

## As representações matemáticas nos manuais escolares para o ensino básico

Isabel Cláudia Nogueira<sup>1</sup>, Emília Machado<sup>2</sup>, Luísa Azevedo<sup>2</sup>  
isa.claudia@esepf.pt, milita.machado@hotmail.com, luisa\_9576@hotmail.com

<sup>1</sup>Centro de Investigação Paula Frassinetti, Portugal

<sup>2</sup>Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti, Portugal

### Resumo

Em contextos de Educação Básica, a compreensão de conceitos, relações, operações e mesmo procedimentos matemáticos é indissociável das suas representações. Dado o carácter eminentemente abstrato das ideias e dos objetos matemáticos, só é possível raciocinar sobre eles e realizar inferências fundamentadas usando representações, que são por isso instrumentos indispensáveis à organização, ao registo e à comunicação do conhecimento matemático. Reconhecido o protagonismo dos manuais escolares nos processos de aprendizagem dos alunos, desde os primeiros anos de escolaridade e tanto dentro como fora da sala de aula, as representações matemáticas disponibilizadas por estes materiais curriculares merecem-nos especial atenção. Com esta apresentação, propomo-nos partilhar resultados obtidos em um estudo empírico desenvolvido no Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico: centrado nas representações matemáticas patentes em manuais escolares direcionadas ao domínio da Organização e Tratamento de Dados, procedeu-se à análise documental de quatro manuais escolares de significativa adoção no âmbito nacional, dois para o 1.º Ciclo e dois para o 2.º Ciclo do Ensino Básico. A análise efetuada sugere uma maior prevalência de representações do tipo icónico nos manuais para ambos os ciclos de escolaridade, quer ao nível da apresentação de conteúdos quer nas atividades propostas aos alunos.

**Palavras-Chave:** representações matemáticas; manuais escolares; ensino básico; formação de professores

### 1 Introdução

Em contextos de Educação Básica, a compreensão de conceitos, relações, operações e mesmo procedimentos matemáticos é indissociável das suas representações. Dado o carácter eminentemente abstrato das ideias e dos objetos matemáticos, só é possível raciocinar sobre eles e realizar inferências fundamentadas usando representações, que são por isso instrumentos indispensáveis à organização, ao registo e à comunicação do conhecimento matemático. A par da linguagem oral, a linguagem escrita, que inclui todo o tipo de registos, assume grande importância na aprendizagem e no ensino da Matemática, porque permite o acesso dos alunos aos objetos e aos significados matemáticos, facilitando a sua compreensão; as representações matemáticas poderão, assim, ser consideradas “ferramentas essenciais para a comunicação e raciocínio sobre conceitos e informação em Matemática.” (Greeno & Hall, 1997, p. 362).

Atendendo ao papel central ocupado pelos manuais nas atividades escolares e dada a importância do desenvolvimento das capacidades matemáticas dos indivíduos logo nos primeiros anos de escolaridade - e que, tal como Serrazina, consideramos estarem “intimamente relacionadas com a qualidade das experiências iniciais em Matemática” (Castro, 2014, p. 10) -, as representações matemáticas oferecidas por estes materiais curriculares assumem especial relevância. A integração de atividades de observação, análise e avaliação deste tipo de materiais apresenta-se-nos, assim, como vetor indispensável na formação de professores do Ensino Básico.

Considerando fundamental desenvolver nos futuros professores a capacidade reflexiva sobre os materiais didáticos existentes e promover hábitos de análise crítica das propostas existentes, e subscrevendo abordagens pedagógicas que não desliguem teoria da prática, estabelecemos como eixo formativo prioritário a compreensão da realidade da Escola, pela mobilização integrada de saberes científicos, didáticos e educacionais - condição essencial a práticas pedagógicas e curriculares conscientes, consistentes e responsáveis.

Assim, no âmbito da unidade curricular Modelos e Representações da Matemática, integrada na componente de formação na área de docência em Matemática do Mestrado em Ensino do 1.º e do 2.º Ciclos do Ensino Básico na Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti, no Porto, foi desenvolvido um estudo exploratório centrado na identificação e análise crítica de representações matemáticas nas propostas pedagógicas disponibilizadas a alunos e professores em manuais escolares. Com este estudo, pretendia-se:

- (i) desenvolver a capacidade reflexiva e crítica dos estudantes, futuros professores, sobre os materiais didáticos existentes para o desenvolvimento de competência matemática;
- (ii) reconhecer implicações pedagógicas e curriculares resultantes da utilização destes recursos na aprendizagem da Matemática;
- (iii) promover a articulação teoria/prática, mediante a mobilização integrada de saberes científicos e didáticos.

Neste trabalho, serão apresentados os resultados obtidos por um dos grupos de estudantes a frequentar essa unidade curricular no ano letivo de 2014/2015.

## **2 Representações matemáticas e aprendizagem da matemática**

Nas últimas décadas verificou-se um aumento significativo da importância atribuída à disciplina de Matemática pelo Ministério da Educação, constatando-se igualmente uma grande evolução na valorização do papel das tarefas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Assumindo que os primeiros anos de escolaridade são extremamente importantes no desenvolvimento das capacidades matemáticas dos indivíduos, a qualidade, pertinência e adequação das experiências de aprendizagem que lhes são proporcionadas são determinantes não apenas aí mas com impacto em todo o seu percurso posterior.

A resolução de tarefas desempenha, por isso, um papel crucial no desenvolvimento do indivíduo desde os primeiros anos de escolaridade, uma vez que é nesta etapa que se deverá promover o desenvolvimento de competências relacionadas com o raciocínio, a representação matemática, o estabelecimento de conexões e a comunicação; partilhamos da ideia de Bishop e Goffree (1986) que a comunicação é a razão fundamental de todo o ensino, constituindo tanto o seu objetivo como o seu método.

Para Bruner (1999), todo o domínio de conhecimentos pode ser representado por um conjunto de ações adequadas à obtenção de determinado resultado, as representações ativas, por um conjunto de imagens que representam conceitos mas que não os definem totalmente, as representações icónicas, e por um conjunto de proposições lógicas ou simbólicas, fruto de um sistema de símbolos e regras, e que constituem as representações simbólicas.

Para Goldin (2000, 2008), uma representação é uma configuração de sinais, caracteres, ícones ou objetos que podem de alguma maneira significar ou 'representar' algo.

Duval (2004), por sua vez, considera que existem três tipos de representações: as mentais, que são as concepções que uma pessoa pode ter sobre um objeto ou sobre uma situação; as representações internas ou computacionais, caracterizadas pela execução automática de uma tarefa; as representações semióticas, que são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento. Esse sistema de representação permite preencher as funções de comunicação, objetivação e tratamento que são fundamentais para o funcionamento

cognitivo. O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas, que são externas e conscientes ao indivíduo.

Recupere-se novamente Bishop e Goffree (1986), que propõem quatro tipos principais de representações utilizadas nas aulas de Matemática - símbolos matemáticos, linguagem, figuras e objetos -, que, sustentadas em vocabulário próprio, exigem a sua aprendizagem pelos alunos para compreenderem as ideias matemáticas nelas incluídas.

Para Pinto e Canavarro (2012), as representações matemáticas são ferramentas essenciais à interpretação e resolução adequadas de problemas tanto para os alunos, porque permitem captar processos de construção de conceitos e de relações matemáticas, como para os professores, permitindo-lhes aceder aos raciocínios dos alunos; numa investigação levada a cabo numa sede de um Agrupamento de Escola do 1.º Ciclo do EB, estas autoras mostraram que as representações matemáticas dos tipos icónico e simbólico são as que recolhem maior preferência pelos alunos deste nível de ensino.

Segundo Ponte e Velez (2008), as representações matemáticas receberam uma significativa atenção no Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007, “quer como orientação metodológica geral, quer como recomendação específica para o trabalho nos mais diversos conceitos e tópicos” (p. 2), constituindo a capacidade de “lidar com ideias matemáticas em diversas representações” (ME, 2007, p. 4) um dos objetivos gerais do ensino da Matemática estabelecido nesse documento. Também o Programa de Matemática para o 1.º e o 2.º Ciclo do Ensino Básico homologado em 2013 faz alusão às representações matemáticas, referindo no entanto que “embora os alunos possam começar por apresentar estratégias de resolução mais informais, recorrendo a esquemas, diagramas, tabelas ou outras representações, devem ser incentivados a recorrer progressivamente a métodos mais sistemáticos e formalizados” (MEC, 2013, p. 5).

### 3 Metodologia

A identificação e análise de representações matemáticas nas propostas pedagógicas disponibilizadas a alunos e professores em manuais escolares concretizaram-se mediante análise documental de quatro manuais escolares de Matemática de adoção significativa no âmbito nacional: dois para o 1.º ano de escolaridade (Manuais A e B) e dois para o 6.º ano de escolaridade (Manuais C e D), no âmbito da Organização e Tratamento de Dados.

Em cada manual escolar foram distinguidas duas categorias: uma englobando as propostas consideradas de apresentação e/ou explicitação de conteúdos matemáticos e uma segunda respeitante aos exercícios/tarefas propostos aos alunos.

Por opção do grupo de estudantes, as representações matemáticas existentes foram analisadas e classificadas como ativas, icónicas e/ou simbólicas, de acordo com a categorização proposta por Bruner, entendendo-se, neste texto e dado os objetos em estudo (manuais escolares), como representações ativas aquelas referidas em tarefas que remetiam para a manipulação de objetos. No decurso do processo de análise dos manuais, e constatada em alguns casos a existência simultânea de representações de tipologia distinta na mesma proposta, definiram-se categorias mistas, designadas por ‘representações icónicas e/ou simbólicas’, quando coexistiam tanto representações icónicas como simbólicas, e ‘representações ativas e/ou icónicas e/ou simbólicas’, quando incluíam representações das três categorias.

Os resultados produzidos pela análise realizada serão descritos por ano de escolaridade, apresentando-se também estes dados organizados em tabelas.

## 4 Apresentação de resultados

### 4.1 Resultados obtidos - 1.º ano de escolaridade

A análise do manual escolar A permitiu concluir que das 32 representações existentes, 9 são de carácter icónico e 23 de índole icónica e simbólica; cerca de 6 representações surgem nos

exercícios de avaliação do conhecimento do aluno, salientando-se a inexistência de qualquer representação nas propostas de apresentação de conteúdos (uma análise mais alargada permitiu verificar a inexistência de representações do tipo ativo ou simbólico ao longo de todo o manual). O manual escolar B não disponibiliza nenhum tipo de representação matemática na exposição dos conteúdos: as 11 representações que apresenta estão incluídas nas propostas de exercícios, sendo 4 do tipo icónico e as restantes do tipo icónico e/ou simbólico.

Refira-se que em ambos os manuais escolares as atividades envolvendo conceitos e procedimentos de organização e tratamento de dados estão integradas nas propostas explicitadas como pertencentes a outros domínios matemáticos, nomeadamente nas explorações sobre os números e as operações e sobre grandezas e medida.

Na Tabela 1 que a seguir se apresenta podem ser consultados os resultados da análise dos manuais escolares para o 1.º ano de escolaridade:

Tabela 1: Representações matemáticas existentes nos manuais escolares do 1.º ano

	Manual escolar A		Manual escolar B	
	Apresentação de conteúdos	Tarefas/exercícios propostos	Apresentação de conteúdos	Tarefas/exercícios propostos
Nº de representações ativas	0	0	0	0
Nº de representações icónicas	2	28	0	4
Nº de representações simbólicas	0	9	0	0
Nº de representações icónicas e/ou simbólicas	0	8	0	7
Nº de representações ativas e/ou icónicas e/ou simbólicas	1	0	0	0

#### 4.2 Resultados obtidos – 6.º ano de escolaridade

Na Tabela 2 poderão ser consultados os resultados referentes à análise dos manuais escolares do 6.º ano de escolaridade.

Tabela 2: Representações matemáticas existentes nos manuais escolares do 6.º ano

	Manual escolar C		Manual escolar D	
	Apresentação de conteúdos	Tarefas/exercícios propostos	Apresentação de conteúdos	Tarefas/exercícios propostos
Nº de representações ativas	0	0	0	1
Nº de representações icónicas	2	28	0	5
Nº de representações simbólicas	0	9	0	3
Nº de representações icónicas e/ou simbólicas	0	8	1	2
Nº de representações ativas e/ou icónicas e/ou simbólicas	1	0	0	0

Assinale-se desde logo uma diferença significativa relativa à presença de representações matemáticas nos 2 manuais escolares adequados ao 6.º ano de escolaridade (48 no manual C e 12 no manual D, respetivamente).

Quanto ao tipo de representações matemáticas, prevalecem em ambos as representações icónicas, na sua esmagadora maioria apresentadas nas tarefas propostas aos alunos; refira-se ainda a praticamente ausência de representações ativas em ambos os manuais escolares (apenas uma representação em um dos manuais escolares analisados); no manual escolar C foi possível identificar algumas propostas que combinam representações de tipologia icónica e simbólica.

## 5 Conclusões

As representações matemáticas são ferramentas que permitem organizar, registar e comunicar ideias matemáticas, constituindo assim dispositivos essenciais tanto à interpretação como, conseqüentemente, à resolução de tarefas e problemas matemáticos.

Nas orientações normativas para a disciplina de Matemática no Ensino Básico, e tal como assinalam Pinto e Canavarro (2012), “as representações no ensino e aprendizagem da Matemática surgem de forma muito precisa e estruturada, realçando-se a necessidade dos alunos conhecerem e compreenderem diferentes tipos de representações, bem como a capacidade de as utilizarem em diversas situações e de saber qual a representação mais adequada para cada uma” (p. 2).

Os resultados obtidos neste estudo exploratório, e de acordo com a tipologia eleita para análise, indiciam uma maior relevância atribuída às representações icônicas nos materiais curriculares analisados, quer para o 1.º quer para o 2.º Ciclo, assim como uma presença residual de representações ativas; assinala-se, ainda, que nos manuais escolares analisados, a articulação intramatemática é substancialmente mais valorizada nos que se destinam ao 1.º ciclo de escolaridade.

Estas constatações reforçam a necessidade do professor efetuar uma análise sistemática, crítica e objetiva dos materiais curriculares postos à disposição dos seus alunos, para que seja capaz de lhes proporcionar experiências de aprendizagem o mais abrangente e diversificadas possível que lhes permitam uma apropriação global do conhecimento matemático.

Em jeito de conclusão, refira-se que o percurso que se descreve neste texto reflete uma metodologia de trabalho reflexivo, desenvolvida no âmbito de um mestrado de formação de professores do Ensino Básico, que, partindo do concreto e das realidades específicas dos indivíduos em formação, tentou promover a mobilização integrada de conhecimento na compreensão da(s) realidade(s) do ato educativo e em situações e problemas profissionais do dia a dia da atividade docente. Esta intenção formativa dirige-se no sentido da compreensão do significado do tema em trabalho – representações matemáticas – e do estabelecimento de relações com outros conhecimentos – materiais curriculares e práticas pedagógicas –, dimensões que nos parecem essenciais na atividade de qualquer docente no século XXI e que foram assinaladas pelos próprios como experiências formativas determinantes na construção da sua profissionalidade.

## 6 Referências

- Bishop A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspetives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.
- Bruner, J. (1999). La construcción narrativa de la realidad. In *La educación puerta de la cultura*. Madrid: Visor.
- Castro, M. R. (2014). *Os padrões e a resolução de problemas no 1.º ciclo do ensino básico: potencialidades para o processo do ensino-aprendizagem da matemática*. Relatório de Estágio. Universidade dos Açores.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Colômbia: Universidad Del Valle.
- Goldin, G. (2000). Representation in school mathematics: a unifying research perspective. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Shifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 275-285). Reston, VA: NCTM.
- Goldin, G. (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 178-203).

New York, NY: Routledge.

Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). Practicing representation: learning with and about representational forms. *Phi Delta Kappan*, 78(5), 361-367.

Ministério da Educação (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: DGIDC.

Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa e metas curriculares matemática - ensino básico*. Lisboa: MEC.

Pinto, E., & Canavarro, A. P. (2012). O papel das representações na resolução de problemas de matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade. In O. Magalhães & A. Folque (Org), *Práticas de investigação em educação* (pp. 1-17). Évora: Departamento de Pedagogia e Educação.

Velez, I., & Ponte, J.P. (2013). Desenvolvendo representações estatísticas de alunos do 3.º ano. In *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 183-196). Braga: APM & CIED da Universidade do Minho.