行政院國家科學委員會專題研究計畫　成果報告

太陽能無人飛行載具飛行於大氣層內之最佳爬升飛行軌跡設計

計畫類別：個別型計畫
計畫編號：NSC94-2212-E-032-006-
執行期間：94 年 08 月 01 日至 95 年 07 月 31 日
執行單位：淡江大學航空太空工程學系

計畫主持人：馬德明

計畫參與人員：蘇囿儒　林源鐘

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中　華　民　國 95 年 10 月 1 日

太陽能無人飛行載具飛行於大氣層內之最佳爬升飛行軌跡設計

計畫主持人：馬德明
淡江大學航空太空工程學系
台北縣淡水鎮
國科會計畫編號：NSC-94-2212-E-032-006

摘　要

本論文是以太陽能飛行載具作為設計模型，有別於以往針對燃油消耗率所設計之飛行軌跡設計，本文著重於藉太陽能能量作為動力系統，其目的在於設計最節省能源的最佳軌跡。我們利用最佳化理論中 Pontryagin 最小化原理設計載具飛行於平坦地球表面的最佳飛行軌跡，我們發覺只有在特定的功率限制下才可能得到最佳飛行軌跡。本文設計出載具於三度空間中的運動模型，採用無因次化所得到的運動方程式，應用在不同的太陽能飛行載具上，之後只要將特定的載具參數，輸入所要的太陽能飛行載具上，得到最省能量的最佳飛行軌跡。

關鍵詞：太陽能飛行載具、最佳飛行軌跡。

一、前 言

近來年石油價格持續攀升，石油是有限資源，持續開採必將消耗殆盡，因此尋找新的替代能源應用為目前趨勢，由於太陽能是一種可持續獲得的環保能源而被人類看好，人類對太陽能的利用一直沒有停歇過。目前，各種太陽能產品陸續研發成功，從家用的太陽能熱水器到尖端的太陽能太空飛行器，無不展示出太陽能的魅力。然而，飛機在空中飛行需要消耗大量的石油，大量的廢氣造成地球溫室效應更加明顯成為導致全球變暖的重要原素，且行成之碳酸化合物亦將使雨水成為酸雨，危害環境。

有鑑於未來能源發展趨勢，及太陽能飛行載具之效用，利於各項研究、計畫之執行。因此本論文負責設計太陽能飛行載具之最佳飛行軌跡。預計發展一套飛行導引律使得飛行載具能在接受不同的指令後，沿著計算所得之最佳飛行軌跡路徑達成任務。在導引律發展的更完善之後，之後可以配合更多的任務，可能在學術上和軍事上有更大的幫助，對於處理需要更高能量需求的任務上，因為動力來源是太陽能，所以不需要考慮燃油的問題，對於任務所需要的動力依舊可以由太陽能來提供，在不同任務上的需求，可以使這個導引律顯得更加重要。

二、運動方程式

2-1　運動方程式

在本文中，載具採用drag polar關係式 $C_D = C_{D_0} + KC_L^2$，並將視飛行載具飛行於平坦地球表面[1]，再利用此模型配合最佳化理論，求得各個狀態下之飛行參數，以尋找最佳飛行軌跡。

$$
\begin{aligned}
\frac{dX}{dt} &= V\cos\gamma\cos\psi \\
\frac{dY}{dt} &= V\cos\gamma\sin\psi \\
\frac{dh}{dt} &= V\sin\gamma \\
\frac{dV}{dt} &= \frac{P_{sol}\eta_p}{mV} - \frac{\rho\, S\, V^2 C_D}{2m} - g\sin\gamma \\
\frac{d\gamma}{dt} &= \frac{\rho\, S\, VC_L\cos\sigma}{2m} - \frac{g}{V}\cos\gamma \\
\frac{d\psi}{dt} &= \frac{\rho\, S\, VC_L\sin\sigma}{2m\,\cos\gamma} \\
\frac{dE}{dt} &= \frac{P_{sol}\eta_p - DV}{mg}
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

其中 X 為縱向飛行距離，Y 為縱向飛行距離，h 為飛行高度，V 為飛行速度，γ 為飛行路徑角(flight path angle)，ψ 為方位角(heading angle)，σ 為滾轉角(roll or bank angle)，P_{sol} 為太陽能板所能提供之功率，η_p 為推進系統(包含馬達及螺旋槳)的效率， C_D及C_L分別為阻力係數及升力係數，E 為飛機比能 (specific energy)，D 為阻力，至於大氣密度ρ，普遍將其視為高度之函數。

2-2　運動方程式無因次化

首先，將考慮飛行於平坦地球表面之最佳軌跡問題，此時，載具之空氣動力特性將與馬赫數無關。在此假設情況下，運動方程式將可完全地以無因次形式表示，為了利於接下來的討論，首先將推導出無因次化數學模型。

利用之前所推導出之運動方程式(飛行於平坦地球表面)，接著，利用下列無因次化變數

$$x=\beta X \text{ , } y=\beta Y \text{ , } z=\frac{2m\beta}{\rho S C_L^*} \tag{2}$$

$$\bar{u}=\frac{V}{\sqrt{g/\beta}} \text{ , } \bar{t}=\sqrt{\beta g}\ t \text{ , } \bar{p}=\frac{P_{sol}}{mg\sqrt{g/\beta}}$$

定義β關係式為$\frac{d\rho}{\rho}=-\beta dh$，即可將運動方程式修正為無因次化運動方程式如下

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{d\bar{t}} &= \bar{u}\cos\gamma\cos\psi \\
\frac{dy}{d\bar{t}} &= \bar{u}\cos\gamma\sin\psi \\
\frac{dz}{d\bar{t}} &= z\,\bar{u}\sin\gamma \\
\frac{d\bar{u}}{d\bar{t}} &= \frac{\bar{p}\eta_p}{\bar{u}}-\frac{\bar{u}^2(1+\lambda^2)}{2E^*z}-\sin\gamma \\
\frac{d\gamma}{d\bar{t}} &= \frac{\bar{u}\lambda\cos\sigma}{z}-\frac{\cos\gamma}{\bar{u}} \\
\frac{d\psi}{d\bar{t}} &= \frac{\bar{u}\lambda\sin\sigma}{z} \\
\frac{de}{d\bar{t}} &= \bar{p}\eta_p-\frac{\bar{u}^3(1+\lambda^2)}{2E^*z}
\end{aligned} \tag{3}$$

其中$E^*=\frac{C_L^*}{C_D^*}$，$\lambda=\frac{C_L}{C_L^*}$

($C_L^*=\sqrt{\frac{C_{D_0}}{K}}$，$C_D^*=2C_{D_0}$)。

三、最佳飛行軌跡

3-1 最佳水平飛行

考慮載具在定高度飛行狀況下，由於有維持一定高度的限制，因此，速度僅考慮其水平方向分量，再加上代表高度的變數z為一常數，可得飛行路徑角$\gamma=0$，由式(3)可得滾轉角和飛行控制參數關係式如下

$$\begin{aligned}
&\frac{d\gamma}{d\bar{t}}=\frac{\bar{u}\lambda\cos\sigma}{z}-\frac{1}{\bar{u}}=0 \\
&\Rightarrow \quad \frac{\bar{u}\lambda\cos\sigma}{z}=\frac{1}{\bar{u}} \\
&\Rightarrow \quad \lambda\cos\sigma=\frac{z}{\bar{u}^2}
\end{aligned} \tag{4}$$

因此，運動方程式僅需考慮下列狀態方程式

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{d\bar{t}} &= \bar{u}\cos\gamma\cos\psi \\
\frac{dy}{d\bar{t}} &= \bar{u}\cos\gamma\sin\psi \\
\frac{d\bar{u}}{d\bar{t}} &= \frac{\bar{p}\eta_p}{\bar{u}}-\frac{\bar{u}^2(1+\lambda^2)}{2E^*z}-\sin\gamma \\
\frac{d\psi}{d\bar{t}} &= \frac{\bar{u}\lambda\sin\sigma}{z} \\
\frac{de}{d\bar{t}} &= \bar{p}\eta_p-\frac{\bar{u}^3(1+\lambda^2)}{2E^*z}
\end{aligned} \tag{5}$$

此時，定義 Hamiltonian 為

$$\begin{aligned}
H &= p_x\bar{u}\cos\psi+p_y\bar{u}\sin\psi+p_{\bar{u}}\frac{\bar{p}\eta_p}{\bar{u}}-p_{\bar{u}}\frac{\bar{u}^2}{2E^*z}(1+\lambda^2) \\
&\quad +p_\psi\frac{\bar{u}\lambda\sin\sigma}{z}+p_e\bar{p}\eta_p-p_e\frac{\bar{u}^3(1+\lambda^2)}{2E^*z}
\end{aligned} \tag{6}$$

利用最佳化理論[2,3]，可得下列參數

$$H=C_0$$

$$\begin{aligned}
&\frac{dp_x}{d\bar{t}}=-\frac{\partial H}{\partial x}=0\Rightarrow p_x=C_1 \\
&\frac{dp_y}{d\bar{t}}=-\frac{\partial H}{\partial y}=0\Rightarrow p_y=C_2 \\
&\frac{dp_\psi}{d\bar{t}}=-\frac{\partial H}{\partial \psi}=p_x\bar{u}\sin\psi-p_y\bar{u}\cos\psi \\
&\qquad =p_x\frac{dy}{d\bar{t}}-p_y\frac{dx}{d\bar{t}} \\
&\qquad \Rightarrow p_\psi=C_1y-C_2x+C_3 \\
&\frac{dp_e}{d\bar{t}}=-\frac{\partial H}{\partial e}=0\Rightarrow p_e=C_4
\end{aligned} \tag{7}$$

其中，C_0、C_1、C_2、C_3、C_4皆為常數。在此狀況下，不限定縱向及橫向的最終飛行距離，因此，可定義

$$\begin{aligned}
p_x=0\Rightarrow C_1=0 \\
p_y=0\Rightarrow C_2=0
\end{aligned} \tag{8}$$

所以

$$p_\psi=C_3=\text{constant} \tag{9}$$

由於考慮節省能量，亦即將最終能量e_f最大化，故將性能指標(Performance Index)定義為$J=-e_f$，接著利用最佳化理論中提到的 transversality condition，可以定義常數p_e如下

$$p_{e_f}=-1 \tag{10}$$

由於p_e在整個運算過程當中，並無任何變化，固定為一常數，因此我們可以定義常數$C_4=-1$。

在最佳水平飛行，控制參數為滾轉角σ，利用最佳化理論可得下列關係式

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial H}{\partial \sigma}=0 \\
&\Rightarrow \tan\sigma=\frac{E^*\bar{u}p_\psi}{p_{\bar{u}}z+\bar{u}p_ez}
\end{aligned} \tag{11}$$

接下來利用Hamiltonian為零與式(11)推導出最佳軌轉角的關係式[4,5]

$$\cos^2\sigma=\frac{z^2}{2z^2-2E^*z\bar{u}\bar{p}\eta_p+\bar{u}^4} \tag{12}$$

由於滾轉角變化值預範圍在正負 90 度之間，故將(12)式改以正切(tangent)函數表示為

$$\tan^2\sigma=\frac{z^2-2E^*z\bar{u}\bar{p}\eta_p+\bar{u}^4}{z^2} \tag{13}$$

由於$\lambda \le \lambda_{max}$，滾轉角將被限制在下列範圍

$$\sigma \le \left| cos^{-1}\left(\frac{z}{\bar{u}^2 \lambda_{max}}\right) \right| \tag{14}$$

3-2　最佳爬升飛行

爬升這個動作的目的在於利用能量守衡原理，藉爬升後獲得較高的位能。爬升之最佳化的目標在於將最終時間t_f 最大化，因此定義為$J = -t_f$；此時滾轉角為零，亦即將載具視為一直線爬升，並無轉彎的現象，用以節省在爬升時，載具不必要的能源浪費。

由於太陽能飛機完全利用電力為其動力來源，能量的問題必須審慎考量，因此利用上一小節所提以比能的觀點建立載具之近似模型，則載具之動力微分方程式為(此時利用載具速度 V 作為控制項)

$$\dot{E} = \frac{(T-D)V}{mg} = \frac{P_{sol}\eta_p}{mg} - \frac{0.5\rho V^2 S(C_{D_0} + kC_L^2)}{mg} \tag{15}$$

為了降低能量的消耗，已假設載具花費較長的時間爬升，故此時將酬載因子(load factor)視為$n_z = 1g$ (也就$C_L = mg/0.5\rho V^2 S$)，則(15)式成為

$$\dot{E} = \frac{P_{sol}\eta_p}{mg} - (0.5\rho V^3 \frac{S}{mg} C_{D_0} + \frac{2}{\rho V}\frac{m}{S} gk) \equiv f_e \tag{16}$$

另外，高度可表示為

$$h = E - 0.5(V^2/g) \tag{17}$$

為了尋找速度 V(控制項)的數值使得 J 的值最小，定義 Hamiltonian 如下

$$H = p_e \times f(E,V) \tag{18}$$

其中 f 之定義為(16)式等號右邊之函數。

而Lagrange multiplier (p_e)之結果則與(16)式之解同時並存，且

$$\dot{p}_e = \frac{\partial H}{\partial E} = p_e \times \frac{\partial f}{\partial V} \tag{19}$$

則(19)式將伴隨著$\lambda_e(t_0)$與$\lambda_e(t_f)$皆未被限制的條件。在未知最終時間的情況下，Hamiltonian 可表示成

$$H(t_f) = -\frac{\partial J}{\partial t_f} \tag{20}$$

以及最佳化條件為

$$\frac{\partial H}{\partial V} = 0,\ \text{及}\ \frac{\partial^2 H}{\partial V^2} \ge 0 \tag{21}$$

將(18)~(20)解得下列關係式

$$H = p_e\{\frac{P_{sol}\eta_p}{mg} - \frac{0.5\rho V^3 SC_{D_0} + [2k(mg)^2/\rho VS]}{mg}\} \tag{22}$$

$$\dot{p}_e = -\frac{\partial f_e}{\partial \rho}\frac{d\rho}{dh}\frac{\partial h}{\partial E}\bigg|_v p_e = [0.5V^3(\frac{S}{m})\frac{1}{g}C_{D_0} - \frac{2}{\rho^2 V}(\frac{m}{S})gk]\rho_H p_e \tag{23}$$

$$H(t_f) = 1 \tag{24}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial V}\bigg|_E &= \frac{\partial H}{\partial V}\bigg|_h - \frac{V}{g}\frac{\partial H}{\partial V}\bigg|_V \\ &= -p_e[\frac{3}{2}\rho V^2(\frac{S}{m})\frac{1}{g}C_{D_0}(1-\frac{1}{3}h_e) \\ &\quad - \frac{2}{\rho}\frac{1}{V^2}(\frac{m}{S})gk(1-h_e)] \\ &= 0 \end{aligned} \tag{25}$$

其中

$$h_e \equiv (\rho_h/\rho)(V^2/g) \tag{26}$$

而$\rho_h \equiv \frac{d\rho}{dh} = -(\frac{g}{RT} + \frac{1}{T}\frac{dT}{dh})\rho$ ，T 為溫度(K)，R 為氣體常數(=287 J/kg·K)。

由(25)式可得最佳速度及最佳升力係數[6]如下所示

$$\begin{aligned} (V_{optimal})^2 &= \frac{mg}{\rho S}\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{k}{C_{D_0}}} \times \sqrt{\frac{1-h_e}{1-(\frac{1}{3})h_e}} \\ &\cong \frac{mg}{\rho S}\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{k}{C_{D_0}}} \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} C_{L_{optimal}} &= \sqrt{3}\sqrt{\frac{C_{D_0}}{k}} \times \sqrt{\frac{1-(\frac{1}{3})h_e}{1-h_e}} \\ &= \sqrt{3}C_L^* \sqrt{\frac{1-(\frac{1}{3})h_e}{1-h_e}} \cong \sqrt{3}C_L^* \end{aligned} \tag{28}$$

由(27)與(28)式可看出，在爬升時，速度將隨高度變化影響密度而改變；而升力係數將在整段爬升過程當中皆保持在最小功率需求的數值，固定不變。

為了提供飛行控制較為有利的速度參數，特別將上述載具飛行速度(又稱之為真實空速，True Air Speed)轉換為指示空速(Indicated Air Speed)，利用兩者之間的關係式$V_{IAS} = (\sqrt{\rho}/\sqrt{\rho_0})V_{TAS}$ (其中 ρ_0 為海平面密度)，可得知指示空速在載具爬升過程中保持為固定常數。

四、太陽能飛機性能分析

4-1　最小能量需求

從飛機性能分析[7]我們可以將載具的推力需求寫成

$$P_R = T_R V_\infty = \frac{W}{C_L / C_D} V_\infty \quad (29)$$

因為水平飛行重力等於升力

$$L = W = \frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2 S C_L \quad (30)$$

所以式(30)速度表示式可以改寫成

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty S C_L}} \quad (31)$$

將式(31)代入式(29)可以得到載具功率需求與飛機升阻比的關係式

$$P_R = \sqrt{\frac{2W^3 C_D^2}{\rho_\infty S C_L^3}} \quad (32)$$

由上式可看出功率需求與$(C_L^{3/2} / C_D)$為反比關係。功率需求為最小值時，發生在$(C_L^{3/2} / C_D)$為最大值，而發生$(C_L^{3/2} / C_D)$為最大值時的速度為

$$V_{(C_L^{3/2}/C_D)_{\max}} = (\frac{2}{\rho_\infty}\sqrt{\frac{K}{3C_{D,0}}}\frac{W}{S})^{1/2} \quad (33)$$

所以功率需求最小時的速度如式(33)表示

再來，我們從最佳轉彎和最佳爬升兩個方向探討飛機性能分析。

將最佳軌轉角關係式(12)改寫為

$$\cos^2\sigma = \frac{z^2}{z^2 + z^2 - 2E^* z\bar{u}\bar{p}\eta_p + \bar{u}^4} \quad (34)$$

當此項

$$z^2 - 2E^* z\bar{u}\bar{p}\eta_p + \bar{u}^4 = 0 \quad (35)$$

式(34)即變成

$$\cos^2\sigma = \frac{z^2}{z^2} = 1 \quad (36)$$

所以滾轉角$\sigma = 0^0$，表示載具維持平飛，因此從式(35)可以改寫成功率需求與速度的關係式

$$\bar{p} = \frac{\bar{u}_0^{\ 3}}{2\eta_p E^* z_0} + \frac{z_0}{2\bar{u}_0 \eta_p E^*} \quad (37)$$

接著將功率需求對速度取一次導數，當一次導數等於零的速度，即是太陽能飛機最小功率需求時的速度

$$\frac{d\bar{p}}{d\bar{u}_0} = \frac{3\bar{u}_0^{\ 2}}{2\eta_p E^* z_0} - \frac{z_0}{2\bar{u}_0^{\ 2}\eta_p E^*} = 0 \quad (38)$$

整理後得到最小功率需求時的速度

$$\bar{u}_{min} = (\frac{z_0^{\ 2}}{3})^{1/4} \quad (39)$$

將上式因次化

$$V_{min} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}\sqrt{\frac{2mg}{\rho s C_L^*}} = (\frac{2}{\rho_\infty}\sqrt{\frac{K}{3C_{D,0}}}\frac{W}{S})^{1/2} \quad (40)$$

式(40)的結果與式(33)一樣，表示我們從最佳化軌跡的觀點去探討載具性能是一致的。

4-2 最佳軌跡能量限制

從式(34)我們給定固定高度後，等式左邊$cos^2\sigma$值必為正，而右邊的值也必須為正，因此

$$2E^* z\bar{u}\bar{p}\eta_p < \bar{u}^4 + 2z^2 \quad (41)$$

所以，最佳水平轉彎的功率需求限制為

$$\bar{p}\eta_p < \frac{1}{E^*}(\frac{\bar{u}^3}{2z} + \frac{z}{\bar{u}}) \quad (42)$$

同樣地，在最佳爬升軌跡裡也可以得到一個最大功率需求與速度關係式，從式子(12)知道，飛行控制參數λ必須為實數，也就是根號內必須大於等於零，因此可以推得爬升時速度和最大功率需求關係式

$$\bar{p}\eta_p \le \frac{\bar{u}^{\ 3}}{2E^* z_0} + \frac{z_0}{2E^*\bar{u}} = f(u) \quad (43)$$

假設我們給一固定高度，速度為變數，功率需求限制曲線則為速度的函式$f(u)$。

我們綜合以上探討的最佳飛行軌跡特點將功率與速度關係圖繪出，歸納出以最小功率需求時的速度以及最小功率需求為縱軸與橫軸將最佳水平飛行導引定義成三個區域[8](圖一):

區域 Ⅰ:

初始速度大於最小功率需求速度，載具提供功率範圍在最小功率需求上、最大功率限制下。在此範圍內的最佳飛行軌跡較為完備，只需控制提供的功率大小，可以飛行至所要的位置，如圖二所示，我們給予載具不同的功率，則載具飛行軌跡最後朝某個方位角平飛。因此，載具若是需要滾轉至不同的方位角下，我們可以歸納出在不同的初始速度下，將最終方位角和最終功率需求繪成圖(圖三)，以利我們爾後利用。以圖三路徑規畫為例，假使載具原本飛行的初始功率400W，以速度18.5m/s平飛，若需載具轉向180^0，從上圖可知提供功率降為370W，則載具轉至該方位角後以18.1 m/s平飛。若是載具任務必須盤旋的話，圖四則是提供盤旋規劃。

區域 Ⅱ:

初始速度大於最小功率需求速度，載具提供功率範圍在最小功率需求下。於此範圍內的軌跡，功率提供是小於平飛時最小功率，因此，我們可將功率大小與最終方位角作路徑規劃如圖五。圖五中，右邊為區域**Ⅰ**、左邊為區域Ⅱ，分界為平飛時最小能量需求，在區域Ⅱ裡可以很明顯的知道功率是不足以維持載具平飛，因此，載具滾轉至目標方位角後必須再提供額外的功率使載具增加速度讓飛行體維持平飛。

區域 Ⅲ:

初始速度小於最小功率需求速度屬不穩定區域，載具提供功率範圍在最大功率限制下。因為載具速度不符合物理限制，無法飛行，故無法提供路徑規畫。

從以上的最佳水平轉彎軌跡規劃和省能量的爬升，可以結合起來為3-D飛行軌跡，我們可以先控制載具藉由最佳轉彎飛行導引律至目標的方位角平飛後，再令其升力維持在最小功率需求所需的數值，爬升至預定高度，此兩段過程皆為太陽能飛行載具設計的節省能量飛行軌跡，對於載具於任務執行中可以提供不小的能量節省幫助，3-D軌跡模擬如圖六所示。

五、結語

本文首要目的乃是以太陽能飛行載具作為設計模型，有別於以往針對燃油消耗率所設計之飛行軌跡設計，本文著重於藉太陽能電力作為動力系統，主要以能量消耗率為首要考慮之條件，其目的在於藉由所設計之最佳飛行軌跡節省能源，以提供太陽能無人飛行載具較長的滯空時間。

本文中，為簡化問題，考慮載具飛行於平坦地球表面之飛行載具數學模型。此運動方程式提供了載具位置及方位的資料，藉由運算方程式中的狀態變數，可以獲得載具在任何時間下的位置以及姿態。接著則是論述最佳化理論中 Pontryagin 最小化原理，將最佳化的特性運用在設計載具飛行軌跡。

最後則設計了載具在水平與垂直面上的運動，包含了載具水平轉彎以及爬升等動作。載具在垂直面上的運動，即是載具爬升，由於只考慮在垂直面上的運動，在水平方向都做相當的省略。其中初始條件利用本文中推導出的方程式計算以符合最佳化理論中的邊界條件。

本文設計出載具於三度空間中的運動模型，採用無因次化所得到的運動方程式，應用在不同的太陽能飛行載具上，之後只要將特定的載具參數，輸入所要的太陽能飛行載具上，得到最省能量的最佳飛行軌跡。

六、誌謝

本文承國科會贊助，計畫編號：NSC94-2212-E-032-006。

七、參考文獻

[1] Nguyen. X. Vinh, *Optimal Trajectories in Atmospheric Flight*, Elsevier Scientific Publishing, 1981.

[2] Donald E. Kirk, *Optimal Control Theory An Introduction*, Prentice-Hall, 1970.

[3] Frank L. Lewis and Vassilis L. Syrmos, *Optimal Control*, 2nd edition, John Wiely & Sons, 1995.

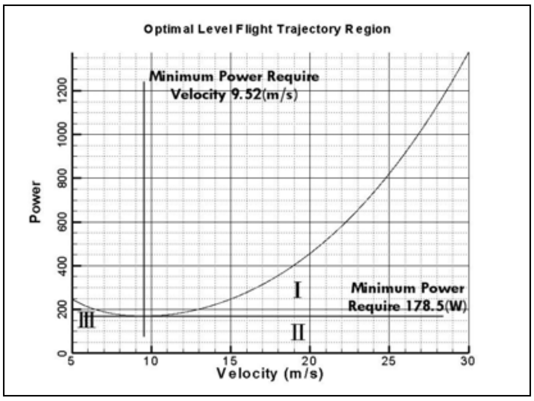
[4] 陳英賢，<u>無人飛行載具飛行於大氣層內之最佳飛行軌跡設計</u>，淡江大學航空太空工程學系碩士論文，2004。

[5] 蘇雍仁，<u>太陽能動力飛機飛行於大氣層之最佳爬升軌跡</u>，淡江大學航空太空工程學系碩士論文，2005。

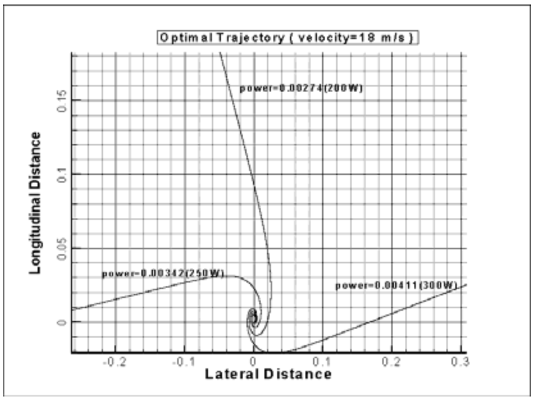
[6] M. Harmats and D. Weihs, “Hybird-Propulsion High-Attitude Long-Endurance Remotely Piloted Vehicle,” *Journal of Aircraft*, vol. 36, No. 2, March-April 1999, pp.321-331.

[7] John D. Anderson, Jr, *Aircraft Performance and Design*, McGraw-Hill, 1999.

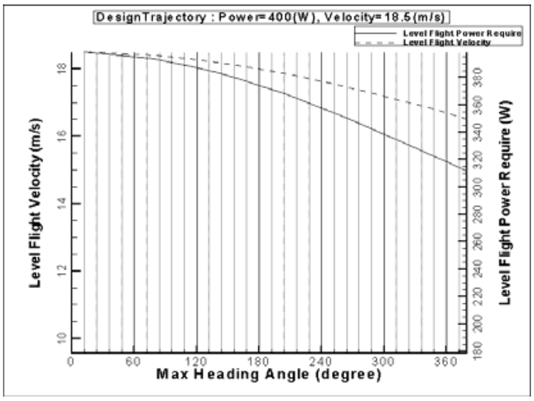
[8] 蘇囿儒，<u>太陽能動力無人飛行載具之最佳飛行軌跡</u>，淡江大學航空太空工程學系碩士論文，2006。



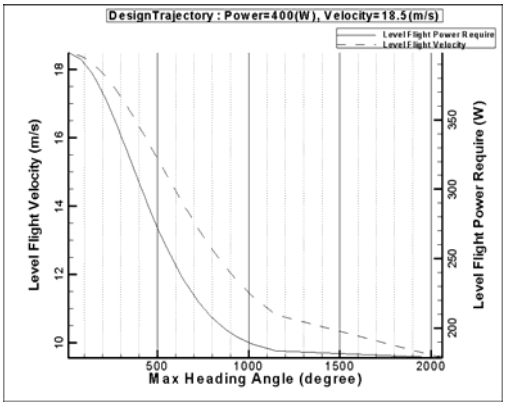
圖一、速度、功率與最佳水平飛行軌跡區域關係圖



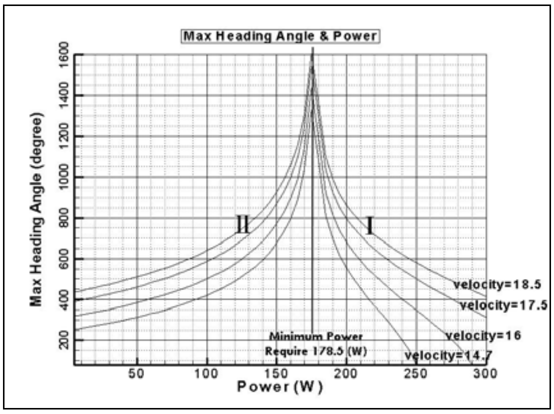
圖二、區域Ⅰ最佳水平飛行軌跡圖



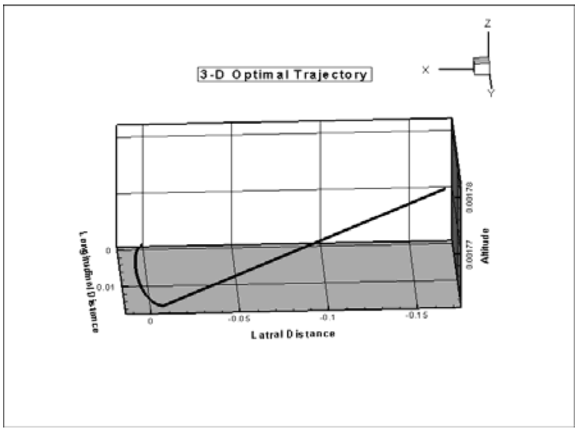
圖三、區域Ⅰ路徑規畫



圖四、區域Ⅰ盤旋路徑規畫



圖五、區域Ⅱ路徑規劃圖



圖六、3-D最佳飛行軌跡模擬圖

Optimal Trajectories of Solar Powered UAV Flying in Atmosphere

Der-Ming Ma* and Yu-ju Su¶
Department of Aerospace Engineering,
Tamkang University
Danshuei, Taiwan 25137
Republic of China
NSC Project No.：NSC-94-2212-E-032-006

ABSTRACT

The optimal trajectories of solar powered Uninhabitant Aerial Vehicle (UAV) flying in atmosphere are studied. Since the solar powered UAV will not expel the fuel during the flight, its mass keeps constant during the flight. The energy loss does not affect the motion of the vehicle explicitly. The standard procedure of finding optimal trajectory which cooperate the necessary conditions for the optimality is applied. The study shows that during the optimal flight trajectories can be obtained only at the specified power limits. The optimal 3-D flight trajectories are obtained. It can be used for further application.

Keywords: Solar Powered UAV, Optimal Flight Trajectory, Guidance Law.

* Associate professor, Tel: (02)2621-5656 ext. 3316, Fax: (02)2620-9746, E-mail: derming@mail.tku.edu.tw.
¶ Graduate student. Currently, in military service.