

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE COSTA RICA  
ESCUELA DE CIENCIA E INGENIERIA DE LOS MATERIALES  
I SEMESTRE 2024

*Modelado y simulación computacional de un transductor piezoeléctrico con  
materiales celulares para generación de energía eléctrica*

PROYECTO FINAL DE GRADUACIÓN PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE  
INGENIERO EN MATERIALES CON EL GRADO ACADÉMICO DE  
LICENCIATURA

ESTUDIANTE:

Gabriel Trejos Vargas

2017114099

PROFESOR GUÍA: Ing. Francisco Rodríguez Méndez, MSc.

PROFESOR LECTOR: Ing. Bruno Chinè Polito, PhD.

PROFESOR LECTOR: Ing. Alfredo Rodríguez Rojas, MSc.

Cartago, Costa Rica, junio, 2024

## RESUMEN

Este proyecto presenta una propuesta para el modelado y simulación computacional de un transductor piezoeléctrico que utiliza materiales poliméricos porosos en una arquitectura de lengüeta en voladizo, para generación de energía eléctrica. Primero se realizó una revisión del estado del arte sobre el material, la arquitectura y la modelación de ambos. Luego, se planteó una metodología con un acercamiento gradual al problema, partiendo de un estudio estacionario (S), seguido de un estudio de frecuencias naturales (EF) y, finalmente, tres estudios dependientes del tiempo (TD) sobre dos modelos de generador: piezoeléctrico continuo (PEGc) y piezoelectreto poroso (PEGp). Para los estudios TD, se diseñó una función de carga dinámica y armónica, para hacer barridos paramétricos de su magnitud y frecuencia, así como una función de desplazamiento prescrito armónico, con un barrido de su amplitud. El estudio S reveló cargas admisibles y comportamiento en flexión, mientras que el estudio EF determinó las frecuencias para los barridos paramétricos de los estudios TD, donde se determinó la respuesta electromecánica y el rendimiento eléctrico de los transductores. Se encontró que el estudio TD, con desplazamiento prescrito, es un buen abordaje para este tipo de arquitectura y que el PEGp puede ser modelado según la metodología propuesta.

**Palabras clave:** transductor piezoeléctrico, polímero poroso, ferroelectreto, generación de baja potencia, simulación computacional

## ABSTRACT

This project presents a proposal for the computational modelling and simulation of a piezoelectric transducer using porous polymeric materials, in a cantilever reed architecture, for generation of electric energy. First, a revision of the state of the art was conducted regarding the material, the architecture and their modelling. Then, a methodology with a gradual approach to the problem was laid out, starting with a stationary study (S), followed by an eigenfrequency study (EF) and, finally, three time-dependent studies (TD) on two generator models: continuous piezoelectric (PEGc) and porous piezoelectret (PEGp). For the TD studies, a dynamic and harmonic load function was designed to perform parametric sweeps of its magnitude and frequency, as well as a harmonic prescribed displacement function for an amplitude sweep. The S study revealed admissible loads and flexural behaviour, while the ED study determined frequencies for the parametric sweeps in TD studies, where the electromechanical response and electric performance of transducers were determined. It was found that the TD study using prescribed displacement is a good approach for this sort of architecture and that the PEGp can be modelled according to the methods proposed.

**Keywords:** piezoelectric transducer, porous polymer, ferroelectret, low-power generation, computer simulation

**ACTA DE ENTREGA DEL INFORME FINAL DEL  
PROYECTO FINAL DE GRADUACIÓN**

Se certifica que se ha recibido el Informe Final de la Práctica Dirigida, realizada por el estudiante **Gabriel Trejos Vargas**, carné **2017114099**, la cual se titula “*Modelado y simulación computacional de un transductor piezoeléctrico con materiales celulares para generación de energía eléctrica*” y que se realizó en el **I Semestre de 2024**.

El Proyecto Final de Graduación es un requisito académico del Programa de Licenciatura en Ingeniería en Materiales de la Escuela de Ciencia e Ingeniería en Materiales del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Este documento ha sido declarado:

Público

Confidencial



---

Ing. Francisco Rodríguez Méndez, MSc.  
Profesor Guía

---

Gabriel Trejos Vargas  
Estudiante

---

Ing. Bruno Chinè Polito, PhD.  
Profesor Lector

---

Ing. Alfredo Rodríguez Rojas, MSc.  
Profesor Lector

---

Ing. Ricardo Esquivel Isern  
Director de la Escuela de Ciencia e Ingeniería de los Materiales

Cartago, 14 de junio de 2024

**CONSTANCIA DE DEFENSA PÚBLICA DEL  
PROYECTO FINAL DE GRADUACIÓN**

El presente Proyecto Final de Graduación titulado “*Modelado y simulación computacional de un transductor piezoeléctrico con materiales celulares para generación de energía eléctrica*” y realizado en el “Instituto Tecnológico de Costa Rica”, durante el **I Semestre de 2024**, ha sido defendido ante el Tribunal Examinador integrado por los profesores **Francisco Rodríguez Méndez, Bruno Chiné Polito y Alfredo Rodríguez Rojas**; como requisito para optar al grado de Licenciatura en Ingeniería en Materiales de la Escuela de Ciencia e Ingeniería de los Materiales, del Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Este documento ha sido declarado:

Público

Confidencial



---

Ing. Francisco Rodríguez Méndez, MSc.  
Profesor Guía

---

Gabriel Trejos Vargas  
Estudiante

---

Ing. Bruno Chinè Polito, PhD.  
Profesor Lector

---

Ing. Alfredo Rodríguez Rojas, MSc.  
Profesor Lector

---

Ing. Ricardo Esquivel Isern  
Director de la Escuela de Ciencia e Ingeniería de los Materiales

Cartago, 14 de junio de 2024

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi tutor, Francisco Rodríguez, por su guía y colaboración resolviendo mis dudas, siempre con la mejor disposición, desde el otro lado del escritorio. A los profesores Bruno Chinè, Alfredo Rodríguez, Claudia Chaves, Adrián Quesada y Marcela Meneses, por su acompañamiento y retroalimentación desde el inicio del proyecto, cuando no tenía aún claro el propósito y su alcance. A la ECIM, su personal y a mis compañeros, por la oportunidad dada y por darme confianza en mi proyecto.

## DEDICATORIA

*A mis padres, por extraer, fundir y refinar  
El material del que deriva mi persona,  
Por ellos hoy estoy contento;*

*Mis hermanos, por forjar al fuego lento  
Mi paciencia, mi humildad y mi querer  
Y caminar siempre a mi lado;*

*Mis maestros, por sembrar en mí la ciencia  
Y por el temple y resiliencia  
Que me han dado;*

*Y mis amigos, compañeros  
Que conmigo pulirán el acabado  
De los años venideros.*

## ÍNDICE DE CUADROS

<b>Tabla 1.</b> Valores para el barrido paramétrico en el estudio S. <b>Fuente:</b> elaboración propia.	35
<b>Tabla 2.</b> Valores para el barrido paramétrico en el estudio EF. <b>Fuente:</b> elaboración propia. .....	35
<b>Tabla 3.</b> Configuración de los estudios dependientes del tiempo. <b>Fuente:</b> elaboración propia. .....	36
<b>Tabla 4.</b> Valores para el barrido paramétrico en los estudios dependientes del tiempo. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	36
<b>Tabla 5.</b> Valores de desplazamiento obtenidos según la condición de carga estática aplicada. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	39
<b>Tabla 6.</b> Valores de esfuerzo máximo obtenidos según la condición de carga estática aplicada. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	41
<b>Tabla 7.</b> Potencial eléctrico según la condición de carga estática aplicada en el PEGc. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	41
<b>Tabla 8.</b> Valores de potencial eléctrico según la condición de carga estática aplicada en el volumen del piezoelectreto del PEGp. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	43
<b>Tabla 9.</b> Magnitud del campo eléctrico máxima y mínima obtenida según la condición de carga estática aplicada en el PEGc. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	44
<b>Tabla 10.</b> Magnitud del campo eléctrico promedio y energía eléctrica total obtenidos según la condición de carga estática en el electrodo del PEGp. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	45
<b>Tabla 11.</b> Frecuencias naturales de los principales modos de vibración para los modelos de PEGc y PEGp. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	46
<b>Tabla 12.</b> Energía eléctrica total en el tiempo y potencia obtenida para los modelos de PEGc y PEGp. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	54
<b>Tabla 13.</b> Parámetros para el modelado del PEG. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	63
<b>Tabla 14.</b> Propiedades del material de la placa de montaje. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ..	67
<b>Tabla 15.</b> Propiedades del material del soporte flexible. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	67
<b>Tabla 16.</b> Propiedades del material del electrodo. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	67
<b>Tabla 17.</b> Propiedades del material del volumen de poros. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	67
<b>Tabla 18.</b> Propiedades del material piezoeléctrico para el PEGc y el PEGp. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	67



<b>Tabla 19.</b> Condiciones de borde de la interfaz de Mecánica de Sólidos para los distintos dominios en cada estudio. <b>Fuente:</b> elaboración propia.....	68
<b>Tabla 20.</b> Condiciones de borde de la interfaz de Electrostática para los distintos dominios en cada estudio. <b>Fuente:</b> elaboración propia.....	68
<b>Tabla 21.</b> Estadísticas de la malla “Extrafina” para el modelo PEGc, estudios S y EF. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	69
<b>Tabla 22.</b> Estadísticas de la malla “Más Fina” para el modelo PEGc, estudios TD1, TD2 y TD3. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	70
<b>Tabla 23.</b> Estadísticas de la malla “Más Fina” para el modelo PEGp, estudios S y EF. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	71
<b>Tabla 24.</b> Estadísticas de la malla “Normal” para el modelo PEGp, estudios TD1, TD2 y TD3. <b>Fuente:</b> elaboración propia. ....	72

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Diagrama del principio de funcionamiento de un transductor piezoeléctrico. <b>Fuente:</b> [14].	2
<b>Figura 2.</b> Orientación de los momentos dipolares de materiales ferroeléctricos: <b>a)</b> monocristalinos; <b>b)</b> policristalinos; <b>c)</b> antes de la polarización; y <b>d)</b> después de la polarización. <b>Fuente:</b> [2].	9
<b>Figura 3.</b> Esquema general de métodos de formación de espuma. <b>Fuente:</b> [15].	10
<b>Figura 4.</b> Descarga de Townsend ( <b>a</b> ), polarización ( <b>b</b> ) y efecto piezoeléctrico ( <b>c</b> ) en un polímero poroso funcionalizado. <b>Fuente:</b> [25].	10
<b>Figura 5.</b> Diagrama del principio de funcionamiento de un transductor piezoeléctrico. <b>Fuente:</b> [2].	11
<b>Figura 6.</b> Modos de conversión electromecánica $d_{33}$ , $d_{31}$ y $d_{15}$ . <b>Fuente:</b> [19].	13
<b>Figura 7.</b> Arquitecturas típicas de viga en voladizo: <b>a)</b> unimorfa; <b>b)</b> bimorfa; <b>c)</b> de arreglo compuesto; y <b>d)</b> cargada. <b>Fuente:</b> [29].	14
<b>Figura 8.</b> Modos de vibración: transversales de 1 <sup>er</sup> , 2 <sup>do</sup> y 3 <sup>er</sup> orden. <b>Fuente:</b> [33]	16
<b>Figura 9.</b> Modo torsional de 1 <sup>er</sup> orden en una viga esbelta en voladizo. <b>Fuente:</b> [34].	16
<b>Figura 10.</b> Diagrama de la lengüeta libre de un órgano. <b>Fuente:</b> [31].	18
<b>Figura 11.</b> Diagrama de una viga en voladizo bajo una carga distribuida. <b>Fuente:</b> [38].	19
<b>Figura 12.</b> Modelo idealizado de un piezoelectreto como un compuesto laminar de polímero-gas. <b>Fuente:</b> [40].	22
<b>Figura 13.</b> Modelo utilizado para la simulación del PEG: placa (izquierda) y ensamble completo (derecha). <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.	28
<b>Figura 14.</b> Vista lateral de las capas del ensamble de la placa y la lengüeta compuesta. <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.	29
<b>Figura 15.</b> Ejemplo del modelo del PEGp. <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.	29
<b>Figura 16.</b> Gráfica de la distribución de la magnitud de carga en función de la longitud. <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.	31
<b>Figura 17.</b> Gráfica de la distribución de la magnitud de carga en función de la longitud y del tiempo. <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.	32

<b>Figura 18.</b> Gráfica del desplazamiento armónico prescrito como función del tiempo (se muestra sólo un segmento del tiempo). <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics. ....	33
<b>Figura 19.</b> Distribución de las cargas estáticas aplicadas a los modelos de PEGc y PEGp. <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.....	38
<b>Figura 20.</b> Distribución de la magnitud del desplazamiento en los modelos de PEGc (izquierda) y PEGp (derecha). <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.....	39
<b>Figura 21.</b> Distribución de la magnitud del esfuerzo en los modelos de PEGc (izquierda) y PEGp (derecha) sometidos a carga estática. <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics. ....	40
<b>Figura 22.</b> Concentración del esfuerzo en los modelos de PEG sometidos a carga estática. <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.....	40
<b>Figura 23.</b> Distribución de la magnitud del potencial eléctrico en distintas secciones del PEGc bajo carga estática (valores válidos para las secciones representadas). <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics. ....	42
<b>Figura 24.</b> Detalle de la distribución de la magnitud del potencial eléctrico en el PEGp bajo carga estática (valores válidos para las secciones representadas). <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.....	43
<b>Figura 25.</b> Distribución de la magnitud del campo eléctrico del PEGc bajo carga estática (valores válidos para las secciones representadas). <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics. ....	44
<b>Figura 26.</b> Detalle de la distribución de la magnitud del campo eléctrico en el PEGp bajo carga estática (valores válidos para las secciones representadas). <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.....	45
<b>Figura 27.</b> Modos de vibración para los modelos de PEGc y PEGp (deformación a escala): transversal 1 <sup>ero</sup> (sup. izq.); transversal 2 <sup>do</sup> (sup. der.); transversal 3 <sup>ero</sup> (inf. izq.); y torsional 1 <sup>ero</sup> (inf. der.). <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics. ....	47
<b>Figura 28.</b> Proporción de esfuerzos y potenciales máximos entre frecuencias naturales en vibración sin carga dinámica en el volumen del piezoeléctrico del PEGc y del piezoelectreto del PEGp. <b>Fuente:</b> elaborado en COMSOL Multiphysics.....	48
<b>Figura 29.</b> Valores en el tiempo de desplazamiento en Z del extremo libre, potencial y energía eléctricos promedio en el electrodo superior, bajo condiciones de carga de magnitud	

variable de 10, 25 y 50 kPa: en [0,100], [100,200] y [200,300] para el PEGc; y en [0,50], [50,100] y [100,150] para el PEGp. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics. .... 50

**Figura 30.** Valores en el tiempo de desplazamiento en Z del extremo libre, potencial y energía eléctricos promedio en el electrodo superior, bajo condiciones de carga de frecuencia variable de: 2225.4, 1266.915 y 850.52 rad/s en [0,100], [100,200] y [200,300] para el PEGc (izquierda); y de 2223.4, 1266.2325 y 850.1 rad/s [0,50], [50,100] y [100,150] para el PEGp (derecha). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics. .... 52

**Figura 31.** Valores promedio en el tiempo de potencial y energía eléctricos en el electrodo superior, bajo condiciones de desplazamiento armónico de amplitud variable de 5, 6 y 7 mm: en [0,100], [100,200] y [200,300] para el PEGc (izquierda); y [0,50], [50,100] y [100,150] para el PEGp (derecha). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics..... 54

**Figura 32.** Calidad de la malla “Extrafina” para los estudios PEGc-S y PEGc-EF. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics. .... 69

**Figura 33.** Calidad de la malla “Más Fina” para los estudios PEGc-TD1, PEGc-TD2 y PEGc-TD3. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics..... 70

**Figura 34.** Calidad de la malla “Más Fina” para los estudios PEGp-S y PEGp-EF. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics. .... 71

**Figura 35.** Calidad de la malla “Normal” para los estudios PEGp-TD1, PEGp-TD2 y PEGp-TD3. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics..... 72

## ÍNDICE GENERAL

1.	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1.	Identificación del sitio de trabajo .....	1
1.2.	Justificación del estudio .....	1
1.3.	Impacto Social y Ambiental .....	5
1.4.	Objetivos.....	6
1.4.1.	Objetivo general .....	6
1.4.2.	Objetivos específicos .....	6
1.5.	Alcances y limitaciones .....	7
2.	MARCO TEÓRICO .....	8
2.1.	Polímeros piezoeléctricos porosos.....	8
2.1.1.	Características de los piezoelectretos poliméricos .....	8
2.1.2.	Síntesis y procesamiento .....	9
2.2.	Transductores piezoeléctricos poliméricos.....	11
2.2.1.	Parámetros característicos y nomenclatura estándar .....	11
2.2.2.	Arquitectura de transductores laminares en flexión .....	13
2.3.	Movimiento vibratorio de una viga en voladizo.....	15
2.3.1.	Modos de vibración .....	15
2.3.2.	Frecuencias de vibración de una viga compuesta.....	16
2.3.3.	Caso de oscilador armónico autoexcitado: la lengüeta libre .....	18
2.3.4.	Movimiento armónico forzado de una lengüeta libre.....	19
2.4.	Modelación de transductores con polímeros porosos laminares .....	21
3.	METODOLOGÍA.....	23
3.1.	Modelo matemático del transductor .....	24
3.1.1.	Ecuaciones constitutivas de la Mecánica de Sólidos.....	24

3.1.2.	Ecuaciones constitutivas de la Electroestática .....	26
3.1.3.	Ecuaciones constitutivas del Efecto Piezoeléctrico.....	27
3.2.	Parámetros de la simulación .....	27
3.3.	Modelo físico.....	28
3.3.1.	Geometría y elección de la arquitectura del transductor .....	28
3.3.2.	Materiales y sus propiedades .....	30
3.3.3.	Condiciones de frontera y valores iniciales.....	30
3.3.4.	Mallado y discretización.....	34
3.4.	Estudio estacionario (S).....	35
3.5.	Estudio de la frecuencia natural (EF) .....	35
3.6.	Estudios dependientes del tiempo (TD).....	36
3.6.1.	TD1: Carga Distribuida Dinámica de Magnitud Variable.....	37
3.6.2.	TD2: Carga Distribuida Dinámica de Frecuencia Variable.....	37
3.6.3.	TD3: Desplazamiento Dinámico de Amplitud Variable .....	37
3.7.	Determinación de la respuesta electromecánica.....	37
4.	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	38
4.1.	Estudio estacionario (S).....	38
4.1.1.	Cargas aplicadas .....	38
4.1.2.	Desplazamiento .....	39
4.1.3.	Esfuerzos .....	40
4.1.4.	Potencial Eléctrico.....	41
4.1.5.	Magnitud del Campo Eléctrico.....	44
4.2.	Estudio de la frecuencia natural (EF) .....	46
4.3.	Estudios dependientes del tiempo (TD).....	48
4.3.1.	TD1: Carga Distribuida Dinámica de Magnitud Variable.....	49

4.3.2.	TD2: Carga Distribuida Dinámica de Frecuencia Variable.....	51
4.3.3.	TD3: Desplazamiento Dinámico de Amplitud Variable .....	53
5.	CONCLUSIONES.....	55
6.	RECOMENDACIONES .....	57
7.	BIBLIOGRAFÍA .....	58
8.	APÉNDICE .....	63
8.1.	Lista de parámetros de la modelación .....	63
8.2.	Código para la generación aleatoria de poros.....	64
8.3.	Tablas de propiedades de materiales utilizadas.....	67
8.4.	Condiciones de borde y de frontera utilizadas en el modelo.....	68
8.5.	Discretización y mallas utilizadas para la simulación .....	69

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Identificación del sitio de trabajo

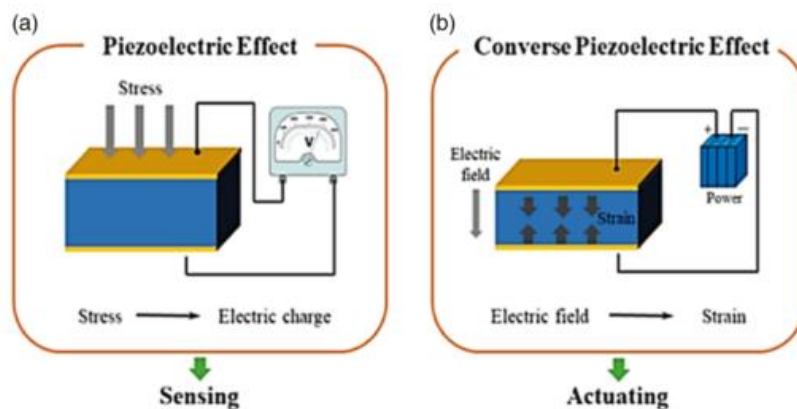
El Laboratorio de Materiales Porosos y Celulares de la ECIM, coordinado por el Dr. Bruno Chinè Polito, se especializa en la investigación de materiales funcionales y avanzados cuya morfología interna está constituida por poros o celdas. La investigación se hace a partir de experimentación física con materiales porosos y celulares y dispositivos electrónicos de sensado, control y adquisición de datos, así como modelación y simulación computacional de fenómenos y procesos fisicoquímicos, estructurales, mecánicos, térmicos, eléctricos y magnéticos. Algunas de las líneas de investigación han incluido trabajos sobre: espumas metálicas para aplicaciones estructurales; emulación de procesos de carbonatación de concreto estructural; emulación de medios porosos para filtros de biogás; espumas metálicas para procesos de intercambio de calor en intercambiadores de calor compactos; refrigeración magnética con materiales magnetocalóricos, entre otros. Asimismo, algunos de los equipos utilizados en el laboratorio incluyen, por ejemplo: densitómetro de rayos gamma; cámara de carbonatación; circuitos hidráulicos, neumáticos y electrónicos; equipo de computación con software de simulación y de control automático de sensores y actuadores.

## 1.2. Justificación del estudio

Los materiales funcionales son aquéllos que tienen una funcionalidad inherente de manera predecible o gestionable, como el producir respuestas a estímulos que pueden ser aprovechadas para diversas aplicaciones. Entre éstos, los materiales piezoeléctricos en particular aprovechan estímulos mecánicos para producir respuestas eléctricas y viceversa, por lo que suelen emplearse en la fabricación de dispositivos que necesitan conversión de energía electromecánica por medio de transductores [1]. Estos materiales han sido ampliamente estudiados para su uso en distintas aplicaciones electrónicas, donde pueden operar en dispositivos como sensores o actuadores (**Figura 1**) pero, además, se han desarrollado usos para los transductores piezoeléctricos en el ámbito del aprovechamiento energético en dispositivos inalámbricos de baja potencia, gracias al auge de la Internet de las Cosas (IoT) [2]. Una gran parte del corpus de investigación se enfoca en dispositivos en los que el efecto piezoeléctrico puede ser útil en generadores que captan energía mecánica para su uso o almacenamiento en forma de energía eléctrica, todo ello con el fin de obtener una mayor autosuficiencia en el consumo energético [3]. Por citar algunos, la literatura brinda



ejemplos del uso de estos generadores piezoeléctricos (en adelante PEGs, por sus siglas en inglés) para cosechar energía eléctrica en áreas como: la infraestructura civil, con modelos de PEGs para aprovechar las fluctuaciones de carga y deformaciones superficiales de puentes delgados [4] y la presión en el pavimento [5] o el sonido de las vías férreas [6], o PEGs que pueden trabajar en estructuras sometidas a estímulos de frecuencias en banda ancha [7]; los sistemas aeroespaciales, como recubrimientos con PEGs sujetos a vibración multimodal que alimentan circuitos de monitoreo de salud estructural de aeronaves [8][9][10], o bien PEGs como elementos estructurales en trenes de aterrizaje de vehículos aéreos no tripulados que alargan el tiempo de vuelo [11]; e incluso en el cuerpo humano, con PEGs en dispositivos biomédicos como marcapasos que se recargan con los latidos del corazón [12] y en membranas flexibles con piezoeléctricos incrustados para aprovechamiento energético en diversos implantes de tejidos [13]; entre otros.



**Figura 1.** Diagrama del principio de funcionamiento de un transductor piezoeléctrico.  
**Fuente:** [14].

Una ventaja que ofrecen los materiales piezoeléctricos para aportar autonomía energética a los dispositivos, en general, es el hecho de que su funcionamiento depende mayoritariamente de variables del sistema en el que están operando. En contraste, en el caso de otros materiales usados para captar energía del ambiente como los termoelectrónicos y fotovoltaicos, existe una dependencia de fenómenos estocásticos, ya que funcionan en condiciones ambientales variables en sistemas de aprovechamiento de energía térmica y solar, respectivamente. Otra ventaja es la conservación de la eficiencia conforme se modifica la escala, así como su alta densidad de potencia y su capacidad de responder a frecuencias altas [3]. Así, en un sistema donde existen vibraciones que exciten un transductor

piezoeléctrico integrado a un circuito de baja potencia, éstas podrán ser un estímulo mecánico más constante en el tiempo, siempre que el material y la arquitectura del transductor permitan una sensibilidad adecuada. Por esto, se deben considerar los distintos materiales disponibles en conjunto con las arquitecturas con mejor desempeño comprobado para vislumbrar aplicaciones de aprovechamiento energético óptimas según la necesidad.

Los materiales piezoeléctricos utilizados como transductores en la fabricación de PEGs son diversos. En la industria se han usado ampliamente piezoeléctricos cerámicos (piezocerámicos) por su buen acoplamiento electromecánico, que permite una alta sensibilidad en sensores y actuadores, además de su capacidad de producir altos voltajes [3]. Sin embargo, la baja flexibilidad y alta densidad de los piezocerámicos los hacen materiales frágiles y pesados, lo cual es una desventaja que evita su uso en muchas aplicaciones. Esto se ha subsanado en los sistemas microelectromecánicos (MEMS, por sus siglas en inglés) al trabajar a menores escalas, donde los piezocerámicos en capas delgadas pueden conseguir la flexibilidad y menor peso requeridos para ser aprovechados. No obstante, muchos de los piezocerámicos predominantes en el mercado contienen plomo, como el titanato-circonato de plomo (PZT), lo cual se asocia con preocupaciones ecológicas y sanitarias, en especial en entornos y aplicaciones para humanos. Esto ha motivado la búsqueda de otras formulaciones de piezocerámicos sin plomo, pero también el desarrollo de transductores piezoeléctricos a partir de materiales más flexibles e inertes, como lo son los polímeros, pero éstos presentan el problema de tener menores coeficientes de acoplamiento electromecánico. Esta limitación se ha superado a partir de la síntesis de polímeros celulares en forma de espumas, con desempeños mucho mejores que sus contrapartes continuas y compactas, con lo cual se abrió una puerta para el desarrollo de nuevos transductores flexibles, livianos e inoocuos [15]. Al tener una polarización eléctrica permanente, dichas espumas se clasifican como ferroelectretos (llamados así por analogía con los ferromagnetos) y se les denomina también piezolectretos, por su comportamiento semejante al de un piezoeléctrico bajo ciertos estímulos.

Pese a la gran importancia del material del transductor per se, la optimización en los PEGs es un problema de diseño integral y de fenómenos multifísicos, en el que influyen el acoplamiento electromecánico, la respuesta dinámica del ensamble y la eficiencia del circuito proveído para la generación de carga y voltaje [16], así como cualquier proceso de síntesis,

procesamiento y construcción, y sus costos asociados. Además, en los dispositivos electrónicos inalámbricos, el tamaño y la eficiencia son muy importantes, por lo que se busca reducir las dimensiones físicas y el consumo de potencia en estas aplicaciones. Por esto, el acercamiento ha tendido a ser el de optimizar las arquitecturas de los PEGs, las cuales condicionan el comportamiento electromecánico que se pueda llegar a producir durante su uso. Existen diversas arquitecturas de transductores para PEGs que se adaptan a distintas aplicaciones, entre las cuales las más comunes en los estudios de optimización son las placas y vigas en voladizo [16], cuyos principios de funcionamiento pueden, a su vez, derivar en variantes de cada arquitectura. Otras geometrías estudiadas, como los discos y cilindros, también presentan esta diversidad. Sin embargo, entre todas las anteriores, la familia de las vigas en voladizo constituye el grupo de arquitecturas más ampliamente estudiado en su comportamiento electromecánico y aquél en el cual se ha experimentado con una mayor cantidad de materiales [17][18][19]. Estas formas permiten una excitación del piezoelectrico ante un estímulo de flexión mecánica, que puede hacerse de forma impulsiva o mediante vibración sostenida con el fin de cosechar la energía eléctrica generada, en cuyo caso la frecuencia de resonancia del cuerpo produce los mejores resultados. Los modos de vibración resultantes y la respuesta eléctrica provocada son, a su vez, diversos y se presentan algunos retos para la optimización. Como ejemplos están las pérdidas de energía por factores mecánicos de diseño y de operación, como amortiguamiento y fricción, o factores eléctricos intrínsecos del material, como el caso del cambio de propiedades entre un dominio ferroeléctrico y las fronteras con los dominios adyacentes, entre otros [16].

Según las consideraciones anteriores, se hace evidente la necesidad de un diseño del transductor que considere el material y la arquitectura integralmente y según cada aplicación específica, tomando en cuenta las causas de posibles pérdidas de eficiencia en la conversión de energía mecánica a eléctrica. Para ello es también necesaria la elaboración de métodos de caracterización del comportamiento electromecánico de estos nuevos diseños, que hagan uso de una o más formas de estimularlos para provocar la respuesta, midiendo su desempeño en diversos ambientes de trabajo. Esto es especialmente cierto para materiales desarrollados más recientemente, en particular los polímeros celulares, pues así conforme se determinen sus propiedades piezoelectricas, también se determinarán su eficacia en el acoplamiento electromecánico y el potencial uso que se les puede dar en nuevas tecnologías. En el caso de

un diseño de transductor a partir de piezoelectretos con arquitectura de viga en voladizo, es de especial interés caracterizar el diseño desarrollado a través de varias dimensiones y frecuencias de vibración.

La modelación y simulación computacionales son herramientas importantes en el diseño de dispositivos con nuevos materiales y su optimización. Para las etapas preliminares de desarrollo, estas técnicas permiten tomar decisiones más informadas sobre los procesos de manufactura y la selección de materiales, así como conocer el desempeño teórico de un diseño o arquitectura particulares, para optimizar sus parámetros antes de emprender el desarrollo físico y comenzar con experimentación. Además, los programas para esta tarea actualmente permiten la solución de problemas multifísicos, donde convergen distintas propiedades y fenómenos de materiales, medios y sus interacciones, por lo que son una herramienta ideal para asistir en el diseño de arquitecturas donde se prueben nuevos materiales, optimizando su funcionamiento según el medio en el que se desempeñen.

La innovación sobre los materiales empleados en distintas tecnologías y su optimización continua son algunas de las atribuciones de la Ciencia e Ingeniería de los Materiales. La búsqueda de energías renovables y aplicaciones amigables con el medio ambiente, además, forma parte de los Objetivos de Desarrollo Sostenible de la ONU, a los cuales se adscriben también los programas de investigación de nuestra *alma mater*, el Instituto Tecnológico de Costa Rica [20]. Entonces, es pertinente que los nuevos profesionales del área incursionen en el desarrollo de conocimiento científico orientado a este mejoramiento continuo como parte de su proceso de certificación profesional. Por todas las razones anteriores, en el presente proyecto se propone el desarrollo de un transductor del tipo viga en voladizo con un material polimérico celular y propiedades piezoeléctricas conocidas. En una primera aproximación se usa la modelación y simulación computacional, con miras a realizar en estudios posteriores una caracterización del diseño a través de la fabricación y experimentación física.

### 1.3. Impacto Social y Ambiental

Una de las consecuencias directas del desarrollo de tecnologías autosuficientes en su consumo de energía es el alivio de la demanda a las redes eléctricas mundiales. Esta energía consumida por los dispositivos inalámbricos, que son cada vez más ubicuos, se puede producir de manera local en cada caso con los generadores adecuados. Ello conduce a la

siguiente consecuencia, que es la democratización gradual de los medios de producción de energía [21]. Esto quiere decir que, conforme aumenten las opciones de transformar energía del ambiente en energía eléctrica disponible para el consumo, aumentará también la accesibilidad que tengan las personas a dichas tecnologías para satisfacer su propia demanda energética. En el caso de este trabajo, el impacto social más considerable se refleja en que lo anterior actúa en favor de una mayor igualdad económica entre personas usuarias de dispositivos inalámbricos de esta índole, provisto el acceso a dichas tecnologías.

En cuanto al aspecto ambiental, los generadores de estado sólido trabajan a partir de una propiedad intrínseca de un material físicamente estable en sus condiciones de operación, por lo que demuestran una ventaja en comparación con las baterías existentes, ya sean desechables o recargables, las cuales pierden gradualmente su rendimiento con el uso. Un generador de este tipo puede diseñarse para tener una vida útil que supere por mucho aquella de las baterías actuales. Además, la manufactura de generadores de estado sólido con nuevos materiales puede ayudar a reducir la explotación mineral de metales utilizados en la fabricación de baterías, así como reducir la exposición al plomo en la fabricación de aquellos dispositivos que tengan piezoeléctricos con este material. Al mismo tiempo, el uso de generadores en los dispositivos inalámbricos puede ayudar a reducir los costos económicos y ecológicos típicos del mantenimiento de un dispositivo que funcione con baterías, así como aquéllos asociados al transporte para realizar ese mantenimiento.

## 1.4. Objetivos

### 1.4.1. Objetivo general

Desarrollar el modelo computacional de un transductor piezoeléctrico con materiales celulares para aprovechamiento de energía del ambiente.

### 1.4.2. Objetivos específicos

- Identificar las tendencias actuales en el diseño y la modelación de transductores piezoeléctricos con polímeros celulares.
- Diseñar el modelo fisicomatemático del transductor piezoeléctrico con materiales celulares que describa el comportamiento electromecánico del sistema.
- Determinar el comportamiento electromecánico del sistema piezoeléctrico mediante simulación computacional en un rango de frecuencias variable.
- Evaluar el rendimiento eléctrico del transductor piezoeléctrico.

### 1.5. Alcances y limitaciones

El desarrollo del transductor se limita a su modelo virtual, por lo que no conlleva la fabricación en físico de ninguna de sus partes, ni la experimentación en laboratorio para realizar mediciones. Esto se debe a que el diseño del modelo y la realización de las simulaciones son en sí mismos una tarea que puede ocupar el tiempo previsto para el proyecto final de graduación. Además, para la experimentación física con el transductor se requiere del diseño de una unidad de pruebas para su operación en un circuito neumático, así como el diseño de un circuito electrónico para la recuperación de la energía eléctrica generada, por lo que estas tareas se salen del alcance del trabajo.

El fenómeno por modelar y simular abarca tres físicas que están acopladas: el efecto piezoeléctrico en un material celular, la mecánica de sólidos en toda la arquitectura del transductor y la mecánica de fluidos en el medio compresible en el que trabaja el transductor. Sin embargo, considerando que la mecánica de fluidos requiere una capacidad computacional mayor, se excluyen del análisis aspectos del medio de trabajo, debido a los límites del marco de tiempo previsto para el proyecto. Así, esta primera aproximación mediante la simulación del fenómeno tomará en cuenta únicamente los aspectos de mecánica de sólidos y fenómenos eléctricos, es decir, que se incluye el efecto piezoeléctrico para realizar el cálculo de la respuesta eléctrica bajo vibración forzada. El trabajo sí busca, no obstante, incluir aspectos teóricos relacionados con todos los fenómenos físicos acoplados en el problema real y recomendar un diseño de la cavidad o los componentes necesarios para la simulación con un flujo compresible.

## 2. MARCO TEÓRICO

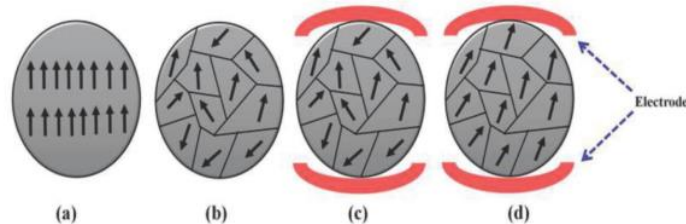
### 2.1. Polímeros piezoeléctricos porosos

Los polímeros piezoeléctricos han surgido como un remedio para algunas limitaciones de los piezoeléctricos comúnmente utilizados, en particular los piezocerámicos como el PZT, que presentan problemas de fragilidad, rigidez, toxicidad, alta densidad y poca versatilidad para el diseño de las arquitecturas [15]. Uno de los más populares actualmente es el polifluoruro de vinilideno (PVDF), que en comparación es más flexible, pero tiene menor desempeño que aquél de los piezocerámicos. El comportamiento de cada polímero depende en gran medida de la proporción de la fase cristalina ferroeléctrica que pueda adoptar el polímero en el proceso de manufactura. Esta condición limita la cantidad de polímeros disponibles que puedan exhibir el efecto en condiciones normales; no obstante, los polímeros porosos pueden modificarse para emular esos dominios ferroeléctricos y, así, han demostrado dar mejores resultados. A continuación se describe, en términos generales, el principio de su funcionamiento y la forma de inducir este efecto en una variedad de polímeros.

#### 2.1.1. Características de los piezoelectretos poliméricos

Un electreto es un material dieléctrico que posee carga eléctrica permanente, de manera similar en la que un imán posee un campo magnético permanente. Los electretos se producen a partir de un material ferroeléctrico, en el cual la polarización sucede espontáneamente por debajo de una temperatura determinada, llamada la Temperatura de Curie ferroeléctrica ( $T_C$ ) [22]. Por debajo de la  $T_C$  los dominios cristalinos del ferroeléctrico presentan un dipolo eléctrico definido y los cristales se orientan todos en distintas direcciones cristalográficas, de modo que el material a nivel macroscópico está en equilibrio electrostático, es decir, sin una polarización neta. Al exponer un ferroeléctrico a un campo eléctrico externo, se pueden orientar los dipolos de los distintos dominios cristalinos de una forma ordenada que otorgue al material macroscópico una polarización remanente, creando un electreto y permitiendo que se manifieste el efecto piezoeléctrico cuando se somete el material a un esfuerzo o a un voltaje (**Figura 2**) [23]. Tal es el caso en el PVDF, pues éste se comporta como un material ferroeléctrico, siendo su fase  $\beta$  la que exhibe la mejor respuesta piezoeléctrica [24]; sin embargo, muchos otros polímeros no presentan este comportamiento, a menos que sean procesados de una manera particular para volverse electretos. Entre los polímeros no polares que han sido funcionalizados para comportarse como ferroeléctricos

están el poliuretano (PU), las poliolefinas (PO) y los polímeros de ciclo-olefinas (COP), así como copolímeros como el cloruro de polivinilo (PVC), fluoropolímeros, politereftalato de etileno (PET) y polinaftalato de etileno (PEN), entre otros [25].



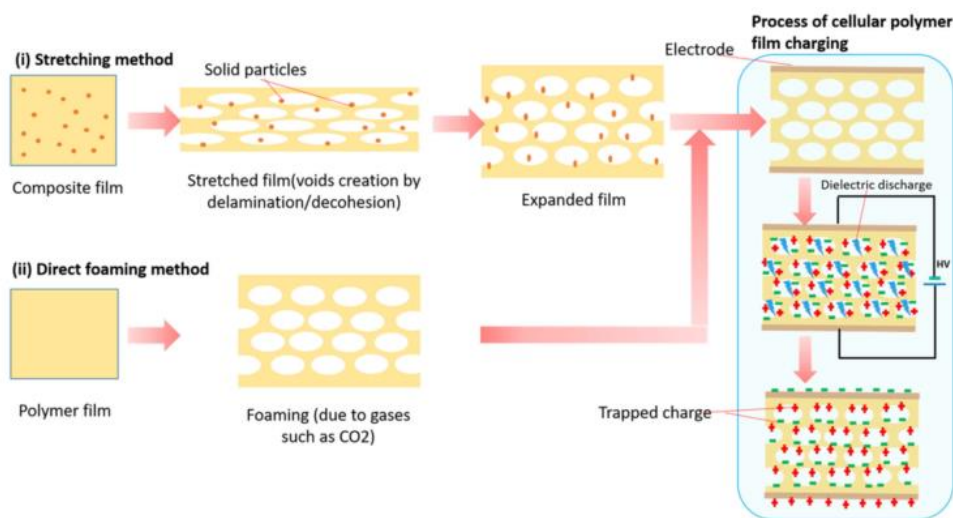
**Figura 2.** Orientación de los momentos dipolares de materiales ferroeléctricos: **a)** monocristalinos; **b)** policristalinos; **c)** antes de la polarización; y **d)** después de la polarización. **Fuente:** [2].

### 2.1.2. Síntesis y procesamiento

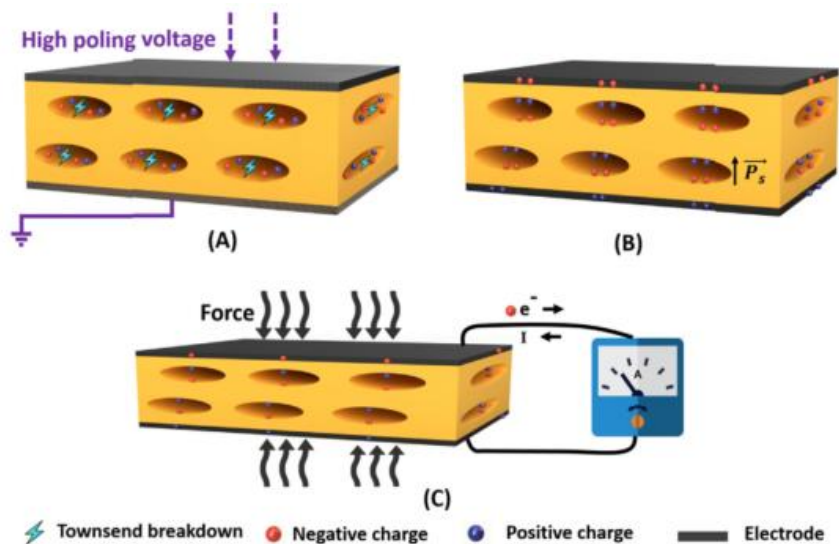
Es posible crear electretos a partir de polímeros no ferroeléctricos al someterlos a un proceso de formación de espuma a partir de su formulación convencional, lo cual se puede hacer de diversas formas (**Figura 3**). Existen distintos métodos para fabricar la espuma, que pueden ser por estiramiento o por insuflado [22]. En el primer grupo, primero se realiza la inclusión de un material particulado y luego se hace estiramiento, donde los poros se producen por la delaminación interfacial entre las partículas y la matriz; aunque también se puede hacer estiramiento con inflación simultánea. Los métodos de insuflado pueden ser: físicos, inyectando un gas o líquido volátil en el polímero; o químicos, utilizando moléculas dispersas en la matriz polimérica que luego se descomponen químicamente por acción térmica, dejando las cavidades; e incluso hay un método que utiliza CO<sub>2</sub> supercrítico y lo atrapa en una fase dispersa metaestable [25]. La formación de la espuma por insuflado consta de cuatro etapas en general: saturación con el agente insuflante; nucleación o formación de burbujas; expansión de las burbujas; y estabilización de la morfología final. La formación de los poros debe procurar que éstos sean de celda cerrada para permitir el atrapamiento de gas, lo cual se logra con el proceso de solidificación oportuno. Independientemente de la técnica usada para la formación de espuma, el proceso conlleva un tratamiento de polarización de algún tipo, con un campo eléctrico lo suficientemente fuerte para asegurar que se ionice el gas dentro de los poros, formando así los macro-dipolos que dan lugar al comportamiento ferroeléctrico en el polímero originalmente no polar (**Figura 4**) [25]. Esto sucede gracias a la descarga de Townsend, la cual consiste en una reacción en cadena de ionización en el medio dieléctrico,



en este caso el gas aire, donde se aumenta su conductividad por los electrones libres que son acelerados por un campo eléctrico fuerte [26]. En general, el requisito principal para mantener poros altamente cargados es que el polímero espumado sea un buen dieléctrico y aislador eléctrico, pero también el tamaño de los poros debería mantenerse entre 10-100  $\mu\text{m}$  de diámetro, para que la descarga no requiera voltajes tan elevados [25].



**Figura 3.** Esquema general de métodos de formación de espuma. **Fuente:** [15].



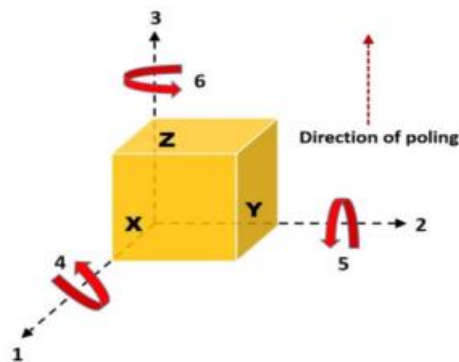
**Figura 4.** Descarga de Townsend (a), polarización (b) y efecto piezoeléctrico (c) en un polímero poroso funcionalizado. **Fuente:** [25].

## 2.2. Transductores piezoeléctricos poliméricos

Una vez analizado el material y el principio de funcionamiento de un transductor piezoeléctrico, es menester conocer los criterios con que se mide su desempeño. Para esto se detallan a continuación algunos parámetros y conceptos importantes, ecuaciones constitutivas del fenómeno y modos de operación típicos de estos dispositivos.

### 2.2.1. Parámetros característicos y nomenclatura estándar

En la práctica, durante su uso, los transductores piezoeléctricos brindan respuestas distintas a distintos estímulos mecánicos, es decir, un mismo material con una misma arquitectura, dará una respuesta eléctrica diferente dependiendo de si está siendo sometido a esfuerzos normales o cortantes, o un campo eléctrico en una u otra dirección. Por esto, se utiliza un sistema de coordenadas estandarizado para especificar las direcciones del estímulo mecánico y la respuesta eléctrica, o viceversa (**Figura 5**). Cuando se obtienen resultados de distintos estudios experimentales sobre un material, la respuesta piezoeléctrica se reporta usando esta nomenclatura estándar [27]. Los ejes 1, 2 y 3 indican, respectivamente, las direcciones  $i$ ,  $j$  y  $k$  del sistema de coordenadas del material. Nótese que la dirección 3 es paralela a la dirección del vector de polarización del material. Asimismo, las direcciones 4, 5 y 6 indican el movimiento rotacional alrededor de los ejes debido a un efecto de torsión o cortante puro. A partir de la convención anterior, se definen las direcciones de algunas de las cantidades físicas relevantes para las relaciones constitutivas del efecto piezoeléctrico acoplado con la mecánica de sólidos, entre ellas, los coeficientes piezoeléctricos.



**Figura 5.** Diagrama del principio de funcionamiento de un transductor piezoeléctrico.  
**Fuente:** [2].

Para describir el comportamiento electromecánico de los transductores bajo excitación mecánica o eléctrica se deben usar relaciones distintas según se trate del efecto directo o indirecto [28]. Además, hay distintas formulaciones dependiendo de la cantidad física de interés, ya sea el esfuerzo o la deformación. Así, en el caso de la formulación en términos del esfuerzo, se tiene la relación para el efecto piezoeléctrico directo (**Ecuación (1)**):

$$\mathbf{D} = e\boldsymbol{\varepsilon} + \varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E} \quad (1)$$

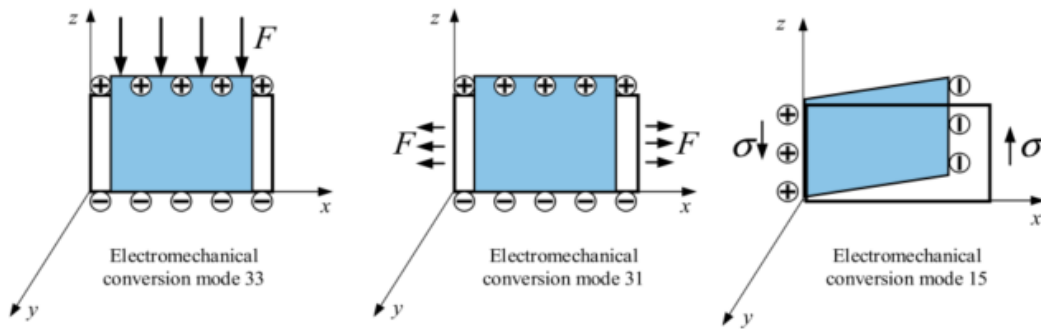
y para el efecto piezoeléctrico indirecto (**Ecuación (2)**):

$$\boldsymbol{\sigma} = c_E\boldsymbol{\varepsilon} + e_\sigma\mathbf{E} \quad (2)$$

donde:  $\mathbf{D}$  es el tensor de desplazamiento dieléctrico;  $e$  es el coeficiente piezoeléctrico de voltaje, que es una matriz de acoplamiento;  $\boldsymbol{\varepsilon}$  es el vector de deformación mecánica;  $\varepsilon_0\varepsilon_r$  es la permitividad dieléctrica;  $\mathbf{E}$  es el vector de campo eléctrico;  $\boldsymbol{\sigma}$  es el vector de esfuerzo mecánico; y  $c_E$  es la matriz de conformidad elástica. Los subíndices  $\boldsymbol{\sigma}$  y  $E$  representan la medición de la constante dieléctrica bajo esfuerzo constante y campo eléctrico constante, respectivamente.

De esta manera, se denotan los modos de conversión electromecánica estudiados típicamente, según la dirección de acción del estímulo de fuerza o esfuerzo (**Figura 6**). En los coeficientes piezoeléctricos utilizados, el primer subíndice indica la dirección de movimiento de la carga eléctrica, mientras que el segundo indica la dirección del estímulo mecánico; el valor de entrada y de salida dependen de si se analiza el efecto piezoeléctrico directo o indirecto. Los modos de operación pueden ser diversos, pero los más utilizados son aquéllos que presentan una magnitud de 0 en alguna de las 3 direcciones del sistema de coordenadas del material, es decir, los modos  $d_{32}$ ,  $d_{31}$ ,  $d_{33}$ ,  $d_{15}$  y  $d_{24}$ , entre los cuales suceden las igualdades  $d_{32} = d_{31}$  y  $d_{24} = d_{15}$ , debido a la equivalencia de las direcciones [19]. El modo  $d_{15}$  opera bajo vibración en cortante por torsión y ha mostrado las mayores eficiencias de conversión electromecánica; sin embargo, no se ha implementado lo suficiente para los PEGs aún debido a la dificultad que acarrea su funcionamiento para las arquitecturas. En el modo  $d_{33}$  se ha visto un mejor desempeño general, que puede optimizarse cambiando el tamaño de

los electrodos, pero es difícil conseguir buenas respuestas a bajas frecuencias. En el modo  $d_{31}$  se observan mayores ventajas, especialmente en frecuencias bajas, lo que lo hace idóneo para uso en MEMS; además, debido a que la deformación normal es perpendicular a la polarización, es un modo que puede operar en flexión pura, disminuyendo el costo y el trabajo de diseño.



**Figura 6.** Modos de conversión electromecánica  $d_{33}$ ,  $d_{31}$  y  $d_{15}$ . **Fuente:** [19].

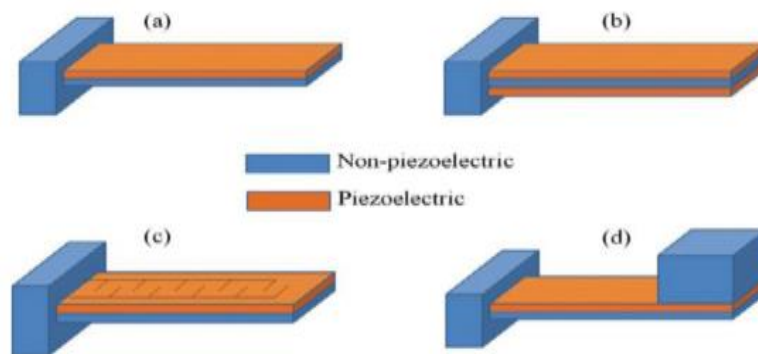
Adicionalmente, se define el coeficiente de acoplamiento  $k$  (**Ecuación (3)**), que representa una Figura de Mérito (FoM, por sus siglas en inglés) y que relaciona la energía mecánica de entrada, la energía eléctrica de salida y la energía invertida en el acoplamiento [23]:

$$k^2 = \left| \frac{E_{\text{acoplamiento}}^2}{E_{\text{mecánica}} E_{\text{eléctrica}}} \right| \quad (3)$$

### 2.2.2. Arquitectura de transductores laminares en flexión

Los PEGs que trabajan a flexión son mejor representados por la familia de arquitecturas de viga en voladizo [17]. Esta familia, que opera principalmente en el modo  $d_{31}$ , se construye por lo general con elementos laminares unidos entre ellos y empotrados al mismo soporte. Los componentes laminares necesarios de la arquitectura son dos electrodos (*e.g.* Ag, Ni, etc.), el material piezoeléctrico y algún material flexible que sirva de soporte para brindar estabilidad y funcionalidad estructurales. Esta funcionalidad se asocia con las propiedades mecánicas del sustrato, pero también con que, en cualquier caso, la capa piezoeléctrica debe estar a cierta distancia del plano neutro de flexión, para hacer una entrega eficiente de energía. Las principales variantes de la arquitectura son: unimorfa, bimorfa, de arreglo compuesto y cargada (**Figura 7**). La arquitectura unimorfa tiene una única capa de material piezoeléctrico

sobre el soporte, de manera que al vibrar el transductor genera corriente de manera alternante por la tensión y compresión del piezoeléctrico. En la arquitectura bimorfa esto sucede simultánea e inversamente en dos piezoeléctricos, por lo que se duplica la entrega de energía, pero la polarización de una capa debe estar opuesta a la otra [16]. En ambas arquitecturas, unimorfa y bimorfa, el modo que opera es el  $d_{31}$ . La arquitectura de arreglo alternado se hace generalmente sobre una arquitectura base unimorfa, en la que se forma un patrón de polarización sobre la lámina piezoeléctrica que permite que el transductor acceda al modo  $d_{33}$  durante la oscilación, generando así mayores potencias de salida [29]. En la arquitectura cargada, que opera también en el modo  $d_{31}$ , se coloca un peso en el extremo opuesto al empotramiento de la viga para reducir la frecuencia de oscilación del transductor, consiguiendo así que aumente la potencia de su respuesta eléctrica [29].



**Figura 7.** Arquitecturas típicas de viga en voladizo: **a)** unimorfa; **b)** bimorfa; **c)** de arreglo compuesto; y **d)** cargada. **Fuente:** [29].

Para fabricar estas arquitecturas en la macroescala se pueden usar adhesivos conductores, o métodos de sujeción por prensas o resortes. Los pegamentos o elementos de unión necesarios para las interfaces entre cada componente deben satisfacer el requisito de conductividad entre el electrodo y el material piezoeléctrico, mientras que entre el electrodo y el soporte deben satisfacer el requisito de aislamiento eléctrico. A escalas menores, donde la unión interfacial puede ser más delicada y limitante para la generación, se suelen usar técnicas de deposición en el caso de piezocerámicos; en el caso de los polímeros, se recurre a técnicas que involucran un tratamiento térmico, como el prensado en caliente o unión por fusión, e incluso por la unión por plasma [25][30]. Sin embargo, para los polímeros existe una dificultad mayor debido a sus temperaturas de degradación, que restringen el proceso de unión por el riesgo de la pérdida de propiedades piezoeléctricas.

## 2.3. Movimiento vibratorio de una viga en voladizo

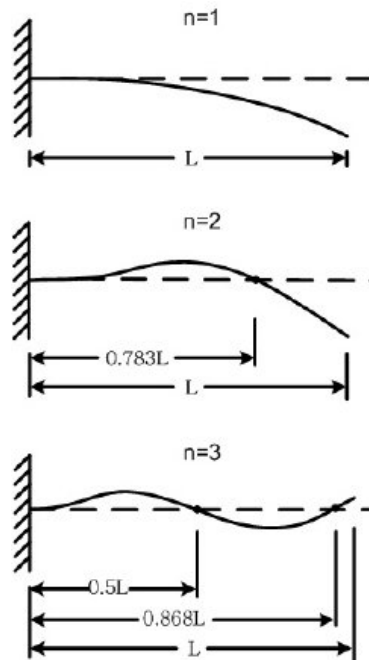
### 2.3.1. Modos de vibración

En un transductor con arquitectura de viga esbelta se producen distintos modos de vibración, que pueden tener efectos distintos sobre el desempeño del PEG. Para este proyecto, el modo de mayor interés es el transversal fundamental o de 1<sup>er</sup> orden, pero también están presentes los modos transversales de 2<sup>do</sup> y 3<sup>er</sup> orden, así como el modo torsional de 1<sup>er</sup> orden [31]. En los modos transversales de vibración (**Figura 8**), las partículas oscilan de forma perpendicular a la dirección de propagación de la onda en la lengüeta, que va del empotramiento hasta el extremo opuesto.

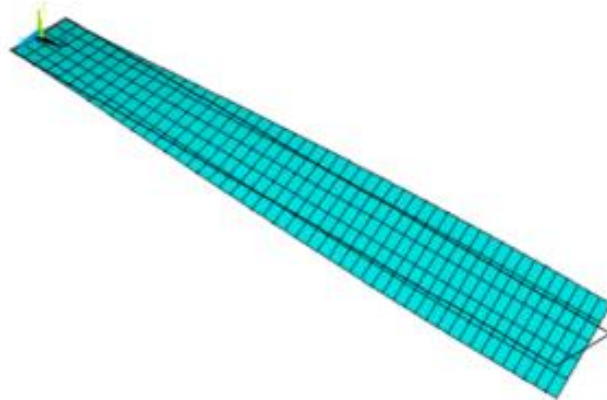
La deformación transversal total de una viga en voladizo se puede plantear como una suma de deformaciones modales según la **Ecuación (4)** [32]. En los modos torsionales de vibración (**Figura 9**), la oscilación de las partículas se da en un eje de rotación paralelo a la dirección de propagación de la onda. Cada modo de vibración puede tener un efecto distinto sobre el modo de conversión electromecánica y, por ende, sobre la respuesta eléctrica generada, por lo cual es necesario tomar en cuenta sus efectos para el diseño de un transductor. Para efectos de este proyecto, se considera que el modo de vibración transversal fundamental predomina en la oscilación forzada de la viga, por lo cual su ecuación característica se impone en el tratamiento del fenómeno y la modelación de la fuerza en el dominio de la frecuencia (**Sección 2.3.4**).

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^n A_i \tilde{y}_i(x) \sin(2\pi f_i t + \phi_i) \quad (4)$$

donde:  $x$  es la variable de posición paralela a la longitud de la viga;  $t$  es la variable de tiempo;  $A_i$  es una constante con unidades de longitud, dependiente de los medios para iniciar el movimiento;  $\tilde{y}_i$  es la forma modal asociada con el  $i$ -ésimo modo de vibración, cuya ecuación se encuentra en las referencias de esta sección [32];  $f_i$  es la frecuencia natural asociada con el  $i$ -ésimo modo de vibración; y  $\phi_i$  es el ángulo de fase de la onda, dependiente de los medios para iniciar el movimiento.



**Figura 8.** Modos de vibración: transversales de 1<sup>er</sup>, 2<sup>do</sup> y 3<sup>er</sup> orden. **Fuente:** [33]



**Figura 9.** Modo torsional de 1<sup>er</sup> orden en una viga esbelta en voladizo. **Fuente:** [34]

### 2.3.2. Frecuencias de vibración de una viga compuesta

Se puede calcular la frecuencia de resonancia de una viga a partir de sus propiedades mecánicas y sus dimensiones geométricas, que pueden plantearse de diversas formas: con la densidad volumétrica del material y su área transversal, o su densidad lineal y su anchura, etc. [35]. Se muestra la forma general para el modo transversal (**Ecuación (5)**), así como el modo torsional (**Ecuación (6)**) [32]:

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi} \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad ; \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \dots \quad (5)$$

$$f_i = \frac{\lambda_i}{2\pi} \frac{1}{L} \sqrt{\frac{CG}{\rho I_p}} \quad ; \quad \text{para } i = 1, 2, 3 \dots \quad (6)$$

donde:  $f_i$  es la frecuencia de resonancia de la viga (Hz);  $\lambda_i$  es un parámetro adimensional (valor propio o *eigenvalue*), función de las condiciones de frontera de la viga; en el modo de vibración transversal, para  $i = 1$ ,  $\nu = 1.875$ ;  $L$  es la longitud de la viga;  $m$  es la masa por unidad de longitud de la viga;  $E$  es el Módulo de Elasticidad de Young;  $I$  es el 1<sup>er</sup> Momento de Inercia del área alrededor del eje neutro de la sección transversal de la viga;  $C$  es la constante torsional, que es función del torque, el Módulo de Rigidez y el ángulo de giro [32];  $G$  es el Módulo de Rigidez (Módulo de Corte o de Elasticidad Cortante), relacionado con  $E$  por la Relación de Poisson ( $\nu$ ) como  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ;  $\rho$  es la densidad de masa del material; y  $I_p$  es el Momento Polar de Inercia del área de sección transversal alrededor del eje de torsión.

En el caso de vigas compuestas, el valor del Módulo de Flexión (el producto  $EI$ ) puede también computarse como un Módulo de Flexión equivalente ( $EI'$ ). Esta cantidad se debe calcular como función de las propiedades de sus materiales según la **Ecuación (7)**:

$$EI' = \sum_k 2E_k w \int_{d_k}^{d_{k+1}} y^2 dy = \frac{2}{3} w \sum_{k=0,1,2\dots} E_k (d_{k+1}^3 - d_k^3) \quad (7)$$

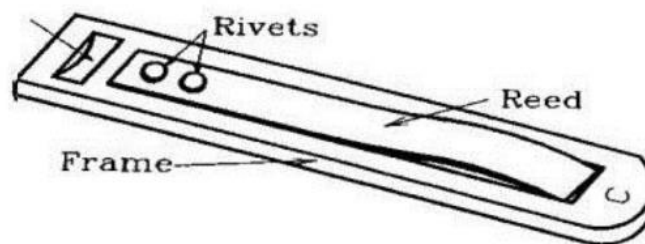
donde:  $E_k$  es el Módulo de Elasticidad del material en cada capa  $k$ ;  $w$  es la anchura de la sección transversal de la viga;  $y$  es la coordenada paralela al espesor de la viga; y  $d$  es la distancia desde el eje neutro a la unión entre la capa  $k$  y la capa  $k + 1$ .

Estas relaciones pueden usarse para el diseño del transductor al definir la frecuencia natural que se busca obtener, fijando también, por ejemplo, valores como el ancho, los espesores y los Módulos de Elasticidad, para dejar como única variable la longitud de la lengüeta compuesta.



### 2.3.3. Caso de oscilador armónico autoexcitado: la lengüeta libre

Un caso particular de la arquitectura de viga en voladizo es la lengüeta libre, que consiste en una lámina remachada en un extremo a una placa, la cual tiene un agujero con la forma del segmento libre de la lámina (**Figura 10**). El agujero de la placa y la lámina están separados por un espacio muy pequeño, por lo que la lámina puede agitarse a través de la placa sin interferencia. Al colocar el ensamble de lengüeta y su placa sobre una cavidad con una entrada de aire, ya sea del lado del empotramiento o en una posición en que el flujo entre perpendicular a la lengüeta, se puede excitar la lengüeta continuamente. Cuando la presión de aire sobre la lengüeta aumenta, se produce un gradiente de presión a través del grosor de ésta, por lo que el aire intenta pasar por el espacio estrecho entre lengüeta y agujero, incrementando su velocidad. El flujo de aire que atraviesa esa área restringida no es suficiente para eliminar el gradiente de presión, por lo que el aire empuja la lengüeta hasta que ésta se flexione y su extremo libre llegue a la cara opuesta de la placa, permitiendo el paso del aire al abrirse más la brecha. La flexión llega a un punto máximo donde se contrarresta la presión por la elasticidad de la lengüeta y ésta se devuelve con ímpetu, con lo cual, ante un flujo de aire entrante continuo, se repite el ciclo al aumentar nuevamente la presión en la cavidad [36]. Este dispositivo se encuentra generalmente en aplicaciones acústicas, en especial instrumentos musicales aerófonos de la familia del órgano, como la armónica y el acordeón; pero también es posible utilizar su principio de funcionamiento para estimular un transductor piezoeléctrico.



**Figura 10.** Diagrama de la lengüeta libre de un órgano. **Fuente:** [31].

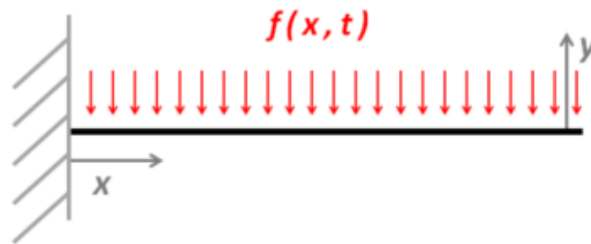
Cuando el flujo másico de aire es adecuado, la lengüeta vibra de manera sostenida, en una frecuencia cercana pero ligeramente menor a la natural. La lengüeta libre constituye un ejemplo de un oscilador armónico autoexcitado, debido a las fluctuaciones periódicas de presión sobre la lengüeta [36]. El fenómeno de oscilación autoexcitada se ejemplifica con la ecuación de movimiento de van der Pol (**Ecuación (8)**):

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \mu(x^2 - 1) \frac{\partial x}{\partial t} + x = 0 \quad (8)$$

Esta ecuación describe el movimiento de un oscilador armónico que tiene un término de amortiguamiento no lineal  $(\mu(x^2 - 1) \frac{\partial x}{\partial t})$ , el cual indica que, para oscilaciones pequeñas con  $|x| < 1$ , su amplitud tenderá a aumentar, mientras que para oscilaciones grandes con  $|x| > 1$ , la amplitud tenderá a disminuir. Así, el sistema tenderá a desarrollar oscilaciones de amplitud fija, llamados también *ciclos límite* [37].

#### 2.3.4. Movimiento armónico forzado de una lengüeta libre

Para modelar el movimiento vibratorio forzado de una lengüeta, se debe considerar que ésta está sometida a una carga distribuida a lo largo de su longitud, la cual varía con la distancia desde el empotramiento y con el tiempo. La **Figura 11** muestra un ejemplo de carga distribuida para desarrollar el análisis dinámico.



**Figura 11.** Diagrama de una viga en voladizo bajo una carga distribuida. **Fuente:** [38].

Para analizar este problema se puede partir de la ecuación de movimiento de Euler-Bernoulli para una viga en voladizo (**Ecuación (9)**) [38], donde se evidencia que la masa de la lengüeta y su curvatura interactúan con el medio circundante durante la oscilación:

$$f(x, t) = \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + B \frac{\partial y}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \quad (9)$$

donde:  $f$  es la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre la lengüeta, dependiente del tiempo;  $x$  es la coordenada paralela a la longitud de la lengüeta;  $t$  es la variable de tiempo;  $y$  es la coordenada paralela a la dirección de acción de la carga distribuida;  $\rho$  es la densidad del

material de la lengüeta compuesta;  $A$  es el área transversal de la lengüeta compuesta;  $B$  es un coeficiente para capturar efectos de amortiguamiento viscoso del aire que se debe determinar experimentalmente; y  $EI$  es el Módulo de Flexión de la lengüeta.

En el problema real influyen los efectos aeroelásticos del aire en la cavidad donde se agita la lengüeta, que generarían pérdidas del movimiento por efectos de amortiguamiento viscoso. Para habilitar un tratamiento riguroso de dichos efectos, se debería modelar la fuerza en el dominio de la frecuencia, considerando que la presión dentro de la cavidad también tendrá una variación en el tiempo. En su estudio, Nussbaumer y Agarwal [38] hacen una transformación de la **Ecuación (9)** al dominio de la frecuencia, para lo cual se multiplica la ecuación transformada por la forma del modo de vibración predominante y luego se integra a lo largo de la longitud ( $l$ ) y con respecto a  $x$  (**Ecuación (10)**).

$$\left( \frac{-\omega^2}{\omega_1^2} + \frac{i\omega}{\omega_1 Q_1} + 1 \right) \hat{y} = \frac{\beta_1}{\beta_2} \frac{1}{k_1^4 EI} f(\omega_{forcing}) \quad (10)$$

donde:  $\omega$ : es la variable de frecuencia de la función transformada;  $\omega_1$ : es la frecuencia natural del modo de vibración fundamental;  $Q_1$  es el término para capturar efectos de amortiguamiento por diversos mecanismos, determinado experimentalmente;  $\hat{y}$  la deformación asociada con el modo de vibración predominante;  $\beta_1$  es la integral de la función de forma del modo a lo largo de la longitud de la lengüeta;  $\beta_2$  es la integral del cuadrado de la función de forma del modo a lo largo de la longitud de la lengüeta;  $k$  es el número de onda;  $f(\omega_{forcing})$  es la fuerza de presión por unidad de longitud, como función de frecuencia de la presión; y  $EI$  es el Módulo de Flexión de la lengüeta.

Luego, se puede también aproximar la presión sobre la lengüeta al considerar el flujo másico a través del espacio entre la lengüeta y su marco, usando la ecuación de Bernoulli para un flujo estacionario (**Ecuación (11)**).

$$\Delta p_{2,3} = \frac{1}{2} \rho_a V_j^2 = \frac{p_1 - p_4}{1 - 2 \frac{\alpha A_{gap}}{A_4} \left( 1 - \frac{\alpha A_{gap}}{A_4} \right)} \quad (11)$$

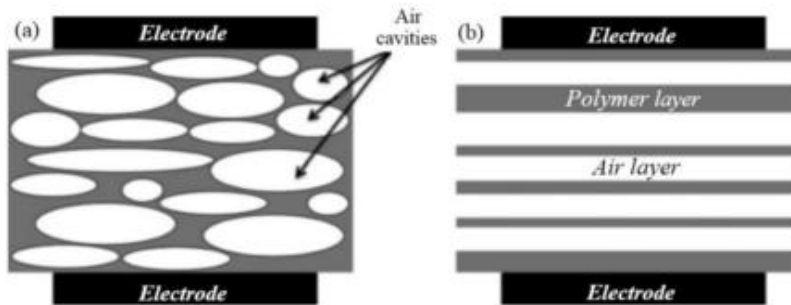
donde:  $p_1$  es la presión atmosférica;  $\Delta p_{2,3}$  es la diferencia de presión entre la región inmediata anterior a la lengüeta y la región inmediata posterior a ella;  $p_4$  es la presión a lo interno de la cavidad;  $\rho_a$  es la densidad del aire;  $V_j$  es la velocidad de la corriente de aire que atraviesa el espacio entre lengüeta y marco;  $\alpha$  es un coeficiente de contracción para el flujo de corriente;  $A_{gap}$  es el área instantánea de apertura entre la lengüeta y el marco; y  $A_4$  es el área de la cámara posterior a la lengüeta.

Para un tratamiento más riguroso de los efectos de inercia del flujo y fluctuaciones en su densidad, se utiliza la ecuación de Bernoulli en el estado transitorio, así como la ecuación de continuidad para el régimen compresible [38]. Este acercamiento permite demostrar que hay un componente de la fuerza que está en fase con la velocidad de la lengüeta, el cual actúa como el término negativo del amortiguamiento en el modelo del oscilador armónico autoexcitado, proporcionando energía al sistema para que sostenga su vibración [39]. Sin embargo, en el modelo de un transductor piezoeléctrico con arquitectura de lengüeta libre, se puede hacer una aproximación de la energía eléctrica generada sin tomar en cuenta las pérdidas por interacciones con el medio, como un análisis preliminar para conocer la respuesta eléctrica ideal del sistema. Esto se puede lograr al diseñar una función de carga de presión dependiente de la posición y del tiempo, *i.e.* distribuida y periódica, para asegurar que el desplazamiento tenga una magnitud y frecuencia similares a las que tendría en el fenómeno real y, así, medir la respuesta eléctrica bajo esas condiciones.

#### 2.4. Modelación de transductores con polímeros porosos laminares

Hay diversos abordajes disponibles para modelar el polímero piezoeléctrico poroso como una espuma de celda cerrada o piezoelectreto. El acercamiento ideal es el de adquirir el material real para realizar el gemelo virtual de éste, mediante la toma de imágenes de varias secciones transversales del cuerpo y reconstruir la geometría real del sólido poroso en el modelo virtual. No obstante, esta solución es muy trabajosa y costosa y sale del alcance definido en la **Sección 1.5** para este proyecto. El método más simple que se puede hacer es el de modelar un medio continuo y asignar un porcentaje de aire disperso; sin embargo, esto no reflejaría el efecto de la polarización en las paredes internas de las celdas de manera efectiva, por lo que no es un abordaje adecuado del fenómeno en el modelado de un piezoelectreto. En un abordaje que considere los poros como capas laminares interpuestas de aire y del polímero piezoeléctrico (**Figura 12**) [40], se pueden satisfacer los requisitos de la

parte eléctrica del modelo pero no de la parte piezoeléctrica, al afectarse la mecánica del sólido acoplada en el fenómeno piezoeléctrico; es decir, el compuesto laminar de aire-polímero no se comportaría mecánicamente como un polímero con una fase dispersa de aire durante la flexión. Otra alternativa mejor es el de modelar el medio continuo y una fase dispersa de poros, a partir de un bloque común replicado en un patrón a través de todo el volumen del dominio polimérico piezoeléctrico. Sin embargo, para efectos de este proyecto, la aproximación ideal es la de modelar el material piezoeléctrico con una fase dispersa dispuesta de manera aleatoria, con un volumen de porosidad definido a partir del índice de porosidad de una referencia material existente, lo cual se puede lograr en el software de simulación por medio del uso de métodos algorítmicos de modelado [41]. En todo caso, para evaluar el comportamiento del PEG con un piezoelectreto poroso, es necesario hacer primero una serie de consideraciones sobre las variables involucradas con el modelo del PEG con un piezoeléctrico continuo, lo cual se abordará en la **Sección 3**.



**Figura 12.** Modelo idealizado de un piezoelectreto como un compuesto laminar de polímero-gas. **Fuente:** [40].

### 3. METODOLOGÍA

Los estudios se harán por medio de simulación computacional con el software COMSOL Multiphysics, primero con el PEG continuo (PEGc) y luego con el PEG poroso (PEGp). Debido a la alta exigencia computacional para simular el fenómeno multifísico, es conveniente simular partes del fenómeno con el PEGc hasta tener claridad de la influencia de diversas variables sobre el desempeño, para hacer optimizaciones a la arquitectura antes de una simulación comprensiva con el PEGp y obtener así los resultados más representativos de un eventual primer diseño. Para esto, se propone un acercamiento gradual a las condiciones de operación reales del PEG con arquitectura de lengüeta libre, acumulando las variables y sumando estudios computacionales en orden de complejidad.

En una primera aproximación, el modelo matemático toma en cuenta los fenómenos de Electrostática y la Mecánica de Sólidos, acoplados mediante la interfaz del Efecto Piezoeléctrico. La modelación se haría para determinar el coeficiente de acoplamiento (FoM), así como las cargas y voltajes generados en un ciclo de vibración, para cada frecuencia estudiada en las lengüetas. Las variables de respuesta más relevantes serán los desplazamientos y esfuerzos en el material y la energía mecánica asociada al movimiento, así como el potencial eléctrico, la magnitud del campo eléctrico y la energía eléctrica generada, pero también se obtendrán propiedades piezoeléctricas y la polarización como referencia para comparar entre los modelos del PEGc y el PEGp.

Inicialmente, se realizará un estudio estacionario (en adelante: S; **Sección 3.4**) para hacer un análisis del PEG sometido a una carga estática distribuida, para ver el comportamiento electromecánico de la estructura compuesta en un primer instante; este estudio se hace en combinación con un barrido paramétrico de las magnitudes de la carga distribuida. Seguidamente, se realizará un estudio de las frecuencias naturales (en adelante: EF; **Sección 3.5**) para conocer las frecuencias de oscilación de los principales modos de vibración de la estructura, aquéllos que pueden dar las mayores respuestas eléctricas; esto se hace en combinación con un barrido paramétrico de la longitud. Finalmente, se realizarán tres estudios dependientes del tiempo (en adelante: TD; **Sección 3.6**) para evaluar la evolución de la respuesta mecánica y eléctrica a través del tiempo, ante un estímulo periódico, por medio de barridos paramétricos de: 1) la magnitud de la presión con la frecuencia natural fija; 2) la frecuencia natural con la magnitud de la presión fija; y 3) la

amplitud de la oscilación. Después de obtener los resultados del PEGc, se procederá a simular de manera más informada y comprensiva el PEGp para comparar el desempeño de los modelos teóricos del piezoelectreto y el piezoeléctrico.

En una segunda aproximación el modelo definitivo tomaría en cuenta además el fenómeno de Mecánica de Fluidos (Flujo Turbulento) y la interfaz de Interacción Fluido-Estructura. Los estudios mencionados anteriormente se reiterarían sobre el modelo del PEGp para optimizarlo. Sin embargo, el tercer estudio se haría acoplando también la mecánica de fluidos para simular de manera más fiel el problema real. En tal caso, se sustituiría la carga oscilatoria por la interacción con un fluido usando los valores de presión adecuados según los estudios anteriores y el planteamiento teórico de la carga de presión en fase con el movimiento de oscilación autoexcitada de la lengüeta. No obstante, esta segunda aproximación representa una gran exigencia de capacidad computacional, por lo que no se incluirá en el desarrollo del proyecto.

### 3.1. Modelo matemático del transductor

El modelo matemático por solucionar se obtiene de las distintas interfaces proporcionadas por el software de simulación COMSOL Multiphysics [42][43][44]. Aquí se detallan las ecuaciones constitutivas empleadas en los distintos estudios para el fenómeno piezoeléctrico analizado.

#### 3.1.1. Ecuaciones constitutivas de la Mecánica de Sólidos

##### *Equilibrio de Movimiento*

La Segunda Ley de Newton toma la forma de la **Ecuación (12)** para un estudio estacionario:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{F}_V = 0 \quad (12)$$

Mientras que, para un estudio dependiente del tiempo, rige la **Ecuación (13)**:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{F}_V \quad (13)$$

La **Ecuación (14)** muestra la relación para un estudio de la frecuencia natural:

$$\begin{aligned} -\rho_0 \omega^2 \mathbf{u} &= \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \\ \text{con } -i\omega &= \lambda \end{aligned} \tag{14}$$

donde:  $\rho_0$  es la densidad del material en el estado inicial sin deformación;  $\mathbf{u}$ : es el vector de desplazamiento;  $\boldsymbol{\sigma}$  es el tensor de esfuerzos de Cauchy;  $\mathbf{F}_V$  es el vector de fuerza por unidad de volumen;  $\omega$  es la frecuencia angular de la onda;  $i = \sqrt{-1}$  es el número imaginario; y  $\lambda$  es el valor propio o *eigenvalue* del modo de vibración de la onda.

#### ***Material Linealmente Elástico***

Para este nodo se emplea la Ley de Hooke para el régimen elástico, según la **Ecuación (15)**:

$$\boldsymbol{\sigma}_{el} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_{el} \tag{15}$$

donde:  $\boldsymbol{\sigma}_{el}$  es el tensor de esfuerzos de Cauchy en el régimen elástico, igual al producto escalar doble de  $\mathbf{C}$  y  $\boldsymbol{\varepsilon}_{el}$  que resulta en un tensor  $m + n - 4$ ;  $\mathbf{C} = \mathbf{C}(E, \nu)$  es el tensor de elasticidad de 4<sup>to</sup> orden, con  $E$  el Módulo de Young y  $\nu$  la Relación de Poisson para el material; y  $\boldsymbol{\varepsilon}_{el}$  es el tensor de deformación en el régimen elástico.

#### ***Material Piezoeléctrico***

Para este nodo se emplea la Ley de Hooke tomando en cuenta el efecto piezoeléctrico, según la **Ecuación (16)**:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_0 + \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}_{el} - \mathbf{E} \cdot \mathbf{e} \tag{16}$$

donde:  $\boldsymbol{\sigma}$  es el tensor de esfuerzos de Cauchy;  $\boldsymbol{\sigma}_0$  es el tensor de esfuerzos de Cauchy en la condición inicial;  $\mathbf{C} = \mathbf{C}(c_E)$  es el tensor de elasticidad de 4<sup>to</sup> orden, con  $c_E$  la matriz de elasticidad, propia del material;  $\boldsymbol{\varepsilon}_{el}$  es el tensor de deformación en el régimen elástico;  $\mathbf{E}$  es el campo eléctrico; y  $\mathbf{e} = \mathbf{e}(e_{E\varepsilon})$  es el tensor de acoplamiento, con  $e_{E\varepsilon}$  la matriz de acoplamiento, propia del material.



Adicionalmente, la **Ecuación (17)** muestra la relación para el campo de desplazamiento eléctrico:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_r + \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} + \mathbf{e} : \boldsymbol{\varepsilon}_{el} \quad (17)$$

donde:  $\mathbf{D}$  es el campo de desplazamiento eléctrico;  $\mathbf{D}_r$  es el campo de desplazamiento eléctrico remanente;  $\varepsilon_0$  es la permitividad del espacio vacío;  $\mathbf{E}$  es el campo eléctrico;  $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E})$  es la densidad de polarización del material, como función del campo eléctrico  $\mathbf{E}$ ;  $\mathbf{e} = \mathbf{e}(e_{E\varepsilon})$  es el tensor de acoplamiento piezoeléctrico, con  $e_{E\varepsilon}$  la matriz de acoplamiento piezoeléctrico, propia del material; y  $\boldsymbol{\varepsilon}_{el}$  es el tensor de deformación en el régimen elástico.

### 3.1.2. Ecuaciones constitutivas de la Electroestática

#### *Conservación del Momento - Conservación de la Carga*

Ambas leyes se combinan en la **Ecuación (18)** para los estudios estacionario, de frecuencia natural y dependiente del tiempo:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_V \quad (18)$$

donde:  $\mathbf{D}$  es el campo de desplazamiento eléctrico; y  $\rho_V$  es la densidad volumétrica de carga eléctrica.

También se acude a la Ley de Gauss para la formulación del campo eléctrico a partir del potencial eléctrico **Ecuación (19)**:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (19)$$

donde:  $\mathbf{E}$  es el campo eléctrico; y  $V$  es el potencial eléctrico.

#### *Conservación de la Carga para Piezoeléctricos*

La ley de Conservación de la Energía para tomar en cuenta el efecto piezoeléctrico se emplea con ayuda de la relación **Ecuación (20)**:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} + \mathbf{P}_e \quad (20)$$

donde:  $\mathbf{D}$  es el campo de desplazamiento eléctrico;  $\epsilon_0$  es la permitividad del espacio vacío;  $\mathbf{E}$  es el campo eléctrico;  $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E})$  es la densidad de polarización del material, como función del campo eléctrico  $\mathbf{E}$ ; y  $\mathbf{P}_e = \mathbf{P}(\sigma_{el})$  es la densidad de polarización del material, como función del tensor de esfuerzo elástico.

### *Campo de Desplazamiento Eléctrico*

Este campo otorga la polarización al material piezoeléctrico poroso y se formula de acuerdo con la **Ecuación (21)**:

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{D} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{D}_0 \quad (21)$$

donde:  $\mathbf{D}$  es el campo de desplazamiento eléctrico;  $\mathbf{n}$  es el vector unitario de dirección normal a la frontera donde se aplica el campo; y  $\mathbf{D}_0$  es el campo de desplazamiento eléctrico aplicado a la frontera.

#### 3.1.3. Ecuaciones constitutivas del Efecto Piezoeléctrico

Estas relaciones corresponden a la **Ecuación (1)** y **Ecuación (2)** que fueron descritas en la **Sección 2.2.1**.

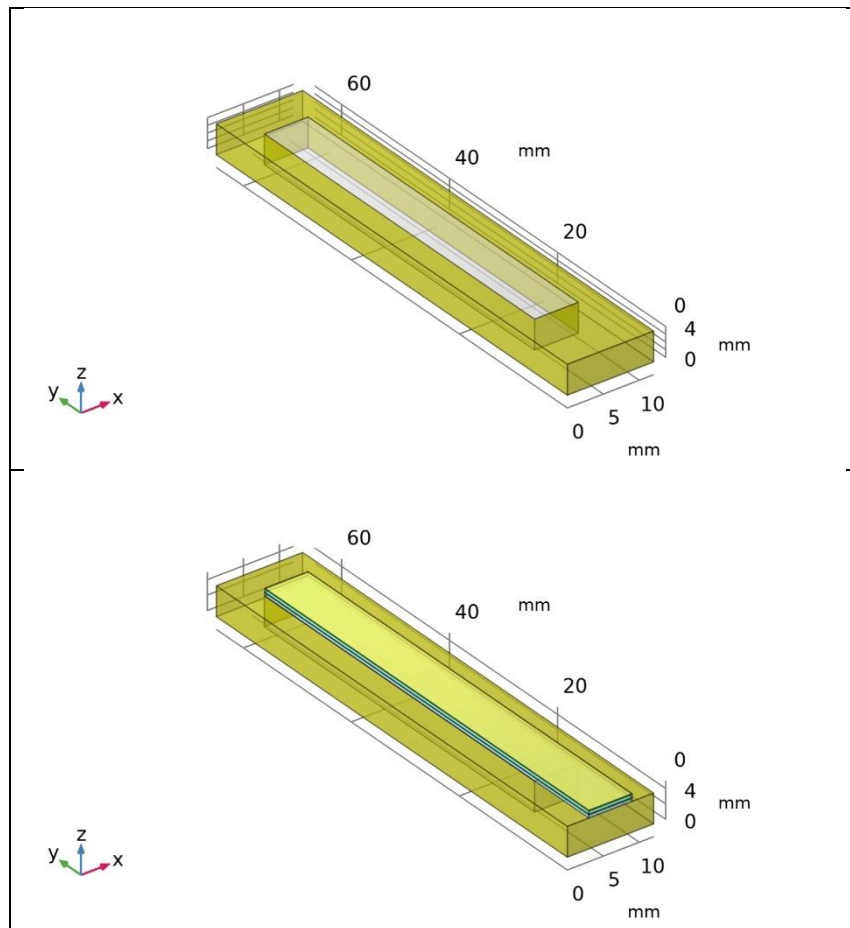
### 3.2. Parámetros de la simulación

La etapa de modelado se trabajó con el software COMSOL Multiphysics para acoplar las físicas mencionadas y ejecutar los cálculos según las relaciones constitutivas antes detalladas. Los parámetros utilizados para la definición de geometrías y condiciones iniciales se muestran en la **Tabla 13 (Sección 8.1)**. En el modelo del PEGc, las variables que fueron definidas en términos de la longitud de la lengüeta ( $d_{tongue}$ ), así como el valor de la magnitud de la presión ( $p0$ ), varían en el barrido paramétrico, con lo cual se modifican automáticamente los parámetros dependientes en los estudios correspondientes (**Secciones 3.4 y 3.5**); mientras que en el modelo del PEGp, el parámetro  $d_{tongue}$  no se puede modificar en un barrido paramétrico al tener un valor fijo durante la generación aleatoria de poros del modelo, por lo que se realizaron estudios separados para cada longitud para determinar los valores de presión y frecuencia adecuados para la simulación dependiente del tiempo.

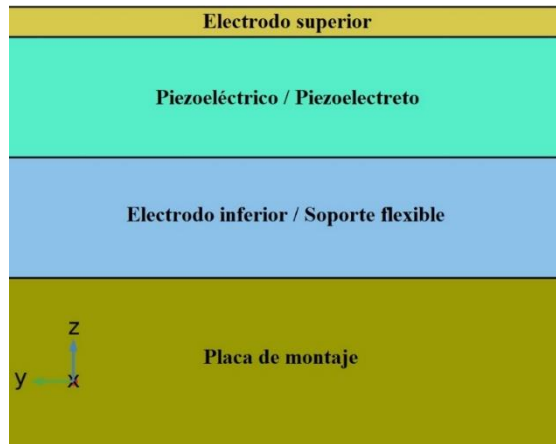
### 3.3. Modelo físico

#### 3.3.1. Geometría y elección de la arquitectura del transductor

Se diseñó una arquitectura única del transductor, de la clase unimorfa, en forma de una lengüeta libre compuesta. Se modeló la geometría de la lengüeta compuesta, empotrada en un extremo a su placa (**Figura 13**). La lengüeta compuesta está conformada por las siguientes capas laminares: el soporte flexible, un electrodo, el material piezoeléctrico y otro electrodo (**Figura 14**). Se desprecia cualquier adhesivo interfacial entre las capas de soporte y piezoeléctrico, así como entre piezoeléctrico y electrodo. En este proyecto, para ambos PEGc y PEGp se optó por combinar las capas del electrodo inferior y el soporte flexible, utilizando un material que proporcione la flexibilidad y conductividad requeridas del sistema. Esto se hizo con la finalidad de reducir la cantidad de dominios para el mallado.

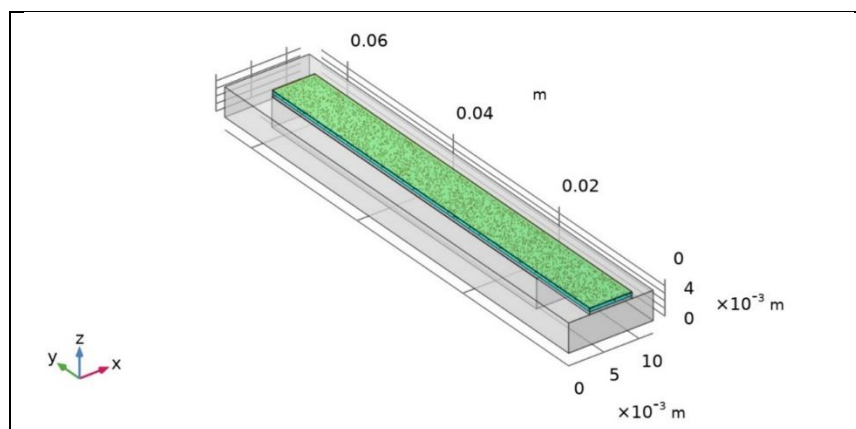


**Figura 13.** Modelo utilizado para la simulación del PEG: placa (izquierda) y ensamble completo (derecha). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.



**Figura 14.** Vista lateral de las capas del ensamble de la placa y la lengüeta compuesta.  
**Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

Para el modelado del volumen de aire dentro del piezoelectreto, se utilizó un método algorítmico para generación de geometrías esféricas o elipsoidales, según un índice de porosidad específico, con coordenadas y radios aleatorios (**Sección 8.2**). Para ello se aplica un criterio de no-intersección, así como la generación de una diferencia de dominios entre el bloque sólido y la selección acumulada de poros gaseosos. La consideraciones de la no-intersección de poros con las paredes externas de la lengüeta, así como entre ellos mismos es importante a la hora de discretizar los dominios. Los valores de los parámetros *porosity* y *porecount* (**Tabla 13**), se usaron en conjunto como pauta para detener el algoritmo de generación de poros. El modelo del piezoelectreto se muestra en la **Figura 15**.



**Figura 15.** Ejemplo del modelo del PEGp. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

### 3.3.2. Materiales y sus propiedades

En la **Sección 8.3** se detallan los materiales utilizados para cada uno de los dominios en las geometrías modeladas, de los cuales se tomaron aquellas propiedades requeridas en cada nodo del programa de simulación y sus valores junto con sus unidades. En todos los casos, se utilizó un material presente en la Biblioteca de Materiales de COMSOL Multiphysics. Las propiedades establecidas como función de la temperatura se calcularon con una temperatura de referencia  $T = 293.15$  K, con base en los datos de la aplicación y sus gráficas.

Para la placa de montaje se asignó el Aluminio 2024 (**Tabla 14**), debido a que es un material utilizado con frecuencia en la manufactura de lengüetas libres para instrumentos musicales; sin embargo, su participación en los fenómenos multifísicos tomados en cuenta en este proyecto es limitada, como se detalla en la **Sección 3.3.3**. Para el soporte flexible se asignó el Acero AISI 1095 (**Tabla 15**), que es un acero al carbono utilizado en la manufactura de resortes por su excelente resistencia y elasticidad, características por las que también es usado en la producción de lengüetas libres, además puede servir como electrodo al ser un buen conductor. Para el material del electrodo superior se seleccionó la Plata (Ag) (**Tabla 16**), al ser muy utilizada como electrodo en diversas aplicaciones. Se asignó el aire para el volumen de poros, pues es el medio gaseoso que comúnmente ocupa los vacíos formados en los procesos de manufactura de espumas poliméricas piezoelectretas (**Tabla 17**). Finalmente, el material asignado para el elemento piezoeléctrico fue el PVDF (**Tabla 18**), así para el PEGc como para el PEGp, pues es un material con piezoelectricidad comprobada por la industria, además de que ha sido probado también en su versión porosa como piezoelectreto.

### 3.3.3. Condiciones de frontera y valores iniciales

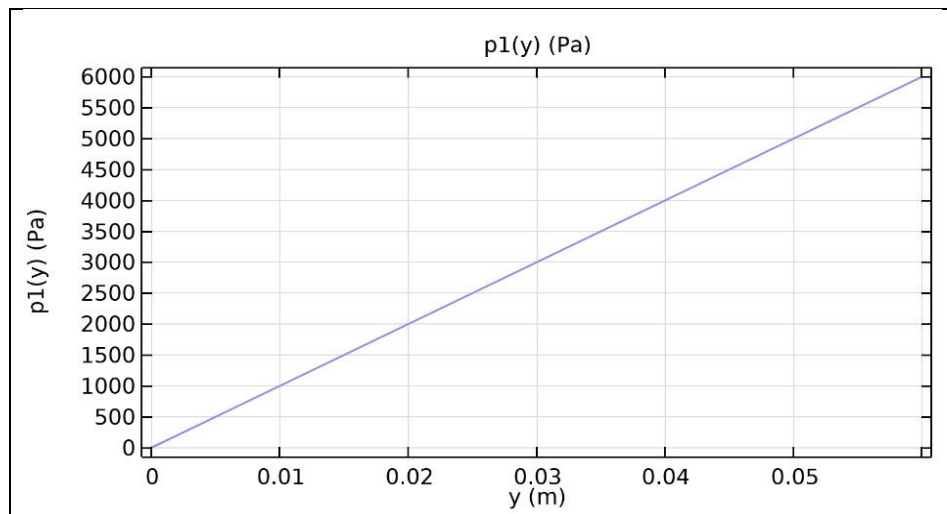
Las condiciones de borde definidas a partir de las variables internas del modelo son las cargas aplicadas y el desplazamiento prescrito. La totalidad de las condiciones de borde para la arquitectura en la primera aproximación se muestran en la **Tabla 19** y **Tabla 20** (**Sección 8.4**).

### ***Cargas aplicadas***

En el estudio estacionario, la cara superior de la lengüeta experimentará una carga distribuida que la empuja hacia dentro del agujero en la placa de montaje (**Figura 16**). La distribución lineal desde el empotramiento hasta el extremo libre es una idealización del gradiente de presión sobre la lengüeta en un instante previo a su deflexión, suponiendo que la presión aumenta entre la entrada y el extremo de la lengüeta, conforme el flujo entra a la cavidad y empuja el extremo hacia abajo para salir por el único espacio disponible. La **Ecuación (22)** muestra la función de carga estática distribuida,  $p_1(y)$ :

$$p_1(y) = p_0 * y \tag{22}$$

donde:  $p_0$  es el parámetro definido para la magnitud de la presión distribuida en el barrido paramétrico;  $y$  es la coordenada paralela a la longitud de la lengüeta, con un valor en el rango de  $[0, d_{tongue}]$ .



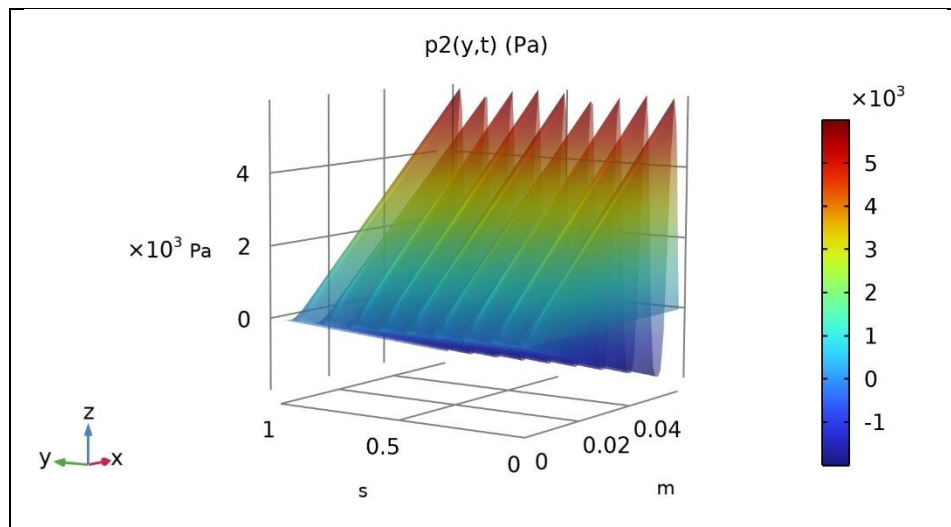
**Figura 16.** Gráfica de la distribución de la magnitud de carga en función de la longitud.

**Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

En los estudios dependientes del tiempo TD1 y TD2, la cara superior de la lengüeta experimentará una carga distribuida dinámica y armónica, es decir, de magnitud fluctuante y dirección alternante en el tiempo, que la empuja hacia dentro y hacia afuera del agujero en la placa de montaje (**Figura 17**). Esta carga busca producir una respuesta semejante a la que se obtendría con una presión en fase con el movimiento de la lengüeta, pero al no tomar en cuenta los efectos del fluido compresible, es sólo una aproximación; no obstante, funciona para estudiar el comportamiento electromecánico del sistema ante un estímulo no ideal. La **Ecuación (23)** muestra la función de carga distribuida dinámica,  $p_2(y,t)$ :

$$p_2(y,t) = \frac{1}{3} * p_1(y) * \sin^2(angfreq * t) + \frac{2}{3} * p_1(y) * \sin(angfreq * t) \quad (23)$$

donde:  $angfreq$  es el parámetro definido para la frecuencia angular en el barrido paramétrico, resultado del estudio EF;  $t$ : es la variable de tiempo, cuyos valores están en un intervalo  $[0, ttotal]$  que depende de cada estudio (**Sección 3.6**);  $p_1(y)$  es la función de carga estática distribuida, y que aquí corresponde a la amplitud de la carga dinámica.



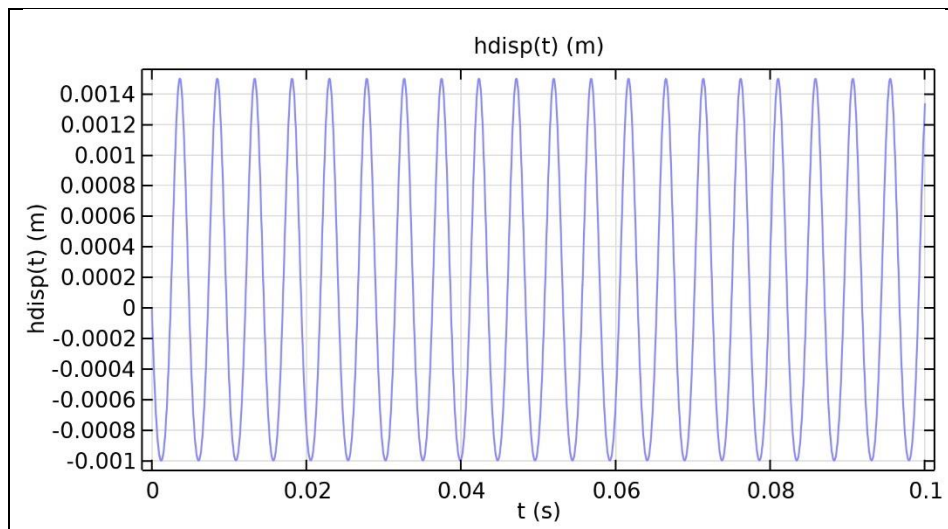
**Figura 17.** Gráfica de la distribución de la magnitud de carga en función de la longitud y del tiempo. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

### ***Desplazamiento Prescrito***

En el estudio dependiente del tiempo TD3, el borde superior del extremo libre del electrodo superior experimentará un desplazamiento dinámico sinusoidal que empuja la lengüeta hacia adentro y hacia afuera del agujero en la placa de montaje (**Figura 18**). Este desplazamiento busca reproducir el movimiento oscilatorio autoexcitado de la lengüeta, por lo que puede dar una mejor idea del comportamiento electromecánico ideal del sistema. La **Ecuación (24)** muestra la función del desplazamiento dinámico,  $hdisp(t)$ :

$$hdisp(t) = \frac{1}{4} * A * \sin^2(angfreq * t + \pi) + \frac{5}{4} * A * \sin(angfreq * t + \pi) \quad (24)$$

donde:  $A$  es el parámetro definido para la amplitud del desplazamiento dinámico en el barrido paramétrico;  $angfreq$  es el parámetro definido para la frecuencia angular en el barrido paramétrico, resultado del estudio EF;  $t$  es la variable de tiempo, cuyos valores están en un intervalo  $[0, ttotal]$  que depende de cada estudio (**Sección 3.6**).



**Figura 18.** Gráfica del desplazamiento armónico prescrito como función del tiempo (se muestra sólo un segmento del tiempo). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.



#### 3.3.4. Mallado y discretización

Se generaron mallas distintas dependiendo de la complejidad del modelo y de la exigencia computacional del estudio, utilizando siempre la función incorporada de COMSOL Multiphysics para generación de mallas controlada por la física particular que actuará sobre el componente. Para los estudios menos exigentes (S y EF) se utilizaron mallas más complejas, mientras que los estudios más exigentes debieron realizarse con mallas menos complejas (TD). En todo caso, el modelo del PEGp exigió utilizar mallas más complejas en proporción con el modelo del PEGc, cuya geometría es relativamente más simple. Todas las mallas, con su discretización y estadísticas, se muestran en la **Sección 8.5**.

##### *Mallado del PEGc-S y PEGc-EF*

Para estos estudios se utilizó una malla “Extrafina”. Las estadísticas se muestran en la **Tabla 22** y la **Figura 32** muestra la discretización de los dominios.

##### *Mallado del PEGc-TD1, PEGc-TD2 y PEGc-TD3*

Para estos estudios se utilizó una malla de calidad “Más Fina”. Las estadísticas se muestran en la **Tabla 21** y la **Figura 33** muestra la discretización de los dominios.

##### *Mallado del PEGp-S y PEGp-EF*

Para estos estudios se utilizó una malla “Más Fina”. Las estadísticas se muestran en la **Tabla 23** y la **Figura 34** muestra la discretización de los dominios.

##### *Mallado del PEGp-TD1, PEGp-TD2 y PEGp-TD3*

Para estos estudios se utilizó una malla de calidad “Normal”. Las estadísticas se muestran en la **Tabla 24** y la **Figura 35** muestra la discretización de los dominios.

### 3.4. Estudio estacionario (S)

En el estudio S se busca encontrar una magnitud de carga estática distribuida  $p_I(y)$  que flexione a la lengüeta dentro de su rango de desplazamiento, para conocer la carga máxima que puede ejercerse sobre la lengüeta durante la operación. Esta carga puede servir de referencia para los estudios posteriores, pero también es útil para conocer los valores máximos de esfuerzos y deformación, así como voltajes que se pueden esperar conseguir para una deflexión dada. La **Tabla 1** muestra la configuración del barrido paramétrico para este estudio en ambos modelos, PEGc y PEGp.

**Tabla 1.** Valores para el barrido paramétrico en el estudio S. **Fuente:** elaboración propia.

Parámetro	Descripción	Alternativas	Valor
$p_0$	Magnitud de la presión distribuida	$4 p_0$	400 kPa
		$5 p_0$	500 kPa
		$6 p_0$	600 kPa
$d_{tongue}$	Largo de la lengüeta	$d_{tongue}$	0.060 m

### 3.5. Estudio de la frecuencia natural (EF)

En el estudio EF se elimina la carga  $p_I(y)$  sobre la lengüeta compuesta y se hace un barrido paramétrico para determinar las frecuencias naturales y armónicas de los modos de vibración de interés. Con este estudio se determina el valor de la variable *angfreq*. Se seleccionó la longitud de la lengüeta como parámetro variable en el barrido, bajo el criterio de su relación con la frecuencia natural de vibración al fijar los valores de las demás dimensiones. Para obtener frecuencias armónicas con la fundamental definida originalmente, *i.e.* frecuencias cuya relación con ésta sea una razón de números enteros, las longitudes alternas del barrido son fracciones o múltiplos de la dimensión base (**Tabla 2**).

**Tabla 2.** Valores para el barrido paramétrico en el estudio EF. **Fuente:** elaboración propia.

Parámetro	Descripción	Alternativas	Valor
$d_{tongue}$	Largo de la lengüeta	$4/5 d_{tongue}$	0.048 m
		$d_{tongue}$	0.060 m
		$6/5 d_{tongue}$	0.072 m

### 3.6. Estudios dependientes del tiempo (TD)

Estos estudios buscan emular de forma separada tres aspectos del fenómeno para evaluar sus efectos individuales sobre la respuesta obtenida. La configuración de cada estudio TD se muestra en la **Tabla 3**, mientras que la configuración de cada barrido paramétrico se muestra en la **Tabla 4**. Para todos los estudios, se utilizó una tolerancia de muestreo de 0.1, en lugar de la configuración predeterminada según la física, que tiene un valor de 0.01.

**Tabla 3.** Configuración de los estudios dependientes del tiempo. **Fuente:** elaboración propia.

Modelo	Estudio	Paso temporal (s)	Tiempo total (s)
PEGc	TD1	0.01	$t_{total} = 1$
	TD2		$\frac{t_{total}}{2} = 0.5$
	TD3		$\frac{t_{total}}{2} = 0.5$
PEGp	TD1		$\frac{t_{total}}{2} = 0.5$
	TD2		$\frac{t_{total}}{2} = 0.5$
	TD3		$\frac{t_{total}}{4} = 0.25$

**Tabla 4.** Valores para el barrido paramétrico en los estudios dependientes del tiempo.

**Fuente:** elaboración propia.

Estudio	Parámetro	Descripción	Alternativas	Valor
TD1	$p_0$	Magnitud de la presión distribuida	$0.1 p_0$	10 kPa
			$0.25 p_0$	25 kPa
			$0.5 p_0$	50 kPa
	$angfreq$	Frecuencia angular del primer modo transversal	-	$angfreq$
TD2	$angfreq$	Frecuencia angular del primer modo transversal	$angfreq1$	*
			$0.975 angfreq2$	
			$angfreq3$	
	$p_0$	Magnitud de la presión distribuida	-	25 kPa
TD3	A	Amplitud del desplazamiento prescrito	4 A	0.004 m
			5 A	0.005 m
			6 A	0.006 m

### 3.6.1. TD1: Carga Distribuida Dinámica de Magnitud Variable

En este estudio, se añade una carga distribuida  $p_2(y,t)$  como función de la posición y del tiempo, usando la frecuencia natural en el modo de vibración principal de la estructura (modo transversal fundamental). Con esto se persigue definir su periodicidad usando un valor de presión que pueda deformar la estructura de manera satisfactoria, según los resultados del estudio S. Se hace un barrido paramétrico de la magnitud de la presión para evaluar el comportamiento del sistema ante distintas magnitudes de carga dinámica.

### 3.6.2. TD2: Carga Distribuida Dinámica de Frecuencia Variable

En este estudio, la carga  $p_2(y,t)$  se mantiene con una magnitud constante y se usan la frecuencia natural del primer modo transversal como variable. Las frecuencias naturales usadas son aquéllas halladas en el estudio EF para distintas longitudes de la lengüeta. De esta manera se puede estudiar el desempeño eléctrico del transductor ante cargas dinámicas de frecuencias distintas, pero con una misma arquitectura y los mismos materiales.

### 3.6.3. TD3: Desplazamiento Dinámico de Amplitud Variable

En este estudio se elimina la carga distribuida y se sustituye por el desplazamiento dinámico  $hdisp(t)$  en el extremo libre. Se utiliza la frecuencia natural de la lengüeta compuesta y se hace un barrido con distintos valores de  $A$ , para evaluar el efecto de distintas amplitudes de oscilación en el sistema.

## 3.7. Determinación de la respuesta electromecánica

Se generan curvas de los desplazamientos, el potencial y la energía eléctrica generadas como función del tiempo para cada modelo del PEG. Una vez obtenidas las respuestas eléctricas para todas las cargas y frecuencias estudiadas, se hace el análisis de las tendencias en el desempeño de los transductores para visualizar la optimización del modelo, haciendo referencia a los estudios anteriores según sea necesario para dilucidar posibles relaciones entre las variables involucradas. Para el TD3 en particular, se obtendrá el valor de densidad de potencia para cada PEG.

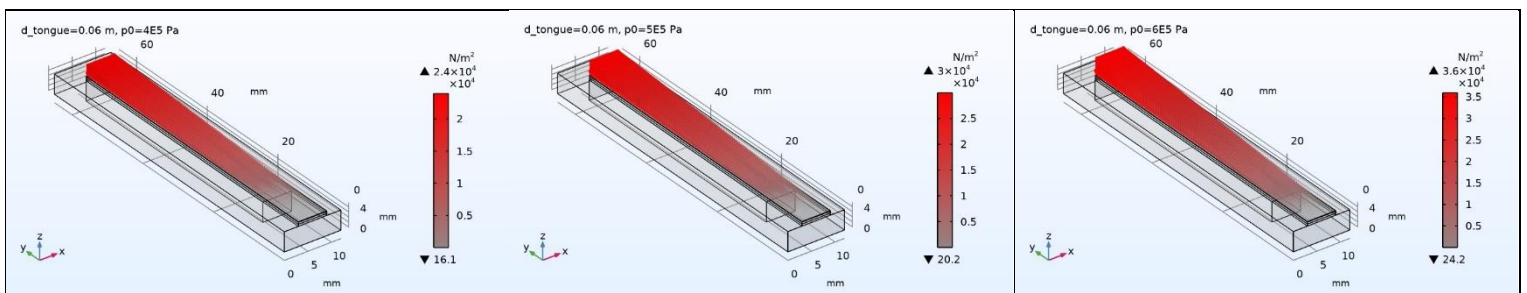
## 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se evaluó la respuesta del sistema en las dos configuraciones, PEGc (piezoeléctrico) y PEGp (piezoelectreto), a través de los cinco estudios: S, EF, TD1, TD2 y TD3. Los resultados de ambos modelos se muestran por orden de estudio.

### 4.1. Estudio estacionario (S)

#### 4.1.1. Cargas aplicadas

En la **Figura 19** se muestran las distintas condiciones de carga evaluadas en la lengüeta durante el barrido paramétrico. Al modelarse la carga como una función lineal de la posición, la carga de presión se distribuye aumentando hasta alcanzar su magnitud máxima en el extremo libre, donde se producirá el mayor desplazamiento. En este estudio estacionario, se supone que la carga estática aplicada para flexionar la lengüeta corresponde al límite superior de la magnitud tolerable, en un instante justo antes de que la fuerza de restitución elástica actúe para hacer que la lengüeta se devuelva y oscile en torno a la posición de equilibrio. Pero esta carga estática es mucho mayor que la magnitud máxima que alcanzaría la carga variable una vez que haya oscilación en los ciclos límite. En el barrido paramétrico, sólo la carga de 600 kPa logró flexionar ambas lengüetas, PEGc y PEGp, hasta llevar el extremo libre a sobrepasar la cara opuesta de la placa de montaje, es decir, la posición en que se produciría la primera liberación de flujo de aire considerable y empezara a actuar la fuerza restitutiva elástica.

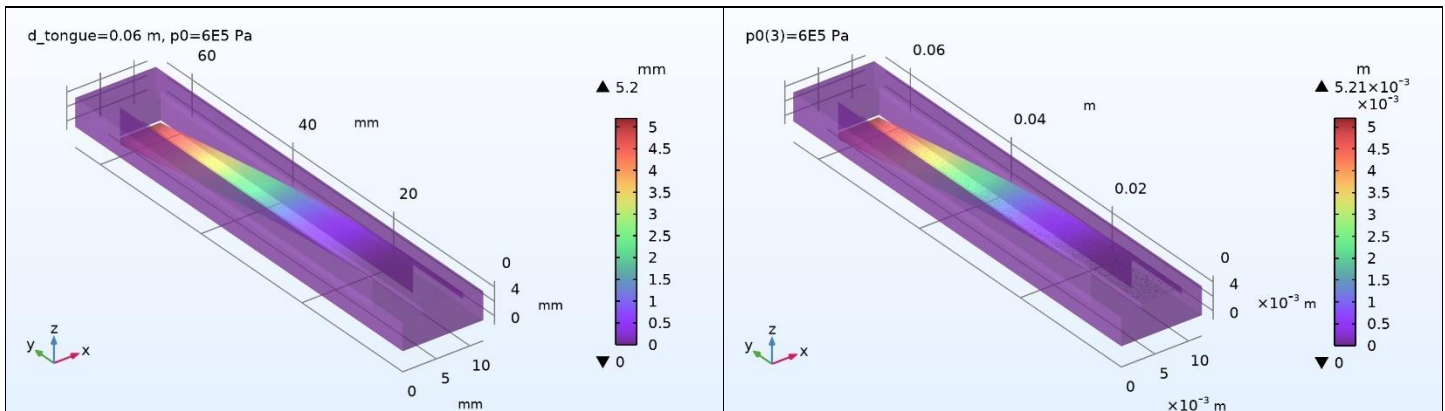


**Figura 19.** Distribución de las cargas estáticas aplicadas a los modelos de PEGc y PEGp.

**Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

#### 4.1.2. Desplazamiento

La **Figura 20** muestra los desplazamientos máximos de la lengüeta compuesta en ambos modelos, PEGc y PEGp. En la **Tabla 5** se aprecia que, ante las cargas mayores de 500 y 600 kPa, la deflexión de la lengüeta es mayor en PEGp que en PEGc, aunque sólo ligeramente. La leve diferencia en las flexibilidades se puede atribuir a que los poros restan rigidez a la estructura, al afectar la cantidad de masa sólida que resiste la deformación elástica y, con ello, la magnitud del Módulo de Flexión. En este aspecto, el PEGp presenta una ventaja relativa, pues es deseable para la aplicación de generación de energía que la arquitectura tenga una alta sensibilidad a los estímulos mecánicos, por lo que el modelo del PEGp puede beneficiarse en cuanto mayor sea su grado de porosidad. También es importante que la deflexión hasta la cara opuesta de la placa suceda fácilmente, pues es allí donde se hace posible que la lengüeta inicie la oscilación que se desarrollará hasta volverse autoexcitada, por lo que, en general, es ventajoso reducir el espesor de la lengüeta compuesta, por ejemplo, al combinar el electrodo inferior con el soporte flexible, como se hizo aquí.



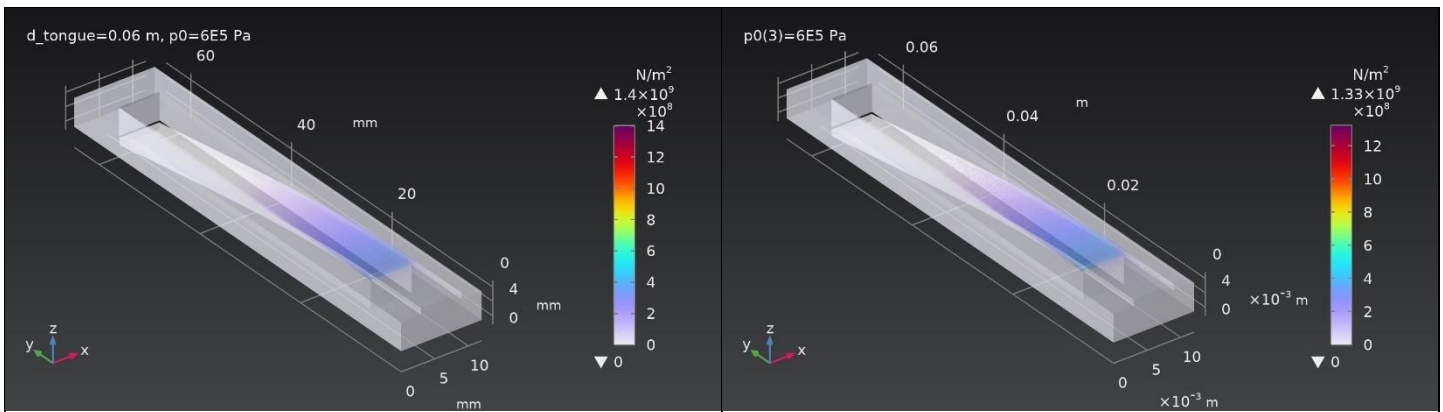
**Figura 20.** Distribución de la magnitud del desplazamiento en los modelos de PEGc (izquierda) y PEGp (derecha). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

**Tabla 5.** Valores de desplazamiento obtenidos según la condición de carga estática aplicada. **Fuente:** elaboración propia.

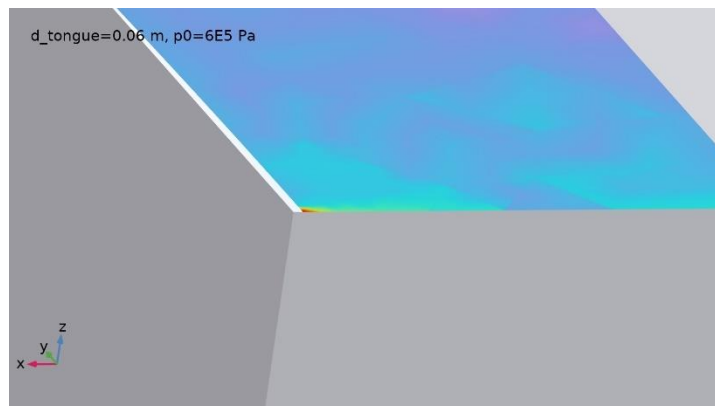
Magnitud de $p_0$ (kPa)	Desplazamiento del extremo libre (mm)	
	PEGc	PEGp
400	3.47	3.47
500	4.33	4.34
600	5.2	5.21

### 4.1.3. Esfuerzos

La distribución de esfuerzos para ambos modelos de PEG se ejemplifica en la **Figura 21** para la mayor condición de carga. A simple vista se aprecia que los esfuerzos aumentan en la cercanía del empotramiento y, con ello, también la mayor deformación, como se sabe que sucede para vigas en voladizo. Los valores de esfuerzo más altos en el volumen de la lengüeta compuesta, que en ambos modelos rondan los  $400 \text{ kN/m}^2$ , se encuentran en el material con el mayor valor de Módulo de Elasticidad, que es el acero AISI 1095 de la lengüeta; sin embargo, los valores máximos corresponden al esfuerzo que se concentra en el borde donde se encuentran la placa y la lengüeta en el empotramiento (**Figura 22**), particularmente en la esquina de la cara que toca este borde.



**Figura 21.** Distribución de la magnitud del esfuerzo en los modelos de PEGc (izquierda) y PEGp (derecha) sometidos a carga estática. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.



**Figura 22.** Concentración del esfuerzo en los modelos de PEG sometidos a carga estática. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

El esfuerzo máximo en cada caso, para cada condición de carga evaluada, se muestra en la **Tabla 6**. La magnitud de los esfuerzos máximos concentrados en el empotramiento es lo suficientemente alta como para sobrepasar el límite elástico del material e incluso llegar a formar una grieta bajo la carga estática, si se consideran valores de esfuerzo de cedencia y último de 570 y 965 MPa, respectivamente [46]. No obstante, estas concentraciones se pueden compensar fácilmente al suavizar el borde en el modelo virtual o en un modelo físico, por lo que sus efectos mecánicos en el transductor se pueden despreciar. En todo caso, los valores de esfuerzo máximos en el PEGp son todos menores que en el PEGc, en congruencia con la mayor flexibilidad que otorga la fase dispersa de poros en el PEGp.

**Tabla 6.** Valores de esfuerzo máximo obtenidos según la condición de carga estática aplicada. **Fuente:** elaboración propia.

Magnitud de $p_0$ (kPa)	Esfuerzo máximo (N/m <sup>2</sup> )	
	PEGc	PEGp
400	$9.35 \times 10^8$	$8.86 \times 10^8$
500	$1.17 \times 10^9$	$1.11 \times 10^9$
600	$1.4 \times 10^9$	$1.3 \times 10^9$

#### 4.1.4. Potencial Eléctrico

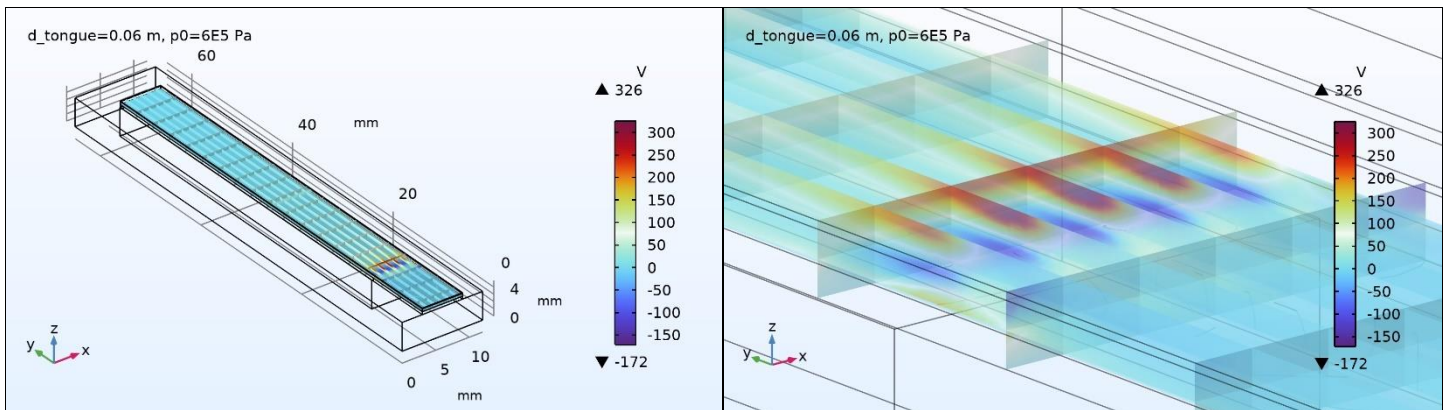
La **Tabla 7** muestra los valores del potencial medidos en el volumen del piezoeléctrico en el PEGc y en la superficie del electrodo. Los potenciales promedio registrados en el volumen del electrodo son una evidencia de la desproporción que existe entre el potencial generado en el empotramiento, con respecto al resto del volumen del elemento piezoeléctrico (**Figura 23**). Esto sugiere que el transductor no se beneficia tanto de que el elemento piezoeléctrico o el piezoelectreto se extiendan en toda la longitud de la lengüeta, sino que basta con que éste se deforme en un grado similar que la región de la lengüeta más cercana al empotramiento. Por otra parte, los potenciales promedio en el electrodo serían suficientes para muchas aplicaciones de baja potencia.

**Tabla 7.** Potencial eléctrico según la condición de carga estática aplicada en el PEGc. **Fuente:** elaboración propia.

Magnitud de $p_0$ (kPa)	Potencial eléctrico (V)			
	Volumen del piezoeléctrico			Electrodo
	Compresión (mín.)	Tensión (máx.)	Promedio	Promedio
400	-115.27	218	9.1878	21.466
500	-144.08	272.5	11.485	26.832
600	-172.90	327	13.782	32.199

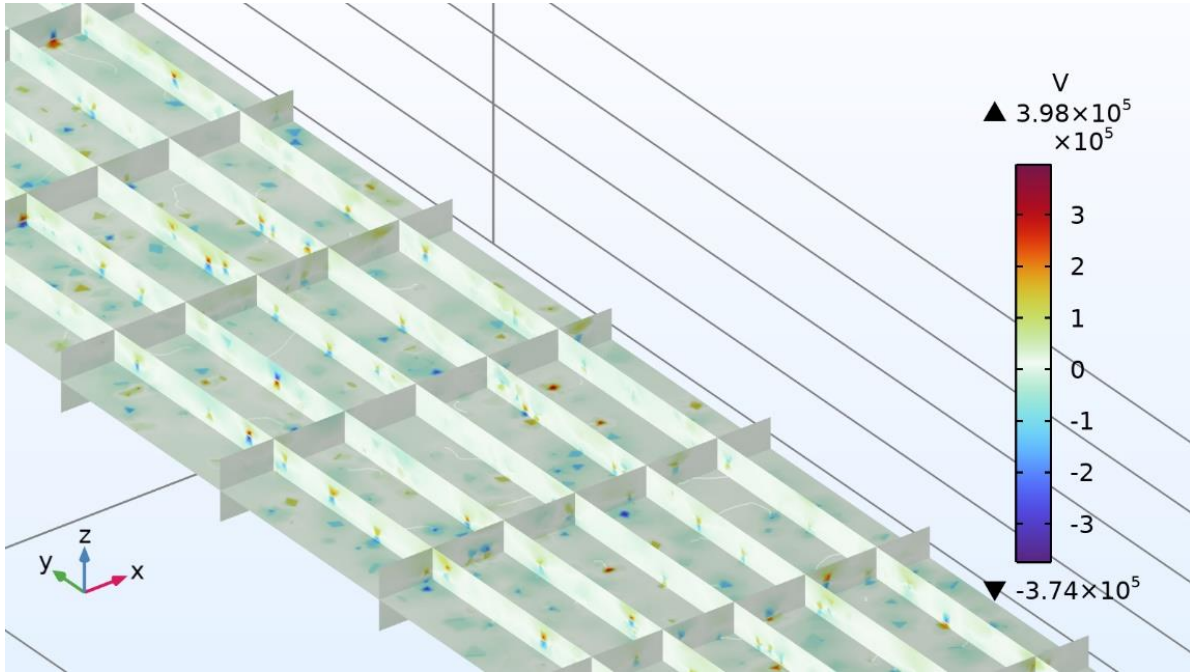


Además, se puede apreciar el efecto de la flexión en la distribución del potencial eléctrico bajo la carga estática, donde se hace evidente que los valores son mayores para las regiones del material que están en tensión. Esto se explica por las propiedades del material, en particular por su matriz de acoplamiento  $e_{E\epsilon}$ . Independientemente de la carga y de la proporción del potencial entre regiones en tensión y compresión, el mayor potencial está siempre cerca del empotramiento, como se sugiere por la concentración de esfuerzos y deformación.



**Figura 23.** Distribución de la magnitud del potencial eléctrico en distintas secciones del PEGc bajo carga estática (valores válidos para las secciones representadas). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

En el PEGp, las diferencias entre los valores de potencial obtenidos entre una condición de carga y otra son casi nulas, debido a que el campo de desplazamiento eléctrico distribuido en los poros es muy alto y opaca el efecto del potencial producido por la deformación en la matriz de PVDF. Los potenciales en los poros y en distintas secciones del PEGp se muestran en la **Figura 24**, donde se aprecia que la matriz de PVDF no desarrolla potenciales apreciables en comparación con los poros. Esto se debe a que la magnitud del parámetro de polarización remanente  $Pr$  de  $65 \mu\text{mC}/\text{cm}^2$  es, en realidad, muy alta. Este parámetro se obtuvo de resultados documentados en la literatura para un compuesto de PVDF dopado con otros componentes y bajo un procesamiento particular [45], de modo que su valor se usó meramente para dotar el volumen poroso de un campo de desplazamiento eléctrico.



**Figura 24.** Detalle de la distribución de la magnitud del potencial eléctrico en el PEGp bajo carga estática (valores válidos para las secciones representadas). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

Según lo anterior, puede interpretarse el potencial generado en este estudio estacionario y los estudios posteriores como consecuencia del enorme valor del campo de desplazamiento eléctrico aplicado a la superficie interna de los poros, que resulta en valores promedio de potencial en el orden de los kV, así en el volumen del piezoelectreto como en el electrodo (**Tabla 8**).

**Tabla 8.** Valores de potencial eléctrico según la condición de carga estática aplicada en el volumen del piezoelectreto del PEGp. **Fuente:** elaboración propia.

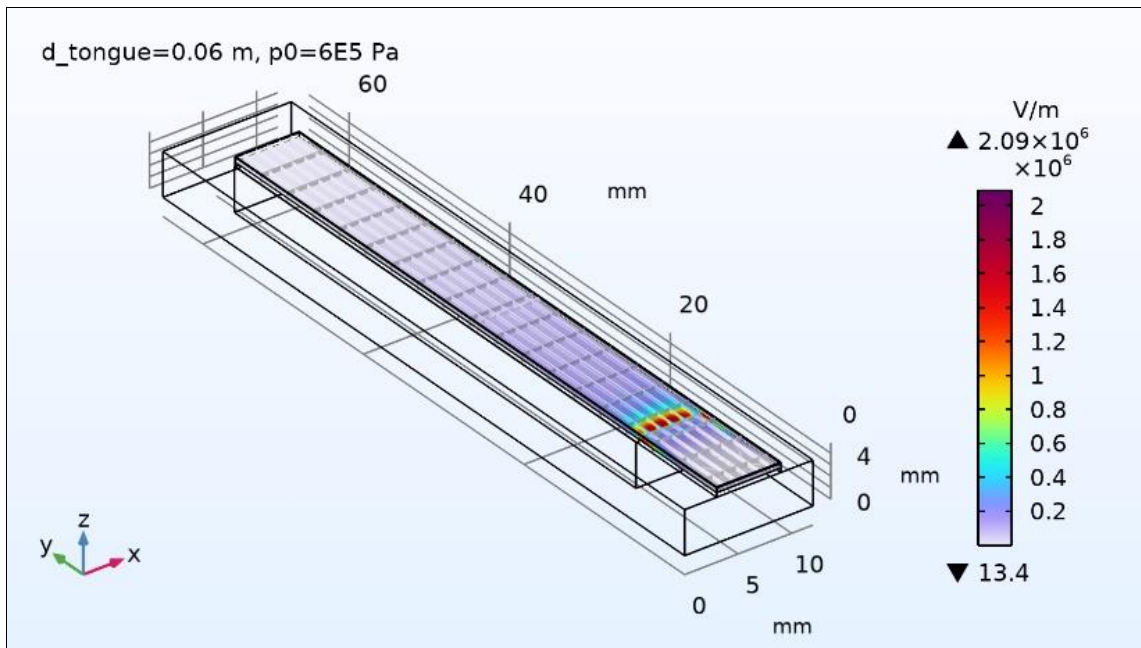
Magnitud de $p_0$ (kPa)	Potencial eléctrico (V)			
	Volumen del piezoelectreto			Electrodo
	Mínimo	Máximo	Promedio	Promedio
400	$-4.1236 \times 10^5$	$4.1830 \times 10^5$	7049.3	14617
500	$-4.1236 \times 10^5$	$4.1831 \times 10^5$	7051.5	14622
600	$-4.1237 \times 10^5$	$4.1831 \times 10^5$	7053.8	14628

#### 4.1.5. Magnitud del Campo Eléctrico

Los valores del campo eléctrico en todo el volumen del piezoelectrico del PEGc, para todas las condiciones de carga, se muestran en la **Tabla 9**, y su distribución se ejemplifica en la **Figura 25**. Las magnitudes máximas obtenidas son muy altas, del orden de los MV/m, pero al concentrarse cerca del empotramiento y al estar la geometría del PEGc en la escala milimétrica, la mayor carga que podría aprovecharse en proporción con el resto del volumen del PEGc es pequeña. Esto se puede constatar en la energía eléctrica promedio recolectada en el electrodo.

**Tabla 9.** Magnitud del campo eléctrico máxima y mínima obtenida según la condición de carga estática aplicada en el PEGc. **Fuente:** elaboración propia.

Magnitud de $p_0$ (kPa)	Magnitud del campo eléctrico (V/m)			Energía eléctrica total (J)
	Volumen del piezoelectrico			Electrodo
	Mínima	Máxima	Promedio	Promedio
400	60.195	$1.7148 \times 10^6$	69147	$8.4914 \times 10^{-8}$
500	75.243	$2.1435 \times 10^6$	86434	$1.3268 \times 10^{-7}$
600	90.293	$2.5722 \times 10^6$	103720	$1.9106 \times 10^{-7}$

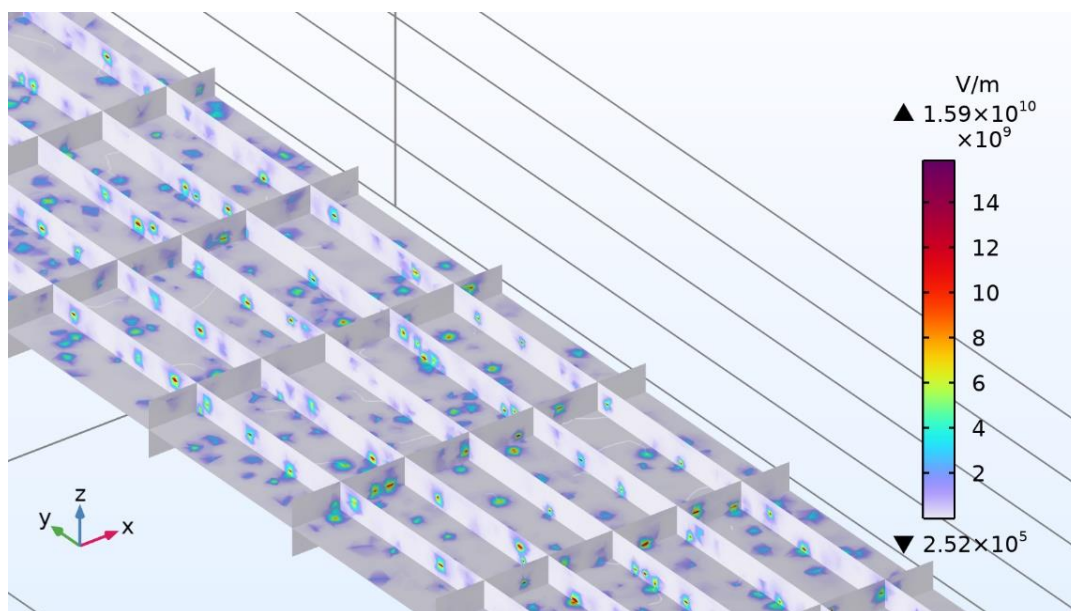


**Figura 25.** Distribución de la magnitud del campo eléctrico del PEGc bajo carga estática (valores válidos para las secciones representadas). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

Los valores promedio registrados en el PEGp superan por hasta 3 órdenes de magnitud a aquéllos del PEGc, mientras que los valores mínimos en el PEGp, que son cercanos a los promedios en el PEGc, están esparcidos en todo el volumen por igual (**Tabla 10, Figura 26**). En comparación, en el PEGp la distribución de carga es más uniforme a través del volumen, debido a la concentración de campo eléctrico en cada poro. La diferencia en magnitudes de los campos entre una condición de carga y otra no es apreciable, esto se atribuye al enorme valor del campo de desplazamiento eléctrico, al igual que en el caso del potencial. Todo esto resulta en los valores de energía eléctrica total recolectada en el electrodo, que son de hasta 8 órdenes de magnitud mayores en el PEGp que en el PEGc.

**Tabla 10.** Magnitud del campo eléctrico promedio y energía eléctrica total obtenidos según la condición de carga estática en el electrodo del PEGp. **Fuente:** elaboración propia.

Magnitud de $p_0$ (kPa)	Magnitud del campo eléctrico (V/m)			Energía eléctrica total (J)
	Volumen del piezoelectreto			Electrodo
	Mínimo	Máximo	Promedio	Promedio
400	46652	$4.4636 \times 10^{10}$	$2.5865 \times 10^8$	2.8139
500	67545	$4.4636 \times 10^{10}$	$2.5865 \times 10^8$	2.8139
600	75033	$4.4636 \times 10^{10}$	$2.5865 \times 10^8$	2.8139



**Figura 26.** Detalle de la distribución de la magnitud del campo eléctrico en el PEGp bajo carga estática (valores válidos para las secciones representadas). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

#### 4.2. Estudio de la frecuencia natural (EF)

Las frecuencias naturales para cada modelo de PEG se agrupan en la **Tabla 11**. Para obtener los resultados de los estudios dependientes del tiempo se utilizarán sólo aquellas frecuencias del modo transversal fundamental pues, como se sabe de la literatura consultada, la forma de este modo se impone sobre la oscilación de la lengüeta, por lo que se le atribuyen la deformación y los potenciales generados por considerar. Aun así, debido a su mayor rigidez, una lengüeta compuesta puede tener diferencias en la proporción de sus modos de vibración con respecto de las lengüetas libres simples de acero, donde se ha encontrado que otros modos, como el primer modo torsional, tienen también una presencia significativa [47].

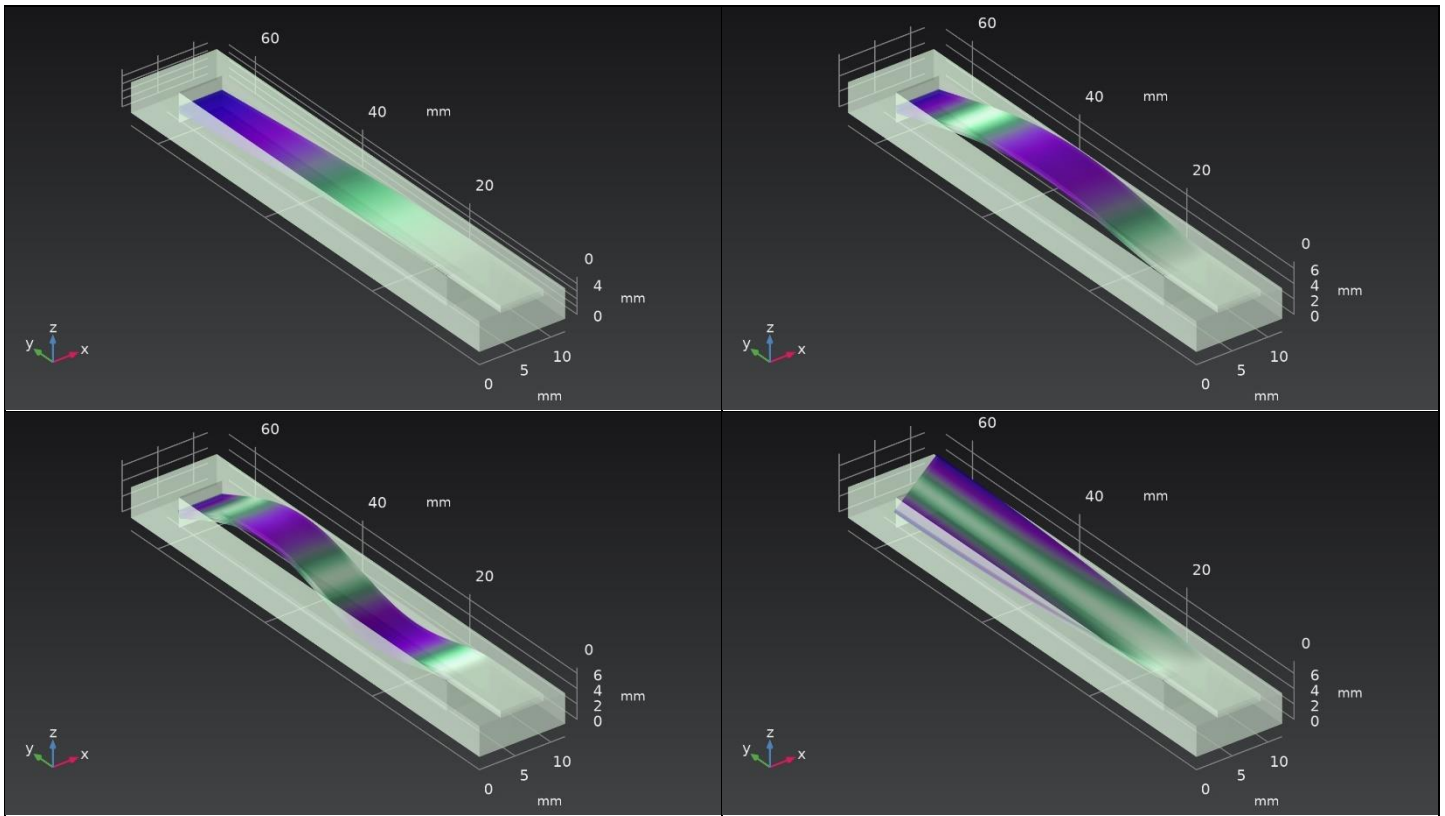
**Tabla 11.** Frecuencias naturales de los principales modos de vibración para los modelos de PEGc y PEGp. **Fuente:** elaboración propia.

<i>d_tongue</i> (m)	Frecuencia natural (Hz)*					
	0.048		0.06		0.072	
Modelo	PEGc	PEGp	PEGc	PEGp	PEGc	PEGp
<b>Modo transversal 1 (fundamental)</b>	354.19	353.88	206.8	206.69	135.36	135.3
	2225.4	2223.5	1299.4	1298.7	850.52	850.1
<b>Modo transversal 2</b>	2189.9	2187.8	1285.5	1284.7	843.7	843.24
	13760	13746	8076.8	8071.9	5301.1	5298.2
<b>Modo transversal 3</b>	5980.6	5973.3	3543.8	3541.3	2337.6	2336.2
	37577	37531	22267	22250	14688	14679
<b>Modo torsional 1</b>	3759	3750.6	2841.2	2836.8	2284	2279.4
	23619	23566	17852	17824	14351	14322

\*Valores en gris son la frecuencia angular en rad/s.

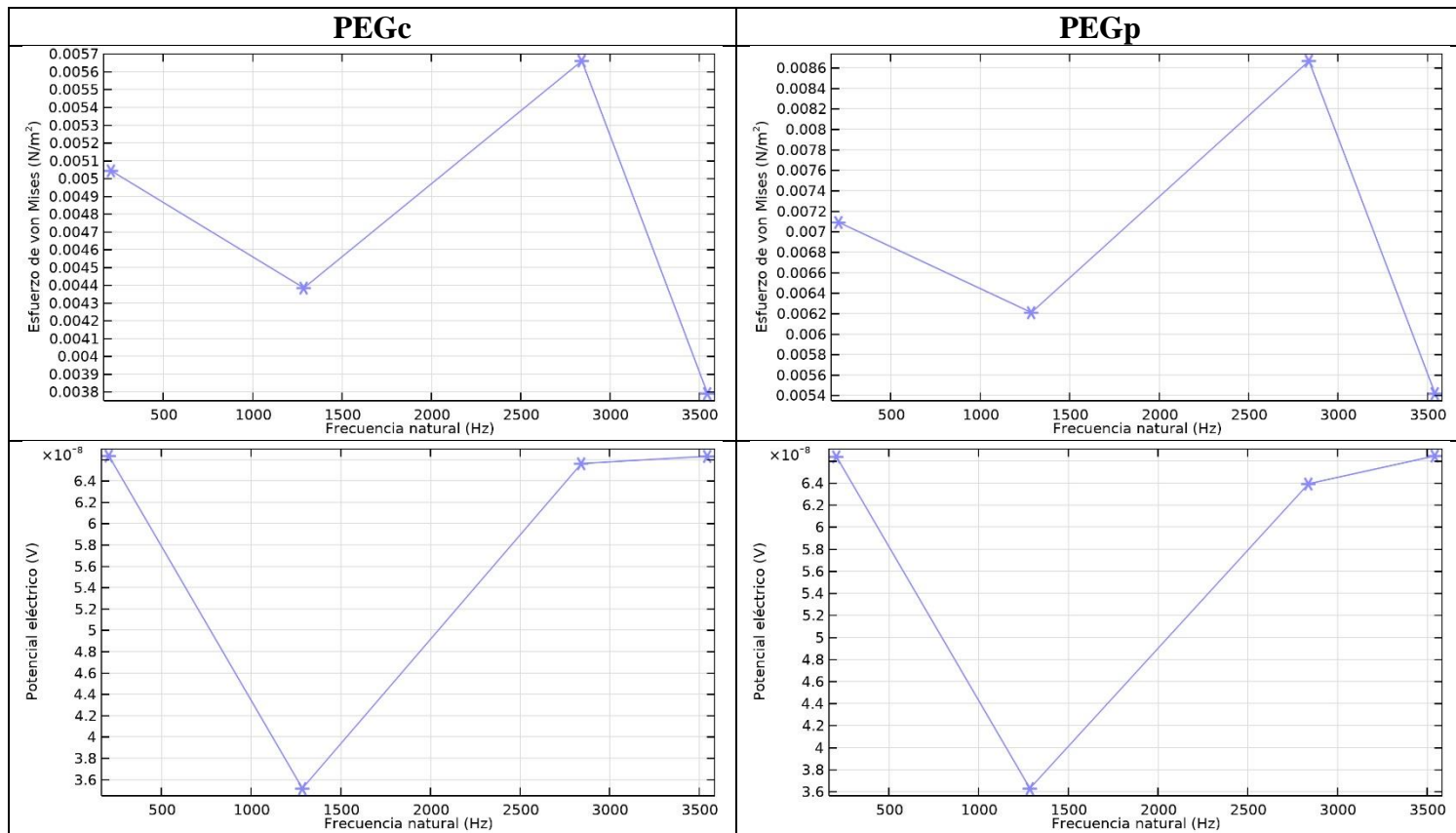
Las formas de los modos de vibración presentes en la arquitectura de lengüeta libre se muestran en la **Figura 27**. En cada modo de vibración, la menor rigidez le confiere al PEGp una frecuencia ligeramente menor que en el PEGc, quizás como consecuencia del cambio en el Módulo de Flexión de la lengüeta. El modo transversal fundamental presenta las menores frecuencias de todo el espectro evaluado, mientras que las mayores frecuencias están en la arquitectura de menores dimensiones. Una mayor frecuencia conlleva también más deformaciones en el tiempo, por lo que las frecuencias mayores podrían beneficiar la generación de energía eléctrica, pero una menor frecuencia asociada con longitudes más largas podría asociarse con deformaciones de mayor magnitud. Todo esto entra en juego ante una carga dinámica, que al final determina la amplitud de las oscilaciones.





**Figura 27.** Modos de vibración para los modelos de PEGc y PEGp (deformación a escala): transversal 1<sup>ero</sup> (sup. izq.); transversal 2<sup>do</sup> (sup. der.); transversal 3<sup>ero</sup> (inf. izq.); y torsional 1<sup>ero</sup> (inf. der.). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

Aunque los otros modos están presentes en alguna medida, ya sea al comienzo, durante o al final del ciclo de oscilación autoexcitada, el considerar sus efectos corresponde a un modelo posterior, más riguroso. Por ejemplo, la **Figura 28** muestra la proporción de esfuerzo y potencial eléctrico de cada frecuencia en el elemento piezoeléctrico de cada PEG de 60 mm en vibración libre, es decir, sin una condición de carga que haga predominar el modo de vibración transversal fundamental. Es importante apreciar que otros modos pueden aportar al potencial generado igual valor que el producido por el modo predominante, o más, dependiendo de la condición de carga dinámica. Si se considera esto, es fácil reconocer que una lengüeta excitada por una carga que favorezca el primer modo torsional podría tener esfuerzos y, por ende, deformaciones importantes y mayores en tanto mayor sea su longitud. Es necesario desarrollar un modelo más comprensivo, que tome en cuenta los aportes energéticos, así como las posibles pérdidas en el acoplamiento electromecánico, asociados con cada modo de vibración.



**Figura 28.** Proporción de esfuerzos y potenciales máximos entre frecuencias naturales en vibración sin carga dinámica en el volumen del piezoelectrico del PEGc y del piezoelectreto del PEGp. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

### 4.3. Estudios dependientes del tiempo (TD)

Los resultados de los estudios en el tiempo se organizan en las curvas en el orden en que el solucionador hace el muestreo en cada intervalo de tiempo (*tstep*), el cual se distribuye en el eje horizontal de las gráficas. La **Figura 29** reúne los resultados del estudio TD1 con carga de amplitud variable del desplazamiento del borde superior del extremo libre para ambos PEG, el potencial eléctrico promedio generado en la cara superior del electrodo y la energía eléctrica total recolectada en el electrodo. Las mismas cantidades se muestran en la **Figura 30** para el estudio TD2 con carga de frecuencia variable. Finalmente, para el TD3, la **Figura 31** muestra los resultados del potencial y energía eléctricos únicamente, con el desplazamiento conocido de amplitud variable de la **Ecuación (24)**.

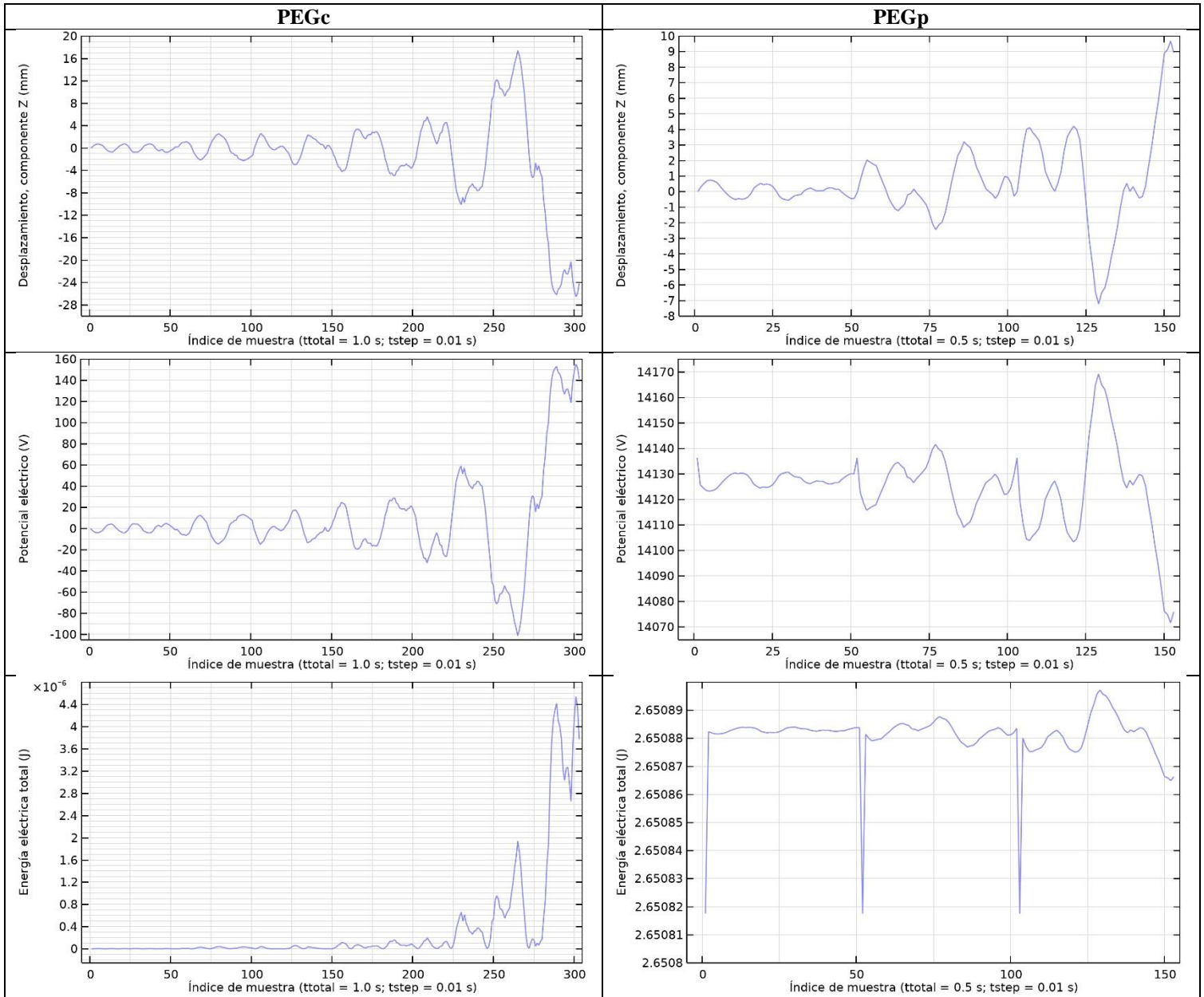
#### 4.3.1. TD1: Carga Distribuida Dinámica de Magnitud Variable

Los resultados muestran que, a bajas magnitudes de  $p_0$ , la oscilación se da en un rango bastante estable, aunque pequeño, de desplazamiento, como sucede cuando  $p_0 = 10$  kPa. En el PEGc, para  $p_0 = 10$  kPa, la oscilación comienza a aumentar su amplitud en el tiempo a partir de  $t = 0.5$  s, es decir, que hay un efecto de resonancia mecánica apreciable, que empieza incluso antes cuando  $p_0 = 25$  kPa y es más evidente con  $p_0 = 50$  kPa. Esta resonancia continúa aumentando la amplitud de la oscilación debido a que no se consideran los efectos de amortiguamiento del medio, que son necesarios para la oscilación autoexcitada dentro del rango cinemático de la lengüeta libre. Debido a que la carga no varía su frecuencia, una vez que se presenta la resonancia mecánica, el único amortiguamiento presente surge de los materiales de la lengüeta compuesta y de las diferencias entre sus propiedades. Además, aunque la ventana de tiempo analizada en cada caso es distinta y eso limita el análisis, hay algunas diferencias en la respuesta mecánica entre el PEGc y el PEGp, por ejemplo, que la lengüeta PEGc a  $p_0 = 10$  kPa no presenta mayor amortiguamiento antes de  $t = 0.5$ , mientras que en ese momento ya ha habido algún amortiguamiento en PEGp. Esto se refleja en los valores del desplazamiento con  $p_0 = 50$  kPa alrededor de  $t = 0.25$ , donde en PEGc se alcanza un desplazamiento de -10 mm, mientras que en PEGp llega hasta -7 mm. Es posible que la porosidad, que en el estudio estacionario le otorgaba mayor flexibilidad al modelo PEGp, ante un estímulo dinámico cause perturbaciones en la manera en que se propaga la onda en la estructura debido a las discontinuidades de la fase gaseosa dispersa en este modelo, introduciendo una fuente de amortiguamiento.

Las curvas del potencial tienen un patrón casi idéntico al del desplazamiento, pero invertido; esto depende simplemente de si el elemento piezoeléctrico se encuentra en tensión o en compresión en el momento, pero también facilita hacer observaciones. En el PEGc, para desplazamientos de alrededor  $\pm 5$  mm, cercanos a los obtenidos en el estudio estacionario para la carga estática de 600 kPa, el potencial promedio desarrollado en el electrodo del PEGc alcanza valores cerca de  $\pm 30$  V. En cambio, el electrodo del PEGp desarrolla un potencial máximo alrededor de 14170 V con un desplazamiento de -7 mm y un potencial mínimo de casi 14070 V con el desplazamiento de 10 mm, es decir, requiere desplazamientos mayores y alcanza potenciales menores que en el estudio estacionario. Como se ha explicado anteriormente, la razón de los enormes potenciales en el PEGp es el gran valor del campo de



desplazamiento eléctrico en la superficie de los poros; sin embargo, la razón de que los potenciales máximos alcanzados no lleguen a aquéllos obtenidos con una carga estática de  $p_0 = 600$  kPa no es tan evidente. Una posible explicación es que la deformación de los poros variable en el tiempo no permite que se desarrolle el potencial que se podría desarrollar en condiciones estacionarias con una deformación bien definida.

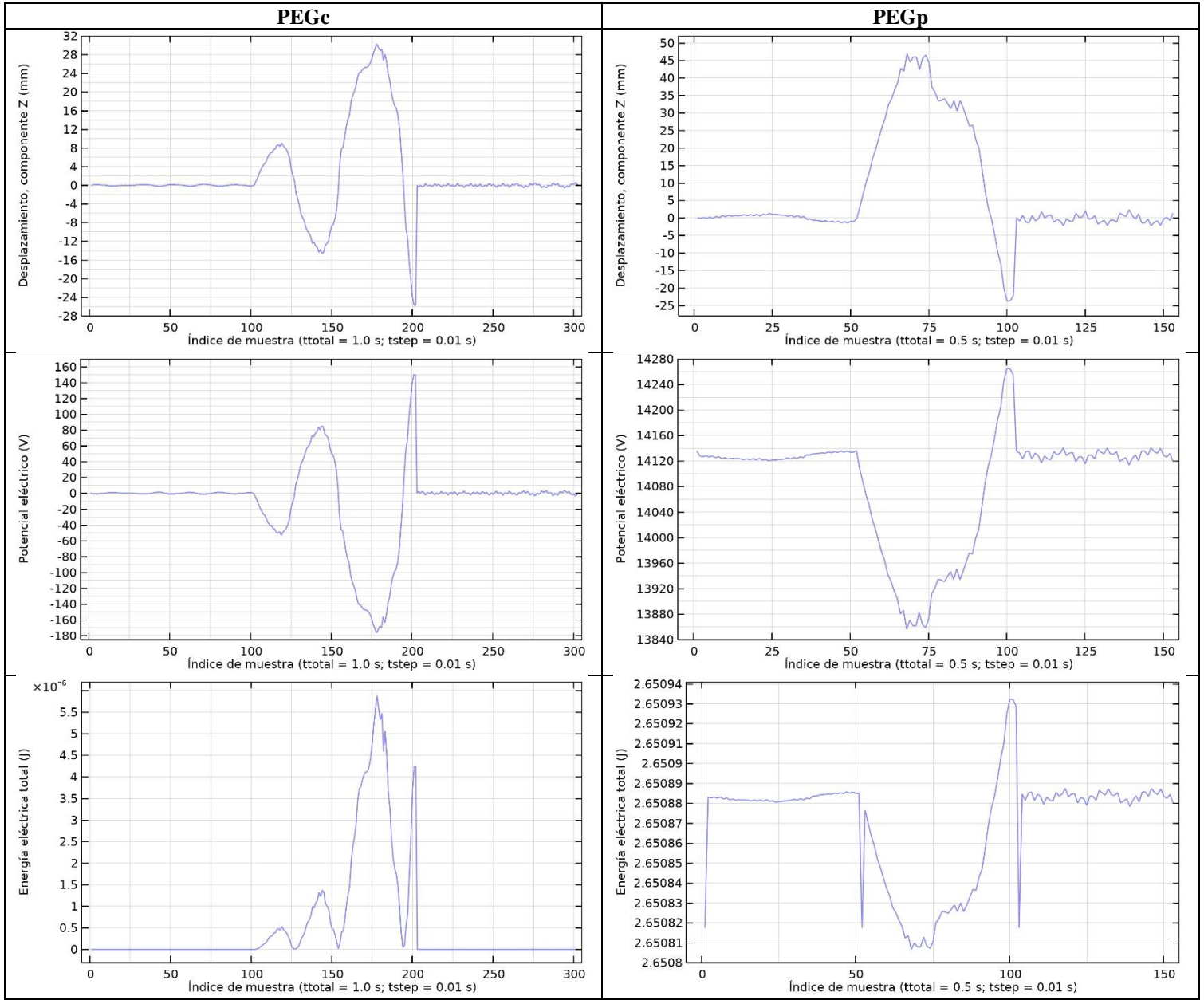


**Figura 29.** Valores en el tiempo de desplazamiento en Z del extremo libre, potencial y energía eléctricos promedio en el electrodo superior, bajo condiciones de carga de magnitud variable de 10, 25 y 50 kPa: en [0,100], [100,200] y [200,300] para el PEGc; y en [0,50], [50,100] y [100,150] para el PEGp. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

La energía eléctrica generada en ambos modelos tiene poca variabilidad, aunque se evidencia más en el modelo PEGc que en el modelo PEGp, debido a la diferencia en la escala de los valores. En el caso del PEGp sucede de manera similar que con su potencial donde, por la gran magnitud del campo de desplazamiento eléctrico, el valor registrado en el electrodo se mantiene en un rango estrecho y las diferencias no empiezan a notarse sino hasta después de la quinta cifra decimal. Esto sugiere que, para esta arquitectura, podrían obtenerse valores de energía eléctrica más representativos de la deformación de la lengüeta con un campo de desplazamiento eléctrico unos 4 órdenes de magnitud menor.

#### 4.3.2. TD2: Carga Distribuida Dinámica de Frecuencia Variable

Este estudio permite apreciar otra dimensión del efecto de resonancia mecánica. Cuando la carga hace vibrar la lengüeta a una frecuencia mucho menor o mayor, no se producen desplazamientos, potenciales o energía importantes; pero cuando la frecuencia de la carga es cercana a la frecuencia natural de la lengüeta ( $0.975 \text{ angfreq}$ , en este caso), la carga actúa de manera similar que en el estudio TD1. En este estudio se debía aplicar una carga de magnitud constante  $0.25 p_0$  (25 kPa) para el barrido paramétrico, pero por un error *grueso* sólo se configuró este valor para el PEGc-TD2, mientras que en el PEGp-TD2 se dejó el valor predeterminado de  $p_0$  de 100 kPa; no obstante, esto permite hacer otras observaciones. En el PEGc, por ejemplo, la frecuencia de  $0.975 \text{ angfreq}$  (1266.915 rad/s) con una carga de 25 kPa crea resonancia mecánica mucho más rápido que la frecuencia real de la lengüeta ( $\text{angfreq} = 1299.4 \text{ rad/s}$ ) con la misma carga. También, en el PEGp se evidencia que la carga dinámica de 100 kPa, a una frecuencia ligeramente menor que la natural, logra flexionar la lengüeta hasta desplazarla mucho más que la carga estática de 600 kPa del estudio estacionario. Estos dos resultados indican que la función de carga armónica diseñada para los estudios TD emula la carga de presión ideal en cierto grado, siempre que la frecuencia empleada sea la natural, creando resonancia mecánica al no tomar en cuenta los efectos de amortiguamiento del medio gaseoso. Por esta razón, la función de carga armónica empleada puede emplearse efectivamente para hacer estudios en el tiempo para brindar resultados aproximados, cuando el intervalo de tiempo analizado es breve.

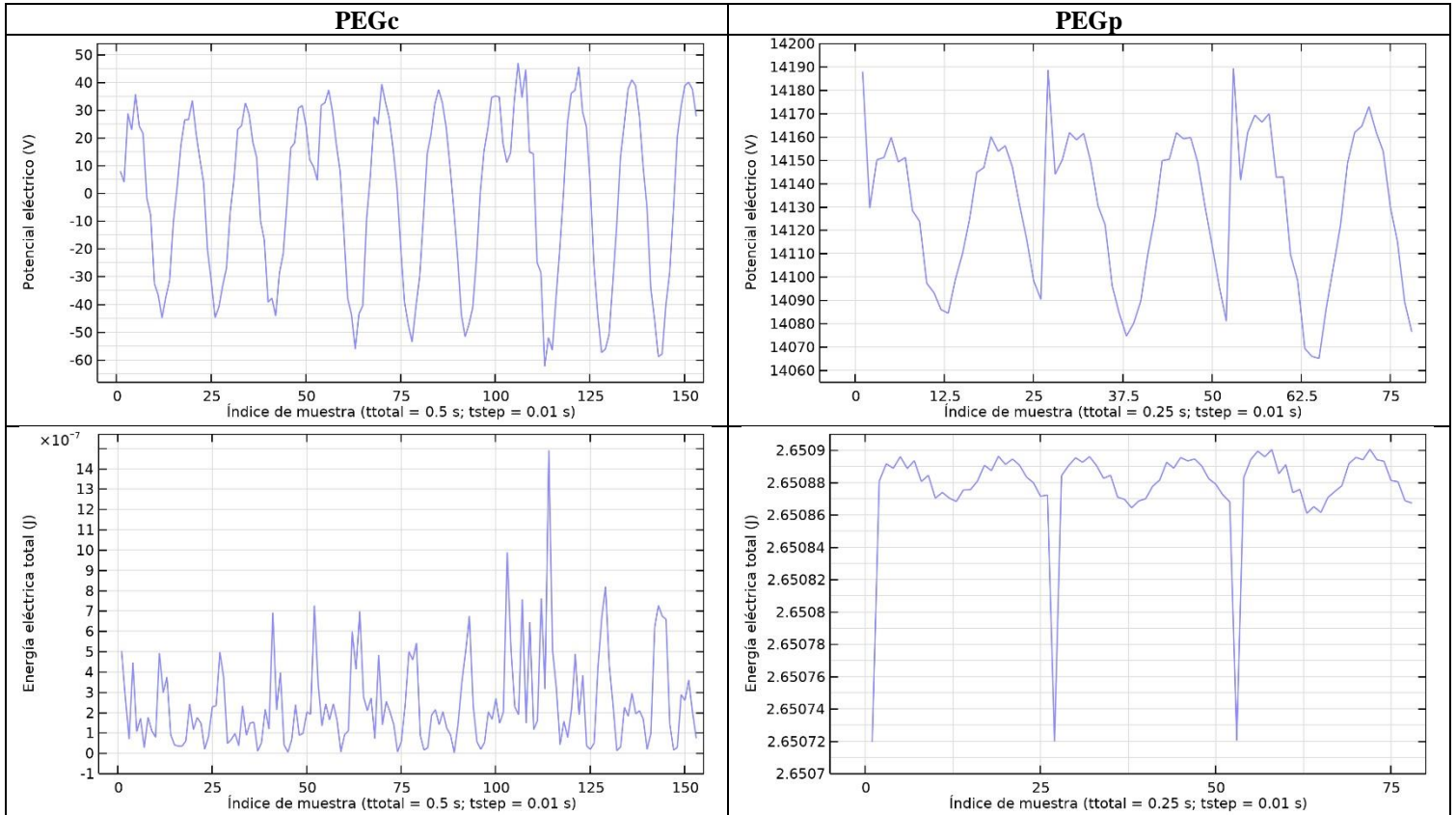


**Figura 30.** Valores en el tiempo de desplazamiento en Z del extremo libre, potencial y energía eléctricos promedio en el electrodo superior, bajo condiciones de carga de frecuencia variable de: 2225.4, 1266.915 y 850.52 rad/s en [0,100], [100,200] y [200,300] para el PEGc (izquierda); y de 2223.4, 1266.2325 y 850.1 rad/s [0,50], [50,100] y [100,150] para el PEGp (derecha). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

#### 4.3.3. TD3: Desplazamiento Dinámico de Amplitud Variable

Las gráficas de potencial obtenidas muestran que éste varía de forma consistente con el patrón de la **Figura 18**, donde se indicó un desplazamiento que inicia en la dirección negativa del eje Z, es decir, haciendo flexionar la lengüeta hacia abajo y causando que las fibras por encima del eje neutro se encuentren en tensión. De acuerdo con lo visto en el estudio estacionario, los valores positivos de potencial corresponden a las deformaciones en tensión, como aquí se aprecia también. Según lo establecido en la función  $hdisp(t)$  de la **Sección 3.3.3**, el desplazamiento es mayor cuando la lengüeta no atraviesa la placa, pues ahí es donde la fuerza restitutiva la ha empujado de regreso y hace comprimir las fibras por encima del eje neutro, a lo cual corresponden las mayores magnitudes negativas del potencial. Este efecto se respeta en el PEGp, con la diferencia de que hay un potencial positivo de gran magnitud permanentemente en el piezoelectreto, que hace variar la magnitud sólo dentro de un pequeño rango de varias decenas de voltios. La principal limitación de  $hdisp(t)$ , aparte de no considerar amortiguamientos, es que no contempla el desplazamiento como función de la longitud, sino exclusivamente en el borde superior del extremo libre, por lo que no podría emular el efecto de todos los modos de vibración característicos de la lengüeta.

Para interpretar los valores de energía recolectada en el electrodo en cada caso, se debe recordar que no hay certeza sobre las posibles pérdidas de energía durante el acoplamiento, como pérdidas mecánicas por el amortiguamiento y pérdidas eléctricas relacionadas con la distribución de los dominios ferroeléctricos del PVDF y los cambios de propiedades en las fronteras de éstos durante el movimiento [16]. Para considerar estas pérdidas, se debe hacer un modelado más riguroso del material y sus propiedades a nivel de su microestructura, lo cual se puede conseguir con la caracterización fisicoquímica de una muestra física del material. En este estudio se hizo la integración de la energía capturada en la superficie del electrodo a lo largo del ciclo de tiempo evaluado en cada modelo de PEG. Al hacer la integración en el área, las unidades resultantes de  $\text{kgm}^4/\text{s}^2$  son  $\text{Jm}^2$ , de modo que para conocer la energía efectiva en la superficie del electrodo, se divide la cantidad en  $\text{Jm}^2$  por el área de su superficie ( $360 \text{ mm}^2$ ). Luego, si se desea conocer la potencia por unidad de volumen del PEG, se divide nuevamente por el tiempo total de la simulación ( $t_{total}$ ) en cada caso y, finalmente, por el volumen del elemento piezoeléctrico ( $144 \text{ mm}^3$ ) para expresar su rendimiento como una densidad de potencia. Los resultados se muestran en la **Tabla 12**.



**Figura 31.** Valores promedio en el tiempo de potencial y energía eléctricos en el electrodo superior, bajo condiciones de desplazamiento armónico de amplitud variable de 5, 6 y 7 mm: en [0,100], [100,200] y [200,300] para el PEGc (izquierda); y [0,50], [50,100] y [100,150] para el PEGp (derecha). **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

**Tabla 12.** Energía eléctrica total en el tiempo y potencia obtenida para los modelos de PEGc y PEGp. **Fuente:** elaboración propia.

Magnitud de A (mm)	Energía eléctrica integrada (Jm <sup>2</sup> )		Densidad de potencia (mW/cm <sup>3</sup> )	
	PEGc	PEGp	PEGc	PEGp
5	$3.239 \times 10^{-9}$	0.02481	0.1249	$1.914 \times 10^6$
6	$4.281 \times 10^{-9}$	0.02481	0.1652	$1.914 \times 10^6$
7	$6.071 \times 10^{-9}$	0.02481	0.2342	$1.914 \times 10^6$

El PEGc logra aprovechar entre 0.1249 y 0.2342 mW/cm<sup>3</sup>, que son valores cercanos a los obtenidos para nanogeneradores con ferroelectretos de PVDF [15]. En cambio, el PEGp extrae un valor constante de 1.914 kW/cm<sup>3</sup>, indiferente de la amplitud de la oscilación, debido a su gran campo de desplazamiento eléctrico. Estos valores se pueden tomar como un resultado preliminar aceptable que respalda la metodología empleada en la simulación, pero es necesario mejorar la forma en que se modelan el material, la porosidad y las propiedades de polarización para obtener resultados más realistas.

## 5. CONCLUSIONES

La revisión bibliográfica resultó satisfactoria para brindar los conocimientos esenciales en la modelación del problema, desde la naturaleza de los materiales porosos poliméricos y piezoeléctricos, sus parámetros y usos en transductores, hasta la aplicación en una arquitectura específica. En cuanto a los fenómenos mecánicos estudiados, se puede afirmar que es posible hacer extrapolación de algunos resultados de la lengüeta libre sin elementos piezoeléctricos para la arquitectura evaluada de lengüeta compuesta, incluso sin considerar los efectos de interacción fluido-estructural. También, para el material analizado de PVDF, es posible hacer extrapolación de algunos resultados de la versión continua para la versión porosa, por tratarse del mismo material y por la validez de consideraciones geométricas y de mecánica de sólidos de la arquitectura.

El modelo del transductor piezoeléctrico desarrollado permite hacer una serie de análisis que describen una parte del fenómeno multifísico satisfactoriamente. Las funciones analíticas de carga dinámica propuestas no consideran componentes en fase con el movimiento de la lengüeta, a falta de una determinación experimental de los coeficientes requeridos para el amortiguamiento viscoso y los efectos aeroelásticos en la cavidad. Sin embargo, estas funciones son un buen punto de partida para modelar sin tomar en cuenta el efecto de amortiguamiento por la interacción con un fluido, particularmente en intervalos de tiempo cortos y a la frecuencia natural del PEG. El estudio con un desplazamiento definido y regular, en fase con la frecuencia natural de la lengüeta, es el más representativo que se puede hacer sin tomar en cuenta todas las variables y efectos asociados con los fenómenos de la mecánica de fluidos e interacción fluido-estructural. Por esto, la función de desplazamiento prescrito armónico es la mejor alternativa para evaluar el desempeño eléctrico en este modelo.

El comportamiento electromecánico del sistema se determinó exitosamente para cada modelo de PEG, en frecuencias distintas de la natural así como frecuencias cercanas a ésta. Se constató que la región clave para la generación y captura de energía es cerca del empotramiento y que la carga requerida para flexionar sin llegar a la oscilación forzada es mucho mayor que la necesaria una vez se ha iniciado dicha vibración. Las mayores dimensiones del soporte flexible en el PEG, así como una mayor porosidad, conducen a menores frecuencias y favorecen la susceptibilidad a la flexión aumentando la deformación

cerca del empotramiento, pero la porosidad en el PEGp también puede introducir un amortiguamiento. A mayores frecuencias, las menores dimensiones del elemento piezoeléctrico favorecen el aprovechamiento en el tiempo de esa deformación cerca del empotramiento y la generación de energía con esta arquitectura, lo cual está respaldado por la creciente cantidad de literatura disponible al respecto, donde se aborda la implementación de arquitecturas semejantes en las escalas micrométrica y nanométrica.

Los métodos empleados para evaluar el rendimiento eléctrico son satisfactorios dentro de las posibilidades que ofrece la herramienta COMSOL Multiphysics. Se obtuvo valores de densidad de potencia para ambos modelos que son congruentes con los resultados obtenidos en todos los estudios realizados, así para el PEGc como para el PEGp. Para el PEGp en particular, el gran valor de densidad de potencia obtenido se atribuye al gran valor de polarización que se utilizó en el modelo, mientras que los valores obtenidos para el PEGc son semejantes a valores que se encuentran en la literatura para otros generadores con materiales piezoeléctricos poliméricos.



## 6. RECOMENDACIONES

En cuanto a la revisión teórica, se puede mejorar en aspectos relacionados con las propiedades de los materiales empleados para obtener resultados más congruentes con el estado del arte, en particular con valores de polarización remanente en los piezoelectretos. También, para la simulación se pueden considerar otros materiales poliméricos para la simulación e incorporar la vida útil de la polarización en los poros.

En cuanto al modelado de los poros, en esta aproximación el método de un algoritmo aleatorio no produce un modelo semejante al tipo de porosidad que se suele obtener en la realidad, donde los índices de porosidad son mucho mayores y las geometrías más irregulares. Por esto es deseable mejorar el algoritmo o cambiar el método para reducir las diferencias en cuanto a morfología, distribución y cantidad de poros comparados a las matrices porosas producidas en un proceso de manufactura real.

Se puede optimizar el modelado con un desplazamiento prescrito a partir de mediciones simples del movimiento de una lengüeta libre compuesta y estimulada con una corriente de aire, o haciendo una función de desplazamiento de una superficie en lugar de sólo un borde. También es posible usar distintas funciones de carga en distintos momentos del estudio dependiente del tiempo, al inicio del movimiento y durante la continuación de la oscilación, para emular el estímulo inicial y luego el fenómeno de vibración autoexcitada según la ecuación de van der Pol.

Se recomienda incorporar todas las físicas necesarias en futuras aproximaciones del modelo, determinando las constantes y valores necesarios para averiguar el coeficiente de acoplamiento del PEG. También se puede modelar el PEG con un elemento piezoeléctrico más corto, que se concentre alrededor de la zona de mayor deformación de la lengüeta, así como escalar el PEG a un diseño del orden de los micrómetros para evaluar su factibilidad de implementación en MEMS.

Finalmente, se recomienda continuar con el estudio para realizar la fabricación de los transductores y caracterizar los transductores por medio de la experimentación, así como diseñar y fabricar la unidad de pruebas, todo con el fin de crear un experimento compuesto de una componente física y su gemelo virtual.



## 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. Dunn and J. Briscoe, “SPRINGER BRIEFS IN MATERIALS Nanostructured Piezoelectric Energy Harvesters,” London, 2014. [Online]. Available: <http://www.springer.com/series/10111>
- [2] S. Mishra, L. Unnikrishnan, S. K. Nayak, and S. Mohanty, “Advances in Piezoelectric Polymer Composites for Energy Harvesting Applications: A Systematic Review,” *Macromolecular Materials and Engineering*, vol. 304, no. 1. Wiley-VCH Verlag, Jan. 01, 2019. doi: 10.1002/mame.201800463.
- [3] M. Safaei, H. A. Sodano, and S. R. Anton, “A review of energy harvesting using piezoelectric materials: State-of-the-art a decade later (2008-2018),” *Smart Mater Struct*, vol. 28, no. 11, Oct. 2019, doi: 10.1088/1361-665X/ab36e4.
- [4] A. Erturk, “Piezoelectric energy harvesting for civil infrastructure system applications: Moving loads and surface strain fluctuations,” *J Intell Mater Syst Struct*, vol. 22, no. 17, pp. 1959–1973, Nov. 2011, doi: 10.1177/1045389X11420593.
- [5] P. Dipak Raskar, R. Gadkari, A. Israji, S. Mahadik, and A. Mahajan, “Pavement Pressure Sensor Based Battery Charging and Street Lightning System,” *International Research Journal of Innovations in Engineering and Technology (IRJIET)*, vol. 6, no. 3, pp. 163–168, 2022, doi: 10.47001/IRJIET/2022.603023.
- [6] H. M. Noh, “Acoustic energy harvesting using piezoelectric generator for railway environmental noise,” *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 10, no. 7, Jul. 2018, doi: 10.1177/1687814018785058.
- [7] S. Adhikari, M. I. Friswell, and D. J. Inman, “Piezoelectric energy harvesting from broadband random vibrations,” *Smart Mater Struct*, vol. 18, no. 11, 2009, doi: 10.1088/0964-1726/18/11/115005.
- [8] S. Lee and B. D. Youn, “A New Piezoelectric Energy Harvesting Design Concept: Multimodal Energy Harvesting Skin,” *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control*, vol. 58, no. 3, 2011.
- [9] C. A. Featherston, K. M. Holford, and B. Greaves, “Harvesting vibration energy for structural health monitoring in aircraft,” *Key Eng Mater*, vol. 413–414, pp. 439–446, 2009, doi: 10.4028/www.scientific.net/KEM.413-414.439.

- [10] M. Q. Le *et al.*, “Review on energy harvesting for structural health monitoring in aeronautical applications,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 79. Elsevier Ltd, pp. 147–157, 2015. doi: 10.1016/j.paerosci.2015.10.001.
- [11] A. Erturk, J. M. Renno, and D. J. Inman, “Modeling of piezoelectric energy harvesting from an L-shaped beam-mass structure with an application to UAVs,” *J Intell Mater Syst Struct*, vol. 20, no. 5, pp. 529–544, Mar. 2009, doi: 10.1177/1045389X08098096.
- [12] M. A. Karami and D. J. Inman, “Powering pacemakers from heartbeat vibrations using linear and nonlinear energy harvesters,” *Appl Phys Lett*, vol. 100, no. 4, Jan. 2012, doi: 10.1063/1.3679102.
- [13] Y. Qi, N. T. Jafferis, K. Lyons, C. M. Lee, H. Ahmad, and M. C. McAlpine, “Piezoelectric ribbons printed onto rubber for flexible energy conversion,” *Nano Lett*, vol. 10, no. 2, pp. 524–525, Feb. 2010, doi: 10.1021/nl903377u.
- [14] J. Rödel and J. F. Li, “Lead-free piezoceramics: Status and perspectives,” *MRS Bulletin*, vol. 43, no. 8. Cambridge University Press, pp. 576–580, Aug. 01, 2018. doi: 10.1557/mrs.2018.181.
- [15] M. A. Ansari and P. Somdee, “Piezoelectric Polymeric Foams as Flexible Energy Harvesters: A Review,” *Advanced Energy and Sustainability Research*, vol. 3, no. 9. John Wiley and Sons Inc, Sep. 01, 2022. doi: 10.1002/aesr.202200063.
- [16] I. A. Parinov and A. V. Cherpakov, “Overview: State-of-the-Art in the Energy Harvesting Based on Piezoelectric Devices for Last Decade,” *Symmetry*, vol. 14, no. 4. MDPI, Apr. 01, 2022. doi: 10.3390/sym14040765.
- [17] L. Li, J. Xu, J. Liu, and F. Gao, “Recent progress on piezoelectric energy harvesting: structures and materials,” *Advanced Composites and Hybrid Materials*, vol. 1, no. 3. Springer Science and Business Media B.V., pp. 478–505, Sep. 01, 2018. doi: 10.1007/s42114-018-0046-1.
- [18] M. Yuan, Z. Cao, J. Luo, and X. Chou, “Recent developments of acoustic energy harvesting: A review,” *Micromachines*, vol. 10, no. 1. MDPI AG, Jan. 11, 2019. doi: 10.3390/mi10010048.
- [19] W. Zhou, D. Du, Q. Cui, C. Lu, Y. Wang, and Q. He, “Recent Research Progress in Piezoelectric Vibration Energy Harvesting Technology,” *Energies*, vol. 15, no. 3. MDPI, Feb. 01, 2022. doi: 10.3390/en15030947.

- [20] T. Fernández and Oficina de Planificación Institucional, “Aportes del TEC al cumplimiento de los Objetivos de Desarrollo Sostenible y la Agenda 2030,” CUMPLIMIENTO DEL TEC A LOS OBJETIVOS DE DESARROLLO SOSTENIBLE (ODS). Accessed: Mar. 02, 2024. [Online]. Available: <https://www.tec.ac.cr/cumplimiento-tec-objetivos-desarrollo-sostenible-ods-0>
- [21] K. Szulecki and I. Overland, “Energy democracy as a process, an outcome and a goal: A conceptual review,” *Energy Research and Social Science*, vol. 69. Elsevier Ltd, Nov. 01, 2020. doi: 10.1016/j.erss.2020.101768.
- [22] O. Hamdi, F. Mighri, and D. Rodrigue, “Piezoelectric cellular polymer films: Fabrication, properties and applications,” *AIMS Materials Science*, vol. 5, no. 5. AIMS Press, pp. 845–869, 2018. doi: 10.3934/MATERSCI.2018.5.845.
- [23] Emmanuel. Defaÿ, *Integration of Ferroelectric and Piezoelectric Thin Films: Concepts and Applications for Microsystems*. ISTE; John Wiley & Sons, Inc., 2011.
- [24] F. J. Diaz Sanchez, M. Chung, M. Waqas, V. Koutsos, S. Smith, and N. Radacsi, “Sponge-like piezoelectric micro- and nanofiber structures for mechanical energy harvesting,” *Nano Energy*, vol. 98, Jul. 2022, doi: 10.1016/j.nanoen.2022.107286.
- [25] Y. Zhang *et al.*, “Ferroelectret materials and devices for energy harvesting applications,” *Nano Energy*, vol. 57, pp. 118–140, Mar. 2019, doi: 10.1016/j.nanoen.2018.12.040.
- [26] R. W. Crowe, J. K. Bragg, and V. G. Thomas, “Space Charge Formation and the Townsend Mechanism of Spark Breakdown in Gases,” *Physical Review*, vol. 96, no. 1, 1954.
- [27] F. and F. C. S. Standards Committee of the IEEE Ultrasonics, “IEEE Standard on Piezoelectricity,” 1987.
- [28] COMSOL, “Structural Mechanics Module User’s Guide,” 2017. [Online]. Available: [www.comsol.com/blogs](http://www.comsol.com/blogs)
- [29] H. Li, C. Tian, and Z. D. Deng, “Energy harvesting from low frequency applications using piezoelectric materials,” *Applied Physics Reviews*, vol. 1, no. 4. American Institute of Physics Inc., Dec. 01, 2014. doi: 10.1063/1.4900845.
- [30] R. Carter and R. Kensley, “Introduction to Piezoelectric Transducers,” 2022.

- [31] J. Cottingham, “Modes of reed vibration and transient phenomena in free reed instruments,” in *Proceedings of Meetings on Acoustics*, 2013. doi: 10.1121/1.4799611.
- [32] R. D. Blevins, *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*. Van Nostrand Reinhold Company, 1979.
- [33] B. A. Zai, F. Ahmad, C.-Y. Lee, T.-O. Kim, and M.-K. Park, “Structural Optimization of Cantilever Beam in Conjunction with Dynamic Analysis,” *Journal of the Korean Institute of Gas*, vol. 15, no. 5, pp. 31–36, Oct. 2011, doi: 10.7842/kigas.2011.15.5.031.
- [34] M. F. Aly, G. A. Hassan, and I. Goda, “The Effect of Fiber Orientation and Laminate Stacking Sequences on the Torsional Natural Frequencies of Laminated Composite Beams,” *IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology*, 2013, [Online]. Available: <http://www.ijret.org>
- [35] Shen and Dongna, “Piezoelectric Energy Harvesting Devices for Low Frequency Vibration Applications,” Auburn University, Auburn, Alabama, 2009.
- [36] A. Bibo, Gang Li, and M. F. Daqaq, “Electromechanical modeling and normal form analysis of an aeroelastic micro-power generator,” *J Intell Mater Syst Struct*, vol. 22, no. 6, pp. 577–592, Apr. 2011, doi: 10.1177/1045389X11400929.
- [37] S. H. Strogatz, *NONLINEAR DYNAMICS AND CHAOS*, Second Edition. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2018.
- [38] M. Nussbaumer and A. Agarwal, “Aeroacoustics of free reeds,” *22nd International Congress on Acoustics (ICA 2016)*, 2016.
- [39] L. Millot and C. Baumann, “A Proposal for a Minimal Model of Free Reeds,” *Acta Acustica*, vol. 93, pp. 122–144, Jan. 2007, [Online]. Available: <https://www.researchgate.net/publication/233495112>
- [40] Various Authors, *Electromechanically Active Polymers, A Concise Reference*. London: Springer International Publishing Switzerland, 2016. [Online]. Available: <http://www.springer.com/series/15068>
- [41] W. Frei, “How to Create a Randomized Geometry Using Model Methods,” COMSOL Blog. Accessed: Apr. 20, 2024. [Online]. Available:

<https://www.comsol.com/blogs/how-to-create-a-randomized-geometry-using-model-methods/>

- [42] Comsol, “Structural Mechanics Module User’s Guide,” 2023. [Online]. Available: [www.comsol.com/blogs](http://www.comsol.com/blogs)
- [43] Comsol, “The AC/DC Module User’s Guide,” 2023. [Online]. Available: [www.comsol.com/blogs](http://www.comsol.com/blogs)
- [44] Comsol, “MEMS Module User’s Guide,” 2023. [Online]. Available: [www.comsol.com/blogs](http://www.comsol.com/blogs)
- [45] S. K. Ghosh, T. K. Sinha, B. Mahanty, S. Jana, and D. Mandal, “Porous polymer composite membrane based nanogenerator: A realization of self-powered wireless green energy source for smart electronics applications,” *J Appl Phys*, vol. 120, no. 17, Nov. 2016, doi: 10.1063/1.4966652.
- [46] Matweb Material Property Data, “AISI 1095 Steel, as rolled,” 2024. Accessed: Jun. 05, 2024. [Online]. Available: <https://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=8bab8f67515740b0af82c9b119259b80&ckck=1>
- [47] J. Biernat and J. Cottingham, “Attack transients in free reed instruments,” in *Proceedings of Meetings on Acoustics*, Acoustical Society of America, 2014. doi: 10.1121/1.4891627.

## 8. APÉNDICE

### 8.1. Lista de parámetros de la modelación

**Tabla 13.** Parámetros para el modelado del PEG. **Fuente:** elaboración propia.

Parámetro	Expresión	Valor	Descripción
<i>w_tongue</i>	6 [mm]	0.006 m	Ancho de la lengüeta
<i>d_tongue</i>	60 [mm]	0.06 m	Largo de la lengüeta
<i>h_tongue</i>	0.4 [mm]	4E-4 m	Espesor de la lengüeta
<i>w_piezo</i>	<i>w_tongue</i>	0.006 m	Ancho del piezoeléctrico/piezolectreto
<i>d_piezo</i>	<i>d_tongue</i>	0.06 m	Largo del piezoeléctrico/piezolectreto
<i>h_piezo</i>	<i>h_tongue</i>	4E-4 m	Altura del piezoeléctrico/piezolectreto
<i>w_elect</i>	<i>w_tongue</i>	0.006 m	Ancho del electrodo
<i>d_elect</i>	<i>d_tongue</i>	0.06 m	Largo del electrodo
<i>h_elect</i>	<i>h_tongue</i> /4	1E-4 m	Espesor del electrodo
<i>w_plaque</i>	12 [mm]	0.012 m	Ancho de la placa
<i>d_plaque</i>	<i>d_tongue</i> + 5 [mm]	0.065 m	Largo de la placa
<i>h_plaque</i>	<i>h_tongue</i> *10	0.004 m	Espesor de la placa
<i>gap</i>	0.04 [mm]	4E-5 m	Juego entre lengüeta y agujero
<i>w_groove</i>	<i>w_tongue</i> + 2* <i>gap</i>	0.00608 m	Ancho del agujero de la placa
<i>d_groove</i>	<i>d_tongue</i> - 10 [mm] + <i>gap</i>	0.05004 m	Largo del agujero de la placa
<i>t_margin</i>	0.05 [mm]	5E-5 m	Margen sin poros en el electreto
<i>porosity</i>	0.025	0.025	Porcentaje de porosidad del electreto
<i>porecount</i>	2000	2000	Cantidad máxima de poros para el proceso iterativo
<i>rmin</i>	0.05 [mm]	5E-5 m	Radio mínimo de los poros del electreto
<i>rmax</i>	0.1 [mm]	1E-4 m	Radio máximo de los poros del electreto
<i>Pr</i>	65 [uC/cm <sup>2</sup> ]	0.65 C/m <sup>2</sup>	Polarización remanente
<i>p0</i>	100 [kPa]	1E5 Pa	Magnitud de la presión distribuida
<i>angfreq</i>	{valor} [rad/s]	{valor} rad/s	Frecuencia angular del primer modo transversal*
<i>A</i>	1 [mm]	0.006 m	Amplitud del desplazamiento prescrito
<i>ttotal</i>	1 [s]	10 s	Tiempo total de análisis
<i>tstep</i>	0.01 [s]	0.5 s	Tamaño del paso temporal

\* Valor resultante de los estudios PEGc-EF y PEGp-EF (Sección 4.2).

## 8.2. Código para la generación aleatoria de poros

```
int i = 0; // counter variable for the iterations
double porecount = model.param().evaluate("porecount"); // total number of
pores or total number of iterations
double w_plaque = model.param().evaluate("w_plaque"); // total width of the
plaque in the x axis
double h_plaque = model.param().evaluate("h_plaque"); // total height of
the plaque in the z axis
double w_tongue = model.param().evaluate("w_tongue"); // total width of the
tongue in the x axis
double h_tongue = model.param().evaluate("h_tongue"); // total height of
the tongue in the z axis
double h_elect = model.param().evaluate("h_elect"); // total height of the
electrode in the z axis
double w_piezo = model.param().evaluate("w_piezo"); // total width of the
piezo element in the x axis
double d_piezo = model.param().evaluate("d_piezo"); // total depth of the
piezo element in the y axis
double h_piezo = model.param().evaluate("h_piezo"); // total height of the
piezo element in the z axis
double t_margin = model.param().evaluate("t_margin"); // thickness of the
margin from the outer faces of the block, which no ellipsoid can intersect
double porosity = model.param().evaluate("porosity"); // percentage of
pores in the piezoelectret volume
double rmin = model.param().evaluate("rmin"); // minimum radius of the
ellipsoids
double rmax = model.param().evaluate("rmax"); // maximum radius of the
ellipsoids
double x, y, z, r1, r2, r3, theta = 0.0; // coordinates in x, y and z axes,
and radii of the ellipsoidal pore
double dmin = 2*rmax; // minimum distance between ellipsoids to avoid
intersection
double piezovol = w_piezo*d_piezo*h_piezo; // total bulk volume of the
piezoelectret
double porevol = 0.0; // variable to accumulate the volume contribution of
each individual pore during the iteration
double[][] coordinates = new double[i][3]; // list with the record of all
the positions already used during the ellipsoidal pores creation
// set units to be used in the modelling environment
model.component("comp1").geom("geom1").lengthUnit("m");
// create a cumulative selection for all the ellipsoids to be generated
model.component("comp1").geom("geom1").selection().create("cshell",
"CumulativeSelection");
while (porevol < porosity*piezovol && i < porecount) {
    // generate random coordinates and radii
    x = Math.random()*(w_piezo-2*t_margin)+t_margin;
    y = Math.random()*(d_piezo-2*t_margin)+t_margin;
    z = Math.random()*(h_piezo-2*t_margin)+t_margin;
    // definition of the radii that leads to a preference for disk or lens
shaped ellipsoids
    r1 = Math.random()*(rmax-rmin)+rmin;
    r2 = r1-Math.random()*rmin/4;
    r3 = r1/4;
    theta = Math.random()*360;
    // create the volume variable of the ellipsoidal pore for the iteration
    double elpvol = (4.0/3.0)*Math.PI*r1*r2*r3;
```

```

// conditions for the ellipsoid to not intersect the margin within the
block volume
if (((x-r1) < t_margin) || ((x+r1) > w_piezo-t_margin)) {continue; }
if (((y-r2) < t_margin) || ((y+r2) > d_piezo-t_margin)) {continue; }
if (((z-r3) < t_margin) || ((z+r3) > h_piezo-t_margin)) {continue; }

// Define boolean value for the overlapping condition
boolean overlapping = false;
// check for overlapping in a cycle through all recorded positions in the
coordinates array
for (int j = 0; j < i; j++) {
    // assign variable for the difference between each coordinate and a
given coordinate used before
    double dx = x-coordinates[j][0];
    double dy = y-coordinates[j][1];
    double dz = z-coordinates[j][2];
    double distance = Math.sqrt(dx*dx+dy*dy+dz*dz);

    // set the criterion for overlapping
    if (distance < dmin) {
        overlapping = true;
        break;
    }
}
// if overlapping occurs, skip this iteration
if (overlapping) {
    continue;
}
// Create ellipsoid and set radii and position values, and add to the
cumulative selection
model.component("comp1").geom("geom1").create("elp"+i, "Ellipsoid");
model.component("comp1").geom("geom1").feature("elp"+i).set("semiaxes",
new double[]{r1, r2, r3});
model.component("comp1").geom("geom1").feature("elp"+i).set("rot",
theta);
model.component("comp1").geom("geom1").feature("elp"+i).set("pos", new
double[]{(x+(w_plaque-w_tongue)/2), y, (z+h_plaque+h_tongue)});

model.component("comp1").geom("geom1").feature("elp"+i).set("selresult",
true);
model.component("comp1").geom("geom1").feature("elp"+i).set("color",
"custom");
model.component("comp1").geom("geom1").feature("elp"+i).set("customcolor"
, new double[]{1, 0, 0});
model.component("comp1").geom("geom1").feature("elp"+i).set("contributeto
", "cshell");
// Store the position of the newly created ellipsoid
if (!overlapping) {
    // Resize array to accommodate one more set of ellipsoid coordinates
    double[][] newcoords = new double[i+1][3];
    System.arraycopy(coordinates, 0, newcoords, 0, i);
    coordinates = newcoords;
    // Store the position of the newly created ellipsoid
    coordinates[i][0] = x;
    coordinates[i][1] = y;
    coordinates[i][2] = z;
}

```



```

    porevol += elpvol; // Update total pore volume
    i++; // Increment the count of placed ellipsoids
}
}
// create the base block with the desired dimensions and settings
model.component("comp1").geom("geom1").create("blk5", "Block");
model.component("comp1").geom("geom1").feature("blk5").label("Piezo");
model.component("comp1").geom("geom1").feature("blk5").set("size",      new
String[]{"w_piezo", "d_piezo", "h_piezo"});
model.component("comp1").geom("geom1").feature("blk5").set("pos",      new
String[]{"(w_plaque-w_piezo)/2", "0", "h_plaque+h_tongue"});
// Create the boolean difference by subtracting the ellipsoid group from
the block, while keeping the group selectable
model.component("comp1").geom("geom1").create("dif2", "Difference");
model.component("comp1").geom("geom1").feature("dif2").selection("input")
.set("blk5");
model.component("comp1").geom("geom1").feature("dif2").selection("input2"
).named("csell");
model.component("comp1").geom("geom1").feature("dif2").set("selresult",
true);
model.component("comp1").geom("geom1").feature("dif2").set("keepssubtract"
, true);
model.component("comp1").geom("geom1").feature("dif2").set("color",
"custom");
model.component("comp1").geom("geom1").feature("dif2").set("customcolor",
new double[]{0, 1, 1});
// Create and name a group to contain all ellipsoidal pore geometries in
the model tree
model.component("comp1").geom("geom1").nodeGroup().create("grp1");
model.component("comp1").geom("geom1").nodeGroup("grp1").placeAfter("blk5
");
for (int k = 0; k < i; k++) {
    model.component("comp1").geom("geom1").nodeGroup("grp1").add("elp"+k);
}
model.component("comp1").geom("geom1").nodeGroup("grp1").label("Pores");
// Run the model geometry to build all objects
model.component("comp1").geom("geom1").run();

```

### 8.3. Tablas de propiedades de materiales utilizadas

**Tabla 14.** Propiedades del material de la placa de montaje. **Fuente:** elaboración propia.

Propiedad	Variable	Valor	Unidades
Densidad	$\rho$	$\rho_{solid\_1}(T) = 2780.171$	kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Young	$E$	$E(T) = 7.315e10$	Pa
Relación de Poisson	$\nu$	$\nu(T) = 0.331$	1

**Tabla 15.** Propiedades del material del soporte flexible. **Fuente:** elaboración propia.

Propiedad	Variable	Valor	Unidades
Densidad	$\rho$	$\rho(T) = 7849.56$	kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Young	$E$	$E(T) = 2.124e11$	Pa
Relación de Poisson	$\nu$	$\nu(T) = 0.288$	1
Permitividad relativa	$\epsilon_{riso};$ $\epsilon_{rii} = \epsilon_{riso}, \epsilon_{rij} = 0$	1	1

**Tabla 16.** Propiedades del material del electrodo. **Fuente:** elaboración propia.

Propiedad	Variable	Valor	Unidades
Densidad	$\rho$	$\rho_{solid\_1}(T) = 10500$	kg/m <sup>3</sup>
Módulo de Young	$E$	$E(T) = 83e9$	Pa
Relación de Poisson	$\nu$	$\nu(T) = 0.37$	1
Permitividad relativa	$\epsilon_{riso};$ $\epsilon_{rii} = \epsilon_{riso}, \epsilon_{rij} = 0$	1	1

**Tabla 17.** Propiedades del material del volumen de poros. **Fuente:** elaboración propia.

Propiedad	Variable	Valor	Unidades
Permitividad relativa	$\epsilon_{riso};$ $\epsilon_{rii} = \epsilon_{riso}, \epsilon_{rij} = 0$	1	1

**Tabla 18.** Propiedades del material piezoeléctrico para el PEGc y el PEGp. **Fuente:** elaboración propia.

Propiedad	Variable	Valor	Unidades
Densidad	$\rho$	1780	kg/m <sup>3</sup>
Matriz de Elasticidad, notación Voigt	$c_{E11} \ c_{E12} \ c_{E13} \ c_{E14} \ c_{E15} \ c_{E16}$ $c_{E21} \ c_{E22} \ c_{E23} \ c_{E24} \ c_{E25} \ c_{E26}$ $c_{E31} \ c_{E32} \ c_{E33} \ c_{E34} \ c_{E35} \ c_{E36}$ $c_{E41} \ c_{E42} \ c_{E43} \ c_{E44} \ c_{E45} \ c_{E46}$ $c_{E51} \ c_{E52} \ c_{E53} \ c_{E54} \ c_{E55} \ c_{E56}$ $c_{E61} \ c_{E62} \ c_{E63} \ c_{E64} \ c_{E65} \ c_{E66}$ $c_{Eij} = c_{Eji}$	3.8e09 1.9e09 0.9e09 0 0 0 1.9e09 3.8e09 0.9e09 0 0 0 0.9e09 0.9e09 1.2e09 0 0 0 0 0 0 9e08 0 0 0 0 0 0 9e08 0 0 0 0 0 0 7e08	Pa
Matriz de acoplamiento, notación Voigt	$e_{EE11} \ e_{EE12} \ e_{EE13} \ e_{EE14} \ e_{EE15} \ e_{EE16}$ $e_{EE21} \ e_{EE22} \ e_{EE23} \ e_{EE24} \ e_{EE25} \ e_{EE26}$ $e_{EE31} \ e_{EE32} \ e_{EE33} \ e_{EE34} \ e_{EE35} \ e_{EE36}$	0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0.024 0.001 -0.027 0 0 0	C/m <sup>2</sup>
Permitividad relativa	$\epsilon_{rE11} \ \epsilon_{rE12} \ \epsilon_{rE13}$ $\epsilon_{rE21} \ \epsilon_{rE22} \ \epsilon_{rE23};$ $\epsilon_{rE31} \ \epsilon_{rE32} \ \epsilon_{rE33}$ $\epsilon_{rEij} = \epsilon_{rEji} = 0$	7.4 0 0 0 9.3 0 0 0 7.6	1

#### 8.4. Condiciones de borde y de frontera utilizadas en el modelo

**Tabla 19.** Condiciones de borde de la interfaz de Mecánica de Sólidos para los distintos dominios en cada estudio. **Fuente:** elaboración propia.

Condición de borde	Entidades	Relaciones y valores	Selecciones	Estudios
Material lineal elástico	Dominios	<b>Ecuación (15)</b>	Todos excepto Poros	Todos
Libre	Fronteras	-	Todas excepto Placa	Todos
Valores iniciales	Dominios	$u_x, u_y, u_z = 0$ $\frac{\partial u_x}{\partial t}, \frac{\partial u_y}{\partial t}, \frac{\partial u_z}{\partial t} = 0$	Todos los dominios	Todos
Material piezoeléctrico	Dominios	<b>Ecuaciones (16) y (17)</b> $D_{rx}, D_{ry}, D_{rz} = 0$	Piezoeléctrico/Piezolectreto	Todos
Soporte fijo	Dominios	-	Placa	Todos
Carga superficial	Caras	<b>Ecuación (22)</b>	Cara superior del electrodo superior	S
Carga superficial	Caras	<b>Ecuación (23)</b>	Cara superior del electrodo superior	TD1 TD2
Desplazamiento prescrito	Bordes	<b>Ecuación (24)</b>	Borde superior del extremo libre del electrodo superior	TD3

**Tabla 20.** Condiciones de borde de la interfaz de Electrostática para los distintos dominios en cada estudio. **Fuente:** elaboración propia.

Condición de borde	Entidades	Relaciones y valores	Dominios	Estudios
Conservación de carga	Dominios	<b>Ecuaciones (18) y (19)</b>	Electrodo Superior Electrodo Inferior	Todos
Carga cero	Caras	$n \cdot D = 0$	Todas excepto cara inferior del Electrodo Inferior	Todos
Valores iniciales	Dominios	$V = 0$	Electrodo Superior Piezoeléctrico/Piezolectreto Electrodo Inferior	Todos
Conservación de carga en piezoeléctricos	Dominios	<b>Ecuaciones (18), (19) y (20)</b>	Piezoeléctrico/Piezolectreto	Todos
Tierra	Caras	$V = 0$	Cara inferior del Electrodo Inferior	Todos
Campo de desplazamiento eléctrico*	Caras	<b>Ecuación (21)</b> $D_{0x}, D_{0y} = 0$ $D_{0z} = 65 \frac{\mu C}{m^2}$	Superficies de Poros	Todos (sólo PEGp)

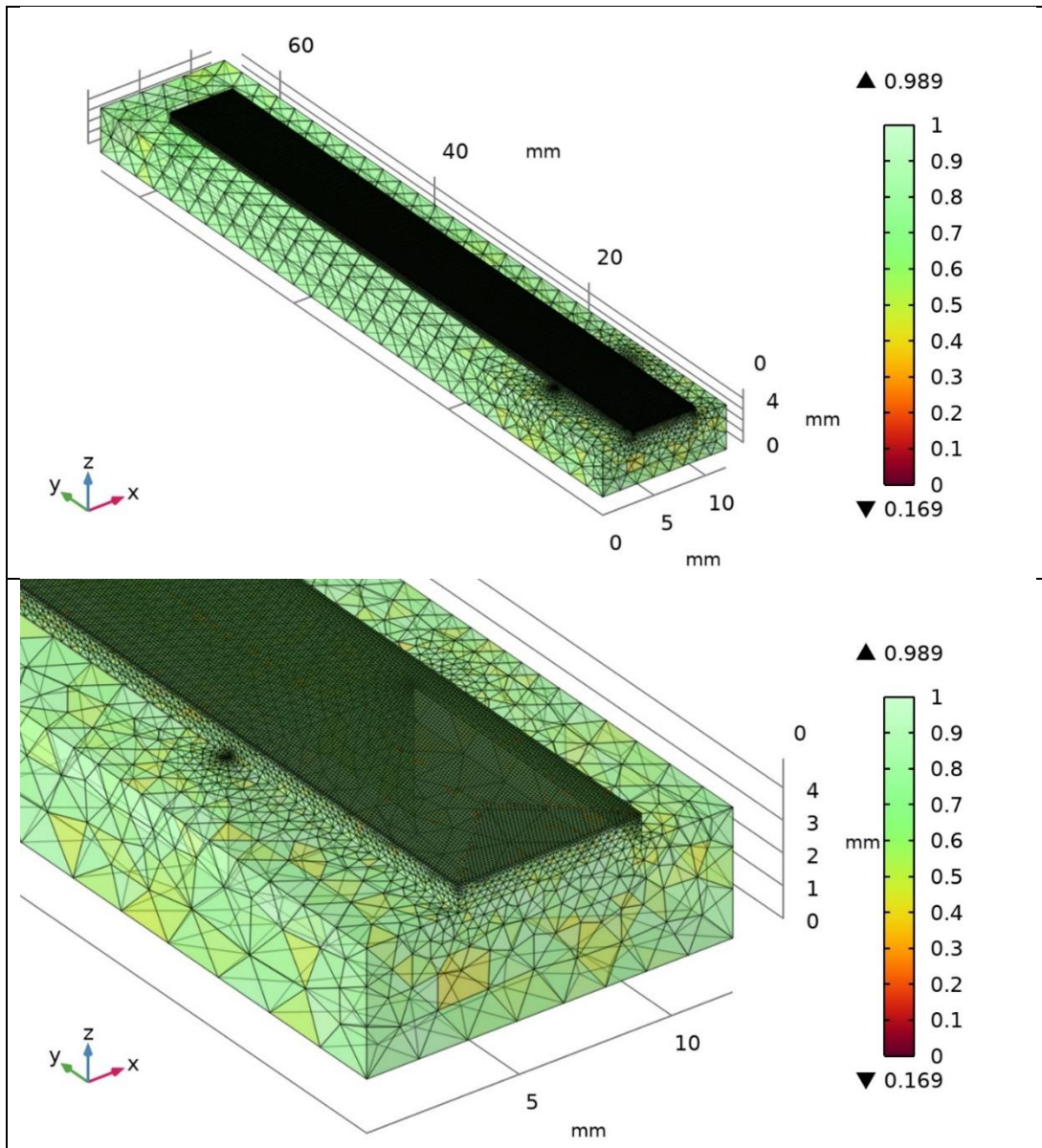
\*Utilizada en estudios para el PEGp únicamente; valor de  $D_{0z}$  tomado de [45].

### 8.5. Discretización y mallas utilizadas para la simulación

**Tabla 21.** Estadísticas de la malla “Extrafina” para el modelo PEGc, estudios S y EF.

**Fuente:** elaboración propia.

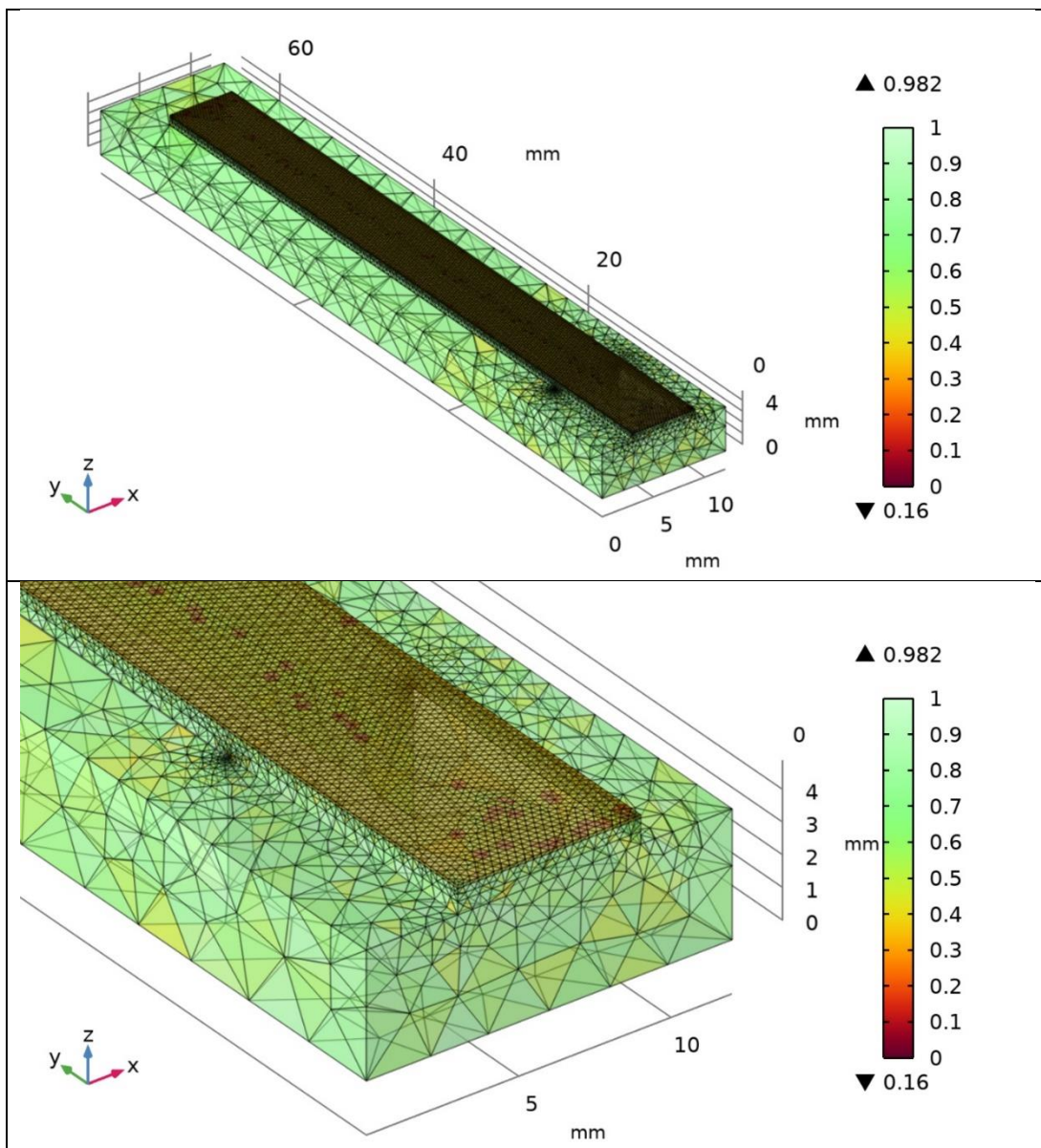
Número de elementos	Vértices de malla	Calidad mínima de elementos	Calidad media de elementos	Tasa de volumen de elemento	Volumen del mallado
633274 tetraedros (151499 triángulos) (3479 bordes) (34 vértices)	126100	0.1686	0.6567	$3.667 \cdot 10^{-6}$	2227 mm <sup>3</sup>



**Figura 32.** Calidad de la malla “Extrafina” para los estudios PEGc-S y PEGc-EF. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

**Tabla 22.** Estadísticas de la malla “Más Fina” para el modelo PEGc, estudios TD1, TD2 y TD3. **Fuente:** elaboración propia.

Número de elementos	Vértices de malla	Calidad mínima de elementos	Calidad media de elementos	Tasa de volumen de elemento	Volumen del mallado
93007 tetraedros (37344 triángulos) (1865 bordes) (34 vértices)	20779	0.16	0.5292	$1.667 \cdot 10^{-6}$	2227 mm <sup>3</sup>

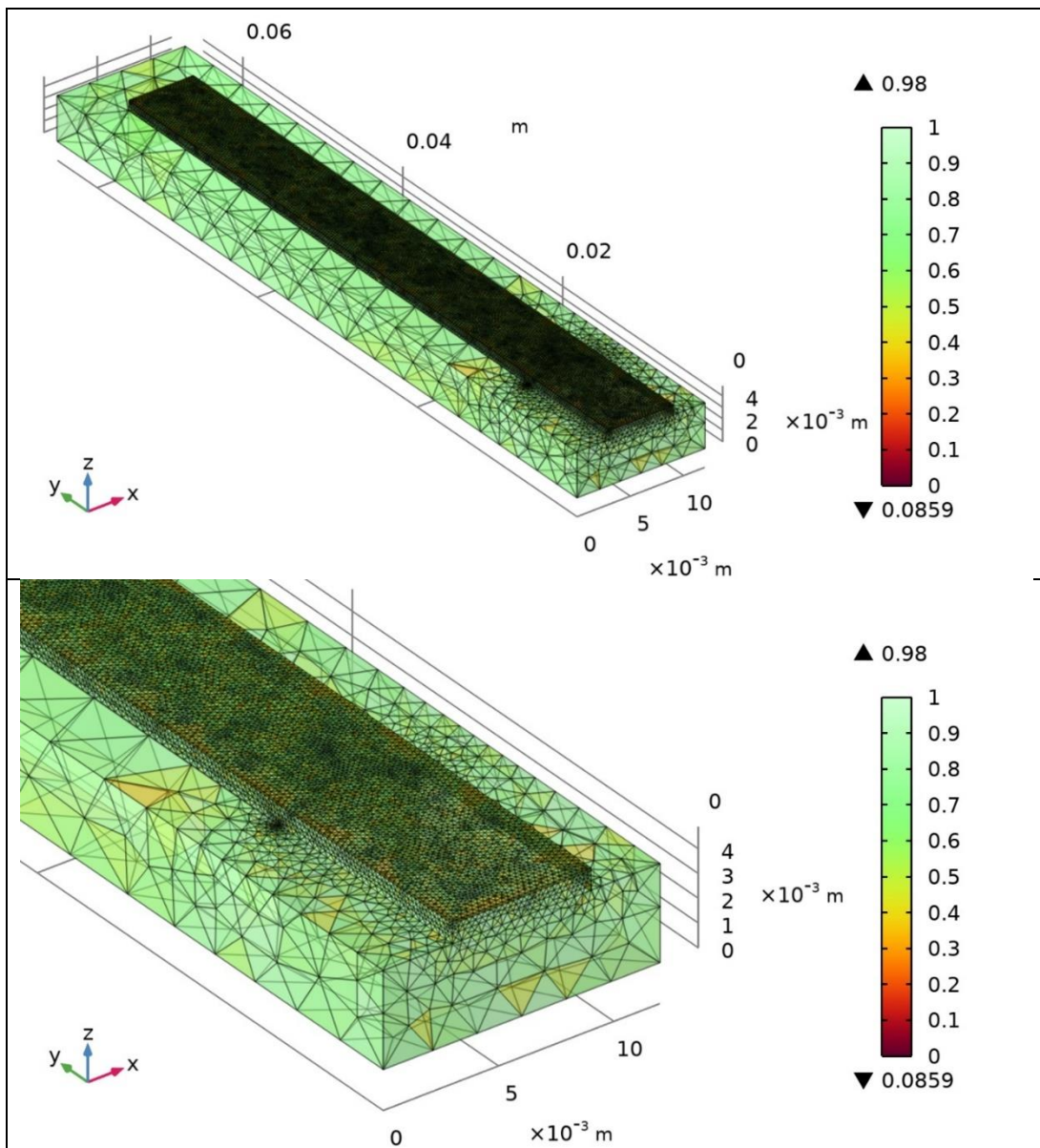


**Figura 33.** Calidad de la malla “Más Fina” para los estudios PEGc-TD1, PEGc-TD2 y PEGc-TD3. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.



**Tabla 23.** Estadísticas de la malla “Más Fina” para el modelo PEGp, estudios S y EF.  
**Fuente:** elaboración propia.

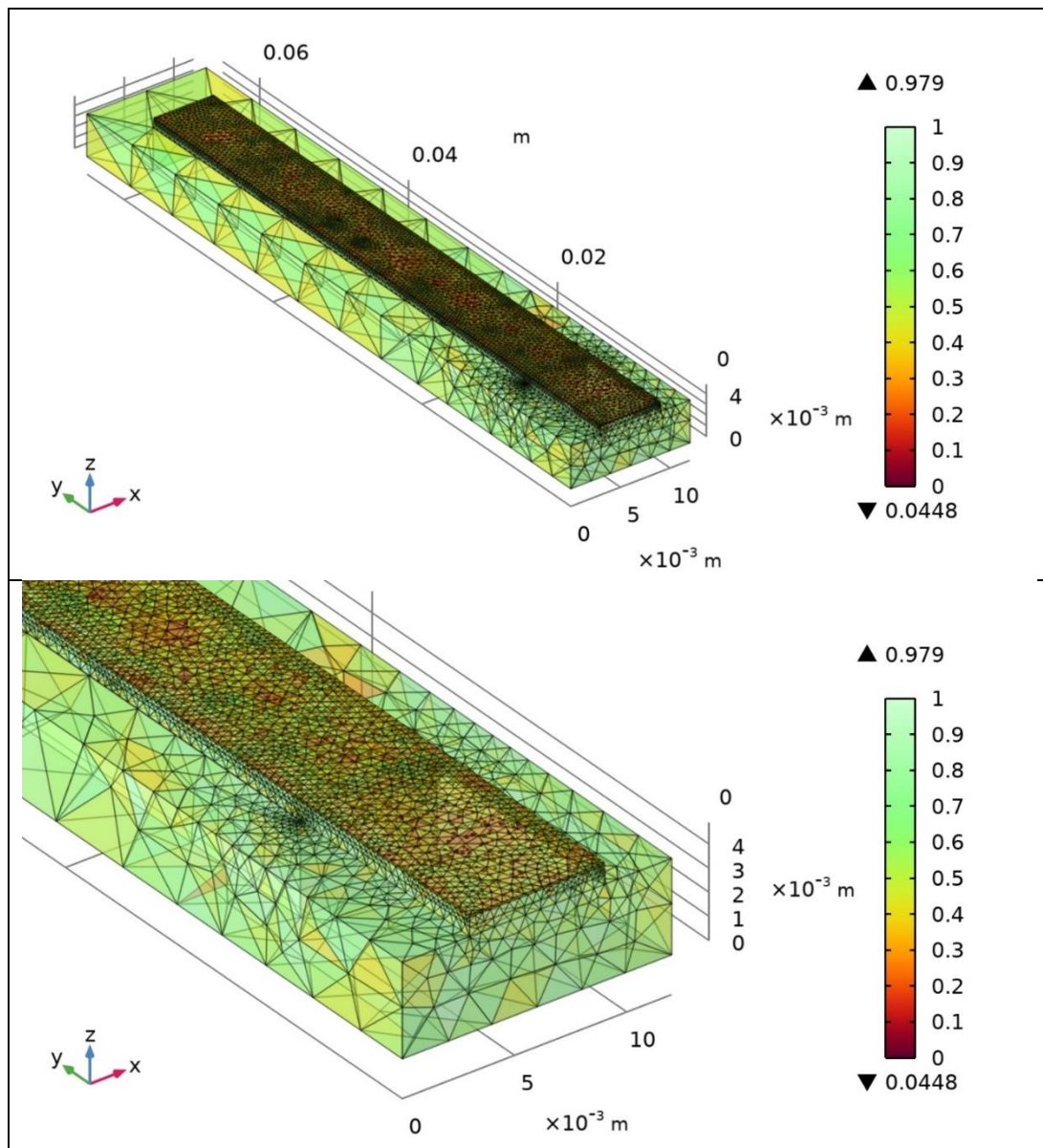
Número de elementos	Vértices de malla	Calidad mínima de elementos	Calidad media de elementos	Tasa de volumen de elemento	Volumen del mallado
642039 tetraedros (92844 triángulos) (26257 bordes) (12034 vértices)	117382	0.08591	0.6262	$7.207 \cdot 10^{-7}$	2227 mm <sup>3</sup>



**Figura 34.** Calidad de la malla “Más Fina” para los estudios PEGp-S y PEGp-EF. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.

**Tabla 24.** Estadísticas de la malla “Normal” para el modelo PEGp, estudios TD1, TD2 y TD3. **Fuente:** elaboración propia.

Número de elementos	Vértices de malla	Calidad mínima de elementos	Calidad media de elementos	Tasa de volumen de elemento	Volumen del mallado
295441 tetraedros (53759 triángulos) (25629 bordes) (12034 vértices)	55132	0.04482	0.5703	$1.92 \cdot 10^{-7}$	$2227 \text{ mm}^3$



**Figura 35.** Calidad de la malla “Normal” para los estudios PEGp-TD1, PEGp-TD2 y PEGp-TD3. **Fuente:** elaborado en COMSOL Multiphysics.