

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
 期中進度報告

版式軌道自動化應力分析程式之建立與應用

Development and Application of Automatic Stress Analysis Program
for Slab Track

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 92-2211-E-032-013-

執行期間：九十二年八月一日至九十三年七月三十一日

計畫主持人：李英豪

共同主持人：

計畫參與人員：顏少棠、吳炘達、劉耀斌

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：淡江大學土木工程學系

摘要

由於版式軌道擁有較優良之結構強度、穩定度與安全性，且其經濟效益遠比傳統道碴軌道高出甚多，因此版式軌道已成為目前世界各國積極的研究對象。本研究首先透過國內外相關文獻之回顧得知版式軌道分析之基本假設與限制，並發現極少有文獻在對版式軌道系統各組成元件複雜反應之敏感度分析，及比較與驗證有限元素解與理論解之間無法銜接所產生的問題方面，從事更深入之研究。因此，本研究之主要目的在以軌道力學之彈性理論分析為基礎，驗證理論分析與有限元素法分析之差異，引進必要之修正因子並確立力學分析程序之完整性，以作為更深入探討版式軌道設計與力學行為之依據。

本計畫以兩年期完成，第一期的主要研究重點在探討有限元素分析解與理論解之差異。研究中採用 ABAQUS 程式進行三維有限元素模擬分析，分析模式構建時以固體元素、樑元素、彈簧元素、基礎函數，分別模擬混凝土版、鋼軌、彈性扣件與路床等版式軌道的主要元件。本計畫並利用 Visual Basic 軟體建立一套擁有良好使用者介面，可供建立 ABAQUS 程式之前處理與後處理的自動化分析處理程序之程式，以便於後續對各項版式軌道設計因素進行詳盡之分析。本年度主要完成的工作要項包括：(1)國內外相關研究之文獻蒐集與整理，(2)探討影響版式軌道力學行為之因素，(3)探討有限元素分析解與理論解之差異，(4) 建立自動化分析程序之程式，與(5)進行各種敏感度分析以建立最佳化分析模型。本計畫第二期的主要研究重點在探討版式軌道可能發生之溫差翹曲效應，與因荷重、溫差作用所產生之長焊鋼軌挫曲行為，以及因列車作用引發軌道之震動所造成之影響。研究中慎選並分析一系列不同的軌道組成之有限元素程式案例，以針對上述問題進行敏感度分析。本年度主要完成的工作要項包括：(1)應用因次分析原理建立新式軌道應力之分析程序，(2)探討混凝土版之溫差翹曲行為，(3)鋼軌挫曲分析模式之建立與敏感度分析，(4)以動力效應探討軌道震動對扣件組之影響，(5)版式軌道破壞類型之資料蒐集與整合。本計畫亦於整合研究成果後，發展一套具有良好使用介面的軌道力學分析程式 TKUTRACK。

本計畫之最終目標在協助提昇我國版式軌道工程相關之基礎與應用科技，以配合國家永續發展之需要。本計畫之研究內容將有助於國內學術界對版式軌道的了解，並對於國內之版式軌道設計、維修相關技術得以提昇。

關鍵詞：版式軌道、彈性理論、ABAQUS、有限元素法、鋼軌挫曲

Abstract

Due to the superior structural capacity, stability, safety, as well as economic benefits of slab tracks compared to those of traditional rail-ballast counterparts, slab track systems have become more and more popular in recent railway applications. A review of the-state-of-the-art procedures in track analysis was first conducted and the fundamental assumptions and limitations were identified. In particular, the effects and sensitivity analysis of various design components of slab track systems were rarely investigated in the existing literature and the gaps between theoretical closed-form solutions and finite element solutions are unresolved. Consequently, the main objective of this study is to investigate their theoretical discrepancies, develop stress adjustment factors and analysis procedures based on elastic track theory to account for various practical track conditions more realistically.

The well-known three-dimensional finite element program (ABAQUS) will be adopted in this study. According to earlier literature, various elements will be carefully chosen to simulate different components of the slab track system, i.e., block elements, beam elements, and spring elements will be used to model concrete slabs, rails, and various rail fastenings as well as the subgrade support, respectively. The entire project consists of two Phases (I and II) to be completed within two years. The primary research foci of the Phase I are to investigate the theoretical discrepancies between available closed-form solutions and finite element solutions as well as to develop a user-friendly interface program as a pre- and post- processor of the ABAQUS program for future slab track analysis. The major tasks include: (1) literature review; (2) derivation and validation of closed-form solutions; (3) effects of various design components; (4) finite element analyses and identification of theoretical discrepancies; and (5) development of a user-friendly interface program. Furthermore, the investigation of temperature curling effects, buckling of continuously welded rails (CWRs) due to the combined effects of loading and curling, as well as rail weakening effects due to the long-time vibration of the slab tracks system are the major concern of the Phase II. Many series of finite element factorial runs over a wide range of railway designs will be carefully selected and conducted. The major research approach and tasks include: (1) application of the principles of dimensional analysis and temperature curling effects; (2) buckling of CWRs; (3) investigation of the effects of vibration on rail fastenings; (4) damage and deterioration of the slab tracks system; and (5) sensitivity analysis and several practical case studies.

With the successful accomplishment of this project, it is expected that the research findings will be efficiently and widely applied in many more practical railway design and analysis problems. The ultimate goal of this study is to advance the fundamental and applied technologies in slab tracks analysis and design for our country's long-term infrastructure development.

Keywords : Slab Track, Elastic Theory, ABAQUS, Finite Element Method, buckling of CWRs

目錄

摘要.....	I
ABSTRACT	II
目錄.....	III
圖目錄.....	VIII
表目錄.....	XII
第 1 章 緒論.....	1
1-1 研究背景.....	1
1-2 研究動機.....	2
1-3 研究目的.....	5
1-4 研究內容與範圍.....	5
1-5 論文架構.....	7
第 2 章 文獻回顧.....	9
2-1 軌道發展演進.....	9
2-1-1 傳統道碴式軌道.....	9
2-1-2 版式軌道.....	11
2-1-3 各種版式軌道簡介.....	12
2-2 軌道力學分析方式.....	13
2-2-1 理論分析.....	13
2-2-2 數值分析.....	15
2-3 軌道挫屈.....	17
2-4 有限元素法之應用.....	19
2-4-1 有限元素法簡介.....	19
2-4-2 ABAQUS 程式簡介.....	20
2-5 剛性鋪面相關研究之應用.....	22
2-5-1 因次分析原理.....	22
2-5-2 投影追逐迴歸分析.....	23
2-5-3 應力預估模式.....	24
2-6 本章總結.....	25
第 3 章 軌道力學理論與控制參數辨識.....	26
3-1 傳統軌道力學理論.....	26
3-1-1 縱枕理論.....	26
3-1-1-1 集中載重公式.....	28
3-1-1-2 均佈載重公式.....	30

3-1-2	橫枕理論.....	31
3-1-3	主要控制參數之辨識.....	33
3-2	版式軌道力學理論.....	35
3-2-1	無接縫無軌道接頭型態.....	37
3-2-2	無接縫含軌道接頭型態.....	38
3-2-3	含接縫無軌道接頭型態.....	38
3-2-4	主要控制參數之辨識.....	39
3-3	控制參數之分析與驗證.....	39
3-3-1	縱枕理論控制參數.....	40
3-3-2	橫枕理論控制參數.....	41
3-3-3	雙重彈性樑理論控制參數.....	41
3-4	本章總結.....	42
第 4 章	自動化分析程序.....	47
4-1	模型構建.....	47
4-1-1	ABAQUS 程式基本分析程序.....	50
4-1-1-1	輸入檔資料需求.....	50
4-1-1-2	輸出檔架構.....	52
4-1-2	模擬元素介紹.....	53
4-1-2-1	樑元素.....	54
4-1-2-2	銜接元素.....	55
4-1-2-3	二維版殼元素.....	56
4-1-2-4	三維固體元素.....	57
4-1-2-5	元素特性比較.....	59
4-1-3	版式軌道模型之構建.....	60
4-1-3-1	二維結構模型.....	60
4-1-3-2	三維結構模型.....	65
4-2	自動化分析程序之建立.....	69
4-2-1	自動化分析程序流程.....	70
4-2-2	自動化分析程序之建立方式.....	71
第 5 章	有限元素收斂性分析.....	74
5-1	鋼軌結構網格切割收斂性分析.....	74
5-2	混凝土版結構網格切割收斂性分析.....	75
5-2-1	撓度收斂性分析.....	78
5-2-1-1	版殼元素特性.....	78
5-2-1-2	固體元素特性.....	80
5-2-2	應力收斂性分析.....	83
5-2-2-1	版殼元素特性.....	83

5-2-2-2	固體元素特性.....	84
5-3	整體軌道結構網格切割收斂性分析.....	86
5-3-1	撓度收斂性分析.....	86
5-3-1-1	版殼元素加樑元素模型.....	86
5-3-1-2	固體元素加樑元素模型.....	88
5-3-2	應力收斂性分析.....	91
5-3-2-1	版殼元素加樑元素模型.....	91
5-3-2-2	固體元素加樑元素模型.....	92
5-4	最佳化三維有限元素模型.....	96
5-4-1	水平向切割方式收斂特性.....	96
5-4-2	扣件組結構收斂特性.....	99
5-4-3	扣件數目收斂特性.....	101
5-4-4	最佳化模型.....	104
5-5	本章總結.....	105
第 6 章	版式軌道應力分析.....	108
6-1	軌道應力與撓度研究流程.....	108
6-2	主要控制參數驗證.....	110
6-3	軌道模組之分解.....	123
6-4	列車載重作用的應力分析.....	127
6-4-1	鋼軌扣件反力預估模式.....	127
6-4-1-1	最大扣件反力預估模式.....	129
6-4-1-2	任意位置扣件反力調整因子.....	131
6-4-1-3	多輪軸調整因子.....	133
6-4-2	混凝土版應力分析.....	135
6-4-2-1	有限尺寸調整因子.....	137
6-4-2-2	鋼軌位置調整因子.....	139
6-4-2-3	載重位置調整因子.....	140
6-4-3	應力分析程序.....	143
6-5	雙層墊版對應力的影響.....	145
6-5-1	雙層版應力調整因子.....	145
6-5-1-1	未黏結雙層版系統.....	145
6-5-1-2	黏結雙層版系統.....	147
6-5-2	應力分析與驗證.....	149
6-5-2-1	未黏結雙層版.....	149
6-5-2-2	黏結雙層版.....	150
6-5-2-3	未黏結基底層案例分析.....	154
6-6	溫度翹曲之影響.....	156
6-7	軌道振動之影響.....	156

6-7-1	振動方程式	156
6-7-2	動力分析之反應	158
第 7 章	軌道結構之破壞型式	161
7-1	鋼軌與扣件破壞型式	161
7-2	軌枕破壞型式	172
7-3	道碴路基破壞型式	175
第 8 章	鋼軌挫屈特性分析	182
8-1	軌道挫屈原理	182
8-1-1	細長柱挫屈理論	182
8-1-2	ABAQUS 程式挫屈分析程序	184
8-2	軌道挫屈分析模型	186
8-2-1	元素選擇	186
8-2-2	各部分結構之模擬	187
8-2-2-1	鋼軌部分	187
8-2-2-2	軌枕部分	187
8-2-2-3	道碴與路床	189
8-2-2-4	彈性扣件	190
8-2-3	軌道挫屈分析模型	191
8-3	軌道挫屈自動化分析程式	193
8-3-1	程式之建立	193
8-3-2	程式之驗證	195
8-4	鋼軌結構收斂性分析	197
8-4-1	封閉斷面	197
8-4-1-1	挫屈理論之模擬	197
8-4-1-2	模型長度收斂性	198
8-4-1-3	元素切割收斂性	201
8-4-2	曲線段開放斷面	203
8-4-3	鋼軌斷面	204
8-4-3-1	長度與收斂性	205
8-4-3-2	切割方式之收斂特性	207
8-5	扣件結構收斂性分析	209
8-5-1	各自由度對分析結果之影響	210
8-5-2	側向位移勁度之影響	212
8-5-2-1	彈性支承係數影響	212
8-5-2-2	鋼軌材料影響	214
8-5-2-3	勁度交互作用	217
8-6	挫屈載重預估模式	217

8-6-1	主要控制參數之探討.....	217
8-6-2	預估模式之建立.....	222
8-6-3	案例分析與驗證.....	224
8-7	本章總結.....	226
第 9 章	TKUTRACK 程式.....	228
9-1	程式之構建.....	228
9-2	程式之驗證.....	229
第 10 章	結論與建議.....	232
10-1	結論.....	232
10-2	建議.....	238
參考文獻		240

圖目錄

圖 1 - 1 研究流程圖	8
圖 2 - 1 傳統的軌道組成示意圖	9
圖 2 - 2 日本新幹線版式軌道結構示意圖	11
圖 2 - 3 MASTER DIAGRAM 單軸載重軌道受力分佈圖	14
圖 2 - 4 四種鋼軌挫屈之形狀	18
圖 3 - 1 控制參數辨識與驗證流程圖	27
圖 3 - 2 TALBOT 所假設的連續彈性支承樑結構	28
圖 3 - 3 連續彈性樑受力示意圖	28
圖 3 - 4 以軌枕尺寸計算鋼軌彈性支承係數	29
圖 3 - 5 荷重作用位置不同之示意圖	30
圖 3 - 6 有限間隔彈性支承樑模式示意圖	31
圖 3 - 7 構建於連續彈性基礎上的雙重彈性樑示意圖	35
圖 4 - 1 最佳化三維有限元素模型構建流程	48
圖 4 - 2 ABAQUS 程式使用程序	49
圖 4 - 3 ABAQUS 的輸入檔格式範例	50
圖 4 - 4 ABAQUS 分析流程與檔案整理	52
圖 4 - 5 ABAQUS 樑元素名稱代表的意義	54
圖 4 - 6 兩點的線性樑元素	55
圖 4 - 7 銜接元素 JOINTC	56
圖 4 - 8 ABAQUS 提供的二維版殼元素	57
圖 4 - 9 ABAQUS 二維版殼元素名稱代表的意義	57
圖 4 - 10 ABAQUS 提供的三維固體元素	58
圖 4 - 11 三維固體元素的名稱與意義	58
圖 4 - 12 版式軌道分析模型之基本架構圖	61
圖 4 - 13 鋼軌支承彈性係數的模擬彈簧等值勁度	61
圖 4 - 14 ABAQUS 所建立的道碴軌道分析模型示意圖	62
圖 4 - 15 理論解與有限元素法分析之鋼軌撓度分佈	63
圖 4 - 16 理論解與有限元素法分析之鋼軌彎矩分佈	63
圖 4 - 17 ABAQUS 所建立的雙重彈性樑軌道分析模型示意圖	64
圖 4 - 18 扣件之模擬	65
圖 4 - 19 溫氏基礎模式	66
圖 4 - 20 以線性彈簧模擬溫氏基礎	67

圖 4-21 版殼元素模式建立的版式軌道模型.....	68
圖 4-22 ABAQUS 三維固體素模式建立的版式軌道模型.....	69
圖 4-23 自動化分析程序運作流程圖.....	72
圖 5-1 鋼軌元素配置方式.....	74
圖 5-2 鋼軌元素配置收斂性分析.....	75
圖 5-3 鋪面版的切割方式.....	77
圖 5-4 版殼元素之鋪面結構撓度收斂特性.....	79
圖 5-5 固體元素之鋪面結構撓度收斂特性.....	82
圖 5-6 版殼元素之鋪面結構應力收斂特性.....	83
圖 5-7 固體元素之鋪面結構應力收斂特性.....	85
圖 5-8 版殼元素之版式軌道結構鋼軌撓度收斂特性.....	87
圖 5-9 版殼元素之版式軌道結構軌道版撓度收斂特性.....	87
圖 5-10 固體元素之版式軌道結構鋼軌撓度收斂特性.....	89
圖 5-11 固體元素之版式軌道結構軌道版撓度收斂特性.....	90
圖 5-12 版殼元素之版式軌道結構鋼軌應力收斂特性.....	91
圖 5-13 版殼元素之版式軌道結構軌道版應力收斂特性.....	92
圖 5-14 固體元素之版式軌道結構鋼軌應力收斂特性.....	94
圖 5-15 固體元素之版式軌道結構軌道版應力收斂特性.....	95
圖 5-16 切割密度比較圖.....	97
圖 5-17 扣件簡化示意圖.....	99
圖 5-18 扣件簡化後的水平切割方式.....	100
圖 5-19 扣件數目分析比較.....	103
圖 6-1 建立預估公式之流程.....	109
圖 6-2 理論解與有限元素法分析之比較.....	111
圖 6-3 軌枕數與軌道力學反應之收斂性分析.....	115
圖 6-4 自由體分析流程圖.....	123
圖 6-5 軌道模組分解.....	124
圖 6-6 軌道模組受力自由體圖.....	124
圖 6-7 不同分析模式的軌道結構.....	125
圖 6-8 不同分析模式的版上應力比較.....	126
圖 6-9 不同分析模式的版上撓度比較.....	126
圖 6-10 扣件有效載重區域示意圖.....	127
圖 6-11 扣件組反力有效影響範圍.....	128
圖 6-12 扣件反力分佈示意圖.....	129
圖 6-13 最大扣件反力預估因子投影模式圖.....	130
圖 6-14 扣件位置與反力的關係.....	132

圖 6-15 多輪軸調整因子建立與驗證	134
圖 6-16 軌道版載重分佈圖	135
圖 6-17 雙輪與三軸作用於版的位置	136
圖 6-18 載重位置偏離中央示意圖	141
圖 6-19 A/l , D_0/l 與 R_{D0} 之關係 (應力反應)	142
圖 6-20 R_{D0} 預估模式之投影模式圖 (應力反應)	143
圖 6-21 版上臨界結構反應求解程序	144
圖 6-22 未黏結雙層版系統與等值轉換斷面	146
圖 6-23 黏結雙層版系統示意圖	148
圖 6-24 黏結雙層版轉換斷面與應力分佈	148
圖 6-25 未黏結雙層版應力調整因子之計算應力與有限元素之比較	151
圖 6-26 黏結雙層版應力調整因子計算應力與有限元素之比較 (1)	152
圖 6-27 黏結雙層版應力調整因子計算應力與有限元素之比較 (2)	153
圖 6-28 瞬時載重之振動	157
圖 6-29 放大因子與結構自然頻率之關係	158
圖 6-30 軌道結構正規化動力反應	159
圖 6-31 最大正規化反應與基本振態之自然頻率的關係	160
圖 8-1 細長柱挫屈挫原理示意圖	183
圖 8-2 軌枕模擬示意圖	188
圖 8-3 軌道挫屈分析模式架構	191
圖 8-4 ABAQUS 分析軌道挫屈模式示意圖	193
圖 8-5 挫屈溫度與長度之收斂特性	199
圖 8-6 元素切割與收斂性	202
圖 8-7 曲線段長柱挫屈行為	203
圖 8-8 曲線段開放斷面長度與收斂性	204
圖 8-9 RE132 型鋼軌斷面性質諸元	205
圖 8-10 不同鋼軌斷面之長度與收斂性探討	206
圖 8-11 切割方式對分析結果收斂性之影響	208
圖 8-12 不同切割方式挫屈溫度之改變量	209
圖 8-13 鋼軌與彈性扣件組架構示意圖	210
圖 8-14 彈性扣件勁度對分析結果之影響	211
圖 8-15 分析模式示意圖	212
圖 8-16 彈性基礎樑的挫屈模式	215
圖 8-17 不同彈性模式有限元素分析與理論解之比較	217
圖 8-18 不同分析模式下的挫屈載重增加量	218
圖 8-19 挫屈載重比 $R_{\Delta P}$ 與無因次參數 L_S/l_R 的關係	220
圖 8-20 挫屈載重比 R_{P0} 與無因次參數 L_S/l_R 的關係	220

圖 8 - 21 無限長軌道收斂模擬	222
圖 8 - 22 Box&Cox 轉換圖	223
圖 8 - 23 預估載重模式之驗證	224
圖 8 - 24 等值側向扣件示意圖	225
圖 9 - 1 TKUTRACK 程式示意圖	228
圖 9 - 2 程式顯示的詳細計算過程	229
圖 9 - 3 案例驗證比較	229

表目錄

表 3-1 奇數軌枕時最大軌枕作用力之理論公式.....	34
表 3-2 偶數軌枕時最大鋼軌彎矩之理論公式.....	34
表 3-3 控制參數個案輸入資料.....	40
表 3-4 彈性基礎樑參數驗證表.....	43
表 3-5 雙重彈性基礎樑參數驗證表.....	44
表 5-1 不同分析模式輸入參數.....	98
表 5-2 扣件簡化分析之結構反應.....	101
表 6-1 正規化軌道長度參數驗證.....	112
表 6-2 正規化載重參數驗證.....	114
表 6-3 最大軌枕作用力之控制參數驗證表 (S/l_R).....	116
表 6-4 最大鋼軌彎矩之控制參數驗證表 (S/l_R).....	116
表 6-5 最大軌枕作用力之控制參數驗證表 (L/l_R).....	118
表 6-6 雙重彈性樑控制參數驗證表.....	119
表 6-7 未黏結層對剛性鋪面之影響.....	155
表 7-1 軌道破壞型式及其造成之影響.....	180
表 7-2 軌道破壞型式及其造成之影響.....	181
表 8-1 軌枕元素切割對收斂性之影響.....	189
表 8-2 程式驗證使用之參數【BAO, 1998】.....	195
表 8-3 程式驗證結果.....	196
表 8-4 各種模態的挫屈溫度比較.....	198
表 8-5 鋼軌類型與斷面性質.....	205
表 8-6 RE132 鋼軌曲線段挫屈分析比較表.....	207
表 8-7 彈性支承係數參數分析表 (1).....	213
表 8-8 彈性支承係數參數分析表 (2).....	213
表 8-9 不同 E 值下的挫屈行為.....	214
表 8-10 理論 U_{22} 值範圍下不同 E 值的挫屈行為.....	216
表 8-11 挫屈載重收斂性分析參數使用範圍表.....	218
表 9-1 案例驗證資料表.....	230

第1章 緒論

1-1 研究背景

鐵路在人類運輸歷史與人文發展上扮演著非常重要的角色，即使公路運輸取代了部份的功能，鐵路運輸依然在現代運輸事業上有著重要的地位。現今的運輸系統規劃中，城市間的中長程運輸以鐵路運輸為主。而在新興的都市裡所規劃的大眾運輸系統，亦使用擁有獨立路權的捷運系統，許多頗具歷史的現代化都市採用的輕軌捷運系統與地面電車規劃也與軌道系統息息相關。因此，鐵路在目前的運輸系統中仍然為一個重要的運輸工具。而綜觀台灣本島的運輸行為，長期以來台鐵的軌道系統可視為我國的運輸命脈，其對台灣的經濟行為與民生事業有著極大的貢獻。目前我國都會區與城際間之運輸系統，隨著臺北都會區大眾捷運系統的完工通車與其相關支線陸續施工、高雄都會區大眾捷運系統的動工興建、縱貫本島城際間的高速鐵路之積極規劃興建，再加上高速鐵路的停靠站如桃園、新竹、台中、嘉義、台南等地區亦正積極規劃設計之聯外輕軌運輸系統，使得我國的軌道工業進入一個嶄新的里程碑，更奠定我國在軌道工程方面持續發展之必要性與迫切的需要。

鐵路發明以來，在不斷的更新與改良下，隨著時代的演進列車運輸的承載量愈重、交通量愈高、行使速率愈快。傳統鐵路系統所採用的道碴軌道型式，在如此高密度的運輸承載反覆作用下易造成軌道承載結構強度變弱，為了維護行車安全則需要經常性的維修。然而，頻繁的維修工作需要調整原本班次密集的行車作業，因而嚴重影響車輛的調度作業。再者，道碴軌道的維修工作需要重度的勞動力，並且耗費大量的資源，對於列車的營運將會增加更多的成本而較不經濟。而

且，在新型的高速列車逐漸被先進國家所採用後，列車在高速運行下對於鐵路平整的要求就越高，傳統的軌道系統因軌道承載強度不足所引發的一連串問題將逐漸顯現其缺點。因此，如何改善傳統道碴軌道型式的缺點提高軌道運輸的功能，成為現今軌道工業努力的方向。

新式的軌道技術以較具剛性的材料取代鋼軌以下軌枕與道碴等結構物，被稱為新型版下基礎軌道、省力化軌道、無道碴軌道或版式軌道 (Slab Track)。版式軌道是以混凝土版與彈性材料取代傳統軌道鋼軌以下之結構，因而比傳統道碴軌道擁有更佳的強度，亦保有原有道碴的彈性，在高密度列車的重覆載重下較不易產生變形與破壞。由於版式軌道擁有堅固耐用、安全、經濟等特性，其相關技術在不斷的更新與改良下，目前已被許多先進國家廣泛的應用在在鐵路工程上。

版式軌道所採用的軌道型式，可因應列車在高速運行下對於鐵路平整的要求，在穩定度與安全性上都有一定程度的提高。再加上其耐久的結構型式大量減少了維修的頻率，因而降低了列車調度的複雜性與維修經費。根據經驗顯示，使用版式軌道比使用傳統道碴軌道在經濟效果上具有良好的收益【後藤晴男, 2001】。因此，近年來世界先進的國家皆積極的在版式軌道的技術投入大量的資源進行研究。而國內於台鐵初步使用版式軌道與臺北捷運部分路段使用版式軌道的成效良好，再加上未來縱貫本島的高速鐵路的規劃擬採用版式軌道，更確定我國發展版式軌道相關技術科技的必要性。

1-2 研究動機

近年來大眾對運輸系統服務的要求愈來愈高，無論是班車時刻的精準、列車行駛的舒適度與行車安全，主管業者無不盡力達到每項要求。然而，其中最重要的一項要求就是維護行車的安全，以確保旅客的生命財產。美國鐵路工程與軌道維護協會 (American Railway

Engineering and Maintenance-of-Way Association, AREMA)【AREMA, 2001】的報告指出，在過去鐵路營運的紀錄中，每年有多起的列車出軌事件，其造成的損失估計在千億美元以上。這些列車出軌事件大部分是由軌道不整所引起，而造成軌道不整的原因甚多，但主要可歸於材料、荷重與環境等因素。為避免這類意外的發生，對於軌道系統設計與營運必須仰賴準確的軌道力學分析，以此達到安全之作業。

傳統軌道的力學基礎是以彈性基礎樑 (Beam on Elastic Foundation) 理論為根基，此模式提供了軌道的基本理論解以分析其力學行為。版式軌道發展之初，引用了彈性基礎樑之理論，以雙重彈性基礎樑理論解進行力學分析。之後，隨著相關研究與科技發展，工程人員為了能夠滿足實際設計的需求，逐漸以有限元素法程式進行分析與計算，來取代理論分析的不足。因此，隨著電腦高速計算功能的增強，目前軌道力學行為之模擬大多以有限元素法程式來進行。國內外相關研究以有限元素法程式來模擬一系列版式軌道受外力作用時所產生的靜力與動力反應，並將分析結果與實際的現地量測值進行初步比對，甚至直接以有限元素法之分析結果作為設計版式軌道之依據。然而，由於版式軌道系統的結構頗為複雜，即使是以有限元素法程式進行分析，仍然需要使用諸多假設。而且進行模擬時，分析個案將會因為使用者進行元素切割與模式選擇的不同而造成分析結果的差異。最明顯的問題在於不同的研究個案所採用的分析模式略有不同，其分析結果亦有所差異，研究之間很難可以彼此精確的比較與驗證。而研究人員從單一個案的分析結果來下結論，往往會有以偏概全的問題。因此，如何有效且一致的使用有限元素法，來進行版式軌道的力學分析，以下幾個重要的議題應是重要的關鍵：

1. 使用有限元素法分析版式軌道為目前之趨勢，但是採用有限

元素法分析版式軌道應有何限制。

2. 應如何建議使用者以適當的模式來模擬軌道版，以及如何確立有限元素法分析的適用性與可靠性。
3. 相關的研究中，以有限元素法的分析結果驗證現地試驗所得到的數值，驗證結果雖然吻合，但所分析的模型僅為特殊個案，並未能將版式軌道之整體特性描述出來。
4. 相關研究針對各種影響參數之敏感度分析，然而多數的研究成果僅能概略的敘述某些範圍的影響，對於整體性之深入研究亦相當有限。因此，其系統整體反應特性為何急需探討。

綜觀軌道力學的理念與基礎，以版式軌道之理論分析公式的推導步驟，可觀察到與剛性鋪面之版理論相似之處，其建造方式與應用可視為剛性鋪面的延伸。而有關於剛性鋪面力學分析之相關研究已有甚為成熟與精確之結論，若能將其與版式軌道相互引用與整合，對於版式軌道的分析與設計將有很大之助益。

再者，美國鐵路工程協會的調查指出，由於溫差作用造成鋼軌挫屈所引起的列車出軌事件，其所付出工程維修費用以及對社會所造成的傷害皆是龐大的成本【Bao, 1998】。以台鐵重大的鐵路出軌意外為例，民國九十年七月十三日，台鐵山線鐵路南下四十一次莒光號列行經苗栗竹南—造橋段的南港溪橋處出軌，造成旅客四十三人分別受輕、重傷，經由專家之研判，軌道挫屈變形為造成事故之主因。而該路段為台鐵首先在國內採用之版式軌道系統，因而受到軌道工程界的矚目。然而，軌道挫屈行為包含著多重的控制參數，在些微的溫度差距下往往就會造成極大的災害。因此，如何由軌道力學的基礎理論探討至電腦的數值分析，求得軌道挫屈的臨界行為與參數控制，作為軌道系統進行維護工程的依據，預防軌道挫屈造成的列行事故，為本研

究的重要目標。

1-3 研究目的

綜合上述問題，本研究之主要目的可歸納成以下數點：

1. 以軌道力學之理論解為基礎，發現控制反應之力學參數，討論理論解與有限元素分析結果之差異，進而驗證控制參數之正確性。
2. 進行一系列之參數分析與驗證，藉此判斷各種影響版式軌道力學行為之因素，以確立力學分析程序之完整性。
3. 比較各種有限元素模擬版式軌道的差異，探討其特性與誤差。以此結果建立有限元素程式使用時系統化的分析程序。
4. 應用自動化分析的概念，使用輔助程式來建立軌道力學分析模式的自動化流程。
5. 結合理論解與有限元素分析之關係，發現兩者間的重要環節如此吾人將可由理論解判斷有限元素分析之正確性。
6. 整合剛性鋪面的研究成果，應用在軌道版的力學反應上。
7. 討論構建軌道挫屈變形的模式，慎選適當的元素構建模型。
8. 應用有限元素分析，探討影響焊接長軌挫屈行為的可能因素，並藉由敏感度分析判斷控制參數影響系統反應的能力。
9. 以因次分析的方法整合研究成果，建立無因次調整因子，以此作為軌道設計、施工與維修等作業的依據。

1-4 研究內容與範圍

本研究主要針對單一軌道版塊之版式軌道與道碴軌道系統，以線性材料與靜力分析方式進行軌道結構反應與挫屈行為之探討。其中版式軌道可包含輕軌系統、不加鋼筋之軌道版系統與一般道路之平交

道。研究內容與範圍可歸納成以下數點:

1. 國內外相關研究之文獻蒐集與整理。
2. 以理論解為基礎，探討軌道、彈性扣件、混凝土版或軌枕與路基土壤等輸入參數對分析結果的影響。以因次分析的原理，辨識軌道系統中的主要控制參數，並由一系列的分析結果中驗證控制參數的正確性。
3. 應用 ABAQUS 有限元素分析程式，架構合理的軌道、彈性扣件、混凝土版或軌枕與路基之分析模型，探討有限元素分析解與理論解之差異。
4. 應用 Visual Basic 與 FORTRAN 程建立批次化作業，配合有限元素分析程式之執行作業，建立自動化分析程序。
5. 應用自動化分析程序針對軌道結構的模型架構、尺寸、元素種類與切割方式執行一系列相關的收斂性分析，由結構反應觀察各種考量下的收斂性，以此為依據構建軌道結構的最佳化三維有限元素分析模型。
6. 針對軌道力學之理論解配合因次分析方法所辨識之主要控制參數進行驗證，配合驗證之結論針對版式軌道之影響參數進行敏感度分析。
7. 建立分析資料庫，以 S-PLUS 統計軟體針對分析完成之資料庫進行探討，以此建立軌道力學之預估公式。
8. 藉由模組化分解軌道模型，並引進剛性鋪面研究成果，建立軌道之力學分析模式。
9. 以軌道挫屈理論的封閉解為基礎，應用無因次參數分析之方法，探討軌道挫屈的臨界狀況。
10. TKUTRACK 新式軌道力學分析程式之構建。

為有效地達成上述之研究內容之工作，本研究規劃之研究步驟與研究流程如圖 1-1 所示。

1-5 論文架構

第一章：研究背景、目的與研究方法的描述。

第二章：蒐集文獻、研究的回顧及介紹，探討相關研究之不足以及可改善之方向。

第三章：探討軌道力學理論基礎由推導理論公式的過程中，應用因次分析原理辨識結構反應的主要控制參數，藉由正規化的結構反應驗證控制參數的正確性。

第四章：以自動化分析程序建立一系列之軌道模型收斂性分析，由分析結果決定應用 ABAQUS 程式構建最佳化三維有限元素分析模型之方式。

第五章：應用模組化之方式，將版式軌道分成軌道與版之模組，以因次分析法的研究步驟、利用有限元素程式分析版式軌道所建立之軌道力學資料庫，進而以統計分析之方式探討資料，建立軌道力學的預估方程式。並將剛性鋪面板理論的研究成果與軌道系統結合，以建立的軌道系統的分析模式並結合研究成果建立新的軌道力學分析程式 TKUTRACK。

第六章：以因次分析法的研究步驟、利用有限元素程式探討軌道挫屈行為的參數分析，求得系統主要控制參數。

第七章：結論、檢討與建議。

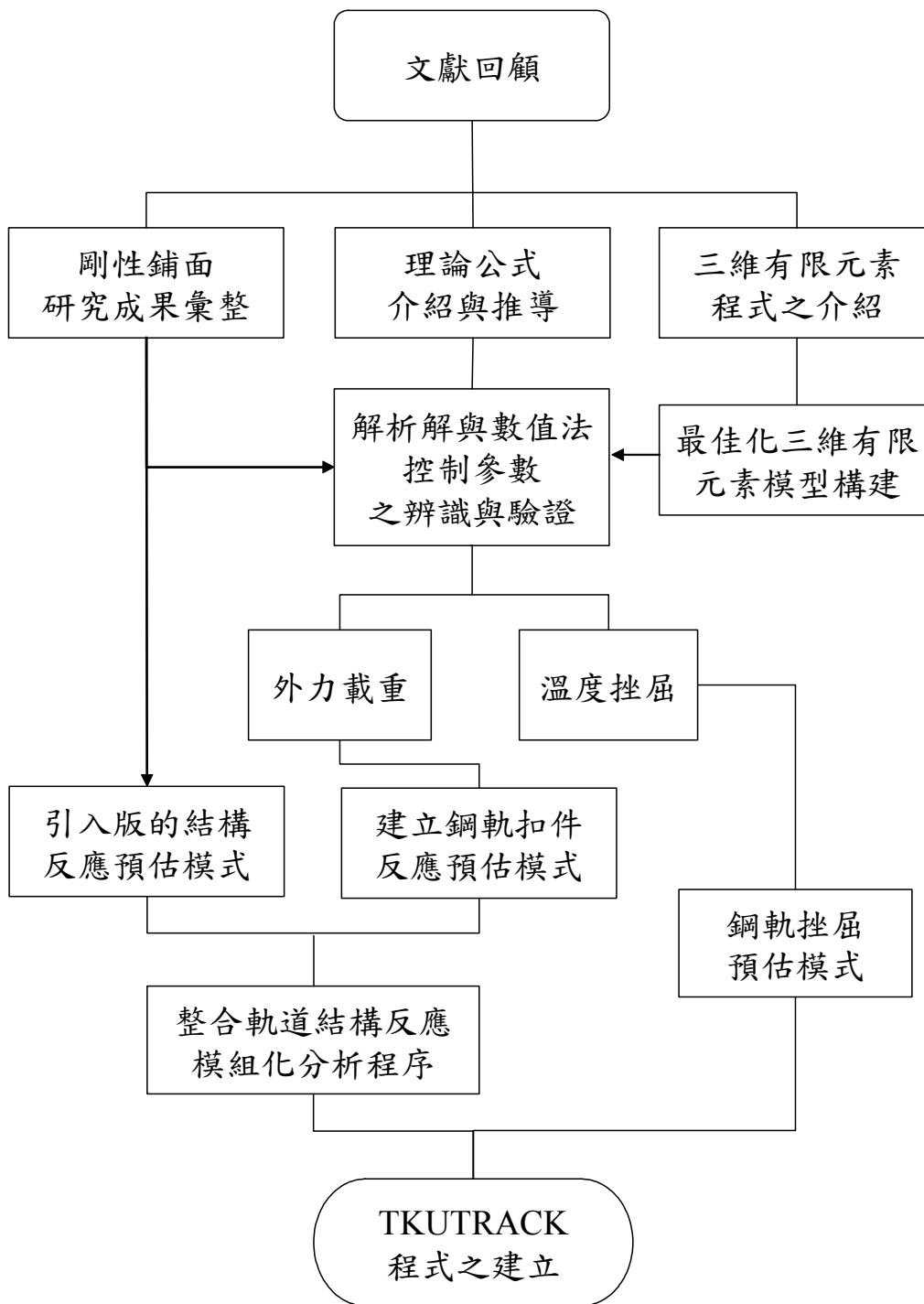


圖 1 - 1 研究流程圖

第 2 章 文獻回顧

版式軌道是由鋼軌、扣件、混凝土版與路基組成之複雜系統，若以理想之彈性理論進行分析將無法較精確地掌握其力學行為。因此，目前大部分設計以有限元素法進行分析。而綜觀目前大多數的研究與設計，雖然有限元素法被廣泛的利用，然而對於其分析模式、引用參數、力學行為的特性與相關的驗證等，皆僅侷限於幾個特殊的個案或範圍，對於整體的力學參數與特性並未能以整體性的角度來觀察。因此，本計畫首先將針對傳統軌道系統與版式軌道系統的力學原理與相關分析研究進行詳細的介紹。

2-1 軌道發展演進

2-1-1 傳統道碴式軌道

傳統的軌道組成包括路床、道碴、軌枕，鋼軌及附屬設備。這類軌道系統構造是在壓實處理過的路基上鋪設要求厚度的道碴，然後在道碴上設置規定間隔的軌枕，最後將兩條鋼軌以扣件及道釘等設備固定於軌枕上，其構造斷面如圖 2 - 1 所示，台鐵目前所使用的軌道系統主要即是以此一類型為主。

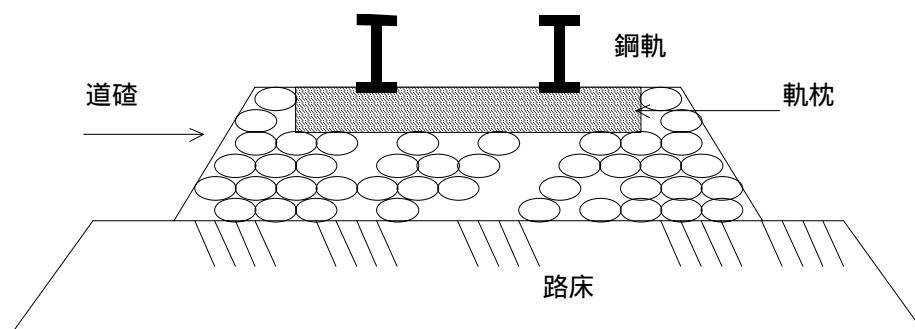


圖 2 - 1 傳統的軌道組成示意圖

軌道在承受車輛經過的重複載重後，結構將逐漸變形造成軌道不整，當軌道不整量超過容許範圍將危及行車安全。所以軌道須符合下

列要求：1.強度足夠；2.確保車輛之安全圓滑行駛；3.避免軌道不整；4.良好的乘車舒適感；5.合乎經濟；與 6.保養維護簡易。

在軌道系統中，鋼軌的主要作用在於保持軌距、提供列車行駛的表面，並將列車之輪重經由鋼軌傳遞至鋼軌以下的結構中。軌枕的功用為固定鋼軌保持軌距、將鋼軌所傳下之載重分佈到道碴上。軌道系統中，扣件組除了固定鋼軌位置防止位移外，另一項功能即是消除列車行駛軌道時震動所產生的能量。道碴為碎石鋪設在路床表面所組成的部分，主要的功能乃是將軌枕所傳替下來的力量均勻的分佈到路床上，並增加軌道的彈性、吸收震動所產生的能量、減少材料受損、與防止軌枕產生位移。而路床的功能與道路的路床功能相同，主要是承載由上傳遞下來的載重，在此的路床對軌道會有重要的影響，因此對於路床要求應較高。

軌道系統並非為完全彈性體，在承受車輛經過的重複載重後，結構將逐漸變形造成軌道不整，不適合列車以較高速度通過，因而必須經常維護施工。而軌道系統的維護施工屬於重勞力的作業，往往必須投入大量的時間與資源。且一般的維修作業皆選擇夜間執行，常受到鐵路沿線的居民抗議。而次數頻繁的維護施工作業也嚴重的影響到列車營運的班次與調度。就現今大部分現代化國家與我國的社會結構而言，由於國民受教育程度與生活水準已經大幅提昇，一般國民對於需要重勞力作業的職業從事之意願不高。因此，重勞力勞工資源的嚴重短缺之影響，也提高了鐵路的維修成本。且因運輸量的需求使鐵路運輸的班次增多，其班次密度愈來愈高，經常性的維修工作對於鐵路運輸的安全與效率將會產生很大的影響。因此對於傳統式軌道因結構強度的不足所引發的諸多問題，勢必要提出適當的改善方法。

2-1-2 版式軌道

傳統軌道因其所擁有的缺失，必須脫胎換骨以建立既堅固耐用又達到安全要求且經濟可行的新式技術，尤其要求加強軌道結構的的堅固耐用以期達到免維修（Maintenance Free）的軌道最為理想，於是發展出新式的軌道技術稱之版式軌道或軌道版（Slab Track）。

版式軌道於 1955 年由日本開始研發，1971 年成立「版式軌道研究會」專門研發版式軌道。1977 年在日本已經鋪設約達 160,897 公尺，而在軌道版研發試驗後，以至於正式營運至目前已有五十年之歷史，經測試與試驗的作業，證實軌道版使用能得到更安全與舒適的服務。正式營運後依其使用結果已顯示軌道版系統的鋪設運用非常成功，不僅達到堅固耐用、免保養、省時省工、安全的目的。且在營運期間證明使用新式的軌道版技術確實比傳統的軌道系統降低了維修成本，而最大的特色在於其零事故的安全性受到肯定。

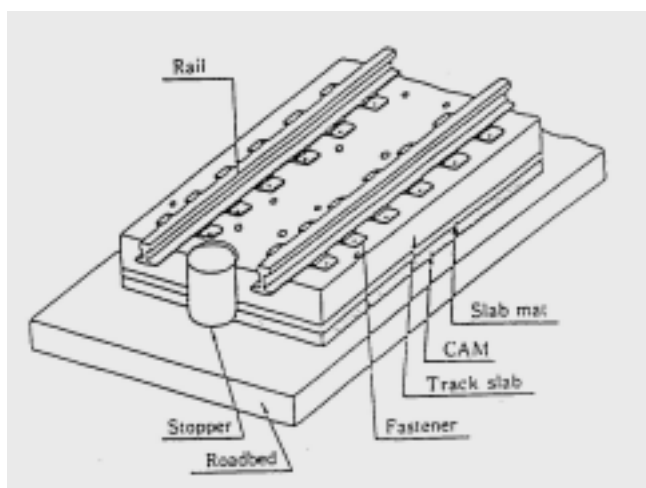


圖 2-2 日本新幹線版式軌道結構示意圖

以日本新幹線版式軌道為例，其結構主要由路床(Roadbed)、防動塊(Stopper)、瀝青水泥砂漿(CAM)、版襯墊(Slab Mat)、混凝土軌道版(Track Slab)、鋼軌(Rail)與扣件(Fastener)所組成，圖 2-2 為其結構組成之示意圖。版式軌道與傳統軌道的不同在於以混凝土版為主要結

構、以瀝青水泥砂漿與版襯墊取代傳統道碴，以求得更佳的結構強度並保有傳統軌道的彈性。

在日本之後，許多先進國家亦投入相當資源來研究版式軌道，目前除日本外另有德國、英國、法國、義大利致力於軌道版上的研發。由於版式軌道結構的複雜性，在分析與設計時無法以單純簡便的方式進行。因此，目前世界各國所發展的版式軌道系統在設計的理念以及分析的方法截然不同，在版式軌道的眾多設計理念中，目前並無統一的方式，但在分析上大部分以有限元素程式分析作為設計時的輔助。

2-1-3 各種版式軌道簡介

版式軌道的研發至目前為止主要由日本、北美地區以及歐陸等地區大規模的鋪設營運，其設計與施工的方法不盡相同，因此可將其區分為幾個不同之系統。Bilow【2000】將不同地區使用的版式軌道系統以設計方法比較，其中包含加拿大的 Canadian Pacific Railway、美國的 Long Island Railroad、英國的 Eurotunnel 以及荷蘭的 ERS 系統等，其中 Long Island Railroad 的設計方式為美國鐵路工程協會【AREMA, 2002】所採用。而台灣地區版式軌道之應用始於民國八十一年，台鐵鋪設約 600 公尺版式軌道於竹南-造橋段上，目前則積極的嘗試將原有道碴式路段改為版式軌道。另一方面，臺北捷運系統除部分路段仍使用道碴式軌道外，其營運系統中之高架、地下與機廠等路段皆採用版式軌道取代傳統的道碴式軌道。除此之外，目前規劃興建中之高速鐵路鐵路工程也評估選用版式軌道作為設計。

鐘明華【2003】針對德國、日本、英國、香港、法國、與荷蘭各國版式軌道之使用現況與其特性加以整理介紹。在德國方面，於 1996 年在 NeuluBheim 至 Waghause 間設置七種少道碴軌道，其中包含縱枕植草式軌道(Lawn Track)、混凝土枕置入混凝土槽式軌道

(Heitkamp)、雙混凝土枕塊置於纖維混凝土版式軌道(Hochitef / Schreck - Mieves)、凸緣軌座混凝土版式軌道(Zublin Ballastless Track)、軌座凹槽混凝土版式軌道(Heilit & Woerner BES System)、獨立軌座混凝土版式軌道(Leonhard Weiss FFC)、與混凝土枕置於瀝青層軌道(SATO Sleepers on asphalt)。

在日本方面，於 1965 年開始發展版式軌道，其中包含版式軌道、鋪裝軌道、填充道床軌道、土路基框型軌道、彈性軌枕直結軌道、防振軌枕軌道、彈性道碴軌道、有道碴彈性軌枕軌道、TC 型省力化軌道、與梯狀縱向軌枕省力化軌道。

而其他國家如英國於 1969 年開始鋪設無道碴軌道(PACT)。香港地鐵公司於 1999 年興建國際機場捷運線時，鋪築了彈性基鈹之版式軌道、與彈性基鈹及道碴墊之槽型軌道系統。法國則採用雙枕塊軌道系統的低振動軌道。荷蘭則採用箱型道床軌道。

而國內目前為止所引進的無道碴軌道系統，主要為鐵路局工務處、山線雙軌工程處、與東部鐵路改善工程局等單位。除了鋪設竹南-造橋段的版式軌道外，87 年於台中縣苗栗隧道內鋪設彈性基鈹軌道。而目前於北迴線鐵路正改善與推動，直接固定式基鈹無道碴床軌道、與套靴式 PC 軌枕防振直結軌道。

2-2 軌道力學分析方式

2-2-1 理論分析

1913 年以前軌道力學尚未有明確分析方式，大部分採用經驗法分析【翁禮維, 1986】。1913 年美國鐵路工程協會 (American Railway Engineering Association) 主席 Talbot 與 Westergaard 以 Timoshenko 所提出的連續彈性支承樑理論為基礎【Hay, 1982】，發展出分析軌道應力與應變的彈性理論，藉以求得軌道系統中的鋼軌、混凝土版與路基

之彎矩及應力。Talbot 所發展的理论公式乃假设轨道为弹性连续体，且轨枕间的距离甚短，故钢轨视为一弹性梁铺设于弹性基础上，此理论称为纵枕理论，较适用于较短的轨枕间距与钢轨重量大的情况。当轨枕间距较大，钢轨下的支承条件非纵枕理论所假设的连续情况时，可采用另一种分析方式分析称为横枕理论，此法较适用于较长的轨枕间距与钢轨重量小的情况为日本铁道省所采用。

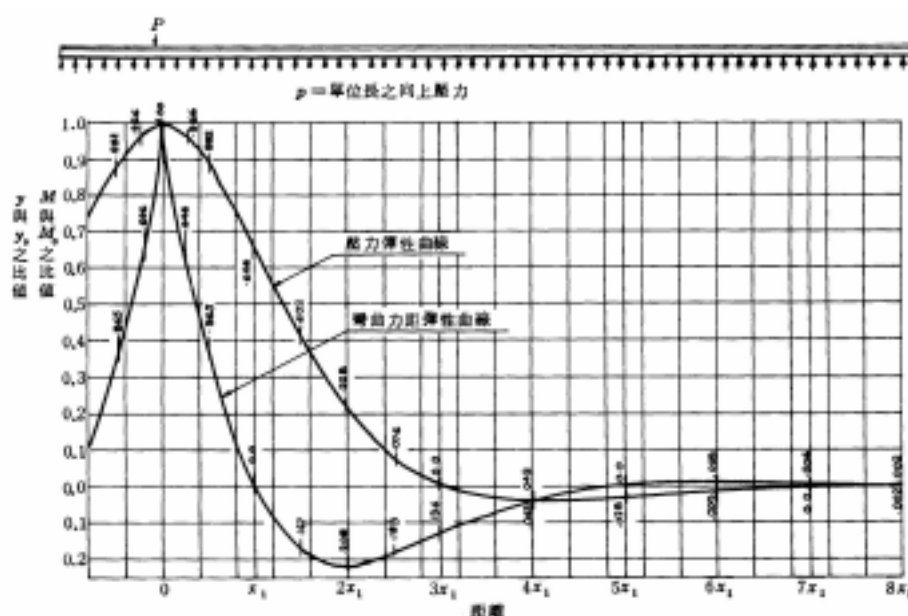


圖 2 - 3 Master Diagram 單軸載重軌道受力分佈圖

美國鐵路工程協會根據縱枕理論推導的公式，以類似於一般分析結構所採用的影響圖的理念，將單輪載重下軌道撓度與彎矩之關係製成無因次的反應圖，藉以求得單一集中載重下軌道之變形量與彎矩之大小，此法稱為 Master Diagram 方法【翁禮維, 1986】。此法應用在的分析與設計時，可以查圖方式便利的取得單輪載重作用在鋼軌結構上的力學反應，並以疊加原理將多重載重的荷重型態的力學反應求得，使用上尚稱便利。

版式軌道早期分析時亦是以傳統軌道力學相同之彈性理論進行，在使用上之假設與道碴軌道諸多相同。然而，使用理論解分析有

諸多限制且與實際情況不符合，例如理論解所假設的過於理想化，對於複雜度甚高的版式軌道系統忽略了太多的影響因素。再者，理論解將軌道視為二維的樑系統，此時作用在軌道版上的力在橫斷面上為均勻的線載重與實際軌道版上的載重為局部作用不同，如此將低估作用在版上的應力。工程人員為瞭解決諸如此類問題的，改採用有限元素法進行軌道力學的分析，解除理論解無法達到的限制。

吾人可由上文得知版式軌道的彈性理論將軌道系統視為連續彈性樑（Continuously Uniformity Elastic Beam）置放於彈性基礎上，藉以求得鋼軌、混凝土版與路基之彎矩及應力。然而，實際上版式軌道乃是由鋼軌、扣件、混凝土版與路基組成之複雜系統，若以理想之彈性理論進行分析將無法較精確地掌握其力學行為，應用此一理念所得之分析結果較無法滿足版式軌道之現況。因此，日本鐵路工程學者以類似剛性鋪面系統中彈性基礎上的版之理論，加上連續彈性樑以模擬版式軌道系統【王其昌, 1983】。然而，由於此系統的複雜度甚高，並無法提供一個理論之解析解，目前僅是以此觀念配合有限元素法的使用來進行相關力學行為之分析。就此一理念而言，其所得之分析結果將會比彈性支承雙重彈性樑理論解更具代表性。然而，欠缺理論解的支持，且未經有限元素法進行嚴謹的探討所造成的隔閡，也使得此種分析法無從判斷其結論是否恰當。

2-2-2 數值分析

有限元素法相較於以理論解求解力學問題所受之假設條件的限制，在某些方面能夠真正表現結構的真實力學行為。因此，在適當的假設條件下，以有限元素法來探討結構體在力作用下的力學行為已成為目前的趨勢。目前大多數進行版式軌道之設計皆採用此分析方式作為依據。最具代表性之案例為日本山陽新幹線之版式軌道分析【佐佐

木直樹, 1978】，其他研究版式軌道之國家亦使用有限元素法作為分析軌道力學之工具。【王其昌等, 1987b】在「鐵路新型軌下基礎應力計算」中將各種可能分析版式軌道之理論假設加以彙整，其中以樑、版之力學觀念推導各種可行之理論解，並說明有限元素法分析之步驟。

近年來國內對於版式軌道之研究之相關研究也蓬勃發展，研究的課題包含力學分析、設計、材料性質、建造方式以及震動影響與結構互制等。在軌道力學方面，台鐵總工程師黃民仁在其相關著作中介紹版式軌道之力學分析方式。內政部營建署於八十三年至八十四年間完成了「預鑄式軌道版自動化生產技術研發」【黃兆龍等, 1995】的專案報告，研究子題包括軌道版自動化生產的研發與量產可行性評估，亦包括軌道版的材料特性與基本力學性質之分析，以及軌道版的設計與其受力時的力學行為分析。而成功大學郭振銘【1996】教授等在此方面進行一系列更深入之研究，林煜清【1997】以 ABAQUS 有限元素程式建構日本山陽新幹線之版式軌道模型並進行敏感度分析，初步探討版式軌道的力學反應。孫鈺茹【1999】在論文中參考日、德等國家的經驗建立版式軌道靜力與動力分析模型，研究中以有限元素法軟體 ABAQUS 模擬版式軌道系統，並與日本新幹線版式軌道分析範例進行驗證工作，然而由於現地資料收集不易，因此驗證結果差異頗大。陳聖傑【2000】與曾俊維【2001】則以動力分析探討軌道震動。

由於彈性連續樑理論的力學分析方式無法滿足由鋼軌、扣件、混凝土版與路基組成之複雜系統力學行為。一般的研究是以二維或三維元素構建有限元素模式，藉著電腦高速計算的功能精密的描述其力學行為。各國之相關單位皆致力於此方面研究的發展，然而大部分的相關研究僅將有限元素法的分析結果加以探討，或將有限元素法的分析結果與實際的現地量測值進行比對，或直接以有限元素法之分析結果

作為設計版式軌道之依據，對於與理論解之驗證者鮮少。

本研究根據相關研究的數值分析步驟加以探討，判斷驗證結果差異頗大其原因乃分析方法不同所致，且部分材料係數之訂定並非與原有試驗有所差距，因此分析結果未能相符。上述文獻中的研究大部分以單一個案進行分析或僅考慮某一特定情況進行敏感度分析，其分析結果或許能適用於此特定之情況與參數範圍，若對於考量整體性的反應與更廣泛的分析則仍嫌不足。再者有限元素法的使用者必須經過專業的訓練，運算前須小心謹慎的判斷輸入模式，不同的元素網格切割以及元素配置極易因些微的差異而產生影響。因此，對於有限元素法之分析結果應要更為謹慎的驗證，才能確保分析結果的穩定。

2-3 軌道挫屈

由於焊接長軌（Continuously Welded Rail ; CWR）的使用，大量的減少軌道接頭的使用，因而強化了軌道之結構。然而，焊接長軌的鋪設將在鋼軌本身產生極大之軸力，若此力超出容許之挫屈強度造成軌道不整對列出營運之安全有潛在之威脅。軌道系統由鋼軌、軌枕、扣件組與道碴所組成的複雜系統，因此並無法提供一個適當的理論解來求得發生挫屈行為時的相關物理量，目前所能提供較適合的原理乃是細長柱挫屈理論。

軌道挫屈分析的方法在 1930 年就已經開始研究，伴隨著若干現地試驗而發展出一套分析理論模式，這個分析模式一直廣泛的被使用到 1980 年代。直到有限元素法的開發應用，使得軌道挫屈分析的方法能夠探討了更深入的問題。軌道挫屈理論可分為兩大類，第一個是樑理論模式、另一類為軌道-軌枕框架結構模式。

1960 年代起相關研究基於焊接長軌的力學理論探討分析，假設以單樑置放於彈性基礎之模式分析由列車荷重與溫度改變所造成的

挫屈現象，由於這些研究因而改善了焊接長軌的應用績效。在 1950 年到 1960 年間，F. Bijl 應用樑理論模式探討焊接長軌的穩定分析，應用能量法求解。此模式的限制是不能用應用在轉彎半徑小於 500 公尺之內的情況。

Kerr 在 1971 年使用能量法以及幾何非線性變型理論研究軌道的穩定，並在 1975 年彙整數十年的軌道挫屈研究與試驗【Kerr, 1978】，最後歸納出圖 2-4 四種模態的挫屈變形。Kerr 使用尤拉樑理論(Euler Beam Theory)分析軌道挫屈溫度，該研究討論直線段、固定參數、線性和雙線性的軌枕與道碴軌道之間縱向、側向反力模數等因素對於軌道挫屈溫度影響【Kerr, 1986】。接著，1985 年 Kish 提出列車載重的作用下，會使得道碴軌道的強度變弱進而使得挫屈溫度下降。

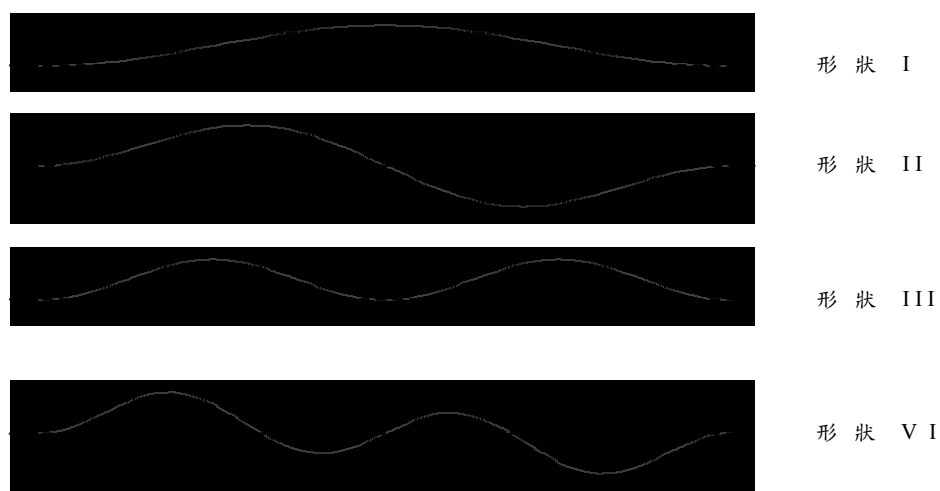


圖 2-4 四種鋼軌挫屈之形狀

隨著有限元素法發展的優勢，諸多研究考慮到由於軌道隆起、道碴軌道側向強度減少、材料非線性、列車載重、列車軸距與扣件組失去效用對於軌道挫屈溫度影響。直到 1980 年代中期，Ramesh 以二維有限元素探討軌框結構，至此之後有限元素法被廣泛使用在分析焊接長軌之鋼軌挫屈行為。這種結構分析的比樑理論模式更能模擬現況，但是仍有一些限制，像是只能分析靜力、結構假設是對稱的、忽略了

很多因素與狀況，這些和現場的研究並不一致，所以三維有限元素的分析方式逐漸受到研究人員的青睞。

國內林尚儀【1982】在其論文中以有限元素模擬道碴式軌道，分析軌道受到地震外力下的鋼軌側向變位情形研究，其分析結果並無發現在地震作用後鋼軌有挫屈的現象。此外，杜柏儀【2000】以有限元素法軟體 ANSYS 建立軌道幾何模型，並探討高速鐵路列車移動時軌道動態挫屈以及鋼軌受溫度效應時之大變形挫屈行為。文中分析列車速度、道床狀況與溫度對軌道挫屈之影響，其研究發現二維系統之假設雖能滿足一般性之分析，然而並不能達到真正的最佳設計。

Bao【1998】在其博士論文中將焊接長軌挫屈行為之力學原理發展過程、相關試驗研究、檢測方式進行詳細之整理與介紹，並以 ABAQUS 程式構建線性與非線性之三維有限元素模型分析傳統軌道的鋼軌挫屈行為。該研究並發展一套可供建立鋼軌挫屈模型之 ABAQUS 程式輸入檔的前處理程式—ILLI-BUCKLE，經由一系列的敏感度分析後，確立軌道長度、幾何形狀、道碴強度、扣件強度、軌枕情況、挫屈溫度、列車荷重等因子影響鋼軌挫屈之程度。然而，該研究大部分僅是描述不同因素影響時挫屈反應改變的趨勢，無法更進一步的探討影響因子與系統反應直接相關的特性。且該研究中僅考慮數種結構型式下的鋼軌挫屈模型，無法針對任意軌道結構進行整體的描述。因此，本研究將探討其研究內容，依據其研究方法配合因次分析法的原理進行更深入的探討。

2-4 有限元素法之應用

2-4-1 有限元素法簡介

自 1950 年代電腦問世後，以其高速的計算能力成為代替繁複計算的工具，進而發展出有限元素法（1960 年代）可方便的應用在各

種工程上。這類利用各類切割成的有限元素方塊組成各種真實結構體之模型，藉此來模擬實際結構體在各種不同力的作用下整體結構的力學行為之方法大量的被採用在工程的分析作業上。實際的現地研究中，往往由試驗現場來取得各類的力學數據，但是要在實際的結構體上進行量測作業實為不易。因此，在適當的假設條件下，以有限元素法來探討結構體力作用下的力學行為，已漸漸的適用於實際的研究。有限元素法程式之觀念為將結構分割成很多細小元素，依各元素的節點與自由度得到每一元素的勁度矩陣 (Stiffness Matrix)，再累加元素的勁度矩陣建立龐大的勁度矩陣，並完成力與位移的平衡方程式，求得力與位移間的關係。

近年來由於電腦科技進步神速，無論在硬體與軟體皆提高了使用的效能，因此也增加了電腦快速的運算能力。這樣的結果使得原本需要龐大計算量來解決一連串複雜的問題變得更加的簡便，有限元素法便在這種條件之下逐漸的受到肯定。這類利用各類切割成的有限元素方塊組成各種真實結構體之模型，藉此來模擬實際結構體在各種不同力的作用下整體結構的力學行為之方法大量的被採用在工程界。一般用理論解求解力學問題，由於其假設條件的限制，理論解可應用的範圍有限，且在某些方面也無法真正表現結構的真實力學行為。因此，在適當的假設條件下，以有限元素法來探討結構體力作用下的力學行為，已成為目前的趨勢。

2-4-2 ABAQUS 程式簡介

有限元素程式的發展日愈精進，藉著電腦程式模擬實際結構的力學行為來作分析為很多研究機構所採用並確定極為可行。因此，克服了現地量測遭遇的困難，節省了現場試驗所必須發費大量的時間與資源。目前有限元素程式種類非常的多，有的是為了特殊結構分析所建

立。例如應用在分析鋪面上的 ILLI-SLAB、KENSLAB、JSLAB、WESLIQUID、FEACONS 與土木工程經常使用的如 SAP、ETABS ABAQUS 等。

本研究採用美國 Hibbitt、Karlsson & Sorensen (HKS) 公司所研發的 ABAQUS 有限元素法軟體，它的應用範圍相當廣泛近年來於很多領域都普遍被採用，包括土木、機械、航工等相關工程皆有廣泛的應用，且受到各界的肯定。ABAQUS 程式為一套發展完備的有限元素法軟體，它可分析包括線性、非線性之靜態與動態分析、潛變分析、結構的大變形或大位移、高度非線性、熱力行為、耦合壓密沉陷、滲流分析、破壞力學分析、複雜載重與邊界條件等結構與各種力學問題。ABAQUS 程式中提供了大量的的不同元素，藉由不同元素的組合，可建立模擬欲分析的結構模型。其所提供的元素共有七大類，約有 250 種不同的元素【HKS, 2000a】。

ABAQUS 主要的分析模式有兩大類：一為 ABAQUS/Standard 模式【HKS, 2000b】，此模式為一般有限元素法的使用；另一為 ABAQUS/Explicit 模式【HKS, 2000c】，此模式用在分析較複雜的高非線性與動力有限元素法的問題。一般對於非特殊形式的問題，以 ABAQUS/Standard 模式進行分析，其結果即可達到相當程度的肯定，應用於本論文之研究範圍已有足夠之能力。因此，本研究將以 ABAQUS/Standard 模式進行研究分析之工具。

由於 ABAQUS 的適用的範圍相當廣泛，是一套頗為複雜的軟體。因此 ABAQUS 提供了相當多的使用手冊給程式的使用者。手冊帶給使用者完整的執行步驟與詳細的元件說明。但對於程式的構建、各種有限元素力學的相關知識亦有所介紹，使用者可直接由手冊得到解決問題的方法。程式中列出了各種力學問題分析例子作為範例，

ABAQUS 在手冊中詳細的描述每個分析模式，由問題的形成、力學的理論、解決問題的途徑與詳細的程式執行步驟與程式碼都被完整的細述。以此部分而言，可提供給使用者的幫助相當大。因為對於初學的使用者，可由類似的問題中加以修改而得到解決問題的模式。因此，初學者僅需跟著手冊中的細述一步一步的跟著完成，不需要重新開始學習。而對於較具經驗的使用者，則可應用已存在的模式，探討其理論部分，對程式的程式碼加以修改，則可分析新的問題。

在 HKS 公司的研發下，經過了多次的修改與更新，發展至今已發行多個版本。而 ABAQUS 擁有多方面的功能，其計算效率、可靠度、擴充性與適用性皆受到各領域使用者的肯定。而 ABAQUS 因為具有功能的廣泛、提供完善的手冊、理論的基礎與品管的嚴謹，且具有使用副程式等功能，因為上述等優點，使得 ABAQUS 廣泛被採用。

2-5 剛性鋪面相關研究之應用

版式軌道在不考慮以鋼筋混凝土或預力混凝土方式設計時，其型態與剛性路面之的結構型式類似【Huang, 1993】。由德國所鋪設的少碴式軌道【鍾明華, 2003】亦可觀察到其型態與剛性鋪面相似之處，因此，鋪面的力學分析模式可被應用來分析之。而目前版式軌道所應用之雙重彈性樑理論公式，與版理論之推導過程相似。Lee【1994b】在剛性鋪面相關研究中利用因次分析的方法，發現許多重要的無因次參數，以此進行一系列的分析與研究。並在進一步的研究下，建立剛性鋪面的應力與撓度的調整因子預估公式【Lee, 2001】。

2-5-1 因次分析原理

當理論分析工具無法產生封閉型解，或是在研究涉及許多數值和經驗性的一些工程問題上時，因次分析（Dimensional Analysis）原理

的應用顯然有其必要性。因次分析的方法考慮理論方程式的無因次形式，由一組與資料相關的無因次參數，代表多項有因次的變數間的繁複組合的最簡化關係，White (1986) 曾定義因次分析方法為『因次分析方法是使用壓縮的方式將影響反應的參數數目與複雜性降低的方法』。所以，在資料的分析上，可以減少相關參數的數目，並可節省相當多的時間與成本。此分析方法目前亦已受到工程界相當的肯定。有多位學者如 Lee 【1999】，Darter 【1994a】等曾利用因次分析的方法，建立剛性鋪面的應力與撓度公式。本研究將對於軌道力學的無因次參數的定義進行深入的探討，並利用此成果對於軌道力學的參數辨識與預估模式之構建加以應用。

2-5-2 投影追逐迴歸分析

1981 年 Friedman 等人發展出投影追逐迴歸方式 (Projection Pursuit Regression, PPR)，PPR 是利用小區域平均 (Local Smoothing) 的技術，將回應表面 (Response Surface) 模擬成預估值的非參數性變數的投影函數 (Functions of Projections) 之和。假設存在如下之模式：

$$y = \bar{y} + \sum_{m=1}^{M_0} \beta_m \phi_n(a_m^T x) + \varepsilon \quad (2-1)$$

其中 $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$ 代表預估值的向量。 \bar{y} 而是回應變數的期望值 (或平均值)。投影追逐迴歸方式之投影 (Projection) 部份，表示預測之向量 x ， β_m 是投影到方向向量 a_m ，以得到投影長度，其中 $m=1, \dots, M_0$ 。 $a_m^T x$ 投影追逐迴歸方式之追逐 (Pursuit) 部份，表示用於找尋最佳方向向量 a_m 的最佳化技巧。代表估計投影長度的未知非參數性轉換函數。而 ε 是隨機誤差 (Random Error)。

在概念上，探究變數 x 投影到方向向量 a_1, a_2, \dots, a_m ，為找到

對於多維回應表面良好的非線性轉換 ϕ_1 、 ϕ_2 、 \dots 、 ϕ_n 。換言之，回應表面分成一系列全部加在一起的平均投影項（Smooth Projection Terms）。因此，在係數空間（Factor Space）的最大趨勢被取為第一投影項 ϕ_1 ，而其餘則成為其他投影項的來源。

Lee 與 Darter 建議兩階段迴歸分析方法（Two-step Regression Analysis Procedure）是為較易找到正確的函數型式及較符合的回應表面。經由投影追逐迴歸的輔助，多維空間上之回應表面轉換為可以二維曲線圖形表示的平均投影曲線（Smooth Projection Curves）的和。並利用線性迴歸之方式，求得符合投影曲線的方程式組。合理的函數型式及適用的邊界狀況，也許能容易地經由目視查證或與主題有關的工程知識，來確認和說明，以模擬個別的投影曲線。相對於傳統迴歸方法的計算部份，整體的迴歸統計法及良好的符合度，能夠明確的表現二階段模式研究的績效。

2-5-3 應力預估模式

Lee 在一系列研究下，結合有限元素法與新的統計迴歸技術發展出無因次的應力調整因子。該研究以有限元素法程式的分析結果結果製作成資料庫，再以新式的投影追逐迴歸統計方法（PPR）進行資料分析，最後建立可修正 Westergaard 理論解公式的調整因子模式。此調整因子可將實際的鋪面版的有限尺寸、各種輪軸載重組成、外車道加寬、路肩與雙層版及可能因線性溫差而產生的影響加以考慮，擴展了 Westergaard 理論解公式的使用限制。該研究並以此結果修正 PCA 剛性鋪面設計法建立 PCAWIN 程式。並以 PCA 剛性鋪面設計法為基礎，修正輪軸荷重型態與鋪面材料特性等影響，建立了新的剛性鋪面設計程式 TKUPAV【李英豪等，1996】。以及修正 LEDFAA 剛性鋪面設計法，建立了 TKUAPAV 機場剛性鋪面設計程式等研究成果

【Lee, 1997】。這些研究成果若能與版式軌道系統整合，對於整體的力學分析模式，將有很大的助益。

2-6 本章總結

本研究綜合文獻蒐集、整理、分類後，可發現世界各國所使用版式軌道設計理念，建造方法，使用成效皆不相同，力學分析方式亦無標準。而一般利用理論解求解力學問題往往將數個條件設為理想狀態，而與真實的力學型態有所差異。理論解公式推導的過程中，假設以樑來考慮鋼軌與混凝土軌道版、以線性彈簧來模擬支承與彈性扣件等，在這些理想的條件下，無法真正的描述軌道模型的力學行為。因此，必須進行修正或是以其他方式求取其結構反應。

近年來軌道之力學行為分析絕大多數均以有限元素法程式來模擬，將分析結果與實際的現地量測值進行初步比對，甚至直接以有限元素法之分析結果作為設計版式軌道之依據。這樣往往僅能針對某一特定情況進行分析，其分析結果或許能適用於此特定之情況與參數範圍，若對於考量整體性的反應與更廣泛的分析則仍嫌不足。再者，有限元素法程的使用者必須經過專業的訓練，運算前須小心謹慎的判斷輸入模式，不同的元素網格切割以及元素配置極易因些微的差異而產生影響。因此，對於有限元素法之分析結果應要更為謹慎的驗證，才能確保分析結果的穩定。

而有限元素解無法間銜理論解使得有限元素解缺乏有力輔助依據，彼此間的比較與驗證應從事更深入之研究。因此，本研究針對應用有限元素法分析版式軌道之步驟，包括使用的理念、元素、維度、輸入參數、分析驗證與比較進行探討。對於有限元素分析方式以理論解為基礎再與數值分析之方式加以驗證與整合，以確立其力學原理之完整性，以作為後續擴展更深入研究之依據。

第3章 軌道力學理論與控制參數辨識

軌道的結構反應會隨著列車的載重、組成元件的材料性質與現實環境中其他影響因素而改變。這些因素可以組成控制結構反應的主要變數，掌握這些控制參數就可以瞭解系統反應的趨勢。而進行參數分析的首要步驟，在於確定軌道結構反應的主要控制參數。本章主要在辨識軌道系統結構反應的主要控制參數。研究中首先進行軌道力學的基本理論推導，將理論解公式中的參數以因次分析方式辨識出可能的無因次控制參數。再應用所辨識出的控制參數建立參數驗證分析的資料庫，最後藉由正規化力學反應的驗證來確立軌道力學的主要控制參數。本研究進行的控制參數辨識主要為傳統軌道力學理論，新式版式軌道力學理論，與鋼軌挫屈理論。其中，軌道力學部分將在本章探討，而鋼軌挫屈部分將在第六章說明，研究之完整流程如圖 3-1 所示。

3-1 傳統軌道力學理論

傳統道碴式軌道的力學分析理論以彈性基礎樑理論為主，假設鋼軌為連續樑置放在彈性基礎上。其結構組成主要包括路床、道碴、軌枕、鋼軌與彈性扣件。道碴式軌道之軌道力學計算理論可分為兩大類，分別為縱枕理論與橫枕理論【黃民仁, 1993】。縱枕理論使用連續的彈性基礎樑模式，較適用於鋼軌重量大、軌枕間隔小的軌道路線。使用單位如美國鐵路工程協會（American Railway Engineering and Maintenance-of-Way Association, AREMA）。橫枕理論使用有限間隔彈性支承樑模式，較適用於鋼軌重量小、軌枕間隔大的軌道路線。使用單位如日本的鐵道省。

3-1-1 縱枕理論

較明確之軌道力學的分析方式始於 1913 年，美國鐵路工程協會

主席 Talbot 以連續彈性支承樑理論發展出分析軌道力學的方法，藉以求得軌道中的鋼軌之撓度、彎矩及應力與軌枕作用在路床上的反力。

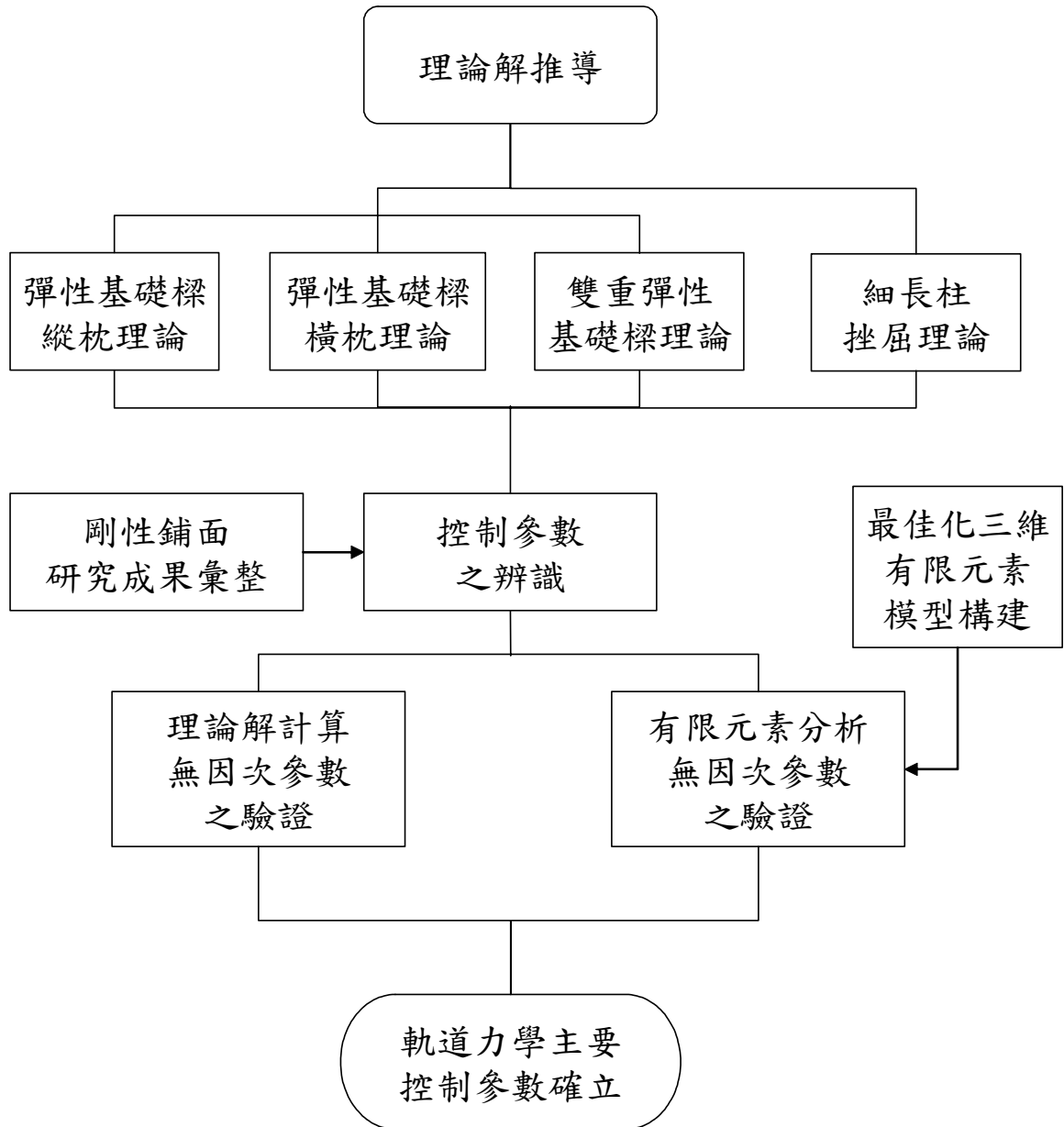


圖 3 - 1 控制參數辨識與驗證流程圖

3-1-1-1 集中載重公式

Talbot 所發展的理论公式乃假设轨道为连续弹性体且轨枕间的距离甚短，故将钢轨视为如图 3 - 2 之方式铺设于弹性基础上的弹性梁。钢轨以下的结构包含路床、道碴、轨枕与弹性扣件之特性综合成弹性基础模式来表示，此种模式称为纵枕理论模式。根据弹性力学与温式基础 (Winkler Foundation) 的假设，此结构之受力行为以图 3 - 3 表示。其中 P 为一集中载重，单位为 $[F]$ ； $q(x)$ 为单位长度之载重，单位为 $[FL^{-1}]$ ； $M(x)$ 为弯矩，单位为 $[FL]$ 。

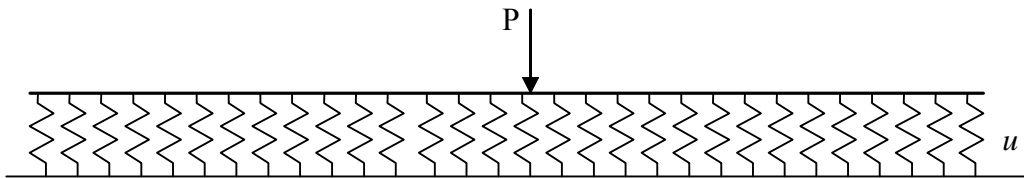


圖 3 - 2 Talbot 所假设的连续弹性支承梁结构

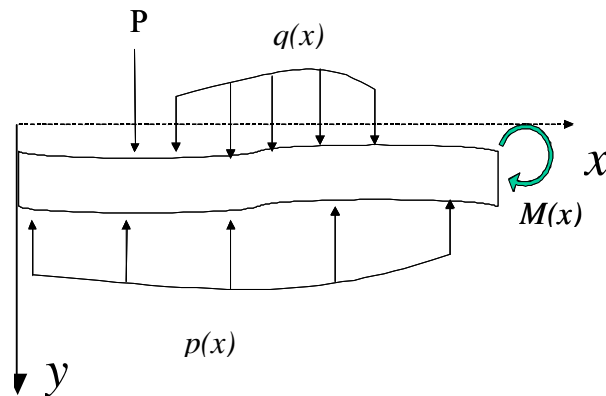


圖 3 - 3 连续弹性梁受力示意图

而钢轨与路床间的变位关系为 $p = -uy$ 。其中， p 为作用在梁上的支承反力单位为 $[FL^{-1}]$ ， u 是整合之弹性基础称为轨道劲度 (Track Stiffness)【Hay, 1982】或钢轨弹性支承系数 (Modulus of Rail Support)【黄民仁, 1993】，单位为 $[FL^{-1}]$ ； y 为梁的变位，单位为 $[L]$ 。参数中的符号 $[F]$ 表示力的单位， $[L]$ 表示长度的单位。

上述鋼軌彈性支承係數 u ，與一般表示的路床反力模數 k 的意義不同。路床反力模數 k 的定義是以平板載重試驗 (Plate Loading Test) 單位位移所需的壓力 $k = p/\Delta$ ，其單位為 $[FL^{-3}]$ 。而鋼軌彈性支承係數 u 的定義，為鋼軌底部下沉單位位移，所需施加於鋼軌上單位長度所需的力 $u = q/\Delta$ ，單位為 $[FL^{-2}]$ 與壓力的單位相同。

鋼軌彈性支承係數 u 即是包含路床、道碴、軌枕與彈性扣件組成的整體反應，在整個軌道系統中為一個重要的參數。其求法是以公式 3-1【黃民仁, 1993】，配合圖 3-4 所計算的近似值。

$$u = \frac{C \times b_T \times d_T / 2}{s} \quad (3-1)$$

式中， s 為軌道軌枕間距， b_T 為軌枕的寬度， d_T 為軌枕的長度， C 稱為道床係數 (Ballast Coefficient) 其定義與路床反力模數 k 的定義相似、單位也相同，僅是以不同的量測方式與儀器來進行所得的結果。道床係數代表的意義是包含路床與道碴的抗變形能力。

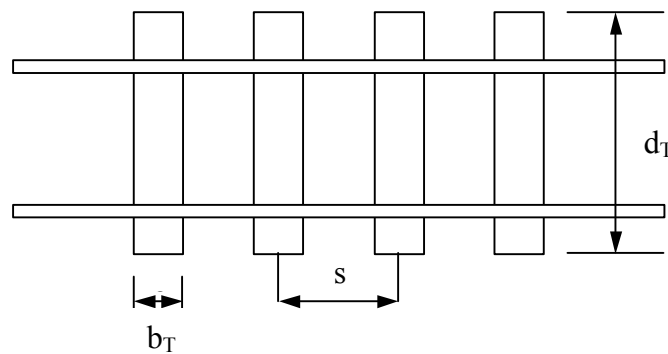


圖 3-4 以軌枕尺寸計算鋼軌彈性支承係數

根據彈性力學之定義可推導出上述結構作用力與變位之間的關係，如公式 3-2 所示。而應用無限長樑的邊界條件，針對公式 3-2，進行推導，可導出軌道變形 y 的理論解。再以微分數學公式可逐步求得 θ 轉角、 M 彎矩 $[FL]$ 與 Q 剪力 $[F]$ 之理論值，所有之理論解推導結

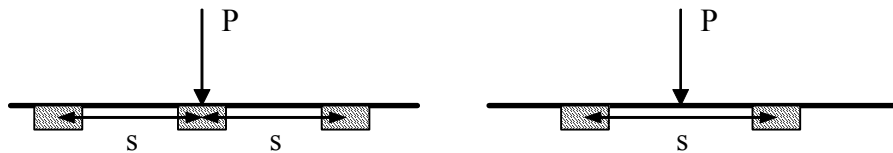
果如公式 3 - 3 所示。

$$E_s I_s \frac{d^4 y}{dx^4} = -p \quad (3 - 2)$$

$$\begin{aligned} y(x) &= \frac{P}{8E_s I_s \lambda^3} \phi_1(\lambda x) & M(x) &= \frac{P}{4\lambda} \phi_3(\lambda x) \\ \theta(x) &= -\frac{P}{4E_s I_s \lambda^2} \phi_2(\lambda x) & Q(x) &= -\frac{P}{2} \phi_4(\lambda x) \end{aligned} \quad (3 - 3)$$

式中， $E_s I_s$ 為鋼軌彎曲勁性 (Flexural Rigidity)； $\lambda = \sqrt[4]{u/4E_s I_s}$ 稱為
 阻尼參數 (Damping Factor)，單位為 $[L^{-1}]$ ； ϕ_1 、 ϕ_2 、 ϕ_3 、 ϕ_4 為齊姆曼
 (Zimmerman) 函數；為 $\phi_1(\lambda x) = e^{-\lambda x} (\cos \lambda x + \sin \lambda x)$ 、 $\phi_2(\lambda x) = e^{-\lambda x} \sin \lambda x$ 、
 $\phi_3(\lambda x) = e^{-\lambda x} (\cos \lambda x - \sin \lambda x)$ 、 $\phi_4(\lambda x) = e^{-\lambda x} \cos \lambda x$ 。

若分析時欲求得鋼軌作用在軌枕上的反力 F，則將根據荷重 P 作用於鋼軌的位置而異。如圖 3 - 5(a)，若荷重 P 作用於鋼軌的位置為軌枕的正上方，則荷重作用點上的鋼軌壓力 F 可以公式 3 - 4 第一式計算。若根據圖 3 - 5(b)，荷重 P 作用位置為兩軌枕間隔的中央，則鄰近軌枕上的鋼軌反力 F 可用公式 3 - 4 第二式計算，其中 s 為軌枕間的距離。



(a) 荷重作用在軌枕上

(b) 荷重作用在兩軌枕中央

圖 3 - 5 荷重作用位置不同之示意圖

$$F = \begin{cases} P \left[1 - \phi_4\left(\lambda \frac{s}{2}\right) \right] & \text{載重作用在軌枕上} \\ \frac{P}{2} \left[1 - \phi_4(\lambda s) \right] & \text{載重作用在兩軌枕中央} \end{cases} \quad (3 - 4)$$

3-1-1-2 均佈載重公式

若荷重 P 作用於鋼軌的位置非集中荷重，而是以均佈載重 q 作用

於鋼軌上 a 之範圍內，則經由連續彈性支承樑理論所推導出的載重中心，既 $x=0$ 位置之結構反應如公式 3-5 所示【王其昌, 1987b】。

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{q}{u} [1 - \phi_4(\lambda \frac{a}{2})] & M &= \frac{q}{2\lambda^2} \phi_2(\lambda \frac{a}{2}) \\ \theta &= \frac{q}{8EI\lambda^3} [\phi_1(\lambda \frac{a}{2}) - \phi_1(\lambda \frac{a}{2})] = 0 & Q &= \frac{q}{4\lambda} [\phi_3(\lambda \frac{a}{2}) - \phi_3(\lambda \frac{a}{2})] = 0 \end{aligned} \quad (3-5)$$

3-1-2 橫枕理論

橫枕理論所適用的有限間隔彈性支承樑模式如圖 3-6 所示。系統中假設鋼軌由許多彈性軌枕所支撐，而形成具有支承間距 s 的連續彈性樑。在此理論假設中，載重作用鋼軌所產生的力學反應主要發生在軌枕支承處。

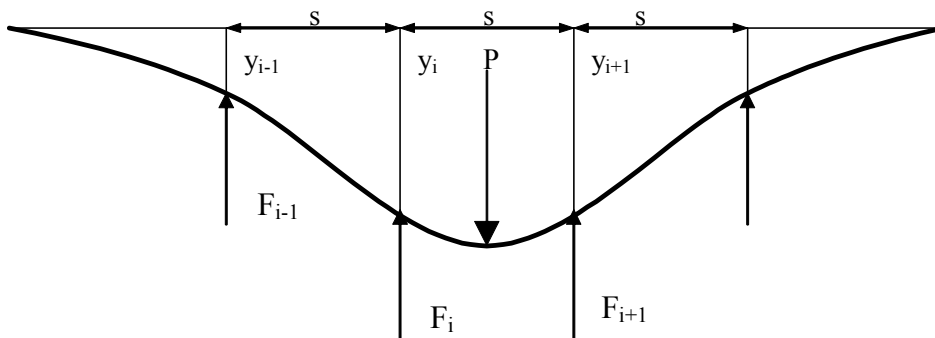


圖 3-6 有限間隔彈性支承樑模式示意圖

根據圖 3-6 所示在每一個軌枕支承處所產生的鋼軌撓度 y_i 、鋼軌彎矩 M_i 、與作用在軌枕上的反力 F_i ，可利用其力作用的關係求解。應用三力矩公式與力平衡的關係，可將不同軌枕數所構成的軌道路線之理論解求得公式 3-6 至公式 3-8 之關係式【黃民仁 1993】。公式 3-6 中的第一式適用於圖 3-5(a)之情況，此時載重作用在軌枕上，系統中軌枕總數為奇數，一般用以計算作用在軌枕上最大反力 F 。而公式 3-6 中的第二式適用於圖 3-5(b)之情況，此時載重作用在兩個軌枕中間，系統中軌枕總數為偶數，用以計算鋼軌之最大彎矩。

$$\begin{cases} s^2(M_{i-1} + 4M_i + M_{i+1}) + 6E_s I_s (y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) = 0 \\ s^2(M_{i-1} + 4M_i + M_{i+1}) + 6E_s I_s (y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) + 6s^3 P/16 = 0 \end{cases} \quad (3-6)$$

$$Dy_i s - (M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1}) = 0 \quad (3-7)$$

$$P - D \sum y_i = 0 \quad (3-8)$$

其中，P 為作用在鋼軌的載重[F]； M_i 為各支承處鋼軌上的彎矩[FL]； y_i 為各支承處鋼軌的撓度[L]； E_s 為鋼軌彈性模數[FL⁻²]； I_s 為鋼軌慣性矩[L⁴]；s 為彈性支承間距[L]；D 表示鋼軌支承下沉係數。其中鋼軌支承下沉係數 D 為軌枕上支承鋼軌位置下沉單位位移所需的力[FL⁻¹]，可應用鋼軌彈性支承係數 u 與軌枕間距 s 相乘求得。

假設在單一載重 P 下，以 3 個軌枕數為例，推導軌枕上最大反力 F 之理論公式。應用以上三個公式最後可推導出作用在軌枕上最大的反力 F 如公式 3 - 9，此時作用在鋼軌上的最大撓度 δ 為公式 3 - 10。其中，s 為軌枕間距；單位為[FL⁻¹]；B 為鋼軌剛性係數，其定義為 $B=6E_s I_s/s^3$ ，單位為[FL⁻¹]。

$$F = \frac{(B+2D)}{3B+2D} P \quad (3-9)$$

$$\delta = \frac{(B+2D)}{3B+2D} \frac{P}{D} \quad (3-10)$$

接著假設在單一載重 P 下，以 4 個軌枕數為例，推導軌枕上最大彎矩 M 之理論解以公式 3 - 11 表示，此時作用在鄰近軌枕上的最大鋼軌撓度 δ 為公式 3 - 12。

$$M = \frac{(8B+7D)}{16B+40D} sP \quad (3-11)$$

$$\delta = \frac{(4B+23D)}{16B+40D} \frac{P}{D} \quad (3-12)$$

以此橫枕理論原理可將不同軌枕數的模式推導出鋼軌最大彎矩 M、最大撓度 δ 、與軌枕上的最大作用力 F 之公式。

3-1-3 主要控制參數之辨識

由縱枕理論公式可求得軌道上任意一點的彎矩、撓度與載重作用處的軌枕反力。本研究將縱枕理論推導所得之公式加以移項，可將各項反應處理成如同公式 3 - 13 無因次型態的正規化撓度 $(yE_s I_s \lambda^3)/P$ 、正規化彎矩 $(M\lambda)/P$ 、正規化軌枕反力 F/P ，這些無因次正規化反應僅與無因次參數 λx 有關，其關係如下公式所示。

$$\frac{yE_s I_s \lambda^3}{P}, \frac{M\lambda}{P}, \frac{F}{P} = f(\lambda x) \quad (3-13)$$

此外，若就阻尼參數 (Damping Factor) λ 來探討。其中，鋼軌之慣性矩為 $I_s = b_0 h^3 / 12$ ，其中 b_0 為鋼軌寬度、 h_s 為高度，若將 u/b_0 取代路床反力模數 k ，則 $\lambda = \sqrt[4]{u/4E_s I_s}$ 可改寫為 $\lambda = \sqrt[4]{12k/4E_s h_s^3}$ ，其形式與剛性鋪面的相對勁度半徑 $\ell = \sqrt[4]{E_c h_c^3 / (12(1-\nu^2)k)}$ 倒數相同。本研究根據此特性定義軌道相對勁度半徑 ℓ_r 來表示鋼軌材料性質與彈性支承係數之間的相對關係，其組成如公式 3 - 14 所示。因此，縱枕理論的正規化反應亦可表示為公式 3 - 15，其主要控制參數為 x/ℓ_r 。

$$\ell_r = \sqrt[4]{\frac{E_s I_s}{u}} \quad (3-14)$$

$$\frac{yE_s I_s}{P\ell_r^3}, \frac{M}{P\ell_r}, \frac{F}{P} = f\left(\frac{x}{\ell_r}\right) \quad (3-15)$$

若將均佈載重理論公式加以移項，公式 3 - 5 之結構反應可轉變為正規化撓度 $\frac{\delta E_s I_s}{P\ell_r^3}$ 、正規化彎矩 $\frac{M}{P\ell_r}$ 、正規化軌枕反力 $\frac{F}{P}$ ，其正規化反應為無因次參數 $a\lambda$ 或 a/ℓ_r 之函數，如公式 3 - 16 所示。

$$\frac{\delta E_s I_s}{P\ell_r^3}, \frac{M}{P\ell_r}, \frac{F}{P} = f\left(\frac{a}{\ell_r}\right) \quad (3-16)$$

在橫枕理論方面，若將公式 3 - 9 ~ 公式 3 - 12 中之分子、分母各除以鋼軌支承下沉係數 $D = u * s$ ，並根據本研究定義的軌道勁度半徑

$$\ell_r = \sqrt[4]{E_s I_s / u} \text{ 加以整理，則無因次參數 } \frac{B}{D} = \frac{6E_s I_s}{s^3(u \times s)} = \left(\frac{\ell_r}{s}\right)^4。$$

本研究以橫枕理論為基礎，利用不同軌枕數所建立的條件式，應用 Mathematic 軟體之功能，將軌枕數為 3、4、5、6、7、8 等模式，推導出鋼軌最大彎矩 M 、最大撓度 δ 、與軌枕上的最大作用力 F 之公式。在推導過程中，將公式中所有的參數以鋼軌剛性係數 B 、鋼軌支承下沉係數 D 、載重 P 與軌枕間距 s 表示。最後，所有的橫枕理論所求得之結構反應公式經匯整後如表 3-1 與表 3-2 所示。

若由表 3-1 與表 3-2 中的公式加以探討，表中的所有公式可處理成 $\delta = \frac{P}{u \times s} \times f\left(\frac{B}{D}\right)$ 、 $M = P \times s \times f\left(\frac{B}{D}\right)$ 、 $F = P \times f\left(\frac{B}{D}\right)$ 的型態，即使隨著軌枕數目的增加，使公式更加複雜，推導所得的公式亦符合此種模式。

表 3-1 奇數軌枕時最大軌枕作用力之理論公式

軌枕數	軌枕上之最大鋼軌撓度	最大軌枕作用力 F
3	$\frac{(B+2D) P}{3B+2D D}$	$\frac{(B+2D)P}{3B+2D}$
5	$\frac{(B^2+18BD+7D^2) P}{5B^2+34BD+2D^2 D}$	$\frac{(B^2+18BD+7D^2)P}{5B^2+34BD+2D^2}$
7	$\frac{(B^3+72B^2D+131BD^2+26D^3) P}{7B^3+196B^2D+193BD^2+26D^3 D}$	$\frac{(B^3+72B^2D+131BD^2+26D^3)P}{7B^3+196B^2D+193BD^2+26D^3}$

表 3-2 偶數軌枕時最大鋼軌彎矩之理論公式

軌枕數	軌枕上之最大鋼軌撓度	最大鋼軌彎矩 M
4	$\frac{(4B+23D) P}{16B+40D D}$	$\frac{(8B+7D)}{16B+40D} sP$
6	$\frac{(4B^2+141BD+91D^2) P}{8(3B^2+44BD+19D^2) D}$	$\frac{(9B^2+45BD+13D^2)}{4(3B^2+44BD+19D^2)} sP$
8	$\frac{(4B^3+474B^2D+1295BD^2+341D^3) P}{8(4B^3+194B^2D+330BD^2+71D^3) D}$	$\frac{(32B^3+524B^2D+568BD^2+97D^3)}{8(4B^3+194B^2D+330BD^2+71D^3)} sP$

本研究亦利用因次分析的方式，將結構反應以無因次的型態表示，則公式 3-17 的正規化反應僅與無因次的參數 s/ℓ_r 有關。若橫枕理論之荷重方式為均佈載重 q ，作用範圍為 a ，則公式 3-18 正規化

反應的控制參數為無因次參數 $\frac{s}{l_r}$ 與 $\frac{a}{l_r}$ 。

$$\frac{\delta \times u \times s}{P}, \frac{M}{P \times s}, \frac{F}{P} = f\left(\frac{s}{l_r}\right) \quad (3-17)$$

$$\frac{\delta \times u \times s}{P}, \frac{M}{P \times s}, \frac{F}{P} = f\left(\frac{s}{l_r}, \frac{a}{l_r}\right) \quad (3-18)$$

3-2 版式軌道力學理論

版式軌道力學之理論分析亦是以傳統軌道力學相同之彈性理論進行，在使用上之假設與道碴軌道諸多相同。版式軌道之理論分析相似於傳統軌道，將混凝土版假設為另一連續彈性樑，分析時以雙重彈性樑鋪設於彈性基礎上【王其昌, 1987b】，圖 3 - 7 中 $E_s I_s$ 為上層樑（鋼軌）的材料性質， $E_c I_c$ 為下層樑（混凝土版）的材料性質， u_1 與 u_2 分別代表鋼軌部分與基礎部分的彈性支承係數。

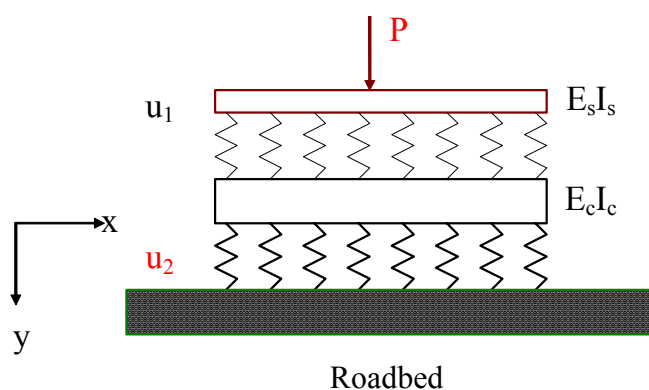


圖 3 - 7 構建於連續彈性基礎上的雙重彈性樑示意圖

$$\begin{cases} E_s I_s \frac{d^4 y_1}{dx^4} + p_1 = 0 \\ E_c I_c \frac{d^4 y_2}{dx^4} + p_2 = p_1 \end{cases} \quad (3-19)$$

公式 3 - 19 為根據圖 3 - 7 所建立的四次微分方程組，可由此式求得鋼軌位移 y_1 與混凝土軌道版位移 y_2 。其中，作用在鋼軌混凝土軌道版上的反力 p_1 與 p_2 可根據溫氏（Winkler）基礎的假設，將力與位移間的關係由 $p_1 = u_1(y_1 - y_2)$ ； $p_2 = u_2 y_2$ 表示。而將此條件代入公式 3 -

19, 可建立與傳統道碴式軌道力學理論相同形式的通式如公式 3 - 20。

$$\begin{cases} E_s I_s \frac{d^4 y_1}{dx^4} = -u_1(y_1 - y_2) \\ E_c I_c \frac{d^4 y_2}{dx^4} = u_1(y_1 - y_2) - u_2 y_2 \end{cases} \quad (3 - 20)$$

而由公式 3 - 20 的型態可知其通解為 $y_1 = Ae^{\lambda x}$, $y_2 = Be^{\lambda x}$ 之型式。接著, 假設三個轉換參數為 $l = u_1/(E_s I_s)$ 、 $m = u_1/(E_c I_c)$ 、 $n = u_2/(E_c I_c)$, 並將 l 、 m 、 n 三個轉換參數代入公式 3 - 20, 可得 $A\lambda^4 + l(A - B) = 0$ 與 $B\lambda^4 - mA + (m + n)B = 0$ 。再將兩式移項可得 $\frac{B}{A} = \frac{\lambda^4 + l}{l}$ 與 $\frac{B}{A} = \frac{m}{\lambda^4 + m + n}$, 結合兩式後可得 $\frac{\lambda^4 + l}{l} = \frac{m}{\lambda^4 + m + n}$ 。為了將參數合併而以精簡公式的方式表示, 可令公式中之 $\lambda^4 = U$ 後, 可聯立式解一元二次方程式之根 U_1 、 $U_2 = \frac{1}{2} \left(-(l + m + n) \pm \sqrt{(l + m + n)^2 - 4 * l * n} \right)$ 。接著, 假設 $\kappa = \sqrt[4]{-U_1/4}$ 、 $\omega = \sqrt[4]{-U_2/4}$, 並將這兩個參數代入公式 3 - 20 的通解。最後, 雙重彈性樑鋼軌與軌道版撓度的理論公式則可彙整成為公式 3 - 21。

$$\begin{aligned} y_1 &= A_1 e^{-\kappa x} \cos \kappa x + A_2 e^{-\kappa x} \sin \kappa x + A_3 e^{-\omega x} \cos \omega x + A_4 e^{-\omega x} \sin \omega x \\ &\quad + A_5 e^{\kappa x} \cos \kappa x + A_6 e^{\kappa x} \sin \kappa x + A_7 e^{\omega x} \cos \omega x + A_8 e^{\omega x} \sin \omega x \\ y_2 &= B_1 e^{-\kappa x} \cos \kappa x + B_2 e^{-\kappa x} \sin \kappa x + B_3 e^{-\omega x} \cos \omega x + B_4 e^{-\omega x} \sin \omega x \\ &\quad + B_5 e^{\kappa x} \cos \kappa x + B_6 e^{\kappa x} \sin \kappa x + B_7 e^{\omega x} \cos \omega x + B_8 e^{\omega x} \sin \omega x \end{aligned} \quad (3 - 21)$$

針對公式 3 - 21 之通解, 假設雙重彈性樑的邊界條件為無限長, 則當 $x = \infty$ 時 $y_1(x) = 0$ 、 $y_2(x) = 0$, 由此條件可得 $A_5 = A_6 = A_7 = A_8 = 0$ 、 $B_5 = B_6 = B_7 = B_8 = 0$ 。根據齊姆曼函數之定義, 並由 $\frac{B}{A} = \frac{\lambda^4 + l}{l}$ 之關係可令 $\xi = (U_1 + l)/l$ 、 $\eta = (U_2 + l)/l$, 則無限長雙重彈性支承樑之撓度理論解可整理為下式:

$$\begin{aligned} y_1 &= A_1 \phi_4(\kappa x) + A_2 \phi_2(\kappa x) + A_3 \phi_4(\omega x) + A_4 \phi_2(\omega x) \\ y_2 &= \xi A_1 \phi_4(\kappa x) + \xi A_2 \phi_2(\kappa x) + \eta A_3 \phi_4(\omega x) + \eta A_4 \phi_2(\omega x) \end{aligned} \quad (3 - 22)$$

根據軌道接頭與版之接縫型態可分為無接縫、無軌道接頭, 有接

縫、無軌道接頭，無接縫、有軌道接頭，與有接縫、有軌道接頭等四種不同的邊界條件。在設計時會避免有接縫、有軌道接頭之情況，而以其他三種型態為主。本研究針對其中三種型態之理論解進行推導。

3-2-1 無接縫無軌道接頭型態

由無限長雙重彈性支承樑所模擬的版式軌道模式，若分析位置假設為無接縫、無軌道接頭之連續結構。當 $x=0$ 位置所提供的邊界條件為 $dy_1/dx=0$ ， $dy_2/dx=0$ ， $2E_s I_s (d^3 y_1/dx^3)=P$ 與 $d^3 y_2/dx^3=0$ ，將此條件代入公式後可建立以下的關係矩陣，以此可求得相關的積分常數。

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\kappa & \kappa & -\omega & \omega \\ -\kappa\xi & \kappa\xi & -\omega\eta & \omega\eta \\ \kappa^3 & \kappa^3 & \omega^3 & \omega^3 \\ \kappa^3\xi & \kappa^3\xi & \omega^3\eta & \omega^3\eta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ P \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

求解上式並令 $\varepsilon=\eta/\xi$ 可得 $A_1=A_2=\varepsilon\rho^*/\kappa^3$ 、 $A_3=A_4=-\rho^*/\omega^3$ ，其中 $\rho^* = \frac{1}{4(\varepsilon-1)} \cdot \frac{P}{2E_s I_s}$ 。因此連續無接縫與軌道接頭位置的理論解如下

式。【王其昌, 1987b】

$$\begin{aligned} y_1 &= \left[\frac{\varepsilon}{\kappa^3} \varphi_1(\kappa x) - \frac{1}{\omega^3} \varphi_1(\omega x) \right] \cdot \rho^* \\ y_2 &= \eta \left[\frac{1}{\kappa^3} \varphi_1(\kappa x) - \frac{1}{\omega^3} \varphi_1(\omega x) \right] \cdot \rho^* \end{aligned} \quad (3-24)$$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= 2 \cdot \left[-\frac{\varepsilon}{\kappa^2} \varphi_2(\kappa x) + \frac{1}{\omega^2} \varphi_2(\omega x) \right] \cdot \rho^* \\ \theta_2 &= 2\eta \cdot \left[-\frac{1}{\kappa^2} \varphi_2(\kappa x) + \frac{1}{\omega^2} \varphi_2(\omega x) \right] \cdot \rho^* \end{aligned} \quad (3-25)$$

$$\begin{aligned} M_1 &= -2E_1 I_1 \cdot \left[-\frac{\varepsilon}{\kappa} \varphi_3(\kappa x) + \frac{1}{\omega} \varphi_3(\omega x) \right] \cdot \rho^* \\ M_2 &= -2E_2 I_2 \eta \cdot \left[-\frac{1}{\kappa} \varphi_3(\kappa x) + \frac{1}{\omega} \varphi_3(\omega x) \right] \cdot \rho^* \end{aligned} \quad (3-26)$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= -4E_1 I_1 \cdot [\varepsilon \varphi_4(\kappa x) - \varphi_4(\omega x)] \cdot \rho^* \\ Q_2 &= -4E_2 I_2 \eta \cdot [\varphi_4(\kappa x) - \varphi_4(\omega x)] \cdot \rho^* \end{aligned} \quad (3-27)$$

3-2-2 無接縫含軌道接頭型態

版式軌道模式，若分析位置假設為無接縫、含軌道接頭之結構。則當 $x=0$ 時所提供的邊界條件為 $d^2 y_1 / dx^2 = 0$ ， $dy_2 / dx = 0$ ， $2E_s I_s (d^3 y_1 / dx^3) = P$ 與 $d^3 y_2 / dx^3 = 0$ ，同理將此條件代入公式後可建立以下的關係矩陣，以此可求得相關的積分常數。【王其昌, 1987b】

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \kappa^2 & 0 & \omega^2 \\ \kappa^3 & \kappa^3 & \omega^3 & \omega^3 \\ -\kappa \xi & \kappa \xi & -\omega \eta & \omega \eta \\ \kappa^3 \xi & \kappa^3 \xi & \omega^3 \eta & \omega^3 \eta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ P \\ \frac{4E_s I_s}{2E_s I_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

求解上式可得 $A_1 = \frac{\varepsilon(2\varepsilon\omega\kappa - \omega^2 - \kappa^2)}{\omega^3 \kappa} \rho^*$ 、 $A_2 = \frac{\varepsilon(\omega^2 - \kappa^2)}{\omega^3 \kappa} \rho^*$ 、
 $A_3 = \frac{2\omega\kappa - \varepsilon\omega^2 - \varepsilon\kappa^2}{\omega\kappa^3} \rho^*$ 、 $A_4 = \frac{\varepsilon(\kappa^2 - \omega^2)}{\omega\kappa^3} \rho^*$ ，其中 $\rho^* = \frac{1}{4(\varepsilon\omega - \kappa)(\varepsilon - 1)} \cdot \frac{P}{2E_s I_s}$ 。

3-2-3 含接縫無軌道接頭型態

版式軌道模式，若分析位置假設為含接縫、無軌道接頭之結構，則 $x=0$ 位置所提供的邊界條件為 $dy_1 / dx = 0$ ， $d^2 y_2 / dx^2 = 0$ ， $2E_s I_s (d^3 y_1 / dx^3) = P$ 與 $d^3 y_2 / dx^3 = 0$ ，同理將此條件代入公式後可建立以下的關係矩陣，以此可求得相關的積分常數。【王其昌, 1987b】

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\kappa & \kappa & -\omega & \omega \\ \kappa^3 & \kappa^3 & \omega^3 & \omega^3 \\ 0 & \kappa^2 \xi & 0 & \omega^2 \xi \\ \kappa^3 \xi & \kappa^3 \xi & \omega^3 \eta & \omega^3 \eta \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ P \\ \frac{4E_s I_s}{2E_s I_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-29)$$

求解上式可得 $A_1 = \frac{\varepsilon(2\omega\kappa - \omega^2 - \varepsilon\kappa^2)}{\omega^3 \kappa} \rho^*$ 、 $A_2 = \frac{\varepsilon(\omega^2 - \varepsilon\kappa^2)}{\omega^3 \kappa} \rho^*$ 、

$$A_3 = \frac{2\varepsilon\omega\kappa - \omega^2 - \varepsilon\kappa^2}{\omega\kappa^3} \rho^* \cdot A_4 = \frac{\varepsilon\kappa^2 - \omega^2}{\omega\kappa^3} \rho^* \cdot \text{其中 } \rho^* = \frac{1}{4(\omega - \varepsilon\kappa)(\varepsilon - 1)} \cdot \frac{P}{2E_s I_s} \cdot$$

3-2-4 主要控制參數之辨識

本研究定義道碴式軌道的主要參數-軌道相對勁度半徑為 $\ell_r = \sqrt[4]{E_s I_s / u}$ ，在此以相同之觀念定義版式軌道的相對勁度半徑為 ℓ_r 、 ℓ_{rk} 、 ℓ_k ，其內容如公式 3-30 所示。

$$\ell_r = \sqrt[4]{\frac{E_s I_s}{u_1}} \cdot \ell_{rk} = \sqrt[4]{\frac{E_c I_c}{u_1}} \cdot \ell_k = \sqrt[4]{\frac{E_c I_c}{u_2}} \quad (3-30)$$

公式 3-30 中之軌道相對勁度半徑 ℓ_k 若以路床反力模數與混凝土版厚 h_c 將其內容改寫，則 $\ell_k = \sqrt[4]{E_c h_c^3 / 12k}$ 與鋪面相對勁度半徑 $\ell = \sqrt[4]{E_c h_c^3 / (12(1-\nu^2)k)}$ 所代表之意義相同。

以無接縫、無軌道接頭之理論解為例，當載重 P 作用在鋼軌上時荷重作用點 $x=0$ 所求得的鋼軌撓度為 $\delta_1 = \left[\frac{\varepsilon}{\kappa^3} - \frac{1}{\omega^3} \right] \frac{1}{4(\varepsilon-1)} \cdot \frac{P}{2E_s I_s}$ ，混凝土

土版撓度為 $\delta_2 = \eta \left[\frac{1}{\kappa^3} - \frac{1}{\omega^3} \right] \frac{1}{4(\varepsilon-1)} \cdot \frac{P}{2E_s I_s}$ 。鋼軌上所求得的彎矩

$M_1 = \left[\frac{\varepsilon}{\kappa} - \frac{1}{\omega} \right] \cdot \frac{1}{4(\varepsilon-1)} P$ ，而混凝土版上所求得的彎矩

$M_2 = \eta \cdot \left[\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\omega} \right] \frac{P}{4(\varepsilon-1)} \cdot \frac{E_c I_c}{E_s I_s}$ 。應用因次分析的原理可將其整理為正規化

撓度 $\frac{\delta E_s I_s}{P \ell_r^3}$ 與正規化彎矩 $\frac{M}{P \ell_r}$ ，而此正規化反應之相關控制參數可應用

下式表示。

$$\frac{\delta E_s I_s}{P \ell_r^3}, \frac{M}{P \ell_r} = f\left(\frac{\ell_r}{\ell_{rk}}, \frac{\ell_r}{\ell_k}\right) \quad (3-31)$$

3-3 控制參數之分析與驗證

本研究為了探討由上述理論公式所推導出的解析解之正確性，進

而確認所得知的控制參數之辨識結果，研究步驟將以一系列的模型進行分析，依其特性與理論解的定義以數值分析之結果探討控制參數之正確性。

3-3-1 縱枕理論控制參數

本研究根據前述公式進行彙整，應用數值方法針對縱枕理論與橫枕理論進行分析與探討。研究中以黃民仁【1993】中所應用的範例所提供之相關參數進行分析。其中以載重 $P=9.81\text{kN}$ 、鋼軌彈性模數 $E_s=206\text{ GPa}$ 、鋼軌慣性矩 $I_s=3090\text{ cm}^4$ 、鋼軌支承反力係數 $u=49.05\text{ MPa}$ 、軌枕間距 $s=0.58\text{m}$ 。利用縱枕理論之阻尼參數公式可計算出 $\lambda=1.178\text{ m}^{-1}$ ，進而以公式 3-4 將鋼軌上的彎矩與撓度等反應值求得。

以荷重作用點 $x=0$ 的位置為例，彎矩為 $M=2.082\text{ kN}\cdot\text{m}$ 、撓度為 $\delta=0.1178\text{ cm}$ ，假設載重作用在支承上則軌枕上的最大作用力 $P=3.242\text{kN}$ 。分析結果的通式為 $y(x)=0.011783\phi_1(1.178x)[\text{cm}]$ 、 $\theta(x)=-0.000278\phi_2(1.178x)$ 、 $M(x)=2082\phi_3(1.178x)[\text{N}\cdot\text{m}]$ 、 $Q(x)=-4950\phi_4(1.178x)[\text{N}]$ 。

表 3 - 3 控制參數個案輸入資料

	P	E_s	I_s	u
	KN	GPa	cm^4	MPa
CaseI	9.81	196.2	2050	98.10
CaseII	9.81	215.8	4712	78.48
CaseIII	9.81	237.4	6537	49.05
CaseIV	9.81	261.1	4929	19.62
CaseV	9.81	287.3	5000	9.81

本文利用表 3 - 3 的輸入資料，建立五個不同分析個案以進行控制參數分析與比較。接著本研究以因次分析的方式將上述分析結果進行彙整。其中以無因次控制參數 x/ℓ_r 或 $x\lambda$ 為變數，觀察正規化撓度

$\frac{yE_s I_s \lambda^3}{P}$ 、 $\frac{yE_s I_s}{P \ell_r^3}$ 與正規化彎距 $\frac{M \lambda}{P}$ 、 $\frac{M}{P \ell_r}$ 之反應。

表 3-4 為擷取上述五個案例所建立的資料庫中部分資料進行彙整後的分析結果，由表中可觀察到正規化撓度 $\frac{yE_s I_s \lambda^3}{P}$ 、 $\frac{yE_s I_s}{P \ell_r^3}$ 與正規化彎距 $\frac{M \lambda}{P}$ 、 $\frac{M}{P \ell_r}$ 將隨著無因次控制參數 x/ℓ_r 而改變，且 x/ℓ_r 為固定時正規化撓度與正規化彎距也維持固定，由此可證實 x/ℓ_r 為其主要的無因次控制參數。

3-3-2 橫枕理論控制參數

在以上範例相同的條件下，若以橫枕理論分析，則可依軌枕數之不同而得出不同之結果。根據其特性可分為兩部分，若欲求得軌上彎矩 M 須以偶數軌枕之公式求取，本研究計算出 $B=1.958 \times 10^8$ N/m、 $D=2.845 \times 10^7$ N/m 代入表 3-2 軌枕數為 4、6、8 之橫枕理論的彎矩公式分別可計算出荷重位置彎矩 $M=2352$ N-m、 2296 N-m、 2175 N-m，鄰近軌枕之鋼軌撓度為 $\delta=0.116$ cm、 0.1162 cm、 0.111 cm。

此外，若欲求得作用在軌枕上的最大作用力 F 則須以奇數軌枕之公式求取，應用表 3-1 軌枕數 3、5、7 之公式可獲得 $F=3.848$ kN、 3.66 kN 與 3.541 kN，此時的撓度為 $\delta=0.135$ cm、 0.129 cm、 0.125 cm。觀察上述的分析結果可發現鋼軌上的彎矩將隨著軌枕數的增加而增加，最大軌枕作用力將隨著軌枕數的增加而減少，鋼軌撓度也將隨著軌枕數的增加而降低。

3-3-3 雙重彈性樑理論控制參數

本研究根據前述雙重彈性樑理論公式與所辨識的控制參數進行彙整。針對不同的控制參數組合進行分析與比較。研究中利用數值方法建立一系列的分析模型進行理論解計算，驗證步驟所引用的輸入參

數與分析結果如表 3-5 所示。

此表的分析結果指出，當無因次控制參數 l_r/l_{rk} 、 l_r/l_k 為定值時，無論輸入參數呈現何種變化，由理論解計算與有限元素分析所彙整的正規化鋼軌撓度 $\frac{\delta_1 E_s I_s}{P l_r^3}$ 、正規化混凝土版撓度 $\frac{\delta_2 E_s I_s}{P l_r^3}$ 與正規化鋼軌彎距 $\frac{M_1}{P l_r}$ 、正規化混凝土版彎距 $\frac{M_2}{P l_r}$ 皆維持固定。由此可驗證 l_r/l_{rk} 、 l_r/l_k 為主要無因次控制參數的正確性。

3-4 本章總結

本章首先針對道碴式軌道的彈性支承樑理論與版式軌道的雙重彈性支承樑理論之分析公式進行探討。研究中對理論解公式進行推導，並將其內容進一步的廣泛討論。本研究並將推導完成的理論公式，應用剛性鋪面所採用的相對勁度半徑概念，定義描述軌道性質的軌道相對勁度半徑。在傳統道碴式軌道力學公式中定義了 l_r 軌道相對勁度半徑。在版式軌道力學公式中定義了 l_r 、 l_{rk} 、 l_k 等軌道相對勁度半徑。本研究並且以因次分析的方式針對理論解公式中之所有參數進行分析，進而辨識出控制分析反應的主要無因次參數。接著，根據因次分析研究中所辨識出的主要無因次控制參數，以數值方法建立分析之資料庫。在經過資料彙整後，驗證這些控制參數的正確性。

然而，由於理論解有許多理想的假設以及過於簡化的程序，使得在分析過程中無法模擬實際的軌道行為。因此，本研究在接下來將使用本章所驗證完成的控制參數為基礎，應用因次分析的原理與研究方式，針對軌道力學進行參數分析，以確立適當的有限元素分析模型，來作為輔助理論分析不足之補充。

表 3-4 彈性基礎樑參數驗證表

x	E_s	I_s	u	ℓ_r	λ	$\frac{x}{\ell_r}$	無因次撓度		無因次彎矩	
							$\frac{yE_sI_s\lambda^3}{P}$	$\frac{yE_sI_s}{P\ell_r^3}$	$\frac{M\lambda}{P}$	$\frac{M}{P\ell_r}$
0	196.2	2050	98.10	45	0.0157	0	0.125	0.354	0.250	0.354
0	215.8	4712	78.48	60	0.0118	0	0.125	0.354	0.250	0.354
0	237.4	6537	49.05	75	0.0094	0	0.125	0.354	0.250	0.354
0	261.1	4929	19.62	90	0.0079	0	0.125	0.353	0.250	0.354
9	196.2	2050	98.10	45	0.0157	0.2	0.123	0.347	0.184	0.261
12	215.8	4712	78.48	60	0.0118	0.2	0.123	0.347	0.184	0.261
15	237.4	6537	49.05	75	0.0094	0.2	0.123	0.347	0.184	0.261
22	287.2	5000	9.81	110	0.0064	0.2	0.123	0.347	0.184	0.261
24	215.8	4712	78.48	60	0.0118	0.4	0.117	0.330	0.128	0.182
30	237.4	6537	49.05	75	0.0094	0.4	0.117	0.330	0.128	0.181
44	287.2	5000	9.81	110	0.0064	0.4	0.117	0.330	0.128	0.182
36	196.2	2050	98.10	45	0.0157	0.8	0.098	0.277	0.044	0.062
60	237.4	6537	49.05	75	0.0094	0.8	0.098	0.277	0.044	0.062
72	261.1	4929	19.62	90	0.0079	0.8	0.098	0.277	0.044	0.062
54	196.2	2050	98.10	45	0.0157	1.2	0.075	0.214	-0.010	-0.014
72	215.8	4712	78.48	60	0.0118	1.2	0.076	0.214	-0.010	-0.014
90	237.4	6537	49.05	75	0.0094	1.2	0.076	0.214	-0.010	-0.014
90	215.8	4712	78.48	60	0.0118	1.5	0.059	0.167	-0.033	-0.047
113	237.4	6537	49.05	75	0.0094	1.5	0.059	0.166	-0.034	-0.048

表 3-5 雙重彈性基礎樑參數驗證表

P	E_s	I_s	u_1	E_c	I_c	u_2	l_r	l_{rk}	l_k	無因次結構反應					
										$\frac{l_r}{l_{rk}}$	$\frac{l_r}{l_k}$	$\frac{\delta_1 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M_1}{P l_r}$	$\frac{M_2}{P l_r}$
kN	GPa	cm ⁴	MPa	GPa	cm ⁴	MPa	cm	cm	cm						
196.2	196	10000	941	41.2	2.11E+05	597	38.0	55.1	61.8	0.690	0.615	0.634	0.298	0.395	0.240
147.2	206	8000	644	34.3	2.12E+05	408	40.0	58.0	65.0	0.690	0.615	0.634	0.298	0.395	0.240
98.1	216	6000	416	29.4	1.95E+05	264	42.0	60.9	68.3	0.690	0.615	0.634	0.298	0.395	0.240
49.05	226	4000	241	24.5	1.63E+05	153	44.0	63.8	71.5	0.690	0.615	0.634	0.298	0.395	0.240
9.81	235	2000	105	19.6	1.06E+05	67	46.0	66.7	74.8	0.690	0.615	0.634	0.298	0.395	0.240
196.2	196	10000	941	41.2	2.11E+05	443	38.0	55.1	66.5	0.690	0.571	0.712	0.377	0.403	0.275
147.2	206	8000	644	34.3	2.12E+05	303	40.0	58.0	70.0	0.690	0.571	0.712	0.377	0.403	0.275
98.1	216	6000	416	29.4	1.95E+05	196	42.0	60.9	73.5	0.690	0.571	0.712	0.377	0.403	0.275
49.05	226	4000	241	24.5	1.63E+05	113	44.0	63.8	77.0	0.690	0.571	0.712	0.377	0.403	0.275
9.81	235	2000	105	19.6	1.06E+05	50	46.0	66.7	80.5	0.690	0.571	0.712	0.377	0.403	0.275
196.2	196	10000	941	41.2	2.11E+05	337	38.0	55.1	71.3	0.690	0.533	0.803	0.469	0.410	0.310
147.2	206	8000	644	34.3	2.12E+05	230	40.0	58.0	75.0	0.690	0.533	0.803	0.469	0.410	0.310
98.1	216	6000	416	29.4	1.95E+05	149	42.0	60.9	78.8	0.690	0.533	0.803	0.469	0.410	0.310
49.05	226	4000	241	24.5	1.63E+05	86	44.0	63.8	82.5	0.690	0.533	0.803	0.469	0.410	0.310
9.81	235	2000	105	19.6	1.06E+05	38	46.0	66.7	86.3	0.690	0.533	0.803	0.469	0.410	0.310
196.2	196	10000	941	41.2	2.11E+05	260	38.0	55.1	76.0	0.690	0.500	0.907	0.575	0.418	0.346
147.2	206	8000	644	34.3	2.12E+05	178	40.0	58.0	80.0	0.690	0.500	0.907	0.575	0.418	0.346
98.1	216	6000	416	29.4	1.95E+05	115	42.0	60.9	84.0	0.690	0.500	0.907	0.575	0.418	0.346
49.05	226	4000	241	24.5	1.63E+05	67	44.0	63.8	88.0	0.690	0.500	0.907	0.575	0.418	0.346
9.81	235	2000	105	19.6	1.06E+05	29	46.0	66.7	92.0	0.690	0.500	0.907	0.575	0.418	0.346
196.2	196	10000	941	41.2	2.41E+05	683	38.0	57.0	61.8	0.667	0.615	0.599	0.261	0.390	0.242
147.2	206	8000	644	34.3	2.43E+05	467	40.0	60.0	65.0	0.667	0.615	0.599	0.261	0.390	0.242
98.1	216	6000	416	29.4	2.23E+05	302	42.0	63.0	68.3	0.667	0.615	0.599	0.261	0.390	0.242
49.05	226	4000	241	24.5	1.86E+05	175	44.0	66.0	71.5	0.667	0.615	0.599	0.261	0.390	0.242
9.81	235	2000	105	19.6	1.22E+05	76	46.0	69.0	74.8	0.667	0.615	0.599	0.261	0.390	0.242
196.2	196	10000	941	41.2	2.41E+05	508	38.0	57.0	66.5	0.667	0.571	0.668	0.331	0.397	0.277
147.2	206	8000	644	34.3	2.43E+05	347	40.0	60.0	70.0	0.667	0.571	0.668	0.331	0.397	0.277
98.1	216	6000	416	29.4	2.23E+05	225	42.0	63.0	73.5	0.667	0.571	0.668	0.331	0.397	0.277
49.05	226	4000	241	24.5	1.86E+05	130	44.0	66.0	77.0	0.667	0.571	0.668	0.331	0.397	0.277

表 3-5 雙重彈性基礎樑參數驗證表(續)

P	E_s	I_s	u_1	E_c	I_c	u_2	l_r	l_{rk}	l_k	無因次結構反應					
										$\frac{l_r}{l_{rk}}$	$\frac{l_r}{l_k}$	$\frac{\delta_1 E_s I_s}{Pl_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{Pl_r^3}$	$\frac{M_1}{Pl_r}$	$\frac{M_2}{Pl_r}$
kN	GPa	cm ⁴	MPa	GPa	cm ⁴	MPa	cm	cm	cm						
9.81	235	2000	105	19.6	1.22E+05	57	46.0	69.0	80.5	0.667	0.571	0.668	0.331	0.397	0.277
196.2	196	10000	941	41.2	2.41E+05	385	38.0	57.0	71.3	0.667	0.533	0.747	0.412	0.403	0.313
147.2	206	8000	644	34.3	2.43E+05	264	40.0	60.0	75.0	0.667	0.533	0.747	0.412	0.403	0.313
98.1	216	6000	416	29.4	2.23E+05	170	42.0	63.0	78.8	0.667	0.533	0.747	0.412	0.403	0.313
49.05	226	4000	241	24.5	1.86E+05	99	44.0	66.0	82.5	0.667	0.533	0.747	0.412	0.403	0.313
9.81	235	2000	105	19.6	1.22E+05	43	46.0	69.0	86.3	0.667	0.533	0.747	0.412	0.403	0.313
196.2	196	10000	941	41.2	2.41E+05	298	38.0	57.0	76.0	0.667	0.500	0.839	0.504	0.410	0.349
147.2	206	8000	644	34.3	2.43E+05	204	40.0	60.0	80.0	0.667	0.500	0.839	0.504	0.410	0.349
98.1	216	6000	416	29.4	2.23E+05	132	42.0	63.0	84.0	0.667	0.500	0.839	0.504	0.410	0.349
49.05	226	4000	241	24.5	1.86E+05	76	44.0	66.0	88.0	0.667	0.500	0.839	0.504	0.410	0.349
9.81	235	2000	105	19.6	1.22E+05	33	46.0	69.0	92.0	0.667	0.500	0.839	0.504	0.410	0.349
196.2	196	10000	941	41.2	2.75E+05	779	38.0	58.9	61.8	0.645	0.615	0.570	0.230	0.386	0.244
147.2	206	8000	644	34.3	2.77E+05	533	40.0	62.0	65.0	0.645	0.615	0.570	0.230	0.386	0.244
98.1	216	6000	416	29.4	2.54E+05	344	42.0	65.1	68.3	0.645	0.615	0.570	0.230	0.386	0.244
49.05	226	4000	241	24.5	2.12E+05	199	44.0	68.2	71.5	0.645	0.615	0.570	0.230	0.386	0.244
9.81	235	2000	105	19.6	1.39E+05	87	46.0	71.3	74.8	0.645	0.615	0.570	0.230	0.386	0.244
196.2	196	10000	941	41.2	2.75E+05	579	38.0	58.9	66.5	0.645	0.571	0.630	0.291	0.392	0.280
147.2	206	8000	644	34.3	2.77E+05	396	40.0	62.0	70.0	0.645	0.571	0.630	0.291	0.392	0.280
98.1	216	6000	416	29.4	2.54E+05	256	42.0	65.1	73.5	0.645	0.571	0.630	0.291	0.392	0.280
49.05	226	4000	241	24.5	2.12E+05	148	44.0	68.2	77.0	0.645	0.571	0.630	0.291	0.392	0.280
9.81	235	2000	105	19.6	1.39E+05	65	46.0	71.3	80.5	0.645	0.571	0.630	0.291	0.392	0.280
196.2	196	10000	941	41.2	2.75E+05	439	38.0	58.9	71.3	0.645	0.533	0.700	0.362	0.398	0.316
147.2	206	8000	644	34.3	2.77E+05	301	40.0	62.0	75.0	0.645	0.533	0.700	0.362	0.398	0.316
98.1	216	6000	416	29.4	2.54E+05	194	42.0	65.1	78.8	0.645	0.533	0.700	0.362	0.398	0.316
49.05	226	4000	241	24.5	2.12E+05	112	44.0	68.2	82.5	0.645	0.533	0.700	0.362	0.398	0.316
9.81	235	2000	105	19.6	1.39E+05	49	46.0	71.3	86.3	0.645	0.533	0.700	0.362	0.398	0.316
196.2	196	10000	941	41.2	2.75E+05	339	38.0	58.9	76.0	0.645	0.500	0.781	0.444	0.404	0.353
147.2	206	8000	644	34.3	2.77E+05	232	40.0	62.0	80.0	0.645	0.500	0.781	0.444	0.404	0.353
98.1	216	6000	416	29.4	2.54E+05	150	42.0	65.1	84.0	0.645	0.500	0.781	0.444	0.404	0.353
49.05	226	4000	241	24.5	2.12E+05	87	44.0	68.2	88.0	0.645	0.500	0.781	0.444	0.404	0.353

表 3-5 雙重彈性基礎樑參數驗證表(續)

P	E _s	I _s	u ₁	E _c	I _c	u ₂	l _r	l _{rk}	l _k	$\frac{l_r}{l_{rk}}$	$\frac{l_r}{l_k}$	無因次結構反應			
												$\frac{\delta_1 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M_1}{P l_r}$	$\frac{M_2}{P l_r}$
9.81	235	2000	105	19.6	1.39E+05	38	46.0	71.3	92.0	0.645	0.500	0.781	0.444	0.404	0.353
196.2	196	10000	941	41.2	3.12E+05	884	38.0	60.8	61.8	0.625	0.615	0.544	0.203	0.382	0.246
147.2	206	8000	644	34.3	3.15E+05	605	40.0	64.0	65.0	0.625	0.615	0.544	0.203	0.382	0.246
98.1	216	6000	416	29.4	2.88E+05	391	42.0	67.2	68.3	0.625	0.615	0.544	0.203	0.382	0.246
49.05	226	4000	241	24.5	2.41E+05	226	44.0	70.4	71.5	0.625	0.615	0.544	0.203	0.382	0.246
9.81	235	2000	105	19.6	1.57E+05	99	46.0	73.6	74.8	0.625	0.615	0.544	0.203	0.382	0.246
196.2	196	10000	941	41.2	3.12E+05	657	38.0	60.8	66.5	0.625	0.571	0.598	0.257	0.387	0.282
147.2	206	8000	644	34.3	3.15E+05	450	40.0	64.0	70.0	0.625	0.571	0.598	0.257	0.387	0.282
98.1	216	6000	416	29.4	2.88E+05	291	42.0	67.2	73.5	0.625	0.571	0.598	0.257	0.387	0.282
49.05	226	4000	241	24.5	2.41E+05	168	44.0	70.4	77.0	0.625	0.571	0.598	0.257	0.387	0.282
9.81	235	2000	105	19.6	1.57E+05	74	46.0	73.6	80.5	0.625	0.571	0.598	0.257	0.387	0.282
196.2	196	10000	941	41.2	3.12E+05	499	38.0	60.8	71.3	0.625	0.533	0.660	0.320	0.393	0.318
147.2	206	8000	644	34.3	3.15E+05	341	40.0	64.0	75.0	0.625	0.533	0.660	0.320	0.393	0.318
98.1	216	6000	416	29.4	2.88E+05	221	42.0	67.2	78.8	0.625	0.533	0.660	0.320	0.393	0.318
49.05	226	4000	241	24.5	2.41E+05	128	44.0	70.4	82.5	0.625	0.533	0.660	0.320	0.393	0.318
9.81	235	2000	105	19.6	1.57E+05	56	46.0	73.6	86.3	0.625	0.533	0.660	0.320	0.393	0.318
196.2	196	10000	941	41.2	3.12E+05	385	38.0	60.8	76.0	0.625	0.500	0.731	0.392	0.398	0.355
147.2	206	8000	644	34.3	3.15E+05	264	40.0	64.0	80.0	0.625	0.500	0.731	0.392	0.398	0.355
98.1	216	6000	416	29.4	2.88E+05	170	42.0	67.2	84.0	0.625	0.500	0.731	0.392	0.398	0.355
49.05	226	4000	241	24.5	2.41E+05	99	44.0	70.4	88.0	0.625	0.500	0.731	0.392	0.398	0.355
9.81	235	2000	105	19.6	1.57E+05	43	46.0	73.6	92.0	0.625	0.500	0.731	0.392	0.398	0.355

第4章 自動化分析程序

如何構建最佳之有限元素分析模型，有效率地進行分析，為本研究之主要目的之一。因此，研究中將透過一系列的收斂性分析，來觀察分析模型構建時元素的選擇、分析程序、模式選用、網格切割方式、分析模型的大小、電腦運算時間與消耗資源。綜合上述的各項因素藉此判斷構建最佳化三維有限元素模型的方法，有效率地使用 ABAQUS 程式構建有限元素分析模型，以確立分析模型的適當性與效率。本章的研究流程如圖 4-1 所示。

研究過程中首先探討 ABAQUS 程式的使用程序，再針對構建分析模型時，程式中所提供的各種主要使用元素進行介紹。由於本研究的重點是以理論解為基礎而擴展至有限元素分析，在研究中使用適當的元素來構建各種模式的軌道結構，以做為比較分析的依據。

而研究中為了將繁雜的有限元素分析作業簡化，因而使用多種輔助工具建立自動化分析流程，使研究過程變得有效率。再透過自動化分析程序進行相關的結構反應收斂性分析，藉由分析結果的整合，確立有限元素分析模型最佳化的構建方式。

4-1 模型構建

本研究使用 ABAQUS 有限元素程式進行軌道力學之分析，在進行相關分析之前必須對 ABAQUS 程式的適用性深入探討。本文將針對 ABAQUS 程式所提供之 ABAQUS/Standard 分析模式中的使用程序、元素使用之適當性與分析模型的模擬方式進行詳盡之研究。

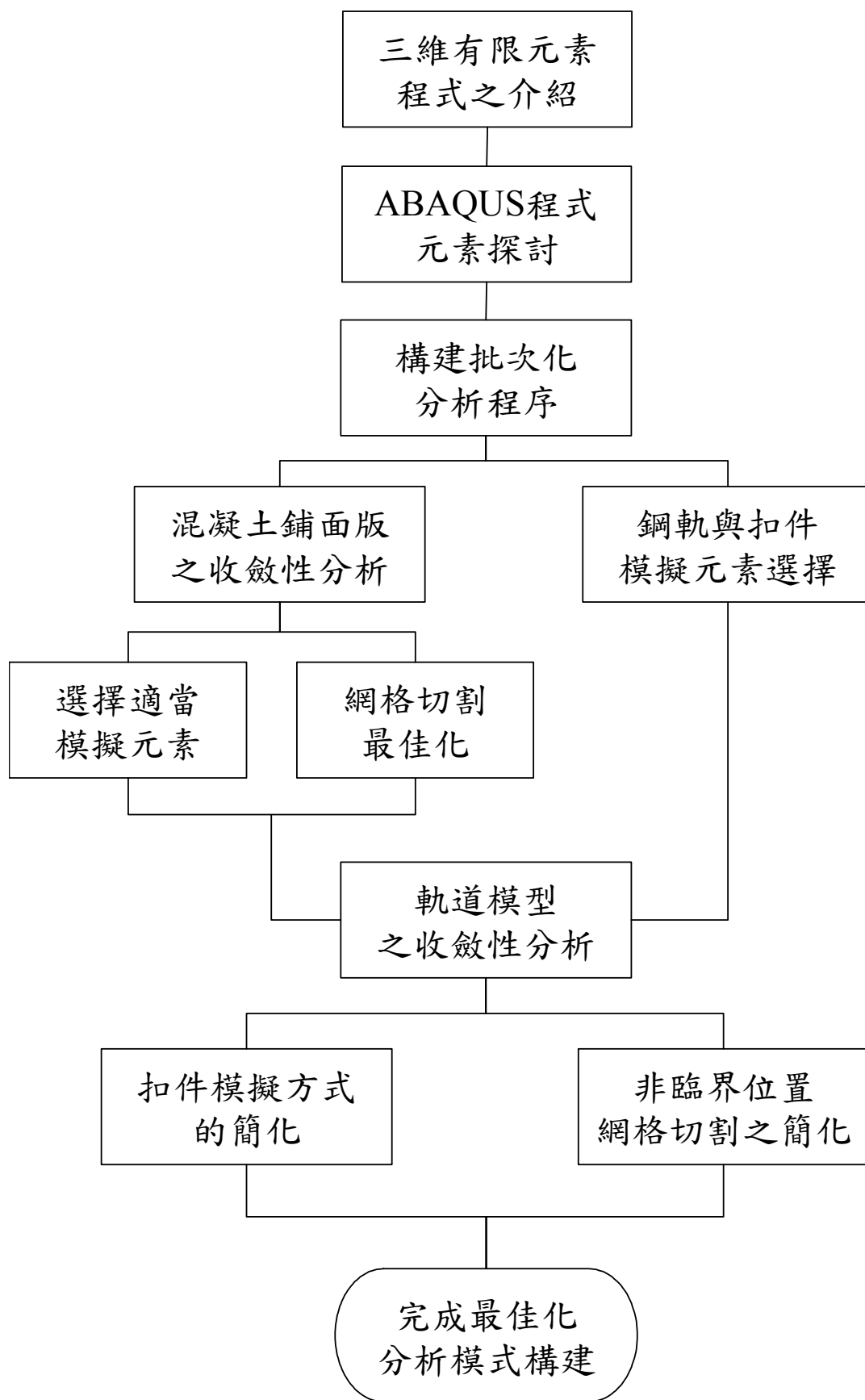


圖 4-1 最佳化三維有限元素模型構建流程

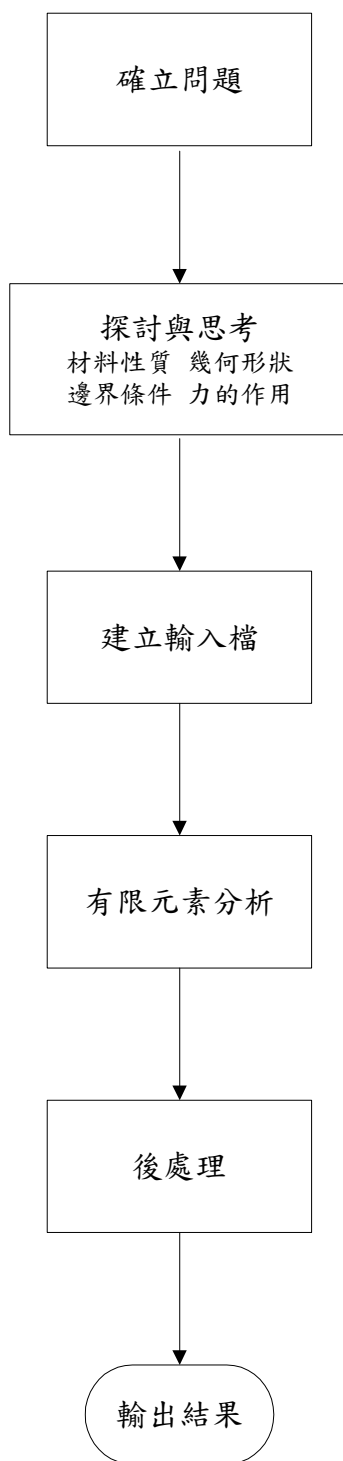


圖 4 - 2 ABAQUS 程式使用程序

4-1-1 ABAQUS 程式基本分析程序

有限元素分析程式 ABAQUS 分析問題的使用程序，與一般的有限元素程式的使用程序相同。圖 4 - 2 中說明在確立研究的問題後，首先應定義欲分析結構相關的材料性質、力學特性、幾何狀況與邊界條件建立輸入檔，即可進行有限元素分析。

4-1-1-1 輸入檔資料需求

在 ABAQUS 的輸入檔為一 ASCII 的文字檔，副檔名並須命令為 *.INP。輸入檔之架構中包括兩大部分，第一部分用以敘述結構模型的資料 (Model Data)，另一部分用以定義結構體的分析程序資料 (History Data)。圖 4 - 3 為 ABAQUS 的輸入檔格式示範例。

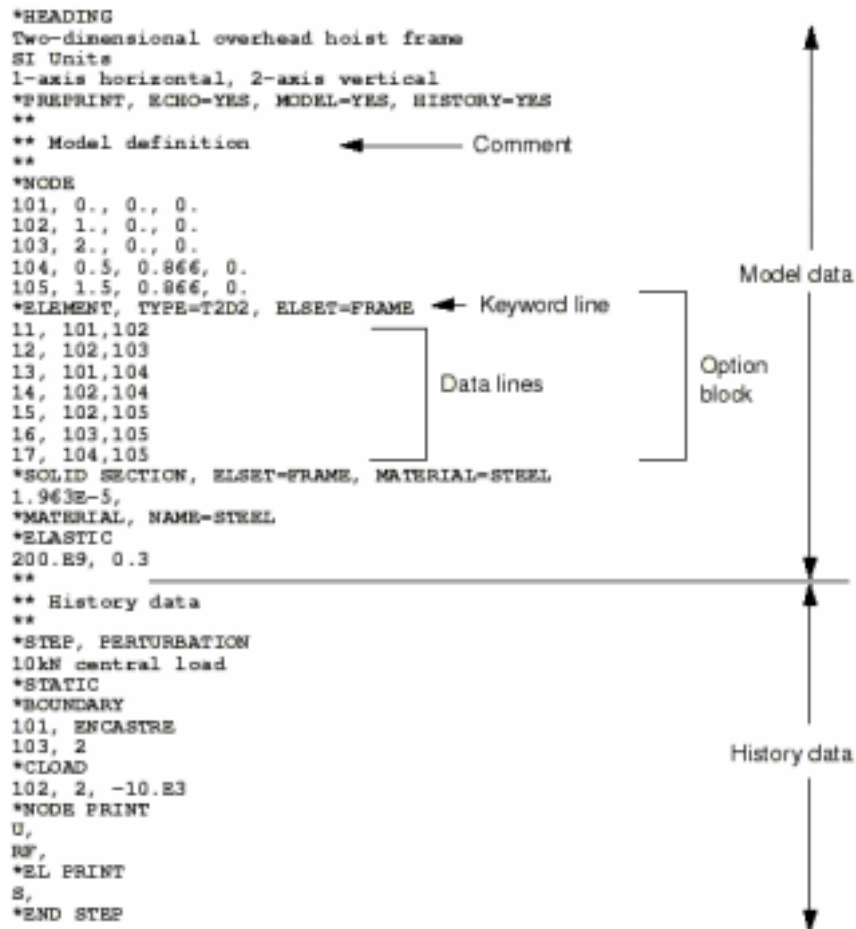


圖 4 - 3 ABAQUS 的輸入檔格式範例

範例中以**為首者為描述列 (Comment)，僅做為程式之註記用。而以*符號為首者為主要指令 (Keyword Line) 之下達方式，在緊接著指令列的段落中 (Option Block) 可輸入指令的相關控制參數與數值 (Data Line)。ABAQUS 對輸入檔所要求的格式非常有彈性，其中並不硬性規定指令出現的先後，而定義每個指令行 (Card) 作為輸入的程序之用。輸入檔中每個指令行將緊接輸入其所需的資料與參數，而使用的方式將依每個指令的特性而相異，使用的範圍非常廣大與多元，相對的也顯得複雜，因此在使用上必須謹慎以減少錯誤。

輸入檔中的結構模型資料 (Model Data) 包括定義節點位置、元素的種類與配置，輸入材料特性與邊界條件。其主要目的在於使用有限元素構建結構體的幾何形狀、以及分析時所需的材料性質。輸入檔構建時除了應用一些基本的節點、元素指令配置外，ABAQUS 程式提供了一些清晰易懂的更高階指令。經由這些指令的使用可將性質相同的節點、元素等資料以簡易的幾行指令，透過複製功能構建龐大的分析模型。

在輸入檔中幾何形狀與元素使用方面，節點與元素的編號僅是一個讓使用者參考的指標值，真正應用在數值運算的矩陣分析時並不採用這些節點與元素的編號。如此，使用者將可因應構建模型時的複雜程序，以及方便後處裡程式的進行，可任意的編列適當的節點與元素號碼，而不必考慮因節點號碼不適當的配置造成矩陣不必要的擴大。在此部分顯現了 ABAQUS 程式與其他程式不同的最大優點。

分析程序資料 (History Data) 則是利用不同的步驟描述分析的程序與特性，定義線性與非線性、靜力與動力等分析程序，定義邊界條件、外力載重、溫差載重與分析的輸出要求。

4-1-1-2 輸出檔架構

每次進行 ABAQUS 分析時，若干的輸結果與訊息將會被歸納在許多檔案，其分析流程與檔案的產生如圖 4-4 所示【HKS, 2000b】。

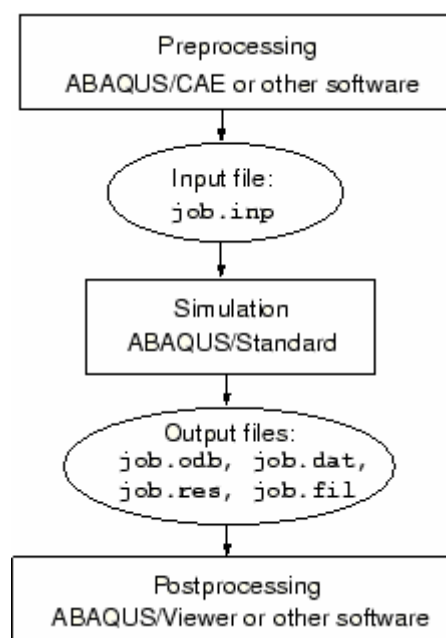


圖 4-4 ABAQUS 分析流程與檔案整理

ABAQUS 程式藉著使用者所建立的輸入檔中的資料，以前處理 (Pre-Processing) 運作，將使用者所建立的分析模型進行彙整。在此過程中，ABAQUS 將判斷使用者所建立的輸入檔的正確性。若出現輸入檔的格式錯誤、語法錯誤、指令使用的參數錯誤等情況，ABAQUS 將於處理程序結束後在副檔名為 DAT、MSG、LOG 等檔案中描述錯誤指令的位置與原因。若使用者所建立的輸入檔正確無誤，ABAQUS 程式完成前處理程序後將自動進行分析。程式分析完成後將建立分析結果的輸出檔。

輸出檔中主要有描述分析結果的 DAT 檔與可供後處理 (Post-Processing) 運作的 ODB 檔與 RES 檔。DAT 檔中彙整分析模型所需的記憶體用量、運算所需時間與警告模型中可能的錯誤等主要訊息供使用者參考。DAT 檔中並描述模型整體之架構節點座標、節

點自由度、元素位置與材料參數使用情形等訊息以查驗分析模型的正確性。最後，DAT 檔將運算後的所有節點在每個自由度的結構反應詳細列出，並整理臨界位置所產生的結構反應諸如應力、應變、變形、彎距等。而更高階的使用方式，可令其顯示最大主應力等其他特殊需求的反應。

而 ODB 檔則供 ABAQUS CAE 後處理程序繪圖之用，使用者進入 ABAQUS CAE 模式後，可根據需求將完整或局部之結構以圖形化方式顯示所有的結構反應。此外，分析所產生的 RES 檔則提供使用者銜接已分析完成的檔案繼續其他的分析程序而不必重新分析，使用上相當簡便。

然而，雖然 ABAQUS 程式提供了詳盡的分析方式以及多元的使用元素，但每種元素的特性與定義皆有不同的意義，針對特定的課題必須瞭解到程式所提供的元素與分析模式使用時的適用性，於適當的元素下如何構建最佳的分析方式則必須加以探討。

4-1-2 模擬元素介紹

本文已在文獻回顧部分針對道碴式軌道與版式軌道之特性與結構方式進行主要的力學理論探討。接著，本研究將以 ABAQUS 程式針對道碴式軌道與版式軌道進行模擬，並與理論解相互比較。在構建分析模擬之模型前，首先必須針對每個構件探討出最適當的模擬元素。道碴式軌道主要由路床、道碴、軌枕、扣件與鋼軌所組成，版式軌道則多包含了混凝土軌道版。

本研究模擬上述軌道系統中的鋼軌時，採用 ABAQUS 所提供的樑元素 (Beam) 為主；扣件組成將依據不同的分析模式採用 SPRING 元素或 JOINT 元素、版殼元素與剛性元素所組成的結構來模擬；混凝土版將依據不同分析模式，分別應用 ABAQUS 程式所提供的樑元

素 (Beam)、二維版殼元素 (2-D Shell) 與三維固體元素 (3-D Solid) 模擬；路床的部分將採用 SPRING 元素或基礎函數 (Foundation) 模擬之。然而， ABAQUS 程式對於各種元素提供甚為廣泛的元素種類，本文接下來將針對不同的結構組成所對應的適當元素進行介紹。

4-1-2-1 樑元素

由於軌道力學理論解是在彈性支承樑理論的架構下所推導出來，本研究為了模擬鋼軌元件採用了 ABAQUS 所提供的樑元素。此外，分析雙重彈性樑模型時，亦將軌道版部分以樑元素模擬之。而在 ABAQUS 程式中提供的甚多種類的樑元素諸如 B21、B31、B31H、B32、B32H、 B31OS 等，各元素的名稱代表的意義如圖 4 - 5 所示【HKS, 2000a】。

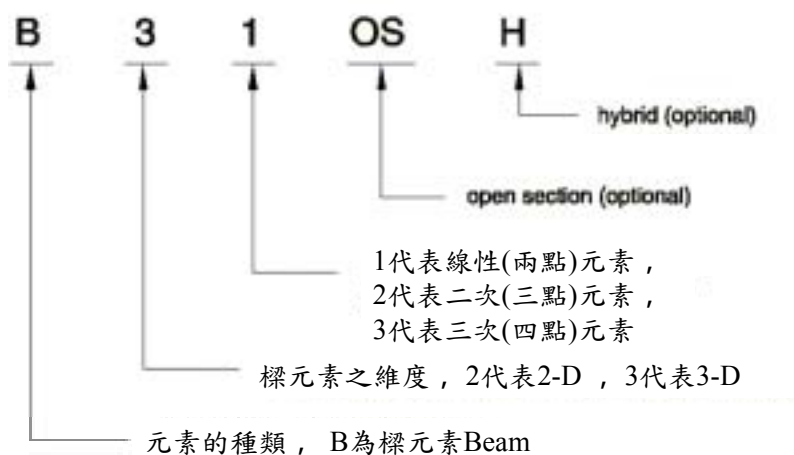


圖 4 - 5 ABAQUS 樑元素名稱代表的意義

其中，二維樑元素適用於二維系統的平面分析，元素上的點節點僅提供於平面上水平位移 u_x 、垂直位移 u_y 與轉角 ϕ_z 等三個自由度。三維樑元素提供三維空間中三個座標向量的位移與轉角 $u_x, u_y, u_z, \phi_x, \phi_y, \phi_z$ 六個自由度。

本研究在應用數值分析進行驗證時，針對 ABAQUS 程式所提供的樑元素加以分析，並由相關研究的結果顯示【Bao, 1998】，以圖 4 -

6 的兩點線性樑元素 B21、B31 已能精準的模擬理論分析的結果。因此，在研究過程中將採用 B21 樑元素模擬鋼軌在二維平面的模型，在進行三維空間的模擬時，將採用擁有相同特性但基於三維空間力學基礎的 B31 樑元素作為模擬鋼軌的元素。

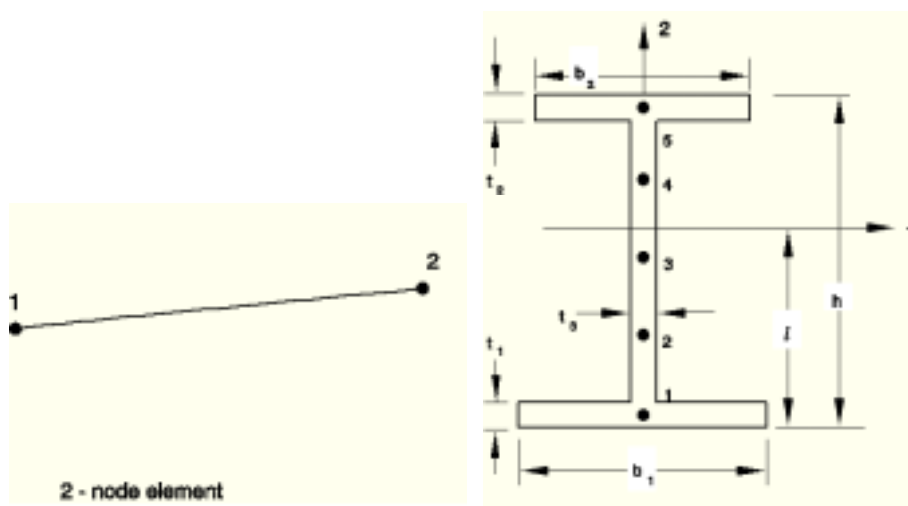


圖 4 - 6 兩點的線性樑元素

4-1-2-2 銜接元素

一般以有限元素法分析時會透過某些元素將力與位移由結構的某些部分傳遞至另一部分，ABAQUS 程式將這類元素歸納為銜接元素 (Connector) 【HKS, 2000a】。本研究將採用 ABAQUS 程式中所提供的 SPRING 元素與 JOINTC 兩種銜接元素，描述鋼軌將力與位移經由彈性扣件傳遞至軌下結構之作用。SPRING 元素對於兩個節點之間的銜接提供單向的彈性勁度，分析時可定義線性勁度或非線性材料之參數。JOINTC 元素可提供兩個節點之間的銜接，對於材料參數的輸入可同時在元素上定義彈簧勁度與消能盤的阻尼，並可對於座標內六個方向的自由度構建任意方向的材料參數，如此將可更精確的模擬軌道扣件組的部分。圖 4 - 7 為 JOINTC 元素示意圖。

此外，ABAQUS 程式提供剛性元素 (Rigid Body) 銜接結構中

的節點，以提供節點之間傳遞力的作用，而不影響結構組成力學反應分佈。本研究採用的剛性元素為 RB3D2，該元素表示銜接兩個節點在三維系統中所建立的剛性元素。

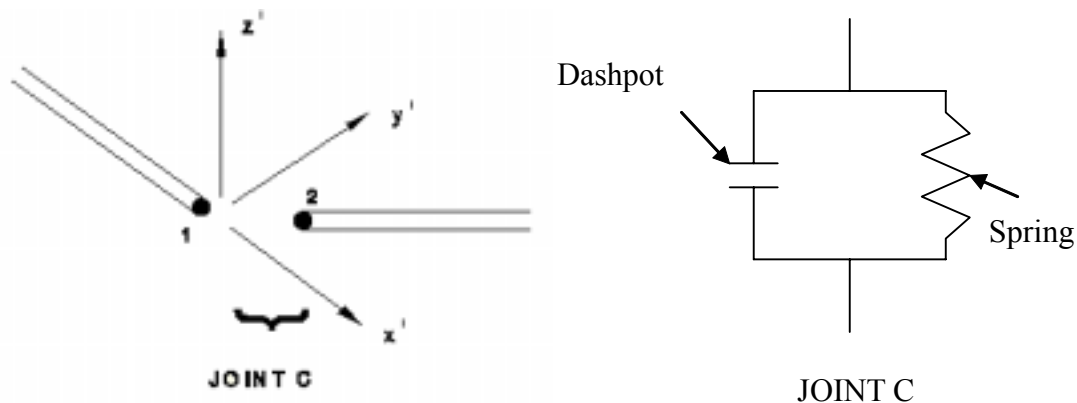


圖 4-7 銜接元素 JOINTC

4-1-2-3 二維版殼元素

版殼元素 (Shell) 主要是假設是版的厚度為不可壓縮，最大的特徵在於 Z 方向假設如同薄紙一般沒有厚度。其元素的勁度與力學性質全表現在中性軸的節點上，版頂部與底部的力學行為是以中性軸之反應，加上線性內插的程序來完成。ABAQUS 程式對於所提供的版殼元素中較為簡單的節點自由度共有 X 方向轉角、Y 方向轉角及 Z 方向之位移等三個自由度 (u_z, ϕ_x, ϕ_y)。較為進階的版殼元素自由度共有 X 方向轉角、Y 方向轉角及 X 方向之位移、Y 方向之位移、Z 方向之位移等五個自由度 ($u_x, u_y, u_z, \phi_x, \phi_y$)。

ABAQUS 程式提供的版殼元素，可依節元素點數的不同，將元素分為四點版殼元素、八點版殼元素、與九點版殼元素等三大類，圖 4-8 為三類元素的示意圖【HKS, 2000a】。根據這些版殼元素的節點數、特性、以及積分方式之不同，ABAQUS 提供之版殼元素的名稱與意義圖 4-9 所示。

四點版殼元素 S4 與 S4R 是一般通用的二維版殼元素，由於該類使用的節點數較少因此在分析時較為快速，然而由於其形狀函數為線

性，因此在分析的精度上較不如八點或九點版殼元素。S4R5、S8R5、S9R5 版殼元素為五個自由度且經減少積分點處理的版殼元素，在數值上可以收斂至薄版理論，主要適用於薄版之分析；S8R 則較適用於分析厚版。【吳焯達, 2003】

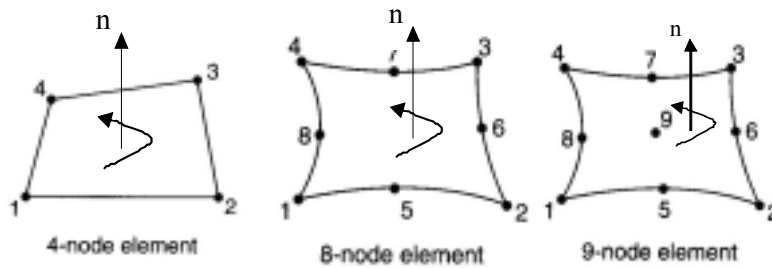


圖 4 - 8 ABAQUS 提供的二維版殼元素

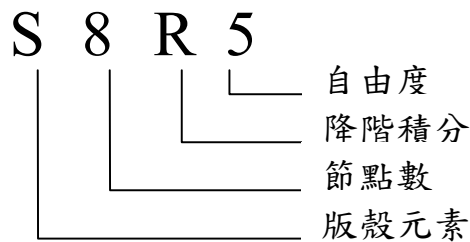


圖 4 - 9 ABAQUS 二維版殼元素名稱代表的意義

本研究為了延續軌道力學理論解至三維有限元素數值解的詳盡過程，研究中應用 ABAQUS 程式所提供的版殼元素（Shell）模擬混凝土版，且為了模擬完整彈性扣件組的結構亦採用版殼元素來構建。

4-1-2-4 三維固體元素

相較於二維版殼元素的適用性，目前最為各研究單位推廣的首推三維固體元素的有限元素分析。基本上無論是一維、二維與三維之力學模式，其分析原理、元素的性質、力學的推導以及元素的建立都是應用相同的方式與程序所構成。事實上三維有限元素是由二維有限元素延伸而來。三維有限元素突破二維有限元素各種理論式的理想假設，更能模擬實際結構的力學行為。一般而言，以三維固體元素模擬

版的行為模式與版理論最大不同處，將考量到厚度方向是可以壓縮，因而可以更加真實模擬版的力學反應。

ABAQUS 三維固體元素中可依節點數的不同，將元素分為八點固體元素、二十點固體元素、二十七點固體元素等三大類，圖 4-10 為三類元素的示意圖【HKS, 2000a】。這些元素的節點數、特性以及積分方式，三維固體元素的名稱與意義如圖 4-11 所示。其中，固體元素 C3D20 有二十七個積分點數，而使用減少積分點的 C3D20R 僅有八個積分點數。固體元素 C3D27 與 C3D27R 藉著允許移除元素各面內部的節點，必要時其節點數可以在 21 至 27 間變動【吳焯達等, 2003】。

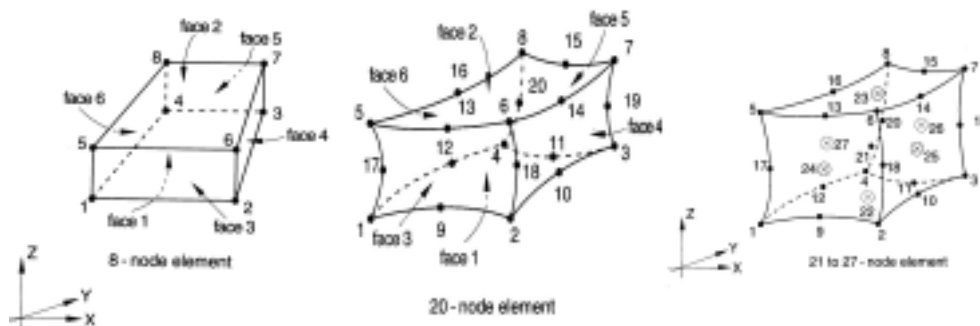


圖 4-10 ABAQUS 提供的三維固體元素



圖 4-11 三維固體元素的名稱與意義

由於三維固體元素的功能，使得相關研究皆接受其優點，在分析版式軌道時趨向於使用三維模式。然而，三維固體元素的構建應用到所有維度進而必須使用更多的節點數，其網格切割與元素的配置甚為

複雜，在建立分析模型時需考慮更多的程序。再者，三維元素在考慮每個節點的所有自由度下，其分析矩陣比起二維的元素要擴大得更多。因此在於電腦資源的需求以及進行分析所需時間，比二維有限元素必須大幅的提高【吳忻達, 2003】。

4-1-2-5 元素特性比較

彈性基礎上的雙重樑理論將混凝土軌道版視為線性樑元素，在推導其公式時做了很多假設。首先是假設樑元素為一平面上的直線，其寬度與深度以慣性矩 I 值表示，其自由度僅提供三個方向分別是 X 方向的位移、 Z 方向的位移與 Y 方向的轉角。而其樑上的力學性質皆在所座落的平面上表示，例如其應力值僅表示 σ_{xx} 、 σ_{xz} 、 σ_{zz} 等分量。因此，樑元素上節點的撓度與變形量就以中性軸的撓度與變形量表示，而節點斷面上的任意一點應力僅是配合中性軸與斷面上的彎矩經由內插所計算而得。吾人以理論解的公式所計算的數值，因為與樑元素的性質一致，因而在分析結果上較為吻合。

而二維版殼元素亦是一種經過簡化的元素，其推導的過程中亦有諸多假設，最主要的就是版本身視為如同薄紙一般，且在厚度方向為不可壓縮，版以中性軸為基準表示節點的撓度與變形量，而節點斷面上的應力亦是配合中性軸與斷面上的彎矩經由內插所計算而得。二維版殼元素的自由度是由三個方向分別是 X 、 Y 方向的轉角與 Z 方向的位移組成，或是由五個方向分別是 X 、 Y 方向的轉角與 X 、 Y 、 Z 方向的位移組成。因此，以其模擬混凝土軌道版時，包含位移、應力、元素勁度矩陣等力學性質比樑理論複雜。就以節點上的應力表示，單就二維版殼元素在平面上的應力包括 σ_{xx} 、 σ_{xy} 、 σ_{yy} 等分量。在這種力學性質上的不同，版殼元素算的物理量因而與樑理論產生差異。

再者，雙重樑模式所使用的樑元素受到載重作用時，作用力平均

分佈在整個樑元素的斷面，所以整個斷面呈現相同的應力，但載重作用在實際的軌道版的載重行為是集中在某區域，形成了應力集中的情況，所以造成應用版殼元素模擬時將會得到較大的應力值，這是使用兩種元素分析時最大不同的地方之一。

本研究所使用之二維版殼元素包括符合薄版理論或當厚度減少時在數值上可以收斂至薄版理論者，所選用的三維固體元素包括一階線性元素與二階元素。在分析受到彎矩控制相關問題時，二階元素將比一階線性元素更有效率得到較精確的結果。降階積分元素利用較低階積分來形成元素勁度，因此可以降低所需的計算時間。一般而言，利用完全積分與降階積分之一階線性元素之精度受問題本身不同的特質影響。對於二階元素，降階積分元素通常可產生比完全積分元素較為精確的結果。構建有限元素模型使用的節點數、自由度、高斯積分點數、與降階積分與否，將代表各元素不同的相對複雜度與所需的運算時間，本研究將在後續的章節進行詳盡的探討。

4-1-3 版式軌道模型之構建

版式軌道的組成如圖 4-12 至少包含鋼軌、扣件組、混凝土軌道版與路床等部份。本研究以樑元素模型、版殼元素模型與固體元素模擬軌道版，並配合其他元素建立版式軌道之分析模型，其建立的三維有限元素分析模型將針對上述之組成分別以不同的元素構建。

4-1-3-1 二維結構模型

本研究在樑元素軌道模型的構建時，採用樑元素作為傳統道碴式軌道中鋼軌的模擬元件。道碴式軌道所使用的彈性支承樑理論將路床、道碴、軌枕、扣件整合成鋼軌支承彈性係數 u 。本研究以 ABAQUS 程式中所提供的線性彈簧 SPRING 元素模擬之。軌道分析模型建立時，應用鋼軌支承彈性係數 u 的定義，配合溫氏基礎 (Liquid

Foundation) 的假設。

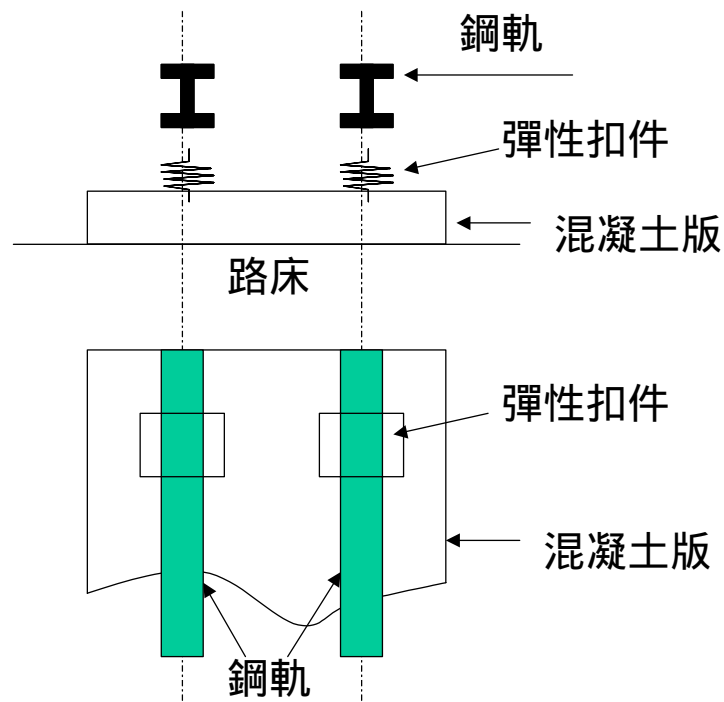


圖 4-12 版式軌道分析模型之基本架構圖

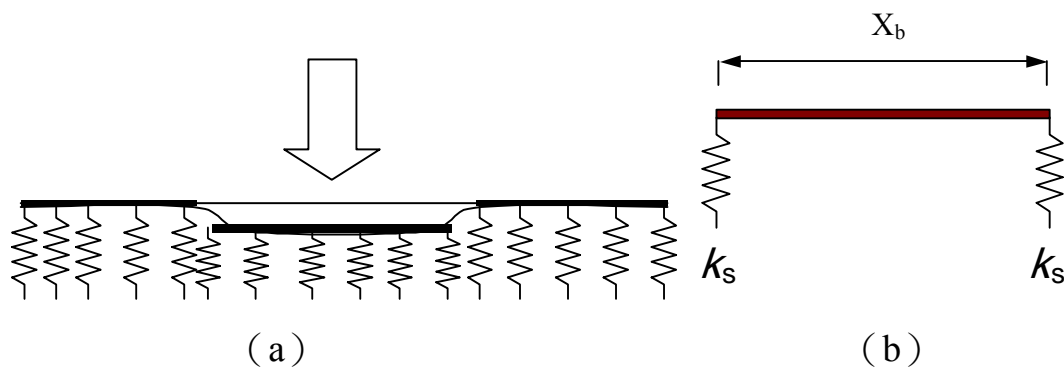


圖 4-13 鋼軌支承彈性係數的模擬彈簧等值勁度

如圖 4-13 (a) 當樑或版受向下的力 (集中力或均勻載重) 時, 承載元素將會整個均勻的下降, 以有限元素法模擬時, 將可視為樑或版的節點 (Node) 上配置著彈簧在元素上如圖 4-13 (b)。再應用鋼軌支承彈性係數 u , 即可計算出該彈簧的等值勁度 k_s , 如公式 4-1 所示, 其單位為 $[N/m]$ 。其中, u 即鋼軌支承彈性係數, X_b 為所配置樑元素的長度。

$$k_s = \frac{u \times X_b}{2} \quad (4-1)$$

本研究以樑元素配合彈性扣件組成道碴式軌道模型，在此模式當中將鋼軌假設成樑元素，彈性扣件的特性和路床反力模數使用彈簧元件來模擬，因此最能夠與理論解相互對照。ABAQUS 程式建立的分析結構模型如圖 4-14 所示。

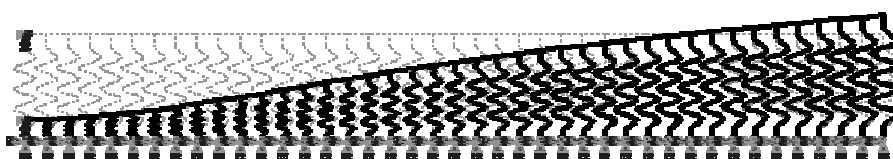


圖 4-14 ABAQUS 所建立的道碴軌道分析模型示意圖

道碴式軌道研究案例以載重 $P=9.81\text{kN}$ 、鋼軌彈性模數 $E_s=206\text{GPa}$ 、鋼軌慣性矩 $I_s=3090\text{cm}^4$ 、鋼軌支承彈性係數 $u=49.05\text{MPa}$ 、扣件間隔 $s=0.58\text{m}$ ，建立模擬道碴軌道的分析模型。分析時以 400 個 B21 樑元素組成 4m 的鋼軌，ABAQUS 定義的斷面性質為 Beam SECTION=RECT ，使用線彈性材料之假設。

根據公式 4-1 的表示方式，每個節點提供 1 個垂直方向的單向彈簧，其彈性勁度 k_s 為鋼軌支承彈性係數 u 與樑元素長度 X_b 相乘除 2，所以彈性勁度 $k_s=245.25\text{ kN/m}$ 。再者，整體模型的所有的樑元素中，除了兩個端點與一個元素樑元素接觸外，其他的節點都與兩個樑元素接觸，因此其彈簧的彈性勁度由兩個元素所提供，所以其值應為 $k_s*2=490.5\text{kN/m}$ 。

分析模型的邊界條件使用 ABAQUS 定義的對稱型態，在 BOUNDARY 指令的下達時，命原點為 xsymm 就是使結構行程左右

對稱，如此將可僅使用一半的模型來分析，將可節省大量的電腦資源，並加快分析速度。分析模型經過運算後，可得到軌道上任意點的撓度、彎矩。本研究觀察分析結果符合齊姆曼函數的趨勢，而分析結果與理論解比較鋼軌的撓度與彎矩也相當吻合。圖 4-15 所代表的是利用理論解與有限元素法彈性基礎上的樑分析法所得到軌道上任意點撓度的比較，由此圖來看兩者的分析結果無論是在整體趨勢和撓度大小都相當吻合。

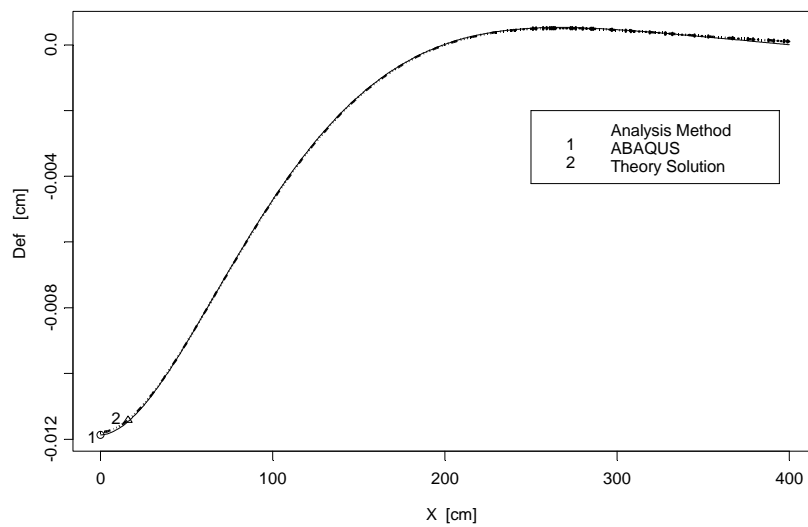


圖 4-15 理論解與有限元素法分析之鋼軌撓度分佈

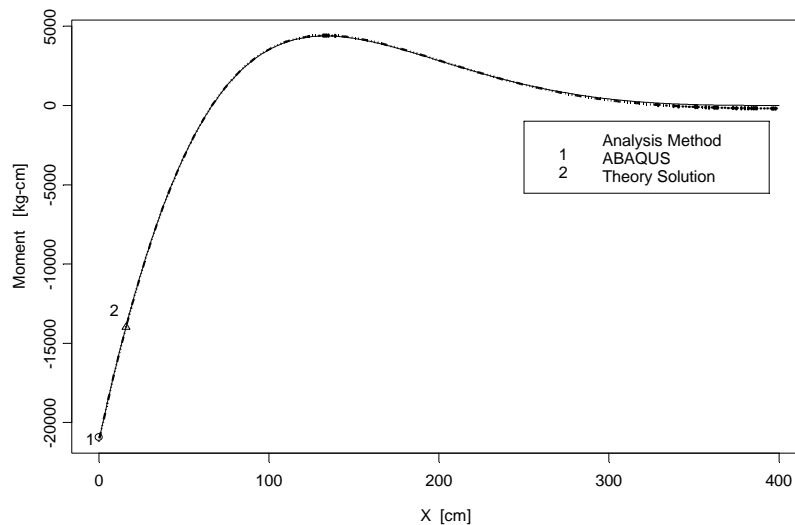


圖 4-16 理論解與有限元素法分析之鋼軌彎矩分佈

圖 4 - 16 所代表的是利用兩種分析法所得到軌道上任意點彎矩的比較，根據此圖的分析結果而言，利用有限元素法進行彈性基礎上的樑分析方式其結果與理論解可以很好的模擬。

而版式軌道的構建方法，則將混凝土版結構視為結構中的另一個樑，同樣以樑元素模擬之。兩個樑之間採用上述的 SPRING 元素銜接。接著，本研究以樑元素配合彈性扣件組成版式軌道模型，其中鋼軌與軌道版皆以樑元素模擬，彈性扣件的特性和路床反力模數使用彈簧元件來模擬。ABAQUS 程式建立的分析結構模型如圖 4 - 17。

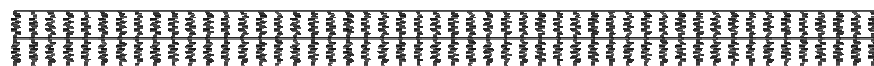


圖 4 - 17 ABAQUS 所建立的雙重彈性樑軌道分析模型示意圖

研究案例以載重 $P=49.05\text{kN}$ 、鋼軌彈性模數 $E_s=226\text{GPa}$ 、鋼軌慣性矩 $I_s=4000\text{ cm}^4$ 、鋼軌支承反力係數 $u_1=241\text{ MPa}$ 、軌道版彈性模數 $E_c=245\text{ GPa}$ 、軌道版慣性矩 $I_c=1.86*10^5\text{ cm}^4$ 、軌道版支承反力係數 $u_2=130\text{ MPa}$ 、扣件間隔 $s=0.6\text{m}$ ，建立模擬版式軌道的分析模型。分析時假設扣件與路床的支承型態為連續，為模擬理論之無限長情況，以 400 個 B21 樑元素組成 4m 的鋼軌。

載重作用處的結構反應呈現最大的數值，理論解鋼軌撓度為 0.03091cm 、軌道版撓度為 0.01531cm 、鋼軌版彎矩為 $8562\text{N}\cdot\text{m}$ 、軌道版彎矩為 $5987\text{N}\cdot\text{m}$ 。有限元素分析結果鋼軌撓度為 0.03178cm 、軌道版撓度為 0.01558cm 、鋼軌版彎矩為 $8221\text{N}\cdot\text{m}$ 、軌道版彎矩為 $5990\text{N}\cdot\text{m}$ ，其誤差非常小，約為 $0.05\%\sim 3\%$ 。

在上述分析結果比較下，樑元素模型在對應理論解時有甚佳的結果，道碴式軌道的簡單模型或許適用於樑元素模型。然而實際的版式軌道其結構行為較為複雜，不能以單純的樑元素模型來模擬，必須使

用更高階的元素來模擬。

4-1-3-2 三維結構模型

在三維結構模型中，本研究以二維版殼元素或三維固體元素來模擬版式軌道中的混凝土版，鋼軌部分採用樑元素模擬，扣件組以 JOINTC 元素模擬，路床則以基礎函數來構成。本研究根據 ABAQUS 程式的使用方法，使用四點版殼元素 S4、S4R、S4R5，八點版殼元素之 S8R、S8R5 與九點版殼元素之 S9R、S9R5 等建立以版殼元素為基礎的分析模型。另外又以八點固體元素 C3D8、C3D8R，二十點固體元素 C3D20、C3D20R 與二十七點固體元素 C3D27、C3D27R 等建立以固體元素為基礎的分析模型。

在構建扣件結構部分，相關的研究中採用有限元素法分析時僅採用單向勁度的彈簧元素來模擬【郭振銘, 1996】，如此將無法完整顯現其他自由度的影響，而【Bao, 1997】使用可描繪六個自由度的元素來模擬扣件，但採用單一元素的結果將造成力量的集中，如此將使模擬的分析造成極大的差異。

因此，本研究考慮扣件組能夠擁有上述兩種的功能，在模擬鋼軌扣件時採用不同的方法，研究中以有限元素構建的扣件組成如圖 4-18 所示。

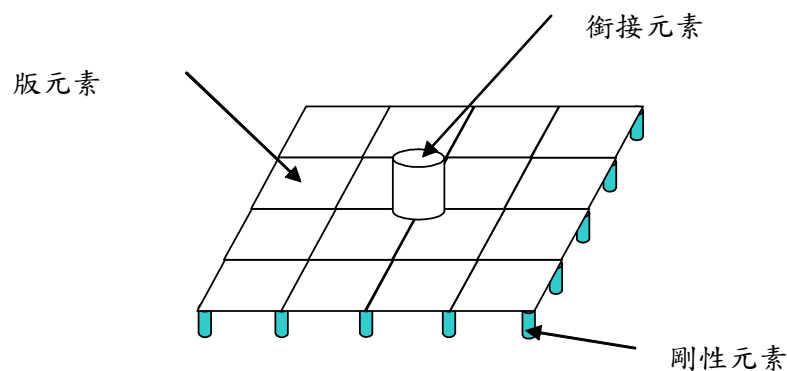


圖 4-18 扣件之模擬

在構建軌道模型時為了模擬鋼軌扣件組彈性束制鋼軌與傳遞載重作用的功用，將採用 ABAQUS 程式所提供的 JOINTC 元素作為模擬扣件組成與鋼軌銜接部分的元件。另一方面，為了控制作用載重不會集中在版上的某一點，將使用版殼元素與 JOINTC 元素結合，並在模擬扣件的版殼元素的每個節點上設置剛性元素與軌道版銜接，如此可模擬扣件組成以均佈載重的型式將力傳遞至軌道版上。

本研究在模擬路床部分，考慮到傳統路床的分析模式最常用亦是最簡便的模式為溫氏基礎 (Winkler Foundation) 模式又稱緊密液體基礎 (Dense Liquid Foundation)。溫氏基礎假設路床以下為均勻分佈的彈簧，而彈簧受力變形之作用為各自獨立。當路床上的版元素受向下的集中力或均勻載重時，該位置的元素將會呈現均勻的下降。但在元素與元素間接觸的位置為不連續圖 4-19 (a)，元素間的路基為彼此獨立不相互影響。路基之反力對於任意點應力與應變的關係為 $q(x, y) = k \times w(x, y)$ 。在以有限元素法為理論的假設中，溫氏基礎被當作圖 4-19 (b) 鋪面版下有許多相同勁度的彈簧置在矩形元素的各節點上。

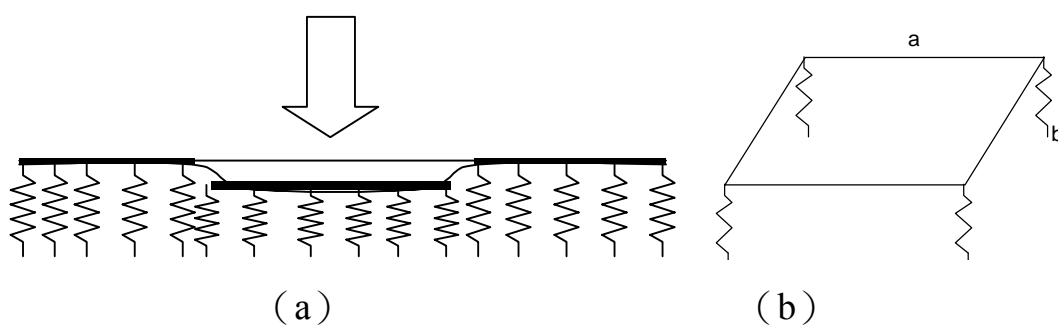


圖 4-19 溫氏基礎模式

本研究應用 ABAQUS 有限元素程式提供兩種模擬路床的方法，第一種是以彈簧分佈在版的下方，其配置的位置在於版上的每個節點，其勁度大小可根據溫氏基礎或彈性固體基礎的假設作分配。其優

點為可將彈簧視為線性或非線性，可進行大變形分析。其架構如圖 4-20 所示。

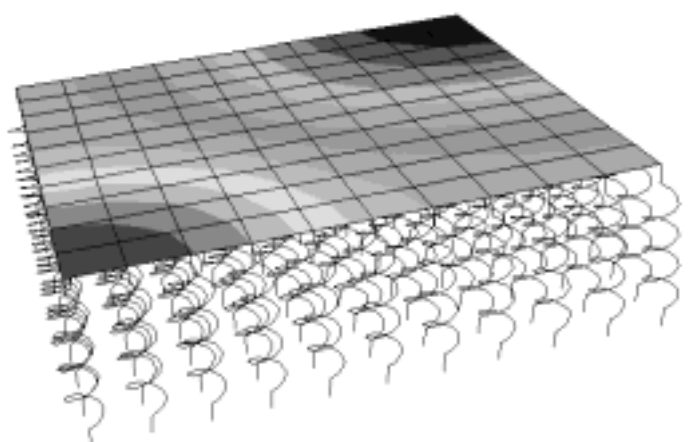
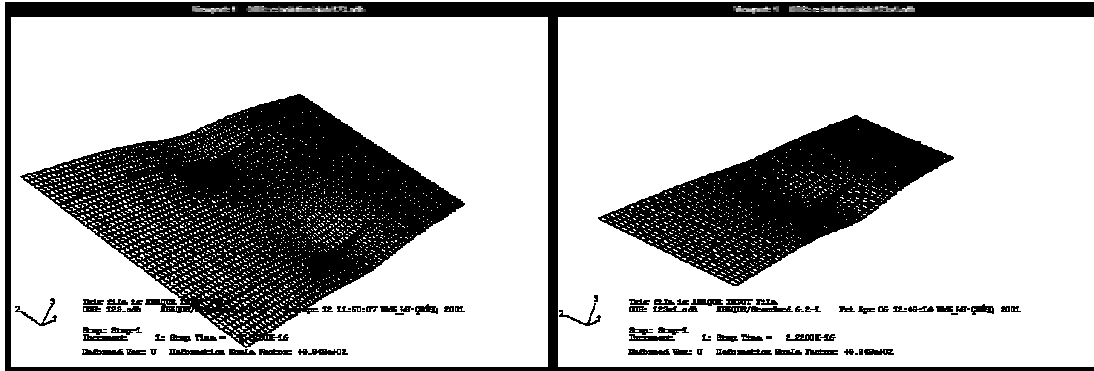


圖 4-20 以線性彈簧模擬溫氏基礎

另一種模擬路床的方法是以基礎函數 (Foundation) 對於版下所有的路床作均勻、一致的假設，其優點是分析時不需使用較多的節點，在應用與分析皆較為簡便。【吳忻達, 2003】採用溫式基礎的假設來模擬版下路床結構，在經過分析與比較與觀察相關研究的結果後，發現在此情況下以基礎函數的分析方式與彈簧元素的模擬可以得到相同的結果。然而應用基礎函數所需要的節點數與元素個數顯得較為精簡，因此在研究過程中將採用基礎函數模擬版下路床的模型。

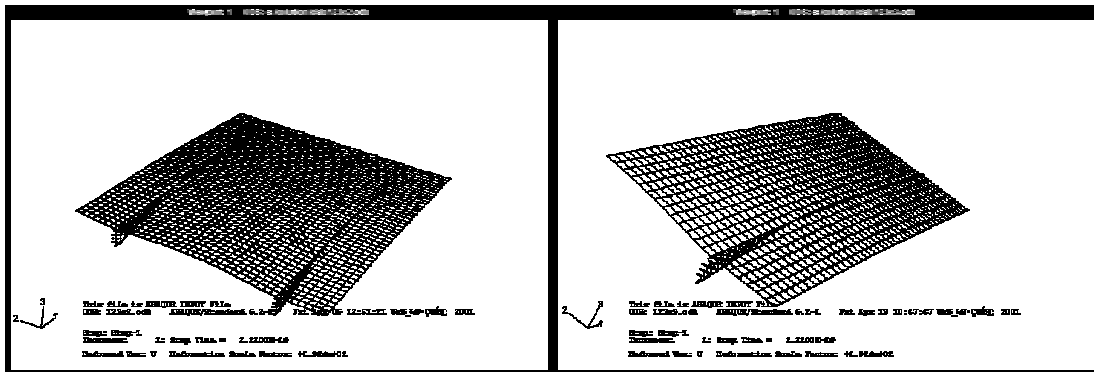
混凝土版為建立版式軌道之有限元素模型主體，而以混凝土軌道版的構建、力學行為及其結構特性而言，和剛性鋪面的混凝土版相似。兩者相異的地方為軌道版多了鋼軌與扣件在其上，而載重所作用的位置式為固定的鋼軌扣件位置。在剛性鋪面的相關研究中發展出許多有限元素分析程式，已被成功地應用在鋪面力學分析，顯著的改善在無限版長與路基土壤完全接觸等諸多假設下理論解之不足，在現地資料驗證上亦得到不錯的結果【Lee, 1999】，其計算能力已廣為人們所接受。而這些剛性鋪面的有限元素程式大部分是以版理論來做為分析的基礎，使用版殼元素作為有限元素分析的模式。本研究建立以版

殼元素為基礎的分析模型，其架構如圖 4 - 21 (a) 所示。此外，本研究使用 ABAQUS 程式中所提供的邊界條件指令，將全尺寸的分析模型以對稱的方式簡化為全尺寸一半或四分之一，如此將使分析的程序更簡化耗用更少的電腦資源，其簡化模式之構建如圖 4 - 21 所示。



(a) 全尺寸

(b) 水平方向對稱



(c) 垂直方向對稱

(d) 水平、垂直方向對稱

圖 4 - 21 版殼元素模式建立的版式軌道模型

文獻【Kuo, 1994】中亦指出隨著三維有限元素程式 (ABAQUS) 在鋪面之分析與應用，不僅可以改善二維鋪面分析之不足，並且其結果更佳，目前已廣泛的被使用在相關的結構分析。本研究根據 ABAQUS 程式的使用方法，建立以各種三維固體元素為基礎的分析模型，其架構如圖 4 - 22 所示。

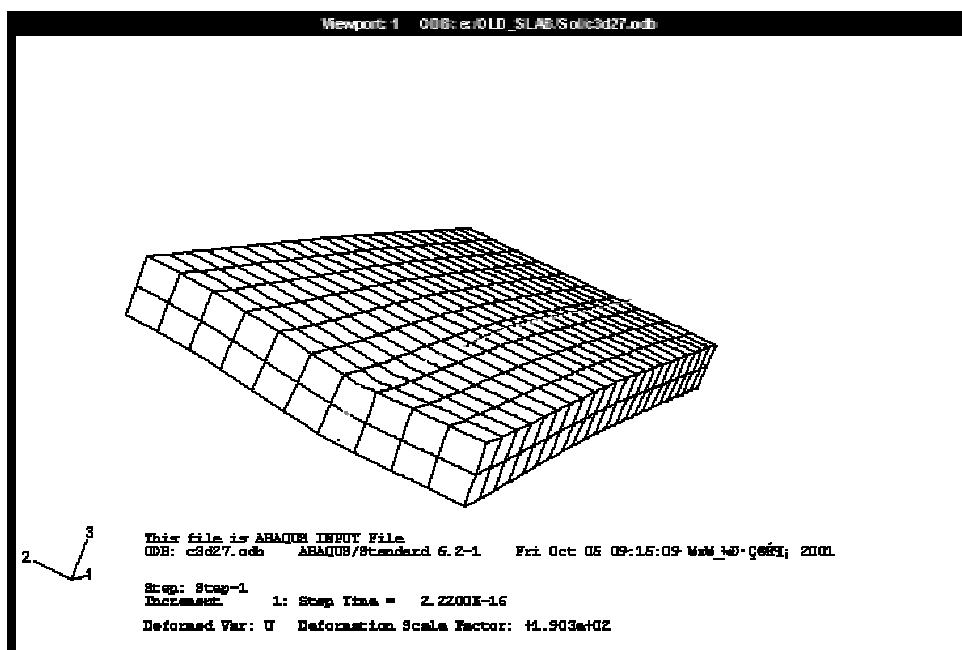


圖 4-22 ABAQUS 三維固體素模式建立的版式軌道模型

本研究為了探討理論解、版殼元素與固體元素的差異性，研究步驟將以一系列的分析探討上述有限元素模型構建時的特性、切割方式、模型尺寸、幾何形狀以及分析步驟可能忽略的過程，進而修正有限元素模型的適用性。在研究過程中，對於上述以固體元素、版殼元素、樑元素、銜接元素與基礎函數所組成的版式軌道有限元素模型，依其特性與理論解的定義探討其差異，並修正模型之構建，以作為分析模型最佳化的參考依據。研究中將由理論解擴展至三維有限元素解，進行一系列的驗證與比較，由此判斷造成彼此差距之原因，尋找控制之參數，並將參數進行調整至合理的範圍，以達到彼此間之吻合。

4-2 自動化分析程序之建立

一般有限元素分析程式應用時，研究者必須經過長時間的專業訓練，且對於程式使用的輸入檔案格式、分析的步驟與輸出結果的判讀皆必須相當熟練。尤其在構建有限元素分析模型的輸入檔時，需要嚴謹的將分析所需的資料依序輸入，而在輸出結果的判讀時則須由龐大的分析結果中擷取所需的資料。以 ABAQUS 程式為例，雖然該程式

擁有甚為優良之分析能力，然而在建立輸入檔時必須熟知座標系統、各種元素之定義、元素之配置、邊界條件與及分析程序的使用方式。分析時往往必須一再的謹慎更正與確認，其過程頗為繁雜，而且其輸出檔將列出龐大的分析結果判讀時頗為費力。如此將耗費大量的時間在處理檔案輸入與輸出的過程，若對於數個單一各案分析或能勝任，在有限時間內往往無法因應分析龐大數量類型之研究。

然而，當研究者進行參數分析的研究時，為了尋找與系統反應直接相關的控制參數，往往需要分析龐大數量的結構模型。如此，單就一個控制參數的驗證，需要的資料筆數動輒數以百計或數以千計，這樣就必須構建龐大數目的有限元素分析模型，其工作量之大非得使用電腦自動化不可。

4-2-1 自動化分析程序流程

本研究應用在剛性鋪面的多年的研究經驗，建立一套以電腦輔助的自動化力學分析程序。研究者可依據所欲分析的課題，藉著這套研究方法判斷所需的影響參數，進而以電腦自動化的作業建立有限元素的前處理作業。再經由電腦的批次分析作業後，自動產生整合過的資料庫以供相關研究分析。本研究採用自動化分析程序流程主要有三個步驟：

1. 確立問題與控制參數

研究首先需確立分析的問題，以所欲探討的範圍確立控制參數，利用電腦程式編輯有現元素程式的輸入模式。本研究應用因次分析的原理，反覆地執行一系列的有限元素分析，以此確認所有的結構反應之真正控制參數。在此應用的因次分析的原理，在一般理論分析無法以封閉型解滿足力學分析，或是在研究涉及許多數值和經驗性的一些工程問題上時，因次分析原理的應用顯然有其必要性。因次分析是使

用資料壓縮的方式，將影響反應的參數數目與複雜性降低的方法。因次分析的方法考慮理論方程式的無因次形式，以此無因次參數代表多項有因次的變數間的繁複組合的最簡化關係。所以，在資料的分析上，可以減少相關參數的數目，並可節省相當多的時間與成本。此方法最大優點在於其可找出真正重要的控制參數，並將複雜問題簡化。

2. 建立有限元素程式分析模式

在經過上述的匯整工作後，依據欲使用的有限元素程式的輸入格式，針對探討的參數建立一系列的分析輸入檔，藉此進行批次分析作業。在建立輸入檔的過程中，必須謹慎的考慮各種可能的狀況，避免因簡化程序可能產生的錯誤。再者，建立的批次作業必須反覆的測試，直到確立作業程序的完整性才可進行進一步的分析。

3. 有限元素程式分析與資料庫匯整

當自動化分析程序完成有限元素程式批次作業的模式建立後，則將使用指定的有限元素程式進行資料的運算分析，進而產生分析結果。一般的有限元素程式所產生的分析結果，往往是非常龐大的輸出檔案，雖然有些程式可以經過指定的方式簡化輸出結果，但是面對經由批次分析作業所產生數以千計的輸出檔，若要針對每個檔案逐一的擷取也是非常龐大的工程。因此，有關於資料庫擷取與彙整的部分必須仰賴電腦的自動化作業方式才可有效率的進行，並且避免人為的錯誤發生，如此才可確保資料庫的正確性。

4-2-2 自動化分析程序之建立方式

本研究針對 ABAQUS 程式之程序、分析方式與輸入、輸出檔案架構進行多方面之瞭解與探討。研究中以 Visual Basic 軟體根據 ABAQUS 程式分析程序之架構，針對使用者所欲分析的軌道相關之材料強度、荷重特性、分析元素種類、節點的分配與控制、元素配置

方式、基礎型式等參數編輯可供建立 ABAQUS 程式輸入檔。本研究並以 FORTRAN 軟體編譯資料彙整程式，利用此程式可在在 ABAQUS 程式完成運算分析後，將程式分析所產生的輸出檔擷取資料並加以彙整，針對使用者需求的結構反應加以整合。本研究自動化分析程序之建立流程如圖 4-23 所示。

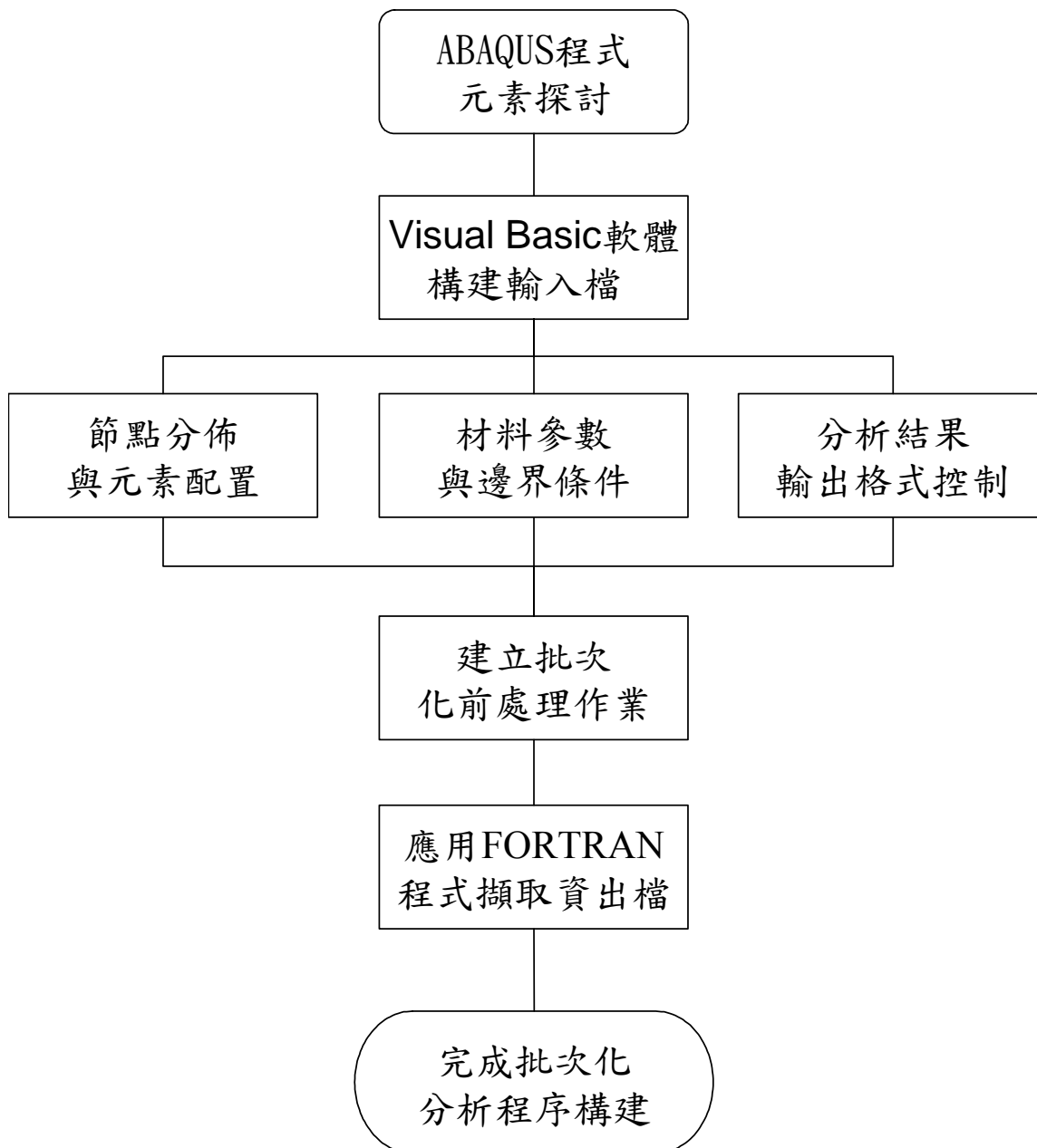


圖 4-23 自動化分析程序運作流程圖

由於本研究建立之自動化分析程序的主要目的，是為了將繁雜的有限元素分析程式以自動化的方式將分析作業簡化。因此，應用批次

化作業的概念，使自動化分析程序被建立成為可以依據使用者的分析需求，產生一系列之適當的分析模型，經過前處理與後處理之自動化程序完成所有的分析。例如，研究人員針對特定的參數進行分析時，使用者以自動化的功能之前處理程式建立數百個分析個案的 ABAQUS 程式輸入檔，接著透過批次作業完成分析後，自動化後處理程式將運算所產生的龐大輸出檔案群擷取資料並加以彙整。使用者可針對所定義的參數將應力、應變、彎矩、撓度等項目自動彙整成精簡而完整的資料庫，以作為進行參數分析之用。因此，本程序的應用將可大量簡化 ABAQUS 程式的分析程序，針對一系列龐大的問題直接由自動化分析程序的處理，以最精簡之作業，彙整分析結果，建立一個完整的資料庫，以此作為相關的統計分析，或探討詳盡之力學模式將會非常簡便。

第 5 章 有限元素收斂性分析

5-1 鋼軌結構網格切割收斂性分析

當研究以有限元素法分析時，網格切割（Mesh Fineness）方式的重要性決定分析結果的優劣，而且也影響研究程序的進行。網格切割太過粗略雖然可以節省大量的運算時間，但是相對的喪失了運算結果的精確性。網格切割過於細密可提高分析結果精密度的效率有限，但耗費了大量的電腦工作資源與中央處理器的運算時間。因此，如何在其間達到平衡則須加以探討。

本研究針對模擬鋼軌結構的樑元素以彈性支承元素的間距 s 與彈性扣件勁度 k_s 構成鋼軌彈性支承係數 $u=k_s/s$ ，研究中發現以任意的間距 s 與勁度 k_s 進行模擬時只要確立 u 為定值則分析的結果將保持一定，而鋼軌模擬的長度將決定分析模型元素的多寡與分析的精確性。

因此研究中針對模擬鋼軌元素的切割方式進行一系列的探討。本研究對於鋼軌元素的切割方式以彈性支承元素的間距 s 作為基準，其中將 s 長度的鋼軌以不同元素段落進行切割，如圖 5-1 所表示的切割方式可將 s 長度分為 1、2、3、...、10 等段數，以此定義為不同網格切割=1、2、3、...、10 的型態。本研究以不同的輸入參數，建立十一組不同的分析個案，每一種分析個案又以不同的十種網格切割型態進行探討，利用參數分析探討網格切割與數值收斂性的關係。

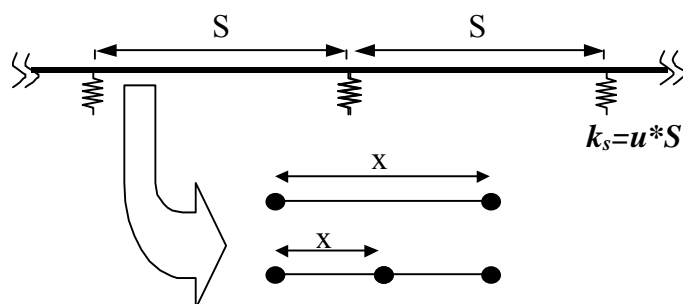


圖 5-1 鋼軌元素配置方式

根據研究結果顯示，隨著網格切割的增加表示切割方式愈趨細密，而各項力學反應的分析結果也將有逐漸收斂的情形。本研究以網格切割=10 切割方式荷重點位置鋼軌的撓度作為基準，將各種不同切割方式下鋼軌撓度的反應加以比較，其結果如圖 5-2 所示。

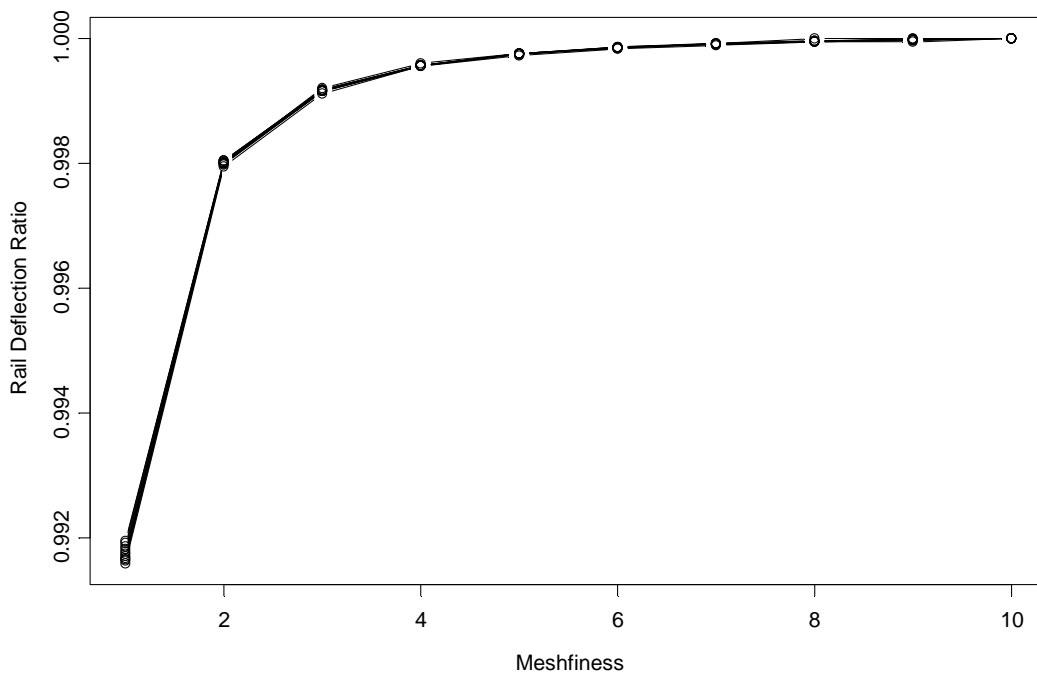


圖 5-2 鋼軌元素配置收斂性分析

其中撓度比為網格切割=1~10 求得的鋼軌臨界撓度值比上網格切割=10 的鋼軌臨界撓度值 ($\delta_{\text{Meshfiness}=1\sim 10} / \delta_{\text{Meshfiness}=10}$)。由圖可發現當 Mesh Fineness=3，即彈性扣件間距 s 以 3 段樑元素配置，即可將分析的收斂程度達到 99.9%。

5-2 混凝土版結構網格切割收斂性分析

混凝土版結構類似鋪面的單純幾何形狀，進行網格切割時往往以正方形的元素較佳。早期相關研究的網格切割方式為求精簡，在接近臨界位置或荷重位置分佈較密集且嚴謹之正方形網格，對於較遠處則以較寬鬆之要求分佈網格。以目前電腦科技進步的情形而言，雖然對結構可應用最細密的切割方式進行節點與元素佈置，但是參數分析動

輒數以萬計的分析個案，若不審慎考慮適當的切割方式，所需的時間與資源也相當驚人。因此，網格切割方式的進行應要求至何種程度，以兼顧分析可靠性與可行的分析程序，就必須針對不同的元素模型進行一系列的探討，以作為最佳的網格切割方式的參考【吳炘達, 2003】。

一般而言，網格切割方式大多遵循以下步驟：判定結構對稱性與否、進行荷重區域之網格切割、決定相同網格切割密度之長度、決定網格切割密度。依據過去二維有限元素分析之文獻建議，水平方向網格切割密度都是以荷重區域之切割方式為標準，向外愈切割愈稀疏，以避免分析模擬勁度矩陣過大而增加分析之時間、資源、與困難度。

Ioannides 【1984】針對 ILLI-SLAB 使用者提出對節點配置與網格切割方式之建議，文中建議使用 ILLI-SLAB 分析鋪面時，在荷重區域與產生最大應力處採行較為密集節點分佈，荷重區域 2 倍範圍內建議採用較細的網格切割。吳炘達等【2003】銜接上述相關研究的網格切割方式，更進一步的加以分析探討，使用的網格切割方式以 ABAQUS 程式之中二維版殼元素、三維固體元素構建的鋪面模型進行分析。該研究以下圖建議 I、II、III 區之長度與網格切割密度。其中建議使用者在 I 區使用較密集之前方式，II 區為 8 倍的 I 區的長度使用與 I 區相同的切割密度。如此雖然在距離荷重區較遠處以粗略的網格切割密度亦不影響分析的結果，可確保荷重區域與臨界位置有足夠的精確度。

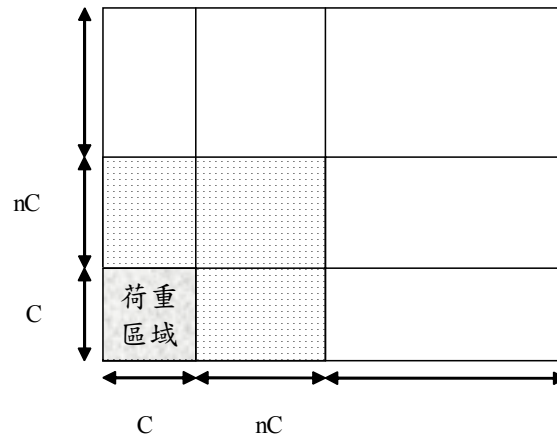


圖 5 - 3 鋪面版的切割方式

本研究進行網格切割收斂性分析採用過去在鋪面相關研究的經驗與研究成果【吳炘達, 2003】，加上扣件與鋼軌後進而探討整體的版式軌道模型。在鋪面分析時，採用如圖 5 - 3 的切割方式，將版塊分為三種不同區域，I 區域為荷重的面積、II 區域為荷重面積外至 n 倍荷重長度之位置、III 區域是 $n+1$ 倍荷重區域到最遠處。在進行網格切割收斂性比較時，I 區之長度選定為荷重邊長，II 區之長度選定為 8 倍荷重區域邊長，以避免影響到 I 區之網格切割，III 區之長度為上述區域長度以外到版邊界之長度。

研究中水平網格切割密度定義為荷重區域的長度與元素長度的比值。I 區與 II 區有相同的網格切割密度；而 III 區的網格切割密度為 I 區的 $1/4$ 倍。在進行三維有限元素分析時，除了水平向網格切割外，同時要考量到厚度方向之網格切割。然而，探討三維有限元素分析鋪面版時，每增加一切割層數會使得節點數倍數成長，並會造成分析之勁度矩陣成幾何級數成長。如果以荷重區域之切割來決定厚度方向之切割層時，當荷重區域之邊長很小時，會使得切割層數非常多而造成電腦無法分析之情況或是分析時間過長。因此，厚度方向之網格切割密度定義為將版厚切割成相同厚度的層數。

5-2-1 撓度收斂性分析

5-2-1-1 版殼元素特性

本文在探討單一版塊在溫式基礎下受到單輪荷重時，不同網格切割密度之撓度收斂性，所選用之元素包含了 ILLI-SLAB 程式之有限元素、ABAQUS 二維版殼元素、及三維固體元素。所選用之鋪面相關參數如下：有限版長 $L=5.00\text{m}$ (197 in.)，有限版寬 $W=5.00\text{m}$ (197in.)，混凝土彈性模數 $E=8.27\text{GPa}$ (1.2Mpsi)，版厚 $h=21.6\text{cm}$ (8.5in.)，路基反力模數 $k=27\text{MN/m}^3$ (100pci)，胎壓 $p=620\text{kPa}$ (90psi)，柏松比 $\nu=0.15$ ，單輪荷重 $P=10\text{kN}$ (2,250lbs)。

依據因次分析的原理可知，上述的鋪面系統相當於輸入 $a/\ell=0.1$ 、 $L/\ell=7$ 、 $W/\ell=7$ 、 $h/a=3$ 等四個主要的無因次參數。其中， a/ℓ 是輪荷重半徑與相對勁度半徑之比值，定義為『正規化荷重半徑』、 L/ℓ 為版長與相對勁度半徑之比值，定義為『正規化版長』、 W/ℓ 為版寬與相對勁度半徑之比值定義為『正規化版寬』， h/a 為混凝土版厚與荷重半徑之比值。而為了確保較高的精度，本文採用【吳炘達, 2003】建議的水平網格切割精度為 1 到 10，厚度方向切割層數為 1 到 4 層。I 區與 II 區有相同的網格切割密度；II 區之長度選定為 8 倍荷重區域邊長，以此深入探討各種不同有限元素類型之撓度收斂特性。

圖 5 - 4 是在邊緣荷重下 ILLI-SLAB RPB12 元素、ABAQUS 二維版殼元素、與 Westergaard 理論解之撓度比值。Westergaard 邊緣荷重撓度理論解如公式 5-1 所示。

$$\delta_e = \frac{\sqrt{2+1.2\nu P}}{\sqrt{E_c h_c^3 k}} \left[1 - \frac{(0.76+0.4\nu)a}{\ell} \right] \quad (5-1)$$

其中：

- P : 載重, [F] ;
- a : 荷重面積之半徑 [L] ;
- l : 混凝土版與基底層材料的相對勁度半徑, [L] ;
- E_c : 混凝土彈性模數, [FL⁻²] ;
- h_c : 版厚度, [L] ;
- ν : 波生比 ;
- k : 基底層土壤反力模數, [FL⁻³] ;

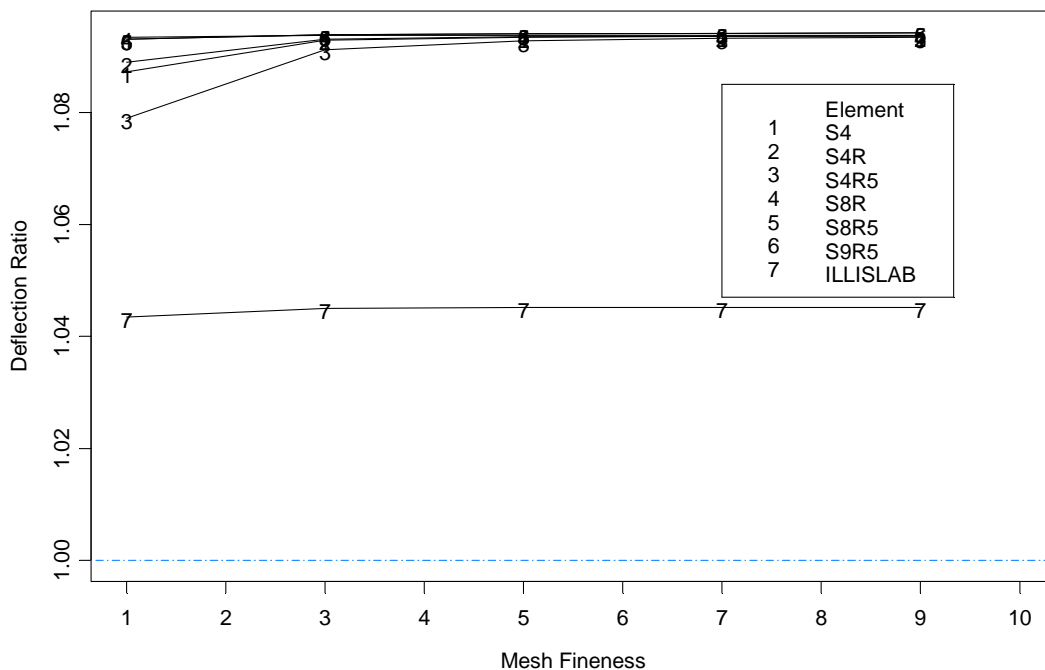


圖 5 - 4 版殼元素之鋪面結構撓度收斂特性

圖 5 - 4 中 ILLI-SLAB 所計算出之撓度值與理論解較接近，相差 4.3%，在 ABAQUS 中二維版殼元素所計算出撓度值都比理論解大，而且當網格切割較粗時，即網格切割為 1 時，所計算出之撓度以 S4R5 元素之撓度值最小，比理論解大 7.9%；其次是 S4 元素，比理論解大 8.7%；再其次是 S4R 元素，比理論解大 8.9%。S8R、S8R5、與 S9R5 元素計算出之撓度值數值相近，比理論解大 9.3%。

圖 5 - 4 中並且可以看出 4 點元素在網格切割為 1 時所計算出之

撓度值較小，但是在網格切割為 3 時都有一個很好之收斂特性。當網格切割較密時，4 點元素所計算出之撓度值可以和 8 點元素或是 9 點元素所計算出之撓度值相同。此外，8 點元素或是 9 點元素在網格切割為 1 時就可以得到相當好的撓度收斂值，並且其相對應的撓度值一般也較四點元素的撓度值略高。二維版殼元素以及 ILLI-SLAB 元素都會隨著網格切割越密而撓度值越大而快速收斂。

5-2-1-2 固體元素特性

圖 5 - 5 代表在邊緣荷重下 ABAQUS 各種不同之三維固體元素與 Westergaard 理論解之撓度比值。圖中橫座標是水平方向之網格切割密度，縱座標則是撓度比。各子圖中數字 1、2、3、4 分別代表厚度方向之切割層數。

在 C3D8 元素中，當網格切割層數為 1 且水平方向網格切割為 1 時，所計算之撓度值比理論解之撓度值大 5.6%，當網格切割越密時，所計算之撓度值愈大而收斂，切割 1 層之撓度值比理論解大 19.3%。隨著切割層數由 1 層增加為 2 層時其撓度值明顯與理論解相差較少，在網格切割層數為 3 層或是 4 層時所求得之撓度值又與理論解更接近，並且在切割 3 層與切割 4 層時兩者之撓度值幾乎相同，此時撓度值比理論解大 11%。

在 C3D8R 元素中，當切割層數為 1 時所計算之撓度值比理論解大 7 倍，其數值與理論解相差非常的大，主要是因為 C3D8R 元素之節點數少且有降階積分之緣故。但是當切割層數為 2 層時，其撓度值約比理論解大 24%，就明顯與理論解差距較小，且隨著切割層數之增加而撓度值降低，在切割 3 層時所求得之撓度值比理論解大 13%。

在 C3D20 元素中，切割層數為一層時所得到之撓度值比理論解大 10%，隨著切割層數之增加而撓度值增加，在切割層數為二層時所

求得之撓度值比理論解大 11%。在水平向網格切割為 1 時並不會隨著切割層數增加而撓度值增加。在 C3D20R 元素中，切割層數為一層時，撓度值比理論解大 10%，但是在切割二層以上時，其撓度值都是比理論解大 11%，且切割層數增加而撓度值增加而收斂。

C3D27 元素在切割層數為一層時撓度值同樣比理論解大 10%，但是切割層數為 2 以上時其撓度值比理論解大 11%，且隨著切割層數增加而撓度值增加到一收斂數值。C3D27R 元素在切割層數為一層時比理論解大 13%，而隨著切割層數增加而撓度值會降低，在切割層數為四層時所得之撓度值比理論解大 11%。

第 5 章 有限元素收斂性分析

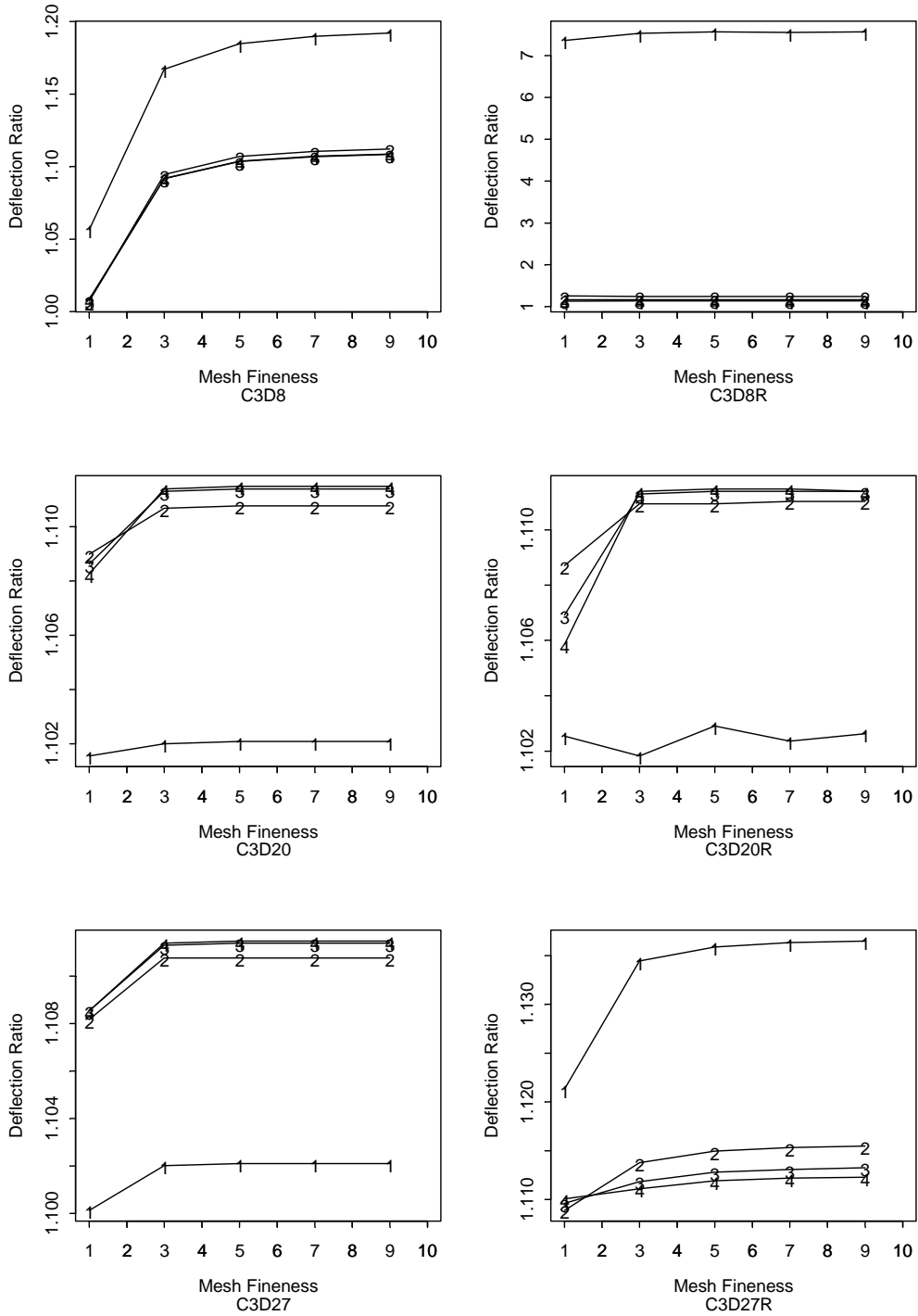


圖 5-5 固體元素之鋪面結構撓度收斂特性

5-2-2 應力收斂性分析

5-2-2-1 版殼元素特性

圖 5 - 6 在邊緣荷重下 ABAQUS 二維版殼元素、ILLI-SLAB 有限元素、與 Westergaard 理論解之應力比值。Westergaard 之邊緣應力理論解如公式 4-3 所示，公式中參數與公式 4-2 相同。

$$\sigma_e = \frac{3(1+\nu)P}{\pi(3+\nu)h^2} \left[\ln\left(\frac{Eh^3}{100ka^4}\right) + 1.84 - \frac{4\nu}{3} + \frac{1-\nu}{2} + \frac{1.18(1+2\nu)a}{\ell} \right] \quad (5-2)$$

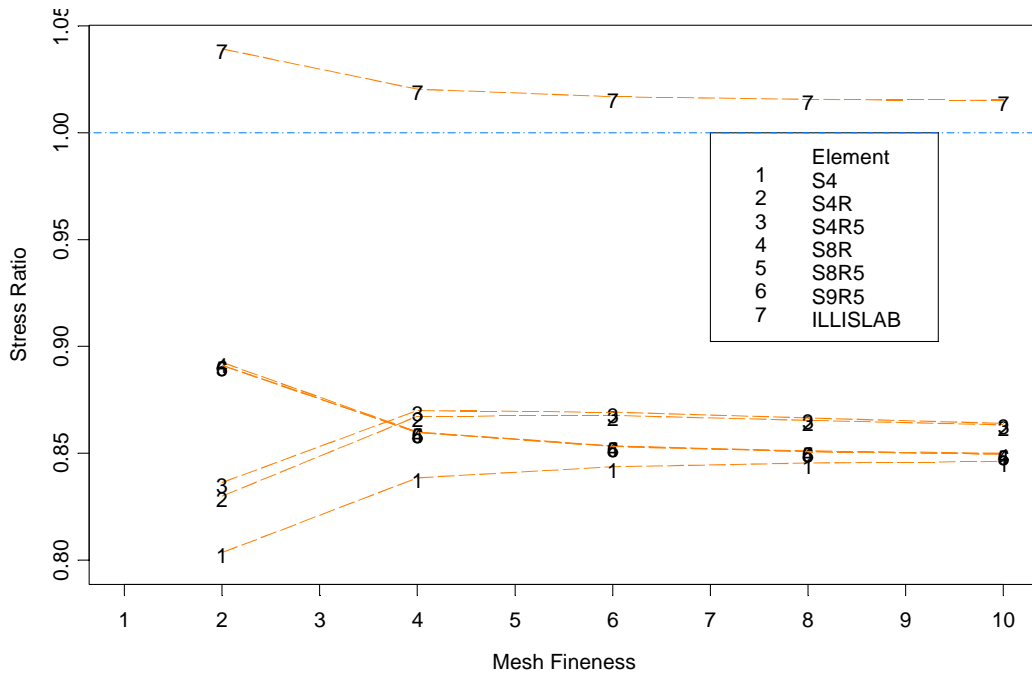


圖 5 - 6 版殼元素之鋪面結構應力收斂特性

圖中 ILLI-SLAB 所計算出之應力比理論解之應力大 2%，所有 ABAQUS 程式中二維版殼元素所計算之應力值都比理論解之應力值小。4 點元素所求得應力收斂性是當網格切割較粗時所計算出之應力值較小，但是當網格切割較密時計算之應力值會增大而收斂。有降階積分之 4 點元素 S4R 與 S4R5 所計算出之應力較為接近。S4 元素之趨勢雖與 S4R、S4R5 相同，但 S4 元素與有降階積分之 4 點元素有

2%之應力差距。在 8 點元素以及 9 點元素所計算出之應力都相同，比理論解之應力小 15%。在網格切割較密時，S4R 與 S4R5 等 4 點元素所求得應力比理論解小 14%。

5-2-2-2 固體元素特性

圖 5-7 代表 ABAQUS 三維固體元素與 Westergaard 理論解之應力比值，各圖中 1 到 4 分析代表厚度方向切割層數。在垂直切割層數為一層時所計算之應力都與切割層數為 2、3、4 層時所計算之應力相差很大。在 C3D8 元素中，隨著切割層數之增加而應力值增加，但在垂直切割層數為 4 層時仍然無法看到收斂性。在 C3D8R 元素中同樣是隨著切割層數之增加而應力值增加，在厚度方向網格切割為二層與三層時會有較接近之應力值，比理論解小 40%，但是在網格切割為四層時應力值又有一明顯之應力增加，如此亦無法看出明確之應力收斂特性。在 C3D20 元素與 C3D27 元素中，其切割層數為三層或是四層時可以達到一樣之應力值，所求得之應力比理論解小 8.5%，並且水平方向網格切割為 3 時就可以和水平方向網格切割為 9 時得到非常接近之數值。在使用 C3D20R 與 C3D27R 元素中可以看出當切割層數增加時計算之應力會增加。切割 2 層比切割 3 層小 2%之，切割三層時又比切割四層時小 1%。在有使用有降階積分之 C3D20R 與 C3D27R 元素雖然可以有一收斂性，但其收斂不像 C3D20 及 C3D27 元素在切割三層時，可以得到與切割四層時相同之應力值。

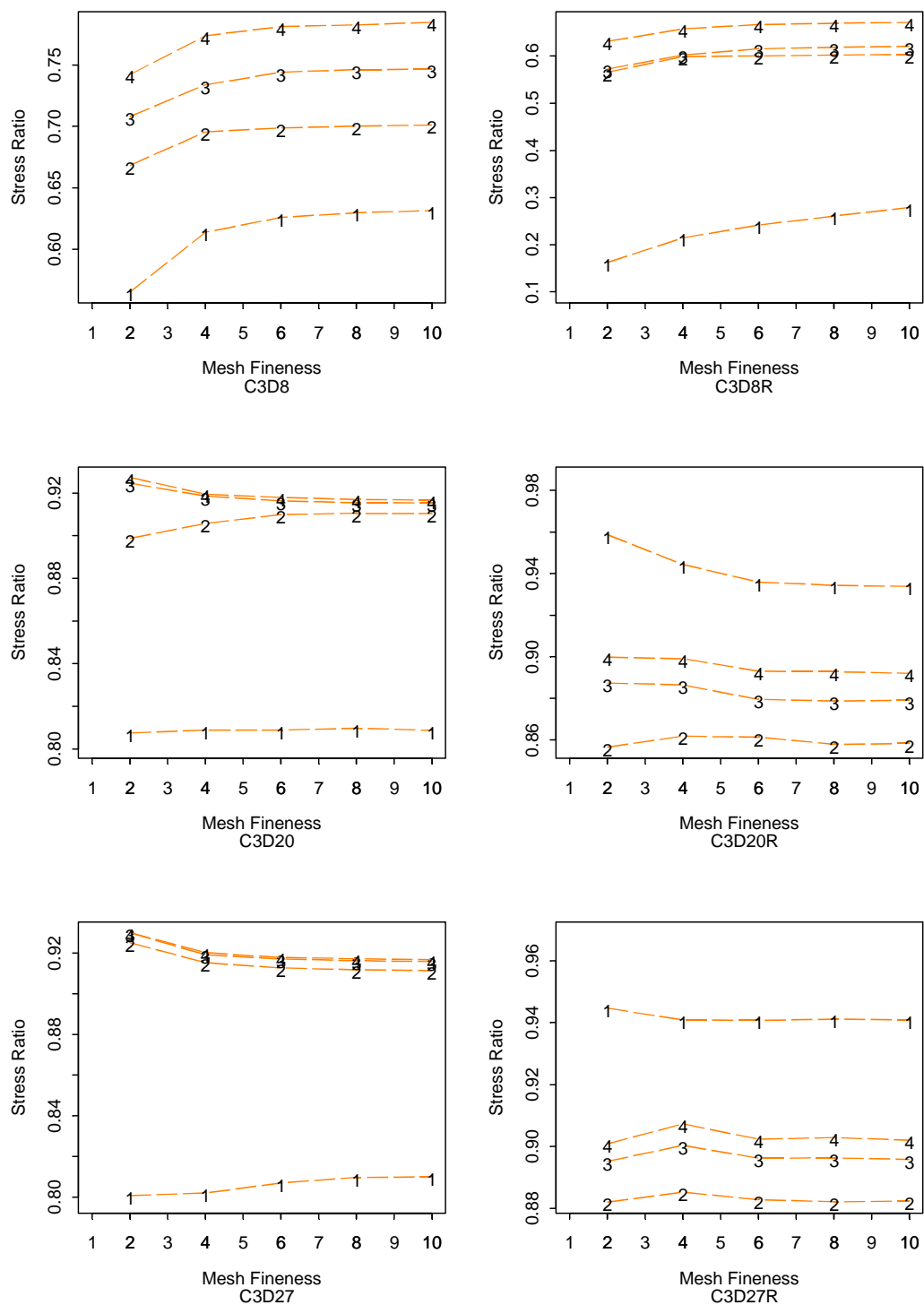


圖 5 - 7 固體元素之鋪面結構應力收斂特性

5-3 整體軌道結構網格切割收斂性分析

在整體軌道結構方面，水平網格切割密度在軌道版與鋼軌平行的方向分成三個不同的切割區域，I 區域為荷重的面積、II 區域為荷重面積外至第 4 個扣件的區域內、III 區域 4 個扣件位置至最遠處的區域；其中 I 區與 II 區採用相同的切割密度，III 區則採用 I 區切割密度的一半。軌道版與鋼軌與垂直的方向亦採用三個區域，II 區域僅使用與荷重區域 I 區相同的長度，III 區則由兩倍的荷重區域位置起至邊緣。在厚度方向之網格切割密度亦定義為切割成相同厚度的層數。

本研究探討單一版式軌道結構下受到單輪荷重時，不同網格切割密度之撓度收斂性，分析時所選用之軌道相關參數如下：軌道版長 $L=4.8\text{m}$ 、軌道版寬 $W=3.84\text{m}$ 、版厚 $h_c=16\text{cm}$ 、混凝土彈性模數 $E_c=1.96 \times 10^4 \text{ MPa}$ ，鋼軌慣性矩 $I_s=2000 \text{ cm}^4$ 、鋼軌彈性模數 $E_s=235 \text{ GPa}$ ，鋼軌支承反力係數 $u_1=105 \text{ MPa}$ 、路床支承反力係數 $u_2=56.8 \text{ MPa}$ ，扣件尺寸為 $24\text{cm} \times 24\text{cm}$ 、扣件間距 $s=0.6\text{m}$ 之版式軌道模型。研究中以不同的網格切割精度進行比較，切割密度的定義亦為荷重區域邊長與元素邊長的比值。

5-3-1 撓度收斂性分析

5-3-1-1 版殼元素加樑元素模型

本文探討單一版式軌道結構下以版殼元素模擬版，樑元素模擬鋼軌所組成的軌道結構模型受到單輪荷重時，不同網格切割密度之撓度收斂性。分析時選用 ABAQUS 之 S4、S4R、S4R5、S8R、S8R5、S9R5 二維版殼元素模擬軌道版。研究中以不同的網格切割精度進行比較，切割密度的定義亦為荷重區域邊長與元素邊長的比值。

圖 5 - 8 為 ABAQUS 二維版殼元素所構建的版式軌道模型，以不同切割方式所計算出的鋼軌撓度值與理論解比較的結果。由分析結

果可明顯的觀察到，以不同版殼元素所構建的有限元素模型分析的撓度值相差不大，應用不同元素所計算出的結果約小於雙重彈性樑理論解 15%。

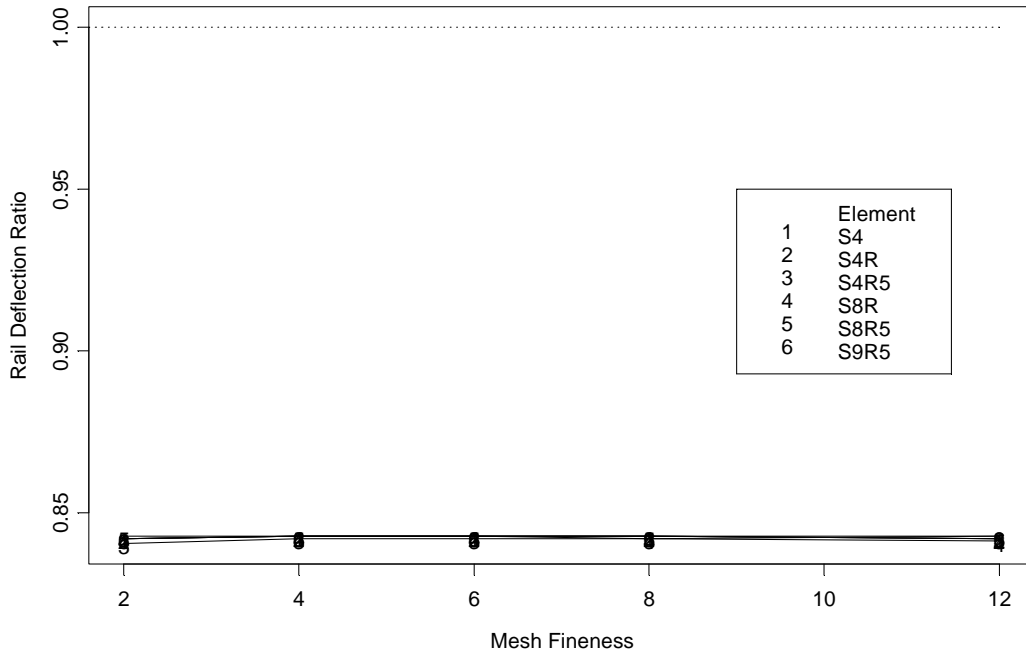


圖 5 - 8 版殼元素之版式軌道結構鋼軌撓度收斂特性

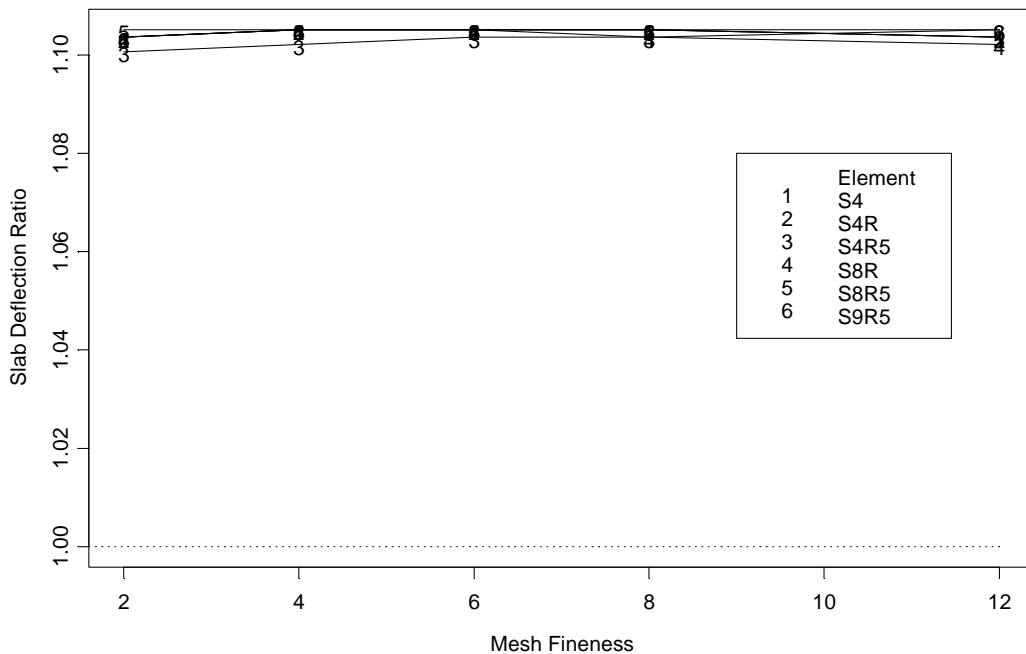


圖 5 - 9 版殼元素之版式軌道結構軌道版撓度收斂特性

圖 5 - 9 是在相同情況下軌道版撓度值與雙重彈性樑理論解比較的結果，圖中顯示不同元素種類與切割方式所計算出的結果都比理論解大 10%，而所有的元素會隨著切割密度的增加而有收斂的情況。

5-3-1-2 固體元素加樑元素模型

本研究以版殼元素來模擬版式軌道中的混凝土軌道版後，以更高階的三維固體元素建立版式軌道的有限元素分析模式。固體元素分析模式構建的步驟與版殼元素分析模式相仿，鋼軌、扣件組與路床的模擬採用與版殼元素分析模式將同之方式。

本文探討選用 ABAQUS 之 C3D8、C3D8R、C3D20、C3D20R、C3D27、C3D27R 元素所建立版式軌道結構，不同網格切割密度之撓度收斂性。圖 5 - 10 為不同固體元素、不同水平切割密度與厚度方向不同層數的所構建的版式軌道鋼軌撓度反應，由圖中可觀察到選用不同固體元素不會對分析結果產生太大的改變，且不同水平切割密對分析結果也影響不大。除此之外，其他方式的分析值約與雙重彈性樑理論解差異 27%左右。

至於軌道版撓度的收斂反應可由圖 5 - 11 觀察之，圖中的反應顯示所有的元素幾乎隨著切割水平密度的增加而逐漸收斂，而變異性較大的是切割層數為一層時的反應，其中又以八點元素 C3D8 與 C3D8R 與其他元素差異較大。使用二十點元素 C3D20、C3D20R 時厚度方向切割為兩層則有發散之現象。當八點元素收斂時之反應高出理論解 11%，二十點元素與 27 點元素收斂時之反應高出理論解約 9%~10%。

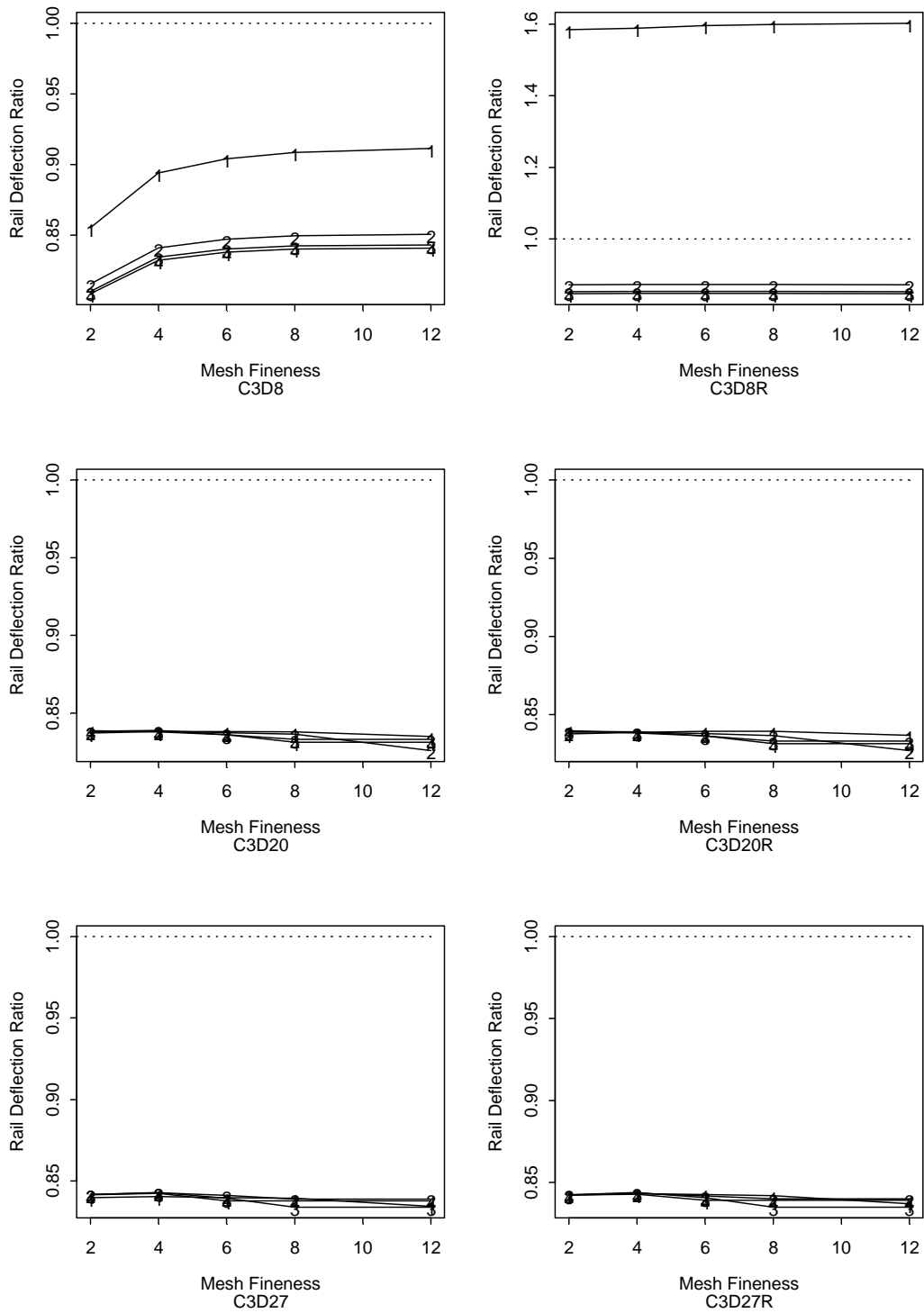


圖 5 - 10 固體元素之版式軌道結構鋼軌撓度收斂特性

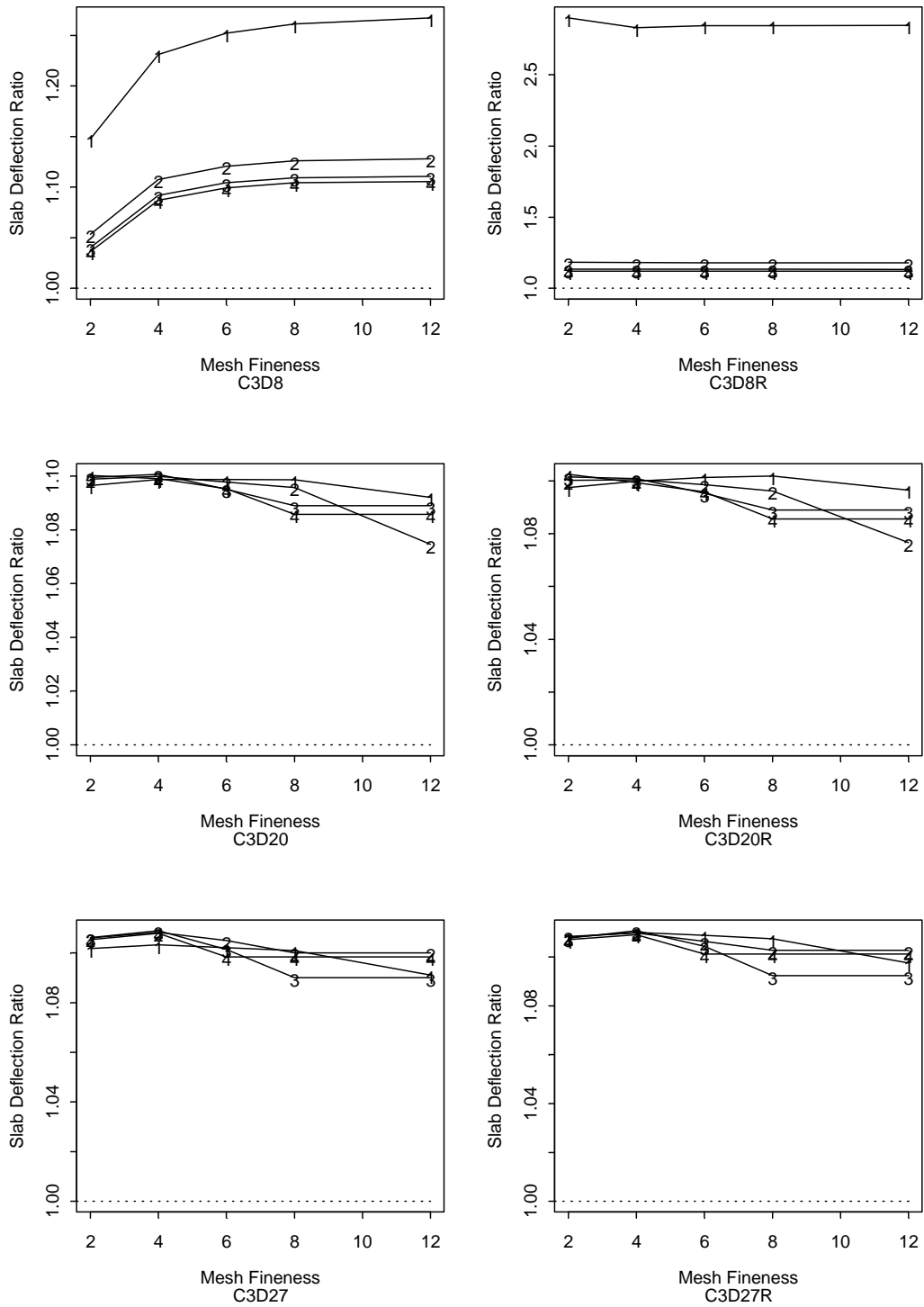


圖 5 - 11 固體元素之版式軌道結構軌道版撓度收斂特性

5-3-2 應力收斂性分析

5-3-2-1 版殼元素加樑元素模型

在版式軌道分析關於應力的部分，圖 5 - 12 顯示在鋼軌上的應力不隨使用的版殼元素不同而改變，但會隨切割密度的增加而收斂，收斂時的鋼軌應力值約小於理論解 30%。在軌道版上的應力則因使用的版殼元素不同而改變，大致上可分一階的四點元素與二階的八點與九點元素兩類。

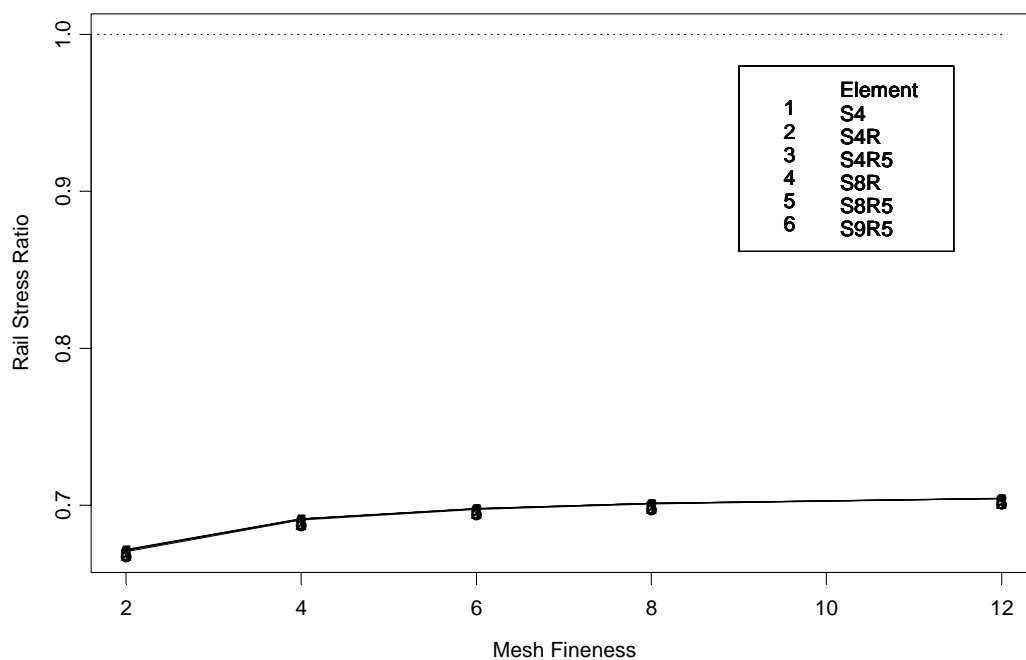


圖 5 - 12 版殼元素之版式軌道結構鋼軌應力收斂特性

圖 5 - 13 顯示八點與九點元素的分析結果相似，其中 S8R5、S9R5 兩者的應力反應幾乎完全相同而與 S8R 有些微差距。S8R、S8R5、S9R5 元素收斂時的應力值高出理論解 2.2 倍，而四點元素 S4R、S4R、S4R5 收斂時的應力值比理論解大 1.9 倍。所有版殼元素所構建的軌道版結構的應力會隨著切割密度增加而收斂，其中四點元素收斂的情況較緩慢，而使用 S8R5、S9R5 兩者的應力收斂最佳，當 Mesh Fineness=4 時已可收斂至 3%，而 Mesh Fineness=6 時與 Mesh

Fineness=12 之間差距不到 1%。

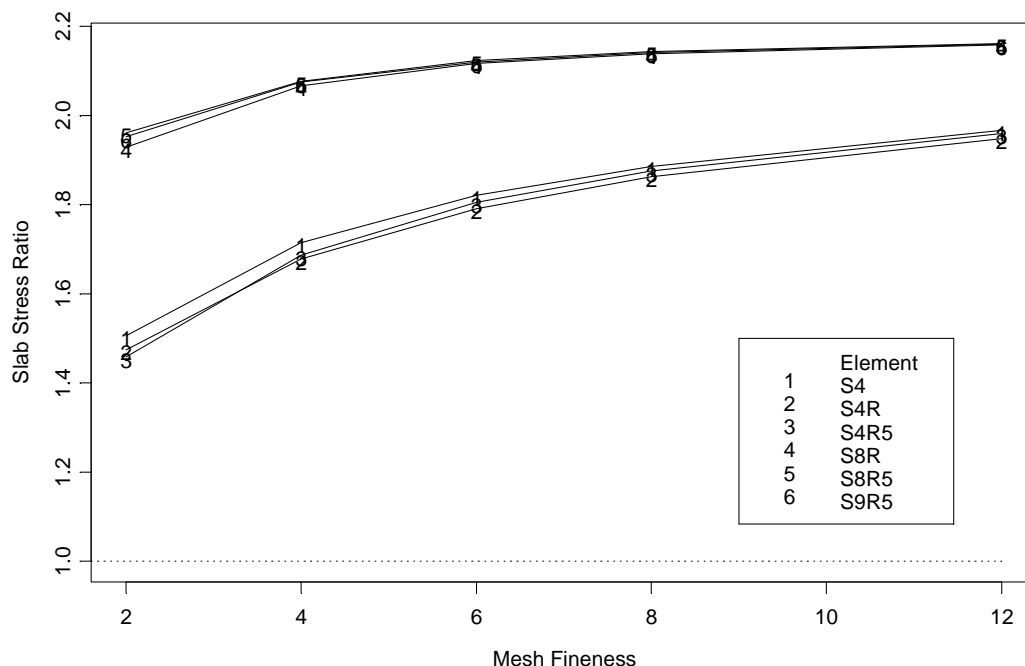


圖 5 - 13 版殼元素之版式軌道結構軌道版應力收斂特性

5-3-2-2 固體元素加樑元素模型

以固體元素建立版式軌道的鋼軌應力反應可由圖 5 - 14 觀察，除了使用一層切割的八點元素外，其他的鋼軌應力將隨著水平切割的密度增加而收斂而且較無變異性，收斂時的應力值比雙重彈性樑理論解少 28%。至於軌道版上的應力反應則有較大的變動，圖 5 - 15 中顯示所有的固體元素使用一層的切割方式最不理想。厚度切割一層的所有模式在不同的切割密度下的反應變動非常大且有發散的現象。而 C3D8 與 C3D8R 元素受切割層數的影響很大，切割一層的情況不適合使用，而切割二層時較接近比理論解，其中使用切割三層與四層兩者的反應較為接近，收斂時三層的應力比理論解大 20%、四層的應力比理論解大 30%。

二十點元素 C3D20、C3D20R 時厚度方向切割為一層時同樣有發散的現象，而切割為二層時在切割密度為 8 時開始收斂，切割三層與

四層兩者的反應較接近且在切割密度為 4 時即可達到收斂的情況。在二十七點元素 C3D27、C3D27R 方面，切割為一層時的變異性不會如八點或二十點元素的變異性那樣大，但與 2、3、4 切割層數比較亦有明顯的變動，其中切割為三、四層時的結果較為接近。本研究比較 C3D20、C3D27 兩種元素的分析結果後發現，再收斂時以三、四層的切割方式這兩種元素的應力分析結果互相比較下差距不到 1%。

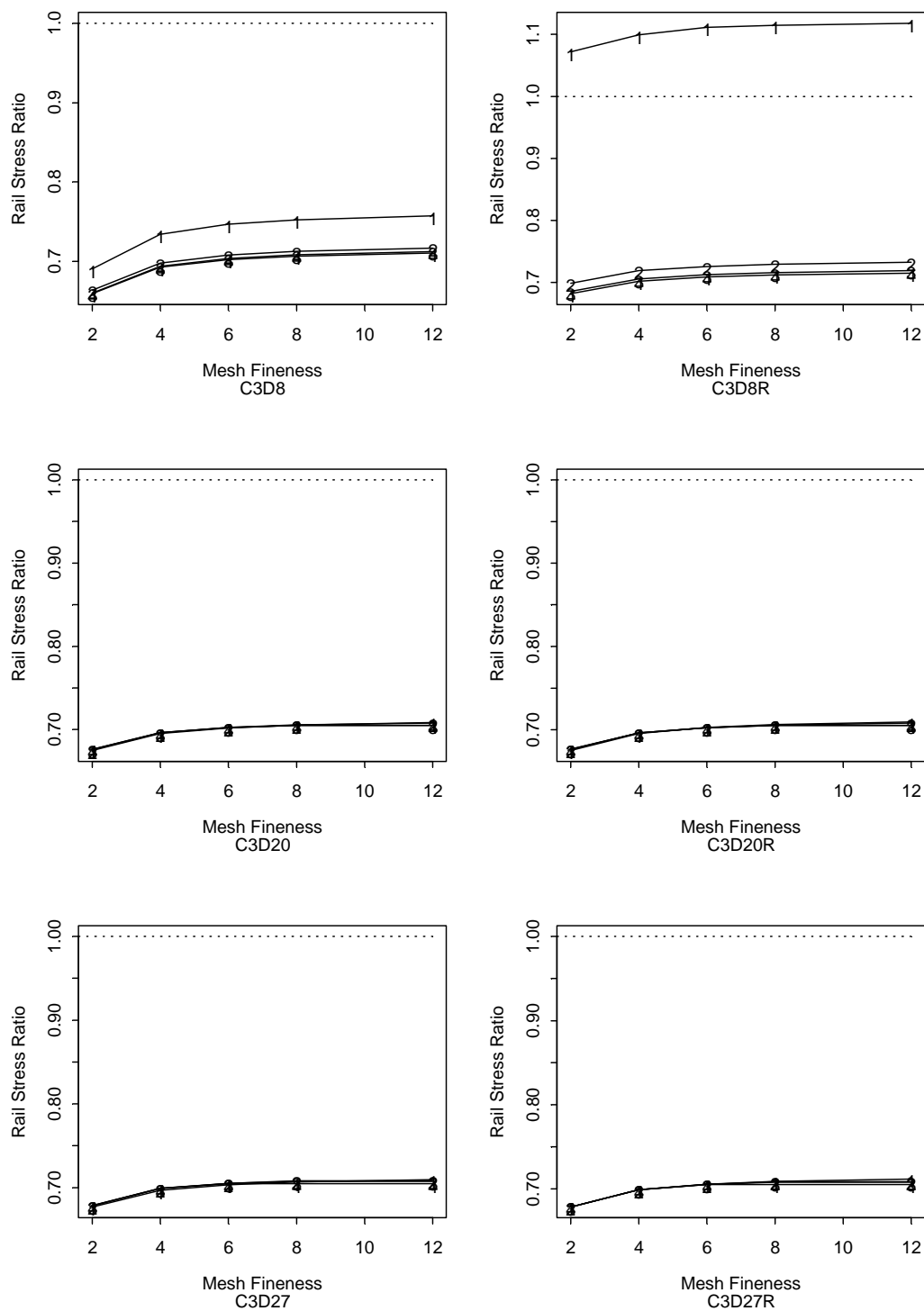


圖 5 - 14 固體元素之版式軌道結構鋼軌應力收斂特性

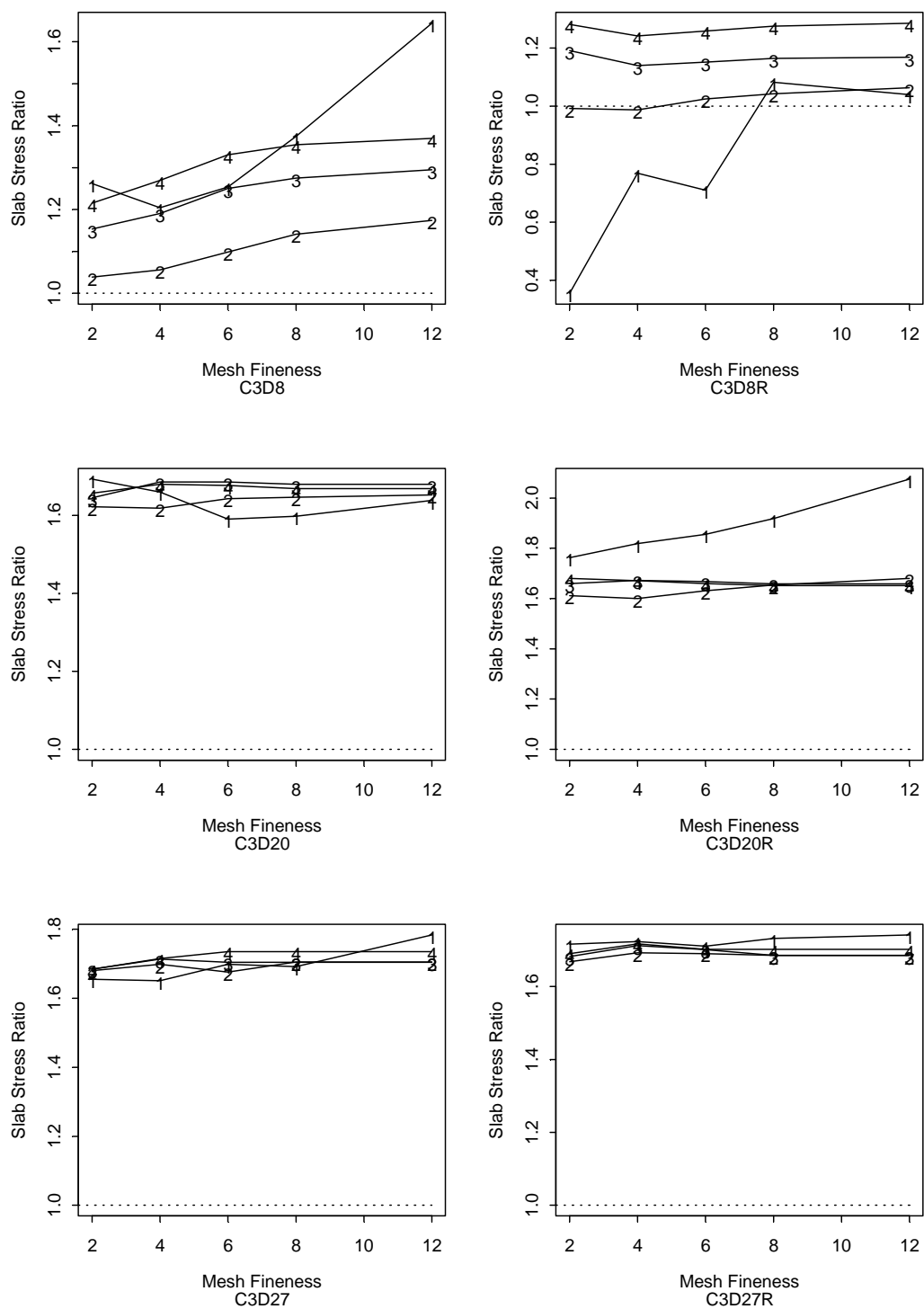


圖 5 - 15 固體元素之版式軌道結構軌道版應力收斂特性

5-4 最佳化三維有限元素模型

由上述的收斂性分析中可發現以三維固體元素分析時，僅要在厚度方向控制切割為三層時即可達到收斂。因此，以二維版殼元素或三維固體元素模擬混凝土版結構，主要的切割方法乃控制在水平向的切割方式。本研究接著將針對版式軌道在水平向切割方式的收斂特性進行探討。

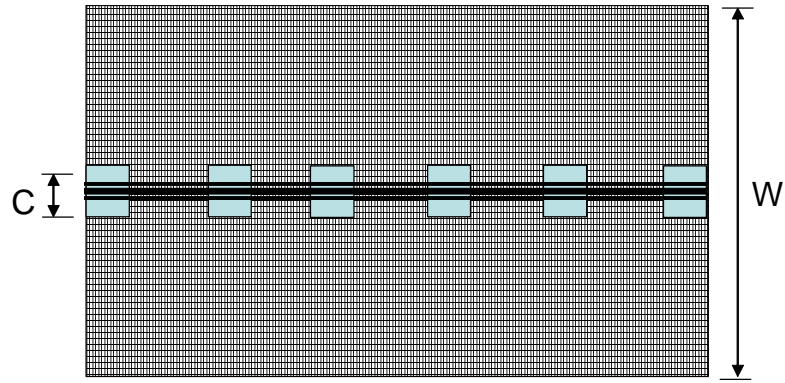
5-4-1 水平向切割方式收斂特性

本研究在完成版式軌道的完整有限元素模型如圖 5 - 16 (a) 之分析架構後，進行 ABAQUS 程式的運算。此模型所使用的切割方式是在版上所有的位置都採用相同的切割密度，在分析的過程中將會耗費相當多的時間，如何改善分析模型的切割密度以減少運算所使用的時間並不使分析的精度降低為本節的研究重點。

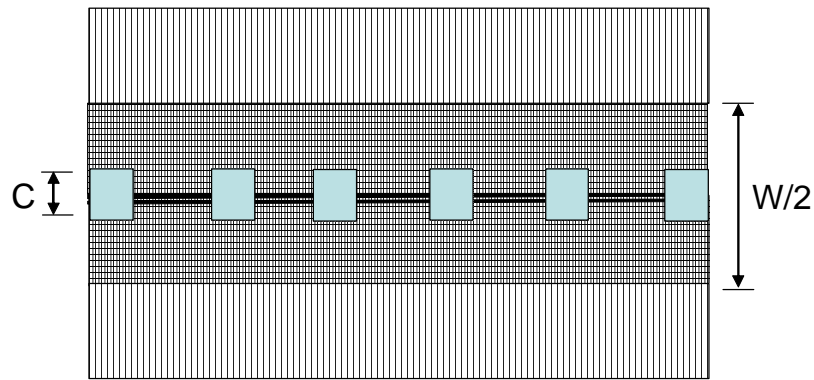
本研究採用相同的分析模型但在元素切割的密度進行調整，以此觀察切割密度的降低對分析精度所造成的影響。依據過去在有限元素使用的經驗可瞭解到進行元素的配置時，對於欲求解的位置和可能發生臨界狀況的地方採用較密的切割方式，距離這些位置較遠處則採用較稀疏的切割方式。因此，研究中首先針對軌道版的結構形式進行剖析。根據前一步驟的分析結果發現，版式軌道發生最大的結構反應的位置在於載重作用處。由於作用在版上的力傳遞行為落在鋼軌下方的扣件位置點，研究中為了確保力傳遞效應的正確性，在進行切割密度改變時暫時先不考慮與鋼軌方向平行的位置，切割密度修正的方向僅考慮軌道版寬度的方向。

本研究將圖 5 - 16 (a) 最密集的切割密度模型予以修正，改善後的切割方式如圖 5 - 16 (b) 所示，在靠近鋼軌位置兩側為版寬的一半之長度採用較密集的切割方式，這個位置到外緣採用的切割密度

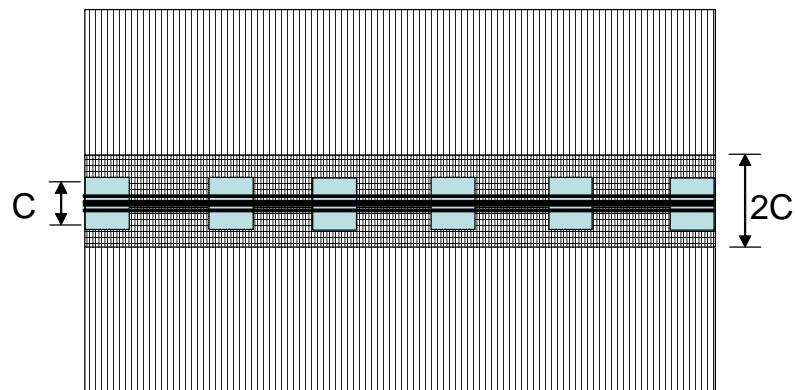
則只有中間的一半。另一種切割方式則採用更少的元素來配置，切割方式如圖 5 - 16 (c) 所示，僅在鋼軌兩側荷重區域兩倍的位置內，採用較密集的切割方式，其他位置則採用一半的切割密度，以較少的節點來配置。



(a) 整塊版完全細密切割方式



(b) 版二分之一細密切割方式



(c) 荷重區域兩倍長度細密切割方式

圖 5 - 16 切割密度比較圖

本研究以表 5 - 1 不同分析模式輸入參數之五種分析個案，將上述三種切割方式進行有限元素分析比較。圖 5 - 16 (b) 切割密度模型與圖 5 - 16 (a) 切割密度模型的結構反應，在鋼軌與軌道版的應力完全沒有改變，在鋼軌與軌道版的撓度最大變化僅有 0.01%。若使用圖 5 - 16(c) 的切割密度模型與圖 5 - 16(a) 切割密度模型比較，在鋼軌的應力反應沒有變化，軌道版的應力最大變化僅有 0.06%；在鋼軌的撓度最大變化為 0.03%，軌道版的撓度最大變化為 0.04%。

表 5 - 1 不同分析模式輸入參數

	P	E_s	I_s	u_1	E_c	I_c	u_2	k
	kN	GPa	cm^4	MPa	GPa	cm^4	MPa	MPa/m
I	196.2	196	10000	940.95	41.2	2.41E+05	507.90	264.6
II	147.15	206	8000	643.78	34.3	2.43E+05	347.50	120.7
III	98.1	216	6000	416.15	29.4	2.23E+05	224.63	78.0
IV	49.05	226	4000	240.80	24.5	1.86E+05	129.97	33.8
V	9.81	235	2000	105.16	19.6	1.22E+05	56.77	14.8

由上述的分析結果觀察，針對軌道版一半長度進行較密的切割，或只針對軌道兩側荷重區域兩倍位置採用較密的切割，所得到的分析結果誤差都可控制在 0.05% 以下。然而，比較以上三種使用模式分析所用的時間，應用圖 5 - 16 (b) 切割方式運算時間可減少 37%，圖 5 - 16 (c) 切割方式運算時間可減少 50%。而比較電腦所使用的記憶體資源，採用圖 5 - 16 (b) 切割方式可減少 24% 記憶體用量，採用圖 5 - 16 (c) 切割方式可減少 38% 記憶體用量。

本研究判斷這些分析結果後決定，在進行版式軌道模型切割時，將採用圖 5 - 16 (c) 切割方式的有限元素結構模型，如此在使用較為迅速的分析方式下亦可達到要求的分析精度。

5-4-2 扣件組結構收斂特性

上述的分析模型中，在扣件組的模擬是以版殼元素配合銜接元素與剛性元件所組成。其目的是為了將作用在鋼軌上的載重，以均佈載重方式傳遞至軌道版上。然而本研究為了避免作用載重集中在某些元素的節點上，因而在模擬扣件組的版殼元素採用了較密集的切割方式，再加上進行切割時密集切割的區域採用荷重區域長度的兩倍，如此就必須平行鋼軌的方向都採用最密集的切割方式，如此不但造成運算時間的增加，所耗費的記憶體也相當驚人。因此，有必要針對平行於鋼軌方向的切割方式進行改變。若要減少此方向的切割密度，首先必須考慮在荷重區域較遠處可忽略扣件力傳遞的效應，將該處的均佈載重以其他方式替代。如此，將可以較稀疏的方式進行元素的切割。

在整個分析模式中若要以去除扣件的方式來減少其效應，將會造成鋼軌減少束制條件而使鋼軌的撓度變大，彎矩減少，作用在版上的撓度與應力也將變大。所以較適合的方式是保留荷重區域較遠處的束制條件，但不使用區域載重的力傳遞方式來構建模型。

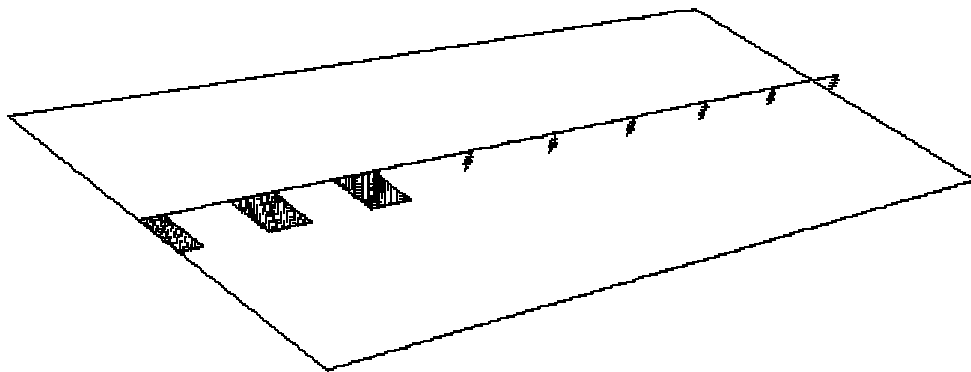


圖 5-17 扣件簡化示意圖

因此，本研究使用圖 5-17 來簡化版式軌道的分析模型，分析時將荷重區域較遠處的扣件使用一個彈簧元素 SPRING 來取代，但保留原來的扣件勁度，而荷重區域的附近採用原來的扣件組元件模擬。如

此在建構分析模型時可用較少的元素項目來模擬，而且對於位置較遠處的網格切割可用較為稀疏的切割方式，如圖 5 - 18 所示。如此可大量減少節點與元素的使用增進分析的效率。

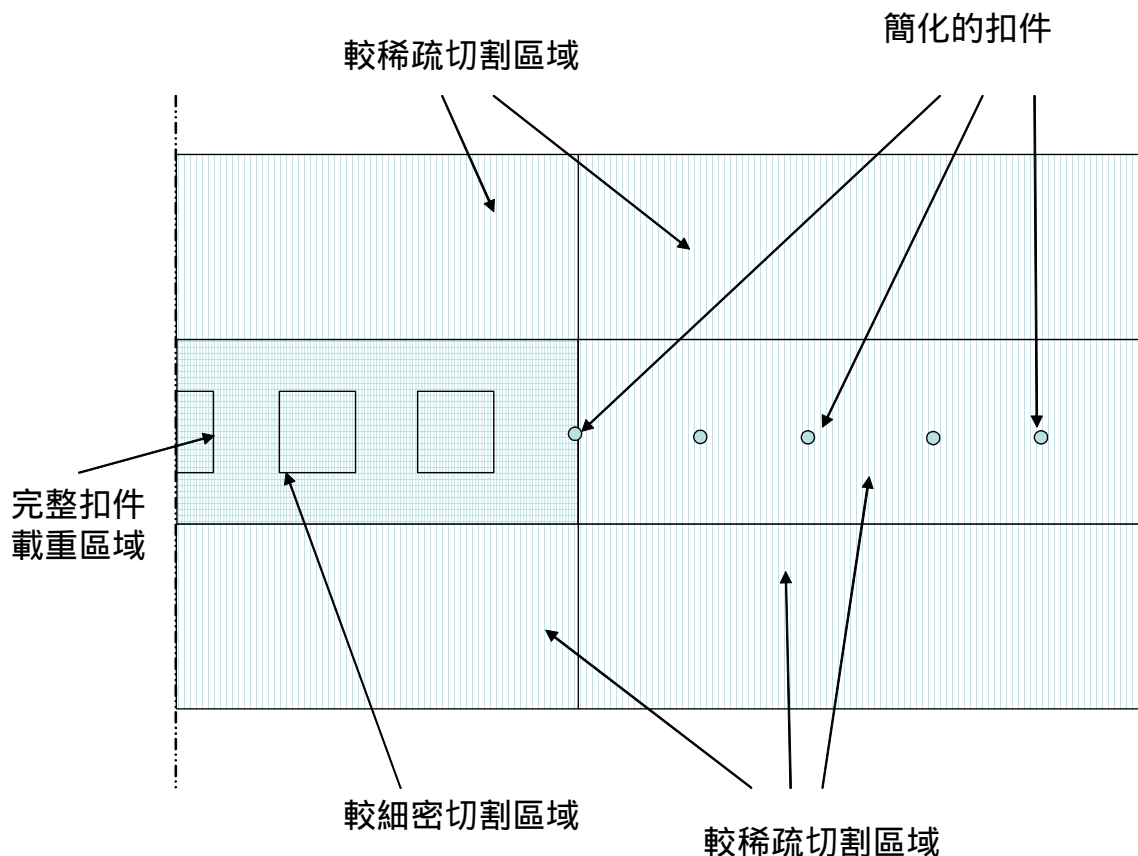


圖 5 - 18 扣件簡化後的水平切割方式

本研究為求模擬無限版長，使用九個扣件間距的版長作為基準。再將遠處的扣件逐一簡化，以此來觀察分析模型結構反應的變化程度。在分析研究的過程中選用載重 $P=9.81\text{kN}$ 、鋼軌彈性模數 $E_s=235\text{ GPa}$ 、鋼軌慣性矩 $I_s=2000\text{ cm}^4$ 、鋼軌支承反力係數 $u_1=105\text{ MPa}$ 、軌道版彈性模數 $E_c=19.6\text{ GPa}$ 、軌道版慣性矩 $I_s=1.22*10^5\text{ cm}^4$ 、軌道版支承反力係數 $u_2=56.8\text{ MPa}$ 、 $s=0.6\text{ m}$ 之版式軌道模型。荷重區域較遠處的扣件組簡化數目為 2、4、5、6，分析的結構反應如圖 5 - 19 所示。

表 5-2 扣件簡化分析之結構反應

扣件簡化數	0	2	4	5	6
鋼軌撓度 cm	1.1285E-02	1.1284E-02	1.1287E-02	1.1293E-02	1.1298E-02
軌道版撓度 cm	7.2912E-03	7.2903E-03	7.2934E-03	7.2993E-03	7.3043E-03
鋼軌彎矩 N-m	625.39	625.39	625.39	625.49	625.68
軌道版彎矩 N-m	6.61	6.61	6.61	6.61	6.62
鋼軌應力 N-m	6.254	6.254	6.254	6.255	6.257
軌道應力 N-m	0.163	0.163	0.163	0.163	0.163
扣件作用反力 kN	2.55	2.55	2.55	2.55	2.55

觀察表中的數值可發現各種反應的變化量都非常小，其中扣件的作用反力完全相同；鋼軌上的撓度變化的程度分別為 0.009%、0.018%、0.071%、0.115%；軌道版上的撓度則為 0.012%、0.030%、0.111%、0.180%；在軌道版上應力部分只有簡化六個扣件組後才產生 0.120%的差距；鋼軌上的應力在簡化五個扣件組有 0.016%的誤差，簡化六個扣件組後誤差也只產生 0.047%。

由以上的結果可判斷使用簡化的模式並不會造成結構反應產生太大的誤差，而簡化六個扣件組後結構反應中產生最大的誤差也僅有 0.18%。如此在九個扣件組的版式軌道中僅使用三個完整的扣件組來模擬，其餘的六個扣件可使用彈簧元素來取代。根據以上的結論再配合本研究在切割密度的結論，在荷重區域某個程度以上的區域可減少切割密度的分佈如圖 5-18，如此將可減少更多的運算時間與電腦資源。因此，本研究在分析模型中在靠近荷重區域四個扣件之內的長度採用與荷重區域相同的切割密度，在第四個扣件位置之後到最遠處則採用較稀疏的切割密度，如此將使分析模型變得更有效率。

5-4-3 扣件數目收斂特性

本研究針對模擬軌道版的有限元素分析模型長度進行探討，研究

中使用不同的模型長度來比較隨著長度的改變對於分析精度的影響。在分析研究的過程中選用載重 $P=196.2\text{kN}$ 、鋼軌彈性模數 $E_s=196\text{ GPa}$ 、鋼軌慣性矩 $I_s=1000\text{ cm}^4$ 、鋼軌支承反力係數 $u_1=941\text{ MPa}$ 、軌道版彈性模數 $E_c=412\text{ GPa}$ 、 $s=0.6\text{ m}$ ，配合 16 種不同的軌道版支承反力係數 I_c 與軌道版支承反力係數 u_2 為基本的輸入參數。此外，研究中並針對 16 種不同的輸入參數，建立 4 種不同的模型長度，如此可建立六十四種不同的版式軌道模型。

本研究以扣件間距的數目作為建立不同的模型長度，研究中採用五到八個扣件間距。在進行分析後的比對工作以最長的軌道模型的運算結果作為比對的依據。圖 5-19 為所有結構反應的收斂情形，圖中所有的縱座標表示不同長度分析模型的結構反應與八個扣件間距模型結構反應的比值。

根據圖中的反應可瞭解到所有的結構反應會隨著模型的長度逐漸收斂，其中鋼軌與軌道版的撓度以最短的模型所得到的反應值與收斂時的反應值誤差最大可到 3.5%，而使用六個扣件間距長度的軌道版可將誤差降到 1% 左右，若使用七個扣件間距長度的軌道版其誤差更可將誤差降到 0.3% 以下。關於應力的部分所有的分析模型與收斂時結構反應的比值皆控制在 $\pm 0.8\%$ 以下，尤其是鋼軌的應力部分變化的程度非常微小，然而分析模式縮短到五個扣件間距長度時結構的反應有明顯的發散現象。綜合上述的收斂結果，本研究判斷最佳的分析長度是以六個扣件間距長度的模型最為適合。

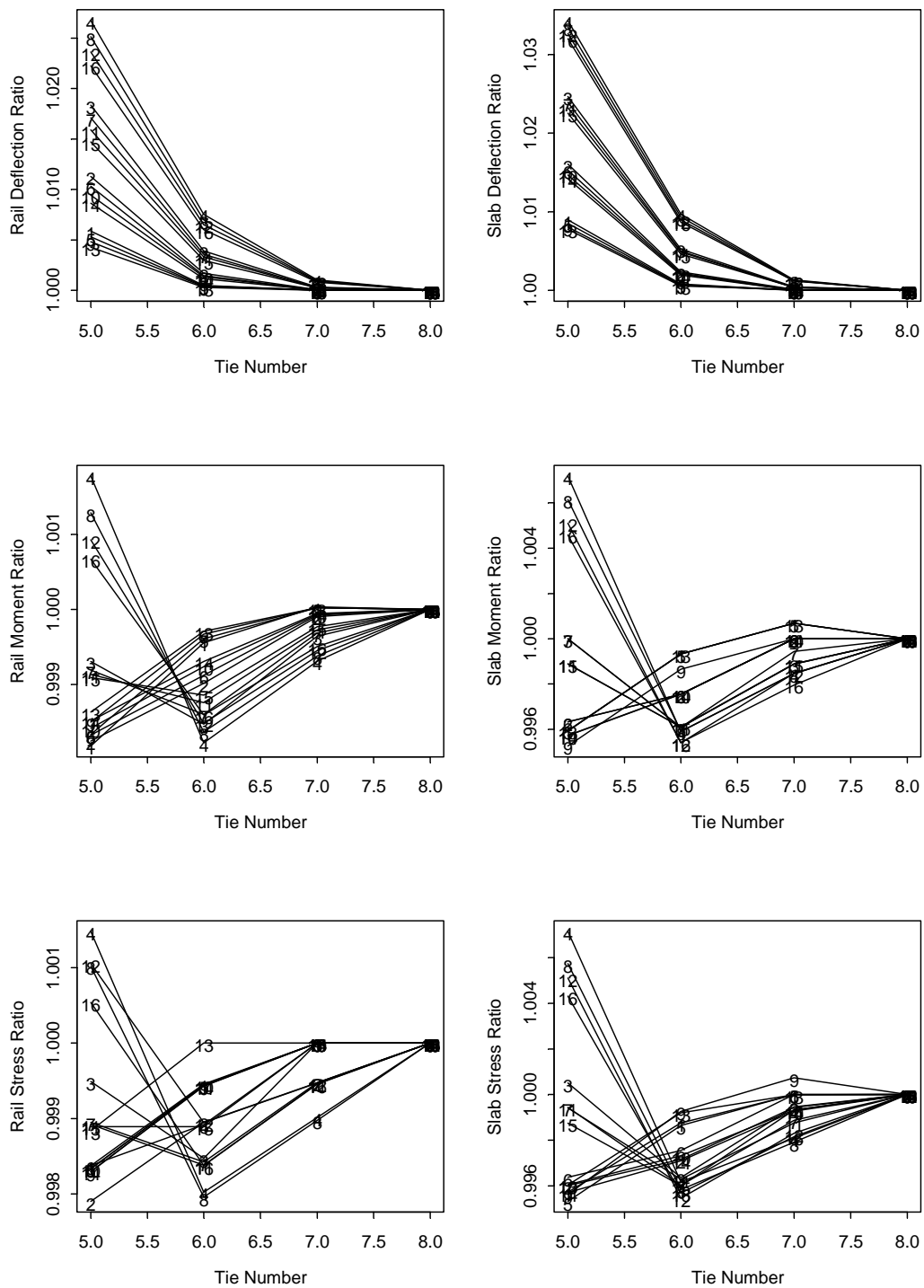


圖 5 - 19 扣件數目分析比較

5-4-4 最佳化模型

本研究經由上述的各種收斂性分析後確定了分析版式軌道的最佳分析模型，其構建內容主要可分為下列幾點要項討論。研究中觀察使用不同控制條件的模型之分析反應後決定，當構建版式軌道分析模型時當扣件組達到六組以上的結構模型即可模擬無限長的情況。而為了節省分析時間與電腦資源可將扣件組的結構以單純的彈性元素簡化至僅保留三個完整的扣件模擬。

分析時的切割方式與軌道垂直的方向在荷重範圍兩倍的距離內採用較密的切割密度，其餘部分可用較稀疏之切割密度；與軌道平行的方向則在第四個扣件組內的距離採用與荷重區域相同的切割密度，第四個扣件組之外至版邊緣採用較稀疏之切割密度。無論採用何種元素，水平方向的最佳 Mesh Fineness=6，而採用固體元素時厚度方向最佳切割層數為三層。

本研究亦針對不同元素的分析時間進行比較，薄版殼元素所構建的有限元素模型的分析程序。研究中針對運算所需時間進行比較。其中以 S4 元素所使用的時間最長，此乃由於 S4 元素不使用降階積分所致。再者，分析模式中以相同的切割方式構建模式，因而使用的 S4 元素將比八、九點元素所使用的元素多四倍，雖然使用 S4 元素與八、九點元素雖然差距不大，但在時間與記憶體比較上的評估結果，自然選擇八點或九點元素較具優點。而 S8R5、S9R5 兩者同為二階導數的元素且其應力與撓度反應完全相同，在判斷與比較兩者使用的分析時間後，由於使用 S8R5 元素分析時所需的時間較為節省，因此建議未來使用版殼元素分析時可使用 S8R5 元素，將可以兼顧分析準確性與花費時間的平衡。

另外，三維固體元素使用的運算時間大小依次為 C3D27、

C3D27R、C3D20、C3D20R、C3D8、C3D8R，其中 C3D8、C3D8R 元素分析時的變異性太大不考慮使用。此外，三維固體元素中使用降階積分的元素變異性比不使用降階積分的元素大，不建議採用。八點固體元素分析結果與二十點、二十七點元素差異較大，其應力分析的收斂特性不佳，不建議採用。垂直方向切割層數為一層時所計算之應力都與切割層數為 2、3、4 層時所計算之應力相差很大，不建議採用。而觀察上述的分析結果，並比較三者的運算時間，吾人認為 C3D20 三維固體元素在運算的精度與運算時間的考量上是比較適合的分析元素。因此，在綜合上述的結論後，本研究建議採用 C3D20 三維固體元素來模擬版式軌道的混凝土軌道版。

上述的分析方式在於構建理想狀況下的理論解模型，在不同的分析考量下可使用不同模式來進行。樑元素模式的優點是構造簡單、分析快速、佔用資源少與吻合理論解，但是在過於理想的假設條件的限制下，是否能實際呼應現地結構的力學反應應要審慎的評估。而固體元素模式在複雜的模式構建下，耗費大量的運算時間與電腦資源，然而為相關研究稱謂為與“現地情況”最能吻合的分析模式。而版殼元素被假設為厚度不可壓縮的薄版，分析與固體元素模式比較則較為快速，在不是非常嚴峻的容許誤差下，其分析結果與固體元素模式相當。以上三種模式各有其優缺點，分析人員應以需求為考量選擇何種模式，若欲簡單觀察其趨勢則樑元素模式可勝任，欲進一步觀察系統反應者可使用版殼元素或固體元素模式，若減少假設條件以精密觀察系統反應者以固體元素模式尤佳。

5-5 本章總結

本章使用有限元素法 ABAQUS 程式進行軌道系統分析，研究中首先針對 ABAQUS 程式進行探討，將程式的特性、限制、使用方法

以及輸入模式的構建進行討論。研究中針對軌道的分析模型進行探討，在經過分析驗證後審慎地選擇構建軌道模型所使用的有限元素。

本研究使用適當的元素構建軌道模型來進行分析，分析結果顯示應用樑元素以及彈簧元素所構建的分析模型，與道碴式軌道所使用的彈性支承樑理論解得到良好的驗證，此乃樑元素的特性與彈性支承樑理論所使用的力學性質是相同的所造成的結果。

再者，本章對版式軌道的結構組成元件進行討論。研究中首先針對版式軌道組成中之路床、混凝土軌道版、鋼軌、扣件組的功用與特性進行探討。接著，本章考慮到構建版式軌道的有限元素分析模型，各項元件所應用適當的元素。除了由樑元素建構所有模式中的鋼軌元件外，研究最後將版式軌道以各種有限元素模擬，分別是樑元素模式、版殼元素模式與三維固體元素模式。接著，本研究將各種有限元素建構的模式進行分析，並將分析結果與理論解相互驗證。分析結果顯現利用樑元素模式所建立的版式軌道系統與理論解的驗證最為吻合。版殼元素與三維固體元素所建立的版式軌道模型的分析結果與理論解的驗證情況，在鋼軌部分差異並不大，但是在混凝土軌道版的部分具有明顯的差異。

本研究以 Visual Basic 與 FORTRAN 程式建立批次化作業，配合有限元素分析程式之執行作業，建立自動化分析程序。如此，將可大量的簡化使用有限元素分析的程序。研究中使用自動化分析的流程針對不同軌道模型所進行的有限元素程式分析進行一系列的探討，進而確立了最佳化三維有限元素分析模型的構建。

最佳化三維有限元素分析模型的構建方法，在鋼軌部分以 B31 樑元素分析即可。而切割方式在軌枕間必須採用 3 個樑元素模擬。在軌道版方面，建議使用 S8R5 以及 C3D20 元素模擬。扣件模擬則僅需

在靠近載重位置三個完整之扣件，其他扣件可用線性彈簧元素取代。因此，在水平面之 X 方向切割方式採用兩倍的載重區域以較密之密度切割，而 Y 方向在四個扣件間距的範圍內以較密之密度切割。而水平向之切割密度方式以 Mesh Fineness=6 為佳，厚度方向切割三層。接下來本研究將利用這種分析步驟針對軌道力學進行一系列的參數分析，應用因次分析方法來進行版式軌道力學反應的探討。

第 6 章 版式軌道應力分析

本研究在前述章節裡探討版式軌道最佳化三維有限元素分析模型的過程中，以雙重樑元素方式、三維薄殼元素加樑元素方式與三維固體元素加樑元素方式所構建的軌道模型進行分析。這些分析結果指出樑元素模型與理論解最為接近，三維薄殼元素與三維固體元素構建的模型與理論解則產生較大的差距。

然而，以上的分析模型皆假設為可配合理論解的理想狀況，這些假設與實際的軌道模型存在著一定程度的差異。本文將針對這些差異的影響進行探討，以因次分析的方法求得在不同條件下軌道結構反應的修正方式，以求得最精準的分析結果。因此，本文將整合理論解與有限元素分析兩者之精髓，應用過去的研究經驗採用因次分析的方式驗證軌道力學的控制參數。並建立軌道結構反應的有限元素分析資料庫，配合最新的統計迴歸技術，建立由軌道力學的理论解為基礎的應力與撓度調整因子，使用者藉此調整因子可迅速的由理論解得到有限元素分析應力與撓度的預估值。

本研究首先針對有限元素分析的結構反應驗證主要控制參數的正確性，接著應用自動化分析流程進行一系列的參數分析，並由分析結果建立結構反應的資料庫，最後應用統計軟體 S-PLUS 程式進行投影追逐迴歸分析，建立軌道力學的預估模式與分析程序以供未來的應用。本章研究流程如圖 6-1 所示。

6-1 軌道應力與撓度研究流程

在現實的環境中，版式軌道的結構與理論解所模擬的情況之不同處甚多，本章針對兩者間的差異處進行探討，進而發現可作為銜接兩者之環節，使用應力與撓度調整因子將理論解逐步修正至符合實際版

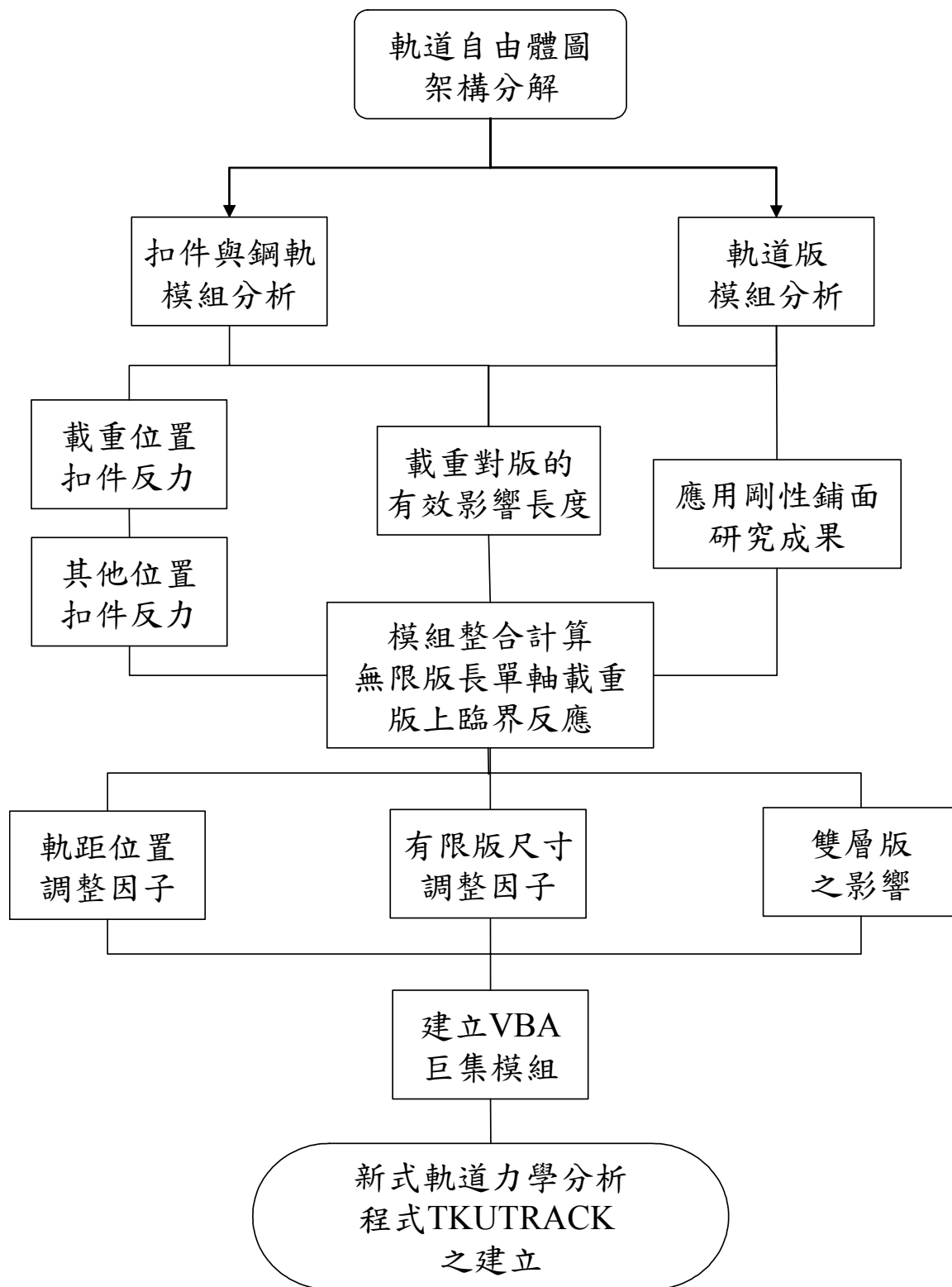


圖 6 - 1 建立預估公式之流程

式軌道的結構。其中調整因子包括理論解與三維有限元素分析模式的差距、有限扣件間距的調整、扣件組作用載重的調整、有限版長的調整、軌距的調整、多輪軸調整等，應用本章之研究結果與單一輪軸載重之預估方程式組相互運用將可求出接縫式混凝土鋪面版中的結構反應。利用調整因子計算軌道應力與撓度之公式如下所示。

$$\begin{aligned}\delta_{FEM} &= \delta_{Theory} \times R_1 \times R_2 \times R_3 \\ \sigma_{FEM} &= \sigma_{Theory} \times R_1 \times R_2 \times R_3\end{aligned}\quad (6-1)$$

公式中 δ_{FEM} 、 σ_{FEM} 表示實際軌道的撓度與應力值， δ_{Theory} 、 σ_{Theory} 表示應用理論解所計算出的撓度與應力值，詳細之公式內容將在後續章節敘述。公式中 R_1 、 R_2 、 R_3 為調整因子。 R_1 表示以有限元素分析模式計算時與理論解之間差異的調整因子， R_2 為多輪軸對應單輪載重的調整因子， R_3 表示多層版的調整因子。以上各種調整因子的求得方式將在後續章節詳細說明。

6-2 主要控制參數驗證

本研究由彈性基礎樑理論解的推導過程中辨識出軌道結構反應中的主要控制參數，並藉由一系列不同參數的組合應用理論分析驗證辨識參數的正確性。本文將相同軌道所使用的輸入參數組合，以有限元素分析軌道系統之反應，並將分析的結構反應與理論解進行比較，更進一步驗證所辨識參數的正確性。

在縱枕理論的參數驗證方面，本研究以 ABQUS 程式建立表 4-1 中五個不同分析個案進行探討，五個案例的分析撓度與彎矩以圖 6-2 表示。圖中顯示了以理論分析與有限元素分析的個案反應大致上分析十分吻合。

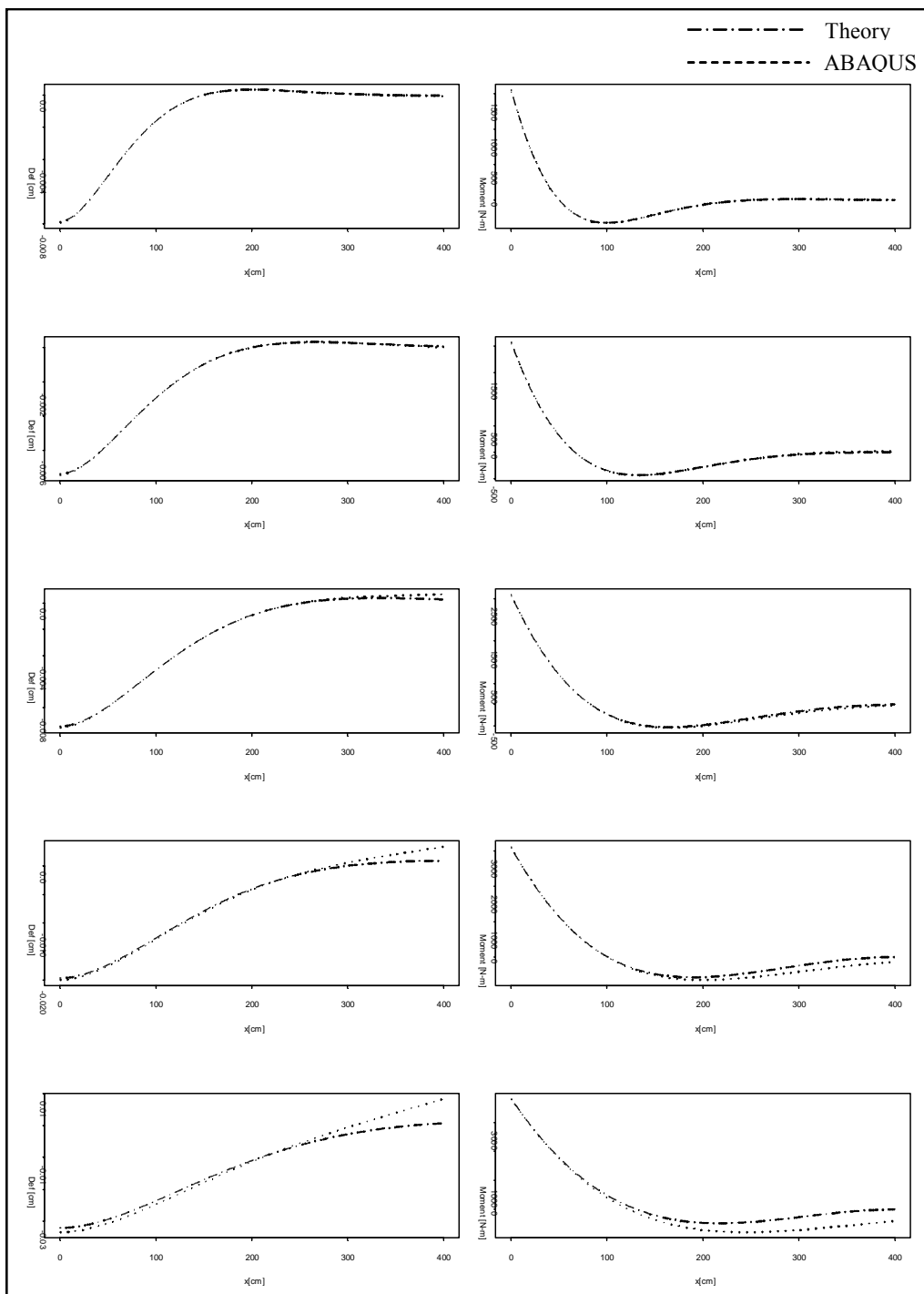


圖 6-2 理論解與有限元素法分析之比較

表 6-1 正規化軌道長度參數驗證

x	E_s	I_s	u	l_r	λ	$\frac{x}{l_r}$	理論解計算反應		ABAQUS 分析反應		理論解計算反應		ABAQUS 分析反應	
							$\frac{yE_s I_s \lambda^3}{P}$	$\frac{yE_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{yE_s I_s \lambda^3}{P}$	$\frac{yE_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M\lambda}{P}$	$\frac{M}{P l_r}$	$\frac{M\lambda}{P}$	$\frac{M}{P l_r}$
0	196.2	2050	98.10	45	0.0157	0	0.125	0.354	0.126	0.358	0.250	0.354	0.245	0.347
0	215.8	4712	78.48	60	0.0118	0	0.125	0.354	0.127	0.358	0.250	0.354	0.246	0.348
0	237.4	6537	49.05	75	0.0094	0	0.125	0.354	0.126	0.357	0.250	0.354	0.247	0.349
0	261.1	4929	19.62	90	0.0079	0	0.125	0.353	0.127	0.359	0.250	0.354	0.247	0.349
9	196.2	2050	98.10	45	0.0157	0.2	0.123	0.347	0.124	0.350	0.184	0.261	0.183	0.259
12	215.8	4712	78.48	60	0.0118	0.2	0.123	0.347	0.124	0.350	0.184	0.261	0.183	0.259
15	237.4	6537	49.05	75	0.0094	0.2	0.123	0.347	0.124	0.350	0.184	0.261	0.183	0.259
22	287.2	5000	9.81	110	0.0064	0.2	0.123	0.347	0.128	0.362	0.184	0.261	0.186	0.263
24	215.8	4712	78.48	60	0.0118	0.4	0.117	0.330	0.117	0.332	0.128	0.182	0.128	0.180
30	237.4	6537	49.05	75	0.0094	0.4	0.117	0.330	0.117	0.332	0.128	0.181	0.127	0.180
44	287.2	5000	9.81	110	0.0064	0.4	0.117	0.330	0.122	0.344	0.128	0.182	0.130	0.184
36	196.2	2050	98.10	45	0.0157	0.8	0.098	0.277	0.098	0.277	0.044	0.062	0.043	0.061
60	237.4	6537	49.05	75	0.0094	0.8	0.098	0.277	0.098	0.278	0.044	0.062	0.043	0.061
72	261.1	4929	19.62	90	0.0079	0.8	0.098	0.277	0.099	0.281	0.044	0.062	0.044	0.062
54	196.2	2050	98.10	45	0.0157	1.2	0.075	0.214	0.075	0.213	-0.010	-0.014	-0.010	-0.014
72	215.8	4712	78.48	60	0.0118	1.2	0.076	0.214	0.075	0.213	-0.010	-0.014	-0.010	-0.013
90	237.4	6537	49.05	75	0.0094	1.2	0.076	0.214	0.076	0.214	-0.010	-0.014	-0.010	-0.014
90	215.8	4712	78.48	60	0.0118	1.5	0.059	0.167	0.059	0.165	-0.033	-0.047	-0.033	-0.047
113	237.4	6537	49.05	75	0.0094	1.5	0.059	0.166	0.059	0.166	-0.034	-0.048	-0.033	-0.047

接著本研究以因次分析的方式將上述分析結果進行彙整，其中以無因次控制參數 x/ℓ_r 為變數，觀察正規化撓度 $yE_s I_s \lambda^3 / P$ 、 $(yE_s I_s) / (P\ell_r^3)$ 與正規化彎距 $M\lambda / P$ 、 $M / P\ell_r$ 之反應。表 6 - 1 為上述五個案例所建立的資料庫進行彙整後的分析結果，由表中可觀察到正規化撓度與正規化彎距將隨著無因次控制參數 x/ℓ_r 改變，當 x/ℓ_r 值為固定時正規化撓度與正規化彎距也維持固定，由此可驗證以有限元素分析軌道系統時 x/ℓ_r 為其主要的無因次控制參數。

吾人再由圖 6 - 2 的分析結果可觀察到，案例 4 與案例 5 在 x/ℓ_r 較大的時，有限元素分析與理論解的計算結果有明顯的差異，而觀察案例 1 到案例 5 的軌道輸入參數所形成的軌道相對勁度半徑 ℓ_r 分別為 45、60、75、90、110cm，而所有個案中的軌道長度僅維持 $L=400\text{cm}$ 。如此，本研究以此反應並根據以往研究的經驗【李英豪, 1996】判斷，此乃有限元素模型是否達到模擬理論無限長要求的結果有關，因此以有限元素分析時無因次參數 x/ℓ_r 可引申出另一個控制參數，為軌道長度 L 與軌道相對勁度半徑 ℓ_r 所組成的正規化長度 L/ℓ_r 。

根據以上的研究步驟，本研究亦針對均佈載重的荷重型態進行參數分析與驗證之工作。研究中使用均佈載重 q 作用於鋼軌上，載重範圍為 a 。本研究以不同的 a/ℓ_r 建立 25 個分析個案，為了使有限元素分析模型可達到理論解無限長的假設分析時所有的長度皆設定為 $L/\ell_r = 10$ ，其輸入參數與分析驗證結果的資料如表 6 - 2 所示。表中的分析結果顯示任意參數所組成的分析模式裏，當 a/ℓ_r 為定值時，正規化撓度與正規化彎距也維持固定，由此可驗證 a/ℓ_r 為縱枕理論中均佈載重主要無因次控制參數之一。

表 6-2 正規化載重參數驗證

P	a	q	Es	Is	u	l_r	$\frac{a}{l_r}$	理論解		ABAQUS	
								$\frac{yE_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M}{P l_r}$	$\frac{yE_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M}{P l_r}$
9.81	4	245.25	196.2	1280	98.1	40	0.1	0.353	0.341	0.357	0.338
14.715	6	245.25	215.8	4713	78.48	60	0.1	0.353	0.341	0.357	0.339
19.62	8	245.25	237.4	8463	49.05	80	0.1	0.353	0.341	0.357	0.340
24.525	10	245.25	261.1	7513	19.62	100	0.1	0.353	0.341	0.355	0.340
29.43	12	245.25	287.3	7081	9.81	120	0.1	0.353	0.341	0.355	0.341
19.62	8	245.25	196.2	1280	98.1	40	0.2	0.353	0.329	0.357	0.327
29.43	12	245.25	215.8	4713	78.48	60	0.2	0.353	0.329	0.357	0.327
39.24	16	245.25	237.4	8463	49.05	80	0.2	0.353	0.329	0.356	0.328
49.05	20	245.25	261.1	7513	19.62	100	0.2	0.353	0.329	0.355	0.328
58.86	24	245.25	287.3	7081	9.81	120	0.2	0.353	0.329	0.354	0.329
29.43	12	245.25	196.2	1280	98.1	40	0.3	0.352	0.317	0.356	0.316
44.145	18	245.25	215.8	4713	78.48	60	0.3	0.352	0.317	0.356	0.316
58.86	24	245.25	237.4	8463	49.05	80	0.3	0.352	0.317	0.355	0.316
73.575	30	245.25	261.1	7513	19.62	100	0.3	0.352	0.317	0.354	0.317
88.29	36	245.25	287.3	7081	9.81	120	0.3	0.352	0.317	0.353	0.317
39.24	16	245.25	196.2	1280	98.1	40	0.4	0.351	0.306	0.355	0.304
58.86	24	245.25	215.8	4713	78.48	60	0.4	0.351	0.306	0.355	0.304
78.48	32	245.25	237.4	8463	49.05	80	0.4	0.351	0.306	0.354	0.305
98.1	40	245.25	261.1	7513	19.62	100	0.4	0.351	0.306	0.353	0.305
117.72	48	245.25	287.3	7081	9.81	120	0.4	0.351	0.306	0.352	0.305
49.05	20	245.25	196.2	1280	98.1	40	0.5	0.350	0.295	0.353	0.293
73.575	30	245.25	215.8	4713	78.48	60	0.5	0.350	0.295	0.353	0.293
98.1	40	245.25	237.4	8463	49.05	80	0.5	0.350	0.295	0.353	0.294
122.625	50	245.25	261.1	7513	19.62	100	0.5	0.350	0.295	0.352	0.294
147.15	60	245.25	287.3	7081	9.81	120	0.5	0.350	0.295	0.351	0.294

在橫枕理論控制參數驗證方面，本研究應用 ABAQUS 程式建立有限元素分析模型進行參數驗證。分析時針對計算目的為鋼軌彎矩或軌枕作用力規劃成偶數與奇數兩組。輸入的參數使用載重 $P=9.81$ 、 24.2 、 40.9 、 59.5kN ，鋼軌彈性模數 $E_s=221$ 、 245 、 270 、 294GPa ，鋼

軌慣性矩 $I_s=3480、2900、2390、1940 \text{ cm}^4$ ，軌枕間距 $s=0.5\text{m}\sim 0.68\text{m}$ 等，並將鋼軌彈性支承係數 u 調整為 s/l_r 的函數使 s/l_r 形成 0.9、1.0、1.1、1.2 四種型態。

研究中將上述使用的參數，根據偶數與奇數兩組不同的模式，分別建立不同軌枕數的有限元素分析模型以供 ABAQUS 運算，本研究將 19 個軌枕的分析模式中的所有使用參數與分析結果列於表 6-3，20 個軌枕的分析模式中的所有使用參數與分析結果列於表 6-4，分析結果如圖 6-3 所示。圖中的橫座標表示軌枕使用的數目，縱座標則為各種不同結構反應以無因次型態表示的結果。其中 (a)、(b) 表示奇數軌枕形式，說明隨軌枕增加時軌枕作用力與撓度收斂情形，(c)、(d) 則表示偶數軌枕形式，說明隨軌枕增加時鋼軌彎矩與撓度的分析結果。

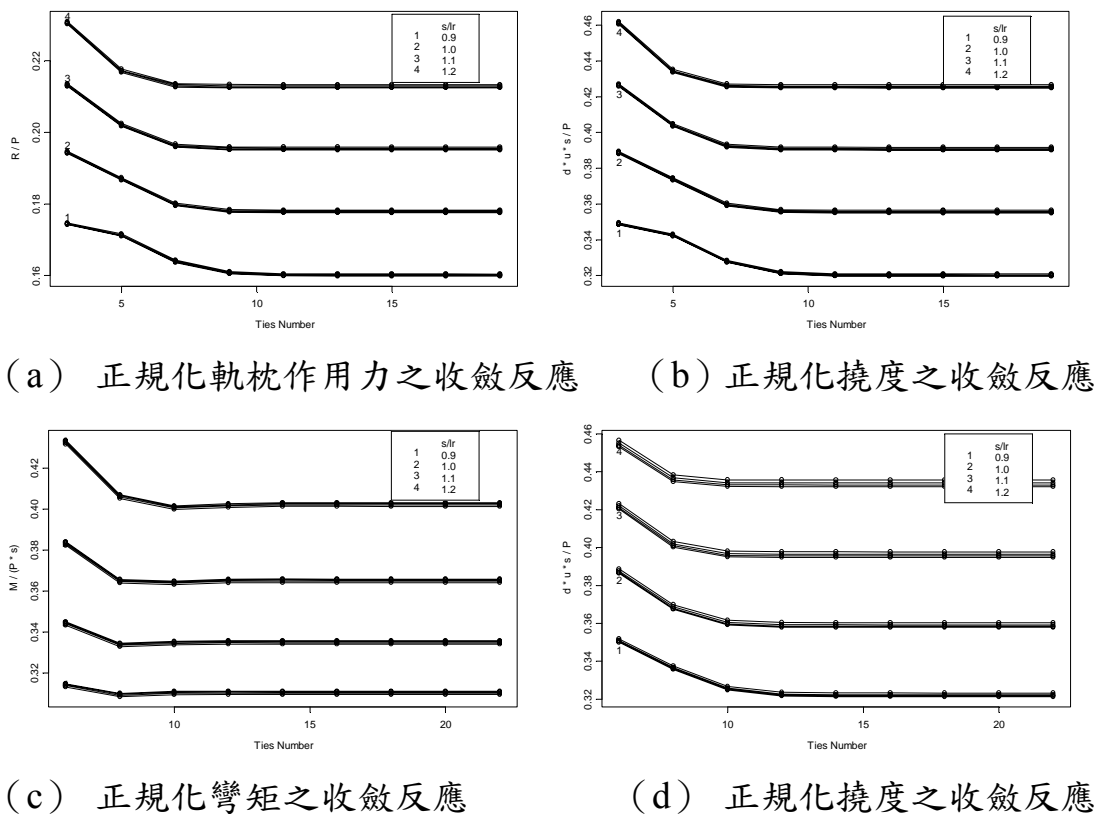


圖 6-3 軌枕數與軌道力學反應之收斂性分析

表 6-3 最大軌枕作用力之控制參數驗證表 (s/ℓ_r)

P	E_s	I_s	u	S	ℓ_r	s/ℓ_r	F/P	δ^*u^*s/P
kN	GPa	cm^4	MPa	M	m	-	-	-
9.8	220.7	3480	81	0.50	0.56	0.900	0.321	0.160
9.8	220.7	3480	39	0.60	0.67	0.900	0.320	0.160
9.8	220.7	3480	55	0.55	0.61	0.900	0.320	0.160
9.8	220.7	3480	28	0.65	0.72	0.900	0.320	0.160
24.2	245.3	2901	114	0.50	0.50	1.000	0.357	0.178
24.2	245.3	2901	78	0.55	0.55	1.000	0.356	0.178
24.2	245.3	2901	55	0.60	0.60	1.000	0.355	0.178
24.2	245.3	2901	40	0.65	0.65	1.000	0.355	0.177
40.9	269.8	2391	151	0.50	0.45	1.100	0.392	0.196
40.9	269.8	2391	53	0.65	0.59	1.100	0.390	0.195
40.9	269.8	2391	103	0.55	0.50	1.100	0.391	0.196
40.9	269.8	2391	73	0.60	0.55	1.100	0.390	0.195
59.5	294.3	1944	190	0.50	0.42	1.200	0.427	0.213
59.5	294.3	1944	66	0.65	0.54	1.200	0.425	0.212
59.5	294.3	1944	92	0.60	0.50	1.200	0.425	0.213
59.5	294.3	1944	130	0.55	0.46	1.200	0.426	0.213

表 6-4 最大鋼軌彎矩之控制參數驗證表 (s/ℓ_r)

P	E_s	I_s	u	s	ℓ_r	s/ℓ_r	M/Ps	δ^*u^*s/P
kN	GPa	cm^4	MPa	M	m	-	-	-
9.8	220.7	3480	81	0.50	0.56	0.900	0.401	0.323
9.8	220.7	3480	24	0.68	0.76	0.900	0.403	0.321
9.8	220.7	3480	34	0.62	0.69	0.900	0.403	0.322
9.8	220.7	3480	51	0.56	0.62	0.900	0.402	0.322
24.2	245.3	2901	114	0.50	0.50	1.000	0.364	0.360
24.2	245.3	2901	72	0.56	0.56	1.000	0.365	0.359
24.2	245.3	2901	48	0.62	0.62	1.000	0.365	0.358
24.2	245.3	2901	33	0.68	0.68	1.000	0.366	0.358
40.9	269.8	2391	151	0.50	0.45	1.100	0.334	0.398
40.9	269.8	2391	64	0.62	0.56	1.100	0.335	0.396
40.9	269.8	2391	96	0.56	0.51	1.100	0.335	0.396
40.9	269.8	2391	44	0.68	0.62	1.100	0.336	0.395
59.5	294.3	1944	190	0.50	0.42	1.200	0.309	0.436
59.5	294.3	1944	121	0.56	0.47	1.200	0.310	0.434
59.5	294.3	1944	80	0.62	0.52	1.200	0.311	0.433
59.5	294.3	1944	55	0.68	0.57	1.200	0.311	0.432

由圖 6 - 3 中各種曲線的趨勢可觀察到，隨著軌枕數目的增加，鋼軌彎矩、撓度與軌枕作用力皆有逐漸收斂的情況。就此分析結果來判斷收斂時的軌枕數目為 10 個，而以往文獻【黃民仁, 1993】中理論分析時建議以 19 與 20 個軌枕數則顯得過於保守。

再觀察圖 6 - 3 可發現當分析模式使用的參數形成相同的 s/l_r 時，其分析結果將會相同，由此可驗證主要的無因次控制參數 s/l_r 之正確性。由圖中可觀察到當無因次控制參數 s/l_r 為固定時，系統中正規化軌枕作用力 F/P 與正規化撓度 δ^*u^*s/P 會有相同的分析結果。同理，本研究將，當無因次控制參數 s/l_r 為固定時，系統中正規化彎矩 $M/(P*s)$ 與正規化撓度 δ^*u^*s/P 會有相同的分析結果。

表 6 - 5 是控制 s/l_r 在固定的情況下，以軌道長度 L 與 l_r 所形成的無因次控制參數 L/l_r 的驗證結果。由此可確立 L/l_r 與 s/l_r 為軌道力學反應中的主要控制參數。

本研究根據前述章節中，雙重彈性樑理論公式與所辨識的控制參數進行彙整，針對不同的控制參數組合進行分析與驗證。研究中建立一系列的分析模型進行理論解計算與有限元素分析，驗證步驟所引用的輸入參數與分析結果如表 6 - 6 所示。此表的分析結果指出， s/l_r 在固定的情況下，且 L/l_r 可達到理論無限長時，當無因次控制參數 l_r/l_{rk} 、 l_r/l_k 為定值，無論輸入參數呈現何種變化，由理論解計算與有限元素分析所彙整的正規化鋼軌撓度 $\frac{\delta_1 E_s I_s}{P l_r^3}$ 、正規化混凝土版撓度 $\frac{\delta_2 E_s I_s}{P l_r^3}$ 與正規化鋼軌彎距 $\frac{M_1}{P l_r}$ 、正規化混凝土版彎距 $\frac{M_2}{P l_r}$ 皆維持固定，由此可驗證 l_r/l_{rk} 、 l_r/l_k 為主要無因次控制參數的正確性。

表 6-5 最大軌枕作用力之控制參數驗證表 (L/ l_r)

L	P	E_s	I_s	u	s	l_r	s/ l	L/ l_r	F/P	δ^*u^*s/P
M	kN	GPa	cm ⁴	MPa	cm	cm				
7.50	9.8	220.7	3480	81	50	56	0.9	13.5	0.161	0.321
9.00	9.8	220.7	3480	39	60	67	0.9	13.5	0.160	0.320
8.25	9.8	220.7	3480	55	55	61	0.9	13.5	0.160	0.320
9.75	9.8	220.7	3480	28	65	72	0.9	13.5	0.160	0.320
7.50	24.2	245.3	2901	114	50	50	1.0	15.0	0.178	0.357
8.25	24.2	245.3	2901	78	55	55	1.0	15.0	0.178	0.356
9.00	24.2	245.3	2901	55	60	60	1.0	15.0	0.178	0.355
9.75	24.2	245.3	2901	40	65	65	1.0	15.0	0.177	0.355
8.50	9.8	220.7	3480	81	50	56	0.9	15.3	0.161	0.321
10.20	9.8	220.7	3480	39	60	67	0.9	15.3	0.160	0.320
9.35	9.8	220.7	3480	55	55	61	0.9	15.3	0.160	0.320
11.05	9.8	220.7	3480	28	65	72	0.9	15.3	0.160	0.320
7.50	40.9	269.8	2391	151	50	45	1.1	16.5	0.196	0.392
9.75	40.9	269.8	2391	53	65	59	1.1	16.5	0.195	0.390
8.25	40.9	269.8	2391	103	55	50	1.1	16.5	0.196	0.391
9.00	40.9	269.8	2391	73	60	55	1.1	16.5	0.195	0.390
8.50	24.2	245.3	2901	114	50	50	1.0	17.0	0.178	0.357
9.35	24.2	245.3	2901	78	55	55	1.0	17.0	0.178	0.356
10.20	24.2	245.3	2901	55	60	60	1.0	17.0	0.178	0.355
11.05	24.2	245.3	2901	40	65	65	1.0	17.0	0.177	0.355

表 6-6 雙重彈性樑控制參數驗證表

P	E _s	I _s	u ₁	E _c	I _c	u ₂	l _r	l _{rk}	l _k	$\frac{l_r}{l_{rk}}$	$\frac{l_r}{l_k}$	理論解計算反應				ABAQUS 分析反應			
												$\frac{\delta_1 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M_1}{P l_r}$	$\frac{M_2}{P l_r}$	$\frac{\delta_1 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M_1}{P l_r}$	$\frac{M_2}{P l_r}$
196.2	196	10000	941	41.2	211000	597	38.0	55.1	61.8	0.690	0.615	0.634	0.298	0.395	0.240	0.654	0.301	0.384	0.241
147.2	206	8000	644	34.3	212000	408	40.0	58.0	65.0	0.690	0.615	0.634	0.298	0.395	0.240	0.652	0.300	0.384	0.242
98.1	216	6000	416	29.4	195000	264	42.0	60.9	68.3	0.690	0.615	0.634	0.298	0.395	0.240	0.650	0.300	0.385	0.242
49.05	226	4000	241	24.5	163000	153	44.0	63.8	71.5	0.690	0.615	0.634	0.298	0.395	0.240	0.649	0.300	0.385	0.242
9.81	235	2000	105	19.6	106000	67	46.0	66.7	74.8	0.690	0.615	0.634	0.298	0.395	0.240	0.648	0.300	0.386	0.241
196.2	196	10000	941	41.2	211000	443	38.0	55.1	66.5	0.690	0.571	0.712	0.377	0.403	0.275	0.732	0.381	0.391	0.276
147.2	206	8000	644	34.3	212000	303	40.0	58.0	70.0	0.690	0.571	0.712	0.377	0.403	0.275	0.730	0.381	0.391	0.276
98.1	216	6000	416	29.4	195000	196	42.0	60.9	73.5	0.690	0.571	0.712	0.377	0.403	0.275	0.729	0.381	0.392	0.276
49.05	226	4000	241	24.5	163000	113	44.0	63.8	77.0	0.690	0.571	0.712	0.377	0.403	0.275	0.728	0.381	0.392	0.276
9.81	235	2000	105	19.6	106000	50	46.0	66.7	80.5	0.690	0.571	0.712	0.377	0.403	0.275	0.728	0.382	0.393	0.275
196.2	196	10000	941	41.2	211000	337	38.0	55.1	71.3	0.690	0.533	0.803	0.469	0.410	0.310	0.824	0.474	0.398	0.311
147.2	206	8000	644	34.3	212000	230	40.0	58.0	75.0	0.690	0.533	0.803	0.469	0.410	0.310	0.822	0.474	0.399	0.311
98.1	216	6000	416	29.4	195000	149	42.0	60.9	78.8	0.690	0.533	0.803	0.469	0.410	0.310	0.822	0.475	0.399	0.311
49.05	226	4000	241	24.5	163000	86	44.0	63.8	82.5	0.690	0.533	0.803	0.469	0.410	0.310	0.822	0.476	0.400	0.310
9.81	235	2000	105	19.6	106000	38	46.0	66.7	86.3	0.690	0.533	0.803	0.469	0.410	0.310	0.823	0.478	0.400	0.311
196.2	196	10000	941	41.2	211000	260	38.0	55.1	76.0	0.690	0.500	0.907	0.575	0.418	0.346	0.930	0.582	0.406	0.346
147.2	206	8000	644	34.3	212000	178	40.0	58.0	80.0	0.690	0.500	0.907	0.575	0.418	0.346	0.929	0.583	0.406	0.346
98.1	216	6000	416	29.4	195000	115	42.0	60.9	84.0	0.690	0.500	0.907	0.575	0.418	0.346	0.930	0.584	0.407	0.346
49.05	226	4000	241	24.5	163000	67	44.0	63.8	88.0	0.690	0.500	0.907	0.575	0.418	0.346	0.931	0.586	0.407	0.346

表 6-6 雙重彈性樑控制參數驗證表(續)

P	E _s	I _s	u ₁	E _c	I _c	u ₂	l _r	l _{rk}	l _k	$\frac{l_r}{l_{rk}}$	$\frac{l_r}{l_k}$	理論解計算反應				ABAQUS 分析反應			
												$\frac{\delta_1 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M_1}{P l_r}$	$\frac{M_2}{P l_r}$	$\frac{\delta_1 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M_1}{P l_r}$	$\frac{M_2}{P l_r}$
196.2	196	10000	941	41.2	241000	683	38.0	57.0	61.8	0.667	0.615	0.599	0.261	0.390	0.242	0.619	0.264	0.379	0.244
147.2	206	8000	644	34.3	243000	467	40.0	60.0	65.0	0.667	0.615	0.599	0.261	0.390	0.242	0.617	0.263	0.379	0.244
98.1	216	6000	416	29.4	223000	302	42.0	63.0	68.3	0.667	0.615	0.599	0.261	0.390	0.242	0.615	0.263	0.380	0.244
49.05	226	4000	241	24.5	186000	175	44.0	66.0	71.5	0.667	0.615	0.599	0.261	0.390	0.242	0.614	0.263	0.380	0.244
9.81	235	2000	105	19.6	122000	76	46.0	69.0	74.8	0.667	0.615	0.599	0.261	0.390	0.242	0.613	0.263	0.381	0.244
196.2	196	10000	941	41.2	241000	508	38.0	57.0	66.5	0.667	0.571	0.668	0.331	0.397	0.277	0.687	0.334	0.385	0.279
147.2	206	8000	644	34.3	243000	347	40.0	60.0	70.0	0.667	0.571	0.668	0.331	0.397	0.277	0.686	0.334	0.386	0.279
98.1	216	6000	416	29.4	223000	225	42.0	63.0	73.5	0.667	0.571	0.668	0.331	0.397	0.277	0.684	0.334	0.386	0.279
49.05	226	4000	241	24.5	186000	130	44.0	66.0	77.0	0.667	0.571	0.668	0.331	0.397	0.277	0.683	0.334	0.387	0.278
9.81	235	2000	105	19.6	122000	57	46.0	69.0	80.5	0.667	0.571	0.668	0.331	0.397	0.277	0.683	0.334	0.387	0.278
196.2	196	10000	941	41.2	241000	385	38.0	57.0	71.3	0.667	0.533	0.747	0.412	0.403	0.313	0.768	0.416	0.392	0.314
147.2	206	8000	644	34.3	243000	264	40.0	60.0	75.0	0.667	0.533	0.747	0.412	0.403	0.313	0.766	0.416	0.392	0.314
98.1	216	6000	416	29.4	223000	170	42.0	63.0	78.8	0.667	0.533	0.747	0.412	0.403	0.313	0.765	0.416	0.393	0.314
49.05	226	4000	241	24.5	186000	99	44.0	66.0	82.5	0.667	0.533	0.747	0.412	0.403	0.313	0.765	0.417	0.393	0.314
9.81	235	2000	105	19.6	122000	43	46.0	69.0	86.3	0.667	0.533	0.747	0.412	0.403	0.313	0.766	0.419	0.394	0.313
196.2	196	10000	941	41.2	241000	298	38.0	57.0	76.0	0.667	0.500	0.839	0.504	0.410	0.349	0.861	0.510	0.398	0.350
147.2	206	8000	644	34.3	243000	204	40.0	60.0	80.0	0.667	0.500	0.839	0.504	0.410	0.349	0.860	0.511	0.399	0.350
98.1	216	6000	416	29.4	223000	132	42.0	63.0	84.0	0.667	0.500	0.839	0.504	0.410	0.349	0.860	0.512	0.399	0.350
49.05	226	4000	241	24.5	186000	76	44.0	66.0	88.0	0.667	0.500	0.839	0.504	0.410	0.349	0.861	0.514	0.400	0.350

表 6-6 雙重彈性樑控制參數驗證表(續)

P	E_s	I_s	u_1	E_c	I_c	u_2	l_r	l_{rk}	l_k	$\frac{l_r}{l_{rk}}$	$\frac{l_r}{l_k}$	理論解計算反應				ABAQUS 分析反應			
												$\frac{\delta_1 E_s I_s}{Pl_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{Pl_r^3}$	$\frac{M_1}{Pl_r}$	$\frac{M_2}{Pl_r}$	$\frac{\delta_1 E_s I_s}{Pl_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{Pl_r^3}$	$\frac{M_1}{Pl_r}$	$\frac{M_2}{Pl_r}$
196.2	196	10000	941	41.2	275000	779	38.0	58.9	61.8	0.645	0.615	0.570	0.230	0.386	0.244	0.589	0.232	0.374	0.245
147.2	206	8000	644	34.3	277000	533	40.0	62.0	65.0	0.645	0.615	0.570	0.230	0.386	0.244	0.587	0.232	0.375	0.246
98.1	216	6000	416	29.4	254000	344	42.0	65.1	68.3	0.645	0.615	0.570	0.230	0.386	0.244	0.585	0.231	0.376	0.246
49.05	226	4000	241	24.5	212000	199	44.0	68.2	71.5	0.645	0.615	0.570	0.230	0.386	0.244	0.584	0.231	0.376	0.246
9.81	235	2000	105	19.6	139000	87	46.0	71.3	74.8	0.645	0.615	0.570	0.230	0.386	0.244	0.583	0.231	0.377	0.245
196.2	196	10000	941	41.2	275000	579	38.0	58.9	66.5	0.645	0.571	0.630	0.291	0.392	0.280	0.649	0.294	0.380	0.281
147.2	206	8000	644	34.3	277000	396	40.0	62.0	70.0	0.645	0.571	0.630	0.291	0.392	0.280	0.648	0.294	0.381	0.281
98.1	216	6000	416	29.4	254000	256	42.0	65.1	73.5	0.645	0.571	0.630	0.291	0.392	0.280	0.646	0.294	0.381	0.281
49.05	226	4000	241	24.5	212000	148	44.0	68.2	77.0	0.645	0.571	0.630	0.291	0.392	0.280	0.645	0.294	0.382	0.280
9.81	235	2000	105	19.6	139000	65	46.0	71.3	80.5	0.645	0.571	0.630	0.291	0.392	0.280	0.645	0.294	0.382	0.280
196.2	196	10000	941	41.2	275000	439	38.0	58.9	71.3	0.645	0.533	0.700	0.362	0.398	0.316	0.720	0.366	0.386	0.317
147.2	206	8000	644	34.3	277000	301	40.0	62.0	75.0	0.645	0.533	0.700	0.362	0.398	0.316	0.719	0.366	0.386	0.317
98.1	216	6000	416	29.4	254000	194	42.0	65.1	78.8	0.645	0.533	0.700	0.362	0.398	0.316	0.718	0.366	0.387	0.316
49.05	226	4000	241	24.5	212000	112	44.0	68.2	82.5	0.645	0.533	0.700	0.362	0.398	0.316	0.717	0.367	0.387	0.316
9.81	235	2000	105	19.6	139000	49	46.0	71.3	86.3	0.645	0.533	0.700	0.362	0.398	0.316	0.717	0.368	0.388	0.316
196.2	196	10000	941	41.2	275000	339	38.0	58.9	76.0	0.645	0.500	0.781	0.444	0.404	0.353	0.802	0.449	0.392	0.353
147.2	206	8000	644	34.3	277000	232	40.0	62.0	80.0	0.645	0.500	0.781	0.444	0.404	0.353	0.801	0.450	0.392	0.353
98.1	216	6000	416	29.4	254000	150	42.0	65.1	84.0	0.645	0.500	0.781	0.444	0.404	0.353	0.801	0.451	0.393	0.353
49.05	226	4000	241	24.5	212000	87	44.0	68.2	88.0	0.645	0.500	0.781	0.444	0.404	0.353	0.802	0.452	0.393	0.353

表 6-6 雙重彈性樑控制參數驗證表(續)

P	E _s	I _s	u ₁	E _c	I _c	u ₂	l _r	l _{rk}	l _k	$\frac{l_r}{l_{rk}}$	$\frac{l_r}{l_k}$	理論解計算反應				ABAQUS 分析反應			
												$\frac{\delta_1 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M_1}{P l_r}$	$\frac{M_2}{P l_r}$	$\frac{\delta_1 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{\delta_2 E_s I_s}{P l_r^3}$	$\frac{M_1}{P l_r}$	$\frac{M_2}{P l_r}$
196.2	196	10000	941	41.2	312000	884	38.0	60.8	61.8	0.625	0.615	0.544	0.203	0.382	0.246	0.563	0.205	0.371	0.247
147.2	206	8000	644	34.3	315000	605	40.0	64.0	65.0	0.625	0.615	0.544	0.203	0.382	0.246	0.561	0.205	0.371	0.247
98.1	216	6000	416	29.4	288000	391	42.0	67.2	68.3	0.625	0.615	0.544	0.203	0.382	0.246	0.560	0.204	0.372	0.247
49.05	226	4000	241	24.5	241000	226	44.0	70.4	71.5	0.625	0.615	0.544	0.203	0.382	0.246	0.558	0.204	0.372	0.247
9.81	235	2000	105	19.6	157000	99	46.0	73.6	74.8	0.625	0.615	0.544	0.203	0.382	0.246	0.558	0.204	0.373	0.247
196.2	196	10000	941	41.2	312000	657	38.0	60.8	66.5	0.625	0.571	0.598	0.257	0.387	0.282	0.617	0.260	0.376	0.283
147.2	206	8000	644	34.3	315000	450	40.0	64.0	70.0	0.625	0.571	0.598	0.257	0.387	0.282	0.615	0.259	0.376	0.283
98.1	216	6000	416	29.4	288000	291	42.0	67.2	73.5	0.625	0.571	0.598	0.257	0.387	0.282	0.614	0.259	0.377	0.283
49.05	226	4000	241	24.5	241000	168	44.0	70.4	77.0	0.625	0.571	0.598	0.257	0.387	0.282	0.613	0.259	0.377	0.282
9.81	235	2000	105	19.6	157000	74	46.0	73.6	80.5	0.625	0.571	0.598	0.257	0.387	0.282	0.612	0.260	0.378	0.282
196.2	196	10000	941	41.2	312000	499	38.0	60.8	71.3	0.625	0.533	0.660	0.320	0.393	0.318	0.679	0.324	0.381	0.319
147.2	206	8000	644	34.3	315000	341	40.0	64.0	75.0	0.625	0.533	0.660	0.320	0.393	0.318	0.678	0.323	0.381	0.319
98.1	216	6000	416	29.4	288000	221	42.0	67.2	78.8	0.625	0.533	0.660	0.320	0.393	0.318	0.677	0.324	0.382	0.319
49.05	226	4000	241	24.5	241000	128	44.0	70.4	82.5	0.625	0.533	0.660	0.320	0.393	0.318	0.676	0.324	0.382	0.318
9.81	235	2000	105	19.6	157000	56	46.0	73.6	86.3	0.625	0.533	0.660	0.320	0.393	0.318	0.677	0.325	0.383	0.318
196.2	196	10000	941	41.2	312000	385	38.0	60.8	76.0	0.625	0.500	0.731	0.392	0.398	0.355	0.752	0.397	0.386	0.356
147.2	206	8000	644	34.3	315000	264	40.0	64.0	80.0	0.625	0.500	0.731	0.392	0.398	0.355	0.751	0.397	0.387	0.355
98.1	216	6000	416	29.4	288000	170	42.0	67.2	84.0	0.625	0.500	0.731	0.392	0.398	0.355	0.750	0.398	0.387	0.355
49.05	226	4000	241	24.5	241000	99	44.0	70.4	88.0	0.625	0.500	0.731	0.392	0.398	0.355	0.751	0.400	0.388	0.355

6-3 軌道模組之分解

本節以自由體圖的概念將軌道系統分解成數個不同的模組，應用因次分析的方式將各個分析模組的結構反應求解。研究中進行模組分析時，將軌道系統分解成鋼軌與扣件模組、軌道版模組兩個部分，根據軌道承受列車載重在兩個模組中產生的反應加以探討，最後將不同模組的分析結果加以組合以得到軌道系統的力學反應，將彈性基礎樑理論與的版理論結合。如此，將軌道模組分解後對於分析時，所需處理參數的複雜度，將遠比整體結構同時分析時之複雜度小。圖 6 - 4 為分析方法之流程圖。

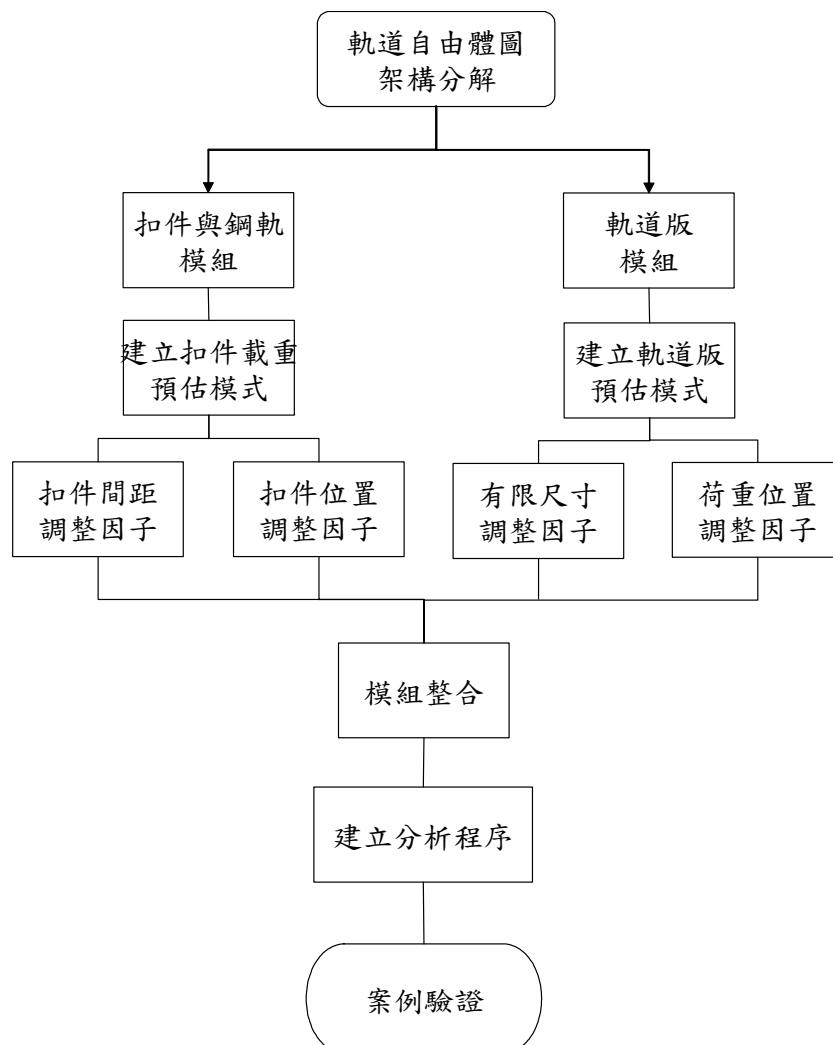


圖 6 - 4 自由體分析流程圖

本文應用圖 6-5 之示意圖，將軌道系統分解成兩個模組，根據自由體圖的概念，可將系統的自由體受力分佈情形以圖 6-6 表示。圖中當鋼軌承受列車載重 P 時，鋼軌下方亦承受來自於扣件的反力 F_i ，同時每個扣件會將反力 F_i 以分佈載重 q_i 作用在軌道版上；因此，系統中的軌道版模組可視為單純的混凝土版塊置放在彈性基礎上，版上承受數個來自於扣件所傳遞下來的均佈載重，如此在軌道版部分將可應用剛性鋪面的力學原理來分析。

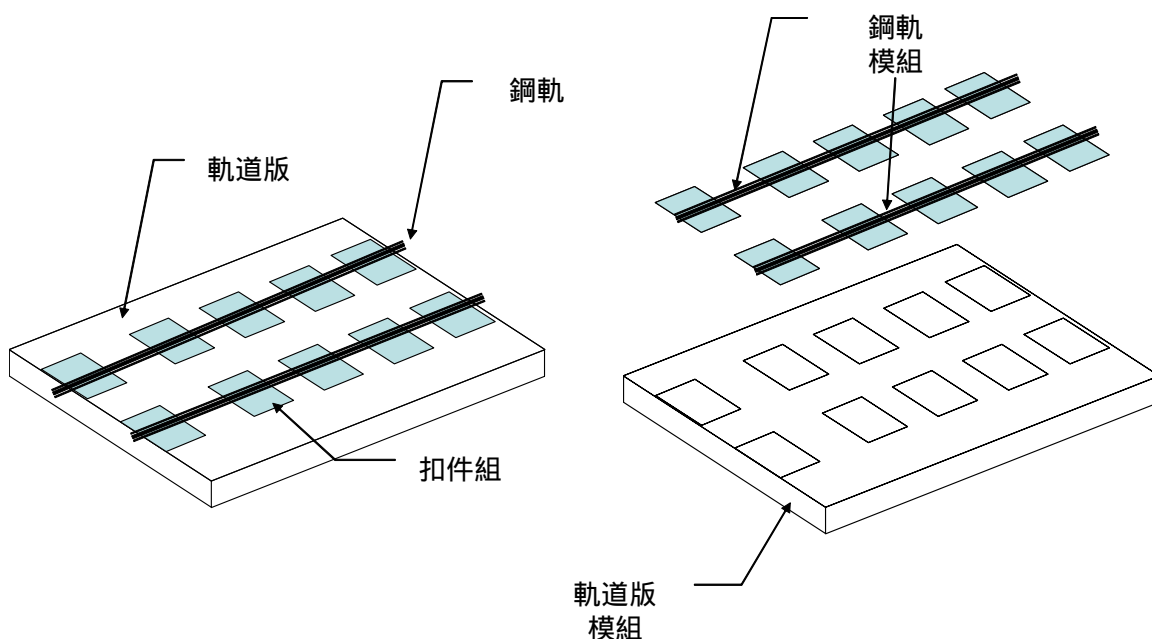


圖 6-5 軌道模組分解

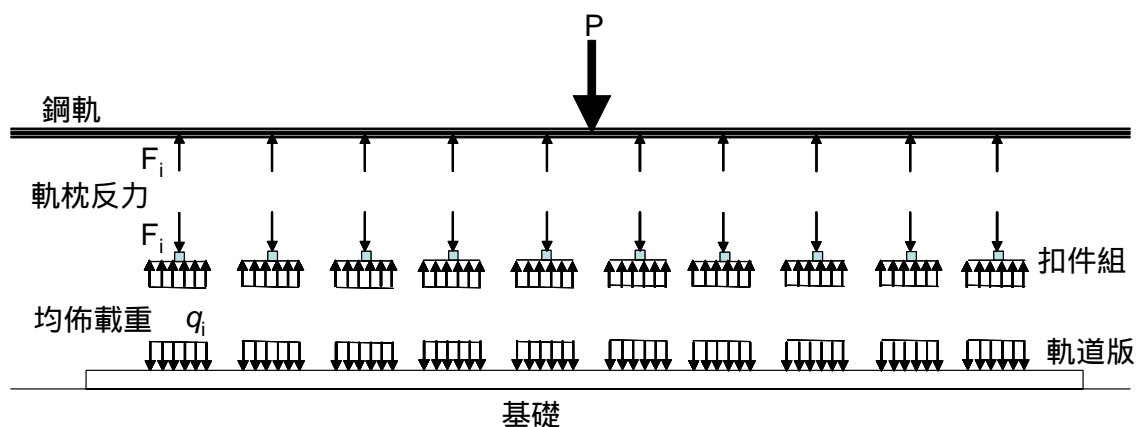


圖 6-6 軌道模組受力自由體圖

本研究針對不同軌道結構模型，以有限元素程式進行分析，探討經由分解結構模式後的軌道系統之結構反應，與未經分解的完整結構之反應差異相比較，以驗證上述分解方式的適用性。研究中採用 ABAQUS 程式分析前文所建立的軌道最佳化有限元素模型，分析時將採用圖 6-7 三種不同的模式加以比較。

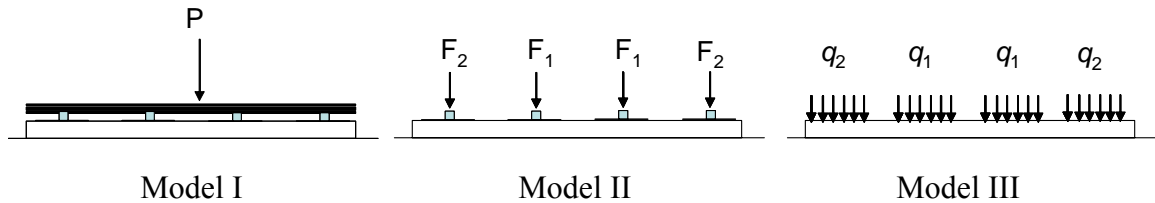


圖 6-7 不同分析模式的軌道結構

第一種分析模式為完整的軌道系統，其中包含鋼軌、扣件、軌道版與基礎，結構模型如圖 6-7 中的 Model I 所示。結構中所承受的作用力為列車載重 P 作用在鋼軌上。第二種分析模式是將完整軌道系統中的鋼軌移除，結構模型如圖 6-7 中的 Model II 所示。構建的有限元素分析結構系統僅由扣件、軌道版與基礎所組成。此時應用 Model I 經過有限元素程式分析後的扣件反力 F_i ，作為系統的載重分佈，所有的載重座落在每個鋼軌扣件上。第三種分析模式僅保留軌道版與基礎，結構模型如圖 6-7 中的 Model III 所示。結構的載重分佈型式是在原本扣件位置以數個均佈載重型態作用在版上，載重的大小則利用 Model I 所計算的每一個扣件反力 F_i 除以扣件底部的面積得到的均佈載重 q_i 。

本研究以五種不同個案進行有限元素分析後，將圖 6-7 中三種分析模式受載重作用時版上的臨界撓度與臨界應力加以比較，三種分析模式的應力關係如圖 6-8 所示、撓度關係如圖 6-9 所示。由圖中可發現三種分析模式的應力或撓度值大致上吻合，因此由此分析結果可驗證以自由體圖分解模組來進行軌道系統力學分析的程序可加

以應用。

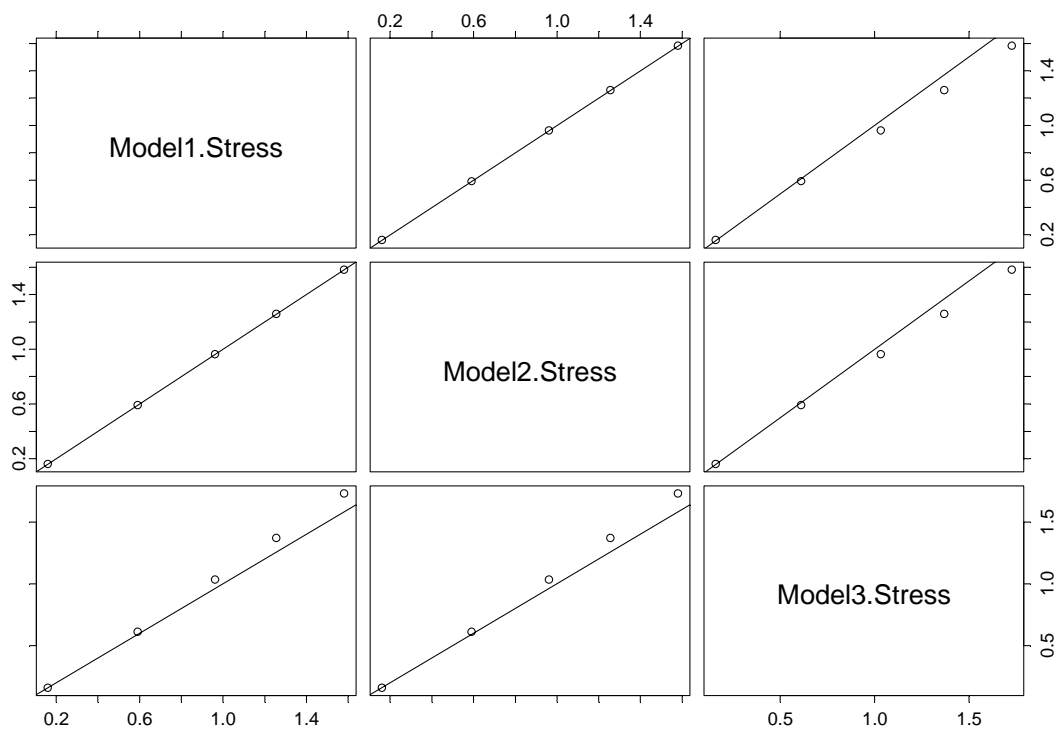


圖 6 - 8 不同分析模式的版上應力比較

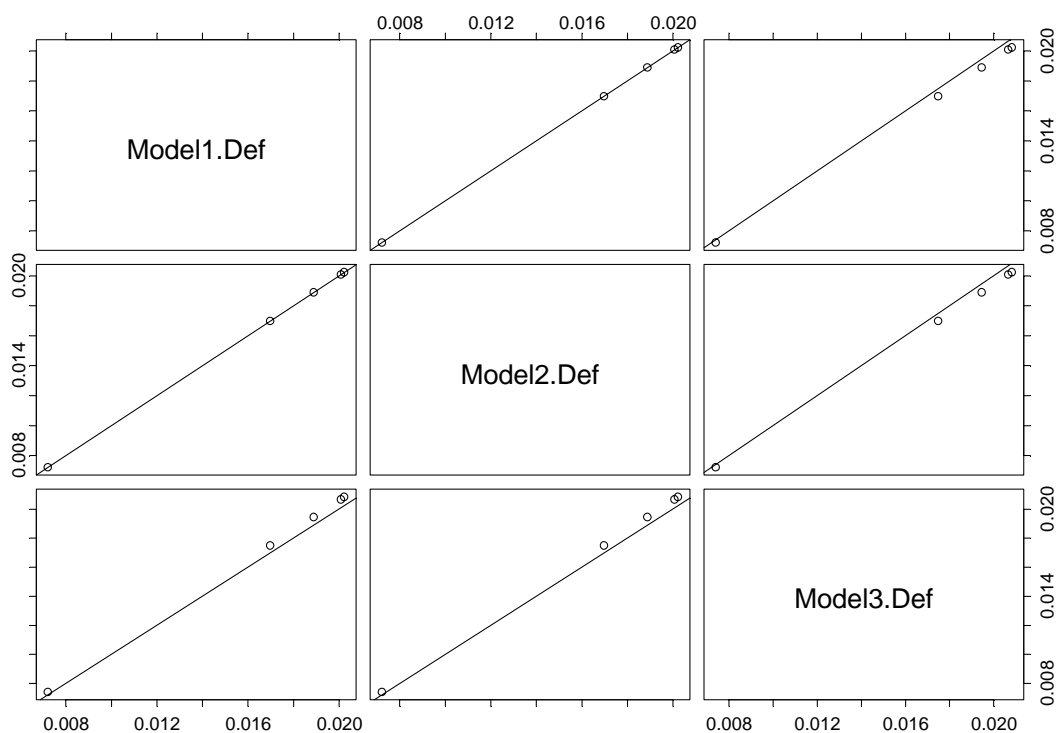


圖 6 - 9 不同分析模式的版上撓度比較

6-4 列車載重作用的應力分析

本研究將軌道系統分解為鋼軌與軌道版兩個模組後，可將兩個部分以因次分析的原理，分別求得載重作用在軌道上應力與撓度的反應。公式 6 - 1 中以有限元素分析模式計算時與理論解之間差異的調整因子 R_1 可利用以下的分析程序求得作用在軌道版上的結構反應。

6-4-1 鋼軌扣件反力預估模式

上述自由體模式分解將軌道分成鋼軌與扣件模組、軌道版模組兩個主要的部分，當載重作用在軌道時扣件反力 F_i 將被轉換成均佈載重 q_i 作用在軌道版上，如此將有數個均佈載重 $q_0 \sim q_i$ 作用在版上。然而，如圖 6 - 10 所示，作用在版上的 q_i 均佈載重大小將會隨著距離結構原有載重 P 位置而改變，在載重 P 位置下方均佈載重值 q_0 最大，當均佈載重 q_i 的位置與載重 P 位置距離越遠的 q_i 值將越小。再者，版上的臨界撓度與臨界應力會發生在載重 P 位置下方，在這樣的條件下 q_0 對臨界位置的力學行為影響最大，隨著 q_i 位置的遠離對臨界位置的力學行為影響將逐漸變小。因此，本研究透過一系列的分析，首先以因次分析方式求得鋼軌載重 P 與扣件反力間的關係，再探討 q_i 位置對臨界撓度與應力的影響範圍，以此建立鋼軌扣件反力預估模式以作為進一步分析軌道上的結構反應之用。

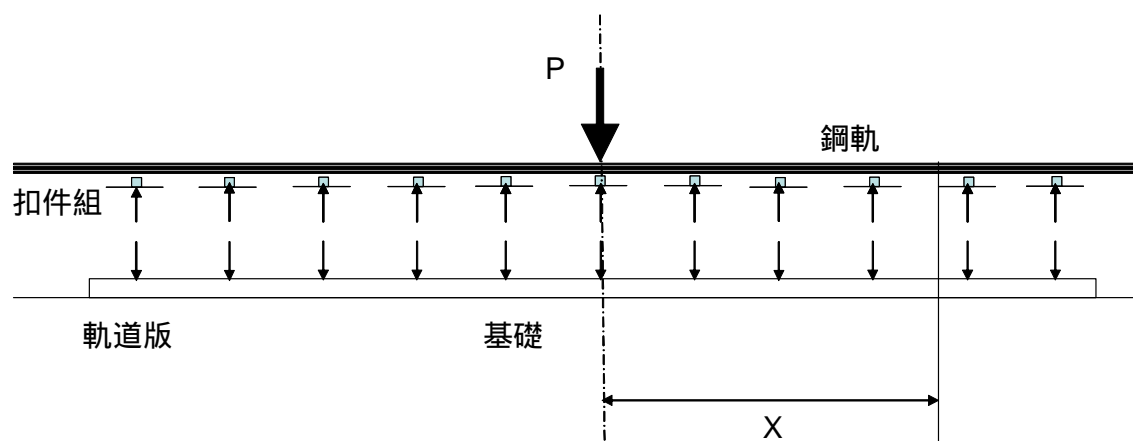


圖 6 - 10 扣件有效載重區域示意圖

本研究首先分析如圖 6-10 包含鋼軌、扣件、軌道版與基礎的完整模式，以得到結構受載重 P 作用時所有扣件的反力。接著建立圖 6-10 中的下部結構僅包含軌道版與基礎的模型，並在原有扣件位置加上經由完整模式得到的扣件反力作為荷重；最後由結構邊緣的最遠處至載重 P 位置逐漸省略模擬扣件反力的荷重，觀察荷重逐漸減少對系統臨界位置力學行為的影響。本研究應用以上的步驟，根據表 4-1 五種不同的輸入參數分別建立一系列的分析模型，分析結果如圖 6-11 所示。

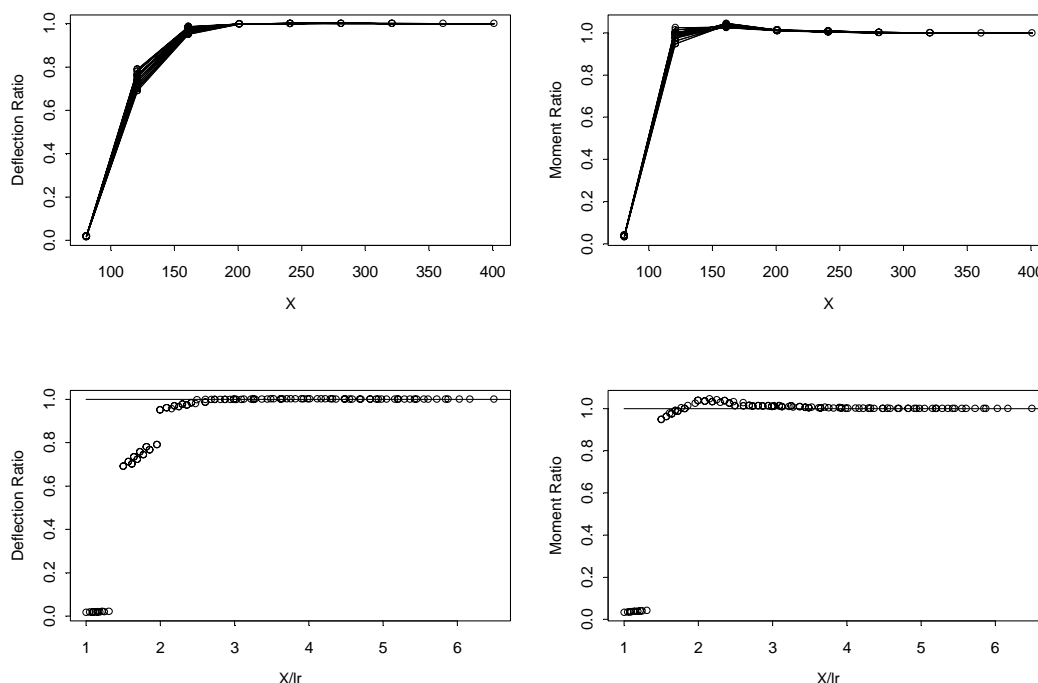


圖 6-11 扣件組反力有效影響範圍

圖中彎矩比為 M_x / M_{all} ， M_x 表示版上原點至 x 距離的範圍內設有荷重所得的臨界彎矩， M_{all} 表示版上所有位置都設有荷重所得的臨界彎矩；同理，撓度比 δ_x / δ_{all} 的定義也相同。由圖中可觀察到五種不同輸入參數所構建的分析模型中有著相同的趨勢，在 8m 軌道長度中載重範圍 $x=250$ 所得到的應力比與撓度比以可代表所有載重的反應。

本研究為了將此趨勢驗證至任意輸入參數的模式，將無因次的正

規化載重範圍 x/l_r 與應力比 M_x/M_{all} 、撓度比 δ_x/δ_{all} 的關係加以觀察，由圖 6 - 11 以 x/l_r 為橫座標的子圖中可發現當 $x/l_r > 3$ 的分析結果即可表示完整模式的反應，本研究將此定義為扣件有效載重範圍。

由軌道分解模式中的軌道版結構及載重作用型態，可將其視為剛性鋪面來分析。此時作用在版上的載重，主要由鋼軌作用在扣件所形成的反力傳遞下來。因此對於分解模式中首先要求得載重作用在軌道上時在每個扣件所造成的反力，其扣件反力的分佈如圖 6 - 12 所示。

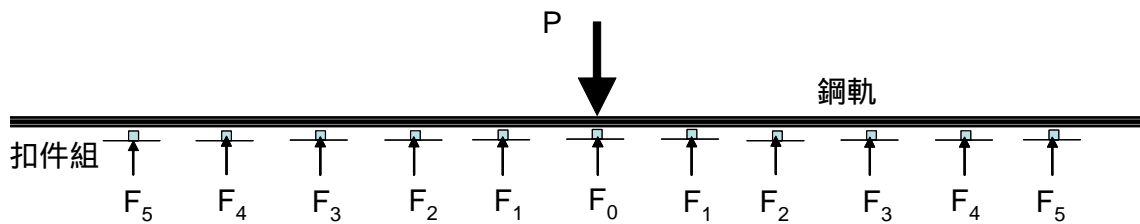


圖 6 - 12 扣件反力分佈示意圖

若使用雙重彈性樑理論解公式所提供連續分佈的扣件反力情況與真實的軌道以有限軌枕間距 s 的分佈情況不符合而必須加以修正。因此，本研究使用有限元素分析建立扣件反力 F_i 與 P 載重的資料庫，配合統計分析方法建立扣件載重預估模式，應用預估模式可由載重 P 獲得扣件反力 F_i ，預估模式的建立程序將在下文詳細的說明。

6-4-1-1 最大扣件反力預估模式

圖 6 - 12 當 P 載重作用在鋼軌上傳遞時，扣件反力 F_i 分佈將呈現類似齊姆曼函數之反應。因此，只要求得 P 載重作用位置的最大扣件反力 F_0 ，即可預估所有扣件的反力 F_i 。根據本研究針對軌道參數辨識與驗證的過程中得到雙重彈性樑理論的主要控制參數為 l_{rk}/l_r 、 l_k/l_r ，而由橫枕理論得知正規化扣件間距 s/l_r 為另一個主要控制參數。因此 P 載重與最大扣件反力 F_0 間的關係可以下公式 6 - 2 表示。

$$R_{F_0} = \frac{F_0}{P} = f\left(\frac{l_{rk}}{l_r}, \frac{l_k}{l_r}, \frac{s}{l_r}\right) \quad (6-2)$$

本研究以 $l_{rk}/l_r=1.25, 2.00, 3.00, 3.75, 4.50$ 、 $l_k/l_r=0.59, 2.08, 3.57, 5.05, 6.54, 8.03$ 、與 $s/l_r=0.31\sim 9.96$ 建立 2430 組分析資料庫。以投影追逐迴歸法建立最大扣件反力的預估公式，應用分析資料庫所建立的預估方程式如公式 6 - 3 所示。分析投影圖如圖 6 - 13 所示。利用此公式可預估在特定結構條件下的軌道受力 P 作用時，扣件上產生的最大反力 F_0 。

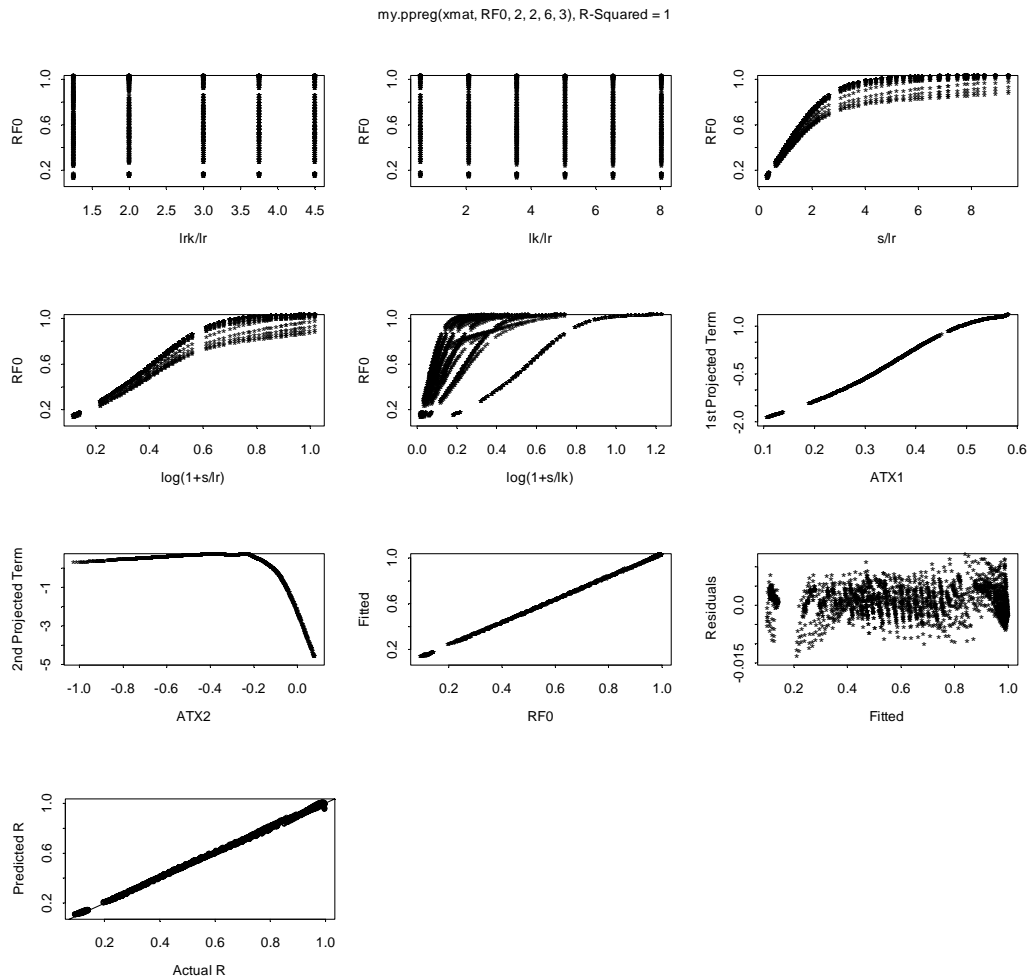


圖 6 - 13 最大扣件反力預估因子投影模式圖

$$\begin{aligned}
R_{F_0} &= 0.64903 + 0.28037\Phi_1 + 0.03782\Phi_2 \\
\Phi_1 &= -2.302 + 2.729A_1 - 2.310A_1^2 - 56.964A_1^3 - 74.696A_1^4 \\
\Phi_2 &= -2.346 - 25.790A_2 - 78.043A_2^2 - 95.504A_2^3 - 41.271A_2^4 \\
A_1 &= 0.0034x_1 + 0.0001x_2 - 0.0497x_3 + 0.9987x_4 + 0.0098x_5 \\
A_2 &= -0.2056x_1 - 0.0016x_2 - 0.0470x_3 + 0.8708x_4 - 0.4441x_5 \\
X &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5] = \left[\frac{\ell_{rk}}{\ell_r}, \frac{\ell_k}{\ell_r}, \frac{s}{\ell_r}, \log\left(1 + \frac{s}{\ell_r}\right), \log\left(1 + \frac{s}{\ell_k}\right) \right] \\
\text{Statistics: } N &= 2430, R^2 = 0.9995, \text{ SEE} = 0.0063 \\
\text{Limits: } 1.25 &\leq \frac{\ell_{rk}}{\ell_r} \leq 4.50, 0.59 \leq \frac{\ell_k}{\ell_r} \leq 8.03, 0.31 \leq \frac{s}{\ell_r} \leq 9.39
\end{aligned} \tag{6-3}$$

此外，相同分析方式亦可應用在道碴式軌道中，分析時將最大扣件反力預估因子以適合於道碴式軌道的預估公式 6-4 即可。

$$R_{F_0} = 0.0225 + 0.3841 \frac{s}{\ell_r} \tag{6-4}$$

6-4-1-2 任意位置扣件反力調整因子

本研究以 $\ell_{rk}/\ell_r = 1.45, 1.50, 1.55, 1.60$ 、 $\ell_k/\ell_r = 1.625, 1.750, 1.875, 2.00$ 、與 $s/\ell_r = 0.52, 0.65, 0.78, 0.91, 1.04, 1.17, 1.30, 1.43, 1.57$ 建立 144 組分析資料庫，以運算結果探討最大扣件反力 F_0 與任意位置扣件反力 F_i 間的關係。根據理論解推導過程的反應，可確定兩者的間的關係和 F_i 扣件位置與 F_0 位置之間的距離 x 有關。因此判斷任意扣件位置上的反力主要控制參數為 ℓ_{rk}/ℓ_r 、 ℓ_k/ℓ_r 、 s/ℓ_r 與正規化扣件位置 x/ℓ_r 。

研究中將上述參數與 F_i/P 、 F_i/F_0 間的關係以圖 6-14 表示，由圖中可發現控制參數 ℓ_{rk}/ℓ_r 、 ℓ_k/ℓ_r 與 s/ℓ_r 對於 F_i/F_0 沒有影響，唯一影響 F_i/F_0 的控制參數為 x/ℓ_r 。本文將 $R_{F_i} = F_i/F_0$ 定義為扣件位置影響因子，其預估公式如公式 6-5 所示。

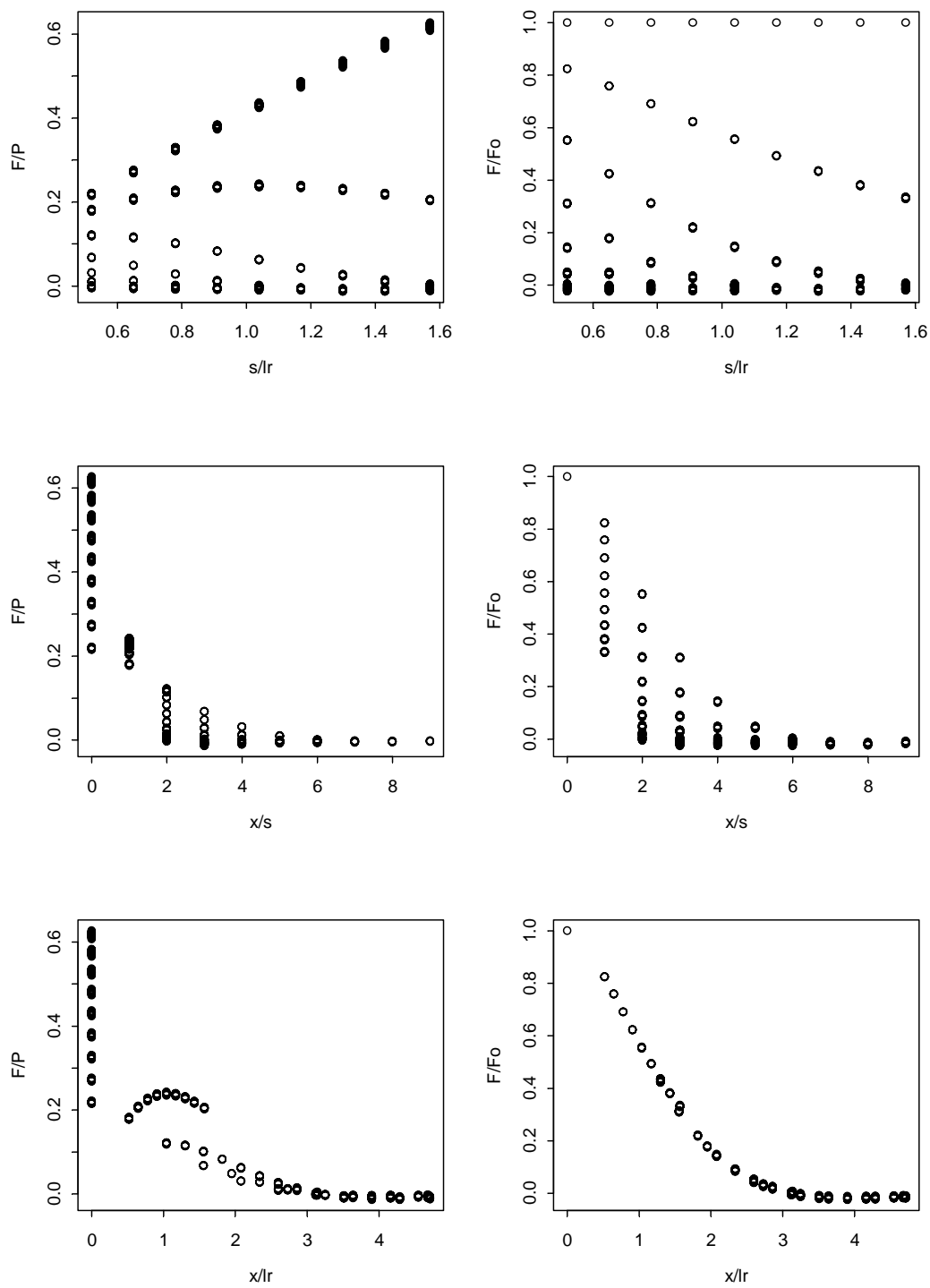


圖 6 - 14 扣件位置與反力的關係

$$R_{F_i} = 1.000 - 0.178X - 0.445 X^2 + 0.246 X^3 - 0.048 X^4 + 0.003 X^5$$

$$X = \frac{x}{l_r}$$

$$\text{Statistics: } N = 844, R^2 = 0.9999, \text{ SEE} = 0.0045$$

$$\text{Limits: } \frac{x}{l_r} \leq 5.0$$
(6 - 5)

6-4-1-3 多輪軸調整因子

上述研究過程所進行的分析是採用單一軸重作用下軌道上的結構反應，然而一般實際情形作用在軌道上的車輛均有兩根以上車軸所構成的車架，因此應用單一軸重作用的分析模式不能滿足實際設計的需要。有鑑於此，本研究對於多輪軸作用的影響亦採用因次分析的方式，將多輪軸作用的組成反應轉換成可用單一軸重預估的調整因子。

本研究考慮多輪軸作用在軌道上時以一個車架組將載重作用在鋼軌上為基準，而使用的一組車架中包含兩個輪軸，因此作用載重為兩個以軸距 D_a 分佈在鋼軌上的單軸作用，當車架組中的兩個輪軸之軸距 D_a 不同時，作用在鋼軌與軌道版上的結構反應將隨著此條件的不同而有差異。當 $D_a=0$ 時為兩個單軸作用在同一個位置，可視為一個單軸作用，此時臨界的扣件反力為 $F_{0(Da=0)}$ 。當兩個單軸軸距 D_a 時臨界的扣件反力為 $F_{0(Da)}$ 。因此，以不同的 $F_{0(Da)}$ 比上 $D_a=0$ 時的 $F_{0(Da=0)}$ 可得到多輪調整因子 R_{Da} ，應用此調整因子則可應用單一輪軸的反應預估多輪作用時的反應。

本研究以不同參數所構建的版式軌道模型配合不同軸距 D_a 的作用載重建立分析的資料庫，其主要的控制參數為 l_{rk}/l_r 、 l_k/l_r 與正規化軸距 D_a/l_r 。然而，經由資料分析後發現實際控制結構反應的主要參數僅有無因次參數 D_a/l_r 。因此，研究中以不同的參數組合，建立 468 筆分析資料，將多輪調整因子 R_{Da} 與無因次參數 D_a/l_r 間的關係以圖 6-15 表示，並建立多輪軸調整因子之預估模式如公式 6-6。

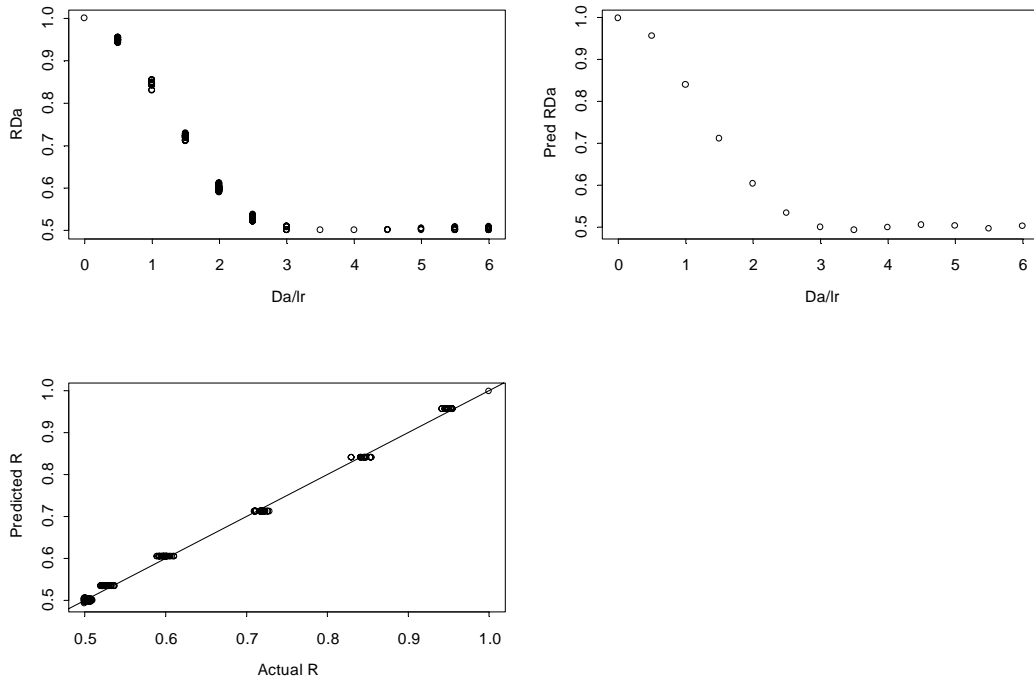


圖 6 - 15 多輪軸調整因子建立與驗證

$$R = 0.9979 + 0.0428X - 0.3202X^2 + 0.1417X^3 - 0.0235X^4 + 0.0014X^5$$

$$X = \left[\frac{D_a}{l_r} \right]$$

Statistics: N = 468 , R² = 0.9988, SEE = 0.0064

Limits: $0 \leq \frac{D_a}{l_r} \leq 6.0$

(6 - 6)

因此，應用公式 6 - 7 之扣件載重預估模式即可計算由作用載重 P 反應在任一位置的扣件反力 F_i，當此扣件反力 F_i 傳遞至軌道版上時可視為軌道自由體圖的軌道版模組的外力，可供軌道的下部結構進一步分析使用。

$$F_i = P \times R_{D_a} \times R_{F_0} \times R_{F_i} \tag{ 6 - 7 }$$

6-4-2 混凝土版應力分析

圖 6-16 為分解模式中的軌道版部分，扣件所傳遞的均佈載重以數個區域分佈在版上，這樣的結構與載重作用型式可視為剛性鋪面受到多輪作用的情況。因此，可利用鋪面相關研究所建立的預估公式來求得版上的力學反應。

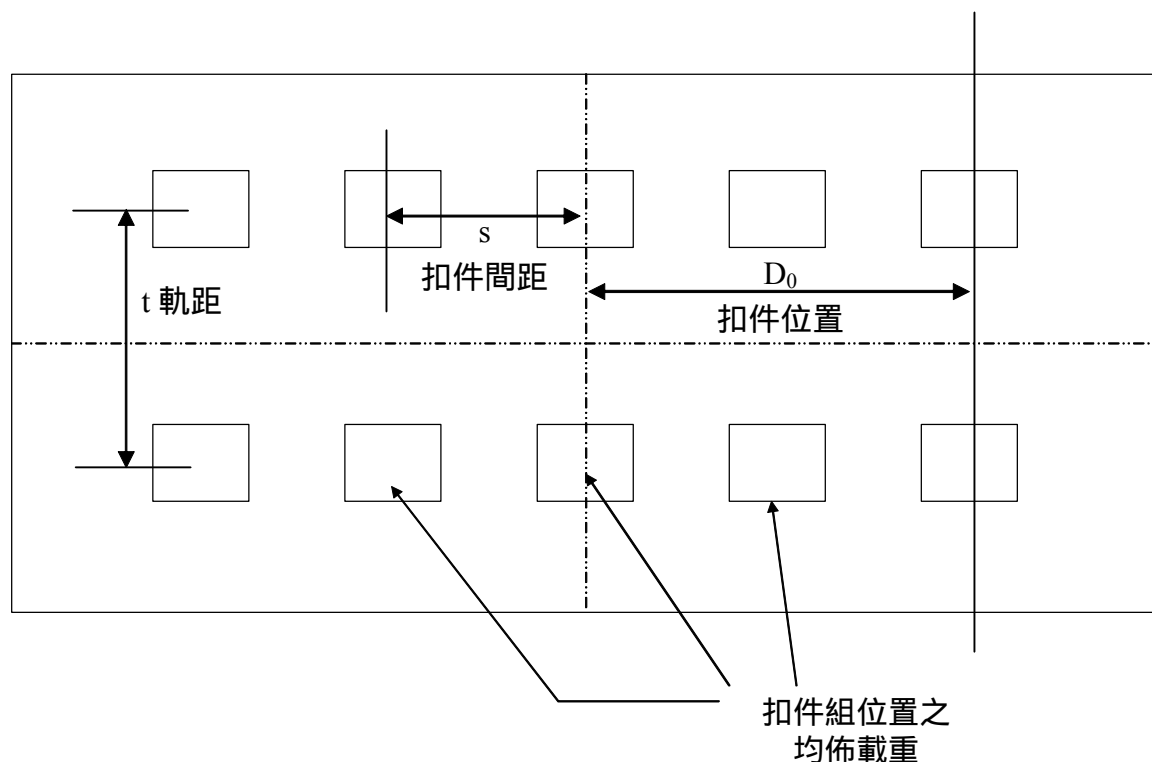


圖 6-16 軌道版載重分佈圖

文獻【李英豪, 1996】中提到分析剛性鋪面多輪軸載重的方式，以 Westergaard 中央應力公式配合預估公式求解，分析時採用公式 6-8 計算，其中 σ_w 表示應用 Westergaard 中央應力公式所計算的應力值， R_G 為根據圖 6-17 中不同輪軸組成的調整因子， R_{LW} 為有限版長與版寬之調整因子，應用此式可省略複雜的有限元素計算步驟，立即估算多輪軸載重作用在有限尺寸之鋪面時的應力反應。

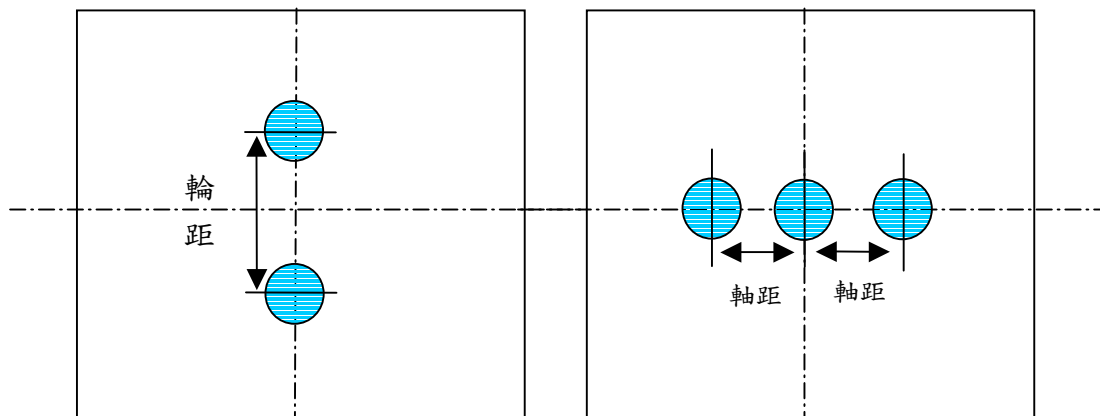


圖 6 - 17 雙輪與三軸作用於版的位置

$$\sigma_{FEM} = \sigma_i \times (R_G \times R_{LW}) \tag{6 - 8}$$

$$\sigma_w = \frac{3}{2\pi} (1 + \mu) \frac{P}{h^2} \left[\left\{ \ln \frac{2\ell}{a} \right\} - \gamma + 0.5 + \frac{\pi}{32} \left(\frac{a}{\ell} \right)^2 \right]$$

σ_w : Westergaard 中央載重時版底部的最大拉應力, [FL⁻²];

ℓ : 相對勁度半徑, [L];

P: 載重, [F];

a: 載重區域半徑, [L];

γ : Euler's constant (=0.577215664901

本文將採用與上述研究相同的方式來進行軌道版的力學分析。研究中以 Westergaard 中央應力為基礎，配合調整因子來進行軌道版上的結構反應預估。其中有限尺寸的調整與上述文獻的剛性鋪面分析方式相同。因此，該研究中原有的尺寸調整因子可以加以利用。而在載重的分佈位置方面，鋼軌佈設乃垂直於行車方向，以軌距分佈於版中心線的兩側可將其視為兩個荷重，此部份可應用該研究原有的單輪載重對應雙輪載重的輪軸調整因子進行預估。

然而，本研究探討的軌道版結構上所受的每個載重，並非完全

相同，在鋼軌下方平行於行車方向的每個扣件位置所傳遞至軌道版上的作用載重就如圖 6-12 所示，大小並不相同。這些扣件傳遞的荷重大小將隨著扣件所在位置的改變而不同，因此無法採用文獻【李英豪, 1996】中提供的調整因子來預估，必須再建立其他的預估公式來分析。在此部分，本研究重新建立不同荷重位置對版中央位置結構反應的調整因子 R_{D_0} 。

R_{D_0} 表示當荷重作用在距版中央 D_0 的位置時版中央位置所呈現的結構反應比上相同的荷重作用在版中央位置的結構反應。如此，應用公式 6-9 可應用每個扣件傳遞到版上的荷重 q_i 對 P 載重位置的影響加以計算，最後將所有的反應增加量進行累加則可計算出所有荷重對臨界位置的影響。

$$\sigma_{sum} = \sum_{i=0}^n \sigma_{wi} \times R_{D_{0i}} \quad (6-9)$$

其中， σ_{sum} 表示版上所有載重形成的臨界應力, $[FL^{-2}]$ ； σ_{wi} 表示第 i 個載重 q_i 所計算出的 Westergaard 中央應力, $[FL^{-2}]$ ； $R_{D_{0i}}$ 表示第 i 個載重位置所要調整的預估量。對於各個情況的調整因子可分別建立，調整因子詳細的建立方式將在以下章節中探討。

6-4-2-1 有限尺寸調整因子

以往剛性路面版的應力分析大都運用 Westergaard 的應力公式求出鋪面版的應力值，然而運用此一方式分析應力時，Westergaard 假設的鋪面版其橫向與縱向均為半無限版長且為完全路基支承，這一假設對於現實狀況的鋪面版而言，並不相合。因此分析實際剛性路面版的應力時，Westergaard 的公式必須加以修正才能符合實際的鋪面應力反應值。Ioannides 曾對鋪面版的有限尺寸如何能達到

Westergaard 公式中所假設的無限 (Infinite) 版長提出研究，在中央情況求版之最大變位與最大應力時能達到 Westergaard 所假設的無限版長情況分別為 $L=8.0\ell$ 與 $L=3.5\ell$ ，當版長或版寬小於此條件之下則必須使用有限尺寸調整因子來修正。

本研究將以往運用因次分析原理的研究加以整合，將能達到 Westergaard 所假設的無限版長有限元素分析模型所得的應力 σ_w 比上有限版長模型所得的應力 σ_{FEM} ，稱為有限尺寸調整因子 R_{LW} 。研究中經過參數驗證後可知 R_{LW} 主要控制參數為 $L/\ell, W/\ell, a/\ell$ ，稱為正規化有限版長、正規化有限版寬與正規化載重。經由有限元素程式分析後可得到 $L/\ell, W/\ell, a/\ell$ 與有限尺寸調整因子 R_{LW} 關係的資料庫，再以投影追逐迴歸分析的統計方式則可建立有限尺寸調整因子的 R_{LW} 預估模式如公式 6-10【李英豪, 1996】所示。

$$\begin{aligned}
 R_{LW} &= 1.0809 + 0.04546\Phi_1 + 0.05792\Phi_2 + 0.03742\Phi_3 \\
 \Phi_1 &= 0.27351 + 1.28607(A1) \\
 \Phi_2 &= \begin{cases} 3.44232 + 1.42864(A2) & \text{if } A2 \leq -1.6 \\ -15.77484 - 22.42728(A2) - 7.50782(A2)^2 & \text{if } A2 \geq -1.6 \end{cases} \\
 \Phi_3 &= \begin{cases} -1.85756 + 0.17921(A3) + 0.95723(A3)^2 & \text{if } A3 \leq -1.0 \\ 8.62686 + 19.22734(A3) + 9.53635(A3)^2 & \text{if } A3 \geq -1.0 \end{cases} \\
 A1 &= -0.67019x_1 + 0.42503x_2 - 0.60844x_3 \\
 A2 &= -0.00271x_1 - 0.42293x_2 + 0.90616x_3 \\
 A3 &= -0.30625x_1 - 0.02100x_2 + 0.95172x_3 \\
 X &= [x_1, x_2, x_3] = \left[\frac{W}{\ell}, \frac{L}{\ell}, \frac{a}{\ell} \right] \\
 \text{Statistics: } &N=144, R^2=0.968, \text{SEE}=0.0121 \\
 \text{Limits: } &2 \leq \frac{L}{\ell} \leq 7, 0.05 \leq \frac{a}{\ell} \leq 0.3, \frac{L}{\ell} \geq \frac{W}{\ell}
 \end{aligned} \tag{6-10}$$

本研究將公式 6-10 應用在版式軌道的結構中，分析時僅要將軌道版的正規化有限版長 L/ℓ 、正規化有限版寬 W/ℓ ，再求得扣件接觸

版的面積轉換成的載重半徑 $a=(扣件面積)/\pi^{0.5}$ 計算正規化載重 a/l 即可得到軌道版的有限尺寸調整因子。

此外，若分析道碴式軌道系統時，可將道碴與路床部分視為柔性鋪面的結構，因此分析時採用多層彈性理論為無限長假設，因此有限尺寸調整因子 $R_{LW}=1.0$ 。

6-4-2-2 鋼軌位置調整因子

圖 6-16 版上載重分佈位置中平行於軌道（版長）方向可分為一對對以鋼軌中心位置間距 t 分開的載重群組。當探討版中央位置第一組的載重，可將其視為如同圖 6-17 剛性鋪面受雙輪單軸（Dual Tires）作用的情況，因此可利用【李英豪, 1996】所提供的單軸雙輪載重修正因子來求得鋼軌位置的影響。

雙輪單軸（Dual Tires）載重由兩個輪子組成，其輪胎中央至中央的距離（輪間距）為 t ，載重區域半徑為 a ，圖 6-17 雙輪單軸當其輪間距 $t=0$ 時，其應力發生的情況應等於兩個輪子重合的情況，當輪間距 t 逐漸增加，兩個輪載重對於彼此應力的影響亦將逐漸減少，當輪間距 t 達到一定程度時兩個輪載重不再相互影響，應力的反應將會趨於單一輪載重的情況。利用此關係即能求得雙輪載重組合產生的最大應力與單一輪載重產生的最大應力的應力折減關係修正因子 R_t 。修正因子 R_t 之定義為 $R_t = \sigma_t / \sigma_{t=0}$ ，其中 σ_t 為雙輪輪間距= t 時版中產生的最大應力值， $\sigma_{t=0}$ 為雙輪輪間距= 0 時版中產生的最大應力值。

本研究整合【李英豪, 1996】研究所中建立雙輪單軸載重修正因子 R_t ，模式建立時採用長寬相等之版版長或版寬與相對勁度半徑之比（ L/l 與 W/l ）為 12，達到無限版長的情況以消除版長度與寬度的效應。因此系統中的主要控制參數為正規化輪軸間距 t/l 與正規化載重 a/l 。經由有限元素程式分析後可得到 t/l 、 a/l 與輪軸調整因子 R_t

關係的資料庫，再以投影追逐迴歸分析的統計方式則可建立輪軸調整因子的 R_t 預估模式如公式 6 - 11 【Lee, 1997】所示。

$$\begin{aligned}
 R_t &= \frac{\sigma_t}{\sigma_{t=0}} \\
 R_t &= 0.5811 + 0.14042\Phi_1 + 0.03507\Phi_2 \\
 \Phi_1 &= \begin{cases} -0.413 + 0.171(A1) + 0.029(A1)^2 + 0.003(A1)^3 & \text{if } (A1) \leq -2 \\ 2.041 + 4.691(A1) + 2.971(A1)^2 + 0.657(A1)^3 & \text{if } (A1) > -2 \end{cases} \\
 \Phi_2 &= \begin{cases} -2.637 - 36.693(A2) - 166.057(A2)^2 - 172.818(A2)^3 & \text{if } (A2) \leq -0.2 \\ 2.596 + 15.860(A2) - 34.892(A2)^2 - 179.776(A2)^3 & \text{if } (A2) > -0.2 \end{cases} \\
 A1 &= -0.42114x_1 + 0.89947x_2 + 0.10787x_3 - 0.04424x_4 \\
 A2 &= -0.03365x_1 - 0.97142x_2 + 0.23496x_3 + 0.00027x_4 \\
 X &= [x_1, x_2, x_3, x_4] = \left[\frac{t}{\ell}, \frac{a}{\ell}, \frac{t \times a}{\ell^2}, \frac{t}{a} \right] \\
 \text{Statistics: } &N = 98, R^2 = 0.991, \text{ SEE} = 0.0117 \\
 \text{Limits: } &0.05 \leq \frac{a}{\ell} \leq 0.4, \quad 0 \leq \frac{t}{\ell} \leq 4
 \end{aligned} \tag{6 - 11}$$

應用公式 6 - 11 可使用在版式軌道的結構中軌距的調整，分析時僅要將軌道版的正規化鋼軌間距 t/ℓ 與正規化載重 a/ℓ 輸入公式 6 - 11 即可得到軌距載重位置調整因子。

6-4-2-3 載重位置調整因子

圖 6 - 16 沿著鋼軌方向分佈著不同扣件作用在版上的載重由於每個載重的大小都不相同，因此無法以【李英豪, 1996】研究所中建立的輪軸修正因子進行調整。而觀察此種荷重分佈的情況，可應用每一個扣件荷重對於版中央臨界位置所貢獻的結構反應值，以線性累加的方式將所有的荷重對於版的影響加以求得。【李英豪, 1996】研究以這種觀念建立邊緣與角隅情況的外車道加寬載調整因子，本研究將以此觀念建立中央荷重情況的載調整因子。

圖 6 - 18 中作用在版上的載重將會因為偏離版中央位置 D_0 而使應力折減，當荷重作用在版中央位置 $D_0=0$ 時，版中央位置得到的應力為 $\sigma_{D_0=0}$ ，而載重作用在偏離中央位置 D_0 距離時，版中央位置的應力為 σ_{D_0} 。當偏離的距離 D_0 逐漸增加時，該位置的載重對於中央位置的應力影響將越來越小，而 D_0 增加到一定程度時該位置的載重對於中央位置的應力影響將可忽略。此一應力的折減可以 $\sigma_{D_0}/\sigma_{D_0=0}$ 來表示，本研究定義為載重位置偏離的調整因子 R_{D_0} 。

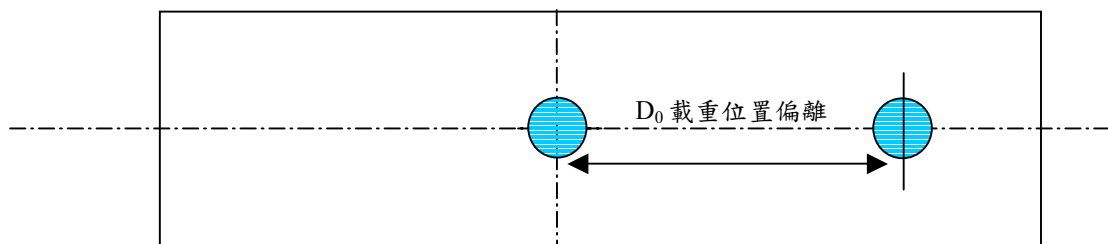


圖 6 - 18 載重位置偏離中央示意圖

本節以因次分析方法，研究載重位置偏離中央對版應力的影響，考慮下列參數來建立新公式：

$$a/l \quad : \quad 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$$

$$D_0/l \quad : \quad 0.00, 0.35, 0.71, 1.06, 1.42, 1.77, 2.13, 2.48, 2.84, 3.19, \\ 3.54, 3.90, 4.25, 4.61, 4.96, 5.32$$

分析模式建立時採用長寬相等之版版長或版寬與相對勁度半徑之比 (L/l 與 W/l) 為 13，達到無限版長的情況以消除版長度與寬度的效應。 a/l ， D_0/l 與 R_{D_0} 的關係可以三度空間關係圖 6 - 19 表示。利用投影追逐迴歸分析，得到下列 R_{D_0} 預估方程式組 (式 6 - 12)。投影曲線關係圖如圖 6 - 20。

$$R_{D_0} = \frac{\sigma_{D_0}}{\sigma_{D_0=0}}$$

$$R_{D_0} = 0.20281 + 0.27817\Phi_1 + 0.01147\Phi_2$$

$$\Phi_1 = 2.2307 + 3.9926(A1) + 2.2017(A1)^2 + 0.5347(A1)^3 + 0.0468(A1)^4$$

$$\Phi_2 = 8.8856 - 76.252(A2) + 196.14(A2)^2 - 195.82(A2)^3 + 66.748(A2)^4$$

$$A1 = -0.74978x1 + 0.66168x2 - 0.00417x3$$

$$A2 = 0.11226x1 + 0.99368x2 + 0.00237x3$$

$$X = [x1, x2, x3] = \left[\frac{a}{l}, \frac{D_0}{l}, \frac{D_0}{a} \right]$$

Statistics: N = 78 , R² = 0.988, SEE = 0.03

Limits: $0.05 \leq \frac{a}{l} \leq 0.4$, $0 \leq \frac{D_0}{l} \leq 5.3$

(6 - 12)

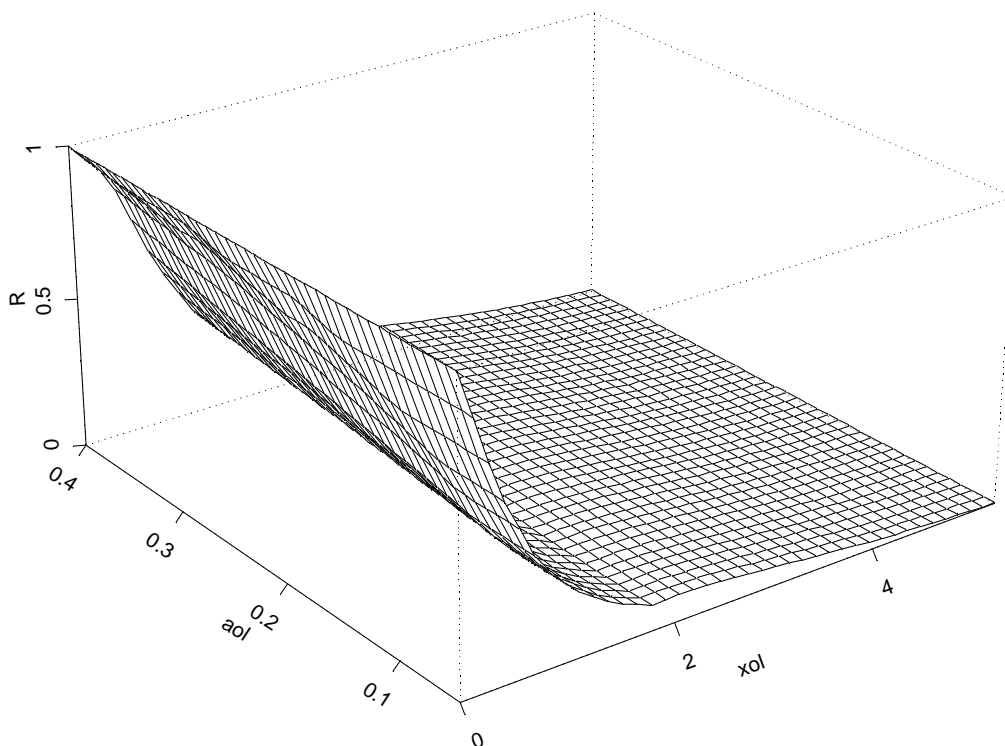


圖 6 - 19 a/l , D₀/l 與 R_{D₀} 之關係 (應力反應)

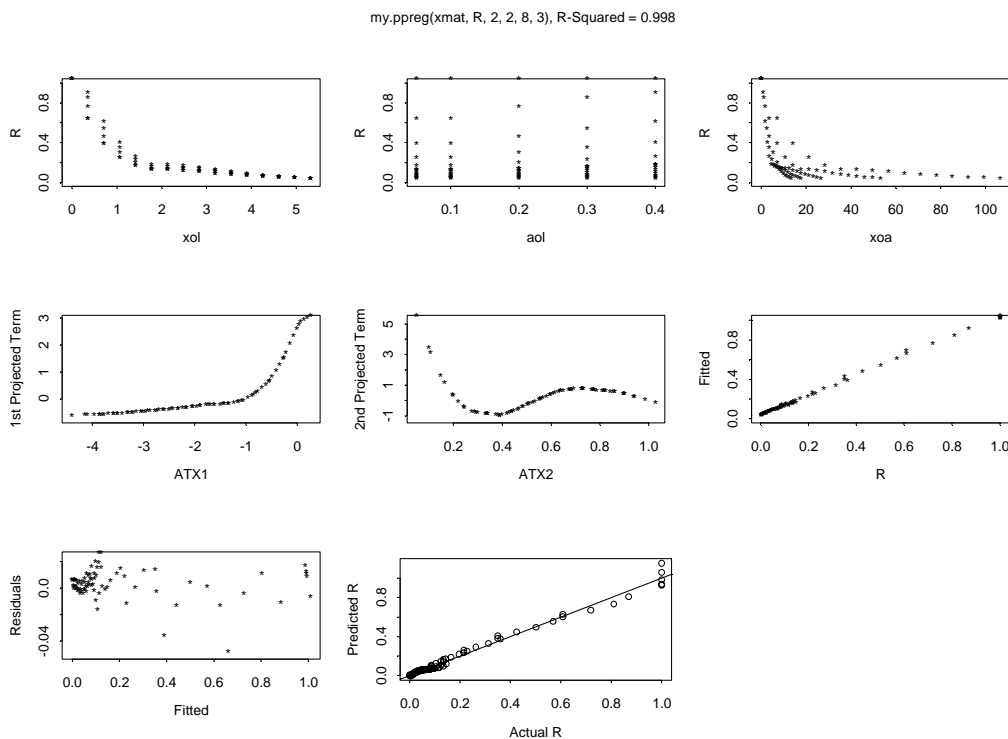


圖 6 - 20R_{D0} 預估模式之投影模式圖 (應力反應)

6-4-3 應力分析程序

綜合上述研究步驟所得到的結果可建立軌道版的應力分析程序，其分析流程如圖 6 - 21 所示，詳細步驟由以下說明。

1. 以軌道結構之輸入參數計算主要控制參數 $\frac{l_{rk}}{l_r}, \frac{l_k}{l_r}, \frac{s}{l_r}, \frac{x}{l_r}$ 。
2. 應用載重 P 與公式 6 - 3 調整因子 R_{F0} 計算最大扣件反力 F₀。
3. 以公式 6 - 5，公式 6 - 6 之調整因子，配合公式 6 - 7 計算載重 P 在每一個扣件上所造成的反力 F_i。
4. 應用公式 6 - 8 Westergaard 中央載重應力理論解計算每一個扣件的反應力所 F_i 作用的中央應力 σ_{wi} 。
5. 以公式 6 - 12 計算每一個扣件位置的應力折減 R_{D0}。
6. 以公式 6 - 9 累加所有扣件對中央位置的應力影響。
7. 將步驟 6 累加後的總應力以公式 6 - 10 有限尺調整因子 R_{LW}

進行調整應力。

- 最後再以公式 6 - 11 單輪載重對應雙輪載重的輪軸調整因子 R_t ，將步驟 7 所得之應力進行鋼軌位置影響調整，即可完成軌道版上的應力預估程序。

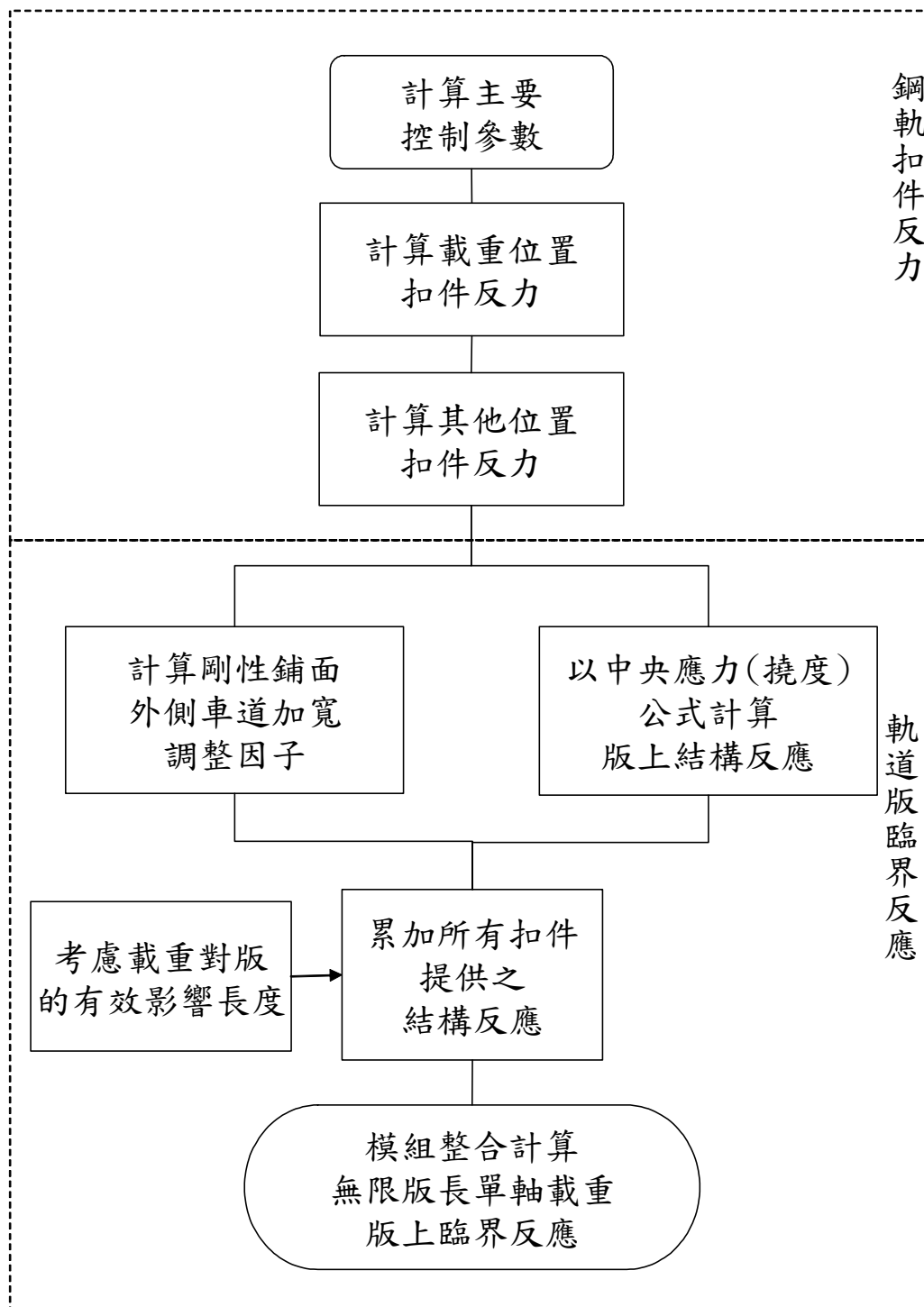


圖 6 - 21 版上臨界結構反應求解程序

經由這樣的程序，對於視為剛性鋪面同性質的軌道版而言，可利用因次分析原理將軌道版的分析問題以精簡的步驟完成。

6-5 雙層墊版對應力的影響

版式軌道建造時應用橡膠材料置放於軌道版下，其功用主要在減少因列車通過所造成的震動也可增加軌道版的彈性。另一方面會在路床與軌道版間建造一層低強度混凝土層或瀝青材料，目的在增加對路床的保護或增加結構的強度。此種做法與剛性鋪面在建造時由於結構上的考慮會在鋪面版與路床之間設計強度介於路床與鋪面版間的基底層，此層材料對於頂層鋪面具有應力折減的效果相同。本節將針對雙層版之應力分析考慮鋪面版與基底層完全黏結與未黏結情況時對頂層鋪面版應力的折減進行探討。

6-5-1 雙層版應力調整因子

6-5-1-1 未黏結雙層版系統

雙層未黏結系統之應力分析方式可應用樑的等值斷面概念來計算。在樑系統中，假設單位寬度之彎距 M_T 作用在樑斷面上，其版底應力 σ 與彎距 M_T 可由公式 6 - 13 表示。Tabatabai【1977】與 Salsilli【1991】將此觀念應用在未黏結之雙層系統上，在此系統中頂層的版底應力與底層版底應力的關係為公式 6 - 14，以此關係可推導出公式 6 - 15，表示作用在版上單位寬度之彎距與應力的關係，其中 h_{eff} 視為未黏結雙層版系統的等值厚度，其彈性模數與頂層同為 E_1 ，圖 6 - 22 表示單層版系統、未黏結雙層版系統與等值轉換斷面 h_{eff} 的關係，應用此等值的轉換厚度 h_{eff} 則估算未黏結系統的應力。

$$M_T = \frac{\sigma}{6} h_1^2 \quad (6 - 13)$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{E_1 h_1}{E_2 h_2} \quad (6-14)$$

$$M_T = \frac{\sigma_{b1}}{6} \left[h_1^2 + h_2^2 \frac{E_2 h_2}{E_1 h_1} \right] = \frac{\sigma_{b1}}{6} h_{eff}^2 \quad (6-15)$$

$$h_{eff} = \sqrt{h_1^2 + h_2^2 \frac{E_2 h_2}{E_1 h_1}}$$

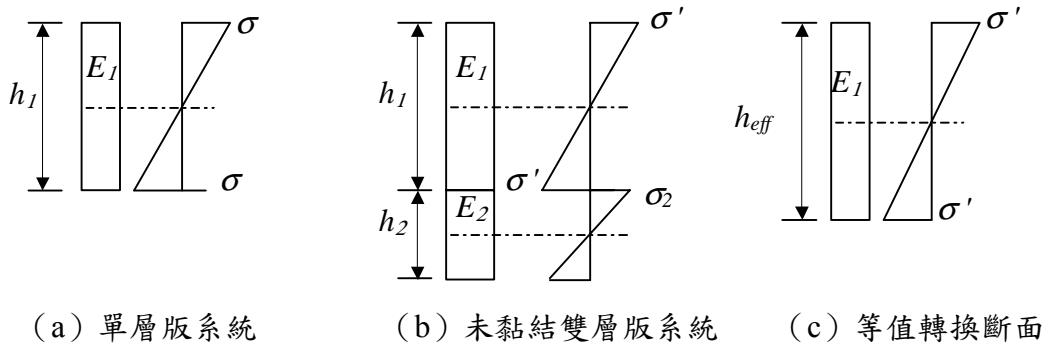


圖 6-22 未黏結雙層版系統與等值轉換斷面

Lee【1997】以此觀念，應用因次分析方法與投影追逐迴歸分析，建立公式 6-16 之無因次應力預估模式，藉此預估公式可求得任意未黏結雙層版之混凝土版之邊緣應力。

$$\sigma_{unbond} = (\sigma_w) * R \left(\frac{a}{\ell}, \left(\frac{h_{eff}}{h_1} \right)^2 \right) \quad (6-16)$$

$$R = 0.72692 + 0.14272\Phi_1 + 0.00933\Phi_2$$

$$\Phi_1 = \begin{cases} 3.31765 + 2.4036(A1) & \text{if } A1 \leq -1.4 \\ 5.72684 + 4.10244(A1) & \text{if } A1 > -1.4 \end{cases}$$

$$\Phi_2 = \begin{cases} 14.535 - 20.351(A2) + 5.986(A2)^2 & \text{if } A2 \leq 1.2 \\ 1.619 - 8.367(A2) + 4.877(A2)^2 & \text{if } A2 > 1.2 \end{cases}$$

$$A1 = 0.11914x1 - 0.99288x2$$

$$A2 = 0.65518x1 + 0.75547x2$$

$$X = [x1, x2] = \left[\frac{a}{\ell}, \left(\frac{h_{eff}}{h_1} \right)^2 \right]$$

Statistics : N = 55 , R2 = 0.998 , SEE = 0.0066

Limits : $0.05 \leq \frac{a}{\ell} \leq 0.4$, $1 \leq \left(\frac{h_{eff}}{h_1} \right)^2 \leq 2$

本研究由剛性鋪面應力分析程式—ILLICON 之計算方法中，推導出另一種轉換方式，其原理乃定義單位寬度的等值之慣性矩（Equivalent Moment of Inertia）進行斷面轉換，其轉換結果如公式 6-18 所示。運用公式 6-17 之轉換斷面，以公式 6-18 之應力調整方式，則可得到應力調整因子 R_{unbond} ，其中 σ_{eff} 表示以等值轉換斷面 h_{eff} 所計算的應力， σ_1 表示原有單層版計算之應力。

$$I_{eff} = I_1 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)I_2 = \frac{h_1^3}{12} + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)\frac{h_2^3}{12} = \frac{h_{eff}^3}{12}$$

$$h_{eff} = \sqrt[3]{h_1^3 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)h_2^3} \quad (6-17)$$

$$\sigma_{unbond} = \sigma_w \times \frac{\sigma_{eff}}{\sigma_1} \times \frac{h_1}{h_{eff}} = \sigma_w \times R_{unbond} \quad (6-18)$$

6-5-1-2 黏結雙層版系統

黏結版的應力調整方法在相關研究討論甚多，然而無論是哪一種計算方式，其基本的原理皆源自於材料力學中合成樑的理論作為推導基礎【Timoshenko, 1972】。因此，未黏結版之等值轉換斷面觀念，亦可應用在黏結版的系統上。然而，在各種計算方式所得到的結論皆有所不同。假設雙層樑之結構如圖 6-23 所示， h_1 為頂層厚度、 E_1 為頂層彈性模數、 h_2 為底層厚度、 E_2 為底層彈性模數。因此，合成樑新的中性軸距底部之長度為 x ，其值可由公式 6-19 計算而得。而圖中之 α 與 β 表示新的中性軸與原有中應軸的距離（ $\alpha = x - h_2/2$ ， $\beta = h_2 + h_1/2 - x$ ）。

$$x = \frac{E_1 h_1^2 + 2E_1 h_1 h_2 + E_2 h_2^2}{2(E_1 h_1 + E_2 h_2)} \quad (6-19)$$

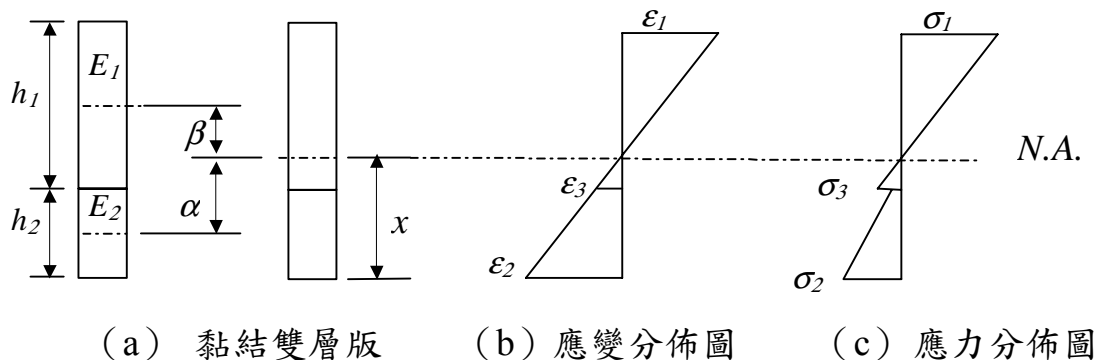


圖 6 - 23 黏結雙層版系統示意圖

Lee 在其一系列的研究中，以未黏結雙層版轉換斷面之觀念，將黏結雙層版經由圖 6 - 24 之斷面轉換方式來估算版之應力。根據圖 6 - 24 (a) 所示，該研究將黏結雙層版轉換成未黏結版系統，兩個轉換厚度分別為頂層之 h_{1f} 與等層之 h_{2f} ，其中 $h_{1f} = \sqrt[3]{h_1^3 + 12h_1\beta^2}$ ， $h_{2f} = \sqrt[3]{h_2^3 + 12h_2\alpha^2}$ 。以此代入公式 6 - 20 求得轉換斷面的厚度，並應用未黏結雙層版的應力計算方式獲得混凝土版之應力調整因子，如公式 6 - 21 【Lee, 1997】。

$$h_{eff} = \sqrt[3]{h_{1f}^3 + \left(\frac{E_2}{E_1}\right)h_{2f}^3} \tag{6 - 20}$$

$$\sigma_{bond} = (\sigma_w) * R \left(\frac{a}{\ell}, \left(\frac{h_{eff}}{h_{1f}} \right)^2 \right) \tag{6 - 21}$$

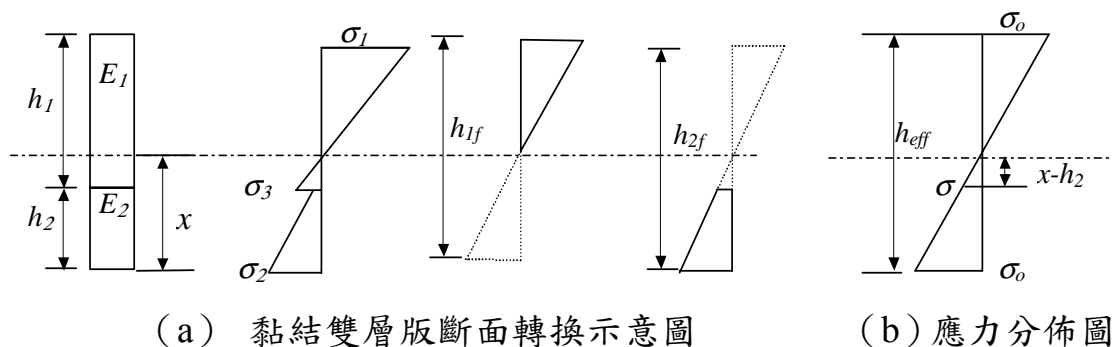


圖 6 - 24 黏結雙層版轉換斷面與應力分佈

本研究亦由文獻【Kuo, 1994】彙整另一種轉換公式，其理念是以黏結版的上層頂部應力與底部應力之比值當作未黏結版與黏結版比值之大小，由圖 6 - 23 可判斷出其計算方式如公式 6 - 22 【Kuo, 1994】所示。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\frac{h_1}{2} + \beta}{\frac{h_1}{2} - \beta} \Rightarrow \sigma_1 = \frac{\frac{h_1}{2} + \beta}{\frac{h_1}{2} - \beta} \sigma_3 \quad (6-22)$$

$$\sigma_{unbond} = \frac{\frac{h_1}{2} + \beta}{\frac{h_1}{2} - \beta} \sigma_{bond}$$

本研究亦由剛性鋪面應力分析程式—ILLICON 之中，根據圖 6 - 24 (b) 推導出另一種應力調整方式，其調整因子如公式 6 - 23 所示，式中 σ_{eff} 為以公式 6 - 15 所計算之 h_{eff} 所得之邊緣應力， σ_1 表示原有單層版計算之應力。

$$\sigma_{bond} = \sigma_w \times \frac{2(x-h_2)}{h_{eff}} \times \frac{\sigma_{eff}}{\sigma_1} = \sigma_w \times R_{bond} \quad (6-23)$$

6-5-2 應力分析與驗證

本研究綜合上一節之各種應力分析方式後，以不同之 h_1 、 E_1 、 h_2 、 E_2 與荷重半徑 a ，建立 a/l 由 0.05~0.4、 $(h_{eff}/h_1)^2$ 由 1.0~2.0 等 55 筆輸入資料的 ILLISLAB 程式輸入檔，藉由有限元素分析來驗證與比較各種不同之雙層版應力調整因子之異同，分析結果將在下文說明。

6-5-2-1 未粘結雙層版

本研究在未粘結雙層版系統中，主要在比較 Lee 以 PPR 所發展之無因次應力調整因子（公式 6 - 16）與 ILLICON 應用力學原理推導之應力調整值（公式 6 - 18）和有限元素分析之差異。圖 6 - 25 為 ILLISLAB 程式分析結果和以應力調整因子所計算的應力比較圖，由

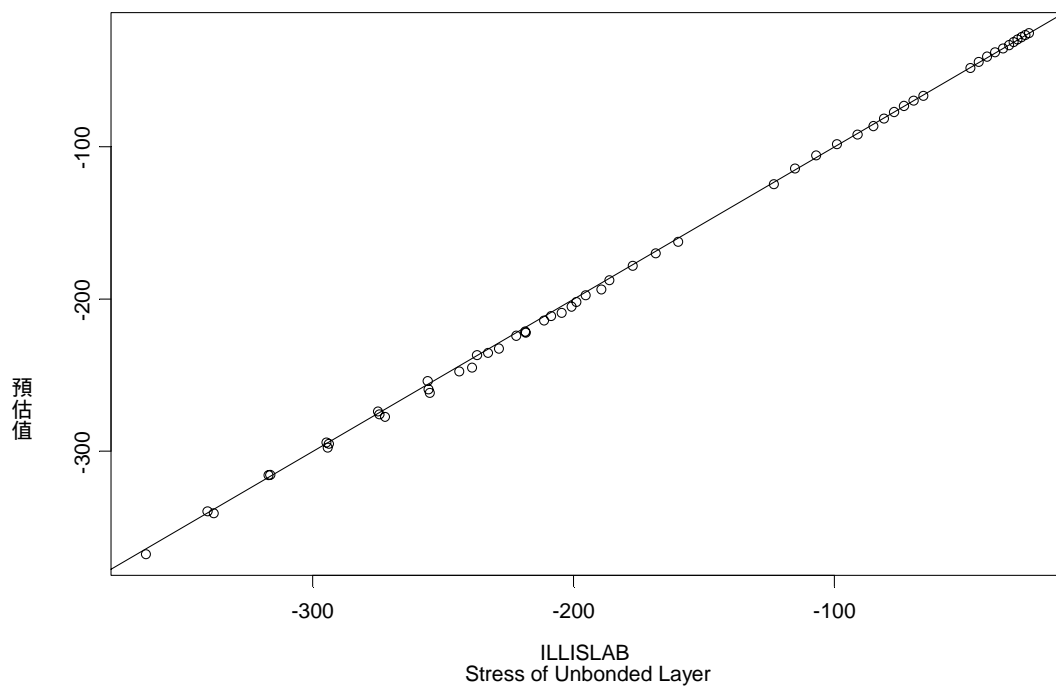
結果顯示兩者的預估值皆相當吻合。

6-5-2-2 粘結雙層版

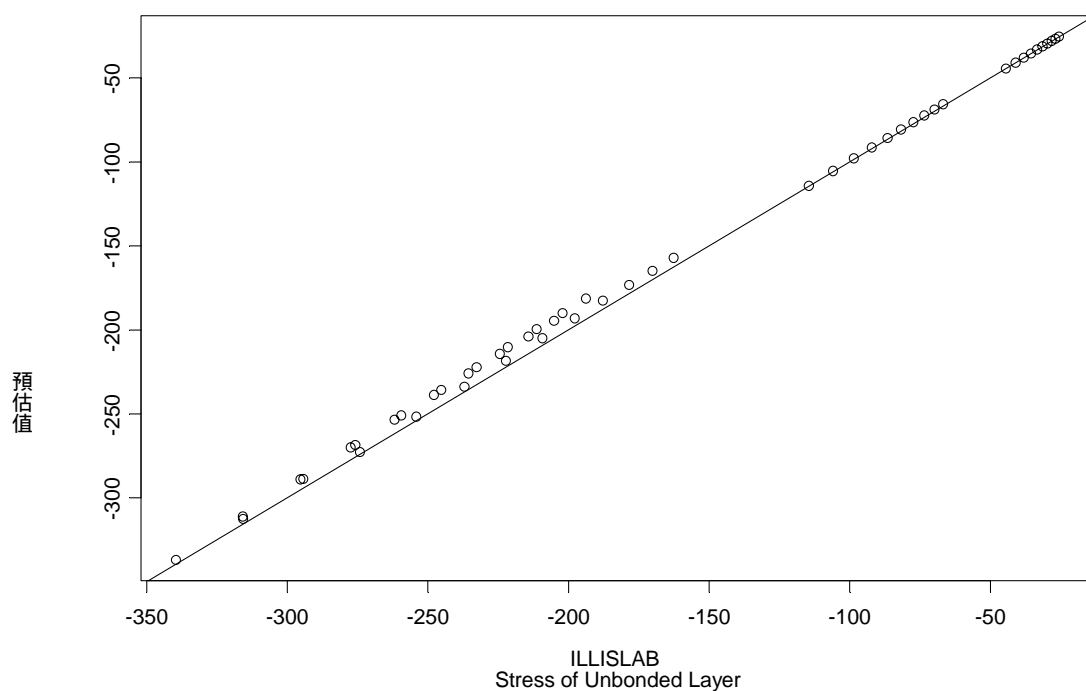
本研究以相同之條件，另外建立 55 筆粘結雙層版之 ILLISLAB 程式輸入檔，並加以分析之。由於在經由轉換斷面的調整後， h_{1f} 與 h_{2f} 的值將放大甚多倍，因此公式 6 - 21 之應力調整因子之輸入值 $(h_{eff}/h_{1f})^2$ 將可能超出預估範圍甚多，因此應力的預估效果有限，其與 ILLISLAB 之分析結果比較如圖 6 - 26 (a) 所示。本研究建議此應力預估模式應再以 $2(x-h_2)/h_{eff}$ 因子修正之，如此分析結果將如圖 6 - 26 (b) 所示，有顯著之改善。

本研究以 ILLISLAB 分析結果與公式 6 - 22 所應用的應力調整方式進行比較，其結果如圖 6 - 27 (a) 所示，由此結果也發現此一方式並不適用於黏結雙層系統的應力預估。然而，本研究以公式 6 - 23 進行分析與驗證時，由圖 6 - 27 (b) 可觀察到有限元素之分析方法與 ILLICON 所提供的的分析方式有相當良好的契合。

由以上各種轉換斷面的方式所建立分析方式中，ILLICON 以簡單之力學理論觀念所推導的應力預估方式可得到最佳的結果。而由本研究進行分析的個案中亦可發現，黏結雙層系統的應用將可大幅度的降低混凝土版的應力值。而基於轉換斷面的觀念，此模式亦可應用在撓度反應的預估。

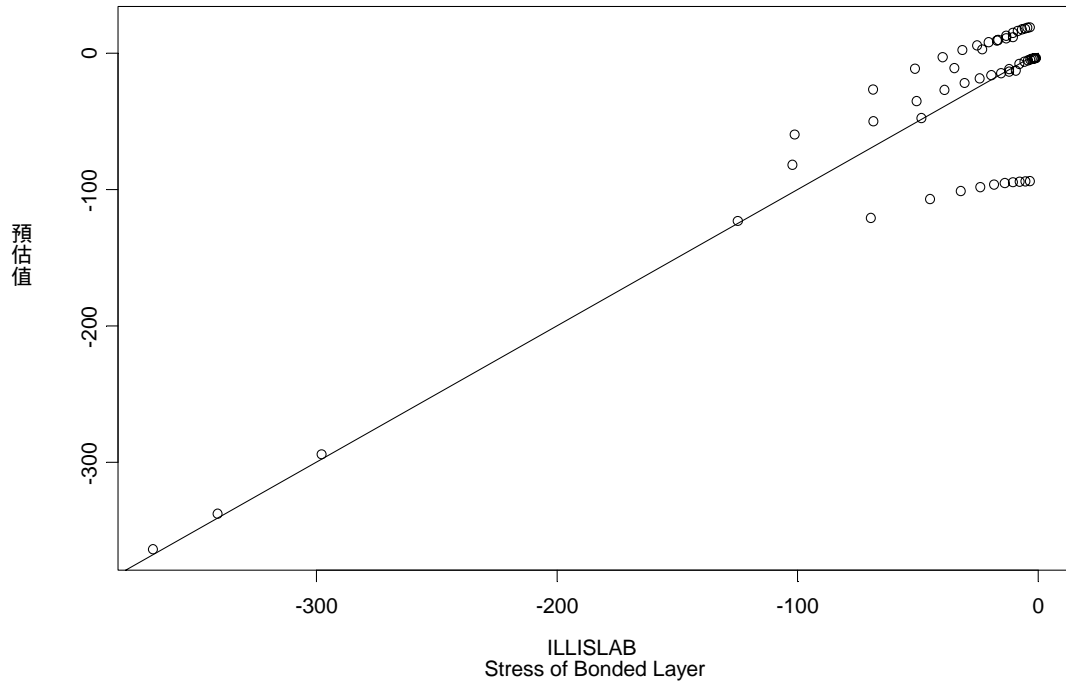


(a) 公式 6 - 16 之分析方式

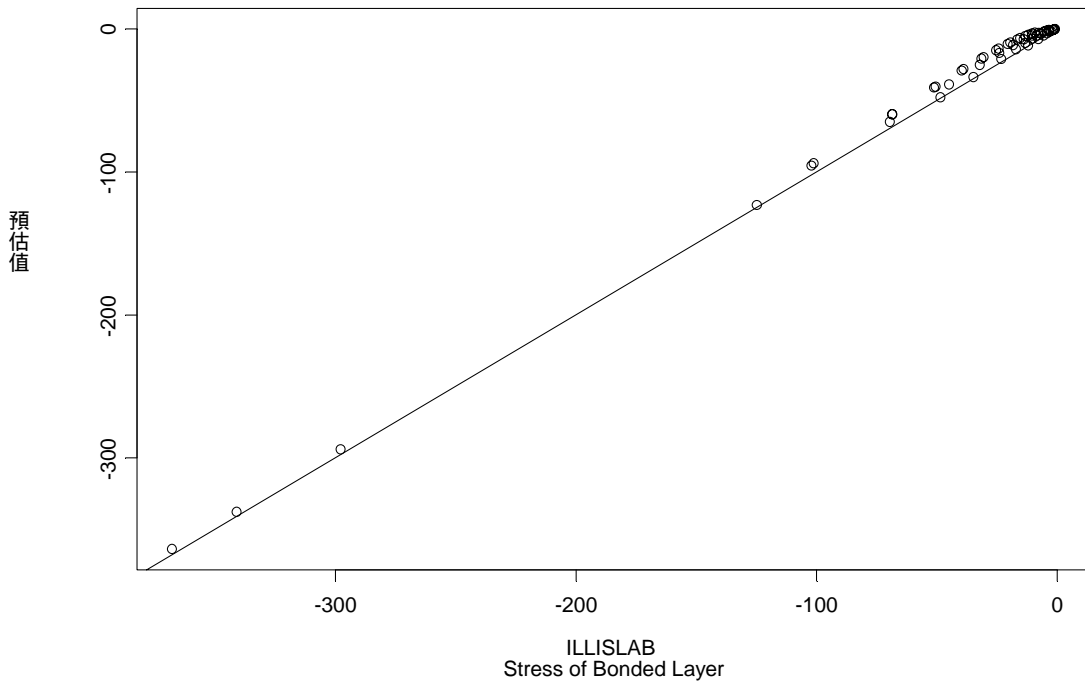


(b) 公式 6 - 18 之分析方式

圖 6 - 25 未黏結雙層版應力調整因子之計算應力與有限元素之比較

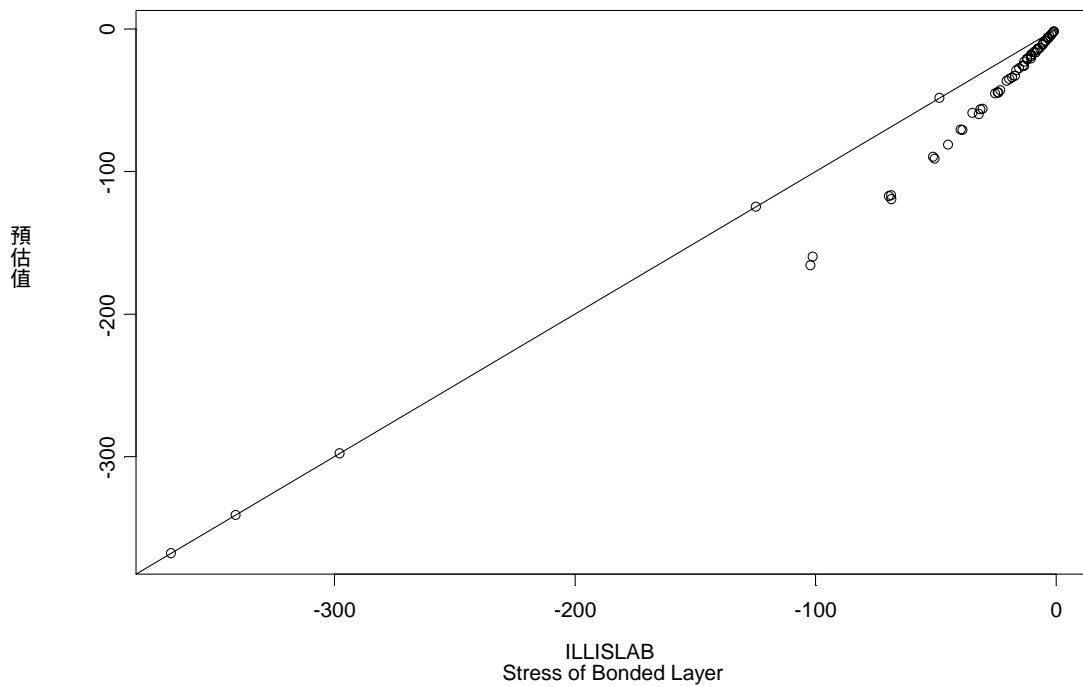


(a) 以 PPR 建立之應力預估模式分析

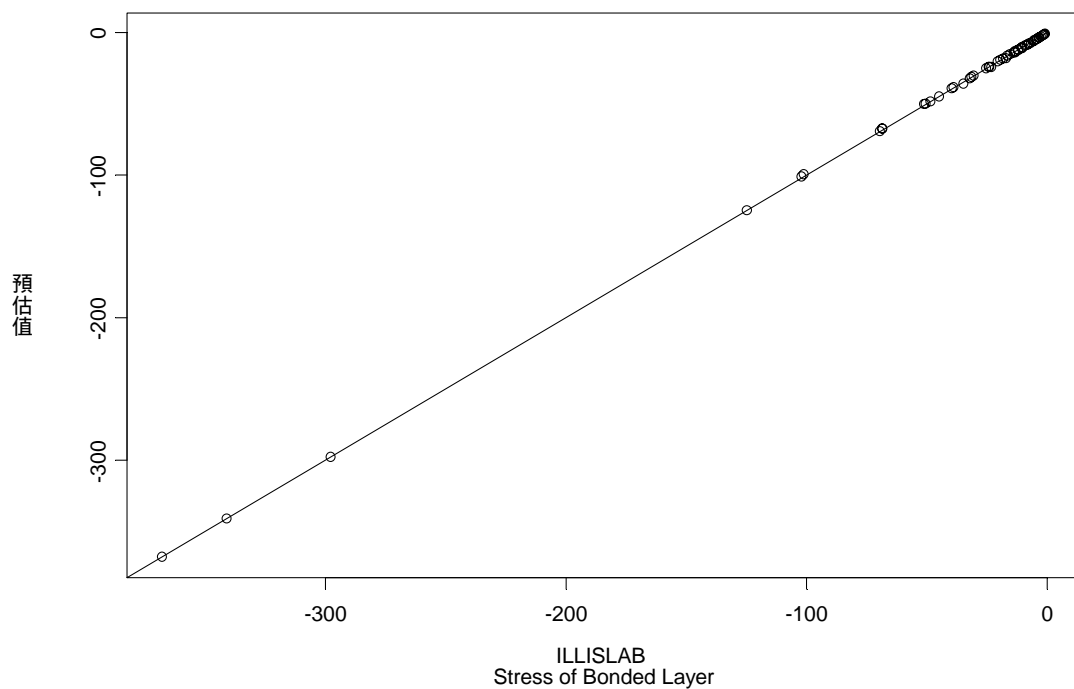


(b) 經調整之應力預估模式

圖 6-26 黏結雙層版應力調整因子計算應力與有限元素之比較 (1)



(a) 公式 6-22 之分析方式



(b) ILLICON 之分析方式

圖 6-27 黏結雙層版應力調整因子計算應力與有限元素之比較 (2)

6-5-2-3 未黏結基底層案例分析

本研究蒐集【WES, 1974】之文獻後彙整各個路段的鋪面資料，最後可歸納成 36 筆資料點。在研究過程中，由文獻【WES, 1974】，【Parker, 1979】可得到此 36 筆試驗資料所在位置與各個鋪面的斷面組成、各層厚度、材料性質與黏結狀態，其詳細資訊如表 6-7 所示。

本研究彙整表 6-7 資料中顯示，有 16 筆鋪面資料應用基底層作為設計用，因此可應用雙層版系統的應力折減效應來估算此雙層版之應力。本研究以之資料進行分析與驗證，但由於資料之詳盡程度有限，無法確切蒐集到每個雙層版鋪面之結構的黏結狀況，因此分析時假設所有的試驗路段皆為未黏結的雙層版鋪面。表 6-7 中的 k^* 為 Gucbilmez 【Gucbilmez, 1995】在相關研究中，以基底層與路床所合成的等值路床反力模數，本研究首先以此 k 值進行應力的計算。接著再以研究中所彙整的實際原始路床所提供之路床反力模數，即表 6-7 中的 k 進行單一面層之應力計算，再將後者之應力比上前者之應力可得到表 6-7 中的應力比 R_k ， k 代表使用現地試驗路段之原始路床反力模數，因路床反力模數比合成路床反力模數低，使得所計算之鋪面應力增加，其應力增加之比值約為 1.00 ~ 1.248。再者，本研究以未黏結雙層版的應力折減公式將 36 比試驗資料再次分析，即以原始路床所提供之路床反力模數計算鋪面之應力後，再以公式 6-16 之應力調整因子將所計算之應力進行折減。表 6-7 中的 R_{unbond} 即為折減後的應力與單一版之應力分析之比值，其範圍在 0.987 ~ 1.0 之間，由此結果可觀察到未黏結基底層的應力折減效果並不顯著。

表 6-7 未黏結層對剛性鋪面之影響

試驗資料	P (kN)	a (cm)	h ₁ (cm)	E ₁ (GPa)	h ₂ (cm)	E ₂ (GPa)	k* (MN/m ³)	k (MN/m ³)	R _k	R _{unbond}
A1.60	164.7	36.20	14.5	26.2	0.0	0.000	40.5	40.5	1.000	1.000
B2.66L	89.0	28.19	14.0	26.2	0.0	0.000	20.3	20.3	1.000	1.000
B1.66L	164.7	36.20	14.0	26.2	0.0	0.000	20.3	20.3	1.000	1.000
C2.66S	89.0	28.19	14.0	26.2	15.2	0.041	18.9	18.9	1.000	0.998
C1.66S	164.7	36.20	14.0	26.2	15.2	0.041	18.9	18.9	1.000	0.998
D1.66	164.7	36.20	14.0	26.2	15.2	0.069	20.3	16.2	1.069	0.997
E2.66M	89.0	28.19	14.6	26.2	15.2	0.124	28.1	19.2	1.100	0.996
E1.66M	164.7	36.20	14.6	26.2	15.2	0.124	28.1	19.2	1.128	0.996
F1.80	164.7	36.20	19.7	26.2	0.0	0.000	14.1	14.0	1.000	1.000
K2.100	267.0*	46.46	24.0	26.2	0.0	0.000	24.3	24.3	1.000	1.000
N1.86	164.7	36.20	20.3	26.2	15.2	0.069	20.3	16.2	1.045	0.999
N2.86	267.0	46.46	20.3	26.2	15.2	0.069	20.3	16.2	1.053	0.999
O1.106	164.7	36.20	24.0	26.2	15.2	0.069	20.3	16.2	1.040	0.999
O2.106	267.0	46.46	24.0	26.2	15.2	0.069	20.3	16.2	1.045	0.999
P1.812	164.7	36.20	19.3	26.2	30.5	0.103	25.7	11.6	1.179	0.987
P2.812	267.0	46.46	19.3	26.2	30.5	0.103	25.7	11.6	1.210	0.988
Q1.102	164.7	36.20	24.0	26.2	30.5	0.103	29.5	13.5	1.153	0.993
Q2.102	267.0	46.46	24.0	26.2	30.5	0.103	29.5	13.5	1.176	0.994
U1.60	164.7	36.20	14.8	26.2	0.0	0.000	55.9	55.9	1.000	1.000
E-6	667.5	54.74	51.5	27.6	0.0	0.000	26.2	26.2	1.000	1.000
M-1	667.5	47.09	30.5	28.4	0.0	0.000	14.9	14.9	1.000	1.000
M-2	667.5	47.09	38.1	28.4	0.0	0.000	14.9	14.9	1.000	1.000
-	267.0	36.93	15.2	27.6	0.0	0.000	16.8	16.7	1.000	1.000
59	445.0	27.71	40.6	29.6	0.0	0.000	12.7	12.7	1.000	1.000
60	445.0	27.71	30.5	29.6	0.0	0.000	90.5	90.5	1.000	1.000
61	445.0	27.71	35.6	29.6	0.0	0.000	81.1	81.0	1.000	1.000
62	445.0	27.71	40.6	29.6	0.0	0.000	97.3	97.2	1.000	1.000
72	1446.3	49.96	71.1	28.9	0.0	0.000	18.9	18.9	1.000	1.000
73	1446.3	49.96	61.0	28.9	0.0	0.000	18.9	18.9	1.000	1.000
1-C5	1602.0	83.79	25.4	41.3	0.0	0.000	16.2	13.5	1.042	1.000
2-DT	738.7	41.22	30.5	41.3	0.0	0.000	18.9	18.9	1.000	1.000
3-DT	738.7	41.22	35.6	41.3	0.0	0.000	20.0	20.0	1.000	1.000
2-C5	1602.0	83.79	27.9	41.3	0.0	0.000	27.0	27.0	1.000	1.000
4-DT	738.7	41.22	25.4	41.3	15.2	1.723	63.5	22.2	1.248	0.992
3-200	890.0	46.84	38.1	41.3	15.2	1.378	27.6	22.2	1.055	0.998
4-200	890.0	46.84	38.1	41.3	15.2	1.378	33.8	22.2	1.111	0.998

6-6 溫度翹曲之影響

由於鋪面版受正溫差時始會引起版底端拉應力的增加，因此在建立載重與溫差複合作用情況的中央應力分析資料庫時只考慮載重加上正的線性溫差。在建立載重與溫差複合作用情況的中央應力分析採用以下的方程式：

$$\begin{aligned}
 R_T &= 0.68081 + 0.42542\Phi_1 + 0.04037\Phi_2 + 0.01861\Phi_3 \\
 \Phi_1 &= \begin{cases} -2.480 + 0.412(A1) - 0.011(A1)^2 & \text{if } A1 \leq 15 \\ -0.149 + 0.079(A1) & \text{if } A1 \geq 15 \end{cases} \\
 \Phi_2 &= \begin{cases} -0.149 + 0.079(A2) & \text{if } A2 \leq -3.5 \\ 1.536 + 1.285(A2) + 0.194(A2)^2 & \text{if } A2 \geq -3.5 \end{cases} \\
 \Phi_3 &= \begin{cases} -1.164 - 0.030(A3) & \text{if } A3 \leq -8 \\ 4.385 + 1.305(A3) + 0.079(A3)^2 & \text{if } A3 \geq -8 \end{cases} \quad (6-24) \\
 A1 &= 0.96370x1 - 0.02263x2 + 0.00552x3 - 0.00332x4 \\
 &\quad - 0.23136x5 + 0.03767x6 - 0.00243x7 + 0.00531x8 \\
 &\quad + 0.12549x9 - 0.00234x10 \\
 A2 &= -0.82137x1 - 0.16949x2 - 0.00230x3 - 0.00818x4 \\
 &\quad + 0.26187x5 - 0.47149x6 + 0.00207x7 + 0.00419x8 \\
 &\quad - 0.07517x9 + 0.00137x10
 \end{aligned}$$

6-7 軌道振動之影響

軌道產生震動的主要原因有：1.軌道表面不平整與週期性的撓度變化。2.鋼軌間的接頭。3.車輪踏面不夠圓順。4.車輪與軌道表面接觸面的不平整。5.鋼軌在出輪作用下的變形。

6-7-1 振動方程式

鋼軌的震動屬於振幅量小而震動頻率高的特性，在理想的狀態下可將列車作用在軌道上的荷重以週期性的外力表示 $F=F_0\sin\omega t$ 或 $F=F_0\cos\omega t$ ，此外力對系統產生的反應也將以週期性的位移表示。在單自由度的情況，其動力方程式可以下式表示：

$$m \cdot \ddot{v}(t) + c \cdot \dot{v}(t) + k \cdot v(t) = P_0 \cos \omega t$$

$$\ddot{v}(t) + 2\xi\omega_n \dot{v}(t) + \omega_n^2 v(t) = \frac{P_0}{m} \cos \omega t \quad (6-25)$$

式中 m 為質量中心， k 勁度值， C 為阻尼， ξ 為阻尼比=阻尼/臨界阻尼 $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ 為結構的自然頻率。

其通解為：

$$v(t) = Vc + Vp$$

$$v(t) = \left[e^{-\xi\omega t} (A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t) \right] + \frac{P_0}{k} \frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \left[(1-\beta^2) \sin \omega t - 2\xi\beta \cos \omega t \right] \quad (6-26)$$

式中 $\beta = \frac{\omega}{\omega_n}$ 為外力頻率與結構自然頻率的比值。以上通解的 $e^{-\xi\omega t} (A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t)$ 部分為瞬時反應，由於阻尼消能之緣故，反應將很快的消失如下圖所示：

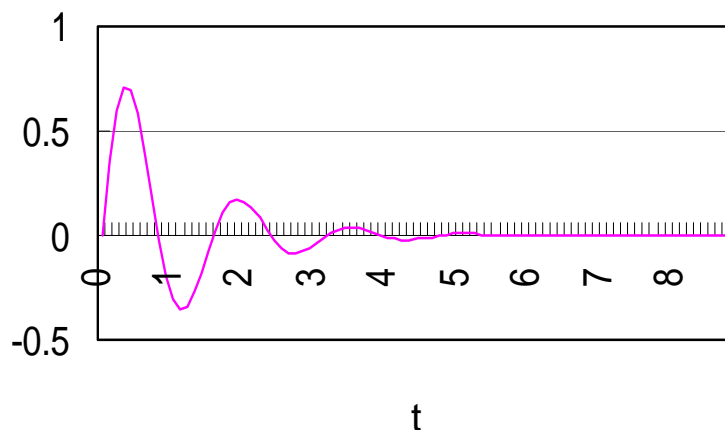


圖 6-28 瞬時載重之振動

通解中另一部分稱為穩態反應，其中之 P_0/k 為靜力產生的振幅。

在穩態反應中產生的最大振幅 = $\frac{P_0/k}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}}$ ，最大振幅與靜力產生的

振幅之比值稱為動力放大因子 (Dynamic Magnification)

Factor)D，下圖為動力放大因子 D 與 β 之關係，圖例表示不同阻尼比其值由 0.1~4.0。

$$D = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}} \quad (6-27)$$

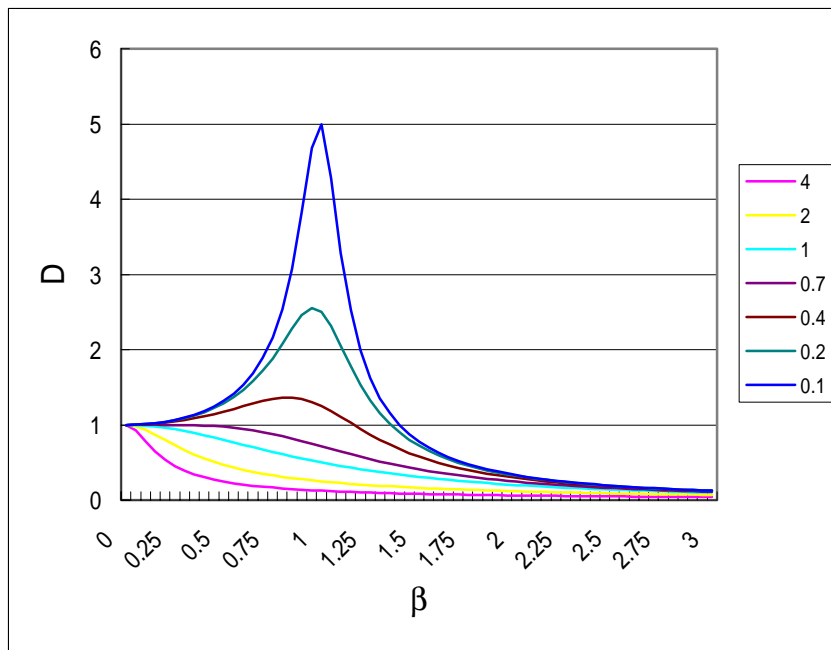


圖 6-29 放大因子與結構自然頻率之關係

由上式顯示，在無阻尼狀態下軌道結構的自然頻率與外力頻率相同時所產生的放大因子達到無限大，稱為共振反應。然而實際的結構皆為有阻尼的狀態，因此產生最大的震動情形將依阻尼比而有所不同，當 $\beta = \sqrt{1-2\xi^2}$ 時放大因子 D 將有最大的反應。此種現象將加劇軌道的變形，若震動造成的位移放大現象與載重作用、溫差作用等現象複合時，軌道產生變形將大於原來靜力狀態下的數倍。

6-7-2 動力分析之反應

然而，實際的軌道震動遠比上述單自由度的型式複雜得多，此類問題通常仰賴數值方法求得解答。本研究採用有限元素法程式與動力

學原理，針對軌道版的材料性質與受震反應進行分析。以此求得軌道版各項元素的震動頻率 (Natural Frequency) 與阻尼比 (Damping Ratio)，進而分析軌道版在動力作用下的力學反應。

本研究應用 ABAQUS 程式將軌道結構作用一個瞬時載重，以阻尼比為 0.05 做為分析之代表，以時間間隔為 0.005 秒，分析第 0.0 秒到 2.0 秒的位移反應。圖 6-30 為在軌道結構承受瞬時載重時，載重作用位置之隨時間改變之正規化反應 (Normal Force)。其中，正規化反應為進行動力分析時，軌道扣件上每個瞬時的作用反力與靜力分析時扣件上的作用反力之比值。

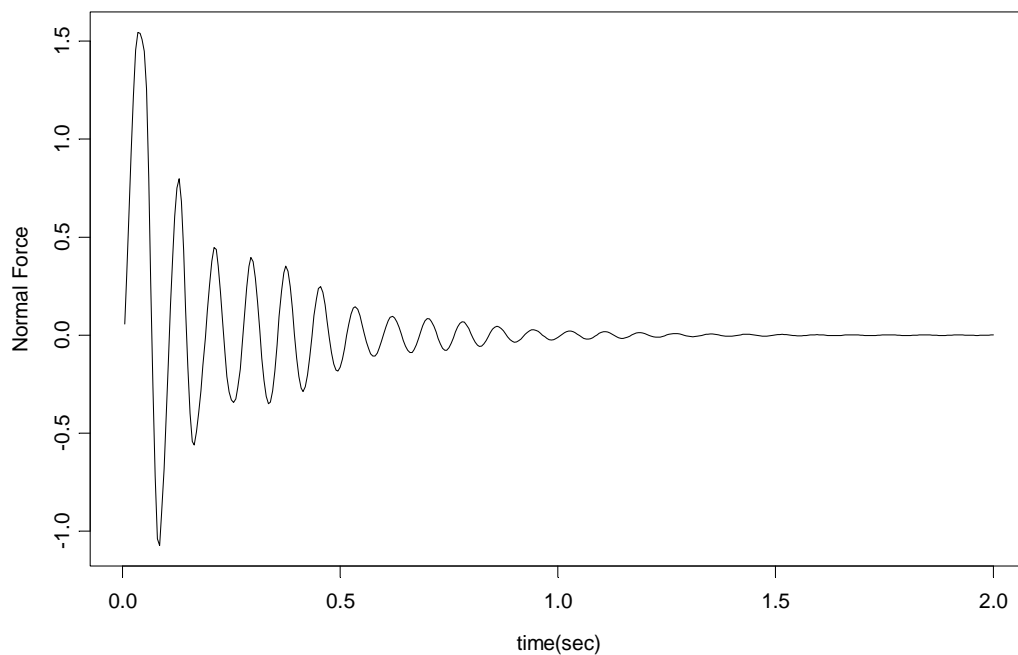


圖 6-30 軌道結構正規化動力反應

接著，本研究以不同的軌道結構與材料組成建立 80 組分析模型，其中包含不同的結構自然頻率。研究中將每個結構模型最大正規化反應與結構之基本振態 (Fundamental Mode) 之自然頻率的關係以圖 6-31 表示。由圖可觀察到，最大正規化反應將隨結構之基本振態之自然頻率的增加而改變，且最後將趨近於 1.6，以此可判斷考慮動態反應時，結構上的力學行為將比靜態反應多出約 60% 的物理量

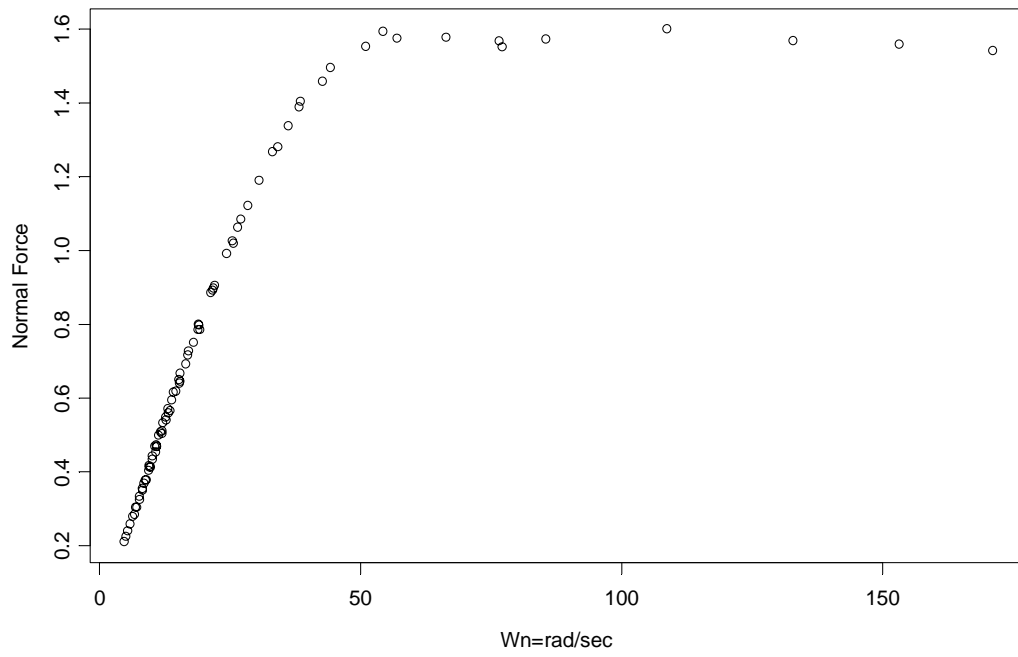


圖 6 - 31 最大正規化反應與基本振態之自然頻率的關係

第 7 章 軌道結構之破壞型式

軌道結構由鋼軌、軌枕、扣件及道碴所組成，由於列車軸重的加大、速度的提高和通過次數的增加，相對易使軌道加速破壞。而造成軌道不整的原因包含軌道組成材料的劣化或破壞，除影響乘車舒適度外，更可能危及行車安全，為確保行車安全及維持乘車的舒適度，須針對軌道損壞路段進行養護維修或更新作業。

依據美國聯邦鐵路局（Federal Railroad Administration）調查於 1995 年至 2000 年間正線上列車出軌原因前 20 名及所佔百分比如表所示，有關軌道不整型式所佔百分比為 39.4%，而其他 45.5% 為軌道構件失效，由此可知，軌道不整僅為造成出軌之部份原因。若再將出軌原因依軌道構件予以細分，其中與鋼軌及扣件有關的原因佔 37%，與軌枕有關者佔 11.1%，與路基道碴有關者則佔 30.7%，若能掌握上述三項相關損壞型態，即可對軌道狀況做一適當評估，確保行車安全。

一般而言，軌道結構之破壞型式及其造成之影響，大致可分為表七種【張偉能等，2000】。依材料與結構可分成鋼軌及扣件，軌枕，與道碴路基三大類。

7-1 鋼軌與扣件破壞型式

鋼軌與扣件破壞型式包含鋼軌因製程不良或重覆的輪重而產生表面裂損、剝離、裂縫等，魚尾鈹斷裂、鬆動，螺栓鬆脫、道釘遺失或安裝位置錯誤，軌道墊板破裂，軌道繫桿損壞及錨定設備錯位等。

依據構件類別包含鋼軌和接頭扣件的損壞型態包含鋼軌（R1）、接頭（R2）、固定設備（R3）、軌道墊鈹（R4）、軌距桿（R5）及防爬器（R6）等六種構件之損壞。各內容如下表所示：

第 7 章 軌道結構之破壞型式

指標	損壞程度	損壞型態	
R1	L(輕微)	Bent Rail	鋼軌彎曲
		Bent Rail (Surface Bent)	鋼軌彎曲(表面彎曲)
		Chip/Dent In Head	頭部碎片/壓痕
		Chip/Dent In Head > 0.6 cm	頭部碎片/壓痕>0.6 公分
		Corrugation	波浪磨耗
		Engine Burn	空轉壓痕
		Engine Burn > 0.6 cm	空轉壓痕>0.6 公分
		Flaking	片狀裂損
		Head Checks (Surface Cracks)	頭部裂縫(表面裂紋)
		Mill Defects	磨軋缺陷
		Overflow	道碴覆蓋軌枕
		Overflow <= 0.4 cm	道碴覆蓋軌枕<=0.4 公分
		Overflow > 0.4 cm & <= 0.6 cm	道碴覆蓋軌枕>0.4 公分，<=0.6 公分
		Overflow > 0.6 cm & <= 0.8 cm	道碴覆蓋軌枕>0.6 公分，<=0.8 公分
		Overflow > 0.8 cm & <= 1.0 cm	道碴覆蓋軌枕>0.8 公分，<=1.0 公分
		Overflow > 1.0 cm	道碴覆蓋軌枕>1.0 公分
		Rail Damage > 0.4 cm & <= 0.6 cm	鋼軌損傷>0.4 公分，<=0.6 公分
R1	L(輕微)	Rail Damage > 0.6 cm & <= 1.0 cm	鋼軌損傷>0.6 公分，<=1.0 公分
		Rail Damage > 1.0 cm	鋼軌損傷>1.0 公分
		Rail Length (Improper)	鋼軌長度(不適當)
		Rail Length < 4 m	鋼軌長度<4 公尺
		Shelling	殼狀剝離
		Slivers	細片剝離
		Surface Spalls	表面碎片
		Wear (Side) <= 1.2 cm (> 41 kg rail)	磨耗(側邊)<=1.2 公分(鋼軌重量>41 公斤)
		Wear (Side) <= 1.0 cm (any rail wt)	磨耗(側邊)<=1.0 公分(任何重量鋼軌)
		Wear (Side) Small	磨耗(側邊)小範圍
		Wear (Vert) <= 1.2 cm (> 54 kg rail)	磨耗(垂直) <=1.2 公分(鋼軌重量>54 公斤)

指標	損壞程度	損壞型態	
		Wear (Vert) ≤ 1.0 cm (any rail wt)	磨耗(垂直) ≤ 1.0 公分(任何重量鋼軌)
		Wear (Vert) Small	磨耗(垂直)小範圍
	M(中度)	Bolt Hole Crack ≤ 1.2 cm	螺栓孔裂縫 ≤ 1.2 公分
		Broken Base > 7.6 cm & ≤ 15.2 cm	底部破裂 > 7.6 公分， ≤ 15.2 公分
		Broken Base > 3.8 cm & ≤ 7.6 cm	底部破裂 > 3.8 公分， ≤ 7.6 公分
		Broken Base ≤ 3.8 cm	底部破裂 ≤ 3.8 公分
R1	M(中度)	Corroded Base	底部腐蝕
		Corroded Base > 0.6 cm	底部腐蝕 > 0.6 公分
		Crushed Head	頭部壓碎
		End Batter	末端磨損
		End Batter ≤ 0.6 cm	末端磨損 ≤ 0.6 公分
		End Batter $\Rightarrow 1.0$ cm & < 1.2 cm	末端磨損 $\Rightarrow 1.0$ 公分， < 1.2 公分
		End Batter > 0.6 cm & < 1.0 cm	末端磨損 > 0.6 公分， < 1.0 公分
		End Batter > 1.2 cm	末端磨損 > 1.2 公分
		Fissure (Trans Or Comp) $\leq 20\%$	裂痕(橫向或複合) $\leq 20\%$ 面積
		Fracture (Detail) $\leq 20\%$	裂縫(細部) $\leq 20\%$ 面積
		Fracture (Engine Burn) $\leq 20\%$	裂縫(空轉壓痕) $\leq 40\%$ 面積
		Fracture Repaired With Joint Bar	魚尾鉸裂縫修補
		Head/Web Separation ≤ 1.2 cm	頭腹部分離 ≤ 1.2 公分
		Piped Rail ≤ 1.2 cm	管狀鋼軌 ≤ 1.2 公分
		Running Surface Damage > 0.6 cm	踏面磨損 > 0.6 公分
		Split Head (Horizontal) ≤ 2.5 cm	頭部裂縫(水平) ≤ 2.5 公分
		Split Head (Horizontal) > 2.5 cm & ≤ 5.0 cm	頭部裂縫(水平) > 2.5 公分， ≤ 5.0 公分
R1	M(中度)	Split Head (Vertical) ≤ 2.5 cm	頭部裂縫(垂直) ≤ 2.5 公分
		Split Head (Vertical) > 2.5 cm & ≤ 5.0 cm	頭部裂縫(垂直) > 2.5 公分， ≤ 5.0 公分

第 7 章 軌道結構之破壞型式

指標	損壞程度	損壞型態	
		Split Web ≤ 1.2 cm	腹部裂縫 ≤ 1.2 公分
		Torch Cut End	末端灼傷
		Wear (Side)	磨耗(側邊)
		Wear (Side) > 1.2 cm & ≤ 1.6 cm (> 54 kg rail)	磨耗(側邊) > 1.2 公分， ≤ 1.6 公分(鋼軌重量 > 54 公斤)
		Wear (Side) > 1.2 cm & ≤ 1.6 cm (> 41 kg & ≤ 54 kg rail)	磨耗(側邊) > 1.2 公分， ≤ 1.6 公分(鋼軌重量 > 41 公斤， ≤ 54 公斤)
		Wear (Side) > 1.2 cm (< 41 kg rail)	磨耗(側邊) > 1.2 公分(鋼軌 重量 < 41 公斤)
		Wear (Side) > 1.2 cm (41 kg rail)	磨耗(側邊) > 1.2 公分(鋼 軌重量 41 公斤)
		Wear (Side) > 1.9 cm (> 54 kg rail)	磨耗(側邊) > 1.9 公分(鋼 軌重量 > 54 公斤)
		Wear (Side) > 1.0 cm & ≤ 1.2 cm (41 kg rail)	磨耗(側邊) > 1.0 公分， ≤ 1.2 公分(鋼軌重量 41 公斤)
		Wear (Side) > 1.0 cm & ≤ 1.2 cm ($<$ 41 kg rail)	磨耗(側邊) > 1.0 公分， ≤ 1.2 公分(鋼軌重量 < 41 公斤)
		Wear (Side) > 1.6 cm & ≤ 1.9 cm (> 54 kg rail)	磨耗(側邊) > 1.6 公分， ≤ 1.9 公分(鋼軌重量 > 54 公斤)
		Wear (Side) > 1.6 cm (> 41 kg & \leq 54 kg rail)	磨耗(側邊) > 1.6 公分(鋼 軌重量 > 41 公斤， ≤ 54 公 斤)
		Wear (Side) Large	磨耗(側邊)大範圍
		Wear (Side) Medium	磨耗(側邊)中等範圍
R1	M(中度)	Wear (Side) Very Large	磨耗(側邊)範圍非常大
		Wear (Vert)	磨耗(垂直)
		Wear (Vert) > 1.2 cm (> 54 kg rail)	磨耗(垂直) > 1.2 公分(鋼 軌重量 ≥ 54 公斤)
		Wear (Vert) > 1.2 cm (≥ 41 kg & ≤ 54 kg rail)	磨耗(垂直) > 1.2 公分(鋼 軌重量 ≥ 41 公斤， ≤ 54 公斤)

指標	損壞程度	損壞型態	
		Wear (Vert) > 1.0 cm & ≤ 1.2 cm (≥ 41 kg & ≤ 54 kg rail)	磨耗(垂直) >1.0 公分， ≤1.2 公分(鋼軌重量 ≥41 公斤，≤54 公斤)
		Wear (Vert) > 1.0 cm (< 41 kg rail)	磨耗(垂直) >1.0 公分(鋼 軌重量 <41 公斤)
		Wear (Vert) Large	磨耗(垂直)大範圍
		Wear (Vert) Medium	磨耗(垂直)中等範圍
	H(嚴重)	Bolt Hole Crack > 1.2 cm & ≤ 1.9 cm	螺栓孔裂縫 >1.2 公分， ≤1.9 公分
		Bolt Hole Crack > 1.9 cm & ≤ 3.8 cm	螺栓孔裂縫 >1.9 公分， ≤3.8 公分
		Broken Base > 15.2 cm & ≤ 30.4 cm	底部破裂 >15.2 公分， ≤30.4 公分
		Fissure (Trans Or Comp) > 20% & ≤ 50%	裂痕(橫向或複 合) >20%，≤50%面積
		Fissure (Transverse) ≤ 40%	裂痕(橫向) ≤40%面積
		Fracture (Detail) ≤ 40%	裂縫(細部) ≤40%面積
		Fracture (Engine Burn) ≤ 40%	裂縫(空轉壓痕) ≤40%面 積
	Head/Web Separation > 1.2 cm & ≤ 3.8 cm	頭腹部分離 >1.2 公分， ≤3.8 公分	
	R1	H(嚴重)	Head/Web Separation > 3.8 cm & ≤ 7.6 cm
Piped Rail > 1.2 cm & ≤ 3.8 cm			管狀鋼軌 >1.2 公分，≤3.8 公分
Piped Rail > 3.8 cm & ≤ 7.6 cm			管狀鋼軌 >3.8 公分，≤7.6 公分
Split Head (Horizontal) > 5.0 cm & ≤ 10.2 cm			頭部裂縫(水平) >5.0 公 分，≤10.2 公分
Split Head (Vertical) > 5.0 cm & ≤ 10.2 cm			頭部裂縫(垂直) >5.0 公 分，≤10.2 公分
Split Web > 1.2 cm & ≤ 3.8 cm			腹部裂縫 >1.2 公分，≤3.8 公分
Split Web > 3.8 cm & ≤ 7.6 cm			腹部裂縫 >3.8 公分，≤7.6 公分
Torch Cut Hole			螺栓孔灼傷
Weld Defect < 10%			焊接缺陷 <10%面積

指標	損壞程度	損壞型態	
		Weld Defect > 20% & <= 40%	焊接缺陷>20%，<=40%面積
		Weld Defect > 40% & < 100%	焊接缺陷>40%，<100%面積
		Weld Defect >= 10% & <= 20%	焊接缺陷>=10%，<=20%面積
	VH(非常嚴重)	Bolt Hole Crack	螺栓孔裂縫
		Bolt Hole Crack > 3.8 cm	螺栓孔裂縫>3.8 公分
		Bolt Hole Crack With Head Breakout	螺栓孔裂縫造成鋼軌頭部斷裂
		Break (Complete) - Clean And Square	完全斷裂-斷面整齊規則
		Break (Complete) - Rough And Angled	完全斷裂-斷面粗糙有角度
	R1	VH(非常嚴重)	Break At A Tie W/Emergency Joint Bar
Break Between Ties W/Emer Joint Bar			緊急用魚尾鈑破損
Broken Base			底部破裂
Broken Base > 30.4 cm			底部破裂>30.4 公分
Fissure (Compound)			複合裂縫
Fissure (Trans Or Comp) > 50% & < 100%			裂痕(橫向或複合)>50%，<100%面積
Fissure (Transverse Or Compound) = 100%			裂痕(橫向或複合)=100%面積
Fissure (Transverse) > 40%			裂痕(橫向)>40%面積
Fracture (Detail) = 100%			裂縫(細部)=100%面積
Fracture (Detail) > 20% & < 100%			裂縫(細部)>20%，<100%面積
Fracture (Detail) > 40%			裂縫(細部)>40%面積
Fracture (Engine Burn) = 100%			裂縫(空轉壓痕)=100%面積
Fracture (Engine Burn) > 20% & < 100%			裂縫(空轉壓痕)>20%，<100%面積
Fracture (Engine Burn) > 40%			裂縫(空轉壓痕)>40%面積
Head/Web Separation	頭腹部分離		

指標	損壞程度	損壞型態	
		Head/Web Separation > 7.6 cm	頭腹部分離>7.6 公分
		Head/Web Separation With Head Breakout	頭腹部分離且頭部斷裂
R1	VH(非常嚴重)	Piped Rail	管狀鋼軌
		Piped Rail > 7.6 cm	管狀鋼軌>7.6 公分
		Piped Rail With Head Breakout	管狀鋼軌並頭部斷裂
		Split Head (Horizontal)	頭部裂縫(水平)
		Split Head (Horizontal) > 10.2 cm	頭部裂縫(水平)>10.2 公分
		Split Head (Horizontal) With Head Breakout	頭部裂縫(水平)且頭部斷裂
		Split Head (Vertical)	頭部裂縫(垂直)
		Split Head (Vertical) > 10.2 cm	頭部裂縫(垂直)>10.2 公分
		Split Head (Vertical) With Head Breakout	頭部裂縫(垂直)且頭部斷裂
		Split Web	腹部裂縫
		Split Web > 7.6 cm	腹部裂縫>7.6 公分
		Split Web With Head Breakout	腹部裂縫且頭部斷裂
		Weld Defect	焊接缺陷
		Weld Defect = 100%	焊接缺陷=100%面積

R2	L1(輕微)	Bars, Corroded, Single	單側魚尾鈹腐蝕
		Bars, Cracked (Not Center), Single	單側魚尾鈹裂縫(非中間處)
		Bars, Improper Size/Type, Single	單側魚尾鈹尺寸/型式不對
R2	L1(輕微)	Bars, Improperly Installed, Single	單側魚尾鈹錯位
		Bars, Torch Cut/Altered, Single	單側魚尾鈹灼傷/改變
		Bolts, Bent, 1 Bolt	螺栓彎曲 1 支螺栓
		Bolts, Improper Position or Pattern, 1 Bolt	螺栓錯位或型式不對, 1 支螺栓
		Bolts, Improper Size/Type, 1 Bolt	螺栓尺寸/型式不對 1 支螺栓
		Bolts, Loose, 1 Bolt	螺栓鬆開 1 支螺栓

		Bolts, Missing/Cracked/Or Broken, 1 Bolt	螺栓遺失/裂縫或斷裂 1 支螺栓
		Comp Bars, Cracked (Not Center), Single	單側異型魚尾鈹裂縫(非中間處)
		Compromise Bars, Corroded, Single	單側異型魚尾鈹腐蝕
		Insul Bars, Broken (Not Center), Single	絕緣桿斷裂(非中間處), 單側
		Insul Bars, Cracked (Not Center), Single	絕緣桿裂縫(非中間處), 單側
		Insulated Bars, Corroded, Single	絕緣桿腐蝕, 單側
		Insulated Bars, Imp Installed, Single	絕緣桿錯位, 單側
		Insulated Bars, Imp Size/Type, Single	絕緣桿尺寸/型式不對, 單側
		Insulation, Damaged/Missing	絕緣材損壞/遺失
		Insulation, Damaged/Missing End Post	絕緣材後端損壞/遺失
		Rail Bond, Broken	聯軌線斷裂
R2	L1(輕微)	Rail Bond, Damaged	聯軌線損壞
		Rail Bond, Missing	聯軌線遺失
		Rail Joint, Frozen	鋼軌接頭結凍
		Shim, Present in Rail Joint	鋼軌接頭中有填片
	L2(輕微)	Bars, Broken (Not Center), Both	魚尾鈹斷裂(非中間處), 單側
		Bars, Corroded, Both	兩側魚尾鈹腐蝕
		Bars, Cracked (Not Center), Both	兩側魚尾鈹裂縫(非中間處)
		Bars, Improper Size/Type, Both	兩側魚尾鈹尺寸/型式不對
		Bars, Improperly Installed, Both	兩側魚尾鈹安裝錯誤
		Bars, Torch Cut/Altered, Both	魚尾鈹灼傷/改變, 兩側
		Bolts, Bent, 2 Bolts	螺栓彎曲 2 支螺栓
		Bolts, Improper Position or Pattern, 2 Bolts	螺栓錯位或型式不對(2 支螺栓)
		Bolts, Improper Size/Type, 2 Bolts	螺栓尺寸/型式不對 2 支螺栓
		Bolts, Loose, 2 Bolts	螺栓鬆動 2 支螺栓
		Bolts, Missing/Cracked/Or Broken, 2 Bolts	螺栓遺失/裂縫/或斷裂 2 支螺栓

		Comp Bars, Broken (Not Center), Both	兩側異型魚尾鈹斷裂(非中間處)	
		Comp Bars, Cracked (Not Center), Both	兩側異型魚尾鈹裂縫(非中間處)	
R2	L2(輕微)	Compromise Bars, Corroded, Both	兩側異型魚尾鈹腐蝕	
		Insul Bars, Broken (Not Center), Both	絕緣桿斷裂(非中間處), 兩側	
		Insulated Bars, Corroded, Both	絕緣桿腐蝕, 兩側	
		Insulated Bars, Imp Installed, Both	絕緣桿錯位, 兩側	
		Insulated Bars, Imp Size/Type, Both	絕緣桿尺寸/型式不對, 兩側	
	L3(輕微)	Bolts, Bent, 3 Bolts	螺栓彎曲 3 支螺栓	
		Bolts, Improper Position or Pattern, 3 Bolts	螺栓錯位或型式不對(3 支螺栓)	
		Bolts, Improper Size/Type, 3 Bolts	螺栓尺寸/型式不對 3 支螺栓	
		Bolts, Loose, 3 Bolts	螺栓鬆動 3 支螺栓	
	L4(輕微)	Bolts, Bent, 4 Bolts	螺栓彎曲 4 支螺栓	
		Bolts, Bent, 5 Bolts	螺栓彎曲 5 支螺栓	
		Bolts, Improper Size/Type, 4 Bolts	螺栓尺寸/型式不對 4 支螺栓	
		Bolts, Improper Size/Type, 5 Bolts	螺栓尺寸/型式不對 5 支螺栓	
		Bolts, Improper Size/Type, 6 Bolts	螺栓尺寸/型式不對 6 支螺栓	
		Bolts, Loose, 4 Bolts	螺栓鬆動 4 支螺栓	
		Bolts, Loose, 5 Bolts	螺栓鬆動 5 支螺栓	
	M1(中度)	Bolts, Loose, All (4 Bolts)	所有的螺栓鬆開(4 支螺栓)	
	R2	M1(中度)	Bars, Broken (Not Center), Single	單邊魚尾鈹斷裂(非中間處)
			Bars, Cracked (Center), Single	單側魚尾鈹裂縫(中間處)
			Bars, Missing, Single	單側魚尾鈹遺失
Bolts, Only One Bolt Per Rail End			鋼軌末端只有 1 支螺栓	
Rail End Mis (Tread) > 0.3 cm & ≤ 0.4 cm			鋼軌末端未對正(踏面)>0.3 公分, ≤0.4 公分	
Rail End Mis (Gage) > 0.3 cm & ≤ 0.4 cm			鋼軌末端未對正(軌距)>0.3 公分, ≤0.4 公分	

		Bolts, Bent, 6 Bolts	螺栓彎曲 6 支螺栓
		Compromise Bars, Cracked (Center), Single	單側異型魚尾鈹裂縫(中間處)
		Compromise Bars, Missing, Single	單側異型魚尾鈹遺失
		Insulated Bars, Missing, Single	絕緣桿遺失, 單側
		Insulated Bars, Cracked (Center), Single	絕緣桿裂縫(中間處), 單側
		Insulated Bars, Broken (Center), Single	絕緣桿斷裂(中間處), 單側
		Bars, Broken (Center), Single	魚尾鈹斷裂(中間處), 單側
		Compromise Bars, Broken (Center), Single	異型魚尾鈹斷裂(中間處), 單側
		Comp Bars, Broken (Not Center), Single	異型魚尾鈹斷裂(非中間處), 單側
		Bolts, Loose, All (6 Bolts)	所有的螺栓鬆動(6 支螺栓)
		Bolts, Loose, All (5 Bolts)	所有的螺栓鬆動(5 支螺栓)
		R2	M1(中度)
Rail End Mis (Gage) > 0.4 cm & ≤ 0.6 cm	鋼軌末端未對正(軌距)>0.4 公分, ≤0.6 公分		
Rail Joint Gap > 2.5 cm & ≤ 3.2 cm	鋼軌接縫>2.5 公分, ≤3.2 公分		
Rail Joint Gap > 3.2 cm & ≤ 5.0 cm	鋼軌接縫>3.2 公分, ≤5.0 公分		
H(嚴重)	Bars, Cracked (Center), Both		兩側魚尾鈹裂縫(中間處)
	Compromise Bars, Cracked (Center), Both		兩側異型魚尾鈹裂縫(中間處)
	Insul Bars, Cracked (Not Center), Both		絕緣桿裂縫(非中間處), 兩側
	Insulated Bars, Cracked (Center), Both		絕緣桿裂縫(中間處), 兩側
VH(非常嚴重)	Bars, Broken (Center), Both		魚尾鈹斷裂(中間處), 兩側
	Bars, Missing, Both		兩側魚尾鈹遺失

		Bolts, Missing Or Broken, All on Rail End (2 Bolts)	所有鋼軌末端的螺栓遺失或斷裂(2 支螺栓)
		Bolts, Missing Or Broken, All on Rail End (3 Bolts)	鋼軌末端所有的螺栓遺失或斷裂(3 支螺栓)
		Compromise Bars, Broken (Center), Both	異型魚尾鈹斷裂(中間處)，兩側
		Compromise Bars, Missing, Both	兩側異型魚尾鈹遺失
		Insulated Bars, Broken (Center), Both	絕緣桿斷裂(中間處)，兩側
		Insulated Bars, Missing, Both	絕緣桿遺失，兩側
		Rail End Mismatch (Gage) > 0.6 cm	鋼軌末端未對正(軌距)>0.6 公分
R2	VH(非常嚴重)	Rail End Mismatch (Tread) > 0.6 cm	鋼軌末端未對正(踏面)>0.6 公分
		Rail Joint Gap (Excessive)	鋼軌接縫(過大)
		Rail Joint Gap > 5.0 cm	鋼軌接縫>5.0 公分

R3	L(輕微)	Hold Down Device, Improper Position	道釘固定設備錯位
		Hold Down Device, Improper Size/Type	道釘固定設備尺寸/型式不對
		Spike, Improper Position	道釘錯位
	M(中度)	Hold Down Device, Broken	道釘固定設備斷裂
		Hold Down Device, Corroded	道釘固定設備腐蝕
		Hold Down Device, Cracked/Bent	道釘固定設備裂縫/彎曲
		Hold Down Device, Loose	道釘固定設備鬆動
		Hold Down Device, Missing	道釘固定設備遺失
		Spike, Broken	道釘斷裂
		Spike, Corroded	道釘腐蝕
		Spike, Cracked/Bent	道釘裂縫/彎曲
Spike, Loose	道釘鬆動		
Spike, Missing	道釘遺失		
R4	N/A(無分級)	Tie Plate, Broken, DS	軌道墊板斷裂，兩側
R4	N/A(無分級)	Tie Plate, Broken, SS	軌道墊板斷裂，單側
		Tie Plate, Corroded, DS	軌道墊板腐蝕，兩側
		Tie Plate, Corroded, SS	軌道墊板腐蝕，單側
		Tie Plate, Cracked/Bent, DS	軌道墊板裂縫/彎曲，兩側

		Tie Plate, Cracked/Bent, SS	軌道墊板裂縫/彎曲，單側
		Tie Plate, Improper Position, DS	軌道墊板錯位，兩側
		Tie Plate, Improper Position, SS	軌道墊板錯位，單側
		Tie Plate, Improper Size/Type, DS	軌道墊板尺寸/型式不對，兩側
		Tie Plate, Improper Size/Type, SS	軌道墊板尺寸/型式不對，單側
		Tie Plate, Loose, DS	軌道墊板鬆動，兩側
		Tie Plate, Loose, SS	軌道墊板鬆動，單側
		Tie Plate, Missing, DS	軌道墊板遺失，兩側
		Tie Plate, Missing, SS	軌道墊板遺失，單側
		Tie Plates, Only < 8 of 10 Ties, DS	10 根軌枕中軌道墊板數量<8，兩側
		Tie Plates, Only < 8 of 10 Ties, SS	10 根軌枕中軌道墊板數量<8，單側
R5	N/A(無分級)	Gauge Rod, Broken	軌距桿斷裂
		Gauge Rod, Corroded	軌距桿腐蝕
R5	N/A(無分級)	Gauge Rod, Cracked/Bent	軌距桿裂縫/彎曲
		Gauge Rod, Improper Position	軌距桿錯位
		Gauge Rod, Improper Size/Type	軌距桿尺寸/型式不對
		Gauge Rod, Loose	軌距桿鬆動
R6	N/A(無分級)	Rail Anchor, Corroded	防爬器腐蝕
		Rail Anchor, Improper Position	防爬器錯位
		Rail Anchor, Loose	防爬器鬆動
		Rail Anchor, Missing	防爬器遺失

7-2 軌枕破壞型式

軌枕破壞型式包含裂縫、斷裂、遺失、或錯位。軌枕的損壞型態包含單一缺陷軌枕（T1）、數根分隔的軌枕缺陷（T2）、數根含接頭軌枕的分隔缺陷（T3）、數根相鄰的軌枕缺陷（T4）、接頭軌枕缺陷（T5）、軌枕遺失（T6）、接頭軌枕遺失（T7）及軌枕錯位（T8）等共八種。

指標	損壞程度	損壞型態	
T1	L(輕微)	Single Defective Tie	單一軌枕缺陷
	M(中度)	Single Defective Joint Tie	單一接頭軌枕缺陷
	H(嚴重)	All Joint Ties Defective (1 Tie)	接頭軌枕缺陷(一根軌枕)
T2	L(輕微)	Isolated Defective Tie Cluster (2 Ties)	分隔的軌枕缺陷 (二根軌枕)
	M(中度)	Isolated Defective Tie Cluster (3 Ties)	分隔的軌枕缺陷 (三根軌枕)
	H(嚴重)	Isolated Defective Tie Cluster (4 Ties)	分隔的軌枕缺陷 (四根軌枕)
	VH(非常嚴重)	Isolated Defective Tie Cluster (5 Ties)	分隔的軌枕缺陷 (五根軌枕)
T3	L(輕微)	Isolated Cluster with 1 Joint Tie (2 Ties)	分隔的軌枕缺陷含一根接頭軌枕 (二根軌枕)
	M(中度)	Isolated Cluster with 1 Joint Tie (3 Ties)	分隔的軌枕缺陷含一根接頭軌枕 (三根軌枕)
T3	H(嚴重)	Isolated Cluster with 1 Joint Tie (4 Ties)	分隔的軌枕缺陷含一根接頭軌枕 (四根軌枕)
	VH(非常嚴重)	Isolated Cluster with 1 Joint Tie (5 Ties)	分隔的軌枕缺陷含一根接頭軌枕 (五根軌枕)
T4	L(輕微)	Adjacent Defective Tie Cluster (2 Ties)	相鄰的軌枕缺陷(二根軌枕)
	M(中度)	Adjacent Defective Tie Cluster (3 Ties)	相鄰的軌枕缺陷(三根軌枕)
	H(嚴重)	Adjacent Defective Tie Cluster (4 Ties)	相鄰的軌枕缺陷(四根軌枕)
	VH(非常嚴重)	Adjacent Defective Tie Cluster (5 Ties)	相鄰的軌枕缺陷(五根軌枕)
T5	MM(中度)	Defective Joint Tie Cluster (2 Ties, 1 Jt. tie)	接頭軌枕缺陷(二根軌枕，一根接頭軌枕)
	MH(中度至嚴重)	All Ties Within 60 cm of Joint Defective	間距 60 公分接頭軌枕缺陷
		Defective Joint Tie Cluster (2 Ties, 2 Jt. ties)	接頭軌枕缺陷(二根軌枕，二根接頭軌枕)
		All Ties Within 46 cm Of Joint Defective	間距 46 公分接頭軌枕缺陷
	HM(嚴重至中度)	Defective Joint Tie Cluster (3 Ties, 1 Jt. tie in center)	接頭軌枕缺陷(三根軌枕，一根接頭軌枕居中)

指標	損壞程度	損壞型態	
		Defective Joint Tie Cluster (3 Ties, 1 Jt. tie)	接頭軌枕缺陷(三根軌枕，一根接頭軌枕)
	HH(嚴重)	Defective Joint Tie Cluster (3 Ties, 2 Jt. ties)	接頭軌枕缺陷(三根軌枕，二根接頭軌枕)
	VHM(非常嚴重至中度)	Defective Joint Tie Cluster (4 Ties, 1 Jt. tie)	接頭軌枕缺陷(四根軌枕，一根接頭軌枕)
T5	VHH(非常嚴重至嚴重)	Defective Joint Tie Cluster (4 Ties, 1 Jt. tie on end)	接頭軌枕缺陷(四根軌枕，一根接頭軌枕在末端)
		Defective Joint Tie Cluster (4 Ties, 2 Jt. ties on end)	接頭軌枕缺陷(四根軌枕，二根接頭軌枕在末端)
T5		Defective Joint Tie Cluster (4 Ties, 2 Jt. ties)	接頭軌枕缺陷(四根軌枕，二根接頭軌枕)
	EHM(極度嚴重至中度)	Defective Joint Tie Cluster (5 Ties, 1 Jt. tie in center)	接頭軌枕缺陷(五根軌枕，一根接頭軌枕居中)
	EHH(極度嚴重至嚴重)	Defective Joint Tie Cluster (5 Ties, 1 Jt. tie)	接頭軌枕缺陷(五根軌枕，一根接頭軌枕)
		Defective Joint Tie Cluster (5 Ties, 2 Jt. ties)	接頭軌枕缺陷(五根軌枕，二根接頭軌枕)
	EHVH(極度嚴重至非常嚴重)	Defective Joint Tie Cluster (5 Ties, 1 Jt. tie on end)	接頭軌枕缺陷(五根軌枕，一根接頭軌枕在末端)
		Defective Joint Tie Cluster (5 Ties, 2 Jt. ties on end)	接頭軌枕缺陷(五根軌枕，二根接頭軌枕在末端)
T6	L(輕微)	Single Missing Tie	單一軌枕遺失
	M(中度)	2 Consecutive Missing Tie Cluster	連續二根軌枕遺失
	H(嚴重)	3 Consecutive Missing Tie Cluster	連續三根軌枕遺失
T7	1	All Joint Ties Missing (1 Tie)	接頭軌枕遺失(一根軌枕)
	2	All Joint Ties Missing (2 Ties)	接頭軌枕遺失(二根軌枕)
T8	L(輕微)	C-To-C Distance Along Either Rail > 71 cm	軌枕中心到中心距離大於 71 公分
		Improperly Positioned Ties (Skewed, Etc.)	軌枕錯位(偏斜等)
		Wide Spaced Ties	軌枕間距過大
	M(中度)	C-To-C Dist Along Either Rail > 122 cm	軌枕中心到中心距離大於 122 公分
H(嚴重)	C-To-C Dist Along Rail At Joint > 122 cm	接頭軌枕中心到中心距離大於 122 公分	

7-3 道碴路基破壞型式

道碴路基破壞型式包含道碴髒污，植物生長，道碴或路基沉陷，道碴噴泥，方向及水平不整，道碴厚度、寬度不足，排水設施阻塞。

依據構件類別道碴及路基部份的損壞型態包含道碴髒污 (B1)、植物生長 (B2)、道碴/路基沉陷 (B3)、橋台引道軌枕懸空 (B4)、道碴與軌枕接觸面積減少 (B5)、軌枕噴泥 (B6)、幾何偏差 (B7)、軌枕間/路肩道碴不足 (B8)、道碴侵蝕 (B9)、軌道旁排水不良 (B10) 及軌道下方排水構造物排水不良 (B11) 等共十一種。

指標	損壞程度	損壞型態	
B1	N/A(無分級)	Dirty (Fouled) Ballast	道碴髒污
B2	L(輕微)	Veg Growing In Ballast/Roadway	道碴/路基上植物生長
	M(中度)	Veg Interferes With Track Inspection	植物生長妨礙軌道檢查
	H(嚴重)	Veg Interferes With Train Movements	植物生長妨礙列車行駛
	VH(非常嚴重)	Veg Prevents Train Movements	植物生長阻擋列車行駛
B3	≤ 0.5	Settlement of Ballast and/or Subgrade ≤ 1.2 cm	道碴和/或路基沉陷 ≤ 1.2 公分
	≤ 0.75	Settlement of Ballast and/or Subgrade ≤ 1.9 cm	道碴和/或路基沉陷 ≤ 1.9 公分
	≤ 1.0	Settlement of Ballast and/or Subgrade ≤ 2.5 cm	道碴和/或路基沉陷 ≤ 2.5 公分
	≤ 1.25	Settlement of Ballast and/or Subgrade ≤ 3.2 cm	道碴和/或路基沉陷 ≤ 3.2 公分
	≤ 1.5	Settlement of Ballast and/or Subgrade ≤ 3.8 cm	道碴和/或路基沉陷 ≤ 3.8 公分
	≤ 1.75	Settlement of Ballast and/or Subgrade ≤ 4.4 cm	道碴和/或路基沉陷 ≤ 4.4 公分
	≤ 2.0	Settlement of Ballast and/or Subgrade ≤ 5.1 cm	道碴和/或路基沉陷 ≤ 5.1 公分
	≤ 2.25	Settlement of Ballast and/or Subgrade ≤ 5.7 cm	道碴和/或路基沉陷 ≤ 5.7 公分

指標	損壞程度	損壞型態	
	<=2.5	Settlement of Ballast and/or Subgrade<=6.4 cm	道碴和/或路基沉陷<=6.4 公分
	<=2.75	Settlement of Ballast and/or Subgrade<=7.0 cm	道碴和/或路基沉陷<=7.0 公分
	<=3.0	Settlement of Ballast and/or Subgrade<=7.6 cm	道碴和/或路基沉陷<=7.6 公分
	>3.0	Settlement of Ballast and/or Subgrade>7.6 cm	道碴和/或路基沉陷>7.6 公分
B3	<=0.5(@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure<=1.2 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷<=1.2 公分
	<=0.75(@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure<=1.9 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷<=1.9 公分
	<=1.0(@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure<=2.5 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷<=2.5 公分
	<=1.25(@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure<=3.2 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷<=3.2 公分
	<=1.5(@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure<=3.8 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷<=3.8 公分
	<=1.75(@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure<=4.4 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷<=4.4 公分
	<=2.0(@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure<=5.1 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷<=5.1 公分
	<=2.25(@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure<=5.7 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷<=5.7 公分

指標	損壞程度	損壞型態	
	≤ 2.5 (@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure ≤ 6.4 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷 ≤ 6.4 公分
B3	≤ 2.75 (@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure ≤ 7.0 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷 ≤ 7.0 公分
	≤ 3.0 (@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure ≤ 7.6 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷 ≤ 7.6 公分
	> 3.0 (@Bridge)	Settlement of Ballast and/or Subgrade at Bridge or Other Track Structure > 7.6 cm	橋梁或其他結構物道碴和/或路基沉陷 > 7.6 公分
B4	N/A(無分級)	Hanging Ties At Bridge Approach	橋台引道軌枕懸空
B5	L(輕微)	Center Bound Track (Cross Tie)	軌枕外側道碴不足
	M(中度)	Center Bound Track (Joint Tie)	接頭軌枕外側道碴不足
B6	L(輕微)	Pumping Ties (One End)	軌枕噴泥(一端)
	M(中度)	Pumping Ties (Both Ends)	軌枕噴泥(二端)
	H(嚴重)	Pumping Ties (Joint Tie At Joint End)	軌枕噴泥(接頭軌枕)
B7	≤ 0.5	Alignment Deviation ≤ 1.2 cm	方向不整 ≤ 1.2 公分
	≤ 0.75	Alignment Deviation ≤ 1.9 cm	方向不整 ≤ 1.9 公分
	≤ 1.0	Alignment Deviation ≤ 2.5 cm	方向不整 ≤ 2.5 公分
	≤ 1.25	Alignment Deviation ≤ 3.2 cm	方向不整 ≤ 3.2 公分
	≤ 1.5	Alignment Deviation ≤ 3.8 cm	方向不整 ≤ 3.8 公分
B7	≤ 1.75	Alignment Deviation ≤ 4.4 cm	方向不整 ≤ 4.4 公分
	≤ 2.0	Alignment Deviation ≤ 5.1 cm	方向不整 ≤ 5.1 公分
	≤ 2.25	Alignment Deviation ≤ 5.7 cm	方向不整 ≤ 5.7 公分
	≤ 2.5	Alignment Deviation ≤ 6.4 cm	方向不整 ≤ 6.4 公分
	≤ 2.75	Alignment Deviation ≤ 7.0 cm	方向不整 ≤ 7.0 公分
	≤ 3.0	Alignment Deviation ≤ 7.6 cm	方向不整 ≤ 7.6 公分
	≤ 3.25	Alignment Deviation ≤ 8.3 cm	方向不整 ≤ 8.3 公分
	≤ 3.5	Alignment Deviation ≤ 9.0 cm	方向不整 ≤ 9.0 公分
	≤ 3.75	Alignment Deviation ≤ 9.5 cm	方向不整 ≤ 9.5 公分
	≤ 4.0	Alignment Deviation ≤ 10.2 cm	方向不整 ≤ 10.2 公分
	≤ 4.25	Alignment Deviation ≤ 10.8 cm	方向不整 ≤ 10.8 公分
≤ 4.5	Alignment Deviation ≤ 11.4 cm	方向不整 ≤ 11.4 公分	

指標	損壞程度	損壞型態		
	<=4.75	Alignment Deviation<=12.1 cm	方向不整<=12.1 公分	
	<=5.0	Alignment Deviation<=12.7 cm	方向不整<=12.7 公分	
	>5.0	Alignment Deviation>12.7 cm	方向不整>12.7 公分	
B8	N/A(無分級)	Insuff Crib And/Or Shoulder Ballast	軌枕間和/或路肩道碴不足	
		Insuff Crib Ballast	軌枕間道碴不足	
B8	N/A(無分級)	Insuff Shoulder Ballast (Left)	路肩道碴不足(左側)	
		Insuff Shoulder Ballast (Right)	路肩道碴不足(右側)	
B9	L(輕微)	Erosion Of Ballast (Single Shoulder)	道碴侵蝕(單側路肩)	
	M(中度)	Erosion Of Ballast (Crib & Shoulder)	道碴侵蝕(軌枕間和路肩)	
	H(嚴重)	Erosion Of Ballast (Restrict Movement)	道碴侵蝕(限制列車行駛)	
	VH(非常嚴重)	Erosion Of Ballast (Washout)	道碴侵蝕(沖刷)	
B10	M(中度)	L(輕微)	Ditch, Restricted Flow	水溝水流受阻
		Unstable Slope	邊坡不穩定	
		Embankment Erosion	路堤腐蝕	
		Ditch, Erosion	水溝侵蝕	
		Ditch, Struct. Deteriorated (Minor)	水溝結構惡化(少數)	
Ditch, Struct. Deteriorated (Major)	水溝結構惡化(多數)			
B11	L(輕微)	Culvert, Improper Size/Type	涵洞尺寸/型式不合適	
		Culvert, Partially Clogged from Debris	涵洞因碎石部份阻塞	
		Drainage Structure (Other), Improper Size/Type	排水設施(其他)尺寸/型式不合適	
		Drainage Structure (Other), Partially Clogged from Debris	排水設施(其他)因碎石部份阻塞	
B11	L(輕微)	Storm Sewer, Clogged from Debris	雨雪下水道因碎石阻塞	
		Storm Sewer, Improper Size/Type	雨雪下水道尺寸/型式不合適	
	M(中度)	Culvert, Corroded	涵洞腐蝕	
		Culvert, Flow Severely Restricted from Debris	涵洞因碎石嚴重阻塞水流	
		Culvert, Scoured	涵洞需沖洗疏濬	
		Culvert, Struct. Deteriorated (Major)	涵洞結構惡化(多數)	
Culvert, Struct. Deteriorated (Minor)	涵洞結構惡化(少數)			

指標	損壞程度	損壞型態	
		Drainage Structure (Other), Corroded	排水設施(其他)腐蝕
		Drainage Structure (Other), Flow Severely Rest. from Debris	排水設施(其他)因碎石嚴重阻塞水流
		Drainage Structure (Other), Section(s) Displaced	排水設施(其他)斷面改變
		Drainage Structure (Other), Struct. Deteriorated (Major)	排水設施(其他)結構惡化(多數)
		Drainage Structure (Other), Struct. Deteriorated (Minor)	排水設施(其他)結構惡化(少數)
		Headwall, Deteriorated (Major)	端牆損壞
		Headwall, Missing	端牆遺失
		Storm Sewer, Corroded	雨雪下水道腐蝕
		Storm Sewer, Flow Severely Restricted from Debris	雨雪下水道因碎石嚴重阻塞水流
B11	M(中度)	Storm Sewer, Section(s) Displaced	雨雪下水道斷面改變
		Storm Sewer, Struct. Deteriorated (Major)	雨雪下水道結構惡化(多數)
		Storm Sewer, Struct. Deteriorated (Minor)	雨雪下水道結構惡化(少數)

表 7-1 軌道破壞型式及其造成之影響

發 生 原 因	次數	百分比
Wide gage(defective/missing cross ties) 軌距過寬 (軌枕缺陷/遺失)	207	11.1
Track alignment irregular(buckled/sunkink) 方向不整 (挫曲/熱脹扭曲)	173	9.2
Transverse/compound fissure 鋼軌橫向/複合裂縫	156	8.3
Cross level track irregular(not at joints) 水平不整 (非接頭處)	120	6.4
Cross level of track irregular(joints) 水平不整 (接頭處)	114	6.1
Detail fracture – shelling/head check 鋼軌細部裂痕-殼狀/頭部裂縫	108	5.8
Broken base of rail 鋼軌底部斷裂	98	5.2
Vertical split head 鋼軌頭部垂直劈裂	89	4.8
Switch point worn or broken 岔尖磨耗或斷裂	86	4.6
Roadbed settled or soft 路床沉陷或鬆軟	75	4.0
Head and web separate(outside joint bar limit) 鋼軌頭部和腹部分離 (魚尾鉸以外)	63	3.4
Other rail and joint bar defects 其他鋼軌和魚尾鉸缺陷	57	3.0
Track alignmnt irregular-not buckled/sunkink 方向不整-非挫曲/熱脹扭曲	39	2.1
Joint bar broken (noninsulated) 魚尾鉸斷裂 (未隔絕)	34	1.8
Worn rail 鋼軌磨耗	31	1.7
Wide gage(spikes/other rail fasteners) 軌距過寬 (道釘/其他扣件)	30	1.6
Other track geometry defects 其他軌道幾何缺陷	29	1.5
Washout/rain/slide/etc. damage –track	28	1.5

發 生 原 因	次數	百分比
沖刷/豪雨/滑動等造成軌道損壞		
Superelevation improper, excessive, etc. 不適當或過度的超高等	27	1.4
Broken weld (field) 焊接斷裂 (現地)	26	1.4

表 7-2 軌道破壞型式及其造成之影響

破壞型式種類	所 造 成 之 影 響
鋼軌破損或斷裂	影響路線品質，甚至造成列車脫軌。
鋼軌凹凸不平	荷重增加，造成噪音、振動，影響乘坐舒適性。
扣件鬆動破損	軌距變大，造成列車脫軌。
彈性墊硬化	荷重增加，造成噪音、振動，影響乘坐舒適性。
枕木腐爛斷裂	軌距變大，造成列車脫軌。
道碴細粒化	道碴下沉量增加，路線品質下降。
路盤沉陷	車輪反覆荷重造成軌道不整，造成軌道荷重變動量增加，路盤塑性變形下沉，路線品質下降，甚至造成列車脫軌。

第 8 章 鋼軌挫屈特性分析

本研究針對軌道挫屈行為以 ABAQUS 有限元素程式進行各種可能狀況之分析，並以因次分析之原理，由控制參數的驗證來建立軌道挫屈的預估公式，藉此探討軌道挫屈之特性。

8-1 軌道挫屈原理

軌道系統是由鋼軌、軌枕、扣件組與道碴所組成的複雜系統，因此並無法提供一個適當的理論解來求得發生挫屈行為時的相關物理量，而目前所能提供較適合的原理乃是細長柱挫屈理論。細長柱的挫屈理論的原理為細長柱體承受極大的軸力 P 時，當所軸力達到臨界情況 P_{cr} ，會造成細長柱體處於一個不穩定平衡的狀態，進而使柱體產生大量的側向位移變形。本研究首先將對理論分析公式與 ABAQUS 程式的數值方法進行探討。

8-1-1 細長柱挫屈理論

圖 8-1 (a) 為一簡支樑承受臨界挫屈軸力的情況，此時的臨界軸力 P_{cr} 大小如同公式 8-1 所示。其中， E_b 代表樑的材料彈性模數、 I_b 為樑的慣性矩、 L_b 為樑的長度、 n 為挫屈變形的模態。當 $n=1$ 時挫屈變形的形狀為一個正弦如圖 8-1 (b) 所示，稱為第一模態。當 $n=2$ 時挫屈變形的形狀如圖 8-1 (c) 所示，稱為第二模態。此種挫屈模式稱為 Euler 樑挫屈理論。在相同的情況下，挫屈變形的模態將隨著臨界軸力 P_{cr} 的增加而改變，而第一模態時所需的臨界軸力 P_{cr} 最小。

【Timoshenko, 1972】

$$P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 E_b I_b}{L_b^2} \quad (8-1)$$

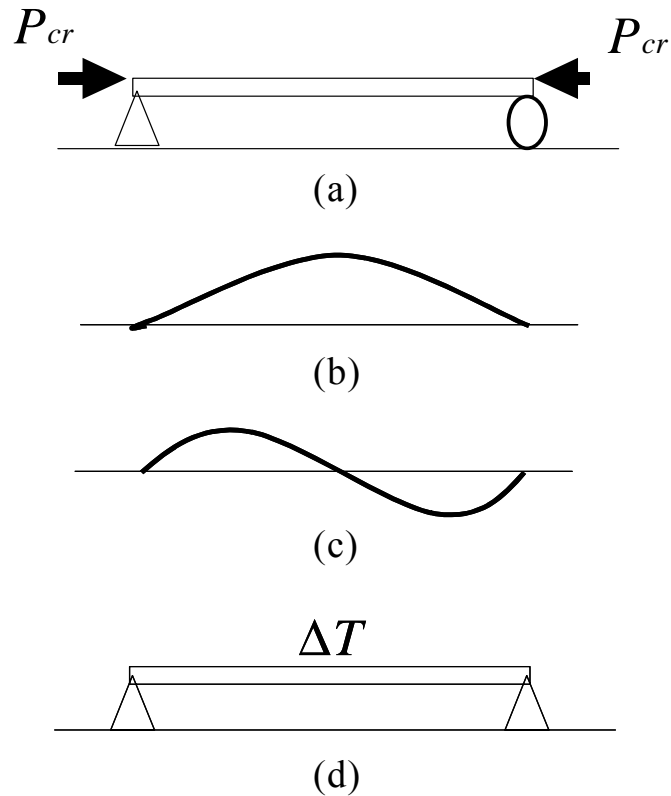


圖 8 - 1 細長柱挫屈挫原理示意圖

若在相同的情況下，將樑改為兩端鉸接的邊界條件，而施以樑身一個溫差 ΔT 來作用。當溫差 ΔT 達到使樑發生挫屈變形的溫度稱為挫屈溫度 ΔT_{cr} ，根據公式 8 - 1 與公式 8 - 2 之推導，可將挫屈溫度 ΔT_{cr} 以公式 8 - 3 表示。此既 Euler 樑鉸接 (Pinned- Pinned) 邊界條件之挫屈溫度，其中 A 為樑的斷面積、 α 為樑的熱膨脹係數 $[T^{-1}]$ ， $[T]$ 為溫度之單位。

$$P_{cr} = \sigma A = (E_b \varepsilon) A = (E_b \alpha \Delta T) A \quad (8 - 2)$$

$$\Delta T = \frac{P_{cr}}{E_b \alpha A} = \frac{n^2 \pi^2 I_b}{\alpha L_b^2 A} \quad (8 - 3)$$

此外，若將樑的邊界條件改為兩端改為完全束制 (Fixed- Fixed) 之型式，軌道挫屈理論臨界軸力與臨界挫屈溫度可由公式 8 - 4 與公

式 8-5 表示。

$$P_{cr} = \frac{4n^2 \pi^2 EI}{L^2} \quad (8-4)$$

$$\Delta T = \frac{P_{cr}}{E\alpha A} = \frac{4n^2 \pi^2 I}{\alpha L^2 A} \quad (8-5)$$

除了 Euler 樑理論外，Timoshenko 樑挫屈理論考慮了樑的剪力傳遞效應，Timoshenko 樑的挫屈荷重可由 Euler 樑的臨界荷重轉換。再者，Timoshenko 樑僅提供鉸接（Pinned- Pinned）的邊界條件的臨界荷重計算方式，其型式如公式 8-6 所示，其中 P_E 為 Euler 樑挫屈理論的挫屈荷重、 G 為樑的剪力模數。

$$P_{cr} = \left[\left(1 + 4 \frac{P_E}{AG} \right)^{0.5} - 1 \right] \frac{AG}{2} \quad (8-6)$$

8-1-2 ABAQUS 程式挫屈分析程序

ABAQUS 有限元素程式中可用來分析結構挫屈行為的有兩種方法，一種為 BUCKLE 程序、另一種是 STATIC、RIKS 程序。兩者的分析與使用的方式最大不同在於，BUCKLE 程序可提供結構求得預期的特徵值（Eigenvalues）與挫屈變形的軌跡。而 STATIC、RIKS 程序可經由 ABAQUS 程式分析提供挫屈行為變形-荷重或變形-溫度的關係曲線。本研究主要針對軌道挫屈變形時預估的臨界載重或臨界溫差進行探討，因此採用 BUCKLE 程序進行分析。

ABAQUS 程式所提供的 BUCKLE 運算程序，專為處理堅硬結構的挫屈問題。當結構產生挫屈變形之前結構將有極小的變形量，一般而言其分析方式是以線性擾動程序（Linear Perturbation Procedure），

針對分析結構來預估造成挫屈行為的臨界載重。BUCKLE 運算程序的應用可針對結構的穩定性進行敏感度分析，藉此觀察造成結構不穩定的原因。BUCKLE 程序對於未加載重的結構可直接進行挫屈問題的分析求得臨界載重，亦可針對已有預加載重 (Preloaded) 的結構型態預估造成挫屈行為的載重增加量。因此，ABAQUS 程式可針對結構體的受荷重作用或受溫差作用的力學行為，經過 BUCKLE 運算程序以預估特徵值 (Eigenvalues) 的方式求得發生挫屈行為的臨界載重或臨界溫度差異。

一般在求解特徵值挫屈問題中，乃在於結構的勁度矩陣與預期的節點位移之間尋求荷重的型態，公式 8 - 7 中的 K^{NM} 為載重作下的結構的勁度矩陣，而 v^M 為位移向量，而其作用載重可為集中力、均佈荷重、溫差作用或節點的位移量。BUCKLE 程序以公式 8 - 7 為基礎，在運算程序中以 Q^N 為其荷重增加，將求解特徵值挫屈問題以公式 8 - 8 表示。

$$K^{MN} v^M = 0 \quad (8-7)$$

$$(K_0^{MN} + \lambda_i K_0^{MN}) v_i^M = 0 \quad (8-8)$$

公式中荷重 Q^N 以等分的方式將荷重分割成數個等值的荷重增量 λ_i ， K_0^{NM} 為原始載重作下的結構勁度矩陣， K_i^{NM} 為等值的荷重增量 λ_i 作下的結構勁度矩陣。式中符號的上標 NM 代表結構中的自由度，下標 i 為挫屈的模態 (Mode)。隨著挫屈模態的增加 $i=1,2,3,\dots$ 系統將有不同的荷重增量 λ_i 與不同的反應，這裡的荷重增量 λ_i 即是所欲求得的特徵值 (Eigenvalues)，而 v_i^M 即為不同的荷重增量 λ_i 情況下所反應的特徵向量 (Eigenvectors)，此特徵向量所表示的物理量就是不同挫屈

模態下的變形形狀，一般使以正弦或餘弦函數型態顯示。

挫屈問題在經由上述的公式進行運算後，可得到不同模態下的特徵值 λ_i ，而應用 $\lambda_i Q^N$ 兩者的乘積就可求得不同模態下的預估挫屈載重。一般吾人乃針對第一模態即 $i=1$ 的情況進行探討，因為造成第一挫屈模態所需的能量最低。倘若結構體本身已有預加載重 P^N 施加於系統中，則可應用公式 8-9 求得系統產生挫屈時需要的的總荷重。

$$P^N + \lambda_i Q^N \quad (8-9)$$

8-2 軌道挫屈分析模型

本文針對所分析的軌道型態包含鋼軌、扣件、軌枕、道碴與路床，研究中將針對上述各項結構元件採用 ABAQUS 所提供的各種元素來模擬，以建立軌道挫屈行為時的結構模型模擬，其中鋼軌與軌枕將採用 ABAQUS 所提供的樑元素、扣件將採用銜接元素、道碴採用彈簧元素模擬、路床則採用基礎函數來進行分析。挫屈模式構建之方式與元素的選用將在以下說明。

8-2-1 元素選擇

本文乃針對軌道挫屈行為進行模擬，由於挫屈變形的形成與結構本身的敏感度有極大的關係，為了使研究的步驟更加嚴謹，對於模擬軌道各項元件的元素必須謹慎選擇。因此，研究中將所有模擬軌道組成的元素進行一系列的敏感度分析，作為謹慎選擇元素使用之參考進而得到最適當的分析模型，如此將有助於研究的進行。

本研究探討的軌道模型以樑元素模擬鋼軌與軌枕元件，在前幾章的研究中模擬鋼軌所引用的元素為 B31 或 B21，是因為在單純的荷重行為下以此兩種元素進行分析已可勝任。然而在考慮鋼軌挫屈行為時

所需考慮的因素較為複雜，因此對於元素的選用必須更為謹慎。本研究以文獻中【Bao, 1998】所提到的分析步驟為基礎，應用 ABAQUS 所提供的數種樑元素進行挫屈分析並相互比較結果，分析的元素包含 B31、B31H、B32、B32H、B31OS 等。

在軌枕元素方面，本研究使用 ABAQUS 有限元素程式中所提供的樑元素 B31 進行分析。此外，本研究探討的軌道模型將以 ABAQUS 所提供的銜接元素模擬其他軌道的裝置，其中採用 JOINTC 元素模擬扣件，SPRING 元素模擬道碴抵抗變形之能力，路床則採用 Foundation 函數模擬。

8-2-2 各部分結構之模擬

8-2-2-1 鋼軌部分

研究中首先以一階線性導數的 B31 元素與二階導數的 B32 元素進行分析比較，由分析結果顯示兩者間的第一模態與第二模態的挫屈溫度增量極為一致，不因所使用的元素不同而有所差異，因此一階線性導數元素的應用已足夠用以分析挫屈行為。接著，研究中應用混合樑元素（Hybrid Formulation Beams）B31H 進行分析，由分析結果顯示 B31H 進行分析時使用更多的運算時間（CPU Time），但收斂效果未有顯著改善。再者，本研究使用 ABAQUS 程式中所提供的開放型斷面（Open Section）樑元素 B31OS，其收斂效果與 B31 相同而且使用的運算時間更為節省。綜合上述的分析結果，本研究決定採用由一階線性導數構成的開放型斷面樑元素 B31OS 來模擬鋼軌部分。

8-2-2-2 軌枕部分

軌道系統中的軌枕主要功用在於維持軌距，以及將力的作用傳遞到道碴上。由於軌枕斷面的幾何形狀呈現均勻的矩形，因此對於樑的斷面性質（BEAM SECTION）採用 ABAQUS 程式中所提供的 RECT

參數。本文主要目的在探討挫屈溫度的增加對系統的影響，但由於軌枕本身的長度與軌道系統中的鋼軌長度比較上顯得微不足道，因此溫度的改變對於軌枕影響不大。所以分析時的模型並不考慮軌枕由於溫度變化所產生的變形量。再者，觀察軌枕置放於路床與道碴上之型態，可將此系統視為為彈性基礎上的樑，因軌枕的縱深比與軌道中的鋼軌比較則相對的小。且由【Bao, 1998】研究指出，軌枕的特性對於挫屈溫度的改變影響並不大，因此相較於細長鋼軌可將軌枕視為剛性的物體。

本研究基於上述原因決定以樑元素 B31 模擬軌枕來進行分析。在這之前首先必須瞭解 B31 元素切割配置對分析結果的影響。因此，本研究對軌枕之模擬進行元素配置與收斂性探討，研究中以數種不同數目的 B31 元素模擬一段軌枕置放於模擬路床與道碴的基礎上，並在模擬軌距的位置作用兩個集中載重 P ，如圖 8-2 所示。

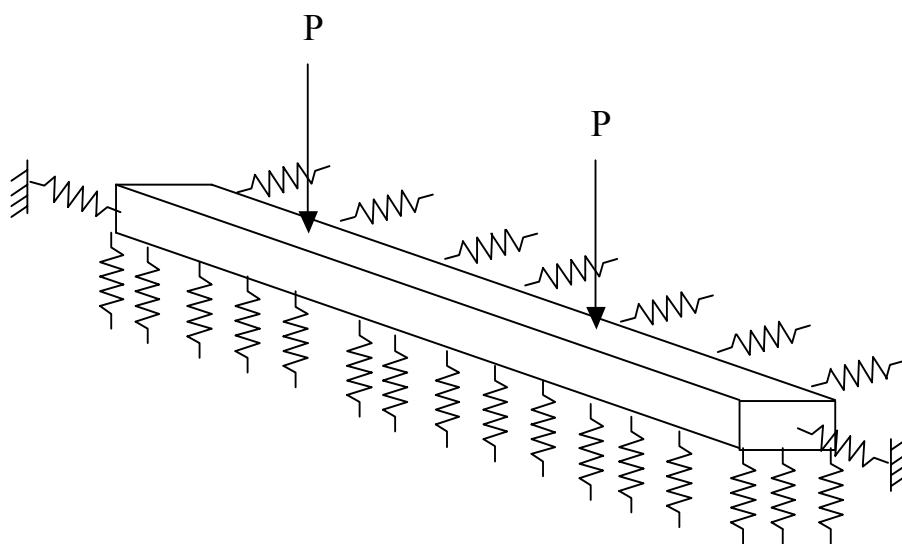


圖 8-2 軌枕模擬示意圖

以 ABAQUS 分析之並求得載重所作用的位置其六個自由度方向的變形量，分析結果如表 8-1 所顯示。此研究步驟的主要目的在於探討以 B31 樑元素來模擬軌枕時，網格切方式必須以何種形式表示

才可達到足夠的精度與適當的分析時間。而由表 8 - 1 分析結果顯示，在相同的材料、邊界條件、外力作用與路床模數下，軌枕元素切割數目的多寡並不影響系統模擬的分析結果。因此在本研究後續研究中的軌道系統構建，將使用 5 個 B31 樑元素來模擬一個軌枕。

表 8 - 1 軌枕元素切割對收斂性之影響

元素數目	x ₁ 位移	x ₂ 位移	x ₃ 位移	x ₄ 位移	x ₅ 位移	x ₆ 位移
5	2.0000	-0.1597	-0.0978	0.0	-5.60E-04	2.47E-04
10	2.0000	-0.1599	-0.0972	0.0	-6.16E-04	3.32E-04
15	2.0000	-0.1600	-0.0971	0.0	-6.31E-04	3.48E-04
20	2.0000	-0.1600	-0.0971	0.0	-6.37E-04	3.53E-04
30	2.0000	-0.1600	-0.0971	0.0	-6.41E-04	3.57E-04
40	2.0000	-0.1601	-0.0970	0.0	-6.42E-04	3.59E-04
60	2.0000	-0.1601	-0.0970	0.0	-6.43E-04	3.60E-04
120	2.0000	-0.1601	-0.0970	0.0	-6.44E-04	3.60E-04

8-2-2-3 道碴與路床

道碴部分在之前的研究步驟中主要的考量在於設計時所考慮的鋼軌向下的位移量，因此將路床、道碴等元件的效應一併以鋼軌彈性支承係數 u 表示。然而，根據相關文獻中指出，在現地的研究中道碴強度的增減，將對於挫屈行為有結定性的影響。而且，道碴強度的增減會隨不同的時期而改變。例如，剛剛整備完成的軌道中，經過處裡與夯實的道碴組成擁有穩固的強度，而隨著列車載重的作用道碴強度將逐漸減少。而且，列車載重作用的位置，因鋼軌變形的擠壓而增加道碴強度，但在列車通過後鋼軌會微微翹起降低道碴強度。再者，冬地下水結冰亦會造成道碴強度的增加。諸如此類的原因使得道碴不再能以單存的方式與路床合併為基礎函數。

因此，本研究以相關文獻中提及的研究步驟，應用彈簧元素模擬來模擬道碴，如此可考量軌枕作用在道碴上，垂直、側向與縱向三個

方向的影響。

在路床方的模擬方面，可依照彈性基礎上的樑理論來考慮。然而，在這部分不同於第四章僅在一個特定平面上的問題，而是考慮在三維空間中的反應。因此，研究中首先以兩種方式進行考慮，一種是以線性彈簧 SPRING 模擬之，使其構建在模擬軌枕的 B31 元素的節點上。另一種考慮方式是在模擬軌枕的 B31 元素下置放 ABAQUS 的基礎函數 (Foundation) 來模擬。

本研究中以上述兩種分析方式進行有限元素的運算與驗證，在分析結果的比較上則獲得完全相同的結果，然而兩種方式雖可獲得相同的結果，但卻有不同的意義。以基礎函數的模式而言，此模式中大量的節點與元素的使用為基礎函數所取代，因而使分析所需的運算時間與電腦資源顯著的減少，但所適用的情況為彈性均一的道碴系統，對於較複雜的道碴分佈與改變則無法應用。反之，SPRING 元素使用大量的節點與元素增加了分析所需的運算時間與電腦資源，然而對於道碴系統的不均勻分佈、強度喪失與非線性型態的力學行為則可勝任。本研究以研究目的之考量，路床土壤以基礎函數模擬而道碴系統則以 SPRING 模擬。

8-2-2-4 彈性扣件

軌道系統的構建除了上述的鋼軌與軌枕、道碴與路床外，彈性扣件組亦為主要的結構之一。根據本研究在前幾章的分析步驟以 ABAQUS 所提供的 JOINTC 元素作為模擬扣件組成的元件。在本研究主要目的之考量下，以此元素所定義的彈簧勁度與消能盤的阻尼機制來分析鋼軌挫屈行為已經足夠。因此，研究中將以 ABAQUS 程式所提供的銜接元素 (Connector Elements) JOINTC 模擬扣件組成。

JOINTC 元素屬於具有彈性的接合元素 (Flexible Joint

Elements)，是一種可用來分析結構相互影響以及傳遞能量的接合元素。該元素提供了六個方向的自由度，因此對於座標中所有的位移與轉角方向的勁度，皆可透過參數的輸入而加以模擬。並可在所有自由度加入模擬消能盤（Dashpot）的阻尼以用來進行結構的動力分析。

8-2-3 軌道挫屈分析模型

軌道挫屈分析模式的整體模型如圖 8-3 所示，在分析模型的架構包括鋼軌、軌枕、彈性扣件、道碴組成與軌道端點等主要的部分。本研究針對此模式以有限元素程式 ABAQUS 進行分析，分析時以 B310S 樑元素模擬的鋼軌、以 B31 樑元素模擬軌枕、以 JOINT 接合元素模擬扣件組系統、以 SPRING 線性彈簧及彈性基礎函數組成道碴系統三個座標方向的反力勁度，並設置適當的邊界條件以此架構軌道挫屈分析模式。

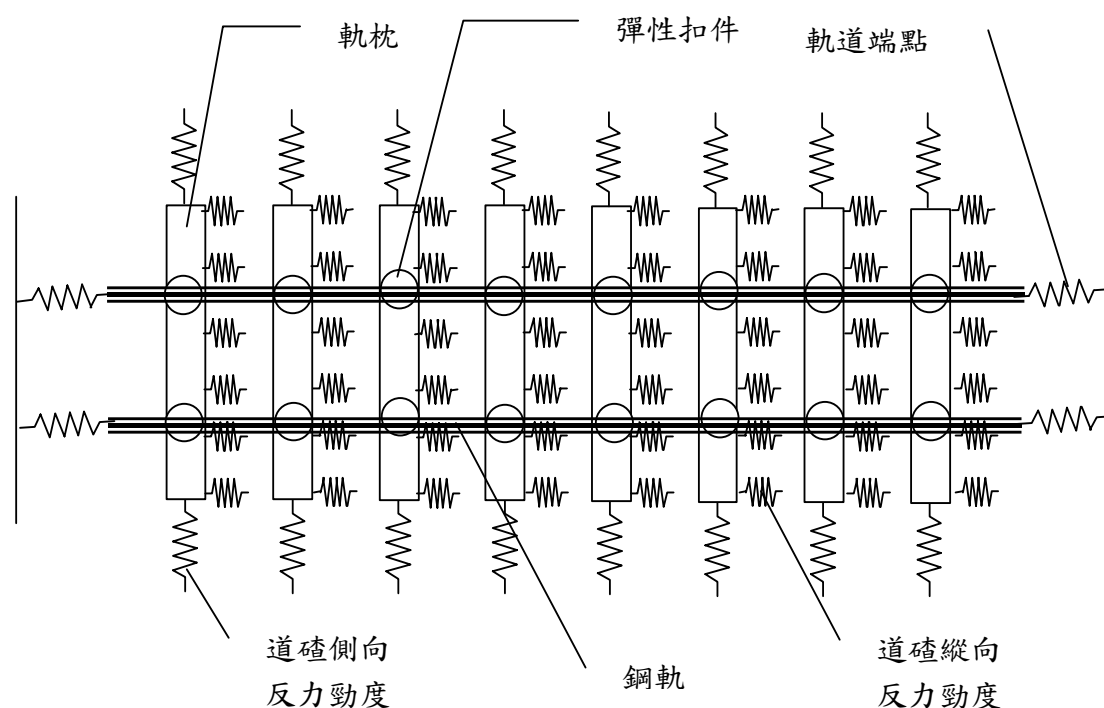


圖 8-3 軌道挫屈分析模式架構

在建立 ABAQUS 程式輸入檔中的模型資料 (Model Data) 部分

時，為了達到最為精簡的節點數使用，與構建最完整的分析模型。研究在節點與元素之設置程序，將每一個軌枕以 6 個節點、5 個 B31 樑元素模擬。B31 元素的斷面性質採用封閉斷面 (Close Section)，分析時僅需輸入軌枕的彈性模數 E_T 、柏松比 ν 、高度 h_T 與寬度 b_T 。

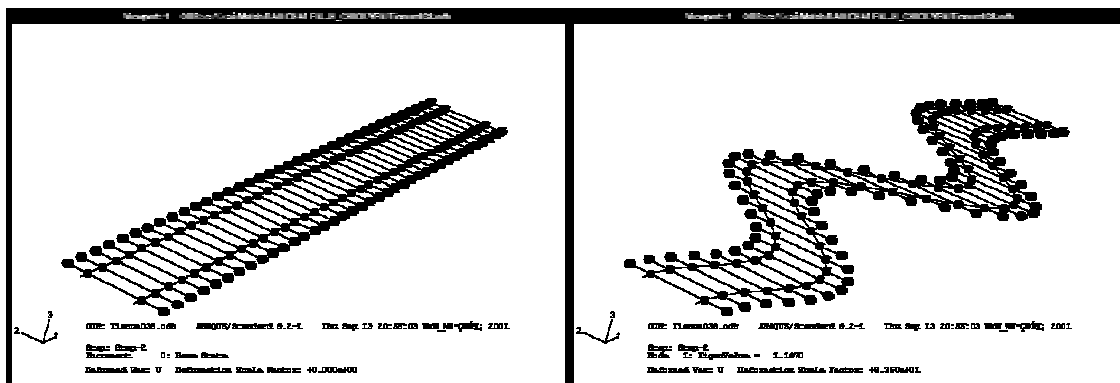
在模擬道碴時所提供的彈性勁度方面，則以線性彈簧 SPRING 元素模擬。其中，道碴提供於縱向與垂直向的反力勁度，將以 SPRING 元素分佈在軌枕上的 6 個節點。至於道碴側向勁度則僅以軌枕兩個端點的 SPRING 元素表示，分析時需輸入二個方向的彈簧勁度。此外，道碴提供於縱向與垂直向的反力勁度，亦可應用程式所提供的基礎函數進行分析。

在模擬鋼軌方面，則以 B31OS 樑元素模擬，其元素配置基本上以軌枕間距作為每個元素的長度。然而，為了得到更為謹慎的做法，可將 B31OS 元素進行更密集的配置。其元素的斷面性質採用開放斷面 (Open Section)，分析時需輸入鋼軌的彈性模數 E_s 、柏松比 ν 、剪力模數 G 、熱膨脹係數 α 、斷面積 A 、斷面慣性矩與剪力傳遞係數等。

彈性扣件組則以 JOINTC 元素模擬，此元素以軌距長度之距離設置在軌枕左右兩側，並以軌枕間距的長度與鋼軌上的節點銜接。而根據本研究進行的分析發現，JOINTC 元素銜接系統中的兩點長度亦即元素的尺寸，並不影響分析的結果。主要的影響因子為彈性扣件組提供的勁度。再者，由於彈性扣件提供了六個自由度的彈性勁度，因此必須輸入此六個方向的勁度值。

關於輸入檔中的分析程序資料 (History Data) 部分，需設定軌道端點的邊界條件。而根據相關研究【Bao, 1998】顯示，兩端固定的邊界條件 (Fixed-Fixed Ending) 之分析模式，與現地試驗的分析結果最為接近，因此，本研究即以此方式設定軌道模型的邊界條件。

而在挫屈分析程序，採用 BUCKLE 指令分析之。以上兩個程序所建立的分析模型為一個三維形態的軌道挫屈模型，各種模態的挫屈行為可由圖 8-4 表示。



(a) 挫屈分析模式

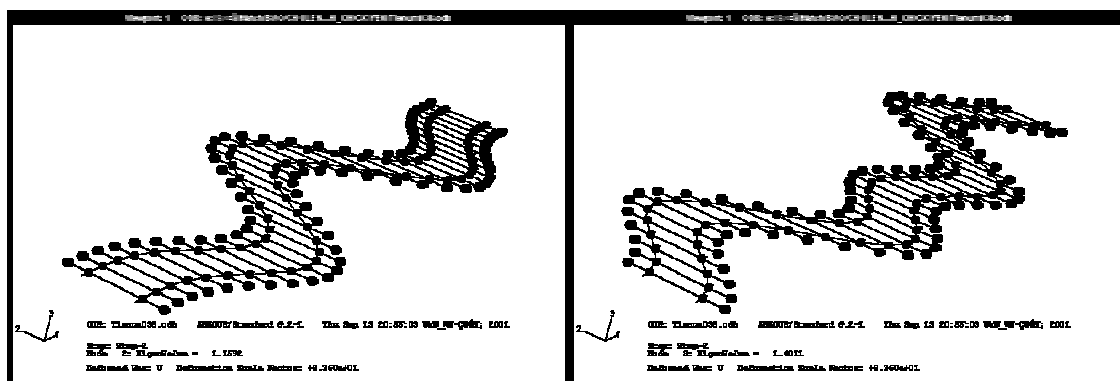
(b) 第一挫屈模態 $n=1$ (c) 第二挫屈模態 $n=2$ (d) 第三挫屈模態 $n=3$

圖 8-4 ABAQUS 分析軌道挫屈模式示意圖

8-3 軌道挫屈自動化分析程式

8-3-1 程式之建立

在上述的分析模型所建立的 ABAQUS 程式之輸入檔為約有 130 行的文字檔格式，此步驟的工作僅用人工輸入方式即可勝任。然而，進行相關的參數分析時分析模型將產生多元化的形式，例如使用線性彈簧模擬道碴系統的方式、探討各種參數改變的敏感度分析的需要，則須使用上千行的文字檔，此時若仍採用人工方式建立輸入檔將是一

個龐大的工作。而且，進行參數分析時必須使用多組模型進行探討，少則數十多則數百甚至數千的輸入檔案絕非人力所能負荷。因此，此項工作還需仰賴電腦程式的自動化程序。

有鑑於此，本研究應用之前的工作經驗，並參考 ILLI-BUCKLE 【Bao, 1998】的分析模式之架構，以 Visual Basic 程式建立軌道挫屈自動化分析程式。此自動化分析處理程式可根據使用者欲分析的任何軌道挫屈模型，以最佳的元素配置方式建立 ABAQUS 程式之輸入檔，針對使用者所欲分析的軌道挫屈形式進行批次化的分析。

使用者可利用本研究所建立之軌道挫屈自動化分析程式，針對 Model Data 與 History Data 兩部分所有的使用參數進行調整，建立理想的軌道挫屈分析模型。本研究經過前幾節的分析與探討後，建立 ABAQUS 有限元素分析之輸入檔時，將以最佳化的分析模式構建 ABAQUS 程式的輸入要求。在 Model Data 部分包含節點佈設、元素定義與配置、材料參數輸入。在 History Data 部分包含挫屈分析參數的輸入、邊界條件設定、使用載重的特性等，針對上述的輸入資料進行模式構建。

本研究建立的軌道挫屈自動化分析程式將 ABAQUS 程式繁雜的輸入檔案以 Visual Basic 程式以系統化的方式運算，將使用者輸入的分析資料加以處理，最終以批次化作業建立分析輸入檔與自動化的運作步驟。使用者可控制任意的參數值來構建批次化作業，其參數經過整理後可歸納於下列數點：

1. 軌道模型幾何條件:軌道長度、軌距、軌枕間距、軌枕長度。
2. 鋼軌型態: 鋼軌斷面積、慣性矩。
3. 軌枕型態: 軌枕高度、寬度與長度。
4. 材料常數: 鋼軌之彈性常數、柏松比、剪力模數、溫度係數，

軌枕之彈性常數、柏松比。

5. 彈性扣件:六個自由度的彈性勁度。
6. 道碴系統: 道碴模擬方式,縱向、側向與垂直向的彈性反力模數或是基礎函數之反力值。
7. 元素配置:軌枕、鋼軌的元素切割方式與節點分佈定義。
8. 邊界條件設定。
9. 挫屈條件:預加載重、覆加載重、疊代次數範圍與分析模態。

本研究建立的軌道挫屈自動化分析程式,將上述輸入參數加以處理,經過運算後彙整成為 ABAQUS 程式接受的輸入格式檔,進行批化作業。自動化分析程式可針對使用者設定的一系列參數,在分析完成後將分析結果彙整,列出每個分析個案的各種數值並與分析結果整合成為一可應用的資料庫,以供參數分析與探討用。

8-3-2 程式之驗證

本研究建立的軌道挫屈自動化分析程式之核心,乃以伊利諾大學建立的 ILLI-BUCKLE 程式為藍本並加以改善。Bao【1998】曾經以 ILLI-BUCKLE 程式對四組現地試驗進行驗證得到很好的吻合。然而,本研究礙於詳細試驗資料取得的困難,而以 Bao【1998】中其他分析個案進行驗證。其中,採用的表 8-2 所示之參數建立軌道長度為 8.42m、12.34m、15.71m、21.32m、56.10m 五組分析個案加以驗證。

表 8-3 的分析結果顯示,本研究所建立的軌道挫屈自動化分析程式可達到 ILLI-BUCKLE 程式所能執行一樣的效果。然而,ILLI-BUCKLE 程式每次僅能建立一個分析模式,對於進行參數分析時相當不便。而本研究所建立的自動化分析程式將同時進行一系列的分析,在功能上較 ILLI-BUCKLE 程式為佳。

表 8-2 程式驗證使用之參數【Bao, 1998】

鋼軌型態	RE132 (60 公斤重鋼軌)
鋼軌彈性模數 E (GPa)	206.84
鋼軌柏松比	0.3
鋼軌剪力模數 E (GPa)	79.56
鋼軌溫度係數 (1/°C)	1.1700E-05
鋼軌 Timoshenko 剪力係數	0.7405、0.25925
軌枕彈性模數 E (GPa)	8.62
軌枕柏松比	0.345
軌枕尺寸 高、寬、長 (mm)	178、203、2591
扣件組 x 方向位移勁度 F ₁₁ (N/m)	1.5750E+08
扣件組 y 方向位移勁度 F ₂₂ (N/m)	2.6250E+07
扣件組 z 方向位移勁度 F ₃₃ (N/m)	3.5000E+07
扣件組 x 方向轉動勁度 F ₄₄ (N-m/rad)	1.6947E+05
扣件組 y 方向轉動勁度 F ₅₅ (N-m/rad)	1.6947E+05
扣件組 z 方向轉動勁度 F ₆₆ (N-m/rad)	1.6947E+05
道碴垂直向基礎函數反力值 k ₁ (MPa)	1.3790E+01
道碴縱向基礎函數反力值 k ₃ (MPa)	6.8948E-01
道碴側向位移彈簧勁度 K ₂ (N/m)	8.7500E+04
軌道系統軌距 (mm)	1435
軌道系統軌枕間距 (mm)	559
軌道系統長度 (m)	8.42、12.34、15.71、21.32、56.10

表 8-3 程式驗證結果

軌道長度 (m)	8.415	12.342	15.708	21.318	56.1
ILLI-BUCKLE 分析結果 °C	88.48	71.44	68.06	63.73	59.35
本研究自動化程式 分析結果 °C	88.47	71.43	68.05	63.72	59.25

此外，ILLI-BUCKLE 程式在鋼軌的元素配置以軌枕距離作為元素長度的做法，所得的分析結果並非最佳的情況。本研究針對此一課題加以改善，研究中對鋼軌元素切割，與節點配置的型態進行調整。相關元素的切割細度，與系統分析收斂情況研究步驟，將在後續章節中以一系列的分析來討論。

8-4 鋼軌結構收斂性分析

Bao【1998】應用 ABAQUS 程式分析焊接長軌挫屈行為，但該研究以數個單一各案進行分析，所引用的參數範圍僅侷限於特定的數值，不能表現整體的力學特性。因此本研究以其研究的內容加以討論，延伸研究的範圍以不同的軌道長度、幾何形狀、道碴強度、扣件強度、軌枕情況、挫屈溫度等因子探討對鋼軌挫屈之影響。

本研究在確定將以 B31OS 元素模擬鋼軌來進行分析後，將先針對 B31OS 元素的特性進行探討。而研究中為避免以單一各案來表示整體的特性，因此在每個研究過程中皆採用多種模式組成進行分析並加以比較，以能由分析結果中探討其最具表性的力學特性。

8-4-1 封閉斷面

本研究針對樑元素的挫屈行為進行探討，研究中首先以樑元素模擬直線段的鋼軌模型來進行分析，以探討挫屈特性。研究中的樑元素首先將採用封閉斷面（Closed Section）作為斷面特性，分析方式將針對挫屈理論的分析結果與有限元素分析的結果進行比對，以比對結果作為構建軌道模型的參考。

8-4-1-1 挫屈理論之模擬

本研究以 Euler 樑挫屈理論作為比對有限元素分析的基礎，運用本研究所建立的自動化分析程式進行分析與探討。分析使用的材料參數分別是彈性係數 $E_s=206\text{GPa}$ ，柏松比 $\nu=0.3$ ， $I_s=683\text{cm}^4$ ，熱膨脹係數 $\alpha=6.5*10^{-6} 1/^\circ\text{C}$ ，模型長度 10m，邊界條件為鉸接（Pinned- Pinned）模式。在 ABAQUS 程式進行分析時，以溫差 $\Delta T=100^\circ\text{C}$ 作為荷重增量 Q^N ，經由分析可得各種模態的特徵值 λ_i 與預估挫屈載重 $\lambda_i Q^N$ 。

研究中並以理論解計算出 $n=1\sim 4$ 四種模態的挫屈溫度增量，並與 ABAQUS 分析的預估挫屈溫度進行比較。由表 8 - 4 可觀察到理

論解與 ABAQUS 分析的差距非常小，一般研究挫屈行為考慮的是第一模態的臨界值，由此分析結果而言，ABAQUS 分析的結果與理論解完全吻合。

表 8-4 各種模態的挫屈溫度比較

模態	特徵值	ABAQUS 預估挫屈溫度 [°C]	理論解 挫屈溫度 [°C]
1	0.0810	8.10	8.10
2	0.3237	32.37	32.39
3	0.7279	72.79	72.88
4	1.2926	129.26	129.57

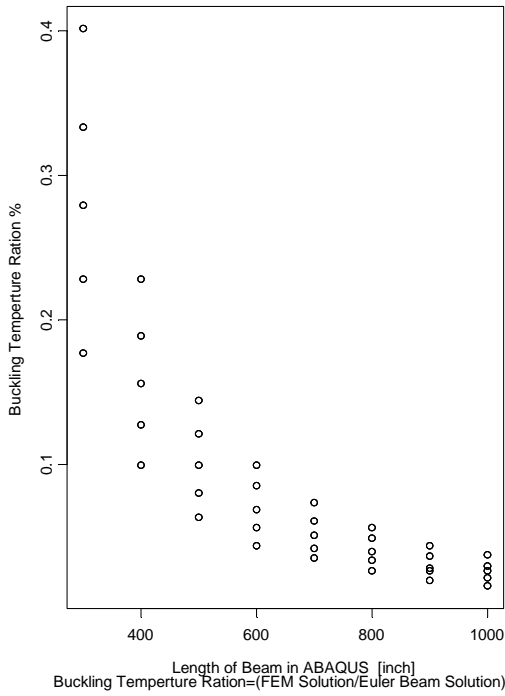
本研究亦以完全束制 (Fixed- Fixed) 模式分析其第一模態的挫屈溫度，其中以理論解所得之挫屈溫度為 32.39 °C，而以 ABAQUS 所分析的結果為 32.37 °C，兩者的差距僅有 0.07%，為相當精確的結果。

8-4-1-2 模型長度收斂性

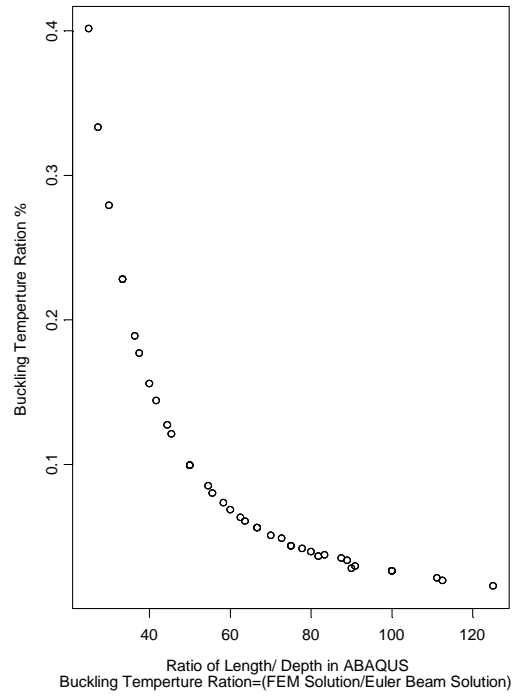
上述的分析步驟中所模擬的模型長度為 10m，長度與樑的斷面之間的比例甚大，已經到達符合細長柱的要求。因此，以有限元素程式分析的結果表現得相當精確。然而，分析模型的長度應要求至於何種程度才可達到理想的要求精確度，就必需根據所使用的有限元素進行模型長度與收斂性的分析。本研究使用上述的相同分析步驟，針對不同的模型長度進行分析。研究中並使用多種材料輸入參數、不同的樑元素斷面等性質，來建立一系列有限元素的挫屈分析模型，藉由分析結果探討模型長度與分析收斂性之間的關係。

研究中所建立的五種分析模式以不同的斷面與彈性模數所構成，接著分別針對不同的模式建立長度由 3m~10m 的 8 種模型。本研究將應用 ABAQUS 進行挫屈分析所得到的預估挫屈溫度，與理論分

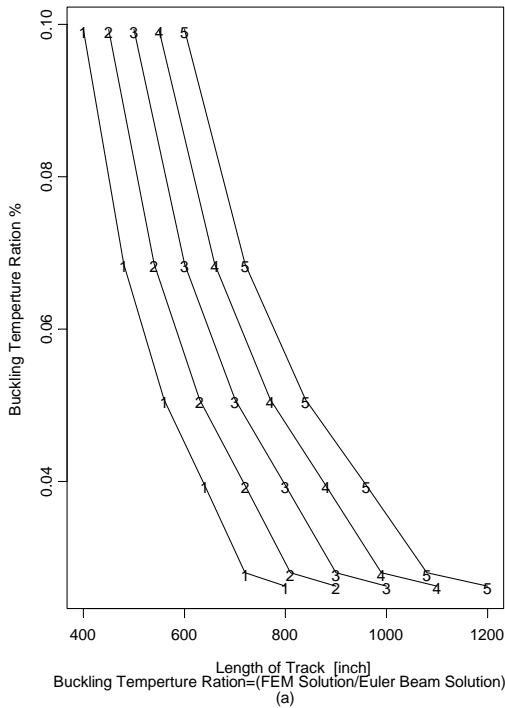
析所獲得的挫屈溫度加以比較，分析結果可由圖 8-5 所表示。



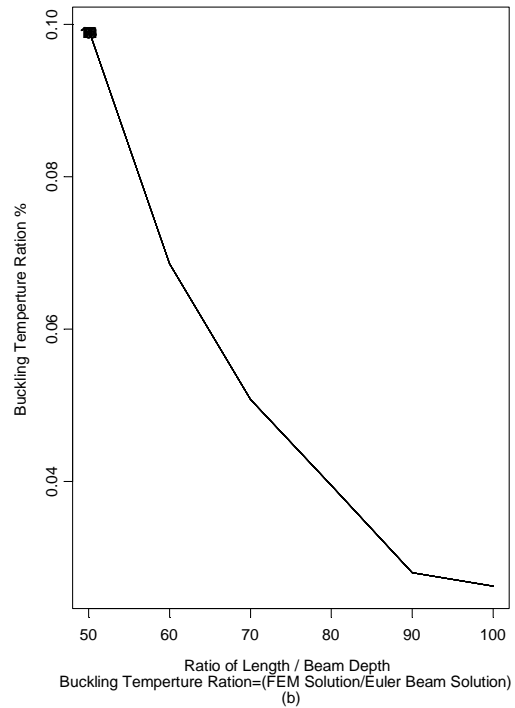
(a)



(b)



(c)



(d)

圖 8-5 挫屈溫度與長度之收斂特性

圖 8-5 (a) 觀察到隨著分析模式中長度的增加，分析的結果有

逐漸收斂的情況，而且所得到的挫屈溫度將與理論解更為接近。然而，由圖可發現到這種收斂的關係，將會因為不同的輸入參數而異。因此，本研究便針對理論解的公式內容進行探討，期望可由此發現系統中的主要控制因子。

由挫屈理論公式 8 - 3 可觀察到，在系統中的彈性係數 E 與溫度係數 α 對於挫屈溫度的分析結果將不致造成影響。而在本研究以有限元素分析進行驗證時，亦可得到相同的結論。因此，可以判斷影響系統的參數有模型長度 L_s ，以及鋼軌的斷面性質 I_s 。其中表示的鋼軌斷面性質的慣性矩，是由寬度 b_s 與高度 h_s 組成。而 L_s 、 b_s 、 h_s 這 3 者同為長度的單位，因此，本研究嘗試以無因次的觀念進行分析。將圖 8 - 5 (a) 所得到的資料，以這 3 者的關係相互比較，最後發現寬度 b_s 對於系統的反應亦不造成影響，唯一有關的參數為斷面的高度 h_s 。

因此，研究將圖 8 - 5 (a) 的改用另一種形式表示，縱座標依然為有限元素分析所預估的挫屈溫度與理論解的挫屈溫度之差距，橫座標改由系統長度 L_s 與斷面高度 h_s 之間的比值所形成的無因次參數 L_s/h_s 。經由這樣子的調整後，溫度差距的比值與無因次參數 L_s/h_s 之間的關係將會彙整成一條平滑的曲線，彼此間的關係更顯得單純化，如圖 8 - 5 (b) 所示。

本研究應用上述的結論重新規劃分析的模式，分析步驟中使用隨機方式顯用不同的材料性質來構建軌道模型，而各種模型之間所使用的參數沒有任何的規律，但是所構成的 $E_s I_s$ 組成可分為 5 組。接著再控制 L_s/h_s 成為 6 種不同的組成，經由有限元素分析與比對理論解之後，圖 8 - 5 (c) 為 30 組個案溫度差距的比值與模型長度之間的關係以曲線方式表示，圖形中明顯的顯示出隨著分析模式中長度的增加，挫屈溫度差距比值的結果有逐漸收斂的情況，而且不同分析模式

會有不同的表示曲線。研究中再將 30 組個案的挫屈溫度差距比值與每個個案的無因次參數 L_s/h_s 以繪圖表示，其結果如圖 8-5(d) 所示。

由此分析結果可得知，無論分析的細長柱模型中材料參數、幾何結構、斷面性質或是模型長度以不同的方式組成，應用有限元素分析所求得的挫屈溫度與理論解之間的關係將隨著無因次參數 L_s/h_s 的增加而更為接近。 L_s/h_s 的比值可說是判定模型的架構是否符合細長柱的要求。而由圖形中可觀察到當系統長度達到 $L_s/h_s=50$ 時，挫屈溫度差距比值可控制在 0.1% 左右。如果分析時要求更高的精確度，可在於分析模型構建時，要求系統長度達到 $L_s/h_s=70$ 以上，此時挫屈溫度差距比值可控制在 0.05% 以下，達到精確的分析結果。

8-4-1-3 元素切割收斂性

上個研究步驟中得知 L_s/h_s 的比值是判定模型的架構是否符合細長柱的要求，系統長度達到 $L_s/h_s=50$ 時，挫屈溫度差距比值可控制在 0.1% 左右。上述研究步驟的模型中可得到很高的精確度，是因為分析模型構建時以非常精細的方式配置元素。分析模型中以 1cm 配置一個樑元素，如此的配置方式若是 $L=10\text{m}$ 的分析模型則需要 1000 個樑元素來架構。在單純的細長柱挫屈問題中或許可以輕易的完成分析步驟，但如果架構在整個軌道系統時則需要相當多的時間來分析。而根據研究經驗顯示，倘若元素切割方式變得較為寬鬆時，分析所得的精確度將會降低，但卻可得到較為快速的運算時間，如何拿捏兩者之間的平衡則必須經過元素切割方式與收斂性之間的探討。

本研究構建模擬細長柱系統的分析模型時，建立 $L_s/h_s=50$ 、60、70、80、90、100 六種長度模型，每一種長度模型應用不同的元素長度進行配置，其中元素長度 x 被要求以 $x_b/h_s=1.5$ 、2.0、2.5、3.0、3.5、4.0、4.5、5.0、5.5、6.0，如此將可構建 60 個分析模型，在經過有限

元素的分析之後，以 ABAQUS 所得到的預估挫屈溫度進行探討。研究中將每一種相同長度的細長柱模型裡，以最精細的元素切割方式 $x_b/h_s=1.5$ 之預估挫屈溫度作為比對基礎，將不同 x_b/h_s 分析模型的預估挫屈溫度與其進行比較。圖 8 - 6 (a) 中的縱座標為 $x_b/h_s=1.5\sim 6.0$ 分析模型的預估挫屈溫度與 $x_b/h_s=1.5$ 之預估挫屈溫度之差距，橫座標為 x_b/h_s 所構成的無因次參數，而圖中展現 6 條曲線是因為分析模型以不同 L_s/h_s 特性所構成的關係。圖 8 - 6 (b) 是將上述的分析結果以另一個不同的角度所觀察到的結果，圖中的縱座標與圖 8 - 6 (a) 相同表示預估挫屈溫度之差距，橫座標則為另一個無因次參數 L_s/h_s 。

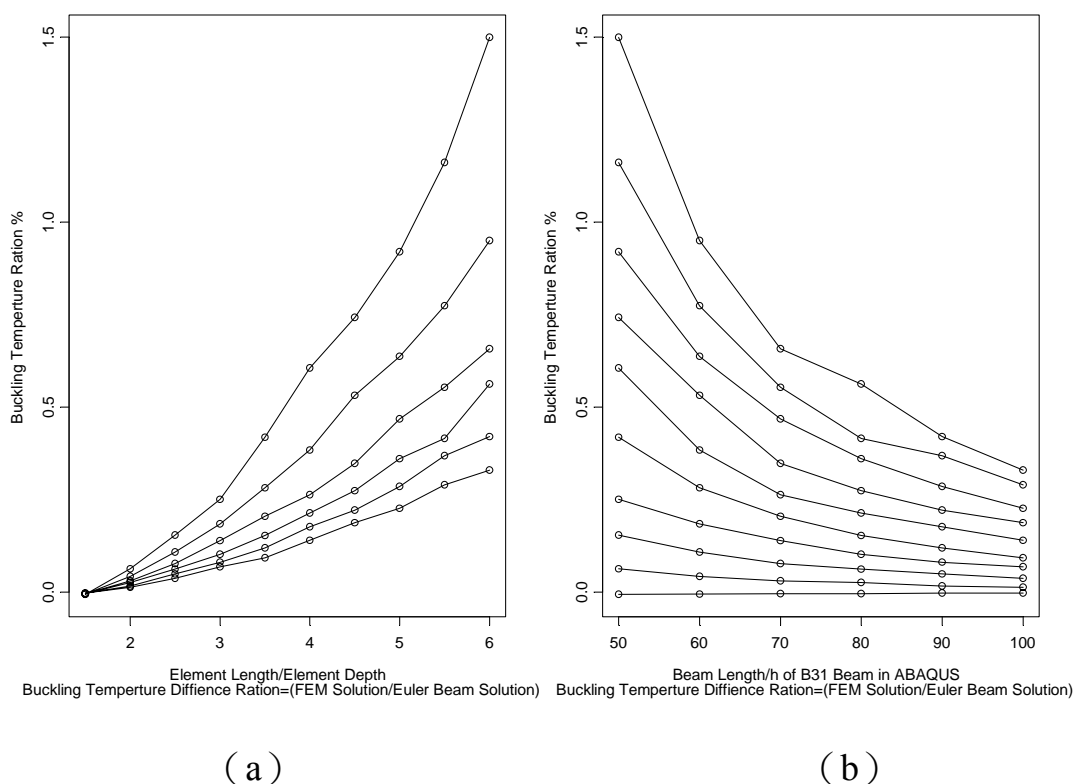


圖 8 - 6 元素切割與收斂性

觀察圖 8 - 6 可瞭解在不同的元素切割情況下，預估挫屈溫度的收斂行為。由圖中可明顯的觀察到， L_s/h_s 與 x_b/h_s 兩者同時控制著分析模型的精確度，當分析模型的長度比較短而且切割方式又較粗時分

析的精確度相對的變的比較低。在任何 L_s/h_s 情況下，若將 x_b/h_s 設定在 3.5 以下，則分析的差距可收斂至 0.5%，這樣的切割要求下以達到相當完善的精確度。

8-4-2 曲線段開放斷面

以上是針對直線段封閉斷面所進行的特性分析，接下來本研究將針對曲線段進行探討。理論解為開放斷面（Open Section）樑元素的曲線段挫屈行為推導了求解公式，其內容如公式 8-10 所示。

$$q_{cr} = \left(\lambda_c^2 - \frac{1}{R_c^2} \right) \frac{E_s I_s}{R_c} \quad (8-10)$$

其中 q_{cr} 表示造成曲線樑產生挫屈變形的臨界載重，作用方式是以均佈載重作用在樑的一側，且方向指向曲線段的圓心。 R_c 表示曲線段的曲率半徑， $\lambda_c = n\pi/L_c$ ($n=2,3,4,\dots$)， L_c 為曲線長度， n 為挫屈模態。邊界條件為樑鉸接（Pinned-Pinned），挫屈變形的行為如圖 8-7 所示。圖中實線線型為挫屈變形前的結構，虛線為挫屈變形的形狀。

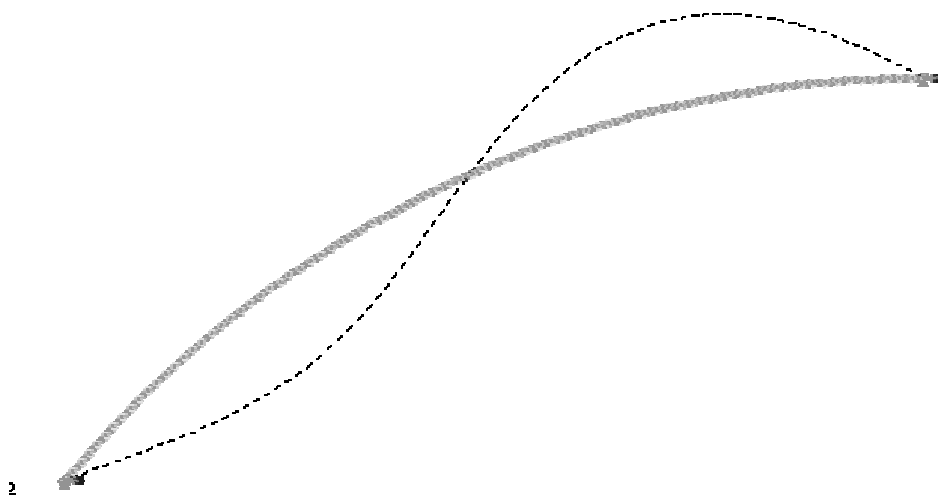


圖 8-7 曲線段長柱挫屈行為

在之前矩形封閉斷面樑的挫屈分析中，無因次參數 L_s/h_s 可控制分析模型的收斂性。然而，在較為複雜的斷面中的面積不再是 $A=bh_s$ ，

因此斷面性質的改變與模型長度不可再以 L_s/h_s 表示。再探討不同的組合後，研究中以 $(I_s/A)^{0.5}$ 取代 h_s ，應用無因次參數 $L_s/\sqrt{I_s/A}$ ，探討系統長度與收斂性的關係。研究中以多種組合構建分析模型，並將每個分析個案與理論解相互驗證，圖 8-8 為所有分析模式的趨勢。

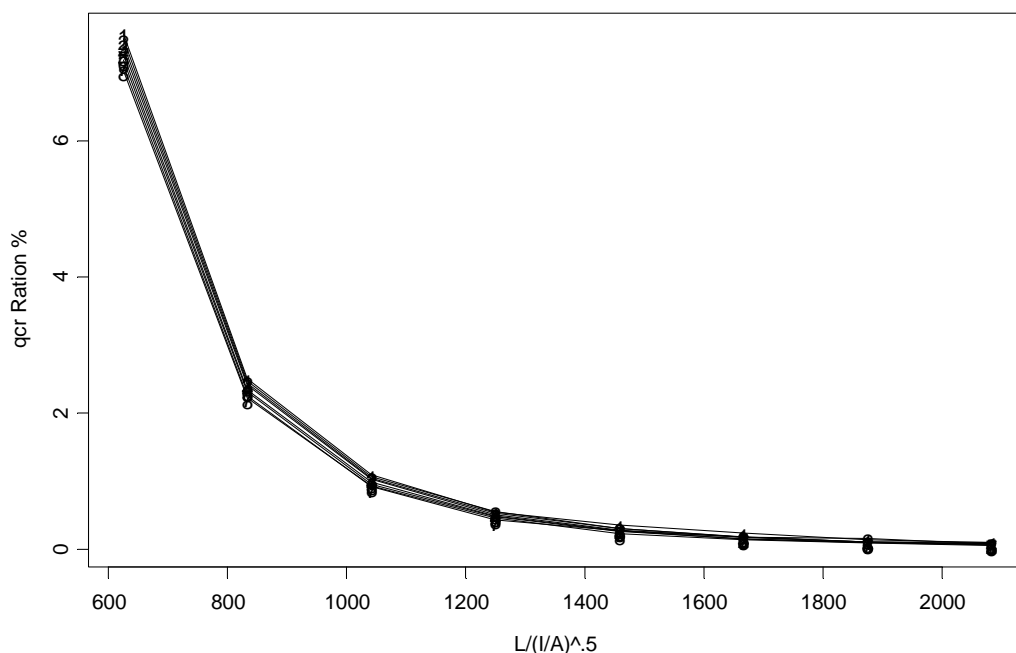


圖 8-8 曲線段開放斷面長度與收斂性

由圖可觀察到隨著曲線長度的增加，應用 ABAQUS 分析結果將會與理論解吻合。當無因次參數 $L_s/\sqrt{I_s/A} > 1000$ 時，誤差可控制在 1%，當無因次參數 $L_s/\sqrt{I_s/A} > 1350$ 時，應用 ABAQUS 預估挫屈荷重以可達到模擬理論解高達 99.5% 的精確度。

8-4-3 鋼軌斷面

前兩節針對直線段封閉斷面與曲線斷開放斷面進行探討，並求得其分析模型精度控制的方式。接下來將針對一般使用的軌道斷面進行分析，探討實際鋼軌斷面型態的分析模型與理論解的關係，並進行與其相關參數的收斂性分析。研究中將採用常見的四種鋼軌類型分別是 RE70、RE115、RE132、RE140，其中數值代表每碼的磅數。四種常

用鋼軌的各種斷面性質可彙整成表 8-5。

表 8-5 鋼軌類型與斷面性質

鋼軌類型	I_{11}	I_{22}	A	H	b_2	l
RE70	-	202.3	43.9	-	-	-
RE115	2730.5	449.5	72.6	16.8	6.9	7.6
RE132	3658.7	599.4	83.3	18.1	7.6	8.1
RE140	4037.4	616.0	89.0	18.6	7.6	8.6

其中， I_{11} 為繞軸 1-1 的慣性矩[cm^4]，其中 I_{22} 為繞軸 2-2 的慣性矩[cm^4]，A 為鋼軌斷面積[cm^2]，h 為鋼軌的總高度[cm]， b_2 與 l 分別表示鋼軌頭部的寬度[cm]與鋼軌中性軸距離鋼軌底部的長度[cm]，詳細內容可參照圖 8-9【HKS, 2000a】。

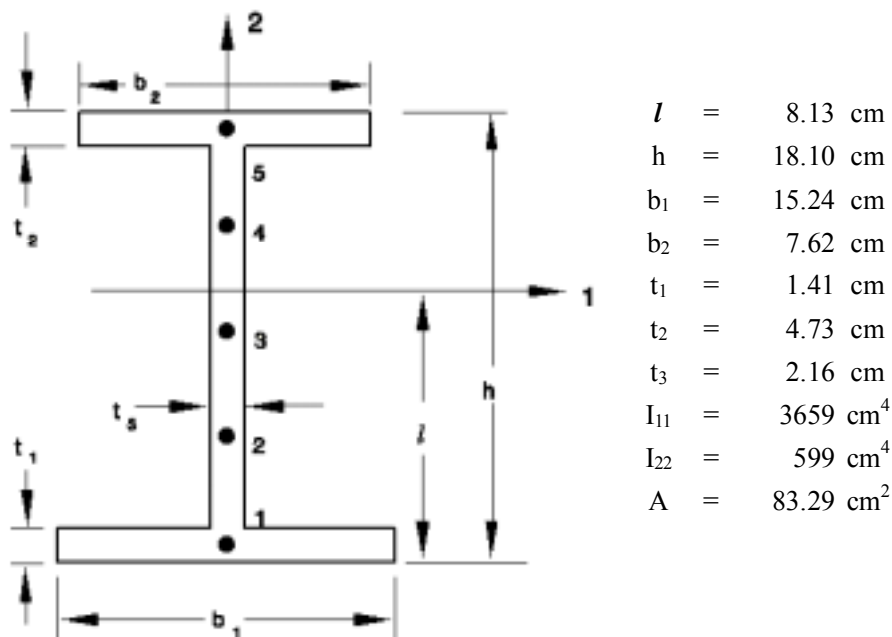


圖 8-9 RE132 型鋼軌斷面性質諸元

8-4-3-1 長度與收斂性

本研究以 RE70、RE115、RE132、RE140 四種鋼軌斷面分析挫屈行為，每一種鋼軌型態分別建立 10 不同的長度分析的模型。以

ABAQUS 程式分析的結果，擷取每個分析個案中第一模態的預估挫屈溫度，並與細長柱的理論解相互驗證。圖 8 - 10 (a) 為所分析結果挫屈溫度誤差量與模型長度的關係。

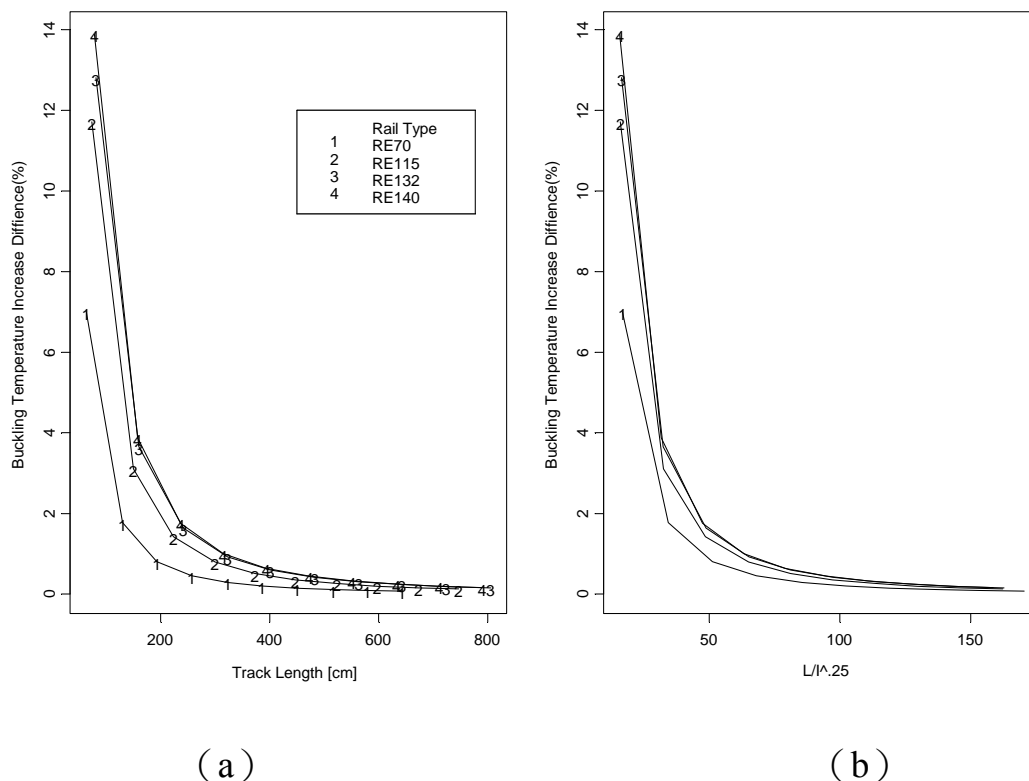


圖 8 - 10 不同鋼軌斷面之長度與收斂性探討

四種鋼軌斷面的挫屈預估溫度與理論解的比較，將隨著長度的增加而逐漸收斂，而且收斂的情況將隨著鋼軌型態的不同而有所差異。而由之前的研究中判斷影響收斂情況的各種因素中，鋼軌的斷面性質有著很重要的地位。因此，研究中以軌性矩 I_{11} 作為觀察的參數之一，將鋼軌長度 L_s 與 $I_{11}^{0.25}$ 兩者組成無因次參數與挫屈溫度誤差量進行比較。圖 8 - 10 (b) 表現出 RE115、RE132、RE140 三種鋼軌的性質較為一致，當無因次參數 $L_s / I_{11}^{0.25}$ 達到 100 時有限元素預估的挫屈溫度與理論解的差距可降至 1%。而 RE70 鋼軌展現另一種不同的曲線，其與理論解的差距比較小，且收斂情況更佳。若將四種鋼軌的斷面加

以探討，可發現 RE70 比其他型態鋼軌的斷面較為接近矩形斷面。

因此，由上述分析可知鋼軌的性質將影響挫屈溫度與理論解差距，但主要的誤差來自於模擬長度的不同，當軌道長度達到要求一定的程度之後可得到良好的收斂。然而，收斂的情況將視鋼軌型態而異，基本上鋼軌型態愈接近矩形斷面收斂情況愈佳。

本研究亦針對 RE132 鋼軌斷面元素之曲線段挫屈分析，比較長度與挫屈溫度之關係，並與細長柱的理論解相互驗證。由表 8-6 之分析結果可發現隨著曲線長度的增加，有限元素分析的挫屈溫度將逐漸收斂且與理論解吻合。

表 8-6 RE132 鋼軌曲線段挫屈分析比較表

鋼軌長度 L [cm]	q_{cr} [kg/cm]		
	理論解	ABAQUS	誤差
1118	1.1435	1.1860	3.6%
1676	0.5082	0.5772	11.9%
2235	0.2858	0.2982	4.2%
2794	0.1830	0.1862	1.7%
3353	0.1270	0.1281	0.9%
3912	0.0933	0.0938	0.5%
4470	0.0714	0.0716	0.3%
5029	0.0564	0.0565	0.2%
5588	0.0457	0.0458	0.1%

8-4-3-2 切割方式之收斂特性

本研究以不同的切割方式探討以 RE70、RE115、RE132、RE140 四種鋼軌斷面構建的模型，討論切割方式與預估挫屈溫度之間分析結果收斂性的關係。研究中所定義的元素切割細度因子 (Mesh Fineness Factor, F_{mf}) 以公式 8-11 表示，其中 S 為切割樑元素的長度， I_s 為鋼軌斷面的慣性矩。本研究將所分析的個案與定義的切割細度因子之間

的關係以圖 8 - 11 表示。

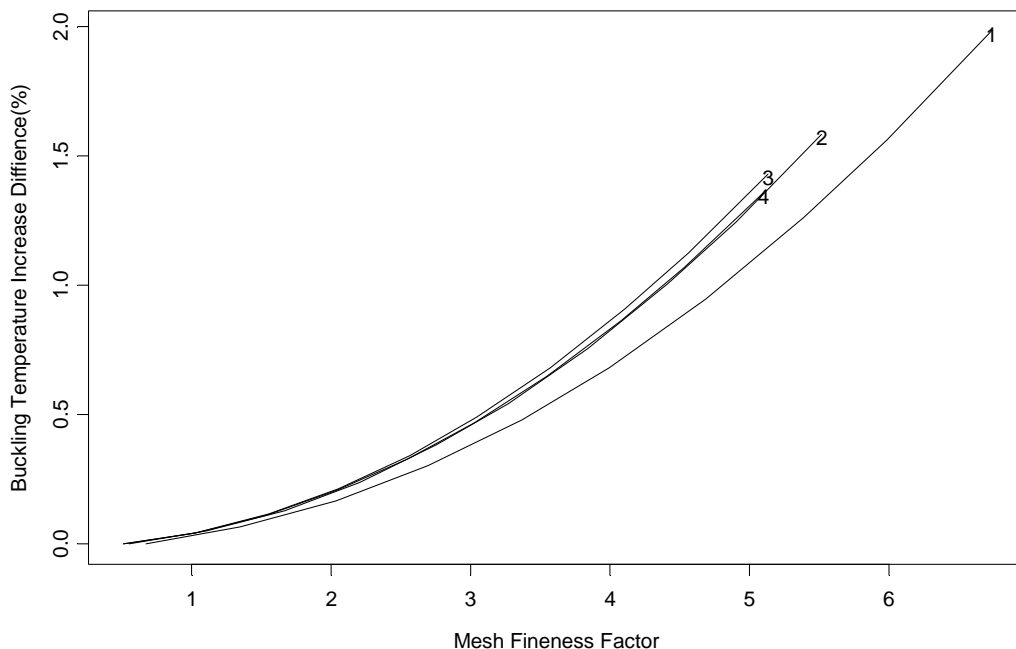


圖 8 - 11 切割方式對分析結果收斂性之影響

由圖可觀察到 RE115、RE132、RE140 三種鋼軌的分析結果較為接近，此乃因為其斷面性質較為一致所致，而與長度收斂性的分析結果相同，RE70 的收斂性比 RE115、RE132、RE140 三種鋼軌的分析結果更加良好。以整體的分析結果而言，若使用的切割方式控制其切割細度因子 $F_{mf} < 4.0$ ，則分析精度可控制達 99%。

$$F_{mf} = \frac{S}{\sqrt[4]{I}} \quad (8 - 11)$$

此外，本研究表 8 - 2 中的參數為基礎，改變系統長度為 16.8、33.5、50.3、67.1、83.8、100.6、117.3、134.1、150.9、167.6、184.4、201.2、217.9、234.7、251.5、268.2 公尺等 16 組軌道長度為分析模型。各種軌道長度又以 ILLI-BUCKLE 的切割方式為比對基礎，以本研究

所建立的軌道挫屈自動化分析程式，將每一種軌道長度再以不同的切割方式分別建立 10 組模型。以此 160 組分析個案進行切割方式與收斂性的探討，並將分析結果以圖 8-12 表示。

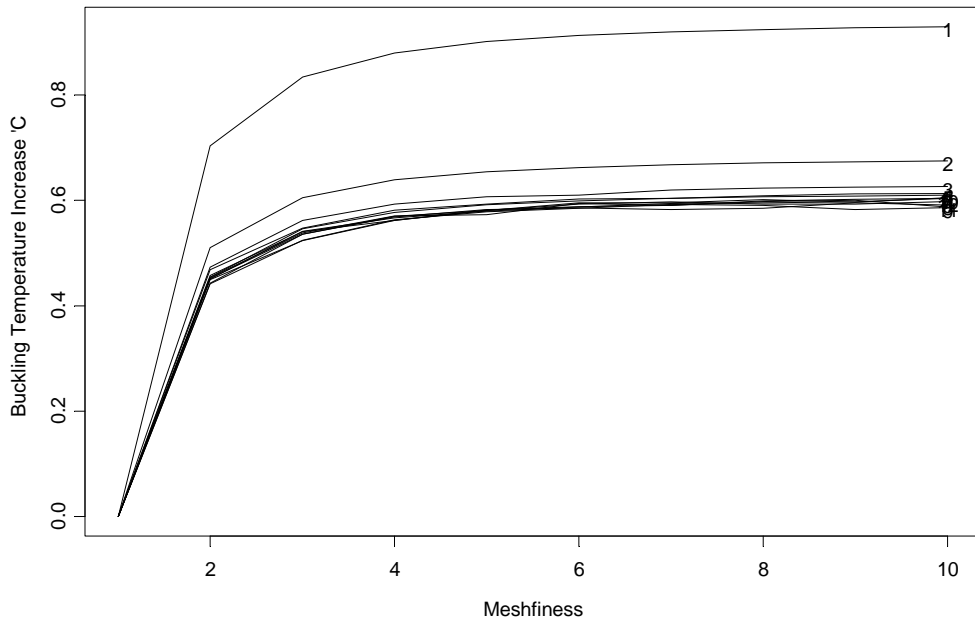


圖 8-12 不同切割方式挫屈溫度之改變量

圖中縱座標表示隨著切割方式變細挫屈溫度的改變量，為 ILLI-BUCKLE 挫屈溫度-不同切割方式挫屈溫度；橫座標表示鋼軌元素的切割方式，Mesh Fineness=1 時的切割方式與 ILLI-BUCKLE 相同為每段軌枕間距中設置 1 個樑元素，Mesh Fineness =2 則為每段軌枕間距中設置 2 個樑元素，以此類推則 Mesh Fineness =10 為每段軌枕間距中設置 10 個樑元素。由圖 8-12 顯示隨著 Mesh Fineness 的增加挫屈溫度之改變將有逐漸收斂的情形當 Mesh Fineness =4 時收斂情形已到達 99.9%。因此進行分析時建議以此切割方式取代 ILLI-BUCKLE 程式的切割方式。

8-5 扣件結構收斂性分析

軌道系統中的組成除了上述的鋼軌元件外，其他元件對於整個系

統的挫屈反應亦有相當程度的影響。鋼軌挫屈理論解僅能提供甚為簡易的結構組成進行分析，當軌道所有元件都組合後的複雜結構非理論解所能分析者，所以相關研究才改採有限元素分析進行探討。有鑑於此，本研究欲以理論解為出發點，應用有限元素法進行一系列的參數分析，探討當各項元件置於軌道結構系統中所產生的影響，進而發現理論解的延伸應用，以下將針對扣件對鋼軌挫屈的影響進行探討。

8-5-1 各自由度對分析結果之影響

本文將以 JOINTC 元素置放於鋼軌上以模擬扣件組成對鋼軌挫屈反應的影響，文中將針對彈性扣件組與鋼軌元件組成的結構來討論，圖 8-13 表示單軌上設置彈性扣件組的架構。

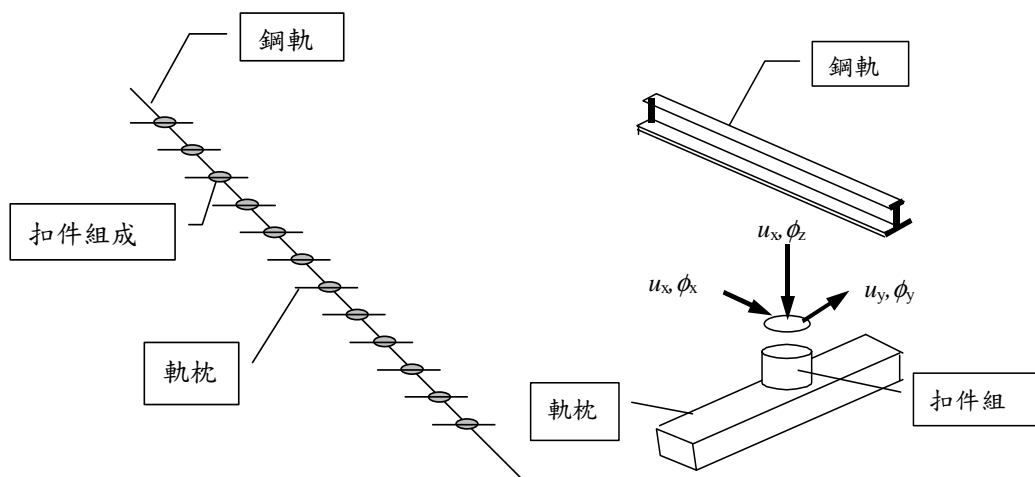


圖 8-13 鋼軌與彈性扣件組架構示意圖

其中，鋼軌以 B310S 元素模擬，引用的斷面性質為 RE132 型鋼軌，彈性係數採用 $E_s = 206\text{GPa}$ 、柏松比 $\nu = 0.3$ 、軌道長 $L = 4.0\text{ m}$ ，彈性扣件如圖 8-13 所示，以 JOINTC 元素模擬。JOINTC 提供了六個自由度的勁度作為力傳遞的機制，以間距 $s = 127\text{mm}$ 佈置一個 JOINTC 元素進行分析。

研究中針對六個方向之自由度之勁度對系統的反應進行探討，分析時將分別調整各種勁度來探討其敏感度，圖 8-13 中六個自由度的

勁度分別以 F_{11} 、 F_{22} 、 F_{33} 、 F_{44} 、 F_{55} 、 F_{66} 表示，各種參數分析將在下文中詳述。

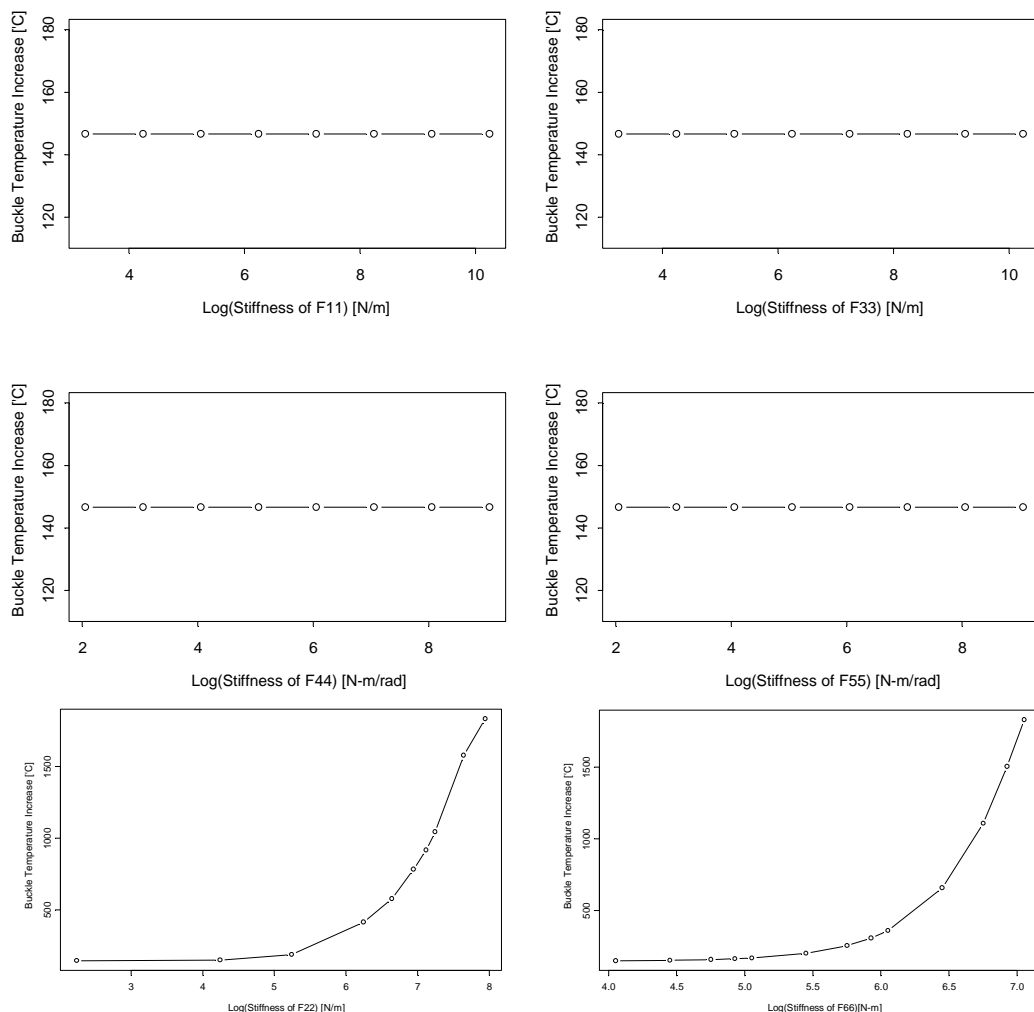


圖 8 - 14 彈性扣件勁度對分析結果之影響

本研究根據圖 8 - 13 所構建的模型進行彈性扣件組各自由度的參數分析研究中，分別改變 F_{11} 、 F_{22} 、 F_{33} 、 F_{44} 、 F_{55} 、 F_{66} 各自由度的勁度值，探討勁度改變與挫屈預估溫度之間的關係。圖 8 - 14 中分析模式中不同 F_{11} 、 F_{33} 、 F_{44} 、 F_{55} 勁度與挫屈溫度的關係，由圖中可發現這四個自由度之勁度任意改變皆不會造成挫屈溫度的改變。因此， F_{11} 、 F_{33} 、 F_{44} 、 F_{55} 四個自由度的勁度之大小並不改變挫屈溫度的運算結果。而圖 8 - 14 亦顯示分析模式中 F_{22} 、 F_{66} 增加將使挫屈溫度增高，由此結果可判斷在軌道挫屈分析中 u_y 與 ϕ_z 兩個自由度所提供的勁

度 F_{22} 、 F_{66} 為主要的控制因子之一。

8-5-2 側向位移勁度之影響

由以上之分析得知 u_y 與 ϕ_z 兩個自由度所提供的勁度對 F_{22} 、 F_{66} 系統影響最大。本文將針對彈性扣件組中 u_y 側向位移勁度 F_{22} 對鋼軌挫屈溫度之影響。研究中以圖 8 - 15 建構分析模型，B310S 元素斷面性質將以 RE132 型鋼軌為模擬的對象。其中 s 為扣件組佈設在軌道上的間距，間距 s 與扣件組 u_y 方向的側向位移勁度 F_{22} ，可定義為軌道側向彈性支承係數 U_{22} ，其內容如公式 8 - 12 所示，意義為單位長度變形所需施加於軌道上單位長度的力。根據此模型本研究將針對下列數種情況進行分析。

$$U_{22} = \frac{F_{22}}{s} \quad (8 - 12)$$

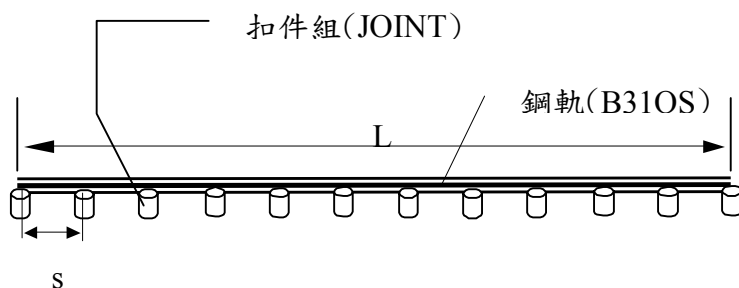


圖 8 - 15 分析模式示意圖

8-5-2-1 彈性支承係數影響

圖 8 - 15 中由 RE132 型軌道建構的分析模型主要的參數包含軌道長度 L_s 、扣件支承間距 s 、扣件勁度 F_{22} 等參數，任意一項數值改變皆會造成分析結果的變動。而在第四章的分析中發現軌道的彈性支承係數 u 為控制軌道撓度與應力分析結果的重要參數，若彈性支承係數為固定時將可得到相同的軌上應力與撓度。本研究以上述結論為假設，考慮以不同的軌道長度 L_s 、扣件支承間距 a 、扣件勁度 F_{22} 等參

數來構成相同彈性支承係數 U_{22} 的分析模型，藉由分析所得的挫屈溫度來探討其特性。

本研究應用表 8 - 7 中的參數固定軌道長度為 4.06m，分析時改變扣件組的支承間距 a ，同時對應不同的扣件勁度 F_{22} ，使彈性支承係數 $U_{22} = F_{22} / s$ 為固定，以此方式建立 5 個分析模型。

表 8 - 7 彈性支承係數參數分析表 (1)

軌道長 L (mm)	支承間距 s (mm)	扣件數目	扣件勁度 F_{22} (N/m)	支承係數 U_{22} (KPa)	挫屈溫度 °C
4064	25.4	161	1.75E+04	689	188.4
4064	50.8	81	3.50E+04	689	188.5
4064	76.7	54	5.29E+04	689	188.7
4064	101.6	41	7.00E+04	689	188.8
4064	127.0	33	8.75E+04	689	189.1

表 8 - 8 彈性支承係數參數分析表 (2)

軌道長 L (mm)	元素長 X (mm)	支承間距 s (mm)	扣件勁度 F_{22} (N/m)	支承係數 U_{22} (KPa)	挫屈溫度 °C
4115	25.4	25.4	1.75E+04	689	185.9
4115	25.4	50.8	3.50E+04	689	185.9
4115	25.4	101.6	7.04E+04	689	185.9
4115	25.4	203.2	1.40E+05	689	185.9
4115	25.4	406.4	2.80E+05	689	185.9
4115	25.4	812.8	5.60E+05	689	185.9

分析結果可由表 8 - 7 中發現，無論扣件組的參數如何改變，只要彈性支承係數 U_{22} 為固定，則軌道的挫屈溫度間的差距甚微，可將其視為相同。雖然表 8 - 7 中的挫屈溫度隨著支承間距間距加大而略有增加，本研究判斷是因為分析模型中使用支承間距 s 直接作為 B310S 元素的切割長度，因而使元素長度 x_b 過大所造成的誤差。基本上表 8 - 7 中的挫屈溫度應為相同的數值。本研究為了驗證此一論點，再以表 8 - 8 進行參數分析，其分析模式與表 8 - 7 類似，唯一

改變的是將每個模型中的元素長度 x_b 都為 25.4mm，以此構成切割方式較為細密的分析模型，經過分析之後可由表中得知所有挫屈溫度完全相同。

這樣的分析結果與之前在軌道力學分析時的結論相同，只要在長度相同以及適當的元素切割配置下，使扣件組的配置能保持一定的彈性支承係數 U_{22} ，則分析所得的挫屈溫度將可得到相同的結果。由此結論可知彈性支承係數 U_{22} 為重要的控制參數，這將有助於本研究以參數分析的方式探討其與軌系統間的敏感度分析。

8-5-2-2 鋼軌材料影響

本文在前面鋼軌模擬元素分析方式的收斂性探討中提到，在單純的鋼軌模式中改變鋼軌的彈性係數 E 不會造成挫屈溫度 ΔT 的改變。此乃由於公式 8-2 與公式 8-3 中挫屈載重 P_{cr} 與挫屈溫度 ΔT 之間的關係可把彈性係數 E_s 約除。然而，此關係應用在具有彈性扣件的系統上將不再適用。本研究以 RE132 鋼軌在相同的軌道長度與彈性支承係數的條件下，建立不同彈性係數 E_s 的分析模型，分析結果可由表 8-9 顯示出挫屈溫度 ΔT 將不再保持固定而隨著彈性係數 E 的調整而變動。

表 8-9 不同 E 值下的挫屈行為

E (MPa)	68940	137880	206820	275760	344700	413640	482580	551520
P_{cr} (kN)	1263	1917	2553	3185	3807	4435	5071	5693
ΔT (°C)	188	143	127	118	113	110	108	106

吾人將表 8-9 中的各項數值進行探討，其中應用 ABAQUS 進行分析時，以載重作為預估量和以溫度作為預估量的分析中，挫屈溫度 ΔT 依然滿足 $\Delta T = P_{cr} / E\alpha A$ 的關係，在確認這樣的關係後可判定分析此類挫屈問題時則可應用挫屈載重的模式來探討，其分析結果應與挫

屈溫度模式的結果相同。

本研究將表 8 - 9 中所提供的挫屈溫度以 $\Delta T = P_{cr} / E\alpha A$ 的關係轉換成挫屈載重，並將挫屈載重 P_{cr} 分成兩個部分，第一部分為鋼軌在不合彈性扣件時本身的挫屈載重 $P_{cr}^{U_{22}=0}$ ，與彈性扣件提供額外的挫屈載重 ΔP_{cr} ，因此在此系統中的挫屈載重 $P_{cr} = P_{cr}^{U_{22}=0} + \Delta P_{cr}$ 。

而鋼軌系統中彈性扣件提供 u_y 側向位移勁度 F_{22} 所構成的系統可視為彈性基礎上的樑，其作用方式如圖 8 - 16 所示，其中 U_{22} 為扣件組側向勁度所構成的彈性支承係數，其效用與特性和第四章中鋼軌彈性支承係數 u 相同。根據圖 8 - 16 中的模式架構可由彈性理論進行推導，進而求得彈性基礎樑的挫屈載重理論解，其理論解可用公式 8 - 13 來表示 $P_{cr}^{U_{22}=0} + \Delta P_{cr}$ 兩個部分，而且彈性支承係數 U_{22} 必須滿足公式 8 - 14 的要求，在第一挫屈模態下 $n=1$ 時彈性支承係數的範圍則在 $0 \leq U_{22} \leq 4\pi^2 EI / L^4$ 。

$$P_{cr} = n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{U_{22} L^2}{n^2 \pi^2} \quad (8-13)$$

$$(n-1)^2 n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^4} \leq U_{22} \leq (n+1)^2 n^2 \frac{\pi^2 EI}{L^4} \quad (8-14)$$

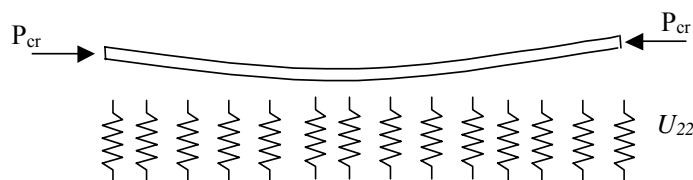


圖 8 - 16 彈性基礎樑的挫屈模式

本研究將上述討論的理論條件重新規劃一系列的分析模型，將公式 8 - 14 中彈性支承係數 U_{22} 要求的範圍作為分析參數，以此進行 ABAQUS 程式之有限元素分析，再將分析結果與公式 8 - 13 的理論

解加以驗證。由表 8 - 10 可觀察到在不同的鋼軌彈性模數 E 下，彈性支承係數 U_{22} 有不同的求的範圍，而有限元素分析與理論解約有 6~7% 的差距。

表 8 - 10 理論 U_{22} 值範圍下不同 E 值的挫屈行為

E MPa	U_{22} N/m	Pcr 有限 kN	Pcr 理論 kN	差距
6.89E+04	622	655	696	0.062
1.38E+05	1244	1309	1392	0.064
2.07E+05	1866	1962	2089	0.065
2.76E+05	2489	2612	2785	0.066
3.45E+05	3111	3261	3481	0.068
4.14E+05	3733	3908	4177	0.069
4.83E+05	4355	4554	4873	0.070
5.52E+05	4977	5197	5570	0.072
6.20E+05	5599	5840	6266	0.073
6.89E+05	6222	6480	6962	0.074

本研究將上述分析所得到的結果，進一步以更多元的模型架構來探討。研究中採用不同長度與彈性模數進行分析，並使用公式 8 - 14 之條件作為限制，最後以有限元素程式的運算結果比較公式 8 - 13 理論解所得。由圖 8 - 17 的分析結果可觀察到隨著彈性模數 E 值的增加有限元素程式的結果與理論解差距較大，且在長度較短時差距較大。然而，當軌道長度到達一定程度後有限解與理論解差距將趨於收斂不再變化，根據研究中的分析結果研判在足夠長度的條件下，有限解與理論解最終的最小差距可降至 5.88%。

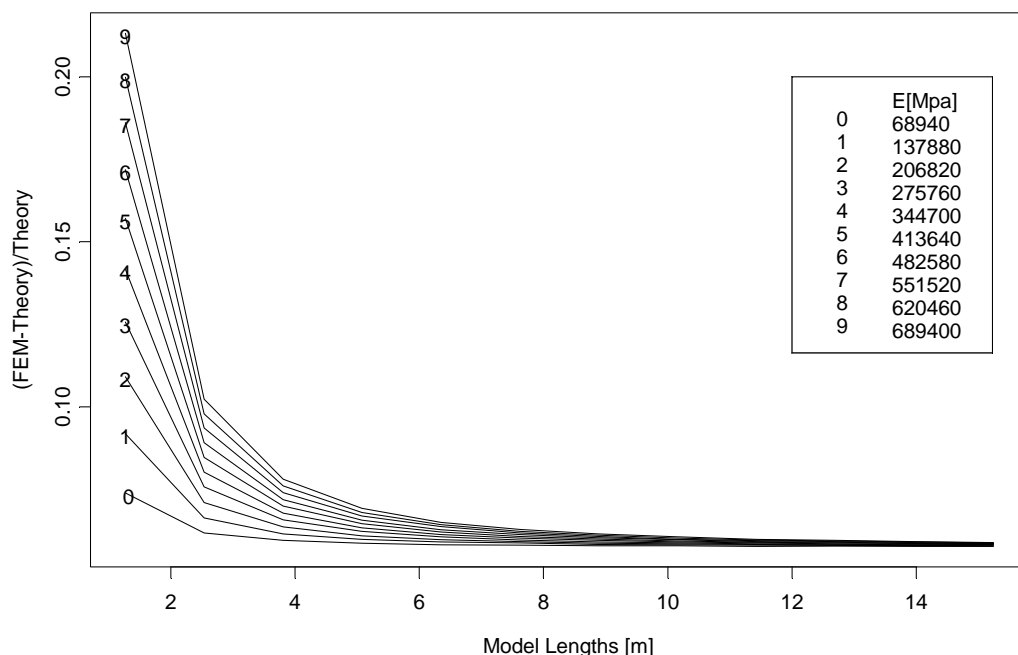


圖 8 - 17 不同彈性模式有限元素分析與理論解之比較

8-5-2-3 勁度交互作用

本研究將扣件組 F_{22} 與 F_{66} 勁度同時作用對所構建的結構系統進行探討。以有限元素分析的結果顯示，若 F_{22} 與 F_{66} 勁度的範圍在上述假設為自由度為完全固定的模式之範圍內，則彈性扣件組勁度交互作用的情況將形呈線性的疊加作用，如公式 8 - 15 所示。若 F_{22} 與 F_{66} 勁度同時作用下， F_{22} 勁度所造成的挫屈溫度 $\Delta T_{F_{22}}$ 與 F_{66} 所造成的挫屈溫度 $\Delta T_{F_{66}}$ 相加則為整體的挫屈溫度 ΔT_{Total} 。

$$\Delta T_{total} = \Delta T_{F_{22}} + \Delta T_{F_{66}} \quad (8 - 15)$$

8-6 挫屈載重預估模式

8-6-1 主要控制參數之探討

本研究主要在探討焊接長軌的挫屈行為，而焊接長軌在理論上為無限長的情況，在以有限元素分析時得知，軌道系統的挫屈載重將隨著模型長度的增加而收斂，本研究就將收斂時的模型長度視為無限長

的情況，以此模擬焊接長軌的型態，至於所需長度為何將在下文探討。

經由前文探討後可知，彈性扣件系統將使鋼軌產生挫屈時需要更高的能量，而整體所需的載重或溫差可分為鋼軌本身與彈性扣件提供的兩個部分。在以有限元素分析驗證後可知，在此系統隨著分析模型長度的增加所需的挫屈載重將有收斂的情況。而觀察公式 8 - 13 中可知鋼軌本身所提供來抵抗挫屈行為的部分將隨著分析模型長度的增加而漸漸消退，取而代之的為彈性扣件提供的部分。本研究以不同的參數組合建立一系列的分析條件，用以探討彈性扣件提供抵抗挫屈行為的部分與整體結構的關係，分析時以表 8 - 11 的參數構建模型共建立 480 組個案，分析結果如圖 8 - 18 所示。

表 8 - 11 挫屈載重收斂性分析參數使用範圍表

Rail Type	RE70、RE115、RE132、RE140
L (m)	10.16、20.32、30.48、40.64、50.80、60.96
E (GPa)	103.4、155.1、206.8、258.6
U ₂₂ (MPa)	3.4474、6.8948、10.3422、13.7896、17.237

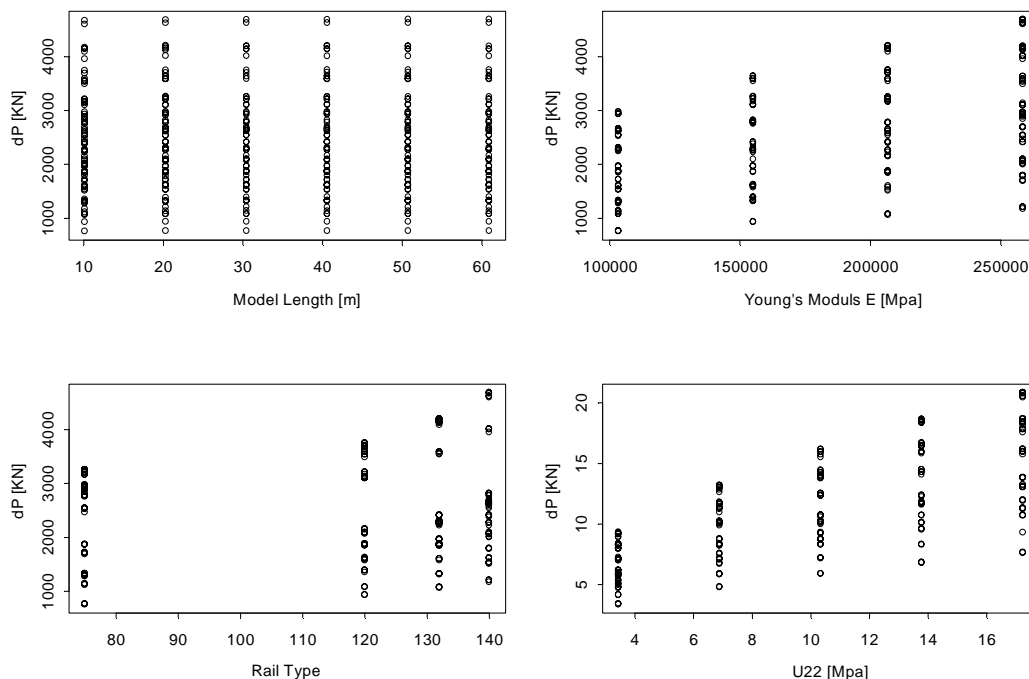


圖 8 - 18 不同分析模式下的挫屈載重增加量

根據圖 8 - 18 的分析結果可明顯的觀察到彈性扣件將提高挫屈載重 ΔP_{cr} ，將隨著軌道的長度 L_s 、鋼軌的彈性模數 E_s 、鋼軌的型態 Type 與彈性扣件的彈性支承係數 U_{22} 的改變而有不同的反應。而且由圖 8 - 18 觀察系統反應時，並不能從 L_s 、 E_s 、Type 與 U_{22} 四個參數單獨考量來判斷挫屈載重 ΔP_{cr} 整體性的反應，四個參數必須同時考慮才可得到挫屈載重 ΔP_{cr} 在系統中所呈現的整體性反應。

有鑑於此，本研究嘗試使用不同參數進行分析探討，觀察在此條件下鋼軌的挫屈行為，判斷含有彈性扣件的軌道系統可視為彈性基礎上的樑模式。因此，研究中將第四章中軌道力學理論解頻繁使用的參數-軌道相對勁度半徑 l_r 所使用的觀念引進，最後發現軌道相對勁度半徑在軌道挫屈行為的模式中亦佔有重要的地位。

L_s 、 E_s 、Type 與 U_{22} 四個參數中的 Type 主要在說明不同的鋼軌型態，其內容表現在鋼軌的斷面，在特性上可以用鋼軌的慣性矩 I_s 表示。因此 L_s 、 E_s 、Type 與 U_{22} 四個參數可應用軌道長度 L 與軌道側向相對勁度半徑 l_R 組成無因次參數 L/l_R 來探討。其中的軌道側向相對勁度半徑可用公式 8 - 16 來計算。公式的內容與第四章提到的軌道相對勁度半徑 l_r 相同，唯一不同處只是以側向勁度支承係數 U_{22} 取代原來的鋼軌支承係數 u 。

$$l_R = \sqrt[4]{\frac{EI}{U_{22}}} \quad (8 - 16)$$

本研究藉由軌道側向相對勁度半徑 l_R 之定義，首先將扣件組提供的挫屈載重 ΔP_{cr} 與整體系統的挫屈載重 P_{cr} 相除得到挫屈載重比 $R_{\Delta P} = \Delta P_{cr} / P_{cr}$ 。並將扣件組提供的挫屈載重 ΔP_{cr} 與鋼軌本身的挫屈載重 $P_{cr}^{U_{22}=0}$ 相除得到挫屈載重比 $R_{P_0} = \Delta P_{cr} / P_{cr}^{U_{22}=0}$ 。接著，將 $R_{\Delta P}$ 與無因次

參數 L_s/l_R 的關係以圖 8-19 表示，將 R_{P_0} 與無因次參數 L_s/l_R 的關係以圖 8-20 表示。

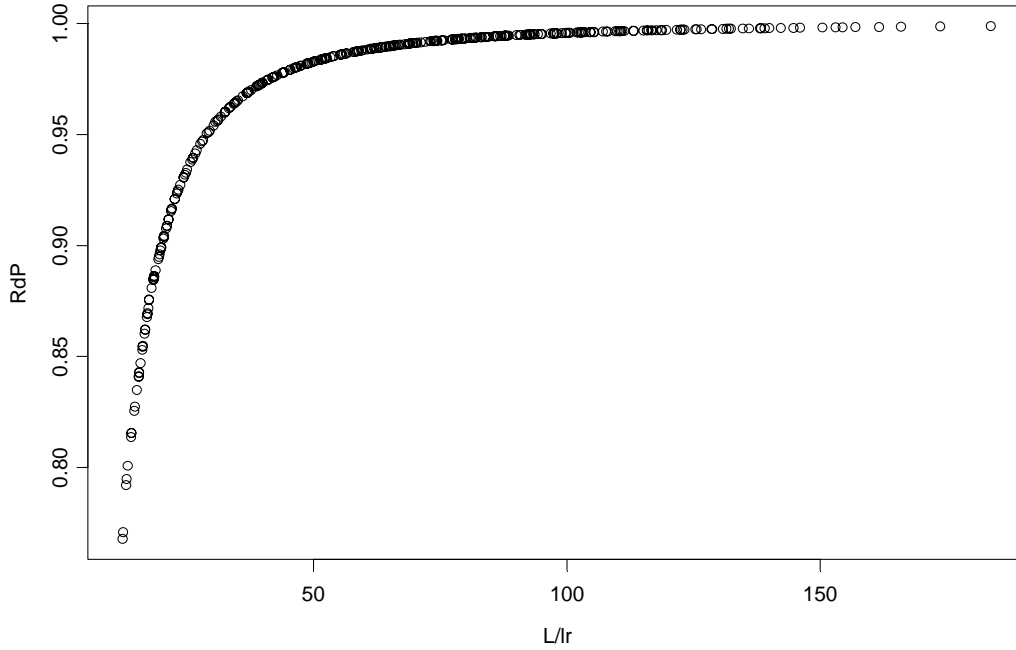


圖 8-19 挫屈載重比 $R_{\Delta P}$ 與無因次參數 L_s/l_R 的關係

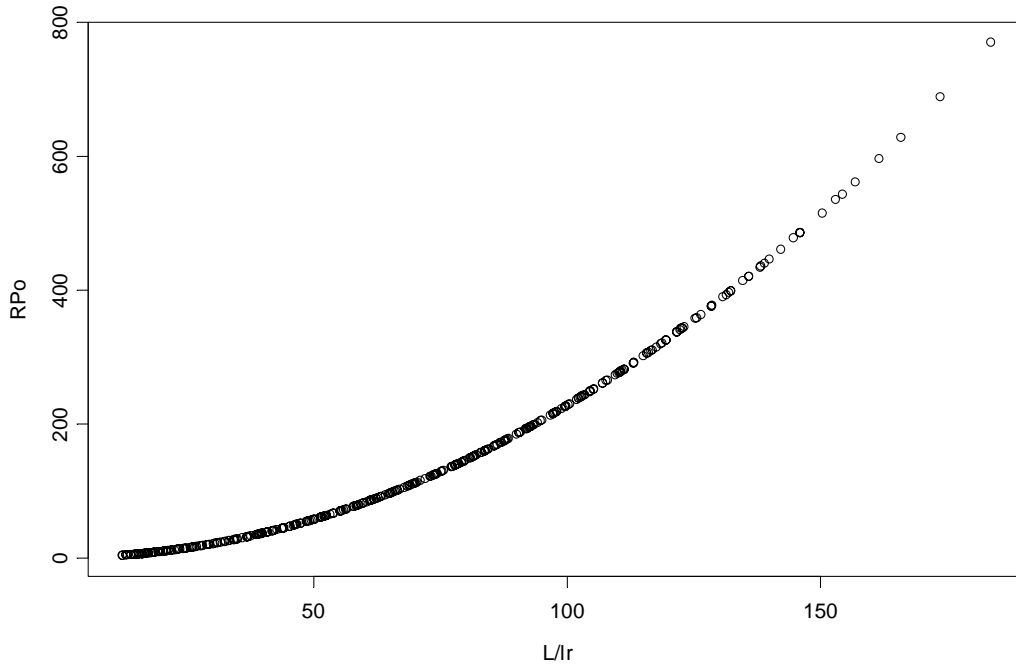


圖 8-20 挫屈載重比 R_{P_0} 與無因次參數 L_s/l_R 的關係

在經由因次分析的方式將運算資料加以整理後，可由圖 8-19、圖 8-20 發現挫屈載重比 $R_{\Delta P}$ 、 R_{P_0} 與無因次參數 L_s/l_R 之間呈現著極為規律的關係。

吾人經由上述的分析過程中可得知在有限元素分析模式下，無論軌道系統以何種 L_s 、 E_s 、Type 與 U_{22} 四個參數來構建，系統中扣件組提供的挫屈載重 ΔP_{cr} 、鋼軌本身的挫屈載重 $P_{cr}^{U_{22}=0}$ 與整體系統的挫屈載重 P_{cr} 三者之間將隨著無因次參數 L/l_R 維持一定的比例關係，而呈現非常緩和的曲線。吾人可利用此一曲線由單純的 Euler 樑挫屈理論擴展至複雜的軌道系統的挫屈行為。

除了上述的發現外，吾人亦可由這層關係亦可瞭解到隨著軌道長度的增加，以有限元素分析的 ΔP_{cr} 、 $P_{cr}^{U_{22}=0}$ 與 P_{cr} 三者之間的關係將逐漸收斂。其中 $P_{cr}^{U_{22}=0}$ 在整體挫屈載重佔有的重要性將逐漸減弱，而 ΔP_{cr} 在系統中逐漸佔有極大的比例。直到軌道長度增加至收斂的情況時 ΔP_{cr} 已完全取代 P_{cr} ，此時 $P_{cr}^{U_{22}=0}$ 僅提供的部分已不再具有重要性。本研究將此情況定義為無限長的情況，將此應用在焊接長軌無限長的理論假設。研究中應用圖 8-19 所分析的結果進一步整理，將資料範圍縮小並彙整成圖 8-21。

圖中顯示當無因次參數 L_s/l_R 到達 65 時 $\Delta P/P_{cr}$ 的比值已可控制在 99%，當 L_s/l_R 等於 93 時 $\Delta P/P_{cr}$ 的比值更加接近可控制至 99.5% 達到更佳的精度。

本研究由顯示的分析結果中探討後決定，當影響挫屈行為的控制因子 L_s/l_R 到達 65~93 時，即可將軌道系統視為無限長的理論狀態，此時以有限元素進行分析將可得到最為接近理論分析的結果。吾人可應用此一結論進一步擴展至整個軌道系統挫屈行為的研究。

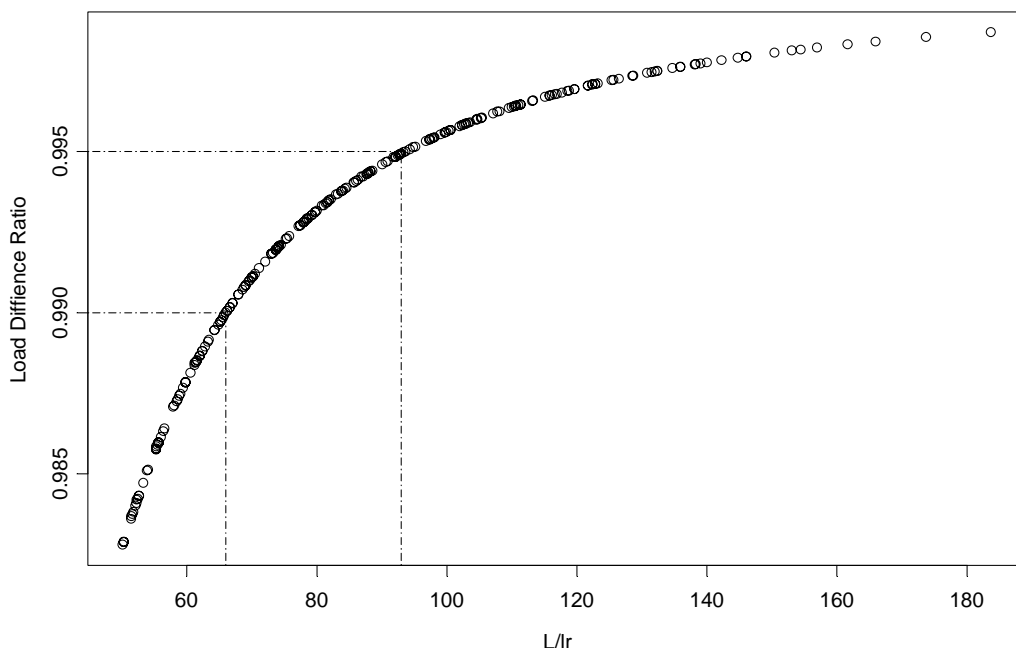


圖 8 - 21 無限長軌道收斂模擬

而根據公式 8 - 13 的內容加以推導，並引進軌道側向相對勁度半徑 ℓ_R 之定義，將鋼軌挫屈載重分為鋼軌本身的抗挫屈能力，與扣件提供的額外抗挫屈能力，則挫屈公式可改寫為公式 8 - 17 之型態。因此，挫屈載重比 R_{Pcr} 之主要控制參數為 L_s/ℓ_R 。

$$\begin{aligned}
 P_{cr} &= \frac{\pi^2 E_s I_s}{L_s^2} \left(1 + \frac{U_{22} L_s^4}{E_s I_s \pi^4} \right) \\
 P_{cr} &= P_{cr}^{U_{22}=0} \left(1 + \frac{U_{22} L_s^4}{E_s I_s \pi^4} \right) \\
 R_{Pcr} &= \frac{P_{cr}^{U_{22}=0}}{P_{cr}} = f\left(\frac{U_{22} L_s^4}{E_s I_s}\right) = f\left(\frac{L_s^4}{\frac{E_s I_s}{U_{22}}}\right) = f\left(\frac{L_s^4}{\ell_R^4}\right)
 \end{aligned} \tag{8-17}$$

8-6-2 預估模式之建立

由上述分析過程得知，軌道挫屈模式主要控制參數為側向軌道相對勁度半徑 ℓ_R 與軌道長度所組成的無因次參數 L_s/ℓ_R 。隨著 L_s/ℓ_R 變化臨界挫屈載重將呈現規律化的改變，應用軌道挫屈載重 P_{cr} 與鋼軌本身的挫屈載重 $P_{cr}^{U_{22}=0}$ 相除得到挫屈載重比 R_{Pcr} ，可將單純 Euler 樑挫

屈理論的擴展應用。根據挫屈載重比 $R_{P_{cr}}$ 的定義可將挫屈載重 P_{cr} 以 $P_{cr} = R_{P_{cr}} * P_{cr}^{U22=0}$ 表示，其中 $P_{cr}^{U22=0}$ 可用 Euler 樑挫屈理論公式求得。

挫屈載重比 $R_{P_{cr}}$ 之主要控制參數為無因次參數 L_s/l_R ，可利用圖 8 - 19 中 R_{P_0} 與 L_s/l_R 之間的關係進行迴歸分析求得。本研究以【Lee, 1993】所使用的 Box&Cox 轉換(Box and Cox Transformation)，分析圖 8 - 19 中的資料，其結果如圖 8 - 22 所示。根據圖中的資料顯示，Log Likelihood 最高點座落在 λ 約為 -0.5 處，根據 Box&Cox 轉換的建議採 $(L_s/l_R)^{-0.5}$ 做為自變數進行迴歸。因此，所建立的挫屈載重比 $R_{P_{cr}}$ 之預估公式如 8 - 18 所示。

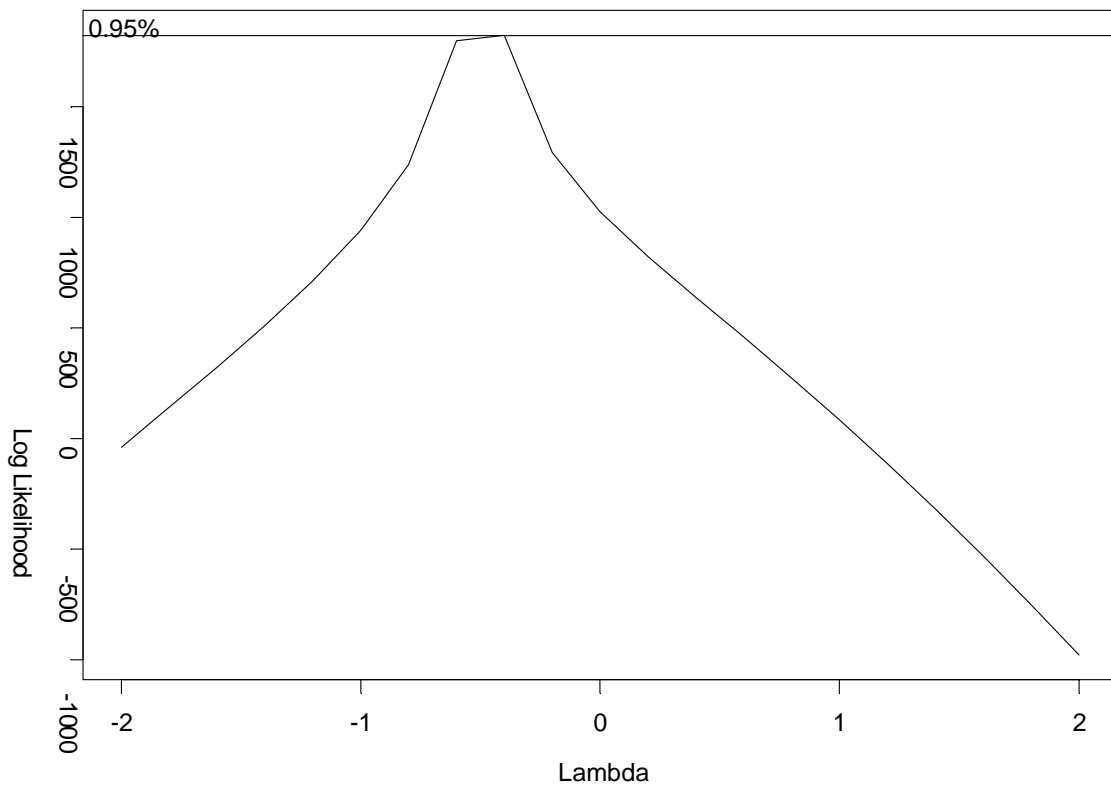


圖 8 - 22 Box&Cox 轉換圖

$$R_{P_{cr}} = \frac{\Delta P_{cr}}{P_{cr}^{U_{22}=0}}$$

$$R_{P_{cr}} = -0.0266 + 0.8315X - 9.5687X^2 + 48.5690X^3 - 49.4658X^4$$

$$X = \frac{1}{\sqrt{\frac{L_s}{\ell_R}}} \tag{8-18}$$

Statistics :

N = 480 , R² = 1.0 , SEE = 0.0004

Limits: $\frac{L_s}{\ell_R} \leq 183.7$

8-6-3 案例分析與驗證

本研究以挫屈預估公式 8 - 18 針對 表 8 - 11 中所建立的分析 480 組個案之挫屈載重進行估算並與 ABAQUS 程式分析的結果相互驗證，分析結果如圖 8 - 23 所示。由圖中可觀察到公式 8 - 18 之預估效果相當良好，應用此預估模式可精確的計算出鋼軌臨界挫屈載重。

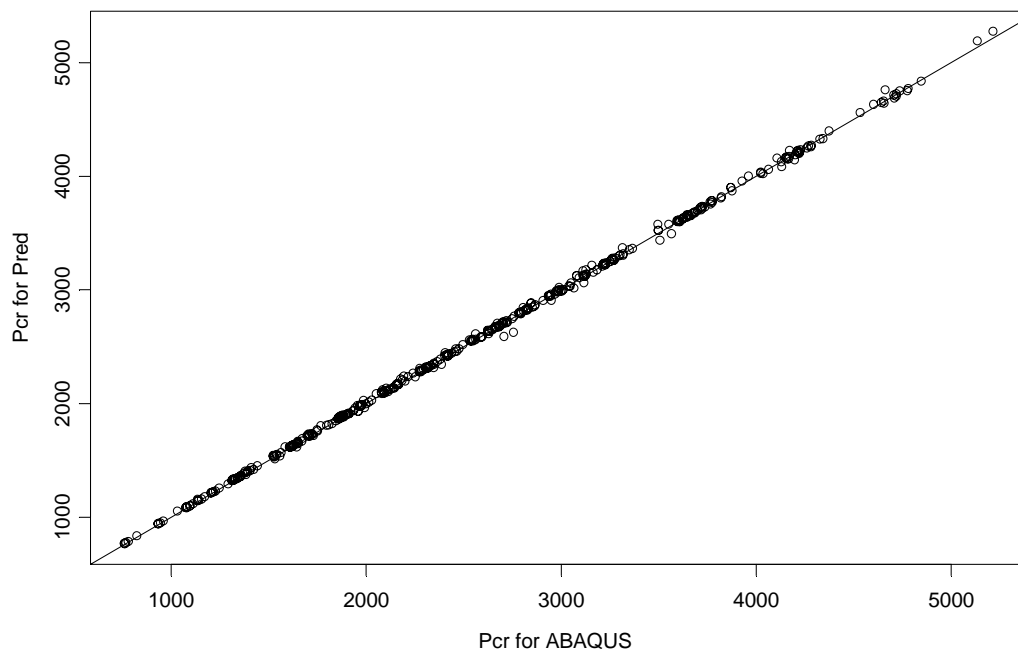


圖 8 - 23 預估載重模式之驗證

挫屈預估公式 8-18 其中之重要參數之一為軌道側向相對勁度半徑 l_R ，探究此一參數的特性與挫屈行為間的關係實際上就是表示軌道系統抵抗側向變形的能力。這項抵抗側向變形的能力除了鋼軌本身的 $E_s I_s$ 外，經過研究中對於軌道挫屈收斂特性的探討後，得知對挫屈反應產生影響的主要因子還包含道碴的側向勁度、扣件的側向勁度與扣件垂直於鋼軌平面的轉角勁度。而經由本文前述章節亦得知各種勁度之間的關係可利用線性累加的方式加以整合。

因此，軌道側向相對勁度半徑 l_R (公式 8-16) 中的側向勁度 U_{22} ，可由道碴的側向勁度 k_{b2} 、扣件的側向勁度 F_{22} 與扣件垂直於鋼軌平面的轉角勁度 F_{66} 結合來計算。這三種勁度的結合，由於軌道上兩條鋼軌產生單位側向位移所需皆相同，因此可利用圖 8-24 計算側向的等值勁度之整合，其中轉角勁度 F_{66} 可經由 $F_{66}/(t/2)^2$ 轉換成側向等值勁度。因此，整合後的側向的等值勁度 K_{22}^{eq} 可由公式 6-19 計算而得，最後再將 K_{22}^{eq} 與扣件間距相除得到 U_{22}^{eq} ，以此計算軌道側向相對勁度半徑 l_R ，即可應用至挫屈預估公式 8-18 中，求得調整因子 R_{Pcr} 。

$$K_{22}^{eq} = \frac{2k_{b2}F_{22}}{2k_{b2} + F_{22}} + \frac{F_{66}}{(t/2)^2} \quad (8-19)$$

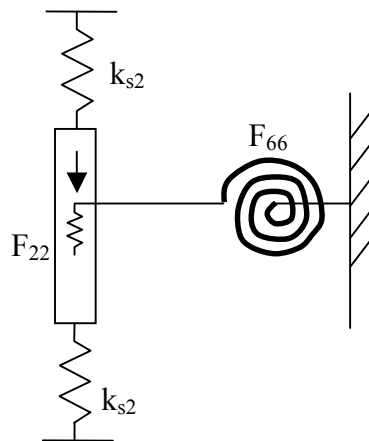


圖 8-24 等值側向扣件示意圖

本研究以表 8-2 中軌道長度 8.40m 與 12.30m 兩例進行驗證，其中最後轉換後的側向的等值勁度 $K_{22}^{eq}=2873\text{N/m}$ ， $U_{22}^{eq}=0.9\text{MPa}$ ，軌道側向相對勁度半徑 $l_R=108\text{cm}$ 。在長度為 8.40m 軌道模型中 $L/l_R=7.73$ ，所計算的調整因子 $R_{p0}=1.63$ ，此時鋼軌理論挫屈溫度為 34.6°C ，則預估之軌道系統挫屈溫度為 90.9°C ，而以 ABAQUS 程式計算的軌道系統挫屈溫度為 88.3°C 。在長度為 12.30m 軌道模型中 $L/l_R=11.34$ ，所計算的調整因子 $R_{p0}=3.05$ ，此時鋼軌理論挫屈溫度為 16.1°C ，則預估之軌道系統挫屈溫度為 65.0°C ，而以 ABAQUS 程式計算的軌道系統挫屈溫度為 71.3°C 。

8-7 本章總結

本研究由細長柱的挫屈理論進行探討，深入瞭解軌道系統中鋼軌挫屈的行為，研究中針對 ABAQUS 程式提供的各種模擬軌道結構之元素進行收斂性探討，進而慎選建構軌道挫屈模型的適當模擬元素，並以有限元素程式分析。研究中並以 ILLI-BUCKLE 程式為藍本，構建一套可進行自動化分析的流程，此分析程式經由分析案例的驗證已確認其分析結果與 ILLI-BUCKLE 程式分析結果吻合。然而，本研究建立的程式除了擁有 ILLI-BUCKLE 程式的原有的功能以外，本研究更增加批次化的功能使程式可以自動化進行一系列的參數分析程序，此程式的建立將可有效率的分析影響軌道挫屈行為的各種因子。

本研究使用上述自動化分析程式進行軌道挫屈相關參數的敏感度分析，進而確立影響軌道挫屈行為的主要因素。研究中發現軌道挫屈除了與鋼軌本身的材料性質有關外，另外道碴與扣件所提供之抵抗側向變形能力的結構勁度有關。而根據本文先前研究中探討的軌道相對勁度半徑亦可應用在軌道挫屈分析當中，本研究應用此一觀念定義軌道側向相對勁度半徑 l_R ，而發現軌道挫屈的主要控制因子為無因次

參數的 L/l_R ，研究中並應用此一參數的建立挫屈載重比的預估模式，應用此預估模式可利用細長柱的挫屈理論公式求的鋼軌挫屈時的載重與溫差。本研究並且使用結構勁度線性累加的方式將道碴與扣件所提供之結構勁度整合成等值的側向位移勁度，以此作為軌道挫屈分析時的參數。

根據上述研究所得的結論影響挫屈行為的最大因素在於系統抵抗側向變形能力，若將此觀念推展至版式軌道，可發現到由於版式軌道捨棄道碴結構將使得系統的側向勁度提升，因而降低了挫屈變形的潛能。而且鋼軌以扣件組成安裝在軌道版上之結構模式可將兩條鋼軌視為完全獨立的情況，因此挫屈行為將更為單純。

本研究以因次分析方式所建立的分析模式可針對任意軌道模型進行分析，為一個可觀察軌道挫屈行為具有整體性的研究方式，可改善相關研究中針對單一個案分析或僅針對有限範圍的參數分析之限制。藉由本研究的架構在未來可增加更為深入的研究項目，例如相關結構勁度弱化或支承喪失等問題，或由分析模型的調整探討列車載重與溫差作用的影響，以及更為深入的非線性行為與動態荷重的影響。

第9章 TKUTRACK 程式

9-1 程式之構建

本研究綜合上述的分析流程以及所建立的調整因子，應用 EXCEL 程式並配合其中的 Visual Basic 編輯器工具，將分析方法建立在 EXCEL 程式下，並以 Visual Basic 編輯一套具有良好使用介面的軌道力學分析程式 TKUTRACK。使用者可透過此程式的輸入介面將軌道的建造結構與材料參數和作用載重輸入，該程式會將所有的輸入參數加以彙整，並引用本研究所建立的預估模式與分析程序將版上的臨界應力即時計算。本程式運算分析時亦可將詳細的計算過程呈現，可由每個分析過程確定分析結果的正確性。如此，將可簡化應用有限元素分析求解軌道應力的繁雜過程。再者，本程式簡易的輸入畫面可使使用者清楚的判斷分析程式所需的資料，因此在應用上較為簡便。程式的輸入介面如圖 9-1 所示，圖 9-2 為分析程式的詳細內容。



圖 9-1 TKUTRACK 程式示意圖

	A	B	C	D	E	F	G
1	詳細分析過程						
2							
3							
4		扣件0	扣件1	扣件1	扣件3	扣件4	
5	扣件位置x	0.000	60.0	120.0	180.0	240.0	
6	正規化扣件位置x/r	0.000	1.304	2.609	3.913	5.218	
7	RFi	0.526	0.429	-0.039	-0.042	-0.036	
8	Fi	5260.717	2257.082	205.680	-218.474	-189.018	
9	調整因子RDO	1.000	0.207	0.067	0.050	0.001	
10	oi	27.697	11.883	1.083	-1.150	-0.995	Total Sum
11	oi*Fw	27.697	2.455	0.073	-0.058	-0.001	30.166
12	Fuw	1.040936					
13	Fi	0.516722					

圖 9 - 2 程式顯示的詳細計算過程

9-2 程式之驗證

本研究以表 9 - 1 中的軌道系統案例進行驗證，研究中首先以 ABAQUS 程式進行分析，並以本研究所建立之 TKUTRACK 進行計算，所有案例的分析結果如圖 9 - 3 所示。而由圖 9 - 3 可觀察到應用 TKUTRACK 程式所預估的應力值，與 ABAQUS 程式的分析結果甚為吻合。

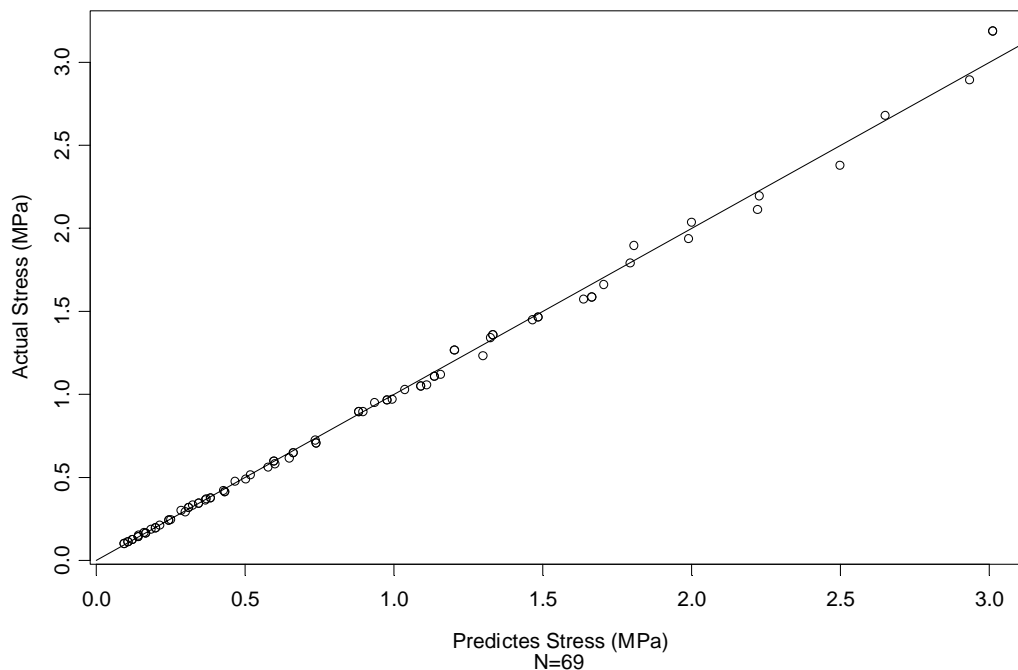


圖 9 - 3 案例驗證比較

表 9-1 案例驗證資料表

P	E_s	I_s	u_1	E_c	I_c	u_2	h_c	k	a/l	W	t	Pred	ABAQUS
kN	GPa	cm ⁴	MPa	GPa	cm ⁴	MPa	cm	MN/m ³		m	m	MPa	MPa
196.2	196	10000	941	41	29952	508	12	400.5	0.34	2.08	1.04	3.01	3.19
196.2	196	10000	941	41	239620	508	24	400.5	0.20	2.08	1.04	1.67	1.58
196.2	196	10000	941	41	304650	508	26	400.5	0.19	2.08	1.04	1.49	1.46
196.2	196	10000	941	41	380500	508	28	400.5	0.18	2.08	1.04	1.33	1.36
196.2	196	10000	941	41	468000	508	30	400.5	0.17	2.08	1.04	1.21	1.26
147.15	206	8000	644	34	398390	347	26	209.5	0.17	2.72	1.36	1.09	1.05
147.15	206	8000	644	34	497580	347	28	209.5	0.16	2.72	1.36	0.98	0.96
147.15	206	8000	644	34	612000	347	30	209.5	0.15	2.72	1.36	0.88	0.89
98.1	216	6000	416	29	492130	225	26	109.6	0.15	3.36	1.68	0.74	0.70
98.1	216	6000	416	29	614660	225	28	109.6	0.14	3.36	1.68	0.66	0.64
98.1	216	6000	416	29	756000	225	30	109.6	0.13	3.36	1.68	0.60	0.60
49.05	226	4000	241	25	55296	130	12	55.5	0.24	3.84	1.92	1.14	1.11
49.05	226	4000	241	25	442370	130	24	55.5	0.14	3.84	1.92	0.43	0.41
49.05	226	4000	241	25	562430	130	26	55.5	0.13	3.84	1.92	0.39	0.37
49.05	226	4000	241	25	702460	130	28	55.5	0.13	3.84	1.92	0.35	0.34
49.05	226	4000	241	25	864000	130	30	55.5	0.12	3.84	1.92	0.31	0.32
9.81	235	2000	105	20	50688	57	12	26.4	0.21	3.52	1.76	0.25	0.24
9.81	235	2000	105	20	80491	57	14	26.4	0.19	3.52	1.76	0.20	0.19
9.81	235	2000	105	20	120150	57	16	26.4	0.17	3.52	1.76	0.17	0.16
9.81	235	2000	105	20	171070	57	18	26.4	0.15	3.52	1.76	0.14	0.14
9.81	235	2000	105	20	234670	57	20	26.4	0.14	3.52	1.76	0.12	0.12
9.81	235	2000	105	20	312340	57	22	26.4	0.13	3.52	1.76	0.11	0.11
9.81	235	2000	105	20	405500	57	24	26.4	0.12	3.52	1.76	0.10	0.10
294.3	196	10000	941	41	29952	508	12	400.5	0.34	2.08	1.04	4.52	4.78
294.3	196	10000	941	41	239620	508	24	400.5	0.20	2.08	1.04	2.50	2.38
294.3	196	10000	941	41	304650	508	26	400.5	0.19	2.08	1.04	2.23	2.19
294.3	196	10000	941	41	380500	508	28	400.5	0.18	2.08	1.04	2.00	2.03
294.3	196	10000	941	41	468000	508	30	400.5	0.17	2.08	1.04	1.81	1.89
220.725	206	8000	644	34	398390	347	26	209.5	0.17	2.72	1.36	1.64	1.57
220.725	206	8000	644	34	497580	347	28	209.5	0.16	2.72	1.36	1.47	1.45
220.725	206	8000	644	34	612000	347	30	209.5	0.15	2.72	1.36	1.33	1.34
147.15	216	6000	416	29	492130	225	26	109.6	0.15	3.36	1.68	1.11	1.05
147.15	216	6000	416	29	614660	225	28	109.6	0.14	3.36	1.68	1.00	0.97
147.15	216	6000	416	29	756000	225	30	109.6	0.13	3.36	1.68	0.90	0.89

P	E_s	I_s	u_1	E_c	I_c	u_2	h_c	k	a/l	W	t	Pred	ABAQUS
73.575	226	4000	241	25	442370	130	24	55.5	0.14	3.84	1.92	0.65	0.61
73.575	226	4000	241	25	562430	130	26	55.5	0.13	3.84	1.92	0.58	0.56
73.575	226	4000	241	25	702460	130	28	55.5	0.13	3.84	1.92	0.52	0.51
73.575	226	4000	241	25	864000	130	30	55.5	0.12	3.84	1.92	0.47	0.47
14.715	235	2000	105	20	50688	57	12	26.4	0.21	3.52	1.76	0.37	0.36
14.715	235	2000	105	20	80491	57	14	26.4	0.19	3.52	1.76	0.30	0.29
14.715	235	2000	105	20	120150	57	16	26.4	0.17	3.52	1.76	0.25	0.24
14.715	235	2000	105	20	171070	57	18	26.4	0.15	3.52	1.76	0.21	0.21
14.715	235	2000	105	20	234670	57	20	26.4	0.14	3.52	1.76	0.19	0.18
14.715	235	2000	105	20	312340	57	22	26.4	0.13	3.52	1.76	0.16	0.16
14.715	235	2000	105	20	405500	57	24	26.4	0.12	3.52	1.76	0.14	0.15
588.6	196	10000	941	41	29952	508	12	400.5	0.34	2.08	1.04	9.04	9.56
588.6	196	10000	941	41	239620	508	24	400.5	0.20	2.08	1.04	5.00	4.75
588.6	196	10000	941	41	304650	508	26	400.5	0.19	2.08	1.04	4.46	4.39
588.6	196	10000	941	41	380500	508	28	400.5	0.18	2.08	1.04	4.00	4.07
588.6	196	10000	941	41	468000	508	30	400.5	0.17	2.08	1.04	3.62	3.79
441.45	206	8000	644	34	398390	347	26	209.5	0.17	2.72	1.36	3.28	3.14
441.45	206	8000	644	34	497580	347	28	209.5	0.16	2.72	1.36	2.94	2.89
441.45	206	8000	644	34	612000	347	30	209.5	0.15	2.72	1.36	2.65	2.68
294.3	216	6000	416	29	492130	225	26	109.6	0.15	3.36	1.68	2.22	2.11
294.3	216	6000	416	29	614660	225	28	109.6	0.14	3.36	1.68	1.99	1.93
294.3	216	6000	416	29	756000	225	30	109.6	0.13	3.36	1.68	1.79	1.79
147.15	226	4000	241	25	55296	130	12	55.5	0.24	3.84	1.92	3.41	3.32
147.15	226	4000	241	25	442370	130	24	55.5	0.14	3.84	1.92	1.30	1.23
147.15	226	4000	241	25	562430	130	26	55.5	0.13	3.84	1.92	1.16	1.12
147.15	226	4000	241	25	702460	130	28	55.5	0.13	3.84	1.92	1.04	1.03
147.15	226	4000	241	25	864000	130	30	55.5	0.12	3.84	1.92	0.94	0.95
29.43	235	2000	105	20	50688	57	12	26.4	0.21	3.52	1.76	0.74	0.72
29.43	235	2000	105	20	80491	57	14	26.4	0.19	3.52	1.76	0.60	0.58
29.43	235	2000	105	20	120150	57	16	26.4	0.17	3.52	1.76	0.50	0.49
29.43	235	2000	105	20	171070	57	18	26.4	0.15	3.52	1.76	0.43	0.42
29.43	235	2000	105	20	234670	57	20	26.4	0.14	3.52	1.76	0.37	0.37
29.43	235	2000	105	20	312340	57	22	26.4	0.13	3.52	1.76	0.33	0.33
29.43	235	2000	105	20	405500	57	24	26.4	0.12	3.52	1.76	0.29	0.30

第 10 章 結論與建議

10-1 結論

本研究是將現有軌道力學分析所應用的彈性支承樑理論結合剛性鋪面力學分析方式擴展為三維軌道力學分析模式之應用，在研中所得結論如下。

1. 本研究針對軌道彈性支承樑理論公式與雙重彈性樑理論公式的推導過程進行探討，研究中並應用過去剛性鋪面研究成果為參考，配合因次分析的研究方式進行主要控制參數之辨識，進而透過理論分析與有限元素分析進行參數之驗證。由研究結果可得到以下結論：
 - (a) 研究中發現在彈性支承樑理論公式中的阻尼參數 (Damping Factor) λ ，其特性組成與剛性鋪面理論公式的相對勁度半徑相似。本研究根據此觀念定義軌道相對勁度半徑 l_r 來表示鋼軌材料性質與彈性支承係數之間的相對關係，為相關公式中之重要的參數之一。此外，本研究亦根據此觀念定義鋼軌與扣件的相對勁度半徑 l_r 、混凝土版與扣件的相對勁度半徑 l_{rk} ，和混凝土版與路床的相對勁度半徑 l_k 。
 - (b) 彈性基礎樑中的結構反應主要控制參數為正規化長度 L/l_r 、正規化軌枕間距 s/l_r 、與正規化載重 a/l_r 。當系統中這些參數獲得控制時結構反應的正規化撓度 $\frac{\delta E_s I_s}{P l_r^3}$ 、正規化彎矩 $\frac{M}{P l_r}$ 、正規化軌枕反力 $\frac{F}{P}$ 將維持相同結果。
 - (c) 雙重彈性支承樑理論的結構反應主要控制參數為正規

化軌道相對勁度半徑 l_{rk}/l_r 、 l_k/l_r 。當系統中這些參數獲得控制時，無論鋼軌或軌道版上的結構反應之正規化撓度 $\frac{\delta E_s I_s}{P l_r^3}$ 、正規化彎矩 $\frac{M}{P l_r}$ 將維持相同結果。

- (d) 本研究以有限元素分析針對軌道系統中軌枕數目的收斂特性進行探討發現，模擬橫枕時軌枕數達 10 個以上即可得到收斂，傳統分析方式建議以 20 個軌枕數模擬之方法顯得過於保守。
2. 本研究以 Visual Basic 與 FORTRAN 程建立批次化作業，配合有限元素分析程式之執行作業，建立自動化分析程序。本程序的應用將可大量簡化 ABAQUS 程式的分析作業，對於一系列龐大的問題可直接由自動化分析程序的處理，以最精簡之作業彙整分析結果建立一個完整的資料庫，以此作為相關的統計分析或探討詳盡之力學模式將會非常簡便。
3. 本研究以上述自動化分析程序針對版置放於路床上的結構模型進行收斂特性分析，得到以下結論：
- (a) 在進行撓度收斂性比較時，二維版殼元素會隨著網格切割愈密，所求得之撓度值愈大而收斂，固體元素在水平向網格切割愈密撓度值愈大而收斂，在厚度方向網格切割中，C3D20、C3D20R、C3D27 元素會隨著網格切割層數增加所求得之撓度值愈大而收斂。而 C3D8、C3D8R、C3D27R 元素會隨著厚度方向切割層數增加撓度值降低而收斂。
- (b) 在應力斂性比較時二維版殼元素中四點元素之 S4、S4R、S4R5 等三種元素所求的應力較為接近，且隨著

水平向網格切割增加應力值增加而收斂。八點元素之 S8R、S8R5 與九點元素之 S9R5 所計算之應力隨著網格切割愈密所求得應力值愈低而收斂，且 S8R5 與 S9R5 所計算之結果都相同。在固體元素中 C3D20、C3D20R、C3D27 元素會隨著垂向切割層數之增加所求得之應力值增加而收斂。

- (c) 在使用 ABAQUS 程式中二維版殼元素，水平向網格切割密度為 3 即可收斂。在使用三維固體元素時，水平向網格切割密度為 3，而厚度切割為 3 層時可以得到很好之收斂。
- (d) 在進行三維有限元素分析時，影響計算結果以厚度方向切割層數影響最大，其次是水平方向網格切割之密度，而切割密度區域(II 區)之選擇影響計算之結果最小。
- (e) 在進行三維鋪面分析時，以 C3D20 元素與 C3D27 元素進行分析可得到相似之結果。若以八點固體元素 C3D8、C3D8R 元素分析時，厚度方向網格切割與水平向網格切割必需非常密才可以達到近似二十點元素或二十七點元素之結果。研究中如果選用有降階積分之元素 C3D20R 或是 C3D27R 元素在相同網格切割下兩者至少會有 2% 之應力差距，無法如 C3D20 元素與 C3D27 元素達到相同應力計算結果。

4. 本研究藉由版的收斂特性分析結果進而擴展至完整的軌道結構模型進行分析，由研究結果可得到以下結論：

- (a) 軌道結構中元素選擇與切割方式對於鋼軌撓度反應影響不大，無論是版殼元素或固體元素除了 C3D8、C3D8R

元素分析時於其他元素之差異較大外，其他元素的分析結果皆相當。而 C3D8、C3D8R 元素分析時又以厚度切割為一層之狀況最差。

- (b) 軌道結構中元素選擇與切割方式對於鋼軌應力反應同樣影響不大，而其中 C3D8、C3D8R 元素厚度切割為一層產生的差異性最大。
- (c) 軌道版的撓度部份，應用版殼元素撓度反應影響不大，而固體元素中 C3D8、C3D8R 厚度切割為一層產生的差異性最大，而元素的使用除了 C3D20、C3D20R 厚度以二層切割方式的情況外，所有的元素之撓度反應將隨著網格切割越細密而收斂。
- (d) 軌道版的應力反應當以版殼元素分析時，四點元素與八、九點元素成為兩種趨勢，其中八、九點元素隨切割密度的增加的收斂速度較快。使用固體元素時所有的元素種類厚度以一層切割的方式收斂效果不佳，其中又以 C3D8、C3D8R 的表現最差。
- (e) 綜合以上分析結果，本研究在元素切割與選擇建議以 C3D20 作為構建模型時的元件，水平方向的切割密度為 3 厚度方向建議切割為三層，則同時可保持精度又可顧慮到分析時所需的電腦資源。

5. 本研究經由收斂性分析探討後，建立軌道結構的最佳化三維有限元素分析模型如下所示：

- (a) 在構建元素的選擇上，鋼軌採用 B31 樑元素，扣件使用 JointC、S8R5、與 R3DB2 元素組成，軌道版使用 S8R5(二維版模式)或 C3D20(三維固體模式) 元素組成。

- (b) 對於扣件的模擬方法，在最接近臨界反應位置的 3 個扣件以完整的組成模擬之，其他扣件則可簡化至僅用 SPRING 元素作為取代力傳遞之裝置。
 - (c) 厚度方向切割為三層，水平面位置中平行鋼軌方向 I 區範圍由版之中心至第四個扣件位置，垂直鋼軌方向 I 區範圍由鋼軌位置往外延伸至兩倍荷重長度。
6. 本研究以自由體圖將軌道模型分解，並利用過去剛性鋪面之研究成果為基礎，結合因次分析與預估模式之建立，發展新的軌道應力與撓度分析方式。研究具體成果如下：
- (a) 研究中發現當荷重作用在鋼軌時，藉由扣件傳遞至版上的載重對系統的影響將隨著扣件位置遠離荷重位置而逐漸減少，而有效的扣件載重距離為 $x/\ell_r > 3$ 。
 - (b) 本研究建立適合於版式軌道與道碴軌道之鋼軌扣件反力預估模式，其中版式軌道的預估模式主要輸入參數為正歸化軌道相對勁度半徑 ℓ_{rk}/ℓ_r 、 ℓ_k/ℓ_r ，與正規化扣件間距 s/ℓ_r ，而道碴軌道之預估模式僅與正規化扣件間距 s/ℓ_r 有關。
 - (c) 應用過去剛性鋪面的研究基礎，使用外車道加寬的調整因子可得任意扣件位置對版中央的臨界反應，在應用線性累加方式可將所有扣件對版中央的臨界反應求得。
 - (d) 使用剛性鋪面的雙輪對單輪調整因子可計算不同軌距的影響，由研究中的驗證可發現當正規化鋼軌間距 t/ℓ_r 縮小至一定程度內將使得兩個鋼軌之荷重產生交互影響，因此過去使用單軌的分析應需調整。

- (e) 本研究建立以多輪作用之調整因子，藉此可計算多輪車架作用在軌道上的結構反應，取代傳統以影響圖計算之方式。
 - (f) 本研究建立雙層版之應力調整因子，藉此可計算瀝青或混凝土處理底層對軌道版上應力之影響。
 - (g) 本研究探討溫差對軌道版的影響，建立溫差作用之應力調整因子，藉此可計算溫差與載重複合作用下軌道版上應力之改變。
 - (h) 本研究以基本的動力學原理，探討列車作用下的軌道動力行為，經研究發現軌道上的反應將隨結構之第一振態頻率改變，而考慮動力作用時最大的影響將是靜力的 1.6 倍。
7. 研究中整合上述之各種參數與預估模式，應用 EXCEL 程式中之 VBA 語法建立各種預估模式之模組，並應用 Visual Basic 軟體編輯一套具有良好使用介面，且方便使用的軌道力學分析程式 TKUTRACK 雛型。經過驗證後得知，應用 TKUTRACK 程式的分析結果與相同條件下的有限元素程式分析結果極為吻合。因此，可驗證本研究所建立的模組化分析步驟之正確性。
8. 本研究在軌道挫屈的研究結論如下：
- (a) 研究中針對構建軌道挫屈模擬的各種元素進行收斂性分析後，確立最適當的分析元素與分析模型構建之方法，可達到要求的精度亦可節省分析時間。
 - (b) 本研究以 ILLI-BUCKLE 程式為藍本，構建一套可進行自動化分析的程式，經由分析案例的驗證已確認其分析

結果與 ILLI-BUCKLE 程式分析結果吻合。然而，本程式研究建立的除了擁有 ILLI-BUCKLE 程式的原有的功能以外，本研究更增加批次化的功能使程式可以自動化進行一系列的參數分析程式，此程式的建立將可有效率的分析影響軌道挫屈行為的各種因子。

- (c) 本研究針對軌道挫屈相關參數進行敏感度分析，進而確立影響軌道挫屈行為的主要控制因子為無因次參數的 L/l_R ，研究中並應用此一參數建立挫屈載重比的預估模式，應用此預估模式可利用細長柱的挫屈理論公式預估鋼軌挫屈時的載重與溫差。
- (d) 本研究並且使用結構勁度線性累加的方式將道碴與扣件所提供之結構勁度整合成等值的側項位移勁度，以此作為軌道挫屈分析時的參數。
- (e) 本研究根據研究所得的結論，可發現到由於版式軌道捨棄道碴結構將使得系統的側向勁度提升，因而降低了挫屈變形的潛能。

10-2 建議

本研究對未來應用本研究所奠定之基礎可進行的研究、程式擴充與驗證有以下之建議。

1. 本文的研究過程中確立理論與數值分析之環節，未來可應用本研究所奠定之基礎，利用因次分析之方法，以及研究中所構建的自動化分析程序，針對軌道系統更進行深入的研究。
2. 本研究主要以軌道靜力學為分析基礎，然而在研究過程中針對各項基礎研究已完整的探討亦確認許多重要的影響參數，未來在此架構下可延伸至結構動態反應之研究。對於軌道之動態

反應可利用研究中所構建的自動化分析程序，由動力學的理论基礎尋找動態反應的主要參數，並以無因次參數之觀念進行研究，探討軌道之振動反應、互制行為與軌枕墊版或其他隔振裝置對系統之影響。而動力學中主要的參數之一為結構的自然頻率，此參數與時間參數所組成的型態亦為無因次參數之觀念，亦為因次分析的一環，未來研究可由此基礎為出發點進行更高階之研究，以作為軌道分析與設計之輔助。

3. 本研究以線性分析為基礎，而研究過程中考慮未來可能應用非線性模式進行分析，因此建構相關的有限元素模型時保留相當的彈性，未來只要針對分析結構中使用元素之相關參數進行調整即可進行非線性行為之分析。
4. 本研究藉由因次分析方式所建立的軌道應力與撓度分析方式並非針對特定個案所完成，因此具備廣泛性與整體性之考量為相較於其他研究的優點。應用時僅需由軌道系統之主要控制參數求得的相關之應力或撓度的調整因子，即可預估任意型態的軌道結構反應。應用此研究方式之特點，未來可在後續研究中可參考過去在剛性鋪面的研究成果，以此建立其他如扣件能力喪失、多版之效應、軌道接頭之結構弱化、或軌道版翹曲之相關調整因子，如此將可使研究更加完備。
5. 本研究所建立的軌道挫屈分析模式可針對任意軌道模型進行分析，為一個具有整體性的研究方式，可改善相關研究中針對單一個案分析或僅針對有限範圍的參數分析之限制。藉由本研究的架構在未來可更為深入的研究，例如相關結構勁度弱化或支承喪失等問題，或由分析模型的調整探討列車載重與溫差作用的影響，以及非線性行為與動態荷重的影響。

參考文獻

1. 後藤晴男(2001)，高速鐵路不整量測與資料處理，第二十一屆中日工程技術研討會軌道車輛分組研討會，交通部高速鐵路工程局，民國九十年。
2. 黃民仁 (1993)，陳世芳，鐵路工程學，文笙書局印行，民國八十二年。
3. 翁禮維 (1986)，鐵路工程，大中國圖書公司印行。
4. 佐佐木 直樹著 (1983)，王其昌譯，版式軌道，中國出版社。
5. 王其昌譯 (1987 a)，軌道動力學分析，西南交通大學。
6. 王其昌等 (1987 b)，鐵路新型軌下基礎應力計算，中國出版社。
7. 郭振銘 (1996)，林煜清，李念祖，版式軌道行為特性與設計需求，國科會專題研究報告，NSC85-2221-E-006-058，民國八十五年。
8. 黃兆龍等 (1995)，預鑄軌道版自動化生產計技術研發，財團法人台灣營建研究中心，內政部營建署，民國八十四年。
9. 林煜清 (1997)，版式軌道之研究與分析模型的建立，國立成功大學土木工程研究所碩士論文，民國八十六年。
10. 周芳如 (1998)，柔性鋪面三維有限元素分析模型之建立與其應用，國立成功大學土木工程研究所 碩士論文，民國八十七年。
11. 孫鈺茹 (1999)，建立日本新幹線版式軌道之分析模型，國立成功大學土木工程研究所 碩士論文，民國八十八年。
12. 陳聖傑 (2000)，分析高速列車通過版式軌道引發之振動，國立成功大學土木工程研究所碩士論文，民國八十九年。
13. 曾俊維 (2001)，以三維有限元素分析軌道結構之動力行為，國立

- 成功大學土木工程研究所碩士論文，民國九十年。
14. 林尚儀 (1982)，*地震時鋼軌彎曲行為之初步研究*，國立中央大學土木工程研究所碩士論文，民國七十一年。
 15. 杜柏儀 (2000)，*軌道挫屈分析之數值模擬*，國立成功大學土木工程研究所碩士論文，民國八十九年。
 16. 鍾明華 (2003)，*省力化軌道簡介*，*捷運技術半年刊*，第二十八期，民國九十二年二月。
 17. 中華軌道車輛工業發展協會 (1998)，*非道碴軌道系統研討會報告*，經濟部工業局軌道車輛工業合作推動小組，民國八十七年。
 18. 吳炘達 (2003)，*接縫式混凝土鋪面參數分析與驗證*，淡江大學土木工程學系碩士論文，民國九十二年。
 19. 吳炘達、李英豪、顏少棠(2004)，*剛性鋪面三維有限元素參數分析與驗證*，*第二十七屆力學會議論文集光碟*，民國九十二年十二月十二日。
 20. 交通部高速鐵路籌備處 (1993)，*軌道工程技術課程講義 (上) (下)*，交通部高速鐵路籌備處，民國八十二年。
 21. 李英豪、李英明、顏少棠、白建華、李朝聰 (1996)，*建立新的接縫式混凝土鋪面應力分析與厚度設計方法 (二) (Development of New Stress Analysis and Thickness Design Procedures for Jointed Concrete Pavements)*，期末報告，國科會計畫編號 NSC85-2211-E-032-010 (第二期)，淡江大學，民國八十五年。
 22. 李英豪、顏少棠、鄭品恭、郭孟齊、張貴祿 (1998)，*機場剛性鋪面厚度設計程式之建立*，期末報告，國科會計畫編號 NSC87-2218-E-032-007，淡江大學，民國八十七年。

23. 李英豪、許瑞升、顏少棠 (2001), *相鄰版塊與溫度翹曲對混凝土鋪面回算之影響(Adjacent Slabs and Temperature Curling Effects on Rigid Pavement Backcalculation)*, 期末報告, 國科會計畫編號 NSC89-2211-E032-032, 淡江大學, 民國九十年。
24. 白建華 (1997), *剛性鋪面回算程式之建立--溫式基礎模式*, 碩士論文, 淡江大學土木工程學系, 民國八十六年。
25. 白建華 (1997), *剛性鋪面回算程式之建立--溫式基礎模式*, 碩士論文, 淡江大學土木工程學系, 民國八十六年。
26. 顏少棠 (2004), *版式軌道力學分析與應用*, 博士論文, 淡江大學土木工程學系, 民國九十三年。
27. 藍苑綾 (2003), *綜合性指標在軌道養護管理系統之應用*, 碩士論文, 淡江大學土木工程學系, 民國九十二年。
28. American Railway Engineering and Maintenance-of-Way Association, AREMA (2001). *Manual for Railway Engineering*.
29. Bao, Y. (1998). *Three-dimensional stability/lateral shift analysis of continuous welded rail (CWR) track and innovative methods to enhance CWR track performance*. Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois.
30. David N. Bilow, P.E., S.E. and Gene M. Randich, P.E. (2000). *Slab Track For The Next 100 Years*, American Public Transportation Association 2000 Rail Transit Conference, 2000.
31. Hibbitt, Karlsson, and Sorensen (HKS) (2000a), *ABAQUS/Standard User's Manual. Vol. I & II*.
32. Hibbitt, Karlsson, and Sorensen (HKS) (2000b), *Getting Started with ABAQUS/Standard*.
33. Hibbitt, Karlsson, and Sorensen (HKS) (2000c), *Getting Started with*

ABAQUS/Explicit.

34. Huang, Y. H. (1993). , *Pavement Analysis and Design*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
35. Kerr, A. D. (1973). A Model Study for Vertical Track Buckling, *High Speed Ground Transportation Journal*, Vol. 7, No. 3, pp. 351-368.
36. Kerr, A. D. (1974a). The Stress and Stability Analyses of Railroad Tracks, *Journal of Applied Mechanics*, Transactions of the ASME, ec., pp. 841-848.
37. Kerr, A. D. (1974b). On the Stability of the Railroad Track in the Vertical Plane, *Rail International*, Feb., pp. 131-142.
38. Kerr, A. D. (1978). Determination of Admissible Temperature Increases to prevent Vertical Track Buckling, *Journal of Applied Mechanics*, Transactions of the ASME, Sep., pp. 565-573.
39. Kerr, A. D. and H. W. Shenton, (1986). Railroad Track Analyses and Determination of Parameters, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 112, No. 11, pp. 1117-1133.
40. Korovesis, G. T., (1990). *Analysis of Slab-on-Grade Pavement Systems Subjected to Wheel and Temperature Loadings*, Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana.
41. Kuo C. M. (1994). *Three-Dimensional Finite Element Analysis of Concrete Pavement*, Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois.
42. Lee, Y. H. (1993). *Development of Pavement Prediction Models*, Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois.
43. Lee, Y. H., and M. I. Darter (1994a). Loading and Curling Stress Models for Concrete Pavement Design, *Transportation Research Record 1449*, Transportation Research Board, National Research

- Council, Washington, D.C., pp. 101-113.
44. Lee, Y. H., and M. I. Darter (1994b). New Predictive Modeling Techniques for Pavements, *Transportation Research Record 1449*, Transportation Research Board, National Research Council, Washington, D.C., pp. 234-245.
45. Lee, Y. H. (1999), TKUPAV: Stress Analysis and Thickness Design Program for Rigid Pavements, *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 125, No. 4, ASCE, pp. 338-346.
46. Lee, Y. H., J. H. Bair, C. T. Lee, S. T. Yen, and Y. M. Lee (1997). Modified PCA Stress Analysis and Thickness Design Procedures, *Transportation Research Record 1568*, Transportation Research Board, Washington, D.C., pp. 77-88.
47. Salsilli-Murua, R. A. (1991). *Calibrated Mechanistic Design Procedure for Jointed Plain Concrete Pavements*. Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois.
48. Tabatabai-Raissi, A. M. (1977). *Structural Analysis of Concrete Pavement Joints*. Ph.D. Thesis, University of Illinois, Urbana, Illinois.
49. Timoshenko, S., James M. Gere (1972). *Mechanics of materials*, New York.
50. Westergaard, H. M. (1926). Computation of Stresses in Concrete Roads, *Proceeding of the Fifth Annual Meeting*, Vol. 5, Part I, Highway Research Board, National Research Council, 1925, pp. 90-112.
51. Westergaard, H. M. (1948). New Formulas for Stresses in Concrete Pavements of Airfields, *American Society of Civil Engineering (ASCE)*, Transactions, Vol. 113, 1948, pp. 425-444,
52. Westergaard, H. M. (1943). Stresses Concentrations in Plates Loaded over Small Areas, *American Society of Civil Engineering (ASCE)*, Transactions, Vol. 108, 1943, pp. 831-886,

53. William, W. H. (1982). *Railroad Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., New York.

