

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

介質物體在頻域與時域之逆散射

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC94-2213-E-032-031-

執行期間：94年08月01日至95年07月31日

執行單位：淡江大學電機工程學系

計畫主持人：丘建青

報告類型：精簡報告

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 95 年 8 月 24 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
 期中進度報告

介質物體在頻域與時域之逆散射

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 94-2213-E-032 -031-

執行期間： 94 年 8 月 1 日 至 95 年 7 月 31 日

計畫主持人：丘建青 教授

共同主持人：

計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：淡江大學電機系

中 華 民 國 九 十 五 年 八 月 二 十 三 日

介質物體在頻域與時域之逆散射：

Inverse Scattering of Dielectric Object in Time Domain and Frequency Domain

計劃編號: NSC 94-2213-E-032 -031-

執行期間: 94 年 08 月 01 日至 95 年 07 月 31 日

計劃主持人: 丘建青

淡江大學電機系教授

一、計劃中文摘要(關鍵詞: 電磁成像, 介質物體、基因法則、牛頓迭代法)

本報告研究一數值方法, 主要目的為重建非均勻介電物體之成像。於逆散射方面, 將逆散射問題轉換為最佳化問題之後, 首先利用遺傳演算法(genetic algorithm), 得一最佳化解或可接受之解, 再串疊牛頓迭代法(Newton-type iterative method), 以快速收斂至更精確之解。

數值方法之執行過程, 其入射波採用多方向連續照射之方式, 以收集較完整之材質特性資訊。於理論推導方面, 本研究考慮完整之非線性公式, 以提高解之精確度。即使介電物體具有較複雜之材質特性分佈(不平滑), 或者介電體材質特性分佈與環境之材質特性具有較高之對比度, 此數值方法亦能適用。就大部分較簡單之例子而言, 遺傳演算法即可得到相當良好之解。然而, 對於較複雜之例子, 即考驗著遺傳演算法之強健性。本論文以遺傳演算法所得之解, 當作牛頓法之初始猜測值。藉由遺傳演算法之全域搜尋特性, 以求得可接受之解, 期望此解對於區域性搜尋之牛頓法而言, 可能為適當之初始猜測值。串疊之方法比較單一遺傳演算法, 或者單一牛頓迭代法, 其解之精確度勢必較高。本研究模擬之數值結果顯示, 此串疊之數值方法運用於重建非均勻介電物體之材質特性分佈, 得到良好之重建結果。

英文摘要(Keywords : Electromagnetic

imaging, dielectric objects, genetic algorithms, Newton-type methods)

We propose a method, which combines a genetic algorithm (GA) with a Newton-type iteration for the reconstruction of permittivity distribution of two-dimensional (2-D) dielectric objects. The method is based on a multi-illumination multi-view processing. In particular, by taking account into the complete nonlinear formulations, the permittivity distribution of the objects could be highly-contrasted and complicated inhomogeneous. First, the inverse problem is recast as a global nonlinear optimization problem, which is solved by a GA. Then, the solution obtained by the GA is taken as an initial guess for the Newton-type iteration method. This method is tested by considering several numerical examples, and it is found that the performance of this combination method is better than the individual GA and the individual Newton-type iteration method. Numerical results show that satisfactory reconstruction has been obtained.

二、計劃緣由與目的

本計畫考慮二維非均勻介電物體之電磁成像問題。所謂“電磁成像”(Electromagnetic imaging)或“逆散射”(Inverse scattering), 乃是利用電磁波照射於散射體上, 然後測量散射體外的散射場, 經由適當處理以反求散射體的形

狀或其內部性質。由於此種方法不必將測量儀器與被測物體做直接接觸，因此，在工業上的非破壞檢測、遙測礦產資源和醫學上做人體內部的影像處理方面，物理上亦常自散射資料反求散射區域的位能分布。逆散射於微波成像 (microwave imaging) 之領域一直不斷地發展，其中很多問題被轉換為最佳化問題，再利用各種數值迭代方法求解，包括基於梯度 (gradient-based) 原則之方法 [1]-[2]、演傳演算法 [3]-[4]，以及其他一些新方法 [5]-[6] 等。然而，由於以下兩個原因而使得解逆散射問題變得複雜而困難：然而，由於以下的原因而使得逆散射問題的解變得複雜而困難：

- (1) 因為逆散射的問題包含了兩個未知數的乘積，一個是物體的電性，另一個是物體內部的電場，此兩未知數的乘積使得此逆散射的問題成為一個非線性的問題。因此解答的唯一性問題引發了許多的爭議，不過若能在問題中加入一些物理線象的限制或多方面收集各種不同入射角、不同頻率，甚至不同極化的散射場則可證明逆散射問題有唯一解 [7]。
- (2) 由於逆散射問題中積分方程式的核心 (kernel) 是一個平滑函數 (smoothing function)，所以散射場的一點小誤差往往會造成反求出來的散射體特性函數發生巨大的誤差，導致嚴重的不良情況 (ill-posedness)。為了克服這種解答不穩定的問題，許多正則化 (regularization) 的方法被提出來，如 Miller 正則法 [8]，虛反運算法 (pseudo inverse transformation) [9]、無關聯照射法 [10] 等。

理論方面，首先考慮任意截面形狀之非均勻介電物體 (散射體) 置於自由空間 (ϵ_0, μ_0) 中，假設此物體在 Z 軸方向無窮延伸，吾人發射 TM_z (Transverse Magnetic) 波照射此物體，則由馬克斯威爾方程式知由 TM_z 波所引起的散射場只有 Z 方向的分量，配合介質物體內的積分方程組，此電磁成像問題可利用積分方程式及量測到的散射場推導出，經由上述方法吾人可重建出介

電常數的分佈。上述的方法在利用適當的入射波來解決非均勻介質物體的電磁成像問題，藉著動差法將積分方程式轉換為矩陣的型式，藉由一些適當運算便可求得其散射場。數值模擬方面包括對已知非均勻介質以動差法計算其散射場，亦即做”正散射”模擬，然後依電磁成像法則，重建出非均勻介質物體介電常數的分佈。

三、研究方法與成果

(一) 理論推導

考慮一個任意截面形狀之非均勻介電物體 (散射體) 置於自由空間 (ϵ_0, μ_0) 中，此散射體 (scatterer) 被固定於一封閉面 S 之中，如圖一所示，其相對介電係數 (relative permittivity) 與導磁係數 (permeability) 分別為 $\epsilon_r(\vec{r})$ 與 μ_0 。假設其柱軸方向於 Z 方向無限延伸，亦即，物體材質特性隨 X 與 Y 座標改變，與 Z 方向無關。因此，所討論之問題將簡化為二維問題，散射體結構可以是多層次，且形狀任意。對區域 S 照射 TM 極化 (transverse magnetic polarization) 平面波，從簡而論之，假設入射波為具有 $e^{j\omega t}$ 型式之時域諧波，且入射場大小為 (X, Y) 之函數，與 Z 無關。由於先前假設散射體之材質特性於 Z 方向無變化，因此，照射 TM 極化之電磁波 (入射電場於 Z 方向)，僅會產生 TM 極化之散射波。以下給定未受干擾之入射電場

$$\vec{E}^i(\vec{r}) = E_z^i(x, y)\hat{z} \quad (1)$$

其中 $E_z^i(x, y) = e^{-jk_0(x \sin \phi + y \cos \phi)}$ ， k_0 為自由空間之波數 (wavenumber)。

根據馬克斯威爾方程式與感應電流之觀念：

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H}$$

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\vec{E} = j\omega\epsilon_0\vec{E} + \vec{J}_{eq}$$

其中 $\vec{J}_{eq} = j\omega\epsilon_0[\epsilon_r(x, y) - 1]E_z\hat{z}$ ，為介電體之等效電流密度。

再依據等效感應源的觀念與 Hertz 向量之技巧 [11]，將散射電場表示為

$$E_z^s(\bar{r})\hat{z} = E_z^t(\bar{r})\hat{z} - E_z^i(\bar{r})\hat{z} \quad (2)$$

其中 $E_z^t(\bar{r})$ 為總電場值，得電場與介電係數之關係：

$$-E_z^i(\bar{r}) = \int_S G(\bar{r}, \bar{r}') (\varepsilon_r(\bar{r}') - 1) E_z^t(\bar{r}') ds' - E_z^t(\bar{r}), \quad \bar{r}, \bar{r}' \in S \quad (3)$$

$$E_z^s(\bar{r}) = \int_S G(\bar{r}, \bar{r}') (\varepsilon_r(\bar{r}') - 1) E_z^t(\bar{r}') ds', \quad \bar{r} \notin S, \bar{r}' \in S \quad (4)$$

其中 $G(\bar{r}, \bar{r}') = -\frac{jk_0^2}{4} H_0^{(2)}(k_0 |\bar{r} - \bar{r}'|)$ ，為滿足

$$(\nabla^2 + k_0^2)G(\bar{r}, \bar{r}') = \delta(\bar{r} - \bar{r}') \text{ 之二維自由空間中之}$$

格林函數。而 $H_0^{(2)}(\bullet)$ 是第二類第零階之 Hankel 函數。

為了做數值運算，首先利用動差法，用脈波函數為基底函數和脈衝函數為點匹配法中的測試函數，將積分方程式化為矩陣的型式。因此我們將介質物體劃分為 N 個足夠小的區域，此區域必須足夠小，使得每個區域的電場與介電常數可以視為常數。令 ε_m 表示第 n 的區域的介電常數。另外， E_n 代表為第 n 個區域的總電場分量。則待測物的介電常數分佈和總電場可以以離散的型式表示為：

$$\varepsilon_r(x', y') = \sum_{n=1}^N \varepsilon_n P_n(x', y')$$

$$E(x', y') = \sum_{n=1}^N E_n P_n(x', y')$$

其中 P 為基底函數(Basis function)

$$P_n(x', y') = \begin{cases} 1, & (x', y') \text{ in cell } n \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

接下來，使用 Point Matching 的方法，將方程式(3)轉換可得：

$$\langle -E_z^i(\bar{r}), V_m \rangle = -E_z^i(\bar{r}_m)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{n=1}^N - \int_S G(\bar{r}_m, \bar{r}') ds' (\varepsilon_n - 1) E_n^t - E_z^t(\bar{r}_m) \\ &= \sum_{n=1}^N (G_1)_{mn} (\varepsilon_n - 1) E_n^t + E_z^t(x_m, y_m) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $(G_1)_{mn} = -\frac{jk_0^2}{4} \iint_{\text{cell } n} H_0^{(2)}(k_0 \rho_m) dx' dy'$ ，而

$\rho_m = \sqrt{(x_m - x')^2 + (y_m - y')^2}$ ， $(x_m, y_m) \in S$ 。藉

由簡單之計算 [11]、[12] 後可得

$$(G_1)_{mn} = \begin{cases} -\frac{jk_0 a_n}{2} J_1(k_0 a_n) H_0^{(2)}(k_0 \rho_{mn}), & m \neq n \\ -\frac{j}{2} [\pi k_0 a_n H_1^{(2)}(k_0 a_n) - j2] & m = n \end{cases}$$

同理將(4)式與 V_m 取內積可得

$$E_z^s(\bar{r}_m) = \sum_{n=1}^N (G_2)_{mn} (\varepsilon_n - 1) E_n^t \quad (7)$$

$$(G_2)_{mn} = -\frac{jk_0 a_n}{2} J_1(k_0 a_n) H_0^{(2)}(k_0 \rho_{mn}), \quad (x_m, y_m) \notin S$$

故積分方程式(6)與(7)可轉換為矩陣型式：

$$-(E_z^i) = ([G_1][\tau] - [I])(E_z^t) \quad (8)$$

$$(E_z^s) = [G_2][\tau](E_z^t) \quad (9)$$

其中 (E_z^i) 、 (E_z^t) 與 (E_z^s) 分別代表 N 個元素之入射場與總場行向量，及 M 個元素之散射場行向量。 M 為量測點數目。而 $[G_1]$ 與 $[G_2]$ 分別表示 $(G_1)_{mn}$ 相關之 $N \times N$ 方陣與 $(G_2)_{mn}$ 相關之 $M \times N$ 矩陣。 $[\tau]$ 為 $N \times N$ 之對角矩陣，其對角元素與散射體每個小區域之介電係數相關：

$$\tau_{nn} = \varepsilon_r(\bar{r}'_n) - 1, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

其中 \bar{r}'_n 為第 n 個小區域中心之位置向量。而 $[I]$ 表示 $N \times N$ 之單位矩陣。最後，整理(8)式得總場行向量 $(E_z^t) = ([I] - [G_1][\tau])^{-1} [E_z^i]$ ，代入(9)式即求得散射場。

$$(E_z^s) = [G_2][\tau]([I] - [G_1][\tau])^{-1} [E_z^i] \quad (11)$$

對於正散射的問題，我們是利用數值方法來計算散射場。在給定入射場及介電物體的介電常數分佈時，就 TM 極化入射問題而言，藉由方程式(8)、(9)求出內部總電場 (E_z^t) ，在藉由方程式(11)計算出 Z 方向的散射場 (E_z^s) 。為了避免正散射的做法和逆散射的做法一樣而造成錯誤，所以正散射的分割數目和逆散射的分割數目必須不一樣，所以我們在模擬時，正散射的分割數目是逆散射的四倍。

(二) 數值模擬結果

接下來吾人根據前章節所得到之結果，以數值分析自由空間中介電物體之逆散射問題，模擬之最終目的是重建介電物體之相對介電係數分佈。藉由連續地以不同方向對散射體所在之偵測區域照射 TM 極化平面波，以收集完整之散射場資訊。根據參考文獻 [12]，劃分後每

個小區域之邊長維持小於 $\frac{0.2\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$ ， λ_0 為自由空間

中之波長， ϵ_r 為介電物體之相對介電係數。模擬之環境結構如圖一所示。假設一正方形之偵測區域被分割為 6×6 之正方形小區塊 ($N = 36$)，以頻率為 3GHz ，大小為 1 之 TM 極化波照射之，以下所提之所有例子均使用四道波連續照射，入射角度分別為 0 度、 90 度、 180 度與 270 度，並於偵測區域外設置 8 個量測點 ($M = 8$)，平均分佈於半徑為 30 公分之圓上，因此，總共可以得到 32 個散射場資料量。於第一個例子中，考慮一個相對介電係數為 4 之中空散射體，如圖 3.2 (a) 所示。有關遺傳演算法之參數設置如下；就未知數為 36 而言，根據模擬之經驗，族群大小通常設定為未知數之十倍 ($N_p = 360$)，而未知數之二位元字串長度設定為 16 ，此外，對於散射體事先之了解程度，遺傳演算法對未知數之搜尋範圍設定為 1.0 至 4.2 ，交配率與突變率分別設定為 0.5 與 0.1 。同時定義介電係數分佈之相對均方根錯誤率：

$$err = \left[\frac{\sum_{i=1}^N |\Delta\tau_i|^2}{\sum_{i=1}^N |\tau_i^{exact}|^2} \right]^{1/2} \quad (12)$$

其中， τ_i^{exact} 表示第 i 個小區域相對介電係數之正確值，而 $\Delta\tau_i$ 為重建值與正確值之差值。圖二即為第一個例子模擬之灰階成像圖，其中 (a)、(b) 與 (c) 分別為原始結構圖、遺傳演算法重建結果與串疊方法重建結果。藉由 (12) 計算出利

用遺傳演算法、牛頓迭代法(未列於圖中)與串疊方法之重建錯誤率分別為 8.58% 、 31.56% 與 5.76% 。其中，牛頓迭代法之初始猜測值(包含以下之所有例子)均設定為背景環境(自由空間)之相對介電係數值($\epsilon_r = 1$)。結果顯示，串疊方法表現良好，同時遺傳演算法已經得到相當不錯之重建結果。單一之牛頓迭代法並未能夠找到可以接受之解，是由於初始猜測值並不適當，即使此猜測值是合理的。第二個例子中將偵測區域之分割數提高至 49 ，族群大小即設定為 490 。考慮兩個分離之散射體，如圖三 (a) 所示，其一為介電係數 3 之均質物體，置於偵測區之左下方，另一個則為 L 型之非均勻介電體，部分之介電係數為 4.5 ，其餘為 2 。未知數之搜尋範圍設定為 1.0 至 4.7 。圖三 (b) 與 (c) 分別為遺傳演算法與串疊方法重建之結果。此時，遺傳演算法似乎已不夠強健，錯誤率為 15.65% ，於串疊牛頓迭代法後，即得到一個可以接受之錯誤率 11.49% 。此外，於實際測量中，散射場內可能包含隨機雜訊，進一步探討雜訊對材質特性重建結果之影響，將散射場之實部與虛部分別加上隨機比例之雜訊，以模擬實驗時可能收集之散射場資訊。首先，以正散射之所有散射場值之均方根值做為正規化之雜訊大小。而散射場所加上之雜訊與正規化之雜訊值成比例，此比例即為 0 至 1 之間均勻分佈之隨機值乘上雜訊等級。圖三 (d) 與 (e) 分別為遺傳演算法與串疊方法重建之結果，其所加之雜訊等級皆為 3% ，而重建之錯誤率分別為 18.27% 與 13.76% 。

四、結論

本計畫提出一串疊方法，結合穩態遺傳演算法與牛頓迭代法，以重建非均勻介電物體之材質特性分佈。此法之第一步以穩態遺傳演算法取代傳統之遺傳演算法，加快收斂速度。遺傳演算法適用於各種線性或非線性函數，進行全域性之最佳化搜尋。串疊方法之第二步為具有快速收斂效率之牛頓迭代法，其適當初始猜測值即為第一步遺傳演算法之解。數值模擬顯示，

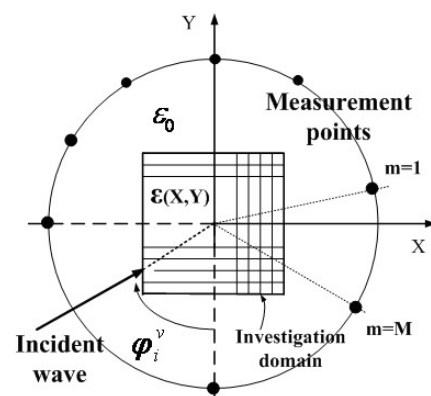
此串疊方法對於具有複雜材質特性分佈之介電物體，重建結果良好。另外本方法對於抗雜訊能力也有不錯的效果。

五、參考文獻

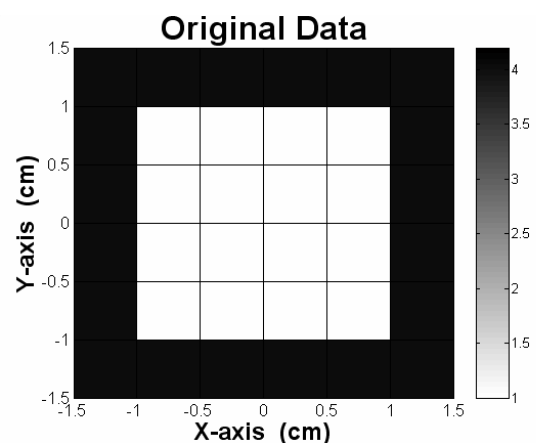
- [1] Ali Yapar, Hülya Şahintürk, Ibrahim Akduman, and Rainer Kress, “One-dimensional profile inversion of a cylindrical layer with inhomogeneous impedance boundary: a Newton-type iterative solution,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 43, No. 10, pp. 2192-2199, Oct. 2005.
- [2] V. A. Mikhnev and P. Vainikainen, “Two-step inverse scattering method for one-dimensional permittivity profiles,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 48, No.2, pp. 293-298, Feb. 2000.
- [3] C. C. Chiu and P. T. L, “Image reconstruction of a perfectly conducting cylinder by the genetic algorithm,” *IEE Proc.-Micro. Antennas Propagat.*, Vol. 143, pp.249-253, June 1996.
- [4] Salvatore Caorsi, Andrea Massa, Matteo Pastorino, and Massimo Donelli, “Improved microwave imaging procedure for nondestructive evaluations of two-dimensional structures,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 52, No. 6, pp. 1386-1397, June 2004.
- [5] E. Bermani, S. Caorsi, and M. Raffetto, “Microwave Detection and Dielectric Characterization of Cylindrical Objects from Amplitude-Only Data by Means of Neural Networks”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 50, No. 9, Sept. 2002.
- [6] S. Caorsi and P. Gamba, “Electromagnetic Detection of Dielectric Cylinders by a Neural Network Approach”, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 37, No. 2, March 1999
- [7] A. G. Ramm, “Uniqueness result for inverse problem of geophysics: I,” *Inverse Problems*, vol. 6, pp. 635-641, Aug.1990.
- [8] H. P. Baltes, “Inverse Scattering Problems in Optics,” *New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 1980
- [9] M. M. Ney, A. M. Smith, and S. S. Stuchly, “A solution

of electromagnetic imaging using pseudoinverse transformation,” *IEEE Trans. Med. Imag.*, Vol. MI-3, pp. 155-162, Dec. 1984.

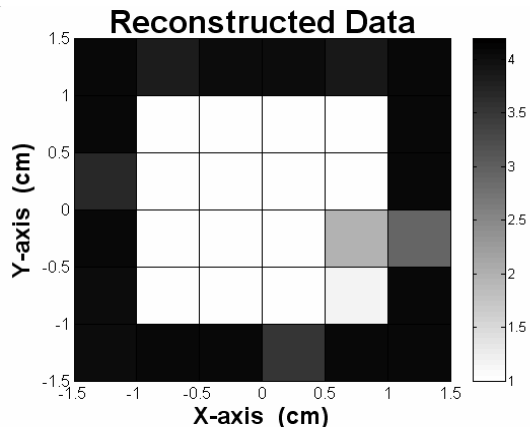
- [10] W. Wang and S. Zhang, “Unrelated illumination method for electromagnetic inverse scattering of inhomogeneous lossy dielectric bodies,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. AP-40, pp. 1292-1296, Nov. 1992.
- [11] A. Ishimaru, *Electromagnetic Wave Propagation, Radiation and Scattering*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [12] J. H. Richmond, “Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. Vol. 13, pp. 334-341, May 1965.



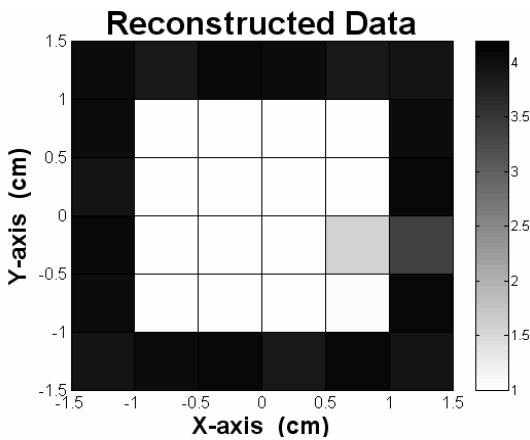
圖一 模擬之環境結構圖。



圖二(a)例子一之介電係數分佈圖(原始分佈)。

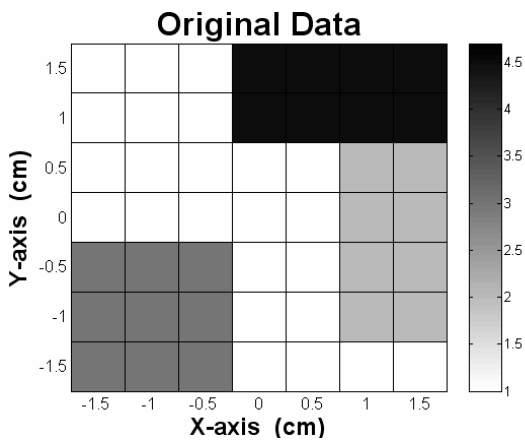


圖二(b)例子一之介電係數分佈圖(遺傳演算法之重建結果)

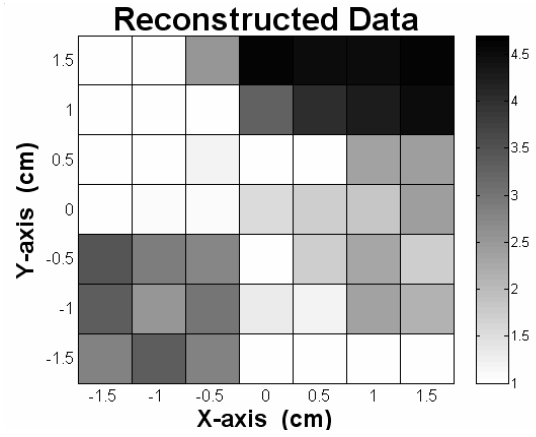


(c)

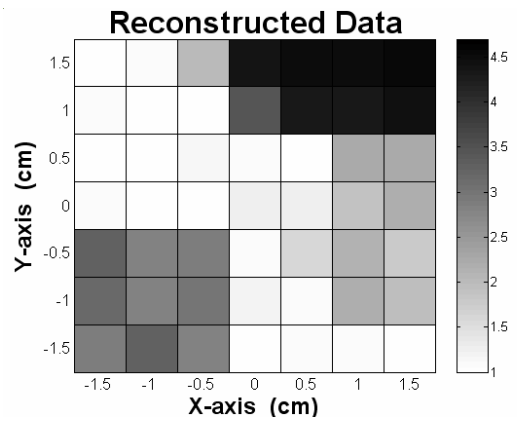
圖二(c) 例子一之介電係數分佈圖(串疊方法之重建結果。)



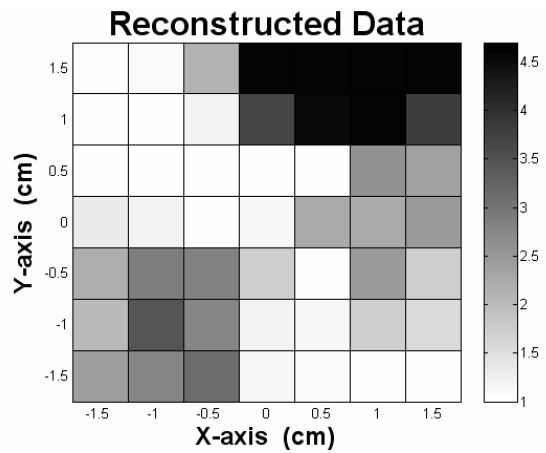
圖三(a)例子二之介電係數分佈圖(原始分佈)。



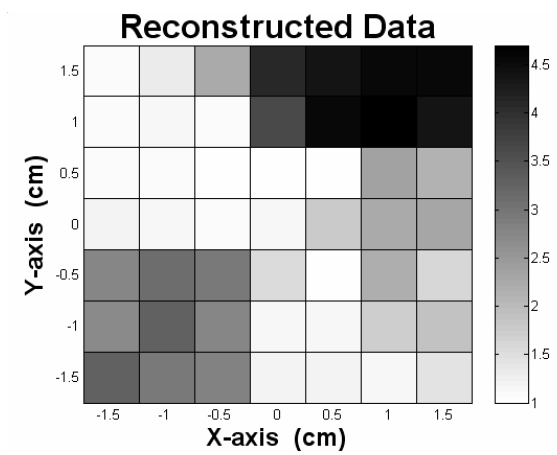
圖三(b)例子二之介電係數分佈圖(遺傳演算法之重建結果)。



圖三(c)例子二之介電係數分佈圖(串疊方法之重建結果)。



圖三(d)例子二之介電係數分佈圖(遺傳演算法重建之結果(雜訊等級 3%))。



(e)

圖三(d)例子二之介電係數分佈圖(串疊方法之重建結果(雜訊等級 3%))。