

MATERIA

Análise Económica dos Mercados Financeiros I

TITULACIÓN

Máster en Economía: Organización industrial e mercados financeiros

unidade  
didáctica  
8

# Modelo de valoración de activos APT

Juan Carlos Reboredo Nogueira

Departamento: Fundamentos da Análise Económica

Facultade ou Escola: Facultade de CC Económicas e Empresariais

unidadesdidácticas  
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

© Universidade de Santiago de Compostela, 2013



Esta obra atópase baixo unha licenza Creative Commons BY-NC-SA 3.0. Calquera forma de reprodución, distribución, comunicación pública ou transformación desta obra non incluída na licenza Creative Commons BY-NC-SA 3.0 só pode ser realizada coa autorización expresa dos titulares, salvo excepción prevista pola lei. Pode acceder Vde. ao texto completo da licenza nesta ligazón:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/es/legalcode.gl>

#### **Deseño e maquetación**

J. M. Gairí

#### **Edita**

Vicerreitoría de Estudantes,  
Cultura e Formación Continua  
da Universidade de Santiago de Compostela  
Servizo de Publicacións  
da Universidade de Santiago de Compostela

ISBN

978-84-15876-36-6

**MATERIA: Análise Económica dos mercados financeiros I**

**TITULACIÓN: Máster en Economía: Organización industrial e mercados financeiros**

PROGRAMA XERAL DO CURSO

Localización da presente unidade didáctica

**Unidade I. Introducción: Economía Financeira e valoración**

Problemas básicos da Economía Financeira

Valoración

Arbitraje e equilibrio

**Unidade II. Cálculo financeiro**

Valor do diñeiro no tempo

Rendas

Préstamos

Empréstitos

**Unidade III. Estrutura temporal dos tipos de xuro**

A Curva Cupón Cero

Métodos de estimación da curva cupón cero

Teorías explicativas de estrutura temporal dos tipos de xuro

**Unidade IV. Activos de renda fixa**

Activos de renda fixa

Risco de activos de renda fixa

Inmunización

**Unidade V. Valoración de activos continxentes**

Activos continxentes

Activos Arrow-Debreu

Probabilidades neutrais ao risco

Martingalas

Mercados completos

**Unidade VI. Decisións financeiras con incerteza**

Preferencias e incerteza

Análise media-varianza

Dominio estocástico

**Unidade VII. Modelo de valoración de activos CAPM**

Alternativas de investimento no espazo media-varianza

Equilibrio de mercado: modelo CAPM

**Unidade VIII. Modelo de valoración de activos APT**

Modelo factorial e carteiras de activos

Valoración con ausencia de arbitraje: modelo APT

## ÍNDICE

---

**Introducción**

**Palabras clave**

**Metodología**

**O modelo APT**

**Modelo factorial e carteiras de activos**

1. Carteiras con modelos factoriais
2. Replicación con modelos factoriais
3. Carteiras factoriais

**Modelo factorial con activos sen risco**

**Valoración con ausencia de arbitraje: APT**

**APT vs. CAPM**

**APT e ecuación fundamental de valoración**

**Valoración con AD, CAPM e APT**

**Actividades propostas**

**Bibliografía**

## INTRODUCCION

---

Esta unidade didáctica forma parte do curso de Análise Económica dos Mercados Financeiros I que se imparte no primeiro cuadrimestre do Máster en Economía: Organización Industrial e Mercados Financeiros.

O propósito da unidade é introducir o modelo de valoración de activos por non arbitraje, APT, que é un modelo multifactorial que permite valorar calquera activo por replicación a partir de una serie de carteiras factoriais. Nesta unidade estúdase con detalle o modelo factorial, os seus supostos básicos e a súa aplicabilidade en termos de valoración. Así mesmo, comparase este modelo co outros modelos de valoración, destacándose a vantaxe do modelo APT en termos de deseño de carteiras.

A comprensión desta unidade reviste un grao de dificultade elevado na mediada que require do manexo das técnicas de replicación e dunha compresión adecuada de modelos econométricos. É por iso que ao longo da unidade se utilizan numerosos exemplos numéricos que tratan de ilustrar a conexión entre utilidade financeira práctica dos modelos e as limitacións prácticas dos seus supostos básicos.

## PALABRAS CLAVE

---

Non arbitraje, modelo factorial, carteiras factoriais, replicación, prima de risco.

## METODOLOXIA

---

- A impartición do curso sempre adoptará como punto de partida as intuicións financeiras, que se tomarán como base, e a enmarcación destas intuicións no contexto do problema de valoración.
- Utilizarase preferentemente a linguaxe gráfica, máis intuitivo e máis fácil de assimilar polo estudante, pasando posteriormente á formulación dos problemas considerados en termos formais.
- Ilustraranse todos os conceptos con exemplos prácticos que estean próximos a realidade financeira do alumno coa finalidade de que o alumno aprenda a aplicar os instrumentos de valoración a activos financeiros con características semellantes.
- Propoñerase unha serie de exercicios prácticos que ilustren a aplicabilidade e utilidade dos coñecementos adquiridos.
- Fomentarase a participación do alumno, tanto no desenvolvemento dos contidos teóricos como na resolución dos casos prácticos.

O MODELO APT

O modelo de valoración APT (*arbitrage pricing theory*) utiliza dous supostos básicos para a valoración de activos:

- Ausencia de arbitraje
- Modelo factorial para a rendibilidade de un activo:

$$\tilde{r}_j = \underbrace{a_j}_{\text{determinística}} + \underbrace{\beta_{j1}\tilde{F}_1 + \beta_{j2}\tilde{F}_2 + \dots + \beta_{jk}\tilde{F}_k}_{\text{estocástica}} + \varepsilon_j$$

**Sistemática**  
Afecta a todos os activos pero de forma diferenciada.

**Específica ou idiosincrática**  
Afecta só a j, polo que é diversificable.

→  $\tilde{F}$ : factores que afectan ao prezo dos activos que son unha fonte común e NON diversificable de risco. Ex. Inflación, tipos de interese, crecemento, etc.

→  $\beta$ : sensibilidade do rendemento do activo j aos factores de risco.

Propiedades do compoñente estocástico do modelo factorial:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Cov}(\tilde{F}_k, \tilde{F}_h) = 0 \quad \forall k \neq h \\ \text{Cov}(\tilde{F}_k, \varepsilon_j) = 0 \quad \forall k \\ E(\varepsilon_j) = \text{Cov}(\varepsilon_j, \varepsilon_h) = 0 \quad \forall j \text{ y } \forall j \neq h \end{array} \right.$$

Debilidade e fortaleza do modelo factorial:

- Modelo esóxeno que NON identifica cales deben de ser os factores e o valor das betas: precisamos de técnicas econométricas para a súa determinación.
- A interpretación de como  $\varepsilon$  compoñente idiosincrático NON utiliza ningunha argumentación económica: no CAPM utilizamos o baleirado de mercado.

Exemplo 1: Modelo de mercado, toda a información resúmese nun único factor: a carteira de mercado M (índice da bolsa).

$$\tilde{r}_j = a_j + \beta_{jM}\tilde{r}_M + \varepsilon_j$$

$$E(\varepsilon_j) = E(\varepsilon_j, \tilde{r}_M) = E(\varepsilon_j, \varepsilon_h) = 0 \quad \forall j, \forall j \neq h$$

↑                    ↑

?

Todas as características comúns aos diferentes activos quedan recollidos no seu nexa coa carteira de mercado. Se isto se se verifica empiricamente, entón o CAPM sería o modelo de mercado e só sería necesario un factor para valorar.

Dificultade: o efecto dunha variable macro, por exemplo, os tipos de xuro, pode ser maior sobre o activo  $j$  do que realmente recolle a carteira de mercado. Este efecto adicional queda recollido en  $\varepsilon_j$ , polo que non se verifica a primeira igualdade.

Este modelo sinxelo ten unha serie de vantaxes:

- Estimación fácil da beta:  $\beta_{jM} = \frac{\text{cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_M)}{\sigma_M^2}$

- Matriz Var-Cov:

$$\begin{cases} \sigma_j^2 = \beta_{jM}^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_j}^2 \\ \sigma_{jh} = \beta_{jM} \beta_{hM} \sigma_M^2 \end{cases}$$

- Diversificación co modelo de mercado:

$$\begin{aligned} \sigma_c^2 &= \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \beta_{jM}^2 \sigma_M^2 + \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{h=1 \\ h \neq j}}^N \omega_j \omega_h \beta_{jM} \beta_{hM} \sigma_M^2 \\ &= \sum_{j=1}^N \sum_{h=1}^N \omega_j \omega_h \beta_{jM} \beta_{hM} \sigma_M^2 + \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2 \\ &= \left( \sum_{j=1}^N \omega_j \beta_{jM} \right) \left( \sum_{h=1}^N \omega_h \beta_{hM} \right) \sigma_M^2 + \sum_{j=1}^N \omega_j^2 \sigma_{\varepsilon_j}^2 \end{aligned}$$

Diversificando:  $\omega_j = 1/N$

$$\sigma_c = \beta_{cM} \sigma_M \longleftarrow \text{Marca os límites á diversificación}$$

## MODELO FACTORIAL E CARTEIRAS DE ACTIVOS

### 1. Carteiras con modelos factoriais

$$\left. \begin{aligned} \tilde{r}_j &= a_j + \beta_{j1} \tilde{F}_1 + \beta_{j2} \tilde{F}_2 + \varepsilon_j \\ \tilde{r}_h &= a_h + \beta_{h1} \tilde{F}_1 + \beta_{h2} \tilde{F}_2 + \varepsilon_h \end{aligned} \right\} \omega_j + \omega_h = 1$$

$$\tilde{r}_c = (\omega_j a_j + \omega_h a_h) + (\omega_j \beta_{j1} + \omega_h \beta_{h1}) \tilde{F}_1 + (\omega_j \beta_{j2} + \omega_h \beta_{h2}) \tilde{F}_2 + (\omega_j \varepsilon_j + \omega_h \varepsilon_h)$$

Para N activos:

$$\tilde{r}_c = \sum_{j=1}^N \omega_j a_j + \left( \sum_{j=1}^N \omega_j \beta_{j1} \right) \tilde{F}_1 + \left( \sum_{j=1}^N \omega_j \beta_{j2} \right) \tilde{F}_2 + \sum_{j=1}^N \omega_j \varepsilon_j$$

Sensibilidades da carteira aos factores: media ponderada das sensibilidades dos activos da carteira.

Exemplo 1:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{r}_1 &= 0,06 + 2\tilde{F}_1 + 0,8\tilde{F}_2 + \varepsilon_1 \\ \tilde{r}_2 &= 0,08 + \tilde{F}_1 + 2,5\tilde{F}_2 + \varepsilon_2 \end{aligned} \right\} \omega_1 = \omega_2 = 0,5$$

$$\tilde{r}_c = 0,07 + 1,5\tilde{F}_1 + 1,65\tilde{F}_2 + \varepsilon_c$$

Varianza e covarianza activos/carteras:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_j^2 &= \beta_{j1}^2 \sigma_{F_1}^2 + \beta_{j2}^2 \sigma_{F_2}^2 \\ \sigma_{jh} &= \beta_{j1} \beta_{h1} \sigma_{F_1}^2 + \beta_{j2} \beta_{h2} \sigma_{F_2}^2 \end{aligned} \right\} \sigma_c^2 = \left( \sum_{j=1}^N \omega_j \beta_{j1} \right)^2 \sigma_{F_1}^2 + \left( \sum_{j=1}^N \omega_j \beta_{j2} \right)^2 \sigma_{F_2}^2$$

- O componente idiosincrático non ten relevancia: é diversificable
- As covarianzas entre os factores son nulas

Exemplo 2:

$$\sigma_{F_1}^2 = 4, \quad \sigma_{F_2}^2 = 6 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \sigma_1^2 = 19,84 \\ \sigma_2^2 = 41,50 \\ \sigma_{12} = 20 \end{cases} \quad \sigma_c^2 = 25,335$$

## 2. Replicación con modelos factoriais

Podemos utilizar o modelo factorial para replicar un activo ou unha carteira.

Exemplo 1:



$$\tilde{r}_j = a_j + 1,5 \tilde{F}_1 + 0,7 \tilde{F}_2 + \varepsilon_j$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{r}_1 &= 0,06 + 2,8 \tilde{F}_1 + 0,1 \tilde{F}_2 + \varepsilon_1 \\ \tilde{r}_2 &= 0,01 + 1,2 \tilde{F}_1 + 0,9 \tilde{F}_2 + \varepsilon_2 \\ \tilde{r}_3 &= 0,09 + 0,6 \tilde{F}_1 + 0,2 \tilde{F}_2 + \varepsilon_3 \end{aligned} \right\} \tilde{r}_c = (0,06\omega_1 + 0,01\omega_2 + 0,09\omega_3) \\ + (2,8\omega_1 + 1,2\omega_2 + 0,6\omega_3) \tilde{F}_1 \\ + (0,1\omega_1 + 0,9\omega_2 + 0,2\omega_3) \tilde{F}_2 \\ + (\omega_1\varepsilon_1 + \omega_2\varepsilon_2 + \omega_3\varepsilon_3)$$

$$\left. \begin{aligned} 2,8\omega_1 + 1,2\omega_2 + 0,6\omega_3 &= 1,5 \\ 0,1\omega_1 + 0,9\omega_2 + 0,2\omega_3 &= 0,7 \\ \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 &= 1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \omega_1 &= 0,21 \\ \omega_2 &= 0,74 \\ \omega_3 &= 0,05 \end{aligned} \quad a_c = a_j = 0,024$$

Polo tanto, para poder replicar precisamos de K+1 activos.

### 3. Carteiras factoriais

As carteiras factoriais son carteiras que replican un único factor de risco sistemático, polo que teñen correlación igual a 1 con ese factor e 0 cos restantes, tendo ademais un risco idiosincrático nulo. Serven para replicar facilmente calquera activo j.

Exemplo 1:

$$\left. \begin{aligned} 2,8\omega_1 + 1,2\omega_2 + 0,6\omega_3 &= 1 \\ 0,1\omega_1 + 0,9\omega_2 + 0,2\omega_3 &= 0 \\ \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 &= 1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \omega_1 &= 0,25 \\ \omega_2 &= -0,25 \\ \omega_3 &= 1 \end{aligned} \quad \tilde{r}_{F_1} = 0,1025 + \tilde{F}_1$$

$$\left. \begin{aligned} 2,8\omega_1 + 1,2\omega_2 + 0,6\omega_3 &= 0 \\ 0,1\omega_1 + 0,9\omega_2 + 0,2\omega_3 &= 1 \\ \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 &= 1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \omega_1 &= -0,5625 \\ \omega_2 &= 1,0625 \\ \omega_3 &= 0,5 \end{aligned} \quad \tilde{r}_{F_2} = 0,021875 + \tilde{F}_2$$

$$\left. \begin{aligned} 2,8\omega_1 + 1,2\omega_2 + 0,6\omega_3 &= 0 \\ 0,1\omega_1 + 0,9\omega_2 + 0,2\omega_3 &= 0 \\ \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 &= 1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \omega_1 &= -0,1875 \\ \omega_2 &= -0,3125 \\ \omega_3 &= 1,5 \end{aligned} \quad r_a = 0,120625$$

NOTA: (1) Na práctica, o risco indiosincrático é difícil de eliminar completamente,

(2)  $E(\tilde{r}_{F_k}) \neq E(F_k)$

Utilización das carteiras factoriais: replicar unhas sensibilidades de 0,75 e de 2,5 cos factores 1 e 2:

$$\tilde{r}_c = \omega_1 r_a + \omega_2 \tilde{r}_{F_1} + \omega_3 \tilde{r}_{F_2} = (\omega_1 0,12 + \omega_2 0,1 + \omega_3 0,021) + \omega_2 \tilde{F}_1 + \omega_3 \tilde{F}_2$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \omega_2 = 0,75 = \beta_{j1} \\ \omega_3 = 2,5 = \beta_{j2} \end{array} \right\} \omega_1 = -2,25 \Rightarrow \tilde{r}_c = -0,14 + 0,75 \tilde{F}_1 + 2,5 \tilde{F}_2$$

### MODELO FACTORIAL CON ACTIVOS SEN RISCO

Consideremos que o mercado tamén se intercambia un activo sen risco que ten unha rendibilidade de  $r_f$ .

Se é posible replicar un activo (carteira factorial a) que teña risco sistemático nulo e con todas as betas iguais a cero, entón por non arbitrase teremos que:  $r_a = r_f$ .

Así, a replicación de calquera activo/carteira en termos das carteiras factoriais sería:

$$\tilde{r}_c = \omega_1 r_f + \omega_2 \tilde{r}_{F_1} + \omega_3 \tilde{r}_{F_2} = (1 - \omega_2 - \omega_3) r_f + \omega_2 \tilde{r}_{F_1} + \omega_3 \tilde{r}_{F_2}$$

E para K factores:

$$\tilde{r}_c = \left( 1 - \sum_{k=1}^k \omega_k \right) r_f + \sum_{k=1}^k \omega_k \tilde{r}_{F_k}$$

Así, podemos replicar calquera activo como unha combinación ponderada do activo sen risco e as carteiras factoriais, utilizando como ponderacións as betas do activo replicado,  $\omega_k = \beta_{jk}$ .

$$\tilde{r}_c = \left( 1 - \sum_{k=1}^k \beta_{jk} \right) r_f + \sum_{k=1}^k \beta_{jk} \tilde{r}_{F_k} = r_f + \sum_{k=1}^k \beta_{jk} (\tilde{r}_{F_k} - r_f)$$

A rendibilidade dun activo j é igual á rendibilidade do activo sen risco máis a rendibilidade das carteiras factoriais ponderada pola beta do factor.

### VALORACIÓN CON AUSENCIA DE ARBITRAXE: APT

supostos básicos para a valoración de activos:

- Ausencia de arbitraje.
- Modelo factorial para a rendibilidade dun activo.
- No mercado intercámbiase un activo sen risco e un elevado número de activos de modo que é posible eliminar completamente o risco idiosincrático.

O valor de calquera activo j está dado por:

$$\tilde{r}_j = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Non arbitraje}}}{\tilde{r}_c} = \left( 1 - \sum_{k=1}^k \beta_{jk} \right) r_f + \sum_{k=1}^k \beta_{jk} \tilde{r}_{F_k}$$

$$\bar{r}_j = \left( 1 - \sum_{k=1}^k \beta_{jk} \right) r_f + \sum_{k=1}^k \beta_{jk} \bar{r}_{F_k} = r_f + \sum_{k=1}^k \beta_{jk} (\bar{r}_{F_k} - r_f) = r_f + \sum_{k=1}^k \beta_{jk} \lambda_k$$

Prima de risco do factor k

Así, a rendibilidade esperada dun activo j é igual á rendibilidade do activo sen risco máis a prima de risco das carteiras factoriais ponderadas pola beta do factor.

Dados os supostos sobre os factores, as betas dos factores son:

$$\beta_{jk} = \frac{\text{Cov}(\tilde{r}_j, \tilde{r}_{F_k})}{\sigma_{F_k}^2}$$

Na práctica, a eliminación do risco idiosincrático pode ser difícil dado que non se intercambian no mercado un número infinito de activos:

$$r_c = \sum_{j=1}^N \omega_j a_j + \sum_{k=1}^k \sum_{j=1}^N \omega_j \beta_{jk} \tilde{F}_k + \sum_{j=1}^N \omega_j \varepsilon_j$$

$$\text{Se } \omega_j = 1/N, \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \text{var} \sum_{j=1}^N \frac{1}{N} \varepsilon_j = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^N \sigma_{\varepsilon_j}^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{\sigma}_{\varepsilon_j}^2 = 0$$

$E(\varepsilon_j, \varepsilon_h) = 0, \quad \forall j \neq h$

Se isto non fose posible, entón termos que:

$$r_f + \sum_{k=1}^k \beta_{jk} \lambda_k - \theta \leq \bar{r}_j \leq r_f + \sum_{k=1}^k \beta_{jk} \lambda_k + \theta$$

### APT VS. CAPM

O modelo APT pode ser interpretado como un modelo CAPM con múltiples betas: se descompoñemos o risco sistemático no CAPM en termos dos seus compoñentes fundamentais,

$$\beta_j (\bar{r}_M - r_f) = \beta_{j1} (\bar{r}_{F_1} - r_f) + \beta_{j2} (\bar{r}_{F_2} - r_f)$$

$\beta_{F_1} (\bar{r}_M - r_f) \quad \beta_{F_2} (\bar{r}_M - r_f)$ 
← con CAPM

De acordo co modelo APT,

$$\beta_{j1} [\beta_{F_1} (\bar{r}_M - r_f)] + \beta_{j2} [\beta_{F_2} (\bar{r}_M - r_f)] = [\beta_{j1} \beta_{F_1} + \beta_{j2} \beta_{F_2}] (\bar{r}_M - r_f)$$

Isto é modelo CAPM con  $\beta_j = [\beta_{j1} \beta_{F_1} + \beta_{j2} \beta_{F_2}]$

Os dous modelos son idénticos se a sensibilidade de j a M resume a relación de j cos dous factores comúns.

Porén, aínda que APT e CAPM poden ser interpretados como idénticos, a súa fundamentación económica e as súas implicacións prácticas son diferentes:

- O risco idiosincrático nulo: en APT é o resultado da diversificación (non existindo ningunha outra argumentación económica), mentres que en CAPM é o resultado do equilibrio (axentes optimizadores e baleirado de mercado).
- O APT, na medida que separa o risco sistemático en diferentes factores, desde o punto de vista práctico resulta máis útil no deseño de carteiras. Por exemplo, se queremos construír unha carteira que sexa pouco sensible ás variacións dos tipos de xuro, inflación, etc.

### APT E ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE VALORACIÓN

$$\tilde{r}_j = a_j + \sum_{k=1}^k \beta_{jk} \tilde{F}_k = r_f + \sum_{k=1}^k \beta_{jk} (\tilde{F}_k - r_f)$$

$$\begin{aligned} \bar{r}_j - r_f &= -\frac{\text{cov}(M, \tilde{r}_j)}{E(M)} \\ &= \beta_{j1} \frac{\text{cov}(-M, \tilde{F}_1)}{E(M)} + \dots + \beta_{jk} \frac{\text{cov}(-M, \tilde{F}_k)}{E(M)} + \frac{\text{cov}(-M, \varepsilon_j)}{E(M)} \\ &= \beta_{j1} \lambda_1 + \dots + \beta_{jk} \lambda_k \\ &\quad M = \gamma_0 + \gamma_1 \tilde{F}_1 + \dots + \gamma_k \tilde{F}_k \end{aligned}$$

$$E(\tilde{r}_j, M) = E(\tilde{r}_j, \gamma_0 + \gamma_1 \tilde{F}_1 + \dots + \gamma_k \tilde{F}_k) = 1$$

### VALORACIÓN CON AD, CAPM E APT

Os tres modelos de valoración, Arrow-Debreu (AD), CAPM e APT teñen en común o feito de que un activo valórase descompoñéndoo como unha combinación de “activos primarios”, polo que dado o prezo dos mesmos valoramos o activo orixinal.

	AD	CAPM	APT
Supostos	Estados da natureza  Non arbitraje: $u' > 0$	Preferencias: $u'' < 0$ Normalidade de $r$  Equilibrio: optimización baleirado de mercado	Factores comúns para $r$
"A-P"	Activo A-D	$r_f$ y $M$	$r_f$ y $F$
Valoración	Non se requiren todos os activos do mercado, só os activos A-D.	Requírense todos os activos do mercado para derivar $M$ .	Requírense moitos activos para facer o risco idiosincrático nulo.
Prezo	Lineal en A-D	Lineal en $r_f$ y $M$	Lineal en $r_f$ y $F$
Práctico	Difícil de implementar	Fácil de implementar, se temos $M$	Implementación útil en deseño de carteiras

### ACTIVIDADES PROPOSTAS

1. Nun modelo factorial con dous factores, demostrar que para calquera activo  $j$ :

(a)  $\sigma_j^2 = \beta_{j1}^2 \sigma_{F_1}^2 + \beta_{j2}^2 \sigma_{F_2}^2$ , (b)  $\sigma_{jh} = \beta_{j1} \beta_{h1} \sigma_{F_1}^2 + \beta_{j2} \beta_{h2} \sigma_{F_2}^2$ .

2. Dados tres activos coas seguintes características:

	$\bar{r}_i$	$\beta_i$
Activo 1	5%	0,6
Activo 2	8%	1,2
Activo 3	12%	1,9

Se as rendibilidades dos activos están dadas por un modelo factorial dun único factor: (a) calcular as carteiras factoriais asumindo que o risco idiosincrático pode ser eliminado coa diversificación, (b) neste mercado, cal é o tipo de xuro sen risco?, (c) se no mercado intercámbiase un activo que ten unha beta co factor de 2,5, cal é a rendibilidade esperada dese activo?, (d) se un activo teñen unha rendibilidade do 6%, cal é a súa sensibilidade con respecto ao factor?, (e) calcular a prima de risco dun activo que teñen unha rendibilidade esperada do 10%.

3. Nun mercado no que a rendibilidade dos activos financeiros está dado por un modelo factorial de dous factores cunha varianza do 10% e 8%, e un valor esperado do 2% e 4%, respectivamente, a covarianza do activo  $j$  con cada un destes factores é de 0,03 e 0,08, respectivamente. Se o tipo de xuro libre de risco é do 5%: (a) calcular a rendibilidade esperada dun activo  $h$  que ten unha beta dun con cada un dos factores, (b) se configuramos unha carteira co activo  $j$  e o activo  $h$  de modo que investimos o 60% en  $j$  e o 40% en  $h$ , cal sería a beta desta carteira con cada un dos factores?

## BIBLIOGRAFÍA

---

DANTHINE, JEAN-PIERRE E DONALDSON, JOHN B. (2005): INTERMEDIATE FINANCIAL THEORY. ACADEMIC PRESS ADVANCED FINANCE SERIES. CAPÍTULO 12.

INGERSOL, JONATHAN E (1987): THEORY OF FINANCIAL DECISION MAKING. TOTOWA : ROWMAN & LITTLEFIELD. CAPÍTULO 7.

MARÍN, JOSÉ MARÍA E RUBIO, GONZALO (2001): ECONOMÍA FINANCIERA. ANTONI BOSCH. CAPÍTULO 8.



Unha colección orientada a editar materiais docentes de calidade e pensada para apoiar o traballo do profesorado e do alumnado de todas as materias e titulacións da universidade

unidadesdidácticas  
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA