

Instrumentos de Avaliação ao Serviço da Aprendizagem em Estatística

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Arlindo Vieira Chá Chá

MESTRADO EM ENSINO DA MATEMÁTICA NO 3º CICLO DO ENSINO BÁSICO E SECUNDÁRIO

ORIENTAÇÃO

Elsa Maria dos Santos Fernandes

Resumo

Este relatório tem como objetivos apresentar uma reflexão sobre a minha experiência profissional ao longo de nove anos de serviço como docente de Matemática e analisar o impacto de alguns instrumentos de avaliação na aprendizagem dos alunos no tema da Estatística.

Para realizar esta investigação foi selecionada uma turma de um curso profissional, em que quase todos os alunos revelavam dificuldades de aprendizagem em Matemática. Neste estudo, optou-se por uma metodologia de natureza qualitativa de carácter interpretativo.

Os instrumentos de avaliação usados na sala de aula e que foram alvo de análise neste estudo foram os seguintes: testes em duas fases, trabalhos escritos e uma apresentação oral. Com estes instrumentos foi possível identificar as principais dificuldades dos alunos. Assim, verificou-se que os alunos revelaram dificuldades em mobilizar os conceitos estatísticos para contextos reais, em usar conceitos e factos estatísticos como argumentos para fundamentar uma dada tomada de posição, em comunicar as suas ideias e também em assimilar alguns conceitos, como por exemplo, o desvio padrão. Ter usado diversos instrumentos de avaliação, contribuiu para que os alunos superassem algumas dessas dificuldades e também permitiu o desenvolvimento de várias capacidades e competências, como a capacidade para comunicar ideias ou opiniões oralmente ou por escrito; em usar a tecnologia para calcular medidas estatísticas ou usar modelos matemáticos que ajudou a interpretar a realidade. Também contribuiu para que os alunos se tornassem mais letrados estatisticamente e, desta forma, cidadãos mais informados e críticos, com maior capacidade para intervir no meio social.

Palavras-chave: Avaliação; Teste em duas fases; Trabalhos escritos; Apresentação oral; Educação Estatística.

Abstract

The aim of this report is to present a reflection about my working experience over nine years of service as a teacher of Mathematics, and analyze the impact of some of the different assessment tools, traditional tests on students' learning in the subject of Statistics.

To accomplish this research, it was selected a class of a professional course in which almost all students revealed difficulties in the apprenticeship of Mathematics. In this study we have adopted a methodology of qualitative kind of interpretative type.

The assessment instruments used in the classroom and were being analyzed in this study were the following: tests in two phases, written works and oral presentation. With these instruments, it was possible to identify the main difficulties of the students. Thus, the students revealed difficulties in mobilizing statistic concepts into real contexts, in using facts and statistic concepts as examples to justify a certain take of position, in passing on their ideas and also assimilating some concepts, as deviation standard. Using several assessment tools contributes to students to overcome some of those difficulties and also allowed the development of several capacities and abilities, as the skill to pass on spoken and written ideas and opinions, in using the technology to calculate statistic measures or use mathematical models that help to interpret reality. It also contributed to students to become more statistically learned and, this way, more informed and critical citizens, with bigger capability to intervene in social environment.

Key-words: Assessment, Two stages tests, Written works, Oral presentation, Statistic education.

Agradecimentos

Agradeço, em primeiro lugar, aos alunos da turma com qual tive o privilégio de trabalhar, pela cooperação que sempre demonstraram e pelos bons momentos passados. Sem eles, este trabalho não seria possível.

À minha orientadora, Professora Doutora Elsa Fernandes, pela disponibilidade que sempre demonstrou e pelas sugestões que deu. O apoio que senti da sua parte foi deveras importante para que pudesse realizar este trabalho.

Ao Conselho Executivo da minha escola que sempre colaborou no que foi necessário.

À minha amiga Lilibete Sá pela ajuda preciosa e pelo apoio sempre pronto.

À Teresa Sousa e à Hermínia Sousa pela disponibilidade e empenho que colocaram na revisão do texto deste trabalho.

À Susana Bettencourt e ao José Carvalhal pela ajuda na tradução do resumo para inglês.

À minha família por me ter apoiado desde sempre.

Índice

1. Introdução	1
1.1. Motivações e Objetivos do Estudo	1
1.2. Organização do Relatório	6
2. Reflexão sobre a minha prática	7
2.1. Turmas constituídas por alunos com insucesso escolar	8
2.2. Curso de formadores em Matemática	9
2.3. Projeto CEM	12
2.4. Interesse pela avaliação escolar	13
2.5. Principais instrumentos de avaliação usados	15
2.6. Experiência como formador e a evolução.....	20
3. Enquadramento teórico	23
3.1. Educação Matemática <i>versus</i> Educação Estatística.....	23
3.2. Orientações metodológicas para o ensino da Estatística	24
3.2.1. Literacia Estatística, Raciocínio estatístico e Pensamento estatístico ..	25
3.2.2. Realização de trabalhos em grupo	27
3.2.3. Usar tecnologia	28
3.2.4. Diversificar os instrumentos de avaliação	29
3.2.4.1. Teste em duas fases.....	32
3.2.4.2. Apresentações orais	34
3.3. Principais dificuldades dos alunos em Estatística.....	34
4. Metodologia de investigação	36
4.1. Natureza do estudo.....	36
4.2. Caracterização do Ambiente e dos Intervenientes no Estudo.....	37
4.3. Elaboração e aplicação dos instrumentos de avaliação	38
4.3.1. Teste em duas fases.....	38

4.3.2.	Trabalho sobre o Banco Alimentar contra a Fome	39
4.3.3.	Trabalho sobre a venda de carros em Portugal	39
4.4.	Recolha de dados	40
4.5.	Análise e Interpretação dos dados.....	41
5.	Análise de resultados.....	42
5.1.	Teste em duas fases.....	42
5.2.	Trabalhos escritos	57
5.2.1.	Trabalho sobre o Banco Alimentar contra a Fome	57
5.2.2.	Criação de uma apresentação em <i>PowerPoint</i>	63
5.2.3.	Estudo Estatístico.....	76
5.3.	A opinião dos alunos acerca dos instrumentos de avaliação	77
6.	Considerações Finais.....	80
6.1.	O contributo do teste em duas fases para a aprendizagem da Estatística	80
6.2.	Capacidades e competências desenvolvidas com a realização dos trabalhos..	81
6.3.	Avaliação e cidadania	83
6.4.	Reflexão final.....	85
7.	Bibliografia	87
8.	Anexos	95
	Anexo 1 – Tarefas sobre triângulos	96
	Anexo 2 – Grupo de questões retirado de um teste de Matemática Aplicada às Ciências Sociais	97
	Anexo 3 – Teste em duas fases	98
	Anexo 4 – Sugestões para a resolução da segunda fase do teste	100
	Anexo 5 – Trabalho sobre o Banco alimentar contra a fome	101
	Anexo 6 – Pedidos de autorização	102

Índice de figuras

Figura 1 - Resposta da Mariana na 1. ^a fase ao item 1.....	42
Figura 2 - Resposta da Mariana na 2. ^a fase ao item 1.....	43
Figura 3 - Resposta da Carla na 2. ^a fase ao item 1.	44
Figura 4 - Resposta da Joana na 2. ^a fase ao item 1.....	44
Figura 5 - Resposta da Mariana na 1. ^a fase ao item 1.....	44
Figura 6 - Resposta da Mariana na 2. ^a fase ao item 1.....	45
Figura 7 - Resposta da Ricardina na 1. ^a fase ao item 1.	45
Figura 8 - Resposta da Ricardina na 2. ^a fase ao item 1	45
Figura 9 - Resposta da Carla na 2. ^a fase à questão 2.1.	46
Figura 10 - Resposta da Mariana na 2. ^a fase à questão 2.1.....	47
Figura 11 - Resposta da Lina na 2. ^a fase à questão 2.1.....	47
Figura 12 - Resposta da Ricardina na 1. ^a fase à questão 2.1.	47
Figura 13 - Resposta da Ricardina na 2. ^a fase à questão 2.1.	47
Figura 14 - Resposta da Joana na 1. ^a fase à questão 2.2.....	48
Figura 15 - Resposta da Joana na 2. ^a fase à questão 2.2.....	49
Figura 16 - Resposta da Ricardina na 1. ^a fase à questão 2.2.	50
Figura 17 - Resposta do Cristiano na 2. ^a fase à questão 2.2.....	50
Figura 18 - Resposta da Joana na 2. ^a fase à questão 2.2.....	50
Figura 19 - Resposta da Lina na 2. ^a fase à questão 2.3.....	51
Figura 20 - Resposta da Susana na 2. ^a fase à questão 2.3.....	52
Figura 21 - Resposta da Joana na 1. ^a fase à questão 2.4.....	52
Figura 22 - Resposta da Lina na 2. ^a fase à questão 2.4.....	52
Figura 23 - Resposta da Joana na 1. ^a fase à questão 2.4.....	52
Figura 24 - Resposta da Ricardina na 2. ^a fase à questão 2.4.	53
Figura 25 - Resposta da Mariana na 2. ^a fase à questão 3.....	54

Figura 26 - Resposta da Susana na 2. ^a fase à questão 3.....	54
Figura 27 - Resposta do Diogo na 1. ^a fase à questão 4.2.....	55
Figura 28 - Resposta do Diogo na 2. ^a fase à questão 4.2.....	55
Figura 29 - Resposta da Joana na 2. ^a fase à questão 4.2.....	55
Figura 30 - Resposta da Susana na 2. ^a fase à questão 5.....	56
Figura 31 - Gráfico da Tonelagem recebida (elaborado pela Mariana)	58
Figura 32 - Gráfico sobre o número de pessoas assistidas (elaborado pela Susana).....	60
Figura 33 - Gráfico sobre a média de alimentos que cada pessoa recebeu por ano (elaborado pelo Diogo).....	61
Figura 34 - Slide elaborado pela Ricardina e pela Joana.....	63
Figura 35 - Slide elabora pela Mariana	64
Figura 36 - Slide elaborado pela Carla e pela Susana	65
Figura 37 - Slide elaborado pela Mariana	67
Figura 38 - Slide elaborado pela Isabel e pela Lina	71
Figura 39 - Slide elaborado pela Isabel e pela Carla	73

1. Introdução

1.1. Motivações e Objetivos do Estudo

A Estatística desempenha um papel de crescente importância num mundo altamente complexo como o nosso, devido às crescentes necessidades de informação por parte das organizações sociais e profissionais, dos Estados e do cidadão comum (Fernandes, Sousa & Ribeiro, 2004). Assim, Batanero (2001) refere que “la relación entre el desarrollo de un país y el grado en que su sistema estadístico produce estadísticas completas y fiables es clara, porque esta información es necesaria para la toma de decisiones acertadas de tipo económico, social y político.” (p.3).

Também todos os dias somos confrontados na comunicação social, ou então em livros ou relatórios, com censos, sondagens, gráficos, tabelas... que contém informação estatística sobre os mais diversos fenómenos e atividades. Portanto, estar alfabetizado no século XXI “também supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada e construir representações, para formular e resolver problemas que impliquem a recolha de dados e a análise de informações”¹ (*Internacional Statistical Literacy Project (ISLP)*, para.1). Assim, não só os técnicos que produzem estatísticas devem ter competências na área da Estatística, mas todos os cidadãos, pois precisam de compreender e interpretar as informações estatísticas veiculadas por diversos meios para tomarem decisões de forma consciente e responsável que terão influência, não só na vida pessoal, como também na profissional e em toda a comunidade. Desta forma, tanto na vida quotidiana como no exercício da cidadania requerem uma boa formação estatística (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003).

¹ Retirado da página no endereço: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/islp/competition-portuguese#final>

Esta crescente importância da Estatística nas sociedades modernas fez com o tema da Estatística fosse integrado no currículo de Matemática. No caso português, primeiro foi incluído nos programas do ensino secundário, na década de 60, e mais tarde, no início da década de 90 do século XX, nos programas do ensino básico.

Como o tema da Estatística foi incluído nos programas de matemática, então começou a ser lecionado da mesma forma como eram lecionados outros temas da Matemática, ou seja, com uma abordagem em que enfatiza os “aspectos computacionais e procedimentais: como se calcula a média ou o desvio padrão, como se faz um gráfico de barras, um gráfico circular ou um diagrama de caule e folhas” (Ponte et al, 2003, p.91). Ora, com esta abordagem tradicional dificilmente é possível preparar adequadamente os alunos para as exigências das sociedades atuais.

Com a revolução tecnológica e, conseqüentemente, com a introdução de equipamentos eletrónicos no ensino, como calculadoras e computadores e também com o surgimento da Internet, começou a ser possível desenvolver certas atividades com os alunos, como por exemplo, realizar estudos estatísticos com dados reais e relatar resultados, coisa que não era possível fazer no passado (Jolliffe, 2007).

Assim, graças às tecnologias no tema da Estatística é possível implementar um tipo de ensino diferente daquele que era ministrado no passado, “nomeadamente pela possibilidade de promover o trabalho em equipa, a autonomia, o sentido crítico e o exercício de uma cidadania esclarecida, quer no plano pessoal, quer no plano profissional” (Fernandes, Alves, Machado, Correia & Rosário, 2009, p.1).

Ao mudar a forma como o ensino da Estatística é ensinado, perspetivando as finalidades atrás mencionadas, é plausível que a avaliação dos alunos seja diferente, em vez de valorizar os produtos, valorizar os processos e estar ao serviço da aprendizagem.

Garfield (1994) refere que as formas tradicionais de avaliação do conhecimento estatístico têm como principal objetivo efetuar a classificação das aprendizagens, objetivando a atribuição de uma nota final. Ora, estas formas de avaliar raramente facultam informação sobre como realmente os alunos compreendem ou conseguem raciocinar com ideias estatísticas ou aplicam o seu conhecimento para resolver problemas estatísticos. Logo, devem ser usadas formas alternativas de avaliação que retratem melhor a forma como os alunos pensam, raciocinam e aplicam os seus conhecimentos, em vez de apenas “dizer” ao professor o que se lembram ou, então, mostrar se são capazes de realizar determinados cálculos ou efetuar procedimentos corretamente. Assim, para este autor, alguns desses métodos alternativos são: portefólio de avaliação; avaliação autêntica e avaliação de performance.

No entanto, apesar destas orientações, constata-se que a Estatística continua a ser lecionada por muitos professores de forma tradicional, onde é valorizado os aspetos computacionais e procedimentais. A principal razão para não ocorrer as mudanças necessárias, deve-se ao facto de muitos professores terem uma deficiente formação nesta área, dado que em todo o curso universitário só tiveram uma cadeira semestral de Probabilidades e Estatística. Assim, procuram evitar a leção do tema da Estatística devido ao facto de não possuírem conhecimento nem compreensão de muitos conceitos estatísticos (Fernandes, Sousa & Ribeiro, 2004).

Desta forma, muitos professores sentem-se inseguros ao lecionar este conteúdo, pelo que necessitam de formação, tanto ao nível do conhecimento estatístico, como a nível didático (Batanero, 2002). Também Turkman e Ponte (2000) sugerem que “os professores precisam de formação na Didática da Estatística, conhecendo as principais orientações curriculares relativamente a este assunto, as dificuldades dos alunos e o

modo de organizar o ensino/aprendizagem, de forma a conseguir os resultados desejados” (como citado em Fernandes et al., 2004, p.167)

Também uma outra razão apontada para se manter o método tradicional no ensino da Estatística, deve-se ao facto de os professores pensarem que a Estatística é um tema “para o qual os alunos são facilmente motivados e em cuja aprendizagem não apresenta grandes dificuldades” (Sousa, 2002, como citado em Fernandes et al., 2004, p. 166), pelo que não sentem necessidade de alterar as práticas pedagógicas neste tema.

Fazendo uma retrospectiva das minhas práticas pedagógicas no tema da Estatística, também posso dizer que quando comecei a dar aulas também valorizava a parte do domínio de procedimentos e aplicação de fórmulas, em detrimento da análise e interpretação das informações estatísticas. No entanto, a partir de determinada altura comecei a sentir a necessidade de mudar alguma coisa, porque, por um lado, os alunos no tema da Estatística não tinham os desempenhos esperados e, por outro, constatava que havia conteúdos, que eram lecionados neste tema, que não faziam sentido para os alunos. Contudo, nunca cheguei a fazer alterações significativas na forma como lecionava este tema, provavelmente devido ao facto dos meus conhecimentos no campo da Educação Estatística serem poucos.

Então, no âmbito deste mestrado, resolvi investigar colocando o enfoque na avaliação das aprendizagens quando se trabalha a Estatística, pelas razões atrás referidas e também por não haver muita investigação nesta área. Apesar de se estar a assistir a um momento de grande expansão da ciência estatística, este não tem sido acompanhado por um correspondente desenvolvimento da sua didática (Fernandes et al., 2004). Também Batanero (2000) refere que “o número de investigações acerca do ensino da Estatística é escasso e só agora se começa a ter algum conhecimento das dificuldades dos alunos em relação aos conceitos mais importantes” (como citado em Fernandes et al., 2004, p.166).

Quanto ao tema específico a investigar dentro da Educação Estatística, decidi investigar o impacto de alguns instrumentos de avaliação nas aprendizagens matemáticas dos alunos. Como forma de orientar o trabalho considerei as seguintes questões de investigação:

- Como é que o teste em duas fases contribui para a aprendizagem de tópicos de Estatística?
- Que tipos de capacidades e competências os alunos desenvolvem ao realizarem e apresentarem trabalhos no tema da Estatística?
- De que forma estes instrumentos de avaliação podem contribuir na formação de cidadãos participativos e críticos, dado que o tema da Estatística desempenha um papel essencial na educação para a cidadania?

1.2. Organização do Relatório

O presente relatório encontra-se dividido em oito capítulos. Neste capítulo inicial, para além de descrever o que consta em cada capítulo do relatório, são apresentadas as motivações que determinaram a escolha do tema, assim como os objetivos do estudo em questão.

No segundo capítulo, é abordada a experiência adquirida ao longo de nove anos de serviço, quais foram os principais problemas que surgiram, os desafios que foi necessário enfrentar e também a evolução ocorrida nas práticas pedagógicas.

O terceiro capítulo, caracteriza-se pela fundamentação teórica, onde é feita uma revisão da literatura sobre o tema abordado. Assim, neste capítulo é abordado as principais orientações para o ensino da Estatística e a avaliação escolar.

No quarto capítulo é apresentada a metodologia utilizada no estudo em questão, caracterizando o ambiente e os intervenientes do referido estudo. Neste capítulo, também são referidos os instrumentos de avaliação usados no estudo que serão alvo de análise neste relatório.

No quinto capítulo, é apresentada a análise e a interpretação dos dados recolhidos. Essa análise e interpretação são baseadas em excertos das produções escritas dos alunos e em transcrições de uma apresentação oral de um trabalho.

No sexto capítulo, são expostas algumas considerações gerais acerca do trabalho apresentado. No sétimo capítulo, são apresentadas as referências bibliográficas que permitiram enriquecer este trabalho e, por fim, no oitavo capítulo são apresentados os anexos.

2. Reflexão sobre a minha prática

À frente da excelência os deuses imortais colocaram suor; o caminho para a excelência é longo, íngreme e áspero, de início. Quando, porém, você chega ao topo, torna-se fácil, embora duro.
Hesíodo, 700 a.C

O professor, na concretização da sua missão, “atua a diversos níveis: conduzindo o processo de ensino-aprendizagem, avaliando os alunos, contribuindo para a construção do projeto educativo da escola e para o desenvolvimento da relação da escola com a comunidade” (Ponte, 2002, p.1). No caso concreto dos professores de Matemática, também precisam de ter conhecimento da Matemática que ensinam, das orientações curriculares e didáticas, dominar as tecnologias de informação e comunicação, entre outros aspetos. Para além disso, muitas vezes têm de trabalhar em ambientes desfavoráveis à aprendizagem, como a desmotivação ou a indisciplina por parte dos alunos e, ainda, por vezes, sofrem pressões exteriores à sala de aula, como, por exemplo, conseguir com que os alunos tenham bons resultados nos exames nacionais.

Desta forma, são muitas as situações problemáticas com que se defrontam, pelo que se torna imprescindível terem hábitos de reflexão e de investigação para ajudar a lidar com esses problemas. Neste sentido, Alarcão (2001) refere que todo o bom professor deve ser também um investigador, que se questione sobre as razões subjacentes às suas decisões educativas, que se questione perante o insucesso de alguns alunos ou “que faça dos seus planos de aula meras hipóteses de trabalho a confirmar ou infirmar no laboratório que é a sala de aula” (p.5).

Assim, um professor ao refletir sobre as suas práticas confere-lhe poderes e proporciona oportunidades para o seu desenvolvimento (Oliveira & Serrazina, 2002).

Ponte (2002) refere que os professores ao fazerem pesquisa sobre a sua prática faz com que se tornem autênticos protagonistas no campo curricular e profissional,

tendo mais meios para enfrentar os problemas emergentes dessa mesma prática, e também contribui para o conhecimento mais geral sobre os problemas educativos.

Ponte (2002) ainda apresenta os dois principais objetivos que a investigação sobre a prática pode ter: um que vise principalmente alterar algum aspecto da prática, uma vez estabelecida a necessidade dessa mudança, e, um outro, que procure “compreender a natureza dos problemas que afetam essa mesma prática com vista à definição, num momento posterior, de uma estratégia de ação” (p. 4).

Assim, ao longo destes nove anos de serviço sempre procurei investigar sobre a minha prática de forma a compreender a natureza dos problemas e, conseqüentemente, procurar encontrar soluções, visando o sucesso dos alunos. A seguir apresento alguns dos problemas com que me defrontei, assim como a minha evolução como professor.

2.1. Turmas constituídas por alunos com insucesso escolar

Ao longo destes nove anos de serviço o meu maior desafio, como professor, foi o de ter de lecionar a turmas constituídas apenas por alunos repetentes ou, então, constituídas por alunos em que no seu percurso escolar já tiveram uma ou mais retenções, como as turmas dos Cursos de Educação e Formação. Cerca de metade das turmas que me foram atribuídas, encontravam-se nestas condições.

Os alunos que constituem estas turmas são aqueles que no futuro têm grandes probabilidades de fazerem parte do grupo a quem Skovsmose (2005) chamou de ‘descartáveis’. Este autor tece alguns comentários sobre diferentes grupos de pessoas que podem estar envolvidos ou afetados pela educação Matemática: os ‘construtores’, os ‘operadores’, os ‘consumidores’ e os ‘descartáveis’. Os ‘descartáveis’ são todos os que não participam na economia informacional, pois não têm conhecimento nem informação. Deste modo, interessa investigar de que forma a educação Matemática

prepara alguns grupos para serem descartáveis. Para tal, é possível ver a estrutura dos testes ou dos Exames Nacionais enquadrados num sistema de avaliação ou então determinados contextos de sala de aula que ajudam a escolher as pessoas que não são ‘necessárias’ para a economia informacional, funcionando como um filtro.

Trabalhar com estas turmas não é fácil, sendo um grande desafio para qualquer professor, pois estes alunos estão desmotivados para os assuntos escolares, não têm hábitos de estudo, para além de terem graves lacunas nos conhecimentos básicos. Contudo, não devemos cruzar os braços e passar o tempo a lamentar, estes alunos estão na escola e é preciso fazer tudo o que está ao nosso alcance para que não sejam ‘descartáveis’, pois caso isso aconteça têm sérios prejuízos, tanto a nível pessoal, como para a sociedade. Para tal, é necessário que nós, professores, abandonemos a nossa ‘zona de conforto’ e avancemos para a ‘zona de risco’ (Skovsmose, 2008), nomeadamente através da implementação de metodologias de ensino que ajudem estes alunos a obterem algum sucesso.

2.2. Curso de formadores em Matemática

Quando comecei a dar aulas, usava um método de ensino tradicional, geralmente começava por explicar a matéria no quadro, solicitava a resolução de um conjunto de exercícios ou problemas e depois corrigia-os.

No curso de formadores foi-me apresentado uma metodologia de ensino, diferente da tradicional, onde é valorizado a realização de investigações matemáticas na sala de aula. Essas investigações geralmente envolvem quatro momentos principais: começa com o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões; segue-se o processo de formulação de conjecturas; depois vem a fase de testes e o eventual refinamento das conjecturas e, por fim, a argumentação, a

demonstração e a avaliação do trabalho realizado. Estes momentos surgem, muitas vezes, em simultâneo (Ponte et al., 2003).

A realização de uma atividade de investigação pode durar uma aula ou um conjunto de aulas e habitualmente desenvolve-se em três fases: começa com a introdução da tarefa, em que o professor apresenta a proposta à turma; segue-se a realização da investigação que pode ser individualmente, em pequenos grupos ou com toda a turma e, por fim, a discussão dos resultados, em que os alunos apresentam aos colegas o trabalho realizado (Ponte et al., 2003).

Ora, no ano letivo 2008/2009, quando comecei a fazer esta formação, tinha uma turma de 7.º ano constituída apenas por alunos repetentes e não hesitei em começar a implementar esta metodologia de ensino. Comecei por aplicar à turma duas tarefas para serem resolvidas em grupo (ver anexo 1). No início estava com receio, pois não tinha por hábito colocar os alunos a trabalhar em grupo, embora às vezes os colocasse a trabalhar aos pares, porque nesta metodologia de ensino o professor não tem tanto controlo sobre os alunos e geralmente ocorrem imprevistos, pois estava a trabalhar numa ‘zona de risco’².

Para minha surpresa, o desempenho dos alunos nessas tarefas foi satisfatório, até excedeu as minhas expectativas, embora alguns tivessem chegado a resultados absurdos, por exemplo, na tarefa 2, em vez de terem considerado uma redução, consideraram uma ampliação ou vice-versa. Nestes casos, questionei os alunos sobre a razoabilidade dos resultados e procurei que fossem eles a descobrir qual teria sido o erro cometido.

² Segundo Skovsmose (2008), a “zona de risco se contrapõe a zona de conforto, na qual a situação educativa mostra um alto grau de previsibilidade tanto para alunos quanto para professores. (...) A zona de risco, porém, não é simplesmente uma zona ‘problemática’” (p. 49). Quando o professor arrisca trabalhar na ‘zona de risco’ pode proporcionar boas oportunidades trazidas por ela, ou seja, “quando uma aula se torna experimental, coisas novas podem acontecer. O professor pode perder parte do controle sobre a situação, porém os alunos também podem se tornar capazes de ser experimentais e de fazerem descobertas” (Skovsmose, 2008, p.49). Portanto, o objetivo não deve ser recuar de uma ‘zona de risco’, embora a segurança e a previsibilidade estejam associadas à ‘zona de conforto’, porém novas oportunidades de aprendizagem podem estar associadas à ‘zona de risco’.

Contudo, é de realçar que o erro faz parte da aprendizagem. Nessa aula, os alunos atingiram vários objetivos e sedimentaram os conceitos dados nas aulas anteriores sobre a semelhança de triângulos. O facto de terem trabalhado em grupo fez com que muitos alunos conseguissem resolver a tarefa 1 que, de outro modo, muito dificilmente iriam conseguir. Graças ao facto de terem trocado ideias uns com os outros e ter havido entreajuda dentro de cada grupo, foi frequente ver os melhores alunos ajudar os seus colegas com mais dificuldades. Os alunos, ao terem trabalhado em grupo, também desenvolveram competências sociais.

Depois de concretizarem esta tarefa, pedi aos alunos para explicarem o seu raciocínio e fazerem representações geométricas de modo a trabalhar a comunicação Matemática. O facto de os alunos explicarem todos os procedimentos, ajudou-os a clarificar os seus pensamentos. Porém, no início dessa aula, os alunos não tinham reagido positivamente por terem de explicar o seu raciocínio, mas como trabalharam em grupo, começaram a ver as respostas dos colegas e a completarem as suas e, desta forma, conseguiram superar essa dificuldade. Também o facto de ter informado no início da aula de que iria escolher aleatoriamente a resolução de pelo menos um elemento de cada grupo para a avaliação, fez com que eles se empenhassem em explicar a resolução da tarefa e até houve alguns alunos que passaram a resolução a limpo.

Assim, posso concluir que, para além de ter possibilitado aos alunos realizarem aprendizagens mais significativas, também deu-me algum calo para no futuro voltar a colocar os alunos a trabalhar em grupo. Atualmente, é frequente colocar os alunos a trabalhar em grupo e a maioria dos alunos gosta desta metodologia de ensino. Logo, para mim passou a valer a pena trabalhar na ‘zona de risco’.

Para além das investigações feitas pelos alunos, no curso de formadores foram abordados outros pontos também importantes. Um deles é o uso de materiais

manipuláveis, que é importante os alunos manipularem, para além de lhes proporcionar uma experiência sensorial, ajuda-os a visualizar, a testar conjeturas, a estabelecer conexões etc. e, deste modo, a facilitar as suas aprendizagens.

2.3. Projeto CEM

Fiz a formação do projeto CEM tanto para o 7.º, como para o 8.º ano. Embora nas minhas aulas já trabalhasse com os alunos atividades investigativas, o projeto CEM ajudou-me a aperfeiçoar esta metodologia de ensino, tendo sido cruciais as orientações das formadoras. Para além disso, este projeto tem sido uma experiência enriquecedora em vários aspetos, sendo de destacar:

- *As discussões nas sessões presenciais.* Elas foram importantíssimas, pois permitiu apresentar e analisar diversos processos de resolução, a troca de ideias e argumentos, para além das chamadas de atenção para certos pormenores que muitas vezes nos passam ao lado na preparação das nossas aulas. Também as discussões para justificar o porquê de alguns aspetos científicos, foi importante. De acordo com Ma (2009) “não é suficiente saber como, devemos saber porquê” (p.30), pois “a qualidade do conhecimento da matéria pelo professor afeta diretamente a aprendizagem dos alunos” (p. 246).
- *O trabalho colaborativo.* Ao resolver as tarefas em grupo permitiu-me ver como outros colegas as resolvem, pois, muitas vezes, existem vários processos de resolução e isso é muito enriquecedor. Também a partilha de ideias, obriga-nos a explicar os nossos raciocínios e isso força-nos a tornar as nossas ideias mais claras e explícitas, para além de aumentar a nossa motivação pessoal.
- *A reflexão das nossas aulas.* É através de uma reflexão crítica das nossas práticas que as conseguimos melhorar e inovar, nomeadamente através de uma

análise crítica do que correu bem, do que correu mal, do que podemos mudar, etc. Também o facto de estar outro docente dentro da sala de aula ajuda-nos a encontrar soluções para o que correu menos bem, pois ele consegue ver determinadas coisas, muitas vezes até são óbvias, mas que para nós, naquele momento, não o são.

Deste modo, é importante os professores fazerem formações deste género porque existe a partilha de experiências e também por serem criadas oportunidades para os professores refletirem sobre as suas práticas com mais alguém. Neste caso, com umas formadoras, de modo aperfeiçoá-las. De acordo com o estudo de Ma (2009), “as interações entre ‘o que ensinar’ e ‘como ensinar’ parecem fornecer o impulso para o crescimento do conhecimento da Matemática escolar dos professores chineses, enquanto a relação entre colegas reúne ímpeto para o processo” (p. 237).

2.4. Interesse pela avaliação escolar

Nós, professores, todos os anos somos confrontados com casos de alunos que fracassam³. Porém, o facto de se atribuir uma classificação negativa a um aluno significa que ele não tenha aprendido nada? O facto de um aluno ficar retido e, no ano seguinte, ter de repetir novamente a disciplina, isto fará com que ele aprenda mais, sabendo que há países onde não há retenções? Se o aluno tivesse outro professor, atendendo à subjetividade que existe na classificação das aprendizagens, ou então tivesse sido usado outras metodologias de ensino, será que continuaria a ter negativa? Estas questões apelam a uma reflexão profunda sobre a avaliação escolar.

A partir da avaliação que é feita na escola que se decide o futuro de muitos

³ Para o sociólogo Isambert-Jamati (1971) “o aluno que fracassa é aquele que não adquiriu no prazo previsto os novos conhecimentos e as novas competências que a instituição, conforme o programa, previa adquirisse” (como citado em Perrenoud, 1999, p.26).

jovens. Segundo Perrenoud (1999), avaliar é criar hierarquias de excelência em função das quais se decidirão a progressão ou não num determinado curso; a seleção da área a seguir no início do Ensino Secundário, a certificação antes de entrar no mercado de trabalho. Deste modo, a avaliação que é feita na escola pode deixar marcas profundas nas pessoas. Quando em adultas, elas resgatam as suas lembranças de escola, umas associam a avaliação a uma experiência gratificante, construtiva; enquanto para outras, ela evoca, ao contrário, uma sequência de humilhações.

Assim, a partir destas vivências que fui tendo, sobretudo de alunos que reprovaram e do poder da avaliação quando decide o futuro deles, comecei a interessar-me pelas questões relacionadas com a avaliação.

Quando frequentei o curso de formadores, tive a oportunidade de reciclar os meus conhecimentos sobre avaliação. Nessa formação, a problemática da avaliação foi abordada e foi-me apresentada uma conceção diferente do que é avaliar, em que a sua principal função não é a classificação, nem fazer julgamentos, mas sim regular o processo de aprendizagem.

Assim, de acordo com as normas do NCTM⁴ (2007), a avaliação deverá ser mais do que um teste no final de cada período de ensino, com o objetivo de verificar o desempenho dos alunos perante determinadas condições, ela deverá estar integrada no ensino de forma a informar e orientar os professores nas suas decisões. “A avaliação não deverá ser meramente feita *aos* alunos; pelo contrário, ela deverá ser feita *para* os alunos, para os orientar e melhorar a sua aprendizagem. (NCTM, 2007, p.23).

Embora os programas de Matemática também apresentem esta conceção de avaliação, este foi um aspeto que nunca me despertou a atenção, porque, provavelmente, até então, preocupava-me mais com os conteúdos que lá constavam.

⁴ National Council Teachers of Mathematics

Os programas de Matemática também apelam para que sejam diversificados os instrumentos de avaliação, por exemplo, no dos cursos profissionais consta:

Recomenda-se fortemente que se usem redações matemáticas (sob a forma de resolução de problemas, composições/reflexões, projetos, relatórios ou outras) que reforcem a importante componente da comunicação matemática (o trabalho pode ser proveniente de um trabalho individual, de grupo, de um trabalho de projeto ou outro julgado adequado). Recomenda-se também a utilização de “testes em duas fases” que permitem o desenvolvimento da persistência na procura de soluções para situações novas, para além de contribuírem para uma atitude de reflexão sobre a aprendizagem (p.8).

No entanto, apesar de constar estas recomendações nos programas, o principal instrumento de avaliação que usava era o teste tradicional, porque, enquanto aluno, foi o instrumento mais usado e também por não saber como usar outros instrumentos.

Porém, de pouco vale constarem nos programas estas orientações se os professores não têm formação suficiente de como os usar. Foi no curso de formadores que recebi essa formação e, a partir daí, comecei a diversificar os instrumentos de avaliação de forma a conseguir avaliar o desempenho dos alunos em vários contextos e de vários prismas.

2.5. Principais instrumentos de avaliação usados

O primeiro instrumento de avaliação alternativo aos testes tradicionais que experimentei foi o teste em duas fases. Trata-se de um instrumento com muito potencial, porque permite aos alunos, a partir dos erros cometidos e das dificuldades sentidas, desenvolverem competências metacognitivas. Para além disso, este instrumento é bem aceite pelos alunos, pois permite que eles melhorem as suas classificações com a segunda fase. A desvantagem deste instrumento para o professor é

que todo o processo leva muito tempo, pois é necessário corrigir o teste duas vezes, comparar a segunda resolução do aluno com a primeira e dar *feedback* aos alunos do seu desempenho na primeira fase. Porém, à medida que o professor vai usando estes instrumentos, vai adquirindo mais experiência e vai aperfeiçoando a forma como é implementado. Por exemplo, nas primeiras vezes que usei este instrumento, escrevia o *feedback* aluno a aluno, o que demorava imenso tempo. Agora uso uma estratégia diferente, faço um documento para disponibilizar aos alunos, que pode ser colocado no *Moodle*, onde apresento dicas para as várias questões com base nos erros e dificuldades reveladas na primeira fase⁵. Caso verifique, num dado caso particular, que aquelas dicas não são suficientes, então acrescento mais alguma coisa no teste do aluno.

O relatório escrito é adequado quando os alunos realizam tarefas investigativas, onde descrevem o processo investigativo, nomeadamente as conjeturas feitas, a verificação e as conclusões a que chegaram. Os alunos, ao realizarem um relatório, desenvolvem a sua capacidade de comunicar, para além de apresentarem os seus raciocínios, sendo uma fonte rica de informações para o professor. Porém, nem sempre é fácil colocar os alunos a escrever na disciplina de Matemática e, segundo minha experiência, os primeiros relatórios que eles realizaram nem sempre atingiram a qualidade desejada.

Um outro instrumento de avaliação que já usei foi o portefólio. A primeira vez que pedi aos alunos para realizarem um portefólio foi no ano letivo 2010-2011 em duas turmas do 7.º ano. Dos instrumentos de avaliação que usei ao longo destes anos, este foi o que me colocou mais desafios. Um deles, foi o facto de os alunos nunca terem realizado nenhum portefólio e de facilmente confundirem com um *dossier*, onde colocam tudo, desde fichas de trabalho, testes, trabalhos, etc., o que obrigou, por diversas vezes, ter de explicar aos alunos o que é um portefólio e como deve ser feito.

⁵ No anexo 4 é apresentado o *feedback* dado aos alunos para os ajudar a realizar a segunda fase do teste.

Quando pedi aos alunos do 7.º ano para realizarem um portefólio, também era um dos professores de Estudo Acompanhado e, então, usava essas aulas para proceder à avaliação dos portefólios e dar o *feedback* aos alunos, pois nas aulas de Matemática, atendendo à extensão do programa, havia pouca disponibilidade. Recentemente, essa área curricular não disciplinar foi retirada do currículo, o que significa que a avaliação dos portefólios tem de ser feita de uma outra forma.

No ano letivo 2011-2012, pedi aos alunos, os que participaram na investigação apresentada neste relatório, para realizarem um portefólio. No início, como eram poucos alunos, levava os portefólios para avaliá-los em casa, mas acaba por não ser viável, porque implica andar com muitas capas, o que é pouco cómodo. Então, descobri, no início do terceiro período, o *Wikispaces*, que permite fazer portefólios digitais.

Atendendo ao potencial desta ferramenta, propus aos alunos que, em vez de continuarem a fazer o portefólio em formato papel, deveriam digitalizar o que já tinham feito e construir um portefólio digital. No entanto, alguns alunos não aceitaram esta proposta, dado que não tinham *scanner*, para além de acarretar um trabalho extra.

Apesar disso, disponibilizei uma aula para os alunos trabalharem no *Wikispaces*, onde criaram uma conta e colocaram alguns recursos⁶. A partir daí ficava ao critério dos alunos, continuar a fazer em papel, ou fazer no *Wikispaces*.

Quanto ao portefólio digital, são várias as vantagens em relação ao portefólio em papel: é possível incorporar vídeos e documentos digitais; é mais fácil para o professor proceder à avaliação, basta aceder à Internet e existe lá uma opção para dar o *feedback*.

⁶ Nos endereços eletrónicos seguintes estão os portefólios de dois alunos: <http://cristina931.wikispaces.com/home> e <http://andreponsolense.wikispaces.com/>

Para além disso, possibilita aos alunos desenvolvem a competência digital, uma das competências essenciais para a aprendizagem ao longo da vida⁷.

Apesar de usar diversos instrumentos de avaliação, como relatórios, portefólios, trabalhos escritos, apresentações orais ou testes em duas fases, também continuo a usar testes e mini testes tradicionais, ou seja, realizados sem consulta e em tempo limitado. Muitos dos alunos têm de realizar exames nacionais e devem estar preparados para este género de testes. Para além disso, estes instrumentos de avaliação também podem proporcionar situações ricas de aprendizagem, depende do tipo das questões que são incluídas e a abordagem que é feita a seguir à sua realização. Se o propósito for apenas a classificação, neste caso não existe nenhum *feedback* por parte do professor e, desta forma, não contribuí para a aprendizagem dos alunos, mas, pelo contrário, se o professor pegar nas resoluções dos alunos, identificar os erros cometidos e apontar os aspetos a melhorar, pode contribuir significativamente para uma melhoria nas aprendizagens dos alunos.

Assim, nos testes tradicionais procuro incluir questões que exigem mais do que a mecanização ou reprodução do que foi feito nas aulas, nomeadamente questões em que exigem raciocínio, impliquem a mobilização de conhecimentos matemáticos ou então é solicitada a opinião dos alunos, de modo a contribuir para a formação de cidadãos críticos e reflexivos. A disciplina que lecionei, mais fácil para colocar este género de questões nos testes, foi a Matemática Aplicada às Ciências Sociais - 10.º ano.

⁷ O Parlamento Europeu e o Conselho da União Europeia definiram, em 2006, um conjunto de competências essenciais para a aprendizagem ao longo da vida. Essa informação pode ser consultada em: <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:PT:PDF> Quanto à competência digital, “envolve a utilização segura e crítica das tecnologias da sociedade da informação (TSI) no trabalho, nos tempos livres e na comunicação. É sustentada pelas competências em TIC: o uso do computador para obter, avaliar, armazenar, produzir, apresentar e trocar informações e para comunicar e participar em redes de cooperação via Internet” (Jornal Oficial da União Europeia, 2006, p. L 394/15).

No anexo 2 deste relatório, apresento um grupo de questões colocadas num teste em que abordava o Método de Hondt. Nesse grupo de questões, para além de testar se os alunos sabiam aplicar este método a partir de algumas das suas características e considerando a realidade regional, era solicitado aos alunos para comentarem os resultados. Com este tipo de questões pretendia que os alunos desenvolvessem o seu espírito crítico para que no futuro exerçam uma cidadania ativa e responsável. Deste modo, nos testes tradicionais, para além de testar o domínio de conteúdos e procedimentos matemáticos, também foi possível avaliar e desenvolver outras competências.

Para além disso, não é apenas nos testes em duas fases que dou atenção aos erros e às dificuldades dos alunos. Nos testes é frequente colocar notas, chamadas de atenção, sublinhar os erros de forma a ajudar os alunos a superarem as suas dificuldades. Embora, os testes tenham um propósito classificativo, também têm um propósito formativo.

Quanto aos mini testes, utilizo este instrumento de avaliação com um propósito diferente dos testes. A sua utilização tem como principal objetivo fazer com que os alunos comecem a ter mais hábitos de estudo, daí a usá-lo sobretudo em turmas onde é notório a falta de estudo por parte dos alunos. Este instrumento também é usado em turmas em que os alunos têm muitas dificuldades ou estão desmotivados. Como os mini testes incidem sobre uma menor quantidade de matéria, faz com que os alunos consigam obter melhores classificações e, desta forma, aumentar a motivação pela disciplina. Também a natureza das questões é um pouco diferente, incidindo sobretudo sobre aspetos computacionais e procedimentais. Os mini testes, tal como os testes, também têm um caráter formativo. Por exemplo, se detetar que os conceitos e os procedimentos abordados nas últimas aulas ainda não estão bem assimilados pelos alunos, tenho a possibilidade de criar situações de aprendizagem para que eles consigam superar as dificuldades diagnosticadas.

Assim, tanto os testes como os mini testes também podem contribuir para a melhoria das aprendizagens dos alunos. Sou da opinião que todos os instrumentos têm o seu lugar e a riqueza está na sua diversidade.

2.6. Experiência como formador e a evolução

Até ao momento já fui o supervisor do projeto de formação: “Avaliação e Classificação das Aprendizagens em Matemática” e o dinamizador de três ações de formação: “As TIC na Matemática”; “Calculadoras gráficas no ensino da Matemática” e “Investigação na aula de Matemática com recurso ao *GeoGebra*”, esta última em parceria com a docente Hermínia Sousa.

Na Universidade tive uma boa preparação no que se refere às tecnologias para o Ensino da Matemática. Quando cheguei à escola, onde estou colocado atualmente, no ano letivo 2006-2007, verifiquei que grande parte dos elementos do grupo disciplinar de Matemática não conheciam alguns *softwares* úteis ao ensino da Matemática, como o *Sketchpad*, o *Winplot* ou o *Estudo de Funções* ou então conheciam, mas não sabiam trabalhar com eles. Então, resolvi dar esta ação de formação, em que o principal objetivo era ensinar como trabalhar com estas ferramentas. Nesta formação não foram abordadas questões didáticas relacionadas com as tecnologias.

Depois, apercebi-me que muitos dos elementos do grupo tinham dificuldades em trabalhar com as calculadoras gráficas, alguns só sabiam usá-las para explorar a parte das funções e poucos sabiam trabalhar com as calculadoras *Texas Instruments*, ou seja, só sabiam trabalhar com as *Casio*. Então, decidi dar uma ação de formação sobre calculadoras gráficas e, tal como a anterior, só me preocupei em ensinar como trabalhar com aqueles equipamentos. No entanto, nesta ação de formação, já usei uma metodologia de ensino diferente da anterior, enquanto na anterior usei uma abordagem

behaviorista, ou seja, explicava como se fazia e depois pedia aos formandos para repetir os procedimentos, nesta os formandos trabalharam aos grupos e cada um ia ao seu ritmo, porque na ação anterior foi apontado um aspeto menos positivo, que era muito rápido e, por vezes, tinham dificuldade em acompanhar.

A formação seguinte no ano letivo 2010-2011 foi sobre a avaliação das aprendizagens. Como no curso de formadores foi-me dado a conhecer outros instrumentos de avaliação e, após ter experimentado nas minhas turmas, verifiquei que eles contribuem para uma melhor aprendizagem dos alunos, então disponibilize-me para dar uma formação nesta área ao grupo. Para tal, foi realizado um projeto de formação em que fui o supervisor, no qual participaram quase todos os elementos do grupo disciplinar. Neste projeto, foram abordadas algumas das problemáticas relacionadas com a avaliação, sendo um tema que suscita acesas discussões. Foram apresentados instrumentos de avaliação alternativos ao teste tradicional e também foram elaboradas grelhas de classificação de relatórios e portefólios. Para mim, foi um dos maiores desafios que tive, pois obrigou-me a investigar bastante sobre a temática da avaliação e depois tive de mediar os debates que, num tema como a avaliação, não é fácil. Contudo, são com estes desafios que mais crescemos e esta foi a formação em que mais evoluí como formador. No final da formação, o grau de satisfação dos formandos foi elevada, como se pode comprovar pelo seguinte excerto retirado da reflexão feita por uma formanda: “analisando o impacto desta formação na nossa escola, considero-o bastante positivo, porque no final do segundo período, já houve melhorias nos resultados obtidos relativamente ao primeiro período e confio que o mesmo se verificará no terceiro período” (Carolina Nóbrega).

Desta forma, o balanço final foi bastante positivo, pois esta avaliação contribuiu para que alguns docentes tivessem melhorado as suas práticas, nomeadamente ao diver-

sificar os instrumentos de avaliação, para além de terem feito uma reciclagem nos seus conhecimentos sobre a avaliação. É de salientar que no início da formação, quase todos os formando referiram que a principal modalidade de avaliação é a avaliação sumativa, estando patente que a principal preocupação é a classificação das aprendizagens.

A última formação que dinamizei foi em conjunto com a docente Hermínia Sousa. Nesta formação, para além de ter sido ensinado como trabalhar com a aplicação informática *GeoGebra*, houve espaço para o debate, onde foram abordadas algumas questões didáticas, nomeadamente, as características de uma aula investigativa, o seu impacto nas aprendizagens dos alunos e também os possíveis instrumentos de avaliação para avaliar o desempenho dos alunos, visando a mudança de certas práticas. A questão da avaliação foi abordada, pois não faz muito sentido os alunos nas aulas estarem a fazer investigações matemáticas com a ajuda do *GeoGebra* e depois serem avaliados apenas com um teste escrito, onde não têm acesso a esta ferramenta. Nesta formação também foi pedida uma reflexão aos formandos e alguns deles focaram estas questões, o que significa que ficaram sensibilizados para estes aspetos, como podemos comprovar pelo seguinte excerto retirado de uma reflexão de uma formanda: “quanto à parte teórica, onde nos transmitiram formas de elaborar instrumentos de avaliação e de classificação para as tarefas de investigação com *GeoGebra*, de referir que foi muito importante refletir conjuntamente sobre os diversos métodos de avaliação” (Ana Gonçalves).

Em qualquer das ações de formação que dinamizei, tive de investigar e estudar, o que também me permitiu crescer profissionalmente, para além de ter desenvolvido *skills* como formador.

3. Enquadramento teórico

3.1. Educação Matemática *versus* Educação Estatística

Ao exigir aos cidadãos que devem saber ler e interpretar dados, significa que “os dados são mais do que números, são números com um contexto” (Cobb & Moore, 1997, p. 801). Atendendo a este facto, Cobb e Moore (1997) consideram a Estatística como sendo uma ciência Matemática, mas não um ramo da Matemática, pois exige um tipo de pensamento próprio que tem em consideração o contexto de onde provém os dados, que, por sua vez, pode permitir ou não responder a certas questões, enquanto o pensamento matemático refere-se a relações entre conceitos abstratos. Assim, a Educação Estatística tem como meta “capacitar os alunos para apresentarem descrições, julgamentos, inferências e opiniões pensadas acerca de dados ou argumentar sobre as interpretações de dados, usando várias ferramentas matemáticas apenas na medida em que forem necessárias” (Fernandes, Carvalho & Correia, 2011, p.3). Deste modo, os problemas estatísticos começam com uma questão e culminam com a apresentação de uma opinião, sem solução única, sendo completamente diferente da natureza dos problemas de Matemática que geralmente só têm uma única solução.

Branco (2000) também defende esta posição de que a Estatística não é um ramo da Matemática. Para este autor, embora a Matemática seja essencial ao desenvolvimento da Estatística, é preciso ter em conta outros ingredientes que fazem parte integrante da ciência Estatística que a distingue da Matemática, como “a indispensável presença dos dados, a essencial intervenção dos computadores e uma certa arte de analisar dados” (como citado em Ponte & Fonseca, 2001, p.5). Neste sentido, Moore (1992), citado em Batanero (2001), refere que a relação entre a Estatística e a Matemática se estabelece num único sentido, ou seja, não é biunívoca, dado que a Estatística utiliza os conceitos

matemáticos para desenvolver os seus métodos, enquanto a Matemática não utiliza os conceitos estatísticos.

Batanero (2001) também refere que a natureza da Estatística é muito diferente da cultura determinista da Matemática. Uma prova disso é que ainda hoje em dia ainda prosseguem controvérsias filosóficas sobre a interpretação e aplicação de conceitos básicos, como os das probabilidades ou aleatoriedades, enquanto essas controvérsias não existem na álgebra ou na geometria. As dimensões políticas e éticas do uso e possível abuso da Estatística e da informação estatística contribuem, também, para a sua especificidade. Logo, o ensino da Estatística não se pode reger pelas orientações metodológicas para o ensino da Matemática, que é “preciso experimentar y evaluar métodos de enseñanza adaptados a la naturaleza específica de la estadística, a la que no siempre se pueden transferir los principios generales de la enseñanza de las matemáticas” (Batanero, 2001, p. 6). Então, surgiu a necessidade de um novo campo de estudo que é a Educação Estatística.

3.2. Orientações metodológicas para o ensino da Estatística

Gal e Garfield (1997) estabelecem, como meta geral, que os alunos de qualquer nível de escolaridade, depois de concluírem o estudo da Estatística, devem tornar-se cidadãos capazes de:

- Comprehend and deal with uncertainty, variability, and statistical information in the world around them, and participate effectively in an information-laden society.
- Contribute to or take in the production, interpretation, and communication of data pertaining to problems they encounter in their professional life (p. 2).

Esta meta geral desdobra-se em oito submetas básicas inter-relacionadas: compreender o propósito e a lógica das investigações estatísticas; compreender o processo das investigações estatísticas; dominar os *skills* procedimentais; compreender as relações matemáticas; compreender a probabilidade e o acaso; desenvolver *skills* interpretativos e a literacia estatística; desenvolver a capacidade para comunicar estatisticamente e desenvolver disposições estatísticas úteis.

Das oito submetas, as seis primeiras referem-se, principalmente, a “fazer” Estatística, enquanto as três últimas relacionam-se com *skills* de dar sentido e de comunicação, bem como de reflexão e questionamento. Estes dois grupos de submetas orientam os educadores em direções diferentes e, frequentemente, as primeiras seis submetas são mais enfatizadas pelos professores e manuais escolares.

De forma a atingir essas metas, o *GAISE⁸ College Report (2005)* enuncia seis recomendações para o ensino da Estatística:

1. Emphasize statistical literacy and develop statistical thinking
2. Use real data
3. Stress conceptual understanding, rather than mere knowledge of procedures
4. Foster active learning in the classroom
5. Use technology for developing conceptual understanding and analyzing data
6. Use assessment to improve and evaluate student learning (p.4).

A seguir serão abordados alguns destes aspetos.

3.2.1. Literacia Estatística, Raciocínio estatístico e Pensamento estatístico

Atendendo ao facto de ser mais provável que a maioria dos alunos venha a ser consumidor de informação e não tanto produtor, deve ser dada tanta ou até mais

⁸ Guidelines for assessment and instruction in statistics education

relevância à interpretação, à comunicação e ao desenvolvimento de uma atitude crítica face à informação com que se confrontam. Para tal, os alunos necessitam de aprender o que está envolvido na interpretação dos resultados de uma investigação estatística e colocar questões críticas e reflexivas sobre os argumentos que se referem a estatística ou a dados reportados nos média ou em relatórios de projetos dos seus pares de sala de aula (Gal e Garfield, 1997).

Para que os alunos realizem estas aprendizagens, diversos autores, como Garfield (1997) ou delMas (2004), referem que o estudo de conteúdos estatísticos deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento de três competências relacionadas entre si: a literacia, o pensamento e o raciocínio estatísticos.

Em Portugal, Martins e Ponte⁹ (2010) também fazem referência às três competências acima referidas. Segundo estes autores, o ensino da Estatística a nível pré-universitário começou por dar especial atenção ao raciocínio estatístico, ou seja, aos modos de raciocinar e resolver problemas próprios da Estatística, valorizando técnicas, representações e processos de inferência. Depois, apercebeu-se da necessidade de atender à natureza dos dados estatísticos, dado que é necessário ter em consideração o seu contexto, então, estendeu-se a atenção a processos de pensamento mais amplos e variados. Por fim, atendendo às finalidades do ensino da Estatística na sociedade atual, passou a ser a literacia estatística a principal preocupação, estando isto bem patente nos programas de Matemática, como, por exemplo, no dos cursos profissionais, onde refere que o aluno “deverá ficar a saber organizar, representar e tratar dados recolhidos em bruto (ou tabelados) para daí tirar conclusões numa análise sempre crítica e sempre consciente dos limites do processo de matematização da situação” (p.22). Desta forma,

⁹ No âmbito do novo programa de Matemática do Ensino Básico, estes autores publicaram um documento de apoio aos professores designado por: “Organização e Tratamento de Dados”.

o estudo da Estatística deve contribuir para que os estudantes melhorem a sua capacidade em “avaliar afirmações de carácter estatístico, fornecendo-lhes ferramentas apropriadas para rejeitar quer certos anúncios publicitários quer notícias ou outras informações em que a interpretação dos dados ou a realização da amostragem não tenha sido correta” (p.22). Para desenvolver estas capacidades, os alunos “devem interpretar e comunicar os resultados à turma fazendo a análise crítica e estando conscientes que modos diferentes de apresentar as conclusões podem alterar a mensagem” (p.12).

Contudo, “estes três conceitos [Literacia Estatística, Raciocínio estatístico e Pensamento estatístico] estão estreitamente relacionados porque a literacia estatística apoia-se no pensamento estatístico e este, por sua vez, tem como núcleo fundamental o raciocínio estatístico” (Martins & Ponte, 2010, p.9).

3.2.2. Realização de trabalhos em grupo

A interação social é assumida como um recurso impulsionador na construção do conhecimento, pois é através de situações de comunicação que os alunos, em interação, são colocados “em situações de confronto, de troca, de interação, de decisão, que os forcem a explicar, a justificar, a argumentar, expor ideias, dar ou receber informações para tomar decisões, planear ou dividir o trabalho, obter recursos” (Perrenoud, 1999, p. 99).

Para Balachowski (1998), o aluno ao realizar um projeto em grupo promove a sua participação, o pensamento crítico e proporciona experiências que vão para além dos exercícios académicos. Para tal, devem ser usados dados em bruto retirados de diversas fontes: jornais, documentários televisivos, eventos desportivos e da Internet.

Petocz e Reid (2007), com base em vários estudos¹⁰, referem que o trabalho de grupo e a avaliação em grupo permite aos professores desenvolverem tarefas mais compreensivas; capacita os alunos a adquirirem um *insight* sobre as dinâmicas e os processos de grupo; permite aos alunos o desenvolvimento de *skills* interpessoais; permite expor os alunos aos pontos de vista dos outros membros do grupo; encoraja os alunos a prepararem-se para o ‘ponto de vista real’ e promove a reflexão e a discussão como parte essencial do processo de se tornarem práticos competentes e reflexivos.

Desta forma, no estudo da Estatística torna-se imperativo os alunos realizarem trabalhos e avaliação em grupo.

3.2.3. Usar tecnologia

Os alunos ao trabalharem com dados reais terão indubitavelmente de recorrer à tecnologia, pois em muitos casos é praticamente impossível ou então muito moroso calcular medidas estatísticas manualmente. Com a rapidez com que os computadores e as calculadoras fazem os cálculos liberta mais tempo para a interpretação e discussão dos resultados (Jolliffe, 2007).

Carvalho (2006) refere que os computadores não devem ser usados apenas para fazer funcionar certos algoritmos, mas para visualizar os dados efetuando diferentes representações dos mesmos (histogramas, caixa com bigodes) e explorar outros aspetos. Os alunos ao trabalharem num dado *software*, onde é possível fazer experimentação diversa, facilita-os “a compreensão de conceitos fundamentais (gerar amostras a partir de uma população, calcular a média de cada amostra e observar a distribuição das médias calculadas, fazer variar os parâmetros de modelos conhecidos e observar o que

¹⁰ Jaques (2000), Johnson and Johnson (1994), Carr and Kemmis (1993), Salomon and Globerson (1989) e Vygotsky (1978)

se passa)” (Branco, 2006, p.22). Logo, em vez de se concentrar na aplicação de fórmulas, o foco passa a ser a experimentação, a análise dos *outputs*, a extrapolação de conclusões, entre outros aspetos.

Por outro lado, ao recorrer à tecnologia, dá a possibilidade aos alunos com fracos desempenhos na disciplina de Matemática de implementar as técnicas estatísticas, até as mais avançadas, de aprender as técnicas apropriadas numa dada situação e como interpretar os resultados (Jolliffe, 2007). Deste modo, o NCTM (2007) refere que “os alunos com dificuldades em procedimentos básicos poderão desenvolver e demonstrar outros conhecimentos matemáticos, que, por sua vez, poderão conduzir à aprendizagem desses procedimentos” (p. 27).

Os programas de Matemática também fazem referência para a utilização das tecnologias no ensino. Por exemplo, o programa para os cursos profissionais refere que o estudo da Estatística proporciona uma excelente oportunidade para “atividades interdisciplinares, individualmente ou em grupo, devendo o professor ao definir o plano de trabalho com os estudantes incentivá-los a recorrer ao computador” (p. 22).

3.2.4. Diversificar os instrumentos de avaliação

Jolliffe (2007) refere que há trinta ou quarenta anos atrás, as questões de avaliação em Estatística incluíam-se em duas categorias: uma que envolvia a substituição de números em fórmulas, onde os dados usados eram simples e artificiais, sendo possível fazer “à mão”, e outra que envolvia a derivação ou a manipulação algébrica. Com este género de questões colocadas nos testes, geralmente só era possível testar a capacidade dos alunos em aprender a resolver um determinado tipo de questões, que já tinham sido resolvidas anteriormente ou, então, em memorizar procedimentos para serem reproduzidas nos testes.

Também Gal e Garfield (1997) referem que uma avaliação adequada dos resultados dos alunos não é possível com o recurso apenas a questões de escolha múltipla ou de resposta curta. Este tipo de questões não inclui, muitas vezes, o contexto e centram-se na precisão de cálculos estatísticos, na aplicação correta de fórmulas ou na construção correta de gráficos e tabelas, avaliando apenas uma ou duas das submetas anteriormente referidas. Questões e tarefas que culminam em simples respostas "correto ou errado" não refletem a natureza de muitos problemas estatísticos, pois estas tarefas fornecem apenas uma informação limitada sobre os processos de raciocínio dos alunos, sobre a sua capacidade para construir e interpretar argumentos estatísticos, sobre a lógica subjacente a certos procedimentos ou sobre a sua capacidade para usarem de forma clara e adequada terminologia estatística ou matemática quando discutem o seu trabalho ou raciocínio.

Para Fernandes et al. (2009), a realização de tarefas mais abertas são as mais adequadas para revelar o pensamento dos alunos, pois “permitem múltiplos pontos de acesso aos alunos com diferentes níveis de compreensão, constituem modelos que podem ser usados para desenvolver conceitos, visualizações, múltiplas estratégias de resolução, pensamento crítico, oportunidades para estabelecer conexões com outros conceitos e formalização progressiva” (p.60). Estes autores também referem que são este género de tarefas que melhor se adequam à avaliação formativa¹¹, porque “dão oportunidades aos alunos para comunicarem o desenvolvimento da sua compreensão” (p.60).

¹¹ Segundo Fernandes (2004), a avaliação alternativa tende a dar mais destaque à avaliação formativa, “aquela que tem lugar durante os períodos em que ocorrem o ensino e todas as atividades a ele associado” (p. 18). Trata-se, assim, de uma conceção diferente, porque há uma preocupação com os processos de ensino e de aprendizagem, que são analisados *in loco*. Logo, “a avaliação alternativa tende a dar relevância a funções da avaliação tais como a motivação, a regulação e a autorregulação, o apoio à aprendizagem, a orientação ou o diagnóstico” (p. 18). Também nos despachos normativos em vigor é considerada a principal modalidade de avaliação.

Logo, são necessários diferentes métodos de avaliação que forneçam uma vasta informação sobre a qualidade do pensamento dos alunos, a comunicação e os processos de raciocínio (NCTM, 1999). São necessários métodos para avaliar não apenas *skills* específicos, mas também para revelar a compreensão dos alunos acerca de ‘grandes ideias’ em Estatística e a sua capacidade para selecionar e aplicar apropriadamente instrumentos estatísticos quando procuram dar sentido a dados realistas. Por exemplo, a capacidade de calcular corretamente a média de um conjunto de dados manualmente ou com a ajuda de uma ferramenta eletrônica, diz-nos pouco sobre a compreensão da sua razoabilidade para resumir a informação ou que outra medida estatística é mais indicada para aquele conjunto de dados (Gal & Garfield, 1997). Então, os métodos de avaliação necessitam de aferir o grau de integração entre *skills*, conhecimentos e disposições dos alunos e a sua capacidade para explorar, de forma significativa, questões realistas, problemas ou situações, resultados ou mensagens estatísticas, tanto como geradores como interpretadores de dados.

Garfield (1994) apresenta dois dos princípios básicos a considerar na avaliação em Estatística:

- *The Content Principle*: Assessment should reflect the statistical content that is most important for students to learn.
- *The Learning Principle*: Assessment should enhance learning of statistics and support good instructional practice (para.4).

Segundo este autor, estes princípios conduzem diretamente ao uso de formas alternativas de avaliação que forneçam uma informação mais completa, sobre o que os alunos têm aprendido e o que são capazes de fazer com o seu conhecimento, facultando *feedback* mais detalhado e atempado sobre a qualidade da sua aprendizagem. Então, para este autor, alguns desses métodos alternativos são: portefólio de avaliação;

avaliação autêntica e avaliação de performance, definidos da seguinte forma:

- *Portfolio assessment*: The collection and evaluation of a carefully chosen selection of students' work. The number and types of selections included in a portfolio may vary, but are typically agreed upon by the teacher and student for the purpose of representing what that student has learned (Pandey 1991).
- *Authentic assessment*: A method of obtaining information about students' understanding in a context that reflects realistic situations, and that challenges students to use what they have learned in class in an authentic context (Archbald and Newmann 1988).
- *Performance assessment*: Presenting students with a task, project, or investigation, then evaluating the products to assess what students actually know and can do (Stenmark 1991) (como citado em Garfield, 1994, para.5).

Garfield (1994) também apresenta diferentes métodos de avaliação que podem ser usados no estudo da Estatística, como questões de ensaio, projetos, relatórios, portfólios, exames, pesquisas, questões abertas, entre outros.

Assim, são vários os instrumentos e técnicas de avaliação que podem ser usadas durante o estudo da Estatística.

A seguir, serão analisados dois instrumentos de avaliação que podem ser usados no tema da Estatística, como também noutros temas da Matemática.

3.2.4.1. Teste em duas fases

O teste é aplicado, num primeiro momento, em contexto de sala de aula, com um tempo fixo e sem quaisquer indicações do professor ou interações com colegas, podendo ou não fazê-lo com ou sem consulta (Martins, Saporiti, Neves, Bastos & Andrade, 2003). “Após esta fase, o professor fica com os testes, comenta as respostas dadas pelo aluno na primeira fase e toma para si notas sobre a qualidade do trabalho

realizado” (Pinto & Santos, 2006, p. 131). Para o caso em que as respostas são incompletas ou incorretas, o professor propõe ao aluno que pense melhor nas questões, dando sugestões. “Quando o aluno dá respostas boas, o professor propõe extensões para a 2ª fase, de modo a que explore mais profundamente os problemas em estudo” (Martins et al., 2003, p.44).

Depois os testes são devolvidos aos alunos, dando-se início à segunda fase. “A segunda fase é realizada fora da sala de aula, com a possibilidade de interagir com colegas e professores, dispondo de mais tempo e dos comentários que o professor formulou ao avaliar as suas respostas iniciais” (Martins et al., 2003, p.44.). “Após concluídas as duas fases, cabe ao professor classificar o teste. Tal classificação recairá sobre três aspetos: a qualidade da primeira fase, a qualidade da segunda e a evolução do aluno” (Pinto & Santos, 2006, pp. 131-132). A natureza das questões deste teste é diferente do teste tradicional, sendo formado preferencialmente por questões mais abertas e de ensaio, sendo valorizado o raciocínio e a comunicação matemática (Martins et al., 2003).

Quanto às vantagens deste instrumento, para além de reduzir o *stress* nos alunos, pois sabem que têm a segunda fase onde podem melhorar, favorece o desenvolvimento de capacidades como a interpretação, a reflexão, a comunicação e a exploração de ideias matemáticas e contribui para a autoconfiança do aluno na sua relação com a Matemática (Pinto & Santos, 2006).

Para além disso, “o professor aprende muito sobre os alunos e a sua forma de pensar e aprender, e sobretudo porque estas aprendizagens são um bom contributo para uma reflexão sobre o seu desempenho como professor” (Martins et al., 2003, p.47).

3.2.4.2. Apresentações orais

As apresentações orais geralmente são feitas no culminar de uma investigação ou de um trabalho, quando os alunos dão a conhecer o trabalho por si previamente realizado. “Uma apresentação oral constitui uma situação de avaliação e também de aprendizagem, favorecendo o desenvolvimento da capacidade de comunicação e argumentação” (Ponte et al., 2003, p.125).

As apresentações orais permitem avaliar uma variedade de objetivos, como: “a compreensão do processo de investigação, a pertinência das estratégias, os processos de raciocínio, o uso de conceitos, as competências de cálculo e a capacidade de comunicação oral” (Ponte et al., 2003, p.125).

Para o professor, no final da apresentação, é uma excelente ocasião para dar *feedback* aos alunos, nomeadamente sobre o seu desempenho, os seus progressos e sugestões concretas sobre aspetos em que podem ser melhorados.

3.3. Principais dificuldades dos alunos em Estatística

O professor deve conhecer as principais dificuldades dos alunos de forma a organizar melhor o ensino e, conseqüentemente, os alunos melhorarem as suas aprendizagens.

Assim, Santos (2004), com base nos desempenhos dos alunos nas provas de aferição e nos exames do 12.º ano, refere que os alunos obtêm melhores resultados nas questões que fazem apelo ao conhecimento de conceitos e procedimentos, pois “o que está em causa neste tipo de questões é a capacidade de reprodução, em detrimento de uma capacidade cognitiva mais exigente” (p. 17). Ao longo do percurso escolar dos alunos, o principal instrumento de avaliação usado foi o teste escrito realizado individualmente e em tempo limitado, com itens que apelam sobretudo à capacidade de

reprodução, pelo que não será de estranhar que seja este tipo de saberes, aqueles que os alunos têm mais desenvolvidos.

Quanto às dificuldades que os alunos revelam na aprendizagem da Estatística, tanto em Portugal, como noutros países, o facto de a Estatística fazer parte dos programas de Matemática faz com que os alunos tendem a vê-la à imagem da Matemática, cujo objetivo é encontrar uma solução única, isenta de qualquer ambiguidade ou erro. Ora, esta crença dos alunos está na origem das suas dificuldades “pois não é compatível com a natureza da Estatística, que envolve incerteza e apenas nos pode fornecer soluções com um certo grau de precisão” (Fernandes, Carvalho & Correia, 2011, p.2).

Quanto às dificuldades relacionadas com tópicos específicos da Estatística, Boaventura e Fernandes (2004) fizeram um estudo em que colocaram várias questões sobre as medidas de tendência central a alunos do 12.º ano. Nesse estudo, os alunos revelaram muitas dificuldades nas situações estatísticas em que envolveram o conceito de mediana, sobretudo quando foi pedido para apresentarem cálculos e/ou justificações. Também a interpretação do conceito de mediana levou os alunos a fazerem confusão com a média. A média, apesar de se tratar de um conceito mais familiar para os alunos, sempre que a situação exigia um trabalho para além do cálculo de uma média simples ou quando a informação foi apresentada sob a forma de um gráfico, verificou-se a existência de dificuldades. Quanto à localização da média, mediana e moda numa distribuição representada através de um histograma, apenas 0,6% localizaram corretamente nas distribuições assimétricas e nenhum aluno usou a ideia de ‘centro de massa’ para posicionar a média em relação à mediana.

Desta forma, são várias as dificuldades que os alunos revelam no tema da Estatística.

4. Metodologia de investigação

4.1. Natureza do estudo

Este estudo teve por objetivo investigar o impacto de alguns instrumentos de avaliação nas aprendizagens matemáticas dos alunos no tema da Estatística, recorrendo sobretudo à análise documental. Para tal, adotamos uma metodologia de investigação de natureza qualitativa de carácter interpretativo. Esta escolha deveu-se às características da investigação qualitativas que se revelaram adequadas à investigação que se pretendia realizar e também por ser difícil conduzir um estudo de natureza quantitativa nesta área.

Assim, este tipo de investigação é descritivo e indutivo, pois a partir dos padrões encontrados nos dados, o investigador desenvolve entendimentos, ideias e conceitos. Logo, não há necessidade de comprovar hipóteses, modelos ou teorias como nos estudos quantitativos (Sousa & Baptista, 2011).

Na investigação qualitativa nenhum plano detalhado é traçado antes da recolha dos dados, embora no início do trabalho os investigadores possam ter uma ideia acerca do que pretendem fazer. Também não há a formulação de questões específicas para serem respondidas, “a formulação das questões deve ser resultante da recolha de dados e não efetuada *a priori*. É o próprio resultado do estudo que estrutura a investigação, não as ideias preconcebidas ou um plano prévio detalhado” (Bogdan & Biklen, 1994, p.83).

Na recolha dos dados na investigação qualitativa, de um modo geral, não há qualquer preocupação com a dimensão das amostras nem com a generalização de resultados. A qualidade (validade e fiabilidade) dos dados depende muito da sensibilidade, da integridade e do conhecimento do formador Fernandes (1991). Logo, não se coloca o problema da validade e da fiabilidade dos instrumentos.

4.2. Caraterização do Ambiente e dos Intervenientes no Estudo

Este estudo foi desenvolvido durante o ano letivo 2011/2012 numa escola da Região Autónoma da Madeira. Esta escola é frequentada por alunos de todos os estratos sociais. Alguns alunos apresentam carências financeiras e afetivas, provenientes de seios familiares disfuncionais. Além disso, apresentam interesses divergentes aos escolares, pois não veem na escola a solução para os seus problemas. Também nesta escola existe um alto índice de insucesso na disciplina de Matemática apesar dos esforços para combater este insucesso, nomeadamente, através de apoios.

Neste estudo participaram os alunos de uma turma de um curso profissional, Técnico de Secretariado, do 10.º ano. A escolha desta turma deveu-se, por um lado, ao facto de serem poucos alunos, sendo mais fácil para o investigador, também o professor da turma, monitorizar o trabalho dos alunos e, por outro, às caraterísticas particulares dos alunos.

Assim, esta turma é constituída apenas por nove alunos (usarei nomes fictícios para preservar as suas identidades), sete raparigas e dois rapazes; tem duas alunas com necessidades educativas especiais, a Isabel e a Susana; quatro alunos provenientes dos Cursos de Educação e formação (CEF)¹², as duas alunas atrás referidas, o Cristiano e o Diogo, e algumas alunas com um historial de insucesso no 3.º Ciclo a Matemática, a Carla, a Lina e a Mariana. As restantes duas alunas da turma, a Joana e a Ricardina, também revelam dificuldades na disciplina de Matemática e foram minhas alunas no 3.º Ciclo, a Ricardina no 7.º e no 8.º ano e a Joana no 8.º ano.

¹² Os CEF destinam-se a alunos com algumas retenções ao longo do seu percurso escolar, sobretudo no 3.º Ciclo, logo, o grau de exigência nestes cursos é mais baixo do que no ensino regular. A carga horária de Matemática é menor, 210 horas, ou seja, menos horas do que o ensino regular. Porém, o programa contemple quase todos os conteúdos que constam no programa do ensino regular.

4.3. Elaboração e aplicação dos instrumentos de avaliação

Os alunos ao longo do ano letivo realizaram para a avaliação: dois testes em duas fases, mas neste relatório apenas será analisado o segundo teste (ver anexo 3); uma ficha global sobre o módulo B2 – Estatística Computacional; um trabalho sobre o banco alimentar contra a fome (ver anexo 5); um trabalho sobre a venda de carros nos últimos anos em Portugal, em que tiveram de fazer a apresentação oral; um estudo estatístico e um portefólio. No âmbito desta investigação, apenas serão abordados alguns destes instrumentos devido ao limite do número de páginas deste relatório. Assim, a seguir serão abordados os instrumentos que serão analisados neste relatório.

4.3.1. Teste em duas fases

A primeira fase do teste foi realizada no dia 13-12-2011, sendo entregue corrigida aos alunos no dia 03-01-2012. Depois, os alunos dispuseram de uma semana para realizar a segunda fase do teste.

A primeira fase do teste foi realizada na sala, onde foi permitido a consulta do caderno ou do manual. Depois foi corrigida e, em função dos erros cometidos e das dificuldades evidenciadas, foi elaborado um documento (ver anexo 4), onde foram apresentadas algumas dicas ou sugestões para ajudar os alunos a realizarem a segunda fase do teste. Este documento foi colocado na plataforma *Moodle* da escola. Para além disso, em alguns casos, foi dado um *feedback* específico. A segunda fase foi realizada fora da sala de aula. Quanto à classificação final do teste, foi dado o mesmo peso em ambas as fases.

Quanto à tipologia das questões deste teste, havia algumas alíneas em que os alunos tinham de aplicar fórmulas e procedimentos e havia outras em que era pedido para justificar ou dar a opinião pessoal, apelando ao espírito crítico dos alunos. As

questões estavam contextualizadas e pretendiam testar se os alunos eram capazes de mobilizar os seus conhecimentos estatísticos para contextos reais.

Atendendo ao facto de neste teste os alunos terem demonstrado muitas dificuldades no que concerne a mobilizar os conceitos para contextos reais e também em justificar as suas tomadas de posição usando factos matemáticos como argumentos para fundamentar os seus pontos de vista, para ajudar a colmatar estas dificuldades dos alunos, foram propostos os três trabalhos, dois deles serão analisados neste relatório.

4.3.2. Trabalho sobre o Banco Alimentar contra a Fome

Com este trabalho era pretendido, para além dos aspetos atrás referidos, os alunos aplicarem os conhecimentos adquiridos durante o estudo das distribuições bidimensionais, nomeadamente usar a regressão para fazer previsões para o futuro, em contexto reais. Assim, foi pedido aos alunos para escreverem um artigo jornalístico sobre o Banco Alimentar contra a Fome, em que tinham de abordar a evolução desta organização ao longo dos anos desde a sua fundação, e se continuar a crescer como tem acontecido até agora, quantas pessoas e instituições é esperado apoiar em 2015, assim como a quantidade de alimentos a receber. Para fazer estas previsões, os alunos tinham de recorrer à tecnologia ou usando o *GeoGebra* ou então o *Microsoft Excel*.

Os alunos começaram a realizar este trabalho na aula do dia 17-01-2012 e dispuseram de uma semana para o concluir.

4.3.3. Trabalho sobre a venda de carros em Portugal

Este trabalho foi realizado no âmbito do módulo Estatística Computacional. Neste módulo, os alunos tinham aprendido a construir diversos tipos de gráficos no *Microsoft Excel*. Então, em vez de realizar um teste tradicional para testar se sabiam

construir gráficos, foi proposto aos alunos a realização de uma apresentação *PowerPoint* em que tinham de apresentar, sob a forma de gráficos, a variação ocorrida na venda de automóveis ao longo do tempo ou então fazer uma comparação entre as marcas.

Também tinham de fazer referência a possíveis causas para as oscilações no número de carros vendidos ao longo tempo. Para tal, foi facultado aos alunos algumas tabelas¹³ com os valores das vendas.

Com este trabalho era pretendido que os alunos continuassem a desenvolver o seu poder comunicativo e argumentativo e também desenvolvessem a competência literacia estatística.

Os alunos trabalharam aos pares e houve uma aluna que realizou o trabalho sozinha. Depois de concluído o *PowerPoint*, os alunos procederam à apresentação oral dos trabalhos. As apresentações foram filmadas para posterior análise.

A construção do *PowerPoint* ocorreu na aula do dia 06-03-2012 e as apresentações ocorreram nos dias 13-03-2012 e 10-04-2012.

4.4. Recolha de dados

Para Bogdan e Biklen (1994), o “termo *dados* refere-se aos materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontram a estudar; são os elementos que formam a base da análise” (p.149). Desta forma, os dados constituem os elementos que formam a base para a análise documental, ou seja, são “os elementos necessários para pensar de forma adequada e profunda acerca dos aspetos (...) que pretendemos explorar” (p. 149).

¹³ As tabelas foram retiradas do site: “Auto informa”, disponível em: http://www.autoinforma.pt/index.php?template_id=1

Uma vez que este é um estudo de natureza qualitativa, foram utilizados diversos métodos de recolha de dados. Assim, relativamente aos testes em duas fases, foi digitalizada a resolução dos alunos nas duas fases. Quanto aos trabalhos escritos, foram realizados e entregues ao investigador em formato digital. A apresentação oral do trabalho sobre a venda de carros foi registada em vídeo e áudio e, para a utilização desde material na sala de aula, foi pedida a autorização prévia ao Conselho Executivo da escola e aos encarregados de educação (ver anexo 6).

Como se trata de um estudo de carácter interpretativo, é pretendido conhecer a realidade tal como ela é vista pelos seus diversos atores. Neste sentido, Bogdan e Biklen (1994) salientam que os investigadores devem ter uma especial atenção em compreender o pensamento subjetivo dos participantes nos seus estudos. Deste modo, no final do ano letivo, foi pedido aos alunos uma opinião acerca dos instrumentos usados com o intuito de compreender qual a perspetiva deles.

4.5. Análise e Interpretação dos dados

Para Stake (1995), a análise de dados consiste em dar significado a primeiras impressões, assim como a compilações finais. Assim, nesta investigação, a análise dos dados foi feita em duas fases. A primeira ocorreu durante a recolha dos dados, onde analisei os resultados do teste em duas fases, os trabalhos realizados pelos alunos, a apresentação oral, como também a opinião dos alunos, o que já me permitiu organizar e interpretar algumas das informações recolhidas. A segunda fase da análise de dados ocorreu no final da recolha, após ter selecionado os instrumentos a serem analisados, onde foi feita uma análise detalhada e, a partir da qual, foi possível obter algumas conclusões.

5. Análise de resultados

5.1. Teste em duas fases

Será analisada a resolução dos alunos nas várias alíneas do teste (ver anexo 3).

Na questão 1 era pretendido verificar, dada uma amostra, se os alunos conseguiam calcular corretamente os quartis, construir os diagramas de extremos e quartis e depois interpretá-los.

Na primeira fase apenas três alunas cometeram erros ao calcular os quartis: as duas alunas da Educação Especial, a Isabel e a Susana, e a Mariana. Em relação à interpretação dos dados, apenas duas alunas, a Mariana e a Ricardina, procuraram interpretá-los na primeira fase, embora a resposta esteja muito incompleta. Os restantes alunos apenas calcularam os quartis e fizeram o diagrama de extremos e quartis. Porém, ainda houve alguns alunos que fizeram referência à simetria das amostras.

Quanto à segunda fase, dos nove alunos apenas dois não melhoraram a sua resposta: a Lina e o Diogo. Relativamente ao cálculo dos quartis, a Mariana voltou a errar no cálculo dos quartis de uma das amostras, enquanto as outras duas alunas, a Isabel e a Susana, calcularam corretamente.

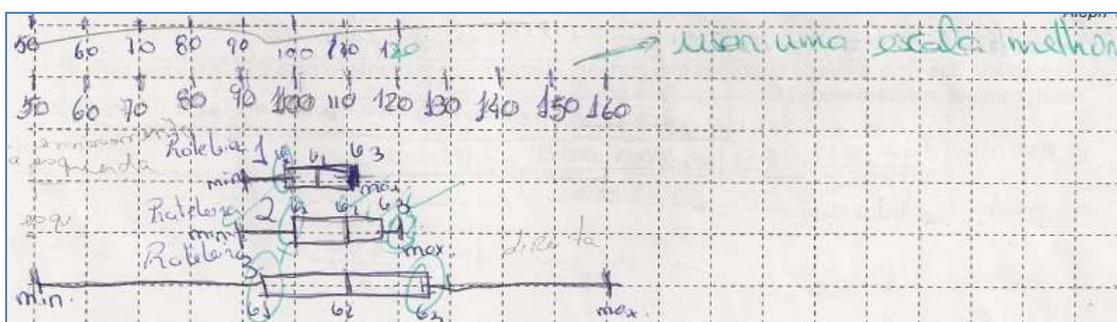


Figura 1 - Resposta da Mariana na 1.ª fase ao item 1.

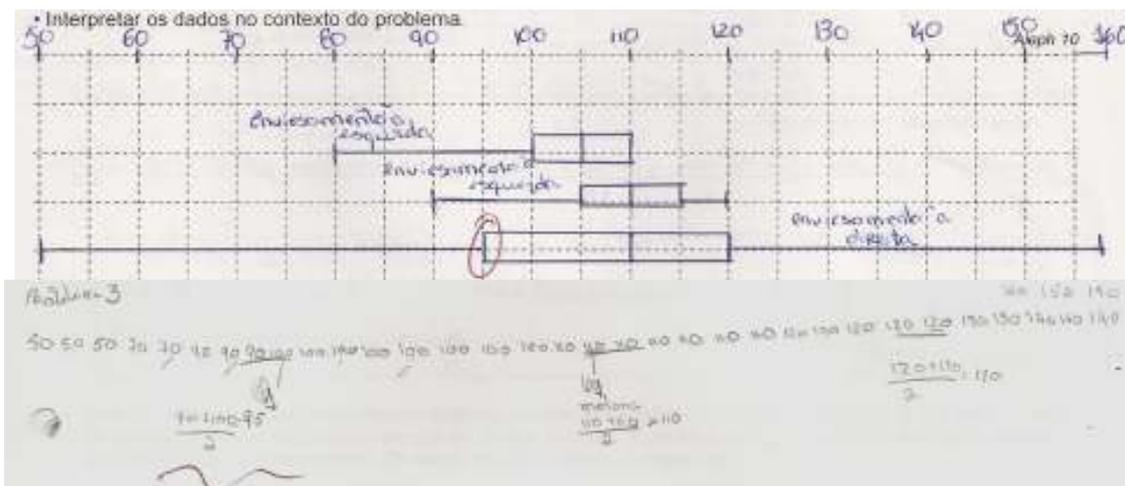


Figura 2 - Resposta da Mariana na 2.ª fase ao item 1.

Nesta resolução a aluna enganou-se na contagem dos números, por exemplo, existem sete ‘cens’ e ela escreveu oito, contudo, este erro não era impeditivo de chegar à solução correta. A dimensão da amostra é 36, significa que, para calcular o 1.º e o 3.º quartil, são considerados dezoito dados. Logo, para calcular o 1.º quartil, é fazer a média aritmética dos números de ordem nove e dez, porém, a aluna fez a média dos números de ordem oito e nove, daí o erro. No cálculo dos quartis, a aluna poderia optar por aplicar a fórmula para encontrar a ordem, provavelmente a probabilidade de errar seria menor, mas optou por dividir a amostra em quatro partes manualmente. Quanto à escala usada, a aluna tomou em consideração o *feedback* e usou outra de forma a ficarem mais perceptíveis os gráficos.

Quanto à interpretação dos dados, houve quatro alunos que não a fizeram na segunda fase. Passaremos a analisar algumas das respostas dadas.

A Carla mostrou na sua resposta que ainda revela dificuldades a interpretar corretamente o diagrama, pois a interpretação que fez da primeira prateleira está incorreta. Por outro lado, embora tivesse calculado o valor da amplitude interquartis e o valor da amplitude da amostra, não conseguiu interpretar esse valor no contexto do problema.

Na prateleira 1 existe um encaimento à direita, porque os dados estão mais dispersos à direita e mais concentrados à esquerda, Amplitude = máx - mín = $110 - 80 = 30$; $Q_3 - Q_1 = 110 - 80 = 30$.
 Na prateleira 2 existe um encaimento à esquerda, porque os dados estão mais ~~concentrados~~ dispersos à esquerda e mais concentrados à direita direita.
 Amplitude máx - mín = $120 - 90 = 30$; $Q_3 - Q_1 = 120 - 100 = 20$.
 Na prateleira 3 é simétrica porque os dados estão distribuídos de forma simétrica.
 Amplitude = máx - mín = $100 - 50 = 50$; $Q_3 - Q_1 = 120 - 100 = 20$.

Figura 3 - Resposta da Carla na 2.ª fase ao item 1.

Quanto ao Cristiano, na primeira fase, limitou-se a construir o diagrama. Na segunda fase tentou fazer uma pequena interpretação com base no *feedback* facultado.

A Joana, tal como a Carla, também não conseguiu interpretar o valor da amplitude interquartil no contexto do problema, o que significa que este conceito ainda não está compreendido.

Sim, as três distribuições são simétricas.
 A Amplitude na prateleira 1 e 2 são iguais, a prateleira 3 é diferente.
 A inter-quartil na prateleira 1 e 2 são iguais a prateleira 3 é diferente.
 Não, são iguais as medianas.
 R: As crianças comem nas prateleiras 1 e 2 onde os cereais são mais equilibrados não tem muito açúcar.
 Na prateleira 3 é dos ~~os~~ adultos onde a mais guloseitas e mais açúcar e não tem consciência para uma dieta equilibrada.

Figura 4 - Resposta da Joana na 2.ª fase ao item 1.

A Mariana, na segunda fase, procurou dar uma resposta mais completa, embora com alguns erros.

Os dados estão mais concentrados entre a 100 e a 110 na prateleira 1 na prateleira 2 os dados estão concentrados entre a 100 e a 115 e na 3 estão concentrados entre a 95 e a 125.
 A Todas são simétricas menos a 2.

Figura 5 - Resposta da Mariana na 1.ª fase ao item 1.

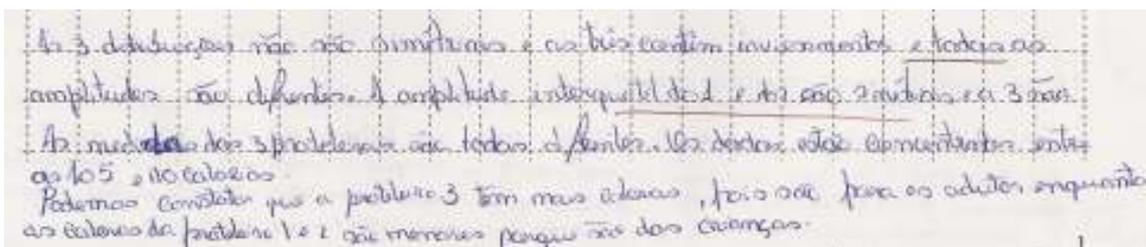


Figura 6 - Resposta da Mariana na 2.ª fase ao item 1.

A Ricardina, na resposta que deu na primeira fase, demonstra que o conceito de simetria de uma amostra não está bem percebido ou, então, a partir de um diagrama de extremos e quartis não consegue analisá-lo relativamente à sua simetria.

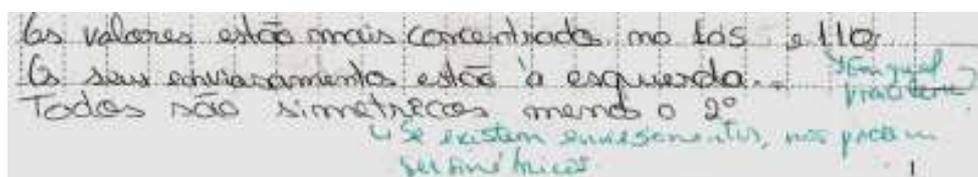


Figura 7 - Resposta da Ricardina na 1.ª fase ao item 1.

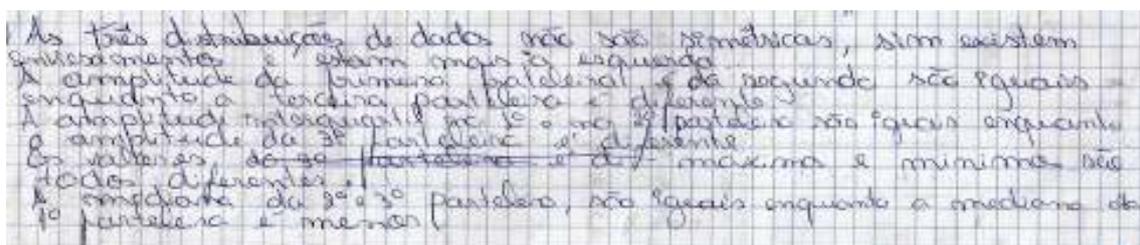


Figura 8 - Resposta da Ricardina na 2.ª fase ao item 1

A partir da análise das resoluções dos alunos, verificamos que nenhum aluno conseguiu dar uma interpretação satisfatória dos dados e que têm mais facilidade na reprodução de procedimentos matemáticos do que a interpretar os dados num dado contexto. Já nas aulas, a principal preocupação dos alunos era o domínio de procedimentos e técnicas, ficando a interpretação dos dados para segundo plano, daí já ser esperado este desempenho dos alunos. Isto é o reflexo do que é a Matemática para estes alunos, que se reduz a fazer cálculos, aplicar fórmulas e procedimentos.

Também verificamos que a maioria dos alunos não tentou interpretar os dados. Logo, não foi possível dar um *feedback* mais pormenorizado e eficaz, daí as fracas respostas na segunda fase.

A questão 2.1. tinha como objetivo testar se alunos sabiam que a média é uma medida sensível a valores muito altos ou muito baixos e, atendendo ao contexto do problema, seria uma boa medida. Estamos constantemente a ser bombardeados por notícias na comunicação social, onde frequentemente fazem referências às médias e que nem sempre é a medida mais indicada, por isso, esta questão também servia para consciencializar os alunos para estas situações.

Na primeira fase apenas uma aluna, a Mariana, conseguiu fazer referência ao facto de haver valores muito altos numa amostra e que influenciam o valor da média, apesar de estar incompleta a resposta. Os restantes alunos não conseguiram justificar adequadamente.

Na segunda fase, os alunos, à exceção do Cristiano e da Isabel, conseguiram melhorar as suas respostas.

A Carla e a Susana calcularam a média dos trabalhadores que não são sindicalizados, mas enganaram-se nos cálculos, o valor 76 500 está errado.

The image shows a student's handwritten work. At the top, there is a calculation:
$$\frac{76500}{60} = 1275$$
. Below the calculation, there is a justification in Portuguese: "é muito inferior do que os trabalhadores do sindicato. não pesquisa os salários de um operário típico e muito inferior do que os trabalhadores do sindicato. como podem observar a média dos trabalhadores e muito inferior do que os trabalhadores do que a média dos trabalhadores do sindicato, por isso devem aumentar os salários dos trabalhadores do sindicato."

Figura 9 - Resposta da Carla na 2.ª fase à questão 2.1.

Na justificação, as duas alunas deram respostas idênticas e a forma como se referiram aos trabalhadores sindicalizados, demonstrou que não tinham conhecimento do que são os sindicatos: “média dos trabalhadores do sindicato ou então não se preocuparam com o rigor na escrita. O facto de as alunas terem dado respostas idênticas significa que provavelmente trabalharam em conjunto na resolução da segunda fase do teste. Atendendo ao facto de estas revelarem dificuldades a Matemática, esta foi uma forma de superarem as suas dificuldades. Ao usar o teste em duas fases, o principal objetivo é potenciar as aprendizagens dos alunos, pelo que, ao trabalharem em conjunto,

pode ser vantajoso, pois permite analisarem os erros cometidos, compararem as respostas e, desta forma, melhorá-las. Caso o docente pretenda certificar-se de que o aluno realmente sabe o que escreveu nas respostas, tem a possibilidade nas aulas de o questionar.

A Joana e a Mariana, na segunda fase, calcularam corretamente a média do valor dos sindicalizados e usou esse valor para justificar. O *feedback* foi importante.

Handwritten calculation: $\frac{918500}{66} = 13916,7$

Handwritten text justification: "Não concordo porque a média é influenciada por números altos e baixos = visto que há salários elevados = alguns muito baixos, por isso devemos também contar apenas a média dos salários do sindicato, pois usamos termos uma média nosa da dimensão dos salários porque existem 3 outliers a média dos salários do sindicato é 13916,7."

Figura 10 - Resposta da Mariana na 2.^a fase à questão 2.1.

A Lina tentou justificar sem fazer cálculos, demonstrando que sabe a influência dos *outliers* no valor da média.

Handwritten text justification: "Existe outliers e esses são o presidente, vice-presidente e o diretor de fábrica. Nesta tabela conseguimos ver que a média é influenciada porque a pessoas que recebem muito menos que outro sendo um guarda guarda 3000 e o presidente 250 000, para as médias não serem influenciadas teriamos que ter todos mais ou menos o mesmo salário."

Figura 11 - Resposta da Lina na 2.^a fase à questão 2.1.

A Ricardina, na primeira fase, deu uma resposta sem nexos, não conseguindo relacionar os conceitos matemáticos com o contexto. Na segunda fase, conseguiu melhorar.

Handwritten text justification: "A média influencia os valores mais altos. Sim é uma boa ideia para termos uma boa ideia do valor do salário de um operário típico."

Figura 12 - Resposta da Ricardina na 1.^a fase à questão 2.1.

Handwritten text justification: "Existem 3 outliers e influenciam a média tendo valores mais altos e o valor da média é influenciada por observações extremas."

Figura 13 - Resposta da Ricardina na 2.^a fase à questão 2.1.

O Diogo e a Ricardina também se enganaram no cálculo da média e na resposta fizeram referência aos *outliers*.

A partir das respostas apresentadas pelos alunos, constatamos que estes têm dificuldades em usar conceitos matemáticos como argumentos para justificar os seus pontos de vista. O *feedback* facultado foi determinante. Ainda é de salientar que estes alunos, até em cálculos simples, cometem erros e não revelam a capacidade de serem críticos em relação os resultados obtidos.

A questão 2.2. tinha vários objetivos: verificar se os alunos sabiam calcular a mediana quando era dada a frequência absoluta, se sabiam interpretar a tabela e usar resultados matemáticos como argumentos para justificar os seus pontos de vista.

Nesta questão, houve dois alunos, a Susana e o Diogo, que não tentaram melhorar a resposta na segunda fase.

Quanto à indicação do valor do salário mais comum, na primeira fase houve dois alunos que erraram, o Cristiano e o Diogo, e a Isabel não respondeu. Na segunda, o Cristiano e a Isabel responderam corretamente. Verificamos que os alunos não tiveram dificuldades nesta medida estatística, a moda.

Em relação ao cálculo da mediana, na primeira fase apenas três alunas calcularam-na corretamente, a Lina, a Mariana e a Ricardina. Houve duas alunas, a Carla e a Joana, que cometeram um erro frequente no cálculo da mediana quando é dada a frequência absoluta, pois consideram os vários valores da variável estatística como tendo frequência absoluta um.

8000 10000 12000 135000 15000 18000 52000 130000 250000

o Hall Gato é assim que calculamos a mediana (quanto mais 8000 mais)

Sim, porque argumentando que o salário mais comum é o salário mediano ronda nos 15000 é um mês e justo que aumentem o salário a 15000!

Figura 14 - Resposta da Joana na 1.ª fase à questão 2.2.

2.2) mediana

8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000	8000
10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000	12000
13500	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000
15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000
15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000
15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000
15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000
15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000
15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000
18000	18000	18000	18000	18000	18000	18000	18000	18000	18000
18000	55000	55000	55000	55000	55000	55000	55000	55000	55000

Figura 15 - Resposta da Joana na 2.^a fase à questão 2.2.

Na segunda fase, a Joana optou por escrever os números todos e verificar quais os valores que estavam no centro. Ela poderia ter aplicado as fórmulas dadas na aula para calcular a mediana, este seria um processo mais simples.

Houve dois alunos que apresentaram só o resultado final, o Cristiano e o Diogo, não sendo possível apurar se realmente sabiam calcular a mediana, porque, neste caso, ao calcular a mediana pelo processo errado que a Carla e a Joana utilizaram, chegava-se ao mesmo valor. Na segunda fase, a Joana atendeu ao *feedback* e calculou pelo processo correto. O Cristiano também apresentou os cálculos e fez pelo processo correto. Os outros quatro alunos não tentaram calcular a mediana.

No item um deste teste também era pedido para os alunos calcularem a mediana, mas lá os dados eram dados em bruto, enquanto nesta alínea era dada a frequência absoluta. No item um, os alunos não revelaram dificuldades, enquanto nesta alínea vários alunos não conseguiram calcular corretamente, o que podemos concluir que os alunos revelam mais dificuldades em calcular a mediana quando é dada a frequência absoluta do que quando os dados são dados em bruto.

Quanto a justificar, os alunos também revelaram dificuldades, tal como no item um. Na primeira fase nenhum aluno deu uma justificação satisfatória. Por exemplo, a Lina, a Mariana e a Ricardina verificaram que os valores da mediana e da moda eram iguais, por isso estas medidas não eram bons argumentos para serem usados pelos

sindicalistas, não fazendo referência às médias calculadas na alínea anterior. Porém, foram as únicas alunas a tentar a dar uma justificação.

O salário mais comum é 15000
 O salário médio é 15000
 média = $15000 + 15000 = 15000$
 mediana = $\frac{26}{2} + \frac{26}{2} + 1 = 36 + 37 = 36,5$
 O sindicalista não tem argumentos, porque o salário médio é o mesmo

Figura 16 - Resposta da Ricardina na 1.ª fase à questão 2.2.

Na segunda fase, as justificações ficaram aquém do desejável. Porém, houve seis alunos que tentaram justificar. Apenas a Mariana e o Cristiano fizeram referência às médias da alínea anterior. Contudo, o Cristiano não especificou qual das médias: a média dos salários todos ou dos trabalhadores sindicalizados.

Não porque os resultados são os mesmos todos e usar outros argumentos por exemplo a média.

Figura 17 - Resposta do Cristiano na 2.ª fase à questão 2.2.

É notório, também nesta alínea, a dificuldade dos alunos em justificar, nomeadamente, em usar resultados matemáticos como argumentos convincentes para prevalecer os seus pontos de vista, como se pode ver na resposta da Joana:

sim, porque argumentando que o salário mais comum é o salário mediano rende nos 15000 € mais é justo que aumentem o salário.

Figura 18 - Resposta da Joana na 2.ª fase à questão 2.2.

Com a questão 2.3. era pretendido que os alunos considerassem a simulação como procedimento a ter para a tomada de decisões ou, então, para arranjar argumentos. Por outro lado, os resultados obtidos nesta alínea serviriam para ajudar os alunos a dar a resposta da alínea seguinte.

Quanto à indicação do valor da moda, todos os alunos acertaram na primeira fase. Em relação à média, na primeira fase nenhum aluno chegou ao resultado correto,

porém, a Mariana e a Ricardina fizeram os procedimentos corretos, mas enganaram-se nos cálculos. Na segunda fase, apenas três alunos chegaram à resposta correta, a Carla, a Joana e a Mariana. A Ricardina e o Diogo fizeram os procedimentos corretos, mas enganaram-se nos cálculos. Quanto aos restantes alunos, voltaram a calcular de forma errada. Constatamos que, tal como a mediana, quando é dada a frequência absoluta em vez dos dados em bruto, os alunos têm algumas dificuldades em calcular a média.

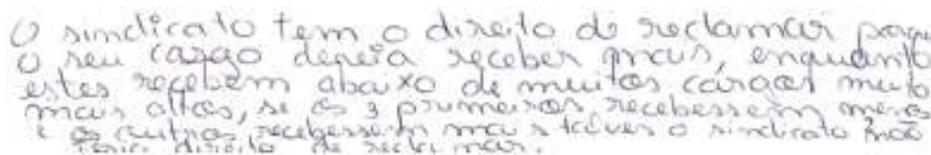
No que se refere à mediana, na primeira fase, todos os alunos apresentaram a solução correta, mas apenas a Joana apresentou os cálculos, usando o mesmo procedimento errado da alínea anterior. Os restantes alunos, como não apresentaram os cálculos, não sendo possível averiguar se calcularam de forma correta ou então observaram os dados e verificaram que só podia ser aquele valor. Na segunda fase, cinco alunos demonstraram como chegaram ao valor: a Joana, a Lina, a Mariana, a Ricardina e a Susana. Contudo, a Lina e a Susana calcularam de forma errada. A Lina, embora na alínea anterior tivesse feito de forma correta, cometeu o mesmo erro da Carla e da Joana na alínea anterior. Nesta alínea, usando este procedimento errado, também se chegava ao mesmo valor correto.



Figura 19 - Resposta da Lina na 2.ª fase à questão 2.3.

A Susana cometeu vários erros: os dados não estão ordenados e não escreveu todos os dados. A aluna optou pelo processo que exige menos esforço mental, porém, para amostras de grandes dimensões, não é um processo viável. É de salientar que no primeiro item deste teste, a aluna ordenou os dados, o que poderá significar que este conceito ainda não está bem compreendido.

Duas alunas, a Carla e a Ricardina, demonstraram não saber o que são os sindicatos, nem o seu papel, como podemos verificar na resposta da Ricardina:



O sindicato tem o direito de reclamar por
o seu cargo deseja receber mais, enquanto
estes recebem abaixo de muitos cargos muito
mais altos, se os 3 primeiros recebessem mais
e os outros recebessem mais a talves o sindicato não
teria direito de reclamar.

Figura 24 - Resposta da Ricardina na 2.ª fase à questão 2.4.

Apesar do fraco desempenho dos alunos neste grupo de questões, sobretudo na parte da justificação, o facto de os alunos tentarem melhorar as suas respostas já foi um pequeno passo para começarem a desenvolver o seu espírito crítico e em usar factos e resultados matemáticos para justificar as suas tomadas de posição. Desta forma, o teste em duas fases pode ser usado para que os alunos reflitam sobre os seus erros e façam aprendizagens, podendo ao mesmo tempo ser usado para classificar as aprendizagens dos alunos.

O item 3. tinha como objetivos testar se os alunos conseguiam calcular manualmente o desvio padrão e se conseguiam relacionar o valor com a representação gráfica.

Em relação ao cálculo de desvio padrão, na primeira fase apenas a Guadalupe e a Liliana erraram a calcular o desvio padrão do número de televisores por habitação. Os restantes alunos calcularam corretamente. Na segunda fase, todos os alunos calcularam corretamente. Assim, podemos concluir que quando é para reproduzir procedimentos trabalhados nas aulas os alunos não revelam dificuldades.

Quanto a relacionar o valor do desvio padrão com a representação gráfica, na primeira fase nenhum aluno o fez. Na segunda fase, apenas quatro alunas o fizeram, contudo, as respostas foram um pouco vagas. A Mariana e a Ricardina limitaram-se a escrever o que estava nas sugestões para a segunda fase.

Eu concluo que quanto mais os dados estiverem afastados relativamente à média, o desvio de padrão aumenta. O gráfico com maior desvio de padrão é o 3.

Figura 25 - Resposta da Mariana na 2.^a fase à questão 3.

A Carla não soube relacionar o valor do desvio padrão com a representação gráfica e apenas a Susana focou a relação entre a dispersão da amostra e o valor do desvio padrão.

• Olhando para os gráficos verificamos que o que tem maior desvio de padrão é o gráfico 3 porque os valores estão mais dispersos.

Figura 26 - Resposta da Susana na 2.^a fase à questão 3.

O exercício 4. tinha como objetivo testar se os alunos sabiam calcular a média para dados agrupados em classes.

Na primeira fase, apenas a Susana não conseguiu aplicar corretamente todos procedimentos, enganou-se ao dividir o resultado da soma pelo número de elementos da amostra, trocando os valores. Os restantes alunos conseguiram, contudo, houve três alunas que não respeitaram o número de casas decimais, a Carla, a Isabel e a Lina; houve duas alunas que não arredondaram corretamente, a Carla e a Isabel, e houve três alunas que se enganaram em cálculos, a Isabel, a Mariana e a Ricardina.

Na segunda fase, os alunos calcularam corretamente a média, porém, a Carla voltou a não arredondar corretamente e a Isabel voltou a não respeitar o número de casas decimais e a não arredondar corretamente, o que se pressupõe que não sabem as regras do arredondamento.

Mais uma vez, os alunos mostraram que nos exercícios onde apenas é exigido a mecanização não revelam muitas dificuldades. A segunda fase permitiu aos alunos corrigir alguns erros cometidos na primeira fase.

O exercício 4.2. tinha como objetivo verificar se os alunos conseguiam ser críticos em relação ao valor da média, nomeadamente se a média é uma medida

estatística adequada ou se é necessário conhecer o valor de mais alguma medida estatística, como o desvio padrão.

Na primeira fase, houve sete alunos que justificaram, porém, nenhum aluno conseguiu dar uma justificativa satisfatória. Apenas três alunos fizeram referência à distribuição dos dados, a Mariana, a Ricardina e o Diogo, as restantes respostas estão muito vagas.

Figura 27 - Resposta do Diogo na 1.ª fase à questão 4.2.

As respostas demonstram a dificuldade que os alunos têm em explicar e relacionar factos matemáticos.

Na segunda fase todos os alunos conseguiram melhorar as respostas, fazendo referência à distribuição dos dados das duas amostras. As dicas ajudaram os alunos a responder. Porém, nenhum aluno calculou o desvio padrão para comprovar.

Figura 28 - Resposta do Diogo na 2.ª fase à questão 4.2.

Figura 29 - Resposta da Joana na 2.ª fase à questão 4.2.

Estas respostas dadas na segunda fase estão menos confusas e mais completas.

Os alunos ao tentarem completar as suas respostas, estão a desenvolver a sua capacidade em comunicar e em relacionar conceitos matemáticos.

A questão 5. tinha como objetivo verificar até que ponto os alunos eram capazes de realizar investigações matemáticas e também colocar os alunos a realizar investigações.

Na primeira fase, nenhum aluno respondeu a esta questão, provavelmente devido ao seu grau de complexidade. Na segunda fase, todos os alunos responderam, mas não foram capazes de realizar investigações muito profundas, limitaram-se a explorar a situação em que os dados da amostra são todos iguais ou então eram números consecutivos. Isto deve-se, provavelmente, ao facto de os alunos não encararem a disciplina de Matemática como uma disciplina investigativa e também às dificuldades destes em relacionar conceitos matemáticos.

Se os números são todos iguais a q_1, q_2 e q_3 a máxima e a mediana (~~mediana~~) (~~mediana~~) de todos iguais

ex: 7777777
 mínima: 7
 $q_1: 7$
 $q_2: 7$
 $q_3: 7$
 máxima: 7
 mediana: 7
 (mediana)
 (mediana)

ex: 3 4 5 6 7 = $\frac{35}{5} = 7$
 $q_1 = 3$
 $\frac{3+4}{2} = 3,5 = q_2$
 $q_3 = 5$
 $\frac{6+7}{2} = 6,5$
 mediana = 5
 $q_1 = 3,5$
 $q_2 = 5$
 $q_3 = 6,5$
 mediana = 5

Neste caso a mediana e a mediana da o mesmo resultado.

Figura 30 - Resposta da Susana na 2.ª fase à questão 5.

Assim, podemos concluir que os alunos revelam mais facilidade nos itens em que é pedido a reprodução de técnicas trabalhadas nas aulas e mais dificuldades em questões em que exige: a mobilização de conceitos matemáticos para contextos reais; relacionar conceitos matemáticos e o poder argumentativo.

Embora em alguns itens o desempenho dos alunos na segunda fase tivesse ficado aquém do desejável, fez com que os alunos refletissem sobre os seus erros e procurassem melhorar as suas respostas. Desta forma, o teste em duas fases contribuiu para que os alunos melhorassem as suas aprendizagens.

5.2. Trabalhos escritos

Atendendo ao facto de os alunos terem revelado dificuldades em aplicar os conteúdos estatísticos estudados em contextos reais e também terem revelado dificuldades em argumentar e fundamentar os seus pontos de vista, para colmatar estas dificuldades eles realizaram três trabalhos: um sobre o Banco Alimentar contra a fome; um sobre a venda de carros em Portugal e um outro que foi um estudo estatístico.

5.2.1. Trabalho sobre o Banco Alimentar contra a Fome

Neste trabalho (ver anexo 5) era pedido para que os alunos pesquisassem acerca desta organização não-governamental e usassem a reta de regressão para fazerem previsões para o futuro.

Com este trabalho era pretendido que os alunos desenvolvessem a comunicação escrita, descrevendo e interpretando a realidade, usando conhecimentos matemáticos. Também era pretendido que os alunos usassem a tecnologia para fazerem estimativas para o futuro.

Quanto ao desempenho dos alunos, todos eles construíram gráficos para ajudar a explicar a evolução ao longo dos anos. Uns construíram gráficos de linha, outros colocaram os diagramas de dispersão. Quanto às estimativas para 2015, todos os alunos, à exceção da Ricardina, conseguiram fazer. Para tal, usaram o *Microsoft Excel* ou o *GeoGebra*.

Assim, no que se refere ao primeiro item a ser abordado, o número de toneladas de alimentos recebido ao longo dos anos, de um modo geral, os alunos conseguiram fazer uma leitura correta.

Podemos constatar que de ano para ano as toneladas recebidas cada vez aumentam mais, mas há um ano em que tal não acontece há um decréscimo de

produtos recebidos no ano 2008 de 19919 para 17406 produtos¹⁴. Em 1992 foi registado o menor número que foi de 220 e em 2010 foi o ano em que mais se recebeu e o número foi 26542. Relativamente a 1992 o aumento de tonelagem recebida em relação a 2010 é de 11964%. (...)

A partir do gráfico prevê-se que o número de toneladas continuará a crescer ao longo dos próximos anos e a previsão para 2015 é 30290,21 Toneladas recebidas. O aumento de 2010 até 2015 é de 3748,21. Como já podemos verificar no gráfico acima os números são grandes e irão continuar a crescer. (Mariana)

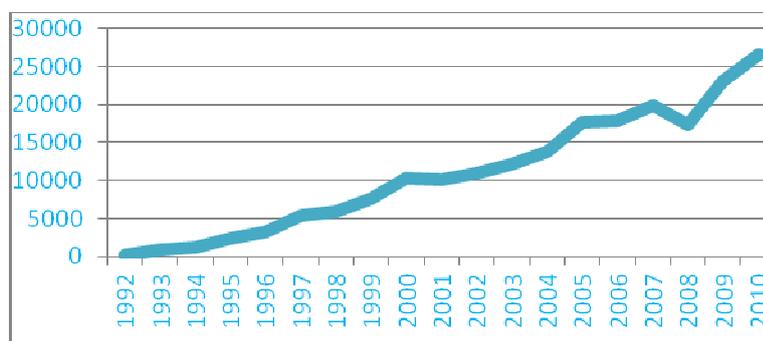


Figura 31 - Gráfico da Tonelagem recebida (elaborado pela Mariana)

Nesta resposta, para além da interpretação do gráfico e da previsão para 2015, a aluna calculou a percentagem do aumento das toneladas comparando 2010 com 1992.

Os restantes alunos foram mais sintéticos na sua interpretação.

Em 1992 até 1994 estava razoável a tonelagem recebida, em 1995 até 2007 foi aumentando e sofreu uma diminuição em 2008, mas depois aumentou até 2010, a tonelagem recebida, ao longo dos anos. As previsões para 2015 são de 30290.21 de tonelagem recebida. (Joana)

Os termos usados pelos alunos nem sempre são os mais adequados, neste caso, a aluna usou o termo “razoável”. Nos alunos que vêm dos Cursos de Educação e Formação são notórios os erros ao nível da Língua Portuguesa.

Como se verifica no gráfico que a tonelagem de alimentos ta a subir gradualmente. Desde 1992 tem ávido crescimento no numero de instituições

¹⁴ Os diversos erros dos alunos foram sublinhados.

opiadas. E em 2015 a previsão vai estar sempre a elevar e vão receber 30290.21 de tonelagem de comida recebida. (Cristiano)

Relativamente ao número de instituições apoiadas, o desempenho dos alunos foi análogo ao item anterior.

Porém, alguns alunos cometeram alguns erros na interpretação. Por exemplo, a Susana e o Diogo em vez de referirem o número de instituições, referiram toneladas.

Ao longo dos anos verifica-se, que de um modo geral, a quantidade de alimentos recolhidos esta quase sempre aumentar. No ano 2010 recolhe se 1973 toneladas. Se a quantidade de alimentos continuar a aumentar desta forma para o ano de 2015 prevê-se recolher 2322,93 toneladas aproximadamente. (Susana)

Os alunos também nem sempre são críticos em relação aos resultados obtidos. Neste caso, como se trata do número de instituições apoiadas, o valor da estimativa deveria ser arredondado às unidades e foram vários os alunos que não consideraram esse aspeto:

O número de instituições apoiadas cada vez aumentou de ano para ano, sendo que em 1992 apenas apoiavam 45 e em 2010 apoiam 1973. Constatamos que o número aumentou bastante. Mas em 2008 há um visível decréscimo de 14 instituições. Mas no entanto há poucos decréscimos. Mas de 2008 até 2010 há um visível aumento. Entre 2005 e 2006 não há grande evolução. (...)

As instituições apoiadas ao decorrer dos anos continuarão a ser mais, tanto até que em 2015 a previsão de instituições apoiadas será de 2322,93. Ou seja de 2010 até 2015 foram apoiadas mais 349,93 instituições. (Mariana)

Quanto ao número de pessoas assistidas, a maioria dos alunos conseguiu descrever a evolução razoavelmente, embora apresentem alguns erros. Por exemplo, o valor apresentado pela Mariana relativamente ao aumento em percentagem está mal calculado:

Neste gráfico podemos constatar que a evolução é acrescida sendo que de 1999 para 2000 temos presente uma evolução visivelmente mais elevada. Em 1999 o número de pessoas assistidas era de 90203 mas em 2000 o número de pessoas é de 171405. Como em 2008 houve uma diminuição da tonelagem recebida isso reflete-se também nas pessoas assistidas. Com a situação de crise estes números dispararam mais, a partir do gráfico verificámos que há cada vez mais pessoas a necessitar destes serviços. O aumento foi de 19863,07% pessoas assistidas de 1992 até 2010. (...)

Também neste caso o número de pessoas continuará a evoluir, também devido a situação em que vivemos de crise e por isso haverá mais carenciados e daí que a ajuda terá de ser maior. Para 2015 a previsão de pessoas assistidas será de 378533,82 mais 80587,82 em relação a 2010. (Mariana)

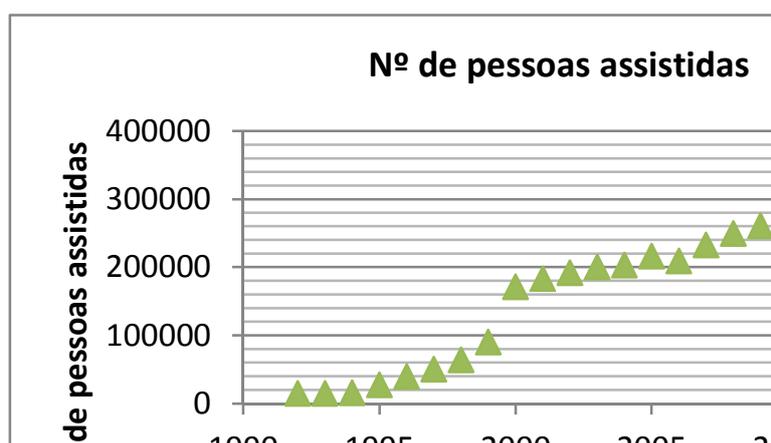


Figura 32 - Gráfico sobre o número de pessoas assistidas (elaborado pela Susana)

A Isabel referiu um valor incorreto e também fez um arredondamento incorreto.

No gráfico podemos verificar que o numero de beneficiários a pedir ajuda ao banco alimentar tem aumentado ao logo dos anos. Em 2010 foram 250000 pessoas que pediram ajuda ao banco alimentar e se continuar aumentar assim em 2015 serão por volta de 378533 pessoas a pedir ajuda ao banco alimentar. (Isabel)

No que se refere à quantidade média de alimentos que cada pessoa recebeu por ano, a maioria dos alunos cometeu incorreções ao interpretar o gráfico.

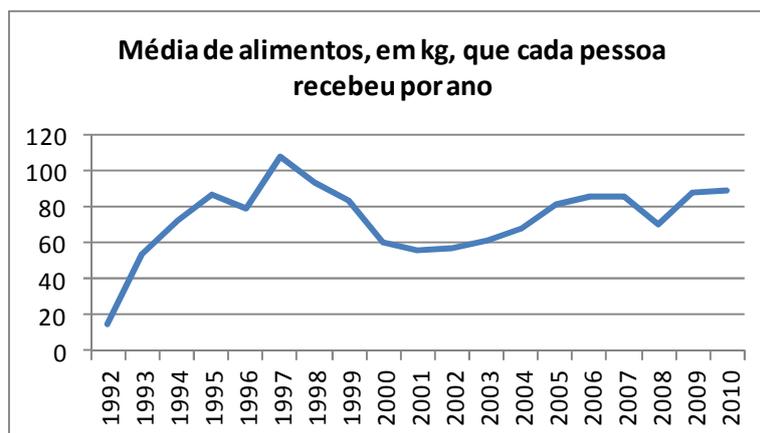


Figura 33 - Gráfico sobre a média de alimentos que cada pessoa recebeu por ano (elaborado pelo Diogo)

A Joana em vez de referir o número de quilos em alimentos que cada pessoa recebeu, em média por ano, escreveu a média das pessoas:

A média das pessoas como estão a ver no gráfico, está a aumentar, depois diminuiu pouco e aumentou outra vez, mas sofreu uma diminuição muito baixo do número de pessoas. Aumentou e diminui e voltou a aumentar o número de pessoas. (Joana)

Observando o gráfico, verificamos que a correlação entre as duas variáveis é fraca, contudo, o Diogo fez uma estimativa para 2015, o que significa que este aluno não percebeu que nem sempre é possível usar o modelo de regressão linear para fazer estimativas:

Desde o seu início 1992, verifica-se que a média de alimentos recebidos ao longo dos anos esta entre os 60 e 80, com algumas exceções nos seguintes anos 1992 1993, 1997, 1998, 2000, 2002 um grande crescimento desde os anos de 1992 e 1994 you o maior aumento.

Se continuar desta forma, perve-se po ano de 2015 que vão receber as seguintes toneladas de alimentos 30290.21K (Diogo)

No fim, alguns alunos fizeram uma pequena conclusão, onde focaram a importância destas instituições, sobretudo, neste momento de crise que o país atravessa:

Com estes gráficos podemos concluir que o banco alimentar tem ajudado muitas pessoas ao longo dos anos, e com a crise no nosso país muitas pessoas vão ter que recorrer ao banco alimentar porque não vão ter dinheiro para as contas diárias nem para as dívidas que podem ocorrer no momento e assim o banco alimentar ajuda com os alimentos e é menos uma preocupação que a pessoa vai ter no dia-a-dia. (Isabel)

Assim, podemos concluir que os alunos ficaram sensibilizados para esta causa.

Desta forma, a disciplina de Matemática pode contribuir para a formação de valores dos alunos.

Pouco tempo depois de os alunos terem realizado este trabalho, o Banco Alimentar contra a Fome começou a fazer as diligências necessárias para iniciar a sua atividade na ilha da Madeira. Procurei realizar um projeto, em conjunto com outras disciplinas para dar continuidade a este trabalho, mas devido a várias razões que me foram alheias não foi possível ir avante com este projeto.

Quanto ao desempenho global dos alunos na realização deste trabalho, apenas à Liliana foi atribuída uma classificação negativa, porque não fez estimativas e as interpretações dos gráficos foram muito sintéticas. Os restantes alunos conseguiram usar a tecnologia para modelar a realidade e fazer estimativas e fizeram ainda um esforço para desenvolverem a sua comunicação escrita, onde já notamos uma pequena evolução, embora alguns alunos tivessem cometido muitos erros ao nível da língua portuguesa, principalmente os alunos que vêm dos Cursos de Educação e Formação.

De acordo com a experiência que fui adquirindo ao longo dos anos, considero que a comunicação, o desenvolvimento do espírito crítico ou a mobilização dos conteúdos matemáticos são competências que os alunos levam o seu tempo a adquirir, sendo importante, por vezes, os alunos realizarem este tipo de trabalhos.

5.2.2. Criação de uma apresentação em *PowerPoint*

Com este trabalho era pretendido que os alunos aplicassem os conhecimentos adquiridos na construção de gráficos no *Microsoft Excel*; usassem conhecimentos matemáticos para interpretar a realidade e desenvolvessem a comunicação oral e escrita.

Quanto à construção dos gráficos, os alunos não demonstraram dificuldades, porém, só construíram gráficos de barras e de linhas, poderiam ter construído outro tipo de gráficos. Houve casos em que os alunos construíram gráficos em que espelham bem a realidade. Por exemplo, a Ricardina e a Joana construíram três gráficos, no mesmo referencial, em que permite analisar o volume de vendas de automóveis ligeiros de passageiros ao longo dos doze meses do ano durante três anos consecutivos, ilustrando bem as oscilações ao longo do ano.

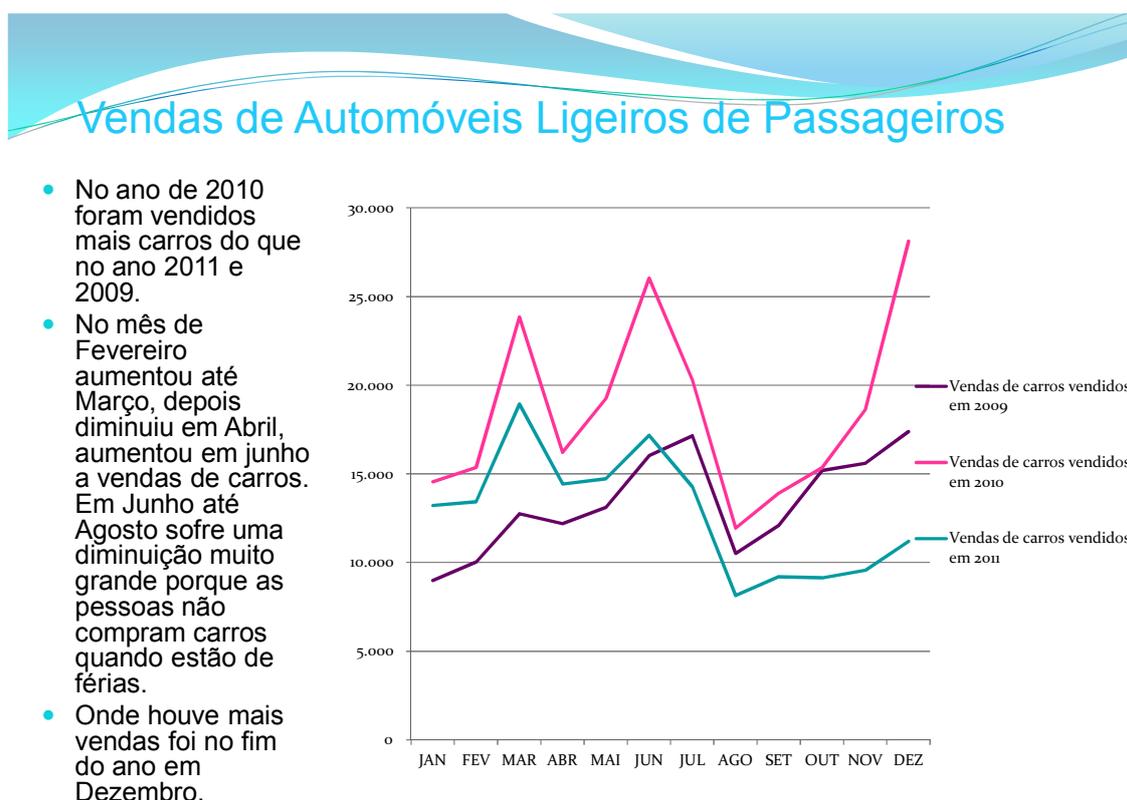


Figura 34 - Slide elaborado pela Ricardina e pela Joana

Porém, houve alguns casos em que o tipo de gráfico escolhido não foi o mais indicado, nomeadamente quando queriam comparar o número de vendas das diversas marcas entre os anos de 2010 e 2011, como podemos verificar no slide seguinte:

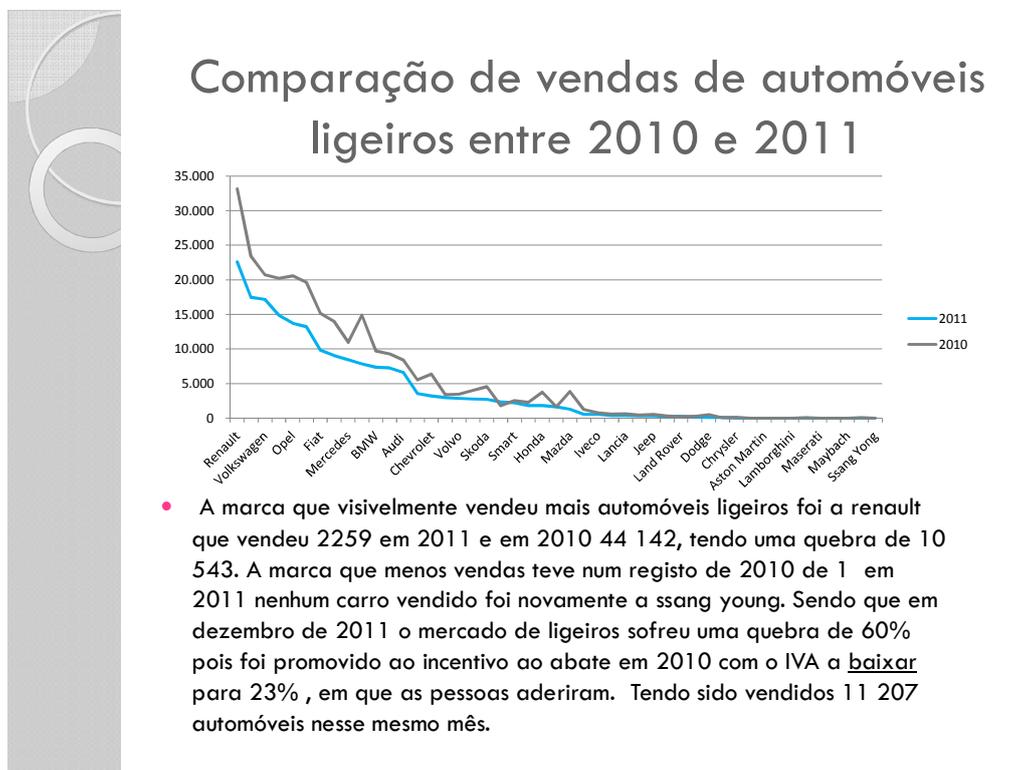


Figura 35 - Slide elabora pela Mariana

Quanto à interpretação dos gráficos, como os alunos já tinham feito o trabalho sobre o Banco Alimentar contra a Fome, onde tiveram de interpretar alguns gráficos, notamos que já tiveram mais facilidade na parte da comunicação escrita e na interpretação dos diversos gráficos foram mais detalhados, embora também tivessem cometido alguns erros.

Um dos objetivos deste trabalho era os alunos tentarem encontrar possíveis fatores que justificassem as várias oscilações ao longo do tempo na venda de automóveis. Esses fatores foram essencialmente a atual crise que o país está a atravessar, o fim do incentivo ao abate e o aumento do IVA para 23%, a partir de 2011, o que fez com que em 2010 assistíssemos a um aumento no volume de vendas, e o acesso ao crédito cada vez mais difícil. Porém, estes fatores nem sempre são facilmente

compreendidos pelos alunos, atendendo ao facto de que os seus conhecimentos nestas áreas são reduzidos. Então, de forma a perceber até que ponto os alunos tinham compreendido o impacto destes fatores na venda de automóveis, foi solicitado a apresentação oral deste trabalho, onde foram colocadas várias questões.

Assim, o primeiro grupo a apresentar o trabalho foi a Carla e a Susana. Tendo por objetivo perceber se as alunas tinham percebido as causas do aumento em 2010, foram colocadas algumas questões após estas terem apresentado o slide a seguir apresentado.

Ligeiros Comerciais

- O mercado de ligeiros comerciais também sofreu uma queda, embora mais ligeira, de 4,1 por cento em relação ao mesmo mês de 2010. Com 5518 unidades vendidas no passado mês de dezembro, a queda acabou por não ser muito acentuada em virtude de se ter verificado alguma antecipação de matrículas na sequência dos fortes aumentos da fiscalidade nos veículos comerciais em 2012.

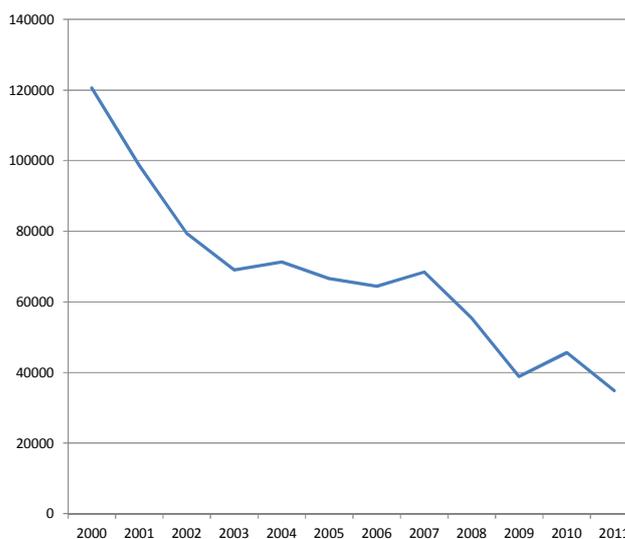


Figura 36 - Slide elaborado pela Carla e pela Susana

Carla: (...) em 2009 desceu a pique, mesmo, em 2010 voltou a subir, 2011 voltou a baixar e provavelmente em 2012 também, se continuar a crise que se está a passar.

Prof.: E porque é que subiu em 2010?

Carla: Aa

Prof.: Porque é que houve ali um aumento?

Mariana: Incentivo ao abate.

Carla: Não percebi.

Prof.: Por que é que houve ali um aumento em 2010?

Carla: Fiscalidade dos veículos.

Prof.: Fiscalidade dos veículos?

Mariana: Incentivo ao abate.

Carla: [Mostrou espanto] Abate?

Prof.: Ou teve a ver com impostos?

Carla: Não.

Prof. Não foi por causa dos impostos?

Mariana: Foi por causa do incentivo ao abate.

Carla: Não acho.

Prof.: Não acha?

Carla: em 2010 vende-se mais veículos e aumenta-se mais os impostos?

Com esta discussão foi possível concluir que a Carla não sabia as principais causas que contribuíram para aquele aumento. Assim, esta modalidade de avaliação permite ao professor compreender se realmente os alunos dominam o conteúdo que estão a apresentar e o seu nível de profundidade do conhecimento. Neste caso, não foi explicado às alunas os possíveis fatores, dado que os restantes colegas ainda iriam apresentar os seus trabalhos e provavelmente iriam explicá-los, sendo esta uma forma de despertar o interesse das alunas pelas apresentações dos colegas.

A Mariana apresentou depois o seu trabalho e, durante a apresentação, fez uma interpretação incorreta de um gráfico, sendo-lhe colocadas algumas questões e à turma toda, abrindo um espaço de discussão.

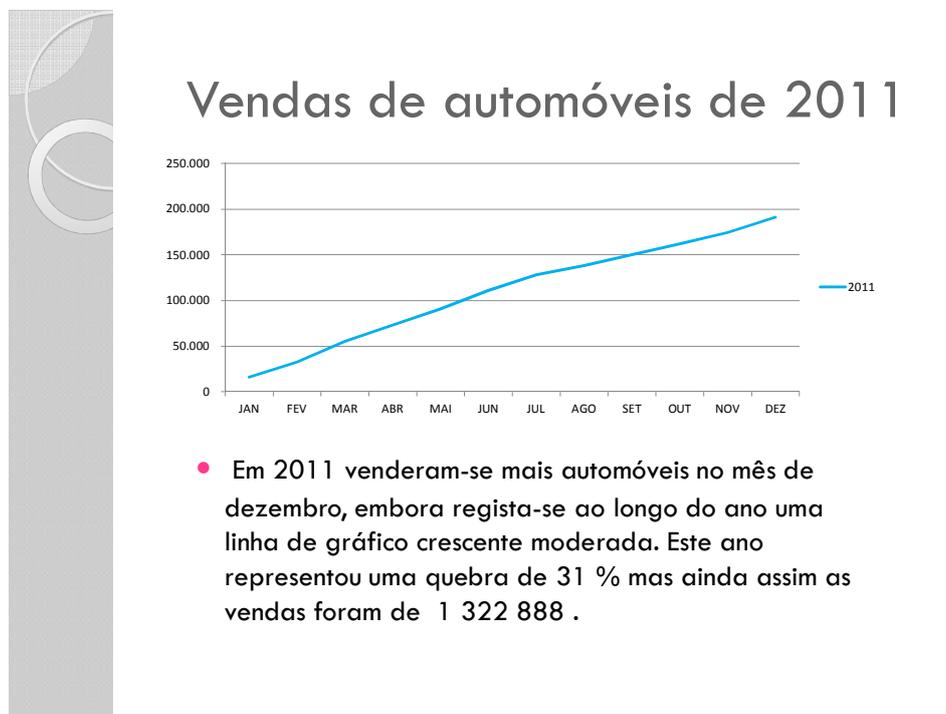


Figura 37 - Slide elaborado pela Mariana

Mariana: Venda de automóveis em 2011. Vemos que, em relação a 2010, cresceram, janeiro é o mês em que as vendas registaram-se mais baixas, apresenta uma linha crescente, crescente moderada.

Prof.: Porque é que essa linha está a crescer?

Mariana: Porque as vendas cresceram.

Prof.: Porque as vendas cresceram, como assim?

Mariana: [Apontando para o gráfico] Porque está evoluindo aqui.

Prof.: As vendas cresceram ... O que representa aquele gráfico? [pergunta dirigida à turma toda]

Ricardina: O que representa aquele gráfico? Venda de automóveis.

Diogo: O que aconteceu ao longo do mês de dezembro, deu para vender mais automóveis por causa de uma prenda de natal ou isso.

Ricardina: No ano de 2011 de janeiro até dezembro...

Prof.: O que é que significa isto?

...silêncio...

Prof.: Significa que, em concreto, venderam mais do que em janeiro?

[Apontando para um mês diferente de janeiro na tela da apresentação]

Mariana: Não.

Diogo: Não.

Mariana: Venderam.

Prof.: Significa que em dezembro venderam mais automóveis do que em janeiro? ...

Turma: Sim.

Prof.: Mas não é isso que diz o gráfico. O que é que significa isso? O gráfico de variação, há grupos aqui dentro que fizeram isso.

Ricardina: O meu.

Prof.: A variação dá uma coisa assim do género. [o professor faz uma representação do gráfico no quadro onde ilustra o número de veículos vendidos em cada mês ao longo do ano] Há bastante variação... O vosso gráfico é igual a aquele?

Ricardina: Não.

Prof.: Não.

Mariana: Aonde é que eu fui buscar isso? Estava no *site* oficial.

Prof.: O que tens aqui, o que é isto? Isto é a frequência absoluta acumulada, acumulada, acumulada disto [Apontando para o gráfico que fez no quadro]

Janeiro tinha isto, fevereiro acumular este mais este, março somar estes três e, por isso, o gráfico está sempre a subir, estás a perceber? [O professor aponta para o gráfico da apresentação na tela] Isto é a frequência absoluta acumulada ao longo do ano, ou seja, aqui tens os carros de janeiro, aqui já tens janeiro mais fevereiro, aqui já tens janeiro mais fevereiro mais março.

Mariana: Por isso é que evoluiu. Mas o professor disse para tirar esses dados.

Prof.: Eu não estou dizendo que os dados estão errados...

Mariana: Parece...

Prof.: Oh Mariana, eu disse que isto estava errado? Estás a fazer uma interpretação incorreta do gráfico.

Com esta discussão foi possível consciencializar os alunos para terem atenção na forma como interpretam os gráficos, pois é necessário perceber o que está representado e se faz sentido no contexto do problema. Por outro lado, nas aulas, os alunos facilmente aprendem como calcular a frequência absoluta acumulada, mas quando este conceito aparece num dado contexto, já não o conseguem identificar, daí a importância de desenvolver este género de trabalhos com eles. Com este exemplo, também foi possível mostrar uma situação real em que é usada a frequência absoluta acumulada.

Quanto ao grupo da Ricardina e da Joana, após a Joana ter apresentado o primeiro slide da apresentação sobre a venda de automóveis Ligeiros de Passageiros, acima apresentado, figura 34, foram colocadas algumas questões para verificar se os alunos sabiam explicar as oscilações ao longo do ano:

Prof.: Porque é que no final do ano há um aumento no número de carros vendidos e porque é que ali, em julho, junho, também há um pico de vendas?

Ricardina: Aqui...

Prof.: Começa a explicar desde o início. Porque é que em janeiro vendem poucos?

Joana: Como?

Prof.: O mês de janeiro é bom ou mau para o comércio?

Mariana: É porque não há dinheiro, gastam tudo no natal.

Prof.: Janeiro e fevereiro geralmente são meses, quê?

Ricardina: Fracos.

Prof.: A seguir, março...

Mariana: Já começa a subir.

Prof.: Já começa a subir. A seguir volta novamente a diminuir. A seguir, antes de ir de férias, o que é que geralmente acontece?

Joana: Diminui.

Prof.: Antes de ir de férias, junho, julho...

Joana: Aumenta.

Mariana: Aumenta.

Prof.: Período de férias, geralmente...

Mariana: Diminui.

Prof.: A seguir, no final do ano, o pessoal volta novamente a... Porque é que no mês de dezembro geralmente há uma grande venda de carros? [pergunta dirigida à turma toda]

Mariana: Porque eles querem oferecer um carro no natal.

Prof.: O que acontece aos preços geralmente entre dezembro...

Ricardina: Há promoções.

Prof.: Entre dezembro e janeiro, geralmente o que é que acontece aos preços, mas não é só na venda dos carros, geralmente...

Ricardina: Abaixam tudo.

Prof.: Aumentam, geralmente...

Ricardina: Em dezembro?

Mariana: Em dezembro aumenta, em janeiro diminui.

Prof.: De dezembro para janeiro geralmente os preços aumentam é por isso que o pessoal em dezembro compra antes que o preço aumente em janeiro.

Os alunos associaram os descontos que geralmente acontecem a seguir ao natal, sobretudo na área do vestuário, com a época de saldos, mas não é isso que acontece noutros setores, como a eletricidade, o gás, os passes, etc. onde geralmente os preços aumentam. Esta discussão espelhou o desconhecimento, por parte dos alunos, de uma boa parte da realidade do dia-a-dia dos cidadãos, daí as suas dificuldades para comentar e darem opiniões. Assim, estas discussões são bastante profícuas, pois contribuem para que os alunos se tornem cidadãos mais informados e com capacidade para intervir.

Na apresentação da Isabel e da Lina também foram colocadas algumas questões:

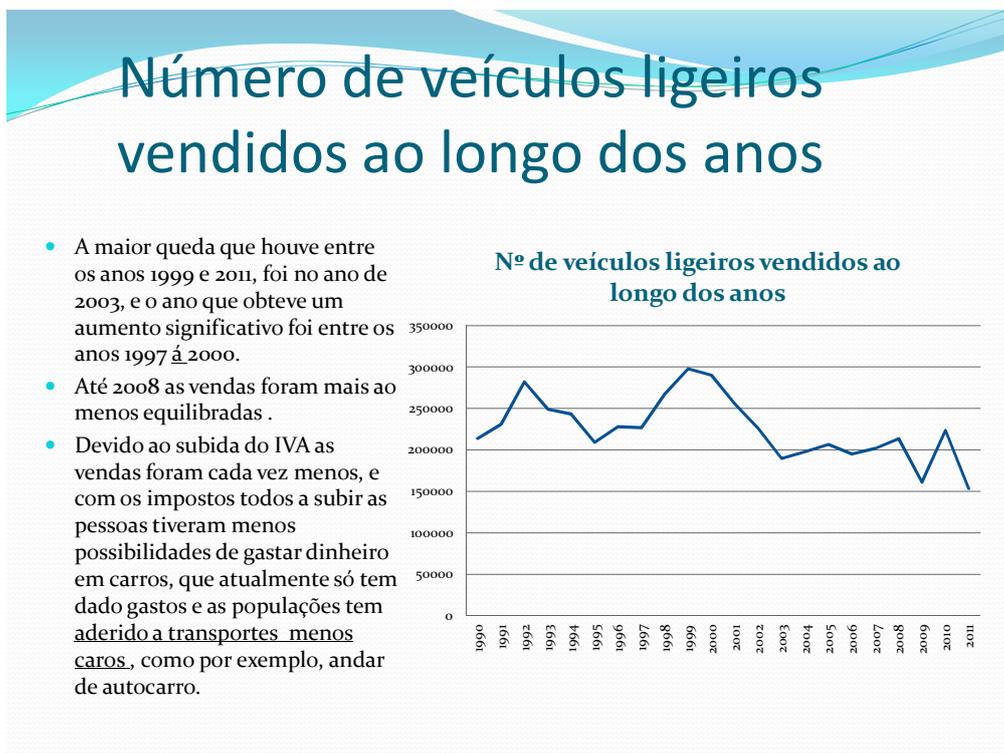


Figura 38 - Slide elaborado pela Isabel e pela Lina

Prof.: Porque é que neste período aqui [o professor dirigiu-se ao slide e apontou para os anos de 1999, 2000] a frequência foi mais alta do que nesta zona aqui [o professor apontou para os últimos anos]?

Lina: Porque os preços são...

Prof.: A maior parte das pessoas quando compram carro conseguem pagar a pronto?

Diogo: Não.

Isabel: Pagam a prestações.

Prof.: Pagam a prestações...

Lina: Mas é obrigatório dar uma entrada.

Prof.: Sim, certo, é obrigatório dar uma entrada, mas digam-me uma coisa, os bancos, nessa altura, era mais fácil ou difícil adquirir o crédito?

Lina: Mais fácil.

Prof.: Se era mais fácil, se as pessoas tinham mais estabilidade no trabalho, obviamente que era mais fácil comprar o carro a crédito, logo vendiam mais. É uma possível causa, entre vários fatores.

Cristiano: Agora é mais difícil.

Lina: Até 2008 as vendas foram mais ou menos equilibradas. Devido à subida do IVA, as vendas foram cada vez menos e isso supõe que, com os impostos a subir, a possibilidade das pessoas comprarem carros era menor. Gastar dinheiro em carros é desnecessário, bastante caros, não era tão necessário, as pessoas agora estão a optar por andar em transportes públicos e não só, para poupar não só na gasolina, mas sim, um carro dá muita despesa.

Prof.: Porquê? Vocês notam agora as camionetas mais cheias do que à três ou quatro anos atrás?

Lina: Sim, principalmente os professores, haviam professores que tinham casa aqui perto e vinham de carro e muitos já vêm a pé.

Esta apresentação foi uma oportunidade para os alunos analisarem e interpretarem em conjunto esta realidade apresentando os seus pontos de vista, com base nas suas vivências.

Nesta apresentação, as alunas fizeram referência ao desvio padrão e calcularam o seu valor. Contudo, de forma a confirmar se as alunas sabiam interpretar este valor, foi-lhes questionado o que é o desvio padrão.



Figura 39 - Slide elaborado pela Isabel e pela Carla

Isabel: Concluimos que o desvio de padrão dos veículos ligeiros comerciais e ligeiros é de 59739, ou seja, tem um grande desvio de padrão, porque houve oscilação de dados.

Prof.: O que é o desvio padrão?

Lina: O que desvia.

Prof.: É o que desvia o quê? Em relação ao quê?

Lina: os anos que estão...

Prof.: Os anos com o quê?

Ricardina: Eu posso dizer?

Prof.: Diga lá Liliana, o que é o desvio padrão?

Ricardina: o que desvia à média.

Prof.: É a variação relativamente à média.

Como as alunas ainda não tinham percebido o conceito de desvio padrão, embora saibam calcular o seu valor, foi explicado mais uma vez este conceito, usando o gráfico apresentado como exemplo. Este conceito já tinha sido estudado nas aulas, mas como os alunos geralmente preocupam-se mais em aprender como o calcular, do que em compreender o seu significado por estarem habituados a pensar que será isso que será pedido no teste, daí as suas dificuldades em compreender o significado deste conceito. Assim, este instrumento de avaliação permite ver o grau de entendimento dos alunos relativamente a certos conceitos.

Quanto ao grupo do Cristiano e do Diogo, não foram colocadas questões sobre o conteúdo apresentado, pois os aspetos que referiram já tinham sido abordados pelas apresentações anteriores. Contudo, foram feitas algumas considerações, nomeadamente pelo facto de o Cristiano ter-se limitado a ler o conteúdo dos slides sem explicar o que lá estava e pela falta de rigor na escrita apresentada. Por exemplo, no último slide que apresentaram, relativamente ao número de carros de mercadorias vendidos em 2010 e em 2011, escreveram: “podemos ver que as marcas mais vendidas foram Renault em 2010 e 2011 e a DAF em 2010, com as outras marcas mais ou menos iguais”. Os alunos

foram alertados para a necessidade de usarem uma linguagem mais cuidada, nomeadamente ao escreverem: ‘mais ou menos iguais’.

Assim, este trabalho permitiu ao professor perceber o nível de compreensão de alguns conceitos matemáticos por parte dos alunos; foi uma oportunidade para usar alguns conceitos matemáticos em contextos reais; ajudou os alunos a melhor compreenderem a realidade; contribuiu para que os alunos desenvolvessem *skills*, tanto ao nível da oralidade, como da escrita e foi uma forma de usar ferramentas informáticas, contribuindo para o desenvolvimento da competência informática. Desta forma, as apresentações orais, para além de criarem situações ricas de aprendizagem, faz com que os alunos confrontem as suas ideias com os dos outros e procurem encontrar argumentos para fazer valer as suas opiniões, o que fomenta o desenvolvimento das capacidades de reflexão e crítica, essenciais para o exercício de uma cidadania ativa e responsável.

Quanto à avaliação deste trabalho, a apresentação oral teve um peso de 50% e a componente escrita também teve um peso de 50%. Assim, na apresentação oral, a autoavaliação teve um peso de 12,5%, a avaliação dos colegas 12,5% e a avaliação do professor 25%. A parte escrita do trabalho teve um peso de 50%, sendo avaliado apenas pelo professor. Para auxiliar a avaliação, foram usadas três grelhas de descritores: uma de autoavaliação¹⁵ da apresentação oral; uma para avaliar a apresentação oral¹⁶ pelo professor e colegas e uma outra para avaliar a produção escrita¹⁷.

¹⁵ Os alunos realizaram a sua autoavaliação no *Google Docs*, disponível em: <https://docs.google.com/spreadsheet/viewform?formkey=dFBrWEQ5MnZNdXpTQkZaREJOMWF4aWc6MQ>.

¹⁶ Descritores disponíveis em: <https://docs.google.com/spreadsheet/viewform?formkey=dDRwZDdoMFBYVk0tTzFkWXM0VUItZkE6MQ>

¹⁷ <https://docs.google.com/spreadsheet/viewform?formkey=dGhuVjBlcmZYa3l6QmZjOHBzV2htNXc6MQ>

5.2.3. Estudo Estatístico

Este trabalho demorou alguns meses, tendo sido iniciado em janeiro e concluído em junho. Os alunos foram agrupados em três grupos e a sua formação foi feita através de um sorteio. A opção de colocar os alunos a trabalhar em grupo deveu-se ao facto de que, no mundo do trabalho, os alunos têm de trabalhar em grupo, sendo importante desenvolverem competências neste campo. Por outro lado, por não ser viável colocar alunos sozinhos a realizar um estudo estatístico, atendendo à complexidade do processo.

Os alunos começaram por escolher em grupo um tema que gostassem de explorar. Depois seguiu-se a fase de elaboração dos inquéritos, tendo sido a parte do processo que demorou mais tempo, atendendo às várias retificações que tiveram de ser feitas. De forma a poupar papel, optou-se por usar o *Google Docs*¹⁸ para aplicar o inquérito e também por ser mais rápido o tratamento dos dados. Os alunos que responderam ao inquérito foram do 3.º Ciclo da escola. Depois de feita a contagem, os alunos realizaram um relatório onde apresentaram os resultados do inquérito. Devido à falta de tempo no final do ano letivo, não foi possível fazer a apresentação oral.

Neste relatório, atendendo à limitação do número de páginas, não será analisado este trabalho. Porém, é de salientar que este trabalho foi uma experiência enriquecedora para os alunos, pois permitiu-lhes experimentar as várias etapas de um estudo estatístico, o que contribuiu para desenvolverem o seu pensamento estatístico. Como última etapa deste trabalho, os alunos tiveram de realizar um relatório onde apresentavam os resultados, que os ajudou a desenvolver as suas capacidades em interpretar e comunicar.

¹⁸ Os inquéritos podem ser consultados nos seguintes endereços eletrónicos:

<https://docs.google.com/spreadsheet/viewform?formkey=dFRTb29PYVN5NW1DZXNMeFNJRv9IS0E6MQ>

<https://docs.google.com/spreadsheet/viewform?formkey=dFFOVlhTakpSaW1XMzlpWFAxdi1iMFE6MQ>

<https://docs.google.com/spreadsheet/viewform?formkey=dFJwUzBEU9QMWozLUVjUIVNdjdJbUE6MQ>

5.3. A opinião dos alunos acerca dos instrumentos de avaliação

No final do ano letivo foi solicitado aos alunos uma opinião acerca do trabalho desenvolvido ao longo do ano e o impacto dos instrumentos de avaliação nas suas aprendizagens.

Em relação ao teste em duas fases, os alunos referiram vários aspetos positivos, pois permitiu refletir sobre os seus erros cometidos na primeira fase e foi uma maneira de compreenderem melhor a matéria.

O professor faz bem em fazer o teste em 2 fases porque assim aprendemos mais e com os nossos erros (Carla).

É vantajoso porque assim nós aprendemos mais, percebemos a matéria e conseguimos ter positiva (Joana).

Um dos métodos utilizados pelo professor foi fazer o teste em duas fases, para que pudéssemos subir a nota, ter preocupação em aprender e pesquisar/lembrar a matéria dada, sem dúvida que foi um bom método (Mariana).

Nos comentários, alguns alunos fizeram referência à nota, o que podemos concluir que existe uma preocupação em relação à classificação final da disciplina.

A Ricardina referiu que este instrumento de avaliação aumenta a responsabilidade e a motivação dos alunos: “fazer o teste em 2 fases fez com que tivéssemos mais responsabilidade porque ao sabermos que uma resposta está errada, temos mais vontade de procurar a resposta correta para que tenhamos melhores notas”.

A Carla referiu que com o teste em duas fases aumenta a concentração dos alunos: “é muito vantajoso para os alunos porque estamos mais concentrados e não tão stressados como na 1.ª fase”.

A Carla e a Ricardina também referiram que ao serem os alunos a fazerem a correção aprendem mais do que se for o professor a fazer no quadro.

A Isabel focou as características de alguns itens dos testes em duas fases: “é diferente dos testes que tive nos outros anos, não era só contas, tinha de explicar um problema ou comentar alguns textos”.

Assim, a partir das opiniões dos alunos, podemos verificar que este instrumento potencia as suas aprendizagens. Para o professor, fornece um conjunto de informações que permitem orientar as suas práticas pedagógicas de forma a colmatar as dificuldades diagnosticadas.

Em relação aos trabalhos, os alunos destacaram o facto de terem trabalho em grupo, onde focaram alguns aspetos positivos:

Os trabalhos de grupo que fizemos foram bons porque assim aprendemos uns com os outros e o professor avaliou todo o grupo com base no trabalho que foi feito mas também o esforço e o empenho que fizemos nos trabalhos de grupo (Carla).

Os trabalhos individuais ou em grupo, ter de trabalhar em grupo ajudou todos os elementos dando assim oportunidade de nos integrarmos uns com os outros, assim não sobrecarregou ninguém (Lina).

A Ricardina apesar de gostar de trabalhar em grupo, focou um aspeto negativo dos trabalhos de grupo, que é nem todos os elementos se empenharem de igual forma.

A única aluna que não gosta de trabalhar em grupo é a Mariana, estando isso explícito no seu comentário:

Os trabalhos de grupo foram uma má escolha, pois há sempre elementos que trabalham mais do que outros, no entanto esse é um método de aprendizagem não muito bom (Mariana).

É de salientar que no trabalho realizado sobre o número de carros vendidos em Portugal, foi a Mariana a única aluna que quis trabalhar sozinha.

Apesar de haver alunos que não gostam de trabalhar em grupo, esta metodologia de ensino ajuda-os a desenvolver competências sociais importantes para o mundo do trabalho e também foi uma forma de ajudar a ultrapassar as suas dificuldades.

Para além disso, os alunos praticamente não fizeram mais considerações. Apenas a Susana referiu o grau de exigência por parte do professor: “os trabalhos que eram propostos pelo professor eram bons. O professor era exigente acerca dos trabalhos, mas isso era bom porque sabíamos que tínhamos de fazer trabalhos bons”.

Fazendo um balanço global sobre o impacto destes instrumentos na aprendizagem, alguns alunos focaram a sua importância:

A matemática deste ano foi sem dúvida uma matemática diferente. No início do ano eu tinha outras expectativas em relação à matemática, pensava que iria sentir muitas dificuldades e que não iria conseguir fazer a disciplina, mas graças aos métodos introduzidos pelo professor consegui superar as minhas dificuldades (Mariana).

Comecei a interpretar melhor a estatística porque no início não entendia nada. Agora sim posso dizer que num posto de trabalho é necessário ter um pouco de conhecimento de estatística (Ricardina)

Estes instrumentos também contribuíram para que os alunos olhassem para a Estatística de uma maneira diferente, por não ser um tema igual aos outros que são trabalhados na disciplina de Matemática:

Estava habituada a ter uma matemática diferente, pensava que a matemática era só contas, no entanto, este ano mudei de ideias porque a minha matemática praticamente não teve contas, mas aprendi coisas que nem sabia que existiam, por exemplo, ter matemática no computador (Ricardina).

Em suma, os alunos reconheceram que o facto de terem sido usados diversos instrumentos de avaliação, teve um impacto positivo na sua aprendizagem.

6. Considerações Finais

6.1. O contributo do teste em duas fases para a aprendizagem da Estatística

Tal como o estudo de Boaventura e Fernandes (2004), das medidas de tendência central, aquela em que os alunos revelaram mais dificuldades foi na mediana. Nesta investigação, verificou-se o mesmo, sobretudo quando era pedido para calcular a mediana, quando os dados já estavam organizados numa tabela e era dada a frequência absoluta. O que alguns alunos fizeram foi olhar apenas para os valores das frequências absolutas e com esses valores calcular a mediana. Ora, a segunda fase fez com que os alunos analisassem melhor a tabela e compreendessem que não poderiam calcular a mediana por aquele processo, conseguindo calcular corretamente. Logo, a segunda fase do teste faz com que os alunos analisem os seus erros, reflitam sobre o que não conseguiram fazer e, com o *feedback* do professor, procurem compreender os conceitos e procedimentos que ainda não estão bem assimilados.

Verificamos nesta investigação que os alunos têm mais facilidade nas questões que fazem apelo ao conhecimento de conceitos e procedimentos e muitas dificuldades nas questões em que seja necessário mobilizar conceitos estatísticos para contextos reais ou então em fundamentar os seus pontos de vista usando como argumentos medidas estatísticas, tal como no estudo de Santos (2004). A segunda fase permitiu aos alunos melhorarem as suas respostas, procurassem usar medidas estatísticas como argumentos e, desta forma, mobilizar conceitos estatísticos para contextos reais. Atendendo ao facto de que os alunos têm a segunda fase para melhorar as suas respostas, é possível a inclusão de questões de natureza mais aberta ou de ensaio, o que permite ajudar os alunos a superar estas dificuldades.

Na primeira fase do teste, os alunos revelaram muitas dificuldades em justificar e em usar medidas estatísticas como argumentos e, na segunda fase, apesar do *feedback* do professor, essas dificuldades mantiveram-se. De forma a ajudar os alunos a ultrapassar essas dificuldades foi proposto a realização de alguns trabalhos. Assim, se os alunos revelarem um determinado tipo de dificuldades na primeira fase do teste e se elas não forem ultrapassadas com a segunda fase, o professor tem a oportunidade de implementar medidas pedagógicas que os ajudem a superar essas dificuldades diagnosticadas. Desta forma, este instrumento de avaliação ajuda o professor, tal como referido por Martins et al. (2003), a compreender a forma como os alunos aprendem os conceitos e procedimentos estatísticos e em quais revelam mais dificuldades, para depois tomar as medidas pedagógicas necessárias.

Também o teste em duas fases é uma forma de os alunos, sobretudo os que têm mais dificuldades, conseguirem resolver exercícios que exijam um raciocínio mais sofisticado e, assim, compreenderem melhor os conceitos e procedimentos estudados no tema da Estatística.

Assim, o teste em duas fases é um instrumento de avaliação poderoso na aprendizagem da Estatística, pois o seu principal objetivo não é a classificação das aprendizagens, mas sim a potencialização das mesmas.

6.2. Capacidades e competências desenvolvidas com a realização dos trabalhos

O trabalho do Banco Alimentar Contra a Fome permitiu aos alunos desenvolverem a capacidade de usar a tecnologia para modelar a realidade e, com base nesses modelos matemáticos encontrados, fazer previsões para o futuro. No caso concreto deste trabalho, os alunos exploraram uma situação real em que aplicaram os

conhecimentos adquiridos no tema das distribuições bidimensionais para fazer estimativas.

Para desenvolver a capacidade do uso da tecnologia para encontrar modelos matemáticos, poderiam ser usados exemplos académicos, mas os alunos ao analisarem uma situação real, onde para além de terem de encontrar os modelos também os aplicam, contribui para que realizem uma aprendizagem mais profunda. Neste género de tarefas, também desenvolvem a capacidade de mobilizar os conteúdos para contextos reais e percebem a utilidade da matemática na vida das pessoas.

Para além dos aspetos matemáticos, este trabalho permitiu sensibilizar os alunos para as causas humanitárias, um aspeto importante na formação integral do aluno.

No trabalho sobre o número de carros vendidos em Portugal, os alunos ao construírem gráficos e depois terem de os interpretar com base em factos reais, como o aumento dos impostos e a conjuntura económica difícil que o país está a atravessar, ajudou-os a tornarem-se mais estatisticamente letrados. Também ao construírem os gráficos no *Microsoft Excel* e a apresentação *PowerPoint* contribuiu para desenvolverem a sua competência informática.

Os alunos ao terem apresentado oralmente este trabalho, para além de ter contribuído para o desenvolvimento da capacidade de comunicar e argumentar, pois tiveram de explicar os gráficos e responder às questões colocadas, também permitiu ao professor perceber o nível de compreensão de alguns conceitos. Por exemplo, na apresentação oral da Isabel e da Cátia, através das questões colocadas pelo professor, ficou explícito que alguns alunos ainda não tinham percebido o conceito ‘desvio padrão’. Com a discussão feita acerca desse conceito, foi uma excelente oportunidade para os alunos que ainda não o tinham percebido, compreenderem. Desta forma, as apresentações orais, tal como referido por Ponte et al. (2003), para além de constituir

uma situação de avaliação, também é uma situação de aprendizagem, pois os alunos ao demonstrarem que ainda não sabem um determinado conceito, cria-se um espaço de discussão, facilitando as aprendizagens matemáticas.

Tal como o teste em duas fases, a realização de trabalhos e a sua apresentação permite aos alunos realizarem aprendizagens significativas e, desta forma, interiorizarem melhor os conceitos estatísticos.

6.3. Avaliação e cidadania

Na apresentação oral, verificou-se que os alunos ao procurarem responder às questões colocadas, favoreceram o desenvolvimento da capacidade de comunicação e de argumentação, sendo consideradas capacidades essenciais para o mundo do trabalho e para o exercício da cidadania.

No teste em duas fases, atendendo à natureza de algumas questões colocadas, nomeadamente, as mais abertas, contextualizadas e em que os alunos tinham de fundamentar os seus pontos de vista, como a questão 2.2. [indique o valor do salário mais comum e calcule o valor do salário mediano. Utilizando esses valores, seriam bons argumentos a usar pelo sindicalista para pedir um aumento dos salários? Justifique. Que argumentos deveria utilizar o sindicalista?], verificou-se que contribuiu para que os alunos desenvolvam o seu espírito crítico. Embora os alunos tivessem revelado mais dificuldades neste género de questões, dado que na primeira fase apresentaram respostas de um modo geral fracas. Ao tentarem fazer a segunda fase, nomeadamente ao apresentarem argumentos que fundamentem as suas tomadas de posição, contribuiu para se tornarem cidadãos mais aptos para o exercício de uma cidadania ativa e responsável. Também este género de questões permitiu aos alunos tomarem consciência de que,

embora a Estatística ajude a retratar a sociedade e influencie nas tomadas de decisão, pode ser usada de forma abusiva, de forma a tentar distorcer a realidade.

Também na realização dos trabalhos, os alunos, ao tentarem interpretar os gráficos com base em factos reais, contribuiu para que conhecessem melhor a realidade e, desta forma, para o exercício de uma cidadania informada.

Em suma, o uso destes instrumentos contribuiu para que os alunos desenvolvessem uma compreensão mais profunda dos conceitos e ficassem melhor preparados para o mundo e para o exercício de uma cidadania ativa e responsável. Também ajudaram os alunos a atingir os objetivos estipulados no programa dos cursos profissionais para o tema da Estatística, nomeadamente no final do estudo deste tema, o aluno “deverá ficar a saber organizar, representar e tratar dados recolhidos em bruto (ou tabelados) para daí tirar conclusões numa análise sempre crítica e sempre consciente dos limites do processo de matematização da situação” (p.22)

O facto de terem sido usados diversos instrumentos de avaliação também possibilitou aos alunos desenvolverem diversas competências e capacidades essenciais para o mundo do trabalho, dado que se tratava de um curso profissional. Por exemplo, a realização de trabalhos em grupo, permitiu desenvolverem competências sociais. Também como se tratam de alunos com dificuldades, o facto de trabalharem em grupo faz com que se apoiem uns nos outros, sendo uma forma de superarem as suas dificuldades.

No entanto, o uso destes instrumentos de avaliação exige uma maior disponibilidade por parte do professor, pois no caso do teste em duas fases é gasto mais do dobro do tempo a fazer a sua avaliação do que um teste tradicional, pois é necessário corrigi-lo duas vezes, analisar a evolução do aluno e facultar *feedback* aos mesmos e também a avaliação dos trabalhos é demorada. A escolha do *feedback* a dar aos alunos nem sempre é fácil, por um lado deve ajudá-los indicando o caminho e por outro não

deve dar a resposta. Também as apresentações orais são demoradas e consomem muito tempo das aulas e em turmas grandes é necessário encontrar uma forma eficiente.

Apesar disso, o ganho nas aprendizagens dos alunos vale este esforço extra por parte do professor e tempo gasto com estes instrumentos.

Também a partir deste estudo, surgiram alguns temas que seriam interessantes investigar. Assim, seria pertinente investigar as aprendizagens realizadas pelos alunos ao realizarem um portefólio digital, por exemplo, na plataforma *Wikispaces*, sendo considerado pela literatura um instrumento excelente para o desenvolvimento de competências. Estas plataformas permitem incorporar diversos tipos de recursos, desde vídeos, imagens tabelas e como existe muita informação estatística na Internet desde relatórios, estudos, notícias, etc. poderia ser um instrumento que contribuísse para a realização de aprendizagens significativas.

Também atendendo ao facto de os alunos mostrarem alguma resistência em escrever na disciplina de Matemática, nomeadamente em escrever os seus raciocínios e em fundamentar os seus pontos de vista, seria interessante investigar possíveis estratégias que os motivem a comunicar em Matemática.

6.4. Reflexão final

Com esta investigação foi possível aprofundar os meus conhecimentos na área da Educação Estatística, uma área em que considero que a minha formação inicial não foi suficiente para os desafios que se colocam com a lecionação deste tema, pois vão muito além dos aspetos computacionais e procedimentais. É preciso preparar os alunos para as exigências das sociedades modernas, onde, por exemplo, devem saber ler e interpretar um gráfico ou uma tabela com informações estatísticas básicas ou então saber quando é que um argumento estatístico está ou não a ser utilizado com

propriedade. Deste modo, a vida quotidiana e o exercício da cidadania exigem uma boa formação estatística.

É difícil formar cidadãos estatisticamente letrados apenas através da instrução direta ou dando enfoque apenas a aspetos da Estatística, como a representação de dados ou o cálculo de medidas estatísticas. É necessário encarar a Estatística “como um processo que envolve a realização de investigações, formulando questões, recolhendo, representando, organizando e interpretando dados, fazendo inferências e, a partir daí, colocando novas questões e reiniciando o ciclo investigativo” (Ponte et al., 2003, p. 108).

Desta forma, o tema da Estatística constitui uma excelente oportunidade para implementar um método de ensino alternativo ao tradicional, assente na “realização de projetos e investigações em numerosos domínios, sendo usada no planeamento, na recolha e análise de dados e na realização de inferências para tomar decisões” (Ponte et al., 2003, p. 91). No entanto, não é fácil para um professor abandonar o método de ensino tradicional, no qual são valorizados os aspetos computacionais e procedimentais, e adotar uma metodologia de ensino de carácter investigativo ou exploratório, onde geralmente não há uma solução única ou, então, nem sempre é possível prever qual será o produto final. Isso implica que o professor tem de trabalhar na sua ‘zona de risco’.

Contudo, gosto de enfrentar desafios e ao realizar esta investigação alterei a forma como lecionava o tema da Estatística: usei alguns métodos de ensino e instrumentos de avaliação que já usava na leção de outros temas da Matemática e procurei cumprir com as orientações curriculares para o ensino deste tema. Esta nova abordagem do ensino da Estatística proporcionou diferentes experiências de aprendizagem de sala de aula e permitiu aos alunos realizarem uma aprendizagem significativa.

7. Bibliografia

- Alarcão, I. (2001). Professor-investigador: Que sentido? Que formação? In B. P. Campos (Org.), *Formação profissional de professores no ensino superior* (Vol. 1, pp. 21-31). Porto: Porto Editora. [Versão online]. Consultado a 3 de fevereiro de 2012 em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/alarcao01.pdf>.
- Balachowski, M. M. (1998). Trends in the statistics classroom since NCTM standards. In L. Pereira-Medonza, L. S. Kea, T. W. Kee & W. K. Wong (Eds), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics* (vol. 1, pp. 75-76). Vooburg: International Statistical Institute. Consultado a 03 de abril de 2012 em: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/2/Topic1f.pdf>.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. Consultado a 05 de março de 2012 em: <http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5CFile%5C118didacticaestadistica.pdf>.
- Batanero, C. (2002). *Los retos de la cultura estadística*. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires. Conferencia inaugural. Consultado a 10 de abril de 2012 em: <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CULTURA.pdf>
- Boaventura, M. G., & Fernandes, J. (2004). Dificuldades de alunos do 12.º ano nas medidas de tendência central: O contributo dos manuais escolares. Em *Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 103-126).

Bodgan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e métodos*. Porto: Porto Editora.

Branco, J.A. (2006). Mudanças no ensino da estatística. In *Ensino e aprendizagem da Estatística*, Fernando Rosado (ed.), Edições SPE, 19-23. Consultado a 15 de maio de 2012 em:

<http://www.spestatistica.pt/attachments/article/101/boletim-spe-outono-06.pdf>

Carvalho, C. (2006). Desafios à Educação Estatística. In *Ensino e aprendizagem da Estatística*, Fernando Rosado (ed.), Edições SPE, 7-9.

Cobb, G.W., & Moore, D. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *American Mathematical Monthly*, 104, 801-823. Consultado a 17 de abril de 2012 em:

<http://clint.sharedwing.net/research/stat/mst.pdf>.

delMas, R. C. (2004). A Comparison of Mathematical and Statistical Reasoning. In: BEN-ZVI, D.; GARFIELD, J. (Eds.). *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and thinking* (pp. 79-95). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Dick, B. (2000) *A beginner's guide to action research*. [On line]. Consultado a 5 de fevereiro de 2012 em: <http://www.aral.com.au/resources/guide.html>.

Direção Geral de Formação Vocacional do Ministério da Educação (2004/2005).

Programa de matemática. Consultado a 14 de setembro de 2011 em:

http://mat.absolutamente.net/recursos/docs_curr/mat_pro.pdf.

Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação em educação. *Noesis*

18, 64-66. [Versão online]. Consultado a 03 de março de 2012 em:

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/ichagas/mi2/Fernandes.pdf>

Fernandes, D. (2004). *Avaliação das aprendizagens: Uma agenda, muitos desafios*.

Cacém: Texto Editora.

Fernandes, J. A., Alves, M. P., Machado, E. A., Correia, P. F. & Rosário, M. A. (2009).

Ensino e avaliação das aprendizagens em Estatística. In J. A. Fernandes, M. H.

Marinho, F. Viseu & P. F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 52-71). Braga: Centro de Investigação em Educação da

Universidade do Minho, CD-ROM. Consultado a 8 de dezembro de 2011 em:

http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/9913/1/Actas_IIEncontroProbabilidadesEstatisticaEscola.pdf

Fernandes J.; Carvalho, C. & Correia, P. (2011). Contributos para a caracterização do ensino da estatística nas escolas. *Bolema* 24(39), 585-606. [Versão online].

Consultado a 18 de abril de 2012 em:

<http://www.ie.ul.pt/pls/portal/docs/1/298347.PDF>

Fernandes, J. A., Sousa, M. V. & Ribeiro, S. A. (2004). O ensino de estatística no ensino básico e secundário: Um estudo exploratório. In J. A. FERNANDES, M. V. SOUSA & S. A. RIBEIRO (Orgs.), *Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 165-193). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho, CD-ROM.

GAISE College Report. (2005). *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistical Education College Report*. Alexandria, VA: American Statistical Association.

Consultado a 3 de abril de 2012 em:

<http://www.amstat.org/education/gaise/GAISECollege.pdf>

Gal, I. & Garfield, J. (1997) (Eds.). *The Assessment Challenge in Statistics Education*.

Amsterdam: IOS Press and the International Statistical Institute.

Garfield, J. (1994). Beyond Testing and Grading: Using Assessment To Improve Student Learning. *Journal of Statistics Education*, 2(1). [Versão online].

Consultado a 3 de abril de 2012 em:

<http://www.amstat.org/publications/jse/v2n1/garfield.html>

International Statistical Literacy Project (ISLP). [Online].

<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/islp/competition-portuguese#final>

Jolliffe, F. (2007). The changing brave new world of statistics assessment. In Phillips B. and Weldon L. (Eds.), *The Proceedings of the ISI/IASE Satellite on Assessing*

Student Learning in Statistics. Voorburg: International Statistical Institute, The Netherlands, CD-ROM. Consultado a 5 de abril de 2012 em:

<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/sat07/Jolliffe.pdf>

Jornal Oficial da União Europeia. RECOMENDAÇÃO DO PARLAMENTO EUROPEU E DO CONSELHO de 18 de Dezembro de 2006 sobre as competências essenciais para a aprendizagem ao longo da vida. Consultado a 31 de dezembro de 2011 em: <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:pt:PDF>

Ma, L. (2009). *Saber e ensinar matemática elementar*. Lisboa: Gradiva.

Martins, M. E. G. & Ponte, J. P. (2010). *Organização e Tratamento de Dados*. Lisboa: DGIDC, Ministério da Educação. Consultado a 3 de agosto de 2012 em: http://area.dgicd.min-edu.pt/materiais_NPMEB/matematicaOTD_Final.pdf

Martins, A.; Saporiti, C.; Neves, P.; Bastos, R. & Andrade, S. (2003). Teste em duas fases: uma experiência. *Educação e Matemática*, 74, 43-47.

NCTM (1999). *Normas para a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

- Oliveira, I., & Serrazina, L. (2002). A reflexão e o professor como investigador. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 29-42). Lisboa: APM. Consultado a 20 de fevereiro de 2012 em:
http://apm.pt/files/127552_gti2002_art_pp29-42_49c770d5d8245.pdf
- Perrenoud, P. (1999). *Avaliação – da Excelência à Regulação das Aprendizagens*. São Paulo: artmed.
- Petocz, P. & Reid, A. (2007). Learning and assessment in statistics. In Philips B. & Weldon L. (Eds.), *The Proceedings of the ISI/IASE Satellite on Assessing Student Learning in Statistics*. Vooburg: International Statistical Institute, The Netherlands, CD-ROM. Consultado a 5 de abril de 2012 em:
http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/sat07/Petocz_Reid.pdf
- Pinto, A. C. (2001). Memória, cognição e educação: Implicações mútuas. In B. Detry e F. Simas (Eds.), *Educação, cognição e desenvolvimento: Textos de psicologia educacional para a formação de professores* (pp. 17-54). Lisboa: Edinova. [Versão online]. Consultado a 10 de junho de 2012 em:
http://www.fpce.up.pt/docentes/acpinto/artigos/16_memoria_e_educacao.pdf
- Pinto, J., & Santos, L. (2006). *Modelos de avaliação das aprendizagens*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM. [Versão online].

Consultado a 4 de fevereiro de 2012 em:

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20%28GTI%29.pdf>

Ponte, J. P.; Brocardo, J. & Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: autêntica.

Ponte, J. P. e Fonseca, H. (2001). Orientações curriculares para o ensino da Estatística:

Análise comparativa de três países. *Quadrante*, 10 (1), 93-115. [Versão online].

Consultado a 15 de fevereiro de 2012 em:

<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/01-Ponte-Fonseca.pdf>

Santos, L. (2002). Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como? In P. Abrantes & F.

Araújo (Coords.), *Avaliação das aprendizagens, das concepções às práticas* (pp.

75-84). Lisboa: Ministério da Educação e Departamento da Educação Básica.

[Versão online]. Consultado a 31 de dezembro de 2011 em:

<http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4884/1/Santos%20%282002%29.pdf>

Santos, L. (2004). O ensino e a aprendizagem da matemática em Portugal: um olhar

através da avaliação. In E. Castron & E. de la Torre (Eds.), *Investigación en*

educación matemática: Octavo Simposio de la Sociedad Española de Investigación

en Educación Matemática (S.E.I.E.M.) (pp. 127-154). Coruña: Servicio de

Publicaciones. [Versão online]. Consultado a 10 de novembro de 2011 em:

http://funes.uniandes.edu.co/1333/1/Santos2004O_SEIEM_127.pdf

Santos, L. (2008). Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In L. Menezes; L. Santos; H. Gomes & C. Rodrigues (Eds.), *Avaliação em Matemática: Problemas e desafios* (pp. 11-35). Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação. [Versão online]. Consultado a 31 de dezembro de 2011 em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/msantos/2007.pdf>

Skovsmose, O. (2000). Cenários para investigação. *Bolema*, 14, pp.66-91. [Versão online]. Consultado a 18 de fevereiro de 2012 em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/textos/skovsmose%28Cenarios%2900.pdf>

Skovsmose, O. (2005). Guetorização e Globalização: um desafio para a Educação Matemática. *Revista Zetetiké*, 13(24), 113-142.

Skovsmose, O. (2008). *Desafios da Reflexão em educação matemática crítica*. São Paulo: Papyrus Editora.

Sousa, M. & Baptista, C. (2011). *Como fazer investigação, dissertações, teses e relatórios segundo Bolonha*. Lisboa: Pactor – Edições de Ciências Sociais e Política Contemporânea.

Stake, R. (1995). *The Art of Case Study Research*. Califórnia: Sage Publications

8. Anexos

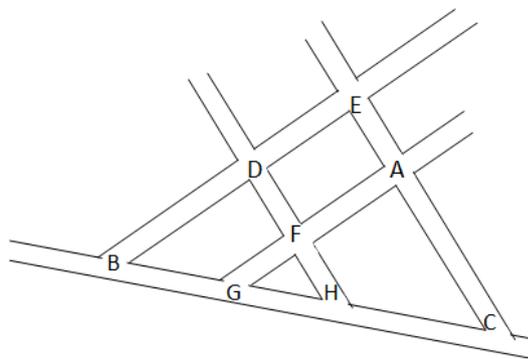
Anexo 1 – Tarefas sobre triângulos

Tarefa 1

A Rita fez um mapa para guiar o Raul da Biblioteca Municipal (ponto B) até à sua casa (ponto A).

Para o Raul poder calcular a menor distância entre a Biblioteca e a sua casa, a Rita deu algumas pistas e forneceu um quadro:

- a rua que passa nos pontos BE é paralela à rua que passa nos pontos GA;
- as ruas que passam respectivamente por DH e EA são também paralelas.



Pontos	G e H	G e F	G e A	E e C	E e A
Distância entre eles (m)	50	30	90	160	40

- a) O Raul observou o mapa e descobriu vários pares de triângulos semelhantes. Quais são?
- b) Qual será o caminho mais curto entre a Biblioteca Municipal e a casa da Rita? Determina essa distância.

Exercício retirado dos *Passatempos Matemática*, da Porto Editora, 8.º ano, pág. 20

Tarefa 2

Observa a sequência de triângulos semelhantes, em que a medida do lado aumenta da esquerda para a direita.



Figura 1



Figura 2

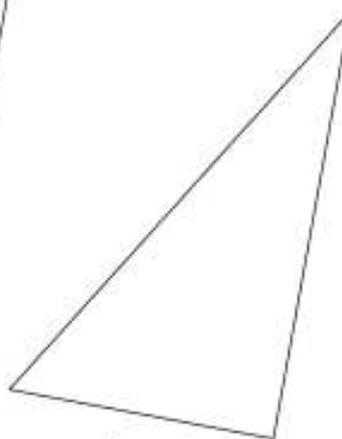


Figura 3

- a) Quantos triângulos iguais ao da figura 1 são necessários para construir o triângulo da figura 2? E o da figura 3? Para justificares as tuas respostas, podes apoiar-te em esquemas geométricos.
- b) Se houvesse uma figura quatro, quantos triângulos iguais ao da figura 1 eram necessários para a construir? Existe alguma regra/fórmula?

Sugestão: começa por construir a figura através do método da homotetia.

Adaptado de um exercício dos 1000 Itens GAVE

Anexo 2 – Grupo de questões retirado de um teste de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

2. A tabela apresentada a seguir diz respeito às Eleições Regionais da Madeira, em 2004.

Círculos eleitorais	Eleitores inscritos	Votos Brancos	Votos Nulos	B.E.		CDS-PP		PCP-PEV		PPD/PSD		PS		Tot. m
	N.º	N.º	N.º	N.º	m	N.º	m	N.º	m	N.º	m	N.º	m	
Calheta	11 003	47	107	71		1 368		115		4 781	3	571		3
C. de Lobos	27 755	123	267	484		914		818		10 149	6	3 077	2	8
Funchal	99 590	730	975	3 244	1	4 394	2	5 091	2	27 216	15	16 730	9	29
Machico	19 800	86	134	169		305		215		6 722	4	4 413	2	6
P. do Sol	7 975	24	55	80		303		51		2 775	1	1 788	1	2
Porto Moniz	3 181	15	23	13		58		16		1 448	2	680		2
Porto Santo	4 242	49	31	19		57		30		1 580	1	1 081	1	2
Rib. Brava	11 901	61	157	185		473		186		4 913	3	1 372		3
Santa Cruz	27 288	209	311	644		1 263		973		8 884	5	5 573	3	8
Santana	8 864	40	122	71		338		65		3 608	3	1 167		3
S. Vicente	6 175	41	87	55		218		30		1 897	1	1 299	1	2
Totais	227 774	1 425	2 269	5 035	1	9 691	2	7 590	2	73 973	44	37 751	19	68

De acordo com a Constituição da República, nas Regiões Autónomas da Madeira e dos Açores, as respetivas Assembleias são compostas por deputados eleitos por sufrágio universal, de acordo com o princípio da representação proporcional e por círculos eleitorais.

A conversão dos votos em mandatos, segundo o artigo 16.º da Lei Eleitoral, faz-se utilizando o método de representação proporcional de Hondt. De acordo com as alíneas b) e c) do referido artigo, “o número de votos apurados por cada lista é dividido, sucessivamente, por 1, 2, 3, 4, 5, etc., sendo os quocientes alinhados pela ordem decrescente da sua grandeza numa série de tantos termos quantos os mandatos atribuídos ao círculo eleitoral respetivo; os mandatos pertencem às listas a que correspondem os termos da série estabelecida pela regra anterior, recebendo cada uma das listas tantos mandatos quantos os seus termos na série”.

2.1. Calcule a percentagem da abstenção.

2.2. Se, em vez de onze círculos eleitorais, houvesse apenas um (junção dos nove), existiria alterações na distribuição final dos mandatos pelos vários partidos?

Elabore uma pequena composição onde refira as situações em que poderia ser vantajosa, ou não, para os partidos com poucos votos, a existência de um círculo eleitoral único.

2.3. A Lei Orgânica n.º 1/2006, de 13 de Fevereiro, alterou a lei eleitoral para a Assembleia Legislativa da Região Autónoma da Madeira:

Artigo 11.º Composição

A Assembleia Legislativa da Região Autónoma da Madeira é composta por 47 deputados eleitos mediante sufrágio universal, direto e secreto, de harmonia com o princípio da representação proporcional, e por um único círculo eleitoral, nos termos da presente lei.

Artigo 12.º Território eleitoral

O território eleitoral, para efeitos de eleição dos deputados à Assembleia Legislativa da Região Autónoma da Madeira, é constituído por um círculo eleitoral único, coincidente com o território da Região, com um número de mandatos igual dos deputados a eleger.

Caso esta lei já tivesse sido aplicada no último ato eleitoral para a Assembleia Legislativa Regional, como seria a distribuição dos mandatos? Comente os resultados obtidos.

2.4. O círculo eleitoral onde o CDS-PP teve maior percentagem de votos foi no da Calheta, contudo não conseguiu eleger nenhum deputado nesse círculo.

2.4.1. Qual o número mínimo de votos que o CDS-PP necessitaria obter para eleger um deputado? Por quantos votos não elegeu um deputado? (Suponha que o n.º de votos dos outros partidos se mantinha inalterado.)

2.4.2. Na página do STAPE (Secretariado Técnico dos Assuntos para o processo Eleitoral), pode ler-se o seguinte: “Entre as características do método de Hondt, importa assinalar o encorajamento à formação de coligações, uma vez que o agrupamento de partidos os leva a conseguir um maior número de mandatos do que se concorressem isoladamente.”

No círculo eleitoral da Calheta, a que partido o CDS-PP deveria ter coligado de modo ganhar um deputado ao PPD/PSD? Faça uma simulação de coligação e comente a informação retirada da página da Internet do STAPE.

Anexo 3 – Teste em duas fases

1. A revista americana *Consumer Reports* analisou as calorias contidas nas porções individuais de um certo número de cereais, habituais no pequeno almoço de muitas pessoas. E verificou em que prateleiras dos supermercados estavam colocados esses cereais. Os dados recolhidos foram os seguintes:

Prateleira 1 (junto ao solo):

110 90 110 110 100 110 100 110 110 100 100 110 110 80 90 90 110 100 100 110

Prateleira 2 (média):

110 120 120 110 110 110 100 110 100 110 110 120 110 100 110 100 120 120 110 90 110

Prateleira 3 (alta):

70 120 70 50 110 130 90 110 110 110 100 100 120 120 100 110 120 110 140 150 150 160 140
90 130 120 100 50 50 100 100 90 110 140 100 110

Elabore diagramas de extremos e quartis para as distribuições de calorias dos cereais presentes em cada prateleira. Compare os três diagramas.

Na sua resposta, deve:

- referir a forma como os dados se distribuem quanto à variabilidade;
- referir a forma como os dados se distribuem quanto à simetria;
- Interpretar os dados no contexto do problema.

Aleph 10

2. O líder do sindicato dos trabalhadores da companhia “Millstone Manufacturing & Marketing” estava a negociar com Mr. Millstone, o presidente da companhia. Ele disse: “o custo de vida está a aumentar. Os nossos trabalhadores precisam de mais dinheiro. Ninguém do nosso sindicato recebe mais de €18 000 por ano.” Mr. Millestone respondeu, “é verdade que os custos estão a aumentar. Acontece o mesmo connosco – temos de pagar preços mais elevados pelas matérias primas de forma que conseguimos menos lucro. Além disso, a média dos salários na nossa companhia está acima dos €22 000. Não vejo como poderemos suportar um aumento dos salários nesta altura.”
- Nessa noite, o secretário do sindicato conduziu a reunião sindical mensal. Um dos vendedores falou: “nós, vendedores, ganhamos apenas €10 000 por ano. A maior parte dos trabalhadores deste sindicato ganham €15000. Queremos que o nosso ordenado anual aumente pelo menos até esse nível.”
- O secretário do sindicato decidiu estudar a informação sobre os salários. Foi ao departamento de vencimentos. Disseram-lhe que tinham toda a informação sobre salários numa folha de cálculo no computador e imprimiram a tabela seguinte:

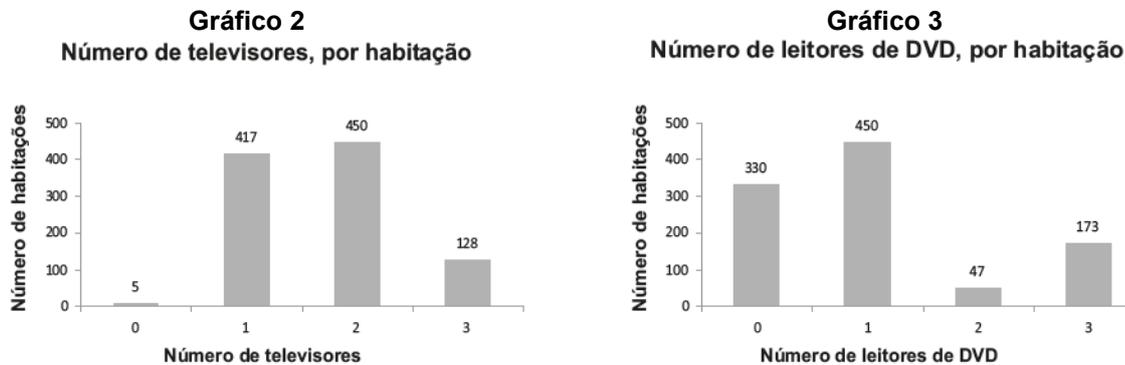
Tipo de emprego	Número de empregados	Salário anual (€)	Membro do sindicato
Presidente	1	250 000	Não
Vice-presidente	2	130 000	Não
Diretor de fábrica	3	55 000	Não
Chefe	12	18 000	Sim
Operário	30	15 000	Sim
Funcionário de caixa	3	13 500	Sim
Secretário	6	12 000	Sim
Vendedor	10	10 000	Sim
Guarda	5	8 000	Sim
Total	72	1 593 500	-----

O secretário do sindicato calculou a média: $\bar{x} = \frac{1593500}{72} \approx 22131,94$.

- 2.1. O salário médio dos funcionários da empresa será um bom critério para termos uma boa ideia do valor do salário de um operário típico? Justifique.
- 2.2. Indique o valor do salário mais comum e calcule o valor do salário mediano. Utilizando esses valores, seriam bons argumentos a usar pelo sindicalista para pedir um aumento dos salários? Justifique. Que argumentos deveria utilizar o sindicalista?
- 2.3. Se o salário dos vinte e quatro operários que ganham menos fosse aumentado para €15 000, qual seria a nova mediana, média e moda?
- 2.4. Que posição em relação aos salários apoia? Porquê?

Adaptado de: Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (Lidar com Dados e Probabilidades), NCTM

3. Uma empresa de telecomunicações e multimédia pretende lançar um novo produto. Para isso, encomendou uma sondagem a um especialista no assunto. No seu trabalho, o especialista procurou determinar o número de televisores e o número de leitores de DVD, por habitação. Numa amostra aleatória de 1000 habitações, recolhida em 2009, verificou que o número de televisores e o número de leitores de DVD se distribuíam como consta do Gráfico 2 e do Gráfico 3, respetivamente.



Comente a afirmação seguinte, tendo em conta os dados que constam dos Gráficos 2 e 3.
«O aspeto do gráfico e o valor do desvio padrão de uma variável estatística estão relacionados.»
Na sua resposta, deve:

- calcular os valores da média e do desvio padrão da variável *número de televisores, por habitação*, na amostra;
- calcular os valores da média e do desvio padrão da variável *número de leitores de DVD, por habitação*, na amostra;
- concluir, comparando o aspeto dos Gráficos 2 e 3; nessa comparação, use os valores obtidos para os desvios padrão.

Apresente os valores das médias e dos desvios padrão arredondados às centésimas.

Retirado de: Exame Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, 2011, 2.^a fase

Ex. Nac.

4. Um professor dá o mesmo teste a duas turmas com 29 e 23 alunos, respetivamente. Os resultados obtidos são apresentados na tabela seguinte:

Classe	Turma 1	Turma 2
[4,6[2	0
[6,8[3	3
[8,10[5	5
[10,12[7	6
[12,14[6	5
[14,16[4	4
[16,18[2	0

4.1. Calcule valores aproximados, com uma casa decimal, para a média das duas turmas e verifica que os valores obtidos são iguais.

4.2. Os resultados obtidos na alínea anterior permitem-te afirmar que as duas turmas tiveram um comportamento semelhante no teste? Explique porquê?

Adaptado de: *Introdução às Probabilidades e Estatística*, Maria Eugénia Graça Martins, DEIO, 2000

5. Como se pode situar a média relativamente aos quartis, à mediana e aos valores máximo e mínimo de uma distribuição de dados?

Dê exemplos, quando for possível; quando for impossível, apresenta argumentos para essa impossibilidade.

Aleph 10

Questão	1.	2.1	2.2	2.3	2.4	3.	4.1	4.2	5.
Cotação	40	10	25	20	20	35	10	10	30

Anexo 4 – Sugestões para a resolução da segunda fase do teste

1.
 - Para calcular os quartis e a mediana é obrigatório ordenar os dados e apresentar os cálculos. Ver manual pág. 57.
 - Na comparação das três distribuições toma em atenção os seguintes aspetos:
 - As três distribuições de dados são simétricas? Existem enviesamentos? Ver a ficha de trabalho.
 - A amplitude é igual?
 - A amplitude interquartil é igual?
 - Os valores máximos e mínimos são iguais?
 - As medianas são iguais?
 - Não te esqueças que nas prateleiras 1 e 2 estão os cereais que estão mais ao alcance das crianças, as mais gulosas... e que os cereais colocados na prateleira 3 são os destinados aos adultos, mais conscientes da necessidade de uma dieta equilibrada....
- 2.1. Existem outliers? De que modo eles influenciam a média? O valor da média é muito influenciado por observações extremas?
Calcula a média dos vencimentos anuais só dos elementos sindicalizados. Compara esse valor com a média de todos os trabalhadores da companhia.
- 2.2. Para calcular a mediana é necessário ter em atenção que não existe, por exemplo, só um valor 8000, mas sim cinco... Calcular a frequência absoluta acumulada pode ajudar para encontrar a ordem depois de ordenar os dados por ordem crescente na tabela.
Comparar os resultados obtidos, por exemplo, com as médias já conhecidas.
- 2.3. Calcular a média, considerando os valores mais baixos como sendo 15000.
- 2.4. Qual a posição que defendes, a do presidente, a do sindicalista ou nenhuma?
Podes fazer uma simulação, se o presidente aceitasse a proposta do líder sindical, quantos euros a mais seriam necessários anualmente? A quantos salários do presidente equivaleriam? Qual a percentagem de aumento?
Tens de usar argumentos convincentes. Podes pensar na “crise” que estamos a atravessar.
3. Quanto mais afastados estiverem os dados relativamente à média, o que acontece ao valor do desvio padrão? Olhando apenas para os gráficos, como sei qual deles tem maior desvio padrão?
- 4.1. Encontra primeiro a marca da classe. Ver manual págs. 49, 50 e 51.
Cuidado com os arredondamentos, temos de respeitar o número de casas decimais que é pedido no enunciado.
- 4.2. Se olharmos só para os resultados obtidos na alínea anterior parece que as turmas tiveram um comportamento igual, porque a média é a mesma nas duas turmas. Mas a distribuição dos dados é a mesma? Em qual das distribuições os dados são mais dispersos?
Podes calcular, facultativo, o desvio padrão para ajudar a justificar, considera a marca da classe.
5. Se não consegues ver o que se passa, experimenta com diferentes conjuntos de dados, não precisas de muitos, podem ser distribuições com apenas 6 ou 7 dados.
A média pode coincidir com o valor mínimo? E com o máximo? Como tem de ser a distribuição dos dados?
A média também pode coincidir com a mediana e com os quartis 1 e 3?
Experimenta distribuições que tenham outliers.
Podes usar o GeoGebra para facilitar o trabalho, nomeadamente na parte dos cálculos.

Anexo 5 – Trabalho sobre o Banco alimentar contra a fome

No site do Banco Alimentar Contra a Fome (<http://www.bancoalimentar.pt/home>) são apresentados os dados desde 1992 relativos à quantidade de toneladas de produtos alimentares que entraram, ao número de instituições apoiadas e ao número de pessoas apoiadas.

Imagina que fazes parte da equipa de redação de um jornal. Escreve um artigo da análise dos dados apresentados.

Possíveis tópicos a abordar:

- Caracterização do Banco Alimentar Contra a Fome.
- Construir gráficos de linhas para mostrar a evolução desde 1992 e fazer as respetivas interpretações. A tendência da evolução é crescente ou decrescente? Houve alguns anos que contrariaram essa evolução?
- Desde 1992, o número de pessoas apoiadas tem aumentado significativamente. Nestes 19 anos, qual foi essa percentagem de aumento? E qual foi a percentagem de aumento de toneladas de produtos alimentares que entraram?
- Calcular a quantidade média de alimentos distribuída por pessoa apoiada desde 1992. Apresentar um gráfico de linhas para ajudar a explicar.
- Construir diagramas de dispersão. Interpretar as representações obtidas e fazer previsões, para os próximos anos, por exemplo, para 2015 ou 2020.

Atenção: é importante que não se limite a responder aos tópicos colocados. Pretende-se um texto que pudesse sair num jornal.

Ano	Tonelagem recebida	N.º de instituições apoiadas	N.º de pessoas assistidas
1992	220	45	15000
1993	809	52	15000
1994	1167	61	16000
1995	2393	151	27400
1996	3150	208	39736
1997	5437	369	50390
1998	5971	492	64016
1999	7571	612	90203
2000	10235	837	171405
2001	10156	826	183270
2002	10967	947	191935
2003	12221	1032	200407
2004	13790	1148	203075
2005	17704	1173	216409
2006	17926	1239	209445
2007	19919	1542	232754
2008	17406	1528	249593
2009	23086	1699	260855
2010	26542	1973	297946

CrITÉRIOS de Classificação do trabalho

Nível	Conhecimento matemático 10 pontos	Comunicação 10 pontos
4 (9,10)	Mostra compreender os conceitos e princípios matemáticos da tarefa. Usa terminologia e notação apropriada. Executa e completa corretamente os algoritmos.	Apresenta uma resposta completa com uma descrição ou explicação clara e não ambígua.
3 (7,8)	Mostra compreender, quase completamente, os conceitos e princípios matemáticos da tarefa. Usa quase corretamente a terminologia e notação apropriada. Executa completamente algoritmos. Os cálculos estão na generalidade corretos, contendo eventualmente pequenos erros.	Apresenta uma resposta completa com uma razoável explicação ou descrição.
2 (4,5,6)	Mostra compreender alguns dos conceitos e princípios matemáticos da tarefa. A resposta tem erros de cálculo.	A explicação é um pouco vaga ou de difícil interpretação.
1 (1,2,3)	Mostra uma compreensão muito limitada dos conceitos e princípios matemáticos da tarefa. Falha no uso dos termos matemáticos. A resposta tem erros de cálculo graves.	A explicação é vaga ou é difícil de seguir interpretação.
0	Mostra não compreender os conceitos e princípios matemáticos da tarefa.	Falta a explicação ou não responde o que é questionado.

Anexo 6 – Pedidos de autorização

Exma. Sra. Presidente do Conselho Executivo
da Escola Básica e Secundária [REDACTED]

[REDACTED]
Prof.ª Alda Maria Aguiar Silva Almeida

Arlindo Vieira Chá-Chá, docente do grupo disciplinar de Matemática, grupo 500, vem por este meio requerer a vossa autorização para proceder ao registo áudio/vídeo de algumas das suas aulas com a turma J, do 10.º ano, com o propósito de servirem de dados para um estudo acerca da avaliação das aprendizagens, no âmbito do relatório de Mestrado em Ensino da Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e Secundário, do Departamento de Matemática e Engenharias da Universidade da Madeira, que este docente se encontra a realizar.

Antecipadamente agradeço a vossa colaboração.

Ribeira Brava, 21 de Novembro de 2011

ESCOLA BÁSICA E SECUNDÁRIA		
Data	22/11/2011	Classificação
RESPONDIDO: OFÍCIO Nº		Data
DESPACHO: Autorização e/ou autorização dos alunos. 22.11.11		
[Assinatura]		

O professor responsável

[Assinatura de Arlindo Vieira Chá-Chá]

Arlindo Vieira Chá-Chá

Autorização do Encarregado de Educação

Exmo. Encarregado de Educação

do(a) aluno(a): _____, nº _____ do 10.º ano, turma: J

Vai ser desenvolvido com os alunos desta turma, nas aulas de Matemática, uma investigação sobre a avaliação das aprendizagens. Para tal, solicito a sua autorização para gravar em registo áudio/vídeo algumas aulas de Matemática para perceber como os alunos interagem no trabalho de grupo, que conjeturas fazem, como comunicam oralmente. Informa-se que será preservado o anonimato do aluno.

Com os melhores cumprimentos,

Ribeira Brava, 21 de Novembro de 2011)

(Arlindo Chá-Chá, o professor de Matemática)