu comportamento.

O que os preocupa não são os processos de aprendizagem, mas sim o produto final; o que interessa é o que a criança faz e não os processos mentais que a levaram a esse comportamento.

O que a criança produz depende, essencialmente, do modo como o educador lhe proporciona o encadear dos vários passos, relativos a uma determinada aprendizagem. Não se coloca em questão se a criança está apta, ou não a aprender, pois ela poderá sempre ser ensinada, desde que seja utilizado um processo lógico estruturado. A aquisição de um conceito depende da aquisição de sub-conceitos e aptidões prévias que permitam uma nova aprendizagem. Os behavioristas consideram o professor como factor decisivo da aprendizagem.

Consideram-se geralmente, duas "sub-teorias" de natureza behaviorista: a teoria da associação (associacionismo ou conexionismo) e a teoria do reforço.

Na teoria da associação a aprendizagem resulta da aquisição de conexões ou de associações apropriadas, entre estímulos e respostas. Esta aquisição efectua-se através do apoio a respostas adequadas a diversos estímulos e o refrear de respostas não conformes. Nas práticas educativas, os professores eram encorajados a fazer às crianças exercícios repetitivos, a fim de terem a certeza de que as associações eram realizadas. A estratégia de mnemónica é uma influência da teoria da associação (Ex. recitar a tabuada).

Na teoria do reforço, além da associação de acontecimentos que estimula o comportamento, defendem também que, as consequências agradáveis e desagradáveis de uma acção ajudam a determinar se ela se repetirá ou não.

Thorndike, (1847-1949), primeiro comportamentalista a pensar no ensino da matemática, entende a aprendizagem como uma série de conexões entre situações ou estímulo e resposta. Ele baseia-se em três leis fundamentais para a aprendizagem:

1. Lei do efeito: uma conexão recém estabelecida tem sua força aumentada, se acompanhada por uma sensação de satisfação;
2. Lei do exercício: quanto mais utilizada uma conexão, mais forte ela se torna;
3. Lei da prontidão: parte da ideia de que as conexões podem ou não estar prontas para serem postas em prática, se uma conexão está pronta, o seu uso gera satisfação, se não está, o seu uso gera desconforto.

Para ele, a aprendizagem era um empreendimento de tentativas e erros, onde o comportamento que é recompensado, se pode repetir. Os comportamentos que são semelhantes são recompensados e têm tendência a ser aprendidos. O ensino, segundo Garcia

(1999) é uma actividade com implicações científicas, tecnológicas e artísticas. Ensinar é procurar e tornar explícito o conjunto particular de ligações de que fazem parte determinados tópicos. Assim, a finalidade do professor é arranjar as ligações adequadas e reforçá-las, de modo a que os alunos recebam uma prática adequada, proporcionando no ensino da matemática o tipo adequado de exercícios.

Skinner (1904-1994) afirmava que muitos alunos têm insucesso na sua aprendizagem porque não recebem o reforço correcto pelos seus esforços e realizações. Ele desenvolveu métodos de ensino e packages para dar reforço imediato aos alunos, (muito populares nas décadas de 60 e 70, nos Estados Unidos). Estes métodos, entraram posteriormente em declínio, após se ter verificado que eram produtivos para factos e definições, mas não resultavam para: ensinar raciocínios abstractos: desenvolver capacidades de síntese ou a criatividade. Este tipo de limitações, fez com que a relação professor – aluno, se tornasse prioritária. A teoria do reforço teve repercussões nas práticas da sala de aula, sobretudo na escolha de tarefas que fossem do agrado dos alunos, como reforço e motivação, para exercícios menos desejados.

### 5.2. O Cognitivismo

Os cognitivistas defendem que o conhecimento está organizado e armazenado em estruturas, na mente humana e que a essência do conhecimento são as estruturas. As estruturas do conhecimento e as representações mentais do mundo, que cada sujeito tem, desempenham um papel central nas suas percepções, pensamentos e acções. Aprender é compreender. A aprendizagem é encarada, como uma construção mental.

Para uma abordagem sucinta dos trabalhos realizados neste campo, organizaram-se as ideias principais em 3 grandes grupos:

O gestaltismo, a teoria do processamento de informação e o desenvolvimento cognitivo.

O gestaltismo (ou configuracionismo) é uma teoria que propõe uma abordagem da experiência na totalidade ou no global. Wertheimer (1880-1943) foi considerado o primeiro teórico da Psicologia da Gestalt, ou Psicologia da Forma. Os gestaltistas defendem que a percepção humana, não pode ser explicada como uma soma de estímulos, visto que o organismo, estrutura as suas percepções, procurando formas globais ou gestalts, no ambiente. Wertheimer defendia o pensamento produtivo, baseado na compreensão de estruturas e opunha-se à aprendizagem através da memorização e da mecanização. Ele defendia que havia duas soluções para os problemas: aqueles que utilizam originalidade e insight (discernimento) e as que fazem uso das associações passadas de uma forma rígida e não apropriada. A aprendizagem surge como um processo de reconhecimento de relações e de desenvolvimento de insights. A solução de um problema dá-se quando há insight.

Ele criticou o uso da repetição e da memorização, defendendo que os professores deveriam ensinar de modo a que houvesse compreensão, pois mais do que praticar, o professor deveria analisar todos os elementos de um problema ao mesmo tempo.

Outros gestaltistas (e. g. Brownell, 1935; Hartmann, 1935) estudaram a matemática. Segundo, este último defende, aprender é adquirir o insight, é o processo de estabelecer novas relações num todo.

A perspectiva gestaltista vai dar origem a uma corrente da psicologia chamada estruturalista, onde se privilegia as estruturas de aprendizagem.

Destas correntes, os que mais influenciaram o ensino e a aprendizagem da matemática foi a de Piaget e Bruner.

**A teoria do processamento da informação** considera a aprendizagem em termos de *inputs*, códigos e restabelecimento de sistemas que os cientistas dos computadores usavam. Gagné, R. (1985) usou um modelo de aprendizagem que revela a forma como as estruturas internas do homem processam a informação parecendo um computador. Estas estruturas internas traduzem-se por: um registo sensorial, memória a curto prazo, memória a longo prazo e gerador da resposta.

O homem tem também receptores (ouvidos, olhos e outros sentidos) que recebam estímulos, do meio que o rodeia. Em relação ao processo de aprendizagem esse investigador definiu oito fases: motivação, apreensão, aquisição, retenção, evocação, generalização, actuação e feedback. Quando o aluno começa a atingir o objectivo, inicia o processo da aprendizagem. Por isso, o professor deve salientar a compreensão dos conceitos, evitar a repetição de factos, de forma a relacionar o conceito novo com aprendizagem relevantes.

**O desenvolvimento cognitivo** é o ramo da teoria cognitivista que explica o modo como as crianças mudam e se desenvolvem em interacção com o meio. Explica que as crianças e o seu processo de pensamento mudam com o desenvolvimento, alargando as suas capacidades para detectar, transformar, manipular e utilizar a informação a partir do meio.

Piaget (1896-1980) foi o teórico mais conhecido, do desenvolvimento cognitivo, que estudou essencialmente o desenvolvimento intelectual, mais do que o social e o afectivo, embora reconhecendo a sua importância no processo ensino-aprendizagem.

Esta teoria, considera a inteligência como um fenómeno educativo com estádios identificados: *estádio sensório-motor, estádio pré-operacional, estádio das operações concretas e o estádio das operações formais ou das operações lógicas*.

Piaget considera a sequência destes estádios invariável, defendendo que em diferentes estádios não podem compreender os mesmos conceitos e que a idade em que a criança os atinge é variável e depende de diversos factores. Segundo ele, a transição depende de quatro factores que afectam o desenvolvimento mental: a experiência, a transmissão social, a equilibração e o crescimento orgânico (maturação). A experiência e a transmissão social são influenciadas pelos professores.

O funcionamento mental da criança resulta da adaptação dela ao meio ambiente, considerado como o equilíbrio numa cadeia de acções entre o indivíduo e o meio. Esta adaptação interliga duas operações mentais: a assimilação e a acomodação que conduzem ao conhecimento.

A criança perante um novo dado assimila de acordo com conceitos já formados anteriormente, acomoda-o naquilo que já existe e foi compreendido, compara e forma um novo conceito.

Segundo ele a transição da uma situação instável para uma mais estável é chamada de equilibração. O indivíduo, através deste processo adquire estruturas cognitivas mais complexas, que ele denomina de esquema. A utilização de materiais manipuláveis forma esquemas cognitivos (Vale, 2000).

Piaget é considerado construtivista, porque defende que o conhecimento resulta de um processo de construção de interacção entre o indivíduo e o objecto, durante o seu processo de desenvolvimento.

A construção do conhecimento é um processo de reestruturação e reconstrução dos conhecimentos prévios do indivíduo. Esta teoria teve muitíssima influência na organização do processo ensino-aprendizagem, nos níveis básicos e nas práticas da sala de aula, visto que ele afirmava que as crianças não podem aprender determinados conceitos se não tiverem determinado nível de desenvolvimento cognitivo.

Vygotsky (1896-1934) estudou a importância que as interacções sociais podem ter na construção do conhecimento do indivíduo, nomeadamente entre pares. Afirmava que o desenvolvimento era cultural, considerando que o conhecimento começava por ser social, antes de ser individual.

Segundo Vygostsky, o processo de desenvolvimento individual, está relacionado com o processo de socialização do indivíduo e do seu contacto numa dada cultura. Segundo ele, a "Zona próxima de desenvolvimento "(ZPD) é a diferença entre o nível de desenvolvimento real (o que o indivíduo é capaz de realizar de forma independente) e o nível de desenvolvimento potencial (o que o indivíduo é capaz de realizar com a orientação e a colaboração de adultos, ou pares mais capazes). O ensino eficaz, é o que parte do nível de desenvolvimento do aluno, mas que não se lhe acomoda, para o fazer progredir através da sua ZPD, para ampliar e criar, novas zonas de desenvolvimento próximo. Assim, o professor deveria actuar na ZPD, visto que aquilo que os alunos são capazes de fazer hoje, com o par mais competente, são capazes de fazer mais tarde, de forma independente (César e Torres, 1998). Nas salas de aula, mais importante do que propor exercícios, é construir tarefas problemáticas que fomentem a discussão e a interacção entre pares de alunos, de forma a que o desenvolvimento e a aprendizagem sejam potenciais em função do tipo de interacção que estabelecem.

Vygotsky defende que o processo educativo tem como base a interacção social, condição fundamental do desenvolvimento de qualquer projecto de aprendizagem.

Bruner (1960) foi influenciado por Piaget, sendo cognitivista-gestaltista e defendendo que a sua teoria era de ensino e não de aprendizagem. Teve enorme influência, nos anos 60, nos Estados Unidos, na reforma curricular da matemática moderna. Segundo ele, uma teoria de aprendizagem é descritiva, pois descreve os factos *a posteriori*; uma teoria de ensino é prescritiva, pois prescreve antecipadamente, como determinado assunto deve ser ensinado. Se a teoria da aprendizagem afirma, que uma criança não adquiriu o conceito de número, a teoria de ensino prescreve a melhor maneira de conduzir a criança a adquirir o conceito. Ele defendia currículo em espiral (currículo onde as ideias são retomadas uma e outra vez, enriquecendo-se e tomando sempre formas mais complexas e abstractas) e a ideia da aprendizagem por descoberta. Ele defende que o desenvolvimento cognitivo tem 3 níveis: o motor (enactive), o icónico e o simbólico (Resnick e Ford, 1981). No nível motor a criança manipula directamente os objectos, coordenando os movimentos e aprendendo através do estímulo-resposta e tentativa-erro.

No nível icónico, a criança através da memória visual manipula imagens mentais de objectos.

No nível simbólico, a criança manipula símbolos mentais que representam a realidade duma forma organizada. A criança vai construindo os novos conceitos, dando lugar ao pensamento abstracto.

Segundo Bruner (1960), a criança desenvolve nesta ordem, cada um dos níveis, que também podem surgir simultaneamente. A matemática desenvolve assim as estruturas básicas que podem ser representadas em linguagem manipulável, visual e simbólica formal. Os educadores devem elaborar actividades em que os alunos façam a manipulação de objectos, depois a sua representação pictorial e mais tarde, aprendam o simbolismo matemático apropriado, de forma a construírem os conceitos.

Esta teoria tem como base quatro princípios: a motivação, a estrutura, a sequência e o reforço, que têm como objectivo uma aprendizagem baseada na compreensão e no significado mais do que o condicionamento dos factos e detalhes. Esta aprendizagem por descoberta, não é a única forma de aprender, pois é importante que o professor através de diferentes questões, conduza o aluno ao insight, de forma a explorar alternativas e novas relações, para que a aprendizagem seja significativa e duradoira.

Piaget afirma que a criança só aprende um conceito se estiver em determinado nível, ao contrário de Bruner que defende que a criança compreende qualquer conceito, se este for apresentado de acordo com as suas capacidades intelectuais e experiências.

Ele afirmava “qualquer conceito pode ser ensinado de uma maneira intelectualmente honesta a qualquer criança em qualquer estádio de desenvolvimento” (Bruner, 1960, p. 33).

### 5.3. O Construtivismo

O construtivismo é uma teoria sobre conhecimentos e aprendizagem, que explica o que é o conhecimento e como se pode obtê-lo. Nesta perspectiva, o conhecimento não é um dado adquirido e transmissível, mas algo pessoal, cujo significado é construído pela pessoa, em função da sua experiência.

Sander (1995) afirma que todos somos construtivistas, se pensarmos que a mente é activa na construção do conhecimento. Na investigação há duas tendências em educação construtivista: a construtivista cognitiva ou radical e a construtivista social. A primeira, afirma que conhecer é possuir modos e significados de actuação e pensamento que nos permitem atingir os objectivos, que escolhemos, assim a actividade individual é essencial.

A aprendizagem é um processo de experiencialização e desenvolvimento de construção do conhecimento e o ensino torna-se menos um conteúdo a comunicar e mais um facilitador do processo.

O construtivismo social foi influenciado por Vygotsky. A perspectiva social afirma que o conhecimento está na cultura, na intersubjectividade, nas construções sociais do significado e conhecimento, que se adquirem através de convenções linguísticas e processos sociais.

Cobb (1997) defendem que a aprendizagem matemática é um processo activo de construção individual e enculturação nas práticas matemáticas da sociedade. Assim, o ensino deve proporcionar aos alunos oportunidades de experiências concretas, com significados e contextualizadas de maneira a descobrir padrões, formular questões e construir os seus próprios modelos, conceitos e estratégias. Neste modelo, a aula é uma mini sociedade, onde os "aprendentes" são envolvidos em actividades, discussão e reflexo, onde as interacções sociais são fundamentais. São chamadas de "interacções construtivas" por Nakamura et al (2003). Na sala de aula, as crianças vão construir o seu conhecimento e o professor além de encorajar o desenvolvimento do conhecimento conceptual, facilita o conhecimento partilhado.

A perspectiva construtivista da aprendizagem, influenciou as propostas das *Normas*, (2000) que propõem que o ensino da matemática deve proporcionar actividades significativas de resolução de problemas, em que o aluno possa construir o seu conhecimento.

Segundo Simon (2000), o construtivismo é um desafio pois engloba o trabalho do professor, o currículo, os materiais educacionais e os investigadores educacionais.

Fosnot et al (2001) e diversos investigadores defendem que o construtivismo, é uma teoria de aprendizagem que descreve como se formam as estruturas e a compreensão de conceitos, não preconiza um estilo de ensino.

Esta teoria, engloba mais técnicas de ensino:

1) Aprender não é resultado de desenvolvimento, aprender é desenvolvimento. Precisa de invenção e auto-organização por parte do aluno. Por isso, os professores devem permitir ao aluno que levantem questões, criem os seus modelos e testem a sua validade;
2) O desequilíbrio facilita a aprendizagem. Os "erros" são o resultado das concepções dos alunos e não se devem evitar ou minimizar. Devem ser proporcionados desafios, investigações abertas em contextos realistas e com

significado, de forma a permitir diferentes explorações (concordantes e/ou contraditórias);

3) A abstracção reflexiva é a força orientadora da aprendizagem. O aluno organiza as suas experiências com diferentes formas de representação. Deve-se dar tempo para reflectir, permitindo a discussão através de experiências ou estratégias;
4) Na sala de aula, o diálogo, e a comunicação, permitem a reflexão. Na sala de aula, o aluno deve comunicar, defender, e justificar as suas ideias;
5) As ideias são aceites se fizerem sentido na sala de aula.

O construtivismo propõe um modo de ensinar matemática diferente do tradicional. Requer actividades de resolução de problemas na sala de aula, manipulação de material; discussões e explicações entre os alunos dos seus modos de pensar e desafios que permitam o desenvolvimento de capacidades. A aprendizagem, tem que ser significativa. (Cobb, 1997), na sua estrutura interna (significação lógica), e na assimilação (significação psicológica) e o aluno tem que se sentir motivado, para relacionar o que aprende com o que sabe. A significação da aprendizagem está directamente relacionada com a funcionalidade. Os conhecimentos adquiridos (conceitos, destrezas, valores) devem ser funcionais, o aluno utiliza-os quando as situações o exijam. A estes aspectos cognitivos, juntam-se os afectivos, as crenças e as atitudes dos alunos perante um determinado conteúdo, condicionando o processo de aprendizagem.

## 5.4. A matemática realística

Esta corrente educacional, desenvolvida desde a década de setenta com Freudenthal, defendia que os alunos deveriam ter a oportunidade de reinventar a matemática, através da matematização, quer das questões matemáticas, quer dos problemas da realidade (Figueiredo, 2000).

Considera-se que a matematização é, a actividade organizada e estruturada durante a qual o conhecimento e as aptidões adquiridas são justificados com o objectivo de descobrir regularidades, conexões, estruturas ainda desconhecidas. É fundamental que o conteúdo a ser matematizado seja vivenciado e experimentado pelo aluno de forma a ser real, contribuindo assim para o desenrolar do processo.

A matematização segue duas linhas:

- Uma horizontal (vai do mundo real, para o dos símbolos; a formação de conceitos é feita a partir da situações quotidianas);
- Outra vertical (move-se no mundo dos símbolos, com a formalização dos aspectos matemáticos envolvidos nas situações).

A matematização progressiva postula que a aprendizagem:

- É uma actividade re(construtiva) estimulada pela concretização – ensinar consiste em envolver as crianças com problemas que possam realizar;
- É um processo que possibilita, ao longo do tempo, a passagem do concreto para o abstracto – ensinar consiste em conduzir os alunos, dos seus percursos informais até ao contexto da matemática formal;
- É facilitada pelo processo de reflexão das crianças e dos adultos.

Os modelos, como os materiais manipulativos, são nesta perspectiva, os meios que facilitam, clarificam, a construção de significados, conduzindo à construção do conhecimento informal e posteriormente ao desenvolvimento da matemática formal.

# Capítulo III

# Os materiais, a aprendizagem da matemática e o papel da criatividade

## 1. Os materiais manipulativos

> "El material constituye un instrumento de primer orden en el desarrollo de la tarea educativa, ya que es utilizado por los niños y niñas para llevar a cabo su actividad, sus juegos y su aprendizaje…"
>
> (MEC, 1992).

Desde os tempos mais remotos, o homem recorreu à ajuda de materiais concretos para realizar actividades matemáticas. Usou pedras, marcas em bastões, para contagem de ovelhas, conchas, …

Mais tarde com a introdução do sistema de numeração indo-árabe, apareceu o ábaco, que ajudou o Homem na representação numérica.

O material manipulativo, através de diferentes actividades, constitui um instrumento para o desenvolvimento da matemática, que permite à criança realizar aprendizagens diversas. O princípio básico referente ao uso dos materiais, consiste em manipular objectos e "extrair" princípios matemáticos. Os materiais manipulativos devem representar explicitamente e concretamente ideias matemáticas que são abstractas.

Sob o ponto de vista semântico da expressão e relacionando objecto, qualidade e acção expressos no significado das palavras, Mansutti (1993), define material didáctico como um recurso a ser utilizado num processo que combina aprendizagem e formação. Esta investigadora define a palavra "material" como "conjuntos de objectos que constituem ou formam uma obra, uma construção" e "instruir" como "transmitir conhecimentos, ensinar, adestrar, habilitar, esclarecer, exercitar, informar" (p. 17).

Para Bezerra (1962, p. 8) o Material Didáctico é "todo e qualquer acessório usado pelo professor para realizar a aprendizagem. São pois, materiais didácticos: o quadro negro, o giz o apagador, os livros, instrumentos, os aparelhos e todo o meio audiovisual usado pelo professor ou pelo aluno, durante a aprendizagem".

Investigadores, como Hole (1977), definiram materiais didácticos ou media como todos os "meios de aprendizagem e ensino" diferenciando o material estruturado como "uma colecção de objectos configurados de maneira a «corporizarem» uma ou mais estruturas matemáticas" – as fichas de trabalho, os livros escolares, os jogos planificados, os modelos de demonstração, as transparências e os quadros murais. A este conjunto, Mansutti (1993) acrescenta materiais que considera importantes para o ensino da Matemática, como o vídeo, as calculadoras e os computadores.

Reys (apud Serrazina e Matos, 1996, p.193) refere o termo materiais manipuláveis, sendo "objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia".

Hole (1997) considera que o material estruturado é o material manipulável que tem subjacente algum fim educativo. Assim, para ele, o material não estruturado surge como aquele que na sua génese não apresenta uma preocupação em corporizar estruturas matemáticas. No programa do ME (1990) vêm assinalados alguns materiais estruturados ou construídos com objectivos específicos (blocos lógicos, ábacos, geoplanos…) e materiais não estruturados recolhidos pelos alunos e/ou pelo professor.

Lorenzato (2006, p. 18) utiliza os termos material didáctico quando se refere aos materiais concretos, considerando "qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem".

Ele escreveu: "No começo eu ensinava sem material didáctico; após alguns anos…, comecei a empregá-lo como auxiliar em muitas explanações, com o objectivo de ensinar melhor; depois percebi que os alunos deveriam manipular esse material, para melhorar a aprendizagem; mais tarde eliminei os materiais que não provocavam a reflexão dos alunos. Passei, em seguida, a contextualizar o material segundo a vivência dos alunos, percebi, então que estive sempre diante de um eterno recomeçar… que ainda tenho muito que aprender com as crianças".

Investigadoras como Royo (1996 p. 281 e 282, trad. própria) resumiram alguns conceitos-chave, distinguindo material educativo, material didáctico, jogo e material estruturado didacticamente. Segundo esta investigadora, material educativo é aquele que com a sua presença, e manipulação, provoca a emergência, o desenvolvimento e a formação de determinadas capacidades, atitudes e destrezas na criança de modo a possibilitar experiências que levem a criança progressivamente, desde a formação da sua capacidade perceptiva, à representativa e finalmente à conceptual. Não é um meio que facilita o ensino, é o ensino em si mesmo.

Segundo aquela investigadora o material didáctico é aquele que pela sua natureza, ou elaboração convencional (ex.: o material Montessoriano) facilita o ensino, num determinado aspecto, é uma ajuda, um elemento auxiliar. A sua função é aproximar a realidade da criança fazendo-a mais próxima; é o mediador entre a criança e a realidade. Para Royo (1996) o material estruturado didacticamente é o material, que se centra principalmente na sua funcionalidade; pouco estruturado, polivalente, de custo baixo e múltiplas finalidades, que pode obter-se da natureza, de objectos caseiros ou desperdícios, que podem ser utilizados com uma finalidade didáctica. A sua utilização principal é estarem à disposição do jogo da criança, como elemento de construção, de expressão, para desenvolver o pensamento lógico, realizando actividades de comparação, agrupamentos e classificação, ordenação… Estes podem ser conchas, pedras, pétalas, tubos de cartão, tampas, revistas, esponjas, caixas…

O adulto serve-se dos materiais, como instrumentos, para motivar as actividades que se pretendem ricas e estimulantes, num processo de manipulação-acção e posteriormente da representação – conceptualização (Prado, 1998).

O uso de materiais é fundamental, como refere o Ministério da Educação (ME, 1990, p. 130), "na aprendizagem da Matemática, como em qualquer outra área, as crianças estão normalmente dependentes do ambiente e dos materiais à sua disposição. Neles, a criança deverá encontrar necessidade de exploração, experimentação e manipulação".

Segundo Prado (1998) os materiais didácticos, são instrumentos para a aprendizagem, pois são o meio através do qual a criança interage com o mundo exterior, com os adultos e com as outras crianças. A investigadora afirma que o material ao ser observado, manipulado e explorado provoca o desenvolvimento e formação de determinadas capacidades, atitudes e destrezas. Segundo ela, é o "médio provocador" que possibilita experiências e situações para interagir com os adultos e com as outras crianças, para que na primeira percepção a criança realize uma representação e em última instância chegue à conceptualização. Mas, para isso acontecer é necessário que haja uma acção educativa, orientada pelo educador, de forma a cumprir o objectivo proposto.

No currículo português, tal como nos documentos curriculares como os *Standards* 2000 e NCTM, (2000), recomenda-se a utilização de vários tipos de materiais.

Cardoso (2002, p. 19) considera que "o primeiro contacto do aluno com o material deve ser de forma lúdica para que ele possa explorá-lo livremente. É nesse momento que a criança percebe a forma, a constituição e os tipos de peça do material".

Ponte e Serrazina (2000) afirmam que a manipulação do material pelos alunos devidamente orientada, pode "facilitar a construção de certos conceitos" e "servir para representar conceitos que eles já conhecem por outras experiências e actividades, permitindo assim a sua melhor estruturação". Estes investigadores afirmam que o professor deve tirar partido de diversos materiais, atendendo em primeiro lugar a que sejam manipulados pelo aluno; em segundo lugar que o aluno saiba realmente qual a tarefa para a qual é suposto usar o material. Segundo eles, é ineficaz ser o professor a usar o material, com o aluno a ver, ou ter o aluno a mexer no material sem saber o que está a fazer. Poder-se-á dizer que material didáctico é aquele que é utilizado na sala de aula com o objectivo de facilitar o processo de ensino-aprendizagem.

O 34.º Livro do Ano do National Council of Teacher Of Mathematic (1991), descreve materiais manipulativos como "aqueles objectos concretos que quando manipulados ou operados pelo aluno e pelo professor, forneçam uma oportunidade para atingir certos objectivos". Estes materiais podem ser estruturados ou não estruturados, mas devem ser manipulados e vivenciados pela criança, daí que na formação, os professores têm que usar frequentemente materiais manipuláveis em actividades que impliquem o raciocínio de forma a fomentar a aprendizagem de ideias matemáticas." (NCTC, 1991, p. 22), a perceber quando e como devem trabalhá-los para mais tarde os poderem utilizar nas práticas da sua sala de aula.

Para Turrioni (2004, p. 78), o Material Didáctico "exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos".

Lorenzato (2006, p. 21) afirma que o Material Concreto (MC) "pode ser um excelente catalizador para o aluno construir o seu saber matemático".

Passos (2006, p. 78), considera que os Materiais Concretos "devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído".

Poderemos dizer que o material é qualquer objecto manipulável, utilizado na sala de aula, para auxiliar o ensino (e os professores), a aprendizagem (dos alunos), tendo o papel de auxiliar na construção/reconstrução de conceitos, servindo de mediador, por meio da manipulação e análise, as teorias e as práticas sociais.

## 1.1. Os materiais didácticos e a sua fundamentação

A comunidade educativa tem tido duas atitudes diferentes quanto à utilização de material didáctico: há quem defenda a importância da sua utilização no ensino--aprendizagem, e há quem recomende cuidado e restrição à sua aplicação.

Segundo Sowell (1989) os materiais foram introduzidos nos anos 30, nos currículos escolares.

Monteiro et al. (1985), refere que a utilização de materiais foi impulsionada pela Escola Activa, em que Maria Montessori, Decroly, Pestalozi e outros pedagogos se destacaram. É com Froebel, na década de 40, que aparecem jogos e materiais. Este denominou de "jogos" as ocupações dos jardins-de-infância (os kindergarten) e de "dons" ou "dádivas" (gifts) o material utilizado nessas ocupações. As técnicas utilizadas até hoje na Educação infantil, devem muito a Froebel; para ele as brincadeiras e os jogos são o primeiro recurso no caminho rumo à aprendizagem, pois permitem o treino de habilidades que as crianças já possuem e o surgimento de outras. Segundo Froebel, a máxima que deve reger toda a educação é "(…) observar, apenas observar, pois a criança mesmo te ensinará" (apud Cole, 1907, p. 26).

Arce (2002a; 2002b) afirma que todos os jogos que envolviam os "dons" começavam com as pessoas formando círculos, movendo-se e cantando, pois assim conseguiam atingir a perfeita unidade" e as actividades e material escolar, eram determinados antecipadamente, para oferecer o máximo de oportunidades, de forma a tirar proveito educativo da actividade lúdica.

Decroly (1983) organizou os conhecimentos, segundo os interesses das crianças, de forma globalizada, com actividades naturais, activas e apropriadas às suas necessidades. Ele estrutura o ensino em redor dos "Centros de interés", onde os materiais devem reproduzir os objectos naturais para poderem ser relacionados com os objectos da experiência, despertando o interesse e atenção da criança. O conhecimento desenvolve-se através da actividade que o sujeito efectua. Decroly parte da inteligência e põe ao seu serviço os sentidos como utensílios. Na pedagogia da globalidade de Decroly, o material responde às necessidades da criança não de forma isolada, mas sim global. Ele não põe na mão da criança materiais para que ela construa, sugere como ponto de partida fenómenos naturais (como o crescimento de uma planta ou a quantidade de chuva recolhida num determinado tempo), para introduzir medições e contagem.

Montessori (1984) centrou a sua pedagogia científica na iniciativa, e na utilização de um material didáctico especialmente desenhado para alcançar cada um dos objectivos que se propunha. Este material educativo, com forte apelo à "percepção visual e táctil" através da sua utilização, pretende levar a criança à aquisição do conhecimento. Ela afirmava que os sentidos são o suporte da inteligência e acreditava não existir aprendizagem sem acção. "Nada deve ser dado à criança, no campo da Matemática, sem primeiro lhe apresentar uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir e, daí, a mergulhar na abstracção". Os materiais montessorianos constituem o eixo estruturador do seu método educativo, são objectos agrupados, segundo uma determinada qualidade física como cor, forma, dimensão, rugosidade… donde se selecciona uma propriedade, que pretendemos que o aluno adquira. Os seus materiais mais conhecidos são: "o material dourado", os "triângulos construtores" e os "cubos para composição e decomposição de binómios e trinómios". Ambos os pedagogos (Decroly e Montessori) pretendem, através de actividades desenvolver a capacidade da descoberta e experimentação, para a aquisição de conhecimentos.

As correntes construtivistas, estruturalistas, interaccionistas e cognitivistas, que se iniciam com Piaget, consideravam o aluno como um ser capaz de construir o seu conhecimento. A importância dada ao contexto, ao significado de situação e às acções que a criança pode desenvolver sobre os materiais, permitiram o seu contributo, para o uso dessa ferramenta.

O facto de existir alguma "mistificação" no papel dos materiais didácticos no ensino, deve-se segundo Mansutti (1993) a duas razões: por um lado, às tendências que têm influenciado a Educação, nomeadamente a da Matemática que aconselhavam que se proporcionasse diferentes experiências para que as crianças ouvissem e manipulassem, em que Z. P. Dienes, foi o grande representante; por outro lado, pedagogos como Caleb Gattegno, Cuisenaire, Nicole Picard, Ema Castelnuovo, entre vários, preconizavam ambientes adequados, com materiais variados e situações-problema.

Segundo Nacarato (2005), Pestalozzi, no sec. XIX, destacou pela primeira vez, o uso de materiais manipuláveis, ao defender que a educação deveria começar pela percepção de objectos concretos, com a realização de acções concretas e experimentações.

No currículo português, tal como em documentos curriculares como os Standards 2000 (NCTM, 2000), recomenda-se a utilização de vários tipos de materiais.

Presentemente temos inúmeros materiais disponíveis e recomendados por várias entidades como o National Council Teachers of Mathematics (NCTM, 1980, 1983; 1991; 1998; 2000, 2008). As Normas (1994), referem que os livros podem ser bons, mas não são suficientes para ensinar a aprender matemática, por isso recomendam que nas salas de aulas devam existir, computadores… e materiais concretos. Esta recomendação é baseada, no facto de que "as crianças são indivíduos activos que constroem, modificam e integram ideias interagindo com o mundo físico, com os materiais e com outras crianças. Assim sendo é evidente que a aprendizagem da matemática deve ser um processo activo ( … ). Os professores têm que criar um ambiente que encoraje as crianças a explorar, desenvolver, testar, discutir e aplicar ideias. Têm de ouvir as crianças atentamente e guiar o desenvolvimento das suas ideias. Têm de usar frequentemente materiais manipuláveis em actividades que impliquem o raciocínio de forma a fomentar a aprendizagem de ideias abstractas." (p. 21).

Esta ideia de que os materiais concretos permitem experiências matemáticas mais eficazes é subscrita por diversas fontes como a APM (1988), bem como Fenemma e Franke, Pimm, entre outros, (citados por Vale, 2000:66).

Esta posição está ligada à perspectiva construtivista do conhecimento, em que um ambiente de aprendizagem, com materiais manipuláveis é favorável a uma aprendizagem significativa da Matemática (e. g. Bruner, 1960; Dienes, 1975; Lesh, 1979; Piaget, 1977; Reys, 1982). Este último investigador, identificou alguns aspectos (a partir da comparação de várias teorias de aprendizagem) que fundamentam o uso de materiais manipuláveis no ensino-aprendizagem da matemática: (1) a aprendizagem baseia-se na experiência; (2) a aprendizagem sensorial é a base de toda a experiência é o cerne da aprendizagem; (3) a aprendizagem caracteriza-se por estádios distintos de desenvolvimento; (4) a aprendizagem é aumentada pela motivação; (5) a aprendizagem constrói-se do concreto para o abstracto; e (6) a aprendizagem requer participação/envolvimento activo(a) do aluno. Estes aspectos focados não são independentes mas estão interligados.

Post (1981) destaca as contribuições de Piaget, Bruner e Dienes, na matemática. Para o autor "talvez a proposição mais importante que o professor pode tirar do trabalho de Piaget e usá-lo na classe, é que as crianças, especialmente as mais novas, aprendem melhor com actividades concretas. Essa proposição quando acompanhada da sua conclusão lógica, alteraria substancialmente o papel do professor, de expositor a auxiliar, aquele que propicia e orienta a manipulação e a interacção das crianças com os vários aspectos do meio ambiente" (Post, 1981, p. 6). Segundo ele, Dienes (1974) e Bruner (1976), apoiando-se nas ideias de Piaget, trouxeram contribuições próprias. Dienes, dedicou-se a estudar, propor actividades e materiais didácticos para o ensino da matemática. Tinha como princípio, que a experiência devia preceder a análise, ou seja, as experiências escolhidas com critério pelo professor sustentariam o fundamento sobre o qual estaria baseado a aprendizagem matemática. Bruner propôs um modelo de instrução, em que acentuava a necessidade da interacção do aluno com o meio ambiente. Ele afirmava "o que é mais importante para ensinar um conceito básico é que a criança seja ajudada a passar gradativamente do pensamento concreto à utilização de métodos de pensar mais adequados conceitualmente" (1960, apud Post, 1981, p. 11). Segundo Bruner, para entender um objecto é preciso ver como é que ele funciona. Para isso utilizamos recursos concretos e os materiais manipulativos, para podermos realizar experimentações no concreto.

Reys (apud Matos e Serrazina, 1996, p. 193) define os materiais manipuláveis como "objectos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação no dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia".

Os estudos de Hart (1981) e Hart & Sinkinson (1988) com crianças inglesas, mostram que a presença de materiais manipulativos, não são a garantia da aquisição da compreensão do conceito. Ao realizarem entrevistas às crianças, estes investigadores, observaram que os alunos não percebiam qualquer relação entre as actividades concretas e a formalização matemática ("soma é soma e blocos são blocos", 1988, p. 381). As acções das crianças nem sempre correspondiam isomorficamente às transformações escritas que deviam ser feitas na resolução do algoritmo da subtracção e os professores não davam atenção explicita, para que as relações entre os procedimentos, no material concreto e a formalização matemática fossem estabelecidas.

Serrazina (1991), afirma que há diferentes teorias pedagógicas que defendem a vantagem da utilização de materiais, para que através de modelos concretos, consigam apreender conceitos matemáticos. Há investigadores como Reys, referido por Ribeiro (1995:8), que defendem a utilização de materiais manipulativos no ensino da matemática visto que a aprendizagem é um processo de crescimento, com diferentes estádios de desenvolvimento, que requer participação, envolvimento e experiências por parte do aluno que com motivação vai desenvolvendo num processo moroso a formação de conceitos concretos e mais tarde abstractos. Segundo aquele investigador, os materiais devidamente seleccionados e utilizados permitem:

- Diversificar as actividades de ensino;
- Realizar experiências em torno de situações problemáticas;
- Representar correctamente ideias abstractas;
- Analisar sensorialmente dados necessários à formação de conceitos;
- Dar oportunidade aos alunos de descobrir relações e formular generalizações;

- Envolver activamente os alunos na aprendizagem;
- Respeitar as diferenças individuais;
- Aumentar a motivação.

Matos *et al.* (1985) admitem a importância dos materiais manipulativos para estabelecer um ambiente pedagógico mais dinâmico, de modo a permitir atitudes de professores e alunos facilitadoras da aprendizagem. No entanto referem que existem diversas variáveis que influenciam o processo de aprendizagem.

Ao reconhecer-se que um ambiente propício à aprendizagem, deve recorrer à utilização de materiais concretos, permitindo experimentações matemáticas mais eficazes (APM, 1998; 2000; 2006; 2007; Castelnuovo, 1978; Fennema, 1972; Fennema e Franke, 1992; Joyner, 1990; NCTM, 1985, 1991, 1994; Pimm, 1996; Sowell, 1989; Suydam, 1986) há necessidade de saber como se devem utilizar. Assim é fulcral que os educadores e professores criem ambientes estimulantes, encorajando, entre outros, o uso de materiais manipulativos, para que os alunos sejam activos e consigam passar a ponte entre o concreto e o abstracto da matemática. Pimm (1996) salienta que no ensino da matemática é necessária acção (real e virtual), reflexão e necessidade de ser capaz de comunicar as duas.

Gravemeijer (1994) e Klein (1999) salientam que é difícil analisar as potencialidades dos materiais manipuláveis na formação do conceito de número e de operação.

Moyer (2001) defende que a manipulação activa dos materiais permite que as crianças desenvolvam um repertório de imagens, que podem ser utilizadas na manipulação mental dos conceitos abstractos. Segundo ela, os materiais manipulativos não podem carregar significados próprios, são potenciais ferramentas, que têm como função a tarefa, para a qual o professor concebeu o seu uso.

Analisando, a revisão da literatura que inclui, o uso de materiais manipulativos na sala de aula, verificamos que as pesquisas mostram que as crianças que utilizam materiais, mostram melhor desempenho, do que as que não o fazem (Sowell, 1989; Carpenter e Moser, 1982; Selva, 1998). Carpenter e Moser (1982) mostraram que crianças norte-americanas no pré-escolar, que não haviam tido instrução escolar sobre adição e subtracção, apresentavam melhores desempenhos (78,5% resultados correctos) na resolução de problemas parte-todo (combinação de quantidades) com pares numéricos pequenos quando tinham blocos disponíveis, do que na resolução do mesmo tipo de problema sem a presença de qualquer material (68%). Esta diferença foi mais relevante quando os números envolvidos eram maiores que dez (60,5% de resultados correctos, com a presença de blocos e 36,5% sem a presença). Selva (1998) ao analisar a resolução de problemas de divisão entre crianças do segundo ano, verificou um desempenho superior, quando as crianças tinham materiais à disposição. Esta autora, verificou também resultados melhores, nas crianças que no grupo tinham objectos concretos, enquanto as crianças (com papel e lápis, ou sem qualquer objecto) apresentavam estratégias mais flexíveis na resolução dos problemas.

Lorenzato (2006) afirma que qualquer material pedagógico é um meio que pode tornar mais próximo da criança "linguagens e significados matemáticos", que não encerram em si mesmos a possibilidade de formar o pensamento matemático, nem a de criar uma relação de construção humana desse conhecimento; pois não é o material didáctico que realiza a aprendizagem, mas a própria criança, pela reflexão que faz, com o acompanhamento e a orientação do professor.

Schliemann *et al.*, (citados por Mansutti, 1993), defendem a importância que o material manipulável tem no contexto de formalização matemática que deve ser transmitido pela escola:

> "Os princípios centrais à concepção construtivista piagetiana sobre o conhecimento, permitem ver que o trabalho não é apenas de manipulação de materiais concretos, embora esses materiais possam ser úteis se fazem parte de situações significativas que provoquem a reflexão por parte da criança. Não é o uso específico do material concreto, mas sim o significado da situação, as acções da criança e a sua reflexão sobre essas acções que são importantes na construção do conhecimento lógico-matemático natural, construído pela criança e não o material concreto em si, é que deve ser a base para a formalização matemática a ser transmitida pela escola" (p. 24).

Segundo Royo (1996, p. 291, trad. própria) o material na prática educativa responde a um consenso generalizado na relação com a sua utilidade, pois é estruturador do ensino, recurso da prática e modelador das capacidades e personalidade da criança (é o que tem mais força na Educação Infantil).

Esta investigadora, afirma que são sete as funções dos materiais e múltiplas na prática educativa:

- **Função informadora** – Mediante a observação e manipulação do material, a criança adquire determinada informação em torno das qualidades dos objectos: tamanho, cor…

- **Função estruturadora** – A sua construção e proximidade pode despertar, aguçar, as capacidades sensorio-motoras, perceptivas, operativas, etc.
- **Função modeladora** – O seu uso, "modela" as estruturas cerebrais da criança, contribuindo para a estruturação da sua personalidade (como demonstrou Piaget), formando as suas estruturas mentais.
- **Função mediadora** – O material pode ser mediador entre o concreto e a ideia, pode ser o caminho que leva a criança da acção ao pensamento.
- **Função relacional** – As primeiras noções da criança com os objectos, dos objectos entre si, da sua situação entre o espaço e o tempo, são facilitadas, em grande medida, pela interacção com o material. Através desta captação de relações, vai-se iniciando a capacidade de lógica infantil.
- **Função simbólica representativa** – É a função didáctica instrumental que tem grande tradição. Oferece modelos próximos à criança, realidades que não sejam facilmente acessíveis de outro modo (volante de automóvel, móveis de cozinha, balança de pratos…).
- **Função instrutiva** – Deve existir adequação entre os meios didácticos e as distintas funções instrutivas; o educador deve ter isso presente na hora de realizar a sua programação, saber o que pretende desenvolver e estar atento às inquietações da criança, que podem ser despertadas mediante uma preparação cuidadosa das situações.

Gagné (citado por Ribeiro, 1995:10) define oito funções que o material pode desempenhar:

1. Apresentação de estímulo;
2. Dirigir a atenção;
3. Fornecer um modelo da performance esperada;
4. Fornecer elementos insinuadores externos;
5. Guiar o pensamento;
6. Induzir à transferência;
7. Avaliar o alcance da aprendizagem;
8. Proporcionar o feedback.

Gravemeijer (1994) analisa o uso de materiais manipulativos, em função de que também sejam concretos pois, a matemática envolvida nos modelos que eles representam, não é concreta para os estudantes. Esta autora, considera que o uso dos materiais está agregado a uma perspectiva tradicional, de apresentar o material como um modelo já estruturado, sem qualquer contexto para as crianças.

Serrazina (1990) afirma que diferentes teorias pedagógicas defendem a utilização de materiais, para que os indivíduos, através de modelos concretos, consigam compreender os conceitos matemáticos. Segundo ela, as investigações que se debruçam sobre os efeitos da utilização dos materiais, na construção de conceitos, apontam no sentido, de que os indivíduos obtêm, melhores resultados, se os utilizarem e manipularem. No entanto, refere que a actividade, não garante a aprendizagem significativa, pois o significado não se obtém automaticamente por se manipular, assim como a faculdade de articular uma ideia, não nasce imediatamente da atribuição do significado. Smole cita Salvador (1996:171) referindo que não basta a exploração do material, para existir aprendizagem significativa. Os significados que o aluno constrói são o resultado do trabalho do próprio aluno, da sua reinvenção, mas também dos conteúdos de aprendizagem e da acção do professor. Como afirma Pimm (1995) é necessário que os materiais sejam tangíveis e significativos para a construção do conhecimento, assim como é também preciso, reflectir sobre as acções que se concretizam com eles.

Para Royo (1996, p. 294), em virtude do material educativo, ter múltiplas funções, deve-se destacar que:

- O material, não é "o todo" – a criança deve ter um ambiente propício para as suas experiências, escolher o material segundo os objectivos que se pretendem e saber utilizá-lo.
- É necessário um método no uso do material – é fundamental um método, uma orientação que guie na utilização do material, porque poderá tornar-se num conjunto de objectos inertes (esta ideia é reforçada por Froebel, Montessori e Decroly).
- Devem evitar-se alguns erros – quando o material tem um uso desadequado, pode provocar na criança consequências nefastas (como estádios regressivos em relação ao seu desenvolvimento).

O material deve ser facilitado à criança, não só para que o conheça, mas também para que o assimile e domine, e ao mesmo tempo para estimular a sua criatividade.

J. Covanon no seu artigo "L'enfant et les quatre elements" propõe linhas, para o uso didáctico do material, que pode servir de guia e plano de trabalho para o educador:

- Partir do contacto directo para o conhecimento, chegar à técnica e à reflexão que domina o elemento.

Segundo Royo (1996), o papel mediador do material é fundamental, pois permite estruturar, ampliar, universalizar sempre na medida em que não se detenha a marcha do "processo personalizador del niño "(p. 294).

Serrazina (1990) acrescenta que não é só manipular objectos, mas também pensar sobre essa manipulação e reflectir nos processos e nos produtos. O material deve ser utilizado cuidadosamente, cabendo ao professor decidir como, quando e porquê.

Meira (1998) compara duas formas diferentes de analisar a transferência dos materiais: a partir da fidelidade epistémica e a partir de uma visão histórica, baseada na noção de Vygotsky de ferramenta de mediação. Do ponto de vista da fidelidade epistémica, o conceito de transparência é algo objectivo, inerente ao material, que é medido em relação à qualidade das relações entre o material e o domínio do conhecimento que se pretende ensinar. Assim, mais importante do que a análise da fidelidade epistémica dos materiais, seria o estudo sobre como os artefactos são transformados por estudantes, no contexto das práticas, ao darem sentido às ideias matemáticas.

Segundo Smole (1996), os materiais devem ao simularem situações, desenvolver a imaginação, permitirem tentativas e erros, para que haja uma aprendizagem significativa. Ele defende numa primeira abordagem um manuseio livre dos materiais, para que algumas noções possam emergir dessa exploração. Depois através de determinados objectivos, podem ser colocadas situações problemáticas que permitam ser investigadas, para mais tarde através do diálogo, serem trocadas opiniões, em que os trabalhos individuais e colectivos possam ser registados.

Fennema (1982) privilegia o ambiente de aprendizagem que inclui experiências considerando que o uso de material é mais positivo em faixas etárias mais baixas, visto que facilita a estruturação de conceitos, pois as crianças não têm tanta capacidade para manipulações mais simbólicas.

Suydam, citado por Ribeiro (1995), é de opinião que os materiais manipuláveis têm uma importância fundamental e decisiva na aprendizagem da matemática. Defendem que os alunos aprendem melhor os conceitos e visualizam ideias, quando trabalham com diferentes modelos. O manuseamento permite clarificar ideias e percepcionar certos atributos através das suas representações figurativas ou simbólicas, em que o professor deve ter critérios físicos e pedagógicos para seleccionar os materiais e não deve usá-los indiscriminadamente e/ou exaustivamente.

Alguns autores (e. g. Bruner, 1960; Piaget, 1977; Reys, 1982) defendem que os alunos aprendem matemática, através de uma perspectiva construtivista, que se torna mais eficaz, quando há utilização dos materiais manipuláveis, para que possam interagir uns com os outros. Os materiais permitem que os alunos reflictam sobre as suas experiências e comuniquem uns com os outros, para que a aprendizagem seja significativa.

Na sequência de uma investigação Pires (1995) afirmou a sua opinião favorável ao uso de materiais, pois os alunos consideram que eles podem representar situações próximas do real, que lhes permitem uma melhor compreensão e capacidade de resolução de problemas. Referiu que os materiais facilitam a comunicação e interacção, desenvolvendo a auto-confiança ao ajudarem a resolver as tarefas e problemas.

Sowell (1989), defende que a eficácia dos materiais se prende com o seu uso por longos períodos. Realizou uma revisão de 60 estudos que incluem crianças da pré-escola ao ensino básico. A autora procedeu a uma meta-análise para determinar a efectividade do uso de manipulativos (representações concretas e pictóricas) no ensino de matemática, considerando o desempenho, a retenção e transferência do conhecimento e a atitude dos alunos em relação à matemática. Os resultados mostraram-se significativos apenas no que se refere à efectividade do uso de manipulativos, ao comparar-se estudos envolvendo material concreto e instrução simbólica por períodos de intervenção longos (um ou mais anos). Não foram encontradas diferenças significativas ao comparar-se instrução simbólica com pictórica ou pictórica com material concreto. Esses dados mostram que há controvérsias sobre o uso de objectos concretos no ensino, observando-se uma diversidade de factores que podem influenciar o trabalho com materiais manipulativos em sala de aula.

Alguns investigadores defendem que um dos elementos que dificulta a aprendizagem com base em materiais manipulativos, é quando não há relação com os conceitos que estão a ser trabalhados. Para Matos e Serrazina (1996, p. 194), os materiais são utilizados pelos professores porque eles pensam que têm relações explícitas com o conceito. “Contudo, não há nenhuma garantia que os alunos vejam as mesmas relações nos materiais que vemos”. Aqueles investigadores referem ainda duas características das actividades envolvendo materiais concretos que podem trazer resultados negativos: 1) a distância entre o material concreto e as relações matemáticas a serem representadas; 2) o material “Toma as características de símbolo arbitrário em vez de uma concretização natural" (Hiebert e Carpenter, 1992, apud Matos e Serrazina, 1996, p. 197); Segundo os autores, os professores utilizam os materiais para introduzir uma noção, mas ao chegarem lá (cálculo, propriedade, algoritmo), não lhes interessa o contexto, no qual o material foi utilizado e passam a trabalhar apenas ao nível abstracto. Eles afirmam: "É como se a situação que serviu para os introduzir funcionasse como um andaime que se retira quando se acaba o prédio. Não queremos com isto dizer que se tenha de estar sempre a trabalhar com materiais, mas que as concretizações que serviram para elaborar as noções matemáticas podem ser situações importantes para os alunos verificarem algumas propriedades ou compreenderem outras. Isto só se consegue se, desde o início, houver uma verdadeira acção por parte da criança e não uma simples reprodução do que foi dito pelo professor". (Matos e Serrazina, 1996, p. 197 – 198).

Serrazina (1998:89) apresenta num estudo de caso com professores do 1.º ciclo, com materiais para a resolução de problemas, em que um deles referiu que os materiais manipuláveis permitiam uma maior estruturação dos conceitos, e em que os materiais são referidos como uma ajuda física para a construção mental dos alunos, um suporte para o pensamento, permitindo ao professor observar as diferenças individuais na forma como os alunos entendem uma situação e pensam numa solução. É ainda referido como um aspecto negativo, o tempo que se utiliza na manipulação de materiais. Como é afirmado o sucesso dos materiais depende por um lado de como as tarefas são implementadas pelos professores e por outro, da forma como vêem a matemática, do seu processo de ensino-aprendizagem e do seu conhecimento ético.

Moyer (2001) analisou um outro factor relacionado com o uso de manipulativos: a concepção dos professores sobre como e qual a razão da utilização de materiais na sala de aula. O estudo incidiu sobre o uso de manipulativos, por dez professores, através de entrevistas e observações de sala de aula durante um ano lectivo. Os professores foram voluntários e tinham participado durante duas semanas num curso, em que se discutiram ferramentas pedagógicas tais como manipulativos, calculadoras e computadores para ensinar matemática. Eles faziam parte de escolas públicas norte-americanas. Os resultados sugerem que os professores usam os materiais como um recurso para tornar a aula divertida, mas desconectado do trabalho de ensino diário. Na concepção dos professores entrevistados para a compreensão dos conceitos matemáticos, os alunos devem usar o algoritmo, ignorando a possibilidade de realizar com os materiais manipulativos experiências significativas com representações e até inventar os seus próprios algoritmos.

Pimm (1996) acredita que a utilização dos materiais manipuláveis tem como objectivo a passagem da "ponte" mental, entre o concreto e o abstracto. Se por um lado os conceitos poderão determinar a validade do uso de manipuláveis, por outro são as próprias manipulações e transformações que dão sentido ao uso do material; por isso, diversas actividades e diferentes materiais poderão ser produtivos para clarificar os mesmos conceitos.

Através de várias tentativas a criança pode apreender significativamente conhecimentos mais sólidos e duradoiros que lhe permitam aprendizagens em que os materiais não são a solução para todos os problemas de aprendizagem de matemática, mas servirão de suporte, como instrumento para actividades na sala de aula, de forma a que a comunicação seja uma realidade.

Segundo Brocardo, *et al* (2003), os documentos curriculares recomendam vários tipos de materiais… "No contexto dos números e operações refere-se sobretudo o uso da calculadora e de materiais manipuláveis como os cubos de encaixar, OMAB ou o ábaco: (p.76). Mas aqueles investigadores consideram existir insuficiente reflexão sobre "as intencionalidades" que o seu uso pode veicular".

Autores como Gravemeijer (1994) e Klein (1999) destacam que não é fácil, analisar as potencialidades dos materiais, na formação do conceito de número e de operações.

Em Portugal, não há referência a investigações feitas especificadamente sobre os materiais manipuláveis no processo ensino-aprendizagem da matemática (Vale, 2000), mas no projecto Matemática 2001 (APM, 1998), que envolveu vários professores do ensino básico, autores como Loureiro, Serrazina e outros recomendam que "a prática pedagógica deve utilizar situações de trabalho que envolvam contextos diversificados (nomeadamente, situações da realidade e da História da Matemática) e a utilização de materiais que proporcionem um forte envolvimento dos alunos na aprendizagem, nomeadamente os materiais manipuláveis, calculadores e computadores" (pág. 44).

Brocardo, Serrazina e Kramer (2003) defendem o papel dos materiais, na formação da noção dos números e das operações, e no desenvolvimento de formas mais ou menos algoritmizadas de cálculo. Segundo aquelas investigadoras os materiais têm um papel intermediário entre a realidade concreta e a sua representação mental e/ou entre as operações concretas dessa realidade e as operações matemáticas. Utilizar materiais concretos para aprender a subtrair deve, segundo elas, desenvolver uma forma de raciocinar e de calcular, que corresponde à forma mais abstracta de resolver o problema.

Serrazina (1999) e Nacarato (2005) alertam para o facto que muitas vezes quando os professores usam o material dourado, pretendem que a criança compreenda os mecanismos de trocas e “destrocas” para o algoritmo de subtracção; no entanto, no momento de formalização do mesmo, acabam por introduzir o algoritmo da compensação, esquecendo que as lógicas dos dois algoritmos são diferentes.

Nacarato (2005, P. 4) acrescenta que “um uso inadequado e pouco exploratório de qualquer, material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem da matemática. O problema não está na utilização desses materiais mas na maneira como utilizá-los”.

A matemática e pedagoga Canals (2001) defende que “se soubermos propor a experimentação de forma adequada a cada idade e, a partir daí, fomentar o diálogo e a interacção necessários, o material, longe de ser um obstáculo que nos faz perder tempo e dificulta o salto para a abstracção, facilitará esse processo, porque fomentará a descoberta e tornará possível uma aprendizagem sólida e significativa”. Também na literatura portuguesa se encontram exemplos semelhantes. Saramago (2000), na sua obra *A Caverna*, escreve: “Para que o cérebro humano soubesse o que era uma pedra, foi necessário que os seus dedos a tocassem, sentissem a sua aspereza, o peso, densidade, foi necessário que se ferissem com ela. Só muito tempo depois, o cérebro compreendeu que daquele pedaço de rocha se poderia fazer uma coisa a que se chamaria punhal”. (p. 92). A manipulação do material é pois uma actividade necessária e indispensável para a aquisição de competências matemáticas; mas como afirma Alsina (2004) não é a manipulação em si, que é relevante na aprendizagem matemática, mas sim, “a acção mental que é estimulada quando as crianças tem a possibilidade de ter os objectos e os diferentes materiais nas suas mãos” (p. 9). Por isso, segundo aquela investigadora o “material manipulativo deve usar-se sempre que as crianças necessitem”, na educação infantil e durante toda a etapa da educação básica, “sempre que se pretenda introduzir uma nova competência matemática o processo ideal de ensino-aprendizagem deveria incluir a manipulação de diferentes materiais, já que só a partir de um ensino diversificado, rico em recursos e estratégias para abordar uma mesma aprendizagem, se conseguirá que as aprendizagens matemáticas sejam interiorizadas de forma significativa e aumente o grau de consciência entre elas”.

Segundo Vale (2002), as investigações que utilizaram os manipuláveis no processo de ensino-aprendizagem de determinados conceitos não é conclusiva em relação aos seus benefícios, o que está de acordo com resultados internacionais. É sua convicção que os materiais podem ser um suporte valioso na sala da aula, sobretudo para actividades problemáticas e para a comunicação matemática entre alunos. Contudo, se o aluno não os quiser utilizar, se o professor não tiver sólidos conhecimentos científicos e didácticos sobre a sua utilização e potencialidades, permitindo um papel activo e reflexivo na construção do saber, não funcionarão neste sentido. A formação inicial de professores deverá dar-lhes oportunidades de contactarem, experimentarem, construírem diversos materiais manipuláveis e descobrirem as suas potencialidades educativas.

Cuoco (2001) defende que na formação matemática dos futuros educadores e professores tem que existir ligação entre a matemática que estudam e a matemática que ensinam, contextualizada com vários assuntos. Para isso acontecer, é fundamental que a formação inicial de educadores/professores proporcione situações e aprendizagens para contactarem, construírem, manipularem materiais, de forma a descobrirem as suas potencialidades e obterem conhecimentos sólidos sobre a sua utilização de modo a que as tarefas façam os alunos, futuros educadores, a reflectir na construção do saber, de modo a serem conscientes, activos e mais tarde proporcionadores de actividades em que a comunicação em sala de aula seja uma realidade.

Para Stein e Bovalino (2001), há factores associados ao sucesso da matemática no uso dos materiais manipulativos. Assim os educadores devem ter tempo e espaço para pensar, descobrir formas para que as actividades façam sentido, em vez de produzirem situações meramente rotineiras e mecanizantes.

Segundo Ponte e Serrazina (2000) a aprendizagem da Matemática requer um ambiente onde os futuros educadores e professores possam exprimir com à vontade as suas dúvidas, dificuldades e sugestões, em que o professor pode encorajar a comunicação e participação, de modo a que as tarefas propostas desenvolvam a sua compreensão, raciocínio, sentindo-se respeitados e valorizados. O uso de materiais diversos, segundo estes investigadores, pode contribuir para o desenvolvimento de um ambiente de trabalho participativo, onde se realiza uma actividade matemática estimulante.

Nacarato (2005) defende que nenhum material didáctico – manipulável ou de outra natureza – "constitui a salvação para a melhoria do ensino da matemática, pois a sua eficácia depende da forma como for utilizado (p. 5). Não é o uso específico do material concreto, mas, sim, o significado da situação, as acções da criança e a sua reflexão sobre essas acções que são importantes na construção do conhecimento matemático.

A ênfase para o ensino da matemática vem sendo posta nos processos de significação e consequentemente, no significado matemático: "O significado matemático é obtido através do estabelecimento de conexões entre a ideia matemática particular em discussão e os outros conhecimentos pessoais do indivíduo. Uma nova ideia é significativa na medida em que cada indivíduo é capaz de a ligar com os conhecimentos que já tem. As ideias matemáticas formarão conexões de alguma maneira, não apenas com outras ideias matemáticas como também com outros aspectos do conhecimento pessoal. Professores e alunos possuirão o seu próprio conjunto de significados, únicos para cada indivíduo. (Bishop *et al*. 1996, apud Ponte *et al*., 1997, p. 88).

Presentemente há diversas tendências didáctico-pedagógicas para se trabalhar em contextos de significação: projectos interdisciplinares, tarefas exploratórias e investigativas, resolução de problemas, uso de jogos e histórias, tecnologias de informação, e tantas outras. Nestes contextos, a utilização dos materiais manipuláveis, pode atravessar qualquer uma destas tendências (Nacarato, 2005).

A forma como os materiais manipuláveis são utilizados e a concepção pedagógica do professor, vão "organizar ou não a interface mediadora para facilitar na relação entre o professor, o aluno e o conhecimento, num momento preciso de elaboração do saber" (Pais, 2000, p. 2-3). A formação inicial permite colocar questões para reflexão e consequentemente trabalhar para o significado matemático, daí que seja fundamental investir nela.

Brocardo J.; Delgado C.; Mendes F.; Rocha I.; Serrazina L. (2006) defendem que "a pertinência do uso "dos materiais manipuláveis em determinada etapa da aprendizagem, está intimamente, ligada ao tipo de competências que se quer desenvolver" (p. 76).

Os materiais manipulativos poderão ser mediadores num contexto de significação, num ambiente motivador de sala de aula, em que através de diversas actividades proporcionem a compreensão matemática, num processo evolutivo em que gradualmente as crianças vão descodificando e construindo o saber matemático.

### 1.2. Os materiais: aquisição de competências matemáticas com actividades lúdico-manipulativas

O currículo nacional (Ministério da Educação, 2001) além de destacar a dimensão cultural no ensino-aprendizagem da matemática, recomenda o envolvimento dos alunos em experiências de aprendizagens "ricas e diversificados, de forma a valorizar o aluno como indivíduo com os seus conhecimentos, valores, respeitando as suas diferenças e introduzindo o conceito de competência matemática”.

Ao falar-se hoje de competência matemática ou de ser matematicamente competente numa dada tarefa é ter não só, os conhecimentos necessários, como a capacidade de os identificar e mobilizar na situação concreta, e ainda ter a disposição para a realizar efectivamente. Por isso, conhecimentos, capacidades e atitudes são indispensáveis, nas tarefas que surgem aos alunos, e no processo de aprendizagem. Como é referido por Abrantes *et al.* (1999, p.23), tais conhecimentos são relevantes se forem integrados num conjunto mais amplo e significativo de competências e se a sua aquisição progressiva for enquadrada por uma perspectiva que valorize o desenvolvimento das capacidades de pensamento e de atitudes positivas face à Matemática e à aprendizagem. O termo competência tem diferentes interpretações e significados, consoante o contexto em que é aplicado. Como afirma Barbosa (2000, p.355), “Competência é a capacidade de mobilizar determinados recursos (saberes teóricos, saberes metodológicos, saberes de acção e de experiência, atitudes, esquemas motores, esquemas de percepção, esquemas de vigilância, de atenção, de antecipação, de decisão) para fazer face a diversas situações”.

Como é referido no livro *A Matemática na Educação Básica*, “…para haver uma apropriação de novas ideias e novos conhecimentos, não basta que o aluno participe em actividades concretas, é preciso que ele se envolva no processo de reflexão sobre essas actividades.” (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p. 25). Assim, o recurso aos materiais manipuláveis e aos instrumentos tecnológicos é imprescindível, mas estes devem constituir um meio e não um fim. Se quisermos modificar o que se passa nas escolas, não basta mudar os currículos, publicar materiais de apoio, pois tudo é mediado pelo professor, através das suas concepções e crenças sobre como organizar a sala de aula, de modo a promover a aprendizagem da matemática, sobre a sua própria relação com a matemática ou sobre a natureza (Fennema e Franke, 1992). O professor é o elemento chave na mudança, porque tem um papel primordial no ambiente que se vivência na sala de aula.”

Devem-se propor às crianças actividades com materiais de forma adequada a cada idade, fomentar a motivação, valorizando o aluno, com os seus conhecimentos e valores, respeitando as suas diferenças, de modo a que possam, com aqueles elementos de mediação, construir ideias e conceitos.

Para Vale (2000) “Quando se desenrola o processo de ensino-aprendizagem há que recorrer a qualquer suporte educativo como a voz, o quadro, o computador ou os materiais manipuláveis. Os materiais manipuláveis são objectos ou coisas que o aluno seja capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objectos reais que têm aplicação nos afazeres do dia-a-dia ou podem ser objectos que são usados para representar uma ideia." Esta investigadora divide os materiais em: instrumentos comuns, como os artefactos comummente usados fora da escola, e os materiais educacionais, como os que são concebidos artificialmente para fins educativos.

Segundo Mansutti, citado por Ribeiro, material didáctico é um "recurso a ser utilizado num processo que combina a aprendizagem e formação" (1995:6). O termo material será então "o conjunto de objectos que constituem ou formam uma obra, uma construção" (op.cit).

Para Hall, (op. cit) há uma diferença entre materiais didácticos, e materiais estruturados. Os materiais didácticos são instrumentos de aprendizagem e ensino; os materiais estruturados são um grupo de objectos configurados de modo a corporizarem estruturas matemáticas incluindo nelas os jogos e modelos demonstrativos.

O material manipulável, como todo o objecto concreto que incorpora conceitos matemáticos apela a diferentes sentidos e pode ser tocado, movido e rearranjado. Por isso, é fundamental não esquecer o que afirma Gervilla (1995, trad. prop.) sobre criatividade e métodos adequados para formar indivíduos criativos. A criatividade permite inventar algo novo, seja um produto, uma técnica, um modo de ver a realidade, fazendo com que se saia de ideias estereotipadas, de modos generalizados de pensar e actuar, em que as mudanças qualitativas da atmosfera da classe, a conduta dos professores e alunos, a valorização de respostas e o enfoque diferente de informação sirva para conseguir o pensamento criador na criança, de forma a facilitar a sua formação integral.

Serrazina (1991) afirma que diferentes teorias pedagógicas defendem a utilização dos materiais, para que os indivíduos, através de modelos concretos, consigam compreender conceitos matemáticos. Os sujeitos são pessoas activas que constroem, modificam e integram ideias ao interagirem com o mundo físico e com os seus pares. Assim, a manipulação de materiais deve constituir um meio para atingir objectivos e nunca um fim em si mesmo. Aquela investigadora defende que aprender fazendo é não só manipular objectos, mas também, pensar sobre essa manipulação e reflectir nos processos e nos produtos. Os materiais devem ser usados pensando sobre a sua manipulação e reflectir nos processos e produtos, cabendo ao professor decidir como, quando e o porquê da sua utilização.

Para Stein e Bovalino (2001) há factores associados ao sucesso no uso de manipuláveis. Quando os materiais são planeados como parte integrante de uma aula, por vezes, os alunos caem na tentação de pensar mecanicamente e de forma rotineira. Isto ocorre com frequência, quando os professores mostram aos alunos, passo a passo, a forma correcta, de trabalhar os problemas, ao invés de os guiar à descoberta das ideais matemáticas, dando--lhes tempo e latitude, para pensar e fazer com sentido as actividades. Assim, se não forem utilizados convenientemente, os materiais podem ser agradáveis e úteis, para olhar e jogar, mas supérfluos para aprender. As interpretações diferem de criança para criança e de professor para professor. É necessário dar um tempo para o material ser explorado, de forma a criar *insights* no processo ensino-aprendizagem.

Seguidamente apresentaremos diversas propostas com os materiais: Cuisenaire, Calculadores Multibásicos, Dons de Froebel, Palhinhas, Calculadoras, Blocos Lógicos, Tangram, Geoplano e Poliminós, tendo como finalidade sugerir actividades que contribuam para desenvolver competências de modo a promover a aprendizagem da matemática.

### 1.2.1. O Material Cuisenaire

O Material Cuisenaire, conhecido também por números coloridos, deve o seu aparecimento ao belga Emilie Georges Cuisenaire. Este nasceu em Thuin, uma histórica cidade belga e ali passou toda a sua vida, ensinando e dirigindo escolas. Como professor primário que era, observava as dificuldades que as crianças do seu tempo tinham para perceber a aritmética e reter o que dela aprendiam, em contraste com a facilidade com que aprendiam música. Georges Cuisenaire tocava violino e ensinava música e aritmética, mas não era um matemático. Por fim encontrou o material que procurava, para aplicar na matemática. Assim nasceu o que hoje conhecemos por Material Cuisenaire, cuja invenção, desde aí, originou uma revolução no ensino das matemáticas.

O material Cuisenaire foi divulgado interna-cionalmente por Caleb Cattegno. Em 1952, este professor espanhol difundiu o material, tentando dar resposta à necessidade de ensinar matemática de uma forma lúdica.

A primeira tentativa para a actualização do ensino da matemática em Portugal data de 1961, quando o material CUISENAIRE foi experimentado, pela primeira vez, no Colégio Vasco da Gama (Meleças – Sintra), sob a orientação do Dr. João Nabais, tendo os resultados ultrapassado todas as expectativas.

Em Abril de 1962, o Dr. Caleb Gattegno dirigiu, nesse Colégio, um Curso em que participaram muitos professores de todo o País.

**Interesse pedagógico**

Para além do desenvolvimento da lógica matemática, o material Cuisenaire possui um considerável valor na educação sensorial. As peças são feitas de um material de fácil manipulação e diferentes cores, de forma a estimular a criatividade e a experimentação.

Este material é aconselhado desde a Infantil até ao ensino básico.

Segundo Alsina (2004, p. 34) "As barras de cor são um material manipulativo especialmente adequado para aquisição progressiva das competências numéricas. São um suporte para a imaginação dos números e das suas leis, tão necessário para poder passar ao cálculo mental… para introduzir e praticar as operações aritméticas".

O interesse pedagógico deste material situa-se em termos matemáticos, em aspectos de:

- Iniciação à matemática;
- Desenvolvimento da criatividade;
- Compreensão da noção de número;
- Decomposição de números;
- Relações de grandeza;
- Noção de par e ímpar;
- Manipulação das operações numéricas;
- Resolução de situações problemáticas;
- Múltiplos e divisores de um número inteiro;
- Simetrias;
- Fracções e números decimais;
- Perímetros;
- Áreas;
- Volumes.

O material Cuisenaire pode ser utilizado em "demonstrações" feitas pelo professor, mas não será demais lembrar que ele foi concebido principalmente como instrumento de investigação e descoberta nas mãos dos alunos. Citando Serrazina (1990:1) "investigações têm constatado que os estudantes que utilizam materiais manipulativos na construção de conceitos têm melhores resultados, que os que não o fizeram, pois os alunos são indivíduos activos que constroem, modificam e integram ideias a interaccionar com o mundo físico, os materiais e os seus colegas".

A NTCM (1991, p. 5) descreveu como objectivos educacionais para todas as crianças:

- aprender a dar valor à matemática;
- adquirir confiança na sua capacidade de fazer matemática e resolver problemas matemáticos;
- aprender a comunicar e raciocinar matemática.

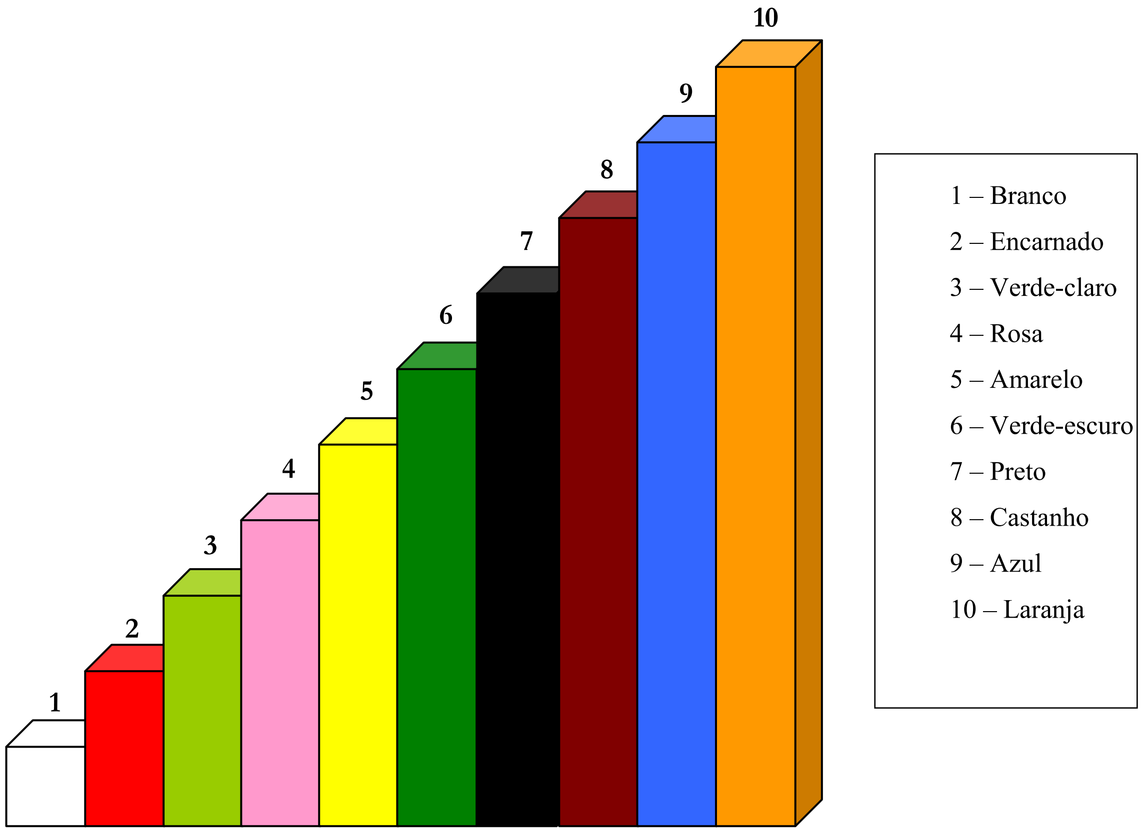
Estes objectivos implicam que os alunos devam participar em numerosas e variadas experiências relacionados entre si, que explorem, que façam tentativas e errem, que resolvam problemas, testando e conjecturando e, assim, aperfeiçoem o pensamento matemático.

Também as NCTM, as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (1998) e os Programas do 1.º Ciclo do Ensino Básico, reflectem esta linha de pensamento onde é defendida a articulação dos materiais manipuláveis nas várias actividades das práticas lectivas. Surgem referidos como suportes de aprendizagem, ferramentas, meios, que ajudarão as crianças a desenvolverem capacidades.

Segundo Vale (2000:70), há diversos investigadores que referem que a aprendizagem é mais eficaz, significativa e duradoura quando os alunos utilizam essas ferramentas, pois permite interagirem uns com os outros, reflectindo e comunicando entre si as suas experiências.

Dai a importância dos professores conhecerem as potencialidades e a utilização dos materiais manipulativos de forma a não condicionar as suas práticas e adequar tarefas que permitam um papel activo, adequado e reflexivo na construção do saber.

### Descrição do material




Este material estruturado, considerando uma caixa completa, é formado por 241 reguinhas, barras, ou peças coloridas[2]. São prismas quadrangulares com 10 cores e dez comprimentos diferentes.

As peças são geralmente de madeira (presentemente há imitações de plástico), que vão desde 1*cm* a 10*cm*. A peça branca é a peça padrão e serve de medida a todas as outras peças. A peça branca vale uma unidade. Esta peça tem face quadrada com $1cm^2$ de área.

Como destaca Mansutti (1993, p. 24), este material na “sua concepção original, trata o número relacionado à ideia de medida a partir da representação com grandezas contínuas; explora as relações de dobro e triplo entre números de 1 a 10 e propõe um interessante trabalho sobre a produção de escrita com números e letras. Essas possibilidades quase nunca são exploradas, certamente por serem desconhecidas daqueles que o utilizam”.

Pimm (1995), afirma que G. Cuisenaire propôs três passos de aproximação ao conhecimento, começando por usar as peças coloridas, seguindo com um comparativo código

[2] Não há nenhuma combinação pré-definida para determinar a quantidade exacta de peças. Existem actualmente no mercado caixas com quantidades diversas. Não devem ser dadas à criança somente 2 ou 3 peças da mesma cor, mas sim uma quantidade grande de peças, que lhe permitam fazer as suas descobertas sem limitações.

de cartas coloridas (já não sendo possíveis de serem manipuladas) e finalizando com a notação escrita.

Nacarato (2005) realça as possibilidades do material Cuisenaire com fracções e volumes. Como ele refere "por ser um material que representa grandezas contínuas,… possibilita explorar a fracção no seu sentido de medida, bem como a representação dos algoritmos das operações com fracções e no caso de volume, é possível, com o uso das peças compor e decompor poliedros convexos e não-convexos de diversos volumes" (p.4).

De acordo com Palhares e Gomes (2006, p. 171) "a utilização do material Cuisenaire estende-se a vários conteúdos entre os quais se destacam: fazer e desfazer construções, fazer construções a partir de representações no plano, cobrir superfícies desenhadas no papel quadriculado, medir áreas e volumes, trabalhar simetrias, construir gráficos de colunas, estudar fracções e decimais estudar as propriedades das operações, efectuar a decomposição de números, efectuar a ordenação de números e comparar "partes de" e resolver problemas".

As crianças precisam ter o sentido do número, para o poder utilizar de forma diferente no mundo que as rodeia. O sentido do número envolve: compreensão dos significados (inclui o carácter ordinal e cardinal dos números), explorar relações entre os números (composição e decomposição de conjuntos), a compreensão da grandeza relativa dos números, desenvolver intuições acerca dos efeitos das operações com números e desenvolver padrões de objectos comuns. O material Cuisenaire constitui um recurso que ajuda a desenvolver os aspectos atrás citados.

Arrumar o conteúdo da caixa, poderá ser uma actividade a sugerir. As crianças podem ordenar e atender a aspectos como a propriedade cor, tamanho. Podem assim fazer a correspondência cor/número, gradualmente.

O papel do professor entre a criança e a matemática, deve ser o de permitir que experimente directamente os príncipios matemáticos compreendendo as etapas que formam os conceitos para que se construa o "estabelecimento de conceitos a partir da sua fundação." (Aharoni, 2008, p. 95), para além do uso de uma "linguagem explícita e correcta".

**Propostas de actividades**

**a) Jogo livre**

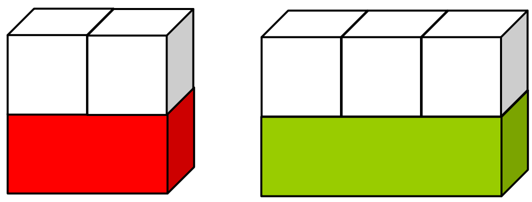
Este exercício serve para as crianças se familiarizarem com o material fazendo assim espontaneamente as primeiras descobertas. Elas fazem composições planas ou em posição vertical representando casas com portas e janelas, muros de jardim, arcos, linhas-férreas, animais, meninos, enfim, uma infinidade coisas… e o que a sua imaginação lhes proporcione.

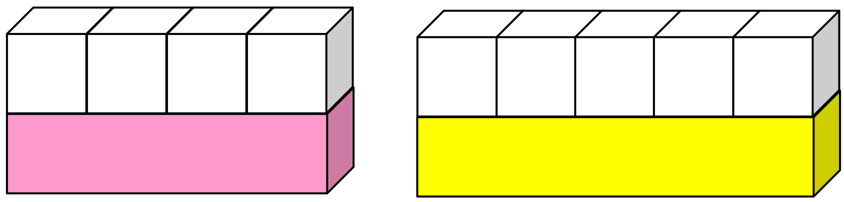
No decorrer deste **jogo livre**, e ao estimularmos a respectiva aprendizagem, a criança desenvolve muitas capacidades e destrezas, sobre as quais edificará mais tarde, o seu conhecimento matemático. Jogando, conseguirá fazer as seguintes descobertas:

- as peças da mesma cor são do mesmo comprimento;
- as peças do mesmo comprimento têm a mesma cor;
- as peças de cores diferentes têm diferentes comprimentos;
- só é possível conseguir comprimentos iguais unindo pelas extremidades determinadas peças;
- as peças estão feitas de tal maneira que tudo o que se construa com elas é igual a um número total de peças brancas (esta vale uma unidade e qualquer número natural é decomponível em unidades).

Aprender de memória a correspondência entre **o número e a cor.** Esta aprendizagem faz-se gradualmente, medindo as peças maiores com a peça branca que é **a peça padrão.**

**Ex:** a peça amarela mede 5 peças brancas;
a peça verde clara mede 3 peças brancas;
a peça rosa mede 4 peças brancas;
a peça encarnada mede 2 brancas, etc.





Nas actividades onde as crianças identificam tamanhos e a ordem das peças, estão a "trabalhar" a memória, a ordenação, o conceito da cor e do número.

**b) Jogos de reconhecimento das dimensões**

Constam essencialmente em levar a criança a reconhecer através do tacto (sem ver) as peças que tem na mão, atrás das costas ou dentro de um saquinho. A criança mostrará a peça que a professora lhe pede, ou que ela identificou. Numa primeira fase até à peça amarela (5) e mais tarde até à laranja (10).

Este jogo de reconhecimento de dimensões das peças permitem desenvolver a classificação e a seriação (outras actividades poderão igualmente resultar: ordenar peças por tamanhos e repeti-las; completar sequências por tamanhos, jogos de identificação do valor das peças – mostrar uma peça e adivinhar o valor).

**c) Jogos de memória**

Segundo Alsina (2004, p. 35), as crianças devem "memorizar o valor de cada barra, já que é importante que se habituem a nomear as barras não pela cor, mas sim pelo seu valor".

Se ordenarmos as peças, unindo-as lateralmente segundo os seus comprimentos, formamos uma "escada". A partir dela fazem-se uma série de jogos de extrema importância:

- Pede-se à criança que "suba" a "escada" dizendo as cores das peças, começando pela mais pequena (branca) até à maior (laranja). Depois pode fechar os olhos e enunciá-las por cores.
- A criança deve depois " descer " a "escada", começando na maior (laranja) até à mais pequena (branca). Se fechar os olhos pode tentar reproduzir as cores das peças.
- A criança vai subindo a escada, dizendo as cores, e a certa altura a professora manda parar num "degrau" e pergunta o seu valor.

**Ex:** uma peça branca, uma peça encarnada, uma peça verde-claro, uma peça rosa... "Qual o valor da peça rosa?".
**R:** "4" (a criança continua a contagem, podendo ser mais vezes interrompida para dizer o valor do degrau onde está).

- Pede-se que a criança enumere as peças por ordem, dizendo as cores, mas saltando um degrau. Ex: branca, verde clara, amarela, preta, azul. Quando começar na laranja (saltando um degrau) dirá: castanha, verde escura, rosa e encarnada.
- Diz-se à criança a cor de uma determinada peça e pede-se que ela diga a cor da peça seguinte, primeiro no sentido ascendente da escada e depois no sentido descendente. Este exercício como o anterior pode ser efectuado com os olhos fechados.

**Ex.:** "...uma peça castanha..."
- "Qual a peça que vem antes da...?"

- "Quais as peças que estão ao lado de...?"
- "Que cor tem a peça que vem depois da...?"
- "Qual a cor da peça que está entre a amarela e a preta?"

As crianças ao ordenarem as peças por tamanhos e ao enumerarem as cores e valores numa escala ascendente ou descendente, podem consolidar as propriedades do número e até introduzir diversos conceitos.

**d) Jogos numéricos**

A criança vai agora aprender que a cada cor corresponde um valor. A partir da observação da "escada", pode visualizar a sequência numérica de 1 a 10. Vamos chamar *um* à branca, *dois* à encarnada, *três* à verde-clara e assim até à laranja, que é a *dez*.

Como primeiro exercício temos o de subir e descer a "escada" dizendo agora os valores das peças:

**Ex:** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.
10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.

➲ Deve-se depois repetir todos os exercícios anteriores como seja o de subir ou descer a "escada" saltando degraus, ou dar o valor de uma peça e pedir que ela diga o que vem antes e o que vem depois, para que a correspondência entre a cor e o valor se consolidem.

➲ Empregando os termos primeiro, segundo, terceiro... pode pedir-se à criança que com a mão direita, aponte a terceira peça quando se sobe a escada (deverá apontar a verde clara). Se lhe pedirmos para apontar a terceira peça quando desce a escada, ela deverá apontar a peça castanha. Pode-se perguntar também:

- Que ordem tem a peça que está entre a quarta e a sexta?

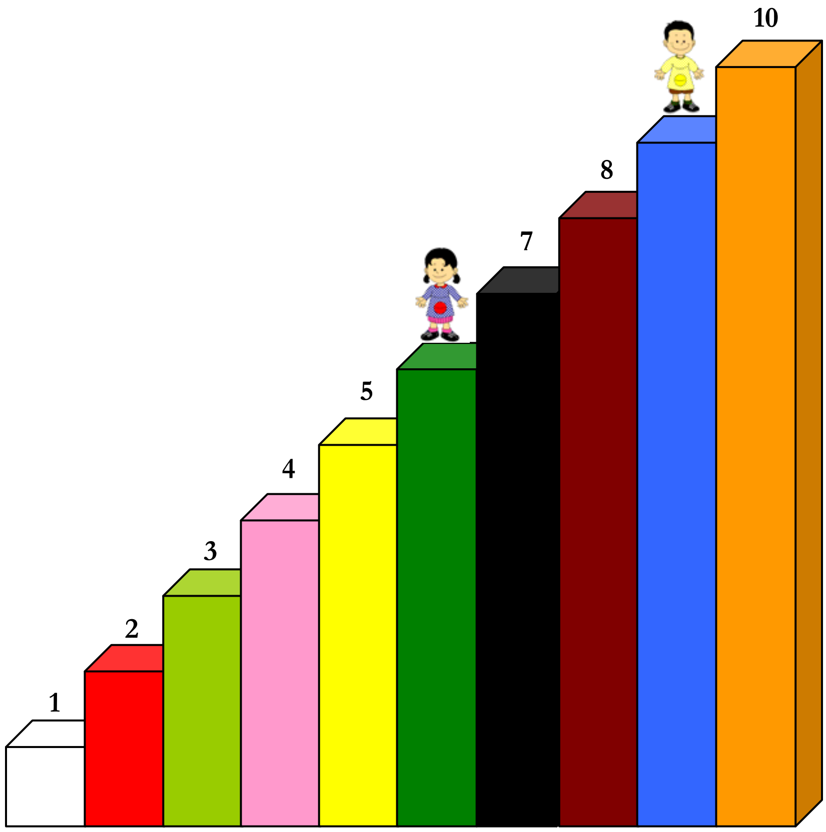
➲ Mostrar uma barra e questionar as crianças sobre o número que está antes e o que vem depois.

➲ Apresentar várias barras e perguntar qual delas representa o número maior (ou menor).

➲ Mostrar uma série de barras consecutivas, em que falta uma intermédia, e questionar qual o número que falta.

➲ Experimentarem o facto de que 10 unidades se podem trocar por uma dezena e vice-versa.

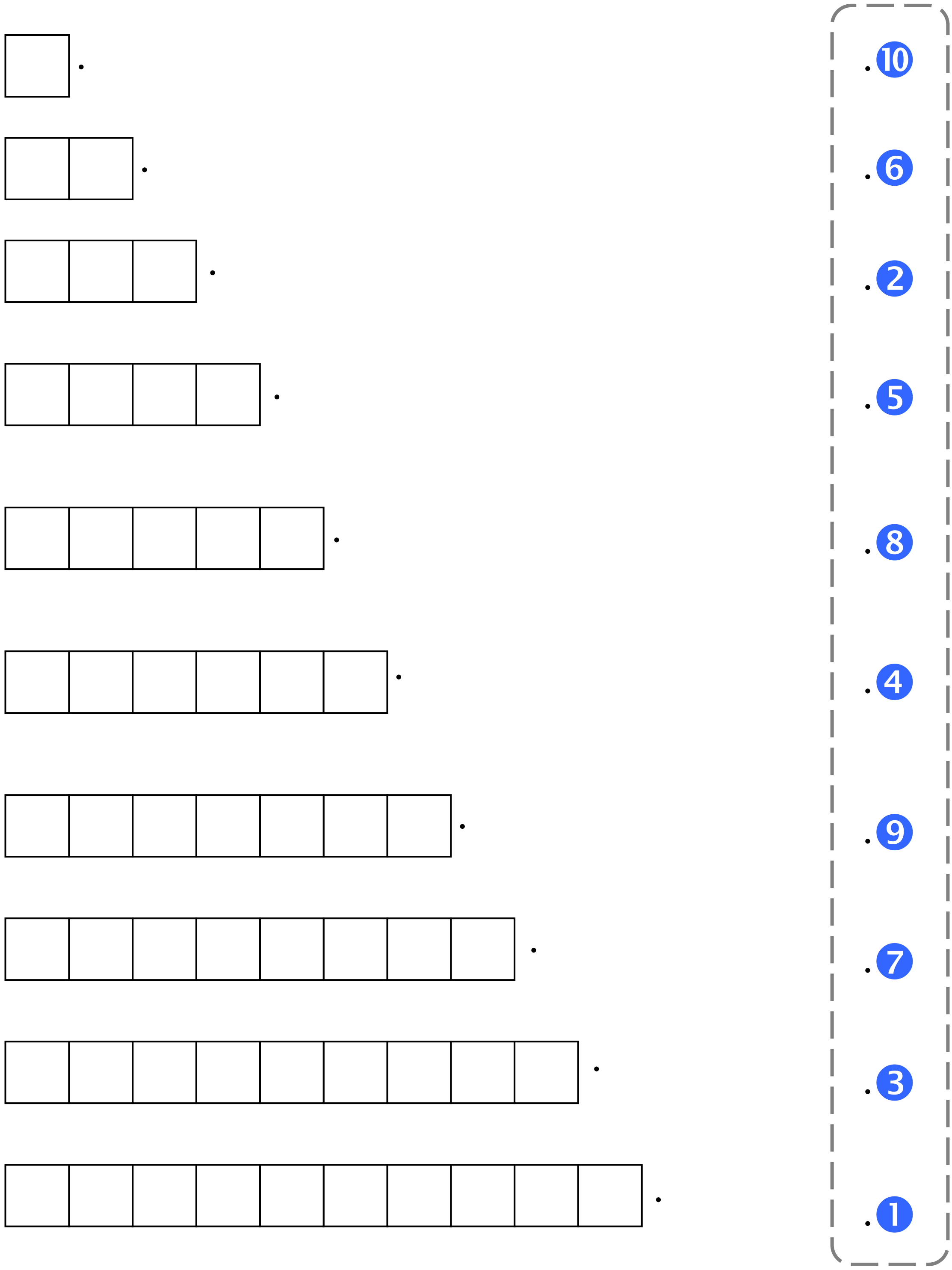
**e) Observe a escada do Cuisenaire**




- Quantos degraus está o menino acima da menina?
- Quantos degraus deve a menina subir para se juntar ao menino?
- Quantos degraus teve a menina que subir para ficar no verde escuro?

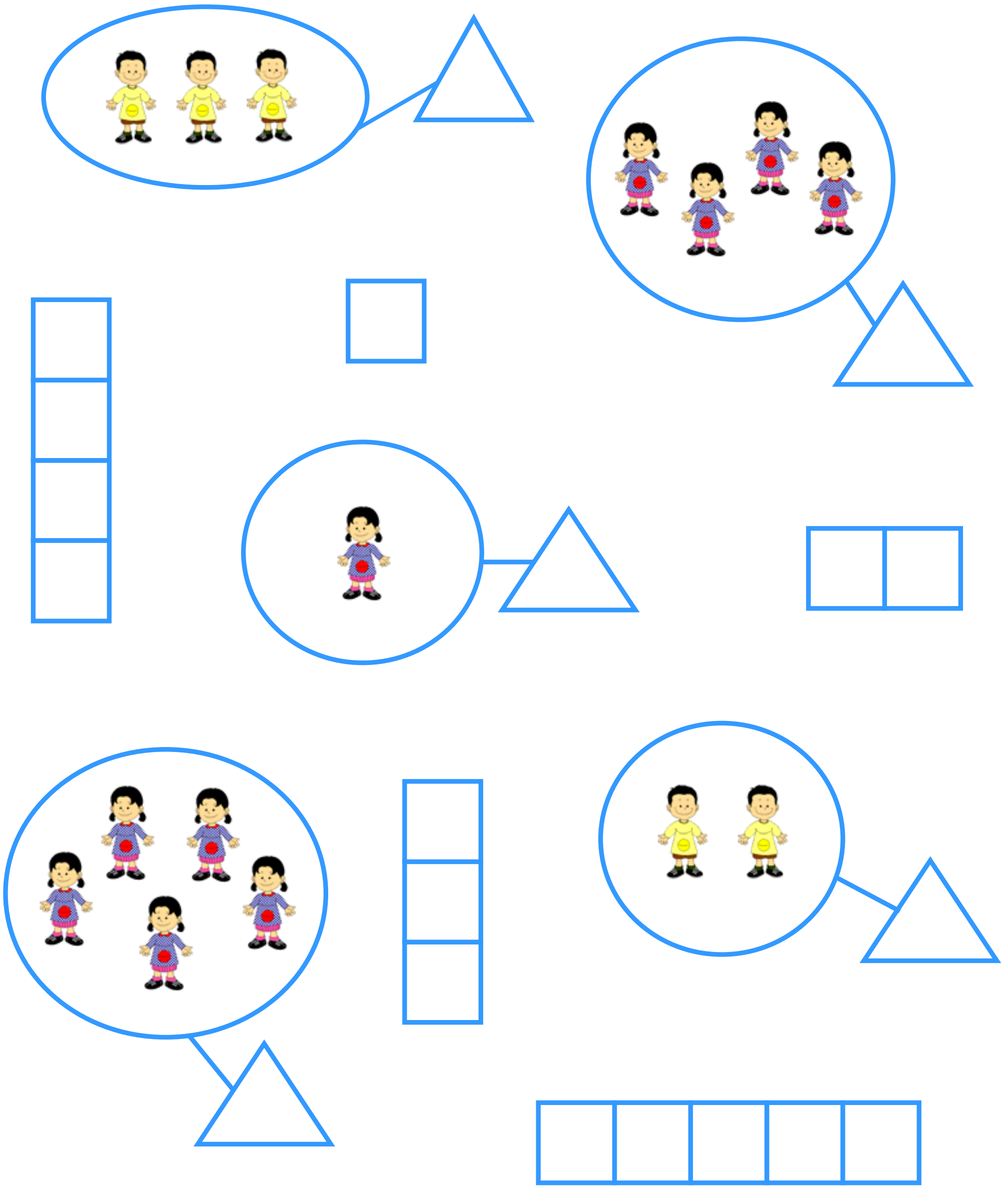
**f) Nesta actividade descubra as peças que tem representadas**

- Pinte as peças do Cuisenaire com a cor respectiva.
- Ligue com um traço, a peça do Cuisenaire ao seu valor numérico.



**g) Nesta actividade pinte as peças do Cuisenaire com a cor correcta**

- Conte o número de elementos de cada conjunto e escreva-o dentro dos triângulos respectivos.
- Ligue com um traço, a peça do Cuisenaire que corresponde ao número de elementos que está representado no conjunto.



**h) Utilização de lengalengas**

Podemos contar uma lengalenga (pode ser mais pequena) e trabalhar a adição com as peças do Cuisenaire, ou somente tirar as peças que têm o valor 2, 3, 4…

Adições[3]

Dois e dois quatro –
Deram-me uns sapatos.
Três e três seis –
Não tenho vintém.
Quatro e quatro oito –
Um sapato roto.
Cinco e cinco dez –
Ai as dores nos pés!
Seis e seis doze –
O outro sapato
Não é pêra doce,
Aperta-me os calos
Como um torniquete.
Catorze são sete
com mais sete e pronto.
Dezasseis são oito
com mais oito. Ala,
que já se faz tarde.
Vai-me tu à frente
– nove e nove dezoito –
que eu por mim vou indo
arrastando os pés.
Vem agora o dez,
Com mais dez são vinte.
Um sapato roto,
O outro apertado
E os pés num oito,
Ambos magoados.
Oh que chão tão duro…
Céus, por este andar
Não tenho futuro.

[3] Em "O g é um gato enroscado" (2003) de João Pedro Mésseder. Lisboa: Editorial Caminho, S. A.

### i) O jogo do banqueiro

**Ex.:** A criança retira da caixa a peça verde escura. Perguntamos que valor tem. Seguidamente a criança vai trocar esta peça por outras de valor correspondente às que tirou. **Ex.:** duas peças verde-claro; uma peça rosa e uma encarnada; seis peças brancas; uma amarela e uma branca.

A criança pode também transpor para o papel quadriculado (com os quadrados de 1cm de lado) o desenho das peças e utilizar a linguagem matemática, fazendo assim a ligação ao simbólico.

### j) Decomposição de números (Jogo dos comboios)

Pedimos à criança para colocar à sua frente na posição horizontal, uma determinada peça. Depois solicitamos que procure as diferentes possibilidades de formar comprimentos iguais ao da primeira peça, colocando outras em linha recta, unidas pelas extremidades.

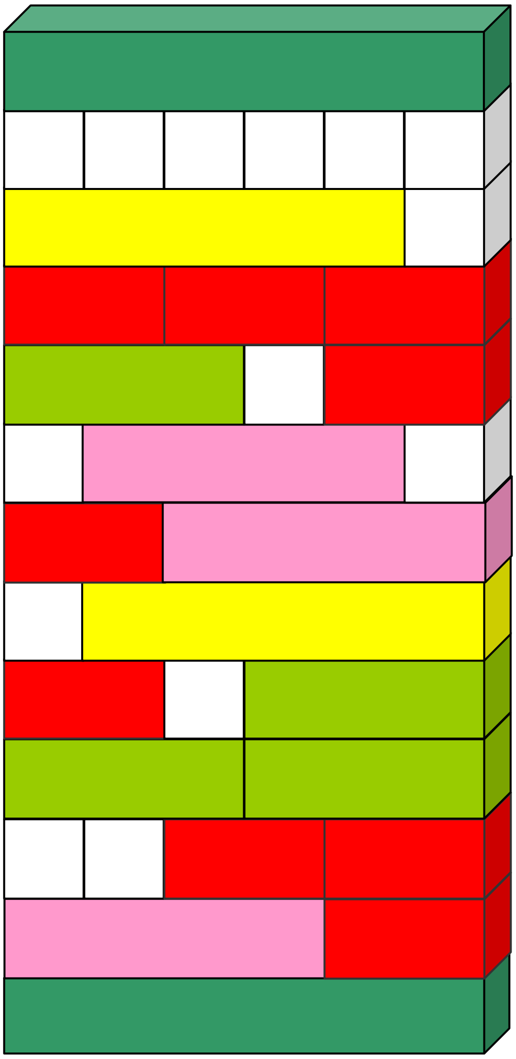
Podemos contar uma história, em que as crianças escolhem o nome de uma personagem que quando viaja utiliza sempre o comboio (passando os comboios pelas estações) em que a primeira peça é a estação. As outras são os comboios que passam nessa estação, com carruagens pintadas de diferentes cores. Quando não houver mais comboios para essa estação fechamos, colocando outra peça igual, à primeira. Estão limitadas as possibilidades de decomposição do número pretendido.

Este jogo tem regras. Vejamos quais:

- Não pode haver comboios maiores que a estação.
- Não pode haver comboios menores que a estação.
- Não pode haver comboios repetidos (iguais).
- Quando não se conseguir fazer mais comboios para a estação pretendida, fecha-se a estação com uma peça igual.

**Nota:** Os crianças devem ser estimulados a fazerem comboios com várias carruagens. Consoante as capacidades e destrezas que se pretendam desenvolver; pode ser pedido à criança que faça comboios apenas com 2 ou 3 carruagens (utilizando peças de cores diferentes), ou deixar que descubram várias carruagens.

**Ex:**



= 6 → Estação

=1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1

=5 + 1

=2 + 2 + 2

=3 + 1 + 2

=1 + 4 + 1

=2 + 4

=1 + 5

=2 + 1 + 3

=3 + 3

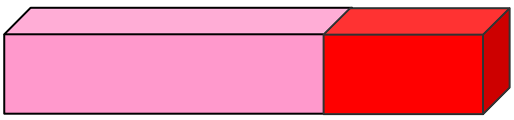
=1 + 1 + 2 + 2

=4 + 2

=6

➲ Depois de feitos os comboios, estes podem ser lidos de quatro maneiras diferentes:

- em comboios;
- em peças brancas;
- por cores;
- por valores.

**Ex:** 

➲ Leitura em comboios

Uma carruagem cor-de-rosa ligada a uma carruagem encarnada, fazem um comboio para a estação verde escura.

➲ Leitura por cores:

Uma peça cor-de-rosa e uma peça encarnada é igual a uma peça verde escura.

➲ Leitura em peças brancas:

Quatro peças brancas mais duas peças brancas são 6 peças brancas.

➲ Leitura por valores:

Quatro mais dois, igual a seis. (4 + 2 = 6).

**Nota:** As crianças não só podem fazer a representação numérica no quadro, como também podem usar algarismos móveis.

## Operações aritméticas

### A Adição

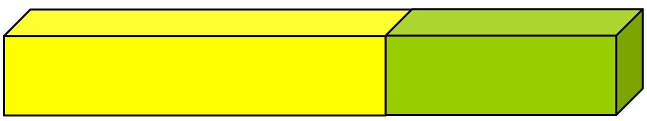
A adição é uma operação binária porque a cada par de números inteiros $a$ e $b$ faz corresponder um terceiro inteiro $a + b$ que se designa por soma:

$$(a, b) \xrightarrow{+} a + b$$

Sejam A e B dois conjuntos finitos disjuntos. Se # A = $a$ e # B = $b$, então a soma de $a$ com $b$ (escreve-se $a + b$) é dada por $a + b =$ # ( AUB). Os números $a$ e $b$ chamam-se parcelas. O número $(a + b)$ é a soma.

Quando queremos introduzir a operação soma com o Cuisenaire procedemos da seguinte maneira:

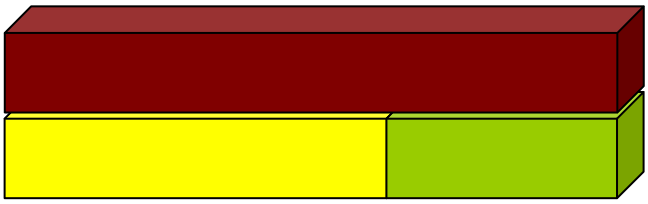
➲ Pede-se à criança para ir ao montão de peças buscar uma peça (por exemplo a amarela) colocando-a à sua frente na posição horizontal. Depois pede-se para ir buscar uma peça de cor verde-claro, por exemplo, unindo-as, pelas extremidades.



Seguidamente pede-se à criança que diga o valor de cada peça:

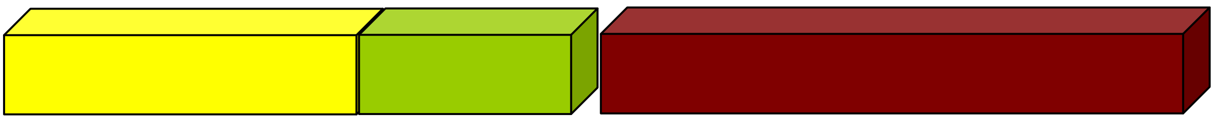
- Qual é o valor da peça amarela?
- Qual é o valor da peça verde-claro?
- Vá à caixa buscar uma só peça que faça o tamanho dessas duas.
- Qual foi a peça que descobriu?

  R: A castanha.
- Então, 5 + 3 = 8

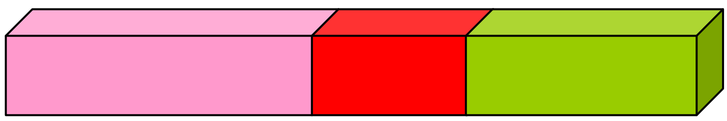


Damos à criança as *parcelas* e ela vai descobrir o *total.*

Também podemos representar o mesmo cálculo da seguinte forma:



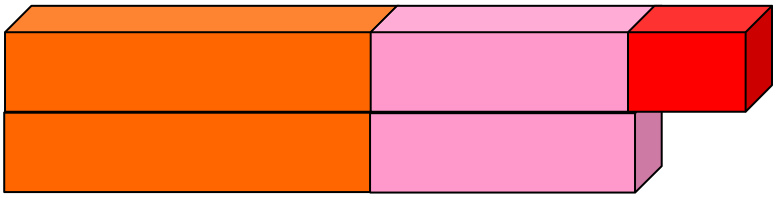
5 + 3 = 8

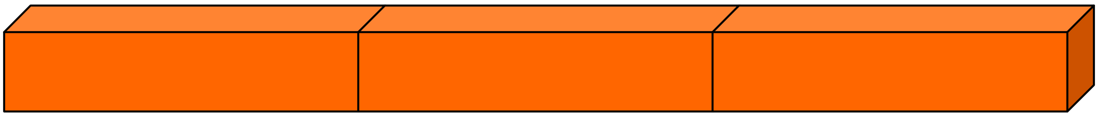
➲ **Ex:** Coloque as peças: 

- Qual o valor da peça rosa?
- Qual o valor da peça encarnada?
- Qual o valor da peça verde clara?
- Vá buscar uma peça que tenha o tamanho das 3 peças juntas.
- Qual foi a peça que descobriram?

➲ Representar somas com transporte, escritas na disposição vertical.

$$\begin{array}{r} 16 \\ +14 \\ \hline 30 \end{array}$$



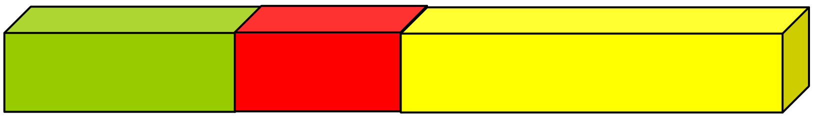


➲ **Propriedades da adição:**

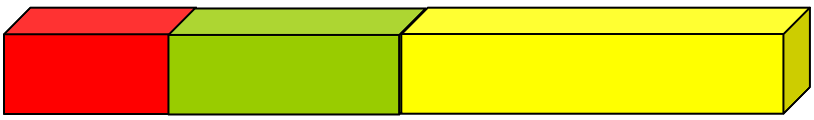
**a)** A propriedade comutativa.

As propriedades da adição de números inteiros decorrem das propriedades das respectivas operações sobre conjuntos.

"A propriedade comutativa da reunião $A \cup B = B \cup A$, mostra que $a + b = b + a$, quaisquer que sejam os inteiros a e b" (Palhares *et al*., 2004, p. 180).



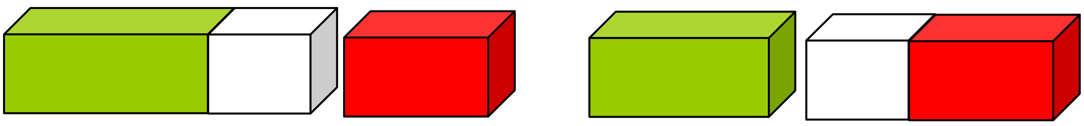
$3 + 2 = 5$



$2 + 3 = 5$

**b)** A propriedade associativa

"Do mesmo modo, a propriedade associativa da reunião, $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, diz-nos que $(a + b) + c = a + (b + c)$, quaisquer que sejam os inteiros a, b e c". (Palhares *et al*., 2004, p. 181).



$(3 + 1) + 2 = 3 + (1 + 2) =$

$4 + 2 = 3 + 3 = 6$

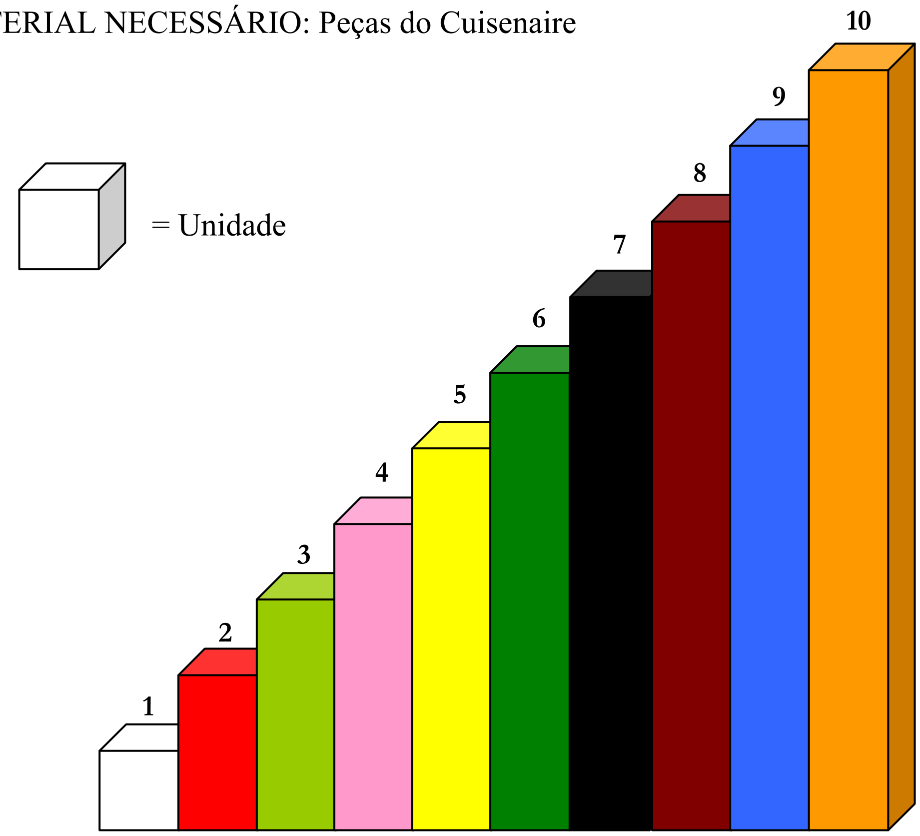
**A Subtracção**

Dados dois inteiros $a$ e $b$ tais que $b \leq a$, o único número inteiro $c$ tal que $a = b + c$ chama-se diferença entre $a$ e $b$, e escreve-se $a - b = c$.

O número $a$ chama-se aditivo e o número $b$ chama-se subtractivo.

➲ Podemos realizar o Jogo "Dez de Ouro" para fazer a introdução ao raciocínio da subtracção.

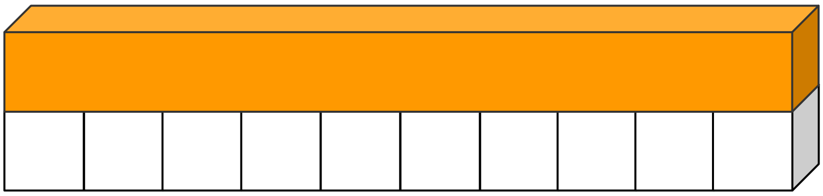
MATERIAL NECESSÁRIO: Peças do Cuisenaire




**Instruções do Jogo:**

Colocar a peça **laranja** na horizontal.

Pedir para que coloquem por baixo tantas peças brancas quantas for possível (até completar o tamanho da peça laranja, ou seja, dez peças brancas).



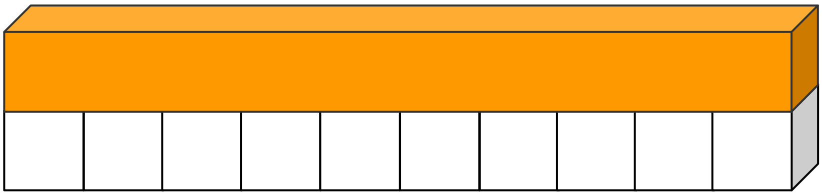
De seguida, diz-se ao aluno que **retire duas ou três** peças brancas.

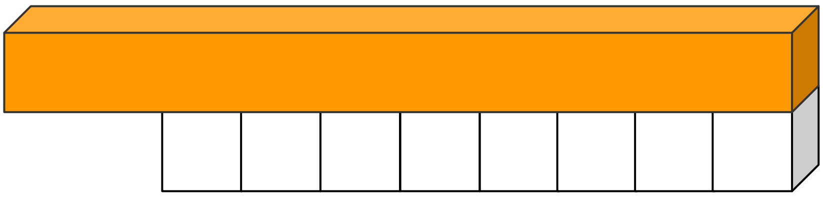
Depois substitui-se a peça laranja pela que tiver o tamanho das peças brancas que restarem (após o aluno ter retirado as duas ou três peças brancas). E assim sucessivamente.
O objectivo do jogo é fazer com que reste apenas uma peça branca, para que quem vai jogar a seguir não tenha duas nem três peças brancas para retirar.

**Exemplo**

Escolher a peça com que se quer iniciar o jogo.

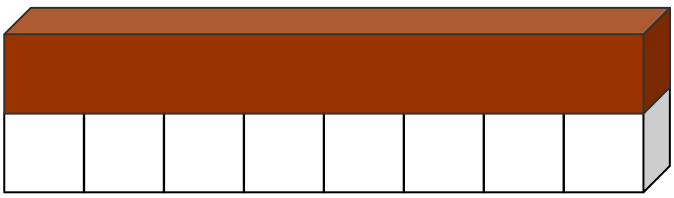
Colocar por baixo peças brancas.

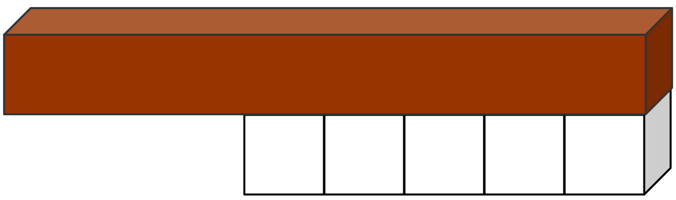




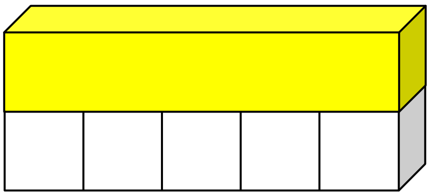
Retirar duas peças brancas.

Colocar a peça correspondente às peças brancas que restaram.



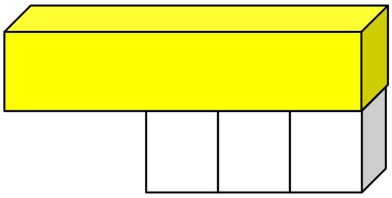


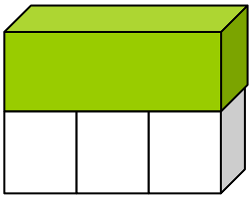
Retirar três peças brancas.



Colocar, agora, a peça amarela por cima das peças brancas que restaram.

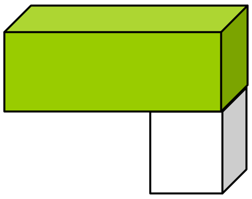
Retirar duas peças brancas.





Colocar a peça verde clara por cima das brancas que restaram.

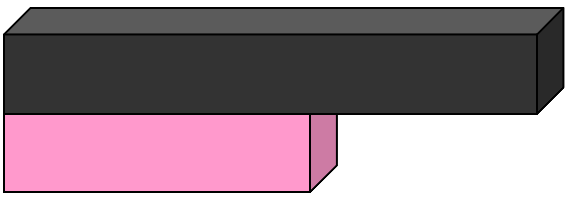
Retirar duas peças brancas.



O jogo acaba porque já não existem duas nem três peças brancas para retirar.

➲ Vamos agora exemplificar alguns exercícios que se podem aplicar.

Pedimos à criança para ir buscar a peça preta. Dizemos que a coloque à sua frente, na posição horizontal.



Depois solicitamos para ir buscar uma peça rosa e que a coloque por baixo da preta.

Pergunta-se qual o valor das peças (preta e rosa).

Podemos fazer as seguintes perguntas: então 4 para 7, qual é a diferença? ou "qual é o valor da peça que falta?

A criança vai procurar uma peça que complete o tamanho da rosa ou seja, que faça o tamanho da preta.

- Qual a peça que falta para completar o tamanho da preta?

Então: 7 - 4 = 3

**A Multiplicação**

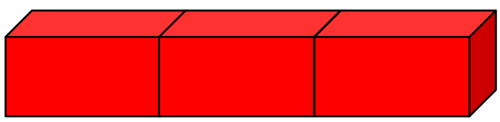
A multiplicação é uma operação binária porque a cada par de números inteiros, *n* e *a* , faz corresponder um terceiro número inteiro, *n* x *a*, que se designa por produto

$$(n\,,a) \xrightarrow[\text{X}]{} n \text{ x } a$$

Os números *n* e *a* chamam-se factores. O número *n* é o multiplicador e *a* é o multiplicando. O número *n* x *a* é o produto.

Para dar a noção de multiplicação com as peças de Cuisenaire devemos proceder da seguinte maneira:

➲ Pedir à criança que coloque à sua frente, por exemplo, 3 peças encarnadas, juntas e na posição horizontal.



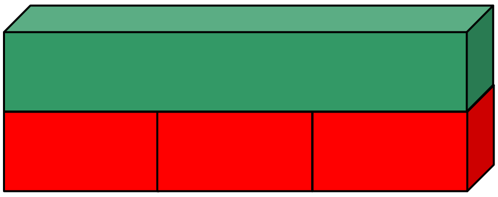
Podemos perguntar:

- Qual é o valor da peça encarnada?

- Quantas peças encarnadas tem?
- Quantas vezes está repetida a peça encarnada?
- Então, 3 vezes dois, quantos são?

Vá buscar uma só peça que faça o tamanho dessas 3 encarnadas.

Assim, 2 + 2 + 2 = 6 ou 3 x 2 = 6



A criança trabalha os *factores* e descobre o *produto* total.

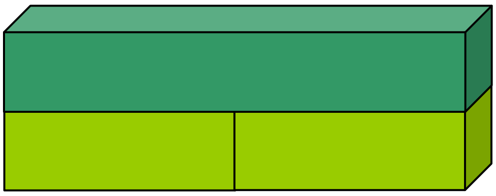
➲ **Outros exemplos:**

Qual o valor da peça verde?

Então 3 + 3 = 6

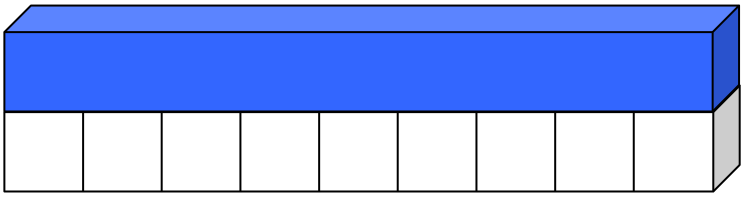
Quantas vezes está repetida a peça verde?

Então: 2 x 3 = 6



Qual o valor da peça branca?

1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9



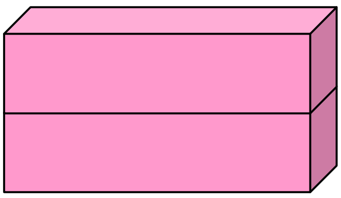
Quantas vezes está repetida a peça branca?

Então: 9 x 1 = 9

Quantas vezes está repetida a peça cor-de-rosa?

Uma vez.

Então: 1 x 4 = 4



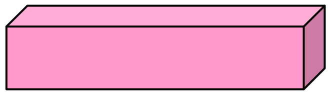
Como regra diremos que estas actividades têm que ter sempre a utilização de peças com cores iguais, pois só assim a soma se pode transformar em multiplicação.

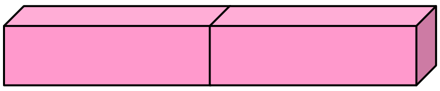
➲ **Para trabalhar a tabuada, podemos realizar a seguinte tarefa:**

**Ex:** Vamos pegar na peça rosa.

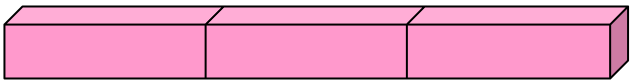
Então temos:

1 x 4 = 4

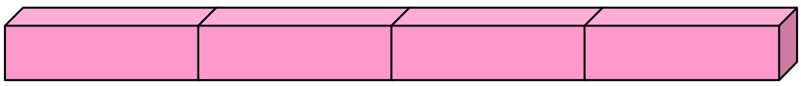




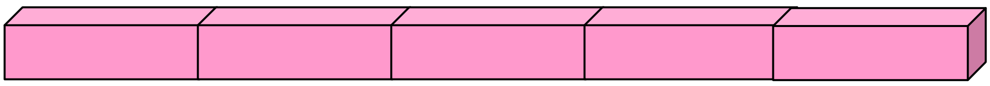
Temos agora duas peças rosa: 2 x 4 = 8



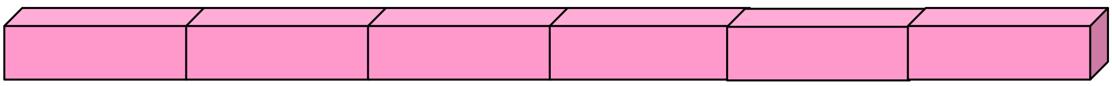
Temos agora 3 peças rosa, então dizemos: 3 x 4 = 12



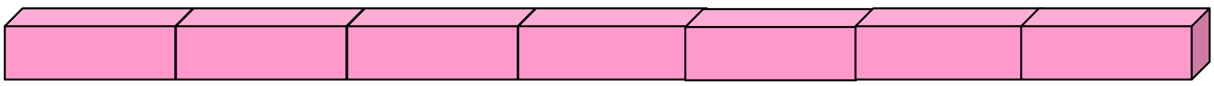
Temos agora 4 peças rosa, então dizemos: 4 x 4 = 16



Temos agora 5 peças rosa, então dizemos: 5 x 4 = 20



Temos agora 6 peças rosa, então dizemos: 6 x 4 = 24



Temos agora 7 peças rosa, então dizemos: 7 x 4 = 28

E assim sucessivamente.

Vem sempre primeiro a quantidade de vezes que a peça se repete e só depois o valor da peça repetida.

8 x 4 = 32 ( lê-se: oito vezes o quatro ou oito vezes a peça rosa)

9 x 4 = 36

10 x 4 = 40

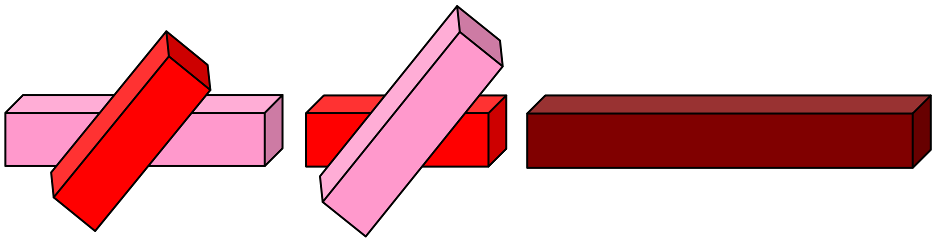
Podemos complementar esta aula, com os algarismos móveis e os símbolos matemáticos.

➲ **Propriedades da multiplicação**

As propriedades da multiplicação de números inteiros têm paralelismo com as propriedades da adição.

**a)** Propriedade comutativa

"Se a e b são inteiros, então, a x b = b x a". (Palhares *et al*, 2004, p. 191)



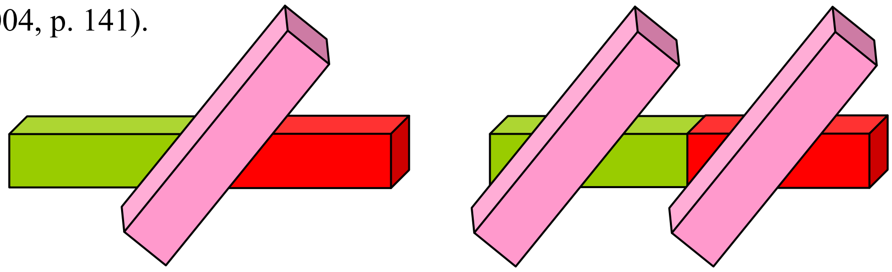
2 x 4 = 4 x 2 = 8

**b)** Propriedade associativa

"Se a, b e c são inteiros, então, (a x b) x c = a x (b x c)". (Palhares *et al*, 2004, p. 191).

**c)** Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição

"Se a, b e c são inteiros, então, a x (b + c) = (a x b) + (a x c)". (Palhares *et al*, 2004, p. 141).



4 x (3 + 2) = (4 x 3) + (4 x 2)

4 x 5 = 12 + 8

= 20

### ➲ Os múltiplos de um número inteiro

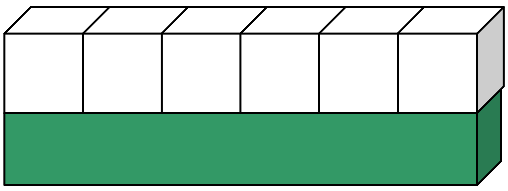
**Relembremos que:** o múltiplo de um número inteiro é o produto de um qualquer número inteiro por esse número.

Certos múltiplos de um número têm nomes especiais:

Por exemplo:

- 2 x 6 lê-se o dobro de seis
- 3 x 6 lê-se o triplo de seis
- 4 x 6 lê-se o quádruplo de seis
- 5 x 6 lê-se o quíntuplo de seis
- 6 x 6 lê-se o sêxtuplo de seis
- ...

Descubra peças, que repetidas tenham o mesmo tamanho da peça verde escura.



Vamos traduzir numa multiplicação:

- 2 x 3 = 6 → Então o 2 e o 3 são factores.
- 6 x 1 = 6 → Então o 6 e o 1 são factores.
- 3 x 2 = 6
- 1 x 6 = 6

Assim, 1, 2, 3, 6 são factores. Então 6 é múltiplo de 1, 2, 3, e 6, porque resulta da multiplicação (é produto) de dois factores.

### ➲ Propostas de actividades

Pedir para retirar as peças que traduzam as seguintes multiplicações, apresentando os produtos:

- 5 x 1 =

- 5 x 2 =
- 5 x 3 =
- 5 x 4 =
- 5 x 5
- 5 x 6 =
- 5 x 7 =
- 5 x 8 =
- 5 x 9 =
- 5 x 10 =
- 5 x 11 =
- 5 x 12 =
- ...

- Descubra quais os múltiplos de cinco.
- Descubra se o próprio número é múltiplo de si próprio.
- Represente em extensão {os múltiplos de dois menores que 10}.
- O conjunto dos múltiplos de um número é um conjunto finito ou infinito?

**A Divisão**

Dados dois inteiros $a$ e $b$ com $a > b$, $a \div b = c$ e só se $c$ for o único número inteiro é que se verifica $a = b \times c$. O número $c$ chama-se quociente entre $a$ e $b$. O número $a$ chama-se dividendo e o número $b$ chama-se divisor.

A divisão é uma operação binária porque a cada par de números inteiros $a$ e $b$ faz corresponder um outro número inteiro $a \div b$, que se designa por quociente.

$$(a, b) \xrightarrow{\div} a \div b$$

Para dar a noção de divisão com o Material de Cuisenaire podemos proceder da seguinte maneira:

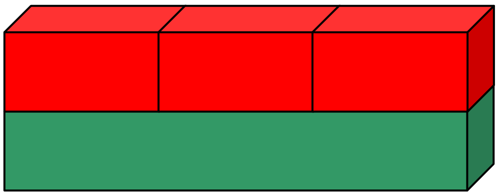
Exemplo: Pedimos à criança que coloque à sua frente, na posição horizontal, uma peça verde escura.

Depois perguntamos:

- Qual o valor que a peça tem?
- Agora vamos à caixa buscar **peças iguais** que juntas façam o tamanho da verde escura.

Neste caso, poderão fazer 3 diferentes combinações:

**a)**



6 : 2 = 3

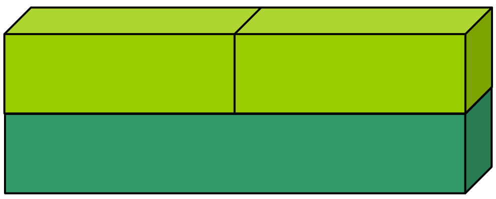
- Qual o valor de cada peça encarnada?

  Cada peça vale 2.
- Quantas vezes cabe a peça encarnada na verde escura?

  Cabe três vezes.

Neste exemplo podemos dizer que a peça verde escura foi *dividida* pela peça encarnada. A peça encarnada coube três vezes. Assim diremos: 6 : 2 = 3

**b)**



6 : 3 = 2

- Qual o valor de cada peça verde clara?

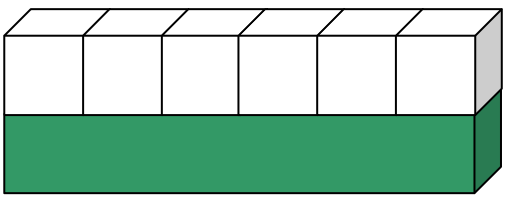
  Cada peça vale 3.
- Quantas vezes cabe a peça verde clara na peça verde escura?

  Cabe duas vezes.

Aqui a peça verde escura foi *dividida* pela peça verde clara.

Assim diremos: 6 : 3 = 2

**c)**



6 : 1 = 6

– Qual o valor de cada peça branca?

  Cada peça vale 1.

– Quantas vezes cabe a peça branca na peça verde escura?

  Cabe seis vezes.

Agora a peça verde escura foi dividida pela peça branca.

Então podemos dizer: 6 : 1 = 6

Na divisão damos à criança o *dividendo* (número que se divide) e ela vai descobrir em simultâneo o *divisor* (número pelo qual se divide o dividendo) e o *quociente* (número inteiro cujo produto pelo divisor é igual ao dividendo – na divisão exacta).

**A Divisão por partição**

Para darmos a noção da divisão podemos usar ainda outra estratégia.

Pedimos à criança que tire do montão 4 peças cor-de-rosa. De seguida pedimos para distribuir igualmente essas peças por dois colegas.

Perguntamos:

– Quantas peças couberam a cada colega?
– Então, 4 peças distribuidas por 2 meninos, permite que cada menino fique com duas peças.
– Representamos assim: 4 : 2 = 2

**Os divisores de um número inteiro**

Na divisão exacta de $a$ por $d$

a : d = q

$$\begin{array}{r|l} a & d \\ \hline 0 & q \end{array}$$

O número inteiro *d*, diz-se divisor ou factor de *a*, por sua vez o inteiro *a* diz-se múltiplo de *d* ou divisível por *d*.

**Relembremos que:** Divisores de um número inteiro são os números que o dividem de uma forma exacta.

Os números inteiros que têm três ou mais divisores dizem-se compostos.

Para exemplificar podemos propor:

- Encontre os divisores de seis (D 6).
- Descubra se o seis é divisor de si próprio.

R: D 6 = {1, 2, 3, 6}.

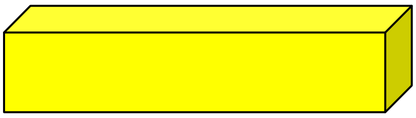
- O conjunto dos divisores de um número é um conjunto finito ou infinito?

Um número diz-se perfeito quando é igual à soma dos seus divisores, excepto ele próprio.

- Descubra nas peças do Cuisenaire, aqueles que representam um número perfeito.

- Quais os valores da peças que são: {divisores de 10}

R: A peça amarela



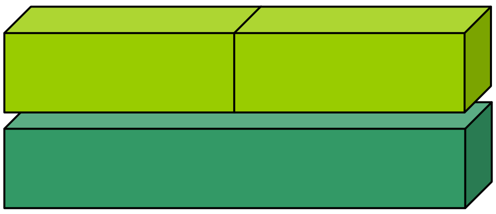
- Descubra qual a peça cujo valor é divisor de todos os números.

**Relembremos que:** Números primos são os números que admitem dois e só dois divisores: a unidade e o próprio número.

Nota: O 1 não é um número primo porque só admite um divisor.

- Descubra se as peças encarnadas e azul representam números primos. Justifique.
- Descubra quais as peças da mesma cor que têm o tamanho da verde escura.

**Ex:**



- Será que o 1, 2, 3, e o 6 são divisores de 6 ? Porquê?

**As situações problemáticas**

Usando o Material Cuisenaire e para treino das operações aritméticas já aprendidas pela criança, podem-se elaborar situações problemáticas que levem a criança a concretizar o seu raciocínio lógico-matemático manipulando os próprios dados do problema.

- O Pedro tem 7 canetas (vamos *à caixa buscar a peça que representa a quantidade de canetas que tem o Pedro*) e o João tem 3 canetas (*vamos buscar à caixa a peça que representa a quantidade de canetas que tem o João*). Quantas canetas têm os dois meninos?

  (*vamos buscar uma só peça que faça o tamanho dessas duas juntas*).

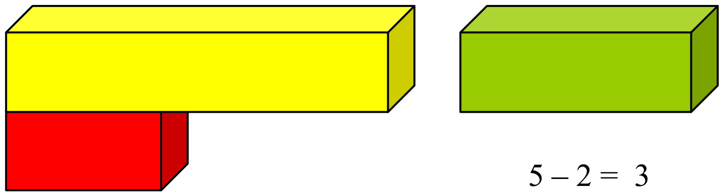
Então: 7 + 3 = 10

- Num aquário estão 5 peixinhos (*vamos buscar a peça que representa a quantidade de peixinhos*), *mudaram* de aquário 2 peixes (*vamos colocar por baixo a peça que representa a quantidade de peixinhos que mudaram de aquário*). Quantos peixes ficaram no aquário inicial?

Perante estes dados, a criança pode fazer dois tipos de raciocínio:

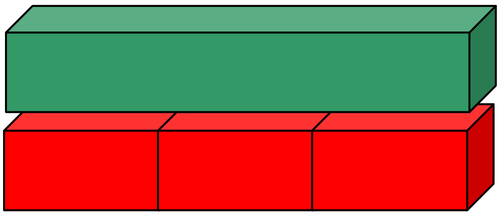
a) Vai descobrir a *diferença* entre os peixes que estavam e os que ficaram.

b) Vai calcular o que sobrou (o *resto*) depois de ter tirado os peixes para o outro aquário.



5 – 2 = 3

- Se o Pedro, a Teresa e o João tiverem 2 canetas cada um, (*vamos buscar à caixa a peça que representa a quantidade de canetas que tem cada um),* quantas canetas têm os três amigos? *(vamos buscar uma só peça que faça o tamanho dessas 3 encarnadas.*



3 x 2 = 6

**A leitura de números**

A criança para compreender o conceito de número e o valor de posição no sistema indo-árabe de numeração pode representar à sua frente, com as peças Cuisenaire, números superiores a 10 unidades.

Vejamos alguns exemplos que ajudam a criança a compreender o conceito de número. Ao manipular e ordenar as peças, a lateralização é trabalhada e a noção de ordem e de classe vai sendo construída. É importante saber de que lado ficam as unidades, dezenas, etc.

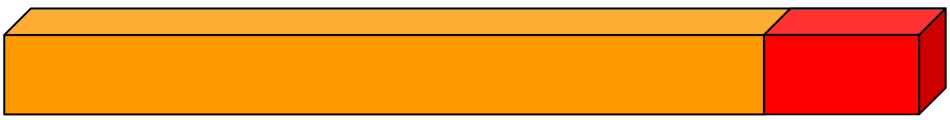
➲ **Proposta de actividades**

Vamos representar diversos números:

| |
|---|
| Nota: A dezena fica do lado esquerdo, pois a leitura do número faz-se de esquerda para a direita. |

**a)** 11 = 10 + 1

**b)** 12 = 10 + 2



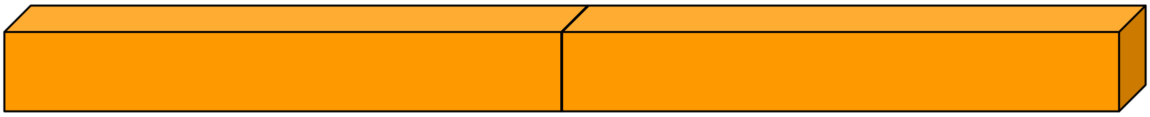
**c)** 13 = 10 + 3

**d)** 14 = 10 + 4

**e)** 15 = 10 + 5

Com este raciocínio a criança pode ir representando números até 20. Depois vejamos como facilitar a representação de números maiores:

**f)** 20 = 10 + 10

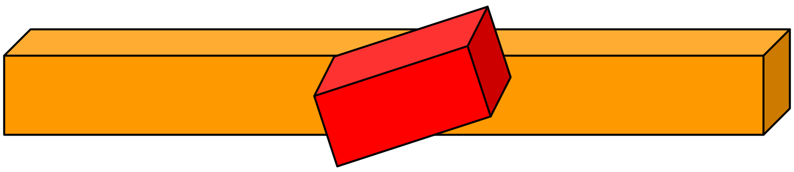


A criança percebe que, quando a peça laranja se repete, podemos representar a mesma quantidade cruzando peças.

**g)** Quantas vezes se repete a peça laranja?

Cruzamos a peça encarnada por cima.

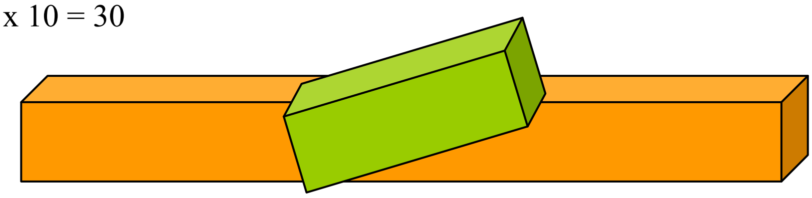
2 x 10 = 20



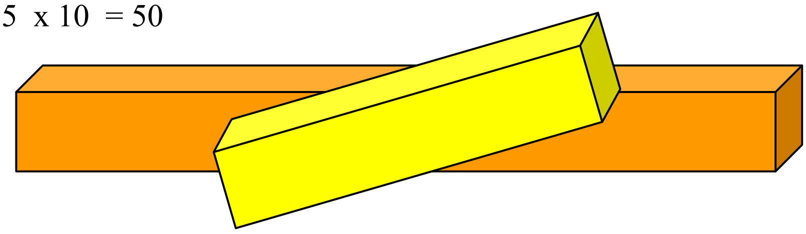
**h)** Quantas vezes se repete a peça laranja?

Três vezes… cruzamos a peça verde clara

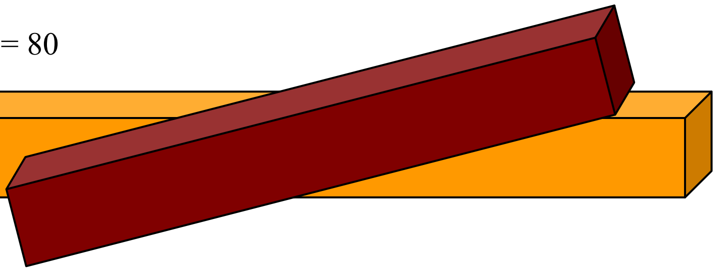
3 x 10 = 30



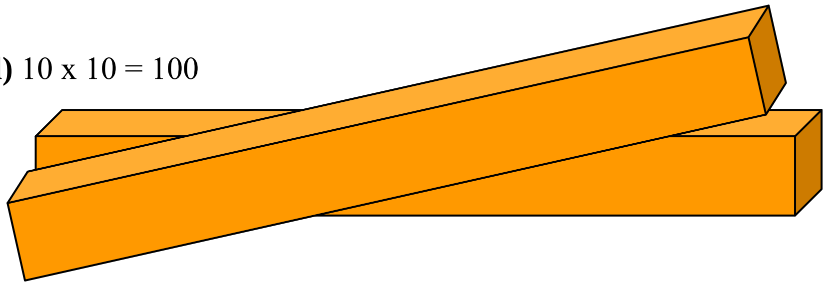
**i)** 5 x 10 = 50



**j)** 8 x 10 = 80



**l)** 10 x 10 = 100



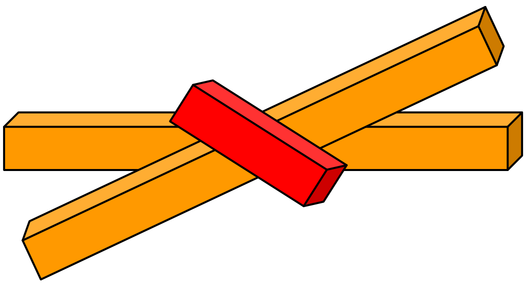
A criança depois de experimentar e percepcionar a repetição da peça laranja várias vezes, para representar um número, facilmente percebe que através do cálculo consegue reproduzir um determinado produto, desenvolvendo simultaneamente o conceito da multiplicação, trabalhando diferentes factores e fazendo leitura de números.

➲ **Como se representará então o número 248?**

248 = 200 + 40 + 8

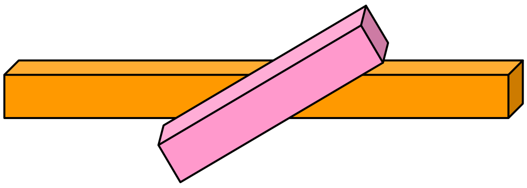
248 = 2 x (10 x10) + ( 4 x 10 ) + 8

248 = ( 2 x 100 ) + 40 + 8



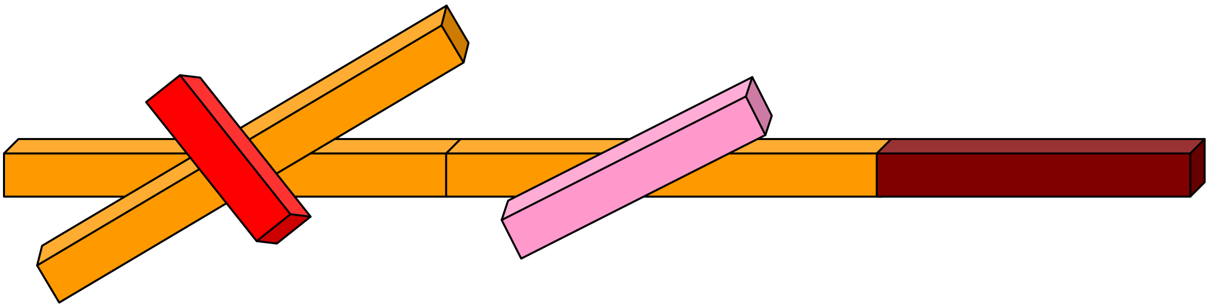
2 x ( 10 x 10 ) = 200

(2 x 10) x 10 = 200

4 x 10 = 40 

 8

Tudo junto ficará assim representado:



200 + 40 + 8 = 248

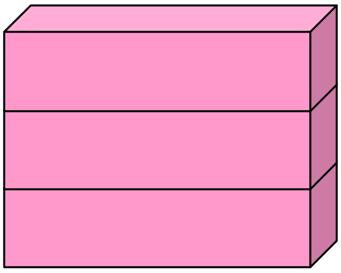
**Os Perímetros**

Ao trabalharmos o conceito de perímetro (medida do comprimento de fronteira de um polígono) podemos trabalhar com o Cuisenaire. Se pedirmos para utilizarem diferentes peças e desenharem na folha quadriculada, com 1cm de lado, a linha fronteira, as crianças podem medir com a peça padrão (1cm de aresta) e calcular o perímetro de diferentes figuras geométricas.

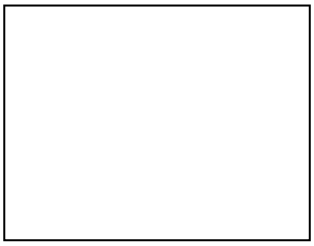
**Ex:** 

P = 3cm + 1cm + 3cm + 1cm = 8cm

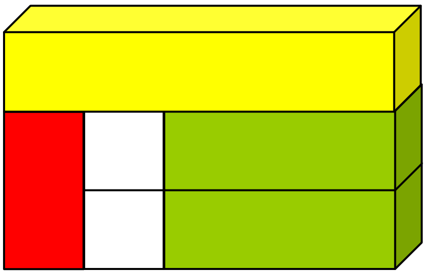
**Ex:**



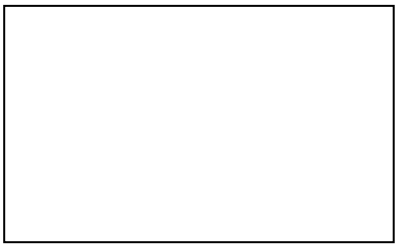
P= 4cm + 3cm + 4cm +3cm = 14cm



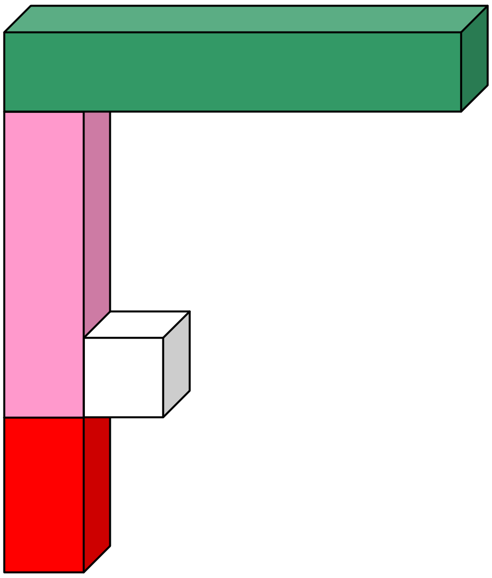
**Ex:**



P = 5cm +3cm+ 5cm+ 3cm = 16cm



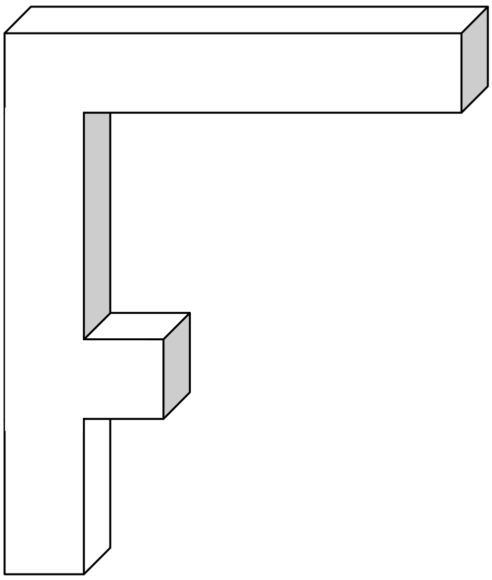
**Ex:**



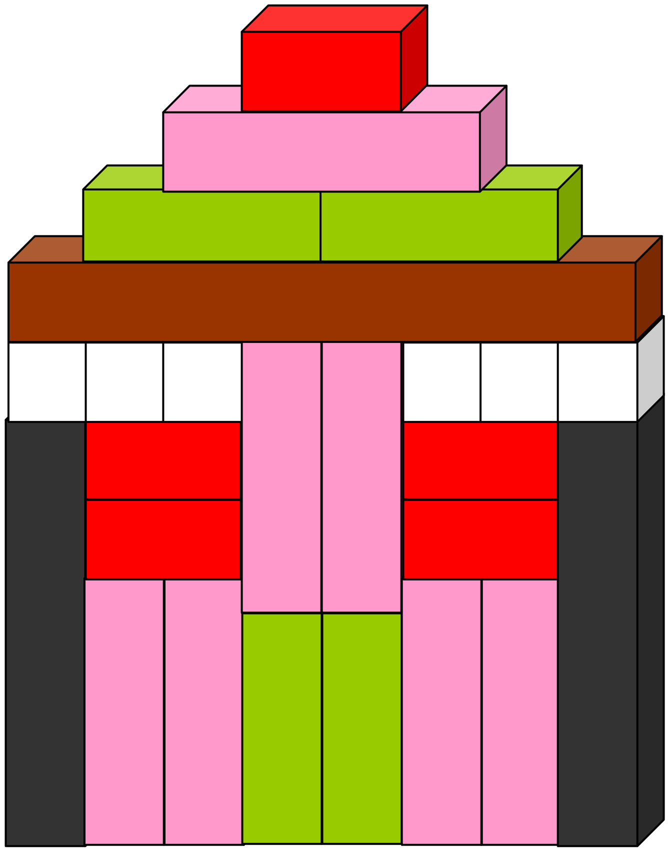
P= 6cm + 1cm + 5cm + 3cm + 1cm+

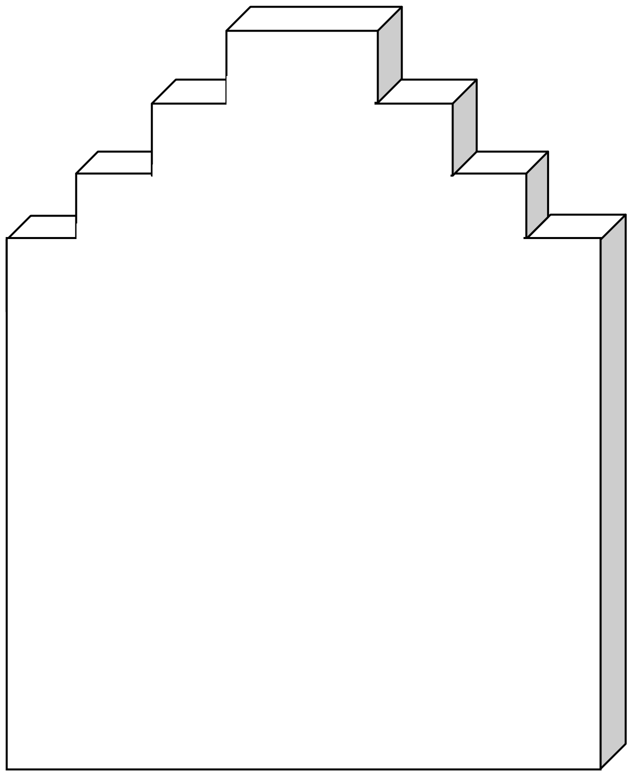
+ 1cm + 1cm + 2cm + 1cm + 2cm +

+ 4cm + 1cm = 28cm



### O jogo dos perímetros





Depois da criança ter feito a sua própria construção podemos fazer algumas perguntas do tipo:

- Que peças utilizámos para construir o telhado?
- Qual o valor (em unidades) das peças utilizadas no telhado?

Considerando como unidade de comprimento a aresta do cubo: ⟷ 1cm

- Qual o perímetro do telhado?
- Qual o perímetro das janelas? (as peças encarnadas).
- Qual o perímetro da porta? (as duas peças verdes claras).
- Qual o perímetro (fronteira) total da casa?

Para os alunos do 1.º ciclo este pode ser um exercício feito em folha de papel. Para os alunos da Infantil o exercício pode ser feito com o próprio material, no tampo da mesa e as perguntas a colocar poderão trabalhar as **competências relacionadas com a orientação espacial, a contagem, o valor das peças, e até a transformação**, ou seja pedir que com o mesmo valor total de peças eles criem outra casa.

## As Áreas

Segundo Palhares et al. (2004, p. 388) "Ao medirmos a porção de plano que uma dada figura plana ocupa, estamos a calcular a área dessa figura".

A área é a extensão de uma porção limitada de superfície. A medida da área de uma superfície depende da unidade escolhida. Duas superfícies planas dizem-se equivalentes quando têm a mesma área independentemente da forma.

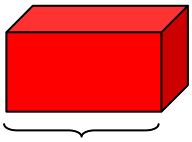
Definimos "o quadrado como sendo o quadrilátero cujos (quatro) ângulos são rectos e cujos (quatro) lados têm todos o mesmo comprimento" (Palhares, 2004, p. 388) e consideramos um quadrado com um lado a medir uma unidade de comprimento. Observamos que o quadrado diz-se unitário e tem de área 1 (= 1 unidade de comprimento x 1 unidade de comprimento) "unidade de área".

A área do quadrado calcula-se multiplicando lado por lado (A = l x l).

As peças de Cuisenaire permitem trabalhar as suas faces. Se observarmos a peça branca, veremos que a sua face representa um quadrado cujos lados medem 1cm.

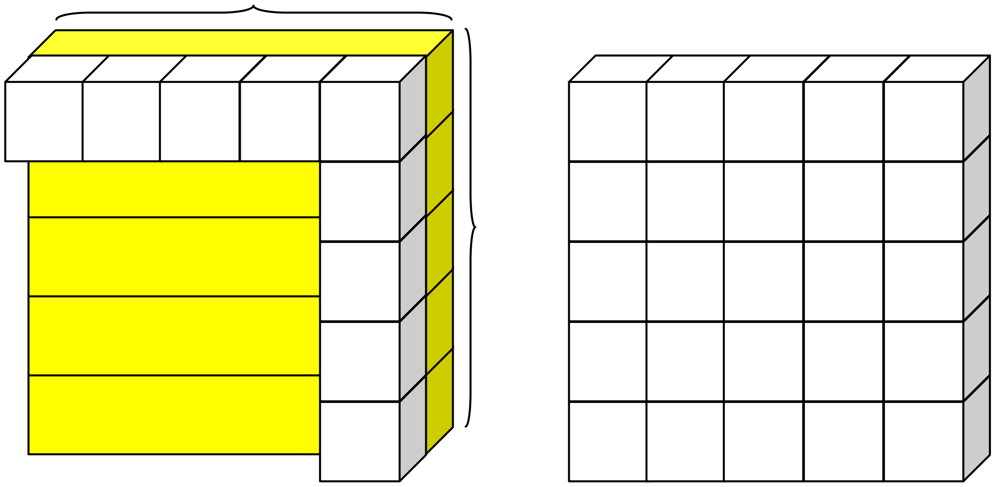
Inicialmente devemos contar com as peças brancas as faces das diferentes figuras.

**Ex:** Dando como unidade de área a face da peça branca, calcule quantas unidades de área, existem nesta figura:



Verificamos que tem duas unidades de área

Por exemplo, o quadrado amarelo tem 5 peças desta cor, unidas lateralmente e cada uma delas exigiria 5 brancas para tapar todo o seu comprimento. Por conseguinte, para tapar as 5 amarelas precisaríamos de 5 brancas x 5 brancas, isto é, 25 brancas.



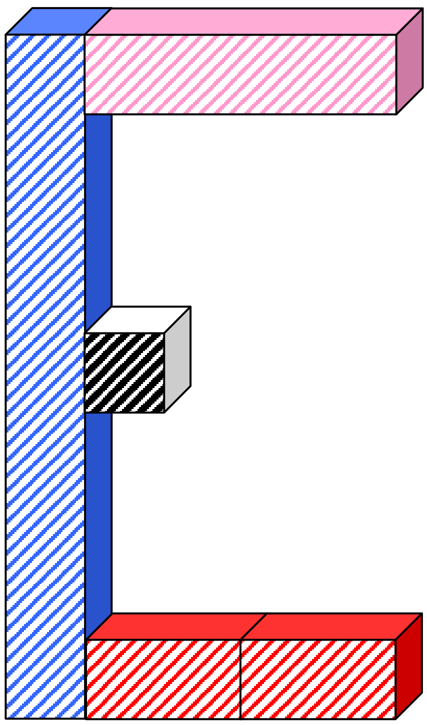
**Ex:**

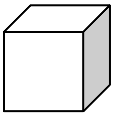
Neste caso temos 5 cm x 5cm = 25 $cm^2$.

Segundo este exemplo rapidamente se descobre a área de um quadrado.

➲ **Vamos propor actividades**

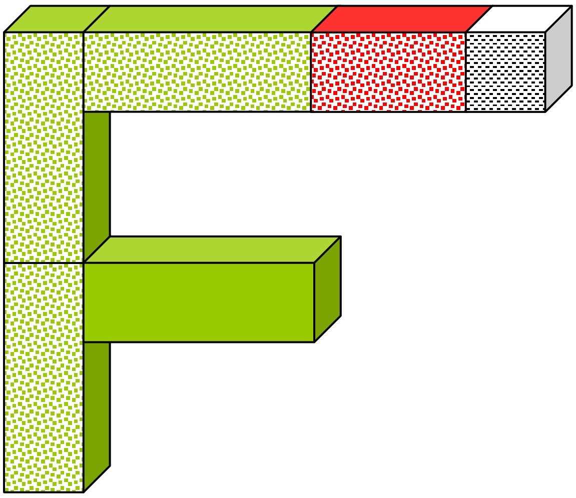
**a)** Observe a figura seguinte e responda às questões:



– Tome como unidade de medida a face do cubo  e calcule a área da figura traçada.

– Tome como unidade de medida a face da peça encarnada.  Descubra a medida da área.

**b)** Dada a figura:



– Utilize como unidade de área, a peça branca. Descubra a área da figura ponteada.

R: Tem quinze unidades de área.

– Calcule a área em centímetros quadrados.

R: Tem 15cm$^2$.

**c)** Dadas as figuras A e B e tomando como unidade de área a peça branca, calcule a medida de área que está a tracejado.

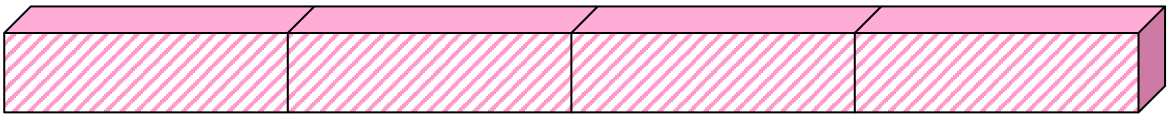


Fig. A

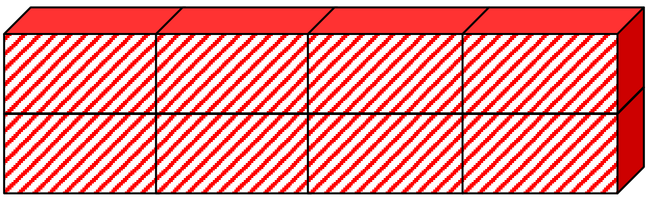
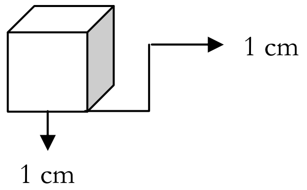


Fig. B

– Considerando as figuras A e B podemos dizer que têm áreas equivalentes? Justifique.

**d)** Tomando como unidade de área a face da peça branca:
Calcule as áreas ponteadas das figuras C e D.



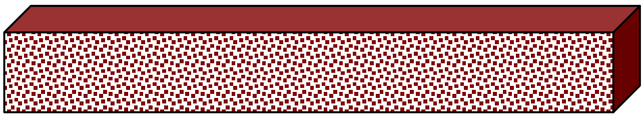



Fig. **C**

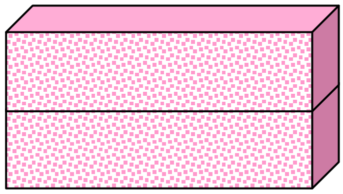


Fig. **D**

A figura C **tem** $8cm^2$.

$C = (8cm \text{ x } 1cm) = 8cm^2$

A figura D **tem** $8cm^2$.

A Fig. **D** = $4cm \text{ x } 2cm = 8cm^2$

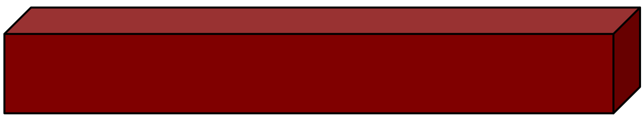
– Como se chamam estas áreas?

– Descubra agora uma figura que tenha de área o dobro destas.

**e)** Sabendo que a área do triângulo é igual a $\frac{base \times altura}{2}$, podemos afirmar que a área de um triângulo é metade da área do rectângulo que tem a mesma base e a mesma altura do triângulo.

– Descubra se esta afirmação é verdadeira para a peça castanha.

**Ex.:**



$$A_{\square} = 8cm \text{ x } 1cm$$
$$= 8cm^2$$
$$A_{\triangle} = \frac{8cm \times 1cm}{2}$$
$$= \frac{8cm^2}{2}$$
$$= 4cm^2$$

R: É verdadeira a afirmação.

– Verifique se o mesmo acontece com outras peças.

**f)** A medida da área de uma superfície "de um objecto (figura) tridimensional é literalmente a área total das superfícies exteriores que constituem esse objecto" (Palhares, et al. 2004, p. 402).

–Determine a área dos sólidos E e R:

sólido E

sólido R

$A_E = 2cm^2+2cm^2+2cm^2+2cm^2+1cm^2+1cm^2$
$= 10cm^2$

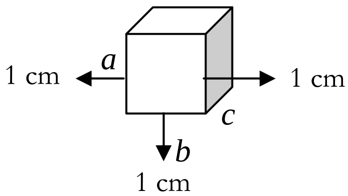
$A_R = 8cm^2+8cm^2+4cm^2+4cm^2+2cm^2+2cm^2$
$= 28cm^2$

### Os Volumes

"De um modo intuitivo podemos dizer que o volume de uma figura tridimensional é a quantidade de espaço que ela ocupa" (Palhares, 2004, p. 397).

Para medir o volume de uma figura tridimensional *C*, temos que escolher uma unidade de volume e calcular quantas vezes a unidade "cabe" em *C*. Geralmente, utiliza-se como unidade de volume um cubo cuja aresta mede uma unidade de comprimento, o qual se designa por cubo unitário.

**Ex:** Prisma quadrangular recto



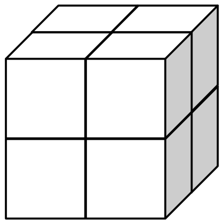

A medida do volume *V* de um prisma quadrangular recto, cujas arestas têm medidas *a*, *b* e *c* é:

$$V = a \times b \times c$$

➲ **Vamos realizar algumas actividades:**

**a)** Quantos cubos pequenos serão precisos para construir um cubo com o dobro da medida da aresta?

Experimente e verifique:



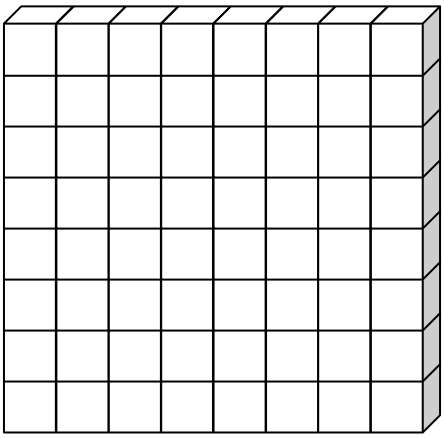
**b)** Quantos cubos pequenos serão necessários para construir um cubo com o quádruplo da medida da aresta do cubo branco?

– Faça o desenho no papel isométrico ponteado triangular.
(Os alunos no ensino básico podem copiar os sólidos para o papel e desenhar os segmentos de recta para individualizar os cubos).

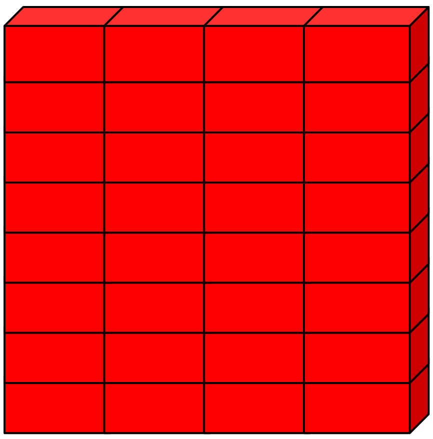
Este tipo de actividades ajuda os alunos a construírem, a partir de modelos (cubos), uma ideia matemática mais explícita sobre figuras matemáticas.

As capacidades dos alunos para pensar, raciocinar e resolver problemas são melhoradas com o uso de materiais manipulativos.

**c)** Dados os sólidos P e Q:



Sólido **P**

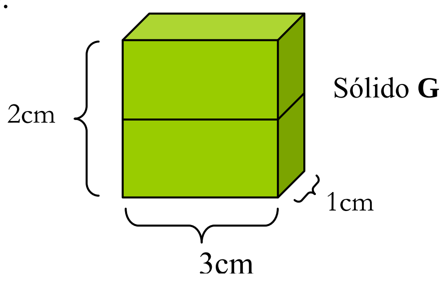


Sólido **Q**

Escolha como unidade de volume o cubo branco. Calcule quantas unidades de volume tem o sólido P e o sólido Q.

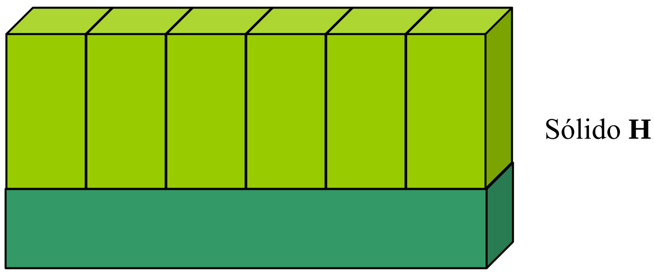
– Calcule o volume do sólido Q, sabendo que a aresta do cubo branco tem 1cm.

**d)** Observe o sólido:




- Calcule o volume do cubo branco.
- Calcule o volume do sólido G, sabendo que a aresta do cubo branco tem 1cm.
  (Sólido G = 3cm x 2cm x 1cm = 6cm$^3$).
- Descubra um sólido com o volume anterior.

**e)** Observe o seguinte sólido:




- Calcule o volume do sólido, utilizando como unidade de volume o cubo branco.
- Utilizando como unidade de volume a peça verde clara, calcule o volume do sólido.
- Utilizando como unidade de volume a peça encarnada:
- Calcule o volume representado no sólido H, sabendo que a aresta do cubo branco é de 1cm.
- Que conclusão pode retirar destes exercícios?

**f)** Faça um prisma, cujas arestas concorrem num vértice e medem 6, 2 e 3 unidades de comprimento.

- Qual é a medida do volume?

**As Estimativas**

Segundo as Normas (1991, p. 45) a estimação é uma actividade que deve ser incentivada pois "*confronta os alunos com outra dimensão da matemática: termos como* ***pouco mais ou menos, cerca de, perto de, entre***, e ***um pouco menos***, *mostram que a matemática envolve algo mais do que exactidão*". Segundo aquele documento a estimação interage com "o sentido do número e com o sentido espacial de tal forma que as crianças desenvolvem ideias sobre conceitos e procedimentos, flexibilidade no trabalho com números e medidas e uma atenção especial quanto a resultados razoáveis". As actividades com estimativas são das primeiras aplicações do sentido do número, como vem referido nos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2007, p. 124).

Por isso as crianças devem fazer diversas experiências em que a estimação deve acompanhar o conceito do número, o cálculo e a medida, de forma a desenvolver capacidades de raciocínio, de avaliação e de tomada de decisões.

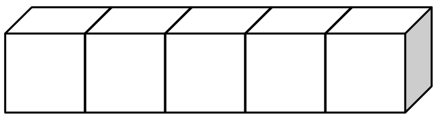
➲ Podemos propor diversas actividades como exemplo

**a)** Colocar peças encarnadas num saco transparente e pedir para estimar.

**b)** Usando como exemplo um conjunto dado como termo de comparação (ex: 5 peças cor-de-rosa num saco transparente), estimar quantas peças cor-de-rosa estão em vários sacos classificando em:

- Cerca de cinco;
- Menos de cinco;
- Mais de cinco.

**c)** "Uma actividade de estimação ligada à medida e particularmente importante, utiliza cubos que se ligam." (Normas 1991, pág.46).



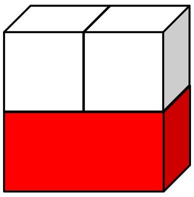
➲ As crianças podem estimar qual o comprimento de um livro, de um estirador, … "em cubos", usando como termo de comparação uma fila de 10 cubos. Posteriormente pede-se para construir um "comboio" de cubos ao longo do estirador. No final pede-se para partir o "comboio" em grupos de 10 para testar o valor estimado. (adaptado de Normas, 1991, pág. 46).

Segundo as Normas (1991, p. 273) "Aprender matemática, vai para além da aprendizagem de conceitos, procedimentos e suas aplicações". Por isso, é importante que as crianças percebam e tenham a predisposição para uma visão da matemática que é real e que elas observam no seu dia-a-dia. "A predisposição dos alunos para a matemática manifesta-se no modo como abordam as tarefas – se é com confiança, com vontade de explorar alternativas, com perseverança e interesse – e na sua tendência para reflectir sobre o seu próprio pensamento" (Normas, 1991, pág. 273).

**As Fracções**

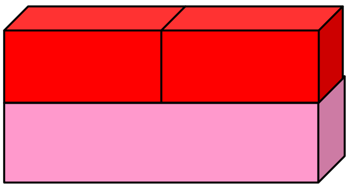
➲ Vamos propor algumas actividades:

**a)** Coloquem à vossa frente uma peça encarnada.



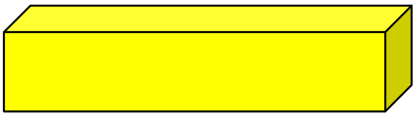
- Vamos utilizar as peças brancas e "partir" a peça em duas partes iguais.
- Em quantas partes iguais está partida a peça encarnada? Em duas partes iguais.
- Então, cada uma das partes é metade ou ½ da encarnada.

**b)** Vamos pegar na peça rosa.



- Utilizando as peças encarnadas, vamos descobrir em quantas partes iguais está partida a peça rosa. Em 2 partes iguais. Então cada 1 delas é ½ ou metade.

**c)** Tire a peça amarela.



– Utilizando peças brancas, verifique em quantas partes iguais se pode partir a peça.

R: Está partida em 5 partes iguais. Então cada uma dessas partes chama-se 1/5, ou é a quinta parte da peça.

**d)** Podemos trabalhar a soma ou a subtracção de fracções, com o mesmo denominador.

– Tiremos a peça laranja.

– Descubra em quantas partes iguais posso parti-la, utilizando peças brancas.

R: Em 10 partes iguais. Então, cada uma dessas partes representa $\frac{1}{10}$ ou a décima parte da peça (0,1).

**e)** Podemos trabalhar diferentes exercícios com a décima.

– Ex: Represente 0, 5 ou $\frac{5}{10}$

– Ex: Verifique se $\frac{7}{10} > \frac{4}{10}$

– Demonstre que $\frac{10}{10} = 1$

**Os caminhos**

"As situações problemáticas que envolvem a escolha de caminhos são susceptíveis de serem trabalhadas com as crianças mais pequenas, desde que devidamente inseridas em contextos quotidianos e com níveis de complexidade adoptados a estas idades" (Moreira e Oliveira, 2003, p. 170). Estas investigadoras referem que quando a criança realiza tarefas (encontrar caminhos), está a treinar a sua capacidade de visualização espacial.

O sentido espacial é um conhecimento intuitivo do meio que nos cerca e dos objectos que nele existem. A compreensão espacial é necessária para interpretar, compreender e apreciar o nosso mundo, que é intrinsecamente geométrico. As Normas (1991, p. 60) referem que para aprender geometria, "as crianças precisam investigar, experimentar e explorar, usando tanto os objectos do quotidiano como outros materiais físicos específicos. Os exercícios, que solicitam das crianças a visualização, o desenho e a comparação de formas em diferentes posições, desenvolvem o sentido espacial. A descoberta de caminhos, integrados na formação matemática e nas várias áreas de aprendizagem, desenvolve a compreensão.

A educadora pode sugerir tarefas com diferentes graus de dificuldade, com as peças do Cuisenaire: numas podemos propor e dar pistas, noutras a criança terá que descobrir diversos caminhos. Perante uma questão deste tipo:

> Quantos caminhos diferentes, consegues descobrir para o coelhinho chegar aos ovos de chocolate? A criança com as peças do Cuisenaire pode encontrar várias opções. Podemos observar esses percursos, podendo explorar as diferentes opções e descobertas que tiverem realizado. Por fim, podemos observar, dialogar, que há partes do percurso que são comuns a algumas crianças e outras partes que têm diferentes opções. A contagem das várias possibilidades também é importante.

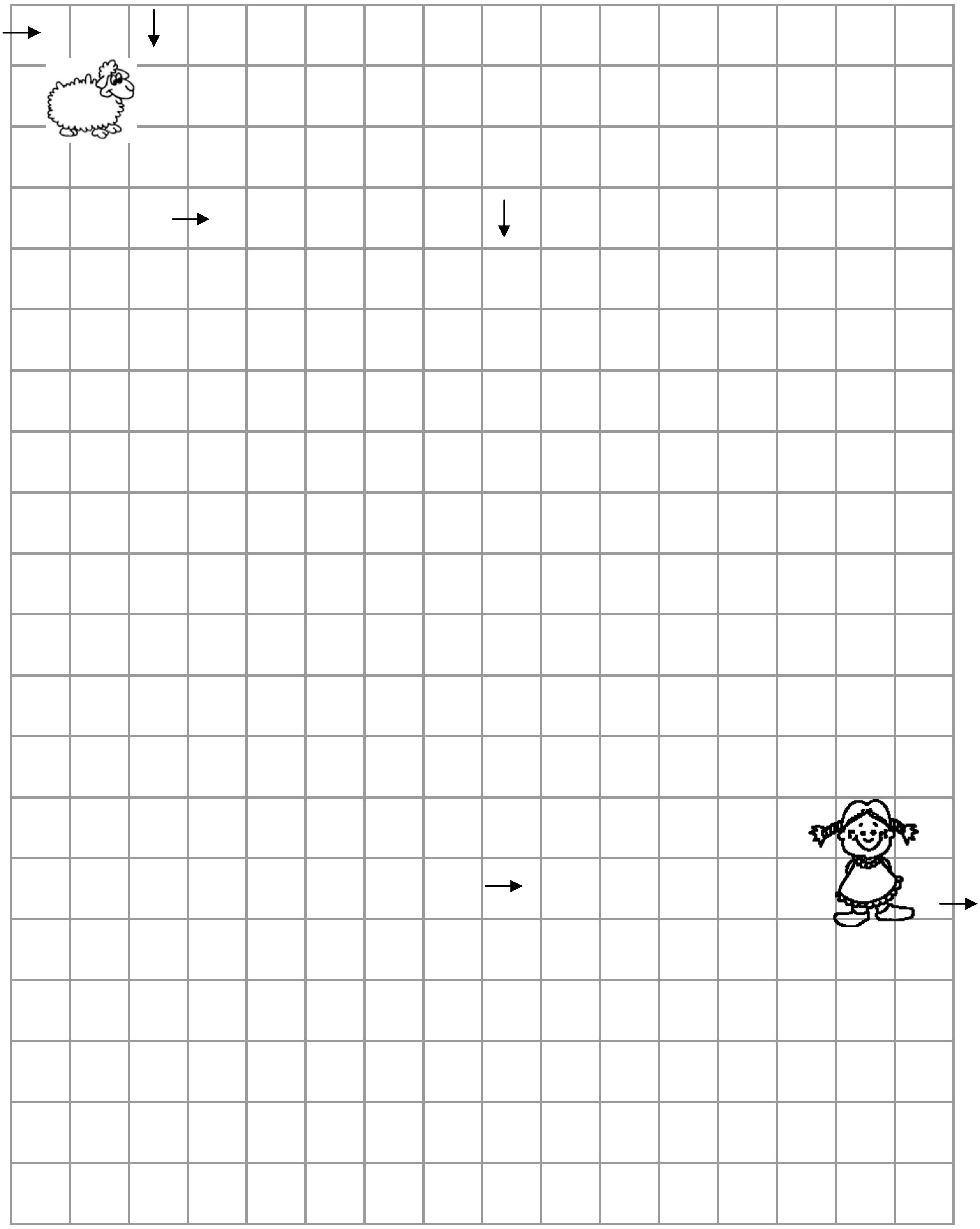
Para realizar algumas actividades com as peças do Cuisenaire, pode-se utilizar a folha quadriculada com as quadriculas de 1cm de lado, que se mostra seguidamente.

Folha para trabalhar o Cuisenaire

Cada quadrícula deve medir 1cm.

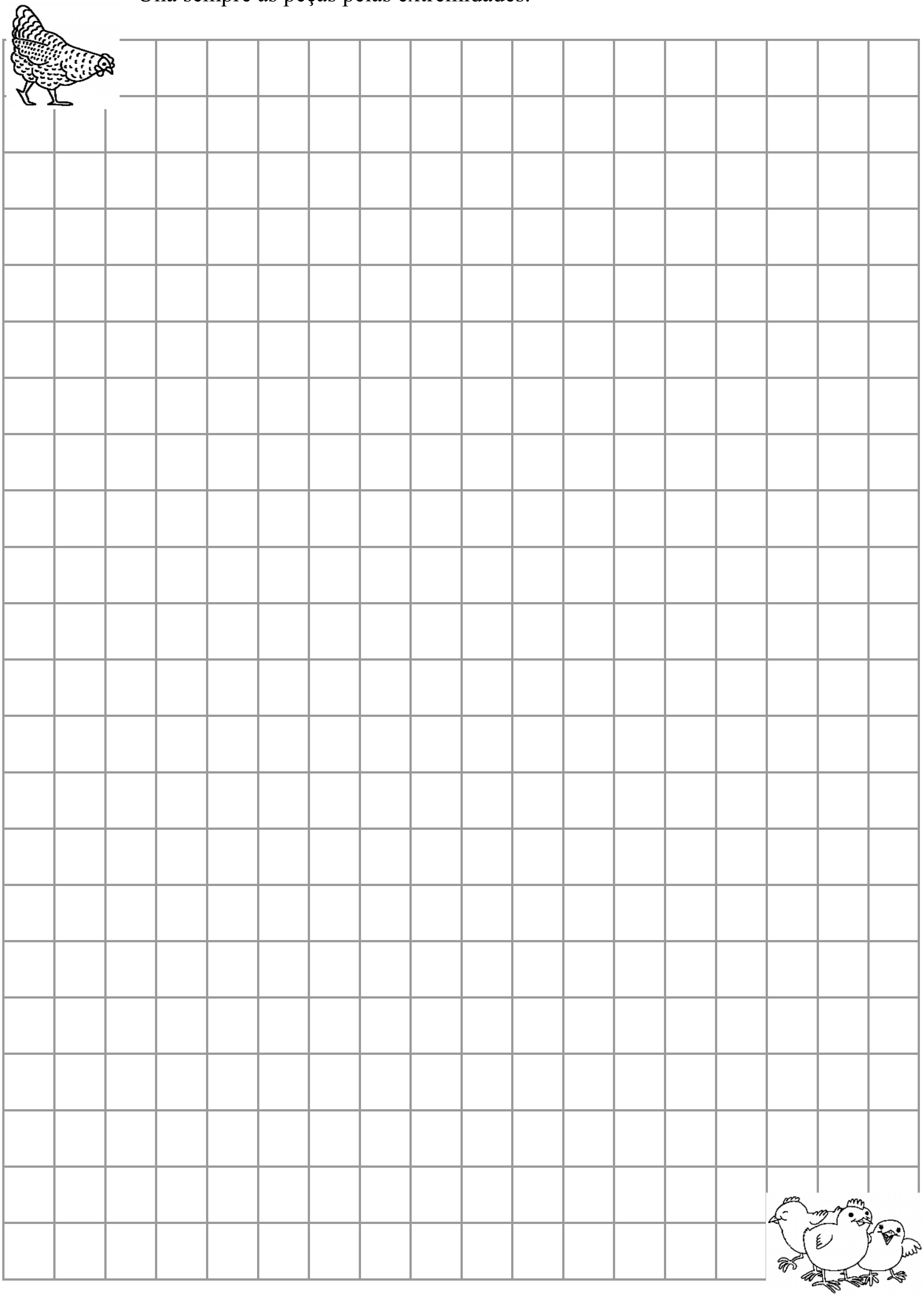
Para realizar os itinerários podemos propor como exemplos:

- Desenhe do lado esquerdo do rectângulo, com o lápis de carvão, um par de ovelhas. Com as peças do Cuisenaire ajude o par de ovelhas a encontrar a Ana, seguindo as indicações que lhe são dadas pelas setas.



– Cuisenaire – Itinerários: Ajude a galinha a encontrar os pintos.

Una sempre as peças pelas extremidades.



## Os Padrões

Os padrões e as regularidades desempenham um papel importante no ensino da matemática. Steen (1988) chamou à matemática a ciência dos padrões.

Quando falamos em padrões visuais, pensamos nos que se vêem nos tecidos, papel de parede, peças de arte. Genericamente padrão é quando temos a disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons, onde se detectam regularidades. Balmond (2000) afirma que "A essência da Matemática consiste em procurar padrões".

Pesquisando na Internet[4], obtivemos a seguinte descrição:

> Um padrão é uma configuração natural ou casual. Ou é uma amostra de tendências, actos ou características observáveis de uma pessoa, coisa, grupo ou instituição. Quando reconhecemos um padrão num acontecimento ou coisa podemos fazer previsões baseados nesse padrão.
> Observando as características num item aquelas podem ser repetidas de modo semelhante ou idêntico noutros itens.
> Padrão é uma característica observada num item, que se pode repetir de modo idêntico ou semelhante noutro item (tradução própria).

Orton (1999) refere que o conceito de padrão em geometria, não está confinado somente à ideia de repetição, mas também ao reconhecimento de formas, congruência e semelhança e Devlin (2002) afirma que "a matemática é a ciência dos padrões" e o matemático examina "padrões abstractos – padrões numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, padrões de comportamento, etc. Estes padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo. Podem surgir a partir do mundo à nossa volta, das profundezas do espaço e do tempo, ou das actividades mais ocultas de mente humana" (p. 9).

Podemos inferir que ao conceito de padrão estão associados termos como: regularidades, sequência, motivo, regra e ordem.

Os padrões encontram-se em várias formas na vida do quotidiano e ao longo da matemática escolar. Sandefur e Camp (2004) referem que a matemática é a ciência que analisa e sintetiza esses padrões, pois como afirma Devlin (1998) "a matemática não é apenas manipulação de símbolos de acordo com regras arcaicas mas sim a compreensão de padrões – padrões da natureza, padrões da vida, padrões de beleza" (p. 206). Como afirma Goldberg

[4] Consultada a página http:// www.alanut.com/notebooks/p/patterns.html disponibilizada em 26/08/04

(2003) os padrões são um importante conceito em matemática e segundo Vale, Palhares, Cabrita e Borralho, (2006) os padrões, no ensino da matemática, pretendem ajudar "os alunos a aprender uma matemática significativa e/ou a envolver-se na sua aprendizagem facultando-lhes um ambiente de aprendizagem que tenha algo a ver com a sua realidade e experiências".

As investigações de Orton (1999) sobre padrões referem que estes:

- Podem contribuir para uma imagem mais positiva da matemática;
- Apelam ao sentido estético e de criatividade dos alunos motivando-os;
- Desenvolvem as capacidades e competências dos alunos;
- Desenvolvem as capacidades de ordenar e classificar a informação;
- Permitem a compreensão da ligação entre a matemática e o mundo em que se vive.

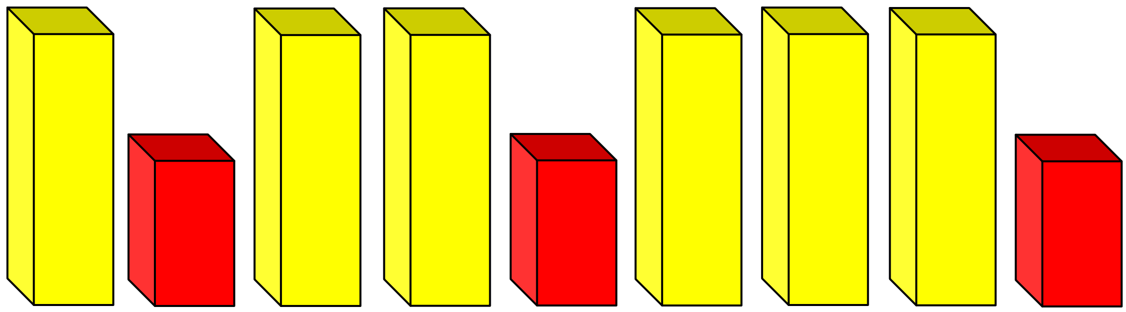
As NCTM (2000) defendem que o pensamento algébrico tem que ser promovido, desde os anos mais elementares e que as ideias subjacentes ao raciocínio algébrico dos alunos são: padrões; situações matemáticas e estruturas; modelos de relações quantitativas e mudança:

As Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar e vários investigadores como Barros e Palhares (2001) referem a importância dos padrões, para desenvolver o raciocínio lógico, para a resolução de problemas e como base para a aprendizagem futura da Álgebra.

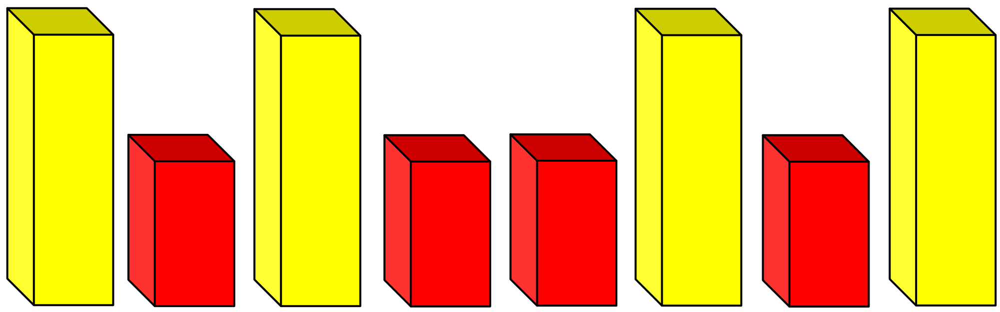
O tipo de padrões a desenvolver no pré-escolar tem por base a articulação das diferenças e semelhanças, havendo uma componente de repetição, que pode ser única (ex: peça amarela, peça encarnada, peça amarela, peça encarnada, peça amarela, peça encarnada, que podemos representar por ABABAB…), mas podendo também existir uma componente de progressão aritmética (ABAABAAAB…) ou uma componente de simetria (ABABBABA), ou ainda acrescentar uma segunda dimensão:

A B A B A B
B A B A B A
A B A B A B

Ex: A B A A B A A A B

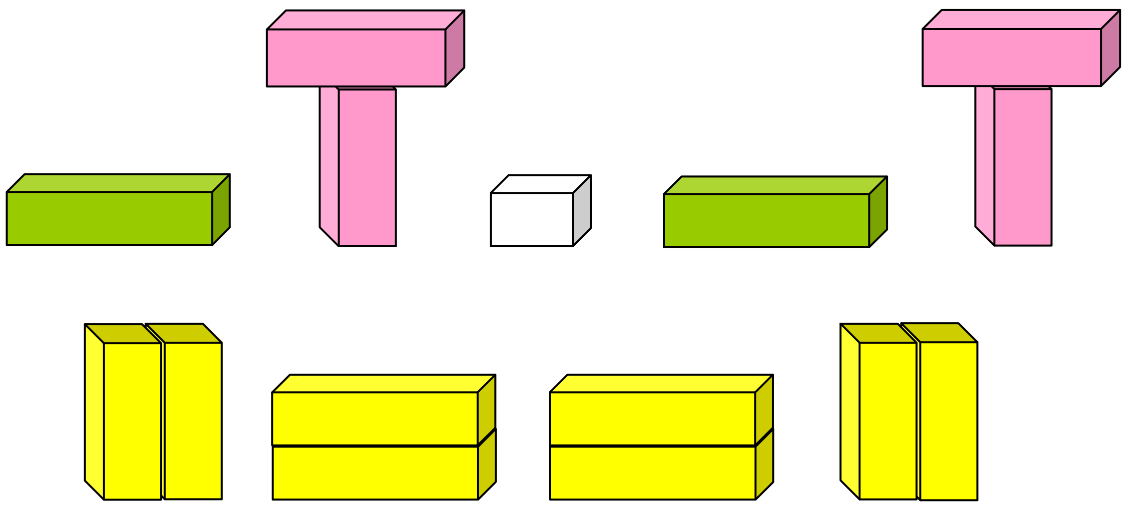


A B A B B A B A



Neste processo podem colocar-se várias questões que ajudem as crianças a descrever o que estão a fazer: Qual é o próximo? E a seguir ao encarnado? Pode-se também sugerir que as crianças em grupos de 2, produzam os seus padrões.

As características associadas ao padrão podem ser variadas, com a cor (exemplo atrás efectuado), a posição, a forma, o som, etc. Isto vem ao encontro de Palhares e Mamede (2002) que defendem a diversidade de padrões.



No Jardim-Escola as crianças podem ser desafiadas a observar, fazer, descobrir padrões e pavimentações. Também o uso de símbolos, para generalizar a descrição das propriedades pode ser introduzido. As crianças quando se apercebem das regularidades, desenvolvem o espírito de observação.

O trabalho com padrões envolve generalizações, ou seja replicar, prever, ampliar e descrever (Greens, 1999, p. 43), exigindo que as crianças pensem indutivamente. O desenvolvimento deste raciocínio, ajuda-as mais tarde, a perceber o conceito de função e conceitos probabilísticos.

Aqui demos exemplos de padrões com o Cuisenaire, mas as crianças nas diferentes actividades podem fazer padrões com o próprio corpo, por exemplo alternando um menino e uma menina, ou um sentado e dois em pé. Padrões com sons: bater palmas 3 vezes, seguido de um silêncio, corresponde ao compasso quaternário; sequências de ritmos e movimentos como 2 passos, um salto, 2 batimentos de palmas...

Os programas a nível do ensino básico (ME – DGEBS, 1990), referem que no bloco Números e Operações, e a partir do 2.º ano os alunos devem "descobrir regularidades nas contagens de 5 em 5, 10 em 10" e "explorar e usar regularidades e padrões na adição e na subtracção". Esta última também é referida no 3.º ano, acrescentando a operação multiplicação. No bloco Forma e Espaço é feita referência aos padrões geométricos, com a proposta de "desenvolverem frisos e rosáceas" e "fazer uma composição a partir de um padrão dado".

No Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais (ME – DEB, 2001) é referido que a matemática é a ciência dos padrões e que "a educação matemática tem o objectivo de ajudar a desocultar a matemática presente nas mais variadas situações, promovendo a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes nos modos como lidam com a matemática. Por isso é preciso destacar a especificidade da matemática nomeadamente como ciência das regularidades e da linguagem dos números, das formas e das relações" (p. 58). A competência matemática que se pretende que os alunos desenvolvem na educação básica engloba entre vários aspectos a "predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica" (p. 57).

Os padrões, estão pois associados à descoberta, à procura de relações para explicar aquilo, com que nos vamos deparar, assumindo as intuições um papel relevante, pois um padrão ao ser descoberto revela um ordem, uma regularidade, uma relação.

Vale, Palhares, Cabrita e Borralho (2006) afirmam que "associado aos padrões estará, sempre, algo relacionado com o emocional, pois existe a sensação de entusiasmo na descoberta de uma ordem, de uma previsão, da relação funcional que antes estava escondida" e que deve ser perspectivada com a actividade de resolução de problemas.

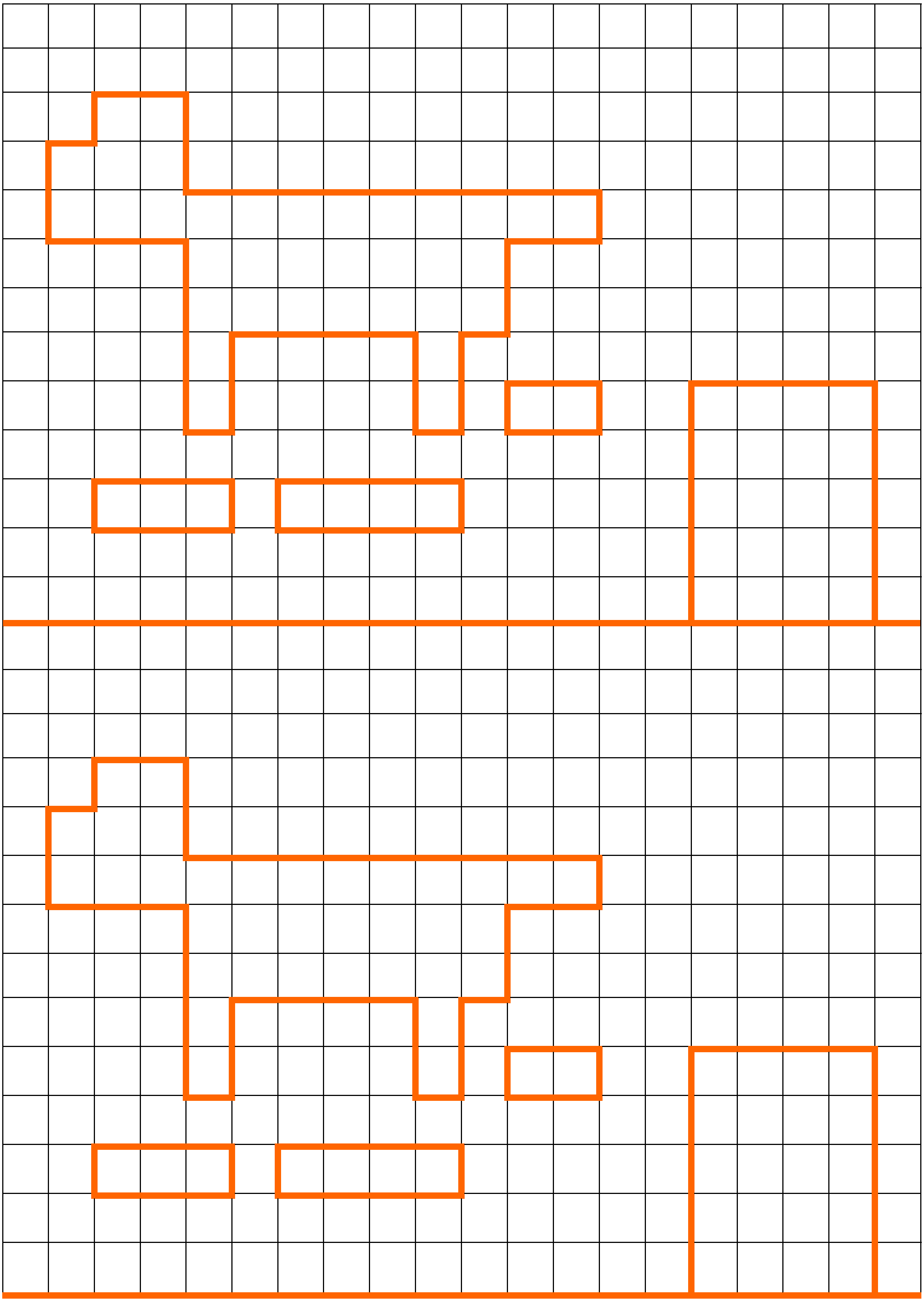
Entendemos ser necessário, que qualquer proposta educacional, não pode, não deve ser um fenómeno isolado. Torna-se indispensável o conhecimento de como a criança adquire conhecimentos matemáticos de modo a que a construção e o desenvolvimento dos mesmos na Educação Infantil, ocorram a partir do conhecimento lógico da criança favorecido pelas possibilidades de interagir com os meios físico e social.

Qualquer actividade matemática, se for afectiva e efectiva, permite incorporar os conceitos matemáticos, construindo, a estrutura lógica de maneira sólida, tornando-os capazes de raciocinar logicamente, numa ampla variedade de situações e/ou tarefas.

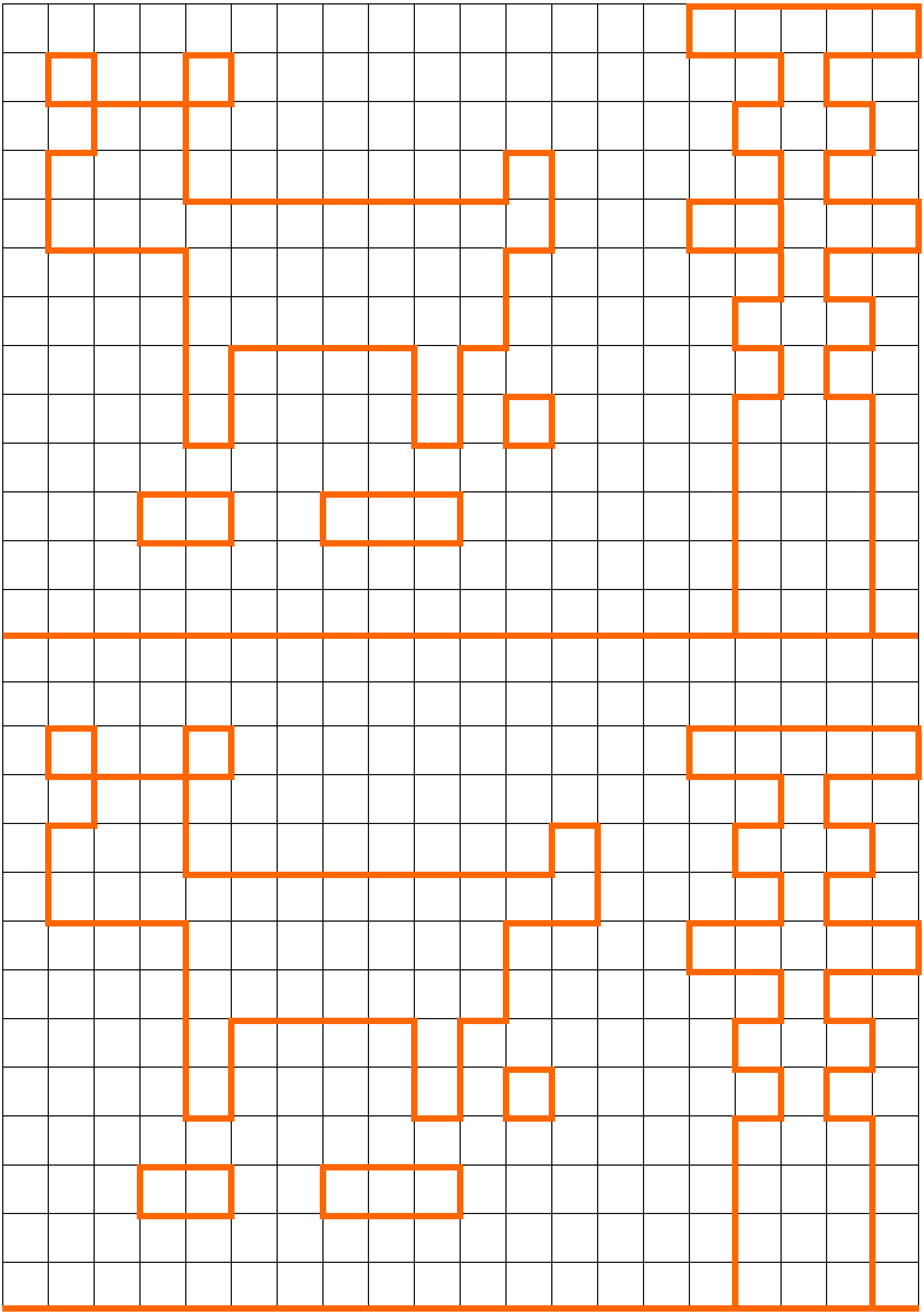
Para isto acontecer, a colaboração do professor é fundamental para oferecer condições para que qualquer criança consiga construir esse conhecimento.

Seguidamente sugerimos várias actividades que na prática pedagógica as educadoras e/ou os professores, podem realizar com o material Cuisenaire, para descobrir, pesquisar, apelar à criatividade, desenvolver a estruturação espaço-temporal.

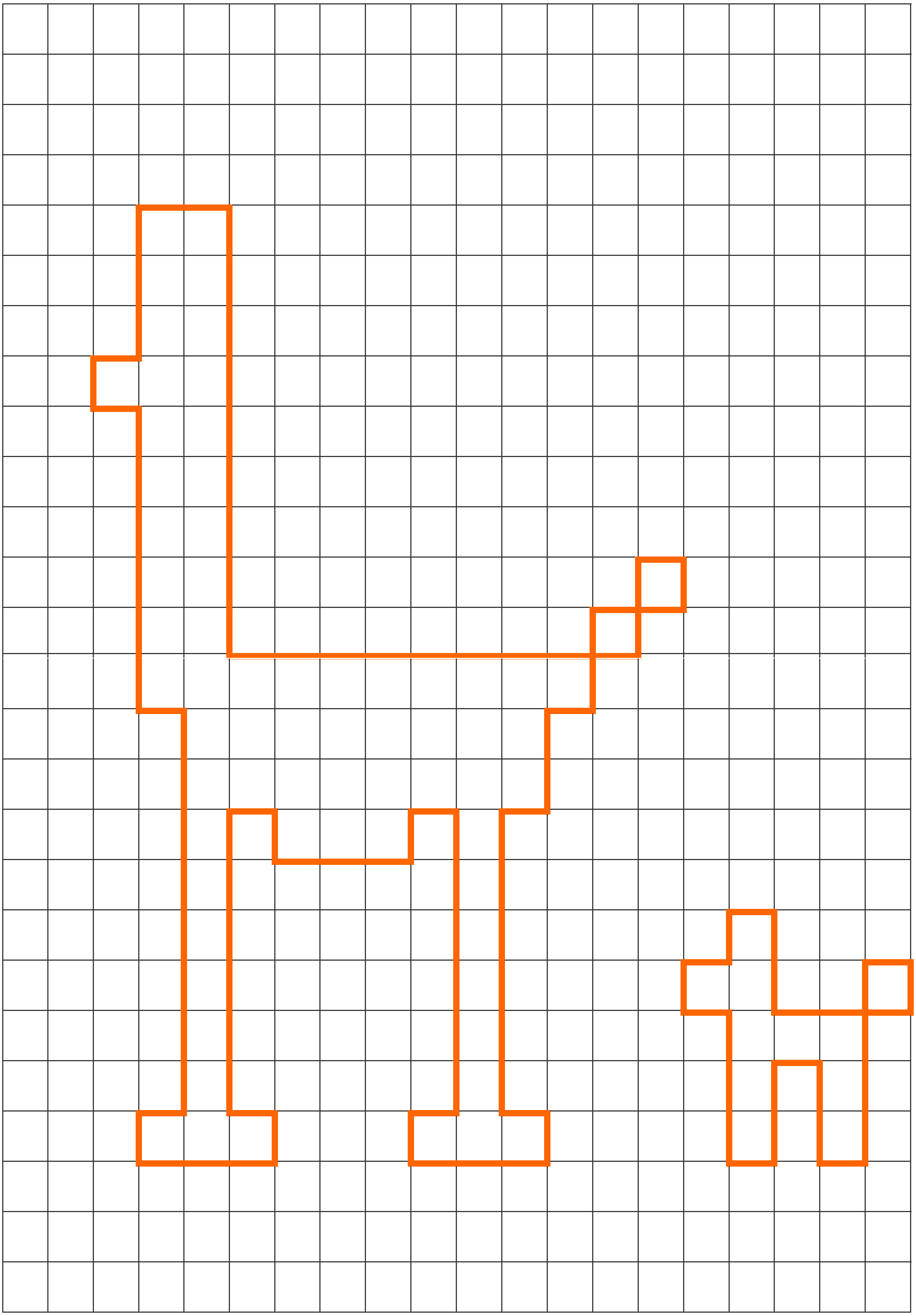
– Cuisenaire: Com as peças descubra 2 soluções diferentes.



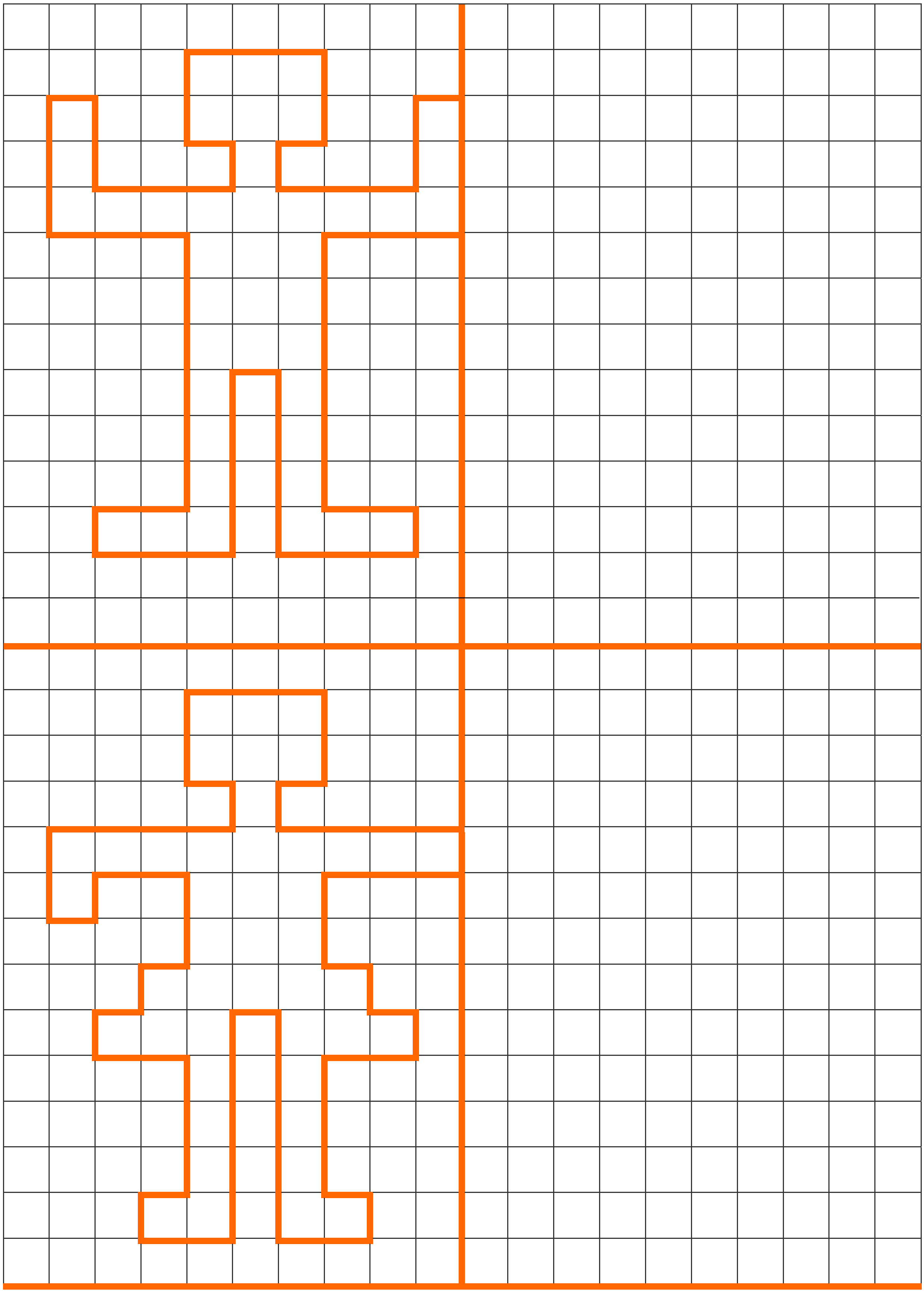
– Cuisenaire: Com as peças descubra 2 soluções diferentes.



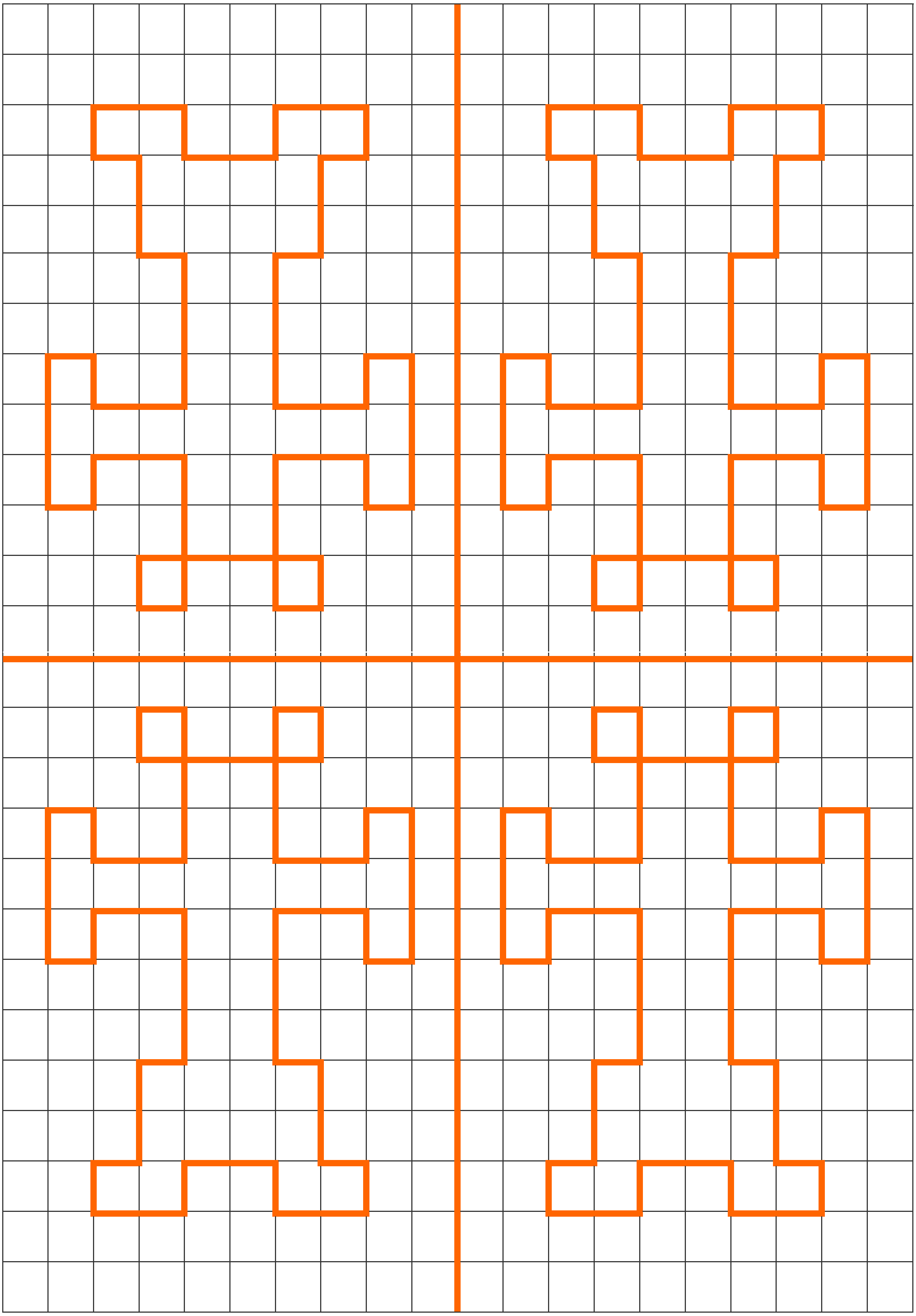
– Cuisenaire: Preencha o espaço que está dentro da linha fronteira com as peças.



– Cuisenaire: Complete as simetrias, usando correctamente as peças.



– Cuisenaire: Complete as simetrias, usando correctamente as peças.



### 1.2.2. Os Calculadores Multibásicos

O material Calculadores Multibásicos, deve o seu aparecimento a João António Nabais, que nasceu a 1 de Setembro de 1915, na Aldeia do Bispo, no Sabugal. Foi seminarista, no Seminário de Évora, onde se ordenou em 1938. Durante algum tempo seguiu a carreira eclesiástica (cónego em 1947), realizou estudos no âmbito da Pedagogia e da Psicologia, licenciando-se, nesta área científica no ano de 1948, pela Universidade de Lovaina, na Bélgica. Anos mais tarde, deslocou-se aos Estados Unidos (S. Francisco e Chicago) a fim de frequentar um curso de Matemáticas Modernas. Em 1953, avançou com o projecto, em Lisboa, de Primeiro Centro Particular de Orientação Escolar Profissional, com o objectivo de prestar apoio a jovens "desajustados familiarmente" ou com "insucesso escolar". Em 1959, fundou o Colégio Vasco da Gama, em Meleças, destinado (até 1976) unicamente a este tipo de alunos. Alegando "falta de vocação", solicitou o abandono do sacerdócio, que lhe foi concedido, recebendo autorização Papal em 1971. A obra de António Nabais desenvolveu-se em três vertentes:

- Direcção do Colégio;
- Produção de material pedagógico;
- Análise crítica do Sistema de Ensino.

Em Abril de 1962, C. Gattegno dirigiu no Colégio Vasco da Gama, um curso, com o Material de Cuisenaire, onde participaram 135 professores de todo o País.
Incentivou através de várias acções a utilização do material Cuisenaire, para o ensino da Matemática, publicando livros como "À Descoberta da matemática com os Cubos-Barras de cor"; "À Descoberta da Matemática com o Calculador Multibásico"; e "À Descoberta dos Números inteiros com os Cubos-Barras de cor e com o Calculador Multibásico". Nabais (1986, p. 8-9) defendeu "abertamente que a verdade matemática deve saltar dos dedos dos alunos, através de múltiplas e variadas experiências". Em 1979, publicou um livro baseado nos princípios da Pedagogia por objectivos para se compreender e representar os conjuntos, com o objectivo de um ensino programado, de forma a permitir a auto – aprendizagem.

Para o ensino primário criou também um método de ensinar a ler a que chamou ABC de Oiro – Cartilha Fonovisual de leitura e para o ensino secundário procurou criar instrumentos de avaliação e objectivos para a correcção das composições escritas (Estudos de Pedagogia – Experimentais II – Escola objectiva para a classificação de redacções).

Enquanto observador participante no processo educativo, teve sempre um olhar crítico face aos exames, propondo a sua substituição no Sistema Educativo.

Conheci o Prof. Nabais, em 1981, e realizei sob a sua orientação, várias acções de formação. As actividades aqui propostas, resultam da experimentação e aplicação que realizei na sala de aula ao longo de quase três décadas, como professora.

➲ **Interesse pedagógico**

O interesse pedagógico deste material situa-se em termos matemáticos, em aspectos de:

- Exploração de atributos;
- Associação e comparação;
- Contagem de quantidades;
- Ordenação;
- Jogos em várias bases;
- Valores de posição (classes e ordens);
- Leitura de números inteiros;
- Introdução da base decimal (e actividades com outras bases);
- Operações aritméticas (e provas);
- Situações problemáticas.

➲ **Manuseamento e relação cor e furo**

O Calculador Multibásico é constituído por um conjunto de três placas de plástico com cinco orifícios cada uma, e um conjunto de cinquenta peças em seis cores diferentes: dez peças amarelas, treze verdes, treze encarnadas, dez azuis, dois cor-de-rosa e duas de cor lilás. Encaixam umas nas outras e nos orifícios formando “torres”.

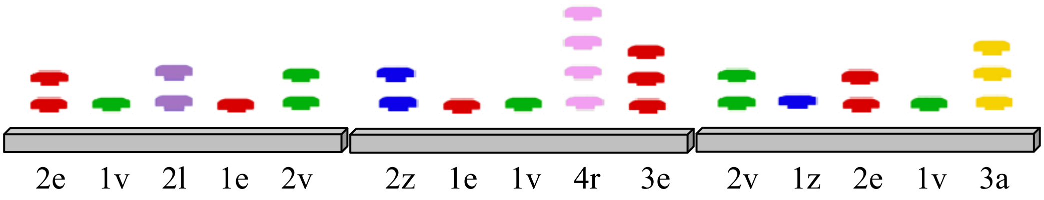
Numa primeira fase a criança deve manusear o material livremente: individualmente ou em grupo. Nas primeiras aulas os alunos devem ter a possibilidade de manusear o material para que façam as suas próprias descobertas. Poderão:

- fazer torres da mesma cor;
- fazer torres de cores diferentes;
- distinguir diferentes cores;
- fazer torres de vários tamanhos;

- contar as peças de uma torre;
- comparar torres com igual ou diferente número de elementos;
- representar nas placas o número de peças ditado.

Deve ser ensinado ao aluno que a cada furo corresponde uma cor de peças, o que significa uma ordem numérica.

A sequência continua até ao uso de 3 ou mais placas, mas, o ensino é gradual.




Podemos usar as 3 placas da caixa, nomeadamente nos exercícios de leitura de números, unindo as placas pelas extremidades, ou quando jogamos no jogo das Bases, (em que as placas ficam paralelas umas às outras: as 2 placas da mesma cor ficam mais próximas e a de cor diferente fica ligeiramente afastada).

➲ **O Jogo das Torres**

As peças ao serem ditadas são colocadas da esquerda para a direita.

A primeira proposta de jogo orientado será o chamado JOGO DAS TORRES.

Pediremos às crianças:

- Na placa que têm à frente, façam uma torre amarela no 1.º furo da direita;
- Agora façam uma torre verde no 2.º furo. Qual é a torre mais alta?
- Vamos contar o número de elementos de cada torre;
- Façam também uma torre encarnada, no 3.º furo da placa. Qual das três torres é a mais baixa?
- Vamos ainda fazer uma torre azul, no 4.º furo da placa, e que tenha mais elementos do que as torres anteriores.

Podem fazer-se perguntas do tipo:

- "Quem fez a torre mais alta?";
- "Qual das torres é a mais alta?";

- "Quais as 2 torres mais altas na tua placa?";
- "Quais são as duas torres mais baixas?";
- "Quantas peças tem a tua torre amarela?" etc.

> Nota: Este jogo pode ser explorado durante o tempo que a professora achar conveniente e sempre que considere necessário. Tem como finalidade os alunos adquirirem determinadas noções, nomeadamente a de saber o furo a que corresponde cada cor, quantos elementos tem cada torre.

Aparece agora o primeiro jogo que precisa de algumas regras para se poder jogar:

**Regra:** Neste jogo nunca podemos ter na placa torres com a mesma quantidade de peças do nome do jogo; assim se estivermos a jogar o **jogo da torre do 2**, quer dizer que não podemos ter torres com duas ou mais peças. No **jogo da torre do 5**, não podemos ter torres de 5 ou mais peças. No **jogo da torre do 8**, não se pode ter torres de 8 ou mais peças na placa. Se fizermos o **jogo da torre do 10**, quer dizer que na placa não pode haver torres com 10 ou mais peças. O número de elementos da torre mais alta, dá-nos o nome do jogo. Vamos ver como proceder quando esta regra é transgredida:

- O que acontece se temos na placa torres maiores que o valor do jogo?

  Quando tivermos na placa torres maiores, temos que trocar essa torre (com o número de elementos do valor do jogo), por uma peça da cor que vem a seguir. Vejamos os exemplos.

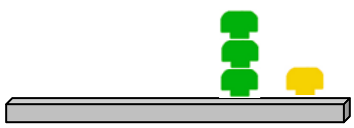
➲ Poderemos dar exemplos de actividades com o Jogo das Torres.

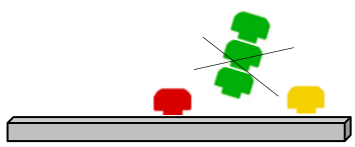
**a)** Jogo da Torre do três

Ditado: 1a 3v

Trocamos 3 verdes por uma encarnada. Essa encarnada vale 3 verdes.

Resultado: Uma encarnada, nenhuma verde uma amarela.





Placa do resultado

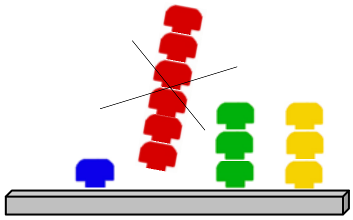
Nota: Neste jogo a encarnada vale 3 verdes.

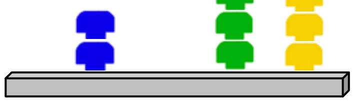
**b)** Jogo da torre do seis

Ditado: 3a 3v 6e 1z

Tiramos as 6 encarnadas e trocamos por uma azul. Como estava lá 1 azul, ficam 2 azuis.

Resultado: 2 azuis, nenhuma encarnada, 3 verdes e 3 amarelas.





Placa do resultado

Podemos ter 3 amarelas? E podemos ter 3 verdes?

A quantas encarnadas corresponde a peça azul?

Podemos ter 6 encarnadas?

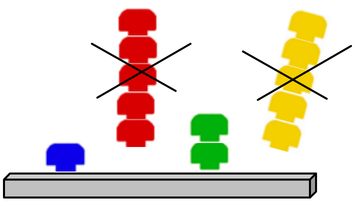
O que fazemos?

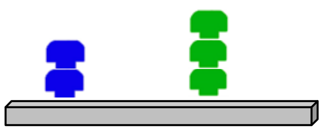
Trocamos as 6 encarnadas por 1 azul.

Este tipo de perguntas pode ser feito com os alunos, começando pelas torres do 2, do 3, do 4 que não requerem cálculos tão grandes. Posteriormente a professora irá aumentando o grau de dificuldade das perguntas, permitindo o desenvolvimento do raciocínio matemático e do cálculo mental.

**c)** Jogo da torre do cinco

Ditado: 5a 2v 5e 1z (Fazemos o raciocínio com as crianças)



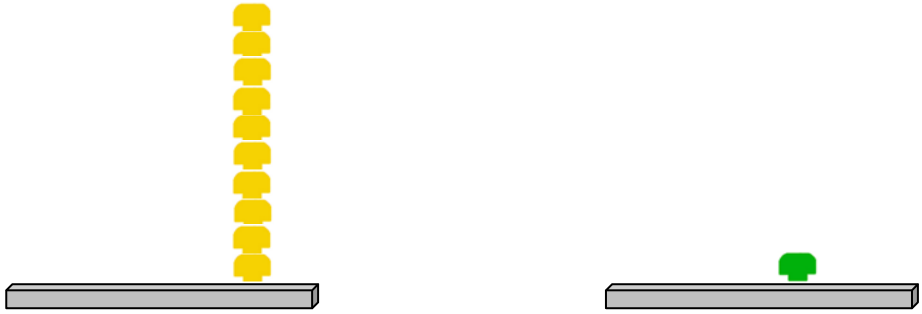


2z 0e 3v 0a

Resultado: 2 azuis, nenhuma encarnada, 3 verdes e nenhuma amarela.

**d)** Jogo da torre do 10

Ditado: 10a



10a

1v 0a

Placa do resultado

No jogo da torre do 10 a regra é a mesma: trocamos 10 amarelas por 1 verde, que tem o mesmo valor, ou seja, 1 verde vale 10 amarelas. A placa do resultado será: 1v 0a (só falamos na quantidade associada à cor).

➲ **Desfazer Torres**

Este jogo é excelente para desenvolver o cálculo na criança.

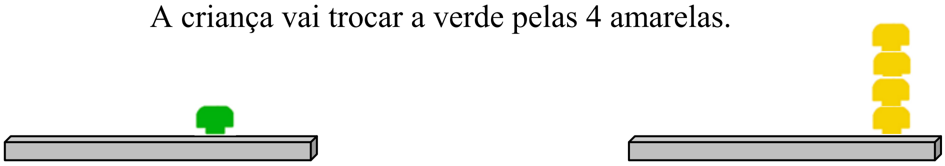
No jogo das torres, a criança trocava uma determinada torre de peças por outra peça da cor que vinha a seguir. Agora o raciocínio é feito de outra forma.

Por exemplo, a professora pede à criança para colocar na placa, 1 peça verde.

Pode perguntar:

- A quantas amarelas corresponde a verde, na torre do 4?

A criança vai trocar a verde pelas 4 amarelas.



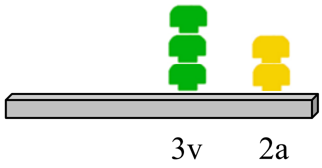
1v

4a

A criança precisa ter percebido bem o JOGO DAS TORRES e a respectiva regra. Assim neste exercício ele pode andar simplesmente com o raciocínio para "trás": ou seja, consoante a torre em que esteja a jogar ele vai trocar uma peça de uma cor pedida pela da cor que a antecede.

**a) Ditado:** 2a 3v

T/3




A quantas peças amarelas corresponde 1 peça verde?

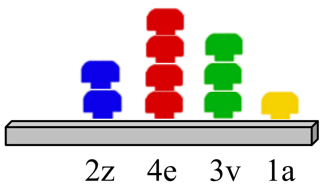
Quantas peças amarelas tens que ter para obter 2 peças verdes?

A quantas peças amarelas correspondem as 3 peças verdes?

Com a mão direita mostra meia dezena de peças amarelas.

**b) Ditado:** 1a 3v 4e 2z

T/4




Quantas peças amarelas vale 1 peça encarnada?

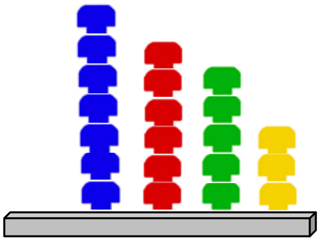
Quantas peças encarnadas vale 1 peça azul?

A quantas peças encarnadas correspondem as 2 peças azuis?

A quantas peças verdes correspondem as 2 azuis?

**c) Ditado:** 3a 5v 6e 7z

T/7



A quantas peças amarelas corresponde 1 peça verde?

Quantas peças amarelas "valem" as 5 peças verdes?

Quantas peças encarnadas "vale" 1 peça azul?

A quantas peças encarnadas correspondem as 7 peças azuis?

A quantas peças verdes corresponde na totalidade este ditado?

A quantas peças amarelas corresponde este ditado?

Mostra-me, na mão esquerda um par de peças amarelas.

**O Jogo das Bases (operações aritméticas)**

Regra: **Para determinar a base mínima possível em que se pode jogar, olha-se para a torre mais alta e acrescenta-se 1 mentalmente.** Por exemplo, se a torre mais alta for de 3 peças, a base mínima do jogo será 4. Se a torre mais alta for de 6 elementos, a base mínima é 7. Encontrada a base mínima, pode-se jogar em qualquer outra base superior, até à Base 10[5]. O sistema de bases significa que o sistema operacional não reconhece esse valor, ou seja, jogando na base 3, temos que trocar o 3 (que não é reconhecido pelo sistema), por uma peça da cor seguinte. Tal como no sistema decimal, operamos intuitivamente na base 10, sabendo que o 10 não é reconhecido pelo sistema. Automaticamente trocamos as 10 unidades por 1 dezena.

Para facilitar a contagem dos objectos é comum agrupá-los. Ao estabelecer o número de objectos que devem constituir cada agrupamento estamos a definir uma base.

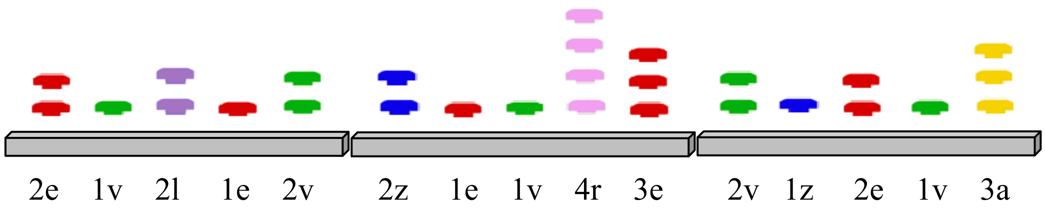
Segundo (Palhares et al, 2004, pág. 171):

[5] Tem interesse, ao nível do cálculo, fazermos somas e subtracções em diferentes bases. Cremos que a divisão e a multiplicação só deverá ser feita na base 10.

> "Base dum sistema de numeração é o número de unidades de uma certa ordem com as quais se forma uma unidade de ordem imediatamente superior".

| | |
|---|---|
| Nota: | No jogo da Base 10 a criança compreende e trabalha a leitura e a escrita dos números no nosso sistema (decimal): Compreende porque escreve 9 (unidades) e se acrescentar mais uma peça (1 unidade), fica escrito 10 (unidades). |

Chegados a este jogo, os alunos vão aprender que aqui as cores têm outros nomes, assim a disposição das cores das peças vão representar as ordens e classes e distribuem-se pela seguinte ordem:




Passamos a exemplificar as ordens e as classes nos Calculadores Multibásicos.

**Legenda da direita para a esquerda**

(a) **amarela:** ordem das unidades
(v) **verde:** ordem das dezenas — classe das unidades
(e) **encarnada:** ordem das centenas

(z) **azul:** ordem da unidades
(v) **verde:** ordem das dezenas — classe dos milhares
(e) **encarnada:** ordem das centenas

(r) **rosa:** ordem das unidades
(v) **verde:** ordem das dezenas — classe dos milhões
(e) **encarnada:** ordem das centenas

(z) **azul:** ordem das unidades

(v) **verde:** ordem das dezenas

(e) **encarnada:** ordem das centenas

classe dos milhares de milhão

(l) **lilás:** ordem das unidades

(v) **verde:** ordem das dezenas

(e) **encarnada:** ordem das centenas

classe dos biliões

Devem fazer-se diversos exercícios de leitura de números. A leitura da placa faz--se sempre da esquerda para a direita. Primeiramente só se usa uma placa. No 1.º ciclo usam-se outras placas, de forma a que a leitura dos números seja gradual e mais completa.

### A leitura de números na base 10

"Para perceberem as diferentes formas de utilização dos números no mundo real, as crianças precisam compreender os números… Além disso, a compreensão do valor de posição é crucial para o trabalho posterior com os números e o cálculo" (Normas, 1991, p. 48). Segundo este documento o conhecimento intuitivo das relações numéricas, requer um "bom sentido do número".

O sentido do número diz respeito à compreensão global e flexível dos números e operações, com o intuito de perceber os números e as suas relações e desenvolver estratégias eficazes para a sua aplicação no mundo que nos rodeia. O sentido do número implica uma construção de reconhecimentos numéricos e modelos construídos com números ao longo da vida, englobando a capacidade de compreender o facto dos números terem diferentes significados, sendo utilizados em diversos contextos.

Quando falamos de crianças em idade pré-escolar, o sentido de número, é o processo que permite a aprendizagem e a compreensão dos diversos significados e utilizações dos números e a forma como eles estão interligados. Esse conhecimento é progressivamente, desenvolvido no ambiente em que se insere, fazendo com que os diferentes significados se interliguem e façam sentido.

O sentido do número é, portanto mais abrangente que o conhecimento do número, apresentado nas orientações curriculares para a educação pré-escolar (OCEPE, 1997).

A criança possuirá o sentido do número quando:

a) compreender os significados do número;
b) desenvolver múltiplas relações entre os números;
c) reconhecer a grandeza relativa dos números;
d) conhecer o efeito relativo de operar com os números;
e) desenvolver padrões de medida de objectos comuns e de situações do seu meio ambiente.

Segundo as Normas (2007, p. 35) a compreensão do número "desenvolve-se entre o pré-escolar e o 2.º ano, à medida que os alunos contam e aprendem a reconhecer "quantos existem" num dado conjunto de objectos". Sabendo que o número pode ser decomposto e visualizado de diferentes maneiras, temos por exemplo, 12 que é uma dezena e duas unidades e também uma dúzia.

O sistema de numeração decimal representa um sistema de numeração com as seguintes características:

1. é de base dez;
2. usa somente os dez numerais indo-arábicos (algarismos);
3. obedece ao Princípio de Posição Decimal.

Todo o algarismo escrito imediatamente à esquerda de outro representa unidades de ordem imediatamente superior (dez vezes) à desse outro.

Cada algarismo tem dois valores: valor absoluto e valor relativo.

Valor absoluto é o valor isolado do algarismo independentemente da posição ou ordem que ele ocupa no número. Valor relativo é o valor (relativo) que o algarismo assume, dependendo da ordem que ele ocupa no numeral escrito.

A cada representação de um número, quer ele seja escrito simbolicamente quer por palavras, dá-se o nome de **numeral**.

Por sistema de numeração entende-se o conjunto de símbolos e de regras que permitem a escrita de números.

É importante saber que os algarismos não são números, embora existam números que se representam com apenas um algarismo.

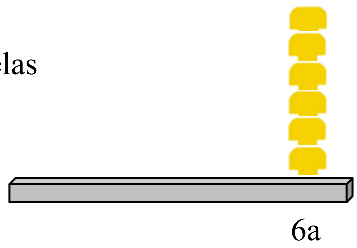
Os algarismos são os símbolos com os quais se representam os números enquanto que os números são as quantidades representadas pelo algarismo ou conjunto de algarismos, ou por outro qualquer processo” (Grosso e Ruas, 1999, pág. 15).

As crianças ao visualizarem o “dez” como: a acumulação de 10 elementos; de dez unidades; de uma dezena, dão o primeiro passo no sentido de compreenderem a estrutura decimal do sistema numérico (Cobb e Wheathey, 1988).

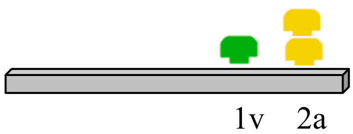
Nas actividades de leitura de números pode-se (ou não) trabalhar com algarismos móveis que se colocam debaixo da placa.

Perante um exercício de leitura de números na base 10, podem-se colocar diferentes questões, dependendo do ano de escolaridade, ou do grupo etário.

**a)** Ditado: 6 amarelas




**b)** Ditado: 2a 1v

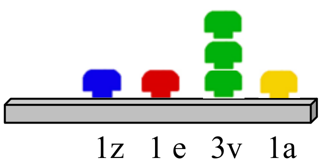



Leitura: 1v 2a

uma dezena e duas unidades;

doze unidades.

**c)** Ditado: 1a 3v 1e 1z




Lê o número por classes.

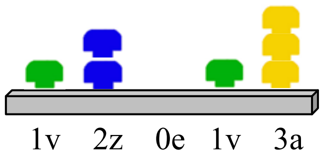
A classe das unidades está completa ou incompleta?

Qual o algarismo das dezenas de unidades?

Quantas centenas de unidades há?

Qual o algarismo de ordem 2?

**d)** Ditado: 3a 1 v 0 e 2z 1v




Lê o número por ordens.

Qual o algarismo das dezenas de milhar?

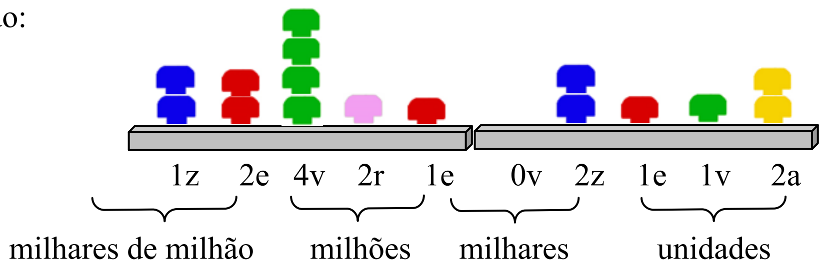
Quantas unidades de unidades há?

Qual o algarismo de ordem zero?

Qual o algarismo de maior valor absoluto?

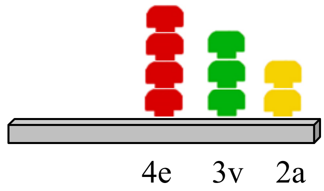
Qual o algarismo de menor valor relativo?

**e)** Ditado:




Lê o número por classes.
Qual a classe que está incompleta?
Qual o algarismo de ordem 7?
Quantas dezenas de milhar há?
Qual o algarismo de menor valor absoluto?
Quantas dezenas de unidades há?
A que ordem corresponde o algarismo 4?
Quantas unidades de milhar de milhão existem?

**f)** Ditado: 2a 3v 4e




Qual o algarismo que representa as dezenas?

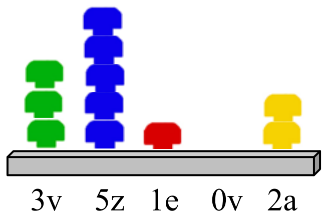
Quantas dezenas há?

Qual o algarismo de maior valor absoluto?

Qual o algarismo de ordem zero?

Leia o número por ordens.

**g)** Ditado: 2a 0v 1e 5z 3v




Qual o algarismo de ordem 3?

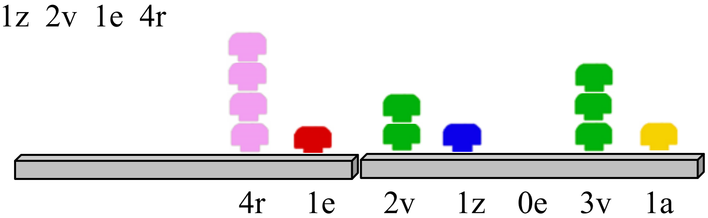
Quantas dezenas de milhar há?

Qual o algarismos de ordem 2?

Qual o algarismo de menor valor relativo?

Leia o número por classes.

**h)** Ditado: 1a 3v 0e 1z 2v 1e 4r




Leia o número por classes.

Verifique se todas as classes estão completas.

Há alguma classe incompleta? Justifique.

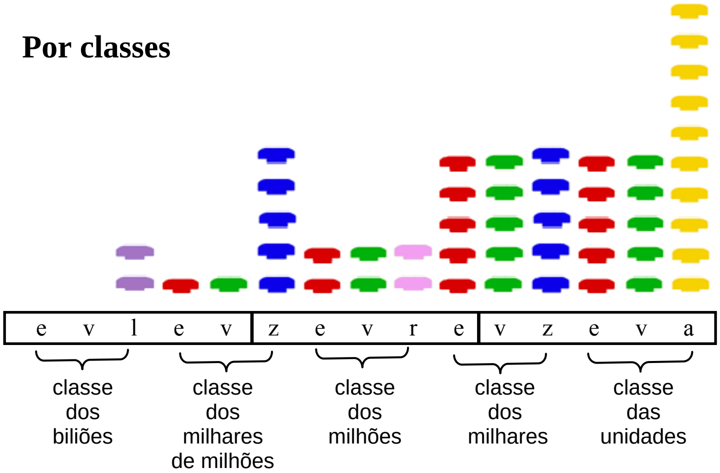
Qual o algarismo de maior valor relativo?

Quantas dezenas de milhar há?

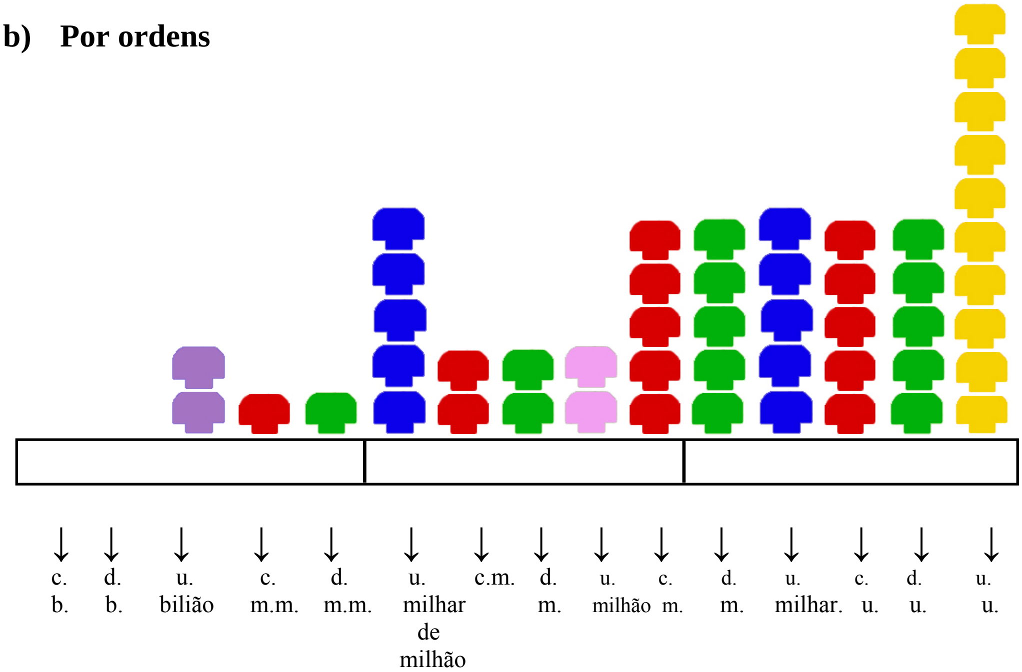
Qual a ordem representada pelo algarismo das centenas de milhar.

➲ **A leitura de números inteiros, pode realizar-se:**

**a) Por classes**




**b) Por ordens**




Aharoni (2008, p. 49) afirma que é importante a criança perceber dois princípios básicos: o significado das operações e o modo de as calcular. O significado de uma operação baseia-se na sua ligação à realidade. O cálculo significa descobrir a representação decimal do resultado.

O sistema decimal é usado para organizar e representar números. Baseia-se em dois princípios:

– Agrupar dezenas; (agrupar dez elementos para formar uma nova unidade);

– Atribuir valor a um algarismo de acordo com o seu lugar no número (valor da posição). Quanto mais à esquerda é colocado o algarismo, maior é o seu valor.

O sistema decimal facilita também a execução de cálculos.

Os calculadores multibásicos permitem aprofundar a compreensão da essência do número e das quatro operações aritméticas.

Vejamos agora como podemos trabalhar em bases pequenas, para treinar as crianças no cálculo. Posteriormente elas devem operar na base decimal, de forma a progressivamente irem compreendendo a razão e o mecanismo dos algoritmos.

Segundo Palhares (2004) "Um algoritmo é um processo sistemático e mecanizado que permite obter um resultado procurado a partir dos dados iniciais" (p. 181).

Por isso, para ser devidamente compreendido devemos praticar o que Confúcio disse: Eu ouço – eu esqueço. Eu vejo – eu recordo. Eu faço – eu compreendo.

**A Soma**[6]

"A adição é uma operação binária porque a cada par de números inteiros **a** e **b**, faz corresponder a um terceiro número inteiro **a + b**, que se designa por soma" (Palhares, 2004, p. 180).

$$(a\,,b) \xrightarrow{+} a+b$$

**a** é a 1ª parcela

**b** é a 2ª parcela

**a + b** é a soma de **a** com **b.**

[6] Quando as crianças fazem actividades em que jogam nas várias bases, mas em que precisam de fazer empréstimo ou transporte têm que utilizar as peças de duas caixas, podendo jogar a pares.

- **Exercícios em diferentes bases**

**a)** Ditado: 1ª placa 2a 1v 2e

2ª placa 1a 1v 1e

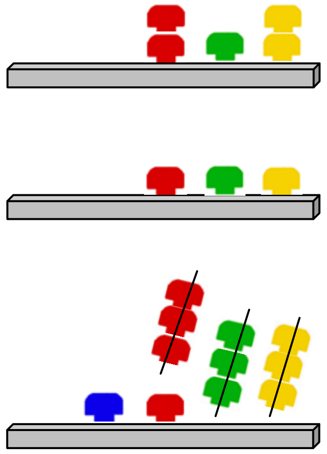
Qual a base mais baixa em que podemos jogar ou operar? Porquê?

Então vamos jogar na base 3. Fazemos o raciocínio com as crianças.

Base 3

1ª placa

2ª placa +

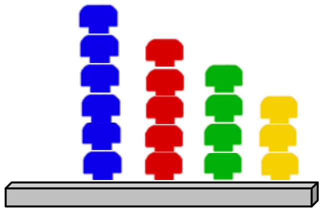


Leitura da placa do resultado
Leitura da placa do resultado

1z 1e 0v 0a

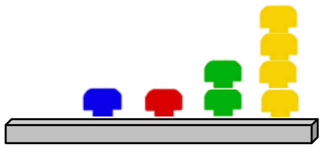
**b)** Ditado: 1ª placa

Base 7



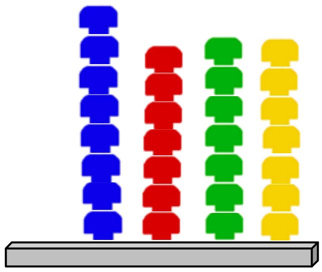
6 z 5e 4v 3a

2ª placa



1z 1e 2v 4a

Cálculo



8 z 7e 7v 7a

Placa do resultado

Depois de jogar, o resultado fica assim: Placa do resultado: 1v 1z 0e 0v 0a

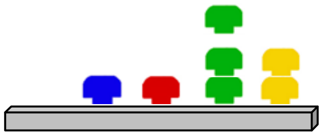
(Deve sempre fazer-se a leitura da placa do resultado).

À medida que fazemos o cálculo, e colocamos as questões, vamos retirando o número de elementos que não podemos ter, substituindo pela peça da cor seguinte.

**c)** Ditado: 2a 3v 1e 1z

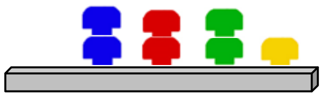
1a 2v 2e 2z

1ª placa

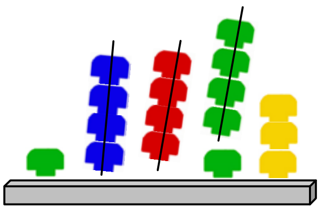


Base 4

2ª placa



Placa do resultado

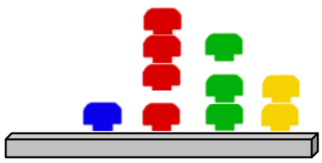


1v 0z 0e 1v 3a

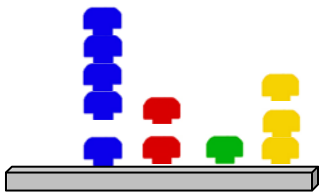
Leitura da placa: 1v 0z 0e 1v 3 a

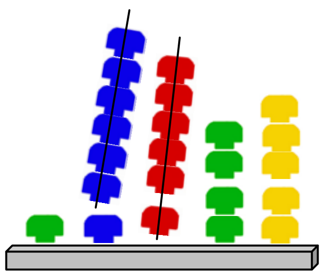
**d) Ditado:** 2a 3v 4e 1z

3a 1v 2e 5z



Base 6

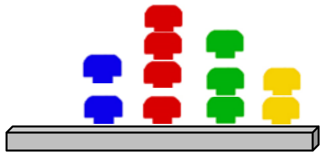




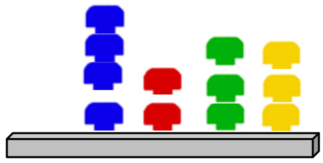
Leitura da placa do resultado: 1v 1z 0e 4v 5a

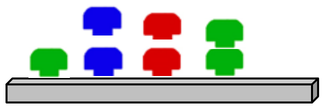
**e) Ditado:** 2a 3v 4e 2z

3a 3v 2e 4z



Base 5





Placa do resultado: 1v 2z 2e 2v 0a

Faz a leitura da placa do resultado, por cores.

**f) Exercício proposto**

Sabendo que na placa do resultado se obteve **1v 2z 3e 1v 1a** e se jogou na **Base 7**, descubra o que foi ditado nas duas placas.

solução: **5a 3v 4e 5z**

**3 a 4v 5e 3z**

**g)** Colocar a questão: Com quantas flores ficou a mãe, sabendo que o João lhe deu doze e a Isabel cinco?

**As Provas**

- Jogo da prova dos "6 fora"

Vamos aprender o jogo da prova dos fora... se jogarmos na Base 7 vamos tirar 1 e fazer a prova "dos 6 fora".

Como se joga?

Primeiro, vamos tirar nas duas placas, torres de 6 elementos (não interessa a cor). Depois, na placa do resultado fazemos o mesmo. O raciocínio estará certo se a quantidade de peças que ficar na 1ª e 2ª placas, for a mesma da placa do resultado.

Vejamos:

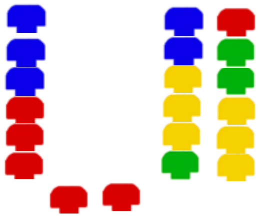
**a) Ditado:** 3a 2v 4e 2z

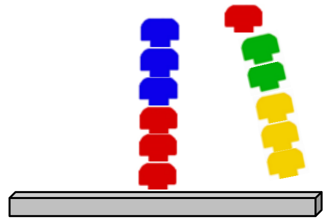
+ 3a 1v 2e 3z

6a 3v 6e 5z

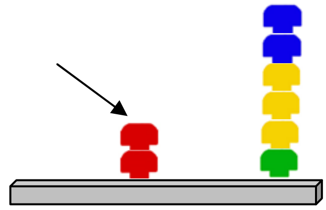
B/7

P/6



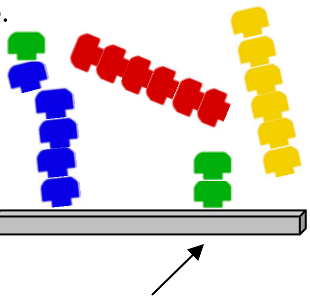


+



Resultado: Depois de tirarmos grupos de "6 fora",

ficam 2 peças na 1ª e 2ª placas e 2 peças na placa do resultado.



Representa-se assim: $\frac{2}{2}$

Fazemos o mesmo na base decimal, ou seja, operamos na base 10, tiramos a prova dos "nove fora".

**b) Ditado:** 1a 3v 4e 5z (Nota: utilização de 3 placas)

3a 3v 5e 3z

3a 5v 4e 2z

B / 10

operação: 5z 4e 3v 1 a

3z 5e 3v 3 a

\+ 2z 4e 5v 3 a

---

~~1z~~ ~~1e~~ ~~11v~~ 7 a

11z ~~14e~~ ~~1v~~

1v 1z 4e

1v 1z 4e 1v 7a → Placa do resultado

Prova dos noves fora. O resultado é $\frac{5}{5}$

**c)** Ditado: Base 10

1ª placa: 3a 4v 5e 2z
2ª placa: 1a 3v 1e 1z
3ª placa: 2a 3v 4e 1z
4ª placa: 1a 3v 3e 3z

Na placa do resultado a leitura é a seguinte: 8z 4e 3v 7a

Podemos fazer a leitura da placa por classes. Seria: Oito unidades de milhar, quatrocentas e trinta e sete unidades.

Por ordens: 8 unidades de milhar, 4 centenas de unidade, 3 dezenas de unidade e 7 unidades de unidades.

- Prova Real pela Mesma Operação

Como procedemos?

Trocamos a ordem das placas, (a1ª troca com a 2ª). Mantemos a placa do resultado na posição inicial e fazemos o raciocínio correspondente.

Ditado:

1ª placa: 3 a 4v 5e 4z

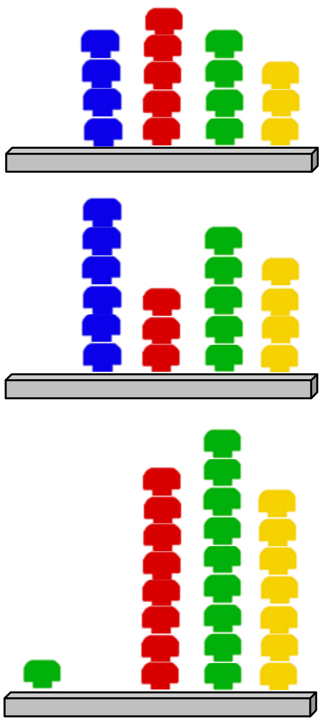
2ª placa: 4 a 5v 3e 6z

1ª placa

Base 10

2ª placa

+



Placa do resultado: 1v 0z 8e 9v 7a

Leitura por classes: 10 milhares, oitocentos e noventa e sete unidades.

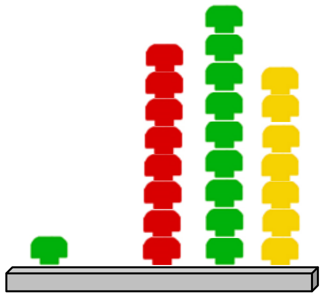
Leitura por ordens: 1 dezena de milhar, 0 unidades de milhar, 8 centenas de unidades, 9 dezenas de unidades e 7 unidades de unidades.

- Prova Real Pela Operação Inversa

Faz-se o mesmo raciocínio que se utiliza para a operação da subtracção. A placa do resultado passa para primeira placa, o resultado é o que dá na placa que fica em último lugar.

Vejamos:

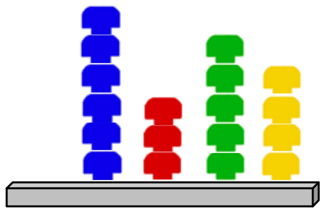
A placa do resultado passa a 1ª placa →



1v 0z 8e 9v 7a

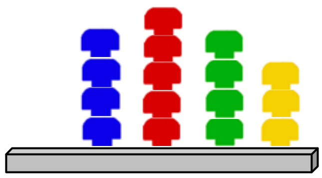
-

2ª placa →



6z 3e 5v 4a

A 1ª placa passou a resultado →



4z 5e 4v 3a

Nota: A peça verde da primeira placa foi trocada por 10 peças azuis.

➲ **Subtracção**

Segundo Palhares *et al.* (2004, p. 183) "A Subtracção é também uma operação binária porque a cada par de números inteiros **a** e **b** (sendo **a** ≥ **b**), faz corresponder um terceiro número inteiro **a – b**, que se designa por diferença" (p.183).

**(a , b )** **a – b**

**–**

**a – b = c**

**a** é o aditivo
**b** é o subtractivo
**c** é o resto ou diferença entre **a** e **b.**

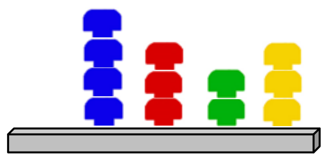
> "A subtracção é a operação inversa da adição, já que na adição são dadas as parcelas e pretende-se conhecer a soma, enquanto que na subtracção é conhecida a soma e uma das parcelas e pretendemos conhecer a outra parcela" (Palhares, 2004, p. 183).

- Exercícios em diferentes Bases

Ditado:

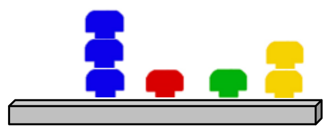
1ª placa: 3a 2v 3e 4z

2ª placa: 2a 1v 1e 3z



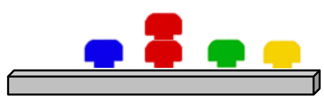
4z 3e 2v 3a

\-



3z 1e 1v 2a

Placa do resultado



1z 2e 1v 1a

Nota: Quando a operação da subtracção não envolve "empréstimo" não é necessário sabermos a base. Intuitivamente jogamos na base 10.

Observa com atenção as placas e responde:

- De 3 amarelas podemos tirar 2 amarelas? Com quantas ficamos?
- Quantas verdes há na 1ª placa?
- Quantas verdes há na 2ª placa? (1 para 2) Quantas verdes faltam?
- Qual a diferença entre o número de peças encarnadas da 1ª placa e as da 2ª placa?
- Com quantas ficamos, se de 4 azuis tirarmos 3 azuis?
- Lê a placa do resultado.

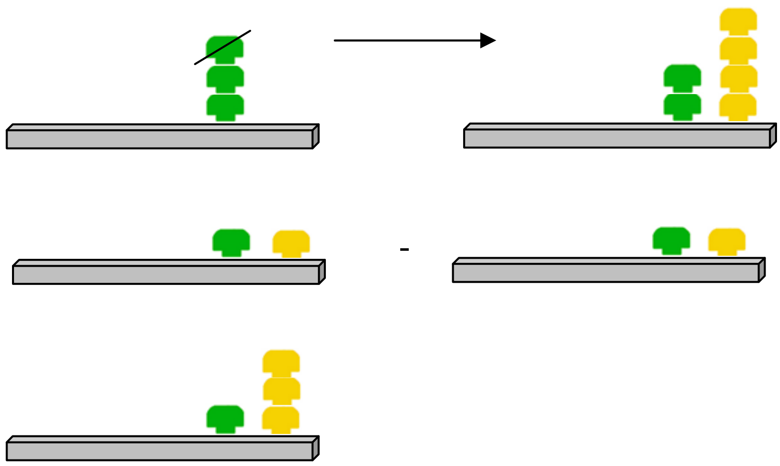
> Nota: É importante trabalhar com as crianças os três conceitos da subtracção. A forma como a pergunta é feita induz ao raciocínio para achar o resto, o excesso ou a diferença entre dois valores diferentes.

b) Ditado: Raciocínio

1ª placa: 0a 3v
2ª placa: 1a 1v

Base 4 -

Placa do resultado




Repara na metodologia usada para efectuar esta subtracção:

De 0 amarelas podemos tirar 1 amarela?

Não. Então vamos tirar 1 verde (da 1ª placa) e trocar por 4 amarelas.

Na base 4, 1 verde vale 4 amarelas, por isso vamos colocar na 1ª placa 4 amarelas.

De quatro amarelas podemos tirar 1 amarela? Com quantas ficamos?

Quantas verdes há na 1ª placa? E na 2ª placa?

Se de 2 verdes tirarmos 1 verde, quantas ficam?

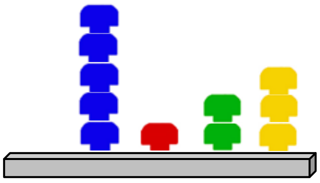
Então a placa do resultado será: 1v 3a.

**c)** Ditado:

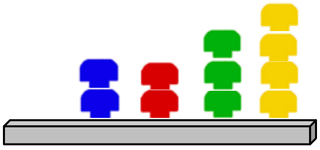
1ª placa: 3a 2v 1e 5z

2ª placa: 4a 3v 2e 2z

Base 10



\-



Raciocínio:

De três amarelas podemos tirar 4 amarelas?

Então vamos trocar 1 verde (da 1ª placa), pelo seu valor em amarelas. Na base 10, uma verde vale 10 amarelas. Assim ficam 13 amarelas (na 1ª placa).

Agora já podemos tirar 4 amarelas, às 13 amarelas da 1ª placa.

Quantas amarelas ficam?

De duas verdes podemos tirar 3 verdes? Vamos trocar 1 encarnada por 10 verdes. Ficamos assim com 11 verdes. Se de 11 verdes tirarmos 3 verdes, com quantas ficamos?

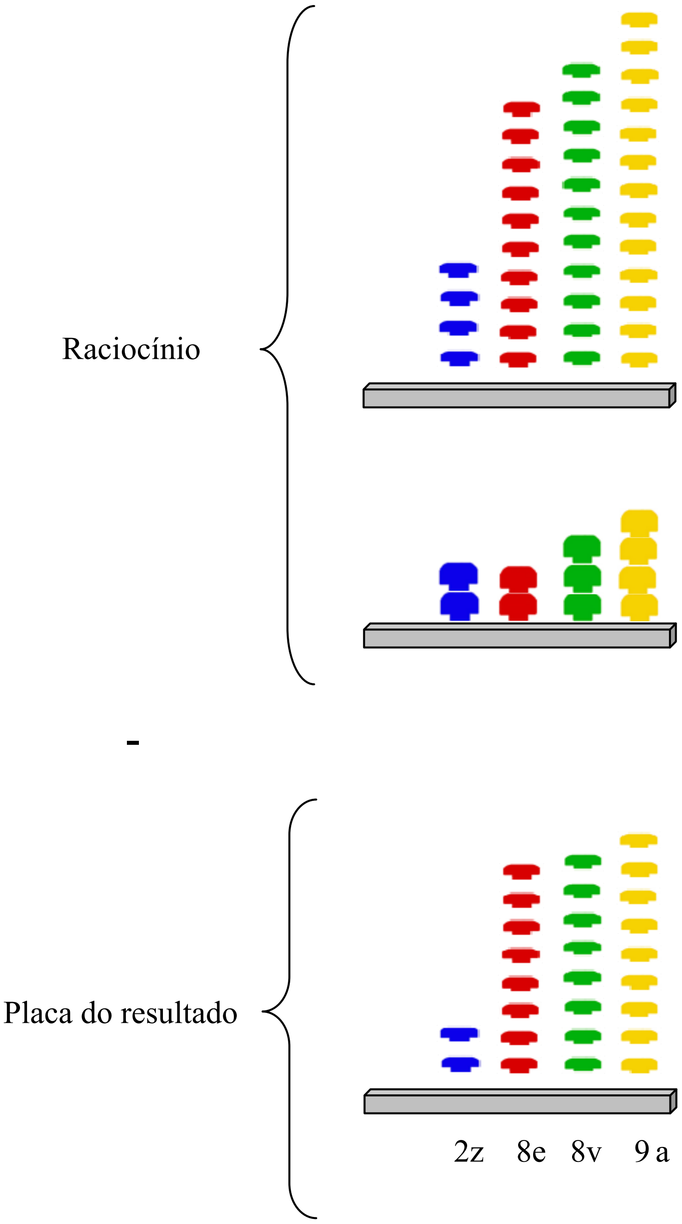
De 0 encarnadas podemos tirar 2 encarnadas? Então vamos trocar 1 azul pelo seu valorem encarnadas, que são 10. Daqui podemos retirar 2 encarnadas? Quantas encarnadas ficam?

Na 2ª placa há 2 azuis. Quantas azuis há na 1ª placa? (4, porque já trocámos uma por10 encarnadas).

Então...2 (azuis) para 4 (azuis), quantas azuis faltam?

Observa o raciocínio e lê a placa do resultado: 2z 8e 8v 9a

Na folha seguinte podemos visualizar o raciocínio efectuado e a placa do resultado, com as respectivas leituras.




**Leitura por classes:** Dois milhares, oitocentas e oitenta e nove unidades.

**Leitura por ordens:** 2 unidades de milhar, 8 centenas de unidades, 8 dezenas de unidades e 9 unidades de unidades.

**As Provas**

No exercício anterior como jogámos na B10, podemos realizar a prova dos "9 fora". Para verificar se a operação está certa, podemos efectuar a essa prova. Como se processa?

**Considerando a operação anterior:** Da 1ª placa tirámos grupos de 9 elementos. Fazemos o mesmo, juntando os elementos da 2ª placa à placa do resultado.

O resultado final, neste caso é: $\frac{2}{2}$

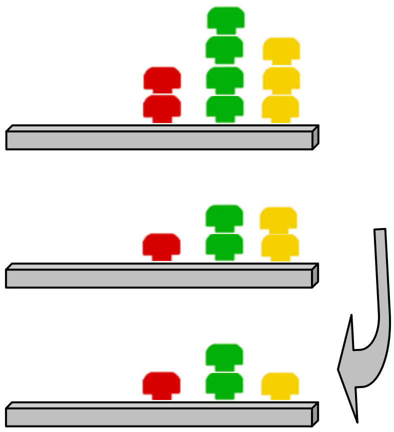
- Prova Real Pela Mesma Operação

**a)** Ditado: 3a 4v 2e

2a 2v 1e

Base 10

-



1e 2v 1a

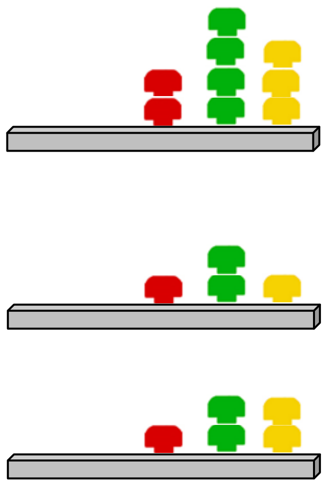
Para fazer a P.R.M.O. troca-se a 2ª placa com a placa do resultado e faz-se o mesmo raciocínio da subtracção.

Vejamos:

1ª placa

Placa do resultado

2ª placa -



- Prova Real Pela Operação Inversa

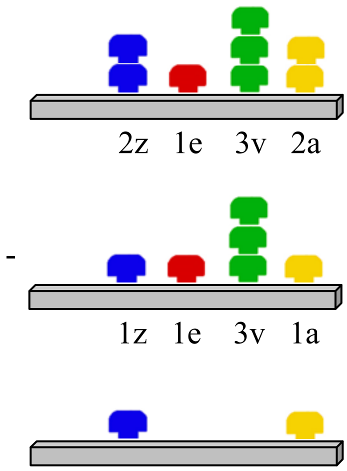
b) Ditado: 2a 3v 1e 2z

1a 3v 1e 1z

1ª placa

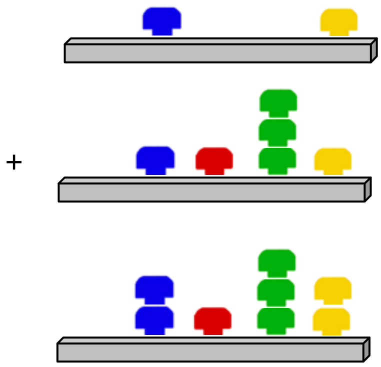
2ª placa

Placa do resultado




Para fazer a P.R.O.I. trocamos a 1ª placa com a placa do resultado. As outras duas placas permanecem juntas. Faz-se o raciocínio inerente à adição.

Vejamos:




**Multiplicação**

"A Multiplicação é uma operação binária porque a cada par de números inteiros **n** e **a** faz corresponder um terceiro número inteiro **n** × **a** que se designa por produto".

$$(n, a) \xrightarrow{\times} n \times a$$

Os números **n** e **a** chamam-se factores.

O número **n** é o multiplicador e o **a** é o multiplicando.

O número **n** × **a** é o produto.

(Palhares, 2004, p. 188).

O multiplicador (número que indica quantas vezes o outro deve ser tomado como parcela).

O multiplicando (número que se repete tantas vezes quantas as indicadas pelo multiplicador).

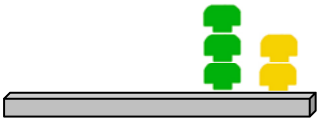
(Grosso e Ruas, 1999, p. 83).

- Exercícios de aplicação

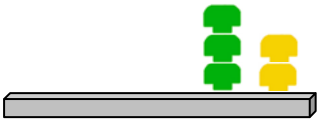
**a)** Ditado:

1ª placa: 2 a 3v

2ª placa: 2 a 3v



Nota: O número de elementos da cada cor na 1ª placa, tem que se repetir na 2ª placa.



Base 10

Raciocínio:

Quantas peças amarelas há na 1ª placa?

Quantas peças amarelas há na 2ª placa?

Então, 2 amarelas mais 2 amarelas, quantas amarelas são?

Quantas vezes está repetida a torre com 2 amarelas?

Quantos elementos tem cada torre?

Então, 2 vezes 2 amarelas, quantas amarelas são?

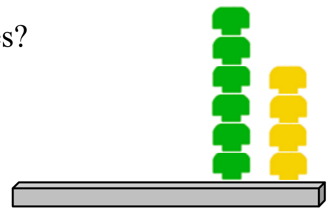
Quantas peças verdes há na 1ª placa?

Quantas peças verdes há na 2ª placa?

Três verdes mais 3 verdes é igual a 6 verdes.

Quantas vezes está repetida a torre com 3 verdes?

Então, 2 vezes 3 verdes é igual a 6 verdes.



Vamos ler a placa do resultado:

Leitura por cores: 6 verdes e 4 amarelas.

Leitura por ordens: 6 dezenas de unidades, 4 unidades de unidades.

Leitura por classes: Sessenta e quatro unidades.

As relações numéricas do tipo “dobro de…” ou “quase o dobro de…” (o dobro de 2 são 4, portanto 5 é quase o dobro de 2), podem ser exploradas inicialmente pelas crianças proporcionando oportunidades para as crianças desenharam as peças dos calculadores numa folha e descobrirem os dobros de alguns números.

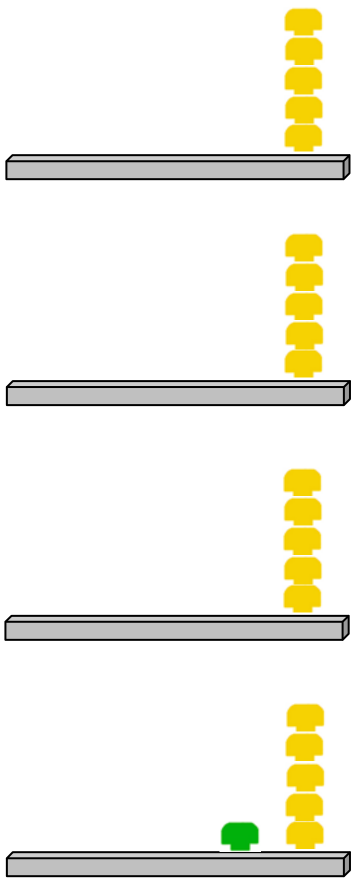
A educadora pode associar com desenhos por exemplo:

- o dobro de 3 são… 6. Vamos colocar as peças e agora desenhar as pernas duma mosca, que tem 3 pernas de cada lado;
- o dobro de 4 são… 8. Vamos colocar as peças. Agora desenhem as pernas da aranha, que têm 4 pernas de cada lado;
- o dobro de 5 são… 10. Vamos colocar as peças. Agora desenhem os dedos das vossas mãos;
- o dobro de 6 são… 12. Vamos desenhar os ovos nesta caixa;
- o dobro de 7 são… 14. Vamos colorir as duas semanas do calendário.

**b)** Ditado:

Comprei bolos de variedades diferentes: cinco jesuítas, cinco bolas-de-berlim e cinco madalenas. Quantos bolos comprei ao todo?

5 + 5 + 5 = 3 x 5 = 15



**Divisão**

A divisão é também uma operação binária porque a cada par de números inteiros **a** e **b** (**b** > **0**), faz corresponder um outro número inteiro **a** ÷ **b**, que se designa por quociente.

$$(\mathbf{a}\,,\mathbf{b}) \xrightarrow{\div} \mathbf{a} \div \mathbf{b}$$

O número **a** chama-se dividendo e o **b** chama-se divisor.

**a** ÷ **b** = **c**

Dados dois números a e b com b > c, a ÷ b = c se e só se c é o único inteiro que verifica a = b x c.

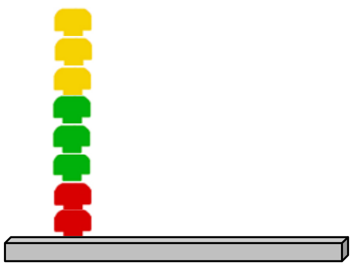
A divisão é a operação inversa de multiplicação, pois na multiplicação são dados os dois factores e pretende-se conhecer o produto, enquanto na divisão é conhecido o produto e um dos factores e pretende-se conhecer o outro factor.

Nesta actividade desaparecem algumas convenções próprias deste material, nomeadamente a correspondência furo/cor. As crianças podem utilizar as cores que quiserem e numa fase posterior devem utilizar outras placas unidas pelas extremidades.

- Divisão exacta:

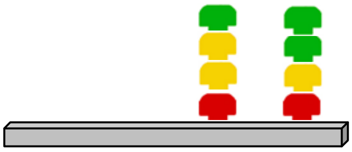
**a)** O Francisco tinha oito bolachas que distribuiu por dois amigos. Quantas bolachas coube a dada amigo?

Numa fase inicial, usamos apenas uma placa, para que nela se distribuam as peças, que se colocam no primeiro furo da esquerda. Vão-se repartir, dividir, distribuir igualmente pelos outros furos da mesma placa. Exemplo:



Estas oito peças vão ser repartidas igualmente por 2 furos. As crianças distribuem uma a uma. Então: Dividimos igualmente 8 bolachas por dois meninos. Quantas peças ficam em cada furo? No fim, em cada furo estão 4 peças.

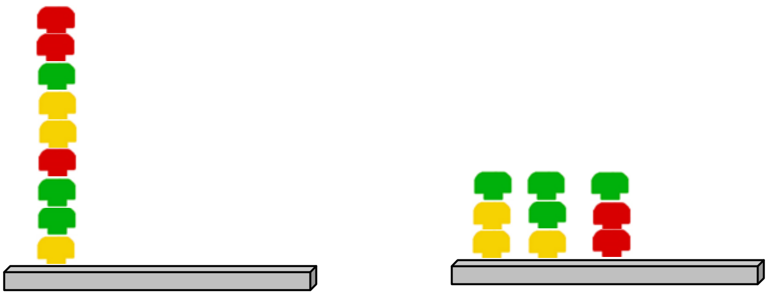
8 ÷ 2 = 4



Nesta fase, as crianças vão distribuir uma a uma, pelos dois furos, até esgotar as peças.

Contando, no fim, os elementos de cada coluna, temos a resposta à pergunta inicial. A cada um dos amigos coube 4 bolachas.

**b)** O João comprou 9 peixes e quer reparti-los por 3 aquários (Cada furo é um aquário). Quantos peixes vão ficar em cada aquário?

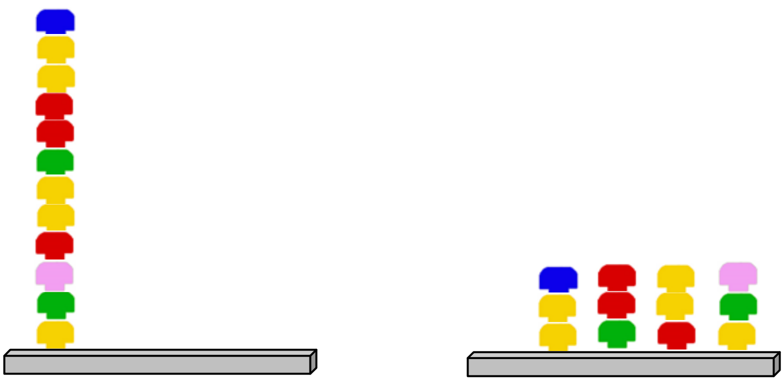


Então: 9 ÷ 3 = 3

R: Em cada aquário ficam 3 peixes.

**c)** O Francisco tem 4 prateleiras iguais no quarto e quer lá arrumar os 12 livros que lhe deram nos anos. Quantos livros ficaram em cada prateleira, sabendo que ficou o mesmo número de livros em cada uma delas?

12 ÷ 4 = 3

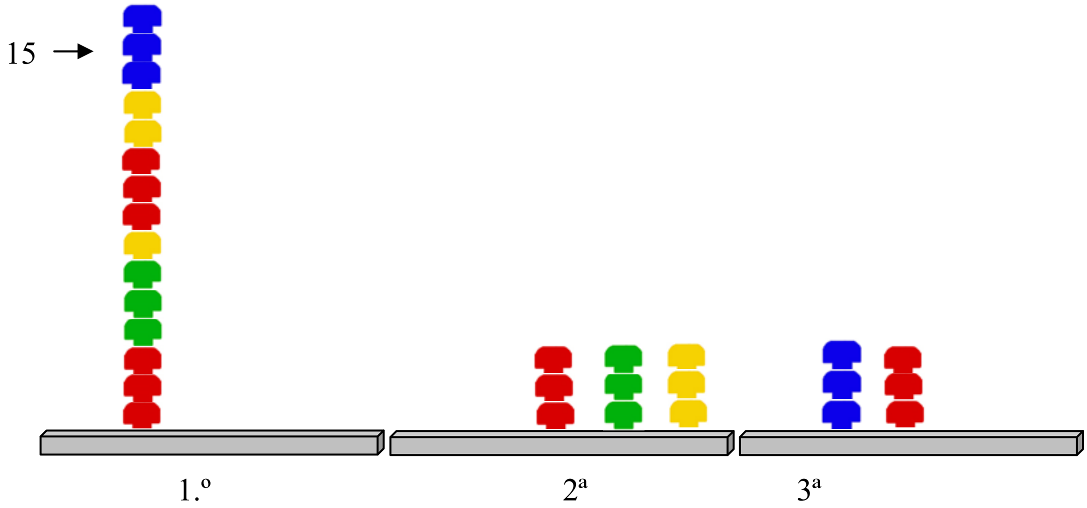


R: Em cada prateleira ficaram 3 livros.

Segundo Palhares et al (2004) a divisão pode ter "duas interpretações", que correspondem a situações concretas diferentes: a divisão por "medição" e a divisão por participação (p. 193).

- Divisão por medição

Temos 15 berlindes para colocar em sacos, que contêm três berlindes cada um. De quantos sacos precisamos?




Aos 15 berlindes, podemos retirar 3, e assim sucessivamente até esgotar.

R: Precisamos de 5 sacos para colocar os berlindes.

A divisão aparece assim como "subtracção repetida" (Palhares, 2004, p. 194). Na divisão por medição, o divisor – 3 – indica-nos o número de elementos ("medida") de cada subconjunto e o quociente – 5 – indica-nos o número de subconjuntos formados.

- Divisão por partição

A Ana, a Rita e o Miguel apanharam vinte e quatro flores. No fim repartiram-nas entre si. Quantas flores calhou a cada um?

As crianças vão distribuir o total de flores, uma a uma, pelos três até as esgotar.

24 : 3 = 8

Na divisão por partição, o divisor – 3 – indica o número de subconjuntos a formar (partição em 3) e o quociente – 8 – indica o número de elementos que ficou em cada subconjunto.

- Divisão inteira

A divisão, tal como a definimos, nem sempre é possível. Por exemplo: se quisermos distribuir 13 pessoas, por mesas de 4 lugares, ocupamos 3 mesas, mas sobra uma pessoa.

Segundo Palhares et al (2004, p. 195) "Em situações deste tipo, em que queremos calcular a : b com b ≠ 0 e não existe um número inteiro c tal que b x c = a, usamos o algoritmo de divisão".

$$13 = 4 \times 3 + 1$$

A este tipo de divisão chamamos divisão inteira e à divisão inicial (8 : 2 = 4) chamamos exacta.

## 2. O lúdico e o jogo

> "Brincar é a fase mais importante da infância e do desenvolvimento humano neste período – por ser a auto-activa representação do interno – a representação de necessidades e impulsos internos".
>
> (Froebel, 1912, pp. 54 – 55).

O aspecto lúdico e o jogo estão presentes nas actividades com os calculadores multibásicos, Cuisenaire, dons de Froebel, blocos lógicos, palhinhas…Por isso, não podemos deixar de referir alguns autores que nos parecem importantes, para esclarecer esta temática.

Para Fröebel (1912) as concepções do homem e da sociedade, envolvendo a liberdade do ser humano de se autodeterminar, buscar o conhecimento para a humanidade, definem a função da educação infantil, que se reflecte no brincar, considerado "a fase mais importante da infância" e do desenvolvimento humano. Segundo ele "a actividade espiritual mais pura do homem neste estágio e, ao mesmo tempo, típica da vida humana enquanto um todo da vida natural interna no homem e de todas as coisas." Ela dá alegria, contentamento… A criança que brinca sempre com determinação auto-activa, com perseverança, esquecendo a sua fadiga física, pode tornar-se um homem determinado, capaz de auto-sacrifício, para a promoção do seu bem e dos outros. O brincar tem profunda significação.

Cunha (1994) afirma que brincar é uma característica primordial na vida das crianças. Segundo a autora, a criança deve fazê-lo porque:

- desenvolve-se, exercitando as potencialidades;
- aprende com toda a riqueza do aprender, fazendo espontaneamente, sem medo ou pressão de errar, com prazer pela aquisição do conhecimento;
- desenvolve a sociabilidade, faz amigos, aprende a conviver, respeitando os direitos dos outros e as normas estabelecidas pelo grupo;
- aprende a participar nas actividades, pelo prazer de brincar, sem visar recompensa ou temer castigo, adquirindo o hábito de estar ocupada, fazendo alguma coisa inteligente e criativa;

- prepara-se para o futuro, experimentando o mundo em redor, dentro dos limites que a sua condição actual permite;
- nutre a sua vida interior, descobrindo vocação e buscando um sentido para a sua vida;
- é bom, é gostoso, dá felicidade, e estar feliz é estar mais predisposto a ser bondoso, a amar o próximo e a partilhar fraternalmente.

Brincar é uma actividade universal, encontrada nos vários grupos humanos, em diferentes períodos históricos e estágios de desenvolvimento económico. As várias modalidades lúdicas não existiram em todas as épocas e também não permaneceram imutáveis através dos tempos. Como qualquer actividade humana, o brincar constitui-se na interacção de vários factores que marcam determinado momento histórico sendo transformado pela própria acção dos indivíduos e pelas suas produções cultural e tecnológica. Os jogos e as brincadeiras são, assim transformados continuamente. Brincar é um direito fundamental de todas as crianças e qualquer uma deve estar em condições de aproveitar as oportunidades educativas de modo a satisfazer as suas necessidades básicas de aprendizagem. Na escola, as crianças devem ter oportunidades para a construção do conhecimento, através da descoberta, e invenção, elementos indispensáveis para a participação activa no seu meio.

A educação infantil é um espaço privilegiado para abordar esta temática, dentro do sistema de ensino a educação infantil, ou pré-escolar, como também é chamada por alguns autores, é um dos lugares onde é apropriado, oportuno, "inerente" ou "natural" tratar o lúdico.

Os jogos constituíram sempre uma forma de actividade do ser humano, no sentido de recrear e de educar ao mesmo tempo. A relação entre o jogo e a educação são antigas; Gregos e Romanos já falavam da importância do jogo para educar a criança. Portanto a partir do século XVII, expande-se a imagem da criança como ser distinto do adulto, o brincar destaca-se como típico da idade. As brincadeiras acompanham a criança pré-escolar e penetram nas instituições infantis criadas. Nesse período da vida da criança são relevantes todos os aspectos da sua formação, pois como ser bio-psico-social-cultural dá os passos definitivos para uma futura escolarização e sociabilidade adequadas como membro do grupo social que pertence. A sua personalidade começa a consolidar-se, o auto-controlo e a segurança aparecem.

O brincar desenvolve várias funções no crescimento da criança. A criança brinca para conhecer-se a si própria e aos outros, para aprender as normas sociais de comportamento, os hábitos determinados pela cultura; para conhecer os objectos no seu contexto, ou seja, o uso cultural dos objectos; para desenvolver a linguagem e a narrativa; para trabalhar com o imaginário; para conhecer os eventos e fenómenos que ocorrem à sua volta.

A realização de jogos e brincadeiras na primeira infância envolve naturalmente o movimento, que vai dominar como componente, pois através dele, a criança envolve-se com os objectos, com as pessoas, explorando seu próprio corpo, o espaço físico. Uma das funções da brincadeira é permitir à criança o exercício do movimento pois ele serve para a criança se relacionar com o outro, explorar o espaço – situando-se nele –, bem como os objectos e o próprio corpo.

Segundo Kishimoto (1994) o jogo vincula-se ao sonho, à imaginação, ao pensamento e ao símbolo, sendo uma proposta para a educação de crianças (e educadores de crianças). A concepção de Kishimoto sobre o homem como ser simbólico, que se constrói colectivamente e cuja capacidade de pensar está ligada à capacidade de sonhar, imaginar e jogar com a realidade, é fundamental para propor uma nova "pedagogia da criança". Kishimoto vê o jogar como génese da "metáfora" humana. Ou, talvez, aquilo que nos torna realmente humanos.

Nestes tempos de mudanças educacionais, os educadores têm que ser multifuncionais, ou seja, não apenas educadores, mas filósofos, psicólogos, psicopedagogos, e muito mais, para que possamos desenvolver as habilidades e a confiança necessária nos nossos educandos de forma a que tenham sucesso no processo de aprendizagem e na vida. O espaço escolar pode-se transformar num espaço agradável, prazeroso, para que as brincadeiras e jogos permitam ao educador alcançar sucesso em sala de aula. A ludicidade e a aprendizagem não podem ser consideradas como acções com objectivos distintos. O jogo e a brincadeira são por si só, uma situação de aprendizagem. As regras e a imaginação favorecem a criança. Nos jogos ou brincadeiras a criança age como se fosse maior que a realidade, e isto, inegavelmente, contribui de forma intensa e especial para o seu desenvolvimento (Rego, 1932, p. 36).

Para Oliveira (1990) as actividades lúdicas são a essência de infância. Embora os jogos, tivessem estado presentes na humanidade, desde o início, não tinham a conotação que têm presentemente, pois tinham como objectivo a distracção e o recreio.

Segundo Prado (2003, p. 772, trad. próp.), o jogo favorece o desenvolvimento intelectual da criança, em que se inicia com a "assimilação" (captação da realidade desde o ponto de vista próprio, subjectivo, egocêntrico) e termina com a "acomodação" que pressupõe uma modificação do ponto de vista próprio, ou seja modificar o objecto em função dos dados e situações externas, que progressivamente, se irão tornando mais objectivos para a criança.

Piaget (1998) considera o jogo essencial na vida da criança. Estabelece três tipos de jogo: de exercício, simbólico e de regras; correspondendo estes a três níveis diferentes, caracterizados pelas formas sucessivas de inteligência (sensorio-motora, representativa e reflexiva). Segundo ele, de início tem-se o jogo de exercício que corresponde à etapa sensorio-motora, quando as acções ainda não são interiorizadas; não há distinção entre jogo e vida corrente, não há representação; a criança não tem a capacidade de evocar objectos, factos e fenómenos fora do seu contexto. Facilitam a aquisição da linguagem e das estruturas temporais. É aquele em que a criança repete uma determinada situação por puro prazer, por ter apreciado os seus efeitos. Por volta dos 2-3 e 5-6 anos, nota-se a ocorrência dos jogos simbólicos, que satisfazem a necessidade da criança de não relembrar só mentalmente, o acontecido, mas de executar a representação. O jogo simbólico é fundamental no desenvolvimento do pensamento da criança, visto que é essencial a função simbólica, para a construção do espaço representativo, que termina no pensamento operatório-concreto. No período posterior surgem os jogos de regras, que são transmitidos socialmente de criança para criança e por consequência vão aumentando de importância de acordo com o progresso do seu desenvolvimento social. O jogo de regras inicia-se com a etapa da actividade operatória concreta. A criança começa a construir uma coerência lógica, nos seus esquemas imaginativos e a realizar o processo "assimilação-acomodação", perante as leis da lógica. Para aquele pedagogo, o jogo constitui-se em expressão e condição para o desenvolvimento infantil, já que as crianças quando jogam assimilam e podem transformar a realidade.

Vygotsky (1998) ao contrário de Piaget, afirma que o desenvolvimento ocorre ao longo da vida e que as funções psicológicas superiores são construídas ao longo dela. Ele não estabelece fases para explicar o desenvolvimento como Piaget. Para ele o sujeito não é activo nem passivo: é interactivo. Segundo ele, as crianças usam interacções sociais como formas privilegiadas de acesso a informações: aprendem a regra do jogo, por exemplo, através dos outros e não como resultado de um processo individual de solução de problemas, aprendem a regular o seu comportamento pelas reacções, quer elas pareçam agradáveis ou não.

Enquanto Vygotsky fala do faz-de-conta, Piaget fala do jogo simbólico, e pode-se dizer, segundo Oliveira (1997), que são correspondentes. "O brinquedo cria uma Zona de Desenvolvimento Proximal na criança". (Oliveira, 1977: 67), Ele afirma que a aquisição do conhecimento se dá através das zonas de desenvolvimento: a real e a proximal. A zona de desenvolvimento real é a do conhecimento já adquirido, é o que a pessoa traz consigo, a proximal, só é atingida, de início, com o auxílio de outras pessoas mais "capazes", que já tenham adquirido esse conhecimento. Brincar possibilita a criação da zona de desenvolvimento potencial, pois, através da imitação, a criança inteoriza regras de conduta, valores modos de agir e pensar, que passam a orientar o seu comportamental e desenvolvimento cognitivo. "As maiores aquisições de uma criança são conseguidas no brinquedo, aquisições que no futuro tornar-se-ão o seu nível básico de acção real e moralidade (Vygotsky, 1998).

Piaget (1998) defende que a actividade lúdica é o berço obrigatório das actividades intelectuais da criança, sendo, por isso, indispensável à prática educativa (Aguiar, 1977: 58), na visão sócio-histórica de Vygotsky, a brincadeira, o jogo, é uma actividade específica da infância, em que a criança recria a realidade usando sistemas simbólicos. É uma actividade social, com contexto cultural e social. É uma actividade humana criadora, na qual a imaginação, fantasia e realidade interagem na produção de novas possibilidades de interpretação, de expressão e de acção pelas crianças, assim como de novas formas de construir relações sociais com outros sujeitos, crianças e adultos.

Para Vygotsky, citado por Wajskop (1999:35): "...a brincadeira cria para as crianças uma zona de desenvolvimento proximal que não é outra coisa senão a distância entre o nível actual de desenvolvimento, determinado pela capacidade de resolver independentemente um problema, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da resolução de um problema, sob a orientação de um adulto, ou de um companheiro mais capaz".

Vygotsky, citado por Lins (1999), classifica o brincar em algumas fases: durante a primeira fase a criança começa a distanciar-se do seu primeiro meio social, representado pela mãe, começa a falar, andar e movimentar-se em volta das coisas. Nesta fase, o ambiente alcança-a por meio do adulto e pode-se dizer que a fase se estende até aos sete anos. A segunda fase e caracterizada pela imitação, a criança copia os modelos dos adultos. A terceira fase é marcada pelas convenções que surgem de regras e convenções a elas associadas.

Vygotsky (1989: 109), afirma que é enorme a influência do brinquedo no desenvolvimento de uma criança, pois a "criança aprende a agir numa esfera cognitiva, ao invés duma esfera visual externa, dependendo das motivações e tendências internas, e não por incentivos fornecidos por objectos externos".

A noção de "zona proximal de desenvolvimento" interliga-se portanto, de maneira muito forte, à sensibilidade do professor em relação às necessidades e capacidades da criança e à sua aptidão para utilizar as contingências do meio a fim de dar-lhe a possibilidade de passar do que sabe fazer, para o que não sabe. (Pourtois, 1999: 109). As brincadeiras que são oferecidas à criança devem estar de acordo com a zona de desenvolvimento em que ela se encontra e estimular para o desenvolvimento do ir além; desta forma, pode-se perceber a importância do professor conhecer a teoria de Vygotsky.

No processo da educação infantil o papel do educador é de suma importância, pois é ele quem cria os espaços, disponibiliza materiais, participa das brincadeiras, ou seja, faz a mediação da construção do conhecimento. A desvalorização do movimento natural e espontâneo da criança em favor do conhecimento estruturado e formalizado ignora as dimensões educativas da brincadeira e do jogo como forma rica e poderosa de estimular a actividade construtiva da criança. O professor deve procurar ampliar cada vez mais as vivências da criança com o ambiente físico, com brinquedos, brincadeiras e com outras crianças.

Segundo Jiménez e Escudero (op. cit.) quando o professor organiza as actividades lúdicas deve:

- atender à necessidade de actividade da criança para que nos jogos intervenham diferentes sentidos incluindo o movimento;
- propiciar a aprendizagem em novas situações e condições, para que se produza a reestruturação e transferência de destrezas, com diversos materiais e recursos;
- proporcionar oportunidades para desenvolver a aprendizagem criativa, por descoberta e situações que produzam independência nas crianças;
- potenciar a relação com os adultos e as outras crianças, assim como desenvolver destrezas e valores sociais;
- propiciar o desaparecimento do medo de fracassar.

A criança joga espontaneamente e aprende também de forma espontânea. Assim vai aparecendo uma conexão entre jogar e aprender a ter em conta. Há três características no jogo, segundo Prado (2003), que afectam a capacidade de aprender:

- está livre de pressões;
- é simbólico;
- é em muitas situações interactivo.

A criança pode alcançar mediante o jogo, aprendizagens, para as quais esteja disponível. O jogo proporciona também ao adulto informação sobre o que a criança está disponível para aprender. O professor deve proporcionar contextos de jogo, livre ou dirigido, de forma a responder às necessidades da aprendizagem da criança; deve conhecer o que a criança aprendeu, para com novos estímulos ou materiais, manter a aprendizagem. Aquela investigadora (2003), refere que com o jogo a criança aprende destrezas e descobre modelos do mundo que a cerca, desenvolve conceitos, conhece relações, discrimina, estabelece juízos, utiliza a imaginação, analisa e sintetiza factos, formula opiniões…

O jogo é necessário para o desenvolvimento normal da criança e para alcançar a sua maturidade social. O professor deve programar a aprendizagem com o jogo mediante o processo evolutivo das crianças, de forma a abarcar diversos aspectos, como os emocionais, físicos, estéticos, sociais, morais, de maneira a existir uma aprendizagem total (Prado, 2003, p. 779, trad. própria). O jogo, compreendido sob a óptica do brinquedo e da criatividade, deverá encontrar maior espaço para ser entendido como educação, de modo a que os professores compreendam melhor toda a sua capacidade potencial de contribuir para com o desenvolvimento da criança.

Negrine (1994:20), em estudos realizados sobre aprendizagem e desenvolvimento infantil, afirma que "quando a criança chega à escola, traz consigo toda uma pré-história, construída a partir de suas vivências, grande parte delas através da actividade lúdica". Segundo este autor, é fundamental que os professores tenham conhecimento do saber que a criança construiu na interacção com o ambiente familiar e sociocultural, para formularem a sua proposta pedagógica. O aparecimento do jogo e do brinquedo como factores de desenvolvimento infantil proporcionaram um campo amplo de pesquisas, que tiveram consenso na importância do lúdico. Segundo ele (1994, p. 41), destacou:

- O brinquedo e o jogo são produtos de cultura, permitindo a inserção da criança na sociedade;
- Brincar é uma necessidade básica, tal como a nutrição, a saúde, a habitação e a educação. Proporciona o desenvolvimento físico, afectivo, intelectual e social;
- As actividades lúdicas possibilitam fomentar a “resiliência”, permitindo a formação do autoconceito positivo, desenvolvendo integralmente a criança, pois é através delas que a criança se desenvolve afectivamente, convive socialmente e opera mentalmente;
- A criança forma conceitos, relaciona ideias, estabelece relações lógicas, desenvolve a expressão oral e corporal, reforça habilidades sociais, reduz a agressividade, integra-se na sociedade e constrói o seu próprio conhecimento.

Entendemos, a partir dos princípios aqui expostos, que o professor deverá contemplar a brincadeira como princípio norteador das actividades didáctico-pedagógicas, possibilitando às manifestações corporais encontrarem significado pela lucidade presente na relação que a criança mantém com o mundo. Porém essa perspectiva não é tão fácil de ser adoptada na prática. Podemos perguntar:

- como colocar em prática uma proposta de educação infantil em que as crianças desenvolvam, construam/adquiram conhecimentos e se tornem autónomas e cooperativas?
- como favorecerão os educadores a construção de conhecimentos se não forem desafiados a construírem os seus?

O caminho que parece possível, é pensar na formação permanente dos profissionais que nela actuam. Segundo Kramer (1996) "é preciso que os profissionais de educação infantil tenham acesso ao conhecimento produzido na área da educação infantil e da cultura em geral, para repensarem a sua prática, reconstruírem-se enquanto cidadãos e actuarem enquanto sujeitos da produção de conhecimento. E para que possam, mais do que "implantar" currículos ou "aplicar" propostas à realidade da creche/pré-escolar em que actuam, efectivamente participar da sua concepção, construção e consolidação" (p. 19).

Lopes (1992) afirma que a criança aprende jogando. Através do jogo o ritmo natural da criança é mais respeitado e esta encara o erro de forma mais natural e positiva.

Oers (1999) defende, baseando-se na teoria do desenvolvimento de Ellkoninin, que a actividade de jogar é uma preparação para a actividade de aprendizagem, e que essa transição é um processo complicado, com elementos de ambos. Alguns autores (citados por Oers, 1999) como Ellkoninin salientam algumas qualidades que sobressaem da actividade de jogar. O desenvolvimento de capacidades afectivas, como a autoconfiança, a autonomia, o espírito de equipa e de cooperação, a capacidade de argumentar e tomar decisões que favorecem todo o desenvolvimento da criança para além de ser uma forte motivação para a aprendizagem. Daí que os currículos integrem o jogo, embora muitas vezes, foquem unicamente o aspecto lúdico. A actividade lúdica e a situação de jogo, constituem forças inesgotáveis nos diferentes domínios, são formas naturais e eficientes de aprendizagem.

Segundo Gervilla, A. (1997) "la actividad lúdica del niño le permite externalizar su pensar, satisfacer sus necesidades, elaborar experiencias traumáticas, descargar sus impulsos, explorar y descubrir, el goce de crear, colmar su fantasia, reproducir sus adquisiciones asimilándolas, relacionarse con los demás, … es decir, es principalmente a través del juego que el niño se desarrolla, aprende y se convierte en persona en el sentido más amplio de la palabra." Por isso, "o jogo, quer seja livre quer seja estruturado, é uma fase necessária, que faz a ponte entre a fantasia e a realidade e promove, por isso, em simultâneo, o desenvolvimento social e intelectual, numa fase eminentemente lúdica do desenvolvimento infantil" (Alsina 2004, p.6).

## 2.1. O jogo na aprendizagem matemática

Como afirma Gervilla, A. (1997, trad. própria), o jogo constitui um meio de interacção da criança com o meio envolvente, que a leva a explorar, a conhecer, desenvolvendo ao mesmo tempo capacidades intelectuais, afectivas, sociais, pois "do ponto de vista biológico e tendo em conta que o nascimento dos centros nervosos não são estruturas com carácter definitivo, a actividade lúdica ajuda à estimulação das fibras nervosas sendo assim um factor importante de evolução e desenvolvimento do sistema nervoso".

A necessidade de proporcionar uma educação matemática de qualidade a todos os alunos, tem levado os educadores, a propor diferentes formas de abordar o conhecimento em sala de aula. A relação entre o jogo e a matemática é defendida por diversos investigadores na Educação Infantil, pois é neste período que as crianças devem encontrar o espaço para explorar e descobrir elementos da realidade que as cerca. A criança deve ter oportunidade de vivenciar situações desafiadoras, as quais são proporcionadas pela utilização de jogos como recurso pedagógico. O jogo, como proposta educativa, nunca pode estar dissociado do conjunto de elementos presentes no acto de ensinar e pode ser uma estratégia, para propiciar a aprendizagem. Conforme defende D'Ambrósio (1989, p.16) "são as interpretações dos alunos que constituem o saber matemático de facto".

De acordo com Schwartz (1966) a noção de jogo aplicado à educação desenvolveu-se vagarosamente e penetrou tardiamente, no âmbito escolar, sendo sistematizada com atraso, mas trazendo transformações significativas, tornando a aprendizagem mais lúdica.

A importância dos jogos no ensino da matemática, vem sendo debatida há algum tempo, sendo bastante questionado o facto da criança, realmente aprender matemática brincando. Por isso, ao optar por trabalhar esta área do saber, por meio de jogos, o educador deve dar atenção à importância da definição dos conteúdos e das habilidades presentes nas brincadeiras e à planificação da sua acção com o objectivo do jogo, para não se tornar mero lazer. O ensino da matemática na Educação Infantil, deve também privilegiar o avanço do conhecimento das crianças, perante situações significativas de aprendizagem, em que o jogo deve acontecer de forma a auxiliar no ensino do conteúdo, propiciando a aquisição de habilidades e o desenvolvimento obrigatório da criança. Brenelli (2005, p.29) destaca que quando se entende o conhecimento como resultante das trocas, da interacção entre sujeito e meio, o jogo passa a ser indispensável nos processos de desenvolvimento e aprendizagem. Mas, ressalta a autora, que é preciso compreender os processos subjacentes a essas trocas, a fim de que permitam desafiar o raciocínio de cada sujeito para que se torne "construtor do seu próprio saber". Isto pressupõe que o aluno, visto como um sujeito activo e participativo, precisa em cada momento, escolher estratégias, até alcançar metas e objectivos propostos com o jogo.

Antunes (2003, p. 38) afirma que nem todos os jogos são materiais pedagógicos. Este autor, refere que, o elemento que separa um jogo pedagógico de um outro de carácter apenas lúdico é que "os jogos ou brinquedos pedagógicos são desenvolvidos com a intenção explicita de provocar uma aprendizagem significativa, estimular a construção de um novo conhecimento e, principalmente despertar o desenvolvimento de uma habilidade operatória". Segundo ele, esta habilidade operatória é "uma aptidão ou capacidade cognitiva e apreciativa específica, que possibilita a compreensão e a intervenção do indivíduo nos fenómenos sociais e culturais e que o ajuda a construir conexões". O jogo não é agrupado, segundo as habilidades operatórias que propiciam (pois estas são mais inerentes à forma como o jogo é desenvolvido), pois a maior parte dos jogos podem favorecer o estimulo a esta ou aquela habilidade operatória, dependendo da forma como o professor trabalha as suas regras e as fundamenta.

De acordo com Antunes (2003, p. 39) os jogos desenvolvem entre outras a inteligência lógico-matemática, tomando como referência algumas linhas de estimulação: conceituação; sistemas de numeração; operação e conjunto; instrumentos de medida; pensamento lógico, em que os conteúdos têm que ser "uma ferramenta para o desenvolvimento de habilidades" e os jogos utilizados quando "a programação possibilitar e somente quando se constituírem num auxílio ao alcance de um objectivo dentro dessa programação" (p. 40). Para este investigador o jogo tem validade se usado na hora certa, em que essa hora é determinada pelo seu carácter desafiador, pelo interesse e maturidade do aluno e pelo objectivo proposto (p. 40). Para ele, os jogos estimuladores, e operatórios, para a matemática devem identificar os conhecimentos matemáticos como um dos meios, para o conhecimento do mundo, transformar os domínios numéricos e geométricos abstractos em percepções concretas, resolver problemas e desenvolver formas de raciocínio, processos de indução e exploração das habilidades dedutivas e estimativas "jogos que explorem as inteligências lógico matemática, musical e espacial" (p. 44).

Através dos tempos, verifica-se que a evolução do ensino de matemática, deve-se ao facto das concepções e tendências reforçarem a importância que têm o uso dos recursos pedagógicos, como contribuição para os alunos e professores. Almeida (1998, p. 21) refere que a partir do séc. XVI, os humanistas, começaram a perceber o valor educativo dos jogos, e os colégios jesuítas, foram os primeiros a recolocá-los na prática. Rabelais, ainda no séc. XV afirmava "ensinar-lhes por meio de jogos" e Rousseau (1712 – 1778) procedeu aos primeiros estudos relacionando o jogo ao contexto educacional. Pestallozzi (1782 – 1827) colocou em prática a teoria de Rousseau. Fröebel (1782 – 1852) seguiu o caminho desenhado por Pestallozzi, pois defendia que o jogo, é um admirável instrumento para promover a educação para as crianças (Almeida, 1988). Maria Montessori (1870 – 1952), tendo encontrado em Fröebel a ideia dos jogos educativos remonta a necessidade desses jogos para a educação de cada um dos seus sentidos e Decroly (1871 – 1932) criador da expressão "jogos educativos" advogava que a educação e a sociedade deveriam estar em interacção constante, devendo a escola ser um prolongamento da vida.

Claparède (1873-1940) via no jogo um modelo educativo e Dewey (1859-1952) entendia a educação como parte do desenvolvimento natural do ser humano. Cousinet (1881 – 1973), defendia que o jogo e a brincadeira eram actividades naturais da criança e que a acção educativa precisa fundamentar-se sobre elas (o seu método pedagógico tem por base o jogo). Piaget (1896 – 1980) afirmava que o jogo era o elemento coadjuvante do processo educativo da criança e a sua capacidade socializadora.

Piaget, Claparède e Dewey, Wallon, Leif e Piaget defendem que a actividade lúdica é o berço obrigatório das actividades intelectuais e sociais superiores, e por isso indispensáveis à prática educativa. Nesta, o lúdico toma a sua verdadeira forma com o enfoque apresentado por Freinet, ao definir o *trabalho – jogo*, com o enfoque *trabalho* (busca, esforço, seriedade, produção – satisfação, crítica) proposto por Makarenko e Snyders e o político-libertário proposto por Paulo Freire. (Almeida 1998, p. 26).

Chateau (1908) não dissocia, em nenhum momento, o jogo e a criança. O exercício de brincar é o laboratório do espírito e do intelecto e Bettelheim (1987), psicólogo da infância, define o jogo como uma actividade de conteúdo simbólico que as crianças utilizam para resolver, a um nível inconsciente, problemas que não podem solucionar na realidade.

D'Ambrósio (1989) defende que o jogo no ensino serve para tornar a aprendizagem da matemática mais efectiva e motivadora, pois ao desenvolver estratégias de jogo, a criança "envolve-se com o levantamento de hipóteses e conjecturas, aspecto fundamental do desenvolvimento do pensamento cientifico, inclusive matemático" (p.18). Aquele investigador (1996) tem procurado despertar no professor, esse interesse pela aplicação dos jogos, como importante recurso, para desmistificar o ensino da matemática.

Pesquisadores e educadores (como Macedo, Petty e Passos, 2000, 2005 e Brenelli, 2005) reforçam o valor do jogo considerando que ele favorece o processo ensino/aprendizagem em todas as áreas de conhecimentos, em especial o da matemática. Segundo eles, o jogo constitui uma abordagem significativa para o trabalho com a matemática na fase inicial da escolarização, pois, nessa fase a criança necessita explorar, descobrir o mundo que a rodeia. Por outro lado o jogo como actividade lúdica, envolve o desejo e o interesse do jogador e permite-lhe conhecer os seus limites e possibilidades, adquirindo confiança e coragem para arriscar.

Para Kamii (1995, p. 147-148), o jogo é um recurso motivador para a aprendizagem das quatro operações, por envolverem regras e contribuírem para o desenvolvimento da autonomia. Ele defende que as actividades com jogos "[…] são melhores que folhas de exercícios […] fornecem oportunidades para criar estratégias, um trabalho intelectualmente muito mais estimulante".

De acordo com a pesquisa de Passos (2006), no processo de ensino aprendizagem, os jogos, como actividades lúdicas, na escola, podem ajudar a construir uma praxis emancipadora e integradora, ao tornarem-se um instrumento de aprendizagem que favoreça a aquisição do conhecimento em perspectivas e dimensões que perpassam o desenvolvimento do educando.

O jogo constitui uma ferramenta pedagógica, promotora do desenvolvimento cognitivo e do desenvolvimento social. Na escola, o jogo pedagógico pode ser um instrumento de alegria. Os alunos, quando jogam têm prazer, e fazem emergir a aprendizagem; a maneira como o professor trabalha as regras, pode ensinar-lhes esquemas de relações interpessoais e de convívios éticos. Quando consideramos o jogo como instrumento de ensino também é possível classificá-lo em duas vertentes: o jogo desencadeador de aprendizagem e o jogo de aplicação. A forma como ele é utilizado em sala de aula pela postura do educador, a dinâmica criada e o objectivo estabelecido é que vão colocá-lo numa ou noutra vertente. O jogo é uma estratégia para proporcionar a aprendizagem, que evolui até ao conteúdo sistematizado, por ter uma intencionalidade pedagógica (Moura, 2000).

Para Oliveira (2003, pág.33), os jogos são estratégias que facilitam a auto-regulação cognitiva e afectiva, podendo ser utilizados nos mais diversos ambientes. São situações, nas quais, a criança encontra um contexto facilitador para reorganizar padrões comportamentais.

Dentre os pesquisadores pode-se citar Lopes (2001, p. 23), quando afirma: o professor pode adaptar o conteúdo programático ao jogo, por exemplo: se a proposta do jogo é a tabuada, o professor pode utilizar a mesma proposta para as quatro operações matemáticas ou ainda para o treino ortográfico, e assim por diante. Cada jogo proposto, traz a descrição do material necessário, sugestões para confecção e para o conteúdo trabalhado, o que pode ser trabalhado nas áreas motora, cognitiva, afectiva, indicação da faixa etária, número de grupos e elementos por grupo. O uso de jogos, no ensino, representa uma mudança na postura do professor em relação ao que é ensinar matemática, ou seja o papel do professor muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, mediador, interveniente incentivador de aprendizagem, do processo de construção do saber pelo aluno, em que só interferirá quando necessário, apresentando situações que forcem a reflexão ou para a socialização das descobertas dos grupos, mas nunca para dar a resposta. Macedo, Petty e Passos (2000) consideram o professor, como o mediador com "a função de estimular o aluno a pensar e […], proporcionando mais espaço para o descobrimento e construção de ideias sobre o mundo, em vez de fornecer informações prontas" (p.38).

De acordo com Antunes (2003, p. 71), a inteligência lógico-matemático, manifesta-se através da facilidade para o cálculo, na capacidade de perceber a geometria nos espaços, na satisfação revelada por muitos em criar e solucionar problemas lógicos, para como Galileu, perceber que "o livro da natureza está escrito em símbolos matemáticos. Por isso, ele defende que quando a criança manuseia objectos, classificando-os em conjuntos; abotoa a roupa, percebendo a simetria; arruma a mesa; está a construir relações lógicas, que tem como linhas de estimulação jogos para fixar a "conceituação" simbólica das relações numéricas e geométricas, que permitem as percepções do grande, pequeno, fino, grosso, largo estreito, alto, baixo, meio, médio: jogos para despertar a consciência operatória e significativa das sistemas de numeração em que está implícita a ideia do muito e do pouco; jogos específicos para estimular os conjuntos e as operações, jogos operatórios com as "ferramentas básicas de avaliação lógico-matemático" ou seja os instrumentos da medida e finalmente, jogos estimuladores do raciocínio lógico, abrangentes da relação da matemática com a filosofia e a música.

O professor pode lançar questões para o aluno pensar, descobrir, em que a actividade lúdica pode ser como um "laboratório", onde ocorrem experiências que produzem conhecimentos. Através do jogo o sujeito pode apreender determinadas noções, e este servir como meio para favorecer os processos que intervêm no acto de aprender, em que o aspecto afectivo é fundamental, pois dá-se o envolvimento do indivíduo que brinca. Por meio de jogos com diferentes actividades, os alunos vão adquirindo autoconfiança podem ser incentivados a questionar, a corrigir, a analisar, a organizar e a cuidar dos materiais utilizados. Por outro lado, o facto da criança poder participar na construção do próprio saber, desenvolve o seu raciocínio.

O jogo precisa, trazer em si problemas e desafios vinculados às necessidades dos alunos, pois assim pode facilitar compreensão das noções matemáticas como salienta Brenelli: (2005, p.183), " as crianças têm um interesse muito maior ao resolver problemas aritméticos quando eles surgem de situações concretas e estão vinculados às suas reais necessidades". Desta forma, o jogo é concebido pelos educadores como um recurso capaz de favorecer a aprendizagem significativa aos conceitos matemáticos.

Verifica-se a relevância dos jogos para o desenvolvimento do raciocínio dedutivo e lógico, para a aquisição do conhecimento matemático, através da actividades lúdicas, compreendendo que assim a assimilação e a fixação dos conceitos e dos conteúdos serão mais significativos para os alunos. O lúdico propicia uma situação favorável, ao interesse da matemática e consequentemente, a sua aprendizagem.

Segundo Passos (2006), a autonomia e a qualidade são objectivos da educação, fundamentais, na matemática, e os jogos, sejam elaborados pelo professor, sejam encontrados comercialmente, podem ser usados para estimular e desenvolver habilidades de pensar de forma independente, contribuindo para o processo de construção do conhecimento lógico-matemático. Quando o jogo se torna um espaço para pensar, a criança encontra oportunidades de desenvolvimento porque:

> […] organiza e pratica as regras, elabora estratégias e cria procedimentos a fim de vencer situações – problema desencadeadas pelo contexto lúdico. Aspectos afectivo--sociais e morais estão implícitos nos jogos, pelo facto de exigir relações de reciprocidade, cooperação, respeito mútuo. Relações espaço-temporais e causais estão

presentes na medida em que a criança coordena e estabelece relações entre as suas jogadas e a do adversário (Brenelli, 2001, p.178).

Os jogos surgem como instrumentos para exercitar e estimular um agir – pensar com lógica e critério de forma a permitir às crianças conquistas cognitivas, emocionais, morais e sociais, em que como produtores do conhecimento, podem tomar decisões, resolver problemas, o que consiste num estímulo para o desenvolvimento de competência matemática e para a formação de cidadãos plenos…

Gervilla, A. (1997) distingue e classifica os diferentes tipos de jogo:

- Jogo motor: através deste tipo jogo, a criança explora o que tem ao seu redor, e quando descobre algo, que resulta interessante, repete-o até se aborrecer;
- Jogo simbólico ou de ficção: com este jogo e de temática social, a criança "domina" a realidade que a cerca;
- Jogo de regras – coincide com o início da idade escolar, tem um carácter de verdade absoluta, e a criança acredita que existe, somente uma forma de jogar cada jogo;
- Jogo de construção: estão presentes, em qualquer idade, e permitem actividades, com construções de cubos, blocos de madeira…
- Jogo individual – jogos colectivos – permitem jogar sozinho ou com outros, coincide com o desenvolvimento da ordem, da disciplina, do espírito comunitário, com o desenvolvimento de linguagem…
- Jogo espontâneo – jogo dirigido – no jogo espontâneo, a criança é um participante voluntário, que junta nestas actividades a sua imaginação, iniciativa e criatividade. No jogo dirigido, as crianças seguem livremente as orientações dadas, em que a educadora também deve partir dos interesses da criança e progressivamente elaborar formas mais estruturadas que enriqueçam as possibilidades de realização;
- Jogos com o corpo – jogos com material – primeiramente a criança joga com o seu corpo, e à medida que vai crescendo, vai-se relacionando com o mundo que a cerca, utilizando os objectos que lhe chamam a atenção ou que gostam;
- Jogo simples;
- Jogos educativos – jogos que têm por objectivo favorecer o desenvolvimento de certas funções mentais e a iniciação de certos conhecimentos.

Assim, o jogo pode ser escolhido como metodologia de trabalho de forma a permitir a exploração e o desenvolvimento de todas as habilidades (raciocínio lógico e intuitivo) combinando-o com a resolução de problemas. Isto exige, além de uma simples atitude, uma postura que deve ser assumida na condução do ensino, com a intenção de desenvolver conceitos científicos, inserindo-se num projecto de ensino, dentro do plano da escola. Fazer isto, é dar sentido humano ao jogo, à resolução de problemas e à educação matemática.

Leif (1997) in Passos (2006) defende que “jogar educa assim como viver educa: sempre sobra alguma coisa.” Mas, além desse valor educacional que lhe é inerente, o jogo tem sido utilizado como recurso pedagógico e o educador utiliza-o no processo ensino – aprendizagem.

Segundo Passos (2006) o professor tem um objectivo e guia os alunos, interagindo com eles, durante cada momento do trabalho matemático de maneira a corresponder às suas necessidades, ajudando-os no desenvolvimento moral e intelectual. A troca de opiniões que é favorecida no jogo é importante para o desenvolvimento de um pensamento mais lógico e coerente. Os alunos testam a lógica dos conhecimentos adquiridos e são obrigados a organizar falas coerentes para se fazerem entender pelos outros. Vários outros defendem os jogos, como a forma mais coerente e estimulante de ter o desenvolvimento lógico aguçado.

De acordo com Lopes (1996), nos jogos os conteúdos matemáticos estão presentes e despertam a curiosidade dos alunos, pois estes precisam argumentar sobre as respostas encontradas, verificar se estão correctas ou não, perceber o motivo dos seus erros e corrigi-los com o apoio do grupo.

Moura (1981), refere que o papel do jogo está legitimado na educação matemática, como estruturador da aprendizagem porque vinculado ao conceito de actividade, que se coloca como temática ou mesmo didáctica, suscitam no sujeito, o motivo para executar certas acções. Segundo aquele investigador (2000, p. 86) os jogos, nas aulas de matemática, são recursos para aproximar a criança do conhecimento científico. Ele destaca que essa aproximação leva a criança a vivenciar “virtualmente” situações problemáticas que já foram ou são enfrentadas pela humanidade. Como salienta o autor, a matemática “deve buscar no jogo (com sentido amplo) a ludicidade das soluções construídas para as situações-problema serialmente vividas pelo homem”.

O professor, no contexto escolar, assume o papel de organizador do ensino, criando situações que possibilitem ao aluno, tomar consciência do significado do conhecimento a ser adquirido, a partir de um conjunto de acções, que ao serem executadas têm que ter um método adequado, para se realizar a aprendizagem.

Zoslavsky (2000), afirma que ao transportar o lúdico para a educação, há aprendizagem, desenvolvimento pessoal, social e cultural, promovendo a saúde mental, facilitando os processos de interacção, expressão, comunicação e de construção do conhecimento. Na educação matemática, o trabalho com jogos, visa, desmistificar a matemática, pode privilegiar o desenvolvimento de estratégias, raciocínios e enriquecer conteúdos matemáticos, pois de acordo, com os procedimentos adoptados pelo professor, os jogos, segundo Cunha (1997) poderão, construir conceitos matemáticos.

Os jogos podem ser utilizados para introduzir, amadurecer conteúdos e preparar o aluno para aprofundar os itens já trabalhados. Devem ser escolhidos e preparados com cuidado, para o aluno adquirir conceitos matemáticos, sendo necessário o professor conhecer como se realizam.

É no jogar que se aprende a perseguir os objectivos, a agir de acordo com as regras. É a acção mental conjugada à prática que leva à aprendizagem (Oliveira, 2003b; Oliveira e Carramillo-Going, 2001).

Borin (1996) cita Malba Tahan (1943): "(…) para que os jogos produzam os efeitos desejados é preciso que sejam, de certa forma, dirigidos pelos educadores. Partindo do princípio que as crianças pensam de maneira diferente dos adultos e de que o nosso objectivo não é ensiná-las a jogar, devemos acompanhar a maneira como as crianças jogam, sendo observadores atentos, interferindo para colocar questões interessantes (sem perturbar a dinâmica dos grupos) para a partir disso, auxiliá-las a construir regras e a pensar de modo que elas entendam" (Borin, 1996).

Segundo Oliveira (2004, pág. 18), ao jogar, a criança vai percebendo gradualmente que respeitar as regras agiliza o raciocínio, desenvolvendo a criatividade ao descobrir as várias possibilidades envolvidas. Os jogos de regras, como refere aquela investigadora, podem ser vistos como situações privilegiadas para a resolução de problemas e para a aprendizagem em geral. Permitem que as habilidades e competências cognitivas e sociais aí desenvolvidas passem a fazer parte da sua estruturação mental, podendo ser generalizadas para outras situações quaisquer (pág. 7).

Os jogos com regras são importantes para o desenvolvimento de pensamento lógico, pois a aplicação sistemática das mesmas encaminha a deduções. São mais adequados para o desenvolvimento de habilidades de pensamento, do que para o trabalho com algum conteúdo específico. A responsabilidade de cumprir normas e zelar pelo seu cumprimento encoraja o desenvolvimento da iniciativa, da mente aberta e da confiança para dizer honestamente o que se pensa.

De acordo com Borin (1996), percebe-se que:

> "Os jogos estão em correspondência directa com o pensamento matemático. Em ambos temos regras, instruções, definições deduções, desenvolvimento, utilização de normas e novos conhecimentos".

As actividades com os jogos educativos, estimulam a criatividade, a formulação e reformulação de conceitos, a elaboração de diferentes estratégias para se chegar a um resultado, o respeito às regras, etc. Têm como proposta desenvolver o raciocínio lógico e dedutivo.

Segundo Alsina (2004, p.8), o jogo deve funcionar como recurso de aprendizagem da matemática, deve integrar o currículo e ser planificado, de forma a não ser "um instrumento pedagógico secundário, pois aprender através do jogo é um direito de todas as crianças". Esta investigadora considera que existem dez argumentos, um "decálogo do jogo", que transcrevo:

1. É a parte mais real da vida das crianças. Utilizando-o como recurso metodológico, transpõe-se a realidade das crianças para a escola e permite fazer-lhes ver a necessidade e a utilidade de aprender matemática;
2. As actividades lúdicas são altamente motivadoras. Os alunos implicam-se muito nelas e levam-nas muito a sério;
3. Abrange diferentes tipos de conhecimentos, habilidades e atitudes acerca da matemática;
4. Os alunos podem enfrentar novos conteúdos matemáticos sem medo do fracasso inicial;
5. Permite aprender a partir do próprio erro e a partir dos erros dos outros;
6. Respeita a diversidade dos alunos. Todos querem jogar, mas o que é mais significativo é que todos podem jogar em função das suas próprias capacidades;
7. Permite desenvolver processos psicológicos básicos necessários à aprendizagem da matemática, tais como a atenção, a concentração, a percepção, a memória, a resolução de problemas e a procura de estratégias, etc.;
8. Facilita o processo de socialização e, ao mesmo tempo, o desenvolvimento da autonomia pessoal;

9. Os currículos actuais recomendam de forma directa para se ter em conta o aspecto lúdico da matemática e a aproximação à realidade das crianças;
10. Promove e conduz, em muitas ocasiões, a uma aprendizagem significativa.

Segundo, as pesquisas de Passos (2006), os jogos trabalhados em sala devem ter regras e classificam-se em três tipos:

a) jogos estratégicos – são trabalhadas as habilidades que compõem o raciocínio lógico; com eles os alunos lêem as regras e procuram caminhos para atingirem o objectivo final, utilizando estratégias para isso.
b) jogos de treino: são utilizados quando o professor percebe que alguns alunos precisam de reforço num determinado conteúdo e querem substituir as cansativas listas de exercícios. Neles, quase sempre o factor sorte exerce um papel fundamental e interfere nos resultados finais, o que pode frustrar as ideias anteriormente colocadas.
c) Jogos geométricos são os que têm como objectivo desenvolver a habilidade de observação e o pensamento lógico. Com eles conseguimos trabalhar figuras geométricas, semelhança de figuras, ângulos e polígonos.

Segundo Passos (2006) o trabalho com jogos matemáticos, em sala de aula, traz, vários benefícios a professores e alunos:

- detectar os alunos com dificuldades reais;
- os jogos são capazes, através de elaboração de caminhos, para a resolução da situação problemática gerada, levar o aluno a formular e reformular conceitos;
- o aluno interessa-se, com o clima da aula e aprende, sem disso, se aperceber.

Simon (2000), teórico da cognição e especialista na solução de problemas, defende que construímos um modelo básico interno do jogo, que concilia a sua configuração especial ao problema a ser resolvido.

A resolução de um determinado tipo de problema requer a conjunção de processos cognitivos, afectivo-emocionais e também de muito treino e diversas experiências (Oliveira, 2004, pág.11).

É necessário estimular os alunos na busca da solução de problemas, pois vivemos num mundo no qual cada vez mais, exige que as pessoas pensem, questionem e se arrisquem propondo soluções aos diversos desafios que surgem no trabalho ou na vida quotidiana.

Grando (1995) citado por Passos (2006), afirma que a utilização dos jogos implica vantagens e desvantagens que devem ser reflectidas e assumidas pelos professores. No quadro 15 podemos observar alguns desses aspectos.

**Quadro 15: Vantagens e desvantagens dos jogos como recursos pedagógicos**

| Vantagens | Desvantagens |
|---|---|
| - Fixação de conceitos já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno;<br>- Introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão;<br>- Desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafios dos jogos).<br>- Aprender a tomar decisões e saber avaliá-las;<br>- Significação para conceitos aparentemente incompreensíveis;<br>- Propicia o relacionamento das diferentes disciplinas;<br>- O jogo requer a participação activa do aluno na construção do seu próprio conhecimento;<br>- O jogo favorece a socialização entre os alunos e a consciencialização do trabalho em equipa;<br>- A utilização dos jogos é um factor de motivação para os alunos;<br>- O jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição "sadia", da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer de aprender. | - Quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um carácter puramente aleatório, tornando-se um "apêndice" em sala de aula. Os alunos jogam e sentem-se motivados apenas pelo jogo sem saber porque jogam;<br>- O tempo gasto em actividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir prejuízo para outros conteúdos, por falta de tempo;<br>- As falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através dos jogos.<br>- A perda da "ludicidade" do jogo, pela interferência constante do professor, pode destruir a essência do jogo;<br>- Coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destrói a voluntariedade pertencente à natureza do jogo. |

Fonte: GRANDO, (1995,) citado em PASSOS (2006)

De acordo com os autores acima citados, a utilização de materiais manipuláveis, nos jogos, apresentam muitas vantagens. Porém, os educadores devem estar atentos com as limitações desses recursos. No quadro 16 procuramos destacar as vantagens e limitações mencionadas por esses autores.

**Quadro 16: Vantagens e limitações dos materiais manipuláveis como recurso pedagógico**

| Vantagens | Limitações |
|---|---|
| - O aluno pode construir relações entre os materiais concretos e a Matemática;<br>- O material apresenta situações nas quais a criança enfrenta relações entre objectos e poderão fazê-la reflectir, procurar respostas, formular soluções, fazer novas perguntas;<br>- Um objecto pode ser utilizado para introduzir uma noção, servindo como apoio ao discurso do professor;<br>- As concretizações podem servir para elaborar noções matemáticas e com isso, os alunos podem verificar algumas propriedades e compreender outras;<br>- Os materiais manipuláveis proporcionam situações mais próximas da realidade, permitindo uma melhor compreensão na resolução de problemas. | - Os alunos muitas vezes não relacionam as experiências com a matemática (escrita) formal;<br>- Não há garantia que os alunos vejam as mesmas relações nos materiais que nós vemos;<br>- Pode haver uma distância entre o material concreto e as relações matemáticas, fazendo com que esse material tome as características de um símbolo arbitrário em vez da concretização natural. |

Fonte: GRANDO (1995). Citado *In* PASSOS (2006)

As limitações citadas pelos autores referem-se ao facto dos alunos não associarem os materiais com a Matemática. Por isso, cabe aos educadores auxiliarem na construção dessa "ponte", a fim de que o jogo não se torne um "jogo pelo jogo" sem relação com a Matemática.

Diversos autores afirmam que o uso de jogos na aprendizagem da matemática é positivo e assim deixamos duas ideias com que concordamos. Antunes (2003, p. 36) defende que o jogo é a “ferramenta ideal da aprendizagem, na medida em que propõe estímulo ou interesse do aluno… ajuda-o a construir novas descobertas, desenvolve e enriquece a sua personalidade e simboliza um instrumento pedagógico que leva o professor à condição de condutor, estimulador e avaliador de aprendizagem” e Giménez e Bairral (2005, p. 129) reforçam que os “alunos aprendem com propostas pedagógicas sérias com jogos e actividades manipulativas”.

Acrescentamos que o ensino da matemática na educação infantil deve privilegiar o conhecimento das crianças em que os jogos devem acontecer de forma a auxiliar no ensino do conteúdo, propiciando a aquisição de habilidades e o desenvolvimento operatório da criança.

## 3. A criatividade

"Crear es dar la mano al futuro".

(Ángeles Gervilla Castillo, 1998).

A capacidade de pensar está implícita ao homem. A conduta humana está controlada, em grande parte, pela capacidade de pensar, que se desenvolve naturalmente num meio social adequado.

A investigação acerca do desenvolvimento intelectual da criança, revela que cada estádio de desenvolvimento apresenta uma visão característica do mundo, em que qualquer ideia pode ser representada de um modo ou forma de pensamento típico das crianças de cada idade.

Por isso, a Escola Infantil, deve ser um lugar inovador de "Desenvolvimento, Crescimento e Aprendizagem, não só das crianças, como também dos adultos" em que há três protagonistas essenciais: a criança os pais e os educadores. O ser humano deve desenvolver a criatividade, desde as primeiras idades e o educador detecta o "estado potencial", ou a disposição para criar que existe na criança, de forma a facilitar os recursos necessários e o ambiente positivo em função dos níveis de desenvolvimento maturativo de cada um para alcançar a forma de pensar diferente (Gervilla e outros, 2003, trad. própria).

A Educação Infantil é um período extremamente fértil em relação à construção de novos conhecimentos, sejam eles sociais, afectivos ou cognitivos, sendo a criança dessa faixa etária capaz de estabelecer relações complexas entre os elementos da realidade que apresenta. No processo educativo temos que atender à criança, à família, ao professor e à comunidade envolvente. Assim, frequentar uma classe de Educação Infantil significa, além da convivência entre pares, ter acesso a muitas oportunidades para a construção de novos conhecimentos, graças às acções que a criança exerce sobre o mundo real.

No velho paradigma da educação, que nos foi legado pelo passado e que ainda orienta a teoria e a prática pedagógica de muitas instituições educacionais:

- A educação é um processo de transmissão de crenças, valores e costumes, cujo foco de atenção se encontra no passado, origem dos conteúdos a serem preservados;

- O enfoque está nos conteúdos a serem transmitidos e, portanto, no processo de ensino e no papel do professor;
- a sua duração é limitada, após a qual o indivíduo precisa começar a produzir;
- o seu objectivo é a continuidade da cultura e a preservação das tradições do grupo social.

Hoje vivemos a era da informação, ou era do conhecimento. Assim, neste novo paradigma da educação:

- a educação é um processo de desenvolvimento de habilidades, competências, atitudes e valores que criam capacidades nos indivíduos, para que enfrentem o futuro com criatividade, espírito dinâmico, empreendedor e engenhoso;
- a sua ênfase incide nos processos que são dominados pelos indivíduos e, portanto, na aprendizagem e no papel dos próprios indivíduos na construção da sua aprendizagem;
- a sua duração é ilimitada, sendo permanente e constante;
- o seu objectivo é a formação de indivíduos autónomos**,** que aprendem por si mesmos**,** porque “aprenderam a aprender” através de processos de busca, investigação, tentativa e erro, descoberta e invenção.

O Jardim de Infância ao assumir a tarefa motriz do desenvolvimento sensorial e perceptivo, deve dispor as ferramentas necessárias, para potencializar o pensamento criativo na criança, em que a aprendizagem por descoberta, através das experiências que vivência, lhe permitam um pensamento adequado e a “capacidade de pensar”.

Autores como Gillespie y Conner (1975, p. 27) definem a criatividade como a capacidade de inventar algo novo, de relacionar algo conhecido de forma inovadora, ou de afastar-se dos esquemas de pensamento e conduta habituais. Segundo González (2003, p. 636), os atributos mais criativos são:

a) a originalidade;
b) a flexibilidade;
c) a sensibilidade;
d) a fluidez;
e) o inconformismo.

Todas as crianças, por serem pessoas, estão vocacionadas para criar, porque é também recriar, pois quando comunicam, estão a ser originais, pois produzem enunciados e situações, em muitos casos inéditas. Assim criar é construir, investigar e enriquecer, pois a criança ao descobrir novos conhecimentos e habilidades, enriquece a capacidade e disponibilidade para alimentar o espírito criativo.

Assim, como afirma Tegano e outros (1994, p. 12) a atmosfera da sala de aula, a atitude do educador e as aptidões das crianças desempenham um importante papel, para desenvolver a criatividade.

Segundo Gervilla Castillo (1980) a criatividade é "la capacidad de engendrar algo nuevo, ya sea un producto, una técnica, un modo de enfocar la realidad… la creatividad impulsa a salirse de los cauces trillados, a romper convenciones, las ideas estereotipadas, los modos generalizados de pensar y actuar" e os métodos adequados para formar individuos criativos são os que: "Tratan fundamentalmente de cambios cualitativos en la atmósfera de la clase, en la conducta de los profesores y alumnos; valoración de respuestas; enfoque diferente de la información" (Gervilla, 2004), em que as técnicas creativas, são as diferentes maneiras de organizar e desenvolver as actividades para estimular o pensamento criador (Gervilla et al 2003, trad. próp.).

Segundo Gervilla (1992) há distintas técnicas de metodologia criativa, para fomentar a criatividade:

**a)** *Brainstorming* – Consiste na reflexão em grupo, depois de lançar um "turbilhão de ideias". A crítica está proibida; todas as ideias são bem recebidas; o professor actua como secretário e escreve as respostas;

**b)** Arte de perguntar – apresenta-se à criança, um objecto x e pode-se perguntar:

i) Substância – a sua essência é ser…
ii) Fim – sua finalidade… Para que é?
iii) Pessoa – Quem? Para quem? De quem? Por quem?
iv) Matéria – Outros materiais… De que é feito?
v) Relação – Outras coisas ou pessoas com que tem relação;
vi) Meios – como cumprem a sua função?
vii) Acção – Que produz ou pode produzir?
viii) Quantidade – Pode ser maior, menor, de outra maneira?
ix) Qualidade – Pode ser mais perfeito, ou de outra forma?
x) Tempo – O x de ontem, hoje amanhã.
xi) Valores – Consequências se não existir, ou deixar de existir?
xii) Recepção – Que influencia sobre x? Como se pode aperfeiçoar?

**c)** Sinéctica – No processo criativo as componentes emocional e irracional, são mais importantes que a intelectual e racional. Podem-se observar, segundo Sánchez (2003, p. 731, trad. próp.) duas possibilidades:

i) Converter o estranho em familiar – a criança compara o que se apresenta e não conhece, com o que conhece e transforma o raro em conhecido. Segue os seguintes passos:

1. Análise: Decompõe um problema desconhecido, que se lhe apresenta, em vários elementos, que se tornam mais familiares;
2. Generalização: Procura novas respostas tratando de situar o problema, numa dimensão mais ampla; assim as ideias mais estranhas, tornam-se familiares;
3. Procura modelos: Compara-se o problema com um esquema, ou sequência já conhecida, que permite observar a dificuldade, de outro ângulo mais familiar, permitindo compreender o caso.

ii) Fazer com que o familiar se torne estranho: o essencial deste procedimento é distorcer, inverter, ou transformar a forma quotidiana de ver a realidade. Para tal, utiliza-se:

1. Analogia pessoal: a criança identifica-se com os elementos de um problema e vive-o de dentro;
2. Analogia directa: a criança descreve, preocupando-se em comparar os factos que são idênticos:
3. Analogia fantástica: consiste em tornar real, um sonho ou desejo; o professor orientará o grupo recolhendo todas as soluções que as crianças apresentem.

**d)** Síntese criativa – É conveniente que o educador oriente os passos a seguir, até chegar ao slogan.

**e)** Método Delfos – É o processo que se utiliza para a formação controlada da opinião de um grupo, através do uso repetido de questões e de selecção de respostas de outros grupos; É importante respeitar as seguintes regras:

i) Cada um pode expor o seu pensamento livremente;

ii) Os contactos são por escrito. Quando se trabalha com a Educação Infantil esta técnica, só se pode utilizar, quando as crianças utilizam a escrita, ou se o professor anotar as diferentes respostas, dos grupos;

iii) O coordenador agrupa as soluções por categorias, eliminando os valores extremos;

iv) Cada um dos intervenientes, perante a resposta dos outros, pensa na sua própria.

**f)** Métodos combinatórios – As mais utilizadas são:

i) Lista de atributos – Definem-se os atributos fundamentais da realidade e do objecto de estudo, mediante o "Turbilhão de ideias" e à medida que se vai continuando, substituem-se uns atributos por outros;

ii) Análise morfológica – Perante a lista de atributos, constrói-se uma tabela cartesiana de dupla entrada. Estabelecem-se relações entre os atributos de fila e de coluna, que se anotam, no quadro de intercepção.

**g)** Arte de relacionar – Consiste em descobrir os dados que têm aspectos comuns e que parecem díspares. Ex: Semelhança, contraste, proximidade – espaço, tempo –, simultaneidade, etc.

**h)** Solução de problemas – Na matemática é o caso que se apresenta com mais frequência.

Daí que a metodologia da educação infantil deve ser personalizada, criativa, globalizada, lúdica, vivida, em que as técnicas aplicadas devem atender ao individual e ao grupo.

Uma das grandes preocupações dos pais hoje em dia, é educar os seus filhos emocionalmente, ou seja, prepará-los para enfrentar os desafios impostos pela vida com inteligência. Ensiná-los, como reagir nas diversas ocorrências que podem vir a acontecer.

Daniel Goleman no seu livro diz que a melhor maneira de tornar as pessoas mais inteligentes emocionalmente é começar a educá-las quando ainda são crianças.

A afectividade, assim como o conhecimento, constrói-se através da vivência. O vínculo afectivo entre os avós, os filhos e os netos pode favorecer o equilíbrio psicológico de toda a família. Os avós são a origem da história familiar para as crianças e têm um papel muito importante, pois só conhecendo de onde vimos, podemos compreender quem somos. Saliento também a importância do afecto da criança "pelo(s) amigo(s) imaginário(s), o qual lhes confere uma maior capacidade de desenvolver amizades reais, pois permite ensaiar a complexidade de um universo real com relações sociais e emocionais.

As pessoas precisam, cada vez mais, de afecto, pois a vida cheia de corridas e dificuldades leva ao esquecimento dos valores mais simples. Assim, milhares de pessoas, carentes de afectos e esquecidas pela família, tornam-se solitárias, delinquentes e depressivas.

Pasamanick (1959) defende que "Os factores genéticos, não bastam, a experiência é essencial. No momento da concepção, a capacidade intelectual de todos os indivíduos é parecida. Factores como, a experiência de vida e o meio sócio-cultural, ao influenciar as funções biológicas e psicológicas, fazem com que o ser humano seja diferente entre si."

Os estudos não demonstram "uma igualdade genética", mas sim uma influência decisiva das recepções sensoriais para a formação do cérebro, da mente e da personalidade. Assim, pais, educadores e a sociedade devem facilitar as experiências necessárias para a organização inicial dos cérebros e das mentes.

O psicólogo Howard Gardner da Universidade de Harward, nos Estados Unidos, propõe "uma visão pluralista da mente" ampliando o conceito de inteligência única para o de um feixe de capacidades. Para ele, inteligência é a capacidade de resolver problemas ou elaborar produtos valorizados num ambiente cultural ou comunitário. Assim, ele propõe uma nova visão da inteligência, dividindo-a em 7 diferentes competências que se interpenetram, pois envolvemos mais de uma habilidade, na solução de problemas. Embora existam predominâncias, as inteligências integram-se em:

– Verbal ou Linguística: habilidade para lidar criativamente com as palavras;
– Lógico-Matemática: capacidade para solucionar problemas envolvendo números e demais elementos matemáticos; habilidades para raciocínio dedutivo;
– Cinestésica Corporal: capacidade de usar o próprio corpo de maneiras diferentes e hábeis;
– Espacial: noção de espaço e direcção;
– Musical: capacidade de organizar sons de maneira criativa;
– Interpessoal: habilidade de compreender os outros; a maneira de como aceitar e conviver com o outro;

- Intra pessoal: capacidade de relacionamento consigo mesmo, auto conhecimento. Habilidade de administrar os seus sentimentos e emoções a favor dos seus projectos. É a inteligência da auto-estima.

Segundo Gardner (1993), todos nascem com o potencial das várias inteligências. A partir das relações com o ambiente, algumas são mais desenvolvidas, ao passo que deixamos de aprimorar outras.

Nos anos 90, Daniel Goleman, também psicólogo da Universidade de Harward, afirma que ninguém tem menos que 9 inteligências. Além das 7 citadas por Gardner, Goleman acrescenta mais duas:

- Pictográfica: habilidade que a pessoa tem de transmitir uma mensagem pelo desenho que faz;
- Naturalista: capacidade de uma pessoa em sentir-se um componente natural.

O educador/ professor deve ser emocionalmente inteligente, construtor de afectividade (preocupando-se com os seus alunos, reconhecendo-os como indivíduos autónomos, aceitando-os com as suas nuances, respeitando-os e entendendo os seus sentimentos – muitas vezes atrás de um aluno agressivo esconde-se uma criança carente, desvalorizada, mal amada) e de autenticidade (através da magia do aprender com recursos interessantes e estimulantes, para aguçar a criatividade e vontade de descobrir, deve-se criar a consciência que as crianças são os principais responsáveis e os grandes beneficiados com a aprendizagem de forma a que se tornem seres confiantes das suas capacidades e portanto mais preparados para resolverem os problemas que a vida coloque no seu caminho. No entanto J. Vicker Hunt alerta para o perigo de excesso de estímulos).

Pla i Molins defendem que se deve estimular o pensamento das crianças cientificamente, criativamente, desenvolvendo juízos próprios, de forma a descobrir fórmulas mágicas e actividades que libertem o pensamento.

São muitas as definições dadas sobre criatividade pelos investigadores e estudiosos.

Sillamy defende que criatividade é a disposição de criar que existe em estado potencial, em todos os indivíduos e em todas as idades, dependente do meio sócio-cultural.

Cerdá afirma que o pensamento criador participa, simultaneamente, das características da razão e da imaginação (Gervilla, 1986).

Proveda (1981, p. 193) refere que criatividade é olhar onde todos olharam e ver o que ainda não foi visto.

Se em todos os indivíduos e em todas as idades existe, em estado potencial, uma disposição para criar, a Escola Infantil, está encarregada de colocar a criança em contacto com o meio sócio-cultural a fim de lhe facilitar os recursos necessários, em função dos níveis de desenvolvimento individuais. Segundo Gervilla (2003, p. 91) o educador, é quem detecta "o estado potencial e permite que a criança alcance uma forma de pensar diferente, e atinja o pensamento criativo.

Para isso acontecer, e em função dos diferentes níveis de maturidade e desenvolvimento da criança, o educador deve desenvolver modelos didácticos diferentes. A curiosidade que funciona como uma capacidade natural da criança deve ser desenvolvida ao longo do período evolutivo. Até aos 3 anos a criança deve ser estimulada sensorialmente; entre os 3 e os 5 anos deve-se estimular a espontaneidade, a percepção, através do desenvolvimento multissensorial e da observação, visto que a criatividade é olhar e ver o que os outros não viram, por isso, é importante que as crianças observem e retenham o que olham, tocam, etc.; a observação é uma fonte de conhecimento e através dela a criança desenvolve associações, juízos, atitudes; dos 5 aos 7 anos, a capacidade que se deve estimular com mais prioridade é a imaginação, componente muito importante do pensamento criador. Segundo Gervilla, neste período há grande necessidade de ensinar a criança a pensar, para evitar que a sua fantasia se distorça e não seja capaz de viver a realidade. O pensamento é um processo evolutivo que exige maturidade, mas também é susceptível de aprendizagem (Gervilla e outros, 1989, p. 209).

Assim, na educação, as técnicas, as maneiras, os procedimentos, os meios sistematizados de organizar e desenvolver as actividades para estimular o pensamento criativo devem ter em conta os níveis de desenvolvimento da maturidade.

Vários autores defendem que as estratégias de ensino, que se fundamentam no desenvolvimento da criatividade geram interesse e motivação interna para uma autêntica aprendizagem. Para Laura Zirbes (cfr.L.M. Logan e V.G. Logan, 1980, pág.65) o professor criativo deve ter determinadas qualidades, de forma a:

- Utilizar os seus problemas como um desafio para ir mais além do que os seus caminhos habituais e experiências precedentes;
- Estar receptivo às novas ideias, de forma que possa explorar e evoluir;
- Aprender com a experiência e não querer um modelo preparado;
- Conseguir realizar os seus sonhos.

Outro perfil de professor criativo é, como refere Gervilla (2003, pág. 141), aquele que:

- Identifica a criança que é curiosa, inquisitiva e observadora;
- Proporciona experiências com tranquilidade emocional, alegria de criar e estimula o prazer da execução;
- Fomenta a criatividade da criança;
- Valoriza igualmente o processo e o produto;
- Estimula a criança com técnicas de perguntas e solução de problemas;
- Prepara actividades que estimulam as crianças a utilizarem ao máximo os seus poderes mentais e criativos.

Turner e Denny levaram a cabo uma investigação (cfr. L.M. Logan e V.G. Logan, 1980, pág.60) em que identificaram características do professor criativo: cordial, espontâneo, comprometido, organizado, com estabilidade emocional para com todas as crianças e com projecto educativo (centrado na criança e no currículo). Segundo aqueles investigadores, o professor deve criar um clima que proporcione a cada um dos seus alunos, a oportunidade de encontrar resposta às suas necessidades, capacidades e interesses e ao mesmo tempo, os impulsione a ter novos objectivos e um novo olhar com outros horizontes, à medida que vão amadurecendo (ibidem, pág. 76).

De la Torre (2000, pág. 569) defende que o entusiasmo - expressão são a chave das emoções e o recurso mais importante para um ensino criativo.

Na educação, a produção científica, em criatividade passou a focalizar o processo criativo, o desenvolvimento do pensamento criativo, e variáveis do contexto social que pudessem interferir no mesmo. Ao invés de somente descrever e predizer o comportamento criativo, os investigadores estavam interessados em compreender como se manifesta o acto criativo; devendo ser este compreendido não como um fenómeno individual, mas como um processo sistémico, considerando também a influência não apenas do ambiente familiar e escolar, mas do social, cultural e do momento histórico. Os estudos acerca da criatividade, no contexto educacional, têm focalizado o aprimoramento de habilidades cognitivas e afectivas, a adopção de um currículo escolar que desperte o interesse e o prazer do aluno pelo acto de aprender, a implementação de práticas educacionais que levem em consideração as características dos alunos e ao acesso à informação actualizada, contextualizada e significativa, de forma a constituírem elementos de um ambiente escolar favorável à realização escolar e produção criativa por parte dos alunos.

Gervilla (2006, p. 93. trad. própria) afirma que criar é dar a mão ao futuro. Criatividade é a capacidade para inventar algo novo, seja um produto, um técnica, um modo de enfocar a realidade… A criatividade provoca a saída dos trilhos marcados, a ruptura das convenções e ideias estereotipadas, dos modos generalizados de pensar e actuar.

O interesse em criatividade como área científica data da segunda metade do século vinte (Torrance, 1983, que refere 84 características que pertencem ao sujeito criativo). No período de 1950 a 1960, vários estudos foram conduzidos com o objectivo de identificar habilidades de pensamento criativo e traços de personalidade associados à criatividade (Barron, 1995; Guilford, 1967; MacKinnon, 1962), de forma a delinear o perfil do indivíduo criativo e desenvolver instrumentos que pudessem identificá-lo. No período de 1960 a 1970, intensificaram-se as críticas às práticas educativas como sendo conservadoras e inibidoras da expressão criativa. Sob a influência do movimento humanista (Maslow, 1968; Rogers, 1961) era defendida a ideia de que todos os indivíduos apresentam um potencial criativo que deve ser cultivado, especialmente no contexto escolar, observou-se uma revisão das estratégias educacionais, bem como a proliferação de programas de formação e técnicas de estimulação da criatividade. Os estudos em criatividade procuravam investigar maneiras eficientes de se desenvolver o potencial criativo dos indivíduos. O foco de pesquisa em criatividade, nesse período, era centrado no desenvolvimento de estratégias que possibilitassem a expressão criativa individual. Nesta fase, foram elaborados testes de criatividade para serem respondidos por crianças e adolescentes (Torrance, 1966; Wallanch e Kogan, 1965).

As pesquisas em criatividade realizadas no período de 1970 e 1980 foram influenciadas especialmente pela psicologia cognitiva, que procurava investigar os processos cognitivos e a influência do contexto social no desenvolvimento humano.

A produção científica em criatividade passou a focalizar o processo criativo, o desenvolvimento do pensamento criativo e variáveis do contexto social que pudessem interferir nesse processo. Ao invés de descrever e predizer o comportamento criativo, os investigadores estavam interessados em compreender como se manifesta o acto criativo. Como consequência, muitas teorias de criatividade começaram a ser desenvolvidas nesse período (Feldman, Csikszentmihalyi & Gardner, 1994).

De 1980 em diante, verifica-se uma preponderância da visão sistémica da criatividade. Conforme explica Csikszentmihalyi (1966), “criatividade não ocorre dentro dos indivíduos, mas é o resultado da interacção entre os pensamentos do indivíduo e o contexto sócio-cultural. Criatividade deve ser compreendida não como um fenómeno individual, mas como um processo sistémico"(p. 23). Neste sentido, é essencial considerar a influência não apenas do ambiente familiar e escolar, como também do ambiente social e cultural e do momento histórico. Vários estudos têm sido conduzidos com o objectivo de investigar que variáveis do contexto sócio-histórico-cultural interferem na produção criativa e quais as condições que favorecem a expressão do comportamento criativo (Amabile, 1996; Feldamn, 1994; Gardner, 1993; Gruber & Davis, 1988; Simonton, 1994). Para Csikszentmihalyi (1996), "é mais fácil desenvolver a criatividade das pessoas mudando as condições do ambiente, do que tentando fazê-las pensar de modo criativo" (p. 1).

As novas tendências no estudo da criatividade têm enfatizado a influência do contexto social, histórico e cultural no processo criativo. Sob essa perspectiva, a criatividade não pode ser implementada isolando-se o indivíduo do seu contexto. Além de se treinar e preparar alunos e professores na produção de ideias originais em diferentes campos do saber, é também importante estabelecer um clima de sala de aula propício à emergência e desenvolvimento de habilidades criativas. Nesse sentido, têm sido sugeridas várias maneiras de se cultivar a criatividade na sala de aula (Alencar, 1990; Amabile, 1989; Csikszentmihalyi, 1996; Fleith, 2000; Raffini, 1991; Starko, 1995; Sternberg & Williams, 1996; Virgolim, Fleith & Neves Pereira, 1999). Algumas sugestões dizem respeito ao comportamento do professor na sala de aula, enquanto outras ressaltam estratégias de ensino e actividades desenvolvidas.

Gervilla (2006, p. 92 e 93, trad. Própria) afirma que a educação tem que se adaptar às mudanças sociais, pois o mundo muda a um ritmo trepidante e exige que perante situações novas se procurem soluções novas e originais. Segundo esta investigadora a educação tem o poder de cultivar ou limitar essa capacidade. Por isso devemos preparar as crianças para que percam o temor da mudança, desenvolvendo qualidades críticas da mente e qualidades duradouras de carácter, que lhes sejam úteis em circunstâncias que não podemos predizer.

Com o objectivo de avaliar a extensão em que o clima de sala de aula tem favorecido o desenvolvimento de habilidades criativas, bem como propor estratégias de intervenção baseadas nesse "diagnóstico", investigadores na área de criatividade têm elaborado vários instrumentos de medida (Alencar, 1997, 1999; Alencar & Fleith., 1999; Amabile, 1989; Fleith, 1997; Soh, 2000). De acordo com a tendência actual dos estudos em criatividade, além da implementação de técnicas e programas de criatividade, visando estimular o potencial criativo de alunos e/ ou professores, é necessário também analisar as características do ambiente educacional. Tal procedimento envolve avaliar os objectivos educacionais, práticas pedagógicas adoptadas, formação de professores, relação professor-aluno, práticas administrativas e valores sociais e culturais disseminados no contexto escolar. Um indivíduo criativo que esteja inserido num ambiente educacional receptivo a novas ideias terá mais hipóteses de expressão e produção criativa. Como afirma Csikszentmihalyi (1996). "Talvez a mais importante implicação do modelo sistémico é que o nível de criatividade num dado lugar e num dado momento não depende somente da quantidade de criatividade individual mas também do quanto os respectivos domínios e campos reconhecem e difundem novas ideias." (p. 31).

Um ambiente escolar que visa favorecer o desenvolvimento do potencial criativo de alunos e professores deve considerar o acto de aprendizagem como chave nesse processo de mudança. Porém, o processo de aprendizagem não pode ser analisado apenas do ponto de vista do comportamento, mas deve ser compreendido como resultado da interacção de três factores: o aluno, o professor e o currículo escolar. O Modelo de Produtividade Criativa constitui uma alternativa de estimulação da criatividade no contexto escolar envolvendo esses três factores (Renzulli, 1992, 1994).

Em relação ao aluno, três aspectos devem ser considerados: habilidades (cognitivas e afectivas), interesses e estilos de aprendizagem. Neste sentido, é importante que os professores obtenham essas informações sobre os seus alunos e planifiquem as suas aulas com base nesses dados. Toda a informação sobre o aluno (trabalhos de turma, provas, entrevistas, etc.) deve ser documentada e guardada num processo individual, de forma a que os pontos fortes, interesses e estilos de aprendizagem do aluno sejam destacados e o professor possa, portanto, conhecê-lo melhor e estruturar a aula visando atender as necessidades educacionais do aluno (Purcell & Renzulli, 1998; Renzulli, 1997). Também é necessário que os alunos tenham oportunidades de obter conhecimento pessoal acerca de suas habilidades, interesses e estilos de aprendizagem. Para isso, eles devem ser expostos a diversas áreas de conhecimento, estilos de ensino e formas de avaliação.

O professor é um elemento essencial nesse processo de aprendizagem, que contribui para a promoção da criatividade produtiva na sala de aula, dominando o conteúdo que ensina (conhecimento da disciplina), manifestando entusiasmo pelo conteúdo que lecciona e pela actividade docente, fazendo uso de uma diversidade de técnicas (aula expositiva, discussão em grupo, dramatização, instrução programada, tutoria, jogos, estudo individual, etc.). O professor comprometido com o desenvolvimento da criatividade de seus alunos é mais flexível, estabelece uma relação positiva com os mesmos, estimula a curiosidade na sala de aula, apresenta sentido de humor, passa mais tempo com o alunos do que o necessário, interage com o aluno fora de sala de aula, compartilha experiências pessoais relacionadas ao conteúdo ministrado e apresenta informações significativas, actualizadas e relacionadas entre si. (Alencar, 1997; Csikszentmihalyi, 1996; Renzulli, 1992). É importante que o professor traga a sua própria colaboração criativa ao processo de ensino-aprendizagem, de forma a despertar o interesse, a curiosidade e a motivação dos alunos.

O futuro professor não deve cair na rotina ou limitar-se a constatar o que outros já referiram, deve sim ser capaz de inovar procurando encontrar novas soluções sempre que lhe surja um problema ou obstáculo.

Inovar é questionar atitudes e hábitos ditos tradicionais, que aparentemente não funcionam, e explorar novas formas de os resolver, de aceitar novos desafios e correr riscos. Não podemos esquecer que temos a responsabilidade de ajudar todas as crianças a desenvolverem a sua capacidade criativa. Assim, o professor inovador tem que ter uma mente criativa e saber utilizá-la de acordo com as relações que vai estabelecendo com as crianças e com as famílias.

Uma das autoras que mais se tem destacado na temática das Metodologias em Educação Infantil, Angeles Gervilla Castillo defende que é fundamental transmitir a ideia do quanto é importante qualificar, especializar e aperfeiçoar os docentes e profissionais da Educação, através de uma Metodologia Criativa, com a vertente da metodologia socializada e individualizada que resultam na perspectiva personalizada. Segundo esta autora para que a prática pedagógica e de gestão sejam consolidadas, estas devem ser mais eficazes, eficientes e afectivas, recorrendo a metodologias de ensino na área da educação infantil. De uma forma resumida, devemos partir da vivência da criança de forma lúdica.

A função primordial do orientador assenta na promoção de uma boa comunicação entre todos os agentes educativos, famílias e alunos, e na forma como promove os afectos entre todos. Gervilla (2003) defende que para melhorar a qualidade da sua intervenção orientadora, a *investigação-acção* (paradigma naturalista), se apresenta como o modelo mais adequado, permitindo a descoberta de conexões entre a actividade orientadora e os factores que actuam no contexto institucional, social e político.

Gervilla (2006, p. 21 trad. Própria) afirma que ensinar, não é dizer o que se sabe ao outro, mas submergir no outro e ver quais as suas dúvidas pois quando a criança se torna mais confiante, "desenvolve-se mais e melhor".

Uma metodologia para o desenvolvimento da criatividade deve ter em conta as condições que a favorecem ou atrasam: o medo de enganar-se, de sentir-se satisfeito com o que se conseguiu, a excessiva competição, a exagerada submissão a outros.

Devem evitar-se situações que fechem o pensamento inovador, para isso é necessário criar um ambiente que facilite a manifestação criativa através de:

- Relações humanas abertas (clima de compreensão e aceitação);
- Estímulos ricos e variados: motivação, entusiasmo, curiosidade;
- Confiança em si mesmos;
- Exploração activa: ver, ouvir, tocar…
- Contemplar as coisas de diferentes pontos de vista.

Segundo Gervilla (2006, p.99) é necessário: "ajudar mais que dominar"; "compreender mais que condenar"; "valorizar mais que depreciar"; "ser positivo e aberto".

O currículo escolar é o terceiro factor a ser considerado no processo de aprendizagem. Três aspectos do currículo devem ser introduzidos aos alunos: a estrutura, o conteúdo e metodologia da disciplina e o apelo à imaginação. Em relação à estrutura da disciplina, é primordial que o aluno seja informado onde está localizado o conteúdo ministrado, considerando-se as diferentes classificações, divisões e subdivisões das áreas do conhecimento. Em suma, é essencial que o conhecimento a ser ensinado ao aluno seja organizado, contextualizado, e que a interdisciplinaridade de conteúdos seja enfatizada. Quanto ao conteúdo e metodologia da disciplina, os principais conceitos e princípios devem ser apresentados e relacionados com a realidade do aluno, os tópicos representativos da área devem ser seleccionados, e os métodos de pesquisa empregados e problemas ainda não solucionados na área sejam discutidos na sala de aula. Dessa forma, o aluno será levado a analisar, avaliar, questionar, criticar e solucionar problemas. Um currículo criativo e desafiador oferece ainda ao aluno a oportunidade de usar a imaginação, de visualizar consequências para acontecimentos futuros, de analisar uma situação sob diferentes ângulos e de vivenciar o processo de aprendizagem com prazer.

O Modelo de Produtividade Criativa, idealizado por Renzulli (1992), sugere estratégias de intervenção no ambiente escolar, que levará o aluno a explorar novas áreas de conhecimento, a desenvolver habilidades cognitivas e uma auto-conceito positivo, a participar efectivamente das actividades na sala de aula e a descobrir novos interesses e potencialidades. Ao invés de simplesmente reproduzir conhecimento, o aluno é encorajado a produzir conhecimento de forma criativa. Esse modelo fornece ainda, ao professor, sugestões de práticas pedagógicas e exemplos de atitudes em sala de aula que podem contribuir para o desenvolvimento e expressão de comportamentos criativos de seus alunos.

Os resultados de pesquisas de criatividade têm provocado um impacto no desenvolvimento de objectivos educacionais, estratégias de ensino, práticas administrativas e clima de sala de aula. Esses resultados têm sugerido que o desenvolvimento de habilidades cognitivas e afectivas, a adopção de uma currículo escolar que desperte o interesse e o prazer do aluno pelo acto de aprender, a implementação de práticas educacionais que levem em consideração características dos alunos e ao acesso à informação actualizada, contextualizada e significativa, constituem elementos de um ambiente escolar favorável à realização escolar e produção criativa por parte dos alunos. Conforme explica Novaes (1995), um trabalho voltado para o desenvolvimento do potencial criativo deve ser feito desde a infância, o exercício de reflexão e do senso crítico tem grande importância na descoberta do mundo em que vive, de forma a não só olhá-lo e aceitá-lo, como também avaliá-lo, julgá-lo, propondo mudanças para sua construção. (p. 51).

### 3.1. A aprendizagem criativa e a matemática

> "La vida creativa, la que equivale a una vida satisfactoria y experimentada con vitalidad, no puede ser facil y segura. Es exigente, retadora y estresante".
>
> M. Csikszentmihalyi (1998)

A criatividade é uma das principais capacidades que todo o ser humano possui e que deve ser fomentada, para enfrentar o imprevisto, a própria vida, as futuras necessidades e enriquecer de forma efectiva a sociedade.

Normalmente, quando queremos definir um conceito, recorremos à etimologia do vocábulo empregue para percebermos a origem da palavra e aproximarmo-nos da realidade. Criatividade deriva do latim – "creare" que significa criar, produzir. Pelo que podemos referir que o conceito de criatividade está relacionado com dar existência a algo novo.

Segundo Menchén (2003, p. 483, trad. própria), para libertar a criatividade que todos temos dentro de nós, necessitamos de uma grande quantidade de energia psíquica, que nem as recompensas extrínsecas, nem as capacidades cognitivas, por si só garantem o seu despertar. O desenvolvimento pessoal requer também o constante aperfeiçoamento de aptidões, habilidades e destrezas, que se devem exercitar diariamente, de maneira progressiva, e desfrutá-las plenamente enquanto as experimentamos. Como afirma Csikszentmihayi (1998) “Hay que aprender a disfrutar con las distintas tareas para crear una vida rica y recompensante”.

A criatividade, não depende somente da energia psíquica que utilizamos para pensar, sentir e actuar, mas também do nosso código genético, das referências culturais, incorporadas nos valores sociais (Menchén, 2003, p. 484).

A definição de criatividade difere de autor para autor e isto indica-nos que tratamos de um conceito difícil de definir, que envolve todos os sentidos. Cada autor estabelece a sua própria definição sobre criatividade, existindo um reconhecimento universal da mesma, uma vez, que se aceita, que todos os seres humanos, são criativos em diferentes graus e que somente nos mais destacados sobressaem essas características.

Na criatividade, misturam-se aspectos intelectuais e não intelectuais, colocando--se a questão, se a criatividade é um factor global, ou se é, como a inteligência, na qual existe um factor “g” e outros factores especiais, tal como numerosos autores afirmam.

Com frequência, tem-se pretendido estabelecer uma distinção entre os diversos significados de “criatividade”, segundo se faça referência à criatividade do tipo artístico, ou à do tipo científico.

A criatividade artística, entende-se como uma espécie de pensamento pleno de fantasias, como “imaginação”, que não é orientada para um determinado objectivo, ou para a solução de um problema. Com o trabalho de Osborn (1953) começou a diferenciar-se a “imaginação”, dessa forma, defendendo-se que não é uma propriedade exclusiva da criação artística, e que pode aplicar-se ao tipo científico.

Os estudos sobre “originalidade” foram pioneiros, no campo da investigação sobre criatividade. Ser original significa entre outras coisas, ser capaz de produzir algo, e a “novidade” constitui um critério assinalado como indicador de criatividade, significando algo que não existia anteriormente, algo fora do corrente e que se diferencia do que se classifica (estatisticamente) por normal. A “inovação” exige também que seja “valiosa”, não basta uma mudança. Toda a conduta humana, tende a melhorar, a optimizar, por isso, a produção de algo novo está sempre implícito ou explícito, em toda a definição de criatividade.

A grande tarefa da criatividade é revelar em cada pessoa, as suas melhores capacidades e fazer com que contribuam para melhorar o que realiza e o seu próprio ser.

A criatividade começa como modo de perceber o meio e consuma-se na “transição” ou transformação de si mesmo.

As ideias não ocorrem no vazio, estão vinculadas a um referente: o mundo das pessoas, das coisas, dos sentimentos.

Uma sociedade em constante mudança, e cada vez mais completa, necessita formar duma forma flexível e criativamente os seus cidadãos, para que se integrem eficazmente nela. Todos temos que estar atentos a essas mudanças e consideramos que há que ter interesse para criar e temos que ser criativos para realizar coisas interessantes. Assim para a formação educativa dos alunos há dois temas fundamentais: a criatividade e o interesse, que estão em estreita ligação, pois para criar há que estar interessado no que se quer criar, além de estar capacitado para isso. A capacidade por sua vez, exige, aptidões e atitudes, interesse e esforço (Navarro, 2003, p. 128). Por isso, o interesse é um fundamento importante da criatividade, pois não é possível ser criativo em algo que não interessa.

Segundo Navarro (2003, p. 129) desenvolver o interesse e a criatividade nos alunos deve ser objectivo transversal e transcendente no ensino que se pretende educativo. Para esta investigadora há que formar e motivar os professores para que no ensino haja um processo criativo para todos, de forma a que se assuma o compromisso de descobrir e cultivar ao máximo, o potencial criativo, de cada criança ao que se chega melhor através dos seus interesses, os quais se devem conhecer, desenvolver e multiplicar. Esta responsabilidade deve ser partilhada pelo meio familiar, pela comunidade educativa e pela sociedade.

Marín Ibáñez (1976, p. 6 e 7) considera que "el diagnóstico y el cultivo de la creatividad va a ser-es-un objetivo capital de toda a formación (…). La creatividad empuja a que cada cual se proyecte en plenitud desde la dimensión más radical de si mismo (…) y una experiencia a mano de todo educador es que cuando se detectan las líneas preferenciales de cada personalidad en el plano cultural y se las valora y estimula, la clase parece dinamizarse".

Acerca da importancia da criatividade, Fustier (1975, p. 16) afirma que "en este mundo, nuestra creatividad es la medida de nuestra libertad" e Arieti (1976, p. 9) manifesta que "ya se le considera desde el punto de vista de sus efectos sobre la sociedad, ya como una de las expresiones del espíritu humano, la creatividad sobresale como actividad que se debe estudiar, amar y cultivar, porque el mundo cambia a ritmo vertiginoso, en una sociedad en red, necesitamos personas creativas que resuelvan los problemas que la sociedad actual plantea".

O ser humano tem comportamentos significativos que só se adquirem mediante a aprendizagem e há vários autores que defendem que todos os homens são criativos, até certo ponto e de certa maneira. Por isso, devem-se formar indivíduos mais aptos para resolver os problemas, de maneira criativa quer sejam sociais, científicos, técnicos ou estéticos, pois graças à criatividade, poderemos ter um mundo pacífico (Guilford, 1980).

Para Gervilla (1997, p. 120) a criatividade é um valor importante e imprescindível porque permite:

- Inventar soluções novas;
- Produzir conhecimentos, instrumentos e procedimentos novos;
- Antecipar o futuro;
- Promover a inovação e actualização;
- Incrementar o potencial criativo.

Saturnino de la Torre (2005, p. 187, trad. própria) considera a criatividade como um "bem social, que é preciso fomentar para assegurar o crescimento dos povos" e Menchén (1998, p. 16, trad. própria) afirma que pode converter-se num factor integrante no desenvolvimento da sociedade, em que devem utilizar-se todos os recursos humanos e tecnológicos.

Cada vez mais, há investigadores, como Navarro (2003) que defendem que a escola tem que ter a capacidade de adaptar-se às particularidades e interesses individuais dos alunos e outros como Kirk (1989, p. 38) que criticam a dissociação entre os conteúdos, os currículos escolares e os interesses dos alunos que frequentemente provocam a rotina e o desinteresse e não desenvolvem a criatividade.

Guilford no seu trabalho de 1950 intitulado "A criatividade" defende que o interesse e a criatividade estão integrados na personalidade de cada indivíduo. Referindo que a personalidade é a combinação única de um certo número de traços, denominados de comportamento, que se dividem em aptidões – em que se encontram as criativas –, interesses, atitudes e temperamento. A aptidão é a disposição para aprender certo tipo de coisas; o interesse é a inclinação ou a necessidade que conduz uma pessoa a empreender tal ou qual tipo de actividade; a atitude é a tendência a favorecer ou não favorecer um certo tipo de objecto ou de situação; o temperamento é o conjunto das suas disposições emocionais, por ex.: o seu optimismo, a sua melancolia, a sua segurança, o seu nervosismo. Por isso, a criatividade é influenciada pelo interesse e ambos pelas aptidões, atitudes e temperamento. Daí Guilford reconhecer que as realizações criativas são fenómenos complexos e que as investigações sobre criatividade revelam que todos os homens são criativos, até certo ponto e de certa maneira.

Segundo Gervilla e tal (2003, p. 75, trad. própria) a criatividade tem que atender a vários aspectos:

Ninguém de nós, é tão inteligente como todos nós juntos.

Criatividade é deixar marcas: Fazer coisas novas em benefício de todos … Enriquecer a nossa vida utilizando o potencial que temos dentro de nós.

Donde?

Quando?

Como?

A criatividade, como afirma aquela investigadora, é: "um talento comum, que todos podem desenvolver; uma capacidade necessária em todos os sectores; um potencial valiosíssimo no caminho pessoal; um recurso motivador que permite novos caminhos (p. 73. trad. própria).

Gervilla, defende que a criatividade, não é: uma genialidade elitista; uma capacidade exclusiva de artistas; um potencial somente necessário no plano laboral; um recurso para crianças, ou um hobby de adultos.

Para Ángeles Gervilla (2003) a criatividade é uma característica humana, representada de múltiplas maneiras, uma e outra vez, em cada cultura, utilizando de um modo infinito recursos necessariamente finitos, em que na actualidade, é sem dúvida, uma das poderosas ferramentas disponíveis, para desenhar o presente e pensar no futuro. Assim é considerada uma variável que pode ser identificada como um processo, como um produto, ou como uma característica da personalidade. Logo a capacidade, ou habilidade do ser humano de colocar, identificar ou propor problemas é condição necessária para existir criatividade.

A criatividade é um processo, uma característica de personalidade de um produto. As pessoas que fazem coisas criativas (produtos) chegaram até eles através de determinados procedimentos (processos) e actuaram de determinada maneira (características de personalidade).

São factores comuns ao comportamento criativo: a inteligência, a persistência, a tenacidade, a motivação, a fluidez, a flexibilidade, a elaboração e a originalidade.

O jogo é fundamental para a criatividade. Jogar é fundamental, para o desenvolvimento da criança, pois permite a aprendizagem tanto cognitiva, como emocional.

A criatividade manifesta-se de forma diferente entre: as crianças mais velhas, mais novas, e até entre os adultos, por isso o estímulo deve ser diferente, e adequado às necessidades e desenvolvimento de cada um.

Para a criança mais pequena, as actividades do jogo devem implicar uma atitude informal do adulto, para que a criatividade se expresse com simplicidade. Quanto menos se lhes ensina, que fazer em concreto, e quanto mais se demonstra alegria e apreço, mais se estará utilizando a actividade para estimular a sua criatividade.

Gardner (1995) considera que a criatividade se caracteriza não só por se encontrar soluções para os problemas, mas também pela elaboração de uma nova classe de produto ou por suscitar questões a problemas novos.

Para este autor, o indivíduo criativo caracteriza-se por uma combinação pouco habitual de inteligência e personalidade, onde a área em que trabalha e as circunstâncias são essenciais assim como as relações que estabelece ou promove com outros profissionais. Enquanto o processo criativo se vê favorecido pelo apoio de quem se interessa e crê nas ideias revolucionárias do indivíduo criador.

A perspectiva interactiva desta teoria dá um especial relevo à interacção entre o indivíduo e o campo de actuação. A perspectiva evolutiva é denominada de "curso vital", segundo a qual, os processos de descobrimento dos primeiros anos se convertem em modelos de condutas exploratórias posteriores.

Gardner refere ainda que: "la actividad creadora nace de la interacción de las relaciones del individuo con otras personas como son: la familia, los compañeros, los rivales, los jueces, los apoyos dentro del ámbito, campo o disciplina en la que se llega a manifestar la creatividad".

A teoria interactiva da criatividade de Gardner (1995) tem assim como factores primordiais a inteligência, a personalidade e o campo de actuação e inclui:

Três tipos de relações

**Interacção Infância – adulto**

É necessário conhecer a infância do criador, pois qualquer indivíduo criativo, também o foi na sua infância.

**Interacção com os outros**

É fundamental conhecer a influência das pessoas mais próximas.

**Interacção – Produto**

Quando uma pessoa começa a trabalhar e a destacar-se num campo de interesse, quer inventar os seus pró-prios procedimentos ou formas de realizar.

Segundo aquele investigador, qualquer trabalho que trate da criatividade, tem que atender a três elementos:

**Perspectiva evolutiva do individuo**

A criança deve ter uma vida cheia de oportunidades, que proporcionem a descoberta, de forma a aproveitá-la adequadamente.

**Perspectiva interactiva**

A criatividade ao manifestar-se num determinado campo, traz soluções e problemas, que abrem caminhos a novas explorações sobre o tema.
Uma actividade, será considerada criativa, quando a cultura onde o indivíduo está imerso, o reconhece.

**Assincronia fecunda**

O talento individual, o campo ou disciplina e o ambiente circundante são factores intervenientes para a criatividade.

Segundo Gervilla e tal (2003) o indivíduo criativo recebe influências perante a sua história pessoal e respectivas vivências, através de factores endógenos como herança e ambiente familiar, autoconceitos e factores exógenos como ambiente geográfico, ambiente sócio-cultural, auto-estima e outros factores como a inteligência emocional.

Através de diversas investigações, sobressaem seis aspectos no perfil criativo: sentido estético, descoberta de problemas, mobilidade, trabalhar no limite da própria capacidade, objectividade e motivação intrínseca (Gervilla, 2003, p. 88).

Segundo esta investigadora o processo para a actividade de criar e produzir numerosos inventos passa por quatro etapas:

- Preparação (informação e documentação);
- Incubação (tempo de maturação);
- Iluminação;
- Elaboração – comunicação.

Para se dar este processo criativo, tem que existir ausência de conflitos e de stress.

Para Prado (2004): El término creativo puede ser aplicado a todo lo que es nuevo, no estaba antes, o no estaba de esta manera, es, si no absolutamente nuevo, al menos parcialmente. La pura creación de la nada no es posible, podrá ser más o menos diferente, diverso de lo anterior, pero en ningún modo podremos crear sobre la nada. La innovación suele ser alguna modificación no excesiva de algo ya existente. Sin embargo, además de ser nuevo, es necesario que sea valioso, no basta un cambio, la diferencia entre la destrucción y la creación está en que esta última añade algo superior a lo anterior. Toda conducta humana está regida por ese afán de superar, de mejorar, de optimizar."

Numa perspectiva bastante abrangente, a criatividade pode ser definida como o "processo mental de geração de novas ideias por indivíduos ou grupos". Uma nova ideia pode ser um novo produto, uma nova peça de arte, um novo método ou a solução de um problema. Esta definição tem uma implicação importante, pois, como processo, a criatividade pode ser estudada, compreendida e aperfeiçoada.

Num artigo de Janeiro de 2007, da Revista Hoje –"Criatividade e Inovação" – fomos encontrar as seguintes definições:

a) "Criatividade é a fuga da maneira habitual e rotineira de fazer as coisas";
b) "Criatividade é pensar coisas novas e inovação é fazer coisas novas e valiosas. Inovação é a implementação de um novo ou significativamente melhorado produto (bem ou serviço), processo de trabalho, ou prática de relacionamento entre pessoas, grupos ou organizações. Os conceitos de produto, processo e prática são totalmente genéricos, se forem aplicados a

todos os campos da actividade humana, como indústria, comércio, governo, medicina, engenharia, artes entretenimento, etc.;

c) "A criatividade tornou-se uma habilidade essencial em todos os campos da actividade humana como artes, ciências, industria, comércio, governo e nas relações entre pessoas, organizações e nações.";

d) "Ser criativo é ter a habilidade de gerar ideias originais e úteis e solucionar os problemas do dia-a-dia. É olhar para as mesmas coisas como todo o mundo, mas ver e pensar algo diferente.

É importante que o educador/professor ajude não só a despertar como também a estimular a formação de capacidades e a saber como as deve integrar no desenvolvimento da personalidade da criança.

O desenvolvimento do pensamento criador tem uma grande importância na aprendizagem infantil, pois permite uma flexibilidade de pensamento, fluidez de ideias e capacidade construtiva para relacionar as coisas. Vão também influenciar o seu desenvolvimento de modo significativo os factores ambientais, sobre os quais o professor exerce um controle directo de modo especial no ambiente psicológico que se estabelece na sala de aula.

Acreditamos que quanto maior for o número de professores criativos, maior será a hipótese de se encontrarem soluções práticas e inovadoras, contribuindo desta forma para um maior envolvimento entre a escola e a família.

Como afirma Gervilla (1980): "cada persona tiene un potencial enorme de creatividad, pero necesita ser desarrollada y atendida". Este potencial é enorme e precisa de ser motivado e estimulado. A melhor forma é orientar o processo de ensino aprendizagem nessa direcção assim como envolver as famílias nesta dinâmica.

Num artigo denominado "A Criatividade, Educação Criativa e Ensino" de Angeles Sans Juez podemos ler que as técnicas de criatividade, colectivas ou individuais, convidam a reproduzir processos criativos promovendo comportamentos e atitudes mentais particulares. Qualquer professor deve saber que em todos e em cada aluno há uma série de recursos a que chamamos "depósitos mentais", que contêm um grande número de informação consciente e inconsciente, e em menor ou maior grau todos eles possuem atitudes inerentes à criatividade. Para que esta obtenha resultados positivos deve ser promovida/incentivada pelo professor.

Vários autores, como Saturnino de la Torre no seu artigo *La Dieta Creativa en la Educación Infantil* (Catedrático em Didáctica e Inovação Educativa na Unidade de Barcelona) e Sérgio Navega no seu artigo *De onde vem a Criatividade?* (*in* revista Hoje, n.º 14, 2002) sugerem várias perspectivas sobre criatividade.

Saturnino de la Torre, numa perspectiva sociológica refere:

*Seria como un viaje en coche, en el que contamos con mayor autonomía para movernos entre las condiciones socioambientales y contextuales. La perspectiva sociológica nos abre a la creatividad grupal e institucional, lo cual representa un salto cualitativo respecto a la concepción individualista de la psicología clásica*. E numa perspectiva sociocultural, ecológica e interdisciplinar:

*Esto es una perspectiva que destaca la fijación de la meta y la variedad de estrategias para alcanzarla. (…) Ello posibilitará exploraciones inusuales. Si esto lo que hacemos en la vida ordinaria, Por qué no aplicarlo al conocimiento?*

Sérgio Navega afirma também que no ponto de vista:

- Humano – a criatividade é a obtenção de novos arranjos de ideias e conceitos já existentes formando novas tácticas ou estruturas que resolvam um problema de forma incomum, ou obtenham resultados de valor para um indivíduo ou uma sociedade.
- Cognitivo – é o nome dado a um grupo de processos que procura variações num espaço de conceitos de forma a obter novas e inéditas formas de agrupamento, em geral seleccionadas por valor.
- Neurocientífico – é o conjunto de actividades exercidas pelo cérebro na busca de padrões que provoquem a identificação perceptual de novos objectos que, mesmo usando "pedaços" de estruturas perceptuais antigas, apresentem uma peculiar ressonância, caracterizadora do "novo valioso", digno de atenção.

Segundo Gervilla e tal (2003) para se ser mais criativo temos que entender porque razão o cérebro humano é naturalmente criativo. Porque é que crianças são espontaneamente criativas? Desde que a criança nasce que a criatividade pode ser desenvolvida, **se aprende a aprender**. **E tudo se processa através dos sentidos e dos respectivos estímulos que forem promovidos.**

Esta capacidade pode ser influenciada por duas formas:

– a necessidade que fornece um impulso positivo para o desenvolvimento de soluções criativas (para se ser criativo, devemos ter claro na nossa mente o objectivo mesmo que vago e incerto que queremos atingir);
– a crítica de quem nos rodeia – os colegas – que pode fornecer um reforço negativo. Saber retirar partido destes reforços permite desenvolver um pensamento mais criativo. O professor deverá promover junto dos seus alunos e famílias o desenvolvimento desta capacidade, tendo em vista uma proximidade mais efectiva.

As formas criativas de ensino-aprendizagem possuem um poder de motivação intrínseco, que fazem com que seja desnecessária a aplicação de prémios e castigos. Se os professores mantiverem vivos os processos criativos dos alunos e os guiarem com sensibilidade, conseguem motivação e rendimentos elevados, pelo estímulo e interesse interior que provocam. Em consequência, o ensino criativo, segundo L. M. Logan y V. G. Logan (1980, p.73) deve possuir os seguintes princípios ou características:

– Natureza flexível, como consequência da adaptação às capacidades, interesses e histórias sociais dos alunos;
– Ser imaginativo: uma imaginação desperta, é a base de um ensino criativo. O uso de elementos de criatividade (fluidez, imaginação, espontaneidade, associação, transformação e síntese) favorecem o processo ensino-aprendizagem;
– Fomentar o uso único de materiais e ideias. A combinação inteligente dos materiais, meios, ideias e métodos é característica do ensino criativo;
– Favorecer a relação, ou seja, promover a interacção entre professor–aluno, como tema e com a actividade de aprendizagem;
– Ser de natureza integradora, pois ajuda os alunos, a ver as relações entre as várias áreas do currículo;
– Reforçar a auto direcção, num ambiente em que se fomentam a curiosidade, a indagação, a investigação e a experimentação;
– Implicar auto-valorização;
– Comporta riscos e traz recompensas.

O ensino criativo exige compromisso e entrega, saber escutar, direcção, esforços…

Suez (2007), referiu da seguinte forma a importância da criatividade:

> "La creatividad no es un fenómeno exclusivo de las personas y de las organizaciones, sino que es fruto de la interacción entre el medio social, el cultural y las disposiciones personales. La creatividad tiene lugar en aquellos entornos donde hay transformación, generación de algo nuevo, cambio. Es posible hablar de países, épocas, generaciones, familias, escuelas, clases, profesiones,… creativas. Porque la creatividad se proyecta en la cultura y ésta se manifiesta a través de las ideas, valores, creencias, conductas, realizaciones, etc. De personas o grupos humanos."

Esta abrangência da criatividade na sociedade em geral, e na escola em particular, é complexa e exige do orientador nas escolas de formação e do educador/professor na vida activa, um trabalho de permanente descoberta e aperfeiçoamento.

Hernandez Ruiz (1965), refere que o professor para despertar o interesse do aluno, deve reunir as seguintes características: simpatia, trabalho, entusiasmo, equilíbrio e arte pedagógica, dizendo: "No te será muy difícil, baste con que ame tu profesión y a ellos…" (p. 229).

Laura Zirbes (cit. L. M. Logan y V. G. Logan, 1980, p. 65) refere outras qualidades para o professor criativo:

- Utiliza os seus problemas como um desafio, para ir além do seu caminho habitual e das suas experiências vividas;
- Está aberto às novas ideias, de forma exploratória, mas avaliadora;
- Espera aprender com a experiência e não quer um modelo preparado;
- Tenta realizar os seus sonhos.

Navarro (2003, p. 141) afirma que o professor criativo: identifica a criança que é curiosa, inquisitiva e observadora, fomenta a criatividade da criança, proporciona experiência, num estudo de tranquilidade emocional, alegria de criar e de executar, valoriza igualmente o processo e o produto; estimula a criatividade com a técnica de perguntas e solução de problemas, prepara actividades que estimulam as crianças a utilizar ao máximo os seus poderes mentais e criativos: vê o potencial criativo tanto nos alunos adiantados como nos mais atrasados. Com efeito, o professor deve criar um clima que permita a cada um dos alunos, a oportunidade de encontrar as suas necessidades, capacidades e interesses e que ao mesmo tempo os impulsione a fixar novos objectivos, direccionando e elevando os seus olhares, à medida que amadurecem (ibidem: p. 76).

Navarro (2003, p. 142) afirma que a criatividade aflora fácilmente quando se dão as condições ambientais adequadas, pois “lo más intrínseco de la creatividad no está en las leyes ni en las reformas, si no en las actitudes de las personas”.

Assim, segundo aquela investigadora, o professor criativo deve formular utilizando questões abertas, divergentes e imaginativas, de forma a estimular a criatividade e o interesse dos alunos e promover a auto-aprendizagem. A pessoa criativa dirige-se ao mundo perguntando. A criança aprende perguntando. O entusiasmo é a chave das emoções, e o recurso mais importante para um ensino criativo (De la Torre, 2000, p. 569). Por isso, a criatividade e o interesse devem ser utilizados como meios para conseguir os objectivos educativos e a aprendizagem, utilizando estratégias para desenvolver nas crianças a motivação interna, em todas as dimensões (Navarro, 2003, p. 143).

Gervilla (2003, p. 594) defende que: “uno de los componentes básicos de todo profesional es la capacidad para ser autónomo en el desarrollo de su trabajo; autonomía que rigiere, hoy más que nunca, el desarrollo de las funciones creativas de la mente, de procesos ágiles, plurales, ricos y flexibles en la captación, procesamiento y aplicación de la información”.

Ainda para esta autora a função orientadora é bastante complexa e normalmente o currículo formativo do futuro profissional parece estar mais centrado nas respostas do que nas perguntas, nas soluções estereotipadas do que no questionamento das mesmas, nos programas acabados e não na elaboração autónoma de alternativas fundamentadas, na ocultação de problemas e não na relevância dos mesmos, na simplificação reducionista frente à realidade adversa, no mimetismo repetitivo do que no afrontamento da ambiguidade, na segurança frente ao risco, no conhecido frente ao inovador.

O professor conta consigo próprio, com as suas capacidades de indagação, análise, síntese, relação, conceptualização, simbolização, visualização de analogias, percepção da realidade complexa e diversa, sintonização emocional consigo mesmo, produção de ideias, planificação, criação de alternativas, previsão de futuras consequências, resolução de problemas e crítica, não só do ambiente mas também das suas próprias condutas comunicativas, aspectos estes que estão profundamente incluídos no reportório de técnicas inerentes ao desenvolvimento da criatividade.

Ele deve ser inovador e estar preparado para a mudança, pois a criatividade passou a ter um papel muito importante na sociedade actual, sendo muitas vezes a chave para a resolução de diversas situações, pois como afirma Gervilla: “Todos podemos ser criativos”.

O educador/professor deve partir de princípios explícitos de procedimento desejando um espaço flexível para ir concretizando o seu crescimento profissional, de forma crítica e aberta através de sucessivos projectos, criando contextos que tenham valor educativo. Deve também desenvolver estratégias que surjam da sua prática aplicando princípios mais gerais de ordem filosófica, psicológica, pedagógica, social e política.

Por outro lado, para existir uma aprendizagem criativa, deve além de uma mudança de atitude do professor – aluno, (as mudanças de conduta no professor originam mudanças no aluno) haver uma estruturação da acção docente, e um ambiente estimulante que favoreça o comportamento criativo (Torrence, 1976).

Ángeles Gervilla e Dolores Madrid (2003, p. 458 e 459) referem que a mudança constante e acelerada do mundo actual é uma característica que exige preparar os alunos para que percam o medo, desenvolvendo atitudes críticas na mente e qualidades duradouras de carácter que sejam úteis, em situações imprevisíveis, pois uma sociedade como a nossa necessita de indivíduos com profundidade de juízo, grandes perspectivas e ampla compreensão dos problemas. "Há que educar para configurar o futuro, ou seremos arrastados por ele". (Torrance, 1983).

A sociedade actual requer pessoas mais criativas e com capacidade para apresentar soluções inovadoras para os problemas encontrados nos diversos contextos em que estão inseridas. Para atender a tais demandas sociais, o desenvolvimento da criatividade foi inserido como um dos objectivos educacionais nos diversos níveis de ensino. Assim, no contexto educacional cada vez mais tem sido reconhecida a necessidade de que sejam implementadas estratégias e acções que estimulem e favoreçam o desenvolvimento do potencial criativo, apesar da produção académica sobre criatividade em Matemática ser incipiente em Portugal.

Tobias (2004) enfatiza que o trabalho pedagógico que visa promover a criatividade em Matemática colabora para a superação da ansiedade envolvida na sua aprendizagem, além de quebrar barreiras que impedem o sucesso nessa área. Além disso possibilita ao professor e aos alunos uma nova dinâmica no espaço/tempo de aprendizagem da Matemática, propiciando a ambos a experiência matemática da criação, da modelação e da explicação do objecto de estudo. Acrescenta ainda a autora que o desenvolvimento da criatividade em Matemática possibilita repensar essa área como carreira profissional, pois, na actualidade, tem atraído poucos jovens.

Os documentos oficiais apresentam muitas vezes referências de que o ensino/aprendizagem da matemática deve utilizar metodologias que contribuam para a criação de estratégias, em que se utilizem o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a iniciativa pessoal, a capacidade de análise e crítica, o desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. Mas, as indicações que são dadas são muitas vezes, canalizadas para a aprendizagem de técnicas e estratégias, em que são esquecidos a forma de desenvolver, estimular e organizar a criatividade, para o trabalho pedagógico com a matemática.

Na literatura internacional encontramos publicações que tratam do desenvolvimento e da avaliação da criatividade em matemática. Esses estudos têm privilegiado a formulação e resolução de problemas e a redefinição de elementos matemáticos como estratégias didáctico-metodológicas que possibilitam o desenvolvimento da criatividade matemática e ao mesmo tempo possibilitam avaliar essa criatividade.

Há trabalhos que procuram investigar a criatividade em matemática. Dante (1980, 1988) fez estudos relacionados com a criatividade e resolução de problemas, mas sem apresentar dados referentes a estudos empíricos.

D'Ambrosio (2004) também apresenta um modelo para explicar a criatividade em matemática, mas da mesma forma, não traz dados referentes a estudos de natureza empírica. Por outro lado, cabe ressaltar que vários estudos têm sido conduzidos com o objectivo de discutir a metodologia da resolução de problemas como estratégia para organizar o trabalho pedagógico com a matemática (Brito, 2006; Lopes; Brenelli, 2001; Onuchic, 1999; Onuchic; Allevato, 2004; Taxa-Amaro, 2006; Taxa; Fini, 2001). Todavia, esses estudos não têm tratado de aspectos relacionados ao processo criativo.

Devido há pouca produção académica nessa área, um dos desafios da pesquisa em criatividade em matemática é a constituição de um consenso sobre o que caracteriza esse tipo de criatividade (Mann, 2005). Não há uma definição precisa, de modo que há muitas encontradas. Ressalta-se que esses conceitos não são conflituosos entre si, mas enfatizam diferentes aspectos relacionados com a criatividade.

Para a construção de um conceito de criatividade em matemática foram consultados diversos artigos publicados em periódicos da área da educação matemática referentes a estudos teóricos e/ou empíricos que tratavam deste tipo de criatividade.

Dentre os trabalhos encontrados, destacam-se os de Haylock (1985, 1986, 1987, 1997), cujo foco é o desenvolvimento e a avaliação da criatividade em matemática, relacionados especialmente na resolução de problemas. Existem também os trabalhos de Silver (1985, 1994), de Silver et al. (1996), de Silver e Cai (1996) e de English (1997a, 1997b), que dedicaram as suas pesquisas à análise das produções de elaboração de problemas por parte dos estudantes.

A criatividade em matemática, segundo Krutetskii (1976), compreende a capacidade de formular problemas não complicados, encontrar caminhos e meios para resolver esses problemas, inventar fórmulas e teoremas, realizar de forma independente deduções de fórmulas e encontrar métodos originais para resolver problemas não tradicionais.

Outra forma de compreender a criatividade em matemática foi apresentada por Aiken (apud Haylock, 1987). Para o autor, esse tipo de criatividade deve ser compreendido sob a perspectiva do processo de produção matemática e do produto elaborado. O primeiro aspecto refere-se ao processo cognitivo envolvido no fazer matemático, concentrando-se nas qualidades do pensamento que o qualificam como criativo. Isto pode estar relacionado com a facilidade e a liberdade para mudar de uma operação mental para outra, ou ainda, pela habilidade de analisar um problema sob diferentes caminhos, observando características específicas e identificando semelhanças e diferenças entre os elementos envolvidos. Pode-se ainda compreender este primeiro aspecto como uma combinação entre ideias matemáticas, técnicas ou abordagens utilizadas de formas não usuais.

O segundo aspecto concentra-se especificamente no produto, isto é, naquilo que é possível observar. Assim, pode-se considerar a habilidade de criar um produto original ou não usual, tais como métodos possíveis de serem aplicados (e apropriados) para a solução de problemas matemáticos. Refere-se também à capacidade de elaborar numerosas, diferentes e apropriadas questões quando são apresentadas situações matemáticas por escrito, graficamente ou na forma de uma sequência de acções.

Segundo Makiewicz (2004), a criatividade matemática é a actividade de construção, modernização e complementação do sistema de conhecimento por meio da percepção de regularidades, sensibilidade a problemas, formulação de hipóteses e elaboração de justificações para proposições. Este tipo de criatividade envolve várias formas de actividade humana, que podem ser desenvolvidas por meio das seguintes habilidades: senso de proporção e simetria, habilidade para usar símbolos, visão espacial, compreensão e uso de perspectivas, capacidade de análise, síntese e pensamento abstracto.

Não existe um conceito fixo para a criatividade em matemática, apesar da presença de aspectos comuns nas definições apresentadas. Gontijo (2006, p. 4) definiu criatividade em matemática como:

> "A capacidade de apresentar inúmeras possibilidades de solução apropriadas para uma situação-problema, de modo que estas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns (originalidade), tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objectos e/ou elementos matemáticos em função das suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma sequência de acções".

Uma situação-problema que requer do aluno uma produção criativa, de forma textual, pode ser proporcionada quando o professor o estimula a questionar e analisar suposições. Em situações desta natureza, os professores podem encorajar os alunos a considerar determinadas características do campo matemático, por exemplo, propondo aos alunos uma pesquisa com o objectivo de analisar a razão pela qual o sistema de numeração utilizado é de base 10, solicitando, ainda, que procurem imaginar como seriam as actividades que desenvolveríamos caso passássemos a utilizar outra base.

Os alunos quando utilizam os calculadores multibásicos podem e conseguem descobrir diferentes caminhos e soluções ao trabalhar nas diferentes bases.

Os professores podem, também, incentivar os alunos a proporem um problema matemático com palavras. Perante objectos ou com diferentes materiais, as crianças podem criar enunciados e variadas situações, para os solucionar.

Outra forma de estimular a produção criativa em matemática pode ser desenvolvida propondo situações-problema que solicitem aos alunos. Estes podem, por exemplo, inventar uma nova operação numérica e explicar como funciona. Pode-se, também propor a produção de inúmeras formas de resolver um problema de natureza numérica, por exemplo, escrevendo expressões matemáticas cujo resultado seja o número 4, utilizando-se para isto precisamente 4 vezes o digito 4, envolvendo as operações matemáticas de adição, subtracção, multiplicação, divisão, e outros raciocínios que o aluno conhecer (Livne; Milgram, 2006). Em situações como estas, os alunos expressarão a sua criatividade em matemática primordialmente de forma numérica.

As representações gráficas e as construções geométricas também se constituem em situações que favorecem a expressão da criatividade em matemática. Um tipo de situação geométrica que pode ser proposta para os alunos refere-se à construção de polígonos que tenham perímetros iguais a 14 centímetros, utilizando-se para isto uma malha quadriculada em que cada quadrado tenha área igual a 1 $cm^2$. Nessa actividade, a criatividade poderá ser observada nas diferentes formas construídas e nas diferentes medidas de áreas que estes polígonos apresentam (Vasconcelos et al, 2002).

Uma das formas de descrever o processo criativo em matemática foi proposto por Hadamard (1954). Esse modelo foi inspirado nos estágios descritos por Wallas, em 1926, que compreende: preparação – incubação – iluminação – verificação. Hadamard preocupou-se em descrever esses estágios relacionando-os ao trabalho criativo em matemática. O primeiro estágio, preparação, refere-se a um trabalho intensivo que visa compreender profundamente o problema proposto. O segundo, incubação, refere-se ao período em que o problema é colocado "de lado" e que a mente passa a ocupar-se de outro problema. No terceiro estágio, a solução do problema aparece subitamente durante a execução de outras actividades não relativas à matemática. É o período da iluminação. O quarto e último estágio consiste na avaliação, depuração e julgamento de possíveis aplicações a partir dos resultados encontrados. Este último estágio compreende ainda a comunicação escrita ou verbal dos resultados. Surgiram críticas em relação a esta sequência de fases, mas essa concepção continua a ser a base de compreensão para o processo de resolução criativa (Morais, 2001).

Ervynck (1991) descreve a criatividade matemática em três estágios. O primeiro estágio (estágio 0) refere-se a um estágio técnico preliminar, que consiste na aplicação técnica ou prática de regras e fundamentos matemáticos sem que o indivíduo tenha uma fundamentação teórica consistente. O segundo estágio (estágio 1) é o momento de actividades algorítmicas, que consiste na aplicação explícita de técnicas matemáticas por meio do uso de algoritmos repetidamente. O terceiro estágio (estágio 2) refere-se à actividade criativa, considerado pelo autor como o momento em que a verdadeira criatividade matemática ocorre e que consiste na tomada de decisões sem o uso de algoritmos.

Apesar de existirem diferentes concepções sobre a criatividade em matemática, os vários autores, afirmam que as estratégias mais eficazes, para favorecer o desenvolvimento da criatividade, devem ser utilizados com a resolução, redefinição e formulação de problemas.

A capacidade criativa em matemática também deve ser caracterizada pela abundância ou quantidade de ideias diferentes produzidas sobre um mesmo assunto (fluência), pela capacidade de alterar o pensamento ou conceber diferentes categorias de respostas (flexibilidade), por apresentar respostas incomuns (originalidade) e por apresentar grande quantidade de detalhes numa ideia (elaboração). Assim, para estimular o desenvolvimento da criatividade, deve-se criar um clima que permita aos alunos apresentar fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração nos seus trabalhos (Alencar, 1990).

Para motivar e despertar a criatividade dos alunos, devem-se proporcionar actividades de resolução de problemas que permitam criar ou inventar alguma estratégia de resolução, visto que as habilidades matemáticas, não se desenvolvem com exercícios de aplicação de técnicas ou conceitos, pois o aluno pode através da memória, fazer simplesmente uma transposição analógica dessa situação e posteriormente não ser capaz de utilizar os seus conhecimentos, em situações diferentes ou mais complexas.

Saturnino de la Torre (2005) afirma que a riqueza de um país não está apenas nos seus recursos naturais, mas também na capacidade inovadora e criativa das gerações mais jovens. Isso implica uma responsabilidade para os sistemas de ensino, especialmente para a escola, que deve assumir a função de estimular o desenvolvimento da criatividade na sua dupla vertente de capacidade e atitude, de modo que ela se constitua num dos objectivos de cada um dos componentes curriculares que estruturam o processo formal de escolarização, especialmente em matemática, pois infelizmente tem sido apresentada aos alunos como uma área estática e de pouco espaço para a criatividade.

Para favorecer o desenvolvimento da criatividade em matemática, um dos desafios a serem enfrentados refere-se à superação da realidade existente na maioria das escolas, nas quais o ensino da matemática é marcado pela fragmentação, descontextualização e actividade mecânica. Esta realidade tem gerado, nos estudantes portugueses, desinteresse e indiferença em relação a esta componente curricular, produzindo ao longo da história escolar do aluno um sentimento de fracasso e incapacidade para compreender e resolver problemas matemáticos.

Muitas vezes o trabalho pedagógico, realizado nas escolas, não facilita as oportunidades para que o aluno seja estimulado a usar o seu potencial durante as aulas de matemática. Vários autores afirmam que muitos professores usam nas aulas uma grande quantidade de exercícios repetitivos, apresentando as actividades e os conteúdos por meio de aulas expositivas e, quando trabalham com problemas, usam apenas situações que não favorecem o desenvolvimento de estratégias pessoais de resolução, pois remetem a procedimentos já conhecidos que podem ser utilizados por meio da memorização. Além de que, não procuram desafios, nem problemas inéditos.

Cabe aos professores identificar os talentos criativos dos seus alunos, levando-os a desenvolvê-los de forma adequada, possibilitando a escolha de actividades com as quais tenham maior afinidade (Scomparim, 2004). Assim, os professores devem desenvolver competências para propiciar um ambiente adequado para a aprendizagem da matemática. Para o desenvolvimento dessas competências, destacamos o papel que a formação inicial e a formação contínua desses profissionais exerce no seu comportamento e na sala de aula. É fundamental que eles tenham uma visão do que vem a ser matemática, visão do que constitui a actividade matemática, visão do que constitui a aprendizagem da matemática e visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem da matemática (d'Ambrosio, 1993), pois "um matemático potencialmente criativo não poderá contribuir com algo novo se a sociedade na qual ele vive não lhe prover o acesso aos conhecimentos passados ou não oportunizar que faça um trabalho sobre o estado da arte nesta área" (Nakamura; Csikszentmihalyi, 2003, p. 169).

Para estimular a criatividade devemos estar atentos às experiências que os estudantes já vivenciaram, tentando identificar factores que provocaram estímulos positivos e negativos em relação à matemática e como estes agem na construção de uma representação positiva da mesma. Devemos investigar o currículo a fim de examinarmos se a sua estruturação faz um apelo à criatividade matemática e se a sua forma de organização privilegia os processos criativos ou os de memorização. Devemos ainda investir na formação dos professores, para que também possam desenvolver a sua criatividade e, assim estimular o desenvolvimento da criatividade nos seus alunos.

Para finalizar, destacamos uma frase de Smale, que, ao tratar da especificidade da criatividade em matemática, diz que a:

> "matemática é mais como arte que as demais ciências. A matemática tende a ser correcta. Mas também a matemática tende a ser irrelevante. Há um grande risco de a matemática se preocupar com coisas que são correctas, mas não são importantes" (Smale, apud d'Ambrosio, 2004, p. 29).

## 4. A actividade matemática

No processo da educação, saber como se aprende matemática é essencial. Dreyfus (1991) afirma que uma das finalidades dos professores de matemática, é fazer compreender, mais do que conhecer ou possuir destrezas. Esse processo, quando ocorre na mente do aluno, é resultado de uma sequência de actividades de aprendizagem, com diferentes processos que ocorrem e interactuam. A memorização mecânica (e repetitiva) deve distinguir-se da memorização compreensiva.

A primeira (própria do ensino tradicional) não privilegia a aprendizagem significativa, enquanto que a segunda contribui para o desenvolvimento de competências do raciocínio matemático e de atitudes positivas em relação à matemática.

Orton e Orton (1999) referem que a quantidade e qualidade da aprendizagem dependem entre outros, de dois factores em estreita relação: nível de dificuldade conceptual do assunto em estudo e a motivação e atitude do aluno. O grau de abstracção do aluno parece ser um elemento determinante da dificuldade conceptual e do interesse pelos padrões. Muitos estudantes parecem ter grande dificuldade em trabalhar com letras em vez de números. A passagem dos números para um maior grau de abstracção parece ser um dos grandes desafios a nível da educação matemática: a partir dos números dar sentido às letras (Vale, Palhares, Cabrita, Borralho, 2006). Os conceitos matemáticos surgem da interacção entre o sistema de signo/símbolo e os contextos de referência/objectos.

A actividade matemática, utiliza uma linguagem própria e uma simbologia adequada que Dreyfus (1991) chama de "representações simbólicas". Ele também considera as "representações mentais" que ocorrem quando pensamos e/ou falamos do objecto ou processo matemático e se que se ligam ou relacionam com algo que se tem em mente.

A representação simbólica é falada ou escrita e deve facilitar a comunicação do conceito; a representação mental refere-se a esquemas internos de cada indivíduo, que representam um conceito e que para proporcionar sucesso em matemática devem permitir a visualização de diferentes representações mentais do mesmo.

Leinhardt, Putman, Stein e Baxter (1991) afirmam que o professor quando faz uma explicação de determinado conteúdo matemático, aplica representações que são entidades usadas para traduzir algo e que são desenhos, analogias ou materiais manipuláveis. Para atingir a abstracção na matemática o aluno deve realizar um processo construtivo – a construção de estruturas mentais a partir de estruturas matemáticas, isto é através das propriedades e das relações entre objectos matemáticos.

Este processo está dependente de se isolarem as propriedades e relações adequadas, o que requer a capacidade de desviar a atenção dos objectos em si mesmos para as estruturas das suas propriedades e relações. Esta actividade mental construtivista foca a atenção nas estruturas que fazem parte do conceito e desvia a atenção daquelas, que são irrelevantes no contexto.

Para alguns investigadores a actividade matemática tem três tipos de raciocínio: o lógico – dedutivo, o algorítmico e o indutivo.

O raciocínio lógico – dedutivo consiste na validação e organização do conhecimento matemático. O raciocínio algorítmico consiste em etapas bem definidas, em que cada passo utiliza uma operação simples, bem definida e está relacionada com técnicas matemáticas. O raciocínio indutivo, os passos não estão bem delineados e aparecem por ordem variada.

Segundo Fischbein (1994), a actividade matemática têm três componentes: a formal, a algorítmica e a intuitiva. A componente formal envolve axiomas, definições, teoremas e demonstrações que são as componentes do processo de raciocínio matemático e devem ser usadas activamente pelo aluno. Segundo Gusman (1999), NCTM (2000) e Ponte (1992), esta característica do conhecimento matemático constitui um dos maiores obstáculos à aprendizagem da matemática, quando é realizada cedo e sem explicar aos alunos a sua importância.

A componente algorítmica é adquirida através das competências que advêm da prática e do treino sistemático. Os indivíduos necessitam não só de compreender, mas também de destrezas que são adquiridas pela prática. As capacidades matemáticas são armazenadas na forma de procedimentos de resolução de algoritmos. Os algoritmos permitem economia de pensamento, adaptando um conjunto de procedimentos tipo, a situações problemáticas. Este entrelaçar entre significado e destrezas permite o raciocínio matemático produtivo e com significado.

A componente intuitiva utiliza a imaginação, a visualização e todas as nossas vivências. A intuição é o produto das imagens conceptuais da pessoa. O conhecimento intuitivo na matemática, é aquele que é próprio de cada individuo, que transporta sentimentos de certeza e que vai para além dos factos que são acessíveis (e g. Fischbein, 1994; Resnick e Ford, 1986; Gusmán, 1999, Resnick e al, 1981; Davis e Hersh, 1981; McLeod, 1992).

Fischbein defende dois tipos de intuições: as intuições primárias que são desenvolvidas de um modo natural, antes de qualquer instrução sistemática; as intuições secundárias que advêm do treino intelectual sistemático.

Os conceitos matemáticos são um misto de algoritmos e proposições temperados com doses de intuição (Matos, 1994).

Presentemente pretende-se ensinar os conceitos matemáticos não formalmente, mas intuitivamente, utilizando exemplos, fazendo problemas, desenvolvendo uma técnica de raciocínio que é a expressão de se ter interiorizado algo com sucesso. Segundo Guzmán (1993, 1999) é necessário cuidar e cultivar a intuição. Segundo ele e Tall (1991) a intuição deve ser educada, e para isso contribui a experimentação e a análise; a intuição deve acompanhar todo o percurso escolar, não estar somente presente nos primeiros anos de escolaridade.

### 4.1. O número

O número é fundamental na matemática e desempenha um papel primordial na nossa sociedade e cultura, utilizando-se em variadas situações do quotidiano.

Quando as crianças entram no jardim-de-infância, têm conhecimentos informais sobre a quantidade e o número, daí que a educação pré-escolar desenvolva as competências numéricas e "vá construindo a noção de número como correspondendo a uma série (número ordinal) ou uma hierarquia (número cardinal)" (Ministério da Educação, p. 74).

Segundo Escalona (2004) as relações lógico-ordinais do número natural, são a origem de toda a construção matemática. A sequência numérica fundamenta-se nesse sistema de relações lógico-ordinais (postulada por B. Russell) existente entre os seus termos, ficando construída através desse sistema. Estas relações geram a sequência e com ela todo o sistema de números naturais, construindo o edifício matemático.

Para o desenvolvimento do processo ensino-aprendizagem as actividades numéricas propostas às crianças, devem contemplar aspectos do número (cardinal e ordinal), sendo fundamental que se adequem ao desenvolvimento da acção de contar, assim como, analisem os princípios básicos de contar; deve-se também observar e reconhecer em que nível de sequência numérica se encontra a criança e realizar actividades adequadas para ela conseguir o êxito operatório.

A acção de contar é fundamental para a criança, para assim realizar a construção do número. Devemos fazer uso dessa habilidade para conseguir que as crianças assimilem o princípio da cardinalidade, através da sequência numérica (princípio de ordem estável), e pondo em marcha o princípio da correspondência um a um, com o qual se consegue chegar ao cardinal, através do ordinal. Podemos relacionar "os números perceptuais", que Piaget chamava aos números pequenos, com a numerosidade ou *sibitizing*, ou seja a capacidade de determinar a reconhecer quantidades ou agrupamentos de aproximadamente cinco elementos, sem o uso da contagem.

O conhecimento de vários aspectos ligados à construção e interpretação do número contribuem, segundo Moreira e Oliveira (2003) "para uma visão da matemática como uma ciência dinâmica, variada e, sem dúvida humana" (p.105).

### 4.2. O sentido de número

Nos últimos anos, expressões com o "sentido do número ou compreensão intuitiva do número", têm sido também utilizadas, sobretudo em documentos curriculares, para chamar a atenção para a importância do tema na Matemática e para clarificar o seu significado (Vale et al., 2006).

A aquisição do conceito de número é apontada como fundamental para a continuidade da aprendizagem da matemática escolar. Esta competência compreende, segundo Vale et al. (2006) um sentido intuitivo para os números e variadas interpretações, bem como estimar diferentes níveis de precisão o resultado de cálculos; engloba também a capacidade para detectar erros aritméticos, e a percepção para a utilização dos números em diferentes situações.

Na Educação Infantil, a matemática implica: "conhecimento e construção do conceito de número". Isto exige que o professor se desenvolva para o aprender a fazer, e se comprometa com a formação das crianças autónomas, que valorizam as relações de solidariedade em oposição ao individualismo. De acordo com Costa (1988) "é no pré-escolar que a criança forma os conceitos matemáticos básicos, ou seja, aqueles que são fundamentais para o trabalho posterior com números, medidas e geometria" (p. 2). A par do desenvolvimento do sentido do número, os alunos precisam ter experiências concretas, de modo a conseguirem construir um significado para o pensamento algébrico (Vale et al, 2006, P.1).

Apesar disso, nem a Educação Infantil nem o Ensino Básico dedicam a devida atenção às noções matemáticas fundamentais. Assim, consideramos que um dos principais objectivos, no processo da construção do número, seja a estimulação da criança para que tenha confiança nas suas próprias estratégias, revelando a sua capacidade para lidar com situações matemáticas novas e utilizar os seus conhecimentos prévios, assim como dar à criança a oportunidade de observar os factos, em especial, quando estes são contrários aos previstos por ela. Por essa razão, é necessário saber como é que a criança constrói os conhecimentos matemáticos. Existem várias teorias defendidas por diferentes matemáticos e/ ou filósofos sobre este conceito:

- O Nominalismo defende que "os números são fruto da observação operada sobre as realidades empíricas" (Manno, s/d). O que significa que os números são produto do pensamento, quando este se debruça sobre realidades empíricas, tudo parte do concreto e o abstracto resulta de situações concretas e a elas está ligado.

- A Conceptualista afirma que os números são "construções do intelecto" baseadas nas intuições elementares ou auto-evidentes, que dão origem a uma "intuição primitiva do numerar" (ibidem). Os números são pois considerados criações da mente; "na base da Matemática está o poder intuitivo fundamental da mente humana" (Mano s/d).
- O Realismo (ou platonismo) admite que os números existem de facto, não são criados, mas descobertos. Uma visão mais particular do realismo é o logicismo. A Matemática podia reduzir-se à lógica. Vários pensadores como Frege, Leibniz e Bertrand Russel tentaram exprimir toda a matemática a partir da lógica.

Russel (1903) distinguiu entre número cardinal (classe de todos os conjuntos que podem ser postos em correspondência termo a termo) e número ordinal (classe das progressões, as quais são também definidas com recurso à correspondência termo a termo, que se revela uma noção fundamental, na definição numérica).

Segundo Escalona C. F. (2004) existe uma correlação entre o desenvolvimento do cardinal e do ordinal, de tal forma que "si un niño se encuentra en la primera etapa según la génesis del cardinal entonces ese niño también está en la primera etapa de la correspondiente al ordinal y viceversa. Lo mismo ocurre con las etapas sucesivas (pág. 51).

O número reduz-se à lógica e a noção de correspondência termo a termo, é prévia à de número.

- O Formalismo afirma que os números não são especificamente nada, podendo ser tudo o que se queira: "São quaisquer entidades que obedeçam às regras estabelecidas para o seu funcionamento, podendo-lhes chamar qualquer coisa, negando assim qualquer significado intrínseco aos objectos matemáticos".

Para os formalistas, a matemática é um jogo com regras bem definidas, e são elas que são importantes. Para eles, o processo de construção matemática é essencialmente inventivo, nada se descobre porque nada existe, na matemática. Esta teoria, em voga desde o princípio do séc. XX, está actualmente a ser criticada, porque acarreta uma perda de significado e também porque não defende devidamente o porquê da matemática ser tão aplicada nas ciências e de ter sucesso na explicação do real.

Maciel e Benedetti (1992) referindo-se ao conceito de número no pré-escolar, afirmam que "o número não é dado imediato da natureza (…). É abstracção a partir do objecto físico, mas não é propriedade deste objecto; faz parte do universo de relações" (p. 34).

Uma alternativa, portanto, é considerar o conceito de número como sendo composto de uma série de habilidades que podem ser traduzidas em relações arbitrárias entre numerais (algarismos, nomes escritos dos números e outros símbolos), nome falado dos números, objectos e representações de objectos que sugerem quantidades. Essas relações variam de cultura para cultura e de época para época, razão pela qual podemos afirmar que lidamos com *conceitos de número* e não com um, e apenas um conceito de número. Portanto, número pode ser entendido como um quadro de relações estabelecido pelo conhecimento matemático e pela cultura vigentes (Carmo, 2000).

É comum as pessoas utilizarem os termos número e numeral como sinónimos. Dizem "aquele é o número sete" quando, na verdade, estão a referir-se ao numeral sete. Há uma confusão entre referente e referido.

Carmo e Galvão (2000, p. 50) sugerem que na nossa cultura, as relações e operações mínimas exigidas para que uma criança apresente o conceito de número são as que se seguem:

1) Diante de um numeral, escolher (apontar, separar, marcar etc.), entre dois ou mais conjuntos de objectos, aquele cuja quantidade de elementos corresponde ao numeral;
2) Perante um numeral, escolher (apontar, separar, marcar etc.), entre dois ou mais nomes escritos de números, aquele que corresponde ao numeral apresentado;
3) Com uma colecção de objectos, escolher, entre dois ou mais nomes escritos de numerais, aquele que corresponde à quantidade apresentada;
4) Numa colecção de objectos, escolher, entre dois ou mais numerais, aquele que corresponde à quantidade apresentada;
5) A partir do nome escrito de um número, escolher o numeral correspondente, entre dois ou mais disponíveis;
6) A partir do nome escrito de um número, escolher o conjunto com número de elementos correspondente, entre dois ou mais disponíveis;
7) A partir de um número ditado qualquer, escolher a palavra escrita correspondente, entre duas ou mais palavras escritas apresentadas;
8) A partir de um número ditado qualquer, escolher o numeral correspondente, entre dois ou mais disponíveis;

9) A partir de um número ditado qualquer, escolher a quantidade correspondente de objectos (neste caso e nos itens 1, 3, 4 e 6 podemos apontar alguns indícios de que a criança já sabe contagem[7]);
10) Diante de um numeral, ou de um conjunto de objectos, ou do nome escrito de um número, dizer o nome correspondente;
11) Estabelecer a correspondência entre uma quantidade determinada de objectos, um numeral, a palavra escrita e o nome falado do número, tratando-os como equivalentes;
12) Ordenar numerais ou palavras ou quantidades, em sequência crescente;
13) Ordenar numerais ou palavras ou quantidades, em sequência decrescente;
14) Produzir o correspondente verbal das sequências dos itens 12 e 13;
15) Diante de dois numerais, dizer qual tem valor mais alto, qual tem valor mais baixo ou se são iguais em valor;
16) Comparar dois conjuntos de objectos (corresponder um a um os elementos ou contar), dizer qual "o maior" (ou que tem mais elementos), qual "o menor" (ou que tem menos elementos) ou se possuem a mesma quantidade;
17) Apresentar as operações acima descritas em contextos diversificados, dentro ou fora do ambiente escolar, desde que tais operações sejam apropriadas à situação em que a criança está inserida.

A partir do conjunto de relações acima expostos, teremos condições de:

1) Descrever quais as relações que pertenceriam ao conceito de número vigente na nossa cultura;
2) Identificar possíveis falhas no ensino do conceito de número a partir da avaliação do repertório da criança;
3) Indicar procedimentos de ensino que tornem possível uma aprendizagem do quadro de relações que compõe o conceito de número;
4) Discutir a formação dos educadores que lidam directamente com o ensino de noções matemáticas ou que lidam com questões de ensino e aprendizagem em geral.

Para que a criança compreenda o conceito de número, é necessário que o professor apresente situações do quotidiano, que possibilitem a construção desse conceito de forma

[7] A contagem é uma habilidade bastante complexa e ainda há controvérsia em relação a seu papel na aprendizagem do conceito de número.

natural, pois "devemos encorajar as crianças a pensarem sobre os números e quantidades de objectos, quando estes forem significativos" (Kammi & Devries, 1991, p. 31).

Segundo Serrazina (1996), adquirir o sentido de número é compreender os seus significados, desenvolver relações entre os números, reconhecer a sua grandeza relativa e como se "comportam" quando adicionados, subtraídos, multiplicados ou divididos. Para Corte and Verschaffel (1996) é algo que se refere a uma intuição para os números, seus variados usos e interpretações.

Deste modo, os educadores, precisam descobrir alternativas para lidar com situações matemáticas, de forma a que a criança desenvolva a sua autonomia e construa o sentido de número.

É importante, que a Educação Infantil dê oportunidade às crianças para a manipulação de objectos, como um recurso indispensável para a compreensão e construção do número, como expressão de quantidade, e de numeral como indicação de número.

Segundo Moreira e Oliveira (2003, p. 112) na base da aprendizagem do número, há três conceitos elementares (o cardinal, o ordinal e o nominal) e as crianças devem ter oportunidades para manipular objectos, explorar situações e observar o mundo à sua volta, interagindo com os outros (Baroody, 1987; Nunes e Bryant, 1996). As interacções entre as crianças e as crianças e adultos em situações e contextos apropriados permitem distinguir entre os três conceitos atrás referidos, assim como estabelecer conexões para os processos numéricos.

Nos Estados Unidos, diversos estudos têm mostrado que cerca de 90% das crianças quando entram na educação pré-escolar identificam os números até 5; 75% são capazes de indicar o número seguinte, até dez; 57% utilizam correctamente os primeiros ordinais até cinco, bem como as palavras primeiro e último (Spodek e Saracho, 1999).

Devemos encorajar, as crianças a pensarem sobre quantidade, e é na fase entre os 4 e 6 anos de idade, que elas demonstram interesse em contar objectos e comparar quantidades.

A aprendizagem da sequência das palavras – número, na ordem correcta, vai permitir a partilha social do conhecimento numérico. Shane (1999) refere que "Para as crianças na fase da "contagem por palavras" não é a contagem de objectos que é tão importante como a sequência da contagem, usando as palavras certas na ordem certa" (p. 130). Daí que seja fundamental as crianças no pré-escolar adquirirem a competência da sequência verbal dos números que pode ser realizada com lengalengas, jogos, cantigas com gestos de quantidades, em que uma criança diz um número e outra o seguinte, ou que a "contar aos saltos", em que uma diz o número em voz alta e a seguinte em silêncio. (Moreira e Oliveira, 2003). Segundo estas investigadoras as experiências de contagem desempenham um papel fundamental na aquisição do conceito de número. A enumeração em voz alta de objectos permite à criança a sequência numérica verbal e o controlo sobre os objectos. Inicialmente a criança aprenderá a coordenar o gesto com a palavra–número e a sequência verbal. Gradualmente a criança com essas actividades, fará a associação de numeral com o número de objectos contados, consolidará o princípio da abstracção e aprenderá que independentemente da ordem pela qual conta os objectos isso não alterará o seu total. A educadora poderá pedir para usarem símbolos para registar observações ou descrições. Essas representações, podem inicialmente ser escolhidas pelas crianças, e mais tarde com diferentes práticas educativas irem seleccionando os símbolos com os numerais. (ex.: mostrar os números nas portas, nos autocarros, associar objectos aos números…), em vários contextos, para as ajudar a desenvolverem competências comunicativas, culturais e sociais.

Kammii (1992) defende a importância da autonomia moral e intelectual da criança. O desenvolvimento da autonomia ocorre quando as "suas ideias forem levadas seriamente na tomada de decisões" (Kammii, 1992, p.80). As crianças só podem desenvolver a autonomia intelectual quando "todas as ideias, inclusive as erradas, são respeitadas" (Kamii, 1992, p. 82). As crianças que são encorajadas a tomar decisões, são-no também, a pensar em conceitos matemáticos, como "primeiro" "segundo", "antes", "depois" "mais", "menos". Isto é possível, partindo das relações que as crianças criam autonomamente na vida quotidiana quando participam em situações envolvendo número, relações entre quantidades e problemas no espaço.

Kamii (1992) nos estudos apresentados e fundamentados na teoria de Piaget, defende que o nome e a escrita dos números, se referem a outro tipo de conhecimento: o social. Segundo ele, este tipo de conhecimento é adquirido por meio da transmissão social e que desenvolver situações para as crianças memorizarem, relacionando o nome ao símbolo, saber escrever numerais, não dará condições para que entendam os conceitos básicos para a sua compreensão da construção do número.

Piaget (apud Kamii, 1991, p. 26) afirma que "o número é alguma coisa que cada ser humano constrói através da criação e coordenação das relações". Os alunos precisam de flexibilidade operatória nos seus esquemas de assimilação e não tanto de respostas aprendidas e de memorização. Se a criança construir a sua própria estrutura lógica de pensamentos, tornar-se-á capaz de raciocinar logicamente em diversas tarefas.

Walle (1990) definiu três princípios subjacentes ao acto de contar:

- O princípio da estabilidade da ordem da sequência verbal, isto é, a cadeia de palavras-número é sempre a mesma em todas as contagens.
- O princípio da correspondência biunívoca, ou seja, cada numeral tem de ser associado com um e só um dos objectos que estão a ser contados.
- O princípio da abstracção, que significa que qualquer colecção de objectos pode ser contada.

Estes princípios permitem uma contagem procedimental. A criança para contar objectos correctamente até um determinado número, necessita associar pensamento, acção e palavra de forma a:

- Lembrar-se da sequência dos números;
- Saber que a cada objecto corresponde um único número;
- Não esquecer os objectos que já foram contados (Moreira e Oliveira, 2003, p. 117).

É muito importante que a criança aprenda a contar, e a investigação mostra que "a habilidade de dizer palavras numéricas é uma coisa e o uso da aptidão é bem outra coisa". (Kamii, 1991, p. 51).

Moreira e Oliveira (2003, p. 114) referem que as experiências informais das crianças sobre número e quantidade, adquiridas fora do jardim-de-infância, baseadas "nas percepções, intuições e estratégias inventadas"… "para lidar com as situações problemáticas quantitativas" dão significado aos processos cognitivos e sociais presentes no pensamento numérico.

Para Barros e Palhares (1997) contar implica estabelecer uma correspondência *termo a termo*, entre cada objecto que se quer contar e uma só das palavras da sequência dos símbolos verbais dos números (p. 50).

A contagem um a um exige a utilização da memória imediata; na língua portuguesa, a criança necessita mais desse apoio quando procede à nomeação das palavras – número de 1 a 15, pois não existe lógica, nem regularidade dos nomes desses números.

Gaspar (2004, p. 127) afirma que "a habilidade das crianças dizerem a sequência correcta das palavras numéricas é fortemente influenciada pelas oportunidades que lhe são dadas de aprender e praticar essa sequência", "existindo uma grande variação dentro de cada grupo etário, determinada por diferentes variáveis socioculturais.

Segundo Butteworth (2005), a contagem é uma das primeiras formas que a criança tem para entrar em contacto com o sentido do número, e isto ocorre nas brincadeiras do quotidiano infantil. Ele aponta princípios que orientam as actividades de contagem, de acordo com Gelman e Gallistel (1978):

- o princípio um-um – designar um e somente um nome de número para cada item a ser contado;
- princípio cardinal – o último nome de número denota o total de itens contados;
- o princípio da abstracção – qualquer tipo de entidade pode ser contada;
- o princípio da irrelevância da ordem – a ordem em que os objectos são enumerados não importa.

A presença precoce destas capacidades de contagem são não o resultado de a criança ter percebido a ideia de quantidade, mas antes um veículo para a compreensão da ideia de quantidade (Gelman & Meck, 1983).

Segundo Moreira e Oliveira (2003), referem as crianças reconhecem facilmente quando há muitos ou poucos objectos numa colecção, e pretende-se que na educação pré-escolar, estabeleçam comparações entre objectos de duas colecções, conduzindo as suas aprendizagens para que se associe o número às comparações, realizadas através de correspondências termo a termo. As correspondências biunívocas ou correspondências um a um permitem relacionar termo a termo dois grupos de objectos, permitem alargar a compreensão do número enquanto cardinal. Ex.: distribuir tantos chapéus como o número de meninos; cada casinha tem o seu menino. Há tantas casinhas como meninos. Há quatro casinhas e quatro meninos.

A compreensão do conceito de número exige que a criança percorra um longo caminho, por isso o professor deve criar actividades para que a criança possa desenvolver e progredir nas suas habilidades.

Segundo a teoria de Piaget (apud Kamii, 1993), para que a criança construa o conceito de número precisa ter a síntese das estruturas lógicas: conservação, seriação e classificação.

Assim, à medida que as situações concretas se iniciam com a manipulação curiosa do contacto físico, da interacção com os sentidos, as experiências vão-se acumulando.

Começam a surgir semelhanças e classificações que levam à formação de conceitos, desenvolvendo-se as capacidades de descrever, comparar, representar, de equacionar e demonstrar. É através das diferentes actividades, por meio das acções que a criança interage com os objectos e vai construindo o seu pensamento lógico-matemático.

Segundo Lorenzato (2006, p. 24), o professor deve conhecer "os sete processos mentais básicos para a aprendizagem da matemática" que são: a correspondência, a comparação, a classificação, a sequenciação, a seriação, a inclusão e a conservação. As crianças deverão ter a actividades que propiciem estes processos para poderem percepcionar o sentido do número e a contagem entre outras noções.

1. A correspondência é o acto de estabelecer a relação "um a um". Ex.: Um copo para cada pessoa; um pé com o respectivo sapato; cada aluno com a sua caneta. Mais tarde, a correspondência será exigida em situações como: a cada quantidade, um número (cardinal), a cada número, um numeral, a cada posição (uma sequência ordenada), um número ordinal.

2. A comparação é o acto de estabelecer diferenças ou semelhanças. Ex.: esta peça é maior que aquela; moro mais perto do que ela. Posteriormente: Quais destas figuras são quadrangulares?...

3. A classificação é o acto de separar em categorias de acordo com as diferenças ou semelhanças. Ex.: com as peças triangulares e quadrangulares, fazer-se a separação quanto ao número de lados; distribuir os alunos por anos.

3a. A classificação é o processo de agrupamento de elementos obedecendo a uma determinada classe ou espécie. Ex.: guardar brinquedos em caixas diferentes, dividir a turma em meninos e meninas.

4. A sequenciação é o acto de fazer suceder a cada elemento um outro, sem considerar a ordem entre eles. Ex.: a chegada dos alunos à escola; escolher ou apresentar os números do jogo bingo…
5. A seriação é o acto de ordenar uma sequência, segundo um critério; é o modelo de agrupamento que consiste em ordenar, segundo as grandezas crescentes e decrescentes. Ex: fila de crianças do mais baixo para o mais alto; seriar objectos de uma colecção em função do atributo tamanho, colocando-os da ordem menor para a maior ou vice-versa; numeração das casas nas ruas; seriar em função da espessura, da velocidade, etc. Uma capacidade para a ordenação de números e para a noção de número ordinal é a de seriação; considerar diferenças nos elementos de um dado conjunto atendendo a uma determinada característica.
6. A inclusão é o acto de fazer abranger um conjunto com outro. Ex.: incluir as ideias de que as maçãs e as bananas são frutos; meninos e meninas, são crianças; médica, enfermeira, porteiro são funcionários do hospital; rectângulos, losangos e trapézios são quadriláteros.
7. A conservação é a capacidade de compreender que certas peculiaridades de um objecto são constantes. Acto de perceber que a quantidade não depende da arrumação, forma ou posição. Ex.: dispor bolas amarelas numa fila e castanhas noutra; modificar a disposição das bolas, numa das filas. Perguntar: Existe o mesmo número de amarelas e castanhas? Ou há mais aqui ou ali? Fazer uma roda grande e outra pequena, com o mesmo número de crianças.

Lorenzato (2006, p. 24) salienta que em sala de aula a criança deverá trabalhar as noções de:

| | | |
|---|---|---|
| grande/pequeno<br>maior/menor<br>grosso/fino<br>curto/comprido<br>alto/baixo<br>largo/estreito<br>perto/longe<br>leve/pesado<br>vazio/cheio | mais/menos<br>muito/pouco<br>igual/diferente<br>dentro/fora<br>começo/meio/fim<br>antes/agora/depois<br>cedo/tarde<br>dia/noite<br>ontem/hoje/amanhã<br>devagar/depressa | aberto/fechado<br>em cima/em baixo<br>direita/esquerda<br>primeiro/último/entre<br>na frente/atrás/ao lado<br>para frente/para trás/para o lado<br>para a direita/para a esquerda<br>para cima/para baixo<br>ganhar/perder<br>aumentar/diminuir |

Estas noções devem ser abordadas de diferentes maneiras: com materiais manipuláveis, desenhos, histórias…, de forma a permitir e facilitar a percepção do significado de cada uma delas. Poderão colocar-se diferentes questões. Ex.: Como é o boneco? Onde está a peça? Qual o conjunto que possui mais elementos? Qual dos grupos tem menos animais? Qual das meninas chegou primeiro? Consegues colocar o copo para baixo? Hoje chegaste cedo? Qual é o maior?

Segundo Barros e Palhares (1997) o número "ficará definitivamente construído sem que a criança seja capaz de *conservar*, isto é conferir uma ordem superior à contagem, que efectua de forma a que a aparência visual ou outra não se sobreponha à contagem que efectua" (p. 50).

Kamii (1993) salienta três tipos de conhecimento: o físico; o lógico-matemático e o social.

Entende-se por conhecimento físico aquele que tem a ver com as características do próprio objecto e que a criança adquire por meio da sua acção com os objectos. Ex.: nas acções de manipular, observar, jogar amassar, quebrar objectos. A criança vai construindo noções de tamanho, espessura, altura, etc. Para construir este tipo de conhecimento a criança. concentra a sua atenção num determinado atributo do objecto e não liga aos outros. Ex.: focaliza-se na cor da peça, ignorando a forma, o tamanho, a espessura.

O conhecimento lógico-matemático refere-se às relações que a criança cria com os objectos. É a relação que a criança elabora mental e internamente. É desta forma que a criança constrói as noções de mais, menos, do comprimento, da massa, do volume. A noção de número é conhecimento lógico-matemático.

O conhecimento social é adquirido por meio da transmissão social, da utilização da linguagem. São valores, regras sociais, normas, nomes dos objectos, nome e escrita de numerais. A criança precisa sabê-los para se integrar no meio envolvente.

Kamii (1992) afirma que em determinadas fases, as crianças ao contarem objectos, quando enfileirados, saltam alguns na contagem, contam mais de uma vez o mesmo objecto, ou deixam de contar alguns. Isto deve-se ao facto, de ainda não terem percebido que precisam estabelecer uma relação de ordem entre os objectos a serem contados. A criança tem que ordenar mentalmente os objectos; mas não é suficiente estabelecer essa ordem entre os objectos para que o problema de quantificação esteja resolvido, pois pode ordenar os objectos mentalmente e contá-los como se desse nome a cada um deles. Ex.: Ana para "um", Rita para "dois" Carlota para "três", … António para "sete". Neste caso, quando lhe pedirmos para nos indicar os (sete) objectos, ela poderá apontar o último, mostrando o António (o sete). Isto não significa que ainda adquiriu a noção de quantidade, mas sim que ainda não construiu o conceito de número.

Butterwarth (2005) afirma: "O tempo para desenvolver um entendimento de conceitos matemáticos e princípios e aplicar os mesmos de uma forma significativa, isto é provavelmente influenciado fortemente pelas práticas educacionais às quais a criança é submetida" (p. 10). Segundo este autor "a construção de número está de mãos dadas com o desenvolvimento da lógica e que um período pré-numérico corresponde a um nível pré-lógico" (p. 4).

Devlin (2004) apresenta a tese que há atributos mentais que permitem a capacidade para lidar com a matemática:

- senso numérico;
- senso de causa e efeito.
- capacidades:
  - numérica;
  - algorítmica;
  - de lidar com abstracções;
  - de elaborar e seguir uma sequência causal de factos ou eventos;
  - de raciocínio relacional;
  - de raciocínio espacial.

Devlin (1998) (op cit) defende que nascemos com o senso numérico, isto é, reconhecemos a diferença de um grupo com dois ou três elementos, bem como quando três elementos são mais que dois. Pequenas quantidades até quatro ou cinco elementos, podem ser distinguidas de forma perceptual. Kamii (1991) refere que Piaget chamava aos números pequenos "números perceptuais". Podemos relacionar os números perceptuais com a numerosidade ou *subitizing*, ou seja, a capacidade de determinar quantidades de aproximadamente quatro/cinco elementos, sem o uso de contagem.

Para Piaget, o número era construído sobre conceitos lógicos, tendo como pré-requisitos: o raciocínio transitivo, a conservação do número e a habilidade de abstrair as propriedades perceptivas de um conjunto sendo construído nas interacções com o mundo.

Butterwarth (2005) tendo uma opinião diferente e afirma que "crianças pequenas parecem responder a propriedades numéricas no seu mundo visual, sem o benefício da linguagem, raciocínio abstracto ou mais oportunidades de manipular o seu mundo". (p. 5) e que os "conceitos básicos de numerosidades estão disponíveis para nós sem a ajuda da cultura, mas que a cultura pode ser útil em algumas circunstâncias" (p. 7).

Gaspar (2004) tem opinião diferente à de Butterwarth (2005) ao ter defendido que as "palavras numéricas têm diferentes significados com os quais as crianças pequenas são confrontadas. Inicialmente, a criança não distingue esses diferentes usos […] e é através da utilização dessas palavras em diferentes contextos […] que lhes atribui significado" (p. 121). A autora defende que o sistema numérico, é uma ferramenta cultural, ou seja, aprendida pela criança.

A criança num ambiente favorável, (conduta do professor e dos companheiros, de informação variada e valorização de respostas adequadas…) receberá numerosas representações, que lhe permitirão alcançar conceitos generalizados do mundo que a rodeia e transformá-los subjectivamente de acordo com o "método" cognitivo próprio, no momento propício. Isto é reforçado por Ángeles Gervilla e Dolores Madrid (2003, p. 468), que defendem a importância de vivências e existência de materiais. O número é um conceito único e a sua utilização incorpora, na prática, distintos significados, implicando uma gama diversificada de competências e destrezas.

Estudar os conceitos matemáticos e as estruturas lógicas, faz parte de um processo contínuo na vida da criança. Assim é primordial considerar os aspectos afectivos, cognitivos e simbólicos necessários, para que a criança possa sentir, pensar, agir, interagindo com o meio envolvente. Cabe aos professores, proporcionar condições para que a troca de experiências, os significados e as ideias sejam construídos e compartilhados entre todos.

Cada criança tem o seu próprio tempo, pois como seres diferentes, não aprendemos todos ao mesmo tempo. Deste modo há necessidade de uma correspondência entre o desenvolvimento psicogenético e as actividades propostas na escola, de forma a que o pensamento cresça a partir de acções, do concreto para o abstracto, da manipulação para a representação e desta para a simbolização.

A Educação Infantil deve permitir situações em que se aprenda participando, vivenciando sentimentos, tomando atitudes perante factos, escolhendo procedimentos, com autonomia, para se atingirem determinados objectivos, que facilitem o processo de construção e aquisição de novos conhecimentos matemáticos.

### 4.3. O número e as operações aritméticas

O número desempenha um papel fundamental no quotidiano, pois utiliza-se em variadas situações e as suas aplicações são inúmeras, expressando determinadas características do mundo real, em particular quantidade, ordem e medida. Existem diferentes acções que indicam uma série de transformações com os objectos desse mundo: comparações, estabelecimento de relações, etc. Todas são acções no mundo físico, e do ponto de vista lógico-matemático, têm uma expressão simbólica que corresponde às operações matemáticas básicas. De facto o conceito de número é um conceito operatório e sem as acções não teria sentido (Escalona, 2004, tradução própria).

As crianças possuem conhecimentos informais sobre a quantidade e o número quando entram no Jardim-de-Infância. Assim a educação infantil deve privilegiar esse saber para que a criança aprenda o processo de construção dos números e "vá construindo a noção de número como correspondendo a uma série (número ordinal) ou uma hierarquia (número cardinal)" (Ministério da Educação, 1997, p. 74).

Segundo Moreira & Oliveira (2003, p.112) distinguem-se três conceitos elementares para definir o número: a) o cardinal (que indica o total de objectos no conjunto); b) o ordinal (que traduz a posição relativa de um objecto, no conjunto ordenado); c) o nominal (quando o número é utilizado para identificação em contextos não numéricos – ex.: números de telefone, números de bilhetes de identidade, …).

A sociedade actual recorre ao número para exprimir situações diferenciadas, daí que seja importante criar oportunidades diversificadas para as crianças poderem manipular objectos, explorar situações e observar o mundo à sua volta, interagindo com os outros (Baroody, 1987; Nunes e Bryant, 1996).

Essas interacções em contextos apropriados e com significado, quer entre crianças, quer entre crianças e adultos, permitem distinguir os conceitos numéricos de ordinal, cardinal e nominal e construírem conexões, "para estabelecerem os processos numéricos, ponderar as suas aplicações e fazer as suas próprias conjecturas" (Moreira & Oliveira, 2003, p. 112).

É igualmente importante, no estudo dos números e numa iniciação à álgebra, incluir o estudo de sequências, quer estas sejam numéricas, ou geométricas (Vale *et al*, 2006, p. 1).

As NCTM (1990) defendem que o sentido do número requer:

- Significados numéricos;
- Relações numéricas;
- Grandeza relativas dos números;

- Efeito das operações nos números;
- Referentes significativos para os números e quantidades.

É importante, que a criança perceba, o valor da posição, e especialmente os números multi-dígitos do nosso sistema decimal. Isto exige a integração de três aspectos: as quantidades e o nome da base (ex.: 1 dezena e 7 unidades), o nome do número (dezassete) e o numeral escrito (17). Trabalhar em diferentes bases, desde muito cedo, e antes de introduzir o sistema decimal, permite às crianças compreenderem o sistema numeral e o sistema de base dez.

Cabe ao educador pensar nas actividades baseadas nas vivências da criança (que adquiriram fora da escola) de forma a realizarem descobertas e experiências para desenvolver habilidades, na resolução de problemas, fazer conjecturas, e apresentar justificações verbais ou escritas. É fundamental que o professor, utilizando materiais didácticos, também as encoraje a fazer perguntas, a comunicar com os colegas, trocando ideias a respeito do que estão a fazer, melhorando a sua linguagem e aptidão para analisar e explicar. O objectivo é proporcionar às crianças condições para trabalharem significativamente com as noções matemáticas, com o fazer matemático, para que descubram novos conhecimentos que privilegiem o seu quotidiano. Segundo Lorenzato (2006) isto "estimulará a sua autoconfiança e reforçará a sua auto-imagem ", pois a "exploração matemática pode ser um bom caminho para favorecer o desenvolvimento intelectual, social e emocional da criança" (p. 1). Aquele investigador defende (p. 11) que o mesmo conceito deve ser aprendido de diferentes maneiras equivalentes, pois a "aquisição de conceitos e a generalização são facilitadas quando a criança realiza a experimentação de modos diversificados. Daí que o ensino seja adaptado à capacidade do aluno. Neste sentido Vergnaud (1995) afirma que o campo conceitual é constituído por:

1) Um conjunto de situações que, para dar significado a um conceito, devem ser distintas e diferenciadas entre si e referentes ao mesmo conceito;
2) Um conjunto de invariantes presentes em diferentes e distintas situações, que indicam constâncias, regularidades ou semelhanças. São os invariantes que dão significado ao conceito;
3) Um conjunto de representações, que são linguagens e símbolos utilizados para representar o conceito. São os significantes do conceito.
4) Investigações realizadas nas últimas décadas apresentam inúmeras variáveis, para o campo conceitual do número, tais como:

1) Correspondência um a um;
2) Cardinalidade de um conjunto;
3) Ordinalidade na contagem;
4) Contagem seriada um a um;
5) Contagem por agrupamentos;
6) Composição e decomposição de quantidades;
7) Reconhecimento de símbolos numéricos;
8) Reconhecimento de símbolos operacionais;
9) Representação numérica;
10) Operacionalidade numérica;
11) Percepção de semelhanças;
12) Percepção de diferenças;
13) Percepção de inclusão;
14) Percepção de invariância.

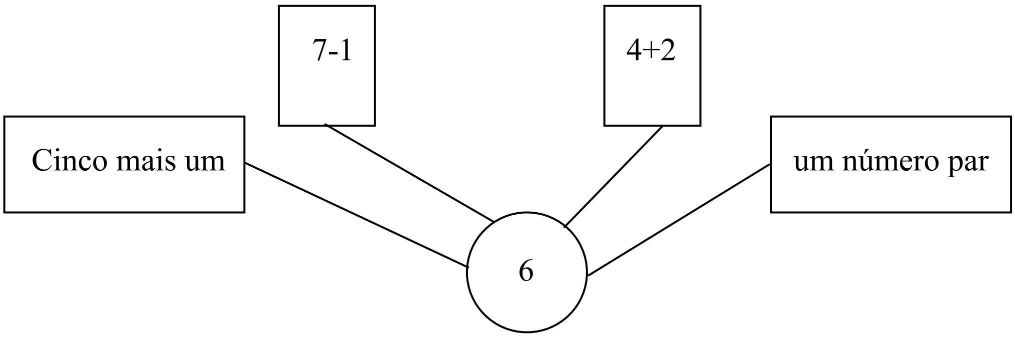
Para o NCTM (2000) os números constituem uma parte fundamental do currículo da matemática escolar. Na perspectiva deste documento "toda a Matemática proposta do Jardim-de-infância (pré-K) ao 12.º ano está fortemente baseada nos números" (p. 32). O documento *Principles and Standars* (NCTM, 2000) apresenta o que as crianças devem ser capazes desde o *Kindergarden* (K) à pré-escola. Identifica três objectivos:

1) Compreender números, formas de os representar, relações entre números e sistemas numéricos:
2) Compreender o significado das operações e o modo como elas se relacionam umas com as outras;
3) Calcular fluentemente e fazer estimativas razoáveis (p. 32).

O sentido do número, segundo as Normas (1991, p. 50), tem cinco componentes:

1) Desenvolvimento de significado acerca do número;
   Indica os caracteres cardinal e ordinal dos números;
2) Exploração das relações entre os números, usando materiais manipuláveis.

A composição e decomposição de conjuntos de objectos ajudam as crianças a reconhecer, por exemplo, o 6 sobre vários aspectos:




Da mesma forma, compreendem que dez: é uma dezena; cinco mais cinco; uma dezena e zero unidades; uma peça verde nos calculadores multibásicos; uma peça laranja no Cuisenaire; duas vezes cinco; …

3) Compreensão da grandeza relativa dos números.
   Por exemplo, 22 é grande, quando comparado com 2; da mesma ordem de grandeza do 20; metade de 11; pequeno quando comparado com 90; …
4) Desenvolvimento de intuições acerca dos efeitos relativos das operações;
5) Desenvolvimento de padrões de medida de objectos comuns e de situações no seu ambiente.

Segundo Lorenzato (2006) o número está constantemente presente no nosso quotidiano e exerce várias funções:

1) Número identificador – está nas datas, nos telefones, nas páginas, nos automóveis;
2) Número localizador – está nos endereços, na distância, na latitude;
3) Número ordenador – indica o andar do apartamento, a posição conseguida numa competição;
4) Número (numerosidade) – com significado de quantidade total, em que é forte a cardinalidade. Exemplo: na aula estão 25 alunos.
5) Número – como final de contagem, em que é forte a *ordinalidade*. Exemplo: ela é a terceira filha;
6) Número (cálculo) – o resultado das operações;
7) Número (medida) – o resultado da mensuração.

A formação do conceito de número é um processo longo e complexo, e não é linear. A criança antes de entrar na escola, já conhece numerais. No início do processo escolar, o professor deve propor actividades, para trabalhar a noção de quantidade, para a construção do conceito de número. Devem-se comparar conjuntos de elementos e utilizar linguagem como: “ter mais elementos, menos elementos ou os mesmos elementos”, em vez de “qual é que tem maior quantidade”. Inicialmente, as comparações devem ser a nível perceptual, até cinco elementos em cada conjunto e posteriormente até nove elementos.

Segundo Lorenzato (2006) as crianças podem ordenar os numerais de 1 a 9 e não compreenderem o que é o número. Quando as crianças percebem as comparações entre quantidades (até 9), pode ser introduzido o registo escrito dessas quantidades, por meio dos numerais, sabendo que o símbolo (numeral) é a representação da ideia (número). Depois, é necessário ampliar a percepção da noção de número, sabendo que as comparações e classificações de conjuntos, levam à ordenação, geralmente apresentadas na horizontal (do menor para o maior, da esquerda para a direita).

Se colocarmos os objectos na horizontal e ordenados, as crianças podem verificar que, por exemplo, na segunda posição, todos os conjuntos têm os mesmos elementos.

| | | | |
|---|---|---|---|
| ◆ | ◆◆ | ◆◆◆ | ◆◆◆◆ |
| ● | ●● | ●●● | ●●●● |
| ■ | ■■ | ■■■ | ■■■■ |

Este facto é muito importante, para ampliar o conceito de número, pois a ideia de quantidade, remete para algo que é observável, ou mesmo, manipulável. O *número* está no plano abstracto e a criança tem que conseguir perceber, construir, adquirir, pois está na sua mente e para perceber ou criar uma relação entre objectos, situações ou acções, temos que propiciar situações que permitam a construção dessa noção.

Segundo Matos e Serrazina (1996) a numeracia exigida pela sociedade, requer um amplo sentido do número e a “compreensão global do número e das operações, a par da capacidade de usar essa compreensão de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações” (p. 245). Aqueles investigadores, afirmam que o sentido do número vai reflectir-se na capacidade de comunicar matematicamente e de interpretar as informações, aumentando à medida que as crianças exploram regularidades numéricas e as relacionem de diferentes formas, retirando o significado social dos diferentes usos e reflectindo sobre os resultados.

Ponte (2006) refere que os aspectos a considerar no conceito de número são:

- Modelos e interpretações dos conceitos numéricos;

- Formas de representação dos números;
- Operações;
- Cálculo;
- Algoritmos;
- Estimação;
- Propriedades das operações com números;
- Estrutura interna dos diversos universos numéricos;
- Relações entre universos e estruturas numéricas.

Há diferentes formas de representação dos números: por palavras, por diagramas, pelo sistema indo-árabe, etc. "Com os números fazem-se diversas operações, como adicionar, subtrair, multiplicar e dividir. Estas operações podem ser feitas mentalmente ou com recurso a instrumentos (como o ábaco, a calculadora ou os algoritmos de papel e lápis)" (p. 8). Os números e operações com números, segundo aquele investigador, "constituem conjuntos dotados de uma certa estrutura (algébrica) onde é possível estabelecer relações (como a relação de ordem) …" (p. 8).

A compreensão dos números, das ordens de grandeza e do significado das operações constitui a base do que se designa muitas vezes por "sentido do número" (Cebola, 2002).

A aquisição do sentido do número está relacionada com a compreensão das operações aritméticas básicas, como o conceito de valor de posição e com as capacidades para operar na base dez, no cálculo mental e nas estimativas.

Segundo Anghileri (2001) refere, nos currículos ingleses, o contar é visto como uma actividade mecânica e o valor de posição como um princípio organizador da matemática, base de vários modelos escritos de cálculo, principalmente do algoritmo tradicional; no modelo holandês, aquela investigadora considera "a abordagem mais holística ao número, com o desenvolvimento de estratégias de cálculo escrito, que conservam ao longo dos cálculos, os números inteiros" (p. 6).

Em Portugal, segue-se o modelo inglês, em que a decomposição de um número é feita por dezenas e unidades e é nesta decomposição que se realiza o cálculo.

A importância dos algoritmos tem vindo a ser referida, quando se trata do currículo da matemática.

Os algoritmos utilizam-se como um processo rápido de efectuar os cálculos.

Segundo Palhares (2004, p. 164) “os símbolos para escrever os números são chamados numerais e os métodos para fazer cálculos, algoritmos”.

Crump (1990, p. 5) afirma que o algoritmo é “ um procedimento fixo que produz resultados que saem de factos numéricos básicos”.

Algoritmo (tem origem no sobrenome de Al-Khwarismi, matemático persa do séc. IX) é uma sequência finita e não ambígua de instruções computáveis para solucionarem um problema. Exemplo: Problema: fabricar um bolo; Algoritmo: receita do bolo; Ingredientes: variáveis envolvidas, no processo e o “modo de fazer”: descrição dos passos a serem realizados para resolver o problema.

Mais especificamente, na matemática, o algoritmo constitui um conjunto de processos (e símbolos que os representam) para efectuar um cálculo.

Segundo Moreira & Oliveira (2003), os algoritmos “mudam com os tempos e com as diferentes culturas”, bem como “com as tecnologias disponíveis em determinadas épocas e sociedades” (p. 142).

Como já afirmado por Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), não se pode confundir a operação com o algoritmo que é utilizado para realizar os cálculos.

### 4.3.1. O desenvolvimento das competências aritméticas

Existem várias actividades de índole aritmética que podem e devem ser desenvolvidas na educação pré-escolar com a finalidade de aquisição de conceitos e competências matemáticas.

A tarefa da aritmética é chegar à simbolização e formalização das operações matemáticas partindo das acções físicas; essa tarefa implica: abstrair as diferentes relações e transformações que ocorrem, os processos análogos, diferenças, reversibilidade, etc. Recordando as etapas de aprendizagem de Mialaret (1984), a fase de passar dessas acções à simbolização, correspondem as etapas de acção efectiva, acção acompanhada de linguagem, acções simples e tradução gráfica; todas elas anteriores à formalização e simbolização, encaminhadas à conceptualização e estruturação da operação.

Depois da conceptualização e estruturação, simboliza-se para existir compreensão e uso; para isso é necessário que se trabalhem uma série de factos, de resultados e técnicas ou destrezas, que permitem calcular qualquer operação, tudo ligado a uma estruturação e simbolização dos conjuntos numéricos.

As técnicas que nos permitem calcular os resultados das operações são o que denominamos algoritmos. Os algoritmos e a simbolização são processos importantes, mas há que diferenciá-los da operação em si. Um algoritmo é uma série finita de regras a aplicar numa determinada ordem, a um número finito de dados (quer dizer, sem indeterminação nem ambiguidades), num número finito de etapas, para chegar com certeza, a um certo resultado, e isto, independentemente dos dados. Portanto não resolve um problema único mas toda uma classe de problemas, que não diferem mais que pelos dados, e que estão governados pelas mesmas prescrições (Escalona, 2004, p.152, trad. prop.).

Finalmente aparecem as aplicações das operações: a resolução de problemas, que é uma forma geral de pensamento e se dá ao longo de todas as etapas anteriores.

Em terminologia piagetiana, podemos considerar duas classes de transformações: aquelas que mudam a quantidade e são as transformações quantitativas, face a outras que a deixam invariável e são as transformações qualitativas. Quando as quantidades que se estão tratando são quantidades discretas, versus quantidades contínuas, as transformações quantitativas em questão têm um reflexo nas operações aritméticas.

Os contextos numéricos estão ligados às quatro acções sobre os objectos como: reunir, separar, repetir ou repartir que têm uma tradução simbólica através das operações numéricas.

Segundo Bergeron & Herscovics, citado por Serrazina (1994, p. 78), as crianças ao resolverem problemas de adição e subtracção utilizam procedimentos que podem ser divididos em três tipos ligados aos estádios de desenvolvimento que progridem em nível de abstracção:

1) Modelação directa com objectos físicos – a criança realiza a construção de um ou mais conjuntos de objectos visíveis (manipuláveis ou outros), em que os objectos são usados como representações directas dos entes de um problema e as acções realizadas como representações das acções ou relações existentes na situação do problema;
2) Contagem verbal – a criança efectua procedimentos de contagem abreviada de sequências, iniciando com problemas de parcelas pequenas, usando métodos de percepção de contar para a frente, para cima ou para trás;

3) Estratégias mentais – as crianças realizam procedimentos de factos deduzidos ou conhecidos, com recurso à memória, e sem recurso óbvio à contagem. Ex.: Comutar a ordem dos dois números numa adição, começando pelo maior; lembrar-se que na subtracção de 9 por 5, se 4 mais 5 são nove, então a resposta é 4; deduzir factos óbvios como a decomposição de um número em partes mais pequenas, de forma a que uma das partes, possa ser usada com outro número dado como facto conhecido – o dobro de 2 como 2 + 2.

As crianças pequenas (menos de três anos) são capazes de actuar sobre os objectos reais (conchas, pedras, lápis, folhas, etc.) manipulando os mesmos e realizando acções, que mais tarde terminarão na soma e na subtracção; estas acções são: acrescentar – tirar, reunir – separar, e assim estaríamos na primeira etapa seguindo o esquema de Mialaret (1984).

As etapas de Mialaret para a aprendizagem da soma e da subtracção realizam-se no período que abarca a Educação Infantil. Além disso, estas duas operações estudam-se em simultâneo com a aquisição do conceito de número. Tudo isso faz com que a soma e a subtracção sejam parte do curriculum deste período educativo. A forma de trabalhar estas operações será através de acções concretas. Partindo das acções, faremos a passagem à quantificação das mesmas e portanto às operações (Escalona, 2004, pág. 155, trad. prop.).

Mialaret assinala seis etapas para a consecução das operações aritméticas. Ele afirma que as crianças com menos de 3 anos são capazes de actuar sobre os objectos reais (peças, palhinhas, folhas, etc.) manipulando-os e realizando acções como acrescentar-tirar, reunir-separar, que mais tarde terminarão na soma e na subtracção. Esta etapa de acção efectiva sobre os objectos constitui a primeira das seis que configuram o esquema de Mialaret e se chama **acção real**.

Ao conseguir que as crianças relatem as acções que realizam, ou seja, vão contando a acção ao mesmo tempo que a executam, é o que Mialaret chama **acção acompanhada de linguagem**. Com isso consegue-se que: se adquiram termos básicos equivalentes a reunir-acrescentar, tirar-separar, diferenciando umas acções das outras, tomando progressivamente consciência do esquema das transformações, de forma a diferenciarem as partes de um todo, e perceberem todos os aspectos que se põem em funcionamento ao realizar uma operação aritmética.

No caminho ascendente até à abstracção, temos que considerar o momento em que as crianças são capazes de relatar uma acção que só existe na sua mente, que não se está a realizar de forma efectiva, não actuando sobre objectos concretos, é a **conduta do relato**. A criança, nesta etapa, pode pensar e contar isto: “Tinha 3 bombons, comi um e agora tenho 2”; pode fazê-lo com a ajuda dos seus dedos ou simplesmente pensando-o, é o que Mialaret chama “conduta do relato”, e representa um grau de abstracção maior, pois já não se tem que actuar directamente sobre os objectos. Nesta etapa pode-se, inclusive, usar os termos “mais” e “menos” sempre que tenham sentido no contexto.

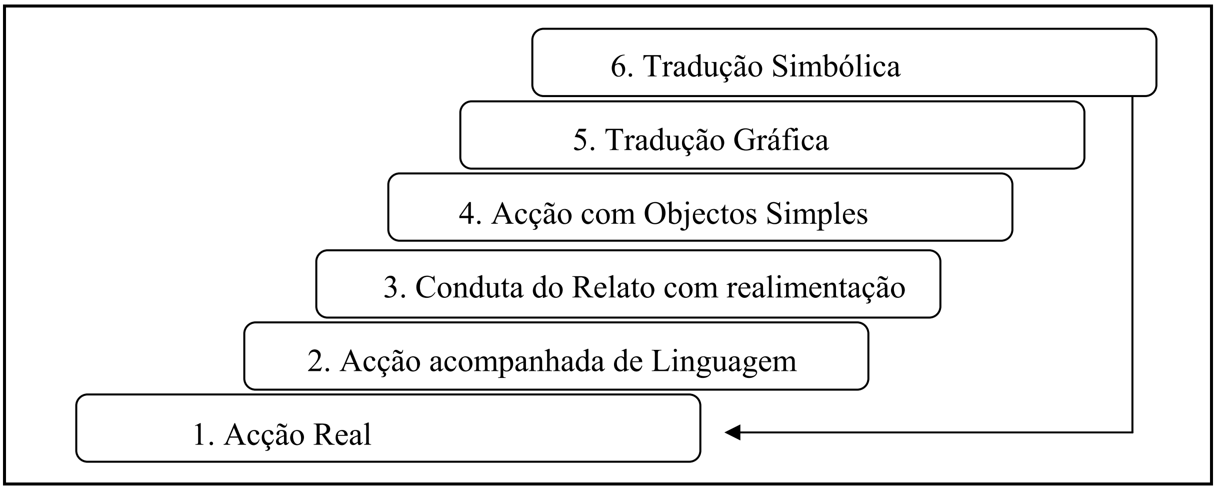
Este comportamento do relato que se aplica às situações vividas pela criança e recorda elementos concretos de situações reais pode ser completado em forma de abstracção mediante uma tradução afastada da realidade. Aqui pode-se introduzir uma esquematização da realidade utilizando um material não figurativo. A importância das acções concretas vai perder a sua originalidade e contingência. A esta etapa Mialaret chama **acção com objectos simples**.

Se continuarmos no caminho da esquematização progressiva, da abstracção crescente, faremos traduzir todas as situações vividas pela criança a uma outra linguagem: a do grafismo. Podemos ajudar a criança a construir as suas analogias fazendo-a desenhar esquematicamente as situações. Esta linguagem gráfica pode ir desde o desenho mais completo até à tradução de esquemas simplificados, mas é muito importante que se dêem todos os passos presentes na acção concreta e que posteriormente terão um significado na tradução simbólica. Esta etapa chama-se **tradução gráfica**.

Finalmente, as crianças são capazes de compreender que uma **tradução simbólica** do tipo 3+2 expressa uma acção real, além disso, por contagem ascendente, podem resolver problemas abstractos sem base concreta como por exemplo: “Quantos são três mais dois?”.

As etapas de Mialaret sintetizam-se no quadro 17:

**Quadro 17: As etapas de Mialaret**



As etapas de Mialaret indicam uma forma de trabalhar as operações aritméticas mediante as acções concretas. Partindo das acções, o educador conduz a criança à quantificação das mesmas e portanto às operações.

Segundo Escalona (2004) estas etapas podem resumir-se em três: partir do concreto, representação gráfica dessa realidade concreta e, por último, chegar à representação simbólica. Baseando-nos nestas ideias, podemos encontrar trabalhos de alguns investigadores (Starkey y Gelman, 1982) que mostram que crianças de três anos são capazes de resolver problemas de somar e subtrair sempre que se parta do concreto, quer dizer, de uma situação real e efectiva.

Escalona (2004, p. 152) salienta que as técnicas que nos permitem calcular os resultados das operações são denominadas algoritmos. Os algoritmos e a simbolização são processos importantes e há que diferenciá-los da operação em si. O algoritmo é uma série finita de regras a aplicar numa determinada ordem e a um número finito de dados, para chegar através de um número finito de etapas, a um resultado. Portanto não resolve um problema único, mas sim um conjunto de problemas, que diferem nos dados, e estão agregados pelas mesmas prescrições. As aplicações das operações são a resolução de problemas, que é uma forma de pensamento.

Lorenzato (2006, p. 30) salienta que será mais fácil para os professores, se as crianças aprenderem inicialmente a fazer as correspondências, as comparações, as classificações, para depois dominarem o processo de conservação de quantidades, a contagem e conseguirem perceber finalmente as operações, nesta ordem: a adição, a subtracção, a multiplicação e a divisão.

As Normas (2000) afirmam que é central para o conhecimento da matemática, a compreensão das operações. Existem quatro componentes do sentido das operações: "uma componente essencial daquilo que entendemos por compreender uma operação é reconhecer, em situações do mundo real, as condições que indicam que uma determinada operação é útil numa determinada situação. Outros componentes incluem a percepção dos modelos e das propriedades de uma operação, a visão das relações entre operações e a compreensão intuitiva dos efeitos duma operação num par de números" (p. 52).

As crianças necessitam de uma grande quantidade de experiências informais com situações problemáticas e com a linguagem, antes do ensino explícito e do trabalho com símbolos, no domínio das operações. Por isso, antes de as ensinar, podem-se resolver problemas, envolvendo as operações, utilizando rotinas do tipo "contar para a frente" e "contar para trás" (Romberg and Carpenter, 1986), ou até antes de perceberem o significado de 2+1 ou 3-2, já resolvem situações que correspondem a esta escrita formal (Carpenter, 1986). As crianças no pré-escolar abarcam situações de "mudar juntando" e "mudar tirando", exigindo que certas situações sejam verificadas (Baroody e Standifer, 1993). Ex. "Rita deste quatro cromos à mana e a mim só me deste 2. Quero mais um para ter os mesmos cromos".

Assim experiências informais com as quatro operações devem começar na pré-primária e prosseguirem através dos quatro anos de escolaridade (Normas, 1999, p.52).

Segundo Moreira & Oliveira (2003) as "quatro operações aritméticas podem ser encaradas como formas de relacionar os números para responder ou resolver problemas, que advêm das mais variadas situações" (p. 140).

#### 4.3.1.1. Quantificar as acções de acrescentar e tirar

Para Dickson e outros (1991), o passo prévio até à quantificação, e portanto, o início das operações, é o princípio da cardinalidade. Quando a criança toma consciência de que o **processo de recontagem** se pode usar para obter o número de elementos de uma colecção, estará a iniciar o caminho adequado para quantificar o número de objectos que se acrescentam ou se tiram a uma dada colecção; e isto, segundo os autores citados, dá-se na idade de quatro anos e dois meses (média).

Segundo Escalona (2004, p. 159, Trad. Prop.) as operações de somar e subtrair comportam algo mais que a simples recontagem de uma colecção de objectos. Sob as acções de acrescentar e tirar, está subjacente o esquema de transformações de quantidades discretas; quando se realiza uma destas acções tem que se recordar e pensar simultaneamente em:

o estado inicial (o que se tinha)

a transformação (acções de tirar ou acrescentar) e

o estado final (o que se tem agora)

e que as três sequências da transformação não se dão ao mesmo tempo, por isso na soma e na subtracção a criança tem que fazer algo mais do que contar uma colecção de objectos. Assim, por exemplo, mostram-se à criança três palhinhas, guardam-se numa caixa e damos-lhe mais duas palhinhas na mão; a criança, que efectivamente, adquiriu o princípio da cardinalidade diz que há 3 palhinhas na caixa e que tem mais duas palhinhas na mão; mas se não utiliza o esquema de transformação não é capaz de chegar à operação de somar, que requer estabelecer uma relação numérica entre as 3 palhinhas da caixa e as 2 que tem na mão.

#### 4.3.1.2. Estabelecer relações numéricas

A criança começa a estabelecer relações numéricas quando usa estratégias de reconto progressivas para quantificar a acção. Quando a criança conta a partir de três, duas unidades mais, para determinar o número de palhinhas que tem, está a estabelecer a relação que existe entre o cardinal 3 e o cardinal 2 atendendo à acção de acrescentar, e portanto está a somar 3 e 2. Outra conduta menos evoluída que a anterior, mas que igualmente dá indícios que a criança está estabelecendo relações numéricas, é quando se recorre à recontagem completa da nova colecção com a ajuda de materiais concretos.

No momento em que a criança adquiriu o princípio da cardinalidade, o nosso esforço será dirigido para que estabeleça relações numéricas, para isso trabalhamos: o esquema de transformações de quantidades discretas e o esquema parte-todo (Escalona, 2004, p. 159, trad. prop.).

##### 4.3.1.2.1. O esquema de transformações de quantidades discretas

Segundo Escalona (2004) isso supõe distinguir entre transformações que mudam a quantidade daquelas que não a mudam, e que as crianças sejam capazes de descrever e reconhecer as três partes de uma transformação, isto é: Estado Inicial (E.I.), Transformação (T) e Estado Final (E.F.).

Quando as crianças são capazes de relatar, por exemplo, situações como esta: "Tinha 3 palhinhas (E.I.), tu deste-me 2 (T) e por isso eu tenho 5 palhinhas (E.F.), será a prova inequívoca de que estão estabelecendo relações numéricas e que portanto estão quantificando a acção de acrescentar.

Este tipo de relato é conseguido, segundo aquela investigadora, por crianças com uma idade, em média, de quatro anos e meio. Devemos assinalar que as crianças na hora de descrever a transformação anterior apresentam fundamentalmente três actuações, da menos à mais evoluída:

1. Descreve só uma sequência
   - Estado Inicial (E.I.): "Antes tinha menos".
   - Estado Final (E.F.): "Agora tenho mais".
   - Transformação (T): "Deste-me dois".
2. Descreve duas sequências
   - Estado Inicial e Estado Final (E.I. e E.F.): "Antes tinha menos e agora tenho mais".

- Transformação e Estado Final (T. e E.F.): "Deste-me dois e por isso agora tenho mais".
- Estado Inicial e Transformação (E.I. e T.): "Antes tinha menos e deste-me dois".

3. Descreve toda a transformação
   - Estado Inicial, Transformação e Estado Final (E.I., T. e E.F.): "Antes tinha menos, tu deste-me dois e agora tenho mais" ou "tenho mais que antes porque tu me deste dois".

Nestas actuações realiza-se uma descrição qualitativa das transformações, as crianças sabem que a quantidade se modificou, que o estado final pressupõe uma modificação da quantidade de palhinhas relativamente ao estado inicial, e isso constitui um primeiro passo para chegar à quantificar a acção.

Uma vez que as crianças são capazes de realizar essas descrições, o passo seguinte seria conseguir que elas pudessem descrever todo o processo da transformação com a exigência de indicar quantidades concretas. Perante esta tarefa voltam a apresentar-se as mesmas três actuações da seguinte forma:

1. Descreve só uma sequência
   - Estado Inicial (E.I.): "Antes tinha 3"
   - Estado Final (E.F.): "Agora tenho 5"
   - Transformação (T): "Deste-me 2"
2. Descreve duas sequências
   - Estado Inicial e Estado Final (E.I. e E.F.): "Antes tinha 3 e agora tenho 5"
   - Transformação e Estado Final (T. e E.F.): "Tenho 5 porque tu me deste dois".
   - Estado Inicial e Transformação (E.I. e T.): "Tinha 3 e deste-me dois"
3. Descreve toda a transformação
   - Estado Inicial, Transformação e Estado Final (E.I., T. e E.F.): "Tinha 3 e agora tenho 5 porque tu me deste dois".

Esta última resposta é a mais evoluída e supõe o êxito operatório; nela chega-se a interiorizar de tal forma a acção que se consegue expressar os estados mediante números, o qual indica a passagem das operações, em sentido físico, às operações aritméticas.

Para passar das descrições qualitativas às quantitativas devemos trabalhar com as crianças estas perguntas: Quantas tinhas ao princípio? Quantas tens agora? Quantas te deram?

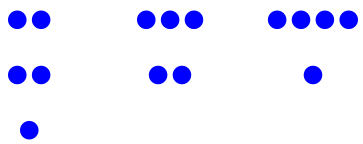
Quantos tens agora a mais do que antes? Tem-se como finalidade que as crianças se apercebam das três sequências da transformação, estabelecendo relações numéricas.

Relativamente à acção de tirar podemos seguir os mesmos passos. Devemos conseguir que as crianças descrevam toda a sequência da transformação onde, agora, a acção em lugar de "acrescentar" é "tirar". Trabalhamos, portanto, situações como estas: "Francisco tinha 5 bombons, come dois e agora tem 3 bombons".

Nas descrições qualitativas dá-se uma situação análoga à anterior, e nesse sentido as crianças dizem: "antes tinha mais e agora tenho menos", ou "comi dois", ou "tenho menos porque comi 2". Na hora de fazer uma descrição quantitativa, há crianças que estabelecem correctamente a relação entre 3 e 5 quando se trata de acrescentar dois mas não conseguem chegar do 5 ao 3 tirando 2, pelo que parece ser, em princípio, mais fácil a recontagem progressiva que a recontagem regressiva.

#### 4.3.1.2.2. O esquema parte-todo

Segundo Resnick (1983, p. 114) "o esquema de parte-todo especifica que qualquer quantidade (o todo) pode ser partida (em partes) desde que as partes não excedam nem estejam aquém do todo". A relação parte-todo corresponde à ideia de que o número pode ser decomposto de muitas formas. Por ex. 5 pode ser decomposto em:



Se queremos desenvolver a capacidade que a criança tem para perceber que uma colecção de objectos pode ser simultaneamente parte de outra colecção, podemos previamente à quantificação, trabalhar situações onde se ponha em evidência a relação parte-todo, como as do tipo: Há mais caramelos de morango ou caramelos? Há mais carros vermelhos ou carros? Há mais bonecas ou brinquedos? Uma vez feito isto trataremos a quantificação e colocaremos questões do tipo: Quantas palhinhas há no saco, se no total temos 5 e na mesa estão 2? As crianças que já sabem que há mais palhinhas no saco, e que há 2 palhinhas na mesa podem "prosseguir a conta" contando a partir de 2 o resto das palhinhas. No entanto, a criança pode actuar contando tudo, e isto pode dever-se, entre outras causas, a que é incapaz de coordenar a relação parte-todo entre os conjuntos, e então converte mentalmente todos os elementos em "unos", quer dizer, converte 2+3 em 1+1+1+1+1. (Kamii, 1986).

### 4.3.2. Soma e Subtracção através do cardinal

Desde o ponto de vista da matemática formal, existe uma construção do número natural partindo do conceito de equipotência entre conjuntos (dois conjuntos A e B são equipotentes se é possível estabelecer uma correspondência um a um entre A e B) e passando pela definição de cardinal de um conjunto e número cardinal. Com esta mesma construção obtemos uma definição de soma de números naturais baseada no cardinal da união dos conjuntos:

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) \text{ se } A \cap B = \varnothing$$

Nesta definição, a condição de que os conjuntos A e B sejam disjuntos, isto é, $A \cap B = \varnothing$, é absolutamente necessária para que a união dos dois conjuntos tenha um cardinal igual à soma dos cardinais (com cardinais finitos); pois se não fossem disjuntos o número de elementos de $A \cup B$ seria menor do que o da sua soma, devido a que a união de conjuntos não é uma réplica exacta em lógica da soma e da subtracção.

Os conjuntos equipotentes podem ter elementos diferentes, mas têm uma propriedade comum: é o seu cardinal ou o seu número de elementos (Vale e Pimentel, 2004, p. 161).

Unindo esta teoria matemática com as teorias sobre a aprendizagem das matemáticas de Mialaret (1984) e Dienes (1981) nas quais se sustenta que se deve partir da acção real com materiais concretos, analisamos os seguintes casos reais:

> "Tenho 4 caramelos e dão-me mais 2, então tenho 6 caramelos", ou então este outro caso: "Tenho 4 caramelos de morango e 2 de laranja, ao todo tenho 6 caramelos".

Ao fazer uma análise destes casos, observamos que os números que aparecem estão tratados no seu aspecto cardinal, pois tanto o 4, como o 2 e o 6 representam o número de elementos de certas colecções de objectos; assim o 4 representa o número de caramelos que tinha ao princípio, o 2 é o cardinal de outra colecção que junto à primeira e o 6 é o número cardinal de uma nova colecção que obtenho a partir das duas primeiras.

A soma, nestes exemplos, está realizada sob o aspecto cardinal do número, por isso, o início desta operação dá-se quando aparece o princípio de cardinalidade junto com a acção mental de reunir ou adicionar.

Analogamente, para a subtracção devemos partir da acção mental de tirar ou separar junto com o princípio da cardinalidade.

Analisaremos as seguintes situações concretas:

> "Tinha 6 caramelos e comi 2, agora tenho 4 caramelos", ou então este outro caso: "Tenho 6 caramelos de dois sabores distintos. Se 2 são de laranja, então 4 são de morango".

Nestes exemplos os números que aparecem estão tratados do ponto de vista do aspecto cardinal, pois 6, 4 e 2 representam cardinais de conjuntos e para usar a operação de subtracção devemos combinar este princípio com a acção mental de tirar ou separar. Assim, no primeiro exemplo, o 6 representa o cardinal da colecção inicial de caramelos, o 2 é o cardinal da colecção que tiramos à primeira, e o 4 é o cardinal da colecção resultante de ter aplicado a acção de tirar à primeira colecção.

### 4.3.3. Soma e Subtracção através do ordinal

O modelo para os axiomas de Peano (1889) é o que conhecemos por conjunto dos números naturais ({0, 1, 2, 3, 4, 5 …}) com a operação de sucessão definida como n' = n + 1.

Partindo da construção ordinal do número natural, a soma vem definida por estas duas condições:

$$a+0=a$$

$$a+\boldsymbol{f}(n)=\boldsymbol{f}(a+n)$$

(sendo ***f*** a função de sucessão da Axiomática de Peano). Então cada soma a+***f***(n) vem definida em função da precedente. Por exemplo, vamos calcular 5+3, tendo em conta que ***f***(0)=1, ***f***(1)=2, ***f***(2)=3, … , temos que:

$$5+3=5+\boldsymbol{f}(2)=\boldsymbol{f}(5+2)=\boldsymbol{f}(5+\boldsymbol{f}(1))=\boldsymbol{ff}(5+1)=\boldsymbol{ff}(5+\boldsymbol{f}(0))=\boldsymbol{fff}(5+0)=\boldsymbol{fff}(5)=\boldsymbol{ff}(6)=\boldsymbol{f}(7)=8$$

Esta definição de soma indica que "somar um" a um número é obter o seguinte desse número; "somar dois" obtém-se o seguinte do seguinte; "somar três" obtém-se o seguinte do seguinte do seguinte, e assim sucessivamente.

No seu livro "Arithmetices Principia Nova Methodo Exposita" de 1889, Peano estabelece 9 axiomas para a aritmética. Quatro destes são verdades acerca da igualdade, os outros cinco são postulados especiais.

1. Existe um número natural 0;
2. Todo o número n tem um sucessor n' no conjunto dos números naturais (N);
3. Não existe nenhum número natural que tenha como sucessor o número 0;
4. Se n≠m então n'≠m';

5. Se 0 tem uma propriedade e esta propriedade também é possuída pelo sucessor, de todos os números naturais que a possuem, então ela é possuída por todos os números naturais (este axioma permite a técnica de demonstração conhecida por indução matemática).

O aspecto ordinal do número está estreitamente ligado com a estrutura de seriação e mais concretamente com o conhecimento da série numérica. Quando a criança domina esta série potencia-se a linguagem própria do aspecto ordinal como é o caso: "este número é anterior a este outro", "este outro número é posterior àquele", "este número é o seguinte deste" ou "estes dois números são consecutivos".

Segundo Escalona (2004, p. 164, trad. prop.) trabalhando a série numérica estamos a desenvolver a capacidade de antecipação que vai levar-nos a descobrir padrões aritméticos, e é uma via para a consecução das operações aritméticas.

Os números inteiros podem ser encarados como padrões constituindo um modo de representar, de descrever e organizar o mundo real.

Uma regularidade tem normalmente origem num determinado padrão. "As crianças devem começar a aperceber-se que a regularidade é a essência da matemática. A ideia de relação funcional pode ser desenvolvida intuitivamente através da observação de regularidades e do trabalho com padrões generalizáveis". (Normas, 1991, p.72).

A exploração de padrões e regularidades permite: a compreensão global do número e das operações; contribuem para desenvolver a noção de relação funcional, se a criança tiver a oportunidade de trabalhar com padrões que possam ser generalizáveis; possibilitam estratégias para resolver problemas; desenvolvem competências ao nível da organização do pensamento (Moreira e Oliveira, 2003, p. 155).

Quando se apresenta à criança a série:

2,4,6,8, ….

e se lhe pergunta qual é o seguinte de 8 e ela diz 10, constrói o padrão da série "aumentar duas unidades". A criança reconhece o que existe em comum entre um conjunto de duas palhinhas, duas pessoas, dois livros. A criança ao ter a capacidade para raciocinar sobre questões do tipo seguinte: Quantos vão de 6 a 8?, Quantos são 6 + 2?; Quantos são 6-2?; Que número é anterior a 6 na série anterior?; trabalha a série numérica de todas as formas possíveis, criando padrões, antecipando. O educador deve potenciar um tipo de estratégia que mais adiante denominaremos como "factos deduzidos" (Escalona, 2004). Isto sugere trabalhar na escola séries como:

Contar de 2 em 2: 2, 4, 6, 8…

Contar de 3 em 3: 3, 6, 9…

Contar de 4 em 4: 4, 8, 12 …

Contar de 10 em 10: 10, 20, 30…

E algumas variáveis destas séries como contar de 2 em 2 começando por 3:

3, 5, 7…

Ou contar de 10 em 10 começando por 4:

4, 14, 24…

Quando as crianças tomam consciência de que ao contar de dez em dez, por exemplo, aumentam dez unidades, poderão saber que de 4 a 14 vão 10 e que 4+10 são 14, e deduzir que 4+12 são 4+(10+2)=(4+10)+2. Definitivamente trata-se de conhecer e analisar a série numérica e utilizá-la para realizar cálculos.

As operações aritméticas de soma e subtracção podem estudar-se a partir da série numérica sob a óptica de aumentar ou diminuir, assim por exemplo, 7+3 pode considerar-se como aumentar 3 unidades na série a partir de 7, e assim o resultado é "oito, nove, dez", que juntamente com o princípio da cardinalidade dá a solução à soma colocada.

Tendo em conta todas estas ideias sobre série numérica, "aumentar n unidades", "diminuir n unidades", padrões, etc., podemos levar a cabo uma construção formal da soma do seguinte modo:

| |
|---|
| "Somar 1" a um número é o mesmo que calcular o seguinte do número na sequência standard e convencional. |

Portanto, se agora fabricamos outra sequência numérica que consiste em contar de 2 em 2:

2, 4, 6…

então o seguinte de um número nesta sequência é "somar 2".

Analogamente se considerarmos a sequência numérica que consiste em contar de 3 em 3:

0, 3, 6, 9, …

o seguinte de um número é "somar 3".

Definitivamente, contar de n em n define-nos a sequência:

o, n, n+n, n+2n, …

donde o seguinte de um número é “somar n” a esse número.

Para obter a+b a partir do processo anterior fabricamos uma sequência numérica que comece por **a** e onde se conte de **b** em **b**.

a, a+b, a+2b,…

o seguinte de **a** é **a+b**.

Com tudo isto acabámos de fazer uma construção da soma segundo o aspecto ordinal.

#### 4.3.4. Dedução de factos numéricos

Referimos anteriormente que a criança começa a quantificar as acções de acrescentar ou tirar quando utiliza estratégias do tipo “recontagem progressiva”: Esta estratégia consiste em contar a partir de um número **a**, um número b e o resultado será um número c, e com isso obtemos a soma a+b=c.

| |
|---|
| A adição é uma operação binária porque a cada par de números inteiros a e b faz corresponder um terceiro número inteiro a+b, que se designa por soma. Os números a e b chamam-se parcelas. O número (a+b) é a soma (Vale e Pimentel, p. 180). |

Para que a criança realize esta estratégia deve dominar, pelo menos, o nível três dos níveis de domínio da sequência numérica propostos por Fuson (1992); mas são problemas diferentes, pois uma criança pode responder correctamente à questão “Conta a partir de 3, mais 2 unidades”, e não saber responder à seguinte: “Tinhas três caramelos e dou-te mais dois. Quantos caramelos tens agora?” ou vice-versa, uma criança pode responder bem à segunda pergunta e falhar a primeira. A recontagem progressiva é um tipo de estratégia para solucionar problemas da soma e da diferença (esta última com a recontagem regressiva), mas não é a única.

As estratégias de cálculo mais frequentes para resolver problemas de adição e subtracção são os seguintes: recontagem completa, recontagem progressiva e a dedução de factos numéricos (Escalona, 2004, p. 165, trad. prop.).

#### 4.3.5. Recontagem completa

Esta estratégia consiste em reunir as duas colecções e contar o conjunto total. Por exemplo: “O Francisco tinha 3 bolinhas e o pai deu-lhe 2. Quantas bolinhas tem agora?”; a criança para o resolver, tira primeiro 3 palhinhas, que representa o estado inicial, a seguir tira mais 2 palhinhas e depois começa, desde a primeira, a contar todas as que tem.

Como esta estratégia está baseada na recontagem, uma criança pode realizá-la estando no nível dois, dos níveis de domínio da sequência numérica. É óbvio, que para realizar a estratégia não basta saber contar, tem que realizar um grau de abstracção maior; por isso e fazendo uma análise dos aspectos cognitivos implicados na realização desta estratégia, podem fazer-se as seguintes observações:

a) Aparecem esquemas de correspondências quando se associa cada palhinha com uma bolinha do enunciado.
b) Há que realizar uma reunião de classes, a saber: reunir as bolinhas que tinha com as bolinhas que lhe deram.
c) Aplicação correcta dos princípios de ordem estável, correspondência um a um e cardinalidade.

#### 4.3.6. Recontagem progressiva

Consiste em “contar a partir de” e para realizar esta estratégia é necessário estar, pelo menos, no nível três, dos níveis de domínio da sequência numérica, sendo também necessário combinar os aspectos cardinal e ordinal do número. Na recontagem progressiva, há que converter o número cardinal, que representa o tamanho da colecção inicial, no número ordinal representativo do último número mencionado, ao contar tal colecção. Por exemplo, ao dizer à criança que numa caixa há 4 objectos e que se juntam mais três, para prosseguir a conta “cinco, seis, sete”, a criança tem que converter quatro, dado como cardinal, no ordinal ”quatro”. Esta tradução de cardinal em ordinal é inversa da conversão de ordinal em cardinal, que tem lugar quando a criança contou a colecção inteira e diz que o último ordinal é o cardinal do conjunto.

Steffe (1971) realizou estudos sobre a aquisição da recontagem progressiva da criança e estabeleceu três níveis na consecução desta estratégia:

**a)** Recontagem perceptiva

As crianças deste nível caracterizam-se porque devem manipular elementos concretos para poder contá-los. Por exemplo, se temos 3 bolinhas num saco e se põem duas na mesa; a criança contaria as duas da mesa e para prosseguir a conta teria que ir tocando por cima do saco uma a uma, as três bolinhas, que estão dentro dele. Tocam uma e dizem três, tocam outra e dizem quatro e tocam outra e dizem cinco. Pode acontecer que algumas crianças, como as bolinhas do saco não estão em fila, contem uma bolinha duas vezes, podendo deixar outra sem contar. Quando tiram as bolinhas do saco e comprovam que algo correu mal a educadora deve colocar os objectos em fila, de forma a facilitar a contagem, utilizando esta estratégia para ajudar a ultrapassar estas dificuldades.

**b)** Recontagem figurativa

Segundo Steffe, as crianças que estão neste nível são capazes de figurar os objectos mentalmente ainda que não possam percebê-los directamente pelos sentidos. Já não têm que tocar as bolinhas do saco para prosseguir a conta, mas podem fazê-lo contando pelas palhinhas ou mentalmente e costumavam falhar ao fazer a correspondência entre as suas imagens e a informação que realmente se lhes dava.

**c)** Recontagem abstracta

Neste nível, as crianças são capazes de prosseguir a conta, atendendo só à sequência do nome dos números sem maior apoio concreto; portanto são capazes de resolver o problema das bolinhas enunciado verbalmente, sem necessidade de lhe mostrar o saco e as bolinhas sobre a mesa.

### 4.3.7. Factos deduzidos

Esta estratégia consiste em deduzir somas a partir de factos memorizados. Exemplo, se a criança sabe que 2+2=4, então 2+3 será 5 porque 3 é mais um que 2. Portanto o resultado obtém-se juntando 1 à soma anterior, que a criança tem memorizada e interiorizada para usar.

Esta estratégia é mais evoluída que as anteriores e para a levar a cabo será necessário estabelecer objectivos com as crianças, como diz Kamii (1986). Estes objectivos estarão baseados nas parcelas. Fundamentalmente, as crianças devem recordar as somas que as parcelas realizam e usarem-nas para deduzir novas somas.

A dedução ou "factos deduzidos" leva-se a cabo quando se interiorizou relações numéricas como as seguintes (Kamii, 1986):

**1.** Adição de parcelas até 3

Pressupõe trabalhar 1+1, 2+1, 1+2. Trabalhar significa colocar situações de aprendizagem, quer dizer conflituosas, nas quais a criança deva deduzir e interiorizar estas três relações numéricas. Ao interiorizar, devemos exercitá-la para as memorizar (Escalona, 2006).

**2.** Adição de parcelas até 6

Devem-se trabalhar somas do tipo:

| |
|---|
| 1+1, 1+2, … 1+6 |
| 2+1, 2+2, … 2+6 |
| 3+1, 3+2, … 3+6 |
| ………………….. |
| 6+1, 6+2, … 6+6 |

**3.** Adição de pares de números iguais até 10

As somas que se pretendem interiorizar serão do tipo: 1+1, 2+2, 3+3, …, 10+10. Muitos autores como Suydam, Weaver (1975) entre outros, afirmam que os pares de números iguais e as combinações nas quais se acrescentava 1 a um número, pareciam ser memorizadas mais facilmente que as outras combinações. Os pares de números iguais são fáceis de recordar e servem de referência para deduzir e recordar outras somas. Por exemplo, pode pensar-se em 4+5 como (4+4)+1.

**4.** Participação de conjuntos de somas já conhecidas, e de 10

Pretende-se interiorizar e memorizar as diversas combinações que produzem o mesmo resultado. Por exemplo 7 pode-se obter como 6+1, 5+2, 4+3, 3+4, 2+5 e 1+6.

Para realizar estas somas temos que estabelecer as diferentes maneiras de construir um conjunto a partir de dois. Com esta operação a criança pensa em sentido contrário à adição. Na adição combinam-se dois totais num total de ordem superior, por exemplo "2 caramelos de morango e 3 caramelos de limão, dão um total de 5 caramelos". Aqui os caramelos de morango e os caramelos de limão são os dois totais que se combinam para dar o total de caramelos que é o total de ordem superior. Contrariamente, na partição de conjuntos separa-se um todo em duas partes; assim temos: 5 caramelos, que é o todo, separam-se em 2 caramelos de morango e 3 caramelos de limão, que são as duas partes. Mas, há mais. Da mesma maneira que obtivemos 5 como 2+3, também podemos obtê-lo como: 1+4. Então aparece aqui o esquema de compensação de quantidades que significa que o aumento de uma parcela vem acompanhado da correspondente diminuição da outra. O 10 introduz-se para facilitar o uso de parcelas maiores.

**5.** Pensar em 6, 7, 8 e 9 como 5+1, 5+2, 5+3 e 5+4 e somar parcelas até 10

Estes "factos deduzidos" são a base das investigações de Hatano (1980, 1982), segundo as quais, as crianças somam números reagrupando-os mentalmente à volta de 5 ou 10 em vez de "seguir contando". Por exemplo, para fazer 8+7, alguns reagrupam os números à volta do 10, fazendo (8+2)+5 e outros reagrupam-nos à volta do 5, fazendo (5+5)+3+2.

Além desta, há outras razões para introduzir este objectivo, que são:

I. A criança constrói a série numérica progressivamente, de números pequenos a números maiores. Como os números de 6 a 10 são grandes, mais difíceis de conceber para as crianças pequenas que os números perceptivos (até ao 4 ou ao 5) é conveniente que pensem nos números do 6 ao 10 como 5+1, 5+2, 5+3 e 5+4.

II. A criança pode recordar os conhecimentos que constrói a partir do que já conhece, melhor do que os conhecimentos adquiridos pela acumulação de partes isoladas. Contar é uma maneira de conseguir separadamente cada resposta, sem a relacionar com os conhecimentos prévios. Por outro lado, o reagrupamento mental é uma maneira de produzir novos conhecimentos, em relação com os que já conhecem.

Estas três estratégias pensadas para a soma podem adaptar-se para a diferença da seguinte forma:

1) Para a diferença a recontagem completa transforma-se na estratégia de separar uma parte do todo e contar a parte que fica.

   "Tinha 5 cromos e tirei 3, agora tenho 2". Do total de 5 cromos, que se podem representar pelas palhinhas, retiram-se 3 e conta-se a parte que fica.

2) A recontagem progressiva converte-se em recontagem regressiva, que consiste em contar a partir de um número "a" outro número "b" e dar um sentido "c" como resposta, mas em vez de contar no sentido ascendente na série numérica, contamos em sentido descendente na mesma série.

   Seguindo com o exemplo anterior, contamos a partir de 5, três unidades em sentido descendente "quatro, três, dois", e portanto a resposta é 2.

3) Para usar a estratégia de "factos deduzidos", baseamo-nos na mesma estratégia que a soma, pois se a criança sabe 9+1=10, 8+2=10, etc.,

rapidamente saberá sem necessidade de instrução nem esforço que 10-1=9; 10-2=8; 10-3=7; 10-4=6; etc.

### 4.4. Os problemas com enunciado verbal para a didáctica da soma e da subtracção

Segundo as investigações de Kamii (1986), Carpenter e Moser (1982), as crianças constroem os conhecimentos aritméticos do tipo a+b ou a-b a partir de realidades como estas: "Tens três bolachas e a tua irmã dá-te mais duas, no total tens 3+2 bolachas"; é com este tipo de situações reais que se constrói o conhecimento de 3+2 sem necessidade de um ensino formal sobre a aritmética.

As investigações de Carpenter, Hiebert e Moser (1979) e Carpenter e Moser (1982) demonstram que não é necessário receber um ensino formal sobre a resolução de problemas de cálculo na forma escrita para poder resolver problemas de somas com enunciado verbal. Assim, estes autores acharam que a maioria das crianças de seis anos respondiam correctamente ao seguinte tipo de perguntas:

I. Para a soma

a) "O João tem 2 caricas, a avó deu-lhe mais 8 caricas. Quantas caricas tem o João no total?"

b) "Na Serra da Estrela estavam alguns meninos estavam a patinar, 3 eram meninos e 8 eram meninas. Quantas crianças estavam a patinar?"

II. Para a diferença

a) "O Francisco tem 11 caramelos. Dá 7 à Rita. Quantos caramelos sobram ao Francisco?"

b) "A Ana tem 14 flores. Há 9 flores vermelhas e as restantes são amarelas. Quantas flores amarelas tem o Ana?"

Estes problemas podem ser resolvidos por crianças que ainda não receberam ensino formal sobre a aritmética escrita, mas para que possam ter êxito nas respostas, os números que aparecem devem cumprir uma série de requisitos prévios, como:

1. As parcelas serem maiores que 2 e menores que 10.
2. A soma ser maior que 10 e menor que 16.
3. A diferença entre as duas parcelas ser maior que 1.

Um estudo similar foi realizado por Ibarra e Lindvall (1982) que colocou em evidência que crianças entre os 4 e os 5 anos davam respostas correctas a problemas similares quando os números que apareciam cumpriam a condição das somas serem inferiores a 7.

Para Kamii (1986), os problemas extraídos da vida real: saber quantos caramelos recebeu a mais que o seu irmão, sabendo que ele tem 5 e o irmão tem 3, são relativamente fáceis para as crianças que não receberam nenhuma instrução. Esta autora defende que as crianças constroem relações numéricas abstractas como 5-3=2 a partir das suas ideias sobre conteúdos da vida real, por isso, insiste em propor às crianças situações naturais nas quais se tenham que estabelecer essas relações numéricas, como por exemplo: ter que comer mais duas cenouras antes de se levantar da mesa, receber um presente a mais que o seu irmão, considerar quantas pastilhas ficam na caixa depois de ter consumido um e ter dado outro a um amigo, etc.

Segundo Escalona (2004, p. 170) estas e outras investigações, defendem que os problemas com enunciado verbal são facilmente solucionados pelas crianças sem que faça falta um ensino formal.

### 4.5. Os pré-conceitos de multiplicação e divisão

Algumas vezes o trabalho do educador leva, em contextos significativos, as crianças a trabalharem pré-conceitos de multiplicação e divisão. Estes conceitos devem ser realizados com materiais concretos, que podem ser resolvidos inicialmente por contagem, e mais tarde, através de relações entre os números.

Ex.: Estão aqui 12 meninos e queremos fazer dois grupos iguais, ou seja, têm que ficar o mesmo número de meninos em cada grupo. Quantos meninos ficam em cada grupo?

Muitos problemas de divisão que aparecem no quotidiano do Jardim-Escola são trabalhados através da divisão por agrupamento, por distribuição ou partilha.

1) A divisão por agrupamento é geralmente resolvida com materiais concretos (calculadores, cuisenaire, palhinhas,…) ou desenhos e a divisão por distribuição, por tentativa e erro – as crianças poderão distribuir os objectos pelos diferentes elementos, comparando os resultados até todos estarem iguais.

   Ex.: Distribuir doze lápis por três meninos.

   A divisão por agrupamento, onde a criança pode utilizar a estratégia de tentativa e erro, pode ser realizada da seguinte forma:

Damos à criança um grupo de 8 animais. Pedimos para os transportar numa carrinha 2 de cada vez… Quantas viagens teremos de fazer para os animais serem transportados?

Quando colocamos a questão: Quantos conjuntos de três colheres, se podem fazer com nove colheres? A criança pode ir agrupando conjuntos de 3 colheres, até chegar a nove, ou separar o conjunto inicial de nove colheres, em subconjuntos com um número de elementos que foi definido à partida – três colheres.

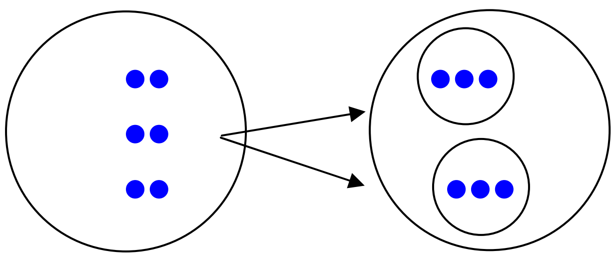
2) Se a criança realizar, em diferentes contextos a divisão por "partilha", de forma a entender este tipo de procedimento, "fortalece a noção intuitiva da divisão" (Moreira e Oliveira, 2004, p. 148).

A divisão por partilha ou partição "implica a separação de um conjunto num número conhecido de subconjuntos e o objectivo é saber quantos elementos há em cada um" (Palhares *et al*., 2004, p. 194).

São exemplos deste tipo de divisão:

a) A Rita tem 8 rebuçados. Vai distribui-los igualmente por 4 amigas. Com quantos rebuçados fica cada menina?

b) Duas amigas têm 6 bolachas que repartiram entre si. Quantas bolachas coube a cada uma?



Na divisão por partição, o divisor – 2 – indica o número de subconjuntos a formar (partição em dois) e o quociente – 3 – indica o número de elementos que ficou em cada subconjunto.

As crianças istribuirão o total de bolachas, uma a uma, por cada uma, até as esgotarem.

Contando, no final os elementos de cada coluna, têm a resposta à pergunta do problema.

A multiplicação é uma adição de parcelas iguais e, neste sentido, relaciona-se com a soma.

A educadora, ao ir junto de uma mesa que tem cinco crianças e colocando duas palhinhas à frente de cada menino, pode perguntar: Quantas palhinhas têm todos os meninos?

As crianças percebem que: 2 mais 2 mais 2 mais 2 mais 2 são 10 palhinhas.

A educadora pode perguntar quantas vezes está repetido de 2 palhinhas. E incorporar a linguagem de 5 vezes 2 igual a 10.

A educadora pode usar a literatura oral, onde abundam referências matemáticas, que servem para estimular o raciocínio. A linguagem oral prepara o caminho para a estrutura multiplicativa, relacionando os números de um modo diferente da estrutura aditiva. No raciocínio multiplicativo estão presentes novos aspectos; um deles é presença de uma relação invariante. Por exemplo, quando se pergunta: quantas patas têm três galinhas?

Outras situações são as que se designam por multiplicações combinatórias. Como por exemplo:

O António entrou numa pastelaria para comprar um gelado com dois sabores. Havia três sabores: morango, nata e chocolate. Combinando os sabores, quantos gelados diferentes, com dois sabores, se podem fazer?

As crianças podem realizar a tarefa com desenhos, ou até com modelos, experimentando as várias situações.

Os materiais manipulativos são um importante recurso e através de inúmeras actividades, que se podem resolver com as quatro operações aritméticas, a criança pode experimentar diversos raciocínios, desenvolvendo as suas competências aritméticas.

### 4.6. A resolução de problemas

> "Se perguntarem a 7 educadores matemáticos o que é a resolução de problemas, teremos 9 respostas diferentes".
>
> Schoenfeld (1991)

A discussão acerca do uso da resolução de problemas como estratégia didáctica para o ensino da matemática intensificou-se nas últimas décadas, tendo como referência o documento Agenda para Acção na Década de 1980 do *National Council of Teachers of*

*Mathematics* – NCTM, dos Estados Unidos, destacando essa estratégia como o foco do ensino da matemática (NCTM, 1983).

A resolução de problemas referidos como o "foco" do ensino da matemática feita pelo NCTM (1989) afirma que "… não é um tópico distinto, mas um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas" (p. 29).

A resolução de problemas é considerada como uma tentativa, para resolver questões não estruturadas, para as quais não existe uma técnica específica, em que se pretende descobrir um caminho que leve a uma ou várias soluções, através de operações mentais.

A literatura sobre resolução de problemas sugere que o uso desta metodologia possibilita o desenvolvimento de capacidades como: observação, estabelecimento de relações, comunicação, argumentação e validação de processos, além de estimular formas de raciocínio como intuição, indução, dedução e estimativa. Essas capacidades são requeridas nas situações práticas do quotidiano dos alunos, nas quais os problemas requerem um conjunto de competências para solucioná-las. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, a opção de organizar o trabalho pedagógico a partir da resolução de problemas traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. Desta forma, um problema, ainda que simples, poderá despertar o interesse pela actividade matemática se proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução, estimulando a curiosidade, a criatividade e o raciocínio e ampliando o conhecimento matemático.

Várias entidades (APM, 1988; ME, 1990, 1991a, 1997; NCTM, 1980, 1989, 1991; 2000; 2007; UNESCO; 1990) e diferentes investigadores na área da didáctica da matemática (Schoenfeld, 1981, 1991; Polya, 1973; Boavida, 1994; Borralho, 1997; Cabrita, 1997, 1998; Fernandes, 1988, 1992; Fonseca, 1995, 1997; Loureiro; 1991; Palhares, 1997; Vale, 1993, 1997, 2000) salientam a resolução de problemas, como uma das finalidades mais importantes do ensino da matemática.

A resolução de problemas atravessa todas as áreas e domínios, surgindo sempre que a criança é colocada perante uma questão, para a qual não tem uma resposta imediata. Esta situação pode levá-la a procurar uma solução, a reflectir sobre como fazer e o porquê.

O ensino de matemática torna-se mais produtivo à medida que são utilizados bons problemas, ao invés de se aplicarem apenas exercícios que remetam à reprodução de fórmulas, em situações que se distanciam do contexto do aluno.

No quadro 18 resumem-se as principais diferenças entre o ensino da matemática num contexto de resolução de problemas e o ensino tradicional.

**Quadro 18: A resolução de problemas pelo método tradicional e no ensino de resolução de problemas**

| Problemas | Método de Tradicional | Ensino de Resolução de Problemas |
|---|---|---|
| Concepção | Problemas com exercícios. | Problemas como parte essencial da aprendizagem. |
| Escolha | Lista ordenada e organizada por nível de dificuldade. | Colecção de problemas de acordo com os objectivos enunciados. |
| Utilização (como e quando) | Aplicação no fim da aula ou no final de um tema ensinado. | Durante todo o processo de aprendizagem, de modo a facilitar e permitir a aquisição dos conhecimentos procedimentais e conceptuais. |
| Papel do aluno | Aprende passivamente;<br>Trabalha individualmente. | Aprende activamente e trabalha em grupo. |
| Papel do professor | Resolve um problema – tipo, para depois os alunos também o fazerem;<br>Fornece os problemas a trabalhar. | Facilitador e organizador da aprendizagem;<br>Formula o problema e deixa o processo de resolução em aberto. |

Definir problema é uma tarefa difícil, pois não é uma característica intrínseca à matemática, além de que uma determinada situação, pode ser um problema para uma pessoa, num determinado momento, e para o mesmo indivíduo num outro momento, ser apenas um exercício ou um facto especifico. Isto quer dizer que uma situação só pode ser concebida como um problema quando seja reconhecida como tal, caso não disponhamos de procedimentos automáticos que nos permitam solucioná-la de forma mais ou menos imediata, sem exigir, de alguma forma, um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos.

O problema pode ser simples, mas desafiar a curiosidade, pondo em jogo as faculdades inventivas. Tais experiências, poderão criar o gosto pelo trabalho mental e deixar para toda a vida uma marca indelével na mente e no carácter da pessoa. Se a curiosidade for desafiada no aluno, e o professor apresentar problemas adequados aos seus conhecimentos, ajudando-os com interpelações estimulantes, poderá despertar neles o gosto pelo pensamento independente e proporcionar-lhes alguns meios para o concretizarem.

Segundo Kantowski (1974) um indivíduo está perante um problema quando se confronta com uma questão a que não pode dar resposta ou uma situação que não sabe resolver usando o conhecimento disponível.

Mayer (1985) refere que um problema ocorre quando se é confrontado com uma situação inicial e se pretende chegar à situação final, sem se conhecer um caminho óbvio para a atingir.

"Um problema específico é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda ser encontradas"… "Em suma, acreditamos que a aprendizagem deve ter por pano de fundo, a procura das respostas a questões – primeiro num nível intuitivo, empírico; depois através da generalização; e finalmente ao nível da justificação (demonstração) (Normas, 1991, p. 11).

Lester (1983) afirma que um problema é "uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e directo que o leve à solução". Segundo ele, a situação, não pode ser considerada um problema, se a realização da tarefa, não for desejada pelo indivíduo ou grupo.

Schoenfeld (1985) refere que só se tem um problema, quando não se sabe como chegar à solução, pois quando o problema não apresenta surpresas e pode ser resolvido facilmente utilizando procedimentos rotineiros e familiares (não interessa o grau de dificuldade) é um exercício. Além disto o exercício exige prática. Por outro lado, uma questão, será apenas uma pergunta, que por si só, não pode originar uma actividade de resolução de problemas, pois como afirma Maron (1991) "Uma questão é simplesmente um conjunto de palavras que no fim tem um ponto de interrogação".

Para Pozo (1998) há distinção entre problema e exercício. No exercício utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução. Por outro lado, é possível que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa, enquanto que para outra, esse problema não existe, quer porque ela não se interessa pela situação, quer porque ela possua mecanismos para resolvê-la como um investimento mínimo de recursos cognitivos (é reduzida a um exercício). A realização de exercícios baseia-se no uso de habilidades ou técnicas *sobreaprendidas* (ou seja transformadas em rotinas automatizadas como consequência de uma prática contínua); um problema é "de certa forma, uma situação nova ou diferente do que já foi aprendido, que requer a utilização *estratégica* de técnicas já conhecidas" (Pozo e Postigo, 1993). Assim, um tarefa escolar considerada um exercício ou um problema vai depender, segundo Pozo (1998) da experiência e dos conhecimentos prévios de quem a executa, mas também dos objectivos que estabelece enquanto a realiza. Quando a prática nos proporciona a solução directa e eficaz para a solução de um problema, escolar ou pessoal, estamos a aplicar a solução rotineiramente e a tarefa servirá para exercitar habilidades já adquiridas.

O exercício permite consolidar habilidades instrumentais básicas, não deve ser confundido com a solução de problemas, e exige a tomada de estratégias, a tomada de decisões sobre o processo de resolução que deve ser seguido. Se um problema é repetidamente resolvido torna-se um exercício; a solução de um problema novo requer a utilização estratégica de técnicas ou habilidades previamente exercitadas. Há um tipo de exercícios que servem para consolidar e automatizar certas técnicas, habilidades e procedimentos, necessários para, numa fase posterior se solucionarem problemas, mas essas técnicas dificilmente podem ser usadas em contextos diferentes (Ex: repetição da tabuada). Outro tipo de exercícios permite aprender alguns procedimentos, nos quais se inserem estas técnicas, por exemplo, se ao contrário de se pedir a um aluno que indique qual é o resultado de 6 + 5, pedir para nos dizer quantos animais há numa quinta com seis patos e cinco perus, estaremos a propor um exercício em que há uma meta ou objectivo (somar para saber o número de animais) e a criança é obrigada a realizar uma tradução da linguagem falada para a linguagem matemática e tem que planear a ordem em que a tarefa tem que ser resolvida. Este exercício está mais próximo dos problemas do que o primeiro exercício.

Para Pozo (1998, pág. 171) a solução de problemas e a realização de exercícios "constituem um *continuum* educacional cujos limites nem sempre são fáceis de estabelecer". Segundo aquele investigador os exercícios e os problemas exigem dos alunos a activação de diversos tipos de conhecimentos, não só de variados procedimentos, mas também de diferentes atitudes, motivações e conceitos.

Palhares et al. (2004) destacam que um problema é "uma situação para a qual não se dispõe, à partida de um procedimento que nos permita determinar a solução e que a resolução de problemas é o conjunto de acções tomadas para resolver essa situação". (p. 12).

Vale (2000, p. 52) afirma que a resolução de problemas, no contexto social será "um processo, através do qual o indivíduo ou um grupo de indivíduos identifica e descobre meios eficazes para resolver conflitos com os quais se confrontam na vida de todos os dias". Segundo Vale (2000) e Palhares (2004) é um processo cognitivo de aprendizagem, pois ao resolver um problema, um indivíduo adquire conhecimentos, que permitem resolver outro tipo de situações semelhantes.

Este processo, segundo Palhares et al. (2004) "envolve o levantamento de questões, a análise de situações, a realização de esquemas, a formulação de conjecturas e a tomada de decisões" (p. 11).

Lester e D'Ambrósio (1988) consideram a resolução de problemas como uma estratégia composta por um conjunto de acções utilizadas para desempenhar uma tarefa. Para Polya (1994), a resolução de problemas é uma arte prática que todos podem aprender, é a arte de fazer matemática: "significa ter a capacidade para resolver problemas, não apenas rotineiros, mas problemas que requerem algum grau de originalidade e criatividade". Assim, a primeira e mais importante tarefa do ensino da matemática escolar é dar ênfase ao trabalho matemático na resolução de problemas (Polya, 1981).

Muitos investigadores (Kantowski, 1974; Kilpatrick, 1985; Poyla, 1973; Schoenfeld, 1985; Vale, 2000) têm dado diversas definições sobre a resolução de problemas, mas convergem num ponto: a resolução de problemas envolve o recurso a procedimentos que o indivíduo terá que seleccionar e que mais se adaptam à situação em jogo. Polya (1980) refere que "resolver um problema é encontrar uma saída da dificuldade, é encontrar um caminho à volta do obstáculo, para obter um fim desejável, que não está disponível de imediato através de meios apropriados " (p. 1). Como afirmam os Standars 2000 "A resolução de problemas é o processo de identificar e utilizar os conhecimentos disponíveis para formular e adaptar estratégias em direcção a uma nova situação" (p. 186).

Para Brito (2006, p. 18) a resolução de problemas é a forma complexa de combinação dos mecanismos cognitivos disponibilizados a partir do momento em que o sujeito se depara com uma situação para a qual precisa encontrar alternativas de solução. Pode ser definida como um processo cognitivo que visa transformar uma dada situação numa outra dirigida a um objectivo, quando um método óbvio de solução não está disponível para o solucionador, apresentando quatro características básicas: é cognitiva, é um processo, é dirigida a um objectivo e é pessoal, pois depende do conhecimento prévio do indivíduo.

O sucesso na resolução de problemas, não está directamente ligado com o conhecimento de conteúdos, mas depende de experiências e conhecimentos das próprias capacidades e limitações do indivíduo. Ao ser um processo, acarreta conceitos, procedimentos e raciocínios.

Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução, procurar argumentação, relacionar diferentes conhecimentos e, insistir na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido.

Polya (2003, p. 26) afirma que a resolução de problemas é uma actividade humana fundamental. De facto, a maior parte do nosso pensamento consciente está ligado aos problemas, visto que os nossos pensamentos se dirigem a um fim, procurando meios para os resolver.

O modelo proposto por Polya (1994) para a resolução de problemas tem influenciado muitos investigadores que procuram neste recurso um caminho para conduzir o trabalho na matemática. O modelo prevê quatro etapas para a resolução de um problema:

1.º Compreensão do problema: para compreender um problema é necessário estimular o aluno a fazer perguntas. O que é solicitado? Quais são os dados? Quais são as condições? É possível satisfazer as condições? Elas são suficientes ou não para determinar a solução? Faltam dados? Que relações posso estabelecer para encontrar os dados omitidos? Que formulas e/ou algoritmos posso utilizar? Neste processo de compreensão do problema, muitas vezes torna-se necessário construir figuras para esquematizar a situação proposta, destacando valores, correspondências e uso de notação adequada.

2.º Construção de uma estratégia de resolução: é importante estimular o aluno para procurar conexões entre os dados e o que é solicitado, a pensar em situações similares, a fim de que possam estabelecer um plano de resolução, definindo prioridades e, se necessário, investigações complementares para resolver o problema.

3.º Execução da estratégia escolhida: esta etapa é o momento de "colocar as mãos na massa", de executar o plano idealizado. Se as etapas anteriores foram bem desenvolvidas, esta será, provavelmente, a etapa mais fácil do processo de resolução de um problema. Para que o aluno obtenha sucesso, deve ser estimulado a realizar cada procedimento com muita atenção, estando atento a cada acção desenvolvida, verificando cada passo. O aluno também deve ser estimulado a mostrar que cada procedimento realizado está correcto, possibilitando a afirmação da sua aprendizagem e a comunicação da sua produção.

4.º Revisão da solução: a revisão é um momento muito importante, pois propícia uma depuração e uma abstracção da solução do problema. A depuração tem por objectivo verificar os procedimentos utilizados, procurando simplificá-los ou buscar outras maneiras de resolver o problema de forma mais simples. A abstracção tem por finalidade reflectir sobre o processo realizado procurando descobrir a essência do problema e do método empregado para resolvê-lo, de modo a favorecer uma transposição da aprendizagem adquirida para a resolução de outras situações-problema.

Nos últimos anos, autores como Mendonça (1999), referem que "problema" é um enunciado bem definido e estruturado, com texto pronto; outros defendem que significa projecto, actividade de investigação, exploração, tarefa de natureza aberta, de forma a permitir ao aluno vários processos de resolução, onde pode "investigar", para chegar a um resultado.

Contudo, alguns investigadores indicam diferenças entre "investigar" para chegar a um resultado e problema como investigação.

Ernest (1996) diferencia os dois conceitos, como se vê no quadro 19.

**Quadro 19: Diferença entre investigar e problema**

| Resolução de Problemas | Investigação |
|---|---|
| ⇨ O problema está formulado;<br>⇨ Pressupõe sempre uma solução. | ⇨ Pressupõe a formulação de problema;<br>⇨ Pode ter outra solução |

Na investigação destaca-se a exploração da questão através de todos os caminhos possíveis e de acordo com Pirie (1987, p.2) "o objectivo é a viagem, não o destino", assim como Ponte (1992), secunda esta ideia, pois destaca a situação problemática com investigação ou exploração. Aquele investigador realça que num problema existe uma formulação mais ou menos explícita, do que é dado e do que é pedido; na situação problemática existe um grau de indefinição acerca do que é dado e do que é pedido, cabendo ao aluno precisá-los.

Assim, ligado ao processo de resolução de problemas há o processo – investigar (que se inicia com uma questão, que é menos precisa do que o problema, e necessita ser clarificada).

Ernest (1996) refere que "embora as investigações possam começar por uma situação ou questão matemática, o foco da actividade muda assim que novas questões são postas e novas situações são geradas e exploradas" (p. 29). As investigações são vistas como actividades divergentes e a resolução de problemas pode ser caracterizada como actividade convergente.

Ponte, Oliveira, Brunheira e Ferreira (1999) definem etapas para a actividade de investigação, que se observam no quadro 20.

**Quadro 20: Etapas da actividade de investigação**

| |
|---|
| 1. Formular a questão a investigar; |
| 2. Formular conjecturas relativamente a uma questão; |
| 3. Testar as conjecturas e, reformulá-las, se necessário; |
| 4. Validar e comunicar os resultados. |

Há aspectos comuns à resolução de problemas e à actividade de investigar:

⇨ Partem ambos da questão;

⇨ Requerem o planeamento de estratégias e a sua validação.

As actividades de investigação são realizadas geralmente com crianças num nível de escolaridade mais avançada, partindo de uma situação matemática, em torno da qual se levantam diversas questões, para as quais os alunos devem encontrar respostas. No entanto, as crianças do jardim-de-infância podem desenvolver actividades e posturas, justificando os seus raciocínios, argumentando sobre as suas hipóteses, em todas as áreas do saber.

As crianças podem realizar pequenas actividades de investigação matemática, em que o educador as desafia com questões que lhes permitam "avançar com hipóteses e argumentações matemáticas" (Moreira e Oliveira, 2003, p. 66). As crianças no jardim-de-infância, podem ser motivadas a criar e usar uma variedade de estratégias de soluções e habituarem-se a monitorizar e reflectir sobre o que realizam.

No entanto, Goldenberg (1999) salienta que as actividades de investigação, podem levar os alunos a desenvolver processos, que não são a norma, e se o professor não tiver sensibilidade pedagógica e boas bases matemáticas, pode não reconhecer a sua importância. Daí a necessidade da escolha certa do problema.

Vários investigadores (Ernest, 1996; Ponte et al., 1992, 1998; Vale, 2000; Palhares et al., 2004), defendem que a resolução de problemas e a investigação, são dois conceitos, que permitem desafiar os alunos e os envolvem em processos complexos de pensamento, visto que proporcionam o contexto, no qual os conceitos e as capacidades são aprendidos. Shroeder e Lester (1989) destacam que a resolução de problemas, são o veículo para a aprendizagem de novos conceitos e capacidades matemáticas.

Por outro lado, há autores que defendem que os especialistas de algo, apesar de não se diferenciarem nas suas capacidades gerais de solução de problemas, destacam-se pela sua capacidade de prestar atenção, lembrar, reconhecer, manipular informação e raciocinar sobre ela na própria área da sua especialidade. Daí que a mudança cognitiva envolvida na formação de um especialista ou no aumento da perícia de alguém (ex: o aluno), numa determinada área (ex: a solução de problemas de soma) reside, em parte, na superação das próprias limitações ou desvios de processamento para aceder a um uso adequado dos recursos cognitivos individuais nesse domínio (Pozo, 1998, p. 31). Apesar de não se saber muito bem como é que os especialistas chegam a resolver os diferentes problemas da forma como o fazem, a solução de problemas dentro de uma área de conhecimento concreta é aprendida solucionando problemas dentro dessa área. Como refere Schoenfeld (1987), uma das maiores diferenças entre especialistas e principiantes na solução de problemas matemáticos, reside no metaconhecimento e no controle dos próprios recursos.

Pozo (1998, p.59) sugere algumas técnicas que ajudam a compreender melhor o problema e que têm como objectivo principal incitar o aluno a reflectir antes de agir e planear o seu próprio processo de resolução (quadro 21).

**Quadro 21: Algumas técnicas que ajudam a compreender melhor os problemas matemáticos.**

- Utilizar um vocabulário diferente para expressar o problema;
- Explicar aos colegas em que consiste o problema;
- Representar o problema com outro formato (desenhos, diagramas, objectos, gráficos…);
- Indicar qual é a meta do problema;
- Apontar onde reside a dificuldade da tarefa;
- Separar os dados relevantes, dos não relevantes;
- Indicar quais os dados que não estão presentes, mas que são necessários para resolver a tarefa;
- Procurar um problema semelhante, que já se tenha resolvido;
- Analisar inicialmente alguns exemplos concretos, quando o problema é muito geral;
- Procurar diferentes situações (contextos, tarefas, cenários…) nas quais esse problema possa ter lugar.

Autores, como Polya (1975) e outros referem que o primeiro passo na solução de problemas consiste na compreensão dos mesmos. Eles defendem que num problema há etapas, que se realizam até chegar à resolução. Polya descreveu um método no campo da matemática para solucionar problemas, baseado em heurísticas gerais, no qual definiu quatro fases, que constituem o processo de resolução de problemas. Segundo Poyla, ensinar a resolver problemas, exige experiências consideráveis e um estudo aprofundado sobre o processo de chegar à solução, por isso, o professor, para melhorar a capacidade do aluno na resolução, deve orientá-lo, para certas questões-chave e/ou sugestões, que envolvem a aplicação de operações mentais.

Como constatámos atrás, Poyla (1975) definiu quatro fases que constituem o processo de resolução de problemas, como se vê no quadro 22:

**Quadro 22: Processo de resolução de problemas**

| |
|---|
| 1. Compreender o problema; |
| 2. Delinear um plano; |
| 3. Executar o plano; |
| 4. Verificar a solução |

Este método para resolver problemas influenciou vários autores como Mayer (1983), Burton (1984), Charles e Lester (1984), Fernandes et al. (1995), Mason et al. (1982), entre outros, que desenvolveram diversos modelos, onde não existem grandes diferenças.

Fernandes, Vale, Silva, Fonseca e Pimentel (1998), propõem uma adaptação do modelo de Poyla, para ensinar a resolver problemas a alunos do ensino básico, no qual a 2ª e 3ª fases daquele modelo aparecem juntas, visto que na prática, torna-se difícil distingui-las. Referem também, a importância da utilização de diferentes técnicas e estratégias de resolução. Este aspecto é também referido por Moreira e Oliveira (2003), Palhares et al. (2004), Serrazina e Oliveira (1997).

Assim, no quadro 23 apresenta-se uma proposta para ensinar, a resolver problemas:

**Quadro 23: Etapas e sugestões para resolução de problemas**

| Processos | Capacidades | Estratégicas/Soluções |
|---|---|---|
| **1.** Leitura e compreensão do problema | ⇨ Ler a informação (analisando as palavras, expressões e condições);<br>⇨ Identificar:<br>- os dados (o que é conhecido), (utilizar os dados principais);<br>- o que é desconhecido (o objectivo);<br>- as condições da situação apresentada.<br>⇨ Colocar questões sobre o problema a resolver, de forma a entender o que se pretende.<br>*"Um matemático, tal como um pintor ou um poeta, é um mestre de padrões, as ideias, como as cores ou as palavras devem estar em perfeita harmonia"*. Thomas Hardy | |

| Processos | Capacidades | Estratégicas/Soluções |
|---|---|---|
| **2.** Delinear, conceber, executar um plano | ⇨ Escolher estratégias que ajudem a resolver o problema e utilizá-las;<br>⇨ Recordar problemas semelhantes ou identificar sub-problemas;<br>⇨ Organizar a informação numa tabela, para ser mais fácil escolher a estratégia;<br>⇨ Implementar a(s) estratégia(s) escolhidas.<br>*"Divide um problema a estudar em tantas partes quantas possas e necessites para resolveres mais facilmente"*. René Descartes | ⇨ Descobrir: um padrão/ uma regra (lei de formação);<br>⇨ Fazer tentativas;<br>⇨ Formular conjecturas;<br>⇨ Desenhar figuras, esquemas, diagramas, gráficos, …;<br>⇨ Fazer uma lista organizada e/ou uma tabela;<br>⇨ Reduzir a um problema mais simples, decompor, simplificar;<br>⇨ Fazer uma simulação, uma dramatização e uma experimentação;<br>⇨ Trabalhar do fim para o princípio.<br>⇨ Usar dedução lógica;<br>Fazer eliminação. |
| **3.** Reflectir e verificar sobre a resposta/solução | ⇨ Verificar se a solução obtida está de acordo com os dados e com o que é pedido no problema;<br>⇨ Verificar os cálculos;<br>⇨ Mudar de estratégia e procurar resoluções alternativas, caso as soluções encontradas, não estejam de acordo com a interpretação do problema.<br>*"Certamente que temos de aprender a provar, mas também temos de aprender a adivinhar"*. George Poyla. | |

Adaptado de Palhares *et al.* (2004)

Do ponto de vista cognitivo, a resolução de problemas, é uma das tarefas mais complexas na educação matemática, em que o indivíduo adquire conhecimentos que lhe permitem enfrentar e ultrapassar outro tipo de situações semelhantes. Segundo Vale (2000) "põe em jogo várias actividades cognitivas de ordem superior", pois presentemente a ênfase no ensino é "desenvolver nos alunos capacidades de comunicação e de raciocínio" (p. 53). Estas capacidades designadas por capacidades de pensamento de "ordem superior" (Baker, 1990) podem também tomar a forma de capacidades metacognitivas, tais como planear e auto-avaliar. Estas tarefas podem ser independentes ou embutidas no conteúdo da tarefa nas quais são aplicadas. Há tarefas que precisam de pensamentos de ordem superior como a revolução de problemas e as questões abertas.

Romberg et al. (1990) referem alguns aspectos do pensamento de ordem superior:

1. Não algorítmico, ou seja, o caminho não é conhecido com antecedência;

2. Tende a ser complexo, isto é, não é "visível" a partir de uma única posição vantajosa;
3. Oferece múltiplas soluções;
4. Regulação pessoal do processo de pensamento;
5. Acarreta a aplicação de critérios múltiplos, que algumas vezes entram em conflito uns com os outros;
6. Implica muitas vezes incerteza;
7. Necessita de regulação pessoal do processo de pensamento;
8. Envolve procura de significado no meio da aparente desordem;
9. Acarreta esforço, pois exige trabalho mental na sua elaboração.

Por outro lado, as capacidades de ordem superior devem ser aprendidas depois de outras capacidades e todos os alunos são capazes de aprender capacidades de ordem superior.

Abrantes et al. (1996) afirmam que as capacidades de ordem superior são as que "estão ligadas à identificação e resolução de problemas, ao pensamento crítico e ao uso de estratégias da natureza metacognitiva" (p. 2).

Nos primeiros anos, a maioria das situações problemáticas, surgem das experiências vividas, quer na escola, quer fora dela. Quando a matemática resulta, duma forma natural, de situações problemáticas que tenham sentido para a criança, "a matemática torna-se relevante e as crianças associam facilmente o seu conhecimento a muitos tipos de situações" (Normas, 1991, p. 29).

As aulas estruturadas, pelo educador, para a abordagem aos problemas, implicam a colocação de questões, que provoquem o raciocínio, especulações, investigações e explorações. Simultaneamente, desenvolvem a capacidade de comunicar matematicamente e a capacidade de usar processos cognitivos de alto nível. O professor facilita este processo quando promove actividades exploratórias e convida as crianças a explanar as suas ideias, e o seu pensamento.

"Neste processo de resolução de problemas não se trata de apoiar as soluções consideradas certas, mas de estimular as razões das soluções, de forma a fomentar o desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico. O confronto das diferentes respostas e formas de solução permite que cada criança vá construindo noções mais precisas e elaboradas da realidade". (OCEPE, 1997, p. 78).

Ressalta-se que, para o desenvolvimento da criatividade em matemática, deve-se privilegiar o trabalho com problemas abertos, isto é, problemas que admitem múltiplas possibilidades de respostas e que podem ser obtidas por meio de múltiplos métodos de solução, incluindo-se aqueles criados pelos estudantes no momento da resolução (Sarduy, 1987).

Na resolução de problemas abertos, os estudantes devem ser os responsáveis pelas tomadas de decisão, não confiando essa responsabilidade ao professor ou às regras e modelos apresentados nos livros didácticos. A decisão de que tipo de método e/ou procedimento a ser utilizado poderá ser tomada a partir dos conhecimentos e experiências anteriores que os alunos já possuem, especialmente aqueles decorrentes do trabalho já desenvolvido para resolver problemas similares ou que tiveram contacto. Eles precisam construir o seu próprio modelo, testá-lo, para então chegar à solução. Será necessário também construir uma estratégia para comunicar para os demais colegas e para o professor a sua experiência de resolver o problema, explicando o processo mental utilizado e a forma como foi definindo as estratégias seleccionadas para chegar à solução. O sucesso deste último momento, o da comunicação, vai depender da profundidade com a qual o estudante compreendeu o problema; porém, possibilitará reflectir a respeito dos métodos de solução selecionados e, ao mesmo tempo, como os utilizar noutros problemas e áreas da matemática.

Durante o processo de resolução de problemas é necessário estimular o aluno a ultrapassar os diversos obstáculos que vão surgindo no caminho para a solução. Sternberg, Bruce e Grigorenko (1998) destacam três obstáculos mais frequentes: a fixação do sujeito numa estratégia ou método que foi aplicado em problemas anteriores, mas que não se ajusta ao novo problema a resolver; a rigidez funcional, que implica a incapacidade de reconhecer que algo (estratégia ou conceito) usado frequentemente de um modo pode ser utilizado para uma função ou significado diferente; a transferência negativa, a qual ocorre quando o conhecimento anterior pode levar a uma maior dificuldade em adquirir e armazenar novo conhecimento.

As crianças no jardim-de-infância podem ser desafiadas a criar e utilizar uma variedade de estratégias para solucionar um problema proposto e habituaram-se a reflectir sobre aquilo que fazem. A criança pode representar graficamente a situação, usar diferentes materiais: berlindes, palhinhas, o flanelógrafo,…

Segundo as OCEPE (1997) “importa que o educador proponha situações problemáticas e permita que as crianças encontrem as suas próprias soluções, que as debatam com outras crianças, num pequeno grupo, ou mesmo, com o grupo todo, apoiando e explicando do porquê da resposta e estando atento a que todas as crianças tenham oportunidade de participarem no processo de reflexão." (p. 78).

Os alunos devem partilhar os seus raciocínios com os colegas e professor e quando possível trabalhar a pares, ou em grupo, pois ao partilharem e interagirem com os colegas, desenvolvem o espírito de equipa, ganham confiança, constroem o conhecimento, aprendem outras formas de pensar sobre as ideias e clarificam o seu próprio conhecimento.

Comunicar, falando e ouvindo é muito importante, pois a ideia que as crianças fazem do mundo advém, em grande parte, de comunicação com as outras. Comunicar ajuda as crianças a clarificar o pensamento e aguça a compreensão. Representar, falar, ouvir, escrever, ler são competências básicas de comunicação e devem ser encaradas como parte integral do currículo da matemática. Por isso, quando os professores prestam atenção às comunicações dos alunos, no sentido de perceber o seu pensamento, obtêm informações fulcrais, que permitem tomar decisões acerca do ensino.

Se as crianças forem acompanhadas e motivadas, tanto em casa, como no jardim-escola pela educadora, podem desenvolver uma atitude positiva face à resolução de problemas. Segundo os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (2007 e 2008) deve-se "alimentar um ambiente em que o desenvolvimento da compreensão matemática proporcione procedimentos e capacidades reflexivas (metacognição)", de forma a desafiá-los a "resolver problemas", encorajando a sua persistência.

A prática significativa é essencial ao desenvolvimento da destreza das combinações numéricas básicas e das estratégias usadas para o cálculo como números de vários algarismos.

A responsabilidade do educador consiste em distinguir os raciocínios usados por vários alunos numa diversidade de problemas, encorajando-os a explicar as operações efectuadas com os números (Carpenter *et al.*, 1989).

Os problemas sempre fizeram parte da aula da matemática, mas a ênfase e o modo de abordagem no contexto escolar eram diferentes, daqueles que o NCTM (1991) defende e afirma "A resolução de problemas não é um tópico distinto, mas um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas" (p. 29), de forma à exploração e descoberta, utilizando as aquisições feitas e testando a sua eficácia.

Vários relatórios nacionais e internacionais (APM, 1988; O.C., 1998; NCTM, 1989, 1998, 2007 e 2008; UNESCO, 1990) reforçam a importância de incluir a resolução de problemas nas aprendizagens escolares, com o intuito de uma melhor compreensão do conhecimento.

Por outro lado, diversos investigadores (Farzi, 1999; Guzmán, 1993; Lubuenski, 2000; Nakahara et al., 2000; Schoenfeld, 1999) defendem que o ensino da resolução de problemas não se deve resumir a aprender a resolver problemas, mas também, a aprender matemática, como um método centrado na resolução de problemas. Para isso acontecer e segundo eles, em vez de se introduzir conceitos matemáticos e depois aplicá-los, devemos iniciar com problemas ou tarefas. Como resultado de os/as trabalharmos com os alunos, estes ficam com a *residue of mathematics,* pois é o que permanece depois de se trabalhar o problema.

Os Standars (2000) destacam que um bom problema deve contemplar três características:

**1.** Ser problemático;

(a partir de algo que faz sentido e onde o percurso para a solução não está completamente visível);

**4.** Ser desafiante e interessante

(a partir de perspectiva matemática);

**5.** Ser adequado.

(Permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm, de forma a que os novos conhecimentos e capacidades possam ser aplicadas, e adaptadas com o objectivo de completar as tarefas propostas).

Nesta linha de pensamento, vários investigadores (Palhares, 1997; Ponte, 1991) têm sugerido diferentes tipologias de problemas, assentes em diversos pressupostos:

a) Recomendações de vários autores;

b) Expectativas do grupo, relativamente à forma como são resolvidas;

c) Experiências e conhecimentos do grupo, relativamente à resolução de problemas;

d) Não pressupõe a inclusão de cada problema num e num só dos tipos; podem existir problemas que não se inserem em nenhum dos tipos considerados.

Existem inúmeras classificações das possíveis estruturas dos problemas, tanto e m função da área à qual pertencem e do conteúdo dos problemas como do tipo de operações e processos necessários para os resolver.

Uma das classificações clássicas dos diferentes tipos de problemas é realizada pela Escola de Psicologia *Gestalt* (trad. como "configuração") em função das actividades que as pessoas realizam para resolver uma tarefa. Distinguem-nas entre pensamento produtivo (consiste na produção de novas soluções a partir de uma organização ou reorganização dos elementos do problema) e pensamento reprodutivo (consiste na aplicação de métodos já conhecidos).

Ambos exigem uma conduta dirigida para um objectivo e a utilização de uma série de meios para alcançá-lo. No exercício o sujeito conhece e já automatizou as técnicas que o levarão à solução da tarefa. No caso dos problemas, essa situação pressupõe alguns obstáculos que o sujeito deve superar, ou através de novos meios para alcançar uma solução, ou organizando de maneira diferente os meios de que já dispõe.

Há autores que definem os tipos de problemas, consoante as características da tarefa, como Mayer (1981, 1983), surgindo assim os problemas estruturados ou mal estruturados, conforme se vê no quadro 24.

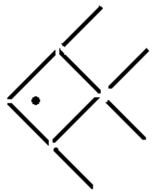
**Quadro 24: Problemas estruturados e mal estruturados.**

| Problemas estruturados ou bem definidos | Problemas mal estruturados ou mal definidos |
|---|---|
| ▪ Aquele no qual é possível identificar facilmente se foi alcançada uma solução;<br>▪ Nesta tarefa, o ponto de partida do problema (proposição), o ponto de chegada (solução) e o tipo de operações que devem ser realizadas para percorrer uma distância entre ambos, estão especificados de forma muito clara. | ▪ Aquele no qual o ponto de partida ou as normas que estipulam quais os passos necessários para resolver a tarefa são menos claros e específicos;<br>▪ Nas tarefas mal estruturadas é possível encontrar várias soluções muito diferentes entre si, todas válidas como forma de resolver o problema, utilizando métodos diferentes e igualmente válidos. |

Charles e Lester (1986) propõem uma tipologia de problemas para o ensino básico, com cinco tipos.

No quadro 25 temos esta tipologia de problemas.

**Quadro 25: Tipologia de problemas.**

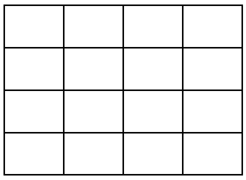
| | **Tipologia de Problemas** | **Características** | **Exemplos** |
|---|---|---|---|
| **1** | Problemas de um passo | Para a sua resolução, aplica-se uma das quatro operações básicas da aritmética. | Num pacote há 4 cromos.<br>Em dois pacotes iguais, quantos cromos haverá? |
| **2** | Problemas de dois ou mais passos | Resolvem-se aplicando directamente duas ou mais das quatro operações básicas aritméticas. | O Miguel tem 12 pastilhas. Deu metade à irmã. Depois resolveu dar 2 a um colega.<br>Com quantas pastilhas ficou o Miguel? |
| **3** | Problemas de processo | Para a sua resolução utiliza-se uma ou mais estratégias.<br>Não se utilizam processos mecanizados ou estandardizados. | A Filomena na 1ª lição de música aprendeu 2 canções. Na 2ª lição já sabia 3 canções; na 3ª lição já sabia 5 canções; na 4ª lição já sabia 8 canções; na 5ª lição já sabia 12 canções.<br>Se continuar a aprender as canções a este ritmo, quantas canções, saberá ao fim de 10 lições? |
| **4** | Problemas de aplicação | Resolvem-se recolhendo da vida real e tomando decisões.<br>Utilizam-se uma ou mais operações, assim como uma ou mais estratégias de resolução. | Há 22 meninos nesta turma. Queremos sentá-los em seis mesas, que levam no máximo quatro alunos.<br>De quantas formas o podemos fazer? |
| **5** | Problemas tipo puzzle | Para chegar à solução tem que existir o despoletar de um "flash". | Desloque 4 pauzinhos, de modo a que a cabeça do peixe fique virada no sentido contrário.  |

O projecto GIRP[8] (Grupo de Investigação em Resolução de Problemas, 1992), constituído por: Domingos Fernandes; António Borralho; Ana Leitão; Helena Fernandes; Isabel Cabrita; Isabel Vale; Lina Fonseca e Pedro Palhares, considerou quatro tipos de problemas, onde se pressupõe a inclusão de cada problema num e num só dos tipos, assim como, não são considerados os problemas tipo puzzle.

Ilustramos no quadro 26 esta tipologia de problemas.

[8] GIRP (Grupo de Investigação em Resolução de Problemas, 1992) foi constituído por: Domingos Fernandes; António Borralho; Ana Leitão; Helena Fernandes; Isabel Cabrita; Isabel Vale; Lina Fonseca e Pedro Palhares.

**Quadro 26: Tipologias de problemas pelo projecto GIRP**

<table>
<tr><th></th><th>Tipologia de Problemas</th><th>Resolução</th><th>Exemplos</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Problemas de processo</td><td>A sua resolução, não se realiza, geralmente pela aplicação directa de um algoritmo; É necessária a utilização de estratégias como: fazer um esquema e/ou desenho; lista organizada; descobrir um padrão; reduzir a um problema mais simples.</td><td><br>Quantos quadrados há neste desenho?</td></tr>
<tr><td>2</td><td>Problemas de conteúdo</td><td>Para a resolução exige a utilização de conteúdos programáticos, definições, conceitos, técnicas matemáticas.</td><td>Complete o quadro mágico.<table><tr><td>30</td><td>20</td><td>10</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>30</td><td></td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>3</td><td>Problemas de aplicação</td><td>Para se resolverem são necessários dados da vida real, apresentados ou recolhidos pelo resolvedor; é importante a tomada de decisão do solucionador e surge como consequência da análise de dados, podendo demorar vários dias para se conseguir resolver; utilizam-se diferentes estratégias e podem ter mais do que uma solução.</td><td>O Miguel comprou 3 frutos diferentes e pagou 1,25€.<br>Que frutos comprou?<br>Frutos:<br>- Laranja – 0,25€<br>- Pêra – 0,70€<br>- Banana – 0,60€<br>- Maçã – 0,40€<br>- Romã – 0,30€</td></tr>
</table>

| | Tipologia de Problemas | Resolução | Exemplos |
|---|---|---|---|
| 4 | Problemas de aparato experimental | Para a sua resolução é necessário um aparato experimental, em que o resolvedor exerce as suas acções; exige métodos de investigação próprios das ciências experimentais. Permitem o desenvolvimento de capacidades como: planificar, organizar e interpretar dados, pesar, medir e contar. | **I**<br>Construa um pêndulo com um pedaço de fio de 60cm e um objecto de 30g.<br>1 – Quanto tempo demora o pêndulo a oscilar 10 vezes?<br>1.1 – Qual a amplitude, aproximada da oscilação?<br>2 – Substitua o objecto por outro, de 15g e responda às questões anteriores.<br><br>**II**<br>Corte o fio do pêndulo ao meio. E responda às questões de I.<br><br>**III**<br>Descobre: as relações entre:<br>a) O tempo gasto nas oscilações e o comprimento do fio do pêndulo.<br>b) A amplitude das oscilações e o comprimento do fio do pêndulo. |

Lester (1997) realça a importância dos problemas de processo, na aprendizagem e processo do ensino.

Um dos principais objectivos de resolução de problemas é possibilitar o desenvolvimento de estratégias, em que incluímos a manipulação de materiais, o uso da tentativa e erro, a organização de uma lista ou de uma tabela, o desenho de um diagrama, a identificação de uma regularidade, a dramatização de um problema.

Existem várias estratégias que se podem utilizar perante um determinado problema. O sucesso dessas estratégias depende tanto da maneira como da estrutura que se adaptará à tarefa, assim como, da presença de regras, algoritmos e operadores concretos, ou seja, técnicas que contribuam para que o sujeito desenvolva de maneira efectiva os seus planos.

Pozo (1998, p.25) refere algumas estratégias ou procedimentos "heurísticos" de solução de problemas. O quadro 27 apresenta alguns procedimentos heurísticos da solução de problemas.

**Quadro 27: Alguns procedimentos / estratégias de solução de problemas.**

- Realizar experiências por meio de tentativa-erro;
- Aplicar a análise meios-fins;
- Dividir o problema em subproblemas;
- Estabelecer submetas;
- Decompor o problema;
- Procurar problemas parecidos;
- Partir do conhecido para o desconhecido.

(ex: saber que dois números iguais, dão origem a um número par)

Vários autores, afirmam que as estratégias mais eficazes, para desenvolver a criatividade na matemática devem utilizar a resolução, a formulação e a redefinação de problemas.

Associada à resolução de problemas, a formulação de problemas também é considerada um importante componente do currículo de matemática, representando uma das partes principais da actividade matemática, que é a capacidade de perceber e formular um problema (English, 1997a, 1997b).

A formulação de problemas é descrita por Silver (1994) como a criação de um problema novo ou como a reformulação de determinados problemas apresentados para os estudantes. A formulação pode acontecer antes, durante ou depois da solução de um problema. Os problemas formulados devem estar fundamentados em situações concretas que expressem situações matemáticas significativas.

English (1997a, 1997b) considera que a formulação de problemas envolve a geração de novos problemas e questões para explorar uma dada situação, assim como envolve a reformulação de um problema durante o seu processo de resolução. Para o autor, esta estratégia fornece aos professores importantes *insights* acerca de como os estudantes compreendem os conceitos e os processos matemáticos, bem como as suas percepções a respeito das actividades desenvolvidas, as suas atitudes em relação à matemática e sobre a sua capacidade criativa nessa área.

Para o desenvolvimento da habilidade de formular problemas, English (1997a) destaca três elementos básicos:

a) Compreensão do que seja um problema: este elemento refere-se à habilidade de reconhecer a estrutura subjacente a um problema e detectar estas estruturas em problemas correspondentes, isto é, perceber que diferentes problemas apresentam estruturas semelhantes.

b) Percepção de diferentes problemas: este elemento refere-se aos aspectos que despertam ou não a atenção dos estudantes em situações rotineiras ou não. Actividades nas quais os estudantes podem expressar as suas percepções em relação a diferentes problemas e compará-las com as diversas opiniões de seus colegas, podem constituir um poderoso instrumento para a compreensão da matemática.

c) Perceber situações matemáticas sob diferentes perspectivas: interpretar uma situação matemática em mais do que um caminho, é particularmente importante para o estudante desenvolver a sua capacidade de criar problemas ou de propor alterações num problema, modificando-o.

Uma estratégia menos citada na literatura, porém não menos importante, é a redefinição. Esta estratégia consiste em redefinir uma situação matemática em termos dos seus atributos, de forma variada e original, gerando muitas possibilidades de representar essa situação. Assim, deve-se estimular os alunos, por exemplo, a apresentarem diferentes formas de organizar números, objectos e outros elementos significativos a partir das suas propriedades ou atributos matemáticos (Haylock, 1987).

Um tipo de situação que envolve redefinição e que pode ser proposta para alunos do ensino infantil e básico, refere-se à composição de diversos subconjuntos a partir de um conjunto dado, solicitando que indiquem a regra para a formação de cada um dos subconjuntos compostos, isto é, explicitem as características que os números possuem e que fazem com que possam estar no mesmo subconjunto. Outro tipo de situação envolvendo a redefinição pode ser proposta apresentando dois números e solicitando aos alunos que escrevam tantas coisas quanto puderem acerca do que esses números têm em comum. Pode-se também, noutras actividades, apresentar aos alunos diversas figuras geométricas, bidimensionais ou tridimensionais, e, escolhendo-se uma delas, indicar quais as que apresentam características ou propriedades semelhantes à figura considerada. Em todas essas actividades, os alunos desenvolvem a habilidade de redefinir números ou objectos em função de seus atributos matemáticos.

Estudos com crianças vieram demonstrar que a resolução de problemas pode ser um elemento fundamental para o desenvolvimento da maturidade aritmética (Hembree e Marsh, 1993). A resolução de problemas não só constitui um objectivo de aprendizagem matemática, como é também um meio, um processo, pelo qual os alunos aprendem matemática, desenvolvendo a compreensão de ideias matemáticas.

As tarefas escolares mais significativas podem conter exercícios e problemas. Uma mesma tarefa pode representar um problema para um aluno, enquanto para outro, é somente um exercício, ou, em dois momentos distintos, uma mesma tarefa pode ser considerada de forma diferente. O facto de uma tarefa chegar a ser um problema, depende:

- Da atitude do aluno e dos seus conhecimentos prévios tanto conceituais como procedimentais (o aluno só verá um problema se assumir que ali há uma tarefa que revela uma distância entre o que sabe e o quer saber);
- De como a tarefa é apresentada e é conduzida.

No ensino Infantil e Básico existem componentes de exercitação de habilidades instrumentais, cuja automatização é indispensável para que os alunos possam usar essas técnicas como parte das estratégias necessárias, para enfrentar problemas mais complexos.

As orientações curriculares (1998), referem que no processo de resolução de problemas “não se trata de apoiar as soluções consideradas correctas, mas de estimular as razões da solução, de forma a fomentar o desenvolvimento do raciocínio e do espírito crítico”. (p.78). A resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerir as informações que estão ao seu alcance. Os alunos devem ter oportunidade para ampliar os seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos prolemas, da matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

Os alunos mais pequenos necessitam de maior apoio externo, de forma a adquirirem gradativamente, atitudes e hábitos dirigidos à solução de problemas, em que inicialmente os problemas devem partir de proposições mais globais de forma a diferenciar entre os diversos tipos de problemas, levando em consideração o conteúdo da área a que pertencem.

A globalização dos problemas não se deve opor à diferenciação entre os diversos tipos de perguntas ou às formas de lhes responder. Deve ser proporcionado aos alunos técnicas e estratégias gerais, assim como tipos de problemas diferentes, que exigirão estratégias e técnicas de resolução diversificadas (Pozo, 1998, p. 165).

Assim é fundamental, que a resolução de problemas atravesse todas as áreas e domínios, surgindo sempre que a criança é colocada perante uma questão, para a qual não tem resposta imediata e como um processo presente nas experiências a desenvolver com a criança e num "contexto universal de aprendizagem" como refere o currículo nacional do Ensino Básico – Competências Básicas Essenciais (ME, 2001), devendo "estar presente, associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nas diversas actividades" (Ministério de Educação, 2001).

Na perspectiva de uma sociedade flexível e muito competitiva as crianças devem adquirir habilidades e estratégias que lhes permitam aprender por si mesmos novos conhecimentos. É preciso, segundo Pozo (1998, p. 9) "tornar os alunos capazes de enfrentar situações e contextos variáveis, que exijam deles à aprendizagem de novos conhecimentos e habilidades" de forma a levá-los a aprender a aprender com a solução de problemas.

### 4.6.1. Classificação de problemas

Entre as muitas classificações que podemos encontrar para os problemas de soma e diferença, podemos considerar a realizada por Carpenter e Moser (1982).

#### 4.6.1.1. Problemas de soma

Os diferentes problemas da soma podem-se classificar em três tipos:

I. Parte-parte-todo

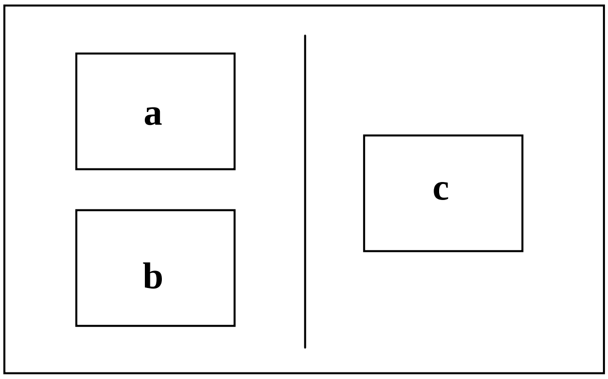
   "João tem 3 bolas brancas e 2 pretas. Quantas bolas tem no total?"

   Neste tipo de problemas parte-se de dois conjuntos que estão no mesmo nível de abstracção. São dois conjuntos cujos elementos estão na mesma categoria, formando duas partes de um todo. Tanto as bolas brancas como as pretas estão ao nível da acção, no mesmo plano, basta reuni-los todos para obter um novo conjunto "o total" e calcular o cardinal deste para chegar à solução do problema.

   Estes problemas correspondem, essencialmente, à descrição de uma composição simétrica de dois conjuntos. Matematicamente é uma operação binária. Os dois números que aparecem como dados do problema representam cardinais de dois conjuntos considerados como homogéneos e a solução do problema é o número que resulta ao aplicar a operação binária a esse par de números.

Estes problemas vêm representados esquematicamente desta forma no quadro 28.

**Quadro 28: Representação esquemática dos problemas parte-parte-todo**




II. Adjunção / Adição

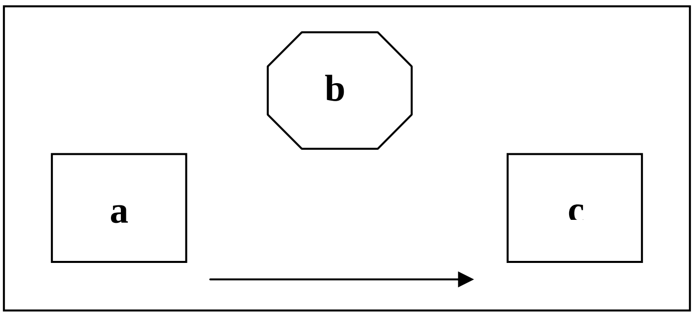
"João tem 3 caramelos, a sua mãe dá-lhe mais 2. Quantos tem agora?"

Vergnaud (1982) denomina este tipo de problemas de estados e transformações. Os números que aparecem como dados no enunciado do problema não se encontram no mesmo plano visto que um representa o número de elementos que se tem inicialmente, portanto é um estado inicial, e o outro representa uma acção, algo que ocorreu e modificou a situação inicial, é portanto, uma transformação. Ao actuar a transformação sobre o estado inicial chega-se a um estado final e a quantificação do mesmo é a solução do problema.

É, por conseguinte, um modelo dinâmico. A dificuldade encontra-se no facto de que as crianças devem pensar simultaneamente em toda a sequência da transformação, sem se centrar em nenhum dos estados, nem na própria acção para chegar à solução do problema.

O esquema que representa este tipo de problemas vem traduzido no quadro 29.

**Quadro 29: A uma quantidade adjunta-se/adiciona-se outra, b, para obter a quantidade c**



III. Comparação

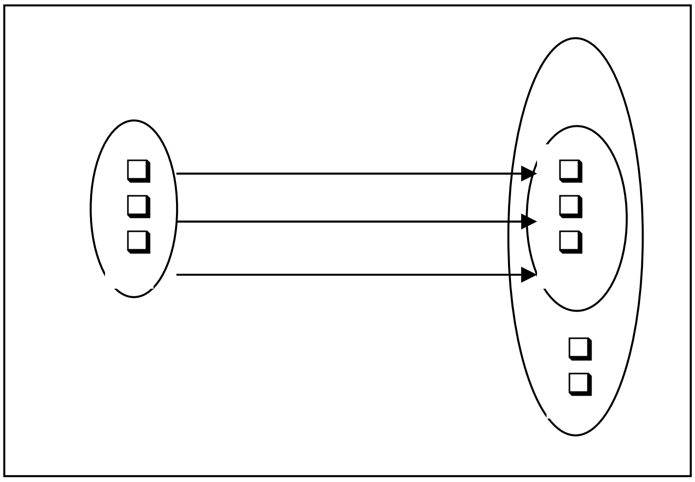
Problema:

"Miguel tem 3 cromos, André tem 2 cromos a mais que o Miguel. Quantos cromos tem o André?

Neste tipo de problemas os dados que aparecem têm que se homogeneizar previamente à solução. Isto significa que o primeiro dado (os 3 cromos do Miguel) tem que se transportar mentalmente para o total dos elementos da segunda colecção em questão. Será um subconjunto da mesma, à qual se une a colecção, que faz referência o segundo dado para obter o esquema parte-parte-todo similar ao primeiro tipo de problemas e chega-se então à solução calculando o cardinal do total.

Mediante um diagrama estas ideias ordenam-se da forma expressa no quadro 30 onde o conjunto inicial representa os cromos do Miguel e o conjunto final são os do André. A aplicação representa a acção de transportar mentalmente a colecção da primeira criança ao conjunto total de carros do segundo, indicando, além disso, no diagrama, que a colecção inicial forma um subconjunto da segunda.

**Quadro 30: Incluir um conjunto no outro para comparar os seus cardinais**



Para Kamii (1986) este tipo de problemas é demasiado difícil para crianças pequenas visto que a relação parte-todo implicada é muito complicada. Para responder a esta questão a criança tem que transportar o total do Miguel à colecção do André; e pensar no total de Miguel como parte do total do André; quer dizer, a colecção de Miguel é simultaneamente um "todo" e uma "parte" na colecção do André, e evidentemente isto implica uma maior dificuldade.

**4.6.1.2. Problemas de subtracção**

Problemas com diferentes sentidos de subtracção podem ser apresentados às crianças. Segundo Escalona (2004, p. 173), os diferentes problemas de subtracção podem classificar-se em quatro tipos:

I. Separação

Problema:

"Luísa tem 7 bonecas. Dá 2 à Laura. Com quantas bonecas fica a Luísa?"

Neste tipo de problemas temos um conjunto total, ao qual Kamii chama "Todo" que é constituído pelas 7 bonecas iniciais. Deste total separa-se uma "Parte" que são as bonecas que Luísa dá à Laura, e o resultado é o cardinal da outra parte.

Estes problemas parecem fáceis de resolver porque só implicam extrair (mentalmente) uma parte de um todo. A criança podia extrair a resposta pensando primeiramente no todo e depois em cada uma das partes, num processo que podia constar de uma série de actos sucessivos em vez de simultâneos.

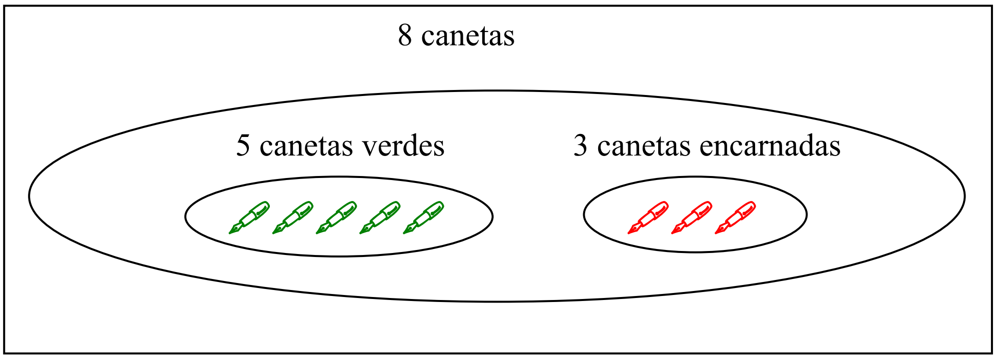
II. Parte-parte-todo.

Problema:

"António tem 8 canetas, 5 das quais são verdes e as restantes são encarnadas. Quantas canetas encarnadas tem o António?"

Este tipo de problemas pode-se considerar como uma subclasse dos problemas de "separação", pois aparece um conjunto total, o "todo", e dele separamos a parte que aparece como dado no problema. Uma vez feito isto, consegue-se a outra parte ou subconjunto, que nos leva à solução do problema, segundo a representação gráfica do quadro 31.

**Quadro 31: Parte-parte-todo**




III. Comparação.

Problema:

“Numa turma há 7 raparigas e 9 rapazes. Quantos rapazes há a mais que raparigas?”.

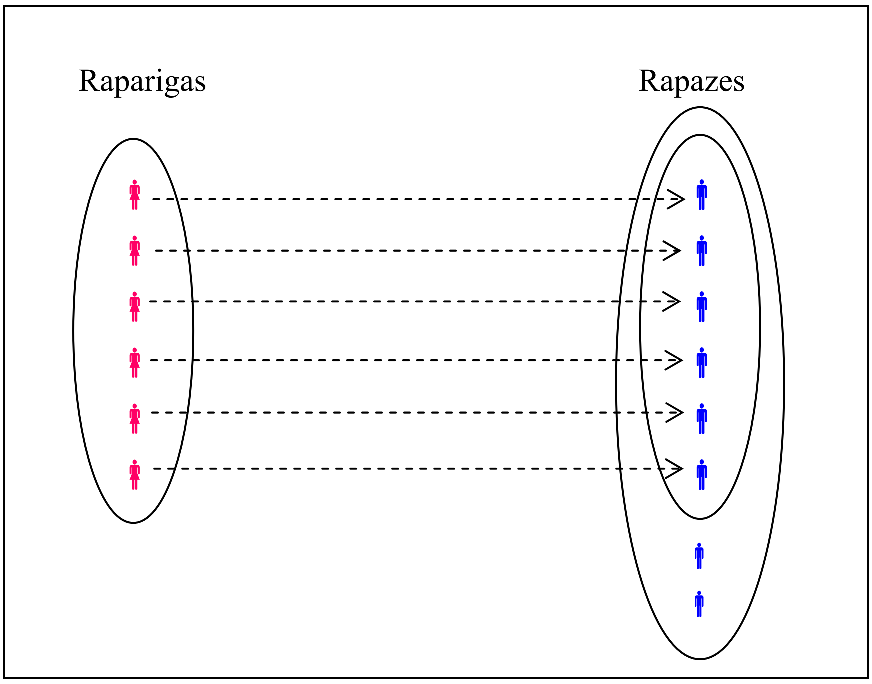
Neste tipo de problemas aparecem dois conjuntos, um dos quais deve ser “transportado” mentalmente até ao outro e deve ser considerado como subconjunto do conjunto maior.

No exemplo citado, as 7 raparigas devem-se “transportar” mentalmente até aos 9 rapazes e considerar as 7 primeiras, como parte dos 9 rapazes.

A dificuldade para a resolução deste tipo de problemas está na capacidade de pensar simultaneamente nas partes e no todo, visto que as 7 raparigas são ao mesmo tempo, um “todo” e uma “parte”. É um todo no enunciado, quando se compara 7 raparigas com 9 rapazes; É uma parte na resolução quando se considera o conjunto de 7 raparigas incluído no conjunto de 9 rapazes.

Estas ideias estão representadas no diagrama que representa o quadro 27, na qual o conjunto inicial representa 7 raparigas da turma e o conjunto final são os rapazes da mesma turma. A aplicação injectiva representa a acção de “transportar” mentalmente o conjunto de raparigas, até ao conjunto dos rapazes, indicando, além disso, no diagrama que a colecção inicial forma um subconjunto da segunda, pelo que se dá a relação anteriormente assinalada no sentido que o primeiro conjunto é simultaneamente todo e parte, segundo a correspondência injectiva que expressa a figura do quadro 32.

**Quadro 32: Incluir um conjunto no outro para comparação**




Existindo na sala de aula diferentes compreensões, conhecimentos e vivências das crianças, é importante que usem diferentes materiais disponíveis, diagramas, correspondência um a um, ou outro tipo de representações, como estratégias para resolver as situações subtractivas.

É necessário criar muitas situações de comparação e estarmos atentos à estratégia que a criança usa para responder (muitas vezes não responder ou responder incorrectamente, pode ser um sinal de não ter descodificado a mensagem, não compreendendo o significado).

IV. Igualdade

Problema:

"Eu tenho 5 palhinhas e tu tens 9. Quantas palhinhas tens tu a mais do que eu?"

Segundo Escalona (2004, p.175) estes problemas podem considerar-se uma subclasse do tipo de problemas de comparação, mas são mais fáceis de resolver, visto que os elementos que aparecem em ambos os conjuntos são homogéneos (ex.: palhinhas com palhinhas, carrinhos com carrinhos, …).

Presentemente ao emergir a necessidade de perspectivar as aprendizagens matemáticas, criou-se o conceito de "matematicamente competente", que aponta para o conjunto de "atitudes, capacidades e conhecimentos relativos à matemática, que, de uma forma integrada, todos devem desenvolver e ser capazes de usar" (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p.11).

Na educação pré-escolar, devem-se considerar, segundo Moreira e Oliveira (2003), três vertentes, que no seu conjunto especificam o que é ser "matematicamente competente", nas sociedades actuais, de forma a serem também desenvolvidas desde o jardim-escola:

- "Comunicar matematicamente, o que significa interpretar, expressar-se e decidir, utilizando a matemática;
- Resolver problemas, o que significa auxiliar-se da matemática para fazer face a situações problemáticas;
- Utilizar a matemática no questionamento, reflexão, representação e relacionação de factos e ideias para compreender o mundo físico e social." (p. 57).

As experiências matemáticas que se proporcionam às crianças na educação pré-escolar, são importantíssimas para o desenvolvimento matemático, pois este conhecimento pode influenciar futuras atitudes e decisões, face à matemática.

Como salienta Kamii (2000), a maioria dos alunos inicia a escola possuindo confiança nas suas capacidades, revelando-se curiosos por aprender, mostrando-se receptivos para raciocinar e resolver problemas. As crianças mais novas encontram-se numa fase de construção das suas crenças, relativamente à matemática: sobre o que a matemática implica saber e fazer, e sobre si mesmas. Estas percepções influenciam os seus pensamentos, desempenho, atitudes e decisões acerca do estudo da matemática, nos anos vindouros.

# Parte II

# MARCO METODOLÓGICO

# Capítulo IV

# Metodologia do estudo

## 1. Origem e contextualização do estudo

Neste capítulo iremos apresentar a conceptualização da investigação; a delimitação do problema; a definição das variáveis e dos objectivos; a delimitação dos contextos de desenvolvimento do estudo observacional de curta duração da aprendizagem da matemática com professores distintos e respectivas turmas de alunos (crianças); a metodologia; o procedimento de recolha de dados; a amostra; as fontes de informação e instrumentos utilizados; a descrição das educadoras e caracterização das turmas que leccionam; as entrevistas, e por último, a apresentação dos materiais manipulativos.

## 2. Conceptualização da investigação empírica

### 2.1. Fundamentação do estudo, delimitação do problema, definição das variáveis e dos objectivos

Uma das questões fundamentais na realização de uma investigação é a opção metodológica que se assume. O objectivo e as questões a que a investigação se propõe responder jogam um papel importantíssimo na definição da metodologia a usar. No entanto, as opções metodológicas não se determinam simplesmente por uma relação de causa-efeito, destes dois aspectos. Como refere Santos (2000) as assunções do investigador, nomeadamente os pressupostos teóricos que assume, revestem-se de importância decisiva no paradigma de investigação que escolhe. É fundamental que exista uma forte coerência entre o objecto de estudo, o propósito com que este é feito, os pressupostos que o orientam e a opção metodológica adoptada.

Este capítulo pretende justificar o porquê da inscrição deste estudo na investigação interpretativa, com abordagem qualitativa. Assim ao escolhermos a temática da investigação – a pertinência dos materiais manipuláveis no ensino pré-escolar - deparámo-nos com os seguintes factores estruturantes da metodologia:

- Nível etário a que se dirige a intervenção da investigação (crianças de 5 anos);
- Imprevisibilidade da componente concreta e manipulável a observar.

A conceptualização de uma investigação exige um mapa mental (Narciso, 2001). No caso do presente trabalho, este mapa foi delineado a partir de questões que foram sendo colocadas ao longo da revisão da literatura e foi orientado pela percepção e análise dos questionários inicialmente realizados aos alunos da formação inicial de uma escola superior de educação bem como da análise das entrevistas realizadas a dois docentes da formação inicial (anexo 2). Posteriormente, e perante os resultados obtidos, tivemos necessidade de incidir a nossa reflexão sobre a pertinência da utilização dos materiais manipulativos no ensino infantil e no desenvolvimento da criança face à aprendizagem da matemática.

O presente trabalho analisou como diferentes contextos escolares estão associados ao papel do professor e à adaptação e motivação das crianças face à aprendizagem da matemática. A escolha desta temática prende-se com factores intervenientes no problema deste estudo, que são complexos e não susceptíveis da relação causa-efeito. Esta abordagem qualitativa pressupõe:

i) Ter um ambiente natural como fonte directa de dados, em que o investigador recolhe esses dados;
ii) Os dados são principalmente descritivos;
iii) Privilegia-se o processo e não o produto;
iv) O significado que as pessoas dão à sua vida são fundamentais para o investigador;
v) A análise dos dados tende a seguir um processo intuitivo e surge na perspectiva da comunidade educativa, onde a investigadora se insere.

Assim, no presente estudo, pretende-se, num ambiente natural de aprendizagem, estabelecer relações entre processos para adquirir hipóteses explicativas e perceber a relação entre a construção de conhecimentos matemáticos e a utilização de materiais manipuláveis, como instrumentos de medição e facilitadores do processo de aprendizagem.

A compreensão das influências contextuais no funcionamento coloca múltiplas questões, inclusive como conceptualizar, operacionalizar, e analisar o contexto adequadamente. A teoria desenvolvimentista de (Bronfenbrenner, 1979) postula que o desenvolvimento da criança é afectado por diversos sistemas, situados a diferentes níveis, uns mais próximos outros mais distantes, que ocorrem ao longo do tempo e sofrem influências múltiplas entre si.

Desta forma o nosso trabalho incidiu sobre duas variáveis que representam importantes contextos de desenvolvimento as relações entre alunos e professores, operacionalizadas através de diferentes estilos educativos e a percepção das crianças perante uma realidade de ensino aprendizagem motivadora, lúdica assente na descoberta dos materiais manipulativos.

Garmezy (1990) sugeriu e salientou a importância de se realizar estudos **de curta duração**, que investigam a ocorrência de determinados acontecimentos reais, porque estes constituem uma boa oportunidade para a compreensão dos mecanismos que influenciam a aprendizagem e a sua continuidade. Assim esta investigação acompanhou as crianças durante vários momentos de um ano lectivo mantendo as mesmas condições para todas, nas diferentes escolas.

## 3. Metodologia

### 3.1. Desenho da investigação

A presente investigação obedece a um desenho característico de um estudo não experimental (Pedhazur & Schmelkin, 1991), também designado de estudo observacional e de curta duração (Ribeiro, 1999). Neste tipo de estudo o investigador observa as variáveis, sem a manipulação das mesmas. Este tipo de desenho mostrou-se mais adequado à concretização dos objectivos do corrente estudo.

Os objectivos envolveram, num primeiro momento a caracterização da amostra. Seguidamente procurou-se estudar as associações entre as variáveis e entre os diversos factores que influenciam a aprendizagem da matemática com os materiais manipulativos e os diferentes níveis de aprendizagem.

Como já foi referido anteriormente, a presente investigação obedece a um estudo observacional. A análise de dados, num estudo de cariz investigativo, privilegia, como refere Lüdke e Andre (1986), três formas: observações, entrevistas e documentos. Tal como refere Vale (2000), tanto questionários como entrevistas, têm o mesmo objectivo. Como afirma Patton (1990), citado por Vale (2000), o processo de dados pode assumir a forma de:

i) Descrições detalhadas de situações, acontecimentos, pessoas e comportamentos observados;
ii) Citações dos intervenientes no estudo sobre as suas atitudes, convicções, pensamentos e experiências;
iii) Registos, passagens, excertos e histórias de casos.

### 3.2. Credibilidade do estudo

Os significados que advêm dos dados têm que ser consistentes, válidos e plausíveis. Segundo Tuckman (2000) para uma investigação possuir qualidade tem que ter dados válidos.

Esta validade interage entre os resultados e a realidade donde emergem. Por isso, para um estudo ser credível tem que se colocar em prática algumas medidas: validade interna e externa; fidelidade, consistência através de fidedignidade; neutralidade através de confirmabilidade. A validade interna está em função da abordagem a testar, afectando a nossa certeza dos resultados da investigação; o investigador ao controlar as circunstâncias do processo de investigação aumenta a certeza de que o estudo a realizar pode produzir os resultados esperados. Para o autor citado anteriormente a presente investigação é sistemática, lógica, empírica, replicável e transmissível. Quando seleccionámos o grupo de alunos para aplicação do primeiro questionário fizemo-lo de forma aleatória o que nos permitiu garantir a não existência de diferenças entre eles. Ao aplicarmos novamente o mesmo questionário à restante amonstra garantimos um ambiente o mais semelhante possível ao grupo experimental. Por termos dado o mesmo questionário às mesmas crianças, em mais de uma ocasião pudemos medir a fidelidade do mesmo. Como variável independente consideramos o papel do professor para assim determinar a sua relação com o resultado alcançado. A variável dependente foi o factor observado ou medido, como resultante da variável independente, com as diferentes sessões dos materiais manipuláveis junto das crianças.

Segundo Vale (2000) o estudo tem que ser objectivo, deve ter exposição clara da posição do investigador, do contexto e das fontes de recolha de dados, que foi o que fizemos. Por outro lado, para existir validade. procurou-se ser o mais rigoroso possível, tanto na descrição dos resultados obtidos, como na justificação e documentação de todos os procedimentos que se utilizaram e das etapas de todo o estudo, de forma a dar uma imagem real de como procedemos no estudo.

### 3.3. Procedimento de recolha de dados

Assim, após os questionários (anexo 1) realizados numa primeira fase deste trabalho foram seleccionados 18 alunos da formação inicial (educadores e professores) do ensino infantil e básico. Formaram-se seis grupos, cada um com três elementos.

Cada grupo ficou responsável por acompanhar uma turma. Em Setembro de 2007, foi-lhes apresentado o projecto de investigação, a sua calendarização e definidos os critérios para a sua participação. Estes alunos abdicaram do seu dia livre e disponibilizaram o tempo necessário, para a realização das tarefas pretendidas.

No quadro 33 mostra-se a calendarização que se estabeleceu para as sessões planificadas.

**Quadro 33: Calendarização das sessões planificadas**

| | Datas | Material |
|---|---|---|
| | 10 de Outubro de 2007 | **Teste diagnóstico** |
| 1ª sessão | 28 de Novembro de 2007 | Calculadores Multibásicos |
| 2ª sessão | 5 de Dezembro de 2007 | Calculadores Multibásicos |
| 3ª sessão | 16 de Janeiro de 2008 | Calculadores Multibásicos |
| 4ª sessão | 30 de Janeiro de 2008 | Avaliação – Ficha |
| 5ª sessão | 5 de Março de 2008 | Cuisenaire |
| 6ª sessão | 12 de Março de 2008 | Cuisenaire |
| 7ª sessão | 16 de Abril de 2008 | Cuisenaire |
| 8ª sessão | 7 de Maio de 2008 | Avaliação – Ficha |

Numa primeira fase deste estudo foi realizado um teste de diagnóstico a 30 crianças, cinco de cada escola envolvida no projecto, para se aferir os conhecimentos matemáticos que tinham sobre os conceitos em análise.

Após a avaliação dos mesmos podemos referir que na sua maioria os resultados mostraram que 15 crianças não conheciam os materiais e não estavam sensibilizadas para a realização de trabalhos escritos. Tinham dificuldades na grafia do algarismo, e o seu sentido de número não estava desenvolvido, apesar de conseguirem fazer a sequência da contagem até dez.

As restantes quinze das trinta crianças seleccionadas, todas pertencentes às escolas A, E e O, revelaram ter uma melhor preparação e estarem mais sensibilizadas para a realização em suporte escrito destes conceitos. Outro dado curioso assenta em terem referido que o teste de diagnóstico era simples. As restantes crianças das escolas M, S, e T revelaram estar menos habituadas a realizarem este tipo de exercícios em suporte de papel. O que expressavam oralmente não acompanhava a concretização escrita dos conceitos em análise.

Efectuaram-se também duas reuniões com as educadoras para análise e preparação das sessões.As educadoras envolvidas no estudo foram informadas, na segunda reunião, dos resultados do teste diagnóstico e receberam a calendarização da investigação bem como as informações e os procedimentos a terem ao longo do projecto.

O envolvimento neste estudo vai permitir uma troca de ideias e de metodologias entre colegas, elaboração de notas/registos que visem uma reflexão sobre a metodologia e a avaliação das aprendizagens dos alunos. Na descrição dos resultados obtidos e na documentação de todos os procedimentos será exigido o maior rigor possível a todos os intervenientes. Procuramos também, enumerar exaustivamente as etapas de todo o estudo, bem como descrevê-las e identificá-las.

Este estudo, utilizou como técnica a observação, pois como afirma Vale (2000, p:193) as observações "são a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira-mão, pois permitem comparar aquilo que diz, ou não diz, com aquilo que fez". Nesta observação, tal como refere Merriam, citada por Vale (2000) atendeu-se:

i) Ao cenário: Como é o meio físico? Qual é o contexto? Que tipo de comportamento é que os meios proporcionam?
ii) Aos participantes: Quem está no local? Quantas pessoas? Quais os seus papéis?
iii) Às actividades e interacções: O que é que se passa? Há sequência nas actividades?
iv) À frequência e duração: Quanto tempo dura? Com que frequência ocorre? É uma situação única ou repetida?
v) A outros factores: Actividades informais e não planeadas; comunicações não verbais; significados simbólico e conotativo das palavras.

Os diferentes momentos de avaliação/ sessões obedeceram ao seguinte procedimento: aula dada pela educadora sendo filmada e observada pelos alunos que tiveram formação para o efeito e no final de cada material (4ª e 8ª sessão) foram aplicados instrumentos de avaliação dirigidos às crianças.

No caso da nossa investigação os observadores foram espectadores (quando se filmaram as sessões) e participantes (quando se realizaram os testes). Pretendeu-se que na recolha de informação, o investigador registasse a observação, que como referem Bogdam e Biklen (1994) deve seguir alguns critérios:

i) Descrição dos sujeitos: a forma como falam e agem;
ii) Reconstrução dos diálogos: as palavras, os gestos, os depoimentos, em que na medida do possível se devem utilizar as suas palavras, citações;
iii) Descrição dos locais: o ambiente onde é feita a observação, a planta, a apresentação visual do quadro de giz, dos materiais de aula;
iv) Descrição de acontecimentos especiais;
v) Descrição de actividades;
vi) Descrição dos comportamentos do observador.

Esta técnica permite ao investigador um contacto directo com o fenómeno em estudo embora o mesmo estivesse presente pelo menos uma vez em cada escola ao longo das oito sessões.

Os documentos utilizados na investigação foram: trabalhos, transcrições, gravações (em vídeo ou áudio), notas, que tal como refere Lüdke e Andre (1986) são um método de recolha de dados que é uma fonte natural e rica em informações.

Desta forma, e no mesmo dia foram realizadas as sessões nas respectivas escolas. O registo das mesmas foi realizado em vídeo e posteriormente analisado.

Depois da obtenção das respectivas autorizações dos encarregados de educação, os educadores prepararam as suas aulas de acordo com os objectivos definidos para cada sessão, estando sempre os alunos nos mesmos lugares da sala de aula nas escolas A, E e O. Nas restantes escolas os alunos não tinham lugares marcados.

Conforme se pode verificar no quadro 34, este estudo observacional foi organizado por fases, contemplando diversos aspectos que se desenrolaram ao longo do um período de dois anos, envolvendo crianças, educadoras e alunos da formação inicial.

**Quadro 34: Fases do Projecto de Investigação – calendarização**

| | | |
|---|---|---|
| Setembro de 2007 | Selecção das educadoras | Motivação para a participa- ção no Projecto.<br>Distribuição de documenta-ção sobre o mesmo. |
| Outubro de 2007 | Recolha das autorizações junto dos directores das seis escolas e respectivos encarregados de educação dos grupos etários. | Reunião para análise e preparação das sessões- condições de aplicação idênticas : mesmo dia, hora e duração das sessões.<br>Entrega das cartas<br>**Teste de diagnóstico** |
| Novembro de 2007 | | Recolha de dados sobre as idades das crianças/sexo/nível socioeconómico das famílias. |
| Novembro de 2007 | 1ªsessão – 28 de Novembro | Material<br>Calculadores Multibásicos |
| Dezembro de 2007 | 2ª sessão – 5 de Dezembro | Calculadores Multibásicos |
| Janeiro de 2008 | 3ª sessão – 16 de Janeiro<br>4ª sessão – 30 de Janeiro | Calculadores Multibásicos<br>Ficha de avaliação |
| Fevereiro de 2008 | Análise e tratamento dos dados | Notas – Registos, depoimentos e vídeos |
| Março 2008 | 5ª sessão – 5 de Março<br>6ª sessão – 12 de Março | Material<br>Cuisenaire |
| | 7ª sessão – 9 de Abril<br>8ª sessão – 16 de Abril | Cuisenaire<br>Ficha de avaliação às crianças e **entrevistas às educadoras** |
| Maio/Junho/Julho 2008 | Análise e tratamento de dados | Notas – registos, depoimentos e vídeos |
| Outubro /Novembro 2008 | Elaboração do documento final | |

Em todas as sessões estiveram presentes os 14 alunos da formação inicial, divididos em seis grupos com dois ou três elementos em cada escola envolvida no projecto.

Simultaneamente realizou-se uma entrevista – gravada em áudio – a cada uma das educadoras. Ao utilizar-se este instrumento de investigação pretendeu-se obter informações sobre aspectos relativos aos participantes, pensamentos, intenções, o que pensam dos materiais, quais as suas preferências e o porquê das mesmas.

Para, Léon y Montero (2003) a entrevista é uma técnica que permite recolher uma grande quantidade de informação de uma maneira próxima e directa entre o investigador e o sujeito da investigação. Mediante esta técnica utiliza-se um instrumento que permite chegar ao fundo do assunto que se pretende conhecer.

Esta ideia também é reforçada por Mayorga (2004, p: 57) que afirma: "A lo largo de la entrevista hay que intentar adquirir el *rapport* necesario para que el entrevistado se sienta lo suficientemente seguro como para contestar a las preguntas la mayor sinceridad posible".

Através das entrevistas podemos caracterizar o meio escolar, interpretar opiniões, expectativas, modos de agir, "(…) compreender como é o mundo do ponto de vista dos participantes" (Ponte, 1994, p:7) e pensar sobre as práticas na área da matemática, as opiniões e as ideias sobre o sistema de ensino e a forma como os seus agentes actuam, permitindo compreender e caracterizar a realidade do estudo, " …de modo a possibilitar a sua posterior interpretação" (Ponte, 2002, p:18).

## 3.4. Fontes de informação e instrumentos

Para organizar a recolha de informações durante a nossa investigação procedemos ao registo de:

- Caracterização das educadoras: formação académica, anos de serviço, grupo etário, sexo, curso de formação, metodologia de trabalho e opinião sobre o uso de materiais manipulativos na área da matemática;
- Descrição sumária do grupo de crianças com que trabalham: sexo, idade, meio socioeconómico;
- Descrição das actividades;
- Descrição dos comportamentos pelo observador;
- Descrição dos registos obtidos através das gravações de vídeo.

Para além destes registos iremos aplicar no final uma ficha individual (anexo 4 e 5) a cada criança com a colaboração dos alunos estagiários da formação inicial, permitindo respostas directas sobre os conteúdos a analisar. Neste processo identificaram-se várias fases de análise (Vale, 2000) que passam pela descrição, análise e interpretação e que são um processo de busca e organização sistemática de diferentes materiais que vão sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a compreensão dos documentos.

Os registos áudio e vídeo foram descritos em separado com os acontecimentos mais marcantes, tendo em conta o esquema idealizado, as questões de investigação, os materiais e conceitos matemáticos, assim como, a dimensão afectiva. Desta forma pretendeu-se avaliar o interesse das crianças, os conhecimentos adquiridos através da manipulação dos materiais, nomeadamente, o sentido de número e as operações aritméticas (de adição e subtracção) e de que forma os materiais e conceitos se interligam.

### 3.5. Amostra

Para a realização deste trabalho foram contactadas doze escolas. Destas, seis não quiseram participar por não quererem trabalhar os materiais ou pelo facto das educadoras não quererem ser observadas e gravadas em vídeo. Optou-se por um total de seis escolas: três pertencentes à Associação dos Jardins-Escola João de Deus em Lisboa; outros três colégios particulares em Lisboa (a não identificação do nome destes colégios resulta de um pedido dos mesmos nesse sentido), que foram seleccionados a partir da conversa com a directora pedagógica que enfatizou a necessidade de seleccionar docentes que gostassem de matemática e estivessem com os grupos dos cinco anos e que segundo ela realizassem um trabalho diferenciado na sala de aula. Das educadoras apontadas pela coordenadora de cada escola, participaram na pesquisa as que concordaram colaborar nesta investigação e manifestaram interesse em contribuir para a promoção do ensino–aprendizagem da matemática na educação infantil.

A amostra é constituída por 6 turmas de crianças com idades compreendidas entre os 5 e os 6 anos, num total de 162 alunos, e os respectivos professores /educadores titulares de turma.

Para realizar o projecto de investigação adoptaram-se os seguintes procedimentos: um teste de diagnóstico a 5 crianças de cada escola; 8 sessões em cada turma com materiais manipulativos, 4 para cada material (anexos 4 e 5); entrevistas às seis educadoras após o término das sessões; 2 fichas de avaliação aplicadas a todas as crianças das seis turmas – uma no final da quarta sessão e outra na oitava sessão.

Para simplificar as diferentes explicações procedemos à codificação das escolas, das educadoras e das crianças, conforme se pode ver no quadro 35:

**Quadro 35: Codificação e características gerais da amostra**

| Escolas | Educadoras | Nº Total de Crianças |
|---|---|---|
| Jardim Escola de Alvalade | A | A1 a A 26<br>11 raparigas e 15 rapazes |
| Jardim Escola da Estrela | E | E1 a E 29<br>16 raparigas e 13 rapazes |
| Jardim Escola dos Olivais | O | O1 a O 29<br>14 raparigas e 15 rapazes |
| Colégio M. | M | M1 a M 26<br>14 raparigas e 12 rapazes |
| Colégio S. | S | S1 a S 23<br>12 raparigas e 11 rapazes |
| Colégio T | T | T1 a T 29<br>14 raparigas e 15 rapazes |

Cada grupo/turma de crianças também foi codificado, correspondendo a primeira letra à educadora que lhe está associada. Utilizou-se uma designação numérica que corresponde à pauta das turmas, ou seja, por ordem alfabética.

As condições foram idênticas em todas as sessões e nos dois momentos de avaliação.

### 3.5.1. Caracterização das educadoras e das turmas que leccionam

#### 3.5.1.1. Caracterização da educadora A

A educadora A tem 44 anos de idade, e é casada.

A sua formação inicial é a de Bacharelato, terminado em 1984 no então Curso de Didáctica Pré-Primária Pelo Método João de Deus, com a classificação de 14 valores. Licenciou-se, mais tarde, na mesma instituição, fazendo o Curso de Complemento de Formação em Educação de Infância, no ano de 2000, que terminou com a classificação de 17 valores. Possui mestrado em Educação na área da Didáctica da Matemática, que concluiu em 2004 na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, com a classificação de Muito Bom.

Lecciona há 23 anos como educadora sempre nesta escola. Neste momento é educadora de um grupo do bibe azul, pré-escolar. A maioria do seu tempo de serviço desempenhou-o nesta faixa etária dos 5 anos, salvo dois anos em que fez acompanhamento de outras idades, no primeiro ano de trabalho leccionando o 1.º ano do ensino básico, e mais tarde um ano como apoio.

Lecciona também, desde 1999, a disciplina de Pedagogia e Didáctica Pré-Escolar, na Licenciatura em Educadores de Infância na ESE João de Deus. A par desta disciplina, leccionou ainda num curso de Complemento de Formação em Educação de Infância, a disciplina de Jogos Lógico Matemáticos II.

A educadora preocupa-se com as questões educativas e, particularmente, com a evolução do ensino da matemática em Portugal. Reconhece-se como alguém que gosta do que faz, criando um companheirismo com as crianças na base da confiança mútua, do respeito e da amizade, de modo a que, através da afectividade, consiga levá-los ao patamar da motivação pela aprendizagem.

### 3.5.1.2. Caracterização da turma A

A turma A do Jardim-Escola João de Deus de Alvalade é constituída por 26 alunos. É relativamente homogénea em termos de idades: todas as crianças nasceram entre Janeiro e Dezembro de 2002. Quanto ao género há 15 rapazes e 11 raparigas.

Os elementos da turma não revelam grandes disparidades de aprendizagem e comportamento, muito embora existam algumas crianças com mais dificuldades e outras mais desenvoltas (a nível cognitivo, de raciocínio lógico, de psicomotricidade, de socialização). Os dois casos especiais denotam a todos os níveis mais dificuldades de aprendizagem. A turma é bastante interessada, colaborativa e participativa, em todas as actividades. É uma turma em que é agradável trabalhar. Há alunos com grande capacidade criativa e imaginativa, são atentos de um modo geral e denotam capacidade de memorização e de associação de ideias, à excepção de dois alunos. Apresentam, de um modo geral, facilidade de comunicação, e um bom vocabulário. A nível sensório-motor denotam bom desenvolvimento, demonstrando boa orientação espacial e coordenação motora.

A nível afectivo a turma revela-se sem grandes problemas de relacionamento entre os elementos que a constituem, havendo grupos de interesses para partilharem brincadeiras e conversas, grupos estes que desejam manter-se em todas as situações. Por vezes é necessário contrariar esses grupos, para melhorar a dinâmica do grupo grande e o desenvolvimento de cada criança.

O grupo relaciona-se com a educadora de forma carinhosa e exteriorizam esse seu lado meigo diariamente, quer com desenhos, com palavras, afectos ou outras atitudes.

Há alunos mais extrovertidos e comunicativos e outros que só comunicam se forem solicitados para tal. É curioso que estes mesmos alunos, mais tímidos, se escolhem entre eles, para partilharem momentos ou brincadeiras.

Existe um aluno que gosta de monopolizar as atenções da educadora. Ele tem uma grande necessidade de ser o protagonista em todas as situações, o que nalgumas alturas não é bem aceite por alguns colegas.

Há ainda a acrescentar outro caso, o do aluno que se isola e revela uma apatia e desinteresse por quase tudo o que faz, apesar de ter uma vontade enorme de muitas vezes conversar sobre qualquer assunto.

Existem dois casos relevantes e especiais: o A1 e o A25.

O <u>A25</u> revela-se um aluno com dificuldades a todos os níveis: cognitivo, motor, linguagem, raciocínio lógico, etc. É uma criança com dificuldade em articular sons e palavras, em construir frases com sentido, em compreender uma situação ou conversa e em comunicar com os outros. Apresenta dificuldade em associar e explicitar ideias. Por estas razões é uma criança que não se socializa com os outros de forma satisfatória, é uma criança emocionalmente instável, passando rapidamente do choro ao riso e tendo uma grande necessidade de exteriorizar afectos, por todos os que estão à sua volta. Denota um desenvolvimento abaixo da média.

Os pais do <u>A25</u> acompanham o processo educativo do filho e já o levaram no passado a um pediatra, que achou tratar-se de uma criança imatura, remetendo-o para uma terapia da fala. O terapeuta da fala diagnosticou em 20 de Julho de 2007, uma perturbação da linguagem expressiva e perturbação fonológica, apresentando como características linguísticas: vocabulário reduzido, erros de acesso lexical, frases curtas, estruturas frásicas simplificadas e erros fonológicos.

O <u>A1</u> demonstra ter também dificuldades significativas de articulação de sons e na construção de frases com sentido, não se fazendo compreender em muitas situações. Revela ainda grande dificuldade a nível motor específico, nomeadamente no que concerne à grafomotricidade. Durante as actividades é uma criança pouco atenta e concentrada, alheando-se rapidamente de qualquer assunto ou situação. Por vezes é agressivo com os colegas. Apresenta um desenvolvimento abaixo da média, muito embora só nalgumas áreas, particularmente na expressão e comunicação oral, na evolução da leitura, da escrita, da grafomotricidade, da matemática.

Os pais do A1 acompanham pouco o processo educativo do filho, não tendo ainda solicitado qualquer intervenção fora da escola por parte de outros profissionais.

O nível sócio económico da turma apresenta-se média alta, os pais distribuem-se por dois níveis de formação: superior e secundária. As mães distribuem-se por três níveis de formação: entre superior, secundária e básica.

Assim existem: Pais com formação a nível de ensino superior: 17, e Pais com formação a nível do ensino secundário: 9.

A disposição da sala é variável ao longo do dia e do ano, de acordo com as necessidades inerentes aos próprios alunos, quer de evolução de aprendizagem, quer a necessidade de gestão das relações entre crianças e entre as crianças e a educadora. A configuração da sala e dos alunos varia ainda em relação aos conteúdos, às actividades, ao tempo destas e à interacção das crianças com os materiais da sala. Assim, ao longo do dia, a sala assume diferentes disposições, umas vezes em fila (a pares), outras em grupos ou noutras disposições (ex. sala com as mesas em U). São, assim, vários os factores que condicionam a disposição da sala, em que as crianças realizam as actividades propostas.

Para além do mobiliário, a sala possui ainda nas paredes alguns expositores para colocação de trabalhos dos alunos, situando-se por cima dos cabides e por cima do móvel com portas. Outros dos objectos existentes no chão da sala são os cestos coloridos que servem de arrumo para chapéus e brinquedos.

### 3.5.1.3. Caracterização da educadora E

A educadora E tem 36 anos de idade, vive em união de facto e tem três filhas.

A sua formação inicial é a de Bacharelato no Curso de Educadora de Infância pela Escola Superior de Educação João de Deus, terminado em Julho de 1992, com a classificação de 16 valores. Licenciou-se, mais tarde, na mesma instituição, fazendo o Curso de Estudos Superiores Especializados em Gestão Escolar, no ano de 2000, onde obteve a classificação de 16 valores.

Lecciona há 16 anos como educadora nesta escola. Neste momento é educadora de um grupo do bibe azul, educação infantil (pré-escolar). A maioria do seu tempo de serviço desempenhou-o nesta faixa etária dos 5 anos, com excepção de alguns anos em que fez acompanhamento de outras idades: nos dois primeiros anos de trabalho esteve no apoio, assim como no ano lectivo de 2005/2006 esteve com crianças de 4 anos e durante três anos esteve ao serviço da Escola Superior de Educação João de Deus, como coordenadora do Curso de Educadores de Infância.

Lecciona também, desde o presente ano lectivo, a Unidade Curricular de Desenho e Expressões Visuais, na licenciatura em Educação Básica (1.º Ciclo de Estudos).

Para a educadora Rita a criança deve ser encarada como sujeito do processo educativo e não como objecto, pois a criança desempenha um papel activo na construção do seu desenvolvimento e aprendizagem. Como tal é criado pela educadora um ambiente educativo, onde a criança se sente acolhida, escutada e valorizada, o que contribui para a sua auto-estima e desejo de aprender.

#### 3.5.1.4. Caracterização da Turma E

A turma E do Jardim-escola João de Deus da Estrela é composta por 29 crianças: 16 do sexo feminino, das quais 6 ainda têm quatro anos e 10 têm cinco anos; 13 são do sexo masculino, das quais 4 têm quatro anos e 9 têm cinco anos, feitos em Setembro de 2007.

As crianças desta turma pertencem a famílias maioritariamente estruturadas, cujo nível sócio-económico é médio e médio/alto e os seus pais possuem na sua grande maioria formação académica superior.

Este grupo de crianças está bem integrado na dinâmica do Jardim-escola, que fomenta a organização do ambiente educativo para que a criança se relacione positivamente consigo própria, com os outros e com o mundo. Pressupõe, igualmente o desenvolvimento de valores e atitudes, favorecendo a formação e a inserção da criança na sociedade como ser autónomo, livre e solidário. O educador estabelece uma relação individualizada com cada criança facilitadora da sua inserção no grupo e da sua relação com as outras crianças. Essa relação implica a criação de um ambiente securizante que cada criança conhece e onde se sente valorizada. De uma forma geral as crianças desta turma demonstram motivação e interesse pelas diversas aprendizagens. São muito participativas e colaborativas e alguns alunos possuem grande capacidade imaginativa e criativa.

A nível afectivo-emocional a grande maioria das crianças demonstra um temperamento equilibrado, expansivo, extrovertido, comunicativo e alegre. Gostam de receber e de corresponder a trocas afectivas e apresentam grande força de vontade por forma, a quando iniciam uma tarefa, esforçam-se para a conseguir concluir. No entanto, existem quatro crianças mais introvertidas, contidas, calmas, mostrando por vezes um certo receio em se expandir, principalmente no contexto de sala de aula. Há ainda duas crianças um pouco fechadas em si, inibidas e com pouca vitalidade no que concerne à execução de algumas tarefas escolares e que só comunicam quando solicitadas para tal.

As crianças desta turma gostam de actividades de cooperação em grupo, mas por vezes surgem atritos egocêntricos.

Neste grupo existem quatro crianças que são um pouco barulhentas, conflituosas e que por vezes perturbam o ambiente da sala de aula. Uma das crianças requer constantemente a atenção da educadora para si, pois sempre que não está a realizar trabalho individual, revela alguma instabilidade a nível comportamental (está sempre mal sentado, levanta-se do lugar, está permanentemente a falar).

No que se refere à capacidade de concentração, este grupo concentra-se com facilidade, e é habitualmente impassível aos ruídos e estímulos exteriores. Contudo existem duas crianças que revelam alguma falta de concentração. Uma delas apenas consegue concentrar-se durante alguns minutos, a sua atenção dispersa-se com a maior facilidade e ao mínimo estímulo exterior, estando sempre atenta a tudo o que se passa fora da tarefa que está a executar. Esta criança vive num ambiente familiar um pouco adverso, uma vez que não conhece os pais e actualmente vive com um tio paterno, que a adoptou.

Em relação aos aspectos cognitivos este grupo mantêm-se sempre bem atento e concentrado nos seus trabalhos o que lhes possibilita, regra geral, grande facilidade em aprender e um raciocínio rápido e seguro. São crianças organizadas e cuidadosas na apresentação e arrumação dos seus trabalhos. No entanto, há seis crianças que demonstram dificuldades nas diferentes áreas de aprendizagem bem como um ritmo de trabalho um pouco lento, o que poderá eventualmente, comprometer o seu desempenho escolar.

Esta turma teve uma recolha de informação e tratamento de dados mais específica e minuciosa.

**Dados**

1. Distribuição dos alunos por sexo

| Masculino | Feminino |
|---|---|
| 13 | 16 |

2. Caracterização sócio - económica das famílias

| Nível elevado | Nível médio | Nível baixo |
|---|---|---|
| 0 | 29 (nível médio e médio/alto) | 0 |

3. Caracterização sócio - cultural

| Doutoramento | Mestrado | Licenciatura | Bacharelato | Ensino Secundário | Outro |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 8 | 23 | 5 | 16 | 2 |

4. Caracterização sócio - profissional

| Trabalhador por conta própria | Trabalhador por conta de outrém | Profissão liberal | Desempregado | Empresário |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 48 | 1 | 1 | 7 |

| Quadro superior | Quadro médio | Trabalhador indiferenciado | Trabalhador agrícola | Operário | Outra |
|---|---|---|---|---|---|
| 38 | 11 | - | - | - | 1 |

5. Idade (em Setembro de 2007)

| 2 anos | 3 anos | 4 anos | 5 anos | 6 anos |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 10 | 19 | 0 |

6. Percurso escolar

| Frequentou de J.E | Frequentou A.T.L. | Transferidos | Outro | Retido |
|---|---|---|---|---|
| 29 | 0 | 0 | 0 | 0 |

7. Casos problema e situações merecedoras de atenção especial

| Alunos sinalizados com Necessidades Educativas Especiais | Alunos sinalizados com Dificuldades de Aprendizagem | Problemas Comportamentais | Problemas de Linguagem (casos detectados através de despistes de Terapia da Fala) | Outro |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 6 | 1 | 20 | 0 |

8. Caracterização das famílias

| Famílias estruturadas | Famílias monoparentais | Outras situações |
|---|---|---|
| 21 | 7 | 1 |
| **Grau de envolvimento das famílias no Jardim Escola** | | |
| Muito participativas | Participação regular | Pouco participativas |
| 0 | 29 | 0 |

| **Minorias étnicas** | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Ciganos | Países do Leste | PALOP´s | Chineses | Indianos | Outros países |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

| **Religião** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Católica | Ortodoxa | Muçulmana | Outras confissões | Não tem |
| 26 | 0 | 0 | - | 3 |

9. Motivações e interesses dos alunos: (feita através de questionários orais)

| **Preferências** | | | |
|---|---|---|---|
| Trabalho de grupo | | Trabalho individual | |
| 10 | | 19 | |
| Conhecimento do Mundo | Matemática | Expressão Dramática | Expressão Plástica |
| 5 | 4 | 1 | 2 |

| Linguagem Oral | Abordagem à Escrita | Expressão Musical | Expressão Motora |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 2 | 3 |
| Computadores | Construções | Jogos | |
| 2 | 3 | 2 | - |
| **Quando for grande quero ser** | | | |
| Polícia | Bombeiro | Médica | Professora e mãe |
| 5 | 1 | 1 | 1 |
| Médica Dentista | Homem Aranha | Trabalhar num banco e Mãe | Bailarina |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| Mãe | Treinadora de Golfinhos | Pintora ou Presidente | Futebolista |
| 3 | 1 | 1 | 1 |
| Pai e Dentista | Doutora de Animais | Arquitecta | Não sei/ não responde |
| 1 | 1 | 1 | 5 |
| Pilota de avião de guerra | Professora de violino | Professora | - |
| 1 | 1 | 1 | - |

10. Levantamento dos recursos dos alunos

| Possuem computador | Ligação à Internet | Possuem livros | Possuem jogos | outros |
|---|---|---|---|---|
| 28 | 24 | sim | sim | DVD - 29 |

11. Expectativas dos alunos: (averiguadas através de questionários orais)

| O que esperam aprender? |
|---|
| 1. A escrever<br>2. A ler<br>3. A contar (números) e a fazer contas<br>4. Pintar<br>5. Saber sobre os animais, as plantas e o mundo<br>6. Aprender música |
| Como esperam que sejam as aulas? |
| 1. Bonitas<br>2. Divertidas<br>3. Importantes<br>4. No recreio<br>5. Vamos aprender muito |

| O que gostariam mais de aprender? |
|---|
| 1. A ler, contar e escrever<br>2. Música<br>3. Ginástica<br>4. Trabalhar com o computador<br>5. Fazer muitas construções com jogos |

12. Identificação das Dificuldades de Aprendizagem

| Linguagem | Motricidade fina | Concentração | Lateralização |
|---|---|---|---|
| 20 (casos identificados por despistes de Terapia da fala) | 7 | 2 | 16 |
| Socialização | Afectividade | Autonomia | Resolução de problemas (Raciocínio) |
| 0 | 1 | 2 | 6 |
| Psicomotricidade | Conceitos | - | - |
| 0 | 0 | - | - |

Nesta turma houve também identificação precoce de dificuldades de aprendizagem que a educadora fez questão de apresentar:

A análise interpretativa da ficha de diagnóstico (realizada no final de Setembro) permitiu verificar que existem algumas dificuldades a nível das aprendizagens, mas que não são demasiado significativas em relação à idade das crianças e que podem em alguns casos ser consideradas perfeitamente normais. No entanto, podemos constatar que as maiores dificuldades surgem ao nível da lateralização, da motricidade fina e da resolução de problemas (raciocínio).

Contudo há a salientar cinco situações merecedoras de atenção especial:

1. Vinte crianças apresentam perturbações a nível da articulação da linguagem, mas já foram identificadas pelos despistes da terapia da fala e os seus pais foram alertados para esta situação através de um relatório elaborado pela equipa de terapeutas da fala que realizou os referidos despistes.

2. Seis crianças demonstram dificuldades nas diferentes áreas de aprendizagem bem como um ritmo de trabalho um pouco lento, o que poderá eventualmente, comprometer o seu desempenho escolar.

3. Duas crianças em relação ao grupo poderão apresentar maiores dificuldades nas aprendizagens e no seu relacionamento com as restantes crianças do grupo. Uma delas, pelo facto de ter passado directamente do Bibe Amarelo (3 anos) para o Bibe Azul (5 anos); para além disto, esta criança revela frequentemente um estado de espírito tristonho. A outra criança, no ano lectivo anterior faltou com bastante frequência ao Jardim-Escola.
4. Existe uma criança que requer constantemente a atenção da educadora para si, pois sempre que não está a realizar trabalho individual, revela alguma instabilidade a nível comportamental.
5. Há uma criança que vive uma situação familiar delicada, uma vez que não conhece os pais e foi "adoptada" por um tio paterno, revelando alguma instabilidade afectiva e cognitiva e muito pouca capacidade de concentração.

#### 3.5.1.5. Caracterização da Educadora O

A educadora O tem 42 anos de idade, é casada e tem um filho.

Tem formação inicial com Bacharelato, terminado em 1985 no Curso de Didáctica Pré-Primária pelo Método João de Deus.

No ano de 1991 terminou o Curso de Professores de Ensino Básico 1.º ciclo pelo Método João de Deus.

Licenciou-se na mesma instituição, no ano de 2000, fazendo o Curso de Complemento de Formação em Professores do Ensino Básico 1.º ciclo.

Lecciona há 22 anos sempre nesta Instituição tendo começado no 1.º Jardim-Escola de Figueira da Foz onde permaneceu 4 anos.

Durante estes 22 anos já leccionou turmas desde os 3 anos até aos 8 anos (2.º ano de escolaridade do Ensino Básico); mas onde leccionou mais tempo foi na faixa etária dos 5 anos e nos 6 anos (1.º ano de escolaridade do Ensino Básico).

#### 3.5.1.6. Caracterização da Turma O

A turma O do Jardim-Escola João de Deus de Olivais tem 27 alunos. É relativamente homogénea em termos de idades: todas as crianças nasceram entre Janeiro e Dezembro de 2002. Quanto ao género há 16 rapazes e 11 raparigas.

Os elementos da turma não revelam grandes diferenças de aprendizagem e comportamento, embora existam algumas crianças com mais dificuldades e outras mais desenvoltas.

A turma é bastante interessada, colaborativa e participativa, em todas as actividades. Há alunos que mostram criatividade e espírito inovador. Realizam associação de ideias e têm facilidade de comunicação e um bom vocabulário. A nível sensório-motor denotam bom desenvolvimento, demonstrando boa orientação espacial e coordenação motora.

A nível afectivo a turma revela-se sem grandes problemas de relacionamento entre os elementos que a constituem.

O grupo relaciona-se com a educadora de forma carinhosa e simpática.

Há alunos mais extrovertidos e comunicativos e outros que só comunicam se forem solicitados para tal. É curioso que estes mesmos alunos, mais tímidos, se escolhem entre eles, para partilharem momentos ou brincadeiras.

O <u>O4</u> demonstra ter dificuldades significativas de articulação de sons e na construção de frases com sentido, não se fazendo compreender em muitas situações. Revela ainda grande dificuldade a nível motor específico, nomeadamente no que concerne à grafomotricidade. Durante as actividades é uma criança pouco atenta e concentrada, alheando-se rapidamente de qualquer assunto ou situação. Por vezes é agressivo com os colegas. Apresenta um desenvolvimento abaixo da média, muito embora só nalgumas áreas, particularmente na expressão e comunicação oral, na evolução da leitura, da escrita, da grafomotricidade, da matemática.

1. Caracterização das famílias:

| Famílias Estruturadas | Famílias Monoparentais | Outras Situações |
|---|---|---|
| 28 | 1 | - |

2. Grau de envolvimento das famílias com o Jardim-Escola

| Muito Participativas | Participação Regular | Pouco Participativas |
|---|---|---|
| 7 | 22 | - |

3. Caracterização sócio-cultural do encarregado de educação:

| Formação Superior | Ensino Secundário | 3º Ciclo | 2º Ciclo | 1º Ciclo | Analfabeto |
|---|---|---|---|---|---|
| 22 | 4 | | 3 | - | - |

4. Caracterização sócio-profissional do encarregado de educação:

| Trabalhador por conta Própria | Trabalhador por conta de outro | Profissão liberal | Empresário | Desempregado |
|---|---|---|---|---|
| 5 (1) | 24 (5) | 1 (2) | (1) | 1 |

| Quadro Superior | Quadro Médio | Trabalhador Indiferenciado | Operário | Trabalhador Agrícola | Outras |
|---|---|---|---|---|---|
| 19 | 2 | - | - | - | 1 |

5. Caracterização sócio-económica das famílias:

| Nível Elevado | Nível Médio | Nível Baixo |
|---|---|---|
| 2 | 21 | 1 |

6. Minorias étnicas:

| Ciganos | Países de Leste | PALOP'S | Chineses | Indianos | Outros Países |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | 2 | | 1 | 2 |

7. Religião professada:

| Católica | Ortodoxa | Muçulmana | Outras Confissões |
|---|---|---|---|
| 21 | - | 1 | - |

### 3.5.1.7. Caracterização da educadora M

A educadora M tem 42 anos de idade é casada tem dois filhos.

Tem formação inicial de Bacharelato, terminado em 1986 na Escola Superior de Educação Maria Ulrich com 15 valores.

Licenciou-se na Escola Superior de Educação João de Deus, fazendo o Curso de Complemento de Formação em Educação Infantil, com a média de 16 valores.

Lecciona desde 1986, como educadora, sempre no mesmo colégio.

Durante estes 22 anos já leccionou desde os três anos até aos 5 anos.

A Educadora preocupa-se com a componente lúdica e pedagógica, preparando materiais não estruturados que acha adequados para a faixa etária com que trabalha.

### 3.5.1.8. Caracterização da turma M

A turma é constituída por 25 alunos. É homogénea em termos de idades: todas as crianças nasceram entre Janeiro e Dezembro de 2002. Quanto ao género há 14 rapazes e 11 raparigas.

A disposição da sala é muito variável ao longo do dia e do ano, de acordo com as actividades propostas aos alunos. Estes, muitas vezes, estão sentados no chão em semicírculo, enquanto o conteúdo é apresentado e dinamizado.

Existem alguns alunos que conversam uns com os outros e outros que muitas vezes gostam de expôr as suas opiniões.

Para além do mobiliário, a sala possui ainda nas paredes alguns expositores para colocação de trabalhos dos alunos, existindo objectos e brinquedos na sala para as crianças utilizarem.

Neste grupo há crianças que mostram capacidade criativa e imaginativa, são interessados pelas actividades do dia-a-dia e têm capacidade de memorização e de associação de ideias. Apresentam, de um modo geral, facilidade de comunicação, e um bom vocabulário. A nível sensório-motor revelam coordenação motora.

A nível afectivo a turma revela-se sem grandes problemas de relacionamento entre os elementos que a constituem, havendo grupos de interesses em que partilham brincadeiras e conversas.

O grupo relaciona-se com a educadora de forma carinhosa e alegre. Oferecem desenhos e mostram atitudes afectuosas para com a educadora.

Há alunos mais extrovertidos e comunicativos e outros que só comunicam se forem solicitados para tal.

Existem dois alunos que gostam de monopolizar as atenções da educadora e há outros dois que se destacam do restante grupo, não só pelos conteúdos que apresentam saber, como também, com o tipo de solicitações que parecem querer que a educadora lhes proporcione.

1. Caracterização das famílias:

| Famílias Estruturadas | Famílias Monoparentais | Outras Situações |
|---|---|---|
| 10 | 15 | - |

2. Grau de envolvimento das famílias com o Jardim-Escola

| Muito Participativas | Participação Regular | Pouco Participativas |
|---|---|---|
| 7 | 14 | 4 |

3. Caracterização sócio-cultural do encarregado de educação:

| Formação Superior | Ensino Secundário | 3º Ciclo | 2º Ciclo | 1º Ciclo | Analfabeto |
|---|---|---|---|---|---|
| 24 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

4. Caracterização sócio-profissional do encarregado de educação:

| Trabalhador por conta Própria | Trabalhador por conta de outro | Profissão Liberal | Desempregado | Outros |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 10 | 5 | 0 | 0 |

| Quadro Superior | Quadro Médio | Trabalhador Indiferenciado | Operário | Trabalhador Agrícola | Outras |
|---|---|---|---|---|---|
| 24 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

5. Caracterização sócio-económica das famílias:

| Nível Elevado | Nível Médio | Nível Baixo |
|---|---|---|
| 18 | 7 | 0 |

### 3.5.1.9. Caracterização da educadora S

A educadora S tem 47 anos de idade, é casada e tem três filhos.

Tem formação inicial de Bacharelato, terminado em 1981 no Curso de Didáctica Pré-Primária pelo Método João de Deus.

No ano de 1991 terminou o Curso de Professores de Ensino Básico 1º ciclo pelo Método João de Deus.

Licenciou-se na mesma instituição, no ano de 2000, fazendo o Curso de Complemento de Formação em Professores do Ensino Básico 1º ciclo. Lecciona há 22 anos, tendo leccionado em três colégios, permanece no actual há 9 anos Durante estes 26 anos já leccionou desde os três anos até ao 4.º ano do Ensino Básico, sendo a faixa dos 5 anos aquela onde permaneceu mais tempo e a sua preferida.

### 3.5.1.10. Caracterização da turma S

A turma é constituída por 23 crianças, sendo doze do sexo feminino e onze do sexo masculino.

O grupo é bastante homogéneo e é muito fácil trabalhar as diferentes actividades. A educadora está com este grupo de crianças desde os três anos de idade, conhecendo-as bastante bem e tendo com as suas famílias uma boa relação de proximidade.

Apenas duas crianças pertencem a um nível social baixo, sendo que as mesmas são filhas de duas funcionárias do colégio.

O projecto educativo da escola permite organizar as actividades de acordo com os objectivos. No presente ano lectivo, as actividades centram-se no brinquedo e na sua importância para o desenvolvimento da criança. Desta forma o trabalho vai-se organizando a partir dos brinquedos que as crianças trazem para a escola e das pesquisas que o grupo docente faz sobre a evolução do mesmo ao longo dos anos.

As famílias das crianças também colaboram quer dando pequenas aulas sobre os mesmos quer trazendo brinquedos antigos. Com este material realizam-se actividades que permitem trabalhar todas as áreas recomendadas nas orientações curriculares.

A motivação e interesse deste grupo pode considerar-se muito grande e muito estimulante para mim pois todas as crianças querem ouvir, aprender e manifestam uma grande curiosidade.

Todas as turmas da infantil estão envolvidas neste projecto havendo muita rotatividade de ideias e de experiências. O trabalho é realizado em equipa e todos os educadores estão envolvidos com o projecto educativo da escola.

As crianças na sua maioria revelam ter um desenvolvimento normal para a idade em todos os aspectos do seu desenvolvimento.

As crianças deste grupo não têm lugar marcado, sentando-se durante as actividades onde desejam. A educadora trabalha os materiais ao longo das sessões de preferência no chão.

1. Caracterização das famílias das crianças da turma S:

| Famílias Estruturadas | Famílias Monoparentais | Outras Situações |
|---|---|---|
| 19 | 4 | - |

2. Grau de envolvimento das famílias com o colégio

| Muito Participativas | Participação Regular | Pouco Participativas |
|---|---|---|
| 16 | 7 | - |

3. Caracterização sócio-cultural do encarregado de educação:

| Formação Superior | Ensino Secundário | 3º Ciclo | 2º Ciclo | 1º Ciclo | Analfabeto |
|---|---|---|---|---|---|
| 14 | 8 | 1 | - | - | - |

4. Caracterização sócio-profissional do encarregado de educação:

| Trabalhador por conta Própria | Trabalhador por conta de outro | Profissão liberal | Empresário | Desempregado |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 17 | 1 | 1 | 1 |

| Quadro Superior | Quadro Médio | Trabalhador Indiferenciado | Operário | Trabalhador Agrícola | Outras |
|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 9 | 1 | - | - | 1 |

5. Caracterização sócio-económica das famílias:

| Nível Elevado | Nível Médio | Nível Baixo |
|---|---|---|
| 2 | 19 | 2 |

6. Minorias étnicas:

| Ciganos | Países de Leste | PALOP'S | Chineses | Indianos | Outros Países |
|---|---|---|---|---|---|
| - | - | 2 | - | - | - |

7. Religião professada:

| Católica | Ortodoxa | Muçulmana | Outras Confissões |
|---|---|---|---|
| 17 | - | 1 | 5 |

### 3.5.1.11. Caracterização da Educadora T

A educadora T tem 49 anos de idade, e é solteira.

Tem Licenciatura em Educação de Infância pela Escola Superior de Educação João de Deus, terminada em 1989.

Lecciona há 19 anos, tendo leccionado anteriormente em dois colégios de Lisboa. Permanece no actual  há 13 anos, e, nos últimos seis anos, tem ficado sempre com o grupo dos 5 anos.

Sempre que pode frequenta acções de formação preferencialmente nas áreas da estimulação para a leitura e da expressão plástica.

A sua prática profissional resulta de uma combinação de vários métodos sendo uma defensora da escola moderna e do modelo High Scope.

Como sócia da Associação Portuguesa de Educadoras de Infância (APEI) considera que se mantém sempre informada, tentando frequentar as diferentes acções de formação que vão surgindo, pois acredita que é uma mais valia a troca de experiências, de ideias e de maneiras diferentes de pensar.

### 3.5.1.12. Caracterização da turma T

A turma é constituída por 29 crianças. 15 do género masculino e 14 do género feminino.

Este grupo de crianças está bem integrado na dinâmica do colégio, que fomenta a organização do ambiente educativo por forma, a que a criança se relacione consigo própria, com os outros e com o mundo. O desenvolvimento de valores e atitudes é uma prática comum e permanente pois o corpo docente acredita que favorece a formação e a inserção da criança na sociedade como ser autónomo, livre e solidário.

A educadora deste grupo conseguiu estabelecer uma relação individualizada com cada criança, o que lhe proporcionou uma boa relação quer com as crianças quer com as famílias. As crianças demonstram motivação e interesse pelas diversas aprendizagens. São muito participativas e gostam de colaborar em todos os momentos do dia a dia. Várias dessas crianças possuem uma grande capacidade imaginativa e criativa.

A maioria das crianças revela ser muito extrovertida, esforçando-se por conseguir terminar aquilo que iniciam e são muito meigas. Três crianças revelam ter uma maior timidez e tendem a ser mais reservadas, podendo mesmo ocorrer algum isolamento. No entanto, quando solicitadas e sentindo-se seguras correspondem ao que lhes é solicitado.

Quatro das crianças do sexo masculino, são um pouco mais conflituosas o que por vezes perturba o trabalho que se quer realizar. Uma delas, exige uma enorme atenção, pois não gosta de estar muito tempo parada a realizar a mesma actividade e não aceita não ser o primeiro em todas as situações do quotidiano (por exemplo: o primeiro do comboio, o primeiro a jogar…).

**Este grupo adora ouvir histórias, cantar, realizar experiências, brincar nas áreas destinadas para o efeito, pintar, modelar, educação física, expressão musical e dramática. É também um grupo unido, organizado e muito autónomo. Apenas um aluno revela ter dificuldades ao nível da linguagem oral**.

1. Caracterização das famílias:

| Famílias Estruturadas | Famílias Monoparentais | Outras Situações |
|---|---|---|
| 10 | 19 | - |

2. Grau de envolvimento das famílias com o Jardim-Escola

| Muito Participativas | Participação Regular | Pouco Participativas |
|---|---|---|
| 10 | 11 | 8 |

3. Caracterização sócio-cultural do encarregado de educação:

| Formação Superior | Ensino Secundário | 3º Ciclo | 2º Ciclo | 1º Ciclo | Analfabeto |
|---|---|---|---|---|---|
| 26 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 |

4. Caracterização sócio-profissional do encarregado de educação:

| Trabalhador por conta Própria | Trabalhador por conta de outro | Profissão Liberal | Desempregado | Outros |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 12 | 7 | 0 | 0 |

| Quadro Superior | Quadro Médio | Trabalhador Indiferenciado | Operário | Trabalhador Agrícola | Outras |
|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 |

5. Caracterização sócio-económica das famílias:

| Nível Elevado | Nível Médio | Nível Baixo |
|---|---|---|
| 23 | 6 | 0 |

### 3.6. Entrevistas às educadoras

As questões elaboradas para a entrevista tiveram como base a revisão de literatura e os objectivos deste estudo. O guião da entrevista permitiu a organização da mesma em 6 blocos:

**A** – Legitimação da entrevista e motivação;

**B** – Identificação das opiniões sobre a importância da Matemática na Educação Infantil;

**C** – Avaliação das sessões que foram gravadas;

**D** – Organização das aulas, metodologia, ambiente de aprendizagem;

**E** – Valorização dos materiais manipulativos para o ensino da Matemática;

**F** – Finalização da entrevista e agradecimentos.

Em cada bloco foram definidos os objectivos específicos. Para os alcançar organizámos um guião contendo as questões como se pode ver no quadro 36.

Depois da respectiva autorização para a gravação de áudio transcreveram-se as entrevistas que se apresentam em anexo 3.

**Quadro 36: Guião da Entrevista**

| | Designação dos Blocos | Objectivos Específicos | Formulário de Questões |
|---|---|---|---|
| **A** | **Legitimação da entrevista e motivação** | Legitimar a entrevista e motivar o entrevistado.<br><br>Garantir a confidencialidade. | **1.** Dar informações sobre o trabalho de investigação, os seus objectivos e metodologia, explicando que se pretende recolher dados de opinião dos docentes em relação à sua prática profissional na área da Matemática.<br>**2.** Pedir a colaboração do docente, pois o seu contributo é fundamental para o êxito desta investigação.<br>**3.** Explicar ao docente qual o seu papel no processo de recolha de dados; dar conhecimento dos passos da investigação anteriormente efectuados. Informar que daremos "feedback" do mesmo.<br>**4.** Assegurar o carácter confidencial das informações prestadas durante a entrevista. |
| **B** | **Identificação das opiniões sobre a importância da Matemática na formação inicial** | Procurar quais as expectativas, dificuldades e opiniões do entrevistado. | **1.** Como é que caracteriza o ensino da matemática na educação infantil?<br>**2.** Qual é a sua relação com a matemática?<br>**3.** Faça o retrato do que considera um professor que goste de trabalhar a matemática com as crianças. |
| **C** | **Avaliação das sessões gravadas e opiniões** | Recolher as preocupações das educadoras, no que se refere à concretização do trabalho prático. | **1.** Considera que as sessões decorreram consoante estavam previstas na calendarização?<br>**2.** Conseguiu com o material fazer a ponte entre o concreto e o abstracto?<br>**3.** Quais as dificuldades que sentiu para a concretização dos conceitos trabalhados?<br>**4.** Como é que isso se evidenciou nas várias sessões?<br>**5.** Como as superou? |
| **D** | **Organização das aulas, metodologia, ambiente de aprendizagem** | Recolher informações acerca dos conteúdos, metodologia, da comunicação, do papel do aluno, do ambiente de aprendizagem e da avaliação. | **1.** Na sua perspectiva os Calculadores Multibásicos propiciam a aprendizagem do conceito de número e dos algoritmos? Justifique.<br>**2.** Que aspectos modificaria nas sessões? Porquê?<br>**3.** Acha que promoveu atitudes positivas em relação à matemática no decorrer das sessões?<br>**4.** Implementou o diálogo nas actividades propostas de modo a estimular o raciocínio e a comunicação matemática? |
| **E** | **Valorização dos materiais manipulativos para o ensino da Matemática** | Recolher informações acerca da utilização dos materiais, frequência com que os trabalham, quais as matérias, preferências e como é que os alunos reagem. | **1.** Considera que os seus alunos atingiram os objectivos propostos? Justifique.<br>**2.** Os materiais manipuláveis são elementos de mediação na aprendizagem? Justifique. |
| **F** | **Finalização da entrevista e Agradecimentos** | Este bloco tem como intenção finalizar a entrevista, valorizar a intervenção e a colaboração do docente e dar oportunidade para que expresse alguma ideia que não tenha referido anteriormente. | **1.** Obrigada pela sua colaboração.<br>**2.** E por último, quer acrescentar algum aspecto que não tenha sido referido? |

A todos os participantes deste estudo foi entregue um guião onde estavam apresentados os objectivos a desenvolver em cada sessão bem como algumas sugestões de actividades.

A planificação e a organização da sala de aula e do respectivo grupo ficou ao critério de cada educadora.

Foi solicitado aos alunos da formação inicial que participaram neste estudo, para além do registo em vídeo e respectivas observações naturalistas, uma síntese do que presenciaram de mais relevante.

### 3.7. O material: Calculadores Multibásicos

O propósito principal do ensino é desenvolver nas crianças:

- Atitudes positivas face à matemática;
- A segurança e à vontade em lidar com a linguagem matemática;
- A autoconfiança nos seus conhecimentos e capacidades matemáticas, a autonomia e desembaraço na utilização do material;
- O sentido de número, a compreensão dos números e operações de somar e subtrair;
- A capacidade de cálculo mental;
- A utilização de conhecimentos e capacidades para resolver pequenas situações problemáticas em contextos diversos.

De acordo com este propósito pretendemos que as crianças o atinjam através da utilização dos calculadores. Ao longo das respectivas sessões os objectivos gerais são os indicados no quadro 37.

**Quadro 37: Objectivos gerais com o material Calculadores Multibásicos**

| Sessões com os Calculadores Multibásicos | Objectivos gerais de aprendizagem |
|---|---|
| 1ª Sessão | Perceber como se manipula o material;<br>Desenvolver a motricidade;<br>Desenvolver o diálogo e a troca de ideias;<br>Trabalhar individualmente e a pares;<br>Explorar a relação cor/valor;<br>Compreender e efectuar a leitura de placas por cores;<br>Compreender as contagens até 10;<br>Compreender o sistema de numeração decimal;<br>Compreender o realizar o Jogo das Bases;<br>Desenvolver destrezas de cálculo numérico. |

| Sessões com os Calculadores Multibásicos | Objectivos gerais de aprendizagem |
|---|---|
| 2ª Sessão | Compreender o valor de posição;<br>Compreender noções de quantidade (ditados e leitura de placas);<br>Efectuar combinações e correspondências valor/cor/ordem,<br>Realizar leituras de números;<br>Compreender o jogo da base 10;<br>Compreender o algoritmo da adição e operar com números naturais;<br>Perceber a propriedade comutativa;<br>Resolver pequenas situações problemáticas. |
| 3ª Sessão | Compreender o jogo das diferentes bases;<br>Resolver situações problemáticas, raciocinar e comunicar em contextos numéricos;<br>Compreender o algoritmo da adição;<br>Compreender a adição com transporte;<br>Compreender a subtracção e operar com números naturais;<br>Perceber a leitura de números até às dezenas;<br>Efectuar registos com algarismos móveis e desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito. |
| 4ª Sessão | Compreender o sistema de numeração decimal;<br>Compreender a leitura de números com unidades, dezenas e centenas;<br>Compreender os valores relativo e absoluto;<br>Desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito. |

As actividades efectuadas consistiram em: exercícios individuais com cada criança com material e com representação em papel: adição simples; adição com transporte; subtracção, leitura de números; Utilização de outro material de apoio que permita enriquecer as sessões bem como a motivação e interesse das crianças.

### 3.7.1. Ficha do material Calculadores Multibásicos

Para a realização desta ficha (anexo III) os estagiários encaminhavam as crianças para um espaço à parte, em pequeno grupos, onde já tinham previamente preparado o material necessário para a realização da mesma. O estagiário lia a ficha sempre que as crianças não o conseguiam fazer.

Conforme se pode verificar na ficha consideraram-se 4 questões subdivididas em alíneas.

Na primeira pergunta era pedido que observassem as placas e escrevessem utilizando algarismos o que nelas estava representado (12 – 133).

Na segunda pergunta era pedido à criança que lesse os números representados (53 – 246) e que completasse desenhando as peças que faltavam nas respectivas placas.

Na terceira questão pedia-se que completassem as placas com as peças, de acordo com a situação problemática e que indicassem a operação de adição que efectuaram:

a) "O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?";

b) "A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?"

Na quarta questão a criança tinha que representar nas placas com as peças, efectuar a operação da subtracção e escrever a resposta desta situação problemática: " A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?"

## 3.8. O material: Cuisenaire

Para o material estruturado Cuisenaire considerámos os seguintes objectivos gerais de aprendizagem, que estão indicados no quadro 38.

**Quadro 38: Objectivos gerais com o material Cuisenaire**

| Sessões com o Cuisenaire | Objectivos gerais de aprendizagem |
|---|---|
| 1ª Sessão | Desenvolver a capacidade de manipular o material;<br>Desenvolver a motricidade;<br>Desenvolver o diálogo e a troca de ideias;<br>Desenvolver a criatividade;<br>Explorar livremente as suas propriedades relação-cor/comprimento/ tamanho/quantidade;<br>Trabalhar individualmente e a pares;<br>Compreender a noção de quantidade de número;<br>Compreender o sistema decimal;<br>Comparar as grandezas (utilização da simbologia: maior, menor e igual);<br>Compor e decompor números, apreciar ordens de grandeza e compreender os efeitos das operações sobre os números. |
| 2ª Sessão | Desenvolver a criatividade;<br>Organizar e clarificar o seu pensamento "matemático" através da comunicação;<br>Enumerar o valor das peças por ordem crescente e decrescente,<br>Compreender e efectuar o algoritmo da Adição;<br>Compreender e efectuar o algoritmo da Subtracção;<br>Realizar leituras de números até às dezenas;<br>Percepcionar e efectuar situações problemáticas. |
| 3ª Sessão | Perceber a noção de unidade e de dezena;<br>Realizar a leitura de números;<br>Compreender o jogo dos comboios;<br>Compreender a propriedade comutativa;<br>Efectuar a Subtracção. |
| 4ª Sessão | Compreender a leitura de números com unidades, dezenas e centenas;<br>Compreender e resolver situações problemáticas, raciocinar e comunicar recorrendo a representações simbólicas;<br>Formular problemas simples. |

Nestas actividades foram efectuados: exercícios individuais com cada criança, utilizando material, assim como, a representação em papel: adição simples; adição com transporte; subtracção, leitura de números; associação do material à criatividade das crianças. Utilização de outro material de apoio que permita enriquecer as sessões bem como a motivação e interesse das crianças.

### 3.8.1. Ficha do material Cuisenaire

Os procedimentos para a realização desta ficha/teste diagnóstico (anexo IV) foram idênticos aos já explicados anteriormente para o outro material. Para a realização desta ficha os estagiários encaminhavam as crianças para um espaço à parte, em pequeno grupos, onde já tinham previamente preparado o material necessário para a realização da mesma. O estagiário lia a ficha sempre que as crianças não o conseguiam fazer.

Este teste é constituído por seis partes. Na primeira era pedido que desenhassem as peças que faltavam (peças que representavam números pares) numa escada desenhada por ordem crescente, que a completassem com os respectivos algarismos e, escrevessem quais eram os números pares e os ímpares.

Na segunda e terceira parte tinham que escrever o número que estava representado com as peças do Cuisenaire. Ainda com o material tinham que representar o 10 de maneiras diferentes, representando as respectivas operações com sinais e algarismos.

Na quarta questão era solicitado à criança que escrevesse o valor de cada peça do Cuisenaire. De seguida, teriam que colocar o sinal de maior, menor ou igual entre os números que representam os valores das peças.

Na quinta era apresentada uma situação problemática – Adição - " A Ana tinha duas flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana?" em que a criança representou com as peças esses dados, tendo que escrever o respectivo algoritmo.

Na sexta era apresentada uma situação problemática – Subtracção – " O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel?", e a criança devia representar com as peças os dados pedidos e resolver escrevendo o algoritmo.

## 3.9. Análise estatística

Foram realizadas num âmbito da suficiência investigadora análises estatísticas com o programa SPSS – versão 15, e análises estatísticas descritivas e comparativas com o apoio do programa Excel para a análise das fichas/teste diagnóstico, apresentadas às crianças e que se apresentam no próximo capítulo.

Capítulo V

# Recolha e tratamento de dados

## Introdução

No presente capítulo iremos apresentar os resultados da análise das entrevistas e das respectivas sessões com os materiais manipuláveis: Calculadores Multibásicos e Cuisenaire.

No quadro 39, indicamos os aspectos mais relevantes de forma a permitir uma leitura mais específica.

**Quadro 39: Síntese da análise das entrevistas e dos materiais**

| | Amostra | Instrumentos | Objectivos | Hipóteses |
|---|---|---|---|---|
| **Entrevistas às educadoras** | 6<br>(A, E, M, O, S, T) | Guião da entrevista | • Identificar expectativas, dificuldades e opiniões;<br>• Recolher informações acerca dos conteúdos, metodologia, da comunicação, do papel do aluno, do ambiente de aprendizagem e da avaliação;<br>• Valorizar os materiais manipulativos para o ensino da matemática. | Hipótese 1<br>Hipótese 2<br>Hipótese 3<br>Hipótese 7 |
| **Calculadores Multibásicos** | 162 | Ficha de diagnóstico | • Desenvolver o sentido de número e situações problemáticas em contextos diversificados;<br>• Compreender o Jogo das Bases. | Hipótese 4<br>Hipótese 5<br>Hipótese 6 |
| **Cuisenaire** | 162 | Ficha de diagnóstico | • Promover a linguagem, a motricidade a criatividade e o raciocínio lógico;<br>• Desenvolver o sentido de número, o sistema decimal e a resolução de situações problemáticas. | Hipótese 4<br>Hipótese 5<br>Hipótese 6 |

Como já foi referido anteriormente este estudo foca a aprendizagem de determinados conhecimentos matemáticos com materiais manipuláveis na educação infantil. Neste processo o mais importante é a actividade mental que as crianças desenvolvem, por isso conhecer as perspectivas dos professores, a sua formação e observar as suas práticas educativas permite compreender e entender a relação entre a construção de conhecimentos e a utilização dos materiais manipulativos.

Seguidamente apresentaremos a análise das entrevistas realizadas às educadoras.

## 1. Análise das entrevistas realizadas às educadoras

Na primeira pergunta: **Como é que caracteriza o ensino da matemática na educação infantil?** destacamos os seguintes aspectos como os mais significativos.

**M**: "*Caracterizo como muito importante. É uma das áreas que muitas vezes é valorizada sobretudo em termos de conteúdos, pois faz uma progressão ao longo da idade e vai-se valorizando ao longo das várias idades até aos 5 anos…Deverá acompanhar toda a vivência do jardim-de-infância.*"

**O**: "*Se considerarmos que o desenvolvimento infantil se dá a partir das relações que se estabelece com o outro e que é assim que se vai construindo o pensamento, a matemática nos dias de hoje e especialmente nas nossas escolas nós usamos muito o interpretar, o interagir o registar e manipular porque são de facto muito importantes nesta fase e devemos proporcionar situações matemáticas concretas e possibilitar à criança desenvolver autonomia para que a construa o conceito de número…o professor deve criar este ambiente …*"

**A**: "*Bom a matemática é uma área que nas orientações curriculares para a educação infantil é definida como a área inserida na comunicação e expressão… em termos de leituras que já fiz parte por um pensamento relacionado com as teorias construtivistas do conhecimento, que nós devemos levar as crianças a construírem o seu raciocínio, a descobrirem, a explorarem os conteúdos através da concretização, da manipulação…nós vivenciamos muito esta faceta da concretização, fazemo-lo com imensos materiais manipuláveis, utilizamo-los de diferentes formas, com diferentes estratégias e funções e para diferentes conteúdos.*

*Já agora que falámos de investigações é bom que se diga que a educação infantil não tem nada nesta área, ou quase nada. São poucas as explorações investigativas que se fazem a nível da educação infantil… a interligação do que se pratica da forma como se constroem as situações problemáticas e as estratégias em relação às vivências diárias do grupo de crianças que nós temos…é importante haver uma constante interdisciplinaridade e interligação com as outras áreas.*

**E**: "*Na maior parte das instituições não é dada grande relevância à área da expressão e comunicação do domínio da Matemática mas nesta instituição as noções de Matemática são proporcionadas pelo educador, normalmente partindo de situações do quotidiano para apoiar o pensamento lógico-matemático. Também as metodologias* *utilizadas, bem como as estratégias, são bastante variadas. Além disso, temos ao nosso dispor uma série de materiais didácticos para a aprendizagem da Matemática, que facilitam esse trabalho e que tornam... que consegue despertar nas crianças um gosto pela Matemática, proporcionando-lhes experiências diversificadas, até facilitadoras das aprendizagens, e capazes de criar fortes laços afectivos entre a criança e o objecto* **S**: *"Todas as áreas são importantes…importa trabalhá-las sempre de uma forma natural e que as mesmas partam dos interesses das crianças. Na minha opinião a matemática faz parte, e é um domínio que deve ser trabalhado no jardim infantil."*

**T**: *"O ensino da matemática na educação infantil é muito importante e está permanentemente presente no quotidiano das crianças. Até quando lhes dou beijinhos (deu uma gargalhada) e eles contam 1,2,3… se as contagens forem significativas para as crianças, elas aprendem. Já várias vezes tenho comentado com as minhas colegas que na altura em fizemos o curso não nos prepararam para reflectirmos e lermos sobre estes assuntos. Mesmo hoje em dia, reflicto sobre as actividades… mas, não estou muito documentada sobre os trabalhos que estão a ser feitos.*

***S:*** *"Acho muito importante o ensino da matemática. E tenho pena de não aprofundar mais … Com tantas crianças e tanta papelada… hoje em dia ,não tenho tempo para ler e pesquisar no sentido de saber o que de novo aparece… Também no tempo em que tirei o curso ninguém nos preparou para isso. Aprendíamos de uma maneira e era assim que ensinávamos depois… Nem questionávamos que pudesse ser de outra forma."*

Todas as entrevistadas de uma forma implícita ou explícita, foram unânimes em considerar que a Matemática é importante na vida da criança. Está presente no seu quotidiano que deve ser vivenciado com experiências e estratégias diversificadas, em que os materiais são manipulados através de várias actividades.

A educadora A referiu ainda que devia haver mais trabalhos científicos nesta área e com estas idades.

Na segunda pergunta**: Qual é a sua relação com a matemática?** As entrevistadas manifestaram ter uma excelente relação com a matemática, manifestando as educadoras E e T o seu gosto pela matemática desde crianças. A educadora O diz que a relação com a Matemática é "apaixonada".

**M: "***é muito boa... penso que foi mesmo a matemática do jardim-de-infância que me conquistou. Tou sempre, não posso dizer que seja, tento dar o meu melhor, há sempre coisas que ignoro… e sinto necessidade de… de fazer sempre aprendizagens para ter mais* *confiança, para ter confiança naquilo que faço e saber de facto… Muitas vezes as coisas vão se alterado, os conceitos, a nomenclatura, o nome das coisas, e há sempre necessidade de fazer ajustes."*

**O:** "*A minha relação é apaixonada, eu gosto muito de matemática. É uma coisa que me dá luta, que me dá prazer especialmente porque os alunos, por norma, mais tarde não gostam de matemática e eu tento nesta fase que eles percebam as coisas mais complicadas através do concreto que eles percebam todas as noções de uma forma simples e porque gosto de incutir neles o gosto pela matemática e acho que vou conseguindo fazer isso visto que os meus alunos gostam de trabalhar a matemática e isso é muito gratificante".*

**A:** *Eu gosto de trabalhar a matemática e gosto do modo como se trabalha no método João de Deus… Penso que em relação à matemática e à relação que eu tenho com ela é evidente que passou por diferentes fases ao longo da vida… sou da área de humanidades, (sorriu) portanto venho das letras, por estranho que possa parecer fiz o mestrado na didáctica da matemática… gosto de ler sobre estes assuntos, gosto de os aprofundar…tento trabalhar de formas diversificadas, o mais criativamente possível e seguir o método em que trabalho… A relação tem que ser vivenciada, para mim, como uma utilidade prática do dia-a-dia, tem que ter esse sentido, para se tornar significante.*

**E***:"É a melhor possível, é sem dúvida das minhas áreas preferidas para trabalhar com as crianças, até mesmo quando eu era estudante, a Matemática sempre foi a minha disciplina preferida… tento sempre que as crianças também gostem de aprender a Matemática.*

Na terceira questão foi solicitado que fizessem um **retrato do que consideravam um professor que goste de trabalhar a matemática com as crianças.**

**A:** *Tem que ser uma pessoa que goste (começou a contar pelos dedos) de se actualizar, que goste de ler, que goste de explorar, que goste de motivar as crianças que seja empreendedor, criativo, (pausa) que não tenha preguiça de trabalhar com materiais, e basicamente (pausa) tem que criar uma dinâmica de trabalho onde permita às crianças fazer a concretização dos conceitos através de estratégias que lhes permitam vivenciar isso de uma forma real, de uma forma que se ajusta ao seu quotidiano, ao seu dia a dia…é a parte da comunicação das ideias das crianças…Se às crianças não lhes for permitido reflectir, comunicar ideias, dialogar, expressar pensamentos, penso que também não será um bom desempenho por parte do educador ou professor."*

**E:** *"Eu penso que o professor…deve possibilitar às crianças um ambiente educativo onde a criança se sente valorizada, escutada, acompanhada, acolhida e desenvolvermos nelas, como é obvio, a sua auto-estima, a sua autoconfiança e o desejo de aprender. Como tal, o professor tem de gostar da Matemática, tem de gostar muito daquilo que faz, tem que se sentir bem, tem que se sentir feliz com aquilo que está a fazer, porque depois também passa essa mensagem às crianças. O professor deve manter uma relação de amizade, confiança e de respeito com todas as crianças no seu grupo… Cabe no fundo ao professor, ajudar, sugerir, reflectir e clarificar através do diálogo…tem de ser um comunicador por excelência, e ao mesmo tempo, tentar fomentar sempre a participação e a cooperação das crianças, e como é óbvio, desenvolvendo a sua autonomia e a sua autoconfiança nas crianças."*

**O**: *"…deve gostar da matemática e deve ser capaz mesmo sem meios auxiliares, mesmo com uma folha de papel, conseguir transmitir vários conceitos que conheçam, e partir do que a criança já sabe conseguir levá-la para outros caminhos…deve estar sempre presente em todas as acções da criança e ser simples a explicar tudo o que pretende e criar na criança esse gosto da pesquisa, do perguntar, do questionar…"*

**M**: *"Olhe, com a matemática como com qualquer área…* ***ser também um professor entusiasmado com aquilo que faz.*** *Tem que* ***ser alegre, com sentido de humor, muito motivado também, que estimule a curiosidade*** *sobretudo nesta parte da matemática é muito importante a curiosidade****, o raciocínio*** *são coisas que acho que é importante um professor transmitir, muito para além dos conhecimentos."*

**T**: "*O professor tem que gostar de matemática e saber aproveitar todas as situações para transmitir às crianças quer a sua aplicabilidade quer a sua importância em toda a vida futura quer pessoal quer escolar."*

**S**: *"Seja qual for a profissão devemos acima de tudo gostar muito do que fazemos. Um professor deve gostar mesmo de ser professor…ou seja sentir que tem vocação."*

Para estas educadoras o professor/educador tem que gostar do que faz quer na área da matemática quer nas outras áreas e estar muito motivado.

A educadora M ainda acrescentou como sendo fundamental que o professor saiba transmitir e estimular a curiosidade e o raciocínio muito para além dos conhecimentos.

A educadora T referiu como sendo fundamental a relação pedagógica e a forma como o educador envolve o grupo e as actividades que lhes proporciona.

Na quarta pergunta: **Considera que as sessões decorreram consoante estavam previstas na calendarização?**

**A:** *Penso que sim…até agora foi seguida a estrutura de conteúdos e materiais seleccionados, adequando as estratégias a esses pressupostos…O tempo de decurso da actividade foi quase sempre o previsto… Houve numa das actividades necessidade de prolongar poucos minutos essa actividade, mas unicamente para tornar perceptível o raciocínio dos alunos.*

**E**: *"Sim…acho que sim, decorreram exactamente como estavam previstas na calendarização que nos foi fornecida."*

**O**: *Não! Nem sempre, houve objectivos que saltei por achar ser importante trabalhar determinadas situações visto que, havia um grande número de crianças que não estava a perceber e preferi trabalhar mais determinados objectivos e deixar outros, mas não os deixei de trabalhar, trabalhei esses objectivos noutras sessões. Por exemplo hoje trabalhei as combinações e devia tê-lo feito na terceira sessão assim como a propriedade comutativa que ficou por fazer na sessão estabelecida mas que comecei na sessão seguinte com essa actividade".*

**M**: *"Aaaa… Sim e não! Em relação à vossa presença sim, em relação àquilo que estava planeado não, porque estava feito em função de todo um trabalho que é feito na João de Deus. Portanto ficou um bocadinho ao meu critério sem haver propriamente uma pré-definição de tudo aquilo que eventualmente até… Podia ser mais interessante. Tentei de alguma forma ir de encontro daquilo do que estava feito, mas não, não tive como obrigatoriedade de me seguir pela vossa calendarização por essa razão".*

**S**: *"…contemplavam muitos conceitos e objectivos. Tentei adaptar o que trabalho que realizo no dia a dia com estas sessões. No final penso que consegui fazer tudo mas à minha maneira (riu-se).*

**T**: *" …tenho que reconhecer que não foi fácil a adaptar-me à calendarização que me foi fornecida no âmbito deste estudo. Pareceram-me muitos conceitos para um tão curto espaço de tempo. Teria preferido trabalhar estes conceitos ao longo da manhã e com mais estratégias."*

A educadora A e E conseguiram cumprir o plano das sessões. A educadora O sentiu necessidade de o alterar mas cumpriu-o no final das sessões. As educadoras M, S e T revelaram uma postura completamente diferente sentindo dificuldades em cumprir com o que estava pré-estabelecido.

Na 5ª pergunta: **Conseguiu com o material fazer a ponte entre o concreto e o abstracto?**

**A**: "*…Consegui fazer para uma parte da turma, penso que uma grande parte da turma neste momento, e estamos em Janeiro, fez esse percurso do concreto para o abstracto, há alunos que ainda não o conseguiram fazer…*"

**E**: *"Sim, também. Eu penso, aliás, eu acho, que os materiais manipuláveis têm essa vantagem porque permite às crianças, de uma forma simples, lúdica, como o jogo, já tinha dito, fazer a ponte entre o concreto e o abstracto".*

**O**: *"Eu acho que sim. Através dos calculadores multibásicos as crianças concretizam todas as situações problemáticas, e compreendem noções complicadas, como por exemplo, perceber o algarismo de maior valor relativo ou absoluto e elas percebem porquê que isso acontece, e só os calculadores proporcionam essa percepção."*

**M**: *"Eu espero que sim… Penso que sim, foi esse o objectivo… Aliás é sempre isso que nós tentamos fazer, partir sempre de uma situação concreta para o abstracto, do concreto para a abstracção, o que é difícil porque há meninos que ainda têm alguma dificuldade… Como vocês sabem tem a ver com o desenvolvimento de cada…"*

**T**: *"Pelo facto de as crianças trabalharem sempre em grupos de 4 ou 5 elementos foi um pouco complicado pô-los a trabalhar todos ao mesmo tempo. Desta forma foi necessário arranjar outros materiais que contemplassem os vossos objectivos."*

**S**: *"Como vocês puderem ver eu não tinha para todos o material, mas os que arranjei serviram para fazer a ponte entre o concreto e o abstracto."*

De uma forma geral as entrevistadas conseguiram fazer a ponte entre o concreto e o abstracto e souberam adaptar as estratégias ao grupo que tinham. Por vezes as educadoras sentiram necessidade de recorrer à utilização de outros materiais não estruturados.

Na sexta questão: **Na sua perspectiva os Calculadores Multibásicos propiciam a aprendizagem do conceito de número e dos algarismos? Justifique**.

**A: "***Sim…propiciam na medida em que a sua estrutura permite visualizar de forma correcta, (pausa) através das placas e das quantidades ditadas, que são encaixadas umas em cima das outras e as cores, (contou pelos dedos) a diferença das cores, permite-lhes visualizar as ordens, as classes, permite-lhes visualizarem uma operação, através das placas, porque são duas placas ou mais se nós quisermos, e depois a do resultado que até pode ter cor diferente e é interessante porque aí obriga a uma visualização de aspectos diferenciados.*

**E**: *"Sim, claro que sim, pois possibilitam uma aplicação sistematizada dos conteúdos já referidos, proporcionando simultaneamente uma grande diversidade na forma e no conteúdo dos exercícios. Para além disso a sua exploração dos Calculadores Multibásicos, facilita a compreensão das operações, nomeadamente a adição e a subtracção, que é a que nós trabalhamos nesta faixa etária. E como é óbvio, em cada uma delas, mais especificamente o caso das 'parcelas', da 'soma' e 'total', na operação da adição e depois o 'aditivo', o 'subtractivo', portanto eles têm noção do 'resto', do 'excesso' ou 'diferença' na operação da subtracção. Com os Calculadores, as crianças facilmente visualizam os algoritmos e compreendem de forma pertinente o conceito de número, bem como a noção de ordem, valor relativo e absoluto, aliás, isso pode-se ver ao longo das sessões, que eles foram evoluindo e foram conseguindo atingir esses objectivos e esses conceitos".*

**O**: "*Com certeza que sim. Estou agora a lembrar-me que Piaget considerou que havia 3 conceitos básicos para o desenvolvimento da noção de número que era a classificação, seriação e conservação. E o que queria ele dizer com isto: a classificação é o processo de agrupamento dos elementos por qualidades e podemos incluir as operações se falarmos na ordem dos números e posição das ordens. Depois temos a seriação que é o modelo de agrupamento que consiste em ordenar segundo as grandezas crescente e decrescente que nós também o fazemos com os calculadores."*

**M**: *"Mais uma vez eu também espero que sim! Aaaa… Os materiais e vocês na João de Deus têm talvez uma forma já muito estruturada e definida como as coisas funcionam ou devem ser dadas. Aqui fica um bocadinho ao critério das educadoras…"*

**T**: *"Acho essa pergunta muito interessante e pertinente. Se soubermos o que estamos a fazer, acho que sim, caso não saibamos acho que pode lançar alguma confusão na cabeça das crianças. O conceito de número é dos mais difíceis de ser compreendido pela crianças destas idades. Na maior parte das vezes eles papagueiam essa sequência … não quer dizer que a interiorizem."*

**S**: *"Acredito que sim. Mas como já vos expliquei o que é importante é a descoberta que eles fazem todos os dias e não a minha preocupação em "dar matéria", respeito o ritmo de cada criança e a maturidade que cada um tem."*

Nesta questão podemos verificar que as educadoras A, E e O estão mais confiantes, do que as restantes, em terem conseguido atingir os objectivos propostos visto que conhecem os materiais, e os sabem aplicar na prática profissional.

As educadoras M, S, e T justificaram dizendo que preferiam uma aprendizagem menos estruturada, até porque existem alguns conceitos difíceis de compreensão para a criança.

Em relação à sétima pergunta: **“Que aspectos modificaria nas sessões? Porquê?”**

**A:** *“Eu penso que em relação às sessões há dois ou três aspectos que (pausa) eu penso que poderia melhorar. Há sempre aspectos que nós nesta profissão podemos melhorar, acho que nunca está nada completo nem tudo é na linha do perfeito (gesticulou).*

*Um dos aspectos prende-se com o tempo das sessões, como é obvio, (pausa) prende-se com o facto de trabalharmos em "X" minutos uma série de conceitos…outro aspecto tem a ver com o facto de ter que ser para Janeiro, que por exemplo se vão trabalhar determinados aspectos como as centenas. É óbvio que se há alunos que o conseguem, há uma parte da turma que o conseguirá, mas não neste momento, portanto tem tudo a ver com esta situação de tempo.”*

**E**: *“Eu acho que apenas em relação à última sessão, que foi um bocadinho mais difícil de concretizar alguns dos objectivos, nomeadamente o caso do valor absoluto e relativo, mas mais especificamente até o do valor relativo, porque para estas crianças não é facilmente concretizável e visível aos olhos destas crianças com cinco anos…De qualquer das maneiras, também este facto prende-se devido ao momento do ano em que as sessões foram realizadas não é? Porque foram realizadas agora por estes meses, mas tido lugar num maior espaço de tempo, portanto, se tivessem sido realizadas mais no final do ano lectivo em que eles trabalhavam mais com os Calculadores…”*

**O**: “*Eu acho que se calhar promovia mais o diálogo, apesar de ter promovido penso que devia ter feito mais…o facto de as aulas serem filmadas, por um lado inibiu algumas crianças mas por outro desinibiu outras mas de uma forma menos positiva estando desatentas, não fazendo o que era pedido o que habitualmente não acontece.”*

**M**: “*Muito sinceramente não sei se modificaria alguma coisa! Se pudesse modificar era mais a dimensão da sala, mas como isso era impossível… Para termos mais espaço, um espaço mais amplo que pudesse permitir aaaa… Uma reunião de grupo sem estarem todos demasiadamente próximos uns dos outros aaaa… Mas não, eu penso que não! Não teria a ver, nem mesmo aquilo que foi feito eu não alteraria porque foi isso que eu achei importante.”*

**T: “***Na maioria das sessões,* ***a duração das mesmas*** *foi a minha maior dificuldade. Senti também que após as três primeiras sessões, a vossa presença e a da câmara deixou de* *ser um factor inibidor quer para as crianças quer para mim. Acredito que se não estivessem a filmar eu teria sido mais expressiva e descontraída. Posso afirmar que gostei muito de preparar este tipo de aulas para o vosso trabalho de investigação e, dava comigo a pensar em estratégias novas para conseguir atingir os objectivos das sessões.* ***O excesso de objectivos por sessão****.”*

**S**: “*Para ser sincera, e, não querendo desculpar-me com nada,* ***não gosto de trabalhar com todos os alunos ao mesmo tempo,*** *isto é, todos a realizarem a mesma actividade ao mesmo tempo. Gostei da experiência mas foi muito mais cansativo e menos proveitoso do que podia ser… A minha avaliação das sessões leva-me a dizer que alguns alunos corresponderam muito bem , outros estavam menos preparados e motivados.”*

A falta de tempo e o excesso de conteúdos foi comum a todas as educadoras. No entanto, podemos afirmar que as educadoras A, E, e O conseguiram ultrapassá-los com mais facilidade, isto é, mostraram estarem menos preocupadas com isso do que as restantes, pois no seu entender não só eram demasiados como a sua aplicação era forçada pela situação.

Na 8ª questão **“Acha que promoveu atitudes positivas em relação à matemática no decorrer das sessões? “** … as educadoras foram unânimes em responder afirmativamente, sendo que três delas reforçaram a forma como as crianças interagiam umas com as outras como sendo o resultado do seu trabalho no dia a dia (M,S,eT). A educadora A fez questão de referir que mesmo perdendo tempo deixou o colega ajudar a descobrir a resposta.

**A**: *“Pelo menos tentei que sim. (sorriu) Na grande maioria das sessões tentei que seguissem este pensamento (gesticulou) que já venho a dizer desde o principio da entrevista que tem a ver com o facto de gostarem de matemática, de perceberem os conceitos concretizando-os e explicitarem as suas ideias e serem capazes de reflectir e de raciocinar até mesmo com os erros. (pausa) Por exemplo… quando concretizámos hoje mesmo uma das situações e uma criança estava distraída e apesar de ser um aluno que conseguiu ler um número grande na ordem das centenas, a criança enganou-se, um engano normal, em vez de contar as 4 amarelas contou 3. (pausa)*

*Depois teria sido mais fácil eu emendar e até mais rápido mas achei por bem pedir a um colega que interviesse e emendasse a situação, e isso foi feito de forma sem dúvida mais interessante. (pausa).”*

**E**: *“Ah! com certeza que sim, pois nessas sessões, assim como nas aulas que nós mostramos diariamente, tentamos sempre que os conteúdos abordados atentem sempre* *aspectos formativos, informativos, lúdicos e interdisciplinares. Portanto, através dessas actividades motivadoras que os materiais manipuláveis possibilitam, o aluno participa activa e continuamente, favorecendo a construção do seu saber a nível da Matemática".*

**O**: *"Eu acho que sim na medida que grande parte da turma entendeu o que eu pretendia. E aderiu de forma positiva a tudo o que foi proposto, inclusive colocaram dúvidas e se formos analisar ao longo das sessões que os conceitos que foram dados na segunda sessão foram aplicados hoje e isso verifica-se. Eu acho que consegui promover a matemática e promover os calculadores."*

**M**: *"Eu espero bem que sim... não só em relação aos meus alunos, como em relação aos alunos da João de Deus, aos estagiários que vieram, que também tenham aprendido alguma coisa, ou tenham pelo menos também dado eee… E… Experienciado outra forma de abordar e aprender a matemática, sem ser aaa… Através daquilo que já estão mais habituados, com certeza que a vossa escola vos dilui e muito bem… Muito bem também… Também penso que é importante. Mas conhecer o outro lado nas aprendizagens da matemática, e espero que nos meninos que sim, de todo espero que sim.".*

**T**: *"Vocês estavam lá … devem ter percebido a alegria e a vontade que eles tinham em responder, as caras que faziam enquanto pensavam, a forma fantástica como se ajudavam no trabalho de pares… eles são muito curiosos … eles gostam de jogar e sentiram que o estavam a fazer. Ainda são muito infantis e imaturos … e eu queria acelerar para conseguir atingir mais objectivos… e isso não se deve fazer. Devemos respeitar os ritmos de cada criança e nunca impingir aquilo que nós queremos"*

**S**: *" Acho que sim pois faço questão que essa mensagem passe todos os dias."*

Na questão nove**: "Implementou o diálogo nas actividades propostas de forma a estimular o raciocínio e a comunicação matemática?",** podemos referir que as seis educadoras foram unânimes em afirmar que não só promoveram o diálogo como apelaram a uma participação activa das crianças.

Na questão seguinte: "**Quais as dificuldades que sentiu para a concretização dos conceitos trabalhados?"** destacamos as seguintes opiniões**:**

**S**: *" …prefiro trabalhar com pequenos grupos enquanto as restantes crianças brincam umas com as outras."*

**T**: "*Quando aceitei participar neste projecto de investigação… fundamental para a melhoria do ensino da matemática na educação infantil…que as diferentes realidades de* *ensino podem dar origem a uma metodologia mais rica e variada… não gosto é de os desenvolver todos ao mesmo tempo…”*

**E**: “*Eu penso que os conceitos eram um pouco extensos para serem trabalhados em tão curto espaço de tempo. Também a especificidade e a complexidade de alguns desses conceitos, dificultou a concretização nesta faixa etária…que foi só uma questão de tempo e também de alguma imaturidade de algumas crianças, ainda são pequeninos, alguns ainda fizeram os cinco anos em Dezembro…complicado, por termos o espaço em termos de tempo, do momento ser curto, mas eu acho que alguns deles conseguiram e que resultou”.*

**O**: *“Eu não sei se posso considerar dificuldade…foi o de por vezes não conseguir desenvolver os conceitos pretendidos, mas também como já expliquei havendo dúvidas é preferível perder, nós dizemos perder mas é um ganho, mais tempo para que todas as crianças percebam o que se está a fazer do que estar a tentar dar tudo… e mais tempo para que elas consigam inter-agir, e foi esta a principal dificuldade.”*

A**:** “*Penso que já referi algumas dessas dificuldades. Prendem-se nomeadamente com a questão do tempo… pressão em relação ao mês de Janeiro e ter que ser muito rápido…se bem que temos crianças num nível muito avançado, temos outras mediano e outras ainda menos que mediano…Tem que se pensar no momento e tentar reflectir sobre o que cada um está a fazer e como está a fazer.”*

**M**: *“…Talvez o grande número de meninos, mas isso já estamos habituados… as minhas limitações pessoais, também nesse campo.”*

Para as educadoras S, M e T o número de alunos a realizarem a actividade ao mesmo tempo foi uma dificuldade. Para as educadoras E, O, e A as dificuldades incidiram no excesso de conceitos para a altura do ano em que estavam (muito no início). De uma forma geral consideraram que muitos dos seus alunos não tinham a maturidade necessária para aprenderem estes conceitos.

As respostas há pergunta **“Considera que os seus alunos atingiram os objectivos propostos? Justifique”** caracterizaram-se pela positiva onde a maioria das crianças atingiu os objectivos propostos quer na altura (A, E, e O) quer em outras situações do quotidiano (M, S, T, O).

A educadora A mostrou-se visivelmente contente com a sua turma e acrescentou de forma categórica que “ *uma parte da turma que atingiu objectivos tão interessantes em termos matemáticos, o que me faz pensar que nada é impossível”.*

**S**: " *… de um modo geral penso que as minhas crianças atingiram os objectivos. Mas só com o decorrer do tempo vou ter a certeza! No intervalo das sessões tentei perceber o que tinha ficado naquelas cabecinhas… e parece-me que até ficou!"*

**T**: "*A maioria das crianças atingiu os objectivos propostos. Mas posso dizer que não foi só por estas sessões foi também por todo um trabalho que é desenvolvido ao longo de cada dia, de cada semana. Em outras situações onde eram confrontados as crianças respondiam sem dificuldades e aplicavam os conhecimentos adquiridos. E esta constatação é que me importa.."*

**M**: "*Mais uma vez eu também espero que sim …temos a parte também da concretização através do papel, mas penso que também através do desempenho deles no dia-a-dia, as atitudes, nas respostas que dão, no desembaraço, na resolução já de problemas que eles… Eles já conseguem, eu penso que essa é a melhor maneira de fazer uma avaliação daquilo que eles têm experienciado e aprendido ao longo deste tempo, e eu também.*"

**O**: "*Eu acho que sim, que a maior parte atingiu… é que temos de respeitar o ritmo de aprendizagem…Há seis ou sete crianças que ainda não atingiram os objectivos. Mas como o material é para ser trabalhado, tantos os calculadores multibásicos como outros materiais matemáticos, estes alunos, até ao fim do ano vão atingir os objectivos pretendidos, tem é que se continuar a trabalhar."*

**E**: "*Embora o ritmo de aprendizagem não fosse igual em todas as crianças, penso que a grande maioria dos meninos atingiram os objectivos propostos."*

**A:** "*…penso que uma parte da turma atingiu os objectivos propostos… estou satisfeita por nesta altura haver…os que não atingiram vamos continuar neste processo de avaliação, de observação, de estruturação e trabalhar a partir de agora crianças que eventualmente poderão chegar a esse mesmo nível."*

Na última questão da entrevista realizada às seis educadoras: **"Os materiais manipuláveis são elementos de mediação na aprendizagem? Justifique."**

**S**: "*Claro que sim. Nem concebo que seja de outra forma. No entanto, e volto a referir que foi um pouco ousado querer fazer tudo isto em tão pouco tempo. No final do ano teria sido mais fácil para estas crianças. Com materiais, criatividade, motivação do professor e afectos tudo é possível."*

**T**: "*Já respondi a esta pergunta… posso mesmo dizer que em quase todas as respostas passei a ideia de que não se pode aprender sem mexer, sem sentir, sem manipular…sem brincar, sem alegria no que se faz…e nunca esquecer que só aprende quem* *se envolve. Sem uma boa relação afectiva e pedagógica não se consegue fazer um bom trabalho."*

**M**: "*São, sem dúvida e eu penso que é necessário, penso que é preciso haver materiais não necessariamente os materiais, apenas os materiais mais estruturados, esses podem ser importantes para determinados objectivos ou para objectivos muito específicos… as aprendizagens têm que ser, aliás para poder concretizar temos de que partir de algo, supostamente os materiais e de alguma coisa que também tenha alguma estrutura específica…sem ser demasiadamente estruturado ou só para atingir determinado objectivo."*

**O**: "*… são essenciais, especialmente nesta fase. As crianças são pequenas, têm cinco anos e precisam de compreender os conceitos e o material ajuda-os de facto a compreender os conceitos para depois podermos passar para o abstracto, para passarmos a fazer as coisas no papel, as situações problemáticas. Se elas perceberem os calculadores rapidamente conseguem concretizar no papel."*

**E**: "*Claro que sim…os materiais manipuláveis são um recurso de excelência para as aprendizagens da Matemática…esses materiais são muito atractivos e cativantes, quer em termos da cor, quer pelo facto de poderem mexer, de poderem brincar…essas aprendizagens…são sempre feitas de uma forma muito lúdica, portanto, tudo isso é muito mais fácil deles aprenderem…não sei se saberia trabalhar a Matemática se não fosse através desses materiais, porque eu acho que isto é tão bom, eu acho que eles gostam tanto, eles ficam tão felizes, eles gostam…Sou fã dos materiais de Matemática!".*

**A: "***Sem dúvida que são. São uma forma de atingir um objectivo que é a aprendizagem com sucesso e com significado. Eles são uma espécie de recurso, como poderão existir outros, estou-me a lembrar por exemplo do computador, (sorriu e apontou para o computador) e podem ser elementos que facilitam o processo de aprendizagem. (pausa) Agora também concordo plenamente que têm de ser usados de forma estruturada, e quando eu digo estruturada não é com as regras inerentes ao material, porque também …eles têm de ter uma função, porque se estão unicamente para enfeitar a aula então, sinceramente, acho que podem ser contraproducentes, porque podem distrair. Agora se estão com essa função de visualização, de percepção da ideia, de se fazer a tal luz mental como o exemplo que acabei de dar em relação ao menino que não estava a visualizar bem, aí eles têm uma função específica... A ideia é esta, (pausa) é perceberem que há o processo facilitador que é a construção através das representações. Quando chegam a um nível que já é fácil perceber* *que aquilo é 9 no concreto, para que eu estou ali a pôr 9…ponho logo o algarismo, facilita-me todo o processo."*

Podemos inferir e identificar desta análise, algumas características do pensamento das educadoras sobre os materiais:

**i) O discurso teórico e a prática**

- As seis educadoras mais uma vez foram unânimes, ao afirmar a importância do uso destes materiais matemáticos para o ensino da matemática.

- As educadoras A, E, e O acreditam, de uma forma mais convincente, na aplicação dos mesmos e, percebe-se pelo seu discurso que os utilizam com regularidade. A educadora E até chega a afirmar "*que não saberia trabalhar sem eles*".

- Numa análise mais detalhada percebemos que existem diferenças entre as educadoras que trabalham nos jardins escolas (A,E e O) e as que trabalham nos colégios privados ( M,T, e S), apesar de todas terem uma formação inicial comum.

- Uma outra inferência tem a ver com a realidade educativa e com a filosofia de cada escola, isto é, as educadoras M, T, e S revelaram ter uma metodologia de trabalho menos ambiciosa em relação aos objectivos a desenvolver nesta idade, trabalhando o pequeno grupo, enquanto que as educadoras O, E, e A seguem orientações diferentes sobre esta temática trabalhando todos os dias a área da Matemática, com todo o grupo ao mesmo tempo.

**ii) O conhecimento e a vivência dos materiais**

- As educadoras S, T, e M reforçaram a ideia de que os materiais não precisam ser estruturados; *qualquer material serve como facilitador de aprendizagem* e não deve ser feito de uma forma calendarizada. As educadoras S, T e M dão ênfase aos materiais, mas percebe-se que as suas ideias, a respeito dos materiais vagas e mal estruturadas, revelando alguma insegurança.

- Estas educadoras dão ênfase aos materiais não estruturados, mas não têm objectivos definidos, na sua planificação.

- Apesar de darem importância à manipulação de materiais, não aderem como príncipio da sua prática educativa, o que fica patente quando comentam com que regularidade os utilizam nas suas actividades.

- O papel do educador é fundamental para a promoção da aquisição de conceitos matemáticos no processo ensino aprendizagem, a forma como o faz, o papel dos materiais, a criatividade, o interesse e a motivação que coloca na sua dinâmica será determinante para incutir nas crianças o gosto pela matemática.

**Os materiais não se poderão considerar desadequados por si mesmos, pois a desadequação dependerá da tarefa pedida e da relação desta com o conceito em causa. Os materiais não podem ser assim, considerados "bons" ou "maus", mas sim se têm um uso pertinente ou não, consoante o que desejamos que eles concretizem.**

Os materiais, convenientemente seleccionados e utilizados, permitem motivar e envolver activamente os alunos, respeitando diferenças, permitindo representar concretamente ideias abstractas e dando oportunidade de descobrirem relações e formularem generalizações.

Numa actividade com materiais manipuláveis o papel do educador é crucial, deverá consistir num mediador de aprendizagem, provocando, clarificando e ajudando a reflectir, quer pela orgânica das tarefas e ligação aos materiais, quer pelos diálogos e questões a eles interligados, possibilitando a cooperação, autonomia e responsabilidade dos alunos.

Manipular materiais não significa, contudo, que a matemática aconteça por osmose; é importante que estes sejam significativos para o conhecimento e explorá-los é uma fonte importante para o conhecimento acontecer. Contudo, só as mentes das pessoas reflectindo sobre as acções poderão gerar conhecimento. Os significados que o aluno constrói são produto da sua reinvenção e das interacções com os outros perante um conteúdo de aprendizagem.

Devido ao papel preponderante que a Matemática tem na estruturação do pensamento, a sua função no quotidiano e a sua importância para futuras aprendizagens, o educador deve estar atento e consciente da atenção que deve ser dada à Matemática na Educação Infantil.

## 2. Análise dos resultados dos Calculadores Multibásicos

Conforme já foi referido anteriormente os dados recolhidos da ficha/teste sobre o material manipulativo denominado Calculadores Multibásicos foi feita no programa Excel. Após a introdução dos dados foi possível elaborar as seguintes tabelas que passamos a indicar.

Por nos parecer pertinente apresentamos em anexo 6, primeiro as tabelas com todos os resultados por turma.

Para permitir uma melhor leitura organizámos os resultados de acordo com a letra dada à turma e à respectiva educadora, por ordem alfabética – A, E, M, O, S, e T.

Utilizámos a seguinte simbologia: "V" para as respostas correctas; "X" para as respostas erradas; e "/ " para as respostas que estavam incompletas.

Os resultados obtidos em cada turma foram diferentes, conforme se pode ver no anexo 6.

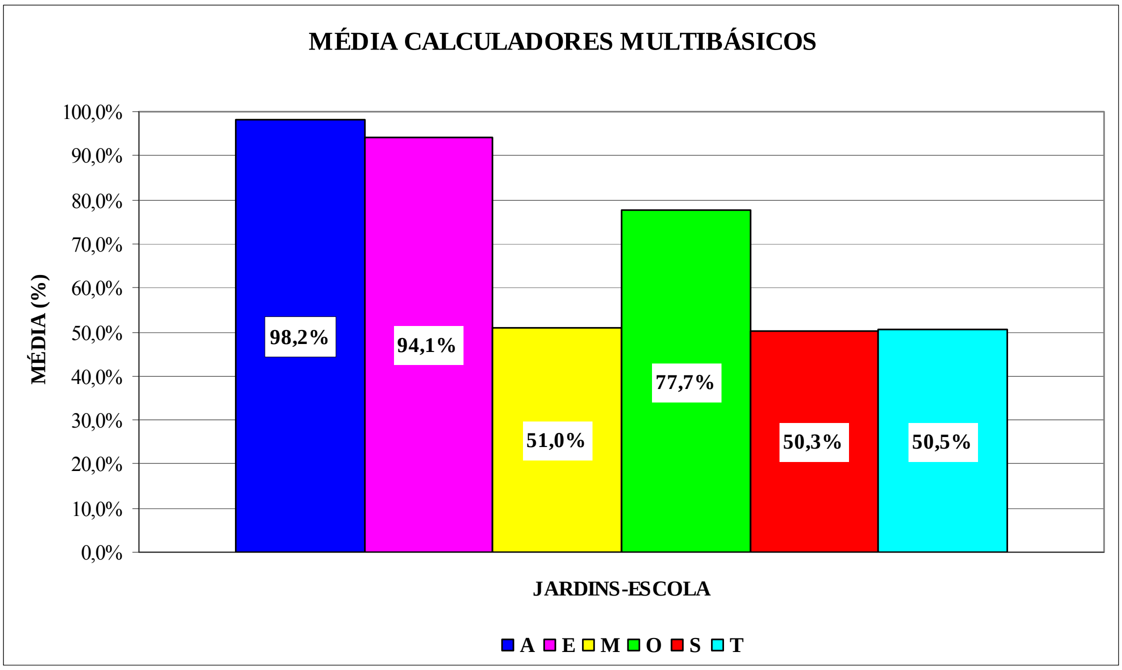
No gráfico 1 estão representadas as médias dos resultados obtidos em cada turma com os Calculadores Multibásicos.

No quadro 35 apresentamos as comparações das médias dos resultados obtidos em cada turma, assim como, as melhores e os piores resultados de cada resposta dada.

No geral, foi a turma da educadora A quem alcançou uma melhor e maior média (98,21%). A turma da educadora E apresentou resultados ligeiramente inferiores tendo obtido uma média de 94,13%.

A turma da educadora O obteve um resultado superior à média de todas turmas mas um pouco inferior às duas primeiras. As turmas das educadoras M,S e T apresentaram resultados muito semelhantes em termos de média final, respectivamente 50,97%, 50,31%, 50,49%.

**Gráfico 1: Médias dos resultados obtidos por turma com os Calculadores Multibásicos**




No quadro comparativo n.º 40 podemos observar os resultados entre as respostas mais cotadas e que tiveram os melhores resultados e as respostas menos cotadas e que revelaram piores resultados nas diversas turmas.

**Quadro 40: Comparativos das respostas no material Calculadores Multibásicos**

| Quadro comparativo | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Melhor / Pior Turma | | Média | Respostas Mais Cotadas | | | | Respostas Menos Cotadas | | | | |
| | | | Melhor | | Segunda Melhor | | Segunda Pior | | Pior | | |
| A | 98,2% | 90,0% | 1.b) | 100,0% | 3.b) | 100,0% | 2.b) | 95,8% | 4 | 93,8% |
| E | 94,1% | | 1.a) | 100,0% | 3.b) | 100,0% | 2.a) | 83,9% | 2.b) | 76,8% |
| O | 77,7% | | 1.a) | 90,0% | 3.b) | 90,0% | 2.b) | 80,0% | 4 | 20,0% |
| M | 51,0% | 50,6% | 1.a) | 90,9% | 1.b) | 81,8% | 3.a) | 34,1% | 4 | 2,3% |
| S | 50,3% | | 1.a) | 89,1% | 1.b) | 78,3% | 3.a) | 34,8% | 4 | 2,2% |
| T | 50,5% | | 1.a) | 89,7% | 1.b) | 81,0% | 3.a) | 34,5% | 4 | 5,2% |

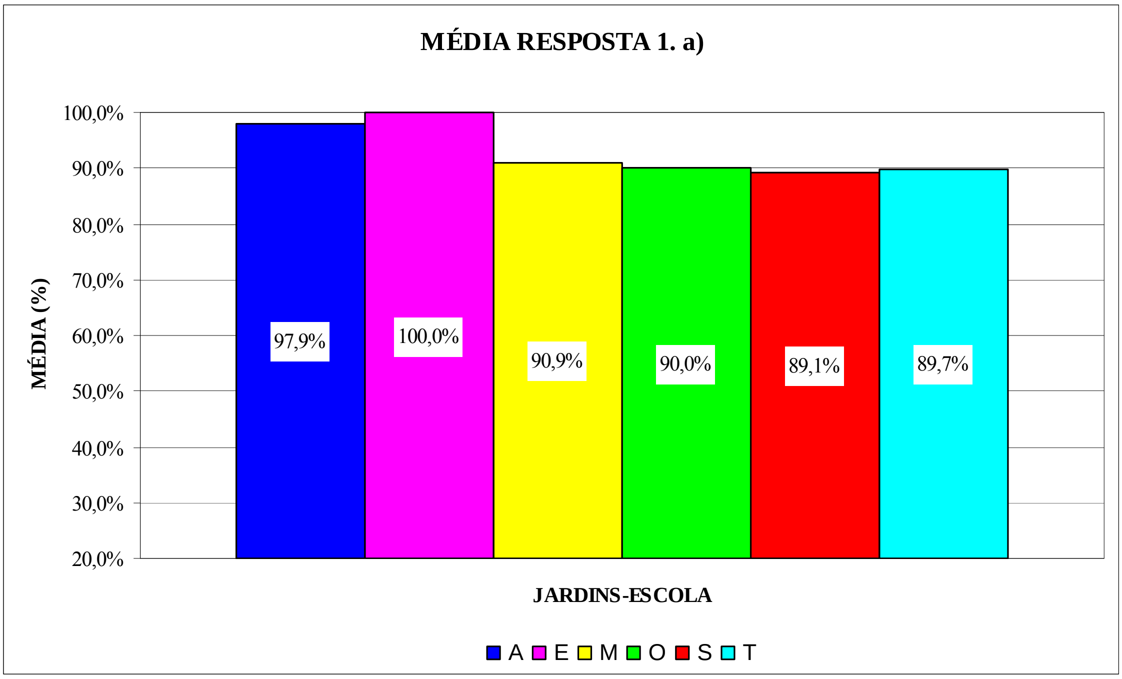
Verifica-se que a melhor média no geral (98,2 %) pertence à turma da educadora A, e que o pior resultado pertence à turma da educadora S com 50,3 %.

As perguntas mais cotadas foram as duas primeiras sendo a sua média bastante significativa em todas as escolas.

As perguntas menos cotadas correspondem à quarta questão com uma média muito baixa (2,2 %).

Conforme se pode verificar nos gráficos seguintes as médias das respostas de cada pergunta foram:

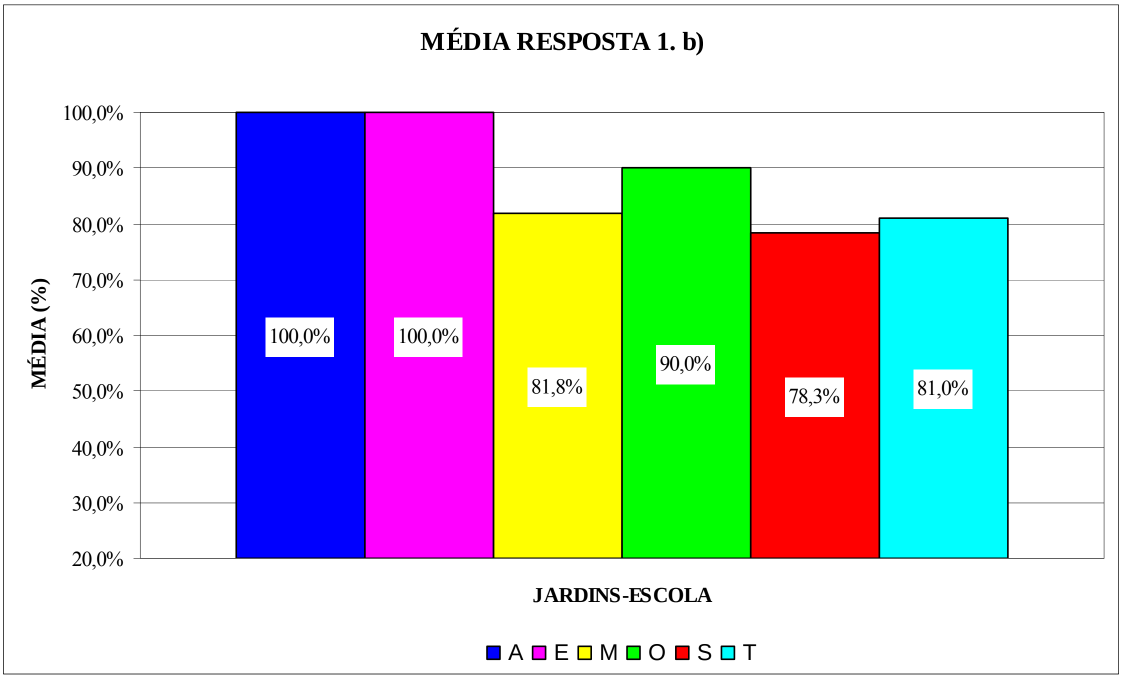
**Gráfico 2: Médias das Respostas à Pergunta 1.a)**




Na turma da educadora E todos os alunos responderam a esta questão.

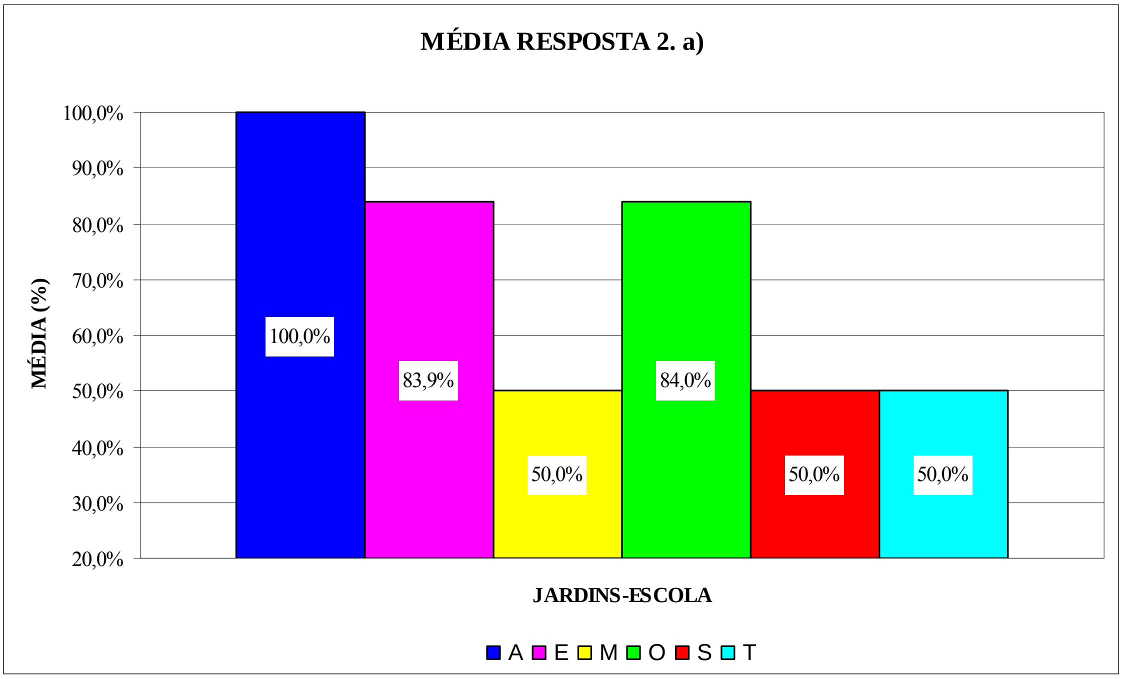
Esta pergunta foi respondida pela maioria das crianças de forma bastante significativa.

**Gráfico 3: Médias das Respostas à Pergunta 1.b)**




As turmas das educadoras A e E conseguiram um resultado de 100% nesta resposta. As restantes quatro turmas obtiveram um resultado muito semelhante , sendo que foi na turma da educadora S que se registaram os resultados mais baixos.

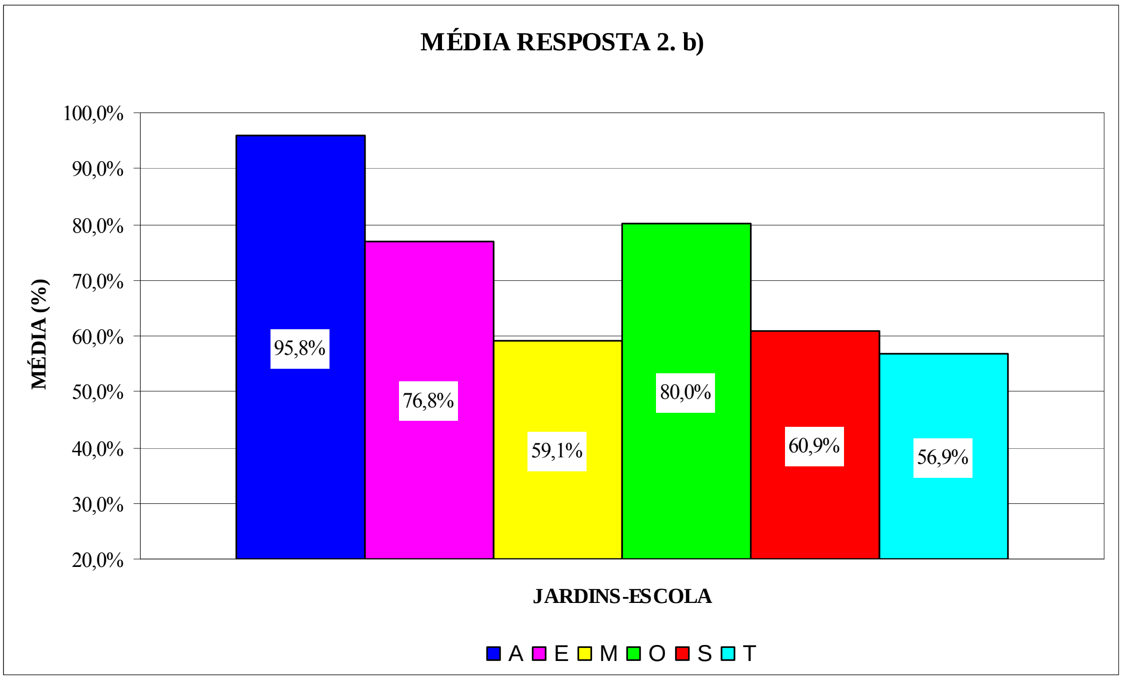
**Gráfico 4: Médias das Respostas à Pergunta 2.a)**



A turma da educadora A conseguiu um resultado de 100%. As turmas das educadoras E e O obtiveram resultados muito semelhantes respectivamente 82% e 84%, sendo nesta última que encontramos um resultado superior.

Nas restantes turmas M, S, e T, os resultados obtidos foram idênticos situando-se a média das respostas dos alunos nos 50%.

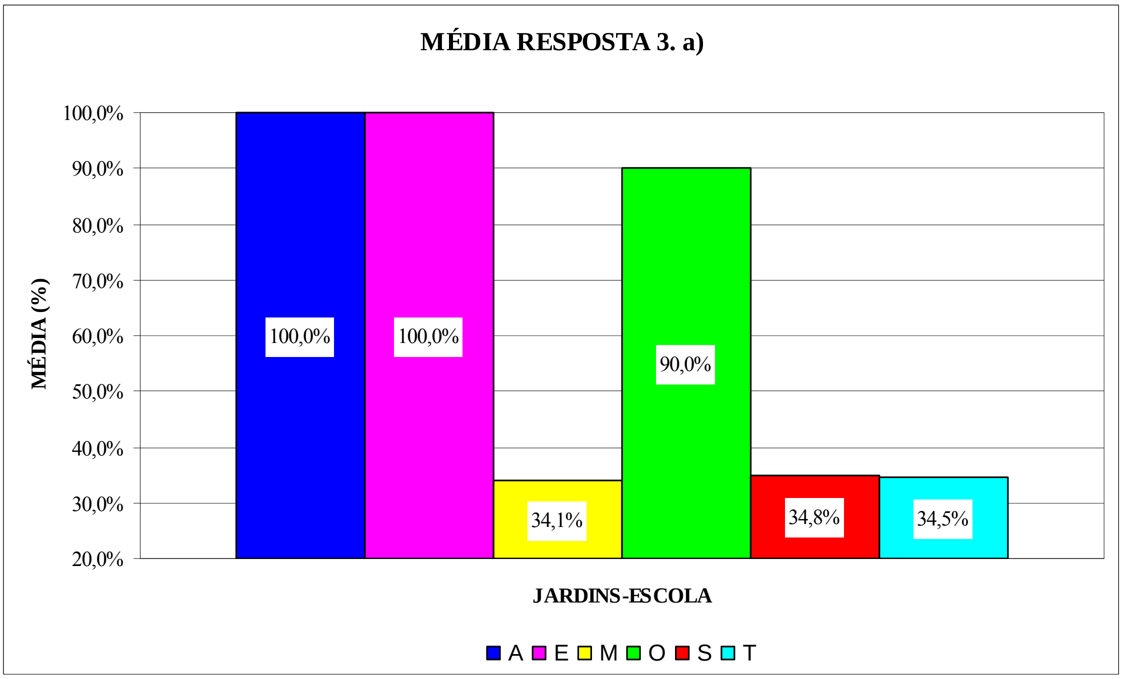
**Gráfico 5: Médias das Respostas à Pergunta 2.b)**




A maioria das crianças conseguiu responder correctamente a esta pergunta. No entanto o melhor resultado foi obtido pela turma da educadora A (95,83%) seguido da turma da educadora O (80%), e depois pela turma da educadora E com 76,8%.

O resultado mais baixo está associado à turma da Educadora T com apenas 56,90% das respostas correctas.

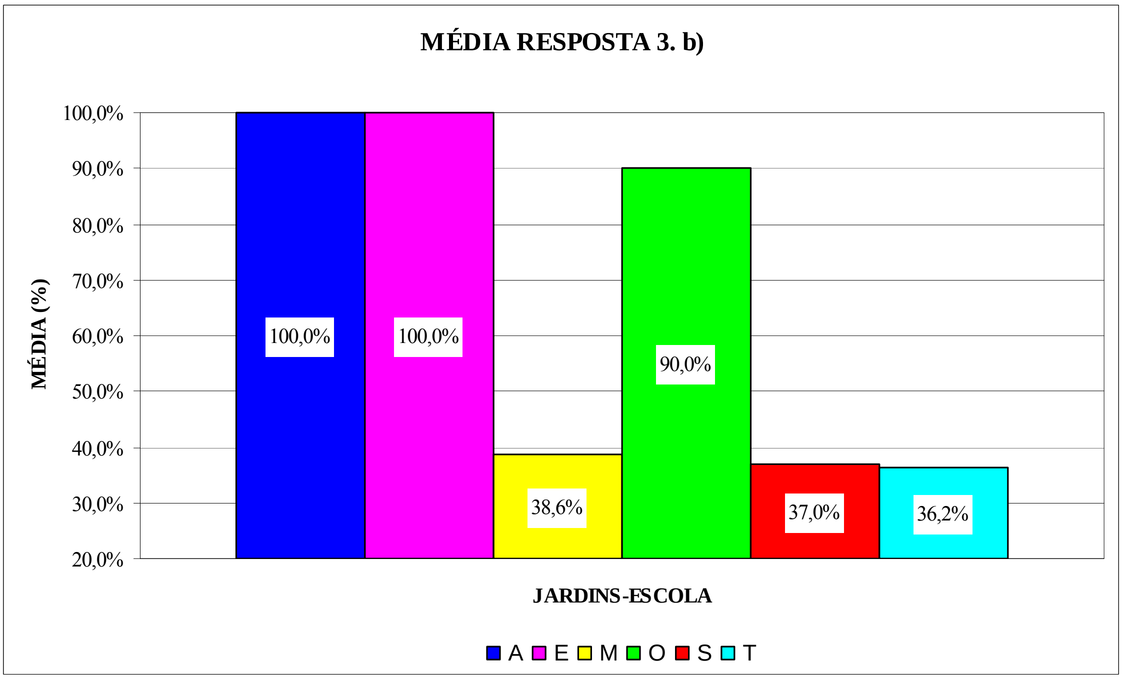
**Gráfico 6: Médias das Respostas à Pergunta 3.a)**




Nesta questão, os resultados distribuiram-se da seguinte forma: com 100% das respostas correctas as turmas das educadoras A e E. A turma da educadora O obteve 90%.

As turmas das educadoras M, S e T apresentaram resultados muito fracos, com uma percentagem de respostas correctas inferior a 35%.

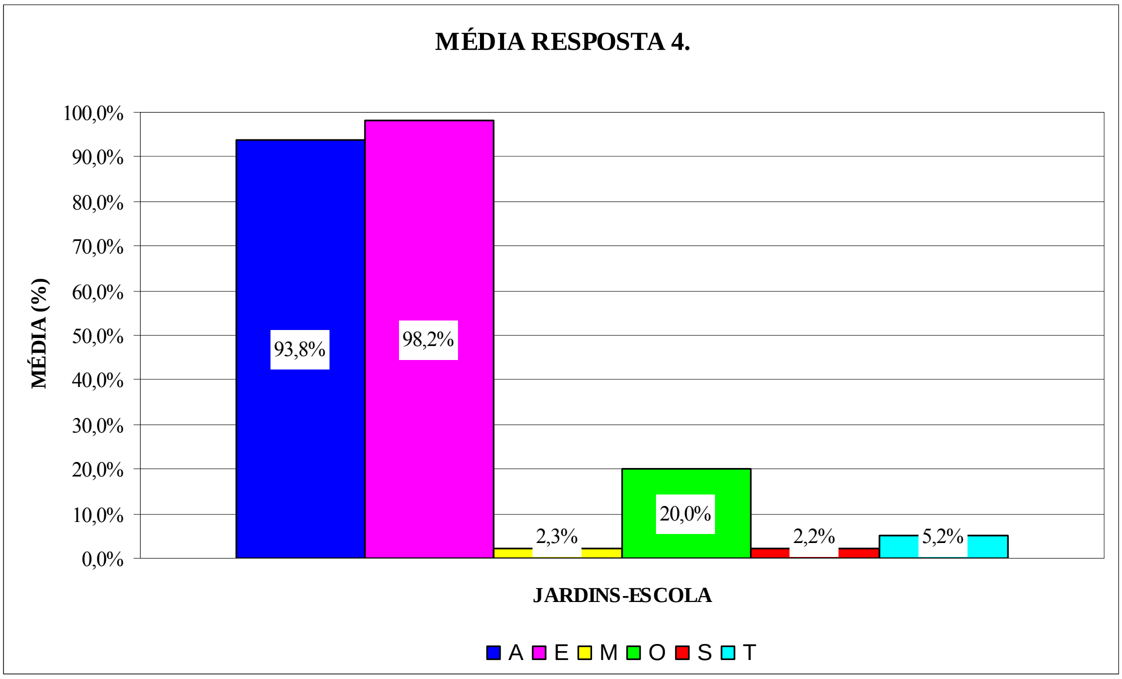
**Gráfico 7: Médias das Respostas à Pergunta 3.b)**



Nesta questão as turmas das educadoras A, E e O manifestaram não ter dificuldades na sua concretização, sendo que as duas primeiras conseguiram que todos os alunos respondessem acertadamente a esta pergunta.

As turmas das educadoras M, S e T obtiveram um resultado bastante baixo onde uma maioria significativa de crianças não conseguiu responder de forma correcta, situando-se abaixo dos 40%.

**Gráfico 8: Médias das Respostas à Pergunta 4.**

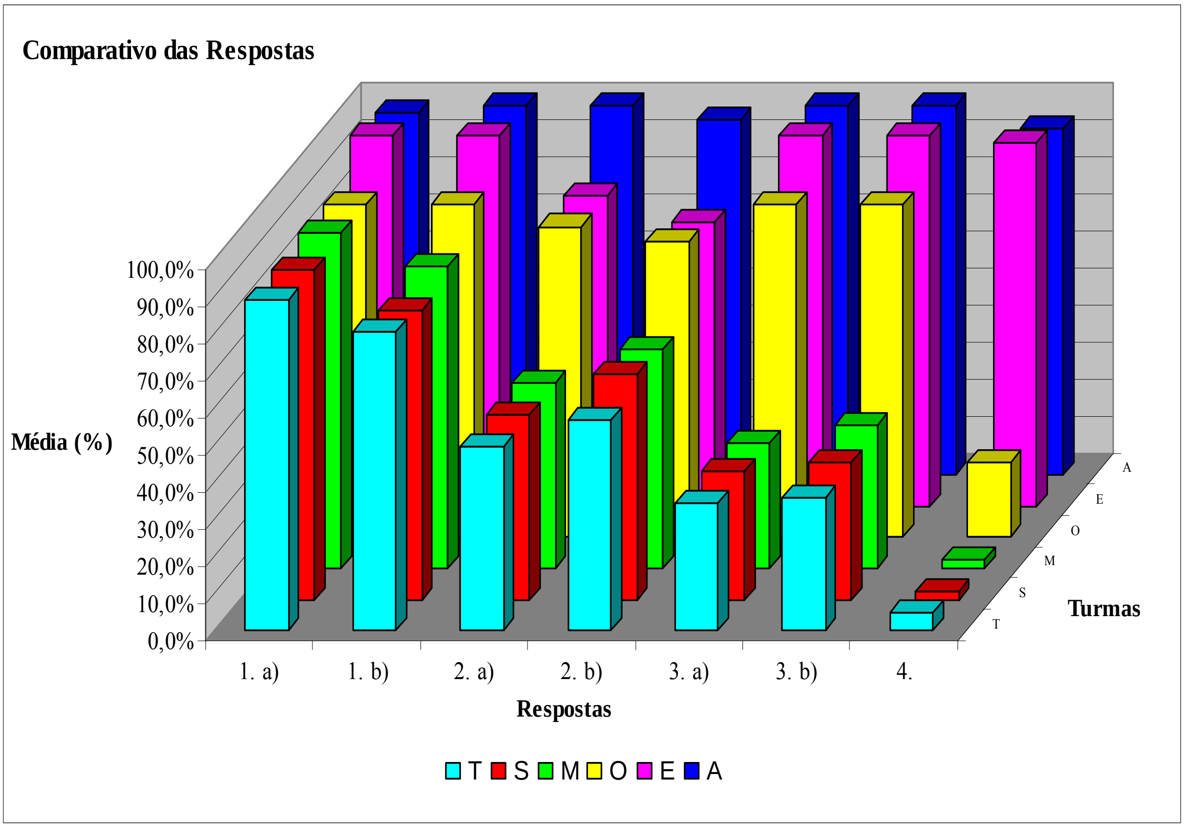



A maioria das crianças das turmas M, O, S, e T apresentaram grandes dificuldades em responder a esta questão, a turma O apresentou um resultado de 20% e as restantes turmas abaixo de 6%.

As crianças das turmas A e E conseguiram atingir resultados bastante positivos, respectivamente 93,75% e 98,08%. Foi nesta questão que encontrámos uma diferença mais significativa.

O gráfico seguinte mostra-nos uma visão global de todas as respostas dadas pelos alunos das diversas turmas no material Calculadores Multibásicos.

**Gráfico 9: Comparativo das Médias de todas as Respostas.**




Neste gráfico podemos observar o resultado global de todas as turmas, perante as perguntas realizadas e as respectivas respostas.

## 3. Análise dos resultados do material Cuisenaire

Conforme já foi referido anteriormente os dados recolhidos da ficha/teste sobre o material manipulativo denominado Cuisenaire foi feita no programa Excel. Após a introdução dos dados foi possível elaborar as seguintes tabelas que passamos a indicar.

Por nos parecer pertinente apresentamos em anexo 7 as tabelas com todos os resultados por turma. Para permitir uma melhor leitura organizámos de acordo com a respectiva letra da educadora e por ordem alfabética – A, E, M, O, S, e T. Utilizámos a seguinte simbologia: “V” para as respostas correctas; “X” para as respostas erradas; e “/ “ para as respostas que estavam incompletas, conforme se pode ver no anexo 8.

Conforme se pode verificar no quadro 41 a turma da educadora E obteve no geral do teste de diagnóstico a melhor classificação do total das seis turmas ( 95,9%), e a turma da educadora T alcançou no geral a pior média das seis turmas (34,3%).

**Quadro 41: Comparativos das respostas no material Cuisenaire**

| Quadro comparativo | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Melhor / Pior Turma | | Média | Respostas Mais Cotadas | | | | Respostas Menos Cotadas | | | |
| | | | Melhor | | Segunda Melhor | | Segunda Pior | | Pior | |
| A | 91,7% | 92,2% | 1. | 98% | 5. | 95,8% | 1.1. | 89,6% | 1.1. | 89,6% |
| E | 95,9% | | 3. | 100% | 5. | 98,3% | 4. | 93,1% | 2. | 86,2% |
| O | 88,9% | | 1. | 98,2% | 5. | 98,2% | 1.2. | 87,0% | 2. | 70,4% |
| M | 37,3% | 35,7% | 1. | 92,0% | 4. | 74,0% | 1.1. | 0,0% | 1.1 | 0,0% |
| S | 35,6% | | 1. | 90,5% | 4. | 71,4% | 1.1. | 0,0% | 1.1 | 0,0% |
| T | 34,3% | | 1. | 82,8% | 4. | 72,4% | 1.1. | 0,0% | 1.1 | 0,0% |

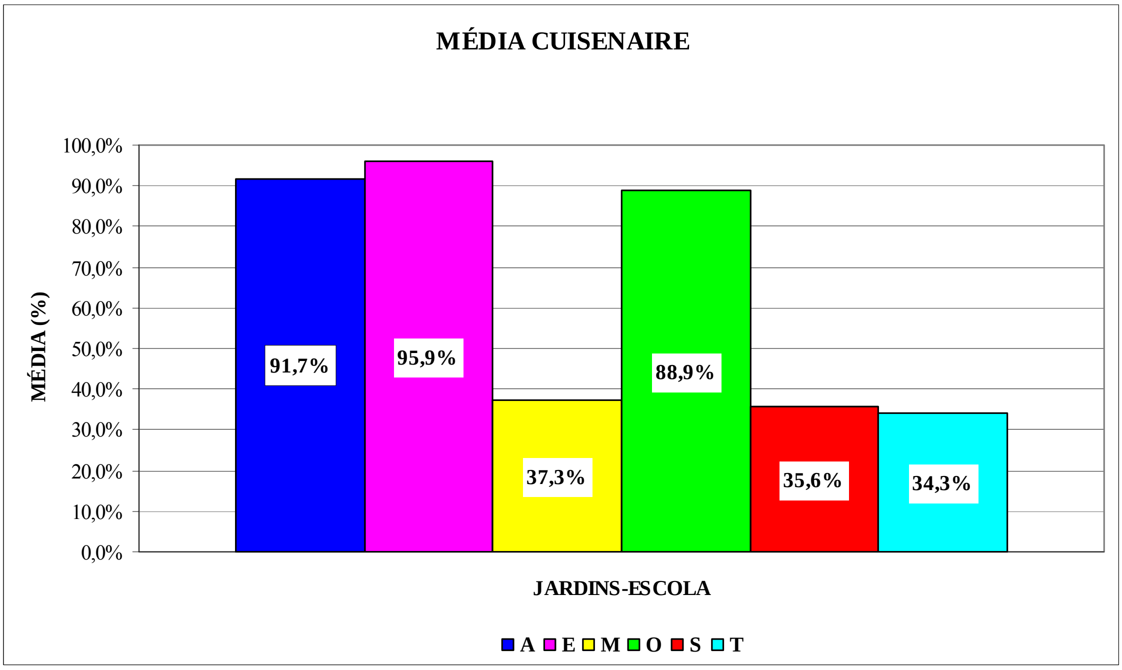
Nas perguntas 1, 3, 5 e 4 foi possível obter-se resultados que são significativamente positivos em todas as turmas. Sendo na questão 1 que os mesmos atingem os valores mais próximos.

Podemos encontrar também nas perguntas 4 e 5, resultados acima da média nas seis turma, apesar de haver uma ligeira diferença entre os dois grupos A,E e O e M,S, eT.

Nenhuma das crianças pertencentes às turmas M, S, e T conseguiram responder às perguntas 1.1. e 1.2.

No gráfico 10 podemos observar a média geral das turmas em estudo.

**Gráfico 10: Médias dos resultados obtidos por turma com o Cuisenaire**

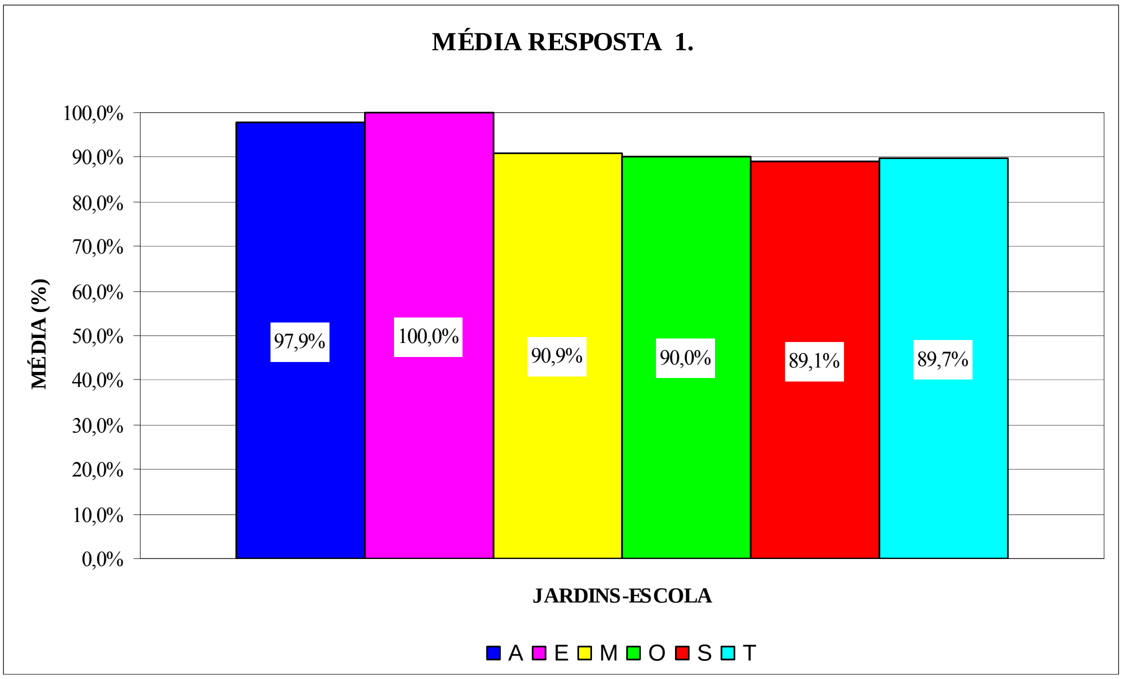



A média das seis turmas revela a existência clara de dois grupos distintos. Um grupo indica-nos que as turmas A, E, e O revelam ter um nível muito idêntico no seu aproveitamento.

As restantes três turmas, M, S, e T formam um outro grupo com médias muito semelhantes e próximas.

Na questão 1 era pedido que completassem uma sequência – escada – por ordem crescente e que colocassem o valor de cada uma das peças. Esta tarefa foi conseguida por uma maioria muito significativa de crianças. Conforme se pode ver no gráfico seguinte.

**Gráfico 11: Médias das Respostas à Pergunta 1.**




Na questão 1.1. era pedido às crianças que identificassem quais eram os números pares e os ímpares. Nas turmas A, E, e O a maioria das crianças soube identificar de forma correcta. Nas restantes turmas M, S, e T não houve respostas, nem certas nem erradas, as crianças não sabiam responder mesmo.

**Gráfico 12: Médias das Respostas à Pergunta 1.1.**

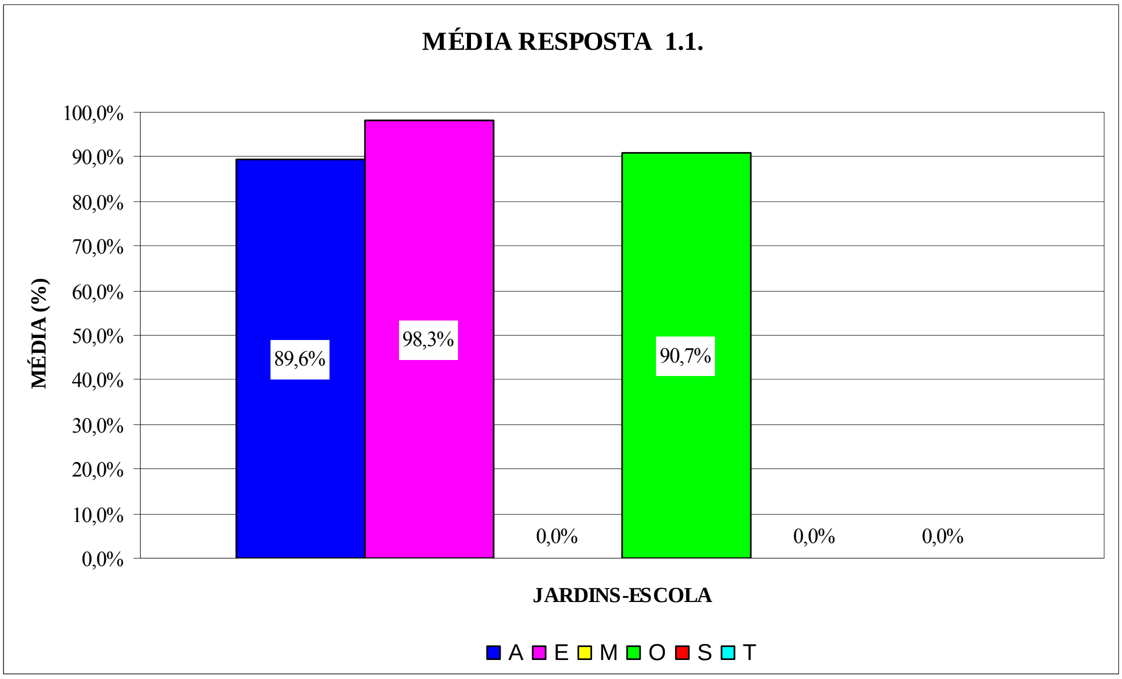
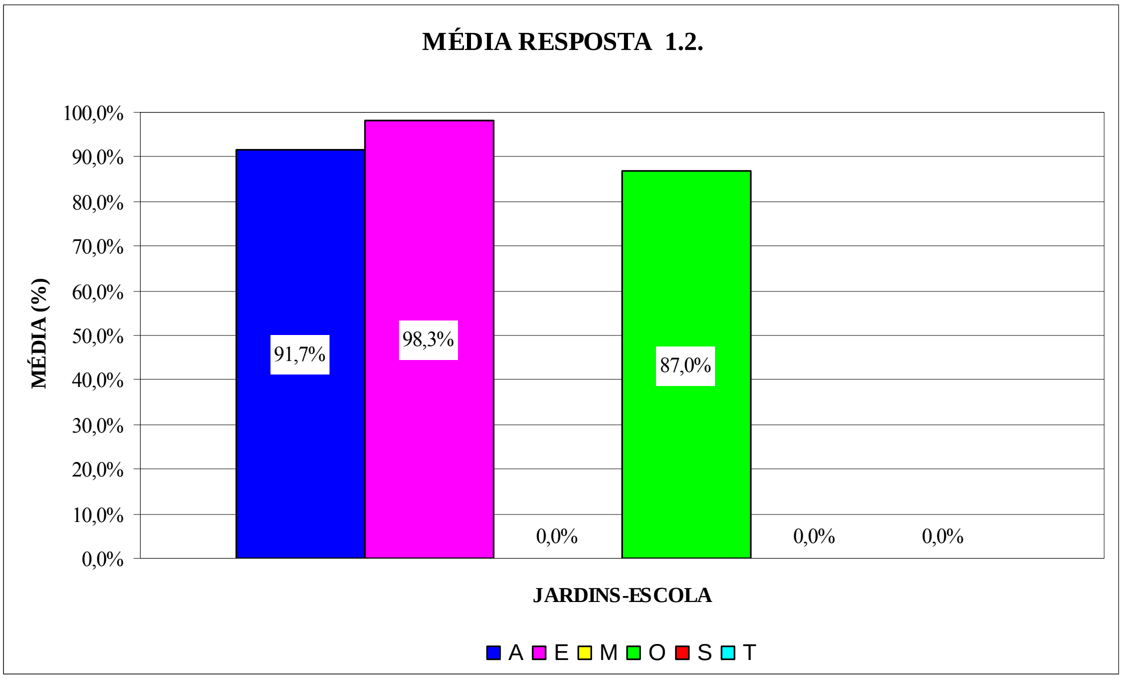
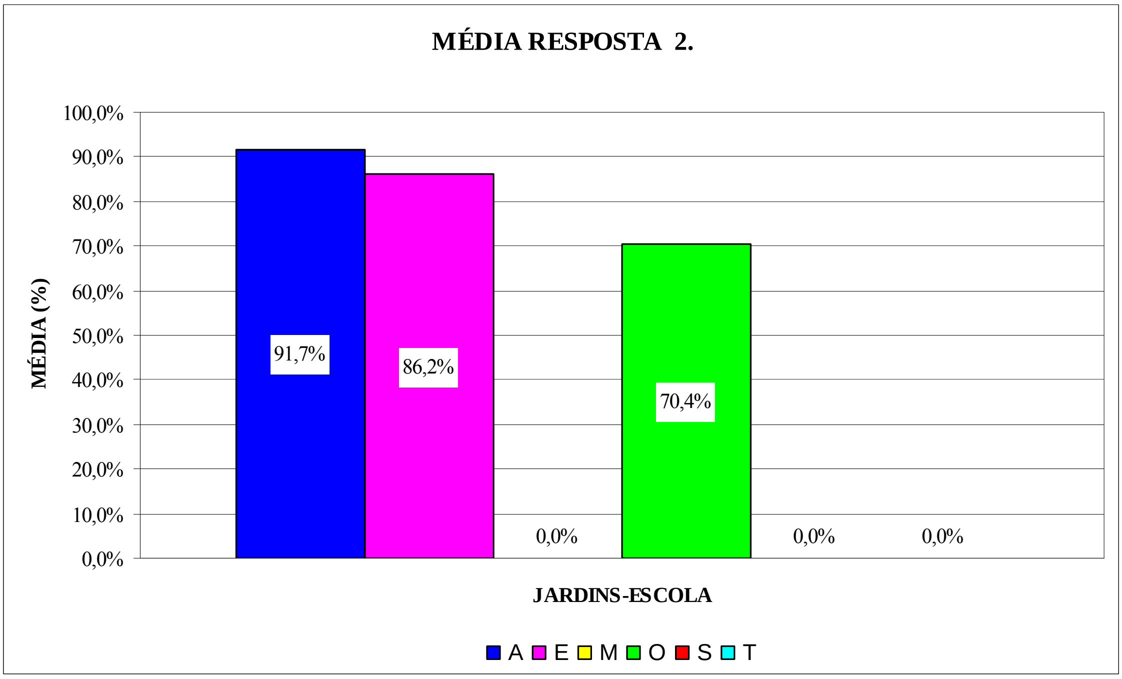



**Gráfico 13: Médias das Respostas à Pergunta 1.2.**




Na questão 2 era pedido que representassem com as peças do material o número 21. Mais uma vez podemos verificar que os resultados são muito semelhantes nas turmas A, E, e O, e nulos nas outras três turmas.

**Gráfico 14: Médias das Respostas à Pergunta 2.**



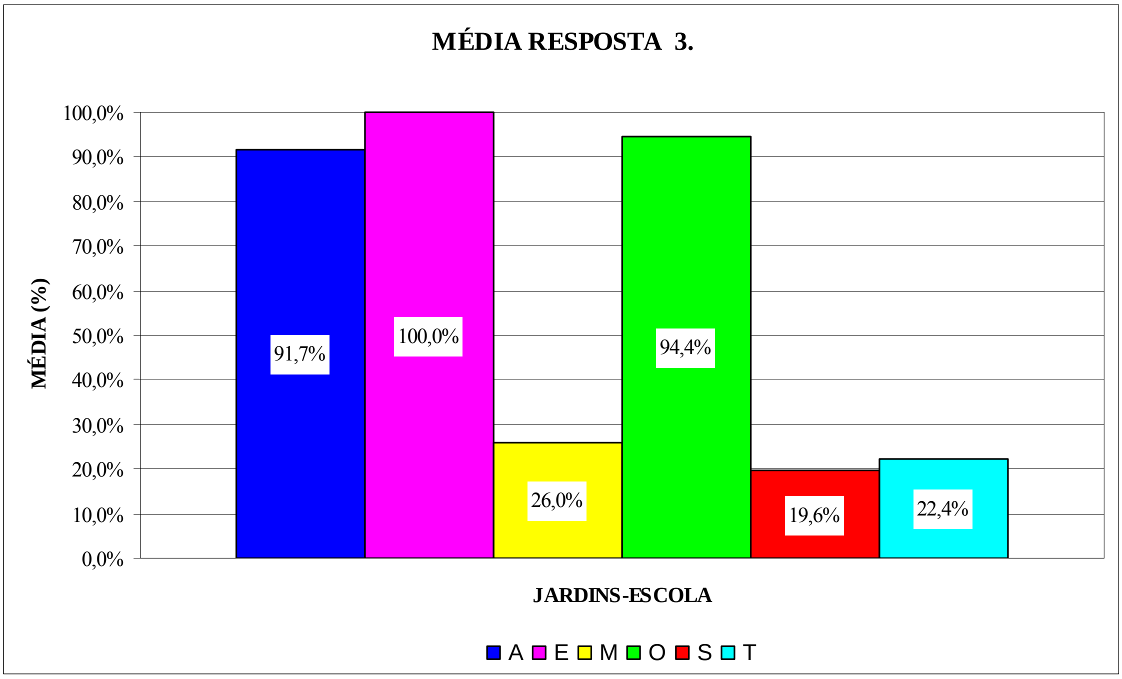

Na questão 3 pretendia-se verificar se a criança entendia o conceito de quantidade com a peça laranja – corresponde a 10 unidades – e, se o sabia decompor de maneiras diferentes.

As respostas obtidas foram bastantes diferentes como se pode verificar pelo valor das médias das seis turmas. Nas três turmas com resultados menos positivos M, S,e T as crianças revelaram entender o conceito mas não sabiam aplicar com o material em causa.

MENÚ SALIR

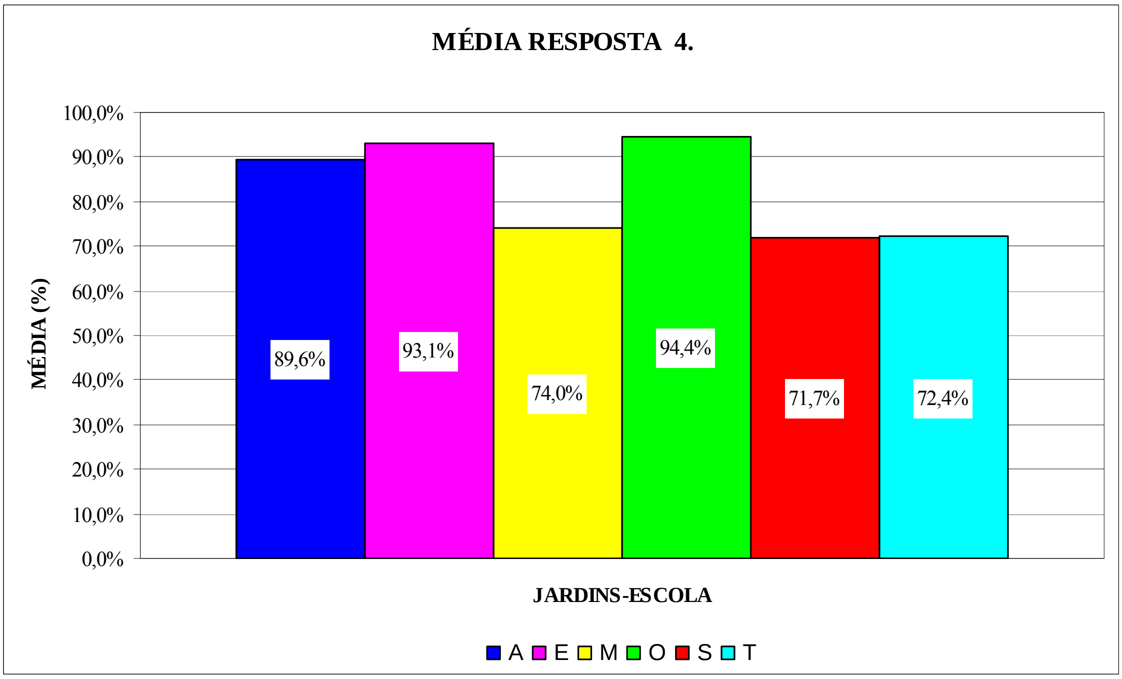


**Gráfico 15: Médias das Respostas à Pergunta 3.**



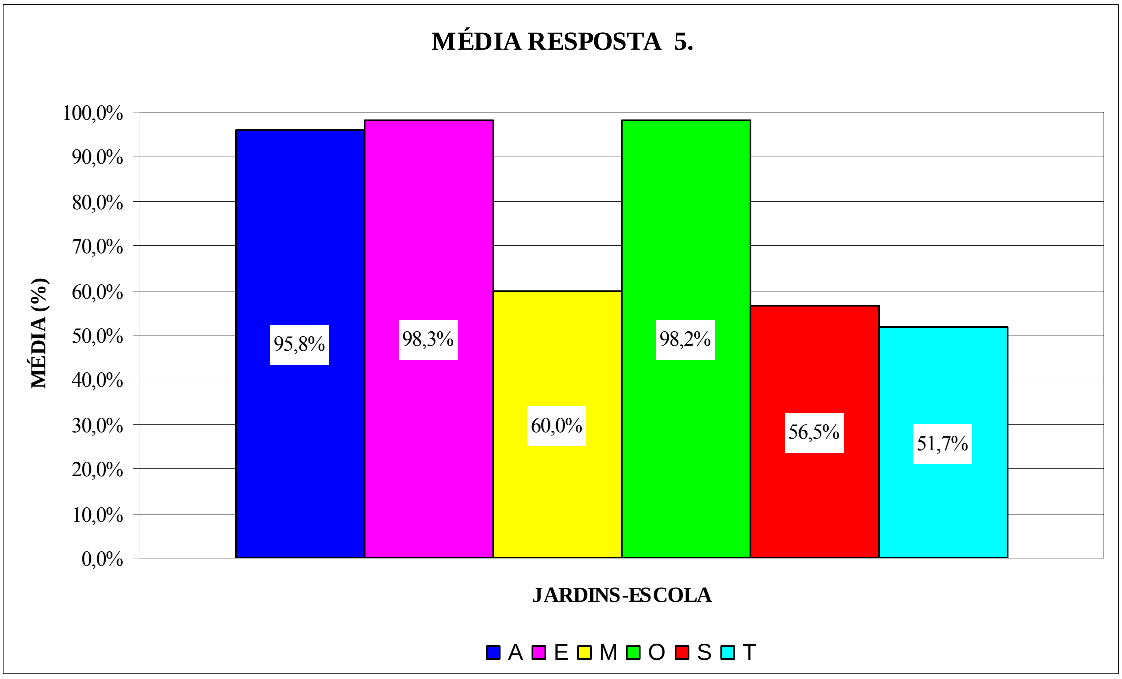

Na questão 4 revelaram ter interiorizado o conceito de maior, igual e e menor e souberam-no aplicar. No entanto, as crianças das turmas M, S. e T não dominavam de forma correcta a representação gráfica da simbologia. Na oralidade responderam correctamente.

**Gráfico 16: Médias das Respostas à Pergunta 4.**



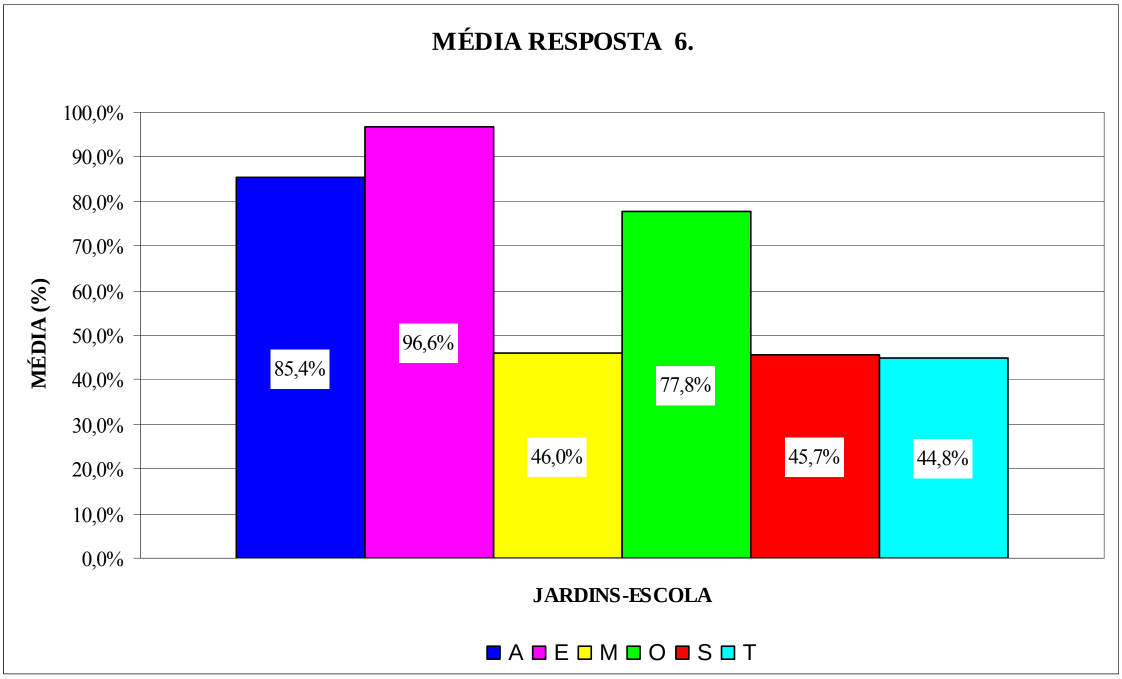

No cálculo mental e na resolução da situação problemática os alunos não revelaram ter dificuldades. As dificuldades encontradas dizem respeito à representação escrita da mesma, onde não dominavam o algoritmo da adição ( 2+8). As crianças das turmas M, S, e T foram muito rápidas nas respostas que deram revelando facilidade em responder. Mais uma vez não sabiam concretizar no papel.

**Gráfico 17: Médias das Respostas à Pergunta 5.**



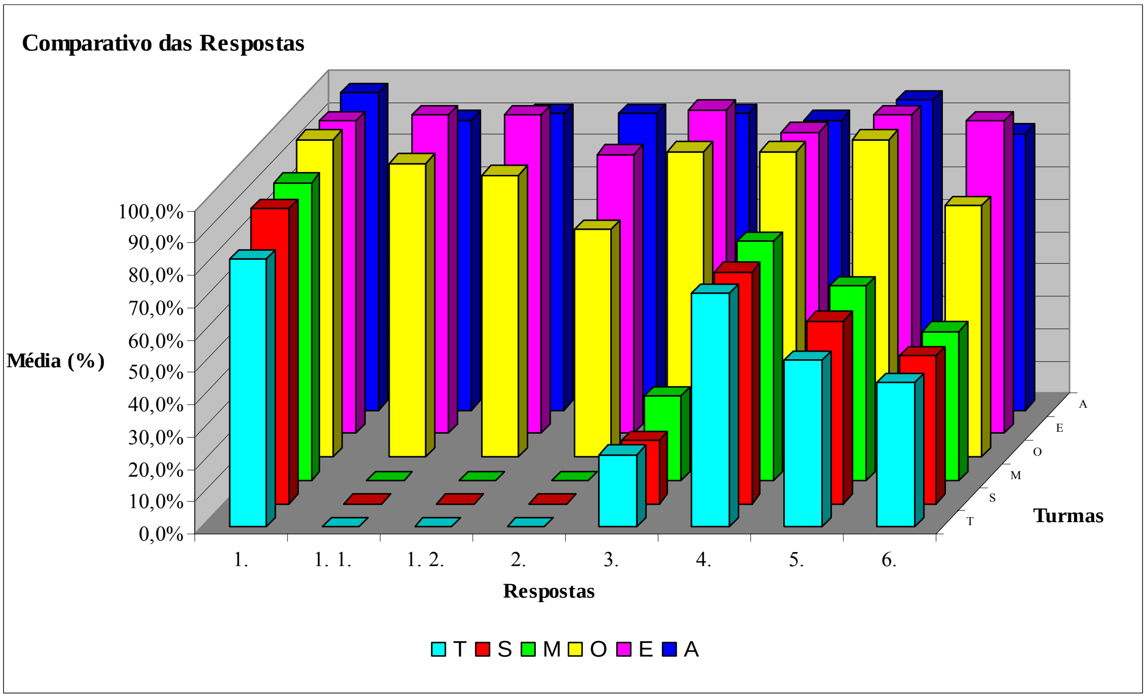

Na situação que dizia respeito a uma subtracção (10-5) encontrámos uma diminuação na média geral das seis turmas, sendo esta mais acentuada nas turmas das crianças M,S,eT quer a nível de cálculo quer na representação do algoritmo.

**Gráfico 18: Médias das Respostas à Pergunta 6.**




O gráfico 19 mostra-nos uma visão global de todas as respostas dadas pelos alunos das diversas turmas, com o material Cuisenaire.

**Gráfico 19: Comparativo das Médias de todas as Respostas dadas.**



## 4. Breves exemplos de situações com os materiais que ocorreram durante a realização dos testes com as crianças da turma O

Em virtude da enorme quantidade de material recolhido para a realização deste trabalho seleccionámos alguns exemplos demonstrativos do mesmo, durante a realização dos testes de diagnóstico com as crianças da Turma O. O restante material será colocado em anexo em suporte informático.

**O19**

O aluno apresenta dificuldades no terceiro exercício. Nesta aplicação desenhou as peças dos calculadores multibásicos à esquerda, ou seja, desenha as peças amarelas das unidades no furo das dezenas de milhar, mas ao analisar o exercício número quatro observamos que o aluno desenhou as peças no furo correcto, e se tivermos em conta que nos dois primeiros exercícios está tudo correcto podemos concluir que o exercício número três está incorrecto por distracção.

De salientar que falta o desenho das peças na placa do resultado do quarto exercício.

**O22**

O aluno representou correctamente todas as peças dos calculadores multibásicos. Não mostra dificuldade na ordenação das peças colocando-as na ordem correcta.

Apesar de não ter erros a nível de representação de peças o aluno errou no quarto exercício: não representou a diferença da operação na placa do resultado. De assinalar que neste exercício o aluno representou a operação 36-6 da seguinte forma: 36+6, dando como resposta: 15 lápis.

Tendo em conta que os exercícios anteriores estão correctos concluímos que o aluno ainda mostra dificuldades na resolução de operações que possuam valores na casa das dezenas.

**O5**

O aluno apresenta dificuldades na escrita dos números no primeiro exercício, escrevendo-os ao contrário (por exemplo:ε). No segundo exercício o aluno erra a alinha “a” mas realiza correctamente a alinha “b”, o que nos pressupõe que o aluno respondeu incorrectamente à primeira alinha do exercício por distracção.

No terceiro exercício o aluno representa bem os dados da operação mas a placa do resultado está incorrecta, quer a nível de cálculo quer a nível de representação das peças. O mesmo acontece no último exercício o que nos leva a concluir que o aluno consegue representar correctamente os valores dados no problema mas demonstra dificuldades na resolução dos mesmos. Muito provavelmente o aluno ainda não assimilou os mecanismos da subtracção e da adição, como é possível observar no exercício número quatro em que o aluno representa:

36-6= 23, ou no terceiro exercício em que escreve as parcelas mas não coloca o resultado: 2+6=__.

**O28**
O aluno não mostra dificuldades nos três primeiros exercícios, efectuando-os correctamente. No quarto exercício o aluno apresenta dificuldades: desenha 17 peças amarelas na primeira placa e seis na segunda placa, tendo o resultado 22 peças amarelas. Julgamos que o aluno na primeira placa queria representar os 36 lápis, indicados no problema, só no furo das peças amarelas, o mesmo acontece na placa do resultado. Observamos que o aluno tem dificuldades na resolução de problemas em que tenha de utilizar as peças verdes, ou seja, as dezenas. Concluímos que o aluno ainda não assimilou correctamente o funcionamento dos calculadores multibásicos, pois limita-se a representar os dados da operação no furo das unidades.

**O29**
O aluno errou na representação das peças verdes da alinha "a" do segundo exercício, mas visto que foi o único erro que deu no exercício julgamos ter sido distracção.
No exercício número quatro o aluno apresenta as mesmas dificuldades que o seu colega anterior, ou seja, representa, ou tenta representar, todos os dados da situação problemática com peças amarelas. As conclusões que retiramos são idênticas: o aluno ainda não assimilou correctamente o funcionamento dos calculadores multibásicos, pois limita-se a representar os dados da operação no furo das unidades.

**O12**
O aluno revela que percebe o mecanismo dos calculadores multibásicos. As peças estão todas bem representadas, o único erro que apresenta é no quarto exercício em que não desenha as peças da placa do resultado e a operação da situação problemática está incorrecta. Concluímos que o aluno apesar de já conseguir representar nos calculadores multibásicos as dezenas, apresenta dificuldades na resolução das operações.

**O13**
O aluno resolveu os primeiros três exercícios sem erros. No quarto exercício o aluno representou correctamente as peças mas observa-se que só representa as peças na placa do resultado depois após a resolução da operação, visto que a resolveu mal, o resultado na placa não está correcto. Se o aluno tivesse realizado a resolução através dos calculadores, muito provavelmente, teria obtido o resultado correcto.
Neste caso não conseguimos perceber qual a principal dificuldade do aluno, visto que conseguiu representar bem os dados da operação nas placas mas em seguida precisou de ir

realizar a operação para encontrar o resultado, não optando pela contagem das peças que desenhou.

**O26**

O aluno não apresenta dificuldades na representação das peças. No último exercício o aluno não efectua correctamente a operação apesar de estar bem representados os dados nas placas.Concluímos que o aluno percebe os mecanismos da representação dos dados nas placas mas revela dificuldades na resolução dos mesmos. O caso é semelhante ao anterior, ou seja, aparentemente o aluno resolveu primeiro a operação e só depois representou o resultado na respectiva placa.

**O8**

O aluno revelou dificuldades na resolução do último exercício. O caso é semelhante aos anteriores, os dados estão representados correctamente na placa mas o resultado está errado. Concluímos que o aluno, apesar de perceber os mecanismos do cuisenaire, ainda não consegue resolver as situações problemáticas.

**O10**

O aluno no terceiro e no quarto exercício representou correctamente os dados da situação problemática, mas o resultado está mal representado na respectiva placa. No terceiro exercício o aluno representa na placa do resultado 62000 (alinha "a") e 62 (alinha "b"). Nesta situação o aluno não somou as peças, voltou a representar as duas torres na placa do resultado. Quando o aluno passou a situação problemática para a representação numérica resolveu-a correctamente.

No quarto exercício o aluno apresenta os dados do exercício bem representados na placa mas o resultado está errado.

Concluímos que o aluno não consegue efectuar operações no cuisenaire e demonstra dificuldades na realização de operações com dezenas.

**O23**

O aluno resolveu incorrectamente o quarto exercício. Representou, na primeira placa, 16 peças amarelas em vez de três peças verdes e seis amarelas o que nos leva a crer que o aluno quereria representar o número 36 só com peças amarelas. A segunda placa está correcta. A placa do resultado tem novamente 16 peças amarelas. Concluímos que o aluno não percebe os mecanismos dos calculadores nem consegue resolver operações, visto que, na operação colocou: 36+6=11 em vez de 36-6=30, mostrando que não consegue resolver situações problemáticas que sejam um pouco mais complicadas.

**O17**

O aluno deu erros nos primeiros dois exercícios que supomos ser por distracção.

O terceiro exercício foi resolvido com sucesso, o mesmo não ocorre no quarto exercício. Neste exercício o aluno representa mal os dados nas placas (excepto na segunda) e resolve mal a operação por representação numérica o que nos leva à conclusão de que o aluno demonstra dificuldades quando o grau de dificuldade dos exercícios aumenta.

**O16**
O aluno revelou dificuldades no último exercício. Apesar de representar bem os dados da situação problemática nas placas, o resultado está mal e a resolução da operação está igualmente errada. Curioso de observar que o aluno representa bem os valores nas placas mas depois ao representar numericamente o exercício errou, ou seja, na placa representa os valores 36 e 6 mas na operação coloca 13 e 6. Concluímos que o aluno apesar de conseguir representar bem os dados do problema nas placas, mostra dificuldades na resolução da operação.

**O14**
O aluno ainda apresenta algumas dificuldades na escrita dos números. No último exercício o aluno errou o resultado do exercício mas julgamos ter sido por distracção.

**O9**
O aluno nos dois últimos exercícios apresenta correctamente os dados nas placas mas não os consegue resolver o problema através do material. No último exercício não foi capaz de resolver nem nos calculadores nem na resolução escrita da operação o que revela alguma dificuldade na resolução de exercícios com um grau de dificuldade superior.

**O2**
O aluno representa correctamente os dados da situação problemática nas placas mas no último exercício o aluno não conseguiu resolver o exercício quer através do material quer através da representação numérica denotando assim que também possui dificuldades quando surge um exercício mais complicado.

**O27**
O aluno não realizou os dois primeiros exercícios. De assinalar que foi o primeiro aluno que conseguiu resolver correctamente o último exercício o que nos leva a concluir que este aluno mostra que o aluno percebe os mecanismos das operações e dos calculadores multibasicos.

**O20**
O aluno mostra dificuldades no último exercício a todos os níveis, ou seja, tenta representar os 36 lápis com 36 peças amarelas (só desenhou 16) e na placa do resultado representa 17 peças amarelas. Visto que na segunda placa desenhou 6 peças amarelas concluímos que o aluno mostra dificuldades no funcionamento com o material e na realização de situações problemática com grau de dificuldade superior.

**O11**
O aluno mostrou dificuldades na realização do último exercício. Apesar de os dados da situação problemática estarem bem representados, o cálculo da operação está incorrecto.

**O25**
O aluno representou os dados do problema no furo errado. Apesar deste erro e analisando a proposta de trabalho no seu todo concluímos que se tratou de distracção pois o aluno mostra facilidade na resolução dos problemas.

**O21**
O aluno mostra muitas dificuldades na resolução dos dois últimos exercícios. Concluímos que o aluno ainda não assimilou os mecanismos dos calculadores multibasicos e das operações.

**O6**
O aluno não realizou a alinha b) do exercício dois. O último exercício tem uma resolução errada apesar de os dados estarem bem representado nas placas. A aluna revela dificuldades em exercícios mais difíceis.

**O18**
O aluno não concluiu na totalidade o segundo exercício que consideramos não ter sido por dificuldade mas sim por distracção. O quarto exercício não está correcto pelo que o aluno mostrou muitas dificuldades a todos os níveis, quer na representação das peças, quer na resolução do exercício.

**O24**
O aluno apresenta um bom domínio no funcionamento dos materiais. No exercício número três apresenta um erro que, ao analisarmos a proposta de trabalho, concluirmos ter sido por distracção. As operações estão todas correctas.

**O15**
O aluno mostra boa capacidade de resolver as operações, mas o mesmo não se verifica na utilização do material. O aluno mostra que ainda não compreendeu o mecanismo dos calculadores multibásicos.

## 4.1. Breves inferências destas descrições

Um aspecto que consideramos preocupante é o de os alunos no último exercício não colocarem o sinal de subtracção, ou seja, mesmo sabendo e percebendo que era uma subtracção colocam na operação o sinal de soma apesar de realizarem uma subtracção. Só três alunos colocaram o sinal correcto.

Outro aspecto de realce, e observado em várias testes, foi alguns alunos a representarem (no exercício 4) 16 em vez de 36 e sempre com peças amarelas.

No seu geral os alunos parecem perceber o mecanismo dos calculadores multibásicos mas quando há uma situação problemática com dezenas as dificuldades são evidentes, poucos foram os alunos que conseguiram representar correctamente o quarto exercício.

De facto este exercício foi o que mais dificuldade causou aos alunos visto que tinha um grau de dificuldade superior aos restantes existentes na proposta de trabalho.

## 5. Observações realizadas na turma A com os Calculadores Multibásicos

A análise observacional foi realizada em todas as escolas ao longo das várias sessões com um diário de campo. Extraiu-se a segunda sessão, na turma da educadora A, como exemplificação duma aula deste material e fizeram-se as seguintes inferências:

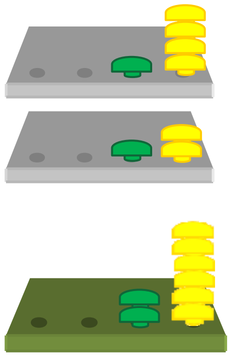
| Horas | Observação - 5 de Dezembro de 2007 | Inferências |
|---|---|---|
| 9h45/<br>10h | A Educadora A deu início à aula dizendo aos alunos:<br>- Educadora A: Vamos abrir a caixa pegar na tampa com as duas mãos, com cuidado para não cair ao chão, tirar as três placas e colocá-las juntas tal e qual como a A tem no quadro. As que tiverem cor mais parecida ficam juntas e a que tem cor diferente fica separada. Caso não tenham as três placas da maneira como eu tenho ali no quadro as minhas, vocês escolhem duas quaisquer e põem.<br>De seguida contou uma história.<br>- Educadora A: Então agora vamos começar: Olha, vocês sabem uma coisa? Quando a avó da A13 deu aquela planta para a nossa sala? Lembram-se quando é que isso foi? Eu falei com a avó da A13, é verdade; e descobri que tenho uma coisa em comum com ela, uma coisa que gostamos as duas: eu adoro a jardinagem e a avó da A13, pelos vistos, também. Não é verdade A13? Eu estive a falar com ela e esteve-me a contar algumas peripécias. E esteve-me a contar que plantou lá em casa… vou pedir ajuda, pode ser ao A15 que já sabe contar, que me ajude a contar as plantinhas amarelas que ela plantou aqui. Neste vaso que é o vaso… A15 vais ali buscar o vaso. De que cor?<br>A15: Amarelo.<br>Educadora A: Vai lá buscar. Vamos por aqui o vaso no sítio, vamos por aqui todas aquelas que ela plantou.<br>Educadora A: Plantou quantas, A15?<br>A15: Quatro.<br>Educadora A: E vais ali buscar o algarismo e colocar ali no outro quadro. Pode | Educadora A faz uma representação no quadro de acordo com a história onde colocou as flores amarelas. |

| | | |
|---|---|---|
| | ser? Que neste já não temos espaço. Quatro amarelas, não te esqueças. Olhem vamos por nós também… Temos aqui umas placas muito engraçadas… só não têm flores, mas temos o quê A9?<br>A9: Peças.<br>Educadora A: Peças… E são peças com cores diferentes! E quantas peças vamos por na placa mais longe, A12?<br>A12: *Quatro*.<br>Educadora A: Muito bem!<br>Vai-me dizer a A21 quantas florzinhas verdes?<br>A21: *Uma*.<br>Educadora A: Muito bem! Agora vou fazer uma pergunta difícil. Quem souber responder põe o bracinho no ar. (Podes ir ao quadro colocar o algarismo – indicação para a A21). A16, já colocaram *uma*? Têm que colocar *uma* que é o que têm lá. Deixa ver se todos colocaram. Lindos, muito bem! O algarismo dela tem que estar na mesma posição das nossas, das vossas peças e das minhas flores. Não é? Então vamos olhar para lá para ver se ela está a fazer certo e quem quiser falar põe o braço no ar. Pronto. Quer dizer alguma coisa? Diz A9.<br>A9: O *um* está torto.<br>Educadora A: Mas para além de estar torto, pronto, tudo bem, está torto, porque o bostik está a fazer deslizar. Vocês têm que olhar para as vossas peças e ver se as cores dos algarismos estão nos sítios que devem estar. Diz A8.<br>A8: Está mal.<br>Educadora A: Está mal. Porquê?<br>A8: Porque o número *um* devia estar daquele lado.<br>Educadora A: E qual é esse lado?<br>A8: Do lado esquerdo.<br>Educadora A: Muito bem dito! Podes ir lá mudar querido. Muito bem explicado. Agora que já está tudo no lugar eu vou fazer-vos uma pergunta difícil. Estão preparados?<br>A turma toda: Sim.<br>Educadora A: Antes de mais eu vou-vos dizer que estamos a trabalhar na base quê, A20?<br>A20: *Dez*.<br>Educadora A: Isto quer dizer o quê? Quem é que quer responder? Diz A11…<br>A11: Não se pode por mais do que dez.<br>Educadora A: E se tivermos uma torre com *dez* o que é que acontece a essa torre, A6? O que é que acontece?... Uma torre com *dez* na base 10 pode ficar?<br>A16: Pode.<br>Educadora A: Ela diz que pode. | Educadora A coloca as flores verdes.<br><br>Educadora A circula pela sala para verificar se todos realizaram a representação nos calculadores. |

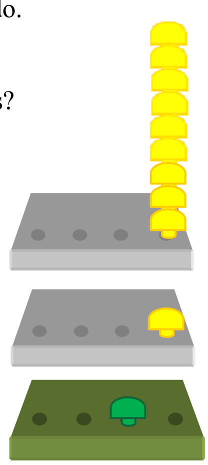
| | | |
|---|---|---|
| 10h/<br>10h<br>15m | A9: Não.<br>Educadora A: Claro que não. Na base 10 uma torre com *dez* peças não pode ficar. O que fazemos A19? Tiramos a torre das…<br>A19: *Dez*.<br>Educadora A: E trocamos por…?<br>A19: A cor a seguir.<br>Educadora A: Quantas da cor a seguir? Diz A15 ajuda-a lá.<br>A15: *Uma* encarnada.<br>Educadora A: Qual é a cor a seguir à amarela?<br>A15: Azuis.<br>Educadora A: Tu estás a pensar? …<br>A15: É a verde.<br>Educadora A: Muito bem. Se tivessem dez amarelas trocaríamos por uma verde. Muito bem. Então agora que lembrámos como se joga à base 10, e sabemos bem as regras do jogo, agora já podemos começar o nosso jogo. Agora a pergunta difícil. Nós escrevemos aqui *quatro* amarelas (que são as flores) e uma verde. Na base 10 vai-me dizer só o A7 como é que nós chamamos às *quatro* deste lado?<br>A7: Quatro unidades e *uma dezena.*<br>Educadora A: Muito bem *quatro* unidades e *uma* dezena. Agora outra pergunta difícil. Então vamos lá ver na base 10 como é que lemos aquele número.A7?<br>A7: *Catorze*.<br>Educadora A: Então agora que vocês sabem tão bem isto, acho que eu já posso dizer assim: quantas flores é que tinha, noutro vaso, a avó da A13, já que ela tinha *catorze* no vaso amarelo? No outro vaso tinha…*uma dúzia*. Quem se lembra quanto é uma dúzia?<br>A20: *Dez.*<br>Educadora A: Não querido. Isso é *uma dezena. Uma dezena* que são *dez.*<br>A8: *Seis*.<br>Educadora A: Isso é *meia dúzia*. Quanto é *uma dúzia*?<br>A8: Ah, *doze*.<br>Educadora A: *Doze*! *Doze* são uma dúzia. Então ela tinha Doze flores neste vaso. Como se escreve Doze A15? Vamos pensar…um bocadinho.<br>A5: Um *um* e um *dois.*<br>Educadora A: És capaz de vir cá escrever por baixo destes que cá estão. Não, escreves com algarismos. Quantas dezenas A7? Quantas dezenas e quantas unidades? Vamos olhar para lá que já vai ser mais fácil. Colocaste bem o um agora o dois tem que ser a amarelo. Quantas dezenas A7? Há bocado já tinhas dito bem. Pensa lá um bocadinho… | Apontando para o número escrito no quadro.<br><br>Aluna A2 foi ao quadro.<br><br>A Educadora A aponta novamente |

| | | |
|---|---|---|
| | A7: *Uma*.<br>Educadora A: *Uma dezena*, muito bem. Então vai lá estar o quê?<br>A7: Um *dois*.<br>Educadora A: Então?<br>A7: *Uma dezena* e *duas unidades*.<br>Educadora A: Então vamos colocar na placa. Continuamos a jogar na base 10 por isso é que lemos *doze*. Não se esqueçam que a avó da A13 pensou, pensou e queria saber ao todo quantas flores é que ela tinha, nos dois vasos. Pensou, pensou e disse: "Ah estou a tentar fazer a conta." Vamos ajudá-la a fazer a conta?<br>Alunos: Sim.<br>Educadora A: Vamos à caixa buscar o resultado, não se esqueçam. Ah vamos colocar ali as nossas florzinhas também? Estivemos aqui a conversar, conversar e não colocámos ali nem os vasos nem as florzinhas. Então vamos lá contar…? Vou chamar alguém para colocar o resultado em flores. Então vamos pensar. E pensamos começando por que lado A2? Vamos começar a juntar, quais primeiro sempre.<br>A2: As amarelas.<br>Educadora A: As amarelas…Então pense lá alto para nós ouvirmos.<br>A2: *Seis*.<br>Educadora A: Mas pensa alto, junte lá para nos ouvirmos. As amarelas que são as que estão na placa mais longe são quantas?<br>A2:*Seis*.<br>Educadora A: Olhe lá para elas *quatro* mais *dois* são…?<br>A2: *Quatro* mais *dois* são seis.<br>Educadora A: *Seis*, muito bem! (és capaz de lá ir por as florzinhas). Agora a minha pergunta é para o A17. Vão ficar aqui quantas florzinhas, A17? Ela acabou de dizer, não estavas atento...ainda agora a A2 disse.<br>A17: *Seis*.<br>Educadora A: Muito bem. Na base 10 as *seis* podem ou não podem ficar?<br>A17: Não.<br>Educadora A: Ai não? Então na base 10 nós temos que tirar uma torre é quando são, quantas? Há bocado já relembrámos. Já alguém aqui disse que na base 10 tínhamos de tirar uma torre com 10. E estão lá quantas? Olha lá para a placa do resultado.<br>Educadora A: O A17 diz que temos que tirar as *seis* ou que tínhamos de tirar algumas na base 10. Quem acha que ele não falou verdade põe o braço no ar. Ele disse errado, foi A3, porquê? E o que é que diz a base 10? Tiramos…<br>A3: *Dez*.<br>Educadora A: *Dez*…só tiramos quando temos 10. E agora temos 10 A17? E | para o quadro.<br><br>Aluno A17 falou muito baixinho.<br><br>A Educadora A pedir a A13 para verificar nos Calculadores.<br><br>A Educadora A apontou com o dedo ajudando o aluno A18 a responder.<br><br>Educadora A representou na sua placa as 9 florzinhas. |

| | | |
|---|---|---|
| | então quantas temos? | |
| | A 17: *Seis*. | |
| | Educadora A: Que é menos que 10. Podem ou não podem ficar? | |
| | A17: Podem. | |
| | Educadora A: Podem pois claro que podem. E agora vamos juntar as verdes. Uma verde com mais uma verde …? Também podes fazer A2, está bem, podes fazer com as minhas florzinhas. | |
| | Educadora A: Vamos à caixa buscar *duas* e colocar no resultado. | |
| | Educadora A: Essas podem ficar, A16? Podem? A A16 está a falar muito baixinho mas disse certo. Estamos a jogar á base 10 e *duas* verdes são menos que 10. E vai ali colocar os algarismos por baixo… a A vai ali fazer um traço para separar do resultado. E vamos por aqui o sinal de + e vai-me colocar aqui também o resultado na base 10 pode ser …o A8. O traço está todo torto. Quatro mais dois? É capaz de escrever ou prefere os algarismos de plástico... Vai lá ver quantas pôs? | A23 levantou-se e dirigiu-se ao quadro para ir contar. |
| | A13: Quero escrever. | |
| | Educadora A: Então escreva. Agora vem a pergunta difícil outra vez: Vamos ver com quantas flores ficou a avó da A13? Vamos olhar…A20 escreva um bocadinho maior senão não se vê. *Quatro* mais *dois* são quanto? Acho que não está a pensar. Quantas foram? 4+2? Quantas pôs? vá lá ver quantas pôs. | - A Educadora A escreveu no quadro o número 10.<br>Educadora A levou a mão a testa… |
| | A13: *Seis*. | A Educadora A aponta para a torre das peças amarelas |
| | Educadora A: Quer escrever o *seis*? | |
| | A13 (Responde afirmativamente acenando a cabeça.) | |
| | Educadora A: Lembra-se do *seis*? Vai lá escrever o *seis*. Que *seis* tão bem feitinho. Vocês sabem que a avó da A13 tinha lá mais vasos em casa, mas acontece que ainda não tinha nascido nada neles. Eu vou pô-los aqui vazios. Temos o vaso vermelho e o vaso…de que cor A18? | A19 contou em voz alta |
| | A19: Azul. | |
| | Educadora A: Porque é que está a fazer por baixo amor? (relativamente ao aluno no quadro A7) não estou a perceber. Temos que por baixo das de que cor A15. Ele já colocou as amarelas e agora o *dois* das verdes onde é que vai colocar, A5? | |
| | A5: Por baixo das verdes. | |
| | Educadora A: Está difícil esse *dois*. O traço é para o lado direito. Isso. Agora vem a pergunta difícil: na base 10 como é que nós lemos? Vamos lembrar primeiro… Quantas unidades A18… eu estou a apontar com o dedo? | A19 contou novamente. |
| | A18: *Seis*. | |
| | Educadora A: E quantas…? | |
| | A18: *Duas dezenas*. | |
| | Educadora A: Agora na base 10 aquele número todo junto como se vai ler? | |

| | | |
|---|---|---|
| 10h15 m/ 10h25 m | Aaah, mas eles não estão a pensar. Eu acho que o A22 também sabe. A22 sabe? Então vamos lá ver… já que o A15 pôs O braço no ar e o A8 também. Quer dizer alto A12? Diga alto para eu ouvir.<br>A12: *Vinte e seis*.<br><br>Educadora A: Só podemos dizer *vinte e seis* porque estamos a jogar na base 10. Olha ficámos tão contentes por ajudar a avó da A13, porque eram muitas flores. Mas agora vamos agora tirar as pecinhas mas não arrumem. Não arrumem ainda. Ponha só espalhadas na caixa porque depois arrumamos. Mãozinhas no joelho. E agora vocês sabem que na nossa escola também temos um jardineiro. É o Sr. Manuel. E o Sr. Manuel noutro dia andava um bocado baralhado com a jardinagem. Sabem porquê? Porque ele já não sabia, não se lembrava, quantas flores tinha colocado num vaso e no outro. Estão preparados para ajudar o Sr. Manuel? Então o Sr. Manuel colocou… Agora vocês têm de trabalhar com as duas mãos para não caírem pecinhas ao chão. Colocou *nove* plantas amarelas num vaso. Coloquem lá na vossa placa, *nove* amarelas. Na placa mais afastada de vocês… não deixem cair nenhuma. Deixa-me olhar bem para ver se todos colocaram as *nove* . Vamos contar, vai contar comigo pode ser o A23.<br>A23: *Nove*.<br>Educadora A: Lindo! Pode-se ir sentar. Vocês sabem uma coisa? O Sr. Manuel tinha colocado noutro vasinho… Quantas A8? É que ele colocou noutro vaso?<br>A8: *Uma*.<br>Educadora A: Coloquem lá na placa. Depois ele pensava, pensava e até falou comigo e comentou: "Oh Educadora A, eu já não me lembro"… Estamos a jogar em que base, antes de continuarmos?<br>Turma: *Dez*.<br>Educadora A: Porquê A15?<br>A15: Porque a minha torre mais alta tem 10.<br>Educadora A: Ai tem? Então e é assim que nos descobrimos a base?<br>A15: Não.<br>Educadora A: Pois nem pensou pois não...foi muito rápido? Na torre que está mais alta sabemos que juntamos uma… na nossa cabeça. Sabemos que | Questionou um aluno distraído (A7).<br><br>Educadora aponta para A14 para este responder. |

| | | |
|---|---|---|
| | jogamos, A20?<br>A20: À base 10.<br>Educadora A: então o Sr. Manuel, olhava para os vasos dele e olhem o que ele fazia… “oh Educadora **A** eu não me lembro, não me lembro se foi neste vaso que eu coloque as *nove* ou se foi no outro. E também não sei como vou contar senão me lembrar…”<br>E ele dizia *nove* amarelas com mais *uma* dá quantas A6?<br>A6: *Dez*.<br>Educadora A: *Dez*. E depois ele pensava: “Mas também não me lembro muito bem se é *nove* com mais *uma* ou se é *uma* com mais *nove*”. Tinha aqui um problema, porque ele depois pensava assim: “Qual é o resultado? Vai ser igual ou diferente?” O que é que tu achas A19? Vai ser o resultado igual?<br>Conta lá. Então começa a contar. 9+1 faz?<br>A19:*Dez*.<br>Educadora A: Agora vamos contar ao contrário, 1+9…Achas que é o mesmo resultado?<br>Educadora A? Então não deu dez na mesma?<br>A19:Não.<br>Educadora A: Ai não? Quantas é que disseste que deu *uma* mais *nove* ? Conta outra vez. Quantas?<br>A19: *Dez*.<br>Educadora A: Então deu ou não deu *dez*?<br>A19: Sim.<br>Educadora A: Então quando ele percebeu que dava a mesma coisa já não se importou mais por ter baralhado os canteiros. A7 Porque 9+1 dá…?<br>A7 *Dez*.<br>Educadora A: mas 1+9 também dá…?<br>A7:*Dez*.<br>Educadora A: Exactamente dá o mesmo resultado. Embora os vasos não estivessem exactamente iguais . Então na placa do resultado quanto é que lá vamos por? Agora eu é que pergunto.<br>Educadora A: A22 quantas amarelas vão ficar no resultado? Pois não esteve com atenção. Quantas A2?<br>A2: *Dez*.<br>Educadora A: E podem ficar? A2…<br>A2: Não.<br>Educadora A: Porquê A1<br>A1 Porque estamos a jogar o jogo da base do 10.<br>Educadora A: O que fazemos A21?<br>A21:Tiramos as *dez*. | |

| | | |
|---|---|---|
| | Educadora A: E trocamos por…?<br>A21: Uma da cor a seguir.<br>Educadora A: E qual é a cor a seguir?<br>A22 Verde.<br>Educadora A: As verdes no lugar das verdes, não se enganem. Na base 10 como é que nós vamos ler? Vamos ler agora o resultado.<br>Turma: *Uma* verde e *zero* amarelas.<br>Educadora A: E estamos na base 10. Quantas unidades?<br>Todos: Zero.<br>Educadora A: Quantas dezenas?<br>Todos: *Uma*.<br>Educadora A: como é que lemos este número então?<br>A14: *Dez*.<br><br>Educador: A **A** vai escrever grande para vocês lerem. Um 1 e um 0. E agora vamos limpar as placas e arrumar. Não se esqueçam de arrumar com as mesmas cores que usam nos calculadores. 1º as amarelas, depois as verdes, e a seguir A23:encarnadas, e a seguir A1, a seguir às encarnadas, azuis. E finalmente o quê A9? Todas as cores do arco-íris.<br>Educadora A: Todas as que restam.<br>Estivemos a trabalhar e agora vamos arrumar. Tens que trabalhar com as duas mãos para não deixares cair nada, A20. | |

## 5.1. Síntese Reflexiva da 2ª sessão com os Calculadores Multibásicos

Os objectivos gerais de aprendizagem propostos para a segunda sessão de Calculadores Multibásicos visavam a compreensão das noções de quantidade (ditados e leitura de placas), do algoritmo da adição, operar com os números naturais, a compreensão do jogo da base 10, a resolução de situações problemáticas.

- Da presente sessão na turma A salientamos como mais relevantes os seguintes aspectos:

- A educadora utilizou uma estratégia apelativa (história relacionada com um acontecimento vivenciado pelas crianças) e conseguiu atingir a maioria dos objectivos propostos.

- Através do feed-back dos alunos, sentimo-los entusiasmados e cativados ao longo desta sessão. Mostraram-se participativos, atentos e com um espírito dedicado na resolução dos desafios propostos.

- Contudo foi excedido o tempo predestinado para a sessão.

## 5.2. Situações problemáticas trabalhadas nas sessões com as crianças da turma A com os Calculadores Multibásicos

Por nos parecerem bastantes pertinentes apresentamos as situações que foram apresentadas às crianças das turma A.

| 1ª Observação – 28 de Novembro de 2007 |
|---|

1ª Situação Problemática: **1123 + 112 = 1301** (base 4)

2ª Situação Problemática: **1273 + 112 = 1405** (base 8)

| 2ª Observação – 5 de Dezembro de 2007 |
|---|

1ª Situação Problemática: **14 + 12 = 26** (base 10)

2ª Situação Problemática: **9 + 1 = 10** (base 10)

| 3ª Observação – 16 de Janeiro de 2008 |
|---|

1ª Situação Problemática: **26 + 14 = 40** (base 10)

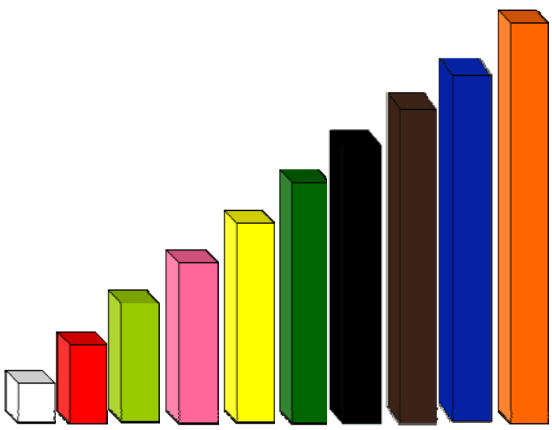
2ª Situação Problemática: **9 – 3 = 6** (base 10)

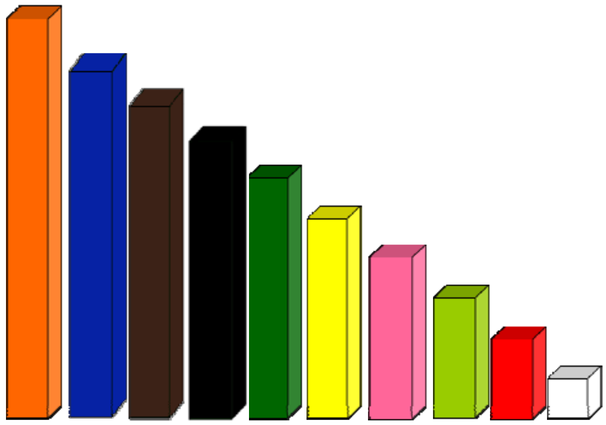
| 4ª Observação – 30 de Janeiro de 2008 |
|---|

1ª Situação Problemática:

**116 + 124 = 240** (base 10)

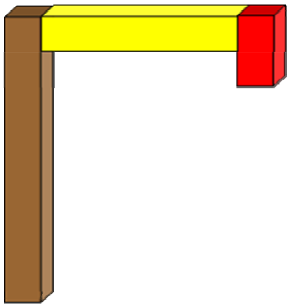
## 6. Apresentação da sessão com o material Cuisenaire

| 9h45 – 10h20 | |
|---|---|
| A educadora A iniciou a aula contando uma história: A Rita e o João eram muito amigos e foram de férias para casa da amiga Ana. A amiga Ana tinha uma surpresa preparada para eles. Ela disse-lhes assim: Agora vamos procurar o quê, A22?<br>A22: Ovinhos da Páscoa.<br>A: E a Ana levou-os até ao jardim e começaram a procurar. O jardim era por trás da casa e tinha umas escadas. Vamos construir a escada. Vamos começar na peça que tem menor valor que é de que cor, A17?<br>A17: Branca.<br>A: E vamos fazer a escada por ordem crescente, a crescer. Vamos começar por que peça, A13?<br>A13: Pela mais pequena.<br>A: Que vale quanto?<br>A13: Uma.<br>A: Vamos terminar em qual?<br>A13: Na peça laranja que vale 10.<br>A: Agora vão olhar para a A6 e vão olhar para aqui. Vou pedir á A6 que leia a escada por ordem crescente. Por cores e por valores.<br>A6: Uma pela branca que vale um, uma peça encarnada que vale dois, uma peça verde clara que vale três, uma peça rosa que vale quatro e uma peça amarela que vale cinco.<br>A: E vai agora continuar a A9.<br>A9: Uma peça verde escura que vale seis, uma peça preta que vale sete, uma peça castanha que vale oito, uma peça azul que vale nove e uma peça laranja que vale dez.<br><br>A: Muito bem! Agora o A20 vai ler a escada por ordem decrescente. | |

| | |
|---|---|
| A20: Uma peça laranja que vale dez, uma peça azul que vale nove, uma peça castanha que vale oito, uma peça preta que vale sete, uma peça verde escura que vale seis, uma peça amarela que vale cinco, uma peça rosa que vale quatro, uma peça verde clara que vale três, uma peça encarnada que vale dois e uma peça branca que vale um.<br> | Aluno A20 levantou a mão direita.<br><br>O aluno A8 aponta para a peça branca sendo corrigido pela professora. |
| A: Muito Bem. Olha quando tu leste por ordem decrescente leste de que lado para que lado? | O aluno A10 mostra a peça verde clara de valor três. |
| A20: Do maior para o menor. | |
| A: Qual é a tua mão direita? Muito bem, então leste da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda? | A15 vai ao quadro. |
| A20: Do lado direito para o lado esquerdo. | |
| A: Muito bem. Esta pergunta vai ser para o A8. Nós temos aqui peças que têm números pares e outras peças com… | |
| A8: Números ímpares. | |
| A: Muito bem. Tu serias capaz de me mostrar a peça mais pequena que é par? | Educadora A vai circulando pela sala verificando se todos realizam o exercício correctamente. |
| A: O A8 vai explicar aos colegas. Você escolheu uma peça… | |
| A8: Encarnada. | |
| A: Que é par ou impar? | |
| A8: Par. | |
| A: E vale quanto? | |
| A8: Dois | |
| A: A10 és capaz de me mostrar outra que seja ímpar? | A educadora A circula pela sala orientando o raciocínio dos alunos. |
| A: Vamos juntar a nossa escadinha a todas as peças do meio. Vamos ouvir o que eles fizeram a seguir. Vem cá o A15. O João encontrou seis ovinhos. A15: (escolhe os ovinhos da cesta e coloca-os em cima da mesa do A17.) | |
| A: Vamos todos tirar a peça que vale seis. | |
| A: Deixa ver se alguém tirou a peça certa. Que é de que cor A23? | |
| A23: Verde escura. | |
| A: Entretanto, encontrou ainda três, e vamos colocá-las juntinhas a essas que aí estão. | A15 representa a |

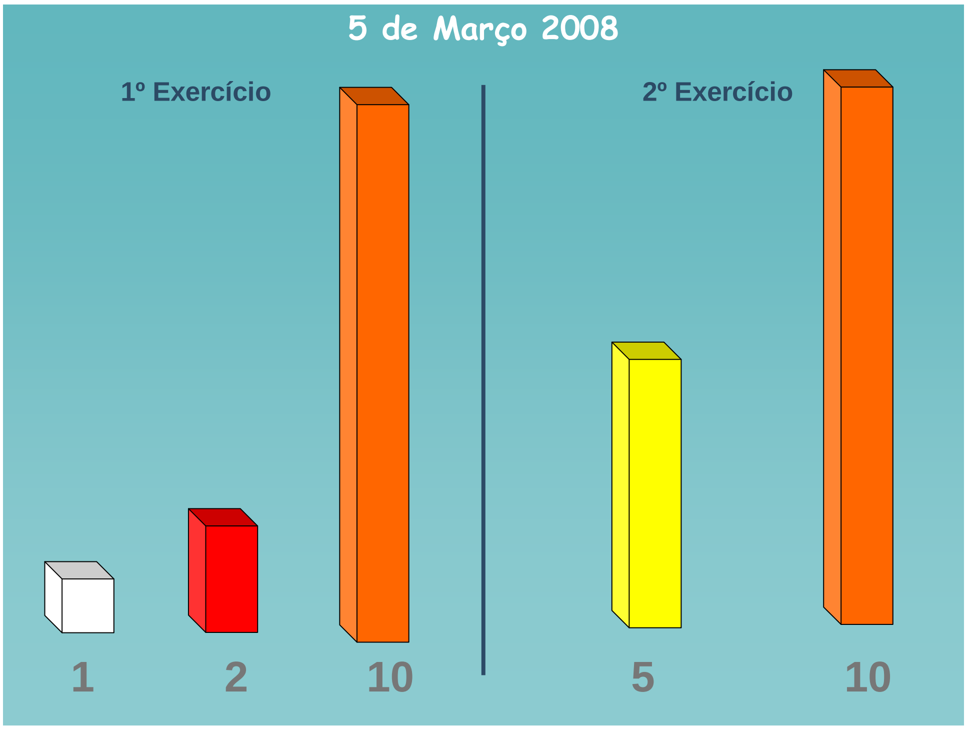
| | |
|---|---|
| E agora vamos perguntar ao nosso amigo A15 com quantos ovinhos é que ele ficou?<br>A15: Sete<br><br>A: Vamos confirmar se ele contou bem. Quantos é que tirou agora, A21?<br>A21: Três<br>A: Agora vai contá-los outra vez. Vamos tirar a peça que vale duas brancas juntas. Vamos perguntar à A21 se ela já descobriu? Que peça é que é?<br>A21: Nove<br>A: É de que cor?<br>A21: Azul<br><br>A: Muito bem. Conseguiu confirmar quantos ovinhos eram?<br>A15: Nove.<br>A: Vamos pedir ao A15 que coloque no quadro os algarismos correspondentes àquilo que nós estivemos a fazer. Eles apanharam quantos ovinhos A22?<br>A22: Seis.<br>A: Vamos procurar o algarismo seis e colocar no quadro. Agora vamos colocar o sinal. Nós estivemos a juntar os ovinhos. Que sinal vamos colocar?<br>A19: De mais.<br>A: A seguir vamos colocar que sinal, A2?<br>A2: Sinal de igual.<br>A: E qual foi o resultado, querido?<br>A15: Nove.<br>A: Sem o sinal de mais teríamos de ler sessenta e três e se lêssemos sessenta e três ficaria 63=9 isso é um verdadeiro engano. Acha que a conta está completa, A15?<br>A15: Não.<br>A: Então faça lá o resto. Pode fazer com o giz para ser um pouquito mais rápido. Enquanto o vosso colega termina eu vou fazer outra pergunta. Os pais também colaboraram na apanha dos ovinhos. Um deles apanhou quantos ovinhos, A14?<br>A14: Castanha.<br>A: Castanha que vale quantas, A2?<br>A2: Oito (castanha).<br>A: Apanhou oito e outro apanhou quantas, A7?<br>A7: Sete (preta).<br>A: Quantas tem outro meu amigo que apanhar para ter tantas quantas os que tem o primeiro, A9?<br>A9: Uma.<br> | operação no quadro com algarismos móveis.<br><br>A15 ao representar a indicação não coloca o sinal de mais, tendo reparado ao escrever o resultado.<br><br>A15 ao representar a operação coloca os valores a somar debaixo do traço que separa as parcelas do total.<br>A educadora A corrige o aluno.<br><br>A educadora A mostra à turma a peças do Cuisenaire.<br><br>A10 dirigiu-se ao quadro e colocou os algarismos do lado direito do sinal de mais. |

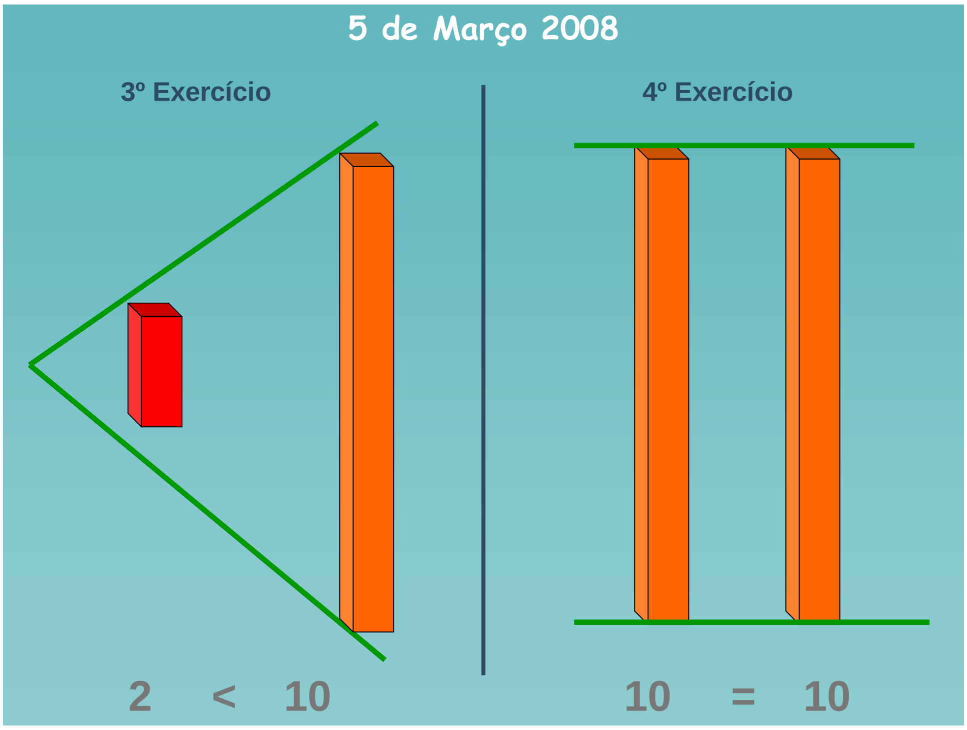
| | |
|---|---|
| A: A diferença entre sete e oito é um. Eu acho que o A15 tem ali qualquer coisa que não está no sítio. Quem gostaria de emendar o A15? A3…<br>A3: O três.<br>A: O três está no sítio. A1…<br>A1: Falta o resultado.<br>A: Sim, mas há ali qualquer coisa que não está no sítio. A13…<br>A13: Não consigo ver…<br>A: A10…<br>A10: Tem de estar ao lado…<br>A: Vá lá colocar ao lado. Obrigada aos dois. Vamos voltar a juntar todas as pecinhas no monte do meio. Como os bons amigos, o João disse assim: Ah! Mas não pensem que vão já descansar. Ainda têm de procurar um ovinho maior que está escondido algures no meio do jardim. Eles ficaram logo de olhinhos arregalados e pensaram: Bem, então vamos lá. Nós queremos encontrar o ovinho maior. E ele disse-lhes: Para vocês encontrarem o ovinho maior, vocês têm de fazer um caminho e o caminho tem a mesma quantidade de passos que o valor destas peças que eu vos vou dar agora. Estão atentos? Sim? Olhem para mim! Terão de construir um caminho com estas peças, como se fosse uma forma de eles resolverem o problema. De que cor é esta peça, A17? | A Educadora A vai mostrando diferentes peças aos alunos. |
| A17: Castanha.<br>A: Quanto é que ela vale, A2?<br>A2? Oito.<br>A: De que cor é esta peça, A9?<br>A9: Amarela<br>A: E vale quanto, A21?<br>A21: Cinco.<br>A: De que cor é esta peça, A12? | A Educadora A circula pela sala verificando os caminhos construídos pelos alunos. |
| A12: Encarnada.<br>A: E vale quanto, A23?<br>A23: Dois.<br>A: Então vamos lá fazer o caminho para depois percorrê-lo. Houve dois ou três alunos que têm o caminho correcto, mas não foram muitos. | Educadora A pegou nas três peças de Cuisenaire, dirigiu-se ao quadro para representar o caminho. |
| Acertou o A17.<br>Olhem para cá. Mas depois vocês teriam de fazer este caminho com passos. Teriam de o fazer com os olhos vendados. Então vem cá o A23 e o A20 vai ditar o caminho. Vamos todos estar atentos e ouvi-los.<br>Quantos passos é que ele tem que dar e em que direcção?<br>A20: Oito para a frente. | A educadora A tapa os olhos do A23 colocando as suas mãos sobre os olhos do aluno. |
| A: Podes começar. (aluno deu os passos) E agora?<br>A20: Cinco para o lado direito. | Diversos alunos colocaram o braço no ar para responder. |

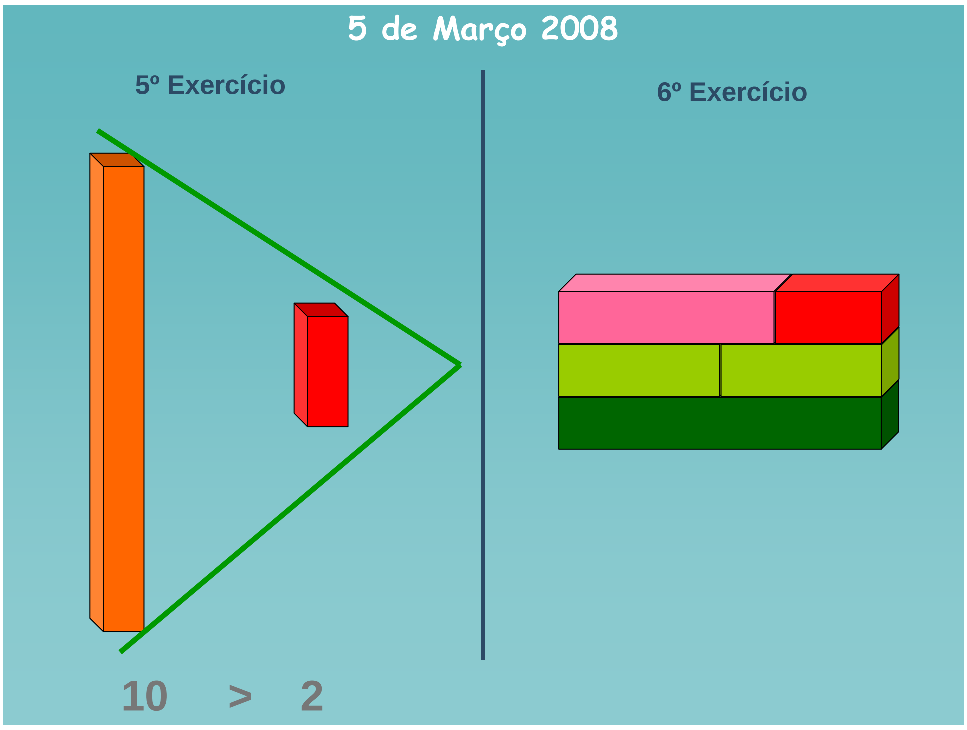
| | |
|---|---|
| A: Muito bem. E agora?<br>A20: Dois para lá…<br>A: Mas ele não te está a ver.<br>A20: Dois para o lado do A17.<br><br>A: Mas ele não está a ver o A17. Tens de dizer para a direita, para a esquerda, para a frente, para trás…<br>A20:Para a direita.<br><br>A: Muito bem, palminhas a eles. E podem sentar... Ah mas falta fazer uma pergunta. Quero saber quantos passos é que o A23 deu. Podem contar.<br>A20:Quinze.<br>A: Fiquei triste não era para dizer. Mais algum aluno sabia a resposta?<br>Vamos confirmar. Quantas brancas vale a peça castanha A15?<br>A15: Oito.<br>A: E quantas brancas vale a amarela A15?<br>A15: Cinco.<br>A: E mais….<br>A15: Duas.<br>A: Vamos confirmar com peças brancas quem tiver dúvidas.<br>No fim daquela bela caça ao ovo, os nossos amigos ficaram contentíssimos. Depois quando estavam preparados para ir descansar, a mãe disse-lhes assim:<br>Agora vocês vão procurar o ovinho perdido, aquele que vocês não conseguiram encontrar. Eu gostava que vocês também encontrassem aqui na sala colocando pecinhas por cima do caminho que está aqui traçado, com o menor número de peças, de maneira a conseguirem descobrir o caminho até ao ovinho. | Educadora A aponta para a proposta de trabalho. |

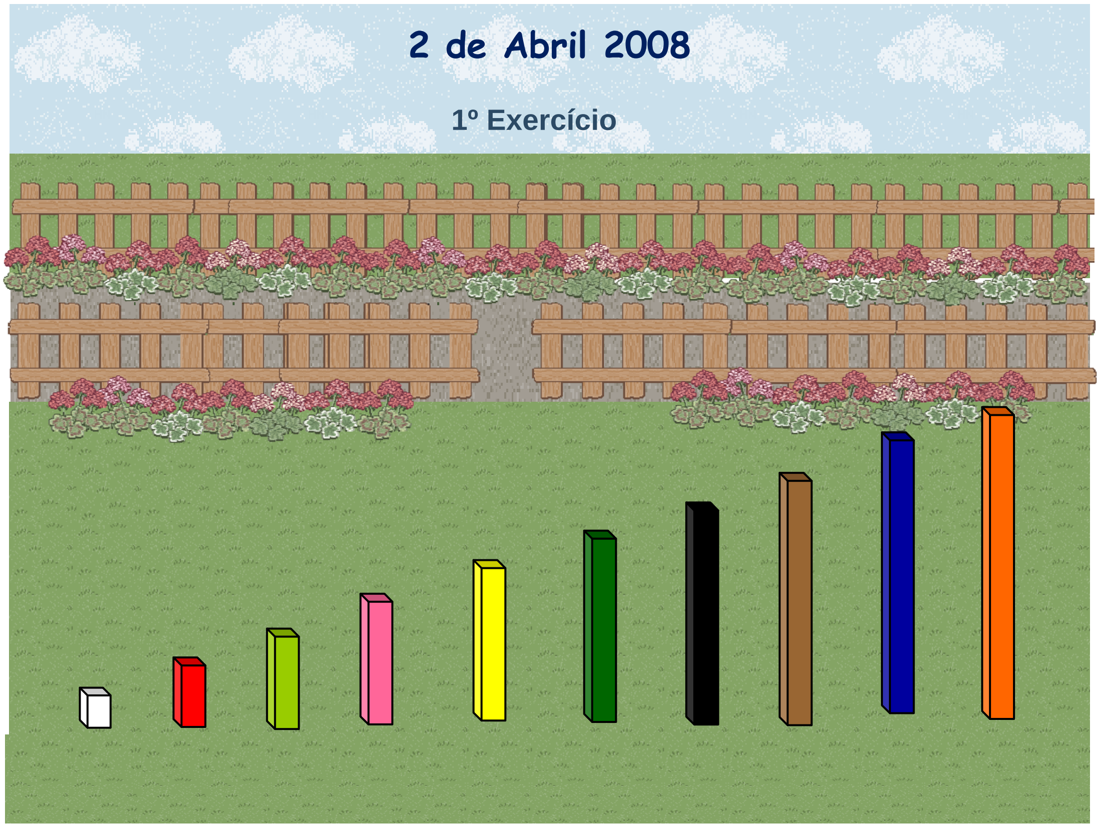
## 6.1. Breves exemplos de exercícios realizados com o material Cuisenaire nas diferentes sessões

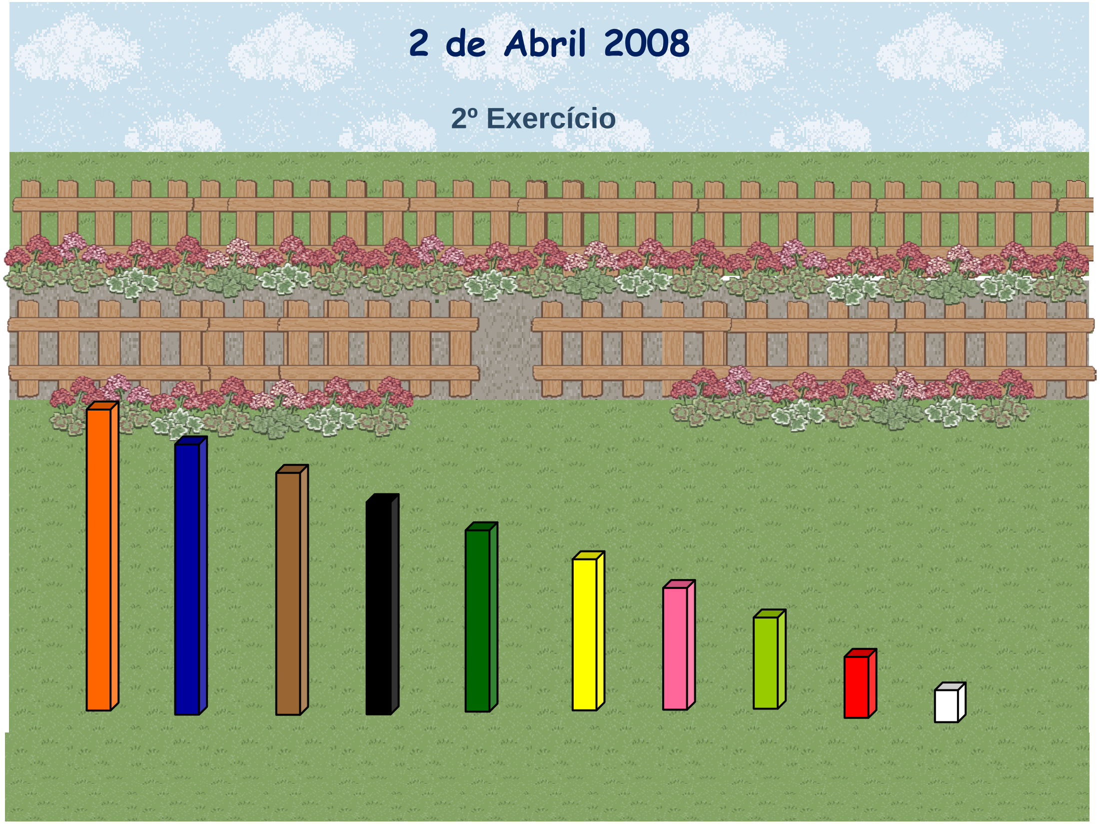
Foram escolhidos alguns exemplos para mostrar as actividades que as educadoras (A, E, e O) realizaram com as crianças.

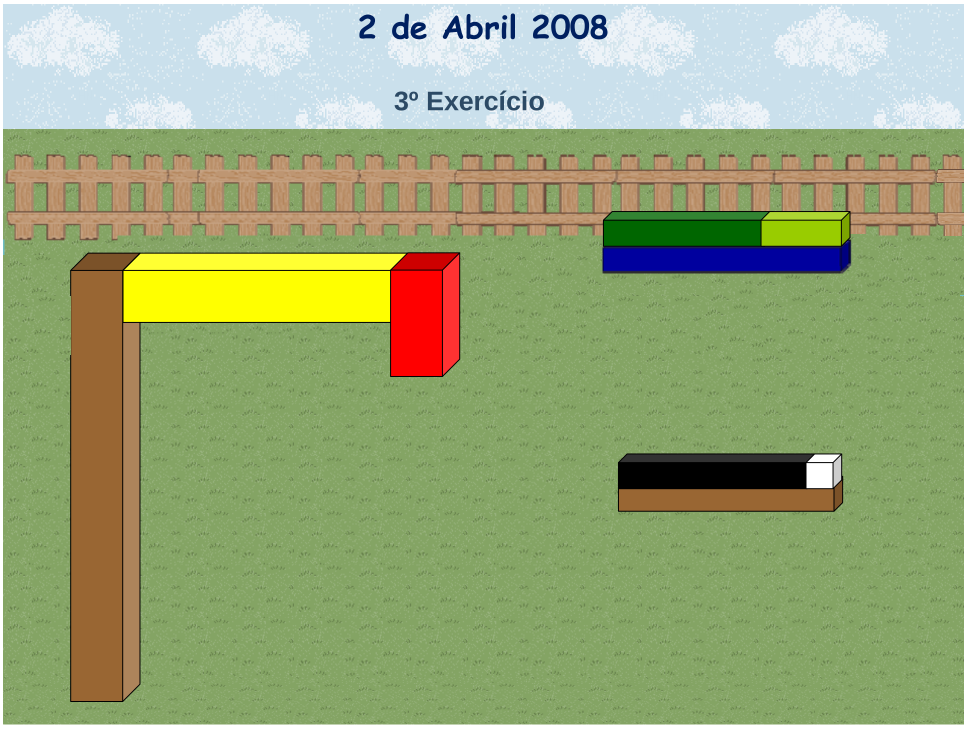

5 de Março 2008
1º Exercício
2º Exercício
1
2
10
5
10

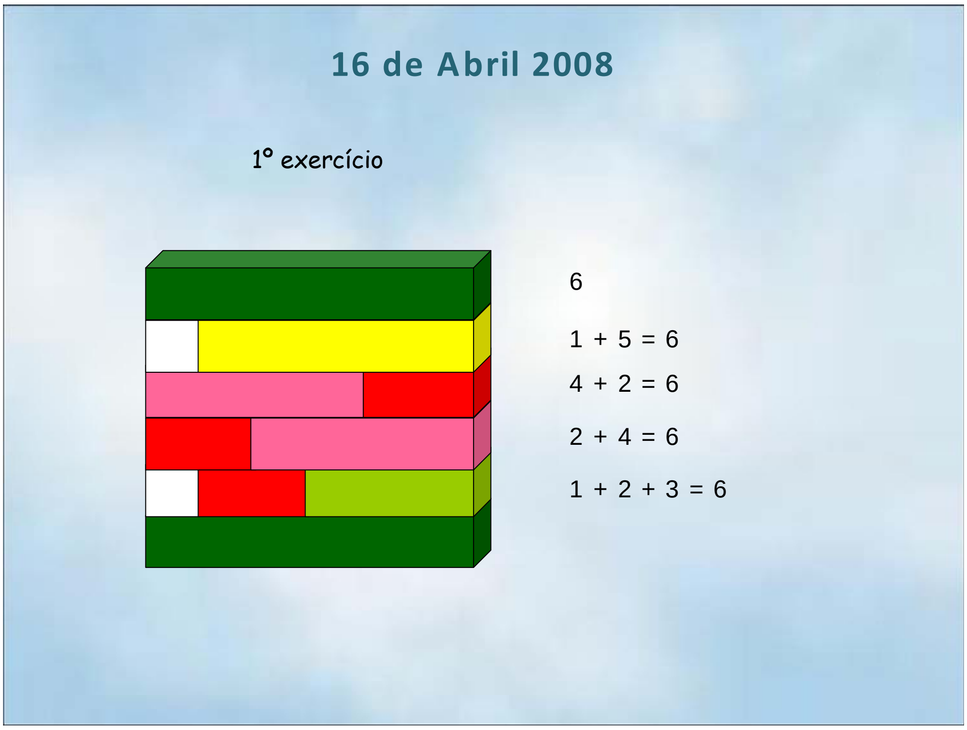

5 de Março 2008
3º Exercício
4º Exercício
2 < 10
10 = 10

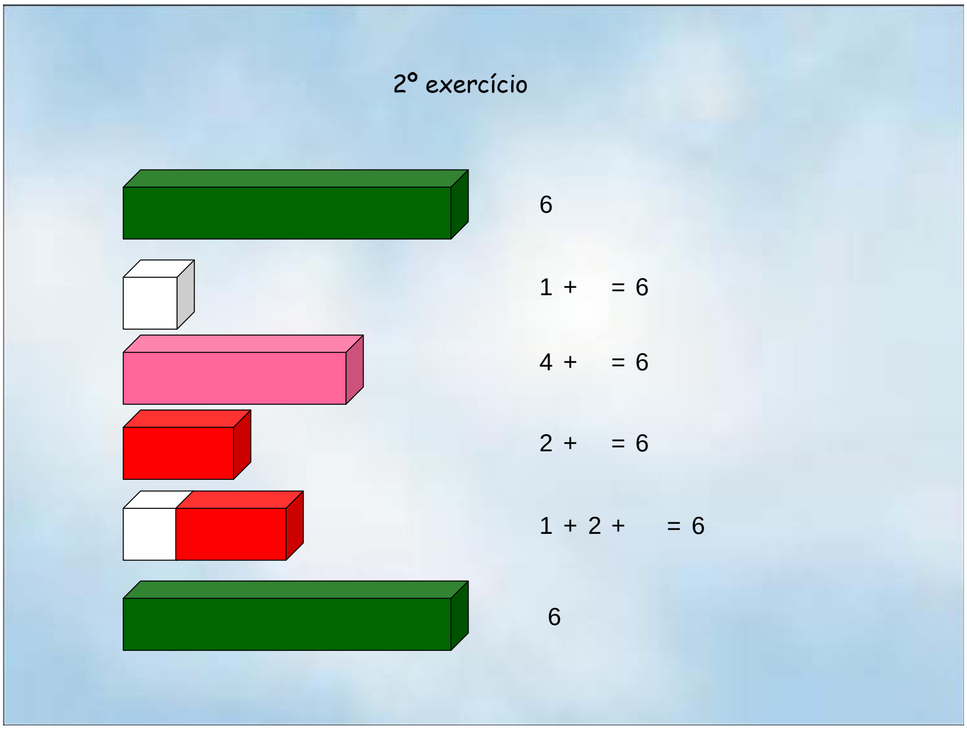

5 de Março 2008
5º Exercício
6º Exercício
10 > 2


2 de Abril 2008
1º Exercício


2 de Abril 2008
2º Exercício


2 de Abril 2008
3º Exercício


16 de Abril 2008
1º exercício
6
1 + 5 = 6
4 + 2 = 6
2 + 4 = 6
1 + 2 + 3 = 6


2º exercício
6
1 + = 6
4 + = 6
2 + = 6
1 + 2 + = 6
6

Capítulo VI

# Síntese: resultados obtidos e analisados

## Introdução

Descritas as opções e os procedimentos metodológicos adoptados no presente estudo passaremos neste capítulo, à análise interpretativa dos dados obtidos no processo de investigação, tendo por referência o quadro conceptual que o enforma, assim como os objectivos e questões de pesquisa que nos orientaram.

Tal análise será feita, para uma maior compreensabilidade de leitura, categoria a categoria nas entrevistas, e, análise, sessão a sessão comparativa das seis turmas.

As entrevistas foram realizadas no mesmo dia, gravadas em áudio e transcritas posteriormente.

As sessões com os materiais foram realizadas nas escolas que fizeram parte do estudo nas  respectivas sala de aulas, em hora combinada, estando presentes as educadoras, os estagiários que fazem as gravações e o registo das observações e as crianças. Houve a preocupação das actividades terem sequência, a mesma frequência e duração.

## 1. Análise das entrevistas

Realizadas as seis entrevistas, procedemos à redacção dos respectivos protocolos, com a passagem a escrito, na íntegra, dos registos áudio obtidos. Seguidamente, recorremos à ténica de análise de conteúdo para o tratamento dos dados recolhidos, a qual se traduz, de acordo com Bardin (1995, p.31), num "conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção dessas mensagens".

A sua finalidade é, pois, efectuar inferências com base numa lógica explicitada sobre as mensagens cujas características foram inventariadas e sistematizadas (Vala, 1990).

Como se pode observar no Quadro 42, foram definidos três temas:  Identificação das opiniões, expectativas e dificuldades sentidas pelas educadoras do estudo; o papel dos materiais manipulativos no ensino da Matemática e Metodologia.

**Quadro 42: Temas e respectivas categorias das entrevistas**

| Temas | Categorias |
|---|---|
| 1. Identificação das opiniões, expectativas e dificuldades sentidas pelas entrevistadas. | 1.1. A importância da matemática no ensino infantil;<br>1.2. A relação do professor com a matemática;<br>1.3. Avaliação das sessões; |
| 2. Metodologia. | 2.1. Organização e ambiente de aprendizagem; |
| 3. O papel dos materiais manipulativos no ensino da Matemática. | 3.1. Valorização dos materiais manipulativos; |

Cada um destes temas deu origem a várias categorias. Na sua definição tivemos como preocupação seguir os princípios definidos por Bardin (1995), já anteriormente referenciados: a exclusão mútua, a homogeneidade, a pertinência, a objectividade, a fidelidade e a produtividade. A análise será feita, para uma maior compreensibilidade categoria a categoria.

No primeiro tema que emergiu da análise de conteúdo do "corpus" de informação das entrevistas foi o que reporta às expectativas, dificuldades e opiniões das entrevistadas. Este tema compreende: "A importância da matemática no ensino infantil"; A relação do professor com a matemática, e a "Avaliação das sessões".

No segundo tema, surgiu a categoria: "Organização e ambiente de aprendizagem", tendo sido também contemplada a componente da dimensão afectiva.

No que se refere ao último tema considerámos a categoria "Valorização dos materiais manipulativos". Para melhor a explicitar considerámos ainda três subcategorias: "Sintese da análise dos materiais; Calculadores e Cuisenaire", conforme se apresenta no quadro n.º 43.

**Quadro 43: Categoria e respectivas subcategorias**

| | |
|---|---|
| 3.1. Valorização dos materiais manipulativos. | 3.1.1. Síntese da análise dos materiais;<br>3.1.2 Calculadores;<br>3.1.3. Cuisenaire; |

## 1.1. Identificação das opiniões, expectativas e dificuldades sentidas pelas entrevistadas

### 1.1.1. A importância da matemática no ensino infantil

As entrevistadas foram unânimes em afirmar que o ensino da matemática na educação infantil é muito importante quer para a resolução de problemas quer no quotidiano da criança, conforme se pode ver no quadro 44.

**Quadro 44: Opinião sobre a matemática**

| Traços caracterizadores | Entrevistadas |
|---|---|
| É muito importante | E, A, O, S, T, M |
| Deverá estar presente em todo o quotidiano da criança | E,A, O, M, S |
| Partir das relações que se estabelece com o outro | M,S, T, O |
| Partir das vivências e deixar as crianças descobrirem | A,O, S, T |
| Deve ser reflexiva e assentar na formação contínua | A,S |
| Deve ser adaptada ao ritmo da criança | A,E,O,T, M |
| Deve ser sistematizada | A,E,O |
| Deve ser alvo de mais estudos | A, T |

O ensino da matemática no ensino infantil deve partir de situações concretas e dos interesses das crianças, e respeitar o seu ritmo de aprendizagem. Para as entrevistadas A,E, e O, o mesmo também deve ser realizado de uma forma sistematizada.

As entrevistadas A e S referiram que pensam ser muito importante que haja mais formação e que as educadoras devem reflectir mais sobre a sua prática.

## 1.2. A relação do professor com a matemática

A relação que o professor tem com a matemática deve assentar numa boa formação inicial. Boas práticas vividas permitem ter atitudes mais confiantes. A experiência profissional de todas as educadoras foi fundamental para a participação neste estudo pois sentiam-se seguras e confiantes, apesar de referirem também gostariam de ter mais formação e informação (A, S, e T).

As seis entrevistadas referiram que é necessário que o professor domine os conteúdos, conheça os materiais e o seu manuseamento, se sinta seguro e confiante.

### 1.3. Avaliação das sessões que foram gravadas

Nesta categoria pretendia-se identificar como é que as entrevistadas avaliaram o seu trabalho e a sua prestação ao longo das sessões e que tipo de relações estabelecem com os materiais; como se manifestou a ponte entre o concreto e o abstracto, e ainda recolher as preocupações dos docentes no trabalho prático.

Os resultados encontram-se esquematizados no quadro 45.

**Quadro 45: Resultados de como as educadoras avaliaram as diferentes sessões**

| Categorias | A | E | O | M | S | T |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Avaliação do trabalho | Bom | Bom | Bom | Bom | Bom | Não sabe |
| Prestação | Boa | Boa | Boa | Boa | Normal | Boa |
| Relação com os materiais | Muito boa | Muito boa | Excelente | Fraca | Normal | Boa |
| Como se manifestou (ponte entre o concreto e o abstracto) | Fácil<br>Sim | Fácil<br>Sim | Fácil<br>Sim | Fácil<br>Às vezes | Alguma dificuldade<br>Às vezes | Alguma dificuldade<br>Às vezes |
| Preocupações mais referidas. | Gestão do tempo | Muitos contéudos; Pouco tempo. | Gestão do tempo. | Muitos conteúdos e difíceis. | Muitos conteúdos; Trabalhar com todo o grupo ao mesmo tempo; Gestão do tempo. | Muitos conteúdos; Muitos alunos; Pouco tempo e mudança de metodologia |

Como se pode verificar, das seis educadoras que participaram na entrevista, apenas quatro consideraram que o trabalho que realizaram foi bom (A; E, O, e S).

As educadoras consideram que tiveram uma boa prestação no geral e que o tempo foi o aspecto mais difícil de ultrapassar. O excesso de conteúdos foi apontado por quatro educadoras, que no geral, souberam ultrapassar as dificuldades que surgiram ao longo de cada sessão. Para as educadoras M, S, e T a sobrecarga de conteúdos e o facto de terem que dar a actividade para todo o grupo tornou-se um impedimento para um melhor desenvolvimento dos conceitos matemáticos em causa.

O factor tempo e a altura do ano em que as sessões decorreram foram referidos pela totalidade das entrevistadas como não sendo a mais propícia, teriam achado melhor que as sessões tivessem ocorrido mais no final do ano lectivo.

As educadoras envolvidas no estudo manifestaram orgulho e interesse por terem participado, revelaram estar sensibilizadas para esta temática , documentaram-se e prepararam as actividades com rigor e zelo, elaboraram material adequado de forma a enriquecer os conceitos que iam trabalhar. De uma maneira geral foram criativas e souberam vencer alguns receios e ânsias que apareceram. Cada uma à sua maneira deu um enorme contributo a este estudo.

As educadoras S e T referiram que no início estavam apreensivas em participarem por sentirem que não iam conseguir trabalhar tantos conceitos de forma tão estruturada, no final, admitiram que o desafio lhes deu mais confiança e uma atitude menos conservadora sobre a utilização de materiais manipulativos no processo ensino-aprendizagem da matemática. Embora tenham feito questão de afirmarem que é fundamental partir de situações concretas de descoberta por parte das crianças, e de se respeitar o ritmo de aprendizagem de cada uma.

Um outro aspecto que emerge do discurso das entrevistadas, diz respeito à necessidade de formação contínua e à troca de experiências entre os profissionais. A educadora T refere que " *precisamos de formação… de espaços de reflexão… a escola devia apoiar-nos mais… irmos lá de vez em quando e partilharmos dúvidas… só podemos ensinar quando dominamos os conceitos … caso não os saibamos só vamos fazer confusão às crianças…"*

**Esta consideração é reveladora da necessidade de uma formação contextualizada e adequada às necessidades dos sujeitos. Devemos ajudar a valorizar e melhorar o ensino da matemática em todos os grupos etários, quer no espaço escola através de acções de formação, quer através do recurso às novas tecnologias.**

## 2. A Metodologia

### 2.1. Organização das aulas e ambiente de aprendizagem

Foram vários os aspectos referidos pelas educadoras A, E, M, O, S, T e para melhor compreendermos a metodologia utilizada pelas entrevistadas, fomos verificar como se processou a organização das aulas e o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à matemática no decorrer das sessões centremo-nos no quadro 46.

**Quadro 46: Síntese da prática adoptada e atitudes das educadoras**

| Traços caracterizadores | Respondentes |
|---|---|
| Lugares marcados nas sessões | A, E , O |
| Não alterou em nada a metodologia | A, E, O |
| Desenvolveu atitudes positivas | A,E, O,M,S,T |
| Promoveu a comunicação e o diálogo na totalidade do tempo | S,T,M, A, E,O |
| Promoveu e estimulou o raciocínio | A, O, E,S, T, M |
| Cumpriu os objectivos das sessões | A,E,O |
| Utilizou outros materiais | A,E,O,M,S,T |
| Bom ambiente de aprendizagem | A,E,O,M,S,T |

De facto, a metodologia utilizada pelas educadoras A, O, e E foi idêntica e percebe-se que estão muito habituadas a trabalhar os conceitos propostos e que dominam os materiais manipulativos, utilizando-os frequentemente nas actividades de sala de aula.

Foi comum a todas a promoção do diálogo, o desenvolvimento da comunicação e a consequente descoberta por parte das crianças. No entanto, a metodologia utilizada pelas educadoras A, E, e O não permitiu um diálogo tão espontâneo por parte das crianças, pois, recorrem a perguntas dirigidas, só respondendo a criança a quem a mesma é formulada.

Com as educadoras M, S, e T as perguntas são feitas para o geral, e a criança responde de forma espontânea às mesmas revelando dessa forma as suas respostas e descobertas.

## 3. O papel dos materiais manipulativos no ensino da Matemática

### 3.1. Valorização dos materiais manipulativos

Nesta categoria pretendia-se perceber de que forma os materiais Calculadores Multibásicos e Cuisenaire propiciam a aprendizagem do conceito de número e dos algoritmos (adição e subtracção) e quais as dificuldades sentidas, bem como se os objectivos foram alcançados e, por último se os materiais são elementos de mediação na aprendizagem para a concretização dos conceitos trabalhados.

De uma forma geral podemos afirmar que quatro das entrevistadas ( A, E, O e S) consideraram que os calculadores permitem trabalhar de forma inequívoca estes conceitos. Para as educadoras M, e T a falta de conhecimento e de treino com os mesmos não lhes permite responder da mesma forma, tendo sentido algumas dificuldades na sua concretização.

Todas consideram que só é possível trabalhar o conceito de número recorrendo ao uso de materiais manipulativos, estruturados ou não, visto que são elementos de mediação para a concretização dos conceitos trabalhados.

Os objectivos foram atingidos pela maioria das crianças, havendo em todas as turmas algumas crianças que não os atingiram, quer por terem dificuldades quer por não terem maturidade. A avaliação dos mesmos não se limitou à realização dos testes de diagnóstico, mas sim, contemplando a aplicação prática dos mesmos no quotidiano das crianças.

As educadoras consideram que têm um papel primordial e parecem ter boas expectativas. No entanto, querem ser apoiadas no tomar de decisões sobre a sua prática no geral, e na matemática em particular, por forma a desenvolver nas crianças uma outra atitude face a esta temática.

#### 3.1.1. Síntese da análise dos materiais

As actividades foram apresentadas em blocos referentes aos dois materiais em momentos de calendarização separados, de acordo com os conceitos que se pretendiam abordar e com crescente grau de dificuldade. As actividades iniciaram-se com o sentido de número, de forma a adquirirem a competência intuitiva para os números e variadas interpretações e para a percepção e utilização dos números em diferentes situações. Vários itens foram abordados: identificação e comparação das propriedades dos objectos (cor, tamanho, valor); comparação de conjuntos e aplicação de maior, menor, igual; estabelecer correspondência entre o número ditado e a quantidade correspondente; ordenar numerais, palavras ou quantidades e sequências crescentes e decrescentes; cardinalidade; ordinalidade; nominalidade; composição e decomposição de conjuntos de objectos; operações (adição e subtracção) e situações problemáticas em contextos diversificados e apropriados à situação em que a criança está inserida e ao seu quotidiano; representação e operacionalidade numérica.

No decurso das sessões houve momentos em que se observou a transversalidade de saberes, onde as educadoras de um forma mais dirigida ou mais livre, cruzaram dimensões como o desenvolvimento do vocabulário, o carácter lúdico e o jogo, a criatividade,…

A linguagem e a comunicação estiveram sempre presentes nas diversas sessões, mas enquanto as educadoras A, E e O tentavam seguir escrupulosamente as planificações, as educadoras M, S e T não tinham tanta preocupação em fazê-lo.

**Todas as educadoras tentaram ser mediadoras das aprendizagens, provocando o diálogo e a superação das dificuldades dos alunos incentivando respostas ou clarificando dúvidas.**

### 3.1.1.1. Os Calculadores Multibásicos

Os Calculadores Multibásicos permitem actividades em que se trabalham as diferentes bases, antes de se introduzir o sistema decimal, permitindo à criança compreender o sistema numeral e o sistema de base dez. Com este material as crianças conseguem, nas contagens e no cálculo, visualisar todos os elementos pedidos.

Os objectivos gerais de aprendizagem propostos para a primeira sessão de Calculadores Multibásicos visavam o contacto directo com o material e a sua manipulação.

Os alunos através deste material devem compreender o sistema numeral e perceberem o jogo das bases em que se pode jogar com os Calculadores Multibásicos.

Nas turmas A, E, e O as educadoras conseguiram atingir os objectivos propostos, em virtude, de já o terem manuseado no ano anterior através de várias actividades de descoberta.

Na segunda e terceira sessões todas as educadoras proporcionaram actividades na base 10, com as operações de adição, mas somente as turmas das educadoras A, E, e O conseguiram realizar as situações a que se propuseram.

O facto das educadoras M, S, e T não desenvolverem e aplicarem estas actividades no seu quotidiano, não se sentirem confiantes , e os alunos não terem as competências básicas interiorizadas não permitiu que conseguissem atingir os objectivos propostos.

Das quatro sessões salientamos como mais relevantes os seguintes aspectos:

- Os alunos mostraram-se participativos e entusiasmados com o desenrolar das aulas. Alguns distraíam-se a olhar para a câmara de filmar perdendo o seguimento do raciocínio orientado pelas Educadoras (A, M, T, S);
- Nas seis turmas , as crianças perceberam a manipulação do material e as suas regras de utilização; foi desenvolvida a motricidade e a lateralização; foi promovido o diálogo entre a Educadora e os alunos; e, foi desenvolvido o cálculo mental;
- Os alunos trabalharam a pares com duas caixas de Calculadores Multibásicos.
- As entrevistas às Educadoras foram realizadas após a actividade, durante o intervalo da manhã das crianças;

- O teste individual aplicado aos alunos foi realizado na respectiva sala de aula, em ambiente calmo e rotineiro. Cada estagiária orientou duas a três crianças durante a realização da resolução do já referido teste. Os alunos mostraram bastantes dificuldades com a representação das peças dos Calculadores Multibásicos devido ao reduzido espaço existente para tal, assim como na interpretação das situações problemáticas. Nenhum aluno das turmas das educadoras M, S, e T foi capaz de responder por escrito à situação apresentada. O tempo médio de resolução de cada teste foi vinte minutos.

De uma forma geral podemos afirmar que foram as educadoras A, E, e O que mantiveram uma postura mais disciplinadora, e, bastante atenta em relação à turma.

As educadoras M, S, e T conseguiram ser motivadoras e cativantes ao longo das sessões mas a disciplina nem sempre foi mantida da melhor forma. Os alunos mais extrovertidos é que participavam e respondiam. Nessas turmas um número razoável de alunos apenas brincava com as peças e não interagiam.

Os objectivos gerais de aprendizagem propostos para a quarta sessão de Calculadores Multibásicos visavam a compreensão da numeração decimal, a leitura de números até às centenas de unidades, o conhecimento de valores relativos e absolutos e o cálculo numérico mental e escrito. Estes objectivos apenas foram alcançados nas turmas das educadoras A, E e O.

**O aspecto lúdico e o jogo estiveram presentes nas actividades com este material, desenvolvendo a sociabilidade e a convivência (trabalharam aos pares e em grupo), aprendendo a participar, respeitando as regras do jogo e desenvolvendo a comunicação e a imaginação.**

As competências para representar, escrever e ler, foram utilizadas, para efectuar representações concretas usando as peças dos Calculadores multibásicos. As representações icónicas (desenhar as peças), com a finalidade da criança clarificar uma dada situação, não foi tão conseguida, enquanto a representação simbólica (usando algarismos e sinais) foi aparecendo progressivamente para se poder concretizar as operações. As educadoras A, E e O pretenderam também que as crianças percebessem o valor de posição especialmente os números multidigitos, do nosso sistema decimal, integrando três aspectos: a quantidade e o nome de base (ex: 1 dezena e 2 unidades); o nome do número (doze) e o numeral escrito (12). Trabalharam o valor da posição associando exemplos de agrupamentos e contagem implicando números grandes. Estas educadoras realizaram actividades utilizando linguagem como: ter mais elementos, menos elementos ou os mesmos elementos.

Dos resultados obtidos, pelos testes realizados por escrito pelas crianças salientamos:

- Na turma A, a criança $A_{14}$ errou simultaneamente os problemas propostos de adição e subtracção;
- Na turma E, nenhuma criança errou;
- Na turma M, as crianças $M_1$, $M_{15}$, $M_{19}$, e $M_{20}$ erram os dois problemas.
- Na turma O, nenhuma criança errou os dois problemas;
- Na turma S, as crianças $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_6$, $S_9$, $S_{10}$, $S_{14}$, $S_{15}$, $S_{20}$, erraram os problemas de adição e subtracção;
- Na turma T, as crianças $T_1$, $T_9$, $T_{14}$, $T_{15}$, $T_{20}$, $T_{26}$ erram os dois problemas.

#### 3.1.1.2. O Cuisenaire

Os objectivos de aprendizagem propostos para a primeira sessão de Cuisenaire visavam o desenvolvimento da capacidade de manipular o material, do diálogo e troca de ideias e da criatividade. Era pretendida a relação cor/comprimento/tamanho/quantidade, bem como a compreensão do sistema decimal, a noção de quantidade e número e a simbologia de maior, menor e igual. Estava também programado trabalhar a composição e decomposição de números.

Destas sessões salientamos de mais relevante os seguintes aspectos:

As turmas das educadoras A, E, e O trabalharam em grupos durante todas as sessões de Cuisenaire. As mesas estavam dispostas duas a duas sendo cada grupo constituído por três a quatro alunos. As restantes educadoras trabalharam com as crianças em semi-círculo e no chão.

Nas turmas das educadoras A, E e O houve mais actividades exemplificadoras de:

- Correspondência (a cada quantidade corresponde um número cardinal e um número ordinal);
- Comparação (esta peça é maior do que aquela – v > e);
- Classificação (juntaram peças pela cor – ex: encarnadas; separaram peças pelas diferenças de valor – ex: rosas (4) e pretas (7);
- Sequenciação (fizeram actividades colocando as peças que sucediam umas às outras – ex: b; e; vc; r; a; ve; p; c; z; l;

- Seriação ( colocaram as peças por ordem decrescente – ex: l; z; p; c;…)
- Inclusão hierárquica (dos números mais pequenos para os maiores);
- Conservação (fizeram-no com dois conjuntos com quantidades iguais em que um paracia ter mais peças que outro – ex: seis peças brancas do cuisenaire e seis peças brancas dos calculadores);

As educadoras A e O realizaram diversos exercícios com estratégias e métodos bastante diversificados. Os alunos mostraram-se muito interessados, entusiasmados e participativos. A interacção educadora/turma foi constante embora a educadora A ter escolhido quase sempre os mesmos alunos durante as actividades.

As crianças das turmas A, E, e O mostraram dominar o material utilizado relacionando correctamente as diversas cores e os valores das diferentes peças.

As crianças das turmas M, S, e T realizaram descobertas muito interessantes sobre as peças, quer associando pela cor quer pelo seu valor. As sessões foram muito animadas e criativas. Apenas na turma M não houve associação imediata da peça ao seu valor. Só na última sessão.

O cálculo mental dos alunos foi estimulado, exploraram-se os conceitos de "maior" e "menor" nas seis turmas.

Nas turmas M, S e T as contagens e o cálculo apesar de serem desenvolvidas durante as sessões, só permitiam números pequenos. A educadora M só trabalhou até à quantidade 5, pois **defendia que correspondia à idade cronológica das crianças do seu grupo.** No entanto temos a ressalvar uma das sessões em que propôs actividades com figuras (dinossauros), onde tentou trabalhar material não estruturado, ultrapassando essa quantidade, e em que se verificou que algumas crianças sabiam contar e resolver situações problemáticas, com quantidades maiores que 5 unidades.

As crianças das turmas A, E e O realizaram actividades de contagens e cálculo durante as sessões, quer quando faziam a sequência verbal dos números, quer quando estabeleciam a correspondência termo a termo, entre um objecto que se queria contar e uma das palavras da sequência dos símbolos verbais dos números. Quando as crianças se enganavam no valor da barra laranja, que é uma peça singular (contavam com as peças brancas) para diferenciarem elementos distintos.

As Educadoras A, E, e O relembraram a leitura de números inteiros e efectuaram a representação do mesmo número utilizando diversas formas de o fazer, estas crianças realizaram mais do que uma proposta de trabalho para a consolidação dos conteúdos trabalhados ao longo da sessões de Cuisenaire.

Os objectivos de aprendizagem propostos para a segunda sessão de Cuisenaire visavam o desenvolvimento da criatividade dos alunos, a organização e clarificação do pensamento matemático através da comunicação, a enumeração das peças por ordem crescente e decrescente, a compreensão do algoritmo da adição e da subtracção, a realização de leituras de números até às dezenas e por fim a realização de situações problemáticas.

As crianças das turmas A, E e O realizaram actividades de composição e decomposição de números através da construção de comboios, com as carruagens, para a consolidação do sentido de número.

O desenvolvimento de padrões de medida foi realizado quando os alunos utilizavam como unidade de medida a peça branca, medindo todas as peças do material.

Em todas as sessões podemos salientar mais uma vez o facto das educadoras terem conseguido cativar os alunos, diversificando as estratégias e utilizando outros materiais apelativos (ex. tampas de plástico).

**No decorrer das sessões as educadoras aprofundaram os conceitos de lateralidade, trabalharam o cálculo mental assim como estimularam a concentração e a atenção.**

Com o intuito de consolidar a aula de Cuisenaire, a Educadora A distribuiu pelos alunos uma proposta de trabalho (Anexo) cujo objectivo foi traçar o caminho (itinerário) para descobrir o ovo utilizando o menor número de peças do Cuisenaire. Descoberto o itinerário a Educadora A pediu para os alunos contarem o número de passos "dados" no percurso construído (38 passos). Ouviu algumas respostas e incentivou os alunos a confirmarem com o auxílio de peças brancas. No geral toda a turma realizou sem dificuldade a proposta atribuída, tendo os alunos posteriormente pintado de acordo com as peças utilizadas.

Para consolidar a sessão do Cuisenaire, a Educadora S distribuiu pelos alunos uma proposta de trabalho cujo o objectivo era pintar uma construção de acordo com os valor das peças que era pedido. À medida que pintavam iam conversando entre eles sobre o valor das peças.

As educadoras E, O e T também elaboraram propostas de trabalho junto do seu grupo de crianças. Apenas a educadora M não realizou qualquer trabalho em suporte escrito. Após o término da sessão as crianças foram para o recreio brincar.

As educadoras S e T realizaram trabalhos escritos com a grafia dos números. Com o material Cuisenaire, as crianças puderam fazer construções, descobrir e ditar itinerários, contar uma história com comboios, em que houve diversas experiências criativas.

O aspecto lúdico e o jogo estiveram presentes desenvolvendo a sociabilidade e a convivência (trabalharam aos pares e em grupo), aprendendo a participar, respeitando as regras e desenvolvendo a imaginação.

As educadoras A, E e O realizaram actividades para trabalhar as propriedades das operações (como a propriedade comutativa) de forma a desenvolver o conceito de número.

As educadoras M, S, e T realizaram poucas actividades para descobrir a propriedade comutativa da adição.

Dos resultados obtidos, pelos testes realizados por escrito pelas crianças destacamos:

- Na turma A, somente o $A_{23}$ errou a situação problemática com a subtracção;
- Na turma E nenhuma criança errou as situações problemáticas propostas. As crianças percepcionaram a propriedade comutativa da adição e conseguiram realizar a subtracção;
- Na turma M, as crianças $M_1$, $M_9$, $M_{14}$, $M_{15}$, $M_{20}$ erraram as situações problemáticas de adição e subtracção. Além destas crianças, as designadas por $M_8$, $M_{21}$, não compreenderam a propriedade comutativa e as $M_2$, $M_3$, $M_6$, $M_{10}$, não conseguiram realizar o problema da subtracção.
- Na turma O, nenhuma criança errou as duas situações problemáticas e perceberam a propriedade comutativa de adição; $O_4$, $O_{25}$, $O_{28}$, erraram o problema de subtracção:
- Na turma S, as crianças $S_1$, $S_9$, $S_{14}$, $S_{15}$, $S_{20}$, erraram as duas situações problemáticas propostas, não percebendo a propriedade comutativa da adição e as $S_8$, $S_{21}$, não perceberam a propriedade comutativa da adição e não conseguiram realizar o problema da subtracção o $S_2$, $S_3$, $S_6$, $S_{10}$;
- Na turma T, as crianças designadas por $T_1$, $T_9$, $T_{14}$, $T_{15}$, $T_{20}$, $T_{26}$ erraram as duas situações problemáticas, não percebendo a propriedade comutativa da adição e os alunos $T_2$, $T_3$, $T_6$, $T_{10}$ não conseguiram resolver o problema da subtracção.

No geral, os objectivos propostos para as quatro sessões com o material Cuisenaire foram cumpridos com êxito, tendo sido nas turmas das educadoras A, E e O que os mesmos foram alcançados com mais facilidade.

## 4. Síntese final

Sendo um dos nossos objectivos conhecer as opiniões das educadoras acerca do ensino–aprendizagem da matemática no ensino infantil, importa, antes de mais, esclarecer que atribuímos uma grande importância ao ensino da matemática na formação inicial e ao papel que o professor tem na sua prática.

No âmbito da Suficiência Investigadora aplicámos um questionário (anexo 1) a todos os alunos da formação inicial que frequentavam o 2.º ano da Licenciatura em Educação de Infância e de Professores do Ensino Básico do 1.º Ciclo, e uma entrevista aos docentes da Cadeira de Matemática de ambas as licenciaturas (anexo 2). Por um lado, constatámos que os educadores tinham uma ideia negativa da matemática e da utilização dos materiais, pouca motivação para aprenderem, visto que o docente não propiciava a explicação e a manipulação-experimentação. Revelaram ainda ter muitas lacunas ao nível da matemática. **Por outro lado, os professores referiram exactamente o contrário tendo sido determinante o papel do professor não só para colmatar as lacunas que traziam como para os motivar a ensinar no futuro com segurança, confiança e criatividade, em que a comunicação era um factor determinante**.

Nesse questionário, a maioria dos alunos educadores e alguns alunos professores revelaram que **a sua relação com a matemática era distante e frágil porque não dominavam os conceitos, e a metodologia**, no caso dos primeiros não era adequada à componente prática.

Para os alunos professores a metodologia utilizada pelo docente da formação inicial foi adequada: na componente teórica; na componente prática; a exposição dos conteúdos foi adequada no tempo e a resolução de problemas foi uma constante em todos os momentos das aulas tendo permitido aos alunos desenvolverem atitudes reflexivas, criticas e investigativas ao longo de todo ano. Um outro aspecto referido pelos alunos foi que o professor os acompanhava sempre durante o desenvolvimento das aulas.

Para a análise dos resultados descrevemos de seguida os dados obtidos em referência às hipóteses estabelecidas:

**Hipótese 1:** Os factores que estão relacionados com o gosto pela matemática e que promovem o gosto pela matemática permitem afirmar que o trabalho que o professor realiza na sala de aula , a interacção que estabelece com os alunos, as ferramentas que utiliza, os papeis que atribui às crianças influenciam de forma positiva a aprendizagem, e colocam múltiplas questões, inclusive como conceptualizar, operacionalizar e analisar o contexto adequadamente.

A **verificação** da mesma centra-se na existência de uma correlação positiva entre quem ensina e a forma como transmite, e quem aprende.

**Hipótese 2:** Existe **correlação positiva** entre a forma como os futuros profissionais (alunos) aprendem com docentes bem preparados, confiantes e motivados com a sua prática educativa futura. Esta formação deve assentar na criação de um bom ambiente, numa boa comunicação, recorrer a estratégias criativas e a uma participação efectiva em contexto de sala de aula. Os alunos educadores revelam que durante a sua formação não encontram esta envolvência e metodologia. Os alunos professores consideram esta forma positiva e criativa para um maior aproveitamento escolar das crianças. Logo esta hipótese **verifica-se**.

**Hipótese 3:** A percepção pelos professores e educadores está **relacionada de forma significativa** com a utilização dos materiais manipulativos na sala de aula e a estruturação de determinados conceitos matemáticos. Logo esta hipótese **verifica-se**.

Quer a utilização de materiais e a estruturação de determinados conceitos quer a forma como os mesmos são utilizados tem repercussões distintas na sua prática educativa.

**Hipótese 4:** A aprendizagem significativa da matemática é entendida como **muito elevada** em relação à forma como o professor ensina através da manipulação de diversos materiais para trabalhar os diferentes conceitos matemáticos. A participação, o diálogo, a descoberta, a concretização, e a sistematização dos conteúdos é entendida como sendo indispensável para a aprendizagem. Logo **verifica-se** esta hipótese.

**Hipótese 5:** A percepção dos professores sobre a correlação entre os conteúdos a transmitir e os materiais manipulativos é tanto maior quanto melhor forem as suas experiências escolares anteriores e a sua formação inicial nesta área. Quando têm uma aprendizagem eficaz, entendem de forma significativa esta relação conseguindo demonstrar evidências significativas e, por isso mesmo, serem mais confiantes e transmitirem melhor os conteúdos. Logo esta hipótese **verifica-se**.

**Hipótese 6:** A manipulação de materiais correlaciona positivamente com a aprendizagem do sentido do número e das operações aritméticas (adição e subtracção), pois permite aos alunos uma apropriação clara e objectiva dos mesmos. Em referência a esta hipótese encontrámos **correlações positivas**.

**Hipótese 7:** O ensino requer do professor uma aprendizagem consistente e um saber profissional e pessoal perante o grupo de alunos que tem à sua frente com diferentes motivações e predisposições para aprender, com diversas dificuldades e expectativas, por isso, o professor deve ser capaz de recorrer a metodologias criativas que permitam uma relação positiva com o ensino da matemática. Também aqui, podemos afirmar que esta hipótese **se vê verificada**.

Das hipóteses analisadas destaca-se que a maioria delas se verificou. Em virtude do presente estudo ter como objectivo principal entender e conhecer a percepção quer das educadoras quer das crianças face à utilização dos materiais manipulativos, foi pertinente conhecer as mesmas através das entrevistas realizadas e dos testes diagnóstico. No presente estudo, depreende-se das respostas das entrevistas às educadoras, que a **utilização de materiais manipulativos na sala de aula varia de educadora para educadora e do tipo de trabalho que cada uma está a desenvolver.** Tal evidência comprova que estas protagonistas têm uma **visão comum sobre a importância do ensino da Matemática na educação infantil, mas a sua aplicabilidade no dia a dia da criança, difere em cada uma**, exigindo todo um trabalho complementar de adaptação dos seus princípios a um contexto e/ou a uma situação concreta, **variando também perante os objectivos a que se propõem.**

Na verdade, as entrevistadas indicam, neste âmbito, aspectos como um trabalho mais aprofundado em determinadas áreas, um maior questionamento e uma maior reflexão sobre o trabalho desenvolvido, "pouca (in)formação e apoio em termos teóricos". Qualquer uma delas revelou ter uma atitude reflexiva sobre esta temática.

Os resultados mais visíveis obtidos através dos testes diagnóstico aplicados às crianças foram os grupos das educadoras A, E e O. A soma e a subtracção foi trabalhada pelas várias educadoras e com os materiais, no entanto as actividades propostas nas turmas A, E e O, foram mais concretizadas através do cardinal (Ex: Tenho 7 caramelos redondos e 4 rectangulares. Quantos caramelos tenho ao todo? – Turma O – com o material calculadores multibásicos) e do ordinal (Ex: Qual o valor da peça laranja? R: 10. Qual o número que vem antes deste? R: 9. Qual o valor da peça castanha? R: 8. Qual o número que vem depois deste? R. 9. Qual o valor da peça que vem a seguir à rosa? R. A peça que vale 5).

Nestas "histórias aritméticas" (como lhe chama Arahoni, 2008), houve em todas as turmas (A, E, M, O, S e T) crianças que utilizaram a recontagem completa ( contando todas os elementos desde o início) e outras a recontagem progressiva (a perceptiva e a abstracta – esta mais interiorizada e observada nas turmas A, E e O).

As crianças das várias turmas mostraram mais facilidade na recontagem progressiva do que na recontagem regressiva.

As crianças das turmas A, E e O, dominaram a compreensão do sistema decimal, percebendo o sistema posicional, com as unidades e dezenas e algumas já com as centenas.

As crianças das turmas M, S e T, realizavam com dificuldade, a leitura dos números, como unidades e dezenas e não conseguiram chegar às centenas.

As crianças das turmas A, E e O, revelaram resultados diferentes das turmas M, S e T. As primeiras mostraram saber efectuar o cálculo com a escrita vertical, em que os algarismos das unidades estavam por baixo das unidades, e os algarismos das dezenas por baixo uns dos outros, e as segundas não o conseguiram executar.

Existem três maneiras de trabalhar a subtracção, mas esta apesar de ter mais do que "one meaning" só foi trabalhada pelas seis educadoras de uma só forma. Ex: Eu tenho 5 rebuçados e comi dois. Com quantos fiquei? As outras formas para trabalhar poderiam ser:

- Ex: Eu tenho 5 rebuçados e a Rita tem 2. Quantos rebuçados tenho eu a mais do que a Rita?
- Eu tenho 5 rebuçados verdes e encarnados. Três são verdes, quantos são os encarnados?

Estas duas maneiras não foram desenvolvidas em sala de aula, nem utilizando os materiais.

Sabendo que **a resolução de problemas é o ponto de partida e a meta da matemática**, visto que exprime o significado das operações, as crianças precisam receber um ensino formal sobre a resolução de problemas e cálculo, na forma escrita, apesar de os conseguirem resolver com enunciado verbal.

As crianças nas várias turmas realizaram situações problemáticas, mas somente as crianças das turmas A, E e O tiveram ensino formal para o fazerem na forma escrita, revelando resultados mais satisfatórios nas actividades propostas e na resolução das mesmas.

Neste trabalho, constatámos que os alunos das turmas M, S e T, respectivamente designados por $M_1$, $M_{15}$, $M_{20}$; $S_1$, $S_9$, $S_{14}$, $S_{15}$, $S_{20}$; $T_1$, $T_9$, $T_{14}$, $T_{15}$, $T_{20}$, $T_{26}$, não conseguiram realizar nenhuma das situações problemáticas propostas de adição e subtracção, por escrito, com os materiais Cuisenaire e Calculadores Multibásicos.

**A análise dos resultados desta investigação, utilizando os materiais Cuisenaire e Calculadores Multibásicos permite inferir que: as crianças beneficiam quando há manipulação de materiais desde muito cedo; que a utilização dos mesmos lhes permite desenvolver um raciocínio matemático e a capacidade para resolverem problemas no dia a dia; que o ensino-aprendizagem deve incidir em estratégias criativas e na resolução de**

**problemas; que o papel do educador é importante e decisivo no processo educativo.** No entanto, não podemos deixar de reforçar que a educação infantil deve ser abrangente e contemplar todas as áreas e domínios.

**Acreditamos que vai competir às escolas de formação inicial repensar o seu currículo e as suas estratégias de ensino com vista a permitir o conhecimento, a utilização e experimentação de diferentes ferramentas dos seus futuros professores**. Na Escola Superior de Educação João de Deus este trabalho tem vindo a ser realizado, notando-se nos professores que estão no terreno há um ou dois anos, a existência de uma postura mais consistente, mais confiante e criativa.

# Capítulo VII

# Conclusões

## Introdução

Neste capítulo, apresenta-se uma síntese de resultados, justificam-se as limitações do estudo, apresentam-se as ideias para o futuro, as recomendações e referem-se as considerações finais.

## 1. Síntese de resultados

Considerando os dados colectados, através dos questionários, aos alunos da formação inicial, das entrevistas às educadoras, dos registos das sessões, da manipulação dos materiais (Calculadores Multibásicos e Cuisenaire), dos testes dados às crianças de 5 anos assim como da revisão da literatura, vimos que foi possível utilizar os materiais no ensino da matemática como um recurso, para o processo ensino-aprendizagem, de forma a relacioná-los com os conteúdos trabalhados em sala de aula. Os resultados obtidos sugerem que **é preciso que a aprendizagem da Matemática seja envolvente, e assente em realidades concretas, de modo a permitir ultrapassar as dificuldades que possam surgir**, não desenvolvendo atitudes negativas durante o processo.

Uma sociedade em constante mudança, e cada vez mais completa, necessita formar de uma forma flexível e criativa os seus cidadãos, para que se integrem eficazmente nela. Por isso, é **importante que desenvolvam o gosto pela matemática e pela própria actividade matemática, e construam um conhecimento matemático que os prepare e que lhes desenvolva as capacidades. Quando os conceitos são construídos, e se desenvolvem, estabelecem-se certos hábitos de raciocínio e pensamento matemático.** É desta construção (de conceitos) e destes hábitos (de raciocínio) adquiridos, que posteriores compreensões e raciocínios de ordem superior se vão desenvolvendo.

Ao tentarmos precisar o conceito de aprendizagem e ao privilegiarmos os factores culturais e sociais de construção do conhecimento, em que o construtivismo, dá relevância ao modo de ensinar matemática, visto requerer actividades de resolução de problemas na sala de aula e manipulação de materiais como mediadores, **em que a aprendizagem tem que ser significativa, tanto na sua estrutura interna (*significação lógica*), como na assimiliação (*significação psicológica*), o aluno tem que ser motivado, para relacionar o que aprende, com o que sabe**. A significação da aprendizagem está relacionada com a funcionalidade. Os conhecimentos adquiridos (conceitos, destrezas, valores) devem ser funcionais, para que o aluno os utilize quando as situações o exijam.

Segundo vários autores os materiais manipulativos são facilitadores da aprendizagem matemática visto que: i) se baseiam na experiência; ii) a aprendizagem sensorial é a base de toda a experiência; iii) a aprendizagem caracteriza-se por estádios distintos de desenvolvimento; iv) a aprendizagem é facilitada pela motivação; v) a aprendizagem constrói-se do concreto para o abstracto; vi) a aprendizagem requer participação e envolvimento activo do aluno. **Os materiais na prática educativa ao serem facilitadores de uma aprendizagem que se pretende significativa e ao aliarem o sentido lúdico ao jogo, permitem que a criança interaja com o meio e desenvolva capacidades intelectuais, afectivas e sociais**.

Lorenzato (2006, p:21) afirma que o material concreto "pode ser um excelente catalizador para o aluno construir o seu saber matemático". Isto é reforçado por Passos (2006, p:78) que defende que são "mediadores para facilitar a relação professor / aluno / conhecimento no momento em que um saber está sendo construído" e por Moyer (2001) que considera que a manipulação activa dos materiais permite às crianças desenvolver um repertório de imagens que podem ser utilizadas na manipulação mental dos conceitos abstractos. Os materiais manipulativos não podem carregar significados próprios porque são potenciais ferramentas, que têm como função a tarefa, para a qual o professor concebeu o seu uso.

**Assim, os materiais manipuláveis podem ser retratados como *instrumentos de mediação* que permitem desenvolver conceitos matemáticos**, que juntamente com aspectos cognitivos, afectivos, crenças e atitudes dos alunos, devem ser experimentados durante o processo de aprendizagem. Com os materiais, Cuisenaire e Calculadores Multibásicos, aplicados em sala de aula e observados, utilizando os seus interesses pedagógicos, realizaram-se várias actividades para desenvolver entre outras o sentido do número e as operações aritméticas básicas (adição e subtracção). As crianças das turmas A, E, e O puderam perceber as propriedades das operações (como é o caso da propriedade comutativa da adição) em que constataram que trocando a ordem de duas parcelas, a soma não se modifica, podendo descobrir diferentes exemplos. Realizaram-no também quando construíram diferentes itinerários.

Brocardo, Serrazina e Kramer (2003) defendem a importância dos materiais na formação da noção do sentido do número e das operações e no desenvolvimento de formas mais ou menos algorítmicas de cálculo. Segundo aquelas investigadoras, os materiais têm um papel intermediário entre a realidade concreta e a sua representação mental e/ou entre as operações concretas dessa realidade e as operações matemáticas. Utilizar materiais concretos para a aprender a subtrair deve desenvolver uma forma de raciocinar e de calcular, que corresponde à forma mais abstracta de resolver o problema.

Os resultados obtidos das respostas dos alunos mostram que as **crianças das turmas A, E e O conseguem resolver e representar através das operações, situações problemáticas de adição e subtracção, enquanto as crianças das turmas M, S e T não conseguem fazê-lo, nem representar por desenhos ou algarismos**.

**Os materiais manipuláveis ao serem ferramentas na sala de aula, precisam ser conhecidos pelos educadores, que os devem saber utilizar, de forma a percepcionarem as diferenças potencialidades educativas, valorizando o aluno, respeitando as suas diferenças e motivando-o na construção do pensamento matemático**. É necessário dar tempo, para o material ser explorado, de forma a criar *insights* no processo de aprendizagem de modo a não ter efeitos contraproducentes.

O professor deve ser **motivador** de diversas aprendizagens com sentido junto das crianças, conseguir criar um **ambiente adequado**, onde a **comunicação** é privilegiada, mostrar-se disponível para esclarecer todas as dúvidas, utilizar recursos que permitam a promoção do raciocínio matemático, **utilizar estratégias criativas**, com disponibilidade de tempo e recursos, onde todas as crianças possam utilizá-los, e desenvolver "habilidades matemáticas" pois estas são necessárias no mundo de hoje.

Da análise das entrevistas e das observações realizadas nas salas de aula através de um diário de campo extraímos várias inferências. Podemos afirmar que encontrámos duas realidades de trabalho assentes em ***metodologias distintas.*** Encontramos semelhanças na metodologia utilizada pelo grupo formado pelas três educadoras que trabalham nos Jardins Escolas João de Deus, comparativamente ao outro grupo, constituído pelas três educadoras que trabalham nas escolas particulares. **A principal diferença reside** na forma continuada como as educadoras A, E e O **trabalham a matemática na sala de aula: sendo mais directivas, mais sistematizadoras, revelam ter uma maior preparação e preocupação com o ensino-aprendizagem da matemática, aplicando a *matematização progressiva*** ( processo que possibilita ao longo do tempo a passagem do concreto para o abstracto), de forma a **conduzir os alunos desde os seus percursos informais até ao contexto da matemática formal**.

As **educadoras M, S e T** apesar de considerarem o ensino da matemática na educação infantil importante, **concretizam-no de forma simples, esporádica e básica partindo** de actividades como por exemplo, o contar de uma história, um poema, ou mesmo um jogo, mas nem **sempre com objectivos definidos e consistentes**.

**As crianças** das educadoras A, E, e O **revelaram ter mais domínio nas aprendizagens, um raciocínio matemático mais elaborado, uma maior capacidade de atenção, mais facilidade de passar do concreto para o abstracto e um conhecimento superior à média das crianças desta idade**. No entanto, verificámos que na resolução de problemas, as crianças das educadoras M, S, e T realizaram situações concretas e simples demonstrando ser mais espontâneas e não terem receio de falhar quando respondem.

O desenvolvimento psicomotor foi promovido pelas actividades propostas durante as várias sessões e em todos os grupos, visto que desenvolveram a capacidade de estruturação espacial, e a lateralização pois as crianças colocavam as peças dos Calculadores Multibásicos, à frente, em cima, à direita….

**A experiência criativa** teve destaque com o material Cuisenaire, onde as crianças puderam fazer **construções**, **descobrir** e **ditar** itinerários, **contar** uma história com os *comboios…*

O **aspecto lúdico e o jogo** estiveram presentes com ambos os materiais utilizados pois desenvolveram a **sociabilidade** e a **convivência** (as crianças trabalharam aos pares ou em grupo), aprenderam a participar respeitando as regras e desenvolvendo a sua imaginação e autoconfiança.

**A manipulação de qualquer um dos materiais (Cuisenaire e Calculadores Multibásicos) pareceu criar laços afectivos com a aprendizagem da matemática, já que as actividades lúdicas foram fonte de interesse e motivação, pois as crianças, na maior parte das sessões, quiseram continuar para além do tempo previamente estabelecido**.

Todas as educadoras mostraram ser cordiais, com estabilidade emocional para as crianças, centradas no seu bem-estar, em que umas (A, E e O) eram mais organizadas na forma como orientavam as actividades, valorizando o processo e o produto, e outras, mais espontâneas (educadoras M, S e T) estavam mais receptivas às ideias exploratórias privilegiando principalmente o processo.

**O conhecimento** e a **utilização em sala** de aula dos **materiais manipulativos são os meios que facilitam**, **clarificam a construção de significados, conduzindo ao**

**conhecimento informal, e posteriormente ao desenvolvimento da matemática formal**, por isso **a linguagem do educador deve ser explícita e simples**.

Para respondermos à questão **qual a importância da formação inicial matemática dos professores**, podemos referir que **os resultados deste estudo sugerem que existem correlações positivas entre o papel do professor e a aprendizagem da matemática pelas crianças** (e **também com os alunos da formação inicial** - resultados obtidos através dos questionários realizados aos alunos dos quatro anos da Escola Superior de Educação J. D. – Suficiência Investigadora), as quais precisam sentir respeito, confiança e admiração pelo professor que têm diante de si; que o mesmo deve respeitar o seu ritmo de aprendizagem; recorrer a metodologias que permitam concretizar descobertas que não devem ser impostas, mas sim contextualizadas e desafiantes, onde a curiosidade e o interesse das crianças devem ser amplamente desenvolvidos e baseados em estratégias criativas. Estas só se conseguem implementar se o educador dominar os conceitos e os materiais que tem à sua disposição (sendo imperativo que na sua formação inicial, o docente responsável pela unidade curricular os prepare da melhor forma e que lhes dê a conhecer as ferramentas de que vão precisar).

**No processo de ensino-aprendizagem podemos inferir que os alunos conseguem ter um maior interesse e um empenho mais** efectivo quando o professor consegue promover um bom ambiente entre **todos, domina os conteúdos, diversifica as estratégias e o material que utiliza nas suas aulas e recorre a diferentes formas de avaliação, ou seja devemos valorizar: conteúdos, materiais ou a relação entre eles**.

O ensino da Matemática deve assentar em princípios básicos relacionados com a prática e partindo de situações concretas e de desafios permanentes sem medos e de forma criativa e inovadora. O grau de dificuldade só deverá aumentar quando os conteúdos estiverem consolidados. Os programas a implementar devem ser pensados de uma forma mais lúdica, dinâmica e directa para que atinjam um maior número de futuros professores e, por consequência, de crianças. **As crianças quando se sentem motivadas e estimuladas sentem uma maior vontade para aprender e entendem a necessidade de o fazerem. Os saberes da experiência podem ser melhorados, em qualidade e quantidade, se o professor se habilitar e reflectir sobre a prática docente**, e até mesmo registar os principais momentos das suas aulas, pois estas são ricas em dificuldades, perguntas interessantes, conflitos, propostas, atitudes e soluções inesperadas.

Podemos também referir que a utilização dos materiais no ensino infantil foi bastante pertinente, pois ao longo do nosso trabalho verificámos que devidamente orientados eram facilitadores na construção de certos conceitos e tal como referem Ponte e Serrazina (2000), servem "para representar certos conceitos que eles já conhecem por outras experiências e actividades, permitindo assim a sua melhor estruturação".

Para estes investigadores o professor deve tirar partido de diversos materiais, atendendo em primeiro lugar a que sejam manipulados pelo aluno; e, em segundo lugar que o aluno saiba qual a tarefa para a qual é suposto usar o material. Segundo eles, é ineficaz quando o professor usa o material, com o aluno a ver, ou quando o aluno mexe no material sem saber o que está a fazer.

As educadoras que melhor conheciam os materiais e que os utilizavam frequentemente com determinados objectivos conseguiram desenvolver nas crianças capacidades que se puderam verificar nas respostas dadas pelos alunos das turmas A, E e O.

Esta constatação permite-nos afirmar que os materiais manipuláveis facilitam a estruturação de determinados conceitos, pois ao longo desta investigação foi possível conhecer um pouco da dinâmica e das diferentes actividades realizadas com os materiais Cuisenaire e Calculadores Multibásicos.

A idealização das tarefas apresentadas colocou os materiais no centro de representações concretas, contextualizando situações. As actividades partem do concreto passando para a representação mental, através das exploração dos objectos, para a exploração das propriedades matemáticas. Esta ponte entre o concreto e o abstracto, mediante acções, permite a construção das imagens correspondentes a esse objecto.

**Os materiais funcionam como mediadores, levando as crianças a construir mentalmente as representações abstractas dos conceitos que concretizam**, num ambiente facilitador, em que experiências e possibilidades permitem o seu desenvolvimento, que como refere Zabalza (2003) deve ser repleta de significado. A criança, ao construir o conhecimento, experimenta e manipula, reflecte sobre as suas acções, de modo a que através da manipulação de materiais consiga perceber determinados conceitos. **Constata-se que a acção educativa orientada pelos educadores, de forma a cumprir o objectivo proposto, privilegia a manipulação pelo aluno dos materiais**. Os alunos que sabem realmente as tarefas, para as quais é suposto usar o material, fazem-no mais eficazmente. *Os materiais permitem a tentativa e o erro* (importante para uma aprendizagem significativa) e *facilitam a comunicação e a interacção entre alunos e com os educadores*, *proporcionando ao professor a observação* das *diferenças individuais*, do modo como os alunos entendem uma situação e pensam numa solução.

As educadoras que têm conhecimentos mais sólidos, científicos e didácticos, sobre a utilização e potencialidade dos materiais, utilizam-nos frequentemente na sua prática diária e exploram melhor as suas potencialidades educativas, facilitando o processo ensino/ aprendizagem, como foi verificado pelos resultados obtidos nas turmas A, E e O.

Numa das questões que também colocámos, no início da investigação, pretendemos saber como é que os materiais influenciavam a aprendizagem do sentido do número e das operações aritméticas (adição e subtracção). Da análise realizada, quer ao longo das sessões, quer nas entrevistas, percebemos que a criança ao manipular os materiais e ao realizar diferentes tarefas: em que ordena numerais, palavras ou quantidades, em sequência crescente e decrescente; diante de um numeral escolhe entre dois ou mais conjuntos de objectos, aquele cuja quantidade de elementos corresponde ao numeral; numa colecção de objectos escolhe entre dois ou mais numerais, aquele que corresponde à quantidade apresentada; diante de dois numerais diz qual tem o valor mais alto, qual tem o valor mais baixo, ou se são iguais em valor; realiza operações em contextos diversificados, desenvolve o sentido do número.

**Nas turmas A, E, e O, a longo das sessões com os materiais Cuisenaire e Calculadores Multibásicos, as crianças usaram as peças para representações icónicas (desenhando peças) com a finalidade de clarificar uma dada situação e para a representação simbólica (com algarismos e sinais) puderam concretizar as operações**.

O conceito de número é um conceito operatório que através de acções no mundo fisíco: transformações, comparações, estabelecimento de relações, e do ponto de vista lógico-matemático têm uma expressão simbólica que corresponde às operações matemáticas básicas e estas competências foram aparecendo progressivamente com os materiais utilizados, principalmente nos grupos onde eram frequentemente manipulados.

**O desenvolvimento do sentido do número foi sendo progressivamente aprofundado (principalmente nas turmas A, E e O) através da construção de ideias e destrezas, de identificação e da utilização de relações na resolução de problemas, e da associação das novas às prévias aprendizagens, pois as capacidades e destrezas são adquiridas com maior eficácia, quando nas bases da aprendizagem se encontra a compreensão; nesta linha os materiais servem para concretizar, e proporcionar situações, próximas da realidade, permitindo uma melhor e maior compreensão, tornando a matemática mais significativa**.

A **compreensão das operações de adição e subtracção,** realizadas com as várias turmas, são uma parte do curriculum da educação de infância e a forma de trabalhar estas operações, com os materiais realizou-se através de acções concretas, experimentadas de forma real pelas crianças, **contribuindo para as suas descobertas de símbolos e compreensão dos números, das ordens de grandeza, e para a capacidade para operar na base dez.**

Esta pesquisa, mostra que os materiais são pouco utilizados, por algumas educadoras, nas salas de aula e nas actividades propostas, ou quando são usados, podem sê-lo de forma a não proporcionarem às crianças as possibilidades sugeridas pelos investigadores.

Um outro aspecto, do trabalho com os materiais, apesar de não transparecer no discurso das educadoras, e que dificulta a utilização dos diversos materiais, é que são actividades que necessitam de tempo, que deve ser dado à criança para ela levantar hipóteses, testá-las, errar, pensar sobre o erro, indispensável para a sua formação e pleno desenvolvimento.

Por outro lado inferimos que as docentes, de um modo geral, perante as respostas às entrevistas e nas observações das suas práticas, precisam na formação inicial e ao longo da sua formação contínua de experiências mais significativas com materiais, pois as que tiveram não foram suficientes para as levar a compreender todas as potencialidades desses recursos, motivo pelo qual não os utilizavam convenientemente na sua prática.

É ainda de salientar que as educadoras S e T não foram acostumadas durante a sua formação, ou no seu quotidiano a lerem, a analisarem e reflectirem sobre pesquisas relativas à(s) área(s) de actuação, o que pode justificar o modelo da prática pedagógica que adoptam, **daí que seja fundamental uma mudança de paradigma na formação inicial e continua de professores**.

Esta investigação aponta para a importância entre o fazer e compreender, de modo a que o educador na sua prática pedagógica, utilize os materiais manipuláveis, como instrumento de intervenção, como ferramenta, com a finalidade de contribuir para a construção do conhecimento por parte do sujeito–a criança.

Este trabalho também contribui para constatarmos que a intervenção da educadora pode ir para além das actividades com exercícios mecânicos, com o propósito de "decorar" simplesmente regras ou processos, que sejam desprovidos de sentido ou significado. Podemos afirmar que **a tomada de consciência, não acontece de forma abrupta, precisando de construções por degraus e mudanças que permitam um nível mais elevado de interiorização, e para isso acontecer devemos proporcionar situações que desenvolvam interacções entre o sujeito, e o objecto do conhecimento, ou seja, oferecer à criança a possibilidade de relacionar as acções realizadas com os materiais e com os conceitos**

**trabalhados, pois subjacente a cada material, existe uma proposta pedagógica que o justifica**.

Dos resultados obtidos e perante o enquadramento teórico, conclui-se que o processo de ensino-aprendizagem é influenciado por diversas variáveis. **É importante valorizar: o papel que os materiais desempenham como ferramentas; um ambiente rico em recursos e estratégias diversificadas; a acção educativa, orientada pelo educador com um determinado objectivo; a experimentação-manipulação que provocam a emergência e a formação de capacidades perceptivas, representativas e conceptuais**.

Nestas circunstâncias, **é fundamental não esquecer que a utilização de materiais, por si só, não traduz uma aprendizagem eficaz e significativa da matemática, que deve ser um processo activo, vivenciado pela criança, onde pode explorar, desenvolver, testar, discutir, aplicar ideias, reflectir, de modo a serem um meio e não um fim.** É necessário dar tempo, para o material ser explorado, de forma a criar *insights* no processo de aprendizagem de modo a não ter efeitos contraproducentes. As limitações dos materiais resultam da desadequação: da tarefa pedida e da relação desta com o conceito em causa; dos conhecimentos científicos e didácticos e da falta de tempo para pensar e fazer com sentido as actividades.

Pensamos ser fundamental que o educador, ao propor actividades com os materiais, proporcione condições para que a criança desenvolva habilidades, em que as noções matemáticas tenham significado, pois cada criança tem o seu próprio tempo, e como seres diferentes que somos, não aprendemos todos ao mesmo tempo. Deste modo há necessidade de uma correspondência entre o desenvolvimento psicogenético e as actividades propostas na escola, de forma a que o pensamento cresça a partir de acções do concreto para o abstracto, da manipulação para a representação e desta para a simbolização e concretização.

**A educação infantil deve permitir situações em que se aprende participando, vivenciado sentimentos, tomando atitudes perante factos, escolhendo procedimentos, com autonomia, para se atingirem determinados objectivos, que facilitem o processo de construção e aquisição de novos conhecimentos matemáticos.**

## 2. Ideias para o futuro

Com base no presente trabalho, começamos por reforçar: i) a importância da implementação de uma relação mais efectiva e verdadeira entre quem aprende e quem ensina;

ii) a necessidade de repensarmos os planos curriculares e as metodologias aplicadas na educação de infância e nas escolas de formação de educadores e de professores; iii) reforçar a importância dos materiais manipulativos, apresentando algumas propostas:

- Partir de situações problemáticas e concretas onde os alunos se sintam à vontade associando-as com a matemática (por exemplo retirar benefícios das novas tecnologias que tanto os atrai e entusiasma) e apelar à sua criatividade;
- Criar materiais manipulativos partindo de materiais recicláveis qualquer que seja o nível de maturidade científica do aluno, a intuição e a percepção, ainda que pouco rigorosas ou formais, são muitas vezes passos iniciais para o bom sucesso de uma tarefa matemática;
- Através do conhecimento de materiais manipulativos elaborar outros que possam ser utilizados para desenvolver os conceitos aprendidos, onde, o professor poderá ser o elo de ligação, motivação, e de aproximação;
- Proporcionar nos jardins-de-infância, actividades com materiais onde os pais possam participar e actuem, de forma a perceber a utilização dos mesmos, e até poderem ajudar a criar outros.
- Elaborar, por exemplo, um **guia de apoio** (tal como o que irei editar[9]), em que os alunos, futuros professores, possam encontrar um suporte, que lhes permita avançar sem receios, pois aprender a ensinar é um processo contínuo. Neste sentido a formação inicial é uma fase e deve proporcionar condições e experiências para que se tornem autónomos e competentes para aprenderem ao longo da vida.

## 3. Limitações do estudo

Um aspecto que gostaríamos de referir incide na falta de trabalhos sobre esta temática, em Portugal, e na educação de infância.

Neste trabalho de investigação utilizaram-se materiais manipuláveis no processo ensino/aprendizagem de determinados conceitos e os resultados poderão não ser conclusivos, em relação aos benefícios, visto que existem diferentes realidades. Por um lado, as ideias e respostas expressas pelas crianças foram obtidas em relação a um conjunto de tarefas e

---

[9] Caldeira, Maria Filomena (2009). *Guia de Apoio para as actividades com os materiais manipulativos na matemática*. Lisboa.

situações. Se tivessem sido utilizados outros materiais com outras tarefas e outras situações, os dados recolhidos poderiam eventualmente levar a outro tipo de resultados. Neste sentido poderiam ter sido propostas tarefas, mais diversificadas e durante um período mais longo, onde se pudesse recolher mais elementos. Por outro lado, poderíamos ter alargado a nossa investigação, a outras educadoras com formações iniciais diferentes.

Importa referir, também, a disponibilidade da investigadora que não deixou de desempenhar todas as funções profissionais relacionadas com a instituição onde trabalha.

## 4. Recomendações

Este estudo investigou sobre a aprendizagem de determinados saberes matemáticos mediados por materiais manipuláveis na educação de infância. O mais importante no ensino--aprendizagem da matemática é a actividade mental a desenvolver nos e pelos alunos. A utilização dos materiais, através de modelos concretos, permite à criança construir, modificar, integrar, interagir com o mundo físico e com os seus pares, a aprender fazendo, desmistificando a conotação negativa que se atribui à matemática.

Os poucos estudos realizados são unânimes na sua afirmação de que a Matemática é bastante importante para a formação da criança, tendo muita influência a forma como se ensina, o que se ensina e como se ensina. Os progressos que tem havido ainda não são suficientes e **urge encontrar novos caminhos e novas didácticas que visem uma melhor formação da pessoa, o sucesso escolar das crianças e a valorização da profissão docente**.

A matemática desenvolve a capacidade de construir e organizar conhecimento, exige uma maior partilha de responsabilidades entre todos os professores dos diferentes níveis de ensino, uma mudança de paradigma e uma grande vontade em terminar com a situação de que a matemática e a sua aprendizagem representam os fracassos do ensino. É neste contexto que **há necessidade de encontrar alternativas e estratégias que possam beneficiar as crianças**.

A matemática deve ser interpretada pelos professores como um instrumento para a vida e não um fim em si mesmo. **É necessário co-responsabilizar todos os intervenientes e ajudá-los a ultrapassar os preconceitos e os obstáculos porque não há receitas para o sucesso, é preciso acreditar no sucesso**. Ser professor é um processo ao longo do tempo, que começa antes de se iniciar o processo de formação e prolonga-se ao longo da vida, vivenciando inúmeros contextos, dilemas, construindo conhecimentos em vários domínios.

**Contribuir para que a formação inicial seja um processo que torne o futuro docente capaz de "melhorar a sua habilidade de ensinar"** de forma a experimentar por si próprio, sentir gosto e segurança para fazer matemática, pois ao ser "um organizador das actividades, facilitador das aprendizagens, dinamizador do trabalho, **torna-se importante estudar essas mesmas práticas no meio em que se processa a formação.**

Para isso é fundamental que os objectivos da formação sejam condicentes com a sociedade a que se destina. Pensando na sociedade do futuro, com toda a carga utópica que advém dos ideais de justiça, dignidade de vida, igualdade de oportunidades, liberdade, então é possível discutir sobre como orientar a educação para alcançar esse futuro.

**Analisar e desenvolver modelos de intervenção** que favoreçam a aprendizagem da matemática na formação inicial é fundamental, visto que o professor ao ensinar com conhecimento, conquista respeito, confiança, e admiração dos seus alunos (ninguém ensina o que não conhece). Na prática, esta questão, envolve outras tais como:

- Qualquer assunto que tenha que ser ensinado, necessita que o professor conheça mais do que deve ensinar… e deve ensinar só aquilo que o aluno pode aprender;
- O professor não tem obrigação de saber responder a tudo, e pode ter a humildade de dizer "não sei", mostrando receptividade para procurar uma resposta adequada à questão, informando depois os alunos.

Não existe uma forma correcta de ensinar por isso, **a selecção e a utilização de materiais de ensino adequados,** de ferramentas e técnicas didácticas, a vivência de uma prática reflexiva e um contínuo enriquecimento pessoal constituem acções que os professores devem realizar todos os dias, **devem proporcionar oportunidades de aprendizagem para todos os níveis de compreensão**.

Numa das questões que fizemos, no início da investigação sobre a importância da formação inicial matemática dos professores e que foi o "motor" deste trabalho, obtivemos resultados (que inserimos em anexo) e que vêm ao encontro de uma das finalidades da formação, que é desenvolver os conhecimentos e as competências práticas dos professores, não só para que possam usá-las na prática, como também, para que sejam mais dinâmicas interactivas e reflexivas. Daí que a formação tenha de ser realizada com uma filosofia de intervenção dos próprios sujeitos num processo auto e inter-formativo. Este processo não se gera a partir do nada, tem que ser alimentado, orientado e trabalhado à luz dos saberes teóricos e com o recurso a formações específicas, integrando-se em processos organizados e geridos colaborativamente, dentro da prática curricular.

As instituições governamentais definem teoricamente as finalidades da educação e do currículo, mas são os professores que têm que o desenvolver nas salas de aula, agindo de acordo com os seus conhecimentos, as suas concepções e as suas experiências formativas. A chave de toda a metodologia radica na figura do educador que tem um papel fulcral, é ele o dinamizador do grupo, cria os espaços, disponibiliza os materiais, proporciona os jogos, favorece o lúdico e a criatividade, ou seja, faz a mediação da construção do conhecimento.

É necessário que os profissionais da educação de infância tenham acesso ao conhecimento produzido na área da educação para repensarem a sua prática, reconstruirem-na enquanto cidadãos e actuarem como sujeitos da produção de conhecimento, para que possam "implantar" currículos ou "reconstruírem" propostas às realidades educativas e participarem efectivamente na sua concepção, construção e consolidação.

O foco da prática do educador deve ser a promoção, a partir da actividade lúdica, da estimulação, da autonomia e da descoberta do que a criança manipula, experimenta, vivencia, de forma a sentir-se motivada e estimulada para participar, implicando-a no seu processo de aprendizagem, ajudando-a a ir mais além, considerando a diferença entre o nível de tarefas que a criança pode realizar com a ajuda do adulto e o nível de tarefas que consegue realizar sozinha. O educador desempenha um papel fundamental ao servir de mediador entre o mundo e a criança. A estimulação apropriada e variada desenvolve as capacidades, o diálogo e o pensamento da criança, encorajando-a nas suas escolhas, dando-lhe oportunidade de experimentar, errar, resolver os seus conflitos, fomentando o seu espírito critico e promovendo a sua autonomia.

**Deve ser dada à criança o direito de aprender, que não deve ser repetitivo e mecânico, fazendo sem saber o que faz e porque razão o fez**. Muito menos um aprender que se "esvazia" em brincadeiras. O aprender deve ser significativo, em que a criança pode participar raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido. Nesta perspectiva o material pode ser relevante para que tal ocorra. **Para isso acontecer, o material mais adequado não precisa ser o que já está construído, ou que é visualmente mais bonito, pois se a criança construir um material tem a oportunidade de aprender matemática de forma mais afectiva e efectiva**.

Incrementar a elaboração de materiais para os primeiros anos, designados "por anos promissores" (Carnegie Corporation, 1999) com o pressuposto de que todas as crianças podem aprender matemática significativa podem ser experiências cognitivas ou afectivas que acompanharão os alunos para sempre.

**Em virtude das crianças mais novas estarem numa fase de construção das suas crenças relativamente à matemática (sobre o que esta implica saber fazer e sobre si mesmas) e sabendo que estas percepções irão influenciar os seus pensamentos, desempenhos, atitudes e decisões sobre o estudo da matemática no futuro, pensamos ser indispensável que vivam uma prática, que permita o pensamento de um modo preciso e ordenado, promovendo hábitos básicos de raciocínio, tais como a capacidade de distinguir o essencial do supérfluo, o espírito crítico e a capacidade de obter conclusões lógicas, em que cada uma tem que passar por este processo individualmente, percorrendo todas as fases do concreto para o abstracto**.

Nesta perspectiva, é relevante que se proporcione, numa **linguagem explícita e clara**, **múltiplas experiências** às crianças a partir de **diferentes tarefas** e **questões variadas**, de modo a existir **compreensão das etapas** que formam os conceitos através de diversas situações do dia-a-dia comunicadas inicialmente numa **linguagem informal** e depois **formal**, em ambientes adequados, de modo a que os materiais sejam instrumentos que permitam clarificar ideias e percepcionar certos atributos através das suas representações figurativas ou simbólicas, num processo de manipulação-acção e posteriormente de representação-conceptualização privilegiando e fomentando a **aprendizagem de ideias matemáticas**.

## 5. Considerações finais

Consideramos prioridade, que na Educação Infantil, no processo de ensinar e aprender matemática, se devem proporcionar condições para que as crianças possam compreender o sentido do número e as operações de adição e subtracção.

Enquanto docentes, defendemos a necessidade de investigar o processo de construção dessas competências, que se reflectem no processo de ensinar e aprender, em que o conhecimento do educador contribui para que não ocorra de modo mecânico e descontextualizado mas sim como aprendizagem significativa. Por isso a simples introdução de actividades com materiais não é o garante dum eficaz desenvolvimento infantil.

Os materiais, não podem carregar neles, significados próprios, pois são potenciais instrumentos, que desenvolvem significados, com a função da tarefa, para a qual o educador o estruturou. Através de um método, duma orientação possibilitam às crianças experiências num processo de manipulação-acção e posteriormente de representação-conceptualização, podendo provocar a emergência, o desenvolvimento e a formação de determinadas atitudes, destrezas e capacidades perceptivas, representativas e conceptuais. Defendemos a sua utilização na prática pois a aprendizagem:

- Baseia-se na experimentação que é sensorial e é o cerne da aprendizagem;
- Caracteriza-se por estádios distintos de desenvolvimento;
- Aumenta com a motivação;
- Constrói-se do concreto para o abstracto;
- Requer participação e envolvimento activo da criança.

Os materiais permitem:

- Respeitar as diferenças individuais;
- Diversificar as actividades de ensino;
- Fazer a "ponte" entre o concreto e o abstracto;
- Representar ideias abstractas;
- Informar, modelar, mediar, estruturar, criar, instruir… quando devidamente orientados.

O sucesso da utilização dos materiais depende por um lado de como as tarefas são implementadas pelos educadores e por outro, da forma como aqueles vêem a matemática.

Por isso, a formação inicial do educador deve proporcionar situações de aprendizagem para que contactem, construam, manipulem materiais, de modo a descobrirem as suas potencialidades e obtenham conhecimentos sólidos sobre a sua utilização, para que as tarefas permitam a construção do saber, para mais tarde ao pensarem a sua prática, actuarem como sujeitos produtores de conhecimento. Os materiais ao serem elementos de mediação na sala de aula, precisam ser conhecidos pelos educadores (que na sua formação inicial os devem aprender e saber utilizar), de modo a percepcionarem as diferentes potencialidades educativas para, na prática valorizarem o aluno, respeitando as suas diferenças, motivando-o na construção do pensamento matemático.

Acreditamos que o presente trabalho de investigação que foi desenvolvido com as seis educadoras e respectivas turmas de crianças, e os catorze alunos dos cursos de Educadores e de Professores do 1.º ciclo do Ensino Básico, permitiu desmistificar o ensino-aprendizagem da matemática, tentando despertar e promover nos futuros profissionais uma maior apetência para a utilização dos materiais manipulativos. Como instrumentos na sala de aula, precisam ser conhecidos pelos educadores, de modo a que desenvolvam uma maior motivação para a aprendizagem e para o ensino da matemática, contribuindo para que o saber em construção tenha uma apropriação gradativa que se quer de qualidade, apelativo, enriquecedor e criativo, capaz de desenvolver as capacidades cognitivas do sujeito.

# Parte III

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS E OUTRAS FONTES

**Referências Bibliográficas**

Abrantes, P., Ponte, J. P., Fonseca, H. & Brunheira, L. (1999). *Investigações matemáticas na aula e no currículo.* Lisboa: APM.

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica. Reflexão participada sobre os currículos do ensino básico.* Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

Aguiar, J. S. (1999). *Jogos para o Ensino do Conceito.* Papirus.

Aguiar Ramos, M. C. (2001). *Máseducativa* n.º 6. Septiembre.

Aharoni, R. (2008). *Aritmética para pais*. Lisboa: SPM. Gradiva. Temas da Matemática.

Alarcão, I. (1991). Reflexão Crítica sobre o pensamento de D. Schön e os programas de formação de professores. *Cadernos* CIDIne, 5-21.

Alarcão, I. (1996). (Org.). *Formação reflexiva de Professores: estratégias de supervisão.* Porto: Porto Editora.

Alarcão, I. (1998). Revisitando a competência dos professores na sociedade de hoje. *Aprender,* 21, 46-50.

Alarcão, I. (2000). Escola Reflexiva e Supervisão. Uma escola em desenvolvimento e aprendizagem. *In* I. Alarcão (Org.) Escola Reflexiva e Supervisão. *Uma escola em desenvolvimento e aprendizagem*, p. 11-23. Porto, Porto editora.

Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação? *In* B. P. Campos (Org.), *Formação Profissional de professores no ensino superior* (vol. 1, pp. 21-31). Porto: Porto Editora.

Alarcão, I., Freitas, C. V., Ponte, J. P., Alarcão, I. & Tavares, M. J. F. (1997). *A formação de professores no Portugal de hoje* (Documento de um grupo de trabalho do CRUP).

Alarcão, I. & Tavares, J. (2003). *Supervisão da prática pedagógica. Uma perspectiva de desenvolvimento e aprendizagem* (2.ª edição). Coimbra: Almedina.

Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, S. L., Serrazina, L. & Nápoles, S. (2006). *A Matemática na Formação Inicial de Professores*. Associação de Professores de Matemática. Secção da Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Alencar, E. M. L. S. (1990). *Como desenvolver o potencial criador*: uma guia para a liberação da criatividade em sala de aula. Petrópolis: Vozes.

Alencar, E. M. L. S. (1997). *O estímulo à criatividade no contexto universitário*. In: Psicologia escolar e educacional.

Alencar, E. M. L. S. & Fleith, D. S. (1999). *Percepção de professores e estudantes universitários quanto ao estímulo à criatividade: um estudo comparativo*. Projecto de Pesquisa.

Alencar, E. M. L. S. (1999). *Barreiras à criatividade pessoal. Desenvolvimento de um instrumento de medida*. In: Psicologia escolar e educacional.

Almeida, M. T. P. (2004). *Jogos divertidos criativos*: Vozes.

Almeida, P. N. (1998). *Educação lúdica; prazer de estudar – técnicas e jogos pedagógicos.* Rio de Janeiro: Loyola.

Almenzar Rodriguez, M. L. (1999). Proyecto Docente. (Inédito).

Alsina, A. (2001). Matemáticas y juego. *Uno*, 26, 111-199.

Alsina, A. (2002). De los contenidos a las competencias numéricas en la enseñanza obligatoria. *Uno*, 29, 55-66.

Alsina, A. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos.* Porto: Porto Editora.

Alsina, A. y Canals, M. A. (2000). *La enseñanza de las matemáticas en la educación primaria.* Barcelona: Editorial Onda.

Alves, E. V. (1999). *Um estudo exploratório dos componentes da habilidade matemática requeridos na solução de problemas aritméticos por estudantes do ensino médio*. 186f. Dissertação (mestrado). Universidade de Campinas, Campinas.

Amabile, T. A. (1989). Growing up creative. Buffalo, NY: The Creative Education Foundation Press.

Amabile, T. A. (1996). Creativity in context. Boulder, CO: Westview Press.

Andrews, (2000). *Prescription for Preservice Education: Stop Blaming the Victims and Teach them*. Dialogues online. http//www.nctm.org/dialogues/2000-10/prescription.htm.

Angel, A. (2004). Desarrollo de competencias matemáticas con recurso lúdico-manipulativo. Para niños y niñas de 6 a 12 ans.

Antunes, C. (2003). *O Jogo e a Educação Infantil.* Petrópolis – RJ: Vozes.

Antunes, C. (2003). *Jogos para a estimulação das múltiplas inteligências.* Petrópolis. RJ: Vozes.

Araújo, E. S. (1998). *Matemática e formação em educação infantil. Biografia de um projecto.* 1998. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Arce, A. (2002). *Friedrich Froebel: o pedagogo dos jardins de infância*. Petrópolis. Vozes.

Aristóteles (384-322 a. C.) (1973). *Tópicos – Dos Argumentos Sofísticos*. São Paulo: Colecção Os Pensadores.

Associação de Professores de Matemática & Instituto de Inovação Educacional (1998). *Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM & IIE.

Associação de Professores de Matemática (1998). *Renovação do currículo de matemática*. Lisboa: APM.

Associação de Professores de Matemática (2000). Materiais para a Aula de Matemática. Lisboa: *Educação e Matemática.*

Associação de Professores de Matemática (2001). *A matemática no 1.º ciclo*. Lisboa: APM.

Associação de Professores de Matemática (2001). *Materiais para o 1º ciclo. Caderno 1. Mais Problemas.* Lisboa: APM.

Associação de Professores de Matemática (2005). APM. [em linha]. Lisboa, Disponível em 31 de Janeiro de 2005 URL<http://www.apm.pt>.

Associação de Professores de Matemática (2006). *Desenvolvendo o sentido de número: Perspectivase exigências curriculares.* Materiais para o educador e professor do 1.º Ciclo. Lisboa: APM.

Associação de Professores de Matemática (2007). *Desenvolvendo o sentido de número: Perspectivase exigências curriculares, vol.II.* Materiais para o educador e professor do 1.º Ciclo. Lisboa: APM.

Assude, T. (1999). Elementos de reflexão sobre a análise e o desenvolvimento curricular. Em M. Pires, C. Mesquita, J. Ponte, H. Fernandes, A. Leitão e L. Serrazina (Orgs.), *Caminhos para a investigação em educação matemática em Portugal* (pp. 35-48). Bragança: SPCE.

Azcárate Goded, P. (1999). Estrategias metodológicas para la formación de maestros. In José Carrillo Yánez y N. Climent Rodríguez (eds.), *Modelos de formación de maestros en Matemáticas*. Universidad de Huelva.

Azevedo, M. G. e Miguéis M. R. (2006) (Org.). *A Educação: Matemática na Infância – abordagens e desafios*. São Paulo: Editora Gailivro.

Bairrão, J. & Tietze, W. (1995). *A educação pré-escolar na União Europeia*, Lisboa, Instituto de Inovação Educacional.

Bairrão, J. & Vasconcelos, T. (1997). "A educação pré-escolar em Portugal: Contributos para uma perspectiva histórica". *Revista de Inovação, 10, 1997,7-19.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Bairrão, J. (1998). O que é a Qualidade em Educação Pré-Escolar? Alguns Resultados Acerca da Qualidade da Educação em Portugal. In *Qualidade e Projecto na Educação Pré-Escolar*, Lisboa, ME, DEB.

Bairrão, J. Leal, T., Abreu-Lima, I. & Morgado, R. (1997). "Educação Pré-Escolar". In: *A Evolução do Sistema Educativo e o PRODEP, vol II*, Ministério da Educação, Departamento de Avaliação, Prospectiva e Planeamento.

Baker, D. V., Tomblin, A. M. (2000). "Schooled and community numeracies: understanding social factors and "under-achievement" in numeracy", in Matos, J. F. e Santos, M.. (Ed.), *Mathematics Education and Society. Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference (MES2),* pp. 158-189. Lisboa: Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Ball, D. L. (1991). Research on teaching mathematics. Making subject-matter knowledge part of the equation. *Advances in Research on Teaching*, 2, 1-48.

Ball, D. L. (1997). What Do Students Know? Facing Challenges of Distance, Context, and Desire in Trying to Hear Children. Em B. J. Biddlle et al. (Eds.), *International Handbook of Teachers and Teaching* (pp. 769-818). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Ball, D. L. (2000). Bridging practices: intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. In Jack Bana & Anne Chapman (eds.), *Mathematics education beyond 2000 – Proceedings of the twenty-third annual conference of the mathematics group of Australasia Incorporated* (3-10). Perth, Western Australia: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Ball, D. L. & Bass, H. (2001). Knowledge of Fundamental Mathematics for Teaching. Em D. Ball e H. Bass (Eds.), *Knowing and Learning Mathematics for Teaching* (pp. 27-34) ed. Mathematical Sciences Education Board, (2001). Washington, DC: National Academy Press.

Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Making Mathematics Reasonable in School. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A Research companion to principles and standards for school mathematics* (p.27-44). A. Reston, VA: NCTM.

Ball, D. L. & Bass, H. (2004). Knowing mathematics for Teaching. In R. Strasser, G. Brandell, B. Grevholm & O. Helenius (Eds.), *Educating for the future*. Goteborg University.

Balmond, C. (2000). *O Número 9: Em Busca do Código Sigma*. Lisboa: Replicação.

Barbosa, A., Vale, I., Palhares, P. (2006). *A Resolução de Problemas e a generalização de padrões: estratégias e dificuldades emergentes*. Lisboa. Disponível em 2006 em http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/actas/Actas12SEIEM/Apo02 BarbosaVale.pdf.

Barbosa, M. (2000). A formação de professores face às novas prioridades da escola: Inventário de competências para promover a cidadania. Em A. Barca e M. Peralbo (Eds.), V Congresso Galego-Português de Psicopedagoxia – *Actas. Comunicacións e posters*. pp. 352-358, N.º 4, Vol. 6, Ano 4.º.

Barderas, S. (2000). *Didáctica de las matemáticas: El libro de los recursos*. Madrid: Editorial la Muralla, S. A.

Bardin, L. (1995). Análise de conteúdo. Lisboa: Persona Edições.

Baroody, A. J. e Standifer, D. J. (1993). "Addition and Subtraction in the Primary Grades in Jensen", *in* R. J. (Ed.) (1993). *Research Ideas for the Classroom. Early Childhood Mathematics*, pp.72-102. Nova Iorque: Macmillan Publishing Company.

Baroody, A. J. e Wilkins, J, M. (1999). "The Development of Informal Counting, Number and Arithmetic Skills and Concepts", in Juanita V. Copley (Eds.), *Mathematics in the Early Years,* pp. 3-10. Reston: National Council of Teachers of Mathematics e National Association for the Education of Young Children.

Barron, F. (1995). The disposition toward originality. In: Journal of Personality and Social Psychology.

Barros, M. G., Palhares, F. (1997). *Emergência da Matemática no Jardim-de-Infância*. Porto: Porto Editora.

Bartolomé, A. R. (1999). Las nuevas tecnologías y la educación, en VARIOS, *Educación y internet,* Santillana, Madrid.

Bastos, C. L.; Keller, V. (2000). *Aprendendo Lógica*. Petrópolis: Vozes.

Bauman, Z. (2002). *La cultura como praxis.* Barcelona: Paidós.

Baversfeld, H. (1993). Remarks on the education of elementary teachers preservice and inservice. In H. Bauersfeld: *Three papers* , *occasional paper* 150 of the IDM, Bielefeld.

Bay-Williams, J. (2001). What is algebra in elementary school?, *Teaching Children Mathematics,* December 2001, 196-200.

Becker, F. (2001). Educação e construção do conhecimento. Porto Alegre: Artmed Editora.

Beetlestone, F. (2000). *Niños creativos, enseñanza imaginativa*. Ed. La Muralla. Madrid.

Bennet, J. (2004). Curriculum issues in national policy making, Paris, OCDE // Conferência realizada em 14th Annual Conference on Quality in Early Childhood Education, subordinada ao tema Quality Curricula: the influence of research, policy and praxis, Malta, 1-4 de Setembro de 2004.

Bertram, T.; Laevers, F.; Pascal, C. (1996). L'étude de la qualité de l'interaction adulte-enfant dans le pré-scolaire: "Le schéma d'observation du style de l'adulte". In S. Rayna, F. Laevers & M. Daleau; *L'Education préscolaire, quels objectifs pédagogiques?* INRP et Nathan, France.

Bettelheim, B. (1987). *No hay padres perfectos*. Barcelona: Crítica, 1994.

Bezerra, M. J. (1962). *O material didático no ensino da matemática.* Diretoria do Ensino Secundário/Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário/MEC. Rio de Janeiro.

Biehler, R. (1994). Teacher education and research on teaching. Em R. Biehler, R. Sholz, R. Sträber & B. Winkellmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline* (pp. 55-60). Dordrech. Kluwer Academic Publishers.

Bishop, A.; Clements, K.; Keitel, C.; Kilpatrick, J.; Laborde, C. (1996). *International Handbook of Mathematics Education*. Londres: Kluwer Academic Publishers.

Blonde, P., Brennen, D., Fure, M., Grech, V., & Reilly, J. (2003). *ECTS Linking credits and different levels of study.* Retirado em 14 de Outubro de 2004 de http://www.mecesup.cl/diffusion/destacado/ECTS_Linking_credits_and_different_levels_of_study.pdf.

Boavida, A. M. (1992). *Resolução de Problemas: Que Rumos para a Educação Matemática?* Em M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos & J. P. Ponte (Eds.). Lisboa. IIE/SPCE.

Bogdan e Biklen (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto. Porto Editora.

Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. Profesorado. *Revista del Currículum y Formación del Profesorado*. 9 (2), 39 pp.

Bolívar, A. (2006). El currículum como curso de la vida y la formación del profesorado. Universitas Tarraconensis. *Revista de Ciències de l'Educació, Edició especial* (Homenaje Vicent Ferreres), Marzo, pp. 25-44.

Borba, M. C. (2004). *Educação matemática:* pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, p. 213-231.

Borin, J. (1996). *Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática.* S. Paulo: IME-USP.

Borralho, A., Monteiro, C., Espadeiro, R. (2004). *A Matemática na Formação do Professor.* (Eds.) Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Brenelli, R. (2005). *O jogo como espaço para pensar*. Campinas: Papirus.

Brito, M. R. F. (1993). Psicologia e Educação Matemática, *Revista de Educação Matemática,* S. Paulo: SBEM, 1, 31-65.

Brito, M. R. F. (2006). Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Org.). *Solução de problemas e a matemática escolar*. Campinas: Alínea, p. 13-53.

Brocardo, J. (2003). Formação inicial de professores de Matemática: consensos e dificuldades. *Educação e Matemática*, 73, 3-7.

Brocardo, J. Delgado, C., Mendes F. Rocha, I. e Serrazina, L. (2006). Números e Álgebra: Desenvolvimento curricular. Em I. Vale e al. (Org.). *Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores* (pp. 65-92). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação: Secção de Educação Matemática.

Brocardo, J., Serrazina, L., Kramer, J. M. (2003). Artigo publicado na E. M. de Nov./Dez.

Bronfenbrenner, V. (1979). The ecology of human developement. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Brown, C. A. Borko, H. (1992). Becoming a Mathematics Teacher. Em Douglas A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning* (pp. 209-239). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Bruer, J. T. (2000). *El mito de los tres primeros años*. Barcelona: Paidós.

Brun, J. (Org.) (2000). *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget.

Bruner, J. (1960). *The process of education*. New York: Vintage Books.

Bruner, J. (1976). Uma nova teoria de aprendizagem. Rio de Janeiro. Editora Bloch.

Buchberger, F ., Campos, B. P., Kallos, D., Stenpehenson J. (Eds), J. (2000). *Green paper on teacher education in* Europe*: High Quality Teacher Education for High Quality Education and Training. TNTEE Network.*

Cabanas, J. Q. (2002). *Teoria da Educação – Concepção Antinómica da Educação.* Colecção Perspectivas Actuais/Educação. Porto: Edições Asa.

Cabral, R. F. (1999). *O Novo Voo de Ícaro. Discurso sobre Educação*. Lisboa: ESE João de Deus.

Campos, B. P. (1995). *Formação de professores em Portugal.* Lisboa: IIE.

Campos, B. P. (2002). *Políticas de formação de profissionais de ensino em escolas autónomas.* Porto: Afrontamento.

Campos, B. P. (2002). Professores num contexto de mudança: Profissionais do ensino em escolas autónomas. In R. Carneiro, J. Caraça, & M. E. S. Pedro (Eds.), *O futuro da educação em Portugal, tendências e oportunidades: Um estudo de reflexão prospectiva* (Vol. IV - As dinâmicas dos actores, pp. 287-315). Lisboa: DAPP.

Campos, B. P. (2003). *Quem pode ensinar: Garantia de qualidade das habilitações para a docência.* Porto: Porto Editora.

Canals, M. A. (1992). *Per una didáctica de la matemática al'escola.* Vic: Eumo Editorial.

Canals, M. A. (2001). *Vivir las matemáticas.* Barcelona: Octaedro-Rosa Sensat.

Canals, M. A. (2003). *Reglets numerics.* Barcelona: Departament d'Ensenyament. Edição electrónica em http://xtec.es/estudios/primaria/index.htm.

Canals, M. A. e Foix, R. (1996). *Tangram*. Barcelona: Onda.

Canário, R. (1998). *Gestão da escola: como elaborar o plano de formação?* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Canário, R. (2001). *A prática profissional na formação de professores.* In: Campos (Org.). Formação Profissional de Professores no Ensino Superior. Porto: Porto Editora / INAFOP.

Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos*. Tese de doutoramento. Universidade de Lisboa. Lisboa: APM.

Canavarro, A. P., Santos, L. e Ponte, J. P. (2000). *O currículo na prática lectiva: dois estudos de caso*. Actas do XISIEM (pp. 133 - 144). Lisboa: APM.

Canavarro, A. P.; Ponte, J. (2005). O papel do professor no currículo da matemática. In *O Professor e o desenvolvimento curricular*. (pp. 63 - 89). Lisboa: APM.

Caraça, B. J. (1998). *Conceitos fundamentais de Matemática*. Lisboa: Gradiva.

Cardona, M. J. (1993) "A formação de educadores de infância nas Escolas Superiores de Educação públicas", Revista ESES, 4, Santarém: ESES, p. 65-73.

Cardona, M. J. (2006). *Educação de Infância. Formação e Desenvolvimento Profissional.* Edições Cosmos.

Cardoso, V. C. (2002). *Materiais didácticos para as quatro operações.* 5a. ed. São Paulo: CAEM/IME-USP.

Carlson, J. S. (Ed.) (1992); Advances in cognition and education practise. Applications: Remediation, giftedness and creativity and teacher education. Volume I (part B) (1ª Ed.). London: Jai Press.

Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. In: T. P. CARPENTER, J. M. MOSER & T. A. ROMBERG (Eds.), *Addition and Subtraction: a cognitive perspective*. Hillsdale: Erbaum.

Carraher, T.; Carraher, D.; Schliemann, A. D. (1995). *Na Vida Dez, na Escola Zero.* S. Paulo: Cortez.

Carrillo J. e Contreras, L. (2000). El amplio campo de la resolución de problemas. In José Carrillo Yanez e Luís Carlos Contreras (Eds.), *Resolución de Problemas en los Albores del Siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos*. Huelva: Hergué, Editora Andaluza.

Carvalho, D. L. (1990). *Metodologia do Ensino da Matemática*. S. Paulo: Cortez.

Castelnuevo, E. (1978). *Didáctica de la matemática moderna*. México: Editorial Trillas.

Castillejo, J. L. (1978). *Nuevas Perspectivas en las Ciencias de la Educación*. Madrid: Anaya.

Castillo, A. G. y Llamas, B. M. (1999). Un Mundo para el Niño. "Innovaciones Curriculares". Grupo de Investigación "Educación Infantil y Formación de Educadores". Universidades de Andalucía.

Castillo, A. G., Llamas M. B., Martin, Mª C. M. (Coordinadores) (2002). *Necesidades Educativas De La Infancia Ante El Nuevo Milenio*. Tomo II. Centro de Ediciones de la Diputación Provincial de Málaga (CEDMA).

Cea D'Ancona, M. Angeles (1996). *Metodología cuantitativa. Estrategias y técnicas de investigación social*. Editorial Síntesis, S. A. Madrid. (pp 83).

Cebola, G. (2002). Do número ao sentido do número. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.), *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação dos professores* (pp. 257-273). Lisboa: SEM-SPCE.

Cerisara, A. B. (2002). Em busca do ponto de vista das crianças nas pesquisas educacionais. Primeiras aproximações. In M. J. Sarmento & A. B. Cerisara (orgs.), *Crianças e miúdos: perspectivas sociopedagógicas da infância e educação.* Porto: Edições Asa.

Cerquetti-Aberkane, F. e Berdonneau, C. (1997). O ensino da matemática na educação infantil. Artes Médicas. Porto Alegre.

Clandinin, D. J. (1986). *Classroom practice: Teacher images in action*. London: Falmer Press.

Clandinin, D. J. (1992). Narrative and story inteacher education. In T. Russel & H. Munby (Eds.), *Teachers an Teaching: From Classroom To reflection* (pp. 124-137). London: Falmer Press.

Clarke, B. Clarke, D. & Sullivan, P. (1996). The mathematics teacher and curriculum development. Em Bishop, Clements, Keitel, Kilpatrick & Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 1207-1234). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Clements, D. H. (1999). "Geometric and Spacial Thinking in Young Children", in Juanita V. Copley (Ed.), *Mathematics in the Early Years,* Virginia: NCTM.

Clements, D. H. (2001). Mathematics in the preschool. *Teaching Children Mathematics, 7, 270-5.*

Cobb, P. (1997). Information-Processing Psychology and Mathematics Education – A Constructivist Perspective. *Journal of Mathematical Behavior*, 6, 3-40.

Comissão Independente População e Qualidade De Vida: Cuidar o Futuro, (1998).: *Um programa radical para viver melhor,* Lisboa: Trinova Editora.

Comiti, C. E. Ball, D. L. (1996). Preparing Teachers to Teach Mathematics: A Comparative Perspective. A. J. Bishop et al.. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education*, (pp. 1123-1153). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Confrontar Educação (1996): *Um tesouro a descobrir*, Porto: Asa.

Conselho Nacional de Avaliação do Ensino Superior (2000). Relatórios de avaliação externa dos cursos de Bacharelato em Educação de Infância e Professores do 1.º ciclo do Ensino Básico. Fundação das Universidades Portuguesas/Serviço de Documentação do ME.

Conway, J. H. E. Guy, R. K. (1999). *O livro dos números*. Lisboa: Gradiva.

Cooney, T. J. (1994). On the application of science to teaching and teacher education. In R. Biehler et al. (Eds.), Didatics of mathematics as a scientific discipline. Dordrecht: Kluwer.

Cooney, T. J. (1994a). Research and Teacher education: In search of common ground. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 6, 608-636.

Cooney, T. J. (1994b). Teacher education as an exercise in adaptation. In D. Aichele (Ed.), *Professional development of teachers of mathematics*. Reston: NCTM.

Cortesão, L., *et al*. (1995). *E agora tu dizias que… jogos e brincadeiras como dispositivos pedagógicos*. Porto: Ed. Afrontamento.

Crato, N. (2006). *O Desastre no Ensino da Matemática*. Lisboa: Gradiva Publicações.

Crato, N. (2006). *O Eduquês em Discurso Directo*. Lisboa: Gradiva Pulicações.

Crato, N. (2008). *A Matemática das coisas*. Lisboa: Gradiva Publicações.

Cruz, I., Branco, A., Leite, C., Ferreira, I., Ponte, J. P., & Trindade, V. (2002). *A declaração de Bolonha* e *a formação de professores nas universidades portuguesas* (Documento de um grupo de trabalho do CRUP).

Csikszentmihalyi, M. (1996). Creativity. New York: Harper Collins.

Cunha, N. H. S. (1994). *Brinquedoteca: um mergulho no brincar*. São Paulo. Maltese.

Cuoco, A. (2001). Mathematics for Teaching. American Mathematical Society, 48(2), 168-174.

Curcio, F. e Schwartz, (2001). What does algebraic thinking look like and sound like with pre-primary children?, *Teaching Children Mathematics* 3, 296-300.

Custódio, L. (2002). *Lengalengas no Jardim de Infância.* Porto: Ambar.

D'Ambrosio, B. S. (1993). Formação de professores de matemática para o século XXI: O grande desafio. *Pro-Posições*, Campinas, v. 4, n. 1 [10], p. 35-41.

D'Ambrosio, U. (1996). *Educação Matemática: da teoria e prática*. Campinas – SP: Papirus.

D'Ambrosio, U. (1998). Da realidade à acção: reflexões sobre a educação (e) matemática: São Paulo. Summus Editorial.

D'Ambrosio, U. (2001). *Elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica.

D'Ambrosio, U. (2004). Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.), Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, p. 13-29.

Dahlberg, G. Moss, P. e Pence, A. (2003). *Qualidade na Educação da Primeira Infância. Perspectivas pós-modernas.* Editora Artmed, RS.

Daniels, H. (2003). Vygotsky e a Pedagogia. Brasil. Edições Loyola.

Dante, L. R. (1980). *Incentivando a criatividade através da educação matemática.* 247f. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Dante, L. R. (1988). *Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática.* 192f. Tese de Livre Docência. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Davis, P. & Hersh, R. (1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva.

De Ketele, Jean M., Roegiers, Xavier (1995). “Metodología para la recogida de información” Editorial la Muralla, S. A. Colección Aula Abierta. Pp. 11-35.

De Vries R & Kamii C. (1980). Group Games in Early Education: Implications of Piaget's Theory. Washington, DC: Nacional Association for the Education of Young Children.

DEB (1997). *Legislação*. Gabinete para a Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar. Lisboa: ME-DEB, Novembro.

DEB (1997). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Gabinete para a Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar. Lisboa: ME-DEB. Setembro.

DEB (1998). *Qualidade e Projecto na Educação Pré-Escolar*. Gabinete para a Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar. Lisboa:ME-DEB. Outubro.

DEB (1999). *A Educação Pré-Escolar e os Cuidados para a Infância em Portugal*, Relatório Preparatório para o Exame Temático da OCDE. Lisboa: ME-Departamento da Educação Básica. Abril.

DEB (1999). *Matemática: competências essenciais*. (Documento de trabalho). Lisboa: ME-DEB.

DEB (2000). *Provas de aferição do Ensino Básico 4º ano 2000*. Relatório Nacional. Lisboa: ME.DEB.

Decroly, O. y Monchamp, E. (1983). *El juego educativo. Iniciación a la actividad intelectual y motriz*. Ed. Morata.Madrid.

Delors, J. (org) (2003). *Educação um Tesouro a Descobrir*. Relatório para a Unesco da Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI. Porto: Edições Asa, 8ª edição.

Devlin, K. (1998). *Life by the numbers*. NY: John Wiley & Sons, Inc.

Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.

Dewey, J. (1959). *Como Pensamos – como se Relaciona o Pensamento Reflexivo com o Processo Educativo: Uma Reexposição* (3.ª ed.). S. Paulo, Companhia Editora Nacional. (Tradução do original em inglês, 2.ª ed., 1993. Boston, Heath & Co. Publisher).

Diário da República (1996). Despacho Conjunto 186/ME/MSSS/MEPAT/96, *Gabinete para a Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar*, Agosto.

Diário da República (1997). *Lei 5/97. Lei-Quadro para a Educação Pré-Escolar*. 1.ª Série A de 10.02.97, Janeiro.

Dicionário da Língua Portuguesa Contemporânea. (2001). Academia das Ciências de Lisboa e Editorial Verbo.

Dienes, Z. P. (1974). Aprendizado Moderno da Matemática. Rio de Janeiro: Zahar Editores.

Dienes, Z. P. (1975). *As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática*. S. Paulo: EPU.

Dienes, Z. P. (1975). *O Poder da Matemática*. São Paulo: EPU.

Dienes, Z. P. *et al*. (1984). *Los Primeros pasos en Matemática. – Conjuntos, Números y Potencias*. Barcelona: Editorial Teide.

Dienes, Z. P. *et al*. (1987). *Como utilizar los bloques lógicos*. Barcelona: Editorial Teide.

Dienes, Z. P.; Golding, E. W. (1973). *Lógica e Jogos Lógicos*. São Paulo: EPU. Disponível em: <www.anped.org.br/25/marisarosaniabreusilveiratl9.rtf>. Acesso em: 2 Jan. 2005.

Domingues, D. N. G. (1998). *Professores e prática pedagógica na escola de massa*. Silva (M.M) (Coord.). A Educação Escolar em Mudança (vol.II), Lisboa: Instituto Superior de Ciências Sociais e Políticas, p. 3-169.

Elbaz, F. (1983). *Teacher Thinking: a study of practical knowledge*. New York: Nichols Pubshing Company.

English, L. D. (1997a). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. *Education Studies in Mathematics, Netherlands, Kluwer Academic Publishers*, v. 34, p. 183-217.

English, L. D. (1997b). Development of seventh-grade students problem-posing. Paper presented at the *Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Finland.

Ernest, P. (1996). Investigações, resolução de problemas e pedagogia. Em P. Abrantes, L. C. Leal & J.P. Ponte (Orgs.), *Investigar para aprender matemática* (pp. 25-48). Lisboa: APM.

Ervynck, G. (1999). Mathematical creativity. In: TALL, David (Ed.) *Advanced mathematical thinking*, Dordrechet, The Netherlands: Kluwer Academic Publisher, p. 42-53.

Escalona, C. F. (2004). *Análisis Didáctico de la Secuencia Numérica*. Dykinson, S. L. Málaga.

Escalona, C. F. (2004). *Pensamiento Numérico y su Didáctica* (3-6 años). Dykinson, S. L. Málaga.

ESE Maria Ulrich (1964). Escola Superior de Educadores de Infância Maria Ulrich. De 1954, Lisboa: ESE Maria Ulrich.

Estrela, M. T., Esteves, M., & Rodrigues, A. (2002). *Síntese da investigação sobre formação inicial de professores em Portugal:* 1990-2000. Porto: Porto Editora.

Estrela, M.ª. T., Estrela, A. (Coord.) (1991). Curso de Educadores de Infância. *Um estudo de avaliação*. Lisboa: ME/GEP.

Eurydice (2004). The teaching profession in Europe: Profile, trends and concerns (Key topics in education Volume 3). Retirado em 14 de Outubro de 2004 de http://www.eurydice.org/Documents/KeyTopics3/en/FrameSet4.htm.

Feimam-Nemser, S. & Parker, M. (1991). Making subject matter part of the conversation in learning to Teach. *Journal for Teacher Education*, 41(3), 32-43.

Feimam-Nemser, S. (1990). Teacher preparation: structural and conceptual alternatives. Em W. R. Houston, M. Haberman e J. Sikula (Eds), *Handbook of research on Teacher education* (pp. 212-223). New York. Macmillan.

Feldman, D. H. (1994); Creativity: dreams, insights and transformations. In: D. H. Feldman; M. Csikszentmihalyi & H. Gardner (Orgs.). In: Changing the world. A framework for the study of criativity. Westport, CT: Praeger.

Feldman, D. H.; Csikszentmihalyi, M. & Gardner, H. (Eds). (1994); Changing the world. A framework for the study of creativity. Westport, CT: Praeger.

Fennema, E. & Franke, M. L. (1992). Teachers' Knowledge and its Impact. In D. G. Grouws (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics Teaching and Learning* (pp. 147-164). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Fennema, E. H. (1972). Manipulatives in the classroom. The Arithmetic Teacher, 18(5), 635-640.

Fennema, E. H. (1982). Models and Mathematics. In *Teacher-made Aids for Elementary School Mathematics*. Reston: NCTM.

Fernandes, D. *et al*. (1985). Materiais manipulativos no ensino da matemática. *Actas do ProfMat*, 1 (pp. 40-51). Lisboa.

Fernandes, D., Lester, F., Borralho, A. & Vale, I. (Coords.) (1997). *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas*. Aveiro: GIRP.

Ferreira, M. (2004). "*A gente gosta é de brincar com os outros meninos!*" *Relações sociais entre crianças num Jardim de Infância*. Porto: Edições Afrontamento.

Fey, J. T. (1994). Technology and mathematics education at ICME-7. En Dossey, J. A. (Ed.). *American perspectives on the seventh international congress on mathematical education*. Reston: NCTM.

Figueiredo, M. A. Ribeiro (2002). *Avaliação na Educação pré-escolar*. Lisboa: Bola de neve.

Figueiredo, N. (2000). Realistic Mathematics Education – A different approach to learning and instruction. *Revista Quadrante*, Vol. 9, n.º 1, p. 93.

Fiorentini, D. (1995). A educação matemática enquanto campo profissional de produção de saber: a trajetória brasileira. Dynamis, Blumenau, 1 (7): p. 7-17.

Fiorentini, D. & Lorenzato, S. (2006). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados. Colecção formação de professores.

Fleith, D. S. (2000). Teacher and student perceptions of creativity in the classroom environment In: Roeper Rewiew.

Fletcher, D. e Ibbotson, J. (1965). *Geometry with a Tangram*. Glasgow: W & R. Holmes Ed.

Fonseca, L. (1997). Processos utilizados na resolução de problemas para futuros professores de matemática. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho & I. Vale. (Coords.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp. 39-70). Aveiro: GIRP.

Fonseca, L. (2002). "Olha p'ro que eu digo mas não olhes p'ro que eu faço". Em J. P. Ponte, C. Costa, A. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, A. Dionísio (Org.), *Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores*. Lisboa: S.P.C.E., Secção de Educação e Matemática.

Fonseca, L., Palhares, P., Pimentel, T. (1990). Construção de materiais manipulativos, *in Educação e Matemática*, 13, pp. 9-12.

Formosinho, J. (1986). "Quatro modelos ideais da formação de professores: o modelo empiricista, o modelo teoricista, o modelo compartimentado e o modelo integrado" GEP (Org.) Comunicações do Colóquio: As Ciências da Educação e a Formação de Professores, Lisboa: GEP/ME, p. 82-105.

Formosinho, J. (1994). Parecer 1/94, *A Educação Pré-Escolar em Portugal*, Lisboa, Conselho Nacional da Educação.

Formosinho, J. E. Vasconcelos, T. (1996). *Relatório Estratégico para a Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar.* Lisboa, Ministério da Educação.

Formosinho, J. O.; Araújo, S. B. (2004). O envolvimento da criança na aprendizagem: construindo o direito de participação. *Análise Psicológica*, 1 (XXII): 81-93.

Formosinho, J.: "Comentário à Lei 5/97" (1997). In: *Legislação*, Lisboa, Gabinete para a Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar, Novembro, 1997.

Fosnot, C. T. e Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: constructing number sense, addition and subtraction.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Freire, P. (1991). *A educação na cidade*. São Paulo, Cortez.

Freire, P. (1997). *Pedagogia da Autonomia. Saberes necessários à Prática Educativa*. S. Paulo: Paz e Terra.

Freire, P. M. & Prado, M. E. B. B. (2001). A Formação em Serviço Visando a Reconstrução da Prática Educacional. In M. P. Freire e J. A. Valente (Orgs.), *Aprendendo para a Vida: os Computadores na Sala de Aula*. S. Paulo: Cortez.

Freitas, Rony Cláudio de Oliveira. *Um ambiente para operações virtuais com o material dourado.* 2004, p. 189. Dissertação de Mestrado. UFES, Vitória.

Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics as to be useful? *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.

Freudenthal, H. (1991). Revisiting mathematics education. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Fuson, K. C. & Abrahamson, D. (2005). Understanding ration and proportion, in K. C. Fuson, (chair) *Bridging in addition-multiplication learning.*

Fuson, K. C. (1987). "Teaching, Addition. Subtraction, and Place-Valve Concepts", L. Wirazup and R. Streit (eds.); *Proceeding of UCSMP International Conference on Mathematics Education: Development in School Mathematics Education Around the World:* Applications Oriented Curricula and Technology-Supported Learning for All Student. National Council of Mathematics, Reston, VA.

Fuson, K. C. (1992). Research on Whole Number Addition and Subtraction. *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,* pp. 243-275, D. A. Grows, (ed.), Macmillan Publishing Company, New York.

Fuson, K. C. (2003). *Developing mathematical power in whole number operations*. In J. Hiebert, T. Carpenter, E. Fennema, K. C. Fuson, D. Warne, H. Murray.

Fuson, K. C. and D. J. Briars (1990). Using a Base-Ten Blocks Learning. Teaching Approach for First-and-second-Grade-Place-Value and Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, pp. 180-206.

Fuson, K. C., D. Wearne, J. Hiebert, H. Murray, P. Human, A. Olivier, T. Carpenter and E. Fennema. (1997). "Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Multidigit Addition and Subtraction", *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, pp. 130-162.

Gadotti, M. (1992). Educação e compromisso. Editora Papirus.

Gadotti, M. (2003). Histórias das ideias pedagógicas. São Paulo. Atica.

Galvão, C. (2000). Da Formação à Prática Profissional. *Inovação*, 13 (2-3), 57-82.

Garcia, C. M. (1999). *Formação de Professores. Para uma mudança educativa*. Porto: Porto Editora.

Garcia, J. E. (1995). Proyecto docente. Universidad de Sevilla.

Gardner, H. (1993); Creating Minds. New York: Basic Books, 1993.

Garmezy, N. (1990). Resilience in children's adaptation to negative life events and stressed environments. *Paediatric Annals*, 20, 459-466.

Garnica, A. V. M. (1992a). A interpretação e o fazer do professor: possibilidade de um trabalho hermenêutico na Educação Matemática. *(Mestrado)* – Instituto de Geociências e Ciências Exactas da UNESP. Rio Claro.

Gervilla, A. (1980). *La creatividad y su evalucion*, Revista Española de Pedagogia. Nº 149.

Gervilla, A. (1995). Comprendo la Educacion Infantil? Princípios Básicos y Metodologia. Málaga: Editorial Innovare.

Gervilla, A. (2000). *Didáctica y formacion del profesorado – Hacia un nuevo paradigma?* Málaga: Editorial Dykinson.

Gervilla, A. (2004). “*La Formación del Educador Infantil. ¿Hacia un Nuevo Paradigma?*” Conferência na Universidade de Málaga.

Gervilla, A. (2006). Didáctica Básica de la Educación Infantil. Conocer y Comprender a los más pequenos. Narcea, s. a. de ediciones.

Gervilla, A. y autores (2003). *Creatividad Aplicada. Una apuesta de futuro. Tomo II.* Málaga: Editorial Dykinson, S. L.

Gervilla, A., Llamas, M. B., Martin, M.ª C. M. (coords.) (2002). Necesidades Educativas de la Infancia Ante el Nuevo Milenio, Tomo II. Centro de Ediciones de la Diputación Provincial de Málaga (CEDMA).

Gervilla Castillo, A. (2006). *Didáctica básica de la educación infantil: conocer y comprender a los más pequeños*. Madrid: Narcea.

Gervilla Castillo, A. (2006). *El curriculum de Educación Infantil*. Madrid: Narcea.

Gestwicki, C. (1995). *Developmentally appropriate pratice – Curriculum and development in early education*. Albany, N. I.: Delmar Publishers, Inc.

Giddens, A. (1995). *As Consequências da Modernidade*. Oeiras: Celta Editora.

Giménez, J. e Bairral, M., (2005). *Fracções no currículo do ensino fundamental: Conceituação, jogos e actividades lúdicas*. Rio de Janeiro: GEPEM/EDUR.

Gimeno J. (1989). *El Curriculum: Una reflexión sobre la práctica*. Madrid: Morata.

Gimeno, J. (2003). “El futuro de la educación desde su controvertido presente”. *Revista de Educación*, n.º 331.

Ginsburg, H. P.; Baron, J. (1993). Cognition: Young children’s construction of mathematics. In National Council of Teachers of Mathematics (JENSEN, R. J., ed.) (1993), *Research ideas for the classroom. Early childhood mathematics*. New York: Macmillan Publishing Company.

Goldberg, A. (2003). *Research survey of patterns: a powerful mathematics concept.* (s/r).

Goldenberg, E. P. (1999). *Quatro funções da investigação na aula de matemática*. Em P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca e L. Brunheira (Orgs.), Investigações matemáticas na aula e no currículo (pp. 35-49). Lisboa: APM.

Gomes, J. F. (1986). *A educação infantil em Portugal*. Coimbra: Ed. INIC.

Gontijo, C. H. (2006). Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. In: *Anais do Sipemat*. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação – Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. 11f.

Grave, E. & Walsh, D. (2003). *Investigação etnográfica com crianças: teoria, métodos e ética.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Gravemeijer, K. P. E. (1994). *Development realistic mathematics education*, Utrecht CD B Press.

Gravemeijer, K. P. E. (1994b). Educational development and development research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 5, 443-471.

Gravemeijer, K. P. E. (2005). What makes mathematics so difficult and what can we do about it? Em L. Santos et al. (Org.) *Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas* (pp. 83-101). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Greenes, E. (1999). "Ready to learn. Developing young children's mathematical powers", in *Mathematics in the Early Years.* Copley (Ed.), pp. 39-47. Reston: National Council of Teachers of Mathematics e National Association of Young Children.

Grilo, E. M. (2002). *Desafios da Educação: Ideias para uma politica educativa no séc. XXI.* Oficina do Livro.

Gruber, H. E. & Davis, S. N. (1988); Inching our way up Mount Olympus: the evolving-systems approach to creative thinking. In: R. J. STERNBERG (Ed.). The nature of creativity. New York: Cambridge University Press.

Gruszczyk-Kolzynska, E.; Semadini, Z. (1988). The Child's maturity to learn mathematics in the school situation. In Izaak Wirszup & Robert Streit (eds). *Developments in School mathematics education around the world*, vol. 2. Reston, VA; NCTM, 210-233.

Guilford, J. P. (1967). The nature of human intelligence. New york: MacGraw-Hill.

Gullo, D. F. (1994). *Understanding assessment and evaluation in early childhood education.* New York: Teachers College Press.

Guzmán, M. (1990). *Aventuras Matemáticas*. Barcelona: Labor. Colecção O Prazer da Matemática.

Hadamard, J. (1954). *The psychology of invention on the mathematical field*. Dover: New York.

Hargreaves, A. (1994). *Chaging teaching, changing times – teacher's work and culture in the post modern age.* London: Cassel.

Harms, T. (1993). The assessment of quality in child care settings. *Encontro sobre educação pré-escolar, Fundação Calouste Gulbenkian, 1990, Lisboa.*

Harms, T. et al. (1998). *Early Childhood Environment Rating Scale – revised edition*. New York: Teachers College Press, Columbia University.

Harms, T., Cryer, D. & Clifford, R. M. (1990). *Infant/toddler Environment Rating Scale*, Teachers College Press, New York.

Hart, K. M. & Sinkinson, A. (1988). Forging the link between practical and formal mathematics. *Proceedings of the 12th International Conference Psychology of Mathematics Education*. Veszprem.

Hart, K. M. (1987). Practical work and formalisation, too great a gap. *Proceedings of the 11th International Conference Psychology of Mathematics Education*. Montreal.

Haylock, D. W. (1985). Conflicts in the assessment and encouragement of mathematical creativity in schoolchildren. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Leicestershire, v. 16, p. 547-553.

Haylock, D. W. (1986). Mathematical creativity in schoolchildren. *The Journal of Creative Behavior*, Hadley-MA, v. 21, p. 48-59.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics, Netherlands*, v. 18, p. 59-74.

Haylock, D. W. (1997). Recognizing mathematical creativity in schoolchildren. International Reviews on Mathematical Education, Karlsruhe, v. 29, n. 3, p. 68-74.

Haylock, D. (2001). *Mathematics Explained for Primary Teachers*. London: Paul Chapman Publishing.

Henriques, A. Chistófides (2002). *Jogar e Compreender*. Lisboa: Instituto Piaget.

Henriques, A. Christófides (2003). *Aritmética ao alcance de todos.* Lisboa: Instituto Piaget.

Hoffman, P. (2000). *O homem que só gostava de números*. Lisboa: Gradiva.

Hole, V. (1977). *Como ensinar matemática no básico e no secundário: através de um planeamento e apreciação adequados*. Lisboa: Livros Horizonte. Biblioteca do educador profissional.

Howe, R. (1999). Knowing and Teaching Elementary Mathematics. American Mathematical Society, 46(8), 881-887.

Howson, A., Keitel, C. & Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum development in mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Huizinga, J. (1971). *Homo ludens: o jogo como elemento de cultura*. São Paulo, Perspectiva/EDUSP.

Hynes, M. C. (1986). Manipulatives–Selection Criteria. Arithmetic Teacher, 33(6), 11-13.

INE (1964). Estatística de Educação. Ano lectivo de 1962-63, Lisboa. INE.

INE (1974). Estatísticas de Educação 1973, Lisboa: INE, p. 15-16.

Jaworski, B. (1991). *Interpretations of a constructivist philosophy in mathematics teaching*. Unpublished Ph. D. Thesis. Milton Keynes. Open University.

Joyner, J. (1990). Using manipulatives successfully. *Aritmetic teacher*, 38 (2) 6-8.

Kamii e DeVries (1980). *Jogos em grupo na educação infantil*. São Paulo: Trajectória Cultural.

Kamii, C. (1990). Qué aprenden los niños con la manipulación de objetos? *Infancia*, 2, 7-10.

Kamii, C. (1991). *A criança e o número*. Campinas: Papirus.

Kamii, C. (1992). *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. São Paulo: Papirus.

Kamii, C. (1993). *A criança e o número: implicação educacionais da teoria de Piaget para actuação junto a escolares de 4 a 6 anos*. São Paulo: Papirus.

Kamii, C. (2003). *A Teoria de Piaget e a educação pré-escolar*. Lisboa: Instituto Piaget.

Kamii, C. (2003). *Aprender a Matemática de outra Forma*. Lisboa: Instituto Piaget.

Kamii, C., Housman, L. B. (2002). *Crianças pequenas reinventam a aritmética. Implicações da teoria de Piaget*. S. Paulo: Artmed Editora.

Katz e Chard (1997). *A Abordagem do Projecto na Educação de Infância*. Fundação Calouste Gulbenkian.

Katz e Formosinho (1996). *Educação Pré-Escolar – A Construção Social da Moralidade.* Lisboa: Texto Editora.

Katz, L. (1998). Cinco Perspectivas sobre a Qualidade. In *Qualidade e Projecto na Educação Pré-Esolar*. Lisboa, ME, DEB.

Kishimoto, T. M. (2003). *O Jogo e a Educação Infantil.* São Paulo: Pioneira Thomson Learning.

Kishimoto, T. M. (org.) (2002). *O Brincar e as suas Teorias.* São Paulo: Ed. Pioneira Thomson Learning.

Kolb, D. A. (1984). *Experiential learning: Experience as the source of learning and development*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Kramer, S. (1994). *Currículo de Educação Infantil e a Formação dos Profissionais de Creche e Pré-Escola: Questões Teóricas e Polémicas.* In MEC/SEE/COEDS. Por uma politica de formação do profissional de educação infantil. Brasília. DF.

Kramer, S. (org.); Sonia, K. (org.); Leite, M. I. (org.) (1994). (1995). Infância: fios e desafios da pesquisa. Campinas: Papirus.

Krantz, S. G. (2000). Como ensinar Matemática: Uma Perspectiva pessoal. Colecção "Leituras em matemática". Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática.

Krutetskii, V. A. (1976). *The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren*. Traslated from the Russian by Joan Teller. Edited by Jeremy Kilpatrick and Izaak Wirszup. Chicago: The University of Chicago Press.

Laevers, F. (2004a). *Competences in teacher education. Implications of a process-oriented approach,* Conferência realizada em International Conference Improving quality of education, Working on basic competences in teacher education, a process oriented approach. (Socrates Project 2003-0200 001-002 SO261OBGE) Leuven, Belgium, 18-20 November 2004.

Laevers, F. (2004b). *The curriculum as a means to raise the quality of ECE: a critical analysis of the impact of policy*. Conferência realizada em 14th Annual Conference on quality in Early Childhood Education, subordinada ao tema Quality Curricula: the influence of research, policy and praxis. Malta, 1-4 de Setembro de 2004.

Laevers, F. (Ed.) (1994). *An exploration of the concept of involvement as an indicator for quality in Early Childhood Care and Education.* CIDREE – Consortium of Institutions for Development and Research in Europe.

Laevers, F. (Ed.) (1994). *The Leuven involvement scale for Young Children,* Video and Manual, Centre for Experiential Education, Leuven, Bélgica.

Laevers, F.; Bogaerts, M.; Moons, J. (1997). *Experiential Education at work,* Video and Manual, Centre for Experiential Education, Leuven, Bélgica.

Laevers, F.; Moons, J. (1997). *Enhancing well-being and involvement in Children.* Video. Centre for Experiential Education, Leuven, Bélgica.

Laevers, F.; van Sanden, P. (1997). *Pour une approche expérientielle au niveau pré-scolaire. Livre de base.* Col. Education et Enseignement Expérientielle. Leuven, Bélgica.

Laevers, F.; Vandenbuwche, E.; Kog, M.; Depondt, L. (1997). *A process-oriented child monitoring system for young children.* Centre for Experiential Education, Leuven, Bélgica.

Lakatos, I. (1980b). A renaissance of empirism: in the recent philosophy of mathematics? In *Mathematics, Science and Epistemology*. Cambridge: Cambridge University Press, 1980b. P. 24-42.

Leal, T. & Gamelas, A. (1995). Dimensões de Qualidade num Jardim-de-Infância. *In Perspectivar Educação,* Ver. para Educadores, n.º 2. Escola Superior de Educação de Santa Maria.

Lee, O. & Yarger, S. (1996). Modes of inquiry in research on teacher education. Em J. Sikula (Ed.), *Handbook of research on Teacher education* (pp.14-37). New York: Macmillan Publishing Company.

Leite, C. (2000). Proj. Educativo de Escola, Proj. Curricular de Escola, Proj. Curricular de Turma – o que têm em comum? O que os distingue? Curso de Fátima, promovido pelo DEB.

León, O. y Montero, I. (2003). Métodos de Investigación en Psicologia y Educación. Madrid: McGRAW-Hill.

Lerman, S. (1996). Intersubjectivity in mathematics learning: a challenge to the radical constructivist paradigm? *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 2, 133-150.

Lerman, S. (1998). A moment in the zoom of a lens: Towards a discursive psychology of mathematics teaching and learning. Em A. Oliver e K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* PME 22 (pp. 66-81). Stellenbosch, South Africa: PME.

Lesh, R. (1979). Mathematical learning disabilities: considerations for identification, diagnosis and remediation. In R. Lesh, D. Mierkiewicz & M. G. Kantowski (Eds.). *Applied Mathematical Problem Solving* (pp. 99-129). Columbus: Eric/Smear.

Lester, F. K.; D'Ambrosio, B. S. (1998). Tipos de problemas para a instrução matemática no 1º grau. *Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 4, p. 33-40.

Levain, Jean-Pierre (2000). *Aprender a Matemática de outra Forma.* Lisboa: Instituto Piaget.

Libâneo, J. C. (1991). A didáctica e a aprendizagem do pensar e do aprender. Davidov e a teoria histórico-cultural da actividade. Retirado em Março de 2004 de www.anped.org.br.

Libâneo, J. C. (1998). *Adeus professor, adeus professora?* São Paulo: Cortez.

Lima, E. L. (2004). Matemática e Ensino. Colecção “Temas de Matemática”. Lisboa. SPM. Gradiva.

Lincoln, Y. & Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry.* Newburry Pask: Sage Publications.

Lins, M. J. S. C. (1999). O direito de brincar: desenvolvimento cognitivo e a imaginação da criança na perspectiva de Vigotski. In: XII CONGRESSO BRASILEIRO DE EDUCAÇÃO INFANTIL DA OMEP. Paraíba. Anais do XII Congresso Brasileiro de Educação Infantil da OMEP. p. 41-47.

Livne, N. L.; Milgram, R. M. (2006). Academic versus creative abilities in mathematics: two components of the same construct? *Creativity Research Journal*, New Jersey, v. 18, n. 2, p. 199-212.

Llinares, S. (2000). Intentando compreender la prática del profesor de matemática. Em J. Ponte & L. Serrazina (Orgs.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 109-132). Lisboa: SPCE.

Loeber & Farrington (1995). Serious and violent juvenile offenders: Risk factores and successful interventions. Thousand Oaks: Sage.

Lopes, J. Silva & P. Figueiredo (Orgs.) (2001). Actas do Prof Mat 2001 (pp. 35 – 50). Lisboa:APM.

Lopes, M. G. (2001). *Jogos na Educação: criar, fazer, jogar*. Editora Cortez.

Lopes, S. V. A.; Brenelli, R. P. (2001). A importância da abstracção reflexiva na resolução de problemas de subtracção. In: BRITO, M. R. F. (Org.). *Psicologia da educação matemática*. Florianópolis: Insular, p. 147-166.

Lorenzato, S (2006). Educação Infantil e percepção matemática Campinas, SP: Autores Associados. Colecção Formação de Professores.

Lorenzato, S. (2006). Para aprender matemática. Campinas, SP: Autores Associados. Colecção Formação de Professores.

Lorenzato, Sérgio A. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: Lorenzato, Sérgio Aparecido (org.). O *Laboratório de ensino de matemática na formação de professores.* Campinas: Autores Associados, 2006.

Loureiro, C. (2004). Que Transformações Matemáticas para os Professores do 1.º Ciclo e para os Educadores de Infância? *In A Matemática na Formação do Professor*. Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Lüdke e André (1986). Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas. São Paulo. EPU.

Luís, A., Bártolo, F., e Serrazina, N. (1996). "Padrões no 1º Ciclo… para quê?". in *Educação Matemática*, n.º 40, pp. 44-46.

Luís, H. (2000) Educação pré-escolar diferenciada e estilo de interacção adulta: avaliação das práticas dos educadores de infância. *In* M. C. Roldão & R. Marques (Org.) *Inovação, currículo e formação*, p. 73-88, Colecção CIDInE, n.° 12. Porto, Porto Editora.

M. E. C. (1992). Educación Infantil. Orientaciones Didácticas. Ed. Ministério de Educación y Ciência. Madrid.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers. Understanding of Fundamental Mathematics in China and in the United States*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Ma, L. E Kessel, C. (2001). Knowledge of Fundamental Mathematics for Teaching. Em Mathematical Sciences Education Board (Ed.), *Knowing and Learning Mathematics for Teaching* (pp. 12-16). Washington, DC: National Academy Press.

Machado, N. J. (1987). *Matemática e realidade.* São Paulo: Cortez.

Machado, N. J. (1991). *Matemática e Língua Materna: análise de uma impregnação mútua.* São Paulo: Cortez/Autores Associados.

Mackinnon, D. W. (1962). The nature and nurture of creative talent. In: American Psychologist.

Maia, N. A. (1988). *Introdução à educação moderna.* Rio de Janeiro: CEP. 57p. il. 21cm.

Maia, N. A. (2000b). *Evolução cultural da educação.* Rio de Janeiro: CEP. 91p. il. 29cm.

Makiewicz, M. (2004). The role of photography in developing mathematical creativity in students at elementary and practical levels. Paper present at The 10th International Congress on Mathematical Education. Copenhagen, July 2004. Disponível em: <www.icme organisers.dk/tsg15/Makiewicz.pdf>. Acesso em: 15 Out. 2005.

Malta, M. (2003). *Considerações sobre qualidade na educação infantil*. Cadernos de Pesquisa. N.º 119. São Paulo.

Mann, E. L. (2005) Mathematical creativity and school mathematics: indicators of mathematical creativity in middle schools students. 120f. Tese de Doutorado. University of Connecticut, Storrs, USA.

Mansutti, M. A. (1993). Concepção e Produção de Materiais Instrucionais em Educação Matemática. *Revista de Educação Matemática*, S. Paulo: SBEM, 1, 17-31.

Mantovani, S. e Bandioni, A. (1998). *Manual de Educação Infantil de 0 a 3 anos.* Porto Alegre: Artmed.

Marsh, C. (1995). The role of the adult and the quality of the relationships within the nursery school. In R. Rodgers et al., *An identification of factors contributing to quality educare for children under five years, Research Project Report,* The Manchester Metropolitan University, Papers in Education, Number 4, June 1995, Manchester.

Martin González, M. T. (1998). *Diagnóstico y aplicación de la creatividad en el aula en Cebrero, M. P. y otros: Especialización* en Educación Infantil. Ed. UNED. Madrid.

Martins, U. P. (1999). Matemática: que bicho papão é esse? 203 f. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá.

Maslow, A. H. (1968). Toward a psychology of being (2 ed) Princeton. NJ: Van Nostarnd.

Mason, J. (1995). *O "quê", o "porquê" e o "como" em matemática. Educação Matemática*, 34, 28-32.

Mason, J. (1995). *Shaping up. Mathematics Teaching*, N.º 152 pp. 4-11.

Mathematical Sciences Education Board (Ed.). (2001). Knowing and Learning Mathematics for Teaching. Washington, DC: National Academy Press.

Matos (2000). (Eds.), *Actas do Prof Mat 2000* (pp. 84 – 95). Lisboa: APM.

Matos, J. F. (2005). Matemática, educação e desenvolvimento social. Associação de Professores de Matemática 69-81.

Matos, J. M. (2002). Saber Matemático Básico: Uma comparação com outros tempos. Educação e Matemática, 69, 2-8.

Matos, J. M., Serrazina, L. (1996). *Didáctica da Matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Mayorga, M.ª J. (2004). Programa de Evaluación de la Docencia Universitaria. (E.D.U.). Una Apuesta por la calidad. Editorial Dykinson, S. L. Madrid.

Meira, L. (1998). Making sense of instructional devices: the emergence of transparence in mathematical activity, *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 2, p. 121-142.

Mendes, A. M.; Santos, C.; Barbacena, F. e Ferreira, L. (1996). "No Jardim de Infância…", in *Educação Matemática* 40, p. 32-33. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Menino, M. C. e Maia, J. S. (1996). "Construção da sequência numérica – um exemplo no Jardim de Infância", in *Educação e Matemática* 40, p. 6-7. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Merriam, B. (1989). *Case study research in education. A qualitative approach*. San Francisco Jossey-Bass Pubslishers.

Mertens, D.R. (1997). Creating a system for meeting the fiber requirements of dairy cows. *Journal of Dairy Science*, v. 80, nº7, p.1463-1481.

Messeder, J. P. (2003). *O g é um gato enroscado*. Lisboa: Editorial Caminho, S. A.

Mialaret, G.(1981). *A formação de professores*, Coimbra: Livraria Almedina.

Migueis, M. R., Azevedo, M. G. (2007). *Educação Matemática na Infância. Abordagens e desafios.* Colecção Biblioteca do Professor. Vila Nova de Gaia. Edições Gailivro.

Ministério da Educação (1990). *Ensino básico 1º ciclo*. Reforma Educativa. Lisboa: ME-DGEBS.

Ministério da Educação (1990). *Programa do 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1991). Organização curricular e programas, Vol. I. *Ensino básico 1.º ciclo*. Lisboa: ME-DGEBS.

Ministério da Educação (1996). *Pacto Educativo para o Futuro*, Lisboa, Ministério da Educação, Maio.

Ministério da Educação (1996). *Plano para a Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-escolar*, Lisboa, Ministério da Educação, Março.

Ministério da Educação (1997). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1997). *Qualidade e Projectos na Educação Pré-escolar*. Departamento de Educação Básica, Núcleo da educação pré-escolar. Lisboa.

Ministério da Educação (1998). *Educação, Integração, Cidadania: Documento Orientador das Políticas para o Ensino Básico*, Lisboa, Ministério da Educação, Março.

Ministério da Educação (1998). *Organização curricular e programas – 1.º ciclo, ensino básico*. Lisboa: ME-DEB.

Ministério da Educação (2000). A Educação Pré-escolar e os Cuidados para a Infância em Portugal. Departamento de Educação Básica. Lisboa.

Ministério da Educação (2001). *Provas de aferição do ensino básico – relatório nacional*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.

Ministério da Educação/Departamento da Educação Básica (2001). Currículo nacional do ensino básico – competências essenciais: competências gerais/competências específicas da matemática. Lisboa: Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica.

Ministério da Educação/GAVE (2004). PISA 2003 – *Conceitos Fundamentais em Jogo na Avaliação e Resolução de Problemas*. Em colaboração com a OCDE, Paris.

Miranda, S. (2001). *Do fascínio do jogo à alegria do poder nas séries iniciais.* Campinas SP: Papirus.

Montandon, C. (2005). *Parental education pratices and children's experience*. Educação & Sociedade, 26 (91), 485-507.

Monteiro, C., Fernandes, D. Guimarães, H., & Matos, J. M. (1985). Materiais Manipulativos no ensino da Matemática escolar. *Actas* do Prof Mat, 1, 40-51.

Monteiro, R. (1998). *O direito à educação*. Lisboa: Livros Horizonte.

Montero, L. & Vez, J. (Eds.) (1992). *Las didácticas específicas en la formación del profesorado.* Santiago de Compostela: Tórculo Edicións.

Montessori, M. (1984). La descoberta de l'infant (El método de la Pedagogia cientifica aplicado a la educación de la infância en las case dei Bambini). Ed. Vic, Eumo.

Morais, M. F. (2001). Definição e avaliação da criatividade: Uma abordagem cognitiva (1ª Ed.). Braga: Centro de Estudos em Educação e Psicologia. Universidade do Minho.

Morais, M. F. (2001). *Definição e avaliação de criatividade*. Braga: Universidade do Minho.

Morales, P. (2000). Medición de actitudes en psicologia y educación. Madrid: UPCO Departamento de Publicaciones Universidad Pontificia Comillas.

Moreira, D. (2001). Educação Matemática e Comunicação: uma abordagem no 1º ciclo. In *Educação Matemática* n.º 65, p. 27-32. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).

Moreira, D.; Oliveira, I. (2003). *Iniciação à Matemática no Jardim de Infância*. Universidade Aberta.

Moreira, M. A. & Alarcão, I. (1997). A investigação-acção como estratégia de formação inicial de professores reflexivos. In I. Sá-Chaves, *Percursos de formação e desenvolvimento profissional*. Porto: Porto Editora, p. 59-1 A.

Moreno, Martín, Mª C. Y, Gallego Garcia, C. I. (2000). "Estratégias didácticas para la percepción espacio-temporal a través del descubrimiento del medio Social y cultural en la Educación Infantil en Actas del V Congreso de Didáctica de la Geografia.

Morgado, L. (1993). *O ensino da aritmética: perspectiva construtivista*. Coimbra: Almedina.

Morgan, C. E. Watson, A. (2002). The Interpretative Nature of Teachers' Assessment of Students Mathematics: Issues for Equity. *Journal for Research in Mathematics Education*. 33(2), 78-110.

Moss, P. (2003). *Qualidade na Educação da Primeira Infância*. Porto Alegre: Artmed.

Moura, A. R. & Moura, M. (1996). *Escola: um espaço cultural. Matemática na educação infantil: Conhecer, (re)criar – um processo de lidar com as dimensões do mundo.* Diadema, SECEL.

Moura, M. O. (2000). *O educador matemático na colectividade de formação. Uma experiência com a escola pública*. São Paulo: FE/USP. Tese de Livre Docência.

Moura, M. O. (2001). A actividade de ensino como acção formadora. *In* CASTRO, A. D. & Carvalho, A. M. P. *Ensinar a ensinar*. São Paulo: Pioneira. p. 143-162.

Moura, M. O. (2002). 1.º Fórum de Educação Matemática na Educação de Infância. S. João da Madeira. Portugal.

Moura, M. O. *et al* (1996). *Controle da variação de quantidades. Actividades de ensino.* São Paulo: Universidade de São Paulo.

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. *Educational Studies in mathematics*, vol. 47, n.° 2, 175-197.

Moyles, J. R. (2002). Só brincar? O papel do Brincar na educação infantil. Porto Alegre: Artmed.

Nabais, J. (sem data). Cubos-Barra. Lisboa. Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

Nabais, J. (sem data). O calculador Multibásico. Lisboa. Centro de Psicologia Aplicada à Educação.

Nacarato, A. M., Grando, R. C., Torricelli, L. (2004). Educadoras de infância pesquisando e reflectindo sobre a própria prática em Matemática. USF.

Nacarato, Adair M. (2005). Eu trabalho primeiro no concreto. *Revista de Educação Matemática.* São Paulo. Ano 9, n.º 9-10, p. 1-6. Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Nakamura, J.; Csikszentmihalyi, M. (2003). Creativity in later life. In: SAWYER, R. Keith (Org.), *Creativity and development*. New York: Oxford University Press. p. 186-216.

Narciso, I. S. B. (2001). *Conjugalidades satisfeitas mas não perfeitas: À procura do padrão que liga. Dissertação de doutoramento não publicada*. Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação. Universidade de Lisboa.

National Council of Teachers of Mathematics (1983). *An agenda for action. Recommendations for school Mathematics of the 1980s*. Reston, VA.

National Council Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.

National Council Teachers of Mathematics (1992). *Primeiro ano – Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar – colecção de adendas, anos de escolaridade K-6.* Lisboa: APM.

National Council Teachers of Mathematics (1992). *Quarto ano – Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar – colecção de adendas, anos de escolaridade K-6.* Lisboa: APM.

National Council Teachers of Mathematics (1992). *Segundo ano – Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar – colecção de adendas, anos de escolaridade K-6.* Lisboa: APM.

National Council Teachers of Mathematics (1992). *Terceiro ano - Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar – colecção de adendas, anos de escolaridade K-6.* Lisboa: APM.

National Council Teachers of Mathematics (1994). *Normas Profissionais para o ensino da Matemática. Tradução Portuguesa*. Lisboa: APM-IIE.

National Council of Teachers of Mathematics (1998). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.

National Council Teachers of Mathematics (2000). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática Escolar*. Colecção de Adendas, 3.º ano. Lisboa: APM.

National Council Teachers of Mathematics (2001). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática Escolar*. Colecção de Adendas, 4.º ano. Lisboa: APM.

National Council Teachers Of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. *Illuminations*. [em linha]. Disponível em 31 de Janeiro de 2005 URL <http://illuminations.nctm.org/imath/index.html>.

National Council of Teachers of Mathematics. *NCTM*. [em linha]. Disponível em 31 de Janeiro de 2005 URL <http://www.nctm.org/>.

National Council Teachers of Mathematics (2008). *Princípios e normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

National Library of Virtual Manipulatives for Interactive Mathematics. *VMIM* [em linha]. Disponível em 31 de Janeiro de 2005 URL <http://matti.usu.edu/nlvm/nav/index.html>.

National Research Council (1989) *Everybody counts:* A Report on The Future of Mathematics Education. Washington, D. C.: National Academy Press.

NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa. APM.

Negrine, A. (1994). *Aprendizagem e desenvolvimento infantil*. Porto Alegre: Prodil.

Novaes, M. H. (Org.) (1995). Talento e superdotação. Rio de Janeiro: Departamento de Psicologia, PUC/ RJ.

Nóvoa, A. (1986). *Do Mestre-Escola ao Professor do Ensino Primário. Subsídios para a história da profissão docente em Portugal (séculos XVI-XX)*, Lisboa: Universidade Técnica de Lisboa/Instituto Superior de Educação Física.

Nóvoa, A. (1991). Concepções e Práticas de Formação Contínua de Professores, Universidade de Aveiro (ed.) *Formação Contínua de Professores. Realidades e Perspectivas*. Aveiro: Universidade de Aveiro, p. 15-39.

Nóvoa, A. (1992). A reforma educativa portuguesa: questões passadas e presentes sobre a formação de professores. *In* Nóvoa, A. Popkewitz, T. S. *Reformas educativas e formação de professores.* Lisboa: Educa, p. 57-69.

Nóvoa, A. (1994). Editorial *Quadrante*, 3 (2), 1-10.

Nóvoa, A. (1996). *A relação escola – sociedade: novas propostas para um velho problema.* S. Paulo: Ed. UNESP.

Nóvoa, A. (2003). Dicionário de educadores portugueses. Lisboa: Edições Asa.

Nunes, T., Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática.* Porto Alegre: Artes Médicas.

OECD (2000). *Early Childhood Education and Care Policy in Portugal*, OECD Country Note, Paris, OCDE, Documento Policopiado, January.

Oers, B. (1999). Teaching Opportunities in Play in learning activity and development. Aarhus University Press.

Oliveira, H., Segurado, M. I. e Ponte, J. P. (1996). Explorar, investigar e discutir na aula de matemática. Em A. Roque e M. J. Lagarto (eds). *Actas do Prof Mat 98* (pp. 2007 – 213). Lisboa: APM.

Oliveira, V. B. (2000). Avaliação Psicopedagógica da Criança de 0 a 6 Anos. 10.ª ed., Vozes.

Oliveira, V. B. (2003b). A compreensão dos sistemas simbólicos. In Oliveira, V. B. & Bossa, N. A. (orgs.). Avaliação psicopedagógica da criança de sete a onze anos. 11. Ed. Petropólis: Vozes, pp 15-16.

Oliveira, V. B. (2004). Jogos de regras e a resolução de problemas. Editora Vozes. Petropólis.

Oliveira, V.B. & Carramillo-Going, L. (2001). A correlação entre a complexidade da brincadeira e a autonomia na criança de seis anos. *Boletim da Academia Paulista de Psicologia*, n.º 2 / 1º Abril / Junho, pp. 21-24.

Oliveira, Z. M. R. (org.) (2000). *Educação infantil: muitos olhares*. São Paulo: Cortez.

Oliveira-Formosinho, J. (2000). A profissionalidade específica da educação de infância e os estilos de interacção Adulto / Criança. *Infância e Educação – Investigação e Práticas*, Revista do GEDEI, 1.

Oliveira-Formosinho, J. (2002). A avaliação alternativa na educação de infância. In J. Oliveira-Formosinho (org.), *A supervisão na formação de professores I – Da sala à escola* (pp. 144-165). Porto: Porto Editora.

Oliveira-Formosinho, J.; Ferreira, C. F.; Formosinho, J. (2000). A mobilidade docente compulsiva em Portugal – um problema para o desenvolvimento da Educação Pré-Escolar no distrito de Braga. Formosinho, J.; Oliveira-Formosinho, J.; Luís, H.; Pinto, J.; Ferreira, C.; Ferreira (F. I.). *Estudos sobre a mobilidade docente. Descontinuidade educativa no coração da prática pedagógica*, Cadernos PEPT 2003, 23, Lisboa: ME, P. 39-47.

Onuchic, L. R. (1999). Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. Pesquisa em educação matemática; concepções e perspectivas. São Paulo: Ed. Unesp, p. 199-218.

Onuchic, L. R.; Allevato, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino- aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.

Oom, T. (1997). Uma actividade matemática numa sala de jardim-de-infância, *in Cadernos de Educação de Infância*, 41, pp. 26-27.

Orton, A. (1999). (ed.). *Pattern in the teaching and learning of mathematics*. London: Cassel.

Orton, A. e Orton, J. (1999). Pattern and Approach to Algebra. Em Orton, A. (1999). (ed.). *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 149-167) London: Cassel.

Pacheco, J. A. (1996). *Currículo: teoria e práxis*. Porto Editora.

Pagán, F. J. B. (1995). "*La formación del profesorado en nuevas tecnologías aplicadas a la educación*". Materiales Edutec'95.

Pais, L. C. (1999). *O significado da noção de transposição didática para a prática pedagógica na educação matemática*. CD-22.ª ANPEd.

Pais, L. C. (2000). *Uma análise do significado da utilização de recursos didácticos no ensino da geometria*. CD – 23.ª ANPEd.

Palhares, P. (2000). *Transição do Pré-Escolar para o 1.º ano de Escolaridade: Análise do Ensino e das Aprendizagens em Matemática* (Tese de doutoramento). Braga: Universidade do Minho.

Palhares, P. (ed.) (2004). *Elementos de Matemática para professores do ensino básico*. Lisboa: LIDEL.

Palhares, P. e Mamede, E. (2002). Os padrões na matemática do pré-escolar, *Educare - Educare*, 10, 107-123.

Palhares, P., Gomes, A. E. Mamede, E. (2002). A formação para o ensino da Matemática no pré-escolar e no 1.º Ciclo. Em L. Serrazina (Org.), *A Formação para o ensino da Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º Ciclo do Ensino Básico* (pp. 21-36). Porto: Porto Editora.

Parra, C; Saiz, I. (2001). *Didáctica da Matemática*. Brasil: Artmed.

Pascal, C. Bertram, A. (1999). *Desenvolvendo a qualidade em parcerias*. Colecção infância. Porto: Porto Editora.

Passos, C. L. B. (2006) Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: Lorenzato, Sérgio Aparecido (org). *O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados.

Passos, C. L. B. (2006). Materiais manipuláveis como recursos didácticos na formação de professores da matemática. In Lozenzato, S. (org.). *O Laboratório de ensino da matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados.

Passos, H. R. D. (2006). *A ludicidade no ensino da Matemática* / Hildelbrando Roger de Deus Passos. Faculdades Integradas IESGO.

Patton (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. (2nd ed). Newbury Park, CA: Sage.

Pavanello, R. M. (2002). O Pensamento Matemático e a Formação de Professores. Em APM (Ed.) *Actas do ProfMat 2002*. Lisboa: APM.

Pedhazur & Schnelkin (1991). Measurement, Design, and Analysis: An Integrative Approach Erlbaum Associates.

Pellegrino, C. (2001). *Os valores humanos*. PVC/SP.

Perrenoud, P. (1999). *Avaliação: Da Excelência à Regulação das Aprendizagens. Entre Duas Lógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Perrenoud, P. (2000). *10 Novas competências para ensinar*. Porto Alegre: Artmed.

Perry, J. A.; Atkins, S. L. (2002). It's not just notation: Valuing children's representations. *Teaching Children Mathematics, 8, 196-20,* Dezembro.

Pestana, M. H., Gageiro, J. N. (2005). *Análise de Dados para Ciências Sociais – A Complementaridade do SPSS*, 4ª Edição, Lisboa: Edições Sílabo.

Peters, R. S. (2003). *El concepto de educación.* Paidós. Buenos Aires (pp. 17).

Peterson, P. D. (2003). *O Professor do Ensino Básico*. Lisboa. Instituto Piaget.

Piaget, J. (1973). *Biologia e Conhecimento*. Trad. F. M. Guimarães. Petrópolis, Vozes.

Piaget, J. (1977). *O Desenvolvimento do Pensamento*. Lisboa: Publicações D. Quixote.

Piaget, J. (1983). *Seis estudos de psicologia*. Lisboa: Publicações D. Quixote.

Piaget, J.; Szeminska, A. (1981). *A génese do número na criança*. Rio de Janeiro: Zahar.

Pimm, D. (1995). *Symbols and meanings in school mathematics*. London: Routledge.

Pimm, D. (1996). Diverse Communication. Em P. Elliot E M. Kenney (Eds), *Communication in mathematics K-12 and beyond* (pp. 11-19). Reston: NCTM.

Pina, M. A. (2001). *Pequeno Livro de Desmatemática*. Lisboa. Assírio & Alvim.

Pinto, M. e Sarmento (coor). (1997). *As Crianças: Contextos e Identidades.* Braga: Centro de Estudos da Criança, Univ. do Minho, Colecção Infans.

Pires, M. C. (1995). A utilização de materiais na aprendizagem matemática. In APM (ed.), *Actas do ProfMat 94* (pp. 289-295). Leiria: APM.

Pnud (1999). *Relatório de Desenvolvimento Humano 1999*. Lisboa: Trinova Editora.

Polya, G. (1980). On solving mathematical problems in hight school. In S. Krulik & R. Reys (Eds.), *Problem solving in scholl mathematics* (pp. 1-2). Reston: NCTM.

Polya, G. (1981). *Mathematical learning and understanding, learning and teaching problem solving*. New York: John Wiley.

Polya, G. (1994). *A arte de resolver problemas:* um novo aspecto do método matemático. Tradução e Adaptação Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Interciência.

Polya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Um aspecto novo do método matemático. Lisboa : Gradiva.Publicações Lda.

Ponces de Carvalho, A. (1991). *Élements pour l'histoire d'une école de formation des instituteurs de maternelle*. Lisboa: Ed. João de Deus.

Ponte, J. P. (1994). O estudo de caso na investigação em Educação Matemática. *Quadrante*, 1, 3-18.

Ponte, J. P. (1997). *As Novas Tecnologias e a Educação.* Lisboa: Texto Editora.

Ponte, J. P. (2000). A investigação da didáctica da Matemática pode ser (mais) relevante? Em J.P. Ponte e L. Serrazina (Orgs.), *Educação matemática em Portugal, Espanha e Itália* (pp. 231 – 234). Lisboa: SPCE.

Ponte, J. P. (2002). *Educação e Matemática*, (69). Lisboa: APM, p. 63.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa prática. Em GTI – Grupo de Trabalho de Investigação. (Org.), *Reflectir e Investigar sobre a Prática Profissional* (pp.5-28). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2002). O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? (conferência realizada no seminário sobre "O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas", promovido pelo Conselho Nacional da Educação. Lisboa, dia 28 de Novembro de 2002).

Ponte, J. p. (2005). *Álgebra no currículo escolar. Educação e Matemática*. 85, 36-42.

Ponte, J. P., (2005). Gestão Curricular em Matemática. In *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Januário, C., Ferreira, I. C., & Cruz, I. (2000). *Por uma formação inicial de professores de qualidade* (Documento de um grupo de trabalho do CRUP).

Ponte, J. P., Sebastião, L., Miguéns, M. (2004). A Formação de Professores e o Processo de Bolonha. (Parecer sobre a implementação do Processo de Bolonha na área de Professores, ao abrigo do Despacho n.º 13766/2004).

Ponte, J. P. & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática no 1.º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P. & Serrazina, L. (2004). As práticas dos professores de matemática em Portugal. *Educação e Matemática*, 80, 8-12.

Porfírio, J. (1994). *A resolução de problemas na aula de matemática: uma experiência no 7.º ano de escolaridade* (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Porfírio, J. (1998). Os currículos de Matemática: como têm evoluído. In APM (Ed.). Revista Educação e Matemática (50), pp. 32-38. Lisboa: APM.

Portugal, G. & Santos, P. (2004). Das finalidades às práticas em educação de infância – uma abordagem experiencial. *Revista Portuguesa de Pedagogia*. Ano 38, n.º 1,2,3, pp. 127-144, Faculdade de Psicología e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra.

Portugal, G. (1992). Ecologia e desenvolvimento humano em Bronfenbrenner. Aveiro: Ed. CIDInE.

Portugal, G. (1998). Crianças, famílias e creches, uma abordagem ecológica da adaptação do bebé à creche. Col. CIDInE, Porto, Porto Editora.

Portugal, G. (2000). Qualidade em educação de infância. *Toques Formativos*, n.º 4, pp. 5-10, Instituto Politécnico de Bragança. ESE de Bragança.

Portugal, G. (2001). Da importância de relações precoces nutrientes à aposta na qualidade relacional da creche. *Toques Formativos*, n.º 7, Instituto Politécnico de Bragança, ESE de Bragança.

Portugal, G. (2002). Dos primeiros anos à entrada para a escola – transições e continuidades nas fundações emocionais da maturidade escolar. Aprender, Revista da Escola Superior de Educação de Portalegre, n.º 26, Set/2002, p. 9-12.

Portugal, G. (2005). Dos princípios aos objectivos educativos, que currículo ficou pelo meio? Comunicação em *V Simpósio Internacional "Educação de Infância e 1.º Ciclo do Ensino Básico: os caminhos da aprendizagem"*, Beja, Portugal, 13-15 de Janeiro 2005. Aguarda publicação.

Portugal, G. e Santos, P. (2001). Da exploração da área de conhecimento do mundo, em educação de infância, à construção de um cidadão crítico e aberto ao conhecimento. *VIII Encontro Nacional de Educação em Ciências – Actas*, Ponta Delgada, Departamento de Ciências da Educação. Universidade dos Açores.

Portugal, G.; Libório, O. & Santos, P. (2007). Combinando teoria, praxis e reflexão sobre o desenvolvimento de competências na formação de educadores na Universidade de Aveiro. In Actas do VIII Congresso da SPCE "Cenários de educação/formação: novos espaços, culturas e saberes". (org. CD: Ernesto Candeias Martins), ISBN 978-989-95390-0.

Post, J. & Hohmann, M. (2003). Educação de bebés em infantários – cuidados e primeiras aprendizagens. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian.

Post, T. R. (1981). O papel dos materiais de manipulação no aprendizado de conceitos matemáticos. In Lindquist, M. M. *Selected Issues in Mathematics Education.*

Pourtois, J. P.; Desmet, H. (1999). *A Educação Pós-Moderna*. Col. Horizontes Pedagógicos. Lisboa: Instituto Piaget.

Pozo, J. I. (Org.) (1998). A solução de problemas. Aprender a resolver, resolver para aprender. Artmed. Porto Alegre.

Prado, C. R. S. (1998). Materiales en la Educación Infantil. En Gervilla Castillo A. (coord.). Educación Infantil Desarrollo del niño de 0 a 6 anos. Málaga. Universidad de Andalucía. Grupo de investigación de Educación Infantil y Formación de Educadores.

Purcell, J. H. & Renzulli, J. S. (1998). Total talent portfolio. Mansfield Center, CT: creative Learning Press.

Putman, R.T. & Borko, H. (1997). Teacher Learning: Implications of New Views of Cognition. B.J. Biddlle et al. (Eds), *International Handbook of Teachers and Teaching* (pp.1223-1296). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Quadrante (2002). *Revista de Investigação em Educação Matemática*. 1 (11).

Raffini, J. P. (1996). 150 ways to increase intrinsic motivation *in* the classroom. Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.

Ralha, E. (1992). A Didáctica Matemática. Lisboa: Universidade Aberta.

Ramos, M. C. A. (2001). Las Nuevas Tecnologias y su utilización en la família y en la escuela. *Maseducativa,* n.º 6, Septiembre.

Rayna, S.; Dajez, F. (1997). "Introduction", Rayna, S.; Dajez, F. (coord.) *Formation, Petite Enfance et Partenariat*, Paris: INRP/ L'Harmattan, p. 7-25.

Rego, T. C. (2000). *Vygotsky – Uma perspectiva Histórico-cultural da Educação.* Petrópolis: Editora Vozes.

Renzulli, J. S. (1992). A general theory for the development of creative productivity through the pursuit od ideal acts of learning. Gifted Child Quarterly.

Renzulli, J. S. (1994). Schools for talent development: a pratical plan for total school i improvement. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

Renzulli, J. S. (1997). Interest-a-lyzer. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

Reys, B. (1999). Reflecting on practice, in elementary school mathematics – *Promoting number sensing in the middle grades*. Reston (US): NCTM.

Reys, R. (1982). Considerations for Teaching using manipulative materials. Em S. SMITH E. C. BADEMAN (eds), *Teacher-made aids for elementary school mathematics*. Reston: NCTM.

Ribeiro, A. (2002). *A escola pode esperar*. Porto: Edições ASA.

Ribeiro, A. A. G. (1995). *Concepções de professores do 1.º ciclo – A Matemática, o seu ensino e os materiais didácticos.* Tese de mestrado. Lisboa: APM.

Ribeiro, António Augusto G. (1995). *Concepções de professores do 1º Ciclo, A Matemática, o seu ensino e os materiais didácticos*. Associação de Professores de Matemática. Colecção Teses.

Ribeiro, E. (2004). Perspectivas em torno do(s) conceito(s) de criança e suas implicações pedagógicas. *Infância e Educação: Investigação e Práticas. Revista do GEDEI, 6*, 45-60.

Rico, L. (1997). Finalidades da educação matemática. *Quadrante*, 6 (1), 1-28.

Rios, M.ª R. F. & Zamorano, D. T. S. (2002). *Educación Científica para el Nuevo Milenio: Etapa Infantil*. In Castillo, G. A. (coords). (2002). Necesidades educativas de la infancia ante el nuevo milenio. Málaga: CEDNA pp. 576-577.

Rogers, C. R. (1961). *On becoming a person*. Boston: Houghton Mifflin.

Roldão, M. C. (1998). Que é ser professor hoje? – a profissionalidade docente revisitada. Revista da ESES, 9, Nova Série, 79-87.

Roldão, M. C. (2001). A formação como projecto: Do plano-mosaico ao currículo como projecto de formação. *Inafop – revista*, 1. http://www.inafop.pt/revista.

Roldão, M. C. (2003). Gestão do Currículo e Avaliação de Competências. As Questões dos Professores. Lisboa. Editorial Presença.

Roldão, M. C. (2005). Saber educativo e culturas profissionais: contributos para uma construção-desconstrução epistemológica. Conferência proferida no VIII Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Castelo Branco.

Romberg, Thomas A. e Thomas P. Carpenter (1986). Research on Teaching and Learning Mathematics: Two Disciplines of Scientific Inquire. In *Handbook of Research on Teaching: a Project of the American Educational Research Association*, 3ª ed. pp. 850-873. New York: Macmillan.

Roy, P. (Ed.) 1996. *Aspectos didácticos de las matemáticas*. São Paulo. Ática.

Ruben, A. (2001). *A escola com que sempre sonhei, sem pensar que pudesse existir.* Colecção Práticas Pedagógicas, Porto, Edições Asa.

Sá, A. J. C (1995). *A Aprendizagem da Matemática e o Jogo.* Lisboa: APM.

Sá-Chaves (1994). *A Construção do Conhecimento pela Análise Reflexiva da Praxis*. Tese de doutoramento. Universidade de Aveiro. Departamento de Didáctica e Tecnologia.

Sá-Chaves, I. (1999). *Supervisão: Concepção e práticas*. Aveiro: Universidade de Aveiro, Centro Integrado de Formação de Professores.

Sacristán, J. G. (1995). "Consciência e acção sobre a prática como libertação dos professores". In: *Profissão Professor,* pp.61-92. (Org.) Nóvoa, A. Porto: Porto Editora.

Sacristán, J. G. (2003). *O aluno como invenção*. Porto: Porto Editora.

Saiz, I.; Parra, C. (1996). *Didática da Matemática*. São Paulo: Ática.

Sakamoto, C.K. (1999). A criatividade sob a luz da experiência. A busca de uma visão integradora do fenómeno criativo. S. Paulo.

Sander, T. (Ed). (1995). *Teacher education in Europe: Evaluation and perspectives.* Osnabrück Universität e European Commission.

Sandfurd and Camp citados por Samson, M. (2007). An analysis of the influence of question design on learners'approaches to number pattern generalisation tasks. *Pythagoras* n.º 66, pp. 43-51.

Santaló, L. (1994). *La Matemática: Una Filosofia y una Técnica*. Barcelona: Ariel.

Santos, C. A. (1998). *Jogos e actividades lúdicas.* Editora Spirit.

Santos Guerra, M. A. (1998). *A escola que aprende.* Porto: ASA.

Santos, L. & Canavarro, A. P. & Ponte, J. P. (2000). *O currículo da Matemática: Que problemas? Que mudanças? Actas do ProfMat 2000*. (pp. 84-95). Lisboa: APM.

Santos, L. & Canavarro, A. P. (2001). *Mudar de caminho, caminhar para a mudança*. *Actas ProfMat 2001*.Lisboa: APM, pp. 35-49.

Santos, L. (2000). A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: um estudo com três professores do ensino secundário. (teses de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Santos, L.; A. P. Canavarro & J. Brocardo (Orgs.) (2005). *Educação matemática: Caminhos e Encruzilhadas*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Santos, M. L. (2008). *A Matemática Lúdica*: o uso do Tangram. [on-line]. Disponível: www.centrorefeducacional.com.br/matludica.htm.

Santos, N. A. P.; Diniz, M. I. S. V. (2004). As concepções dos alunos ao final da escola básica podem explicar porque eles não querem aprender. In: *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática.* Recife: SBEM/UFPe, 5f.

Santos, P. (1998). *Implicação, Diálogo Experiencial e Ecologia da Escola: Parâmetros de Qualidade em Educação.* Universidade de Aveiro, dissertação de mestrado (policopiada).

Santos, S. D. P. (2005). *Interacção, jogos educativos, docentes e estudantes em aula de matemática sobre números inteiros: análise com base na teoria de relevância.* Tese de Mestrado. Universidade do Sul de Santa Catarina – Tubarão.

Sarduy, A. F. L. (1987). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria.* La Habana: Editorial Pueblo e Educación.

Saramago, J. (2002). *A Caverna*. Editorial Caminho. Lisboa.

Sarmento, M. J. (2005). Gerações e alteridade: Interrogações a partir da sociologia da infância. *Educação & Sociedade*, 26 (91), 361-378.

Saul, M. (2001). Elementary Teachers and Essential Mathematica Knowledge. Em Mathematical Sciences Education Board (Ed.), *Knowing and Learning Mathematics for Teaching* (pp. 17-19). Washington, DC: National Academy Press.

Schifter, D. (2001). Perspectives from a Mathematics Educator. Em Mathematical Sciences Education Board (Ed.), *Knowing and Learning Mathematics for Teaching* (pp. 69-71 ). Washington, DC: National Academy Press.

Schifter, D., Bastable, V. E. Lester, J. B. (2001). Programs and Practices. Mathematical Sciences Education Board (Ed.), *Knowing and Learning Mathematics for Teaching* (pp. 94-97). Washington, DC: National Academy Press.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan Publisching Company.

Schoenfeld, A. (1994b). *A Mathematical thinking and problems solving*. Hillsadale, New Jersey: Lawrence Eribaum Associate.

Schoenfeld, A. (1999). Looking toward the 21 st century: challenges of educational theory and practice. Educational Research, 28 (7), 4-14.

Schoenfeld, A. (1999). Looking toward the 21st. century: challenges of educacional theory and practice. *Educational Reserch*, 28 (7), 4-14.

Schön, D. A. (1983). The Reflective Practitioner: how professionals think in action. N.Y.: Basic Books.

Schön, D. A. (1990). *Educating the Reflective Practitioner*. San Francisco, Jossey-Bass Publishers.

Schön, D. A. (1992). *La formación de profesionales reflexivos. Hacia un nuevo diseño de la enseñanza y el aprendizaje en las profesiones*. Barcelona: Ed. Paidós.

Schön, D. A. (1992a). A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor, NÓVOA (A) (Org.) *Os professores e a sua formação*, Lisboa: D. Quixote, p. 77-93.

Schön, D. A. (2000). *Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Scomparim, V. (2004). A construção de conceitos e as habilidades matemáticas: Solucionando problemas. In: *Anais do 1 Encontro de Escolas da Rede Companhia da Escola*. Disponível em: <www.ciadaescola.com.br/eventos/encontro2004/arquivos/oficina%20de%20Matem%C3%A1tica%201a%20a%204al.pdf.> Acesso em: 3 Fev. 2006.

Selter, C. (1997). Instructional design for teacher education. In M. Beishuizen, K. P. E. Gravemeijer and E. C. D. M. van Lieshout (eds.), *The role of contexts and models in the development of mathematical strategies and procedures*. Utrecht: Freudenthal Institute.

Selva, A. C. V. (1998). Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. Em: Schliemann, A. D. & Carraher, D. (orgs.). *A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa*. São Paulo: Papirus.

Serrazina, M. L. (1991). Aprendizagem da Matemática: a importância da utilização de Materiais, *Noesis*, 21, 37-39.

Serrazina, M. L. (1998). *Teacher's Professional development in a period of radical change in primary mathematics educacion in Portugal*. (Tese de doutouramento, University of London). Lisboa (APM).

Serrazina, M. L. (2002). A formação para o ensino da Matemática – perspectivas futuras. Serrazina (Org.), *A formação para o Ensino da Matemática na Educação Pré-Escolar e no 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Porto: Porto Editora — Inafop.

Serrazina, M. L. (org.) (2002). A Formação para o Ensino da Matemática na Educação Pré--Escolar e no 1.º Ciclo do Ensino Básico. Porto Editora.

Serrazina, M. L.; Santana, I. e Oliveira, I. (1996). Será que todos pensamos o mesmo acerca da subtracção? In Actas do ProfMat 96, p. 93-100. Lisboa: APM.

Serrazina, M. L. & Oliveira, I. (1997). A aprendizagem da subtracção, in A. M. Boavida, A. Domingos, J. M. Matos e M. Junqueira (Eds), *Aprendizagens em Matemática.* Lisboa: SPCE-SEM.

Serrazina, M. L. & Ribeiro, R. (1992). *Ideias, actividades, desafios e outras coisas mais*. Lisboa: APM.

Shuard, H. (1984). Contemporany Trends in primary school mathematics: Implications for teacher education. In R. Morris (ed.), studies in Mathematics Education, Volume 3 – The Mathematical Education of Primary School Teachers, Unesco, Paris, 23-50.

Shulman, L. (1986b). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15 (2), 4-14.

Shulman, L. (1993). Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject – specific conceptions of teaching. In. L. P. Monteiro & J. Vez (Ed.). *Las Didácticas Específicas) en la Formación del Professorado* (pp. 53 – 69). Santiago de Compostela: Tórculo Edicións.

Sierra, F. (1998). Función y sentido de la entrevista cualitativa en investigación social. En Galindo, J. (coord.). *Técnicas de investigación en sociedad, cultura y comunicación* (207-276). México: Addison Wesley Longman.

Silva, M. C. M. (1997). O primeiro ano de docência: o choque com a realidade. In M.T. Estrela (Ed.) *Viver e construir a profissão docente* (pp. 51-80). Porto: Porto Editora.

Silva, M. J.; Brenelli, R. P. (2005). O jogo gamão e suas relações com as operações adição e subtracção. *Revista de Educação Matemática.* Ano 9, números 9-10, 7-14.

Silveira, M. R. A. (2002). Matemática é difícil. *Anais da 25ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pesquisa e Pós-Graduação em Educação.* Caxambu.

Silver, E. A. (1985). *Teaching and learning mathematical problem solving:* multiple research perspectives. Hilisdale, NJ: Eribaum.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics,* Edmonton, v. 14, p. 19-28.

Silver, E. A. (1996). CAI, Jinfa. An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education,* Reston, VA, v. 27, p. 521-539.

Silver, E. A.; Mamona-Downs, J.; Leung, S. S.; Kenney, P. A. (1996). Posing mathematical problems: An cxploratory study. *Journal for Research in Mathematics Education,* Reston, VA, v. 27, p. 293-309.

Simões, A. (1990). A investigação-acção: Natureza e validade. Revista portuguesa de Pedagogia, 24, 39-51.

Simon, H. (2000). Problem Solvers. In: Levy, B. & Schreiber, E. S. *Secrets of the Mind*. CD-Rom Montparnasse Multimedia, Ubi Soft-Hypermind.

Simons, U. M. (2007). Blocos Lógicos: 150 exercícios para flexibilizar o raciocínio. Petrópolis, RJ: Vozes.

Simonton, D. K. (1994). Greatness. Who makes history and why. New York: The Guilford Press.

Smole, K. C. (1996). *A matemática na educação infantil*. A *teoria das inteligências múltiplas na prática escolar*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Soares, N. F. (1999). *Em busca da visibilidade pedagógica dos Direitos da Criança no Jardim-de-infância*. In Ed. APEI: Cadernos de Educação de Infância, n.º 51.

Soh, K. C. (2000). Indexing creativity fostering teacher behavior: a preliminary validation study. In: The Journal of Creative Behavior.

Sowell, E. J. (1989). Effects of manipulative material in mathematics instruction. *Journal for research in mathematics education*, vol. 20, n.° 5, p. 498-505.

Spodek, B. e Saracho, O. N. (1998). *Ensinando as crianças de três a oito anos*. Porto Alegre: ARTMED.

Sprinthall, N. e Sprinthall, R. (1993). *Psicologia Educacional*. Lisboa. Mc Graw-Hill.

Starko, A J. (1995). Creativity in the classroom. White Plains, NY: Longman.

Steel, D. (Setembro, 1999). Learning the mathematical language in the Zone of Proximal Development. *Teaching Children Mathematics,* 7, 38-42.

Steen, L. A. (1998). The Science of Patterns, *Science,* 240, 611-616.

Stein, M. K.; Bovalino, J. W. (2001). Manipulatives: one piece – *Mathematics teaching in the middle school*, in National Council of Teachers of Mathematics, vol. 6, (6).

Sternberg, R. J. & Williams, W. M. (1996). How to develop student creativity. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Sternberg, R. J.; Bruce, T.; Grigorenko, E. L. (1998). Teaching triarchically improves school achievement. *Journal of Education Psychology,* Washington, DC, v. 90, p. 1-11.

Sternberg, R. J.; GRIGORENKO, E. L. (2004). *Inteligência plena.* Ensinando e incentivando a aprendizagem e a realização dos alunos. Porto Alegre: Artmed.

Streck, Danilo R. (1999). *Paulo Freire: ética, utopia e educação*. Petrópolis, RJ: Vozes.

Strom, T. F. et al. (2004). *Shared 'Dublin' descriptors for the Bachelor*'s *Master's and Doctoral awards.* Retirado em 14 de Outubro de 2004 de http://www.fzs-online.org/files/689/.

Suydam, M. (1986). *Manipulative materials and achievement*. Arithmetic Teacher, 33(6), 10-56.

Tall, D. (2001). What Mathematics is Needed by Teachers of Young Children? [On-Line]. Disponível: http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2001k-semt01-plenary.pdf.

Tardif, M. (2000). Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério, in *Revista Brasileira* n.º 13. São Paulo, ANPED.

Tavares, J. (1997). A formação como construção do conhecimento científico e pedagógico. *In* I. Sá-Chaves, *Percursos de formação e desenvolvimento profissional*. Porto: Porto Editora, p. 59-74.

Taxa, F. O. S.; FINI, L. D. T. (2001). Estudo sobre a solução de problemas aritméticos de multiplicação do tipo isomorfismo de medidas. In: BRITO, M. R. F. (Org.). *Psicologia da educação matemática.* Florianópolis: Insular, p. 167-200.

Taxa-Amaro, F. O. S. (2006). Soluções de problemas com operações combinatórias. In: BRITO, M. R. F. *Solução de problemas e a matemática escolar*. Campinas: Alínea, p. 163-183.

Taylor-Cox, J. (2003). *Algebra in the Early Years? Yes?*. Young Children, January, 14-21.

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In Douglas A. Grows (ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning*. New York: MacMillan, 127-146.

Thorndike, E. L. (1927). *The Thorndike Álgebra*. Chicago: New York: Rand McNally & Company.

Tierney, C. AND Nemirovsky, R. (1991). Children's Spontaneous Representations of Changing Situations. *Hands on!* Vol. 14, n.° 2.

Tietze, U. (1994). Mathematical curricula and the underlying goals. Em R. Biehler, R. Scholz, R. Sträber e B. Winkdmann (Eds.), Didatics of mathematics as a scientific discipline, pp. 41-53. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Tinoco, A. (2002). A brincar... aprendemos matemática, *in Educação e Matemática*, 68, pp. 15-17.

Tinoco, A. (2002). A brincar… aprendemos matemática. *In Educação Matemática,* 68, p. 15-17.

Tobias, S. (2004). *Fostering creativity in the Science and Mathematics classroom.* Conference at National Science Foundation. Malaysia, Disponível em: <www.Wpi.edulNewslEvents/SENMltobias.ppt>. Acesso em: 10 Set. 2005.

Tolchinsky, L. (2003). *The cradle of culture and what cildren know about writing and numbers before being taught*. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Tomás, E. F. (2004). *Actividades Matemáticas no Jardim-de-infância: os materiais manipuláveis como mediadores na aprendizagem.* Universidade de Lisboa.

Torrance, E. P. (1966). The Torrance tests of creative thinking. Technical-norms manual. Princepton, NJ: Personnel Press.

Torrance, E. P. (1983). Creativity in the classroom. Washington, DC: National Education Association.

Torre, Saturnino (2005). *Dialogando com criatividade:* da identificação à criatividade paradoxal. São Paulo: Madras.

Torres, R. M. (1994). *Que (e como) é necessário aprender?* São Paulo: Papirus.

Touraine, A. (1998). *Iguais e Diferentes. Poderemos viver juntos?* Lisboa: Instituto Piaget.

Tucker, A. (2001). Perspectives from a Mathematician. Em Mathematical Sciences Education Board (Ed.), *Knowing and Learning Mathematics for Teaching* (pp. 66-68). Washington, DC: National Academy Press.

Tuckman, B. (2000). Manual de Investigação em Educação. Fundação Calouste Gulbenkian.

Tuning Project (2004). Tuning; Educational Structures in Europe – Phase II. Retirado em 14 de Outubro de 2004 de http://www.pef.uni-lj.si/strani/bologna/tuning-ects.pdf.

Turkel, S. e Newman, C. (1993). "Qual é o teu número? Desenvolvendo o sentido de número". In In *Educação Matemática,* 25, p. 31-33. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Turkel, S. e Newman, C. (1993). Qual é o teu número? Desenvolvendo o sentido de número, *in Educação e Matemática*, 25, pp.31-33.

Turrioni, Ana M.ª S. (2004). *O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores.* Dissertação de Mestrado. Unesp, Rio Claro.

Unicef (2001). *El estado mundial de la infancia 2001.* Nova Iorque: UNICEF (www.unicef.org/spanish).

Unicef (2002). *Estado mundial de la infancia 2002.* Nova Iorque: UNICEF.

Vacc, N. V., Bright, G. W. (1994). Changing Preservice Teacher-Education Programs. In D. Aichele and A. Coxford (Eds), *Professional Development for Teachers of Mathematics.* (pp.116-127). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Vala, J. (1993). Representações Sociais – Para uma Psicologia Social do Pensamento Social. In J. Vala & M. B. Monteiro (coord.). *Psicologia Social* (Cap. XIII, 353-384). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, Serviço de Educação.

Valdivia Ruiz, F. (2002). *Estilos de Aprendizaje en Educación Primaria*, Dykinson, S. L., p. 22-23.

Vale, I. (1999). Materiais Manipuláveis na sala de aula: O que se diz, o que se faz. Em APM (Ed.). *Actas do ProfMat* 99. Lisboa: APM.

Vale, I. (2000) *Didáctica da Matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. Associação de Professores de Matemática. Colecção Teses.

Vale, I. e Pimentel, T. (2005). Padrões: um tema transversal do currículo. *Educação e Matemática,* 86, pp. 14-21.

Vale, I.; Palhares, P.; Cabrita, I.; Borralho, A. (2006). Os Padrões no Ensino e Aprendizagem de Álgebra in Vale, I. (Org.) *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores*, Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, pp. 193-211.

Vallvé, L. (2000). "La exploración del espacio en la Educación Infantil" en Aula de Innovación Educativa. Enero.

Vasconcelos, Marcelo Camargos de. *Um estudo sobre o incentivo e o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos através da estratégia de resolução de problemas.* 2002. 93f. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.

Vasconcelos, T (1996). Portuguese policies for preschool education: investing on a fouding structure and support for lifelong learning. *Actas do Seminário*: Os Sistemas de Educação e Formação Profissional e o Desenvolvimento Económico, Sintra: 30 Outubro a 1 de Novembro de 1996.

Vasconcelos, T. (1997). "Planting the field of Portuguese preschool education: Old roots and new policies", *European Early Childhood Education Research Journal*, 5, 1, 5-15.

Vasconcelos, T. (1997). *Ao redor da mesa grande. A prática educativa de Ana.* Colecção Infância. Porto: Porto Editora.

Vasconcelos, T. (1997). *Orientações curriculares para a Educação Pré-Escolar.* Ministério da Educação. Departamento de Educação Básica. Gabinete para a Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar.

Vasconcelos, T. (1998). "Que Tutela Pedagógica Única?" *Boletim do Gabinete para a Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar, n.º 3*, Novembro.

Veiga, M. A. (1988). *Filosofia da Educação e Aporias da Religião.* Lisboa. Instituto Nacional de Investigação Científica.

Vergani, T. (2002). Matemática & Linguagem(s). Lisboa: Edições Pandora.

Vergnaud, G. (1995). *Cognitive and development psychology and research in mathematics education: some theoretical and methodological issues.* Montreal, Publishing Association FLM.

Vilarinho, M.ª Emília (2000). Políticas de Educação Pré-Escolar em Portugal (1997/1997). Lisboa. Instituto de Inovação Educacional.

Virgolim, A M. R.; Fleith, D. S. & Neves- Pereira, M. S. (1999). Toc toc...plim plim. Lidando com as emoções, brincando com o pensamento através da criatividade. Campinas: Papirus.

Vygostsky, L. (1984). A Formação Social da Mente. S. Paulo: Ed. Martins Fontes.

Vygostsky, L. (1991). *A Formação Social da Mente*. S. Paulo: Editora Martins Fontes.

Vygostsky, L. (1997). *Obras escogidas. V – Fundamentos de defectologia*. Madrid: Ed. Visor.

Walkington, J.; Christensen, P. & Kock, H. (2001). Developing critical reflection as a part of teaching training and teaching practice. European Journal of Engineering Education, 26 (4), 343-350.

Wallach, M. & Kogan, N. (1965). A new look at the creativity- intelligence distinction.In: Journal of Personality.

Wallas, Graham. The art of thought. In: VERNON, Philip E. (Org.), *Creativity*. Harmondsworth, UK: Penguin, 1973 (trabalho original publicado em 1926). p. 91-97.

Walle, V. J. & Watkins, K. B. (1993). Early Development of Number Sense, in Jensen, R. J. (Ed.). *Research Ideas for the Classroom.* Early Childhood Mathematics, pp. 127-149. Nova Iorque: Macmillan Publishing Company.

Walle, V. J. (1990). Concepts of number in Mathematics *for young child*, Payne (ed.) Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Wassermann, Selma. (2003). *A teoria de Piaget e a educação pré-escolar*. Lisboa: Instituto Piaget.

Weikart, D. & Hohmann, M. (1998). *Educar a Criança*. Lisboa. Serviço de Educação, Fundação Calouste Gulbenkian.

Weinberg, S. L. (2002). Proportional Reasoning: One Problem, Many Solutions! Em Barnie Litwiller (Ed.), *Making Sense of Fractions, Ratios and Proportions*, 2002 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (pp. 139-144). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Willoughby, S. S. (2000). Perspectives on Mathematics Education. Em Maurice J. Burke (Ed.), *Learning Mathematics for a New Century (Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics)* (pp. 1-15). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Woleck, K. R. (2001). Listen to their pictures. In National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), *The roles of representation in school mathematics. 2001* Yearbook. Reston, VA.: NCTM.

Wood, T., Cobb, P. e Yabel, E. (1991). Change in teaching mathematics: a case study. *American Educational Research Journal*, 28(3), 587-616.

Wood, T., Merkel, G., Uerkwitz, L. (1996). Criar um ambiente na aula para falar de matemática, *in Educação e Matemática,* 40, pp. 39-43.

Wood, T.; Merkel, G.; Uerkwitz, J. (1996). Criar um ambiente na aula para falar de matemática. In *Educação e Matemática*, 40, p. 39-43. Lisboa: APM.

Woodhead, M. & Faulkner, D. (2000). Subjects, objects or participants? Dilemmas of psychological research with children. In P. Christensen & A. James (Eds.) *Research with children: Perspectives and practices* (pp.9-36). London: Falmer Press.

Woodhead, M. (1999). "Towards a global paradigma for research in early childhood education". *European Early Childhood Education Research Journal*, *7* 1, 5-22.

Wu, H. (1999). Basic Skills Versus Conceptual Understanding. American Educator [on-line]. Disponível : http://math.berkeley.edu/~wu/.

Wu, H. (1999). Professional Development of Mathematics Teachers. American Mathematical society, 46(5), 535-542.

Yin, R. (1989). Case Study research: design and methods. London: Sage.

Zabalza, M. (1992). *Didáctica da educação infantil*. Porto: Edições ASA.

Zabalza, M. (1998). *Qualidade em educação infantil*. Porto Alegre. Artmed.

Zabalza, M. (2003). *Competencias docentes del profesorado universitario: Calidad y desarrollo profesional*. Madrid: Narcea, S.A.

Zeichner, K. M. (1992). Novos caminhos para o practium: Uma perspectiva para os anos 90. Em A. Nóvoa (Ed.) *Os professores e a sua formação* (pp. 115-138). Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Zeichner, K. M. (1993). *A formação reflexiva de professores: Ideias e práticas*. Lisboa: Educa.

Zeichner, K. M. (1993). *A formação reflexiva de professores: Ideias e práticas.* Lisboa: Educa.

**Páginas web**

American Mathematical Society http://www.ams.org/(acedido em Outubro de 2008).

Associação de Professores de Matemática http://www.apm.pt/portal/index.php (acedido em Outubro de 2008).

Comparison of Student Learning Outcomes in Middle School Science Classes with an STS Approach and a Typical Textbook Dominated Approach.

http://eric.ed.gov/ERICWebPortal/Home.portal?_nfpb=true&ERICExtSearch_SearchValue_0=criativity+and+math%2C+early+education%2C+teaching+formation&searchtype=basic&ERICExtSearch_SearchType_0=kw&pageSize=10&eric_displayNtriever=false&eric_displayStartCount=11&_pageLabel=RecordDetails&objectId=0900019b80315e7e&accno=EJ801103&_nfls=false (acedido em Outubro de 2008).

Carnegie Corporation of New York – Annual Repport 1999. http://Carnegie.org./sub/about/ar/1999.pdf

Criatividade em Matemática: identificação e promoção de talentos criativos http://coralx.ufsm.br/revce/revce/2007/02/a13.htm (acedido em Outubro de 2008).

http://www.educare.pt/educare/Educare.aspx (acedido em Outubro 2008).

Formação Inicial e primeiros anos de profissão http://www.spce.org.pt/sem/01LSIO.pdf (Outubro de 2008).

Matemática na Internet http://www.apm.pt/apm/mat_internet/matematica_2.html (acedido em Outubro de 2008).

Math Forum http://mathforum.org/library/ (acedido em Outubro de 2008).

Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (30th, Prague, Czech Republic, July 16-21, 2006). Volume 4.

http://eric.ed.gov/ERICWebPortal/Home.portal?_nfpb=true&ERICExtSearch_SearchValue_0=criativity+and+math%2C+early+education%2C+teaching+formation&searchtype=basic&ERICExtSearch_SearchType_0=kw&pageSize=10&eric_displayNtriever=false&eric_displayStartCount=41&_pageLabel=RecordDetails&objectId=0900019b8016ef01&accno=ED496934&_nfls=false (Acedido em Outubro de 2008).

SRA Real Math Building Blocks PreK. What Works Clearinghouse Intervention Report.

http://eric.ed.gov/ERICWebPortal/Home.portal?_nfpb=true&ERICExtSearch_SearchValue_0=criativity%2C+math%2Cearly+education%2Cmanipulation+of+materials&searchtype=basic&ERICExtSearch_SearchType_0=kw&_pageLabel=RecordDetails&objectId=0900019b80188849&accno=ED497622&_nfls=false (acedido em Outubro de 2008).

Teacher Career Choices: Timing of Teacher Careers among 1992-93 Bachelor's Degree Recipients. Postsecondary Education Descriptive Analysis Report. NCES 2008-153.

http://eric.ed.gov/ERICWebPortal/Home.portal?_nfpb=true&ERICExtSearch_SearchValue_0=criativity+and+math%2C+early+education%2C+teaching+formation&searchtype=basic&ERICExtSearch_SearchType_0=kw&_pageLabel=RecordDetails&objectId=0900019b80303efe&accno=ED501228&_nfls=false (acedido em Outubro de 2008).

WWC Quick Review of the Article "The Advantage of Abstract Examples in Learning Math"

http://eric.ed.gov/ERICWebPortal/Home.portal?_nfpb=true&ERICExtSearch_SearchValue_0=criativity%2C+math%2Cearly+education%2Cmanipulation+of+materials&searchtype=basic&ERICExtSearch_SearchType_0=ti&_pageLabel=RecordDetails&objectId=0900019b803158ad&accno=ED502029&_nfls=false (acedido em Outubro de 2008).

Wikipedia – Educação. Porto Editora. www.portoeditora.pt/ (acedido em Março de 2008).

# Parte IV

# ANEXOS

Anexo I

# Questionário aos alunos da formação inicial para educadores e professores do ensino básico-1.º ciclo (Vale, 2000)

**1.** De que área vem?

________________________________________

________________________________________

**2.** No seu percurso escolar usou algum material manipulável?

________________________________________

________________________________________

**2.1.** No caso afirmativo, diga qual ou quais.

________________________________________

________________________________________

**3.** Como caracteriza de um modo geral a actuação do professor de Metodologia da Aprendizagem da Matemática?

________________________________________

________________________________________

________________________________________

________________________________________

________________________________________

**4.** Na escala de 1 a 5 indique a frequência com que foram usadas pelo seu professor nas aulas de Metodologia do Ensino da Matemática cada uma das seguintes práticas.

> Responda por favor, a cada um dos itens seguintes, assinalando a opção escolhida.
>
> **5**=Sempre; **4**=Frequentemente; **3**=Algumas vezes; **2**=Raramente; **1**=Nunca

Marque apenas uma das 5 opções para cada item. Leia cuidadosamente e dê a sua resposta de imediato.

| **1. conteúdo e desenvolvimento da aula** | **5** | **4** | **3** | **2** | **1** |
|---|---|---|---|---|---|
| os assuntos tiveram interesse ........................................ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| as aulas estavam estruturadas e sequenciadas ........................ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| a aprendizagem repercutir-se-á na actividade profissional ............. | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| foram transmitidas as linhas mais importantes de actuação para o futuro como professor . | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| **2. tarefas propostas** | | | | | |
| foram de natureza problemática ........................................ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| foram interessantes ........................................ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| fizeram-se conexões (dentro e fora da matemática) ........................ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| foram adequadas aos conteúdos ........................................ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| estimularam nos alunos uma atitude crítica e investigativa | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| enriqueceram a capacidade de comunicação e de raciocínio dos alunos | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| foram acompanhadas pelo professor durante o seu desenvolvimento | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

**3. material utilizado**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| deu-se importância aos materiais didácticos (manipuláveis, fichas, livros, …) | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| diversificou-se os materiais | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

**4. metodologia de trabalho**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| os métodos utilizados foram adequados | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| a metodologia utilizada foi adequada | | | | | |
| a nível de componentes teóricas | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| a nível de componente prática | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| exposição da matéria pelo professor adequada no tempo | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| a resolução de problemas como metodologia de trabalho | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| o trabalho de pequeno grupo foi adequado às situações | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| o trabalho em pares foi adequado às situações | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| o trabalho individual foi adequado às situações | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| o trabalho colectivo* foi adequado às situações | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

**5. comunicação na sala de aula**
**– papel do professor**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| soube motivar os participantes | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| foi claro nas intervenções | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| houve explicação clara das tarefas a desenvolver | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| soube clarificar situações de dificuldade | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| colocou questões desafiantes ao pensamento dos alunos | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| utilizou o questionamento regularmente | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| valorizou a comunicação na sala de aula | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| ouviu com atenção as ideias dos alunos | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| geriu a participação dos alunos nas discussões | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| pediu aos alunos que justificassem as suas ideias | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| desenvolveu nos alunos uma atitude reflexiva | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

**– papel do aluno**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| foram intervenientes | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| foram passivos | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

| | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| mostraram dificuldade na elaboração de relatórios ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| mostraram dificuldade na justificação dos meus raciocínios........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| mostraram dificuldade na realização das tarefas ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| Fizeram perguntas ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| **– interacções** | | | | | |
| entre alunos foi fomentada ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| entre alunos e professor foi efectuada ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| **6. ambiente de aprendizagem** | | | | | |
| houve confiança e à vontade entre professor e aluno para colocar dúvidas e sugestões........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| houve respeito por parte do professor pelo ritmo de aprendizagem individual ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| **houve oportunidade para cada aluno** | | | | | |
| expor as suas ideias ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| colocar questões ao professor........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| trocar ideias com o colega do lado ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| foi dado tempo suficiente para se familiarizarem e explorarem as diversas situações colocadas na sala de aula ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| **– relações interpessoais** | | | | | |
| do professor com os alunos foram cordiais ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| **7. avaliação** | | | | | |
| as fontes de informação para avaliação | | | | | |
| eram do conhecimento dos alunos........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| foram diversificadas ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| foram demasiadas........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| contemplaram vários aspectos do conhecimento matemática ........ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

*****_entende-se por trabalho colectivo quando o professor expõe matéria, conduz uma discussão, questiona os alunos, resolve um problema em conjunto, etc._

Fale de algum aspecto que não tenha sido mencionado atrás e que ache ser relevante ou que tenha sido referido e que deseje desenvolver

_______________________________________________

_______________________________________________

# Anexo II

# Guião das entrevistas estruturadas aos docentes da formação inicial

**Bloco I**

Identificação do ano que lecciona, número de turmas e alunos, carga horária

**Bloco II**

Qual a importância da sua cadeira para a formação do futuro profissional?

Qual a sua percepção sobre as expectativas, dificuldades, aprendizagens e opiniões dos seus alunos?

**Bloco III**

Como caracteriza de um modo geral a sua actuação como professor?

(Pretende-se saber como é que o professor é percepcionado pelos alunos, que tipo de relação estabelecem e, como se manifesta).

**Bloco IV**

De que forma organiza as suas aulas? (conteúdos, metodologia, comunicação, papel do aluno, ambiente de aprendizagem e avaliação).

**Bloco V**

Qual a sua opinião sobre o valor dos materiais manipulativos para o ensino da Matemática? Recorre à sua utilização com que frequência? Em todas as matérias? Tem preferência por algum material? Os alunos manifestam mais interesse quando recorre ao uso de materiais?

**Bloco VI**

Que sugestões daria para melhorar o desempenho e o aproveitamento dos seus alunos.

Que outros aspectos gostaria de mencionar que não tenham sido referidos?

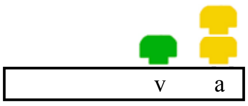
Anexo III

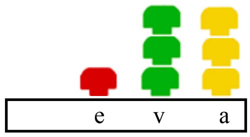
# Exemplo de teste diagnóstico do material Calculadores Multibásicos (das 6 escolas)

**Exemplo de teste diagnóstico do material Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

**a)** 


___ ___

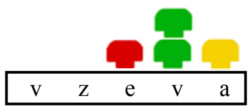
___ ___ ___

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

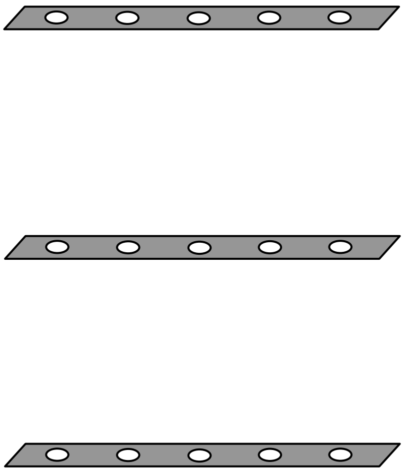
**a)** 


5 3

**b)** 

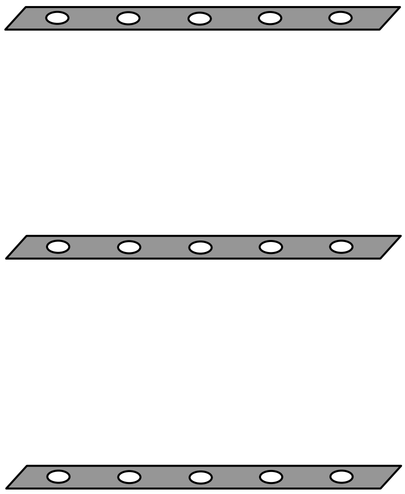

2 4 6

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



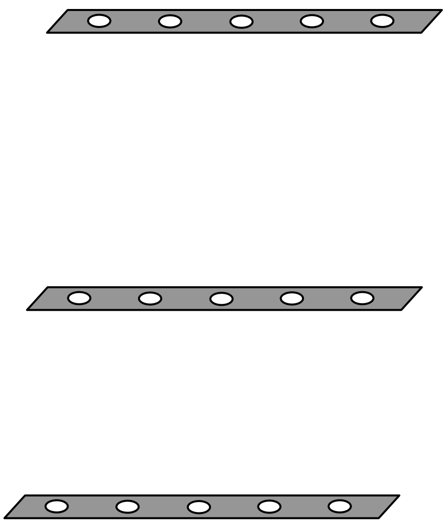
_______ + _______ =

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



______ + _______ =

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação

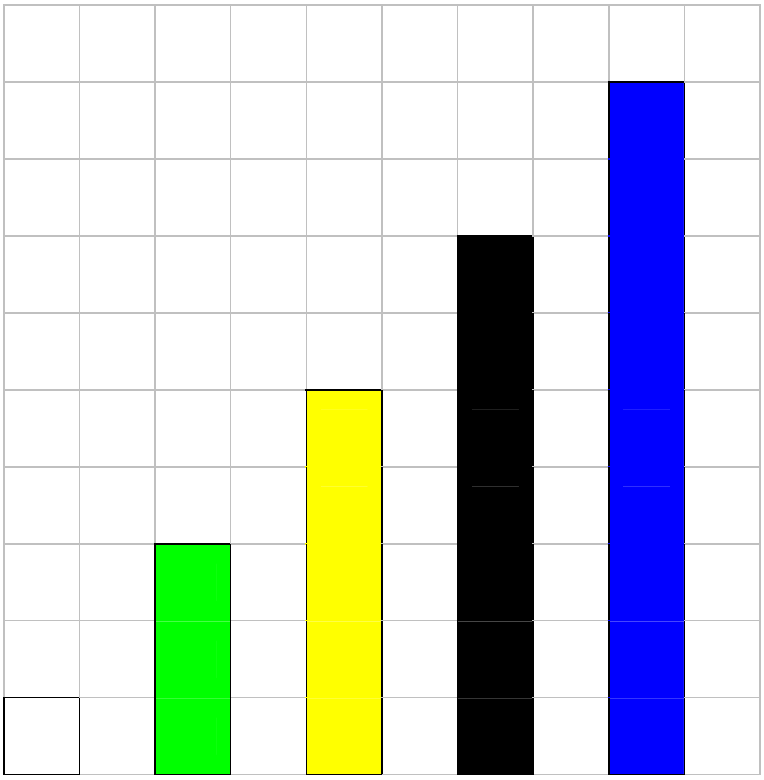
R: ........................................................................................................................

Anexo IV

# Exemplo de teste diagnóstico do material Cuisenaire (das 6 escolas)

**Exemplo de teste diagnóstico do Material Cuisenaire**

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



____ ____ ____ ____ ____ ____ ____ ____ ____ ____

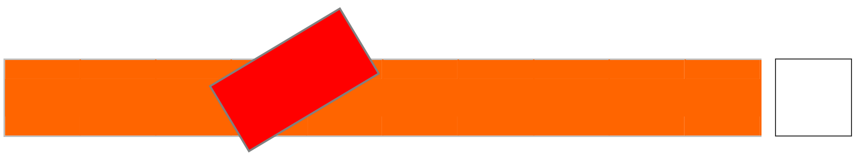
1.1. Escreva quais são os números pares.

______________________________________________

1.2. Agora escreva os números ímpares.

______________________________________________

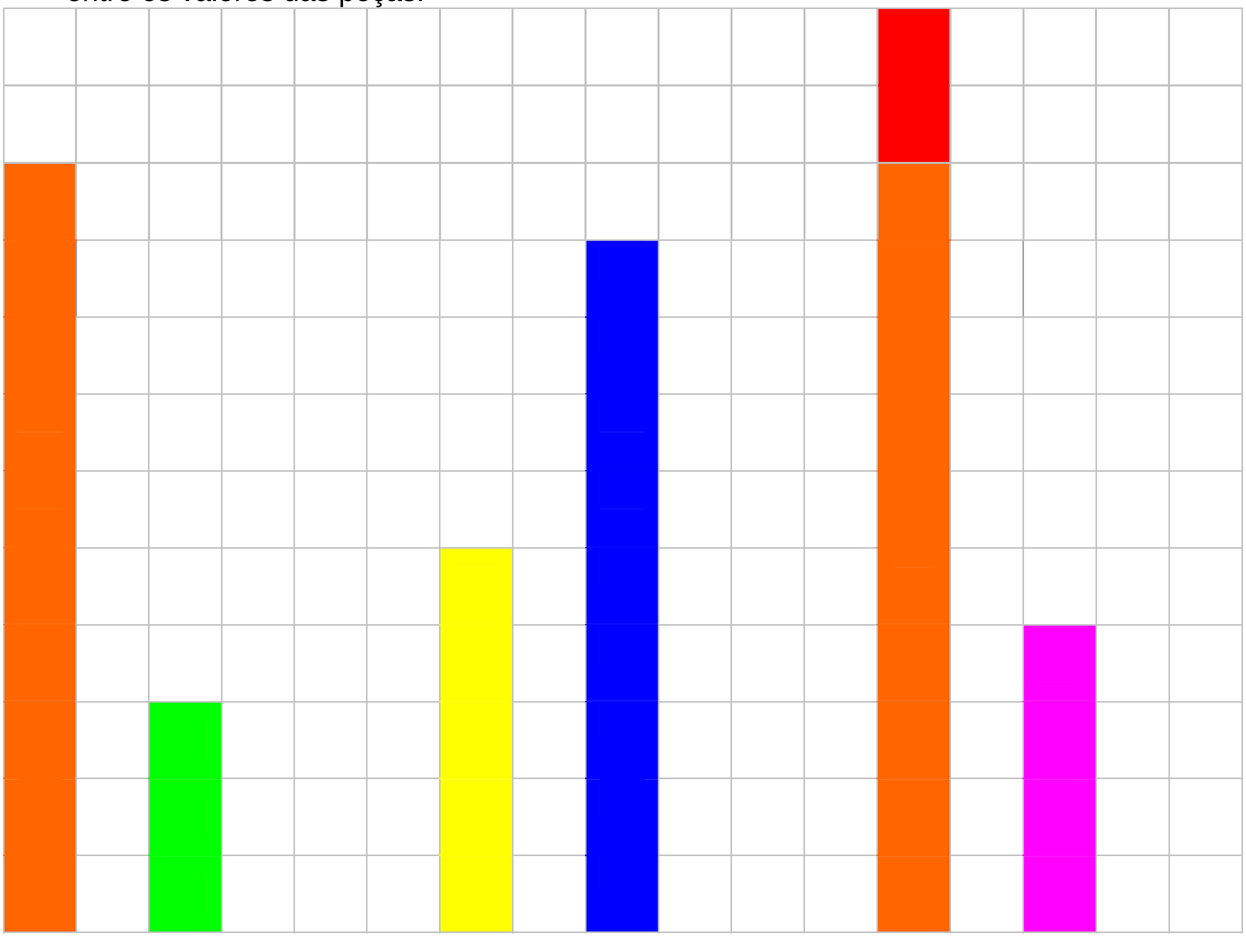
2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:



______________________________________________

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.

4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de **>, <** ou **=** entre os valores das peças.



5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.

Operação:

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.

Operação:

Nome: Data:

Universidad de Málaga
Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Didáctica de la Lengua y la Literatura
y
Escola Superior de Educação João de Deus

# A Importância dos Materiais para uma Aprendizagem Significativa da Matemática

# Anexo V – Complementos

Tesis Doctoral presentada por:

MARIA FILOMENA TOMAZ HENRIQUES SERRANO CALDEIRA

Dirigida por:

Professora Doutora ÁNGELES GERVILLA CASTILLO
y
Professora Doutora MARIA JOSÉ MAYORGA

Málaga, Abril de 2009

# Índice

1. Entrevistas às educadoras ........................................ 5

2. Testes diagnósticos do material Cuisenaire (das 6 escolas) ........................................ 37

3. Testes diagnósticos do material Calculadores Multibásicos (das 6 escolas) ........................ 93

4. Tabelas de respostas do material Cuisenaire ........................................ 131

5. Tabelas das respostas do material Calculadores Multibásicos ........................................ 139

6. Exemplo de actividade criativa com o material Cuisenaire ........................................ 147

# 1. Entrevistas às educadoras

**Entrevista da Educadora A**

**1. Como é que caracteriza o ensino da matemática na educação infantil?**

**A:** *"Bom, a matemática é uma área que nas orientações curriculares para a educação infantil é definida como a área inserida na comunicação e expressão. (pausa) Portanto entende-se, e eu concordo, que tem a ver com uma forma de (pausa) comunicar, de interagir com o meio. Usamos diferentes formas de o fazer. Podemos fazê-lo através das expressões, podemos fazê-lo através da Língua, podemos fazê-lo através da matemática.*

*Transpondo uma realidade através por exemplo de uma realidade numérica ou de outra forma* (pausa).

*Agora a matemática na educação infantil (pausa) eu acho que tenho de fazer aqui uma distinção daquilo que se idealiza e que é correcto e do que é a prática e depois o que é o método João de Deus, a minha vivência ao longo desta minha vida profissional. Eu penso que ao nível do que se idealiza, e eu concordo, (gesticulou) em termos de leituras que já fiz parte por um pensamento relacionado com as teorias construtivistas do conhecimento, que nós devemos levar as crianças a construírem o seu raciocínio, a descobrirem, a explorarem os conteúdos através da concretização, da manipulação* (pausa).

*Só assim conseguirão passar à fase seguinte que Piaget definia como a abstracção e que outros também o definiram. (pausa) Depois há a prática e aquilo que realmente se concretiza, que nem sempre em muitas escolas é o ideal, contudo eu penso que a nível da metodologia João de Deus nós vivenciamos muito esta faceta da concretização, fazemo-lo com imensos materiais manipuláveis, utilizamo-los de diferentes formas, com diferentes estratégias e funções e para diferentes conteúdos* (pausa).

*Também utilizamos outros que não são estruturados, (gesticulou) e penso que tudo isso faz parte daquilo que se considera ser um bom trabalho em termos de concretização e de exploração de ideias a nível da matemática, pelo menos está isso assente em termos de investigações. (sorriu) Já agora que falámos de investigações é bom que se diga que a educação infantil não tem nada nesta área, ou quase nada. São poucas as explorações investigativas que se fazem a nível da educação infantil e quando se trata de apresentação em termos de seminários e congressos* *invariavelmente também são poucas as intervenções que são feitas a nível desta área da matemática e da educação infantil. (pausa) Portanto fica aqui uma espécie do meu protesto (sorriu) e referência porque acho que é aquilo que eu sinto daquilo que tenho podido analisar* (pausa).

*O que caracteriza também a educação infantil, (mexeu no cabelo) para mim tem a ver com algo que eu acho muito importante que é a interligação do que se pratica da forma como se constroem as situações problemáticas e as estratégias em relação às vivências diárias do grupo de crianças que nós temos (pausa). Partindo dessas vivências torna-se tudo muito mais simples e mais real, e mais ajustado e com significância. Se a aprendizagem tiver esse significado para as crianças, na minha linha de óptica, pensando no que outros já disseram, poderá ter efeitos produtivos. Portanto têm de se caracterizar por esta perspectiva. (gesticulou) E tem que fazer referência também, ou poderá ter interligação, com outras áreas disciplinares já aqui referi algumas, (começou a contar pelos dedos) nomeadamente as expressões, a língua, o vocabulário o seu desenvolvimento, em todas essas questões (pausa) é importante haver uma constante interdisciplinaridade e interligação, caso contrário provavelmente é a matemática também que não fica tão enriquecida, as crianças provavelmente também não se motivarão tanto e todas as outras áreas poderão perder também. (pausa) É provável que me esteja a falhar alguma coisa…* (pausa).

*Ah (enfatizou a resposta acenando com o dedo indicador) penso que é importante dizer ainda outro aspecto é que em relação à educação infantil havia um certo entendimento no passado que seria uma preparação para o ensino básico, é claro que o é de certa forma mas (pausa) fundamentalmente o que nós queremos que as crianças ultrapassem cada meta em que estão a vivenciar o seu dia a dia é que criem uma motivação, um gosto pela aprendizagem que lhes permita no futuro, (pausa) e o futuro não é unicamente o ensino básico, é o futuro de adultos, que lhes permita serem adultos competentes e quando me refiro a competentes é que saibam resolver situações diárias com eficácia, (pausa) que utilizem a tal matemática para as resolver e saibam porque é que o estão a fazer e que sejam felizes, (cruzou os braços) consigam ser criativos e felizes. E se conseguirem isso tudo provavelmente também têm sucesso* (sorriu).”

**2. Qual é a sua relação com a matemática?**

**A: "***Eu gosto de trabalhar a matemática e gosto do modo como se trabalha no método João de Deus (pausa), forma que para mim é ideal que é concretizar os conceitos, que é manipularem as "ideias", e a partir dali visualizarem, conseguirem transportar para uma representação mental aquilo que estão a concretizar. (pausa) Penso que em relação à matemática e à relação que eu tenho com ela é evidente que passou por diferentes fases ao longo da vida. Eu sou da área de humanidades, (sorriu) portanto venho das letras, por estranho que possa parecer fiz o mestrado na didáctica da matemática, porque eu penso que nós devemos trabalhar um bocadinho também aquilo que achamos que estamos mais desfasados. Daí que eu tenha enveredado por essa linha de pensamento* (pausa).

*E não me arrependo em nada porque fez-me criar ainda mais vontade de explorar essas ideias, gosto de ler sobre estes assuntos, gosto de os aprofundar, mais uma vez o meu protesto (sorriu) porque em educação infantil não há muito, o pouco que há tentamos realmente tirar proveito, mas não há muita investigação nem muita exploração em termos de registos escritos (pausa). De qualquer modo gosto imenso, tento trabalhar de formas diversificadas, o mais criativamente possível e seguir o método em que trabalho. (pausa) Eu só queria dizer algo mais nesta relação há um aspecto que eu penso que é importante, (gesticulou) que eu acho que já referi na outra pergunta, mas vou voltar a referir noutros moldes. A relação tem que ser vivenciada, para mim, como uma utilidade prática do dia-a-dia, tem que ter esse sentido, para se tornar significante* (pausa).

*Para eu perceber, por exemplo, (gesticulou) o que é uma simetria, eu terei que, por exemplo, descobrir simetrias no dia-a-dia. Uma folha de árvore tem simetria, portanto se isso me fizer (pausa) se fizer luz também nas crianças para mim será o ideal e eu serei feliz em relação à matemática e à forma como eles estão a vivenciá-la também* (sorriu)."

**3. Faça o retrato do que considera um professor que goste de trabalhar a matemática com as crianças.**

**A:** *"Tem que ser uma pessoa que goste (começou a contar pelos dedos) de se actualizar, que goste de ler, que goste de explorar, que goste de motivar as crianças que seja empreendedor, criativo (pausa), que não tenha preguiça de trabalhar com* *materiais, eu estou a dizer isto por razões que não têm a ver com o método João de Deus, têm a ver com algumas leituras que eu fiz em relação a outras situações fora da João de Deus, e basicamente (pausa) tem que criar uma dinâmica de trabalho onde permita às crianças fazer a concretização dos conceitos através de estratégias que lhes permitam vivenciar isso de uma forma real, de uma forma que se ajusta ao seu quotidiano, ao seu dia a dia* (pausa).

*Desculpe, só mais um pormenor, (sorriu) penso que há outro aspecto que não referi que é muito importante, é a parte da comunicação das ideias das crianças. Se às crianças não lhes for permitido reflectir, comunicar ideias, dialogar, expressar pensamentos, penso que também não será um bom desempenho por parte do educador ou professor* (pausa)."

**4. Considera que as sessões decorreram consoante estavam previstas na calendarização?**

**A: "***Penso que sim. (mexeu no cabelo) Até agora foi seguida a estrutura de conteúdos e materiais seleccionados, adequando as estratégias a esses pressupostos. (pausa) O tempo de decurso da actividade foi quase sempre o previsto. (gesticulou) Houve numa das actividades necessidade de prolongar poucos minutos essa actividade, mas unicamente para tornar perceptível o raciocínio dos alunos* (pausa).

**5. Conseguiu com o material fazer a ponte entre o concreto e o abstracto?**

**A: "***Se me pergunta isso de uma forma geral para os 26 alunos da turma, (cruza as pernas) é evidente que eu não posso responder de forma unânime para todos.* (pausa e cruza os braços).

*Consegui fazer para uma parte da turma, penso que uma grande parte da turma neste momento, e estamos em Janeiro, fez esse percurso do concreto para o abstracto, há alunos que ainda não o conseguiram fazer, (pausa) também tenho consciência que pelo menos um aluno poderá ter algumas NEE, que ainda não estão completamente acompanhadas, embora estejam de alguma forma, mas ainda não estão da forma que eu considero ideal. (pausa) Portanto há uma série de situações que no mínimo umas cinco/seis situações que estão fora deste âmbito, em todos os conteúdos que foram trabalhados. De qualquer modo uma parte da turma penso que conseguiu* (pausa).

**6. Na sua perspectiva os Calculadores Multibásicos propiciam a aprendizagem do conceito de número e dos algoritmos? Justifique.**

**A: "***Sim… (acenou com a cabeça) propiciam na medida em que a sua estrutura permite visualizar de forma correcta, (pausa) através das placas e das quantidades ditadas, que são encaixadas umas em cima das outras e as cores, (contou pelos dedos) a diferença das cores, permite-lhes visualizar as ordens, as classes, permite-lhes visualizarem uma operação, através das placas, porque são duas placas ou mais se nós quisermos, e depois a do resultado que até pode ter cor diferente e é interessante porque aí obriga a uma visualização de aspectos diferenciado* (pausa).

*Por exemplo uma adição das parcelas no resultado e com a ligação que por vezes depois fazemos também aos algarismos de plástico, vai permitir a interiorização desses conceitos de forma correcta* (pausa)."

**7. Que aspectos modificaria nas sessões? Porquê?**

**A:** *"Eu penso que em relação às sessões há dois ou três aspectos que (pausa) eu penso que poderia melhorar. Há sempre aspectos que nós nesta profissão podemos melhorar, acho que nunca está nada completo nem tudo é na linha do perfeito. (gesticulou).*

*Um dos aspectos prende-se com o facto inerente também um pouco ao tempo das sessões, como é obvio, (pausa) prende-se com o facto de trabalharmos em "X" minutos uma série de conceitos, que por vezes para serem explicitados os raciocínios pelas crianças, até a sua reflexão que é demorada, (gesticulou) por vezes tem que ser apressada para as coisas serem um pouco mais rápidas e isso seria algo que poderia ser melhorado, o dar mais tempo, o conseguirmos esperar mais tempo, o conseguirmos esperar pelo raciocínio,* (pausa) *depois esperar pela comunicação de ideias, depois esperar pela contraposição de outro colega. Penso que este é um dos aspectos evidentes. (pausa) Outro aspecto tem a ver com o facto de ter que ser para Janeiro, que por exemplo se vão trabalhar determinados aspectos como as centenas. É óbvio que se há alunos que o conseguem, há uma parte da turma que o conseguirá, mas não neste momento, portanto tem tudo a ver com esta situação de tempo* (pausa).

*Não quer dizer que não possa pensar também numa certa criatividade que pode ser ainda mais empreendedora, há sempre uma perspectiva de criatividade que podemos melhorar no futuro, e também aí poderei reflectir para melhorar* (sorriu).”

**8. Acha que promoveu atitudes positivas em relação à matemática no decorrer das sessões?**

**A:** *“Pelo menos tentei que sim. (sorriu) Na grande maioria das sessões tentei que seguissem este pensamento (gesticulou) que já venho a dizer desde o principio da entrevista que tem a ver com o facto de gostarem de matemática, de perceberem os conceitos concretizando-os e explicitarem as suas ideias e serem capazes de reflectir e de raciocinar até mesmo com os erros* (pausa). *Por exemplo, não sei se posso dizer já aqui isto que vou dizer, mas de qualquer modo penso que (sorriu) por exemplo quando concretizámos hoje mesmo uma das situações e uma criança estava distraída e apesar de ser um aluno que conseguiu ler um número grande na ordem das centenas, a criança enganou-se, um engano normal, em vez de contar as 4 amarelas contou 3* (pausa).

*Depois teria sido mais fácil eu emendar e até mais rápido para a sessão se desenrolar porque tínhamos um tempo record para o fazer. (cruzou os braços) De qualquer modo eu achei por bem pedir a um colega que interviesse e emendasse a situação, e isso foi feito de forma sem dúvida mais interessante* (pausa).”

**9. Implementou o diálogo nas actividades propostas de forma a estimular o raciocínio e a comunicação matemática?**

**A:** *“Eu penso que o fiz, (pausa) mas mais uma vez não vou repetir tudo o que já ficou dito, penso que ainda poderia ser mais. Usei sempre as situações problemáticas já para entrar no diálogo com o grupo, tentei que exteriorizassem os seus pensamentos, por vezes (pausa) ficávamos numa certa paragem para ouvir os comentários das crianças e os seus raciocínios, mas isso tudo acabava por ser feito. (gesticulou) Às vezes tínhamos que reformular a pergunta, voltar a reformular para ouvir um pouco melhor a explicitação que estava a ser limitada e faltava ali uma palavra-chave ou um vocabulário que não estava completamente correcto, em relação ao contexto, mas penso que a ideia foi na linha do "sim", penso que sim, que conseguimos!* (pausa).

**10. Quais as dificuldades que sentiu para a concretização dos conceitos trabalhados?**

**A:** *"Penso que já referi algumas dessas dificuldades. Prendem-se nomeadamente com a questão do tempo, (pausa) prende-se também um pouco com o facto de termos esta pressão em relação ao mês de Janeiro e ter que ser muito rápido* (pausa). *Depois há as NEE, há as crianças que não têm o ritmo igual ao de outras, e tudo isto numa turma de 26, que temos de gerir numa actividade. (gesticulou e acenou com a cabeça) Se bem que temos crianças num nível muito avançado, temos outras mediano e outras ainda menos que mediano. E tudo isto tem que se ter em conta. Tem que se pensar no momento e tentar reflectir sobre o que cada um está a fazer e como está a fazer* (pausa)".

**10.1. Como é que isso se evidenciou nas várias sessões?**

**10.2. Como as superou?**

**A:** *"Analisando as dificuldades de cada criança, (pausa) tentando perceber os níveis de dificuldade que existem numa turma, os graus de dificuldade, os mais avançados, os medianos, e aqueles que têm muito mais dificuldades.* (pausa). *Levar as crianças a exteriorizarem as suas ideias para eu também poder avaliar, e a avaliação depois parte também de um processo do momento só observação mas também uma reflexão à posteriori, quando estou sozinha, nas minhas quatro paredes em casa.* (pausa) *Depois desse processo também a construção seguinte das seguintes estratégias e da forma como vou "lidar" com toda a situação de sala. Por exemplo,* (gesticulou) *estou-me a lembrar da propriedade comutativa* (pausa) *a forma como poderia trabalhar a propriedade comutativa, aí de forma concreta em relação à sua situação diária dos canteiros e do jardineiro que vai à escola, portanto toda essa situação.* (cruzou os braços) *Aproveitei também o facto de uma criança me ter oferecido um vaso com flores e a partir daí ter vivenciado aquela situação problemática das flores, e por sinal era uma criança que tem algumas dificuldades.* (pausa) *Tentei a partir dali criar uma certa empatia com a situação que estava em causa. Provavelmente* (sorriu) *isto a vocês não vos tocou porque não estavam a viver o meu dia-a-dia mas já agora fica essa referência e é assim que nós vamos ultrapassando as situações diárias, também pegando nos interesses dos alunos e na forma como eles se interligam connosco diariamente.* (pausa) *O diálogo é algo muito importante, tento superar criando as tais situações ajustadas a cada dificuldade e a* *cada situação. O diálogo e a comunicação de ideias, o erro, aprender pelo erro* (pausa) *se o erro faz com que se evolua vamos explorá-lo, vamos interagir de modo a que como hoje, já referi isso, como noutros dias que também houve, possam a partir daí perceber que se faça luz.* (cruzou os braços).

*Ainda hoje um dos alunos a certa altura estava a contar a dúvida a outro colega e dizia: "pois ele não fez bem. Porque afinal não eram duas verdes com uma não faz quatro, faz 3". E aí tivemos de voltar a reflectir sobre o assunto e fez-se luz, ele até abriu a boca como sinal de eureka (sorriu e gesticulou) "ah pois é vinha uma de trás", era o tal transporte ele percebeu perfeitamente. Portanto às vezes o erro faz evoluir e isso é produtivo* (pausa)".

**11. Considera que os seus alunos atingiram os objectivos propostos? Justifique.**

**A:** *"Eu penso que uma parte da turma atingiu os objectivos propostos. E como já foi dito o tempo foi inimigo da perfeição, de qualquer modo estou satisfeita* (sorriu) *por nesta altura haver uma parte da turma que atingiu objectivos tão interessantes em termos matemáticos, o que me faz pensar que nada é impossível.* (pausa) *Os que não atingiram vamos (cruzou os braços) continuar neste processo de avaliação, de observação, de estruturação e trabalhar a partir de agora crianças que eventualmente poderão chegar a esse mesmo nível* (pausa)".

**12. Os materiais manipuláveis são elementos de mediação na aprendizagem? Justifique**

**A: "***Sem dúvida que são.* (pausa) *São uma forma de atingir um objectivo que é a aprendizagem com sucesso e com significado. Eles são uma espécie de recurso, como poderão existir outros, estou-me a lembrar por exemplo do computador,* (sorriu e apontou para o computador) *e podem ser elementos que facilitam o processo de aprendizagem.* (pausa) *Agora também concordo plenamente que têm de ser usados de forma estruturada, e quando eu digo estruturada não é com as regras inerentes ao material, porque também os há, e há outros que não têm essas regras, como por exemplo as palhinhas.* (pausa) *E quando eu refiro estruturado tem a ver com o facto de quando nós os utilizamos termos um fim muito específico para tal.* (gesticulou) *Eles têm de ter uma função, porque se estão unicamente para enfeitar a aula então, sinceramente, acho que podem ser contraproducentes, porque podem distrair.* (pausa) *Agora se estão com essa função de visualização, de percepção da* *ideia, de se fazer a tal luz mental como o exemplo que acabei de dar em relação ao menino que não estava a visualizar bem, aí eles têm uma função específica* (pausa).

*Porque eu estar a dizer* (gesticulou) *"estás a ver estás a imaginar?" "dois mais um são?" e a criança está a tentar esforçar-se lá na sua cabecinha por imaginar, é muito diferente se o concretizar.* (pausa) *O ideal é depois concretizar o outro passo seguinte, que é transpor a tal ponte do concreto para o abstracto, como foi feita uma pergunta nesse sentido e essa ponte do concreto para o abstracto eu penso que alguns, e uma parte da turma conseguiu fazê-la bem, que a certa altura eu noto que* (cruzou os braços) *por exemplo até nas representações que faziam das quantidades, eles sentiam essa necessidade de fazer a ponte para o abstracto. Porque ao colocar no resultado (pausa) por exemplo, 9 peças amarelas, houve crianças que a certa altura acharam que era mais fácil uma outra actividade em que colocámos algarismos,* (gesticulou) *"oh eu não vou cá por as 9 amarelas", " para que é que eu estou aqui a enfiar tantas, tantas, tantas?!" " vou por lá o algarismo e já está".*

*A ideia é esta,* (pausa) *é perceberem que há o processo facilitador que é a construção através das representações. Quando chegam a um nível que já é fácil perceber que aquilo é 9 no concreto, para que eu estou ali a por 9…ponho logo o algarismo, facilita-me todo o processo* (pausa)".

**Entrevista da Educadora E**

**1. Como é que caracteriza o ensino da Matemática na educação infantil?**

**E:** *"Na maior parte das instituições não é dada grande relevância à área da expressão e comunicação do domínio da Matemática. Normalmente, só realizam os grafismos dos algarismos, pequenas somas, pequenas contagens, e limitam-se basicamente a isto. No entanto, noutras instituições, como é o caso desta, o domínio da Matemática tem um papel preponderante, onde as noções de Matemática são proporcionadas pelo educador, normalmente partindo de situações do quotidiano para apoiar o pensamento lógico-matemático* (pausa). *Também as metodologias utilizadas, bem como as estratégias, são bastante variadas. Além disso, temos ao nosso dispor uma série de materiais didácticos para a aprendizagem da Matemática, que facilitam esse trabalho e que tornam... que consegue despertar nas crianças um gosto pela Matemática, proporcionando-lhes experiências diversificadas, até facilitadoras das aprendizagens, e capazes de criar fortes laços afectivos entre a* *criança e o objecto de estudo, tornando essas aprendizagens verdadeiramente significativas, por isso, nessas instituições, a Matemática tem um papel muito importante, embora em algumas, isso possa não acontecer, mas deveria acontecer".*

**2. Qual é a sua relação com a Matemática?**

**E**: *"É a melhor possível, é sem dúvida das minhas áreas preferidas para trabalhar com as crianças, até porque, mesmo quando eu era estudante, a Matemática sempre foi a minha disciplina preferida, portanto, agora também tento sempre que as crianças também gostem de aprender a Matemática (sorri). E pronto, como eu já disse anteriormente, com os materiais é tudo muito mais fácil, porque é tudo muito à base do jogo e da parte lúdica, portanto, eles acabam por aprender a brincar e portanto, a relação é a melhor possível, como é óbvio".*

**3. Faça o retrato do que considera ser um professor que goste de trabalhar a Matemática com as crianças.**

**E**: *"Eu penso …* (mexe no cabelo) *que o professor, numa forma geral, não só com a Matemática, mas numa maneira geral, deve possibilitar às crianças um ambiente educativo onde a criança se sente valorizada, escutada, acompanhada, acolhida e desenvolvermos nelas, como é óbvio, a sua auto-estima, a sua autoconfiança e o desejo de aprender* (pausa). *Como tal, o professor tem de gostar da Matemática, tem de gostar muito daquilo que faz, tem que se sentir bem, tem que se sentir feliz com aquilo que está a fazer, porque depois também passa essa mensagem às crianças. O professor deve manter, como é óbvio, uma relação de amizade, confiança e de respeito com todas as crianças no seu grupo. Com a Matemática e nomeadamente com a utilização dos materiais manipuláveis…, que são um instrumento imprescindível para o ensino da Matemática* (pausa). *O professor revela uma postura, uma forma mais dinâmica e mais divertida, porque interage mais com as crianças, comunica mais com as crianças, elas ao mesmo tempo também estão a interagir com o professor, e portanto, consegue-se ensinar numa forma muito mais lúdica, muito mais criativa, motivando, favorecendo a relação que eu anteriormente mencionei, portanto, aquela relação de amizade, confiança e de respeito. Cabe no fundo ao professor, ajudar, sugerir, reflectir e clarificar através do diálogo que mantém com as crianças, tendo por isso, ser como é óbvio, o comunicador* (pausa). *Tem que comunicar muito com as crianças, tem de* *ser um comunicador por excelência, e ao mesmo tempo, tentar fomentar sempre a participação e a cooperação das crianças, e como é óbvio, desenvolvendo a sua autonomia e a sua autoconfiança nas crianças".*

**4. Considera que as sessões decorreram consoante estavam previstas na calendarização?**

**E:** *"Sim, eu acho que sim, decorreram exactamente como estavam previstas na calendarização que nos foi fornecida".*

**5. Conseguiu com o material fazer a ponte entre o concreto e o abstracto?**

**E:** *"Sim, também. Eu penso, aliás, eu acho, que os materiais manipuláveis têm essa vantagem porque permite às crianças, de uma forma simples, lúdica, como o jogo, já tinha dito, fazer a ponte entre o concreto e o abstracto".*

**6. Na sua perspectiva os Calculadores Multibásicos propiciam a aprendizagem do conceito de número e dos algarismos? Justifique.**

**E:** *"Sim, claro que sim* (pausa), *pois possibilitam uma aplicação sistematizada dos conteúdos já referidos, proporcionando simultaneamente uma grande diversidade na forma e no conteúdo dos exercícios... Para além disso a sua exploração dos Calculadores Multibásicos, facilita a compreensão das operações, nomeadamente a adição e a subtracção, que é a que nós trabalhamos nesta faixa etária. E como é óbvio, em cada uma delas, mais especificamente o caso das 'parcelas', da 'soma' e 'total', na operação da adição e depois o 'aditivo', o 'subtractivo', portanto eles têm noção do 'resto', do 'excesso' ou 'diferença' na operação da subtracção… Com os Calculadores, as crianças facilmente visualizam os algoritmos e compreendem de forma pertinente o conceito de número* (pausa), *bem como a noção de ordem, valor relativo e absoluto, aliás, isso pode-se ver ao longo das sessões, que eles foram evoluindo e foram conseguindo atingir esses objectivos e esses conceitos".*

**7. Que aspectos modificaria nas sessões? Porquê?**

**E:** *"Eu acho que apenas em relação à última sessão, que foi um bocadinho mais difícil de concretizar alguns dos objectivos, nomeadamente o caso do valor absoluto e relativo, mas mais especificamente até o do valor relativo…, porque para estas crianças não é facilmente concretizável e visível aos olhos destas crianças com* *cinco anos* (pausa). *Portanto, o valor relativo é um bocadinho complicado até para os mais velhos, quanto mais para estes mais pequeninos. De qualquer das maneiras, também este facto prende-se devido ao momento do ano em que as sessões foram realizadas não é? (pausa). Porque foram realizadas agora por estes meses, mas tido lugar num maior espaço de tempo, portanto, se tivessem sido realizadas mais no final do ano lectivo em que eles trabalhavam mais com os Calculadores, tiveram a utilizá-los só nestas sessões, nas aulas comigo. Se calhar, já conseguiriam alcançar com maior rigor esses conteúdos, mas de qualquer maneira, houve alguns que conseguiram fazer e que os concretizaram".*

**8. Acha que promoveu atitudes positivas em relação à Matemática no decorrer das sessões?**

**E:** *"Ah! com certeza que sim, pois nessas sessões, assim como nas aulas que nós mostramos diariamente, tentamos sempre que os conteúdos abordados atentem sempre aspectos formativos, informativos, lúdicos e interdisciplinares… Portanto, através dessas actividades motivadoras… os materiais manipuláveis possibilitam, o aluno participa activa e continuamente, favorecendo a construção do seu saber a nível da Matemática".*

**9. Implementou o diálogo nas actividades propostas de forma a estimular o raciocínio e a comunicação matemática?**

**E:** *"Eu penso que sim, todos os exercícios que nós realizámos convidam ao diálogo e à participação activa das crianças, visando o seu desenvolvimento integral do aluno através da comunicação, da descoberta e do raciocínio, da memória e do cálculo mental. Portanto, eu acho que nessas sessões, aliás porque até pode ver que eles realmente são muito participativos, quiseram sempre responder e estavam atentos, alguns até respondiam fora da vez deles, mas respondiam até acertadamente. Portanto, eles tiveram sempre muito empenho em participar, portanto eu acho que, e claro, como era uma aula de Matemática, claro que a comunicação era uma comunicação ao nível dos conteúdos e dos conceitos matemáticos, portanto eu acho que conseguimos, penso que sim, que conseguimos implementar esse diálogo".*

**10. Quais as dificuldades que sentiu para a concretização dos conceitos trabalhados?**

**E:** *"Eu penso que os conceitos eram um pouco extensos para serem trabalhados em tão curto espaço de tempo. Também a especificidade e a complexidade de alguns desses conceitos, dificultou a concretização nesta faixa etária. Portanto, eu acho que foi só uma questão de tempo e também de alguma imaturidade de algumas crianças, ainda são pequeninos, alguns ainda fizeram os cinco anos em Dezembro... Portanto, isto tudo para eles ainda não é... ainda não têm, não revelam, maturidade para conseguirem alcançar estes conceitos. Mas, no entanto, eu penso que foi uma vez mais a parte do valor absoluto, do valor relativo e o chegar até às centenas... eu penso que foi isso um bocadinho mais complicado, por termos o espaço em termos* de tempo, do momento ser curto, mas eu acho que alguns deles conseguiram e que resultou".

**10.1. Como é que isso se evidenciou nas várias sessões?**

**E:** *"Então, pronto, por vezes era fácil de compreender através do trabalho que as crianças estavam a realizar, e havia uns que não conseguiam acompanhar e tinham dificuldades na colocação das peças, quer depois nas somas ou nas subtracções. Portanto, precisavam de mais apoio, neste caso de mim, da professora, não é? E depois, também nas respostas. Por vezes, as respostas quando eu perguntava, não eram as correctas, portanto eles precisavam ali de um bocadinho mais de tempo e claro, que se evidenciou nas sessões".*

**10.2. Como as superou?**

**E:** *"O que eu tentei fazer foi, para além das sessões, eram sessões que estavam marcadas ou calendarizadas, nós, independente dessas sessões, nós continuamos a ter um programa para cumprir e aulas semanais para dar* (pausa). *Portanto, eu tentava dar mais algumas aulas de Calculadores, sem ser só as das sessões, para as crianças se sentirem, para trabalharem de uma forma mais sistemática, e para que as crianças estivessem mais à vontade e familiarizadas com os materiais, e portanto, pudessem praticar mais um pouquito os conceitos que iam ser abordados depois ao longo das sessões, de forma a colmatar as dificuldades existentes."*

**11. Considera que os seus alunos atingiram os objectivos propostos? Justifique**

**E:** *"Embora o ritmo de aprendizagem não fosse igual em todas as crianças, penso que a grande maioria dos meninos atingiram os objectivos propostos… Considero que as crianças que não os atingiram, possivelmente levariam um pouco mais de tempo, para trabalhar um pouco mais esses conteúdos, e algumas delas era uma questão de maturidade, e porque realmente, têm um ritmo de aprendizagem um pouco diferente e portanto, não conseguiram alcançar. Mas numa forma geral, eu penso que sim, que eles foram atingidos".*

**12. Os materiais manipuláveis são elementos de mediação na aprendizagem? Justifique.**

**E:** *"Claro que sim, eu penso que por tudo o que já foi referido anteriormente, podemos facilmente concluir, que os materiais manipuláveis são um recurso de excelência para as aprendizagens da Matemática* (pausa). *Por isso, é que eu acho que esta instituição que recorre a estes materiais, consegue alcançar um maior êxito a nível das aprendizagens da Matemática, não só porque esses materiais são muito atractivos e cativantes, quer em termos da cor, quer pelo facto de poderem mexer, de poderem brincar* (pausa). *No fundo, eles estão a aprender, mas aprender a brincar, pronto, como também possibilitam a passagem…, como eu já referi também, do concreto para o abstracto, portanto, eles trabalham o cinestésico, ou seja, eles conseguem associar uma cor a uma ordem, pronto, e depois isso tudo facilita depois as aprendizagens, também porque os materiais permitem a concretização das quantidades e das operações Matemáticas* (pausa). *Para além disso, essas aprendizagens, também como eu já referi…, são sempre feitas de uma forma muito lúdica, portanto, tudo isso é muito mais fácil deles aprenderem, portanto, é através do jogo onde 'a brincar a brincar'…, como se costuma dizer, eles estão mas é a aprender, e portanto, isto é tudo mais fácil; por isso…, eu acho fundamental a utilização destes materiais manipuláveis, aliás eu acho que nem saberia - não sei se estou a falar contra mim -, não sei se saberia trabalhar a Matemática se não fosse através desses materiais, porque eu acho que isto é tão bom, eu acho que eles gostam tanto, eles ficam tão felizes, eles gostam. Às vezes, quando eu chego à tarde e ainda não dei material, eles perguntam: "Então Rita, hoje não vai dar material de Matemática? Nós queremos". Eles pedem Cuisenaire, Calculadores, Blocos*

*Lógicos, eles gostam imenso de trabalhar porque participam, porque brincam, porque jogam, porque vão ao quadro, e portanto, eles realmente são muito bons. Sou fã dos materiais de Matemática!".*

**Entrevista da Educadora O**

**1. Como é que caracteriza o ensino de matemática na educação infantil?**

**O:** *"Se considerarmos que o desenvolvimento infantil se dá a partir das relações que estabelece com o outro e que assim vai construindo o seu pensamento, a matemática nos dias de hoje e especialmente nas nossas escolas nós usamos muito o interpretar, o interagir o registar e manipular porque são de facto muito importantes nesta fase e devemos proporcionar à situações matemáticas concretas e possibilitar à criança desenvolver autonomia para que a construa o conceito de número* (pausa). *Como já referi com os materiais que temos… a criança ao manipular e observar vai estabelecendo relações entre eles e questionando e nos a partir daí vamos ajudando e vamos… também levando a criança através a partir da qualidade dos materiais a construir o seu próprio pensamento e a realizar a operação mental que ela precisa para perceber o que é o numero, o professor deve criar este ambiente em que a criança representa um papel mais importante e acho que nas nossas escolas isso é mais que evidente."*

**2. Qual é a sua relação com a matemática?**

**O:** *"A minha relação é apaixonada, eu gosto muito de matemática* (coloca a mão no cabelo). *É uma coisa que me dá luta, que me dá prazer especialmente porque os alunos, por norma, mais tarde não gostam de matemática e eu tento nesta fase que eles percebam as coisas mais complicadas através do concreto que eles percebam todas as noções de uma forma simples e porque gosto de incutir neles o gosto pela matemática e acho que vou conseguindo fazer isso visto que os meus alunos gostam de trabalhar a matemática e isso é muito gratificante."*

**3. Faça o retrato do que considera ser um professor que goste de trabalhar a matemática com as crianças.**

**O**: *"O professor deve gostar da matemática e deve ser capaz mesmo sem meios auxiliares, mesmo com uma folha de papel, conseguir transmitir vários conceitos que conheçam, e partir do que a criança já sabe conseguir levá-la para* *outros caminhos para aquilo que nós pensamos ser o objectivo a atingir. O professor deve estar sempre presente em todas as acções da criança e ser simples a explicar tudo o que pretende e criar na criança esse gosto da pesquisa, do perguntar, do questionar e todo esse tipo de actividades."*

**4. Considera que as sessões decorreram consoante estavam previstas na calendarização?**

**O**: *"Não! Nem sempre…, houve objectivos que saltei por achar ser importante trabalhar determinadas situações visto que, havia um grande número de crianças que não estava a perceber e preferi trabalhar mais determinados objectivos e deixar outros, mas não os deixei de trabalhar, trabalhei esses objectivos noutras sessões. Por exemplo hoje trabalhei as combinações e devia tê-lo feito na terceira sessão assim como a propriedade comutativa que ficou por fazer na sessão estabelecida mas que comecei na sessão seguinte com essa actividade."*

**5. Conseguiu com o material fazer a ponte entre o concreto e o abstracto?**

**O:** *"Eu acho que sim. Através dos calculadores multibásicos as crianças concretizam todas as situações problemáticas, e compreendem noções complicadas, como por exemplo, perceber o algarismo de maior valor relativo ou absoluto e elas percebem porquê que isso acontece, e só os calculadores proporcionam essa percepção."*

**6. Na sua perspectiva os calculadores multibásicos propiciam a aprendizagem do conceito de número e dos algoritmos? Justifique.**

**O:** *"Com certeza que sim. Estou agora a lembrar-me que Piaget considerou que havia 3 conceitos básicos para o desenvolvimento da noção de número que era a classificação, seriação e conservação. E o que queria ele dizer com isto?... a classificação é o processo de agrupamento dos elementos por qualidades e podemos incluir as operações se falarmos na ordem dos números e posição das ordens… Depois temos a seriação que é o modelo de agrupamento que consiste em ordenar segundo as grandezas crescente e decrescente que nós também o fazemos com os calculadores* (pausa). *Por fim temos a conservação que o exemplo mais concreto é o das combinações, ou seja, se eu tiver oito amarelas oito encarnadas oito azuis eu* *não vou deixar de ter as mesmas oito se as combinar umas com as outras, eu vou continuar a ter a mesma quantidade, só que combinei de formas diferentes."*

**7. Que aspectos modificaria nas sessões? Porquê?**

**O:** *"Eu acho que se calhar promovia mais o diálogo, apesar de ter promovido penso que devia ter feito mais, mas também acho que houve coisas que contribuíram para que isso não acontecesse. O facto de as aulas serem filmadas, por um lado inibiu algumas crianças mas por outro desinibiu outras mas de uma forma menos positiva estando desatentas, não fazendo o que era pedido o que habitualmente não acontece."*

**8. Acha que promoveu atitudes positivas em relação à matemática no decorrer das sessões?**

**O:** *"Eu acho que sim na medida que grande parte da turma entendeu o que eu pretendia. E aderiu de forma positiva a tudo o que foi proposto, inclusive colocaram dúvidas e se formos analisar ao longo das sessões que os conceitos que foram dados na segunda sessão foram aplicados hoje e isso verifica-se. Eu acho que consegui promover a matemática e promover os calculadores."*

**9. Implementou o diálogo nas actividades propostas de forma estimular o raciocínio e a comunicação matemática?**

**O:** *"Eu acho que sim. Nós temos de saber questionar, saber aproveitar o que a criança sabe e depois questiona-la de modo a levá-la à resposta. E sendo assim acho que sim, que cumpri esse objectivo."*

**10. Quais as dificuldades que sentiu para a concretização dos conceitos trabalhados? Como é que isso se evidenciou nas várias sessões e como as superou?**

**O:** *"Eu não sei se posso considerar dificuldade, mas como já referi, foi o de por vezes não conseguir desenvolver os conceitos pretendidos, mas também como já expliquei havendo duvidas é preferível perder, nós dizemos perder mas é um ganho, mais tempo para que todas as crianças percebam o que se está a fazer do que estar a tentar dar tudo e uma parte das crianças não chegar à conclusão pretendida* (pausa). *E tentei superar estes obstáculos das filmagens elevando-lhes a auto-estima, levando-os a participar mais e estar mais desinibidas. E voltando um pouco atrás, há crianças que não conseguem trabalhar em grupo, em inter-ajuda, há crianças* *que funcionam muito bem a pares e há outras, que como se pode ver nas filmagens, que não, e isto também nos leva a ter que dar mais tempo para que elas consigam inter-agir, e foi esta a principal dificuldade."*

**11. Considera que os seus alunos atingiram os objectivos propostos? Justifique**

**O:** *"Eu acho que sim, que maior parte atingiu. Temos de ter sempre presentes uma situação: é que temos de respeitar o ritmo de aprendizagem de cada criança, e isso está relacionado com a maturidade de cada uma também. Há seis ou sete crianças que ainda não atingiram os objectivos. Mas como o material é para ser trabalhado, tantos os calculadores multibásicos como outros materiais matemáticos, estes alunos, até ao fim do ano vão atingir os objectivos pretendidos, tem é que se continuar a trabalhar."*

**12. Os materiais manipuláveis são elementos de medição na aprendizagem? Justifique**

**O:** *"Eu acho que já respondi a essa pergunta nas respostas anteriores... Eu acho que são essenciais, especialmente nesta fase. As crianças são pequenas, têm cinco anos e precisam de compreender os conceitos e o material ajuda-os de facto a compreender os conceitos para depois podermos passar para o abstracto, para passarmos a fazer as coisas no papel, as situações problemáticas. Se elas perceberem os calculadores rapidamente conseguem concretizar no papel."*

**Entrevista da educadora M**

**1. Como é que caracteriza o ensino da matemática na educação infantil?**

**M:** *"Caracterizo como muito importante. É uma das áreas que muitas vezes é valorizada sobretudo em termos de conteúdos, pois faz uma progressão ao longo da idade e vai-se valorizando ao longo das várias idades até aos 5 anos. Mas eu penso que é importante trabalhar sem ser exclusivamente aos 5 anos ou com a preocupação de ser nos 5 anos. Deverá acompanhar toda a vivência do jardim-de-infância."*

**2. Qual a sua relação com a matemática?**

**M:** *"Com a matemática no jardim-de-infância é muito boa. Eu penso que foi mesmo a matemática do jardim-de-infância que me conquistou. Estou sempre, não posso dizer que seja, tento dar o meu melhor, há sempre coisas que ignoro. Espero não falhar muitas vezes e é uma área… Mas muitas vezes e sinto necessidade de…*

*De fazer sempre aprendizagens para ter mais confiança, para ter confiança naquilo que faço e saber de facto… Muitas vezes as coisas vão se alterado, os conceitos, a nomenclatura, o nome das coisas, e há sempre necessidade de fazer ajustes."*

**3. Faça o retrato do que considera ser um professor que goste de trabalhar a matemática com as crianças.**

**M:** *"Olhe, com a matemática como com qualquer área, como qualquer professor sobretudo em parte não só de jardim-de-infância, mas que… Que queira transmitir a… a… Motivação aos alunos tem que ser também um professor entusiasmado com aquilo que faz. Tem que ser alegre, com sentido de humor, muito motivado também, que estimule a curiosidade sobretudo nesta parte da matemática é muito importante a curiosidade, o raciocínio são coisas que acho que é importante um professor transmitir, muito para além dos conhecimentos."*

**4. Considera que as sessões decorrem consoante estavam previstas na calendarização?**

**M:** *"Aaaa… Sim e não! Quer dizer porque vocês foram… Em relação à vossa presença sim, em relação àquilo que estava planeado não porque estava feito em função de todo um trabalho que é feito na João de Deus. Portanto ficou um bocadinho ao meu critério sem haver propriamente uma pré-definição de tudo aquilo que eventualmente até… Podia ser mais interessante. Tentei de alguma forma ir de encontro daquilo do que estava feito, mas não, não tive como obrigatoriedade de me seguir pela vossa calendarização por essa razão."*

**5. Conseguiu com o material fazer a ponte entre o concreto e o abstracto?**

**M:** *"Eu espero que sim… Penso que sim, foi esse o objectivo… Aliás é sempre isso que nós tentamos fazer, partir sempre de uma situação concreta para o abstracto, do concreto para a abstracção, o que é difícil porque há meninos que ainda têm alguma dificuldade… Como vocês sabem tem a ver com o desenvolvimento de cada… De cada criança, mas há muitos que já vão conseguindo, mas penso que é sempre muito importante e não só em jardim-de-infância* (pausa). *Eu penso que era importante mesmo nas idades superiores para os meninos perceberem que a matemática é uma forma mais lúdica de aprender matemática e de* *conseguir depois aprender os conceitos também. Penso que é sempre importante partir da prática, do concreto para o abstracto."*

**6. Na sua perspectiva as estratégias usadas propiciam a aprendizagem do conceito de número e dos algoritmos? Justifique.**

**M:** *"Mais uma vez eu também espero que sim! Aaaa… Os materiais e vocês na João de Deus têm talvez uma forma já muito estruturada e definida como as coisas funcionam ou devem ser dadas. Aqui fica um bocadinho ao critério das educadoras, fica também aaaa… Enfim, baseado… Fazemos trabalhos baseados nos conhecimentos que temos da matemática e na aprendizagem que os meninos fazem da… Da… Nessa área, mas eu espero que eles consigam fazer esse tipo de ponte."*

**7. Que aspectos modificaria nas sessões? Porquê?**

**M:** *"Muito sinceramente não sei se modificaria alguma coisa! Se pudesse modificar era mais a dimensão da sala, mas como isso era impossível… Para termos mais espaço, um espaço mais amplo que pudesse permitir aaaa… Uma reunião de grupo sem estarem todos demasiadamente próximos uns dos outros aaaa… Mas não, eu penso que não! Não teria a ver, nem mesmo aquilo que foi feito eu não alteraria porque foi isso que eu achei importante."*

**8. Acha que promoveu atitudes positivas em relação à matemática no decorrer das sessões?**

**M:** *"Eu espero bem que sim... não só em relação aos meus alunos, como em relação aos alunos da João de Deus, aos estagiários que vieram, que também tenham aprendido alguma coisa, ou tenham pelo menos também dado eee… E… Experienciado outra forma de abordar e aprender a matemática, sem ser aaa… Através daquilo que já estão mais habituados, com certeza que a vossa escola vos dilui e muito bem… Muito bem também… Também penso que é importante. Mas conhecer o outro lado nas aprendizagens da matemática, e espero que nos meninos que sim, de todo espero que sim."*

**9. Implementou o diálogo nas actividades propostas de forma a estimular o raciocínio e a comunicação matemática?**

**M:** *"Eu acho que sim! Eu penso que sim! Aliás, questionava muitas vezes os meninos acerca da… Da razão pela qual eles faziam determinadas opções ou aaa.*

*Para eles arranjarem soluções aaa… Serem eles a arranjar soluções para determinados problemas que se iam deparando, que eles se iam deparando.”*

**10. Quais as dificuldades que sentiu para a concretização dos conceitos trabalhados?**

**M:** *“Aaaa… A maior dificuldade foi aaaa… Talvez o grande número de meninos, mas isso já estamos habituados aaaa… Mas sobretudo… Olhe, acho que é sobretudo isso. Quer dizer… É um grande número de crianças, não quis também fazer com alguns da sala, ficando outros de fora. Penso que isso também não seria correcto e haveria sempre a possibilidade de questionar se tinham sido escolhidos por alguma razão, que não uma razão aleatória apenas, mas não, e para além disso é de facto também a minha aaa… As minhas limitações pessoais, também nesse campo.”*

**10.1. Como é que isso se evidenciou nas várias sessões?**

**M:** *“Por exemplo, o elevado número de meninos, por exemplo, pelo tempo de espera. As crianças têm de fazer, ou temos que fazer, repetir algumas vezes aaaa… Não as mesmas coisas, mas aaaa… Uma sequência de coisas, sequenciá-las mais vezes e o tempo de espera, de facto aaaa… Outras estarem meninos com uma rapidez de raciocínio e de resposta muito maior em que aaaa… E é mais difícil depois conseguir dar espaço aos outros, levam mais tempo e portanto às vezes é a oportunidade perdida para quem tem mais dificuldades, ou ter que novamente pedir para dar uma oportunidade a esses. Eu penso que essa foi a dificuldade.”*

**10.2. Como as superou?**

**M:** *“Olhe, como fazemos sempre éééé… É dar sempre uma nova oportunidade, pedir a alguns que sejam mais rápidos que compreendam que os outros também têm que ter o espaço aaaa… Para… Para um espaço de resposta para pensar e depois para responder e fazer com que isso seja cumprido, não esquecendo de facto esses outros meninos que muitas vezes são meninos que como não têm resposta pronta e muitas vezes não têm iniciativa própria. Também não nos podemos esquecer deles e sobretudo dar-lhes essa oportunidade também.”*

**11. Considera que os seus alunos atingiram os objectivos propostos? Justifique.**

**M:** *“Mais uma vez eu também espero que sim e justifico porque eu… Como é que eu vou justificar? Olhe. isso era quase fazer a avaliação do meu trabalho* *aaaa… O trabalho tá feito, está visionado, tá… Temos a parte também da concretização através do papel, mas penso que também através do desempenho deles no dia-a-dia, as atitudes, nas respostas que dão, no desembaraço, na resolução já de problemas que eles… Eles já conseguem, eu penso que esse é a melhor maneira de fazer uma avaliação daquilo que eles têm experienciado e aprendido ao longo deste tempo, e eu também.”*

**12. Os materiais manipuláveis são elementos de mediação na aprendizagem? Justifique.**

**M:** *"São, sem dúvida… e eu penso que é necessário, penso que é preciso haver materiais não necessariamente os materiais, apenas os materiais mais estruturados, esses podem ser importantes para determinados objectivos ou para objectivos muito específicos. Mas penso que há necessidade de haver materiais aaaa… As aprendizagens têm que ser, aliás para poder concretizar temos de que partir de algo, supostamente os materiais e de alguma coisa que também tenha alguma estrutura específica, sem ser aaaa… Sem ser demasiadamente aaaa… Estruturado ou só para atingir determinado objectivo.”*

**Entrevista da Educadora T**

**1. Como é que caracteriza o ensino de matemática na educação infantil?**

**T:** *"O ensino da matemática na educação infantil é muito importante e está permanentemente presente no quotidiano das crianças. Até quando lhes dou beijinhos (deu uma gargalhada) e eles contam 1,2,3… se as contagens forem significativas para as crianças, elas aprendem.*

*Devemos aproveitar todas as situações. Para ensinar matemática aproveito todas as actividades que realizamos. Posso mesmo dizer que não tenho no horário uma hora para a matemática, estou sempre a trabalhar os conceitos a ela inerentes.*

*Para mim é muito importante trabalhar o raciocínio das crianças, o cálculo e lançar-lhes desafios permanentemente de modo a que percebam a aplicabilidade da matemática nas suas vidas.”*

**2. Qual a sua relação com a matemática?**

**T:** *"A minha relação com a matemática é muito boa. Desde pequena que esta área me fascina. Posso também dizer que tive muita sorte com os meus professores* *desde a escola primária. Sempre adorei brincar com a matemática, resolver problemas, ou melhor, situações problemáticas que me eram colocadas de uma forma desafiadora. Posso também dizer que não gostava de fazer por rotina aquelas listas intermináveis de números e de tabuadas. Quando era pequena gostava de descobrir as sequências, realizar cálculos mentais, de pensar e de brincar com as formas geométricas imaginando bonecos que falavam comigo. No meu caso, aprendi a contar o dinheiro sozinha e assim nunca era enganada pelos meus irmãos e amigos. Adorava também contar os degraus das escadas desde a porta da entrada até à porta da minha casa.*

*Penso que com estes exemplos respondi à sua pergunta e deu para perceber que gosto muito de matemática."*

**3. Faça o retrato do que considera ser um professor que goste de trabalhar a matemática com as crianças.**

**T:** *"De certa forma penso que já respondi a esta questão na pergunta anterior.*

*O professor tem que gostar de matemática e saber aproveitar todas as situações para transmitir às crianças quer a sua aplicabilidade quer a sua importância em toda a vida futura quer pessoal quer escolar.*

*A matemática tem que ser vivida, sentida e de preferência nas idades com quem trabalho ser muito concreta e partir dos interesses das crianças."*

**4. Considera que as sessões decorreram consoante estavam previstas na calendarização?**

**T:** *"De uma forma geral considero que sim, mas tenho que reconhecer que não foi fácil a adaptar-me à calendarização que me foi fornecida no âmbito deste estudo. Pareceram-me muitos conceitos para um tão curto espaço de tempo. Teria preferido trabalhar estes conceitos ao longo da manhã e com mais estratégias."*

**5. Conseguiu com o material fazer a ponte entre o concreto e o abstracto?**

**T:** *"Gostaria de começar por referir que esta escola dispõe de um número reduzido de caixas destes materiais, pois aqui na escola, não organizamos as actividades por áreas mas sim trabalhamos as áreas de acordo com as actividades que estamos a realizar nessa manhã… Outro aspecto que gostaria de salientar é que aqui na escola trabalhamos com pequenos grupos e sempre de acordo com o nosso* *projecto educativo. Por exemplo, este ano, são as histórias infantis. Se por exemplo estamos a trabalhar a história do Capuchinho Vermelho, contamos os personagens, contamos os bolinhos que a avó recebeu, comparamos as diferenças de tamanhos dos bolinhos com os pesos dos mesmos. Ainda esta semana quando trabalhávamos os carrinhos mais antigos, foi possível trabalhar ao mesmo tempo, as cores, os tamanhos, estabelecer relações de grandeza, formas geométricas, contagem, sinais de trânsito, prevenção rodoviária, viagens…enfim, um sem número de conceitos.*

*Pelo facto de as crianças trabalharem sempre em grupos de 4 ou 5 elementos foi um pouco complicado pô-los a trabalhar todos ao mesmo tempo. Desta forma foi necessário arranjar outros materiais que contemplassem os vossos objectivos. Tive que recorrer a um jogo de cartas, o Uno, conhecem não conhecem?, as pedras pintadas, a um ábaco….*

*Posso dizer que consegui fazer a ponte entre o abstracto e o concreto mas não costumo trabalhar tantos conceitos numa só sessão. O mais difícil foi captar a atenção e promover a curiosidade de todos ao mesmo tempo"*

**6. Na sua perspectiva as estratégias usadas propiciam a aprendizagem do conceito de número e dos algoritmos? Justifique.**

**T: "***Acho essa pergunta muito interessante e pertinente. Se soubermos o que estamos a fazer, acho que sim, caso não saibamos acho que pode lançar alguma confusão na cabeça das crianças. O conceito de número é dos mais difíceis de ser compreendido pelas crianças destas idades. Na maior parte das vezes eles papagueiam essa sequência … não quer dizer que a interiorizem. É preciso trabalhar a quantidade e de preferência sempre com exemplos pequenos, mais um, menos um, antes de, depois de …*

*No caso dos algoritmos não devemos exagerar … apenas alguns estão preparados para os realizarem, principalmente quando os concretizam em papel."*

**7. Que aspectos modificaria nas sessões? Porquê?**

**T: "***Na maioria das sessões, a duração das mesmas foi a minha maior dificuldade. Senti também que após as três primeiras sessões, a vossa presença e a da câmara deixou de ser um factor inibidor quer para as crianças quer para mim. Acredito que se não estivessem a filmar eu teria sido mais expressiva e descontraída. Posso afirmar que gostei muito de preparar este tipo de aulas para o vosso trabalho* *de investigação e, dava comigo a pesquisar e a pensar em estratégias novas para conseguir atingir os objectivos das sessões. O excesso de objectivos por sessão".*

**8. Acha que promoveu atitudes positivas em relação à matemática no decorrer das sessões?**

**T:** *"Vocês estavam lá … devem ter percebido a alegria e a vontade que eles tinham em responder, as caras que faziam enquanto pensavam, a forma fantástica como se ajudavam no trabalho de pares… eles são muito curiosos … eles gostam de jogar e sentiram que o estavam a fazer... é certo que por vezes, entraram em conflito e foi necessário levantar um pouco a voz e acalmá-los pois eles não estão habituados a trabalharem todos ao mesmo tempo. Posso dizer que só três crianças não acompanharam quase nada do que se estava a passar. Ainda são muito infantis e imaturos … e, por causa do tempo, eu queria acelerar para conseguir atingir mais objectivos… e isso não se deve fazer. Devemos respeitar o ritmo de cada criança e nunca lhes impingir, passo a expressão, aquilo que nós queremos que eles façam.*

*Como puderam ver ao longo das sessões foram repetidos alguns conceitos … e gostei muito de verificar que a maioria das crianças não só se lembrava dos exemplos como os tinha entendido. E isso é muito positivo."*

**9. Implementou o diálogo nas actividades propostas de forma a estimular o raciocínio e a comunicação matemática?**

**T:** *"Sem diálogo não podemos comunicar. Eles estão habituados a descobrir primeiro e a perguntar depois… aqui foi diferente … tive que ser mais interventiva levando-as de forma mais rápida às respostas que pretendia… no entanto acho que foi conseguido e eles gostaram destas sessões."*

**10. Quais as dificuldades que sentiu para a concretização dos conceitos trabalhados?**

**T:** *"Quando aceitei participar neste projecto de investigação por o achar fundamental para a melhoria do ensino da matemática na educação infantil senti que a minha perspectiva e experiência profissional podia contribuir para tal (riu-se) não quero parecer convencida mas considero que as diferentes realidades de ensino podem dar origem a uma metodologia mais rica e variada. Sempre gostei destes materiais manipulativos e da diversidade de conceitos que podemos desenvolver com eles… não gosto é de os desenvolver todos ao mesmo tempo. Para além disso e como* *vocês podem ver recorro muito vezes a materiais não estruturados, caricas, tampas, palhinhas, paus, pedras… tento sempre partir do concreto para o abstracto."*

**11. Considera que os seus alunos atingiram os objectivos propostos? Justifique.**

**T:** *"A maioria das crianças atingiu os objectivos propostos. Mas posso dizer que não foi só por estas sessões foi por todo um trabalho que é desenvolvido ao longo de cada dia, de cada semana. Em outras situações onde eram confrontados as crianças respondiam sem dificuldades e aplicavam os conhecimentos adquiridos. E esta constatação é que me importa. Não vindo a propósito gostaria de vos convidar para virem assistir a uma manhã aqui no colégio para perceberem a dinâmica da escola ou quem sabe virem fazer um estágio…ah ah* (sorriu)."

**12. Os materiais manipuláveis são elementos de mediação na aprendizagem? Justifique.**

**T:** *"Já respondi a esta pergunta… posso mesmo dizer que em quase todas as respostas passei a ideia de que não se pode aprender sem mexer, sem sentir, sem manipular…sem brincar, sem alegria no que se faz…e nunca esquecer que só aprende quem se envolve. Sem uma boa relação afectiva e pedagógica não se consegue fazer um bom trabalho."*

**Entrevista da Educadora S**

**1. Como é que caracteriza o ensino de matemática na educação infantil?**

**S:** *"Todas as áreas são importantes…importa trabalhá-las sempre de uma forma natural e que as mesmas partam dos interesses das crianças. Na minha opinião a matemática faz parte, e é um domínio que deve ser trabalhado no jardim infantil. No entanto considero que as áreas da expressão e da comunicação devem ser as mais valorizadas e desenvolvidas pois sem elas não há comunicação. Ao longo dos anos tenho verificado que as crianças cada vez mais revelam ter dificuldades na área da linguagem e são muito infantis. Este é o meu 3º ano com este grupo, e posso dizer que não foi nada fácil no início pois pouco ou nada diziam, muito mimados e muito birrentos. A maior parte deles é filho único e estava em casa da avó.* (pausa) *não tenho nada contra as avós muito pelo contrário, mas às vezes* *parece-me que os estragam com mimos para compensarem a ausência dos pais… voltando à vossa questão… considero a matemática muito importante na educação infantil se ela estiver integrada no trabalho que se está a fazer. Muito importante.*

**2. Qual a sua relação com a matemática?**

**S:** *"Para ser sincera nunca gostei muito de matemática. Lembro-me que não gostava das equações, da trigonometria, das operações de divisão por três ou quatro algarismos, das reduções. Os conhecimentos que sei chegam para as idades com quem trabalho. Sou uma grande adepta das calculadoras mas reconheço que a matemática está presente em tudo. Por isso tento trabalhar os conceitos mais importantes. Nunca tiraria um curso de professora por causa disso, não domino estes conceitos. Os professores que menos gostei ao longo da vida não me transmitiram motivação nenhuma para gostar de matemática."*

**3. Faça o retrato do que considera ser um professor que goste de trabalhar a matemática com as crianças.**

**S:** *"Não consigo responder só a essa questão. Seja qual for a profissão devemos acima de tudo gostar muito do que fazemos. Um professor deve gostar mesmo de ser professor…ou seja sentir que tem vocação. Sem esta não se pode fazer nada. Sei muito bem as minhas limitações na área da matemática mas, como já disse, o que sei chega para estas crianças. Devemos ser verdadeiros…, estabelecer uma boa relação com as crianças, deixá-las brincar, deixá-las brincar muito e a partir daí orientarmos e desenvolvermos as suas capacidades. Neste momento parece-me que se quer fazer da educação infantil um primeiro ciclo antecipado. Devemos deixá-los crescer sem tanta pressão…tem muito tempo para estudar e ter uma vida de aluno… eu trabalho muito a linguagem através de histórias, rimas, adivinhas, cantigas e tento que eles sejam críticos, interessados e criativos. Sou contra as fichas e sou contra as aulas em que eles estão sentados em cadeiras e mesas todas as manhãs. Como podem ver a sala é muito boa e temos criados vários centros de interesse, antigamente dizia-se cantinhos, onde as crianças aprendem a socializar, a esperar, a partilhar, a conversar, a brincar… isso é que é mesmo importante para eles. De manhã eles dizem-me o que gostavam de fazer e tento que rodem por vários cantinhos, e depois vou até lá conversar com eles, colocando questões que os obriguem a pensar… só estamos todos juntos no início do dia com* *as cantigas e as histórias e ao final da tarde quando falamos sobre o que fizemos. Pode parecer que não fazemos nada… mas não é assim…este grupo trabalha muito sem se aperceber do que está a fazer. Conheço-os muito bem e sei exactamente como devo proceder para desenvolver o que é importante.*

**4. Considera que as sessões decorreram consoante estavam previstas na calendarização?**

**S:** *Na minha opinião as sessões contemplavam muitos conceitos e objectivos. Tentei adaptar o que trabalho que realizo no dia a dia com estas sessões. No final penso que consegui fazer tudo mas à minha maneira* (riu-se).

**5. Conseguiu com o material fazer a ponte entre o concreto e o abstracto?**

**S:** *Como vocês puderem ver eu não tinha para todos o material, mas os que arranjei serviram para fazer a ponte entre o concreto e o abstracto.*

**6. Na sua perspectiva as estratégias usadas propiciam a aprendizagem do conceito de número e dos algoritmos? Justifique.**

**S:** *Acredito que sim. Mas como já vos expliquei o que é importante é a descoberta que eles fazem todos os dias e não a minha preocupação em "dar matéria", respeito o ritmo de cada criança e a maturidade que cada m tem.*

**7. Que aspectos modificaria nas sessões? Porquê?**

**S:** *Para ser sincera, e, não querendo desculpar-me com nada, não gosto de trabalhar com todos os alunos ao mesmo tempo, isto é, todos a realizarem a mesma actividade ao mesmo tempo... Gostei da experiência mas foi muito mais cansativo e menos proveitoso do que podia ser. Por acaso eles também gostaram por ter sido diferente. A minha avaliação das sessões leva-me a dizer que alguns alunos corresponderam muito bem, outros estavam menos preparados e motivados.*

**8. Acha que promoveu atitudes positivas em relação à matemática no decorrer das sessões?**

**S:** "*Acho que sim pois faço questão que essa mensagem passe todos os dias.*"

**9. Implementou o diálogo nas actividades propostas de forma a estimular o raciocínio e a comunicação matemática?**

*S: "nem sei fazer de outra forma, a comunicação é fundamental, a forma como se pergunta também, a motivação e o entusiasmo com que tentei abordar os conceitos também. Confesso que me senti um pouco nervosa com a presença da câmara de filmar.*

**10. Quais as dificuldades que sentiu para a concretização dos conceitos trabalhados?**

**S:** *"Penso que já respondi a essa pergunta mas volto a dizer que prefiro trabalhar com pequenos grupos enquanto as restantes crianças brincam umas com as outras."*

**11. Considera que os seus alunos atingiram os objectivos propostos? Justifique.**

**S:** "(respirou fundo antes de começar) *De um modo geral penso que as minhas crianças atingiram os objectivos. Mas só com o decorrer do tempo vou ter a certeza! No intervalo das sessões tentei perceber o que tinha ficado naquelas cabecinhas… e parece-me que até ficou!*

**12. Os materiais manipuláveis são elementos de mediação na aprendizagem? Justifique.**

**S:** *"Claro que sim. Nem concebo que seja de outra forma. No entanto, e volto a referir que foi um pouco ousado querer fazer tudo isto em tão pouco tempo. No final do ano teria sido mais fácil para estas crianças. Com materiais, criatividade, motivação do professor e afectos tudo é possível."*

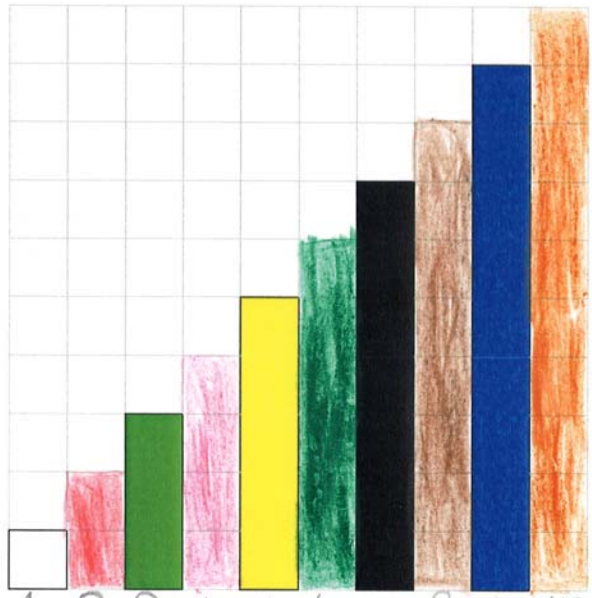
# 2. Testes diagnósticos do material Cuisenaire (das 6 escolas)

A1 Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

A1

# Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1.1. Escreva quais são os números pares.

2-4-6-8-10

1.2. Agora escreva os números ímpares.

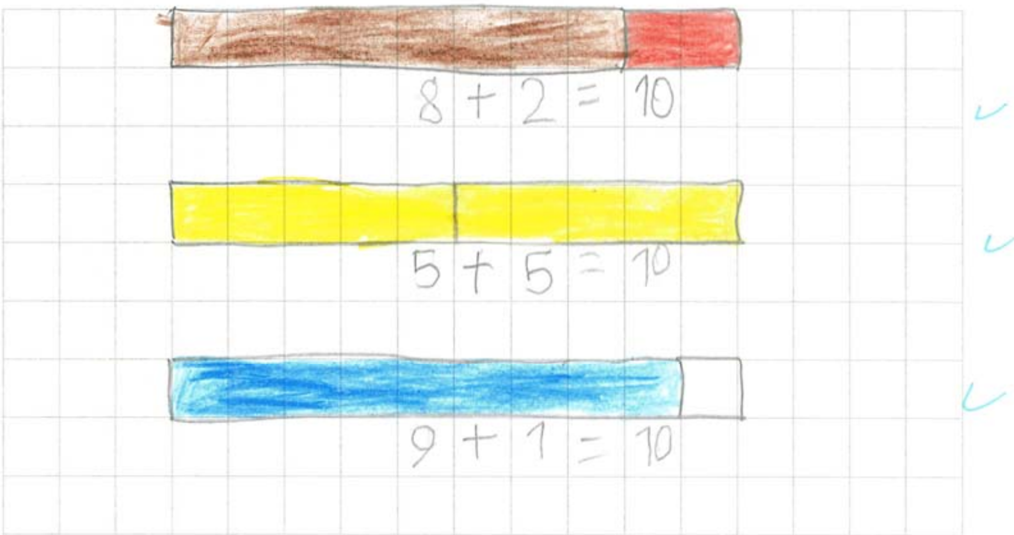
1-3-5-7-9

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

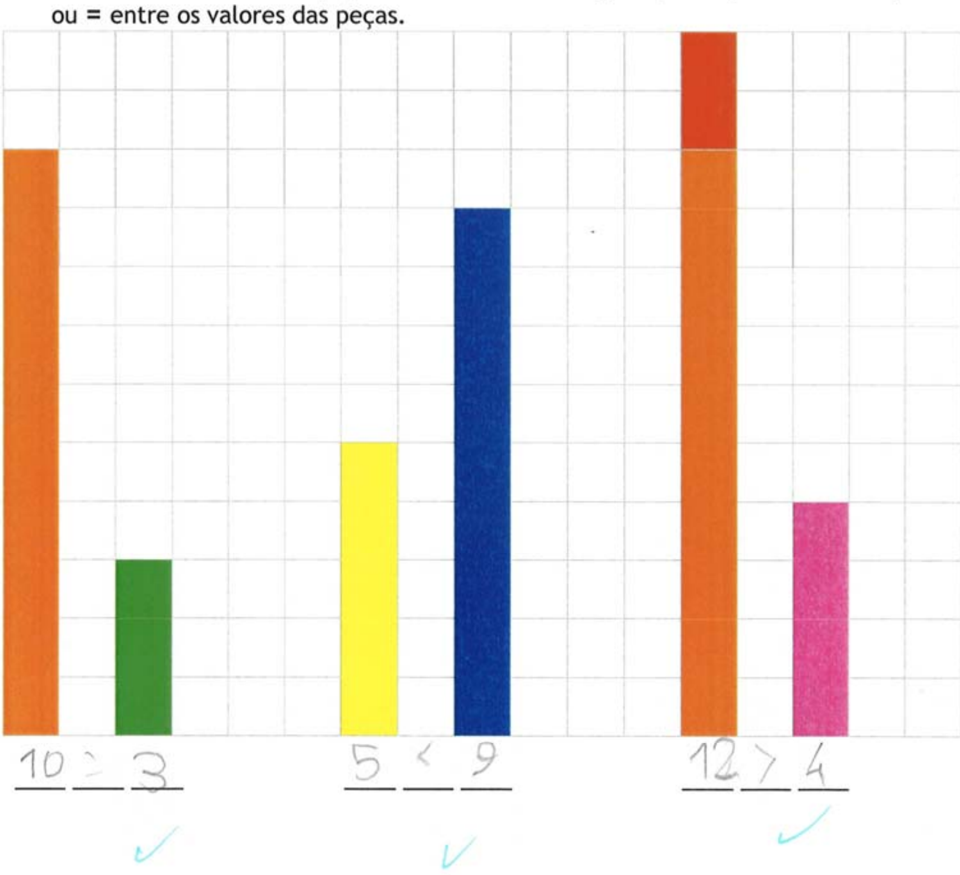
21

Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.

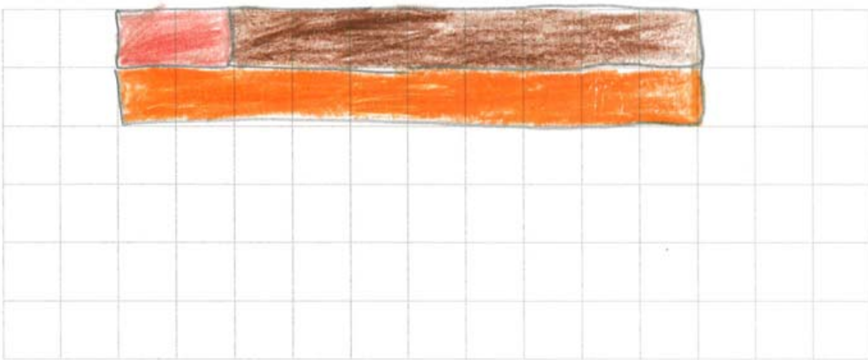



4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

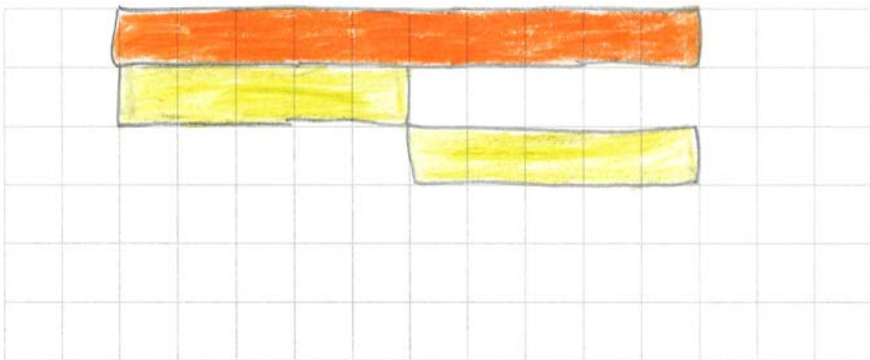
5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.



Operação: $2+8=10$

$$\begin{array}{r} 2 \\ +8 \\ \hline 10 \end{array}$$

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



Operação: $10-5=5$

$$\begin{array}{r} -10 \\ 5 \\ \hline 5 \end{array}$$

Nome: João

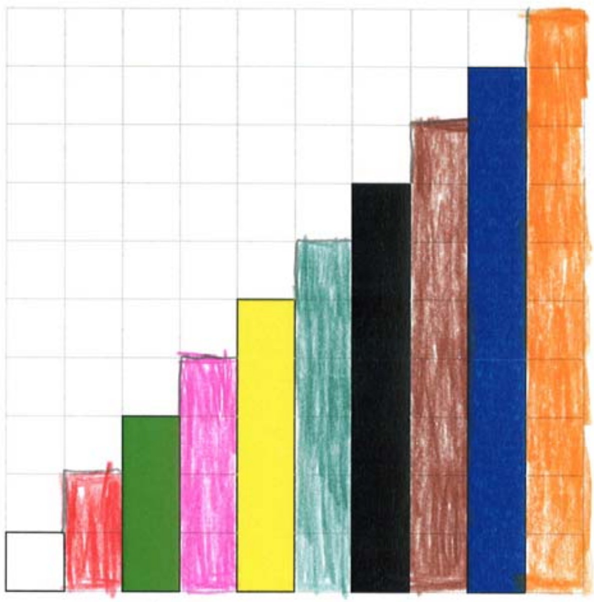
Data:

A 10 Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

A10

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1.1. Escreva quais são os números pares.

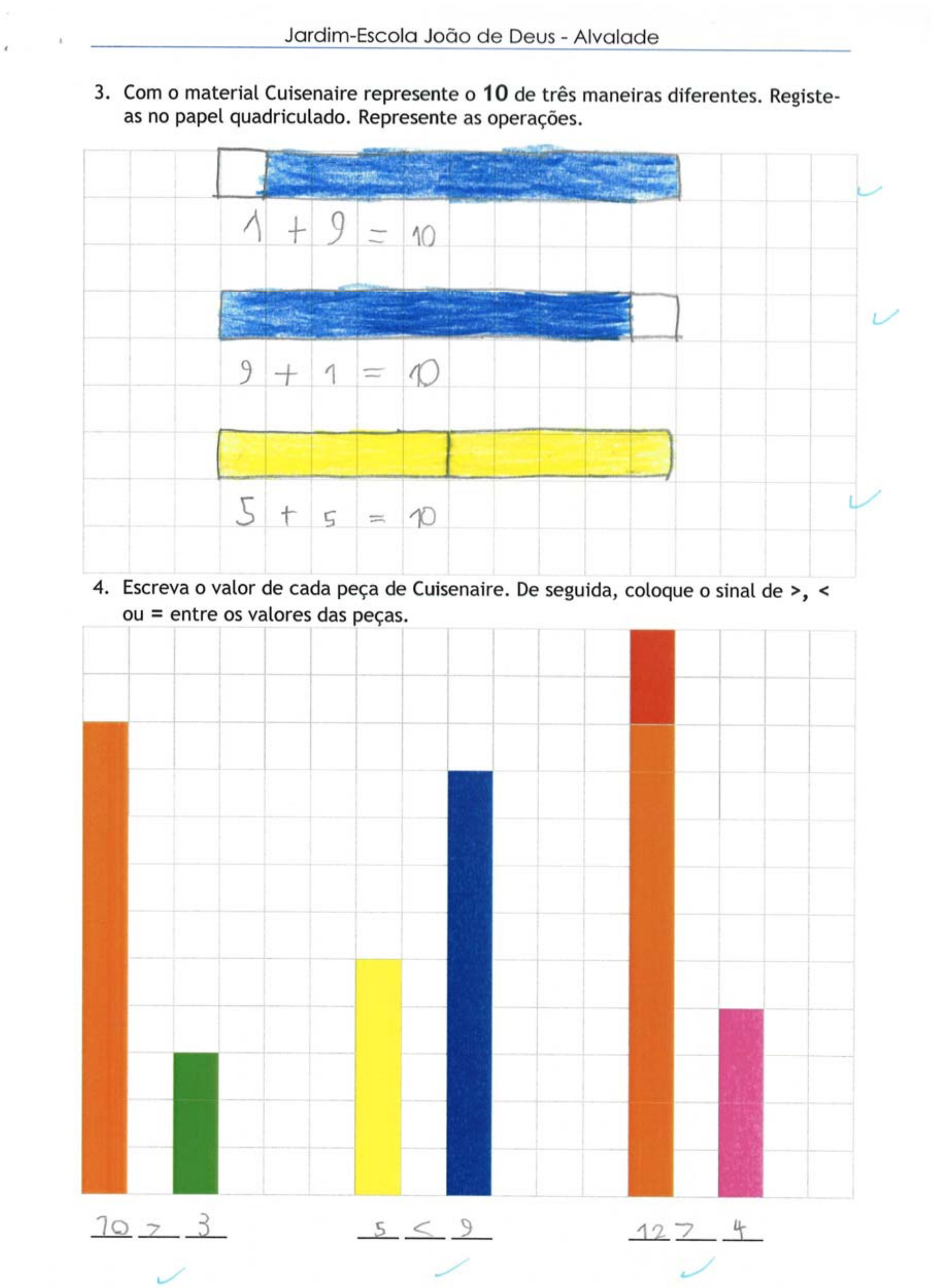
2 - 4 - 6 - 8 - 10

1.2. Agora escreva os números ímpares.

1 - 3 - 5 - 7 - 9

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

21



Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.

1 + 9 = 10

9 + 1 = 10

5 + 5 = 10

4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.

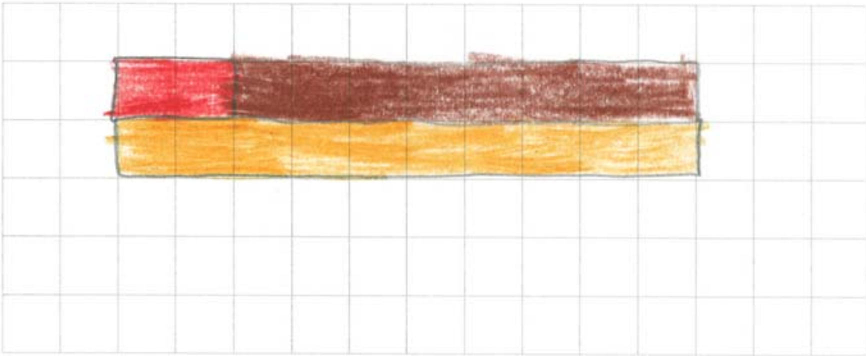
10 > 3

5 < 9

12 > 4

Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.

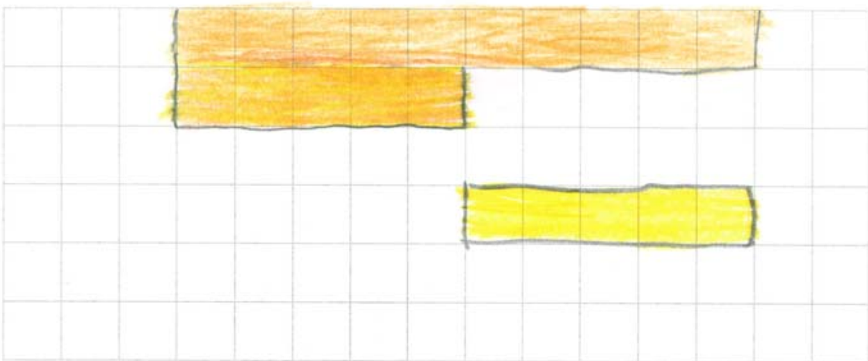


Operação:

2+8=10

$$\begin{array}{r} 2 \\ +8 \\ \hline 10 \end{array}$$

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



Operação:

10-5=5

$$\begin{array}{r} 10 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array}$$

Nome: Duarte

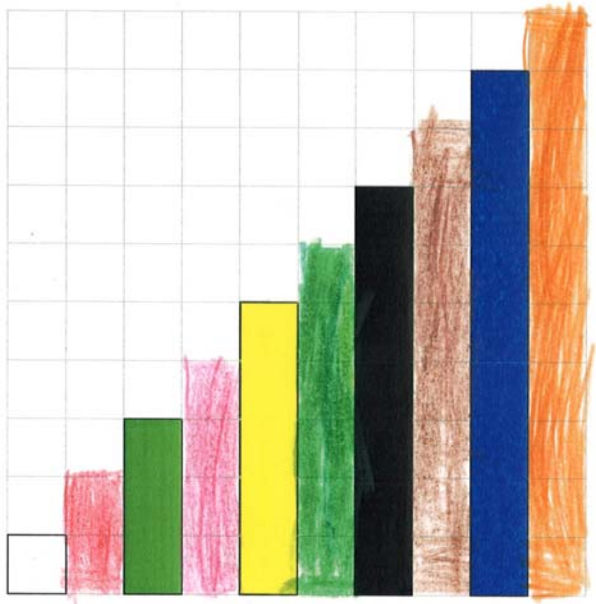
Data:

A 11 Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

A 11

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 e 10

9

1.1. Escreva quais são os números pares.

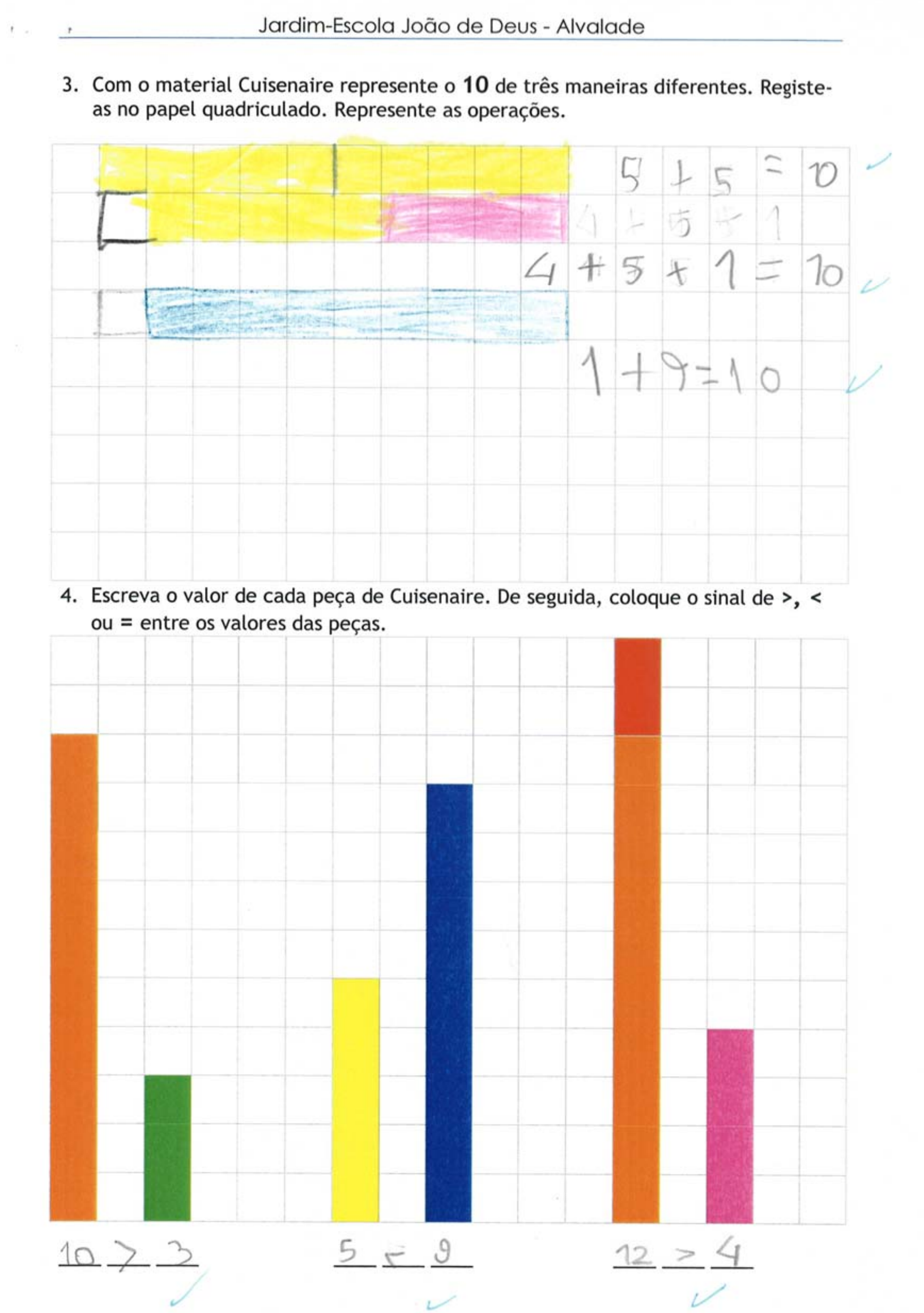
2 4 6 8 10

1.2. Agora escreva os números ímpares.

1 3 5 7 9

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

21



Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

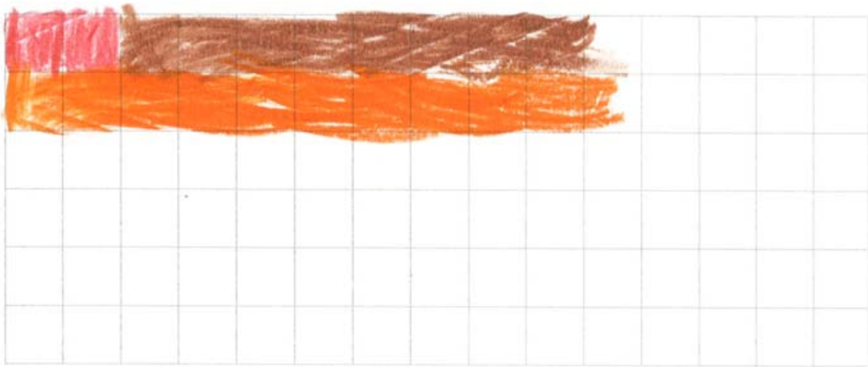
3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.



4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.

Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.

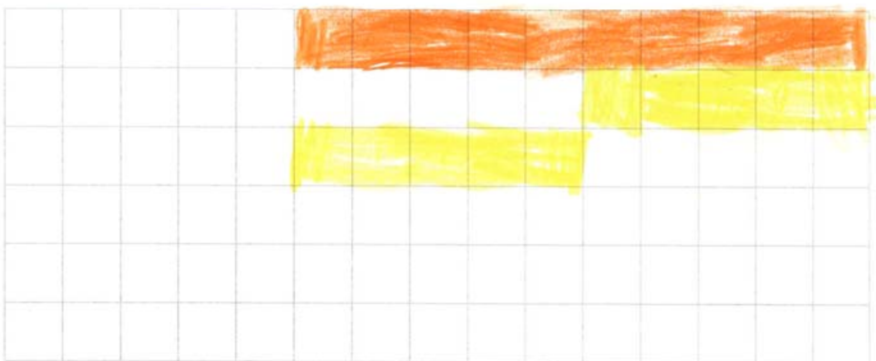


Operação:

$2+8=10$

$$\begin{array}{r} 2 \\ +\,8 \\ \hline 10 \end{array}$$

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



Operação:

$10-5=5$

$$\begin{array}{r} 5 \\ +\,5 \\ \hline 10 \end{array}$$

Nome: Filipa

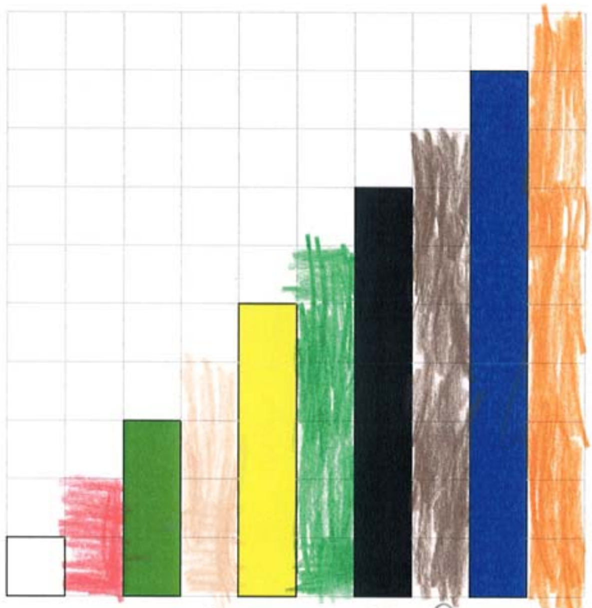
Data:

Jardim-Escola João de Deus - Estrela

E10

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

C

1.1. Escreva quais são os números pares.

2, 4, 6, 8, 10

C

1.2. Agora escreva os números ímpares.

1, 3, 5, 7, 9

C

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

C

27

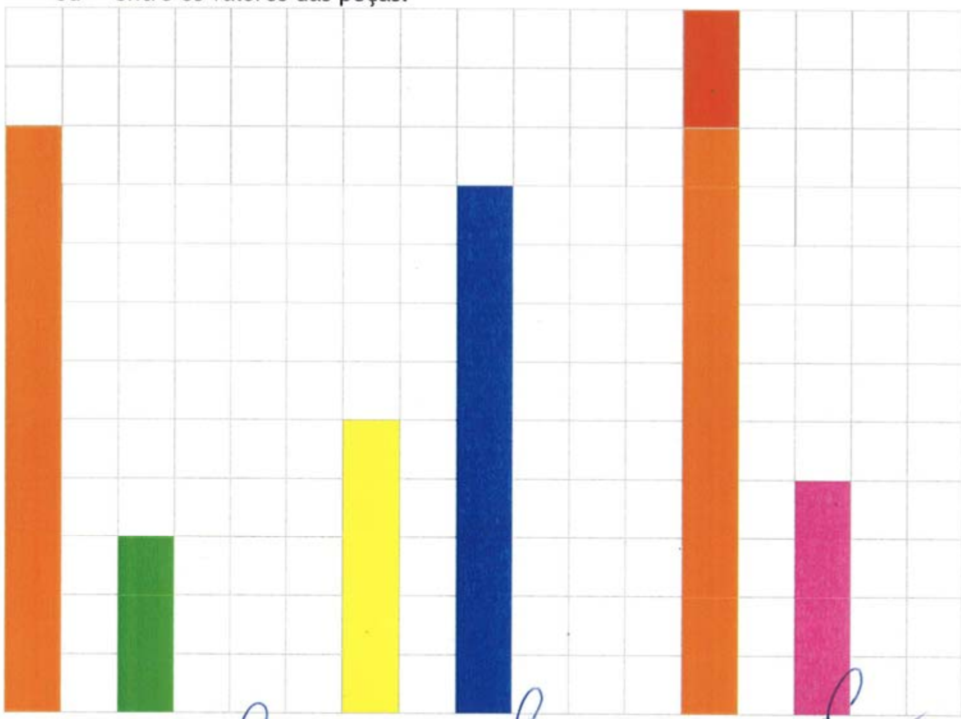
Jardim-Escola João de Deus - Estrela

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.

2 + 8 = 10
7 + 2 + 1 = 10
3 + 7 = 10
9 + 1 = 10
4 + 6 = 10

C

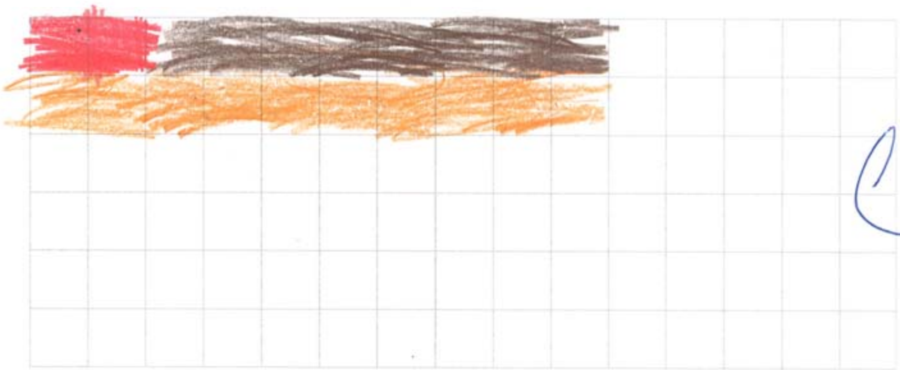
4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



10 > 3 C    5 < 8 C    12 > 4 C

Jardim-Escola João de Deus - Estrela

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.



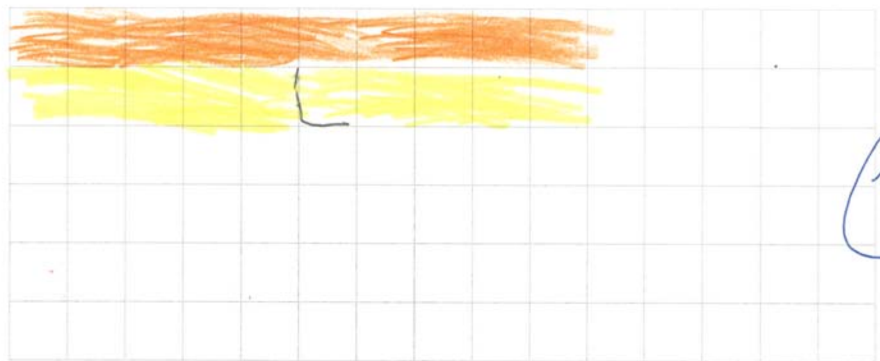
C

Operação: 2 + 8 = 10

$$\begin{array}{r} 2 \\ +8 \\ \hline 10 \end{array}$$

C

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



C

Operação: 10 − 5 = 5

$$\begin{array}{r} 10 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array}$$

C

Nome: E10

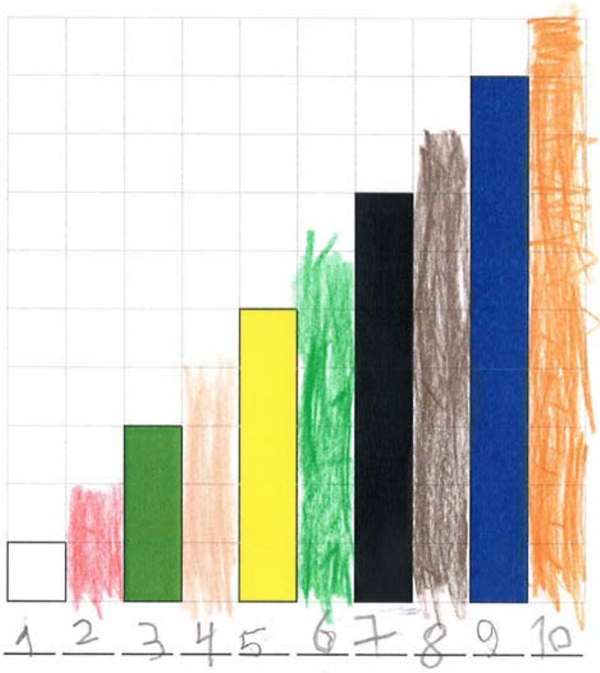
Data: 13.5.201

Jardim-Escola João de Deus - Estrela

E12

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.




C

1.1. Escreva quais são os números pares.

2|4|6|8|10

C

1.2. Agora escreva os números ímpares.

1|3|5|7|9

C

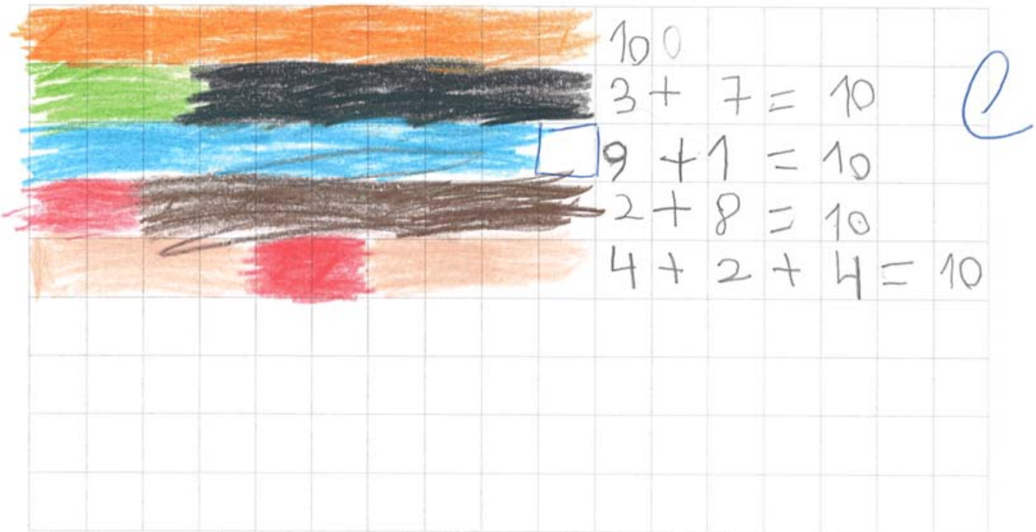
2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

21

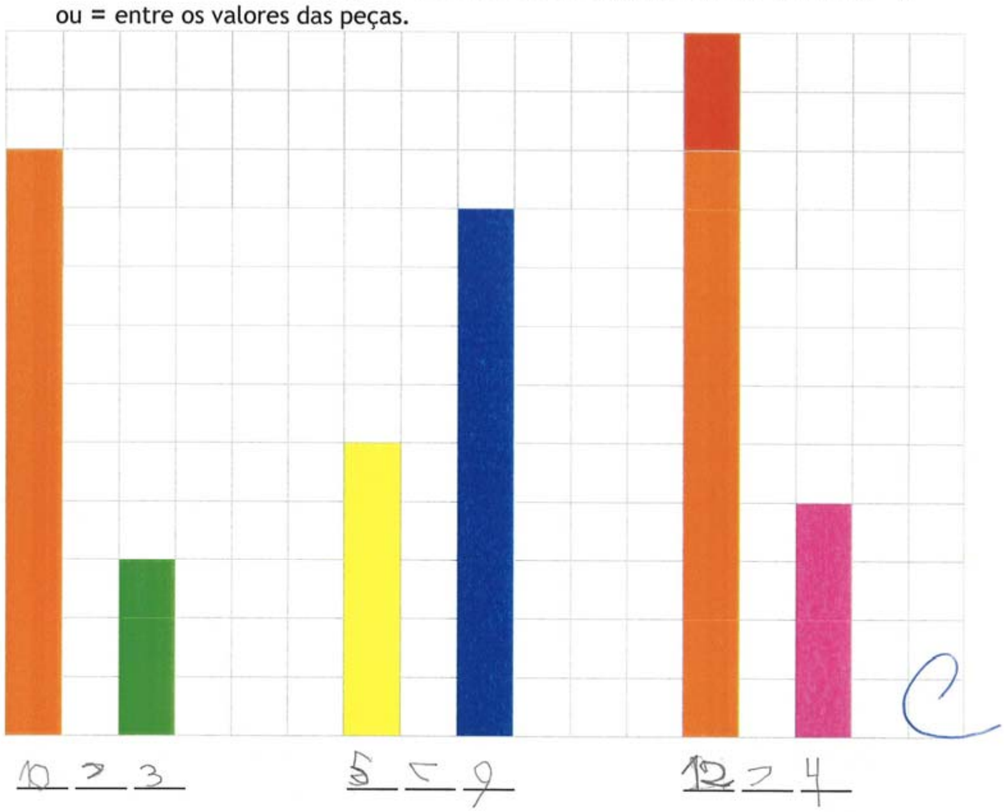
C

Jardim-Escola João de Deus - Estrela

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.

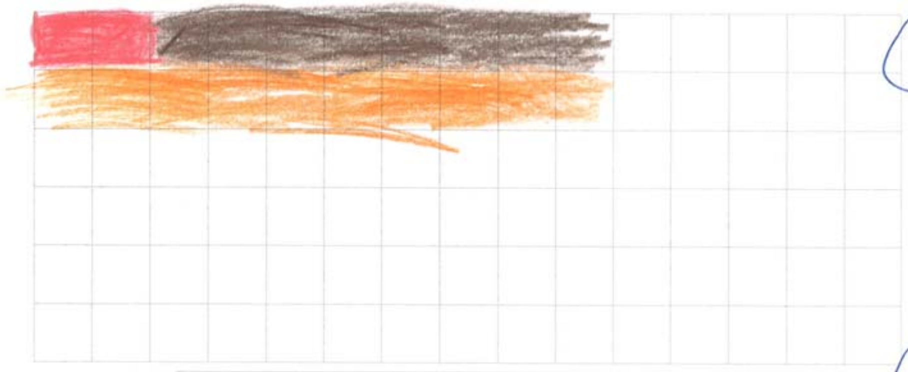



4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



Jardim-Escola João de Deus - Estrela

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.



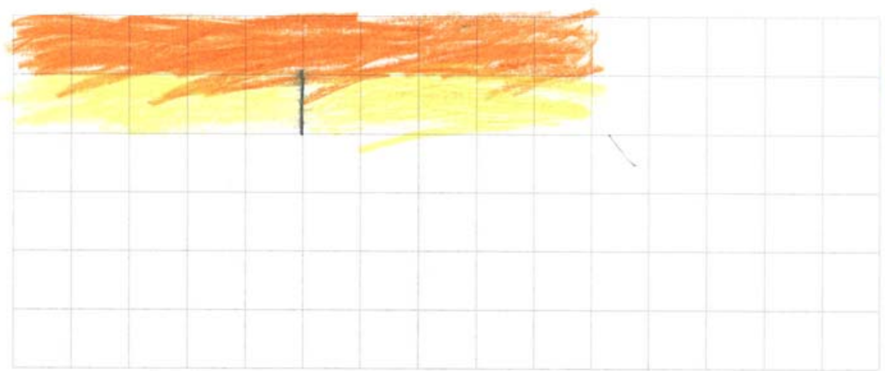
C

Operação: $2+8=10$

$$\begin{array}{r} 2 \\ +8 \\ \hline 10 \end{array}$$

C

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



C

Operação: $10-5=5$

$$\begin{array}{r} 10 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array}$$

C

Nome: E 12

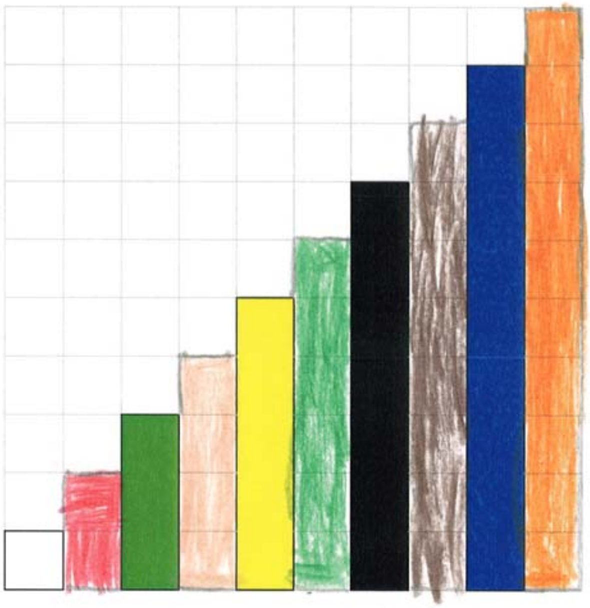
Data: 13/5/2008

Jardim-Escola João de Deus - Estrela

E29

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

C

1.1. Escreva quais são os números pares.

2, 4, 6, 8, 10

C

1.2. Agora escreva os números ímpares.

1, 3, 5, 7, 9

C

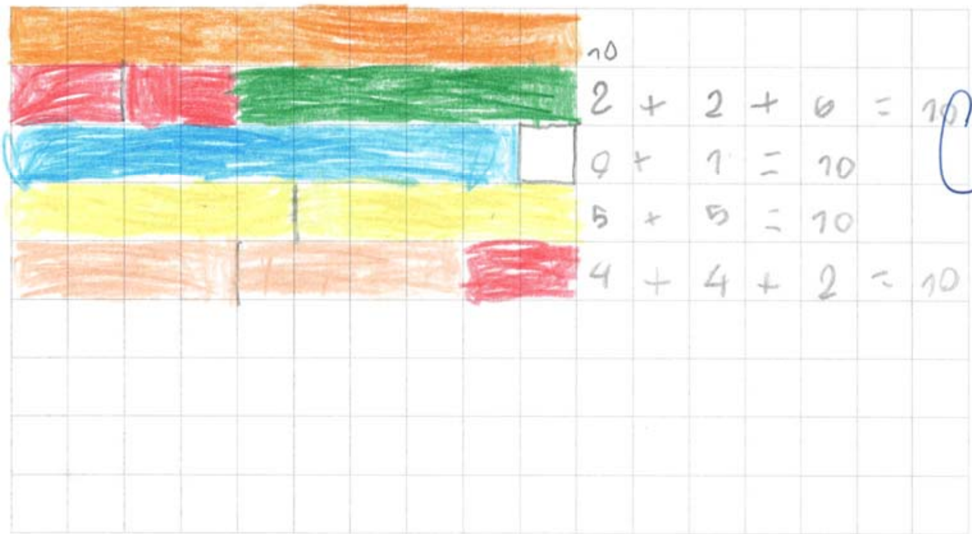
2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

21

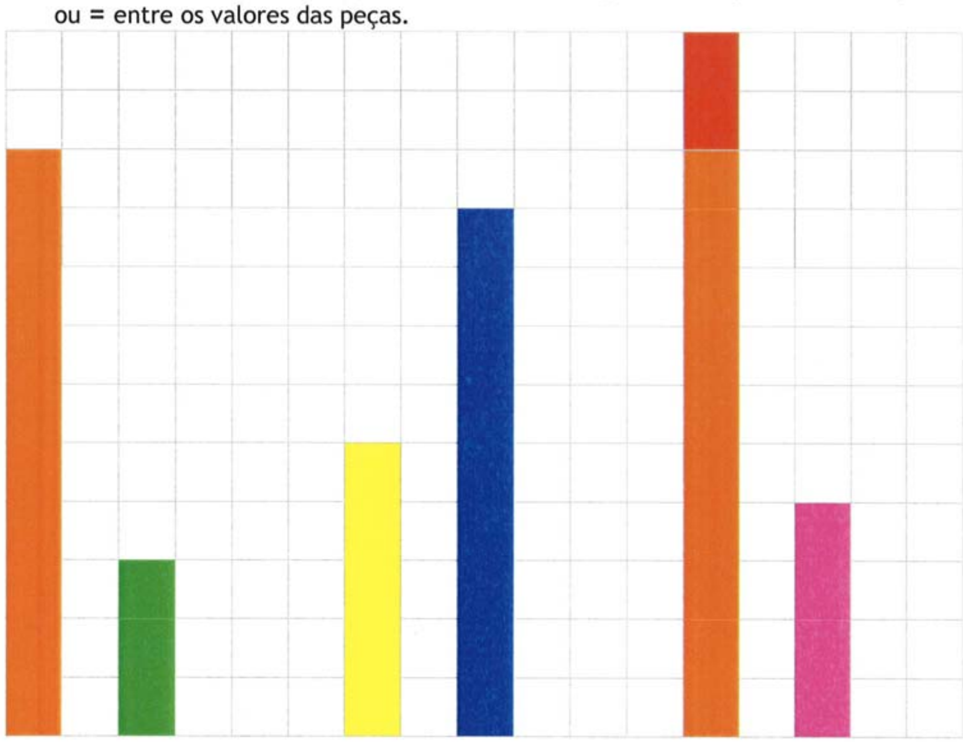
C

Jardim-Escola João de Deus - Estrela

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.



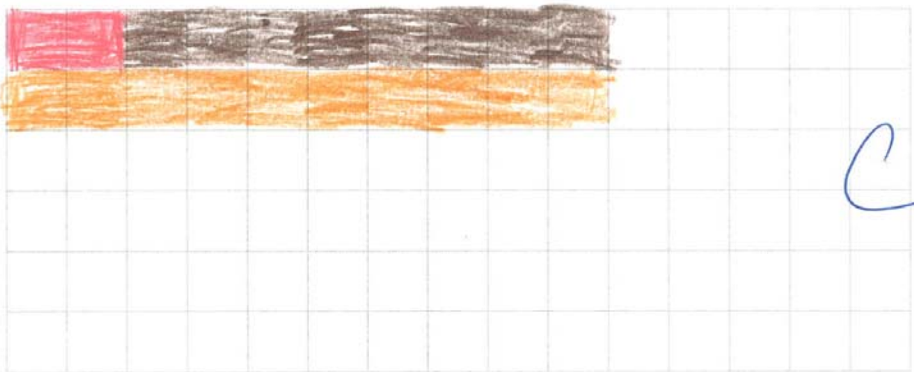

4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



10 > 3    5 < 9    12 > 4

Jardim-Escola João de Deus - Estrela

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.



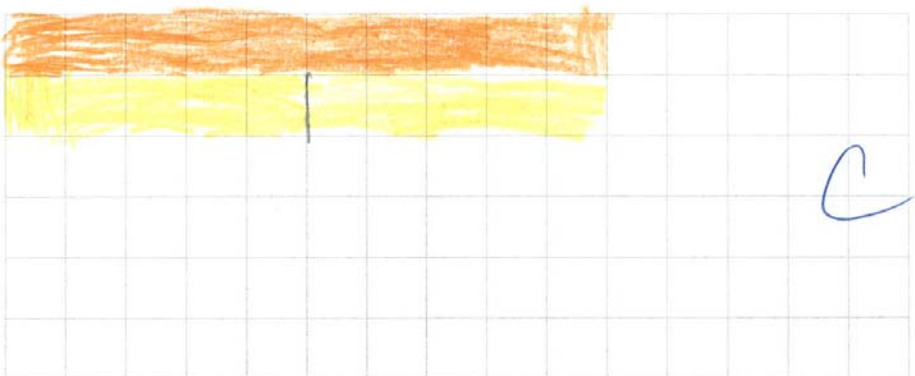
C

Operação: $2+8=10$

$$\begin{array}{r} 2 \\ +8 \\ \hline 10 \end{array}$$

C

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



C

Operação: $10-5=5$

$$\begin{array}{r} 10 \\ -5 \\ \hline 5 \end{array}$$

C

Nome: E29

Data: 13.5.2008

Jardim-Escola João de Deus

M1 M1

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.

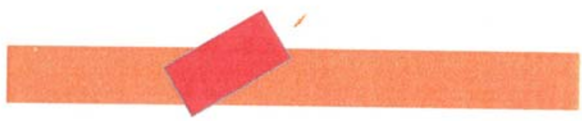

1.1. Diga quais são os números pares.

________________________________________

1.2. Agora escreva os números ímpares.

________________________________________

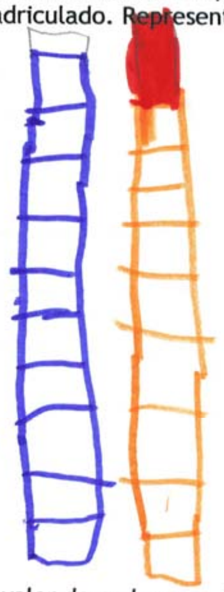
2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:



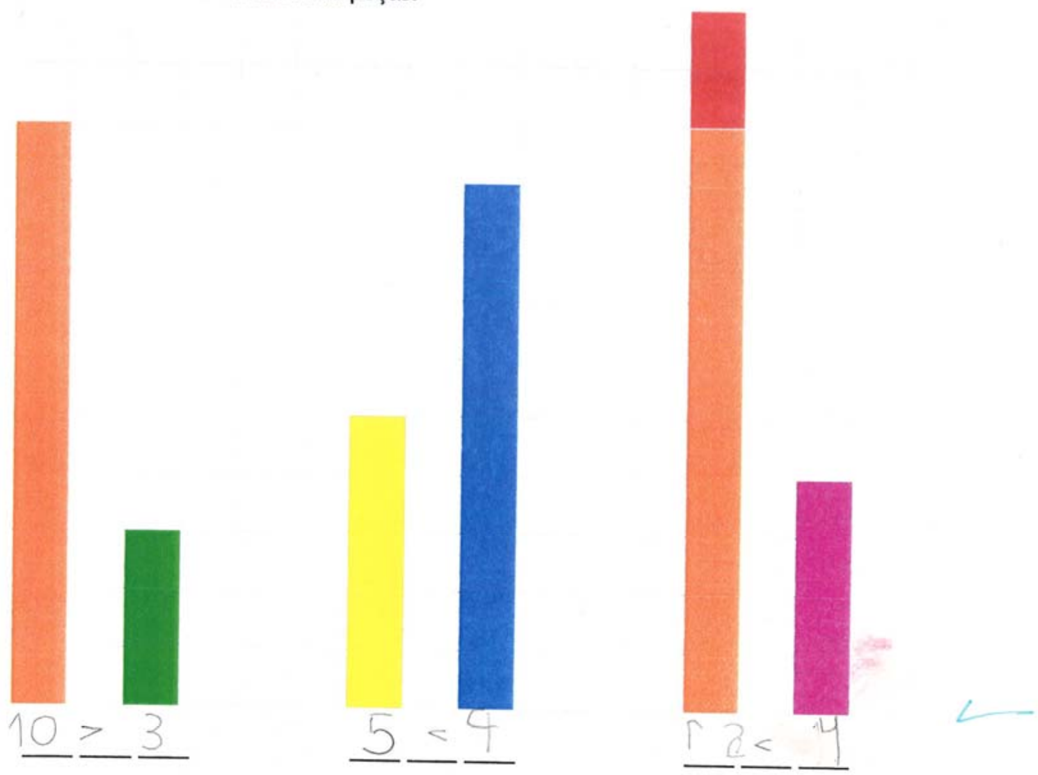
________________________________________

Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações com sinais e algarismos.



4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e faça a conta.

Operação:

01

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e faça a conta.

Operação:

2

Nome: πZ

Data: 7-2-2006

Jardim-Escola João de Deus -

Mg

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.


1.1. Diga quais são os números pares.

______________________________

1.2. Agora escreva os números ímpares.

______________________________

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

______________________________

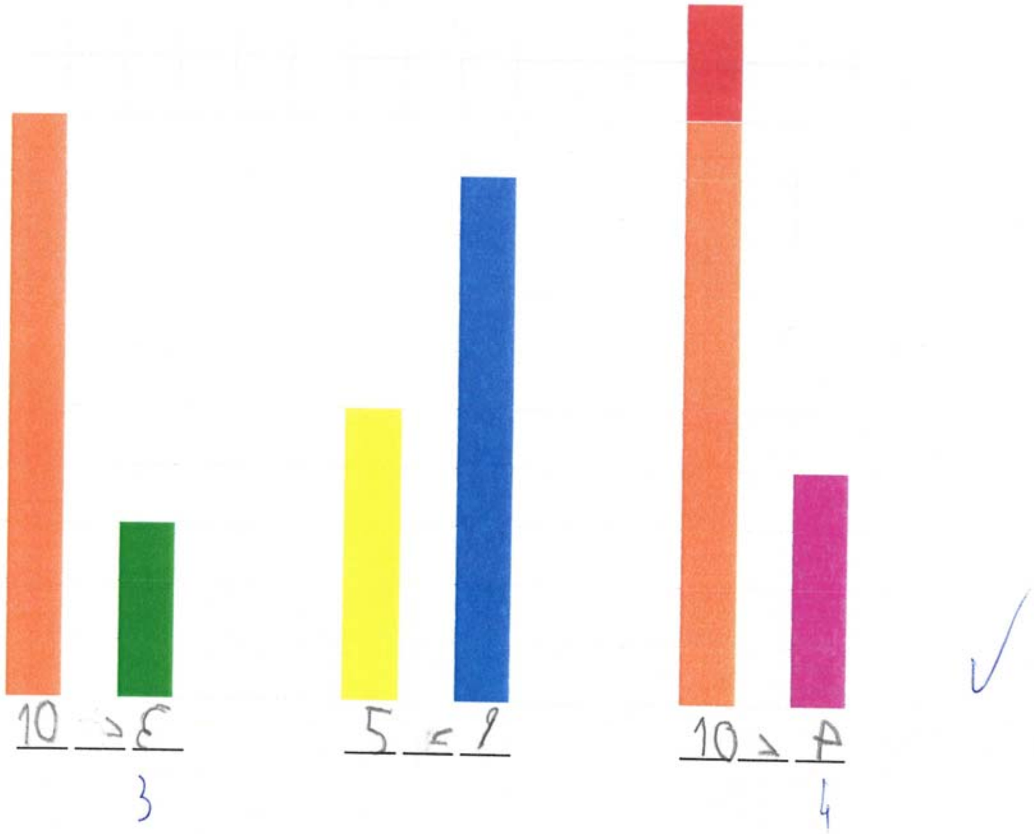
MENÚ SALIR



Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

**3. Com o material Cuisenaire represente o 10 de maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações com sinais e algarismos.**

**4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.**



Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e faça a conta.

Operação:

1 8

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e faça a conta.

Operação:

Nome: M 10

Data:

7-5-2008

Jardim-Escola João de Deus -

N 18

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.

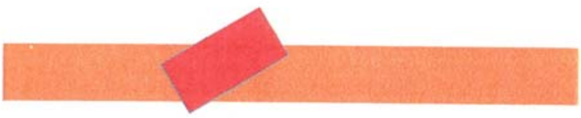

1.1. Diga quais são os números pares.

__________________________________

1.2. Agora escreva os números ímpares.

__________________________________

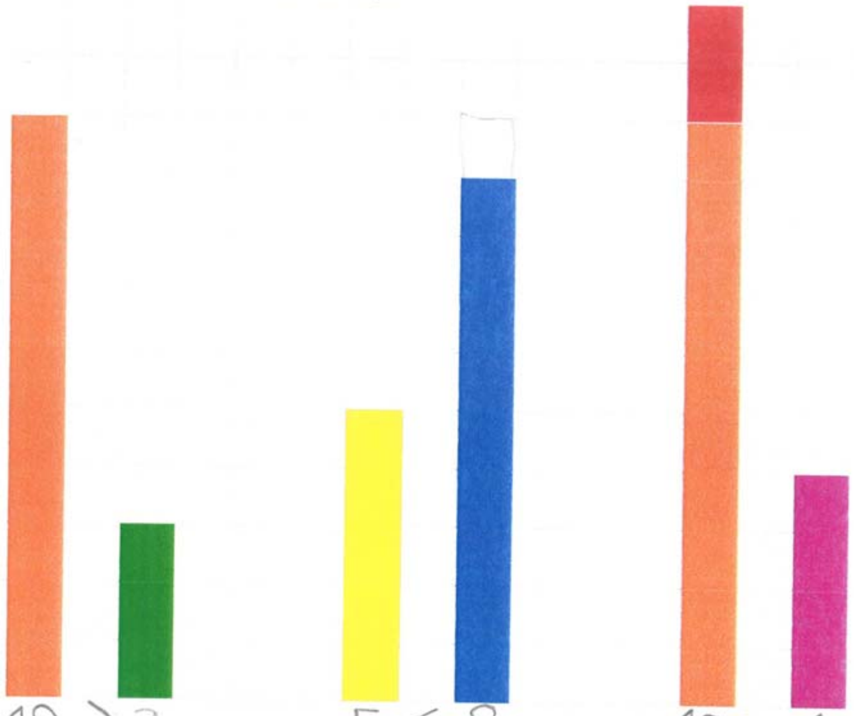
2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:



__________________________________

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações com sinais e algarismos.

4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



10 > 3 5 < 9 12 > 4

Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e faça a conta.

Operação: 2 + 10

8 =

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e faça a conta.

10 − 5 = 5

Operação:

Nome: M 18

Data: 7-5-2009

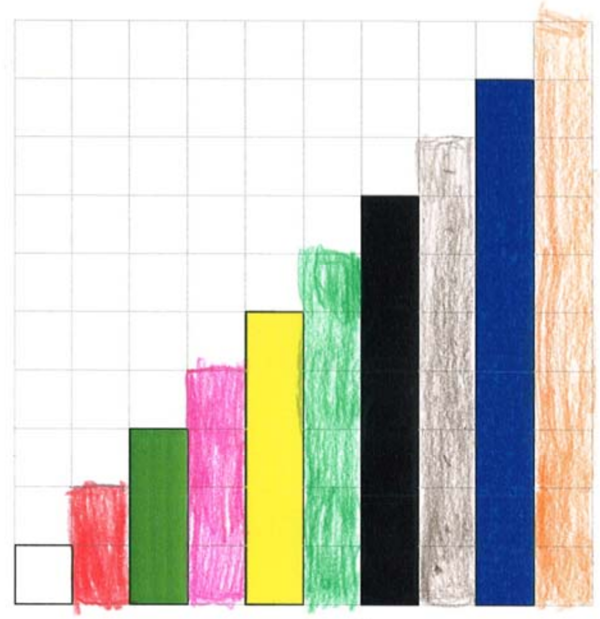
ov

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

$O_2$

**Teste diagnóstico**

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1.1. Escreva quais são os números pares.

2-4-6-8-10

1.2. Agora escreva os números ímpares.

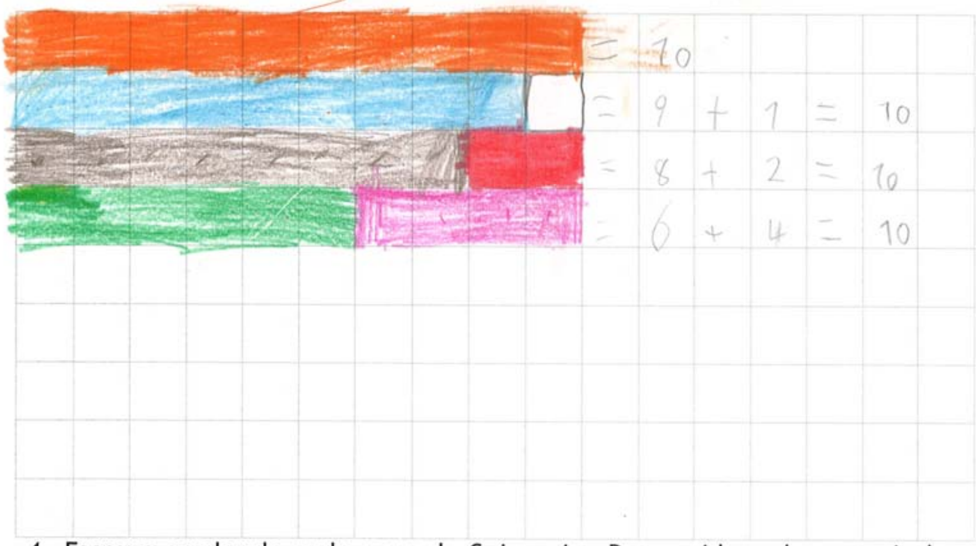
1-3-5-7-9

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

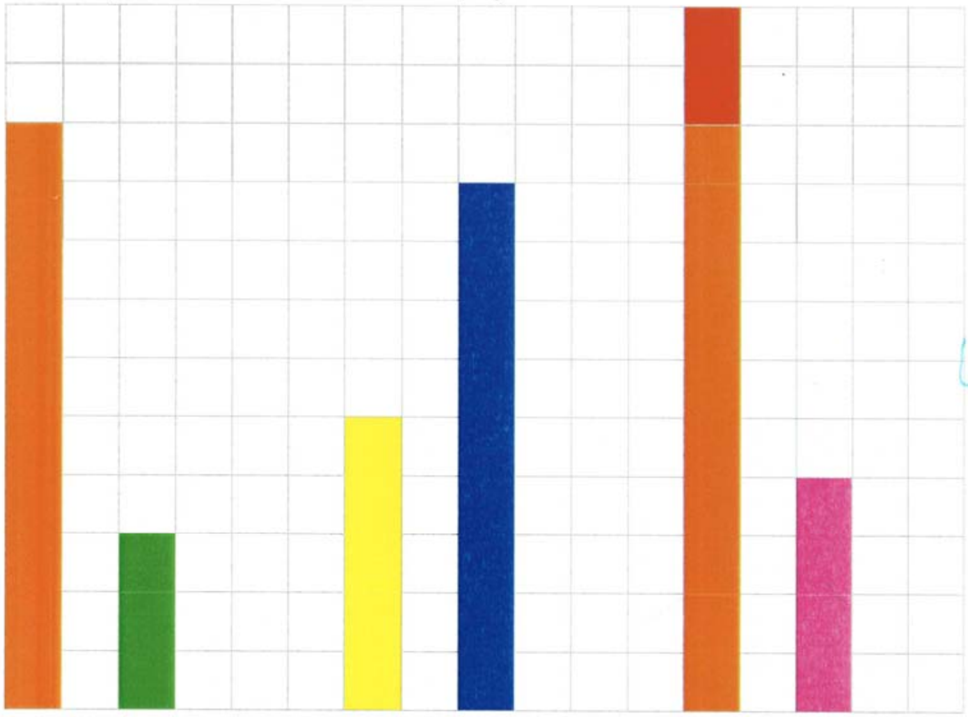
21

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.



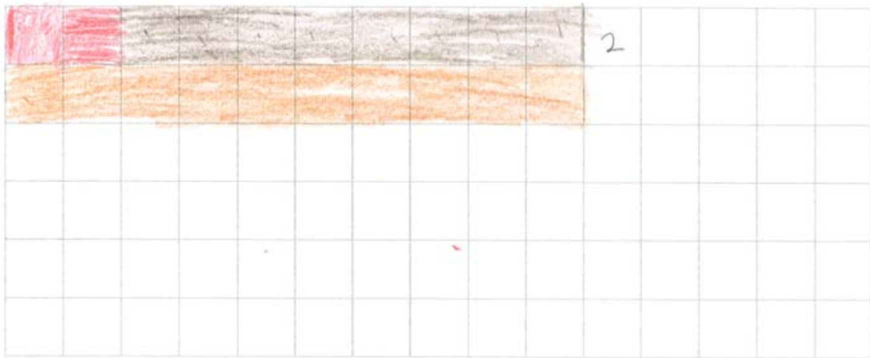

4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



10 > 3  5 < 9  12 > 8

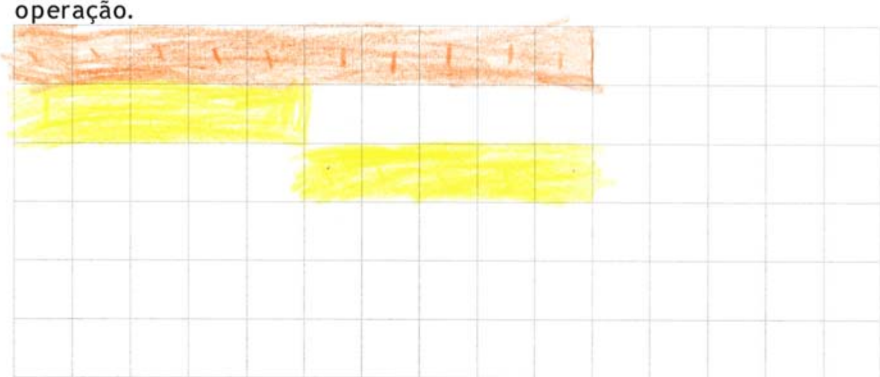
Jardim-Escola João de Deus - Olivais

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.




Operação: 2 + 6 = 10

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



Operação: 10 − 5 = 5

Nome: Data:

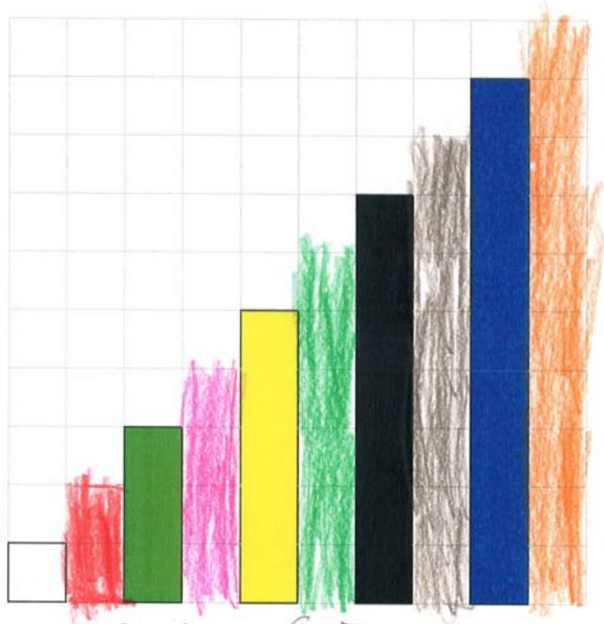
Jardim-Escola João de Deus - Olivais

0 13

0 13

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1.1. Escreva quais são os números pares.

2-4-6-8-10

1.2. Agora escreva os números ímpares.

1-3-5-7-9

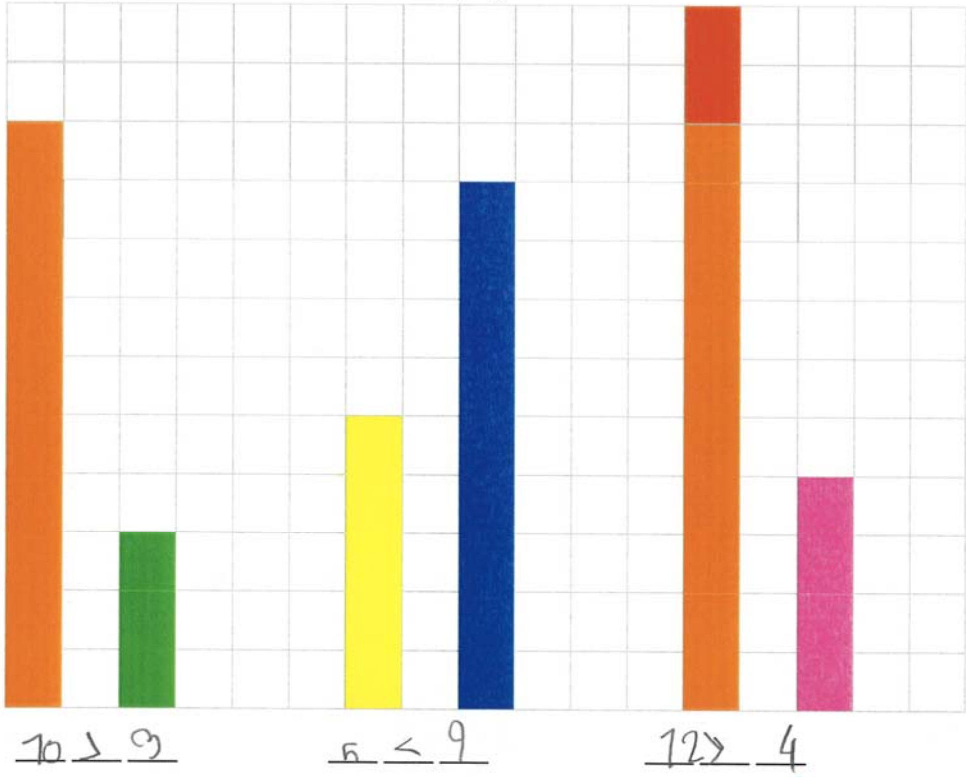
2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

21

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

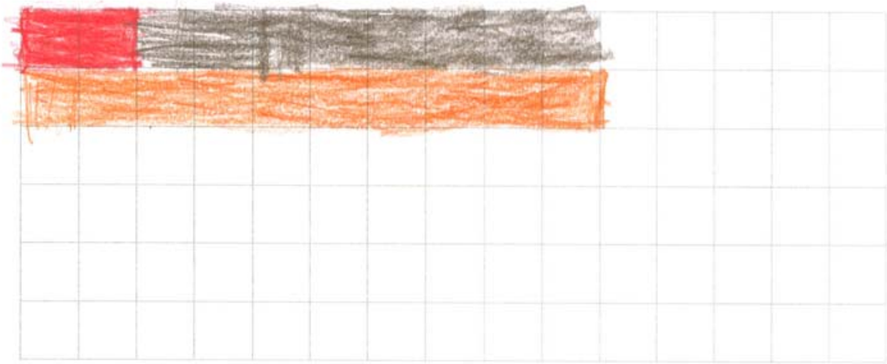
3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.


4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



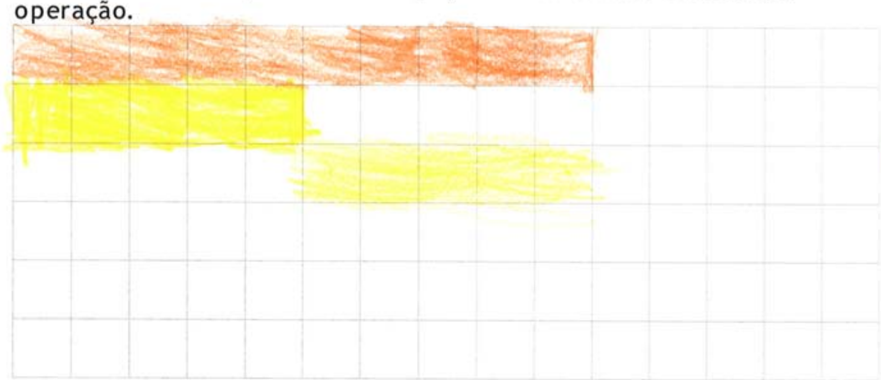
Jardim-Escola João de Deus - Olivais

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.



Operação: 2+8=10

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



Operação: 10-5=5

Nome:

Data:

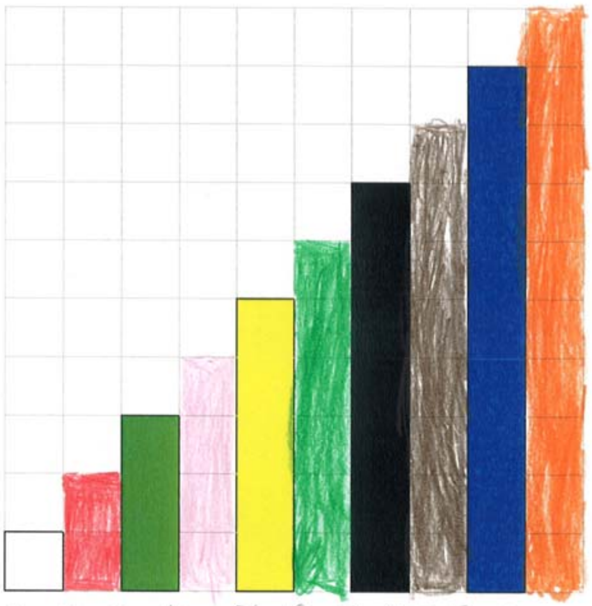
0
14

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

0,7

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1.1. Escreva quais são os números pares.

2-4-6-8-10-

1.2. Agora escreva os números ímpares.

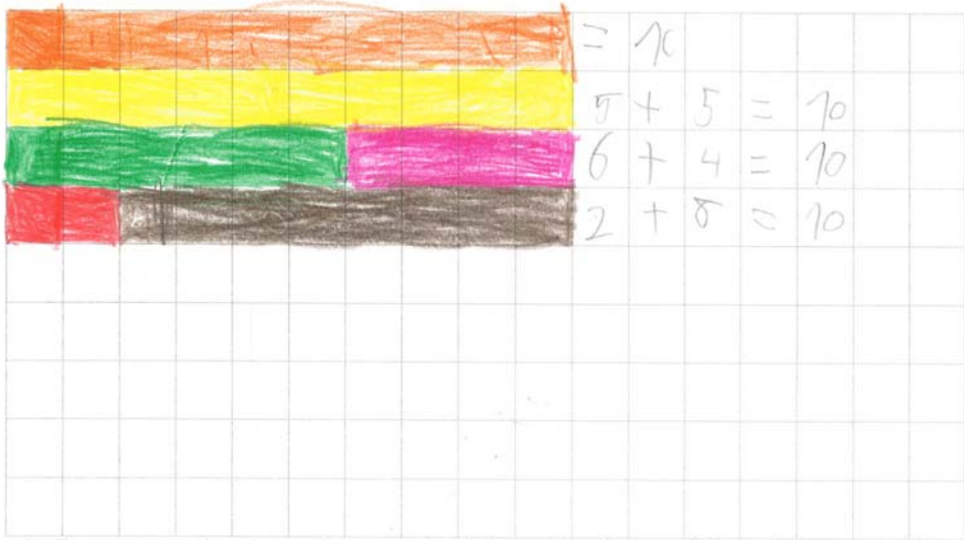
1-3-5-7-9

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

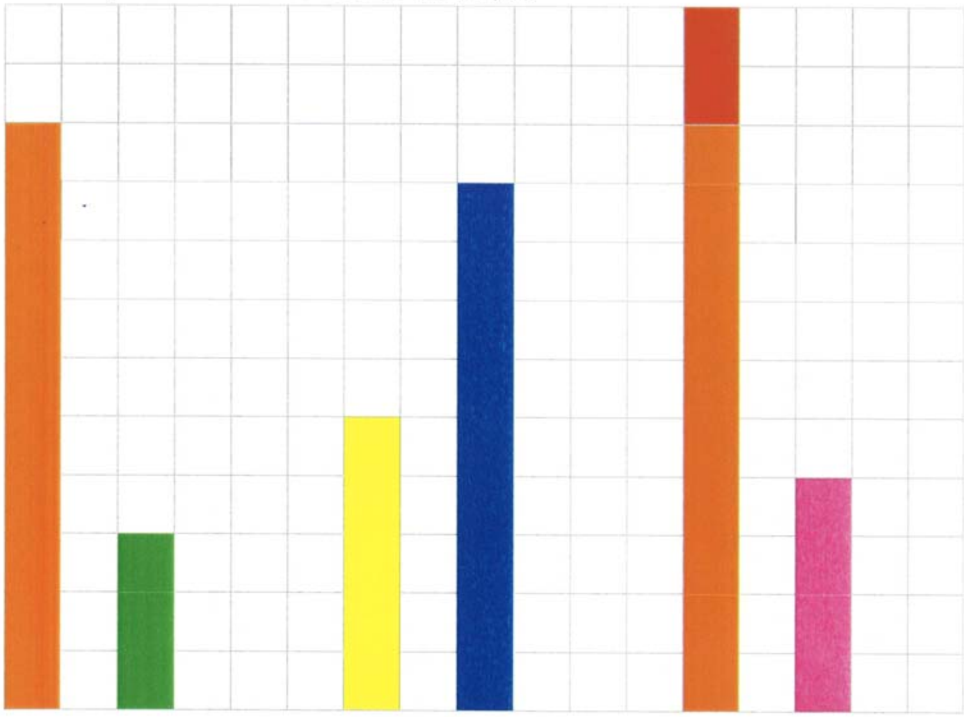
21

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.



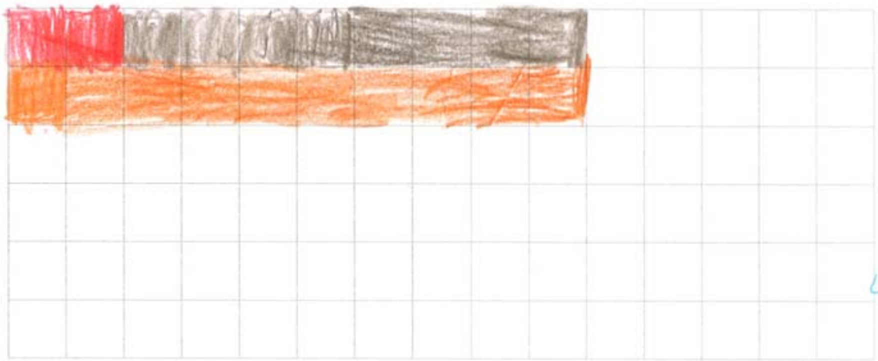

4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



10 > 3     5 < 9     12 > 4

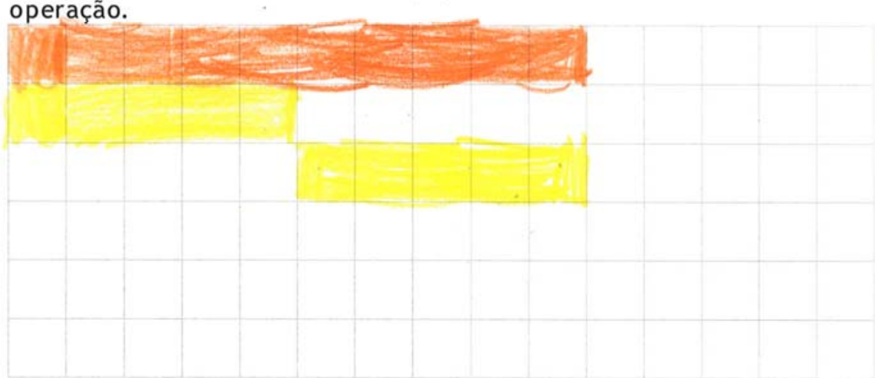
Jardim-Escola João de Deus - Olivais

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.



Operação: 2+8=10

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



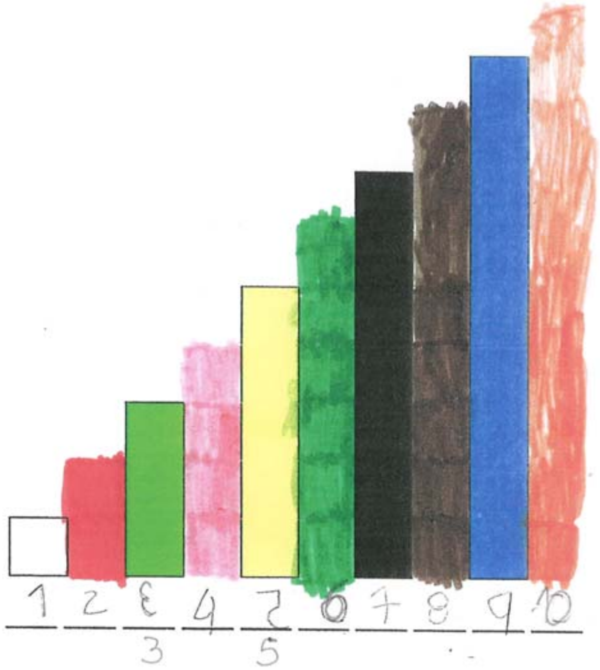
Operação: 10-5=5

Nome: Data:

Jardim-Escola João de Deus

## Teste diagnóstico

1. **Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.**




1.1. **Diga quais são os números pares.**

________________________________________

1.2. **Agora escreva os números ímpares.**

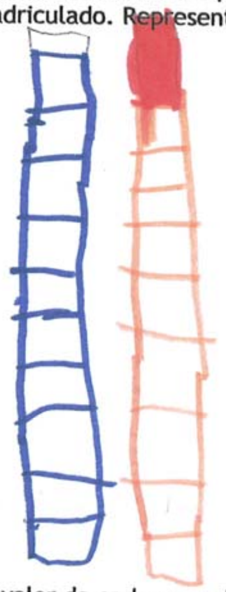
________________________________________

2. **Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:**

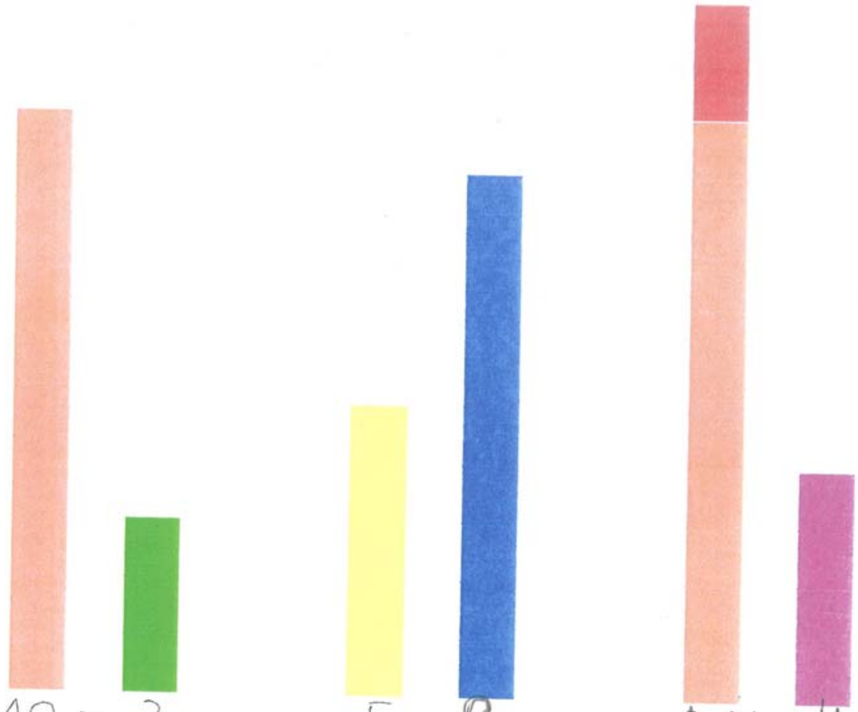
________________________________________

Jardim-Escola João de Deus

**3. Com o material Cuisenaire represente o 10 de maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações com sinais e algarismos.**



**4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.**



10 > 3   5 < 9   12 > 4

Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e faça a conta.

Operação:

01

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e faça a conta.

Operação:

2

Nome: πZ

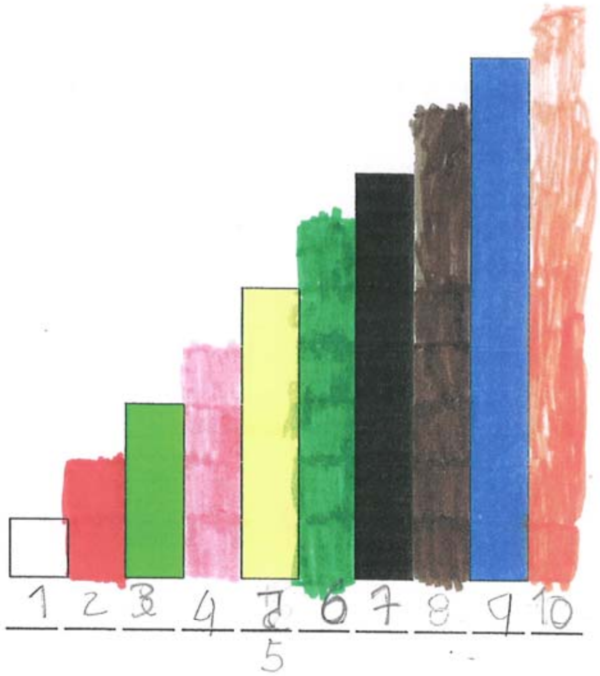
Data: 7-2-2006

Jardim-Escola João de Deus

S 10

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.




1.1. Diga quais são os números pares.

______________________________

1.2. Agora escreva os números ímpares.

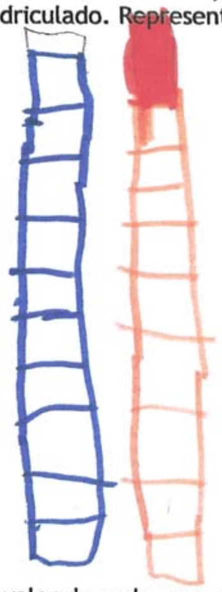
______________________________

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

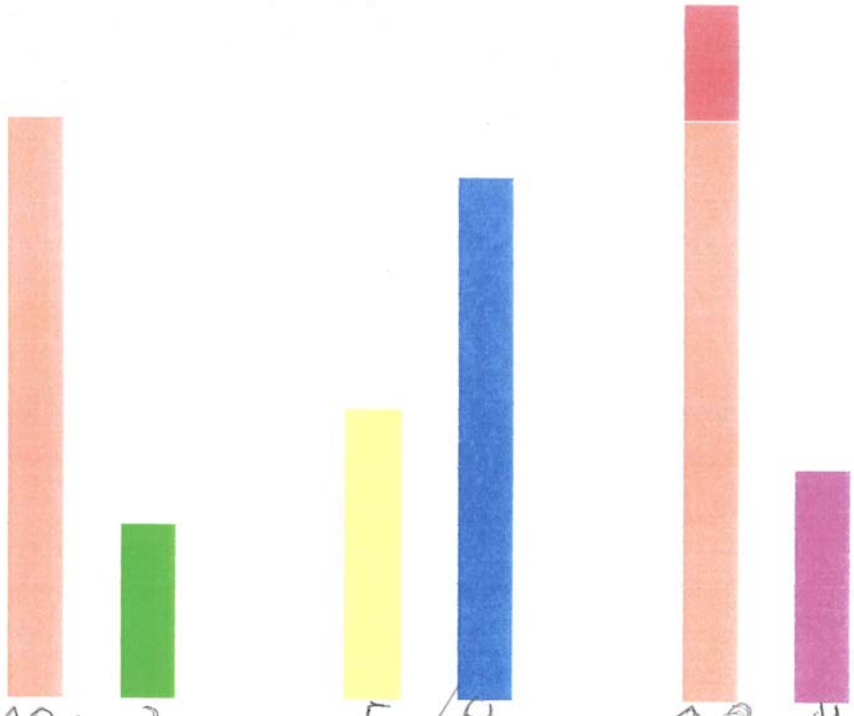
______________________________

Jardim-Escola João de Deus -

3. **Com o material Cuisenaire represente o 10 de maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações com sinais e algarismos.**



4. **Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.**



10 > 3      5 < 4      12 > 4

Jardim-Escola João de Deus - Avaliação

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e faça a conta.

Operação:

$2 + 8 = 10$

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e faça a conta.

Operação:

5

Nome: TT Z

Data: 7 – 5 – 2006

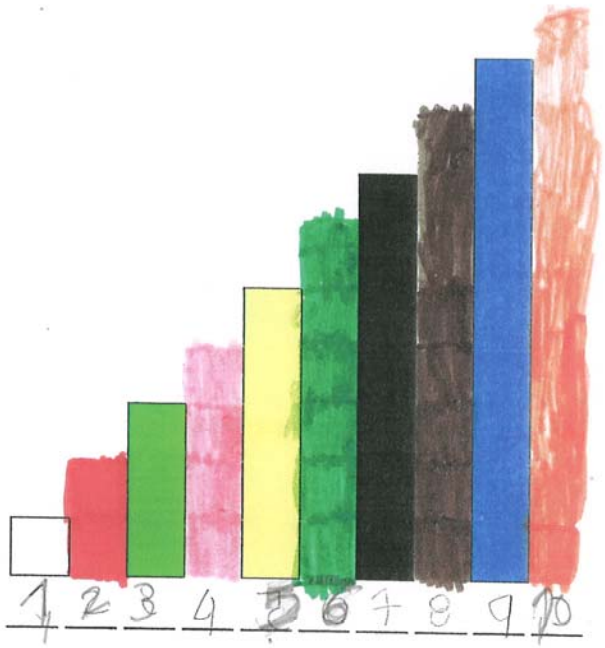
Jardim-Escola João de Deus

S19

S19

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.




1.1. Diga quais são os números pares.

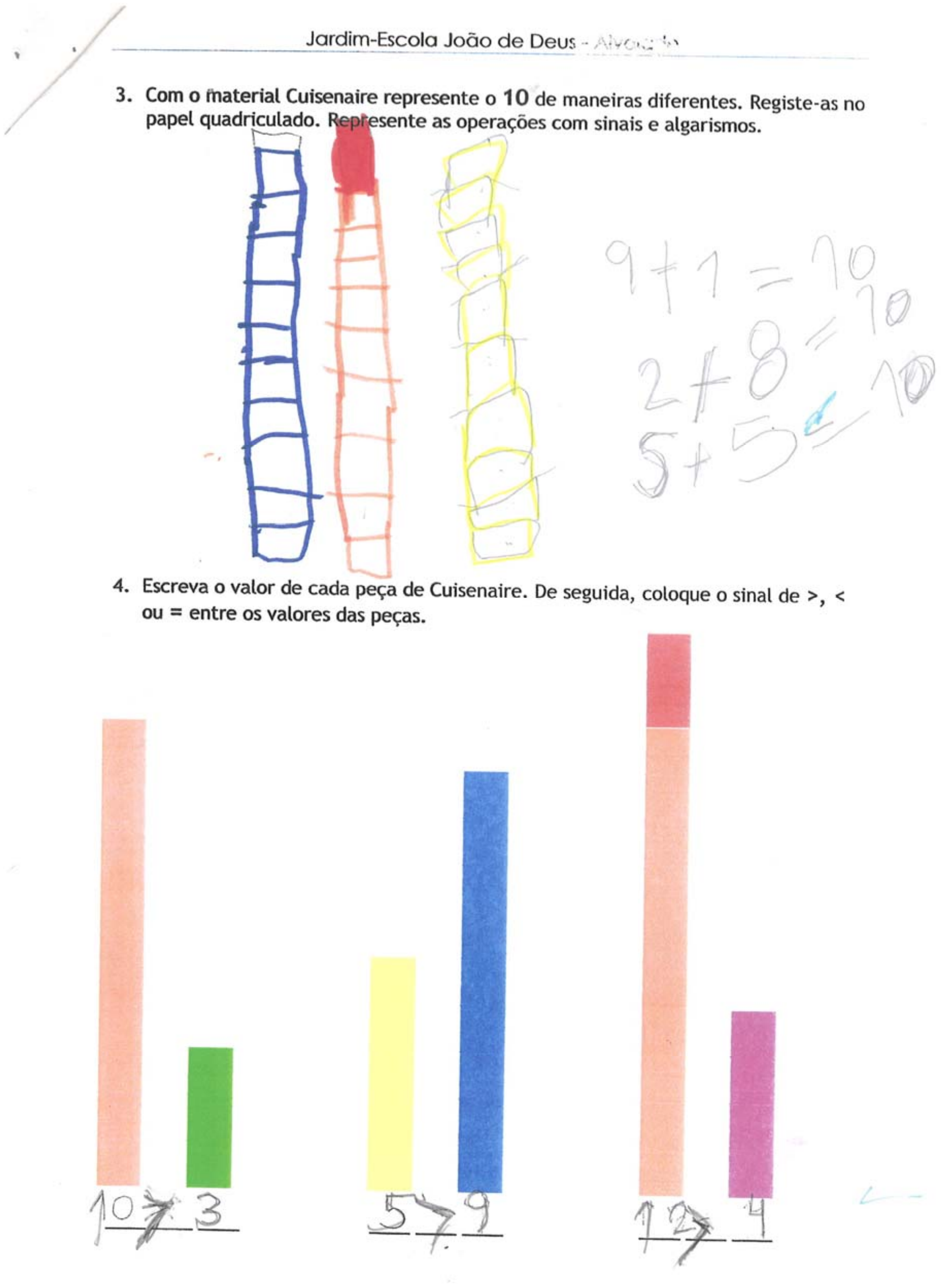
________________________________________

1.2. Agora escreva os números ímpares.

________________________________________

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

________________________________________



Jardim-Escola João de Deus

3. Com o material Cuisenaire represente o 10 de maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações com sinais e algarismos.

9+1=10

2+8=10

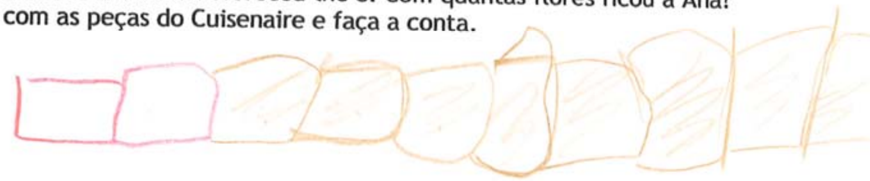
5+5=10

4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.

10 > 3    5 > 9    12 > 4

Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e faça a conta.

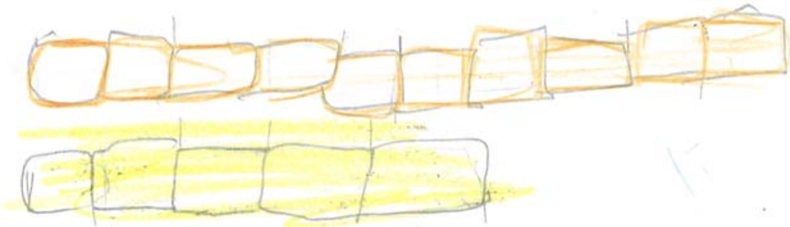


Operação:

01

2 + 8 = 10

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e faça a conta.



Operação:

0

10 − 5 = 5

Nome: π2

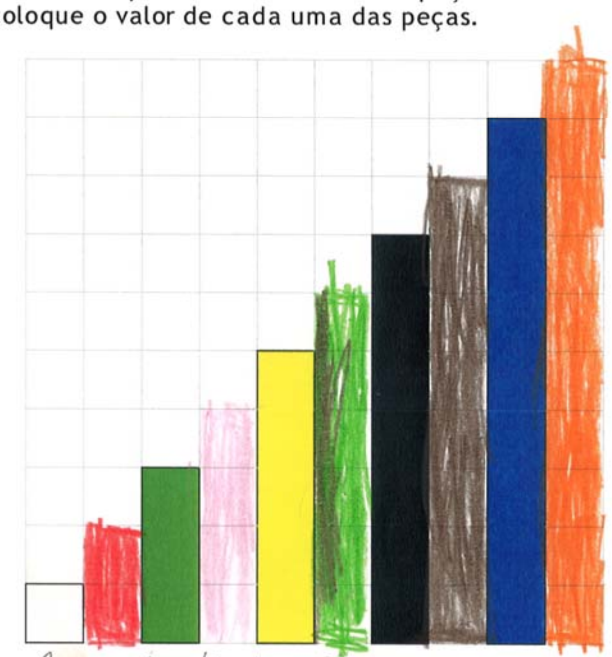
Data: 7 – 2 – 2008

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

T7

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1.1. Escreva quais são os números pares.

135-17-9 8 1

1.2. Agora escreva os números ímpares.

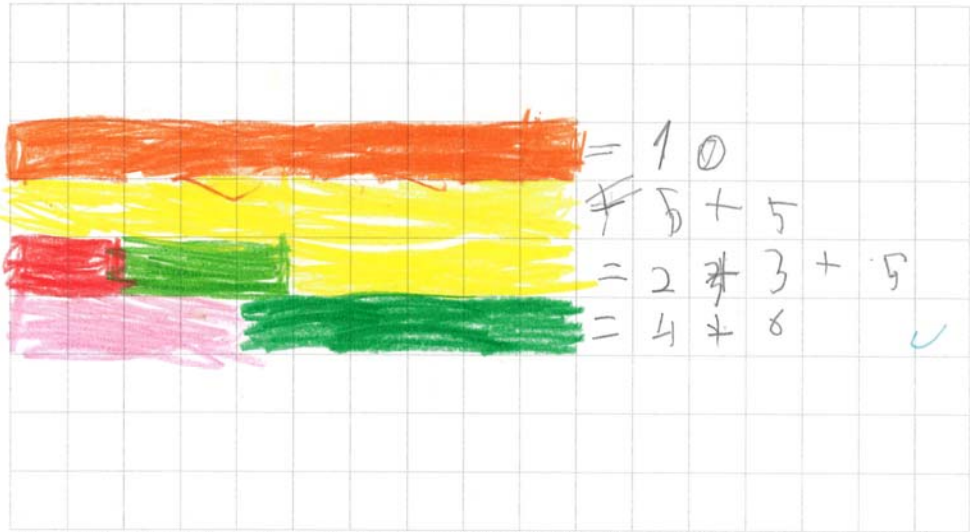
246

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

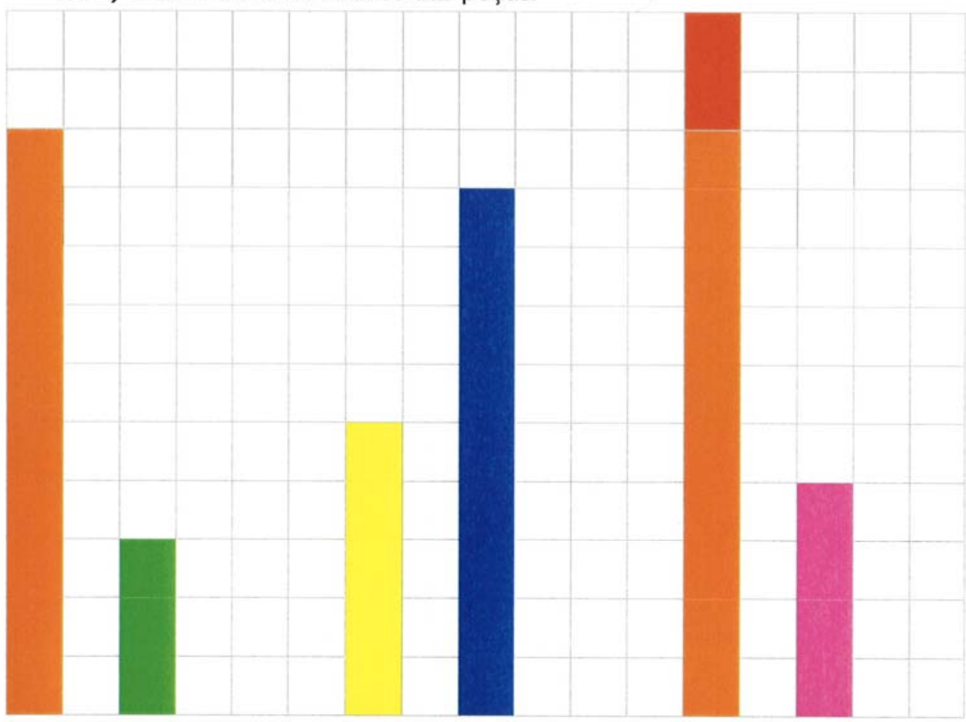
10

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.




4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



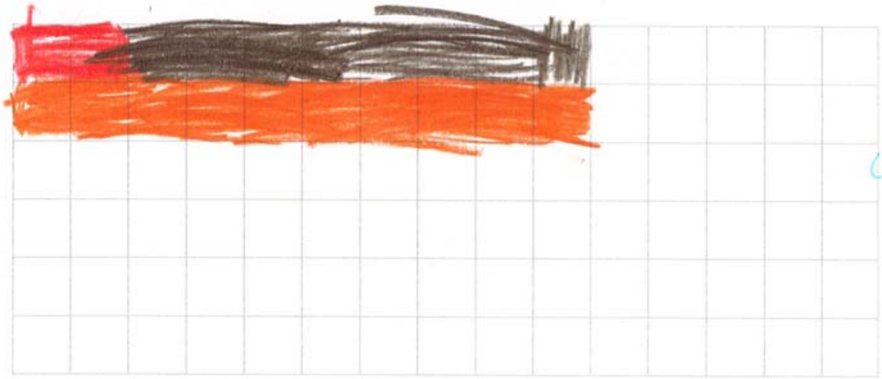
10 > 3 5 < 9 12 > 4

>

12

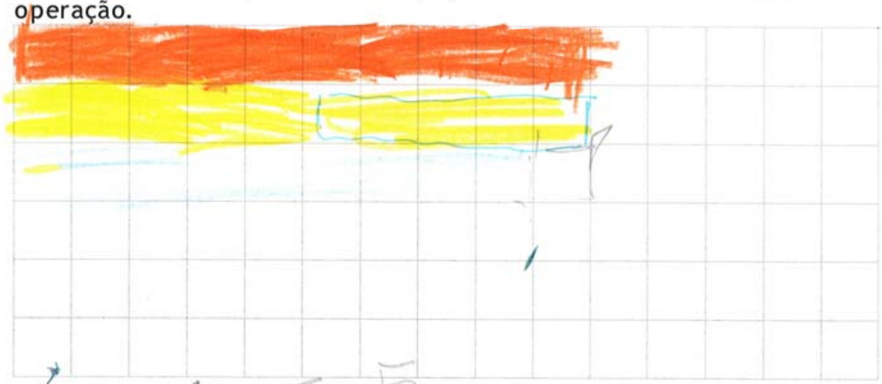
Jardim-Escola João de Deus - Olivais

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.



Operação: 2+8=10

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



Operação: 10-5=5

10-5=5=

Nome: Data:

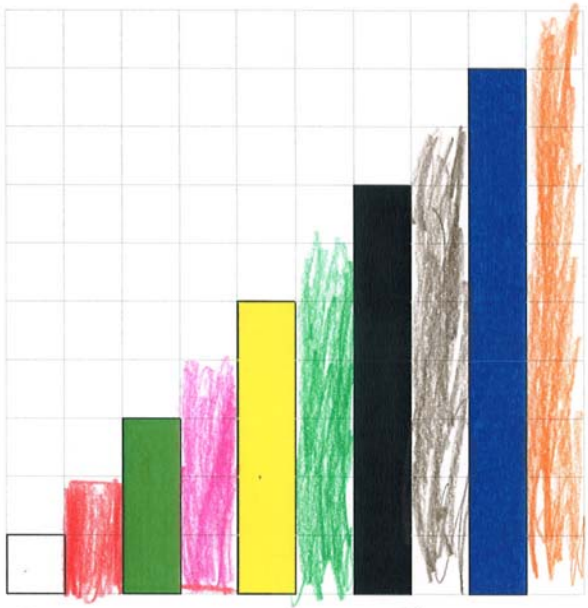
T 13

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

T15

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1.1. Escreva quais são os números pares.

1 – 2

1.2. Agora escreva os números ímpares.

1 [illegible]

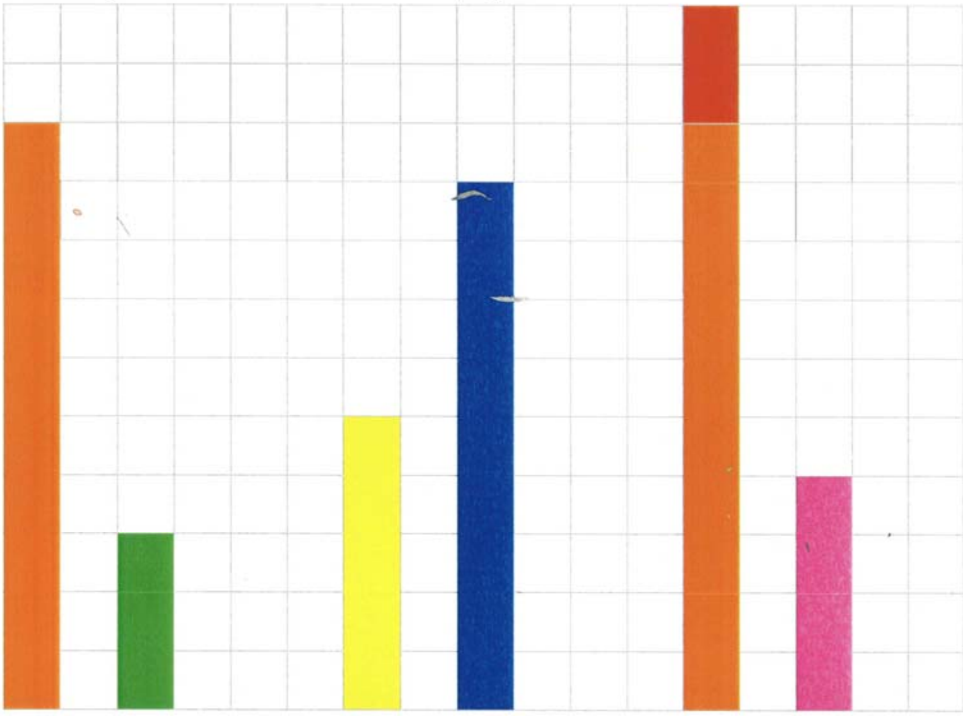
2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

[illegible]

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.


4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



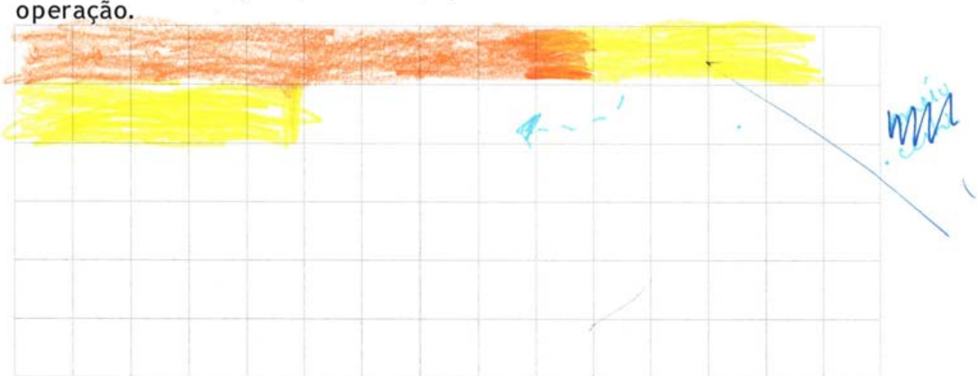
10 < 3  5 < 9  12 ? 4

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.

Operação:

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



Operação:

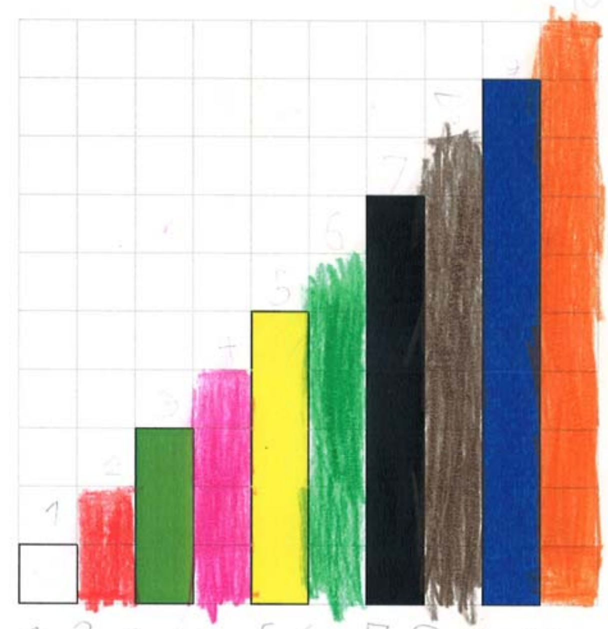
Nome: Data:

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

T22

## Teste diagnóstico

1. Desenhe na escada por ordem crescente as peças de Cuisenaire que faltam e coloque o valor de cada uma das peças.



1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1.1. Escreva quais são os números pares.

1-3-5-7 9 10

1.2. Agora escreva os números ímpares.

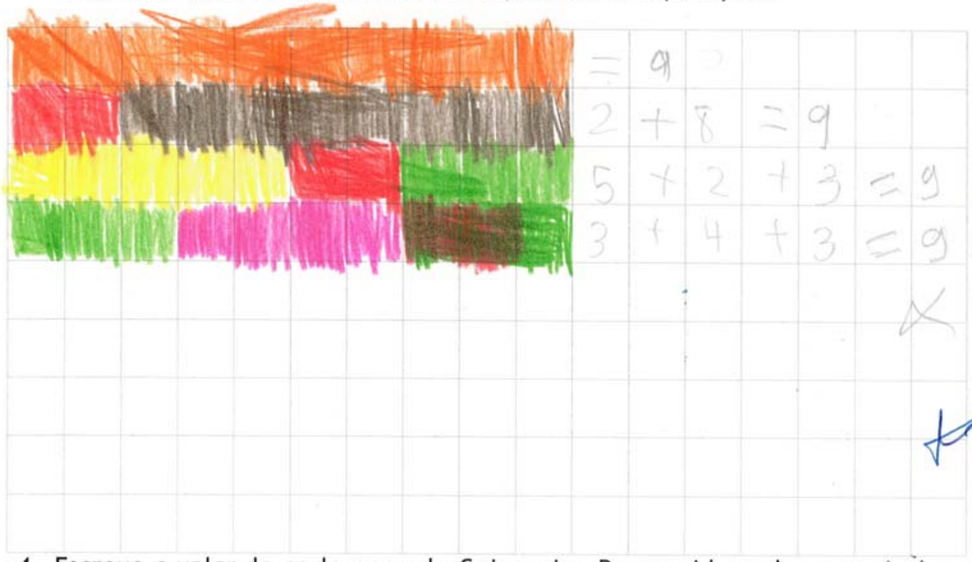
2-4-6-8 9

2. Escreva o número representado com as peças do Cuisenaire:

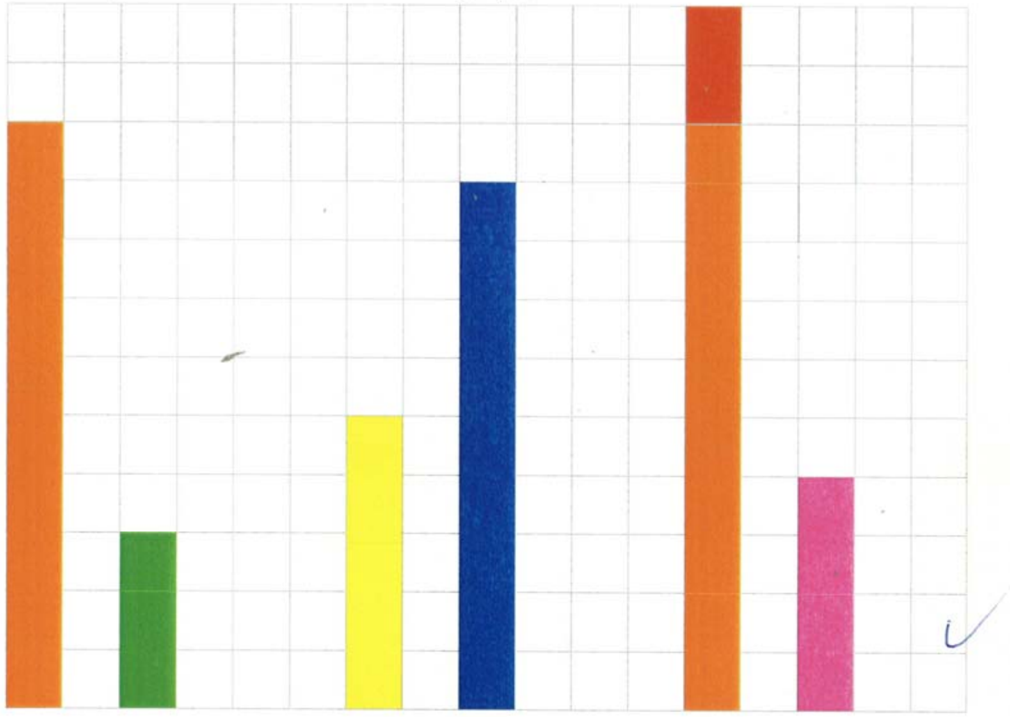
2 10

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

3. Com o material Cuisenaire represente o **10** de três maneiras diferentes. Registe-as no papel quadriculado. Represente as operações.



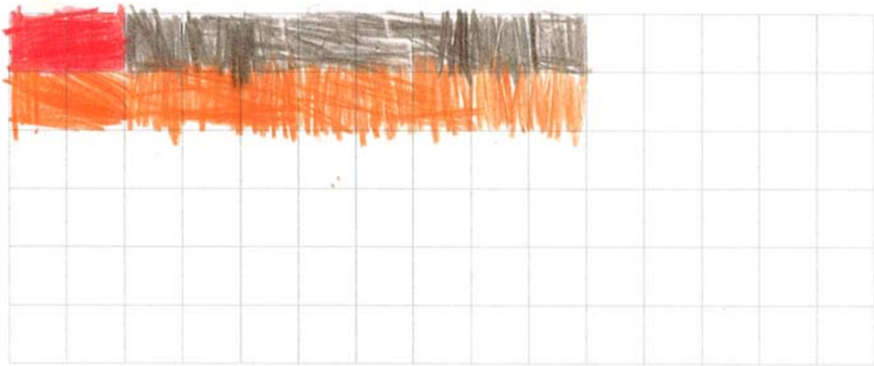

4. Escreva o valor de cada peça de Cuisenaire. De seguida, coloque o sinal de >, < ou = entre os valores das peças.



10 > 2     5 < 8     12 > 4

Jardim-Escola João de Deus - Olivais

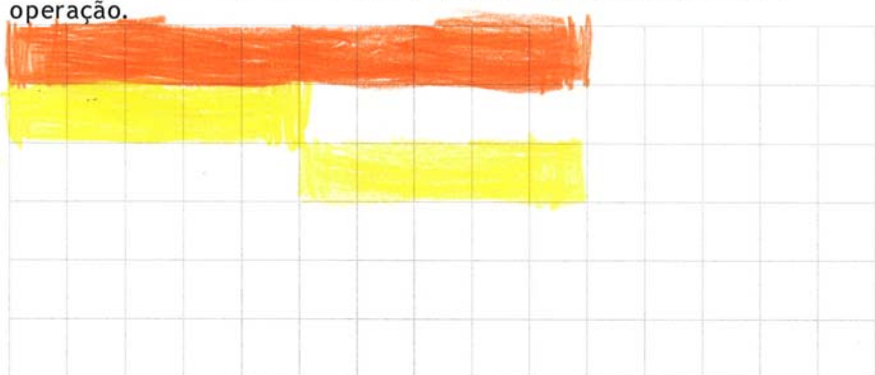
5. A Ana tinha 2 flores e a Joana ofereceu-lhe 8. Com quantas flores ficou a Ana? Represente com as peças do Cuisenaire e resolva a operação.



Operação:

2 + 8 = 10

6. O Manuel tinha 10 rebuçados. Deu 5 aos amigos. Com quantos rebuçados ficou o Manuel? Represente com peças de Cuisenaire e resolva a operação.



Operação:

10 - 5 = 5

Nome: Data:

# 3. Testes diagnósticos do material Calculadores Multibásicos (das 6 escolas)

A4

# Escola Superior de Educação João de Deus

*Docente: Maria Filomena Caldeira*

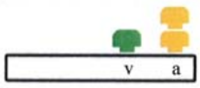
A4

**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

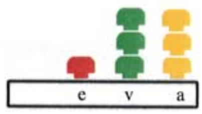
**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

a)




1 2

b)

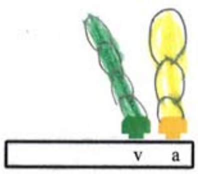



1 2 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

a)



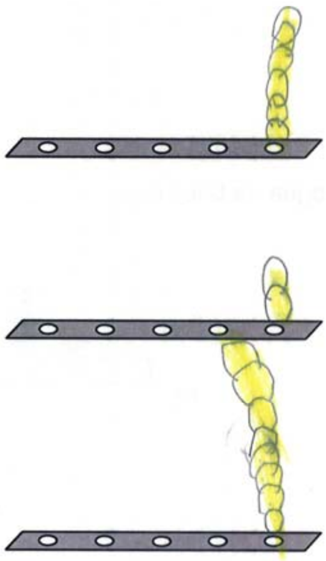

5 3

b)


2 4 6

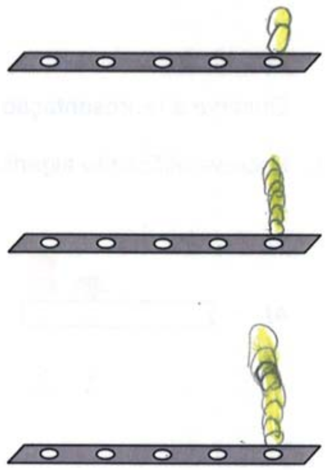
CATARINA

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



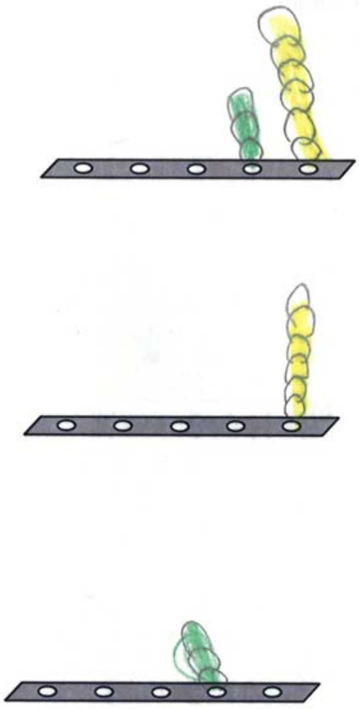
6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação

$$\begin{array}{r} 36 \\ -\ 6 \\ \hline 30 \end{array}$$

A4

R: A Luísa ficou com 30 lápis.

A12

# Escola Superior de Educação João de Deus

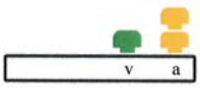
*Docente: Maria Filomena Caldeira*

A12

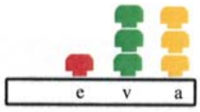
**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

a) 

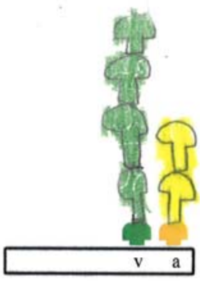

1 2

b) 


1 3 2

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

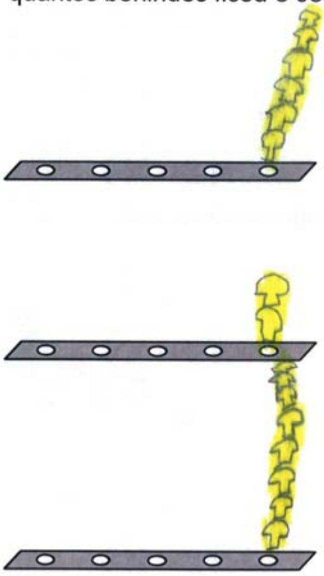
a) 


5 3

b) 

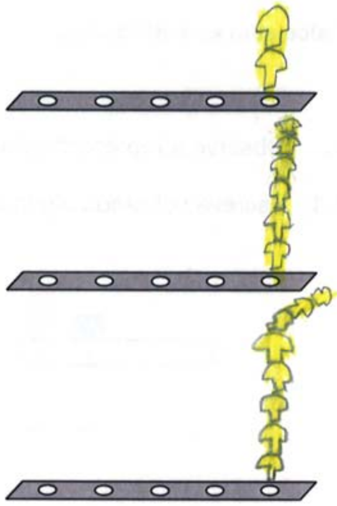

2 4 6

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



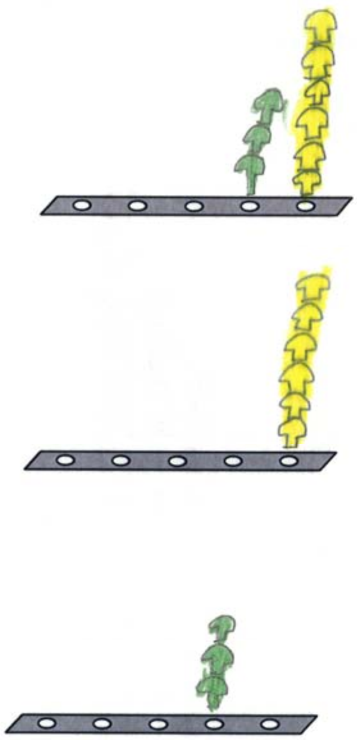
6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação

$$\begin{array}{r} 36 \\ -6 \\ \hline 30 \end{array}$$

A.12

R: A Louisa ficou com 30 lápis.

Escola Superior de Educação João de Deus

Docente: Maria Filomena Caldeira

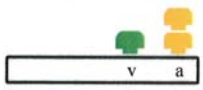
A 25

**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

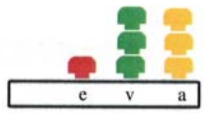
**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

**a)**




1 2

**b)**

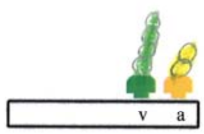



1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

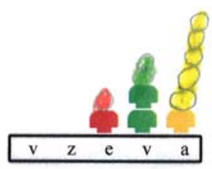
**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

**a)**




5 3

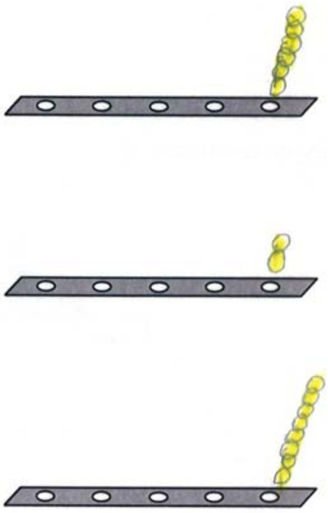
**b)**




2 4 6

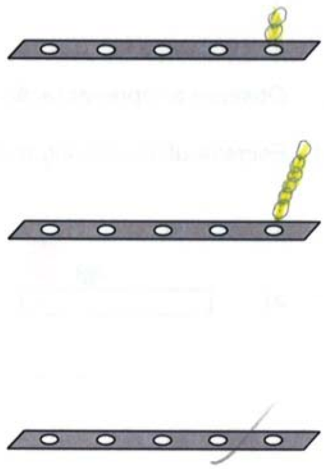
Sofia

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



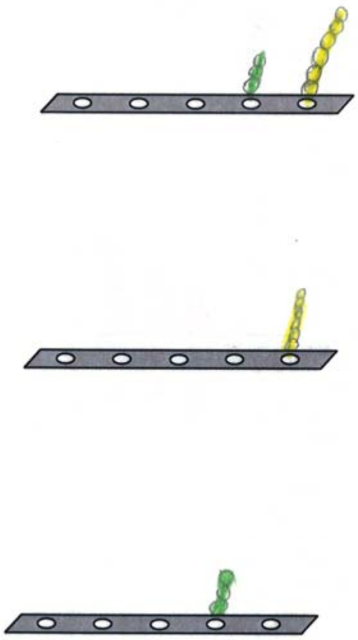
6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação

36 - 6 = 30

$$\begin{array}{r} 36 \\ -\ 6 \\ \hline 30 \end{array}$$

A25

R: A Luísa ficou 30 lápis.

E1

# Escola Superior de Educação João de Deus

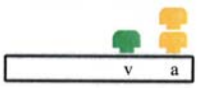
*Docente: Maria Filomena Caldeira*

E1

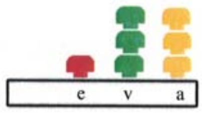
**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

a) 

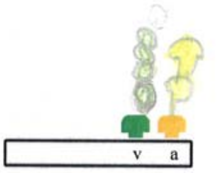

1 2

b) 


1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

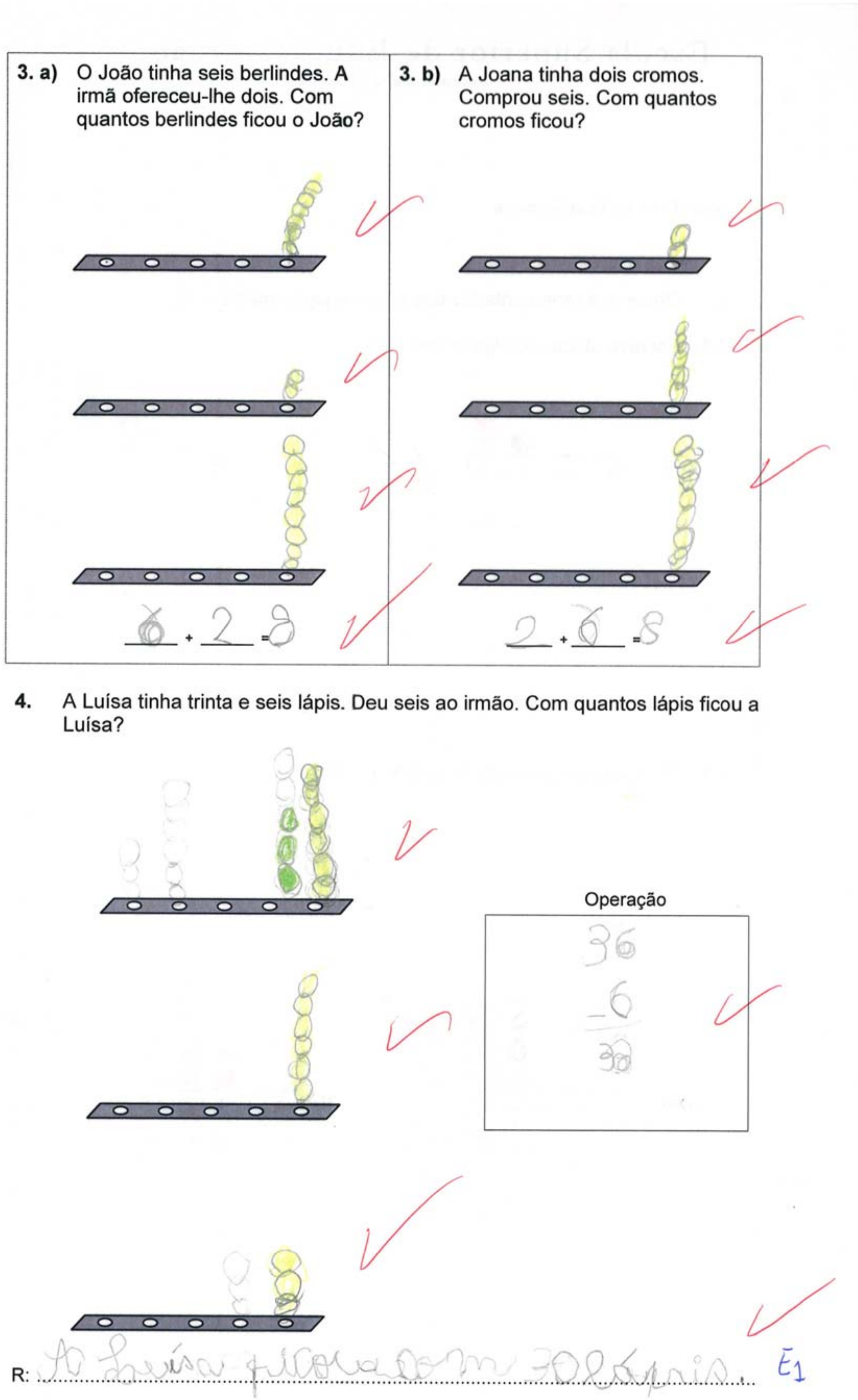
**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

a) 


5 3

b) 


2 4 6



**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?

6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?

2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?

Operação

36
−6
30

R: A Luísa ficou com 30 lápis. E1

# Escola Superior de Educação João de Deus

**Docente: Maria Filomena Caldeira**

E5

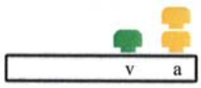
E5

**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

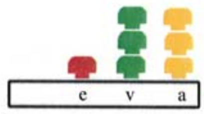
**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

**a)**




1 2

**b)**

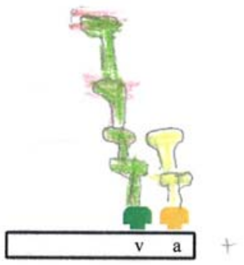



1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

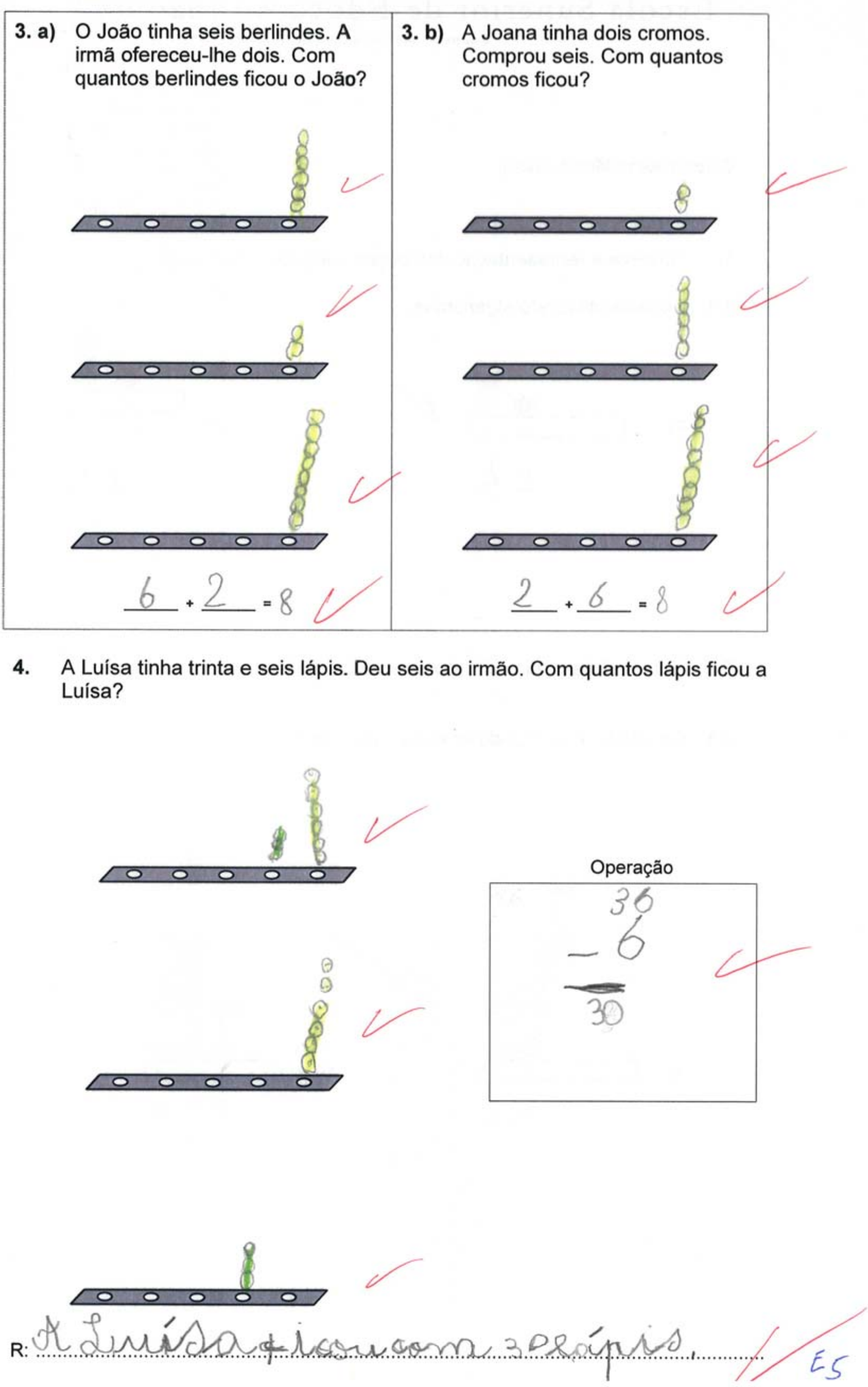
**a)**




5 3

**b)**


2 4 6



**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?

6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?

2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?

Operação

36
− 6
30

R: A Luísa ficou com 30 lápis.

ES

# Escola Superior de Educação João de Deus

**Docente: Maria Filomena Caldeira**

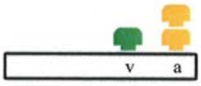
EX

E7

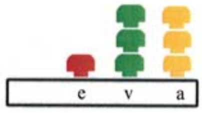
**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

**a)** 

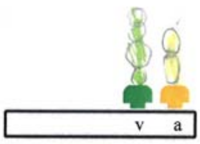

1 2

**b)** 

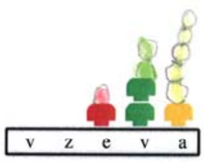

1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

**a)** 

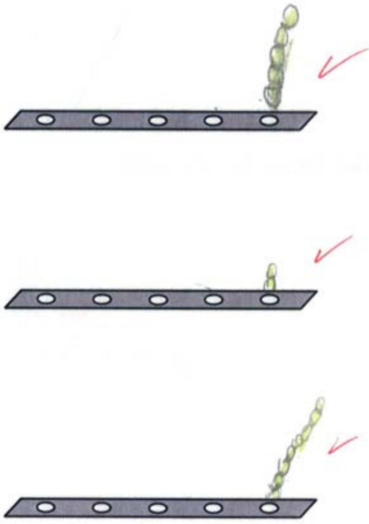

5 3

**b)** 


2 4 6

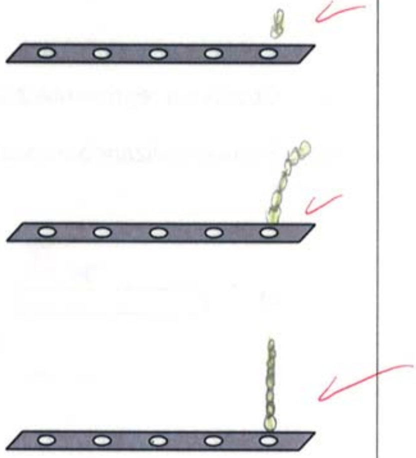
leu com ajuda

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



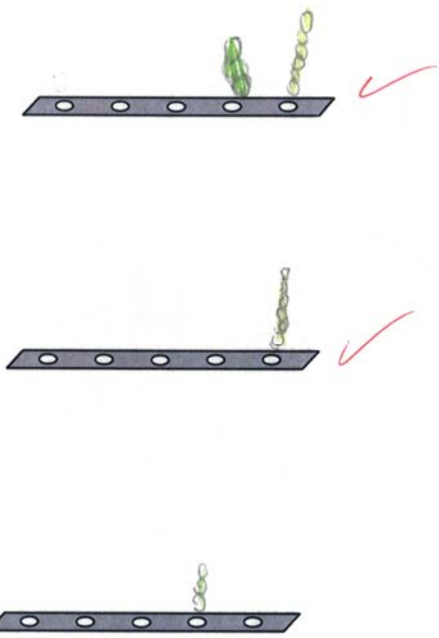
6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação

$$\begin{array}{r} 36 \\ -\ 6 \\ \hline 30 \end{array}$$

R: a Luísa ficou com 30 lápis

E7

# Escola Superior de Educação João de Deus

*Docente: Maria Filomena Caldeira*

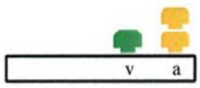
$M_1$

**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

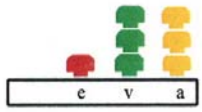
**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

a)




1 2

b)

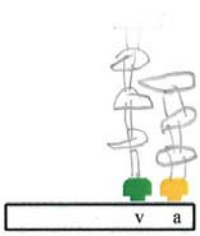



1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

a)

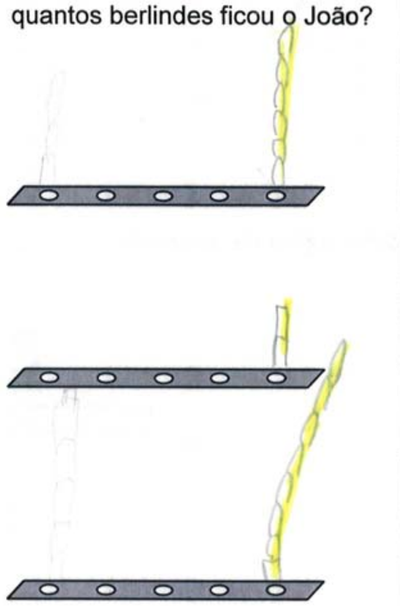



5 3

b)

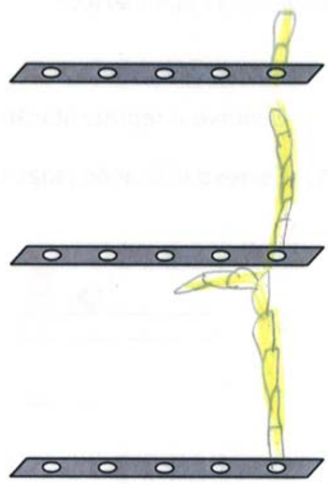

2 4 6

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?

Operação

36+6=3

M1

R: ..........................................................................................

# Escola Superior de Educação João de Deus

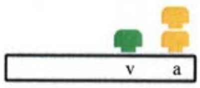
Docente: Maria Filomena Caldeira

M16

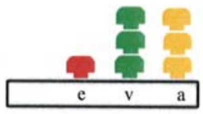
**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

**a)** 

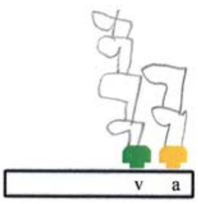

1 2

**b)** 


1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

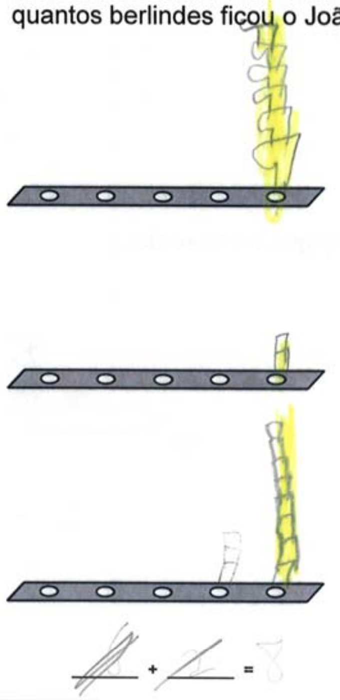
**a)** 


5 3

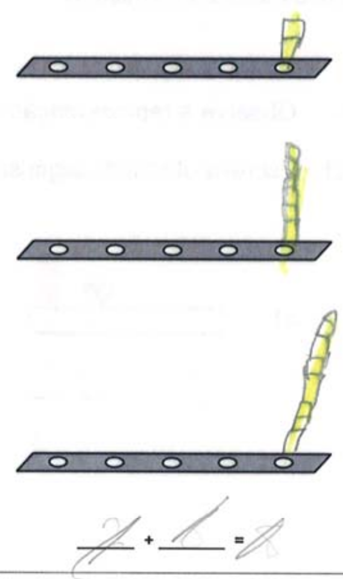
**b)** 


2 4 6

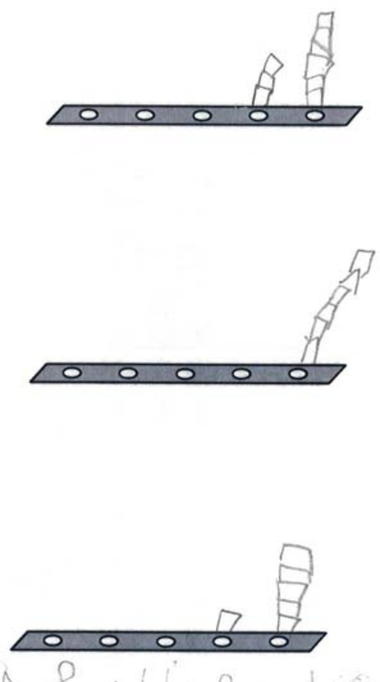
**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



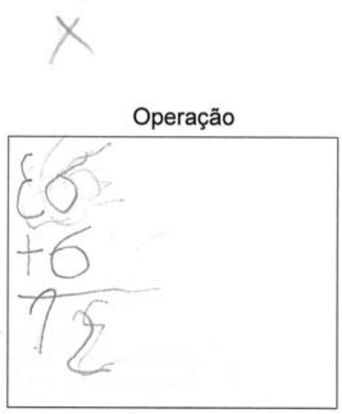
**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação



M16

R: ........................................................................................................

# Escola Superior de Educação João de Deus

Docente: Maria Filomena Caldeira

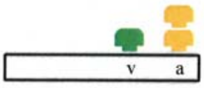
M17

**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

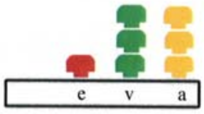
**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

**a)**




1 2

**b)**

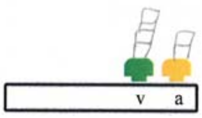



1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

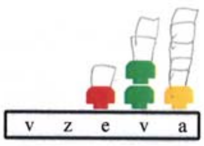
**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

**a)**



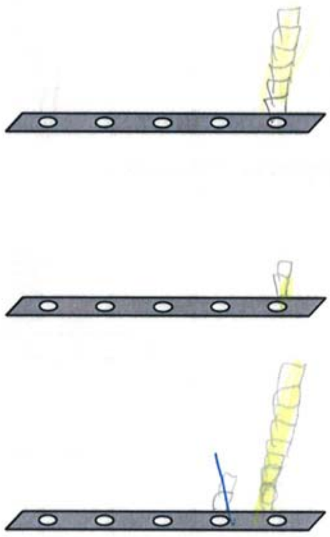

5 3

**b)**



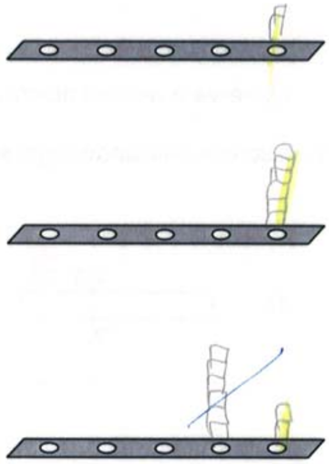

2 4 6

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



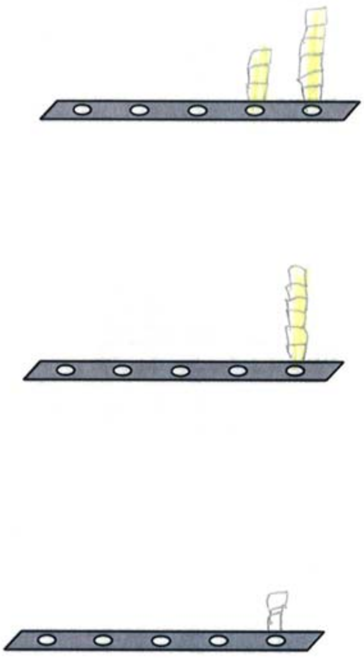
6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação

36
-6
3

M17

R: [illegible]

0 10

# Escola Superior de Educação João de Deus

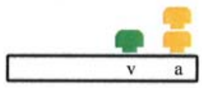
**Docente: Maria Filomena Caldeira**

0,10

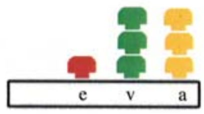
**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

a) 

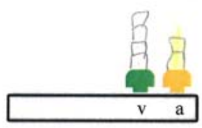

1 2

b) 

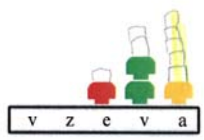

1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

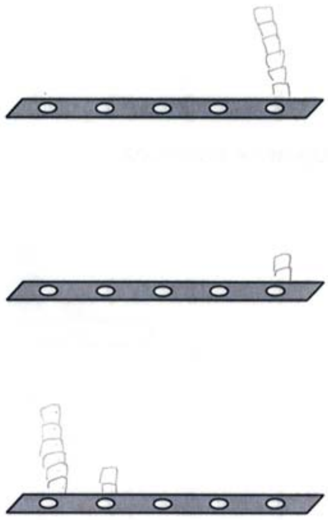
a) 


5 3

b) 


2 4 6

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?

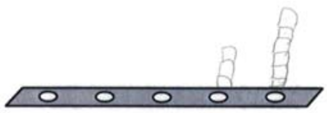


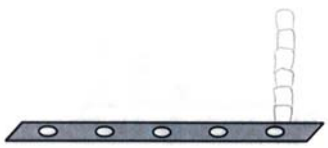
6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?

2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?





Operação

36
-6
3

R: A Luísa ficou com 3 lápis

010

# Escola Superior de Educação João de Deus

*Docente: Maria Filomena Caldeira*

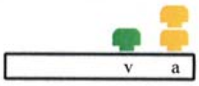
013

0 13

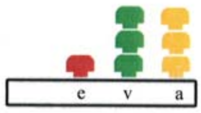
**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

a) 

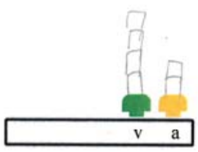

1 2

b) 

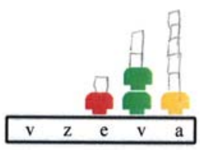

1 3 2

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

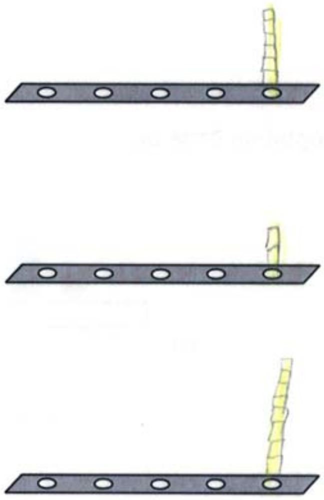
a) 


5 3

b) 

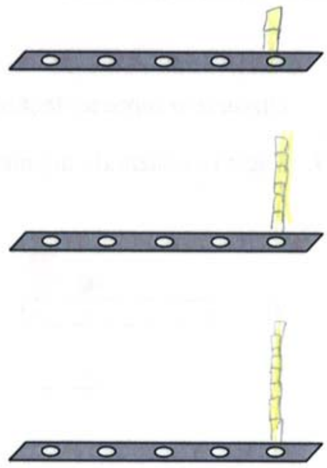

2 4 6

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?

Operação

$$\begin{array}{r} 36 \\ +\ 6 \\ \hline 37 \end{array}$$

R: A Luisa ficou com 31 lapis

022

# Escola Superior de Educação João de Deus

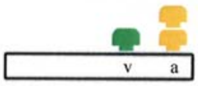
Docente: Maria Filomena Caldeira

0 22

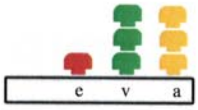
**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

a) 

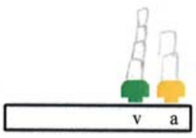

1 2

b) 

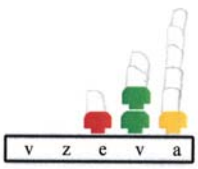

1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

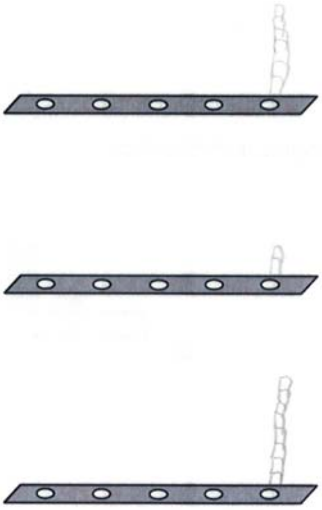
a) 


5 3

b) 


2 4 6

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?

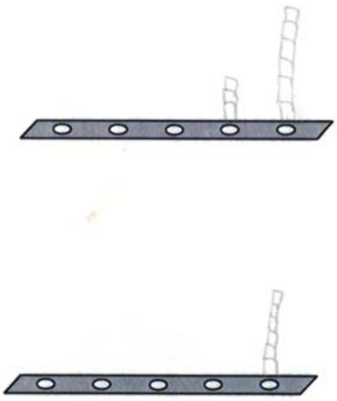


6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?

2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação

36+6=

022

R: A Luisa ficou com 15 lápis

# Escola Superior de Educação João de Deus

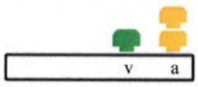
*Docente: Maria Filomena Caldeira*

S7

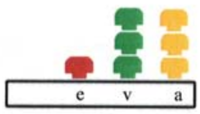
**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

a) 

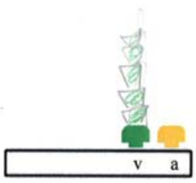

1 2

b) 


4 3 2

**2.** Leia o número que está representado na placa.

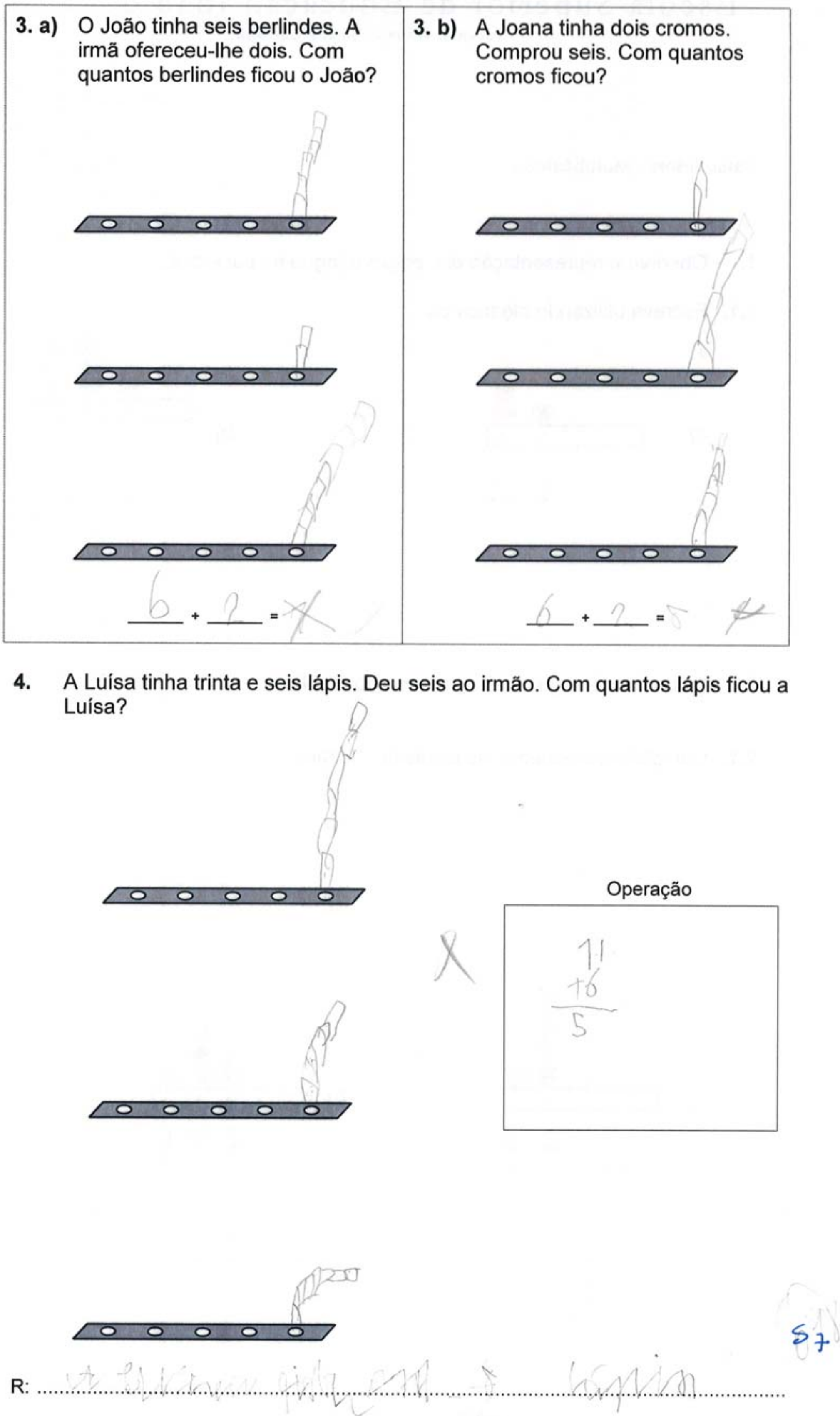
**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

a) 


5 3

b) 


2 4 6



**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?

6 + 2 = X

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?

6 + 2 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?

Operação

11
+6
5

R: ..............................................

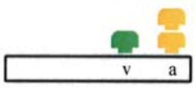
# Escola Superior de Educação João de Deus

Docente: Maria Filomena Caldeira

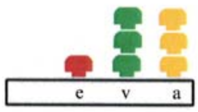
**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

a) 

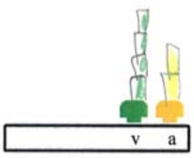

1 2

b) 

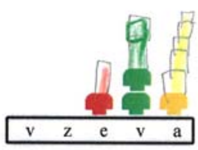

1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

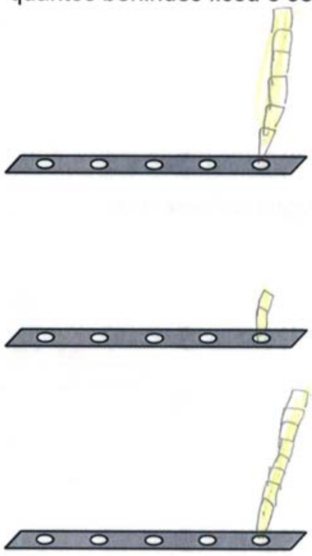
a) 


5 3

b) 

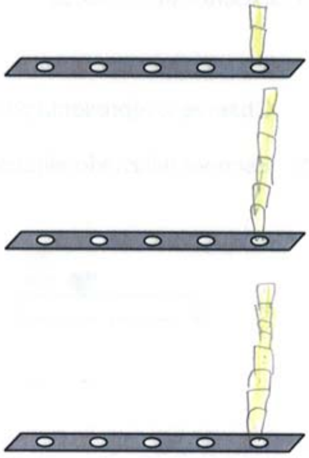

2 4 6

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



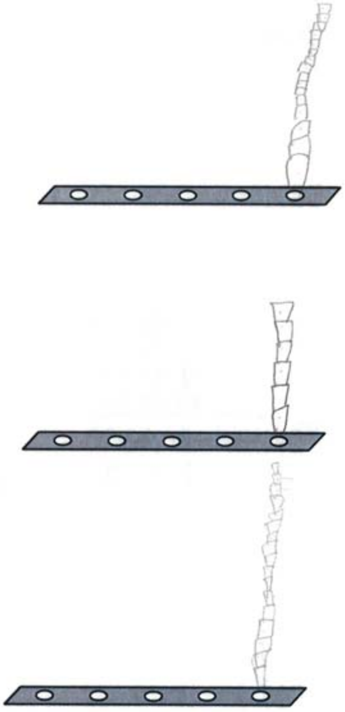
6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação

36+6=13

515

R: A Luísa ficou com 13 lápis

# Escola Superior de Educação João de Deus

**Docente: Maria Filomena Caldeira**

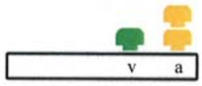
S16

**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

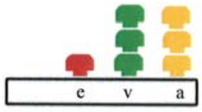
**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

**a)**




1 2

**b)**

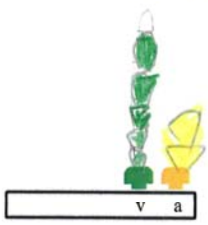



1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

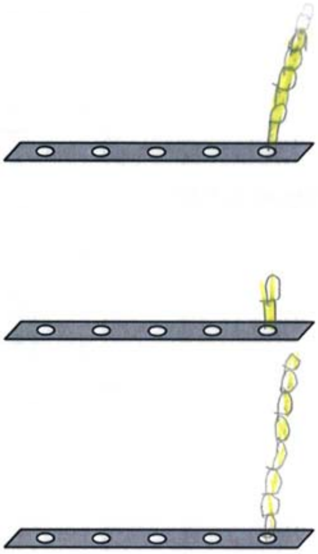
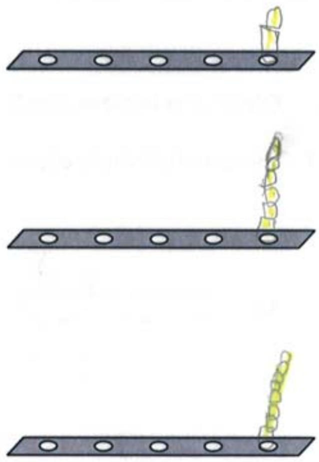
**a)**



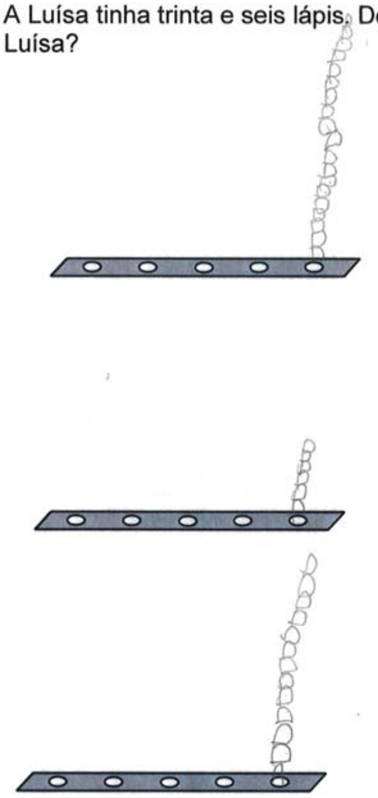

5 3

**b)**


2 4 6

| | |
|---|---|
| **3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João? | **3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou? |
|  |  |
| 6 + 2 = 8 | 2 + 6 = 8 |

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação

$$\begin{array}{r} 20 \\ +0 \\ \hline 13 \end{array}$$

816

R: A Luisa ficou com 26 + 0 lápis

# Escola Superior de Educação João de Deus

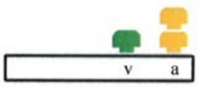
*Docente: Maria Filomena Caldeira*

T6

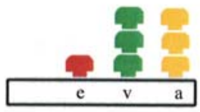
**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

a) 

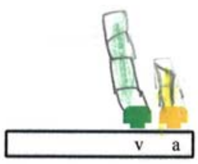

1 2

b) 

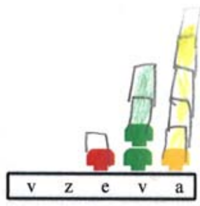

1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

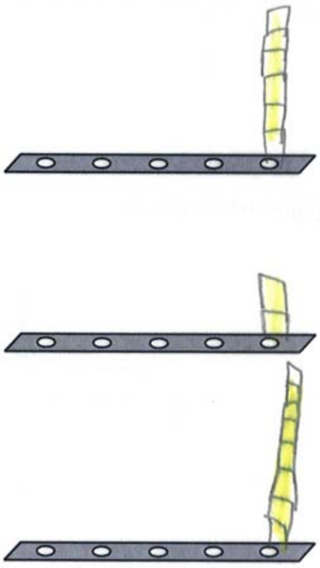
a) 


5 3

b) 

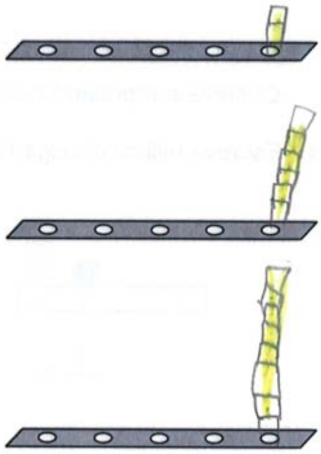

2 4 6

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?

Operação

36
5
~~3+0~~=7

R: R. A Lusioa ficou com lápio

# Escola Superior de Educação João de Deus

*Docente: Maria Filomena Caldeira*

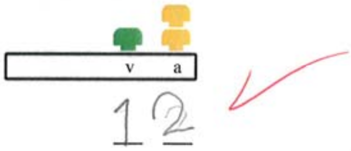
T13

**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

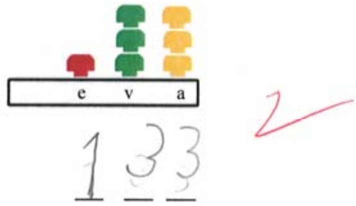
**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

**a)**




12

**b)**

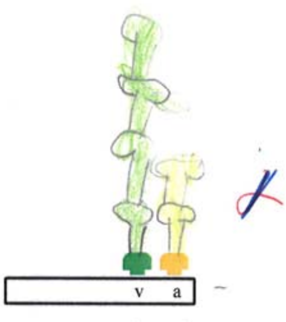



133

**2.** Leia o número que está representado na placa.

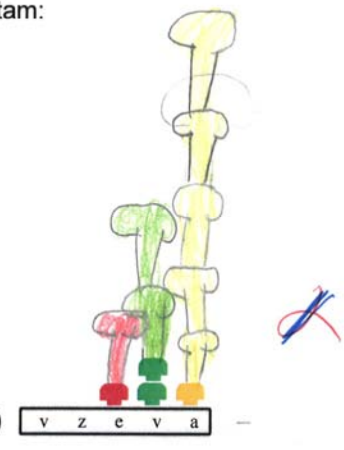
**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

**a)**

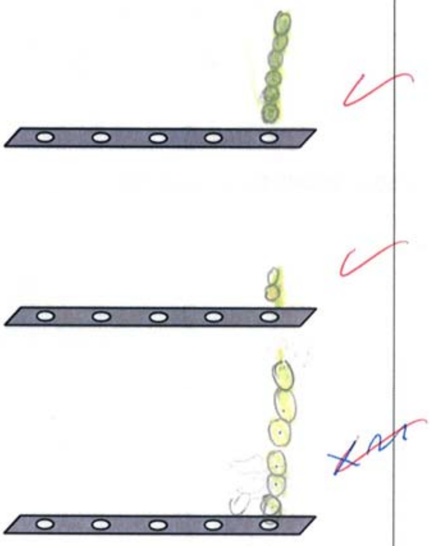
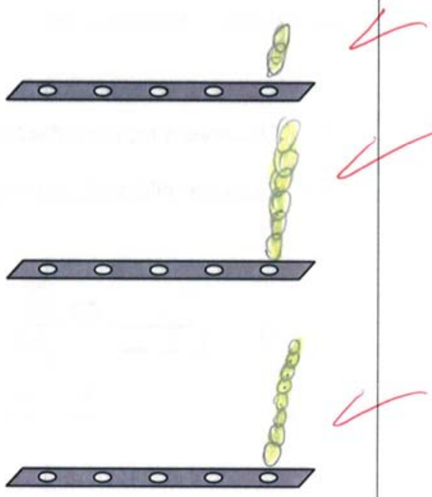



5 3

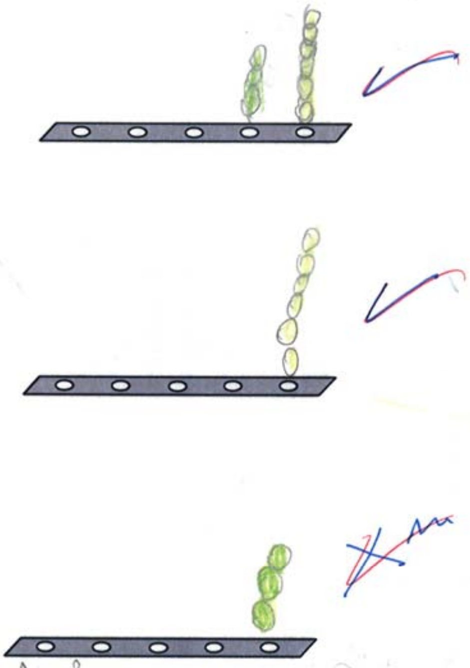
**b)**




2 4 6

| **3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João? | **3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou? |
|---|---|
|  |  |
| 6 + 2 = 8 | 2 + 6 = 8 |

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação

$$\begin{array}{r} 36 \\ -6 \\ \hline 30 \end{array}$$

T 13

R: [illegible]

# Escola Superior de Educação João de Deus

**Docente: Maria Filomena Caldeira**

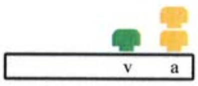
T16

**Calculadores Multibásicos**

**1.** Observe a representação das peças e jogue na base dez:

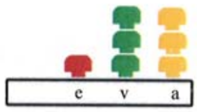
**1.1.** Escreva utilizando algarismos.

**a)**




1 2

**b)**

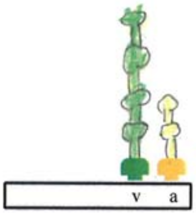



1 3 3

**2.** Leia o número que está representado na placa.

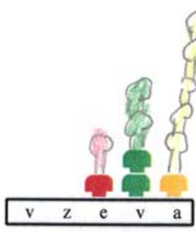
**2.1.** Complete desenhando as peças que faltam:

**a)**



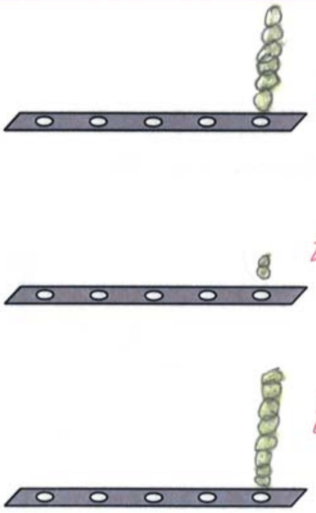

5 3

**b)**



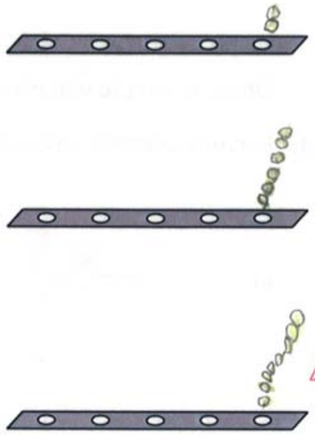

2 4 6

**3. a)** O João tinha seis berlindes. A irmã ofereceu-lhe dois. Com quantos berlindes ficou o João?



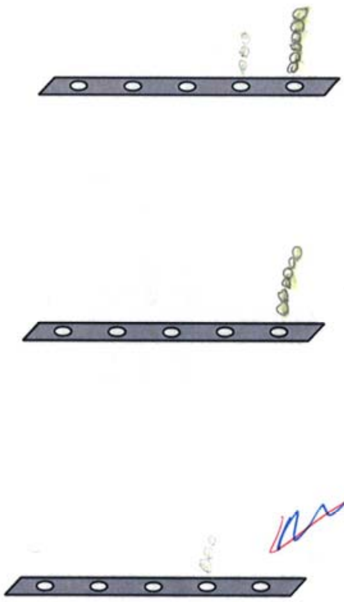
6 + 2 = 8

**3. b)** A Joana tinha dois cromos. Comprou seis. Com quantos cromos ficou?



2 + 6 = 8

**4.** A Luísa tinha trinta e seis lápis. Deu seis ao irmão. Com quantos lápis ficou a Luísa?



Operação


T
16

R: ..........................................................................................

# 4. Tabelas de respostas do material Cuisenaire

## Turma A

| Alunos | 1 | 1.1 | 1.2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A1 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A2 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A3 | V | / | V | V | / | V | V | V | 87,5% |
| A4 | V | X | X | V | / | / | V | / | 56,3% |
| A5 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A6 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A7 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A8 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A9 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A10 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A11 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A12 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A13 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A14 | / | X | X | X | X | X | X | X | 6,3% |
| A15 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A16 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A17 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A18 | V | V | V | V | V | V | V | / | 93,8% |
| A19 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A20 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A21 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A22 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A23 | V | V | V | X | V | X | V | X | 62,5% |
| A24 | V | V | V | V | V | V | V | / | 93,8% |
| Média | 97,9% | 89,6% | 91,7% | 91,7% | 91,7% | 89,6% | 95,8% | 85,4% | 91,7% |

**Turma E**

| Alunos | 1 | 1.1 | 1.2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| E1 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E2 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E3 | V | V | V | V | V | / | V | V | 93,8% |
| E4 | V | V | V | X | V | / | V | V | 81,3% |
| E5 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E6 | V | V | V | V | V | / | V | V | 93,8% |
| E7 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E8 | V | V | / | V | V | V | V | V | 93,8% |
| E9 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E10 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E11 | V | / | V | V | V | V | V | V | 93,8% |
| E12 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E13 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E14 | V | V | V | V | V | V | / | V | 93,8% |
| E15 | V | V | V | X | V | V | V | V | 87,5% |
| E16 | V | V | V | V | V | / | V | V | 93,8% |
| E17 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E18 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E19 | V | V | V | V | V | V | V | / | 93,8% |
| E20 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E21 | V | V | V | X | V | V | V | V | 87,5% |
| E22 | V | V | V | X | V | V | V | V | 87,5% |
| E23 | V | V | V | V | V | V | V | / | 93,8% |
| E24 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E25 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E26 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E27 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E28 | X | V | V | V | V | V | V | V | 87,5% |
| E29 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| Média | 96,6% | 98,3% | 98,3% | 86,2% | 100,0% | 93,1% | 98,3% | 96,6% | **95,9%** |

## Turma M

| Alunos | 1 | 1.1 | 1.2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M1 | V | X | X | X | X | V | X | X | 25,0% |
| M2 | V | X | X | X | / | / | / | X | 31,3% |
| M3 | X | X | X | X | / | / | / | X | 18,8% |
| M4 | V | X | X | X | / | V | / | / | 43,8% |
| M5 | V | X | X | X | X | / | / | V | 37,5% |
| M6 | V | X | X | X | / | V | V | X | 43,8% |
| M7 | V | X | X | X | V | V | V | V | 62,5% |
| M8 | / | X | X | X | / | / | X | / | 25,0% |
| M9 | V | X | X | X | X | V | X | X | 25,0% |
| M10 | V | X | X | X | X | / | V | X | 31,3% |
| M11 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| M12 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| M13 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| M14 | V | X | X | X | X | / | X | X | 18,8% |
| M15 | / | X | X | X | X | X | X | X | 6,3% |
| M16 | V | X | X | X | X | / | V | V | 43,8% |
| M17 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| M18 | V | X | X | X | X | / | / | V | 37,5% |
| M19 | V | X | X | X | V | V | / | V | 56,3% |
| M20 | V | X | X | X | V | / | X | X | 31,3% |
| M21 | V | X | X | X | V | / | X | V | 43,8% |
| M22 | V | X | X | X | X | V | V | V | 50,0% |
| M23 | V | X | X | X | X | / | V | / | 37,5% |
| M24 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| M25 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| Média | 92,00% | 0,00% | 0,00% | 0,00% | 26,00% | 74,00% | 60,00% | 46,00% | **37,25%** |

**Turma O**

| Alunos | 1 | 1.1 | 1.2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| O1 | V | V | V | X | V | V | V | V | 87,5% |
| O2 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O4 | V | X | X | X | X | V | / | X | 31,3% |
| O5 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O6 | V | V | V | X | V | V | V | V | 87,5% |
| O7 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O8 | V | V | V | X | V | V | V | V | 87,5% |
| O9 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O10 | V | V | V | V | V | V | V | / | 93,8% |
| O11 | V | V | V | V | V | / | V | V | 93,8% |
| O12 | V | V | V | V | V | / | V | V | 93,8% |
| O13 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O14 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O15 | V | V | V | V | V | / | V | / | 87,5% |
| O16 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O17 | V | V | V | V | V | V | V | / | 93,8% |
| O18 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O19 | V | V | / | X | V | V | V | V | 81,3% |
| O20 | V | V | V | X | V | V | V | / | 81,3% |
| O21 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O22 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O23 | V | V | V | X | V | V | V | / | 81,3% |
| O24 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O25 | V | X | X | X | / | V | V | X | 43,8% |
| O26 | V | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O28 | / | / | X | V | V | V | V | X | 62,5% |
| O29 | V | V | V | V | V | V | V | / | 93,8% |
| **Média** | 98,15% | 90,74% | 87,04% | 70,37% | 94,44% | 94,44% | 98,15% | 77,78% | **88,89%** |

## Turma S

| Alunos | 1 | 1.1 | 1.2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S1 | V | X | X | X | X | V | X | X | 25,0% |
| S2 | V | X | X | X | X | / | / | X | 25,0% |
| S3 | X | X | X | X | X | / | / | X | 12,5% |
| S4 | V | X | X | X | / | V | / | / | 43,8% |
| S5 | V | X | X | X | X | / | / | V | 37,5% |
| S6 | V | X | X | X | / | V | V | X | 43,8% |
| S7 | V | X | X | X | V | V | V | V | 62,5% |
| S8 | / | X | X | X | / | / | X | / | 25,0% |
| S9 | V | X | X | X | X | V | X | X | 25,0% |
| S10 | V | X | X | X | X | / | V | X | 31,3% |
| S11 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| S12 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| S13 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| S14 | V | X | X | X | X | / | X | X | 18,8% |
| S15 | / | X | X | X | X | X | X | X | 6,3% |
| S16 | V | X | X | X | X | / | V | V | 43,8% |
| S17 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| S18 | V | X | X | X | X | / | / | V | 37,5% |
| S19 | V | X | X | X | V | V | / | V | 56,3% |
| S20 | V | X | X | X | / | / | X | X | 25,0% |
| S21 | V | X | X | X | / | / | X | V | 37,5% |
| S22 | V | X | X | X | X | V | V | V | 50,0% |
| S23 | V | X | X | X | X | / | V | / | 37,5% |
| Média | 91,3% | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 19,6% | 71,7% | 56,5% | 45,7% | 35,6% |

**Turma T**

| Alunos | 1 | 1.1 | 1.2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T1 | V | X | X | X | X | V | X | X | 25,0% |
| T2 | V | X | X | X | X | / | / | X | 25,0% |
| T3 | / | X | X | X | / | / | / | X | 25,0% |
| T4 | V | X | X | X | / | V | / | / | 43,8% |
| T5 | V | X | X | X | X | / | / | V | 37,5% |
| T6 | V | X | X | X | / | V | V | X | 43,8% |
| T7 | V | X | X | X | V | V | V | V | 62,5% |
| T8 | / | X | X | X | / | / | X | / | 25,0% |
| T9 | V | X | X | X | X | V | X | X | 25,0% |
| T10 | V | X | X | X | X | / | V | X | 31,3% |
| T11 | / | X | X | X | X | V | V | / | 37,5% |
| T12 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| T13 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| T14 | V | X | X | X | X | / | X | X | 18,8% |
| T15 | V | X | X | X | X | X | X | X | 12,5% |
| T16 | V | X | X | X | X | / | V | V | 43,8% |
| T17 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| T18 | V | X | X | X | X | / | / | V | 37,5% |
| T19 | V | X | X | X | V | V | / | V | 56,3% |
| T20 | V | X | X | X | / | / | X | X | 25,0% |
| T21 | V | X | X | X | V | / | X | V | 43,8% |
| T22 | V | X | X | X | X | V | V | V | 50,0% |
| T23 | V | X | X | X | X | / | V | / | 37,5% |
| T24 | X | X | X | X | X | V | V | / | 31,3% |
| T25 | V | X | X | X | X | V | V | / | 43,8% |
| T26 | X | X | X | X | V | X | X | X | 12,5% |
| T27 | V | X | X | X | X | / | X | / | 25,0% |
| T28 | / | X | X | X | X | V | X | / | 25,0% |
| T29 | X | X | X | X | X | V | X | / | 18,8% |
| Média | 82,8% | 0,0% | 0,0% | 0,0% | 22,4% | 72,4% | 51,7% | 44,8% | 34,3% |

# 5. Tabelas das respostas do material Calculadores Multibásicos

## Turma A

| Alunos | 1.a) | 1.b) | 2.a) | 2.b) | 3.a) | 3.b) | 4 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A1 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A2 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A3 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A4 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A5 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A6 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A8 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A9 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A10 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A11 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A12 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A13 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A14 | / | V | V | V | V | V | X | 78,6% |
| A15 | V | V | V | X | V | V | V | 85,7% |
| A16 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A17 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A18 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A19 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A20 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A21 | V | V | V | V | V | V | / | 92,9% |
| A22 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A23 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A24 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| A25 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| **Média** | 97,9% | 100,0% | 100,0% | 95,8% | 100,0% | 100,0% | 93,8% | **98,21%** |

## Turma E

| Alunos | 1.a) | 1.b) | 2.a) | 2.b) | 3.a) | 3.b) | 4 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| E1 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E2 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E3 | V | V | / | X | V | V | V | 78,6% |
| E4 | V | V | X | X | V | V | V | 71,4% |
| E5 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E6 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E7 | V | V | V | / | V | V | V | 92,9% |
| E8 | V | V | X | / | V | V | V | 78,6% |
| E9 | V | V | / | V | V | V | V | 92,9% |
| E10 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E11 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E12 | V | V | X | X | V | V | V | 71,4% |
| E13 | V | V | / | X | V | V | V | 78,6% |
| E14 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E15 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E16 | V | V | V | X | V | V | V | 85,7% |
| E17 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E18 | V | V | V | V | V | V | / | 92,9% |
| E19 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E20 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E21 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E22 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E23 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E24 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E25 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E26 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E27 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| E28 | V | V | V | / | V | V | V | 92,9% |
| **Média** | 100,0% | 100,0% | 83,93% | 76,8% | 100,0% | 100,0% | 98,2% | **94,1%** |

## Turma M

| Alunos | 1.a) | 1.b) | 2.a) | 2.b) | 3.a) | 3.b) | 4 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M1 | V | V | X | X | V | V | X | 57,1% |
| M2 | V | V | X | X | / | V | X | 50,0% |
| M3 | / | X | X | X | / | / | X | 21,4% |
| M4 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| M5 | V | V | / | / | / | / | / | 64,3% |
| M6 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| M7 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| M8 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| M9 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| M10 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| M11 | V | V | / | / | X | / | X | 50,0% |
| M12 | V | V | / | / | / | / | X | 57,1% |
| M13 | V | V | / | / | / | / | X | 57,1% |
| M14 | V | V | X | V | / | / | X | 57,1% |
| M15 | V | V | V | V | / | / | X | 71,4% |
| M16 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| M17 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| M18 | V | V | V | V | / | / | X | 71,4% |
| M19 | V | X | X | X | / | / | X | 28,6% |
| M20 | X | X | X | V | X | X | X | 14,3% |
| M21 | V | V | V | V | X | X | X | 57,1% |
| M22 | / | X | V | V | X | X | X | 35,7% |
| Média | 90,9% | 81,8% | 50,0% | 59,1% | 34,1% | 38,6% | 2,3% | 51,0% |

**Turma O**

| Alunos | 1.a) | 1.b) | 2.a) | 2.b) | 3.a) | 3.b) | 4 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| O2 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O5 | / | / | V | V | / | / | X | 57,1% |
| O6 | V | V | V | X | V | V | X | 71,4% |
| O8 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| O9 | V | V | V | V | V | / | X | 78,6% |
| O10 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| O11 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| O12 | V | V | X | X | V | V | X | 57,1% |
| O13 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| O14 | V | V | V | V | V | / | X | 78,6% |
| O15 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O16 | V | V | V | V | V | V | / | 92,9% |
| O17 | V | X | X | X | V | V | X | 42,9% |
| O18 | X | V | X | X | V | V | X | 42,9% |
| O19 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| O20 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| O21 | V | V | V | V | X | V | X | 71,4% |
| O22 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| O23 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| O24 | V | V | V | V | V | V | / | 92,9% |
| O25 | V | V | V | V | V | V | V | 100,0% |
| O26 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| O27 | X | X | X | X | / | / | V | 28,6% |
| O28 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| O29 | V | V | V | V | / | / | X | 71,4% |
| Média | 90,0% | 90,0% | 84,0% | 80,0% | 90,0% | 90,0% | 20,0% | 77,7% |

**Turma S**

| Alunos | 1.a) | 1.b) | 2.a) | 2.b) | 3.a) | 3.b) | 4 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| S1 | V | V | X | X | V | V | X | 57,1% |
| S2 | V | V | X | X | / | V | X | 50,0% |
| S3 | / | X | X | X | / | / | X | 21,4% |
| S4 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| S5 | V | V | / | / | / | / | / | 64,3% |
| S6 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| S7 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| S8 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| S9 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| S10 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| S11 | V | V | / | / | X | / | X | 50,0% |
| S12 | V | V | / | / | / | / | X | 57,1% |
| S13 | V | V | / | / | / | / | X | 57,1% |
| S14 | V | V | X | V | / | / | X | 57,1% |
| S15 | V | V | V | V | / | / | X | 71,4% |
| S16 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| S17 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| S18 | V | V | V | V | / | / | X | 71,4% |
| S19 | V | X | X | X | / | / | X | 28,6% |
| S20 | X | X | X | V | X | X | X | 14,3% |
| S21 | V | V | V | V | X | X | X | 57,1% |
| S22 | / | X | V | V | X | X | X | 35,7% |
| S23 | / | X | / | V | / | X | X | 35,7% |
| **Média** | 89,1% | 78,3% | 50,0% | 60,9% | 34,8% | 37,0% | 2,2% | **50,3%** |

**Turma T**

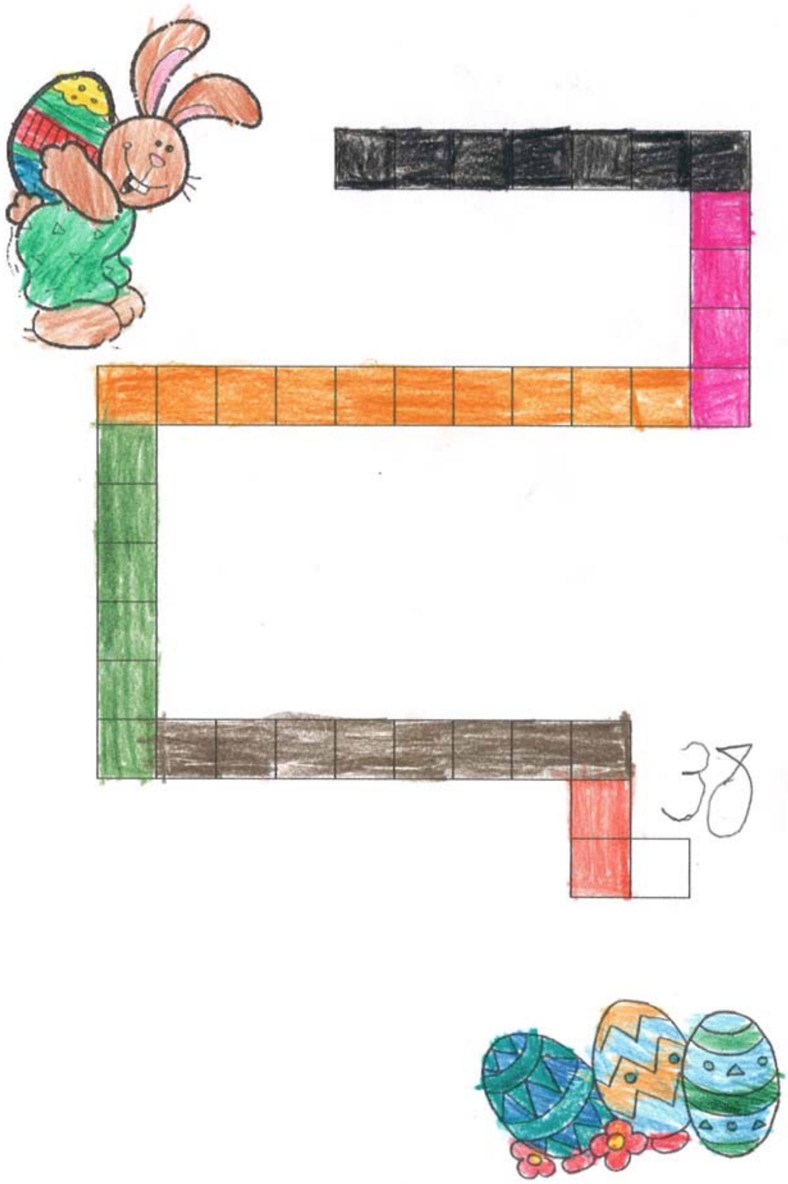
| Alunos | 1.a) | 1.b) | 2.a) | 2.b) | 3.a) | 3.b) | 4 | Média |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T1 | V | V | X | X | V | V | X | 57,1% |
| T2 | V | V | X | X | / | V | X | 50,0% |
| T3 | / | X | X | X | / | / | X | 21,4% |
| T4 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| T5 | V | V | / | / | / | / | / | 64,3% |
| T6 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| T7 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| T8 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| T9 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| T10 | V | V | / | / | X | X | X | 42,9% |
| T11 | V | V | / | / | X | / | X | 50,0% |
| T12 | V | V | / | / | / | / | X | 57,1% |
| T13 | V | V | / | / | / | / | X | 57,1% |
| T14 | V | V | X | V | / | / | X | 57,1% |
| T15 | V | V | V | V | / | / | X | 71,4% |
| T16 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| T17 | V | V | V | V | V | V | X | 85,7% |
| T18 | V | V | V | V | / | / | X | 71,4% |
| T19 | V | X | X | X | / | / | X | 28,6% |
| T20 | X | X | X | V | X | X | X | 14,3% |
| T21 | V | V | V | V | X | X | X | 57,1% |
| T22 | / | X | V | V | X | X | X | 35,7% |
| T23 | / | V | V | / | X | / | X | 50,0% |
| T24 | V | / | / | / | / | / | X | 50,0% |
| T25 | V | / | V | / | / | X | / | 57,1% |
| T26 | / | V | / | / | X | X | / | 42,9% |
| T27 | V | V | X | / | V | X | X | 50,0% |
| T28 | V | V | / | / | / | / | X | 57,1% |
| T29 | V | / | X | / | X | / | X | 35,7% |
| **Média** | 89,7% | 81,0% | 50,0% | 56,9% | 34,5% | 36,2% | 5,2% | **50,5%** |

# 6. Exemplo de actividade criativa com o material Cuisenaire

Jardim-Escola João de Deus - Alvalade

A10

Descubra o caminho que leva o coelhinho até aos ovinhos da Páscoa, fazendo a sua construção, com as peças do Cuisenaire.
No final, pode pintar com as respectivas cores.




Nome: Duarte A10 Data: 2-04-08