

UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA
ESCOLA POLITÉCNICA SUPERIOR DE LUGO



**CREACIÓN DE MODELOS NUMÉRICOS PARA EL DIMENSIONADO DE
UNIONES CON COLA DE MILANO ENTRE VIGAS DE MADERA
ESTRUCTURAL**

TESIS DOCTORAL

M^a AZAHARA SOILÁN CAÑÁS

LUGO 2011

DEPARTAMENTO ENXEÑERÍA AGROFORESTAL
ESCOLA POLITÉCNICA SUPERIOR DE LUGO
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA



TESIS DOCTORAL

**CREACIÓN DE MODELOS NUMÉRICOS PARA EL DIMENSIONADO
DE UNIONES CON COLA DE MILANO ENTRE VIGAS DE MADERA
ESTRUCTURAL**

AUTORA: M^a AZAHARA SOILÁN CAÑÁS
Ingeniera de Montes

DIRECTOR: MANUEL GUAITA FERNÁNDEZ
Dr. Ingeniero Agrónomo
Catedrático de Universidad

Lugo, Octubre 2011

Autora:

Director:

Fdo.: M^a Azahara Soilán Cañas

Fdo.: Manuel Guaita Fernández

Dedicada a mi padre

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	I
RESUMEN	II
SUMMARY	III
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. ANTECEDENTES	3
2.1 PROPIEDADES DE LA MADERA	3
2.1.1 Anatomía de la madera.....	3
2.1.1.1 Estructura macroscópica.....	3
2.1.1.2 Estructura microscópica	6
2.1.1.3 Estructura submicroscópica.....	7
2.1.2 Anisotropía.....	8
2.1.3 Propiedades físicas de la madera.....	10
2.1.3.1 El agua en la madera	10
2.1.3.2 Contenido de humedad.....	10
2.1.3.3 Higrscopicidad	11
2.1.3.4 Hinchazón y merma	12
2.1.3.5 Densidad.....	13
2.1.3.6 Coeficiente de rozamiento.....	13
2.1.4 Propiedades mecánicas.....	15
2.1.5 Factores que influyen en las propiedades mecánicas	20
2.1.5.1 Contenido de humedad.....	20
2.1.5.2 Duración de la carga.....	21
2.1.5.3 Calidad de la madera	22
2.2 LAS UNIONES SEGÚN EL CÓDIGO TÉCNICO DE LA EDIFICACIÓN.....	26
2.2.1 Consideraciones generales sobre cálculo de uniones	28
2.2.2 Cálculo de la capacidad de carga de los elementos de fijación	29
2.2.3 Uniones carpinteras.....	30
2.2.3.1 Cálculo de embarbillado.....	31
2.2.3.2 Comprobaciones en zonas de entalladura.....	32
2.2.3.3 Cálculo de uniones en caja y espiga	33
2.3. UNIONES EN COLA DE MILANO MECANIZADAS MEDIANTE PLANTILLAS – ARUNDA	34
2.4 UNIONES EN COLA DE MILANO REDONDEADA MECANIZADAS POR CONTROL NUMÉRICO	37
2.4.1 Usos actuales	37
2.4.2 Diseño de la unión	38
2.4.3 Cálculo de la unión.....	40

2.5 EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	41
2.5.1 Teoría general	41
2.5.2 Tipos de elementos.....	43
2.5.3 Elementos de contacto.....	44
2.6 CRITERIOS DE ROTURA EN LA MADERA	49
2.7 INVESTIGACIONES PREVIAS SOBRE UNIONES TRADICIONALES EN COLA DE MILANO	52
3. CONCLUSIONES A LOS ANTECEDENTES.....	58
4. OBJETIVOS.....	59
5. MATERIAL Y MÉTODOS.....	60
5.1. MATERIAL	60
5.1.1 Madera utilizada para la elaboración de las muestras de los ensayos experimentales..	60
5.1.2 Mecanizado de las muestras	61
5.1.2.1 Programa de diseño de estructuras de madera Cadwork	61
5.1.2.2 Centro de mecanizado Hundegger K2.....	62
5.1.3 Maquinaria empleada en la realización de los ensayos	62
5.1.3.1 Laboratorio de Maderas del Instituto Nacional de Investigaciones agrarias y forestales CIFOR-INIA	62
5.1.3.2 Laboratorio de estructuras Plataforma da Madeira Estrutural PEMADE.....	64
5.1.4 Generación del modelo matemático de simulación numérica	65
5.2 METODOLOGÍA	66
5.2.1 Ensayos experimentales.....	66
5.2.1.1 Diseño y mecanizado de la unión en cola de milano.....	66
5.2.1.2 Diseño de ensayos de deformación y rotura de la unión en cola de milano	69
5.2.1.3 Toma de datos en probetas	75
5.2.1.4 Determinación de módulo de elasticidad longitudinal según la norma UNE EN 408	77
5.2.1.5 Ensayo de determinación del coeficiente de rozamiento	81
5.2.2 Desarrollo de modelo de simulación numérica mediante el método de los elementos Finitos.....	85
5.2.2.1 Propiedades del materia.....	85
5.2.2.2 Modelo matemático de simulación numérica del ensayo de determinación del módulo de elasticidad longitudinal a flexión.....	88
5.2.2.3 Modelo matemático de simulación numérica del ensayo experimental de análisis del comportamiento de la unión en cola de milano	89
5.2.3 Validación del modelo de simulación numérica generado	102
5.2.4 Generación de nuevas viguetas para discusión de resultados.....	103
5.2.5 Generación de nuevas geometrías para discusión de resultados.....	106

5.2.6 Introducción de las propiedades de resistencia del material y aplicación del criterio de rotura de Tsai Wu	108
6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	109
6.1. RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	109
6.1.1 Resultados experimentales de determinación del módulo de elasticidad según la norma UNE-EN 408	109
6.1.2 Resultados experimentales del ensayo de determinación del coeficiente de rozamiento	112
6.1.3 Resultados experimentales de desplazamientos de la cola de milano	113
6.1.4 Resultados experimentales de ensayos de rotura de la unión	128
6.2 VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO	133
6.2.1 Validación del modelo numérico de simulación del ensayo de determinación del módulo de elasticidad a flexión	133
6.2.2 Validación del modelo numérico de simulación del comportamiento de la unión en el tramo de comportamiento elástico.....	138
6.3 ANÁLISIS DE LA UNIÓN EN COLA DE MILANO EN VIGUETAS DE FORJADO	146
6.3.1 Análisis de los desplazamientos	146
6.3.1.1 Flecha máxima de la vigueta según CTE.....	147
6.3.1.2 Desplazamientos de la espiga	150
6.3.2 Análisis del grado de empotramiento	156
6.3.3 Análisis tensional en la unión	159
6.3.3.1 Análisis tensional en la espiga.....	159
6.3.3.2 Análisis tensional en la caja	170
6.3.4 Resultados introduciendo el criterio de rotura de Tsai Wu.....	180
6.3.5 Discusión sobre la variación de los parámetros geométricos: ángulo entre flancos y altura de la espiga	182
6.3.5.1 Influencia de los parámetros geométricos en el descenso de la espiga y en la flecha máxima de la vigueta.....	182
6.3.5.2 Influencia de los parámetros geométricos en el estado tensional y en la capacidad de carga de la unión	190
6.3.5.3 Comparación entre capacidad de carga según criterios de estado límite de servicio y según estado límite último.....	223
7. CONCLUSIONES	227
8. PROPUESTA FUTURAS INVESTIGACIONES.....	231
9. BIBLIOGRAFÍA	232

AGRADECIMIENTOS

La elaboración de esta tesis doctoral ha sido posible gracias a la colaboración de muchas personas y organismos que han participado en sus distintas fases. Con estas palabras agradezco muy sinceramente toda la ayuda recibida.

El primero de los agradecimientos está dedicado al director de esta tesis doctoral, Manuel Guaita Fernández. Muchas gracias por la ilusión, el apoyo y sobre todo por la enorme generosidad demostrada durante este tiempo. Con personas como Manolo es muy fácil hacer “equipo”.

Gracias también a la Unidad Docente de Cálculo de Estructuras de la escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes de la UPM, especialmente a Francisco Arriaga que ha estado en todo momento disponible para ayudar en todo lo necesario, mostrando un gran interés en aquello que le planteamos.

También me gustaría agradecer a las empresas que han colaborado con nosotros. En primer lugar a Cadwork Iberica. Gracias a Thomas, Xurxo y Adrián por su colaboración, por su interés, por su ayuda. Gracias también a Maderas Rubén en especial a Pablo, Fernando, Verónica y Javier, además del personal de taller, por su interés y por dedicarnos parte de su valioso tiempo.

Este trabajo se ha realizado gracias al Gobierno de España a través Plan Nacional del Ministerio de Ciencia y Tecnología, con el proyecto de investigación AGL2009-11331.

En la parte experimental han colaborado el laboratorio de maderas del Instituto Nacional de Investigaciones Agrarias (INIA) de Madrid y el laboratorio de estructuras de la Plataforma de la Madera Estructural (PEMADE) en Lugo. Muchas gracias a las personas responsables y a todos sus colaboradores por habernos ayudado a realizar nuestros ensayos.

Muchas gracias a todos mis compañeros y amigos del CIS Madeira.

Un proceso como el que ha conllevado la elaboración de esta tesis doctoral, se convierte en un tema no solo profesional, si no que todas las personas del entorno más cercano se ven implicadas en mayor o menor medida.

Por eso, en estos agradecimientos me gustaría incluir a las personas que me han acompañado durante este tiempo y que no tienen mucho que ver con el mundo de la madera.

Muchas gracias a los amig@s que han estado siempre pendientes y deseando poder celebrar conmigo la finalización de este trabajo.

Y muchas gracias especialmente a mi familia. Desde mis abuelos, pasando por mis tíos, mi prima Marti, mi cuñado, mis estupendos hermanos; hasta los más pequeños, mis sobrinos Diego e Inés, que sin ellos saberlo hacen que la vida sea mucho más feliz.

Muchas gracias a mi madre por su apoyo, por su fuerza y por su bondad.

Y muchas gracias a mi pareja Ángel que me ha acompañado y apoyado día a día con grandes dosis de paciencia, comprensión y cariño.

Muchísimas gracias a todos.

RESUMEN

La unión en cola de milano redondeada se ha convertido en una de las uniones habituales para resolver encuentros entre viguetas y vigas de forjado así como correas y vigas de cubierta. La reducción del tiempo de montaje, su estética y la introducción de la maquinaria de control numérico en los procesos de mecanizado han sido los principales artífices del incremento de su utilización.

La falta de normativas y especificaciones técnicas sobre su funcionamiento hacen que las empresas y los técnicos dedicados al diseño de estructuras de madera asuman geometrías determinadas normalmente definidas sin considerar la optimización en cuanto a la distribución tensional dentro de la unión. Esto se debe a que su funcionamiento basado en la transmisión de esfuerzos mediante contacto entre superficies dificulta el conocimiento del estado tensional interno. Los métodos basados en la simulación numérica mediante elementos finitos permiten analizar las tensiones internas en este tipo de casos.

Dentro de las nuevas líneas de investigación surgidas como combinación de los métodos de simulación numérica y las uniones en madera, se enmarca el presente trabajo cuyo objetivo principal es incrementar el conocimiento sobre el funcionamiento de la unión generando un modelo de simulación matemática validado mediante la realización de ensayos experimentales.

En una primera fase se diseñaron una serie de ensayos experimentales para comprobar los modos de fallo de la unión y realizar la toma de datos de desplazamientos frente a carga que permitirán la posterior validación del modelo. Se realizaron un total de 30 ensayos con tres diseños diferentes (10 ensayos por diseño) empleando un total de 60 viguetas de madera laminada encolada de una clase resistente GI24h.

La generación y validación del modelo de simulación numérica requiere de la correcta definición del material empleado y para ello se determinó experimentalmente el valor del módulo de elasticidad longitudinal a flexión. Por otro lado, en las uniones carpinteras es fundamental conocer el valor de coeficiente de rozamiento entre las superficies en contacto. A diferencia de la mayor parte de los trabajos previos realizados sobre esta unión, en este caso se ha desarrollado un ensayo experimental de determinación del coeficiente de rozamiento entre las superficies encargadas de la transmisión de esfuerzos una vez mecanizadas.

La segunda fase del trabajo consiste en la generación del modelo de simulación numérica en base a las propiedades determinadas experimentalmente. Se genera un modelo en 3D simulando el comportamiento de la madera como material ortótropo en su fase de comportamiento lineal elástico.

El primer modelo generado simula los ensayos experimentales para proceder a su validación. Una vez realizada la comparación entre la simulación y los resultados experimentales, se genera un nuevo modelo de simulación de viguetas de forjado con tres longitudes (4,2, 3 y 2 metros) aplicando una carga uniforme para analizar los desplazamientos de la unión, el grado de empotramiento y el estado tensional tanto de la espiga como de la caja.

Además, la parametrización de la geometría de la unión permite realizar la discusión sobre la influencia en el estado tensional de los parámetros altura de la espiga y el ángulo entre los flancos para cada una de las longitudes de vigueta simuladas. En total se simulan 82 casos diferentes con ángulos comprendidos entre 7 y 25° y alturas de espiga entre 0,5 y 0,9 veces la altura de la sección.

Mediante la introducción del criterio cuadrático de rotura de Tsai Wu se discuten las capacidades de carga en función de las distintas geometrías, en base al fallo detectado como consecuencia de la entrada en plastificación del material.

De la investigación realizada se concluye la reducción de la flecha máxima que implica el uso de la unión en cola de milano según las diferentes longitudes de las viguetas y se detectan los puntos que resultan críticos debido a la concentración de tensiones, así como la influencia de las tensiones según su naturaleza. La discusión de distintas geometrías permite recomendar las alturas de espiga y ángulo entre flancos con mayor capacidad según la longitud de la vigueta y el criterio empleado. El criterio de Tsai Wu permite detectar la capacidad de la unión considerando como fallo la entrada en plastificación del material.

SUMMARY

Rounded dovetail joints have become a common connection between joists and floor or roof beams. Such an increase in the use of rounded dovetail joints has been induced by some of the advantages of these joints, among which reduced erection time, aesthetic appearance and incorporation of numerical control machining.

The lack of technical specifications and standards on the performance of rounded dovetail joints has led timber structure designers and companies to assume certain geometries usually defined without considering stress distribution at the joint. Because the performance of dovetail joints is based on forces being transmitted through contacting surfaces, it is often difficult to determine the stress state inside the joint. Finite element methods allow for the analysis of internal stress in these joints.

Within the framework of the most recent lines of research that combine numerical simulation methods and carpentry joints, our dissertation aims to contribute knowledge on the performance of dovetail joints by generating and experimentally validating a mathematical simulation model.

First, a number of experimental tests were designed to determine the joint failure modes and to collect data of load displacement that allowed for further validation of the model. A total of 30 tests with three different designs (10 tests per design) were carried out by using 60 short glued laminated timber joists of strength class G124h.

The generation and validation of a numerical simulation model require the material be correctly defined. To this end, the longitudinal modulus of elasticity under an applied stress was experimentally determined. In addition, simulating carpentry joints requires knowing the value of the friction coefficient between contacting surfaces. Unlike most authors who have been concerned with rounded dovetail joints, we have developed an experimental test to determine the friction coefficient between the surfaces that transmit the forces after machining.

Second, a numerical simulation method based on the properties that were experimentally determined was generated. A 3D model was generated by simulating the behaviour of timber as an orthotropic material with linear elastic properties.

The first model simulated experimental tests such that they could be validated. After having compared simulated and experimental results, we generated a new model for the simulation of short floor beams of three different lengths (4.2, 3 and 2 meters) by applying a uniform load.

The second model was used to analyze the displacement of the joint, the degree of restraint and the stress state both at the mortise and at the tail.

Moreover, the parameterization of the geometry of the joint has allowed us to discuss the influence of tail height and angle between sides on the stress state of the joint for each joist length considered. A total of 82 different simulations were performed, with angles in the range 7 to 25° and tail heights between 0.5 and 0.9 times the height of the cross-section.

By introducing the Tsai Wu quadratic failure criterion, we have discussed load-carrying capacities as a function of geometry based on the failure detected as a result of the material entering plasticity.

From our research, it can be concluded that using rounded dovetail joints reduces maximum deflection according to the different joist lengths considered. In addition, the critical points caused by stress concentrations and the effects of stresses according to their nature have been determined. Discussing various geometries allows for the recommendation of the values of tail height and angle between sides with the greatest capacities according to joist length and to the criterion used. The Tsai Wu failure criterion allows for the detection of the connection capacity by considering the material entering plasticity as a failure.

1. INTRODUCCIÓN

La entrada en vigor del Código Técnico de la Edificación (CTE, Ministerio de Vivienda, 2006) con la incorporación de un documento específico dedicado a las estructuras de madera (DB SE-Madera) ha permitido que la madera se convierta en un material estructural competitivo con otros materiales más empleados durante las últimas décadas para esta finalidad. Este impulso incentiva la modernización del sector y la introducción en España de las máquinas de control numérico para el mecanizado de las piezas de las estructuras. Una de las principales ventajas de los centros de mecanizado es la rapidez de la ejecución de uniones tradicionales, basadas en la transmisión de esfuerzos mediante contacto entre las superficies adaptándose las geometrías en función del tipo de sollicitación que se produzca.

Entre las uniones carpinteras más empleadas tradicionalmente se encuentra la unión en cola de milano que en el caso de madera estructural está diseñada para transmitir fundamentalmente esfuerzos de tracción. Otra de las uniones tradicionales más habitual es la unión en caja y espiga empleada para transmitir esfuerzos de compresión. La unión en cola de milano redondeada puede ser considerada como una fusión de estas dos uniones tradicionales, de modo que se trata de una espiga con una forma acuñada y redondeada en su parte inferior que se introduce en una caja con la misma forma. Su uso principal es el encuentro entre viguetas y vigas de forjado o entre correas y vigas de cubierta sometidas principalmente a esfuerzos cortantes en el apoyo. También es muy habitual su uso en la fabricación de entramados para la producción industrializada de viviendas.

El mecanizado a través de máquinas de control numérico suele estar vinculado al uso de programas específicos de CAD paramétrico que permiten que la información pase directamente del fichero de dibujo a la máquina de mecanizado. Estos programas incorporan herramientas que facilitan el diseño de las uniones carpinteras incluyendo propuestas de dimensionado en función de la sección inicial y permitiendo la modificación de los parámetros geométricos en función de las necesidades del usuario.

El CTE incluye un apartado dedicado al cálculo y diseño de uniones tradicionales en el apartado 5 del Capítulo 8 del Documento Básico de Seguridad estructural en Madera. En este capítulo se incluyen recomendaciones sobre la unión en embarbillado entre par y tirante. Sin embargo, no se hace referencia al cálculo y diseño de la unión en cola de milano, de modo que los técnicos del sector no disponen de datos que les permitan tomar decisiones en cuanto a de la geometría teniendo en cuenta la transmisión de esfuerzos por contacto entre superficies.

De forma habitual, el cálculo se aborda considerando las tensiones de compresión perpendicular a la fibra en la base del apoyo y las tensiones de cortante en la zona de entalladura de la espiga, comprobando que no se produzca el fallo por rotura sin considerar el efecto de la transmisión de esfuerzos mediante contacto entre superficies.

Además la complejidad en la propia geometría de la unión con la forma acuñaada de la espiga y su parte redondeada hace que sea necesario emplear modelos en tres dimensiones.

Por todo esto, durante los últimos años han surgido líneas de investigación basadas en la aplicación de los métodos numéricos de simulación mediante elementos finitos a las uniones en las estructuras de madera. El objetivo principal es conocer en profundidad la distribución de tensiones en la unión y la influencia de los parámetros geométricos para conseguir optimizar el diseño de la misma.

2. ANTECEDENTES

2.1 PROPIEDADES DE LA MADERA

La madera es un material generado por los árboles con la finalidad de desarrollar principalmente funciones de almacenamiento de sustancias nutritivas, conducción de la savia y sostén. En base a sus necesidades y empleando la energía del sol, los nutrientes del agua y el CO₂ que toma del aire, genera las células que definen los tejidos que conforman su anatomía.

La necesidad de sostén del árbol, hace que el proceso de generación de la madera implique la consecución de propiedades mecánicas para lograr dicha función. Estas propiedades son aprovechables para usos estructurales en aplicaciones constructivas.

Debido a la forma en la que se genera, la madera presenta una estructura muy heterogénea y caracterizada por su anisotropía, de modo que todas sus propiedades deben ir referidas a la dirección considerada en base a la disposición de las fibras principales de su composición.

A continuación se resumen las principales características de la madera, fundamentales para la comprensión de sus aptitudes como material estructural.

2.1.1 Anatomía de la madera

Habitualmente se analiza la anatomía de la madera en función del nivel de aumentos con el que sea observada su estructura. De esta manera, la estructura visible a simple vista o con lupa de 10 aumentos se denomina estructura macroscópica, desde 10 a 2000 aumentos microscópica y al nivel que solo es observable mediante técnicas específicas con aumentos superiores a los anteriores, se le denomina ultramicroscópica.

2.1.1.1 Estructura macroscópica

Para estudiar la estructura de la madera se definen tres planos:

- Transversal, perpendicular al eje del tronco.
- Radial, pasa por el eje y un radio del tronco.
- Tangencial, paralela a un plano de corte tangente al tronco o a un anillo de crecimiento.

Anillos de crecimiento

El árbol genera la madera mediante capas de tejido que se superponen unas sobre otras en torno a un eje vertical que crece alejándose del suelo, al cual se ancla mediante su sistema radicular.

Cada una de estas capas es generada anualmente por el árbol y dan lugar a los denominados anillos de crecimiento. Estos anillos son diferenciables en climas templados con variación estacional, donde es posible distinguir entre la madera denominada de verano y la madera de primavera generadas en condiciones climáticas distintas y que por ello, ven afectadas sus propiedades físicas, siendo diferentes entre ellas.

La capa de células encargadas de generar los nuevos tejidos se denomina cambium cuya función es generar la madera hacia el interior y la corteza hacia el exterior.

Radial leñosos

Están constituidos por células distribuidas en la dirección radial, partiendo de la médula hacia el exterior del tronco, perpendicularmente al eje longitudinal del árbol. Actúan como ligantes de las células longitudinales y son responsables, en parte, de las propiedades de contracción de la madera.

Médula

Es la parte central del tronco y define el eje longitudinal del árbol. Tiene unas propiedades mecánicas inferiores al resto de la madera y se suele desechar en el aprovechamiento del tronco.

Albura y duramen

La albura es la parte exterior del tronco y está formada por la madera joven generada en los últimos años de crecimiento del árbol. Se caracteriza por conservar la función conductora en sus células. En algunos casos es posible diferenciarla de la madera de duramen por su color habitualmente más claro.

El duramen es la parte de la madera que rodea a la médula, corresponde a la madera que ha sufrido el fenómeno denominado duraminización y que consiste en la pérdida de la capacidad conductora de las células debido al taponamiento de los puntos de comunicación entre células denominados punteaduras. Este taponamiento es el causante de que la madera de duramen no sea impregnable.

El proceso de duraminización implica el incremento de resinas y sustancias con funciones antisépticas en la madera que le confieren una mayor durabilidad frente al ataque de determinados agentes patógenos. Además, la madera de duramen suele tener mejores propiedades mecánicas que la madera de albura y una mayor estabilidad dimensional.

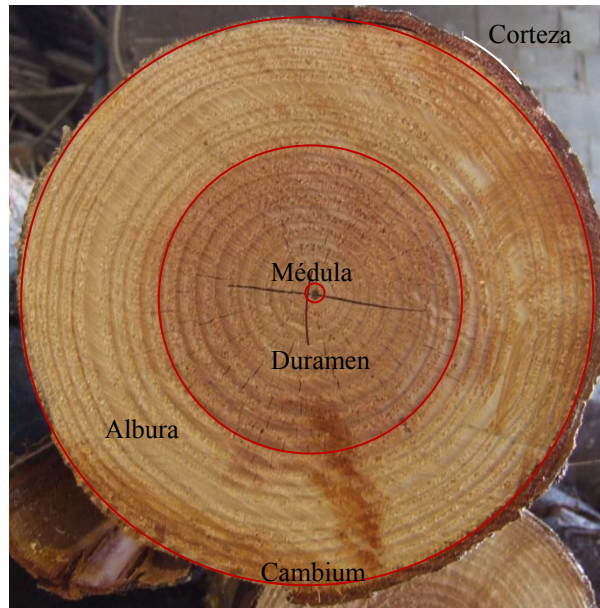


Figura 2.1. Estructura macroscópica de la madera de coníferas.

Madera juvenil

Es la madera producida en los primeros años de crecimiento del árbol, entre los 5 y 20 primeros anillos de crecimiento. Debido fundamentalmente a que la longitud de las traqueidas es menor que en la madera madura y a que la pared es más delgada. Presenta menor rigidez y resistencia y mayor hinchazón y merma en la dirección longitudinal.

La madera de duramen suele incluir la madera juvenil, y por ello en árboles jóvenes con crecimiento rápido puede ser que las propiedades del duramen sean peores que las de la albura.

Madera de reacción

Este tipo de madera es generada por el árbol como respuesta a sollicitaciones predominantes en una dirección, debido al crecimiento en terrenos con pendiente, o en zonas con vientos fuertes dominantes.

Las coníferas generan madera de compresión con propiedades mejoradas frente a esta sollicitación y las frondosas generan madera de tracción. Las características de la madera de compresión, provocan una mayor hinchazón y merma longitudinal, similar a la de la madera juvenil.

La madera de compresión no tiene mermadas sus propiedades mecánicas pero se deforma más durante el secado y tiende a la rotura frágil.

2.1.1.2 Estructura microscópica

Las coníferas son especies con células poco especializadas. El 90 % de ellas son traqueidas con función de sostén y conducción. Estas fibras tienen una forma fusiforme, tienen diámetros de 10-50 micras y una longitud aproximada de 2 a 5 mm. Se comunican a través de punteaduras, fundamentales en los procesos de tratamiento porque determinarán las posibilidades de impregnabilidad de cada especie. Estas fibras se disponen en dirección longitudinal de manera paralela al eje del árbol.

Además de las fibras, existen células de parénquima encargadas del almacenamiento de las sustancias de reserva y las células que forman los canales resiníferos.

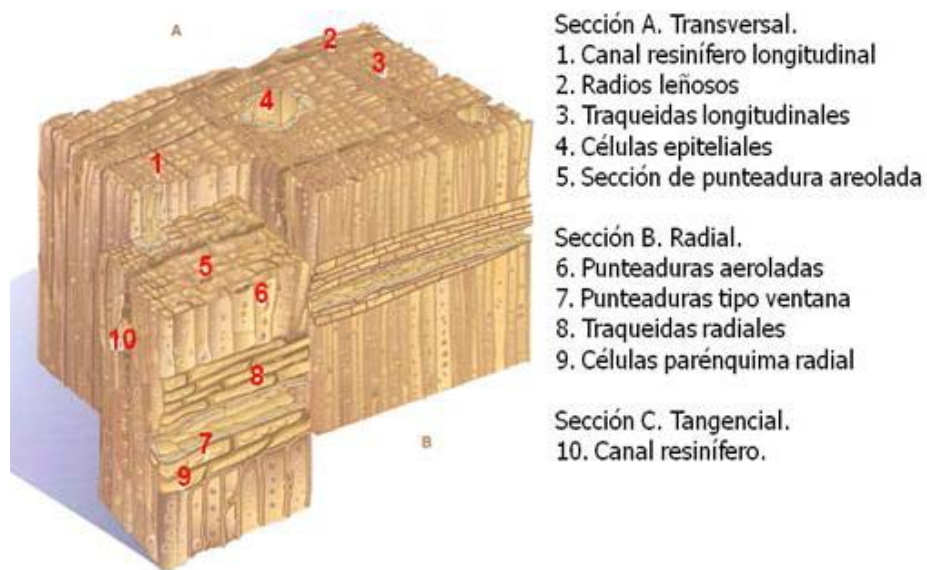


Figura 2.2. Estructura microscópica de madera de coníferas (García Esteban *et al*, 2003).

La estructura de la madera de frondosas es más compleja. La función estructural la realizan fibras libriformes y traqueidas. Se caracterizan por la presencia de vasos conductores formados por elementos individuales y que pueden distribuirse en forma de anillo, semifusa o difusa.

Las fibras de las traqueidas tienen paredes de mayor espesor y menor luz interior que las traqueidas de las coníferas y las diferencias entre las fibras de verano y las de primavera son mucho menos acusadas que en las coníferas. También son más abundantes las células del parénquima y los radios leñosos son de mayor tamaño.

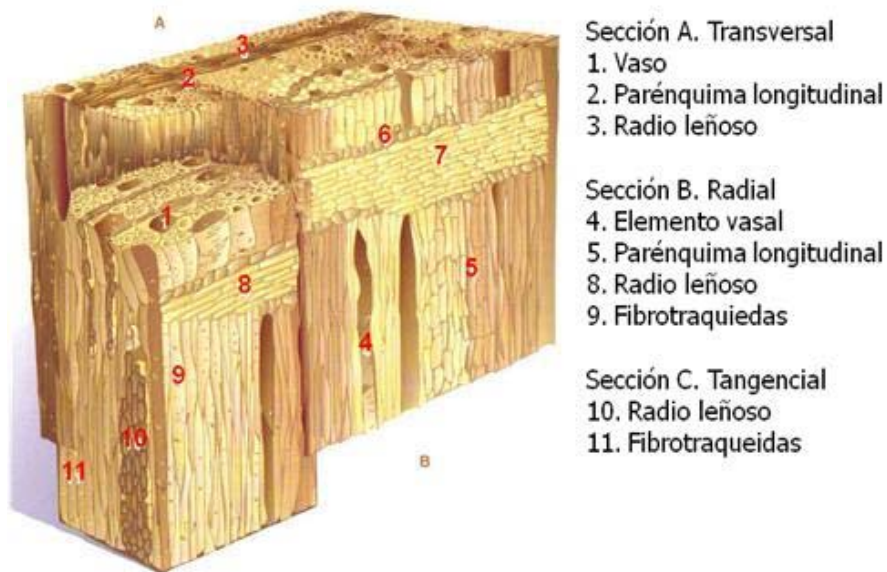


Figura 2.3. Estructura microscópica de madera de frondosas (García Esteban *et al*, 2003)

2.1.1.3 Estructura submicroscópica

La sustancia básica que forma la pared de la célula es la celulosa que se agrupa en unidades mayores denominadas fibrillas elementales, éstas a su vez se agrupan formando las microfibrillas. La celulosa queda embebida en una matriz de hemicelulosa y lignina.

Entre las células se dispone la lámina media compuesta fundamentalmente por lignina y hemicelulosa y que actúa como elemento de cohesión entre células para formar tejidos. Después se encuentra la pared primaria en la cual las microfibrillas están incrustadas de forma aleatoria en un fondo de lignina.

La pared secundaria son microfibrillas incrustadas en pequeñas proporciones de lignina donde se distinguen tres capas diferenciadas por la orientación de las microfibrillas y que son fundamentales en el comportamiento estructural de la madera. De modo que la capa intermedia tiene capacidad para resistir la tracción y en el caso de la compresión resistiría con la colaboración de las capas que la rodean evitando el pandeo de las fibras.

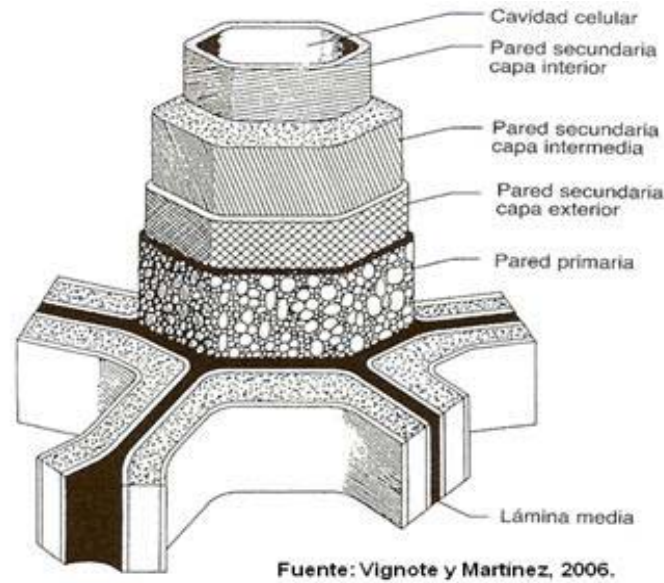


Figura 2.4. Estructura submicroscópica de las capas que conforman la pared de las células.

2.1.2 Anisotropía

La madera es un material anisótropo de modo que sus propiedades varían según la dirección considerada, es por eso que las propiedades mecánicas deben definirse en relación con la orientación de las fibras.

La madera se considera un material ortótropo definidos por tres direcciones principales:

- Axial: según el eje del árbol
- Radial: perpendicular a la dirección axial y cortando al eje del árbol.
- Tangencial: normal a las dos anteriores.

La dirección principal de las fibras, las diferencias de la madera en los anillos de crecimiento y los radios leñosos explican las diferencias entre las propiedades en cada una de las direcciones indicadas.

En el cálculo de estructuras de madera se simplifica en dos direcciones a las cuales se hará referencia al definir las propiedades del material:

- Paralelo a la fibra
- Perpendicular a la fibra: engloba las direcciones radial y tangencial.

Elasticidad en materiales ortótropos

Los materiales ortótropos presentan tres planos de simetría elástica perpendiculares entre sí. En la madera debido a su constitución anatómica, los planos de ortotropicidad son los formados por las direcciones longitudinal (paralela a las fibras), radial (perpendicular a los anillos de crecimiento y tangencial (tangente a los anillos de crecimiento y perpendicular al plano definido por las direcciones longitudinal y radial).

En los cuerpos ortótropos es necesario conocer 12 constantes elásticas:

- 3 Módulos de elasticidad longitudinal: E_L, E_T, E_R
- 3 Módulos de elasticidad transversal: G_{LT}, G_{TR}, G_{RL}
- 6 Coeficientes de Poisson: $\nu_{RL}, \nu_{TL}, \nu_{RL}, \nu_{LT}, \nu_{TR}, \nu_{LR}$

Se reducen a 9 al cumplirse las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\nu_{TL}}{E_T} = \frac{\nu_{LT}}{E_L} ; \frac{\nu_{RL}}{E_R} = \frac{\nu_{LR}}{E_L} ; \frac{\nu_{RT}}{E_R} = \frac{\nu_{TR}}{E_T} \quad \text{Ec. 2.1}$$

Donde:

E_i : módulo de elasticidad en dirección i (L, T, R). Es la relación entre la tensión σ_i y el alargamiento unitario ε_i que se produce en la dirección i .

G_{ij} : módulo de elasticidad transversal en el plano ij (RT, TL, LR). Relación entre la tensión tangencial τ_{ij} y la distorsión γ_{ij} que se presenta.

ν_{ij} : coeficiente de Poisson. Permite deducir la deformación longitudinal unitaria ε_i que genera la tensión normal σ_i

$$\varepsilon_i = -\nu_{ij} \cdot \varepsilon_j = -\nu_{ij} \cdot \sigma_j / E_j$$

Las deformaciones unitarias longitudinales ε_i proceden de la tensión σ_i y de las contracciones transversales originadas por las tensiones σ_j y σ_k según las otras dos direcciones principales de ortotropía:

$$\varepsilon_R = \frac{\sigma_R}{E_R} - \frac{\nu_{TR}}{E_T} \sigma_T - \frac{\nu_{LR}}{E_L} \sigma_L \quad \text{Ec. 2.2}$$

$$\varepsilon_T = -\frac{\nu_{RT}}{E_R} \sigma_R + \frac{\sigma_T}{E_T} - \frac{\nu_{LT}}{E_L} \sigma_L \quad \text{Ec. 2.3}$$

$$\varepsilon_L = -\frac{\nu_{RL}}{E_R} \sigma_R - \frac{\nu_{LT}}{E_T} \sigma_T + \frac{\sigma_L}{E_L} \quad \text{Ec. 2.4}$$

Mientras que las distorsiones angulares γ_{ij} se relacionan directamente con las tensiones τ_{ij} y los módulos de elasticidad transversal, G_{ij} :

$$\gamma_{TL} = \frac{\tau_{TL}}{G_{TL}} \quad \text{Ec. 2.5}$$

$$\gamma_{LR} = \frac{\tau_{LR}}{G_{LR}} \quad \text{Ec. 2.6}$$

$$\gamma_{RT} = \frac{\tau_{RT}}{G_{RT}} \quad \text{Ec. 2.7}$$

La matriz de rigidez considerada por ANSYS para el cálculo matricial es la siguiente:

$$[D]^{-1} = \begin{bmatrix} 1/E_x & -\nu_{xy}/E_x & -\nu_{xz}/E_x & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{yx}/E_y & 1/E_y & -\nu_{yz}/E_y & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{zx}/E_z & -\nu_{zy}/E_z & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{yz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{xz} \end{bmatrix}$$

Figura 2.5. Matriz de rigidez empleada por ANSYS.

Donde x es la dirección longitudinal (L), y es la dirección radial (R) y z la dirección tangencial (T).

2.1.3 Propiedades físicas

2.1.3.1 El agua en la madera

En el agua en la madera puede presentarse de tres formas diferentes:

- Agua de constitución: forma parte del material y su eliminación supone la destrucción del material.
- Agua de impregnación: agua contenida en las paredes celulares. Tiene gran influencia en las propiedades físico-mecánicas. Es el agua que intercambia la madera para alcanzar el denominado equilibrio higroscópico con el ambiente que la rodea. Cuando las paredes celulares se encuentran saturadas de agua, se dice que se ha alcanzado el punto de saturación de la fibra.
- Agua libre: se encuentra por encima del punto de saturación de las fibras, llenando las cavidades de las células. No tienen influencia sobre las propiedades mecánicas.

2.1.3.2 Contenido de humedad de la madera

El contenido de humedad de la madera se define como la cantidad de agua que contiene en porcentaje de su peso anhidro.

$$H(\%) = \frac{P_h - P_s}{P_s} \cdot 100 \quad \text{Ec. 2.8}$$

Donde:

- H es el contenido de humedad en porcentaje
- P_h es el peso en húmedo de la probeta
- P_s es el peso seco de la probeta (obtenido por secado en estufa $103^{\circ} \pm 2^{\circ}C$)

Debido a la influencia de la humedad en las propiedades del material, es fundamental indicar dicho contenido en el momento de la determinación de las propiedades.

2.1.3.3 Higrscopicidad

La madera es un material higrscópico y por tanto, intercambia humedad con el ambiente según las condiciones de temperatura y humedad hasta alcanzar la denominada humedad de equilibrio higrscópico.

Esta humedad de equilibrio se puede estimar en el gráfico de Kollmann (1969) en función de las condiciones de humedad relativa y de la temperatura del lugar donde se vaya a colocar la madera.

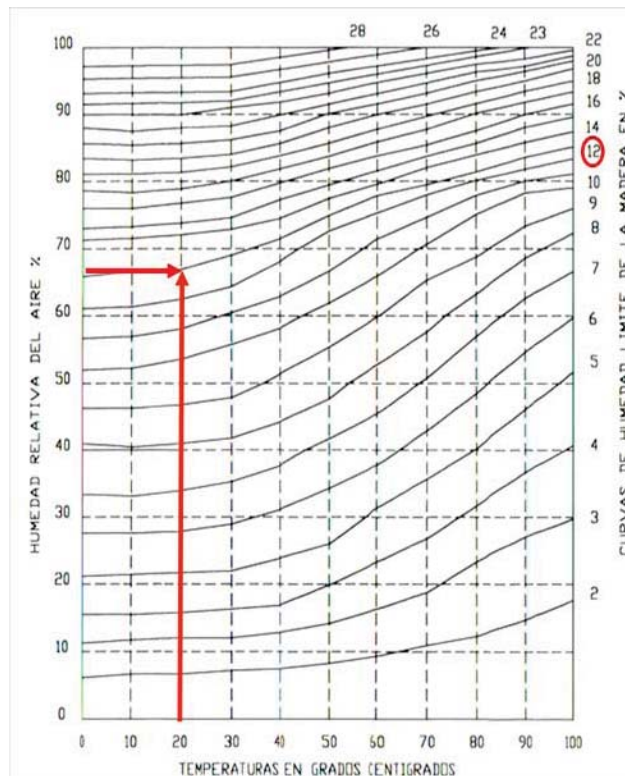


Figura 2.6. Gráfico de Kollmann (1969) de determinación de la humedad de equilibrio higrscópico.

La higrscopicidad se mide como la variación de la densidad de la madera cuando su contenido varía en un 1 por 100.

Debido a las variaciones dimensionales que sufre la madera como consecuencia de los cambios de humedad, es recomendable que la madera sea instalada a la humedad de equilibrio higrscópico.

Los contenidos de humedad recomendables son los siguientes:

	Contenido de humedad recomendado
Obras hidráulicas	30%
En medios muy húmedos	25-30%
Expuestas a la humedad	18-25%
Obras cubiertas pero abiertas	16-20%
Obras cubiertas y cerradas	13-17%
Local cerrado y calefactado	12-14%
Local con calefacción continua	10-12%

Tabla 2.1. Valores de humedad de equilibrio higrscópico en diferentes ambiente.

El Código Técnico de la Edificación incluye en su Anexo F del Documento Básico de Seguridad Estructural – Madera (2009), los valores máximos y mínimos de humedad de equilibrio higroscópico para las capitales de provincia española en el caso de estructuras colocadas en lugares abiertos pero protegidos de la lluvia.

2.1.3.4 Hinchazón y merma

Las variaciones de humedad por debajo del punto de saturación de la fibra provocan en la madera variaciones dimensionales, de modo que si cede humedad merma y si toma humedad del ambiente, se hincha. Además la anisotropía del material hace que las variaciones dimensionales sean diferentes en función de la dirección considerada.

Las mayores variaciones dimensionales se producen en la dirección tangencial, en la dirección radial las variaciones son entre un 50 y un 60% de las variaciones en la dirección tangencial y en la dirección longitudinal las variaciones son prácticamente inapreciables.

Las variaciones dimensionales son diferentes según la especie, para conocer estas variaciones se utilizan los coeficientes de contracción. El coeficiente de contracción volumétrica permite clasificar las distintas especies según la norma UNE EN 56533:1977 en:

- Muy nerviosa
- Nerviosa
- Medianamente nerviosa
- Poco nerviosa

El coeficiente de contracción volumétrica corresponde a la variación de volumen que experimenta la madera cuando existe una variación de la humedad de un 1%.

$$v(\%) = \frac{V_h - V_0}{V_0 \cdot H} \cdot 100 \quad \text{Ec. 2.9}$$

Donde:

V_h : volumen de la probeta con una humedad H (%)

V_0 : volumen de la probeta en estado anhidro

La diferencia entre la contracción radial y tangencial es la causa de los problemas de deformaciones durante el proceso de secado. Cuanto más similares son sus valores, menores son las deformaciones.

La contracción de la madera tiene influencia en la eficacia de las estructuras ya que afecta a las holguras en los elementos de unión.

Las variaciones dimensionales son mayores en el caso de la madera aserrada que en el caso de la madera laminada considerada una madera más estable con menor probabilidad de fendado.

2.1.3.5 Densidad

La densidad de la madera (relación entre masa y volumen) se expresa referida a un nivel de humedad, habitualmente del 12%. La densidad varía con la especie de madera desde los 300 kg/m³ de las maderas más ligeras a los 1200 kg/m³ de las maderas más pesadas.

Las coníferas más utilizadas en la construcción tienen una densidad media entre 400-550 kg/m³ y las frondosas entre 600-700 kg/m³.

La madera es un material con baja densidad en relación a su resistencia y a su módulo de elasticidad, lo cual la hace competitiva con otros materiales como el acero y el hormigón.

2.1.3.6 Coeficiente de rozamiento

Teoría del rozamiento

En una superficie horizontal la fuerza de rozamiento es aquella que se opone al desplazamiento y será proporcional al valor de la fuerza normal que actúa entre las superficies de contacto. Ese valor de proporcionalidad es lo que se conoce como coeficiente de rozamiento.

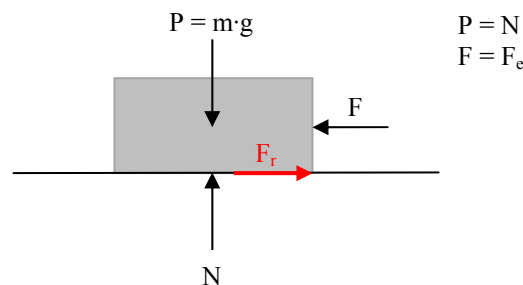


Figura 2.7. Diagrama de fuerzas que intervienen en la definición de la fuerza de rozamiento.

Si la fuerza de rozamiento se opone al inicio del movimiento de una superficie sobre otra se denomina fuerza de rozamiento estático y si se opone al movimiento una vez iniciado se denomina fuerza de rozamiento dinámico.

El coeficiente de rozamiento estático es la relación entre la fuerza que es necesario vencer para provocar el movimiento de un cuerpo sobre otro (fuerza de rozamiento estática) y la fuerza normal a las superficies en contacto.

$$\mu_e = F_e/N$$

Ec. 2.10

2. ANTECEDENTES

Mientras que el coeficiente de rozamiento dinámico es la relación entre la fuerza necesaria para mantener el cuerpo en movimiento a velocidad constante una vez iniciado el desplazamiento (fuerza de rozamiento dinámica) y la fuerza normal a las superficies en contacto.

$$\mu_d = F_d/N \quad \text{Ec. 2.11}$$

En el caso de deslizamiento sobre un plano inclinado, el diagrama de fuerzas será el representado en la imagen, donde F_r es la fuerza de rozamiento estática en el instante anterior al comienzo del movimiento o la fuerza de rozamiento dinámica en el caso de que el cuerpo se encuentre en movimiento a velocidad constante, F es la fuerza aplicada, N es la normal originada por el peso del cuerpo sobre el plano de deslizamiento y α es el ángulo de inclinación de la superficie.

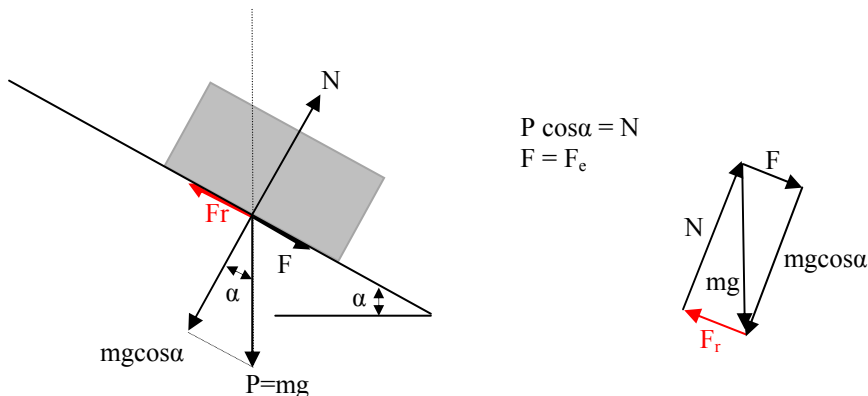


Figura 2.8. Diagrama de fuerzas sobre una superficie inclinada

El coeficiente de rozamiento estático es igual a la tangente del ángulo del plano inclinado en el que el cuerpo se mantiene en equilibrio antes de deslizarse.

El coeficiente de rozamiento dinámico será el valor de la tangente del ángulo de inclinación del plano que provoque un desplazamiento del cuerpo a velocidad constante sobre la superficie.

El valor del coeficiente de rozamiento dinámico es menor que el valor del coeficiente de rozamiento estático debido a que en el momento inicial en el que dos superficies están en contacto se producen una serie de interacciones entre ellas que deben ser vencidas para que uno de los cuerpos inicie su movimiento sobre el otro, a partir de ese momento la fuerza necesaria para mantener a uno de los cuerpos en movimiento sobre el otro será menor.

Valores del coeficiente de rozamiento para madera

El valor del coeficiente de rozamiento depende fundamentalmente de la naturaleza de la superficie y de su acabado. Dentro de estos factores se incluyen la dureza de las superficies, el tipo y la velocidad del mecanizado, las características anatómicas y la humedad de la madera.

En el Capítulo 3 del Wood Handbook (Simpson and TenWolde, 1999) se citan coeficientes de rozamiento con valores para maderas blandas y secas de 0,3; si la humedad es intermedia el valor será de 0,5 y con humedades próximas al punto de saturación de la fibra, 0,7.

En el caso de maderas duras los valores son de 0,5 para madera seca, 0,7 para madera con rangos de humedad medios y de 0,9 con contenidos de humedad próximos al punto de saturación de la fibra.

El rango de valores que se puede encontrar en bibliografía general sobre física es muy amplio, encontrándose valores de coeficiente de rozamiento estático desde un mínimo de 0,25 hasta un máximo de 0,7. En el caso de rozamiento dinámico el rango se mueve entre valores mínimos de 0,15 y máximos de 0,4. (Serway, Jewett, 2007).

Otros grupos de investigación que trabajan con uniones en cola de milano con madera, toman valores de coeficiente de rozamiento de 0,3 y se discuten rangos de valores entre 0,1 y 0,5. (Tannert, 2008; Bobacz, 2002).

El valor del coeficiente de rozamiento es una de las propiedades de la madera con más influencia en el comportamiento de las uniones tradicionales. En el CIMAD 2011 celebrado en Coimbra, se presentó la comunicación titulada *Desarrollo de metodología para la determinación de los coeficientes de fricción estático y dinámico de diferentes especies de madera* (Crespo et al, 2011).

2.1.4 Propiedades mecánicas

La anatomía de la madera condiciona las propiedades mecánicas. Debido a su ortotropía las propiedades son diferentes en las direcciones longitudinal, radial y tangencial. Estas últimas presentan diferencias muy significativas con las propiedades en la dirección longitudinal y suelen ser agrupadas como propiedades transversales.

De forma general, se definen las propiedades mecánicas en la dirección paralela a la fibra y en la dirección perpendicular.

Las resistencias y los módulos de elasticidad en la dirección paralela a la fibra son mucho más elevados que en la dirección perpendicular.

Tracción paralela a la fibra

Es una de las propiedades con mayor resistencia en la madera. Los valores característicos en la madera clasificada de uso más habitual varían entre 16 y 18 N/mm² para el caso de las coníferas, entre 11 y 24 para el caso de las frondosas y entre 16,5 y 19,5 para la madera laminada encolada.

La relación entre la tensión y la deformación es prácticamente lineal hasta la rotura.

En la resistencia a la tracción tiene una elevada influencia la presencia de nudos, afectando negativamente.

Compresión paralela a la fibra

Al igual que la tracción, la madera tiene una elevada resistencia frente a la compresión paralela a la fibra, con valores entre 17 y 23 N/mm² en el caso de valores característicos de madera de coníferas, entre 18 y 26 N/mm² para las frondosas y entre 24 y 26,5 N/mm² en madera laminada encolada.

La comprobación de elementos comprimidos considera el efecto del pandeo en el cual influye de manera importante el módulo de elasticidad. Su valor relativamente bajo penaliza en la práctica la resistencia de piezas esbeltas comprimidas.

En el caso de la compresión la influencia de la presencia de nudos es mucho menor que en el caso de la tracción.

El comportamiento en una probeta libre de defectos es lineal en la primera fase y no lineal en la segunda.

Flexión

Los valores de resistencia a flexión son muy elevados si se comparan con la densidad. Los valores característicos en madera de coníferas varían entre 16 y 30 N/mm², en frondosas entre 18 y 40 N/mm² y en madera laminada 24 y 28 N/mm².

El efecto de la flexión se debe a la combinación de tensiones de compresión en la madera situada sobre la fibra neutra y tensiones de tracción por debajo de la fibra neutra.

Tracción perpendicular a la fibra

La resistencia de la madera a la tracción perpendicular es muy baja. Sus valores característicos para madera de coníferas, frondosas y madera laminada encolada varían entre 0,4 y 0,6 N/mm².

Las tensiones de tracción perpendicular a la fibra resultan críticas en las piezas de directriz curva. Además, la falta de conocimiento del material puede dar lugar a diseños constructivos que resultan críticos para la estructura.

Compresión perpendicular a la fibra

Los valores característicos de resistencia a compresión perpendicular a la fibra en madera de coníferas más habituales son del orden de 2,2 a 2,7 N/mm², en frondosas de 7,5 a 8,3 N/mm² y en el caso de madera laminada encolada entre 2,7 y 3 N/mm².

Cortante

El esfuerzo cortante origina tensiones tangenciales que actúan sobre las fibras de la madera:

En función de la orientación de la fibra con respecto al esfuerzo pueden darse diferentes tipos de tensiones tangenciales:

- Tensiones tangenciales de cortadura: el fallo se produce por aplastamiento.
- Tensiones tangenciales de deslizamiento: el fallo se produce por el deslizamiento de unas fibras sobre otras en la dirección longitudinal.
- Tensiones tangenciales de rodadura: el fallo se produce por rodadura de unas fibras sobre las otras.

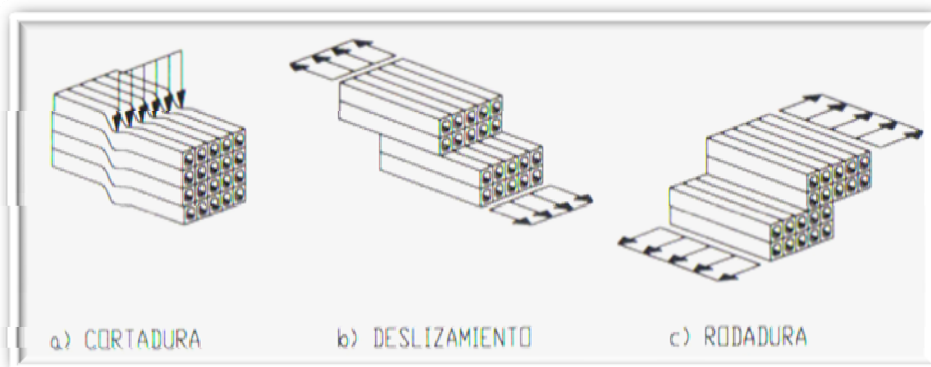


Figura 2.9. Fallos provocados por tensiones tangenciales de cortante. (Argüelles *et al*, 2003)

De forma general se considera la resistencia a cortante por deslizamiento por ser menor que la resistencia frente a tensiones tangenciales de cortadura. La resistencia por rodadura es del orden del 20 al 30% de la resistencia por deslizamiento pero estas tensiones solo se producen en casos muy concretos.

Los valores de resistencia característicos habituales en coníferas son de entre 3,2 y 4 N/mm², en frondosas entre 3,4 y 4 N/mm² y en madera laminada encolada entre 2,7 y 3,2 N/mm².

Módulo de elasticidad

En madera el módulo de elasticidad paralelo a la fibra toma valores diferentes según se trate de sollicitaciones de compresión o de tracción. En la práctica se utiliza un valor intermedio entre el de tracción y el de compresión.

Su valor medio varía entre 8 y 12,6 N/mm². En la dirección perpendicular se toma un único valor de módulo de elasticidad cuyo valor es 30 veces inferior al paralelo a la fibra.

Diferencias entre madera libre de defectos y madera comercial

El comportamiento mecánico de la madera es muy distinto si se refiere a madera limpia (probeta pequeña libre de defectos) o a madera comercial. Estas diferencias se aprecian en el modo de rotura en probetas a flexión.

En la figura se muestra la representación del diagrama tensiones deformaciones de la madera:

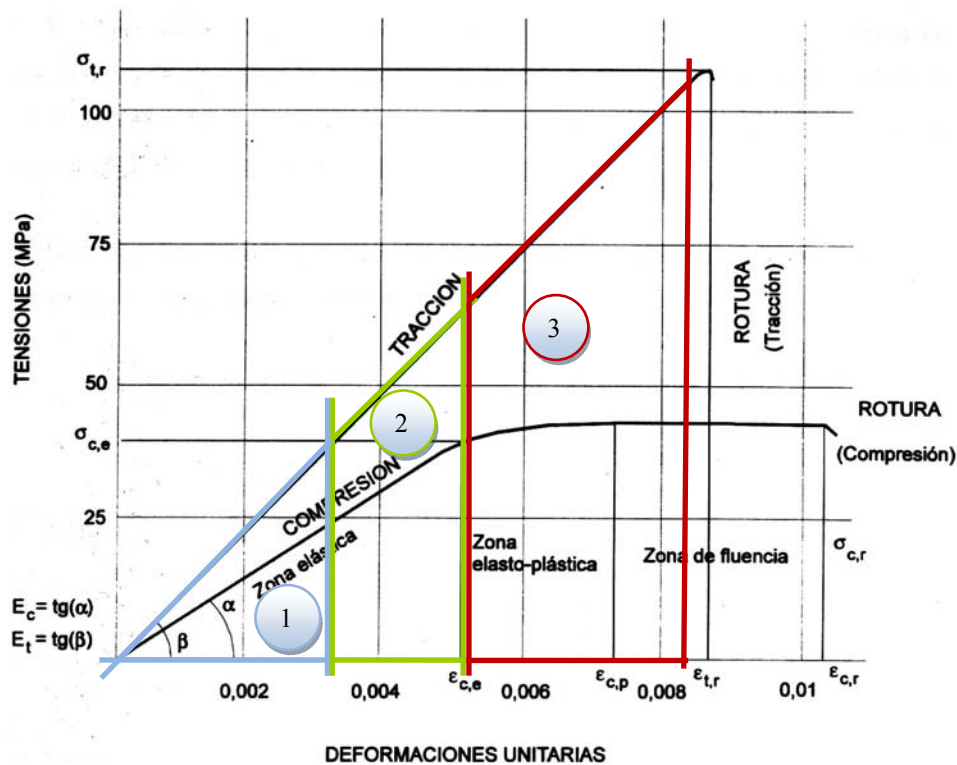


Figura 2.10. Diagrama de tensiones deformaciones de la madera. (Argüelles Bustillo, 1994)

En el comportamiento de una probeta libre de defectos en un ensayo a flexión se pueden distinguir tres fases:

Fase 1.

Los valores máximos de tensión de tracción y compresión se encuentran en la zona de proporcionalidad lineal entre la tensión y la deformación. La pendiente de las rectas es distinta debido a la diferencia entre los valores del módulo de elasticidad. Se puede deducir la desviación de la fibra neutra a partir de la siguiente expresión:

$$\frac{e}{h} = \frac{\sqrt{E_t}}{\sqrt{E_t} + \sqrt{E_c}} - 0,50 \quad \text{Ec. 2.12}$$

Siendo:

e, desviación de la fibra neutra con respecto al eje de la sección, hacia las fibras traccionadas
h, canto de la sección
 E_t , E_c : módulos de elasticidad a tracción y compresión.

Fase 2.

Esta fase se inicia cuando la fibra más comprimida alcanza una deformación y tensión correspondiente al comienzo del tramo no lineal de la gráfica de compresión.

Fase 3.

Comienza cuando la tensión de compresión en la fibra extrema alcanza el valor último y se inicia la plastificación del borde comprimido. En este punto la deformación de las fibras comprimidas aumenta sin hacerlo la tensión. La rotura de la pieza no se produce al no agotarse la resistencia a tracción.

La desviación de la fibra en esta fase puede estimarse como $e/h=0,08$.

En el caso de una probeta de madera en tamaño real y con un nudo en la parte traccionada, la desviación local de las fibras da lugar a tensiones perpendiculares que provocan el inicio de una rotura parcial, redistribuyéndose las tensiones.

La investigadora Vanessa Baño (2009) en su tesis doctoral titulada “Análisis mediante simulación numérica de la pérdida de resistencia de la madera por la presencia de nudos” desarrolla un modelo mediante el método de elementos finitos simulando el comportamiento tensional de vigas de madera aserrada sometidas a flexión pura incorporando el comportamiento ortótropo y elastoplástico de la madera, introduciendo nudos y la desviación local de la fibra.

El modelo se valida para piezas de madera aserrada de pino silvestre de sección 45x145 mm con nudos pasantes. A continuación se citan parte de las conclusiones mencionadas en el documento de la tesis:

- La influencia de las tensiones tangenciales adquiere un peso mucho más relevante que las tensiones normales cuando el efecto del nudo es importante. Cuando las vigas tienen nudos ubicados en la parte comprimida, la rotura se produce únicamente por tracción paralela a la fibra en la parte inferior de la viga; mientras que, cuando los nudos se encuentran en la parte traccionada, próximos al borde inferior de la viga, la rotura se produce por el conjunto de tensiones paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y la tensión tangencial de cortante.
- Se puede decir que una viga con nudos de 10mm de diámetro se comporta igual que una viga limpia para todas las posiciones de nudo, excepto cuando estos se colocan cerca del borde inferior. En estos casos, la rotura se produce por tensiones de tracción paralela (52%) y de cortante (48%)
- En general, la influencia de la tracción paralela a la fibra en la rotura se hace mayor cuanto más próximo está el nudo al borde inferior de la viga
- La influencia del cortante en la rotura disminuye a medida que el nudo se aproxima al borde traccionado de la viga
- Cuando los ejes de los nudos en la zona traccionada se encuentran situados a una distancia del borde de la viga mayor que su radio, el peso de la rotura lo asume el cortante (con porcentajes entre el 50% y el 74%), seguido de la tracción paralela y con un pequeño valor de tracción perpendicular. Sin embargo, cuando el eje de los nudos está a una distancia del borde inferior a su radio, la tracción paralela asume la importancia en la rotura.
- La tensión de tracción perpendicular a la fibra es mayor en nudos con el eje a una distancia al borde menor que su radio que en nudos más adentrados en la viga.

2.1.5 Factores que influyen en las propiedades mecánicas

Los principales factores que afectan a las propiedades de la madera son el contenido de humedad, la duración de la carga y la calidad de la madera. Estos tres factores se consideran en el cálculo estructural mediante la introducción de determinados coeficientes que tienen en cuenta las diferencias entre las condiciones de ensayo de determinación de las propiedades mecánicas y las condiciones de trabajo de los elementos estructurales de madera.

2.1.5.1 Contenido de humedad

Si aumenta el contenido de humedad disminuyen la resistencia y el módulo de elasticidad, siempre y cuando la humedad se encuentre por debajo del punto de saturación de la fibra.

En el caso de la madera comercial (tamaño real y con defectos) la relación entre la humedad y las propiedades mecánicas está menos acentuada que en la madera limpia.

En función de cada propiedad, la relación es diferente. De este modo, la resistencia a compresión paralela a la fibra es sensible al contenido de humedad y su influencia es la misma para cualquier calidad. La resistencia a la flexión al nivel de 5º percentil casi no se ve influenciada por la variación de humedad.

Los ensayos mecánicos de determinación de propiedades mecánicas se realizan en condiciones normalizadas con una humedad de equilibrio higroscópico de la madera del 12%.

En el cálculo de estructuras, se consideran diferentes condiciones denominadas “Clases de servicio” en función de las condiciones ambientales previstas. El Código Técnico de la Edificación (CTE) las define así:

- a) Clase de servicio 1. Se caracteriza por un contenido de humedad en la madera correspondiente a una temperatura de $20 \pm 2^{\circ}\text{C}$ y una humedad relativa del aire que sólo exceda el 65% unas pocas semanas al año.
- b) Clase de servicio 2. Se caracteriza por un contenido de humedad en la madera correspondiente a una temperatura de $20 \pm 2^{\circ}\text{C}$ y una humedad relativa del aire que sólo exceda el 85% unas pocas semanas al año.
- c) Clase de servicio 3. Condiciones ambientales que conduzcan a contenido de humedad superior al de la clase de servicio 2.

2.1.5.2 Duración de la carga

Una de las particularidades de la madera es la influencia de la duración de las carga en la resistencia. De modo que las cargas de duración permanente suponen una reducción de la resistencia de un 40% con respecto a la deducida en un ensayo de corta duración.

La influencia de la duración de la carga depende de la calidad de la madera y es significativamente menor en calidades bajas que en las altas.

2. ANTECEDENTES

El CTE especifica las siguientes clases de duración de la carga:

Clase de duración	Duración aproximada acumulada de la acción en valor característico	Acción
Permanente	Más de 10 años	Permanente, peso propio
Larga	De 6 meses a 10 años	Apeos o estructuras provisionales no itinerantes
Media	De una semana a 6 meses	Sobrecarga de uso; nieve en localidades de > 1000 m
Corta	Menos de una semana	Viento; nieve en localidades de de 1000 m
Instantánea	Algunos segundos	Sismo

Tabla 2.2. Duración de la carga. CTE DB SE-M (2009)

La combinación de Clase de servicio y Duración de la carga permite definir el valor del factor de modificación k_{mod} en función del tipo de madera. Este coeficiente penaliza la resistencia de la madera.

Material	Norma	Clase de servicio	Clase de duración de la carga				
			Permanente	Larga	Media	Corta	Instantánea
Madera maciza	UNE-EN 14081-1	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
Madera laminada encolada	UNE-EN 14080	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
Madera microlaminada	UNE-EN 14374, UNE-EN 14279	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90

Tabla 2.3. Coeficiente de modificación k_{def} . CTE DB SE-M (2009)

2.1.5.3 Calidad de la madera

Algunas singularidades del crecimiento del árbol suponen una disminución de sus propiedades mecánicas. Las principales son:

- Nudos: originados por las ramas del árbol tienen una gran influencia en la resistencia.
- Desviación de la fibra: se mide como la pendiente de la dirección de la fibra con respecto al eje de la pieza.
- Fendas: son agrietamientos longitudinales que cortan radialmente los anillos de crecimiento en una sección transversal. Se producen durante el secado de la pieza y son de mayor tamaño en las piezas de gruesas escuadrías.
- Acebolladuras: separación de los anillos de crecimiento longitudinalmente en el tronco debido a irregularidades durante el crecimiento del árbol.
- Gema: falta de madera que se puede presentar en las aristas de la pieza.

La consideración de la calidad de la madera en el proceso de cálculo se incluye en la clasificación estructural recogida en diferentes normativas en función de la procedencia de la madera.

El Código Técnico de la Edificación incluye las clasificaciones estructurales en función de las denominadas clases resistentes, asignadas según la especie de madera, de su procedencia y de la normas de clasificación.

La realización de ensayos normalizados de determinación de propiedades mecánicas permite elaborar normas basadas, la mayor parte de ellas en la clasificación visual, mediante la medición de las singularidades que afectan en las propiedades.

La asignación de una clase resistente permite atribuir directamente las propiedades mecánicas a la madera.

La norma UNE EN 338:2010. *Madera estructural. Clases resistentes* define las clases resistentes en madera aserrada de coníferas y frondosas y la norma UNE EN 1912:2011. *Madera estructural. Clases resistentes. Asignación de calidades visuales y especies*. Relaciona las calidades definidas en las distintas normas de clasificación para cada especie y procedencia con las clases resistentes.

En el anexo C “Asignación de clase resistente. Madera aserrada” del CTE se establece la asignación de clase resistente en función de la calidad según la norma de clasificación, la especie y la procedencia consideradas.

Norma	Especie (procedencia)	Clase resistente									
		C14	C16	C18	C22	C24	C27	C30	C35	D35	D40
UNE 56544	Pino silvestre (España)			ME-2	MEG		ME-1				
	Pino pinaster (España)			ME-2		ME-1					
	Pino insignis (España)			ME-2		ME-1					
	Pino laricio (España)			ME-2	MEG						
NF B 52001- 4	Abeto (Francia)				ST-III	ST-II		ST-I			
	Falso abeto (Francia)				ST-III	ST-II		ST-I			
	Pino oregón (Francia)				ST-III	ST-II					
	Pino pinaster (Francia)			ST-III		ST-II					
DIN 4074	Abeto (Europa: Central, N y E)		S7			S10		S13			
	Falso abeto (Europa: Central, N y E)		S7			S10		S13			
	Pino silvestre (Europa: Central, N y E)		S7			S10		S13			
INSTA 142	Abeto (Europa: N y NE)	T0		T1		T2		T3			
	Falso abeto (Europa: N y NE)	T0		T1		T2		T3			
	Pino silvestre (Europa: N y NE)	T0		T1		T2		T3			
BS 4978	Abeto (Reino Unido)		GS			SS					
	Pino silvestre (Reino Unido)		GS			SS					
BS 5756	Iroko (África)										HS
	Jarrah (Australia)										HS
	Teca (África y Asia SE)										HS

Tabla 2.4. Asignación de clase resistente en función de la especie y de la calidad según distintas normas CTE DB SE-M (2009)

Además se incluye la relación entre las normas de clasificación por calidades de la madera estructural.

2. ANTECEDENTES

Norma de clasificación	País	Calidades
UNE 56544. Clasificación visual de la madera aserrada para uso estructural	España	ME-1 ME-2 MEG
NF B 52001-4 Règles d'utilisation du bois dans les constructions. Partie-4. Classement visual pour l'emploi en structures pour les principales essences résineuses et feuillues	Francia	ST-I ST-II ST-III
DIN 4074 Teil 1. Sortierung von Nadelholz nach er Tragfähigkeit, Nadelschnitholz	Alemania	S13 S10 S7
INSTA 142. Nordic visual stress grading rules for timber	Países Nórdicos	T3 T2 T1 T0
BS 4978. Sections 1 and 2. Softwood grades for structural use	Reino Unido	SS GS
BS 5756. Tropical hardwood grades for structural use	Reino Unido	HS

Tabla 2.5. Relación entre las calidades y las distintas normas de clasificación. CTE DB SE-M

Las propiedades mecánicas de cada una de las clases resistentes para coníferas son las siguientes:

Propiedades	Resistencia (característica) en N/mm ²	Clase resistente											
		C14	C16	C18	C20	C22	C24	C27	C30	C35	C40	C45	C50
- Flexión	$f_{m,k}$	14	16	18	20	22	24	27	30	35	40	45	50
- Tracción paralela	$f_{t0,k}$	8	10	11	12	13	14	16	18	21	24	27	30
- Tracción perpendicular.	$f_{t90,k}$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
- Compresión paralela	$f_{c0,k}$	16	17	18	19	20	22	22	23	25	26	27	29
-Compresión perpendicular	$f_{c90,k}$	2,0	2,2	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2
- Cortante	$f_{v,k}$	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
Rigidez, en kN/mm²													
- Módulo de elasticidad paralelo medio	$E_{0,medio}$	7	8	9	9,5	10	11	11,5	12	13	14	15	16
- Módulo de elasticidad paralelo 5 ^o -percentil	$E_{0,k}$	4,7	5,4	6,0	6,4	6,7	7,4	7,7	8,0	8,7	9,4	10,0	10,7
- Módulo de elasticidad perpendicular medio	$E_{90,medio}$	0,23	0,27	0,30	0,32	0,33	0,37	0,38	0,40	0,43	0,47	0,50	0,53
- Módulo transversal medio	G_{medio}	0,44	0,50	0,56	0,59	0,63	0,69	0,72	0,75	0,81	0,88	0,94	1,00
Densidad, en kg/m³													
- Densidad característica	ρ_k	290	310	320	330	340	350	370	380	400	420	440	460
- Densidad media	ρ_{medio}	350	370	380	390	410	420	450	460	480	500	520	550

Tabla 2.6. Propiedades físicas y mecánicas según la clase resistente para coníferas. CTE DB SE-M (2009)

Y para la madera de frondosas las siguientes:

Propiedades		Clase Resistente							
		D18	D24	D30	D35	D40	D50	D60	D70
Resistencia (característica), en N/mm²									
- Flexión	$f_{m,k}$	18	24	30	35	40	50	60	70
- Tracción paralela	$f_{t,0,k}$	11	14	18	21	24	30	36	42
- Tracción perpendicular.	$f_{t,90,k}$	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6
- Compresión paralela	$f_{c,0,k}$	18	21	23	25	26	29	32	34
- Compresión perpendicular.	$f_{c,90,k}$	7,5	7,8	8,0	8,1	8,3	9,3	10,5	13,5
- Cortante	$f_{v,k}$	3,4	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,5	5,0
Rigidez, kN/mm²									
- Módulo de elasticidad paralelo medio	$E_{0,medio}$	10	11	12	12	13	14	17	20
- Módulo de elasticidad paralelo 5 ^o -percentil	$E_{0,k}$	8,4	9,2	10,1	10,1	10,9	11,8	14,3	16,8
- Módulo de elasticidad perpendicular medio	$E_{90,medio}$	0,67	0,73	0,80	0,80	0,86	0,93	1,13	1,33
- Módulo transversal medio	G_{medio}	0,63	0,69	0,75	0,75	0,81	0,88	1,06	1,25
Densidad, kg/m³									
- Densidad característica	ρ_k	500	520	530	540	550	620	700	900
- Densidad media	ρ_{medio}	610	630	640	650	660	750	840	1080

Tabla 2.7. Propiedades físicas y mecánicas según la clase resistente para frondosas. CTE DB SE-M (2009)

La madera laminada limita la influencia de las singularidades en la resistencia al utilizar láminas de pequeño espesor.

El CTE indica que para asignar una clase resistente a la madera laminada existen dos opciones:

- Realización de ensayos normalizados de determinación de las propiedades mecánicas
- Deducida teóricamente a partir de las láminas que conforman el elemento estructural.

La madera laminada puede ser homogénea, si todas las láminas tienen la misma calidad. En este caso las clases resistentes tienen las siguientes propiedades mecánicas:

Propiedades		Clase Resistente			
		GL24h	GL28h	GL32h	GL36h
Resistencia (característica), en N/mm²					
- Flexión	$f_{m,g,k}$	24	28	32	36
- Tracción paralela	$f_{t,0,g,k}$	16,5	19,5	22,5	26
- Tracción perpendicular	$f_{t,90,g,k}$	0,4	0,45	0,5	0,6
- Compresión paralela	$f_{c,0,g,k}$	24	26,5	29	31
- Compresión perpendicular	$f_{c,90,g,k}$	2,7	3,0	3,3	3,6
- Cortante	$f_{v,g,k}$	2,7	3,2	3,8	4,3
Rigidez, en kN/mm²					
- Módulo de elasticidad paralelo medio	$E_{0,g,medio}$	11,6	12,6	13,7	14,7
- Módulo de elasticidad paralelo 5 ^o -percentil	$E_{0,g,k}$	9,4	10,2	11,1	11,9
- Módulo de elasticidad perpendicular medio	$E_{90,g,medio}$	0,39	0,42	0,46	0,49
- Módulo transversal medio	$G_{g,medio}$	0,72	0,78	0,85	0,91
Densidad, en kg/m³					
Densidad característica	$\rho_{g,k}$	380	410	430	450

Tabla 2.8. Propiedades físicas y mecánicas según la clase resistente para madera laminada encolada homogénea. CTE DB SE-M (2009)

En el caso de la madera laminada combinada, las láminas exteriores tienen distinta calidad que las láminas interiores. En ese caso se distinguen las siguientes clases resistentes:

Propiedades		Clase Resistente			
		GL24c	GL28c	GL32c	GL36c
Resistencia (característica), en N/mm²					
- Flexión	$f_{m,g,k}$	24	28	32	36
- Tracción paralela	$f_{t,0,g,k}$	14	16,5	19,5	22,5
- Tracción perpendicular.	$f_{t,90,g,k}$	0,35	0,4	0,45	0,5
- Compresión paralela	$f_{c,0,g,k}$	21	24	26,5	29
- Compresión perpendicular	$f_{c,90,g,k}$	2,4	2,7	3,0	3,3
- Cortante	$f_{v,g,k}$	2,2	2,7	3,2	3,8
Rigidez, en kN/mm²					
- Módulo de elasticidad paralelo medio	$E_{0,g,medio}$	11,6	12,6	13,7	14,7
- Módulo de elasticidad paralelo 5º-percentil	$E_{0,g,k}$	9,4	10,2	11,1	11,9
- Módulo de elasticidad perpendicular medio	$E_{90,g,medio}$	0,32	0,39	0,42	0,46
- Módulo transversal medio	$G_{g,medio}$	0,59	0,72	0,78	0,85
Densidad, en kg/m³					
- Densidad característica	$\rho_{g,k}$	350	380	410	430

Tabla 2.9. Propiedades físicas y mecánicas según la clase resistente para madera laminada encolada combinada. CTE DB SE-M (2009)

2.2 LAS UNIONES EN EL CÓDIGO TÉCNICO DE LA EDIFICACIÓN

El Código Técnico de la Edificación es el marco normativo que regula las exigencias básicas de calidad que deben cumplir los edificios para satisfacer los requisitos básicos de seguridad y habitabilidad.

Las exigencias hacen referencia entre otros requisitos básicos al de seguridad estructural de los edificios. La madera es reconocida como material de construcción al ser introducida en un documento básico que marca las pautas a seguir en el empleo del material. Dentro del documento dedicado a la madera, hay un capítulo relativo al tema de uniones en las estructuras de madera. En este apartado se hace referencia a las consideraciones que contempla el documento para tratar de mostrar cuál es el panorama normativo existente en España actualmente en relación con las uniones.

El CTE recoge en el Documento Básico de Seguridad Estructural – Madera una clasificación en función del elemento de unión empleado. Para cada una de las clases hace referencia a determinados elementos incluyendo los procedimientos de cálculo necesarios para su correcto dimensionamiento, así como ciertas recomendaciones en cuanto a su colocación durante el proceso de ejecución de la obra.

La clasificación que recoge el CTE es la siguiente:

- Elementos mecánicos de fijación tipo clavija caracterizados por su cuerpo cilíndrico donde el esfuerzo entre las piezas se transmite mediante una flexión de la clavija y mediante tensiones de aplastamiento de la madera. Dentro de este grupo se incluyen:

- Clavos: elementos de fuste liso o con resaltos, tienen diámetros inferiores a 8 mm. Son empleados para unir piezas de madera-madera, madera-tablero y chapas de acero-madera.
 - Grapas: se emplean para la unión entre tablero y piezas de madera. Se colocan con grapadoras neumáticas.
 - Pernos: son elementos de cuerpo cilíndrico que tienen una cabeza hexagonal y una parte de rosca donde se coloca la tuerca. Suelen colocarse con arandelas que deben tener una superficie adecuada en función del diámetro del perno.
 - Pasadores: barras de acero de sección circular con diámetros de 16 a 25 mm y que no presentan cabeza en ninguno de sus extremos. Se emplean en lugar de los pernos para mejorar la estética de la unión. Se introducen a presión.
 - Tirafondos: elementos con una parte roscada y una lisa (caña) a lo largo de su fuste. Tiene una elevada resistencia frente a cargas de extracción.
- Uniones con conectores: los conectores son elementos de fijación de superficie que transmiten las cargas entre las piezas de madera por tensiones de aplastamiento entre la madera y el conector. Se distinguen los siguientes conectores:
 - Conectores de anillo (tipo A según la norma UNE EN 912): unión madera-madera consistente en un anillo abierto o cerrado que se coloca entre las dos piezas de madera insertado en un mecanizado previo.
 - Conectores de placa: (tipo B según la norma UNE EN 912): unión madera-acero consistente en un anillo con una superficie lisa y un borde saliente que se inserta en la madera.
 - Conectores dentados (tipo C según la norma UNE EN 912): conectores en forma de placa que tienen unos salientes con formas variables que se introducen en las piezas de madera.
- Uniones tradicionales: definidas como aquellas uniones que transmiten las fuerzas mediante tensiones de compresión localizada y de cortante entre las mismas piezas de madera mediante el corte y mecanización adecuados. El material aportado (generalmente herrajes en forma de pletinas y otros elementos de fijación) es muy reducido y su función es la de mantener en su posición correcta las uniones. En algunos casos pueden servir para refuerzo de la unión o para resistir una inversión de la sollicitación. El CTE incluye unas recomendaciones generales pero únicamente especifica el cálculo para las uniones en embarbillado realizadas mediante diferentes mecanizados empleados para transmitir esfuerzos entre dos piezas, siendo el ejemplo más representativo el encuentro entre par y tirante en las cerchas tradicionales.

2.2.1 Consideraciones generales sobre el cálculo de uniones

El CTE recoge los principios generales de cálculo de uniones aportando una serie de aspectos a tener en cuenta a la hora de dimensionar las uniones en una estructura de madera. A continuación se resume el contenido de estos apartados.

a) Uniones con múltiples elementos o métodos de fijación.

En una unión con varios elementos de fijación del mismo tipo y dimensiones, la capacidad de carga del conjunto es menor que la suma de las capacidades individuales. Es necesario considerar el denominado número eficaz calculado según la siguiente expresión:

$$F_{v,ef,Rk} = n_{ef} \cdot F_{v,Rk} \quad \text{Ec. 2.13}$$

$F_{v,ef,Rk}$: valor característico de la capacidad de carga eficaz de la unión

n_{ef} : número eficaz de los elementos de fijación alineados con la carga, que se define para cada tipo de elemento de fijación.

$F_{v,Rk}$: valor característico de la capacidad de carga de un elemento de fijación.

Además se indica que si en una unión la carga se transmite mediante más de un tipo de fijación, o cuando la rigidez de las uniones en los planos de corte de una unión con varios planos de cortadura es diferente, la capacidad de carga de cada tipo viene condicionada por la compatibilidad de las deformaciones. De no realizarse un estudio especial, se recomienda no mezclar tipos ni dimensiones (es decir, elementos con distinta rigidez), salvo que su análisis se recoja expresamente en este DB.

b) Uniones en ángulo solicitadas por fuerzas axiales

En este apartado se recomienda considerar el posible efecto de las hienas debido a que la carga actúa en una dirección con un cierto ángulo respecto a la dirección de las fibras de la madera y existe una parte de la fuerza que actúa perpendicularmente a las fibras con el riesgo que eso conlleva motivado por la baja resistencia de la madera frente a ese tipo de sollicitación.

El CTE indica que debe cumplirse la siguiente condición:

$$F_{v,Ed} \leq F_{90,Rd} \quad \text{Ec. 2.14}$$

Siendo $F_{v,Ed}$ el máximo valor entre $F_{v,Ed,1}$ y $F_{v,Ed,2}$ (valores de cálculo de los esfuerzos cortantes a cada lado de la unión).

$F_{90,Rd}$ es la capacidad de resistencia característica frente a la hiena que viene indicada en CTE para un tipo de disposición concreto.

c) Inversión de esfuerzos

En el caso de que una unión deba soportar esfuerzos de tracción y esfuerzos de compresión en combinaciones diferentes con acciones de larga o media duración, es necesario comprobar que la unión tiene una resistencia suficiente para soportar los siguientes esfuerzos: $F_{t,Ed} + 0,5 \cdot F_{c,Ed}$ y $F_{c,Ed} + 0,5 \cdot F_{t,Ed}$, en valores absolutos, para tracción y compresión, respectivamente.

d) Deslizamiento de las uniones

Para realizar la comprobación de estado límite de servicio es necesario considerar el módulo de deslizamiento (k_{ser}) resultado del cociente entre la fuerza aplicada en servicio y el deslizamiento local de la unión. El CTE propone ecuaciones de cálculo para uniones madera-madera o madera-tablero con elementos de fijación tipo clavija, conectores de placa, de anillo y dentados en función de la densidad del material de los elementos a unir y del diámetro de elemento de unión.

2.2.2 Cálculo de la capacidad de carga de los elementos de fijación

El cálculo de la capacidad de carga de las uniones tipo clavija se realiza según las ecuaciones planteadas por Johansen (1949), que permiten obtener la carga última de la unión considerando el fallo por una tensión de aplastamiento en la madera o por la formación de rótulas plásticas en el medio de unión debido a solicitaciones de flexión. Estas expresiones han sido validadas posteriormente si se reducen al mínimo los efectos de rozamiento entre las piezas y las fuerzas axiales en los medios de unión (Argüelles *et al*, 2003).

Las ecuaciones de Johansen introducen los valores de resistencia al aplastamiento de la madera entendida como la tensión máxima de compresión ejercida por un elemento lineal rígido que atraviesa la sección de la pieza. En el apartado de uniones del Documento Básico de Seguridad Estructural de Estructuras de Madera del CTE se recogen las ecuaciones de cálculo de los valores característicos de resistencia al aplastamiento según el tipo de clavija y el tipo de material deducidos de los ensayos realizados según las normas correspondientes. Además se indica que si el elemento de fijación no se incluye entre los especificados, podrá calcularse su resistencia según lo indicado en las normas UNE EN 383 y UNE EN 14385.

Otra de las propiedades del material que es necesario conocer para la resolución de las ecuaciones planteadas es la resistencia a flexión de la unión mediante la estimación del momento plástico definido como el momento flector que produce la plastificación completa de la sección de un elemento de fijación de tipo pasante. El documento recoge las ecuaciones de cálculo del valor característico del momento plásticos para secciones cuadradas y circulares macizas de acero, indicando que para el resto de los casos debe procederse de la manera indicada en las normas UNE EN 409 y UNE EN 14358.

Para emplear las ecuaciones de Johansen debe distinguirse entre los diferentes modos de fallo posibles, por cortadura simple o por cortadura doble. Así como en función de los materiales que se van a unir, es decir, si la unión se hace entre elementos de madera o derivados de la madera o bien entre elementos de madera y chapas de acero.

En el caso de las uniones tipo clavija (clavos, grapas, pernos, pasadores, tirafondos) se indica además de las ecuaciones de resistencia al aplastamiento de la madera y de cálculo del momento plástico del elemento de unión, las separaciones y distancias mínimas que es necesario contemplar en el diseño y algunas recomendaciones relativas a las disposiciones constructivas.

Para el cálculo de conectores de anillo, de placa y dentados se indican las ecuaciones de cálculo del valor característico de capacidad de carga para una fuerza paralela a la fibra por conector y por plano de cortadura, en función de varios coeficientes cuyos valores dependen de los espesores de las piezas a unir, de la distancia de la unión a la testa cargada, de la densidad de la madera y del tipo de material de las piezas a unir. Para este tipo de uniones se indica también unas separaciones y distancias mínimas entre elementos.

2.2.3 Uniones carpinteras

Las alusiones del CTE a las uniones carpinteras son muy escasas reduciéndose al planteamiento general de comprobación de la unión en embarbillado, indicándose que los conceptos especificados serán de aplicación al resto de uniones tradicionales.

Entre las consideraciones de cálculo se destaca la necesidad de considerar la posibilidad de una inversión de esfuerzos incluyendo elementos de fijación auxiliares que a su vez son recomendables para evitar efectos desfavorables provocados por los movimientos higrotérmicos del material.

Las tensiones de contacto son limitadas en este tipo de unión siendo necesario reducir al valor de resistencia a compresión paralelo a la fibra multiplicándolo por el factor 0,8 en el caso de uniones de empalme a tope y en prolongación y entre piezas de madera con superficie de contacto perpendicular a la fibra. Este factor de reducción no afectará las uniones entre madera y un material rígido.

Se establece una limitación en cuanto a la deformación admitida en las uniones de empalme a tope u oblicuas para cargas de servicio de 1 a 1,5 mm.

2.2.3.1 Cálculo de embarbillados

El único método de cálculo descrito en el CTE para uniones tradicionales en madera es el relativo a la unión en embarbillado, tanto simple como doble, habitual en la resolución de encuentros entre par y tirante en las cerchas tradicionales.

Los parámetros básicos para definir la geometría de este tipo de unión se muestran en la Figura 2.11.

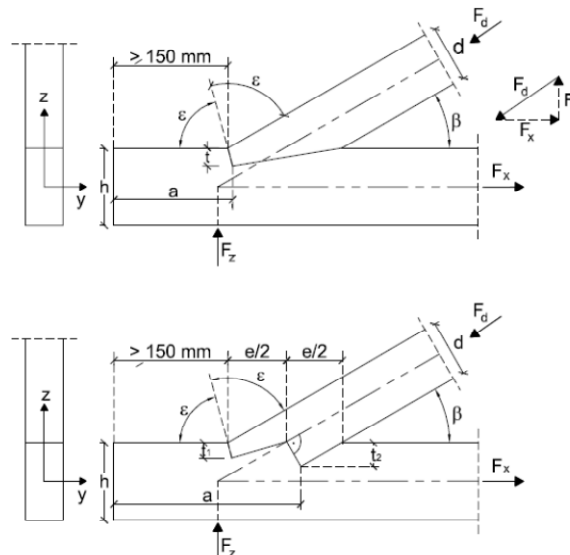


Figura 2.11. Variables de definición de la geometría de embarbillado entre par y tirante (CTE, 2009).

a) Longitud del cogote:

$$a \geq \frac{F_d \cdot \cos \beta}{b \cdot f_{v,d}} \quad \text{Ec. 2.15}$$

b) Profundidad de la barbilla:

$$t \geq \frac{F_d \cdot \cos \beta}{b \cdot f_{c,\alpha,d}} \quad \text{Ec. 2.16}$$

Embarbillado simple: $\alpha = \frac{\beta}{2}$

Embarbillado doble: $\alpha = \frac{3}{4} \cdot \beta$ y $t = t_1 + t_2$

c) Altura de la sección del par:

$$d \geq \frac{F_d}{b \cdot f_{c,\alpha,d}} \quad \text{donde } \alpha = \beta \quad \text{Ec. 2.17}$$

En estas ecuaciones:

b: anchura de la pieza

β : ángulo entre par y tirante o piezas equivalentes

$f_{v,d}$: valor de cálculo de resistencia a cortante

$f_{c,\alpha,d}$: valor de cálculo de resistencia a compresión oblicua

F_d : valor de cálculo de la compresión en el par o pieza equivalente

En el artículo titulado *Numerical simulation of framed joints in sawn-timber roof trusses* (Villar et al, 2008) se compara el cálculo teórico de la unión en barbilla entre par y tirante, propuesto por el CTE con el resultado según la simulación numérica mediante el método de elementos finitos. En este estudio se propone la incorporación de un factor corrector “k” que afectaría a las expresiones de cálculo de la longitud del cogote “a” y la profundidad de la barbilla “t” incluyendo la influencia del coeficiente de rozamiento μ y del ángulo de encuentro entre par y tirante β .

Este factor corrector tiene la siguiente expresión:

$$k = [(3,88\mu - 1,31) \cdot \cos\beta (3,76\mu - 2,22)] \quad \text{Ec. 2.18}$$

2.2.3.2 Comprobaciones en zonas de entalladura

En el Documento Básico de Estructuras de Madera, el CTE incluye en su apartado general sobre Estado límite último, algunas indicaciones sobre las comprobaciones puntuales que se deben hacer en piezas rebajadas donde se producirá una concentración de tensiones.

La normativa indica que es necesario realizar una comprobación a cortante considerando la sección eficaz en el apoyo y penalizando a la resistencia con un factor k_v que introduce la influencia de la inclinación en el rebaje, la distancia desde el eje del apoyo hasta el final del rebaje y la relación entre el canto inicial y el canto eficaz en el apoyo después de la entalladura.

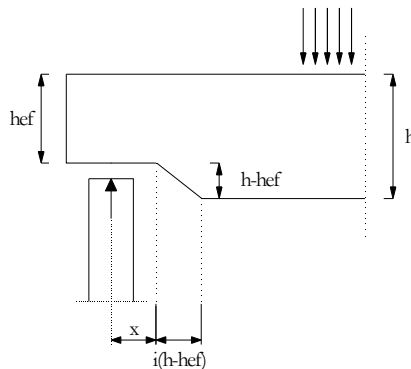


Figura 2.12. Variables de definición de la geometría de entalladura en el apoyo de una viga. (CTE, 2009).

En vigas rectas de sección rectangular con la fibra sensiblemente paralela al eje, se debe realizar la comprobación siguiente:

$$\tau_d = \frac{1,5 \cdot V_d}{b \cdot h_{ef}} \leq k_v \cdot f_{v,d} \quad \text{Ec. 2.19}$$

Donde:

V_d : esfuerzo cortante de cálculo en viga

h_{ef} : canto eficaz

k_v : factor de reducción que adopta el valor:

$$k_v = \min \left\{ \frac{k_n \cdot \left(1 + \frac{1,1 \cdot i^{1,5}}{\sqrt{h}} \right)}{\sqrt{h} \cdot \left(\sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \frac{x}{h} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)} \right\} \quad \text{Ec. 2.20}$$

Donde:

i : define la inclinación del rebaje

h : canto de la viga en mm

x : distancia desde el eje del apoyo hasta el final del rebaje

$\alpha = h_{ef}/h$

$$k_n = \left\{ \begin{array}{l} 4,5 \text{ para madera microlaminada} \\ 5,0 \text{ para madera maciza} \\ 6,5 \text{ para madera laminada encolada} \end{array} \right\}$$

2.2.3.3 Cálculo de caja y espiga

Una de las alternativas a la unión en cola de milano es el mecanizado, normalmente manual, de cajas y espigas, que transmiten los esfuerzos a través de compresiones localizadas en la base de la espiga. Su diseño requiere la comprobación de la resistencia frente a tensión por cortante y a tensión por compresión perpendicular a la fibra en la base de la espiga, ambas comprobaciones recogidas en el CTE.

Comprobación de cálculo a tensión de cortante:

$$\tau_{v,d} = \frac{1,5 \cdot V_d}{k_{cr} \cdot b_{ef} \cdot h_{ef}} \leq f_{v,d} \quad \text{Ec. 2.21}$$

Donde:

V_d : valor de cálculo de la carga de cortante.

k_{cr} : Coeficiente de fendas de valor 0,67 para madera laminada.

b_{ef} : Anchura de la espiga.

h_{ef} : Altura de la espiga.

e : Espesor de la espiga.

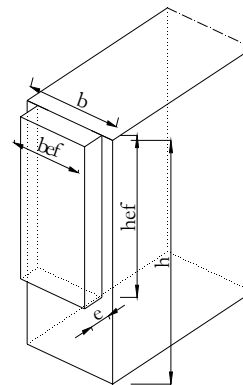


Figura 2.13. Variables de definición de la espiga.

Comprobación de cálculo a tensión de compresión perpendicular a la fibra:

$$\tau_{c,90,d} = \frac{F_{c,90,d}}{A_{ef}} \leq k_{c,90} f_{c,90,d} \quad \text{Ec. 2.22}$$

Donde:

$F_{c,90,d}$: valor de cálculo de la carga de compresión perpendicular a la fibra.

A_{ef} : área de contacto eficaz en compresión perpendicular a la fibra.

$f_{c,90,d}$: resistencia de cálculo a compresión perpendicular a la fibra

$k_{c,90}$: factor que tiene en cuenta la distribución de la carga, la posibilidad de hienda y la deformación máxima por compresión perpendicular. En este caso, toma el valor 1.

2.3. UNIONES EN COLA DE MILANO MECANIZADAS MEDIANTE PLANTILLAS – ARUNDA

El mecanizado de la unión en cola de milano para la unión entre vigas y viguetas, no es exclusivo de los centros de mecanizado por control numérico, si no que existe la posibilidad de que los carpinteros empleen plantillas como guías para su mecanizado.

La empresa suiza ARUNDA pone en el mercado plantillas que permiten mecanizar tanto la espiga como la caja. Si bien, el funcionamiento de esta propuesta de unión en cola de milano difiere significativamente de la unión en cola de milano redondeada mecanizada mediante control numérico.

En el caso de la unión mecanizada con plantillas, la espiga tiene una forma trapezoidal con una base rectangular que apoya directamente en la caja, de modo que parte de los esfuerzos que llegan a la espiga serán transmitidos por rozamiento a los flancos y otra parte descargará directamente sobre la superficie de apoyo de la espiga. Por tanto, esta unión tendrá un comportamiento intermedio entre una unión en caja y espiga y la unión en cola de milano redondeada.

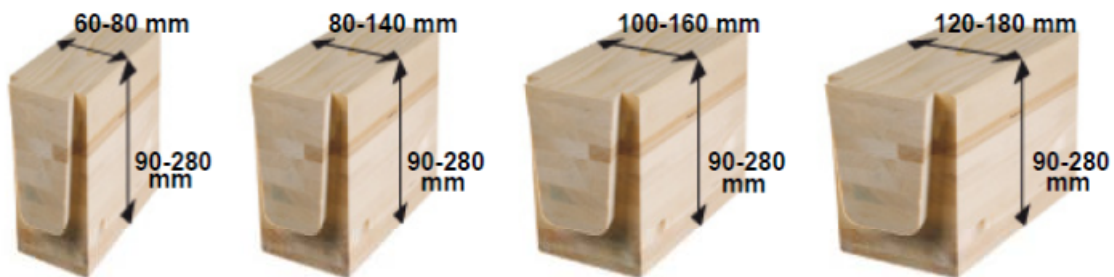


Figura 2.14. Forma de la espiga mecanizada mediante las plantillas ARUNDA (www.arunda.ch)

La marca ARUNDA pone a disposición de los usuarios de sus herramientas tablas de predimensionado y recomendaciones a seguir para lograr un correcto funcionamiento.

Las plantillas permiten mecanizar espigas y cajas con cola de milano de 90 a 300 mm cada 10 mm que se correspondería con viguetas de anchura comprendida entre 60 y 300 mm y alturas en un rango entre 90 y 420 mm. El dimensionado se realiza en función de la altura de los elementos a unir (viguetas y viga).

Debido a que la espiga apoya directamente en el fondo, la parte de la carga que se transmite en esa superficie, provocará tensiones de tracción perpendicular a la fibra en la viga de apoyo, por tanto, los fabricantes indican una altura mínima de la viga en función de la altura de la espiga. En concreto proponen una altura para la viga de apoyo de 1,2 veces la altura de la espiga respetando una altura mínima de madera por debajo de la caja de 1/6 la altura de la viga.

Consideran la profundidad de la espiga constante e igual a 26 mm y la profundidad de la caja constante e igual a 28 mm. Según la altura de la espiga, la altura de la viga y la altura de la viga se indican valores de cargas admisibles según dos modos de fallo, uno para el fallo de la viga por cortante (V_{d1}) y otro según el fallo de la viga por tracción perpendicular (V_{d2}).

$$V_{d1} = 2/3 \cdot A_z \cdot zultQ \quad \text{Ec. 2.23}$$

Donde: $A_z = ((b_1 + b_2) / 2 \cdot h_e - 12,5) + p \cdot (12,5^2) / 4 + ((b_2 - 25) \cdot 12,5)$
 $zultQ = 0,9 \text{ N/mm}^2$
 b_1 : ancho máximo variable de la espiga (mm)
 b_2 : ancho mínimo variable de la espiga (mm)
 h_e : altura de espiga o caja (mm)
 p : profundidad de la espiga

$$V_{d2} = 0,09 \cdot a \quad \text{Ec. 2.24}$$

Donde: 0,09 kN/mm: coeficiente empírico
 $a = h_{est} - h_e + b_2 / 2$
 h_{est} : altura de viga (mm)
 $h_{est} \text{ mínima} = 1,2 \cdot \text{espiga } h$
 h_e : altura de espiga o caja (mm)
 b_2 : ancho mínimo variable de la espiga (mm)

La empresa pone a disposición de los usuarios una tabla donde se incluyen los valores de cargas admisibles según el criterio considerado y en función de la altura de espiga, altura de la viga y altura mínima de la viga. Los valores para madera maciza se muestran en la tabla 2.10, donde:

Espiga h : altura máxima de espiga (mm)

h_{vig} : altura viga (mm)

$h_{vig} \text{ máxima} = 2 \cdot h_e$

b : ancho viga (mm)

b_1 : ancho máximo variable de la espiga (mm)

b_2 : ancho mínimo variable de la espiga (mm)

2. ANTECEDENTES

Ancho mínimo del estribo de bóveda bs: bs = 80 mm con muesca de 1 lado bs = 120 mm con muesca de 2 lados			Plantilla Arunda n °60 Ancho <i>vigueta</i> 60 à 80 (100) mm x Altura 90 à 260 (280) mm	Plantilla Arunda n °80 Ancho <i>vigueta</i> 80 à 120 (100) mm x Altura 90 à 260 (280) mm	Plantilla Arunda n °100 Ancho <i>vigueta</i> 100 à 140 (100) mm x Altura 90 à 260 (280) mm	Plantilla Arunda n °120 Ancho <i>vigueta</i> 120 à 160 (100) mm x Altura 90 à 260 (280) mm	Gabarit Arunda n °160+ Largeur solive 160 à 300 mm x Hauteur 90 à 420 mm					
Para el cálculo de las cargas se considerará la carga admisible menor entre Vd1 y Vd2 1 kN = 100 kg												
Espiga h (mm)	hvig (mm)	hest min. (mm)	Vd1 (kN)	Vd2 (kN)	Vd1 (kN)	Vd2 (kN)	Vd1 (kN)	Vd2 (kN)	Vd1 (kN)	Vd2 (kN)	Vd1 (kN)	Vd2 (kN)
300	420	420	-	-	-	-	-	-	-	-	23,98	16,92
300	300-360	360	-	-	-	-	-	-	-	-	23,98	11,52
290	400	400	-	-	-	-	-	-	-	-	23,02	16,02
290	300-340	348	-	-	-	-	-	-	-	-	23,02	11,34
280	400	400	-	-	-	-	-	-	-	-	22,08	16,92
280	280-330	336	-	-	-	-	-	-	-	-	22,08	11,16
270	380	380	-	-	-	-	-	-	-	-	21,14	16,02
270	280-320	324	-	-	-	-	-	-	-	-	21,14	10,98
260	360	360	-	-	-	-	-	-	-	-	20,21	15,12
260	260-310	312	-	-	-	-	-	-	-	-	20,21	10,80
250	340	340	-	-	-	-	-	-	-	-	19,29	14,22
250	260-300	300	-	-	-	-	-	-	-	-	19,29	10,62
240	320	320	-	-	-	-	-	-	-	-	18,38	13,32
240	240-280	288	-	-	-	-	-	-	-	-	18,38	10,44
230	300	300	-	-	-	-	-	-	-	-	17,47	12,42
230	240-270	276	-	-	-	-	-	-	-	-	17,47	10,26
220	280	280	-	-	-	-	-	-	-	-	16,57	11,52
220	220-260	264	-	-	-	-	-	-	-	-	16,57	10,08
210	280	280	-	-	-	-	-	-	-	-	15,69	12,42
210	220-250	252	-	-	-	-	-	-	-	-	15,69	9,90
200	260	260	4.49	7.33	7.24	8.34	9.56	9.24	11.87	10.14	14,80	11,52
200	200-240	240	4.49	5.53	7.24	6.54	9.56	7.44	11.87	8.34	14,80	9,72
190	240	240	4.17	6.43	6.79	7.44	8.98	8.34	11.17	9.24	13,93	10,62
190	200-220	228	4.17	5.35	6.79	6.36	8.98	7.26	11.17	8.16	13,93	9,54
180	240	240	3.87	7.33	6.34	8.34	8.41	9.24	10.48	10.14	13,07	11,52
180	180-220	220	3.87	5.53	6.34	6.54	8.41	7.44	10.48	8.34	13,07	9,72
170	220	220	3.57	6.43	5.89	7.44	7.85	8.34	9.80	9.24	12,21	10,62
170	180-200	204	3.57	4.99	5.89	6.00	7.85	6.90	9.80	7.80	12,21	9,18
160	200	200	3.27	5.53	5.46	6.54	7.29	7.44	9.13	8.34	11,36	9,72
160	160-180	192	3.27	4.81	5.46	5.82	7.29	6.72	9.13	7.62	11,36	9,00
150	200	200	2.99	6.43	5.04	7.44	6.75	8.34	8.46	9.24	10,52	10,62
150	160-180	180	2.99	4.63	5.04	5.64	6.75	6.54	8.46	7.44	10,52	8,82
140	180	180	2.72	5.53	4.62	6.54	6.21	7.44	7.81	8.34	9,69	9,72
140	140-160	168	2.72	4.45	4.62	5.46	6.21	6.36	7.81	7.26	9,69	8,64
130	140-160	160	2.45	4.63	4.21	5.64	5.69	6.54	7.16	7.44	8,86	8,82
120	160	160	2.19	5.53	3.81	6.54	5.17	7.44	6.52	8.34	8,04	9,72
120	120-140	144	2.19	4.09	3.81	5.10	5.17	6.00	6.52	6.90	8,04	8,28
110	120-140	140	1.94	4.63	3.42	5.64	4.65	6.54	5.89	7.44	7,23	8,82
100	100-120	120	1.70	3.73	3.04	4.74	4.15	5.64	5.27	6.54	6,43	7,92
90	100	108	1.47	3.55	2.66	4.56	3.66	5.46	4.65	6.36	5,64	7,74

Tabla 2.10. Valores de carga admisibles en función de las dimensiones de la unión. Tomada de www.arunda.ch.

Según estas cargas admisibles se observa lo siguiente:

- Para una misma altura de la vigueta y de la viga, una mayor altura de la espiga implica una mayor capacidad de carga según esfuerzo cortante y menor capacidad de la viga.
- Cuanta mayor anchura tenga la vigueta y por tanto la espiga, mayor capacidad de la unión.
- Para las mayores alturas de la espiga y a medida que se incrementa la anchura de la vigueta y de la espiga, es más limitante la capacidad de carga de la caja que la de la espiga.

Además de estas indicaciones, la empresa ARUNDA propone unos incrementos dimensionales en la viga considerando la reducción de la sección debido al mecanizado de las cajas.

2.4 UNIÓN CARPINTERA EN COLA DE MILANO REDONDEADA MECANIZADAS POR CONTROL NUMÉRICO

2.4.1 Usos actuales

A nivel estructural, la unión tradicional en cola de milano es aquella que se emplea para dar continuidad a elementos de madera en longitud que están sometidos a esfuerzos de tracción.

Sin embargo, el desarrollo de maquinaria específica de mecanizado para madera ha hecho proliferar el uso de una variante de esta unión que consiste en una espiga con una forma trapezoidal y redondeada que se encaja en una mortaja con su misma forma y que es capaz de resistir esfuerzo de cortante, siendo apta para resolver los encuentros entre viguetas o correas y vigas principales de estructuras tanto de forjados como de cubiertas.

El hecho de que su mecanizado sea previo al montaje de la obra hace que se reduzca en gran medida el tiempo de ejecución de ésta y que se consiga una gran precisión en el montaje.

Otra de las ventajas de la unión es su acabado estético que permite que no se vea ningún elemento metálico en la estructura además de ser una unión muy limpia en cuanto a su acabado.

Empresas dedicadas a la construcción en serie de viviendas unifamiliares o plurifamiliares empleando el sistema constructivo de entramado ligero con madera, utilizan esta unión para resolver los encuentros aunque no queden vistas y vayan recubiertas por otros materiales.



Figura 2.15. Ejemplos de utilización de uniones en cola de milano.

En la resolución de cubiertas de madera en viviendas unifamiliares, también es cada vez más frecuente el uso de estas uniones.

2. ANTECEDENTES

Hay algunos ejemplos de usos singulares como el descrito en el artículo publicado por la empresa Kaufmann Bausysteme “*Dos grandes edificios en madera. Un almacén para sal de 13 alturas*” (2007) donde se comenta el proceso de fabricación de dos almacenes de sal de la empresa Salinen Austria AG, Bad Ischl de 25 metros de altura con estructura de madera, donde debido a la corrosión de los herrajes metálicos por el efecto de la sal (a pesar de la protección) se decide emplear uniones en cola de milano entre los elementos verticales y los horizontales, destacando la precisión en el montaje obtenida por el trabajo previo mediante el mecanizado realizado con control numérico. La construcción del edificio comenzó en mayo de 2007 y finalizó 7 semanas después.

2.4.2 Diseño de la unión

Los programas de diseño específicos para estructuras de madera incorporan propuestas de diseños de uniones tradicionales en función de la sección del elemento a unir. En el caso de la unión en cola de milano, seleccionando el elemento en el que se mecanizará la unión, el propio programa propone unas medidas por defecto para la espiga y para su correspondiente caja. A continuación se recogen los valores que emplea por defecto el software de diseño Cadwork a partir de una determinada sección de vigueta. El programa permite cambiar cualquiera de ellos en el momento de su generación.

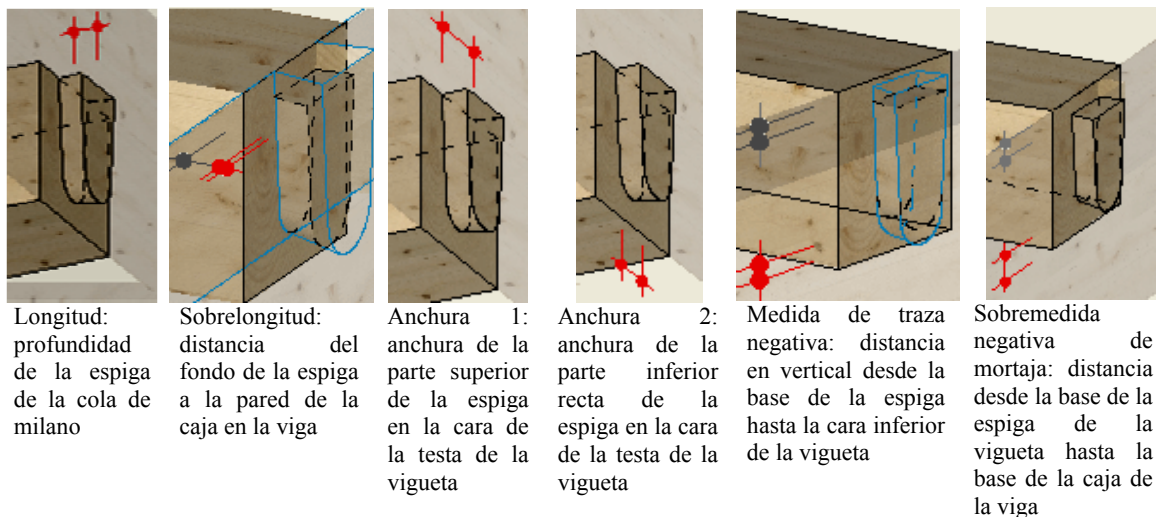


Figura 2.16. Variables de definición de la unión según el programa de diseño Cadwork.

Sección vigueta bxh	60x80	60x100	60x120	60x140	60x160	60x180
Longitud	28	28	28	28	28	28
SobreLongitud	2	2	2	2	2	2
Anchura 1	50	50	50	50	50	50
Anchura 2	45	45	45	45	45	45
Medida Trazar Neg	20	20	20	20	20	20
Sobremedida neg mortaja	5	5	5	5	5	5
Alt espiga/Alt vigueta	0,75	0,8	0,83	0,86	0,88	0,89

Sección vigueta bxh	80x100	80x120	80x140	80x160	80x180	80x200	80x220	80x240
Longitud	28	28	28	28	28	28	28	28
SobreLongitud	2	2	2	2	2	2	2	2
Anchura 1	60	60	65	70	70	70	70	70
Anchura 2	45	45	45	45	45	45	45	45
Medida Trazar Neg	20	20	20	20	20	20	20	20
Sobremedida neg mortaja	5	5	5	5	5	5	5	5
Alt espiga/Alt vigueta	0,8	0,83	0,86	0,88	0,89	0,9	0,91	0,92

Sección vigueta bxh	100x120	100x140	100x160	100x180	100x200	100x220	100x240
Longitud	28	28	28	28	28	28	28
SobreLongitud	2	2	2	2	2	2	2
Anchura 1	60	65	65	70	75	80	80
Anchura 2	45	45	45	45	45	45	45
Medida Trazar Neg	20	20	20	20	20	20	20
Sobremedida neg mortaja	5	5	5	5	5	5	5
Alt espiga/Alt vigueta	0,83	0,86	0,88	0,89	0,9	0,91	0,92

Tabla 2.11. Valores propuestos por defecto por Cadwork en función de la sección de la vigueta.

Como se puede observar en la Tabla 2.11, los valores que se modifican en función de la sección son la altura de la espiga y el ángulo de inclinación del flanco lateral de la espiga que viene determinado por la relación entre Anchura 1, Anchura 2 y la altura de la espiga. Ésta viene definida como la altura total de la vigueta menos la medida de traza negativa que se considera siempre constante y de valor 20 mm.

El investigador alemán Werner (2002) aporta como resultado de su trabajo una serie de recomendaciones de diseño y cálculo que Tannert (2008) recoge como base para su trabajo. A continuación se recogen los criterios en cuanto a diseño recomendados:

- La altura de la espiga no debe ser menor que la mitad de la altura de la vigueta.
- La viga principal debe tener un ancho mínimo de sección igual a la longitud de la espiga + 50 mm si solo recibe viguetas de un lado y 100 mm si recibe viguetas por los dos lados.
- Límite máximo para la longitud de la espiga de 25-30 mm.
- Límite máximo para la profundidad de la caja será 3 mm más que la longitud de la espiga
- Para dimensionar la viga principal se debe considerar la reducción de sección.
- Se recomienda precisión en el mecanizado con una tolerancia de 0,2 mm.
- Corte y mecanizado sobre madera seca
- Distancia mínima entre dos viguetas en la viga principal de 600 mm.
- Distancia mínima de 500 mm desde la unión hasta el extremo de la viga principal.

Werner (2002) propone como límite de deformación bajo la unión 1,5 mm y Tannert 3 mm.

2.4.3 Cálculo de la unión

Además de criterios de diseño, Werner (2002) realizó una propuesta de metodología de cálculo para la unión que Tannert (2008) completó incluyendo la influencia del tamaño que afecta a la madera en el caso de la vigueta. Examinando las curvas de carga.deformación recomienda limitar la deformación bajo la unión a 1,5 mm. Propone la comprobación independiente del elemento principal y secundario ya que ambas pueden provocar el fallo. Los criterios de comprobación de la unión están basados en un área efectiva de la espiga A_{ef} y la tensión admisible a cortante del material f_v . Para la viga principal el diseño se basa en la previsión de la aparición de fendas en la base de la caja antes de que se produzca el fallo de la viga.

1. Capacidad de carga de la vigueta o correa:

$$F_{correa,d} = \frac{2}{3} \cdot A_{ef} \cdot k_s \cdot f_{v,d} \tag{Ec. 2.25}$$

$$k_s = \left(\frac{3.600}{A_{ef}} \right)^{0,2} \leq 1 \tag{Ec. 2.26}$$

Unidades en mm y kN.

Werner realizó la propuesta inicial basada en la sección eficaz de la vigueta y Tannert añadió un coeficiente reductor que tiene en cuenta el efecto del tamaño de la espiga, estableciendo como límite una sección de 3.600 mm².

Cálculo del área eficaz de la espiga:

$$A_{ef} = (b_1 + (h_1 - b_1/2) \cdot \tan(\beta/2)) \cdot (h_1 - b_1/2) + \pi \cdot b_1^2/8 \tag{Ec. 2.27}$$

(según Fig. 2.17)

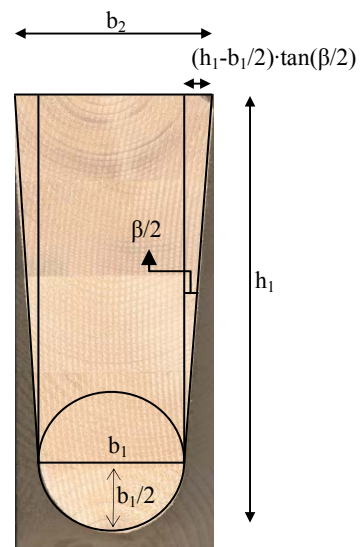


Figura 2.17. Definición de variables para el cálculo del área eficaz de la espiga.

2. Capacidad de carga de la viga principal:

$$F_{v,viga} = 0,09 \cdot (h_v - h_1 + b_1/2) \quad \text{Ec. 2.28}$$

Donde h_v es la altura en mm de la sección de la viga principal.

h_v , h_1 y b_1 en mm y F en kN

3. Limitación de deformación:

La rigidez del muelle de la unión se puede estimar según la siguiente expresión del coeficiente de muelle (kN/mm):

$$C = 0,7 \min \begin{cases} F_{adm, viga} \\ F_{adm, vigueta} \end{cases} \quad \text{Ec. 2.29}$$

$F_{adm, viga}$ y $F_{adm, vigueta}$ son los valores admisibles de las capacidades de carga de la viga y la vigueta expresadas en kN. Su valor es aproximadamente 1,4 veces inferior que el valor de cálculo.

2.5 EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

2.5.1 Teoría general

El método de los elementos finitos se basa en la transformación de un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado. El cuerpo que se pretende modelizar se divide en un número finito de partes denominadas elementos, cuyo comportamiento queda definido a través de la asignación de propiedades a determinados puntos característicos denominados nodos.

Los elementos son la representación matemática matricial de un sistema de ecuaciones lineal (denominada matriz de rigidez) de la interacción entre los grados de libertad de un conjunto de nodos. Los elementos pueden ser lineales, superficiales, volumétricos o puntuales y pueden estar en espacios bidimensionales o tridimensionales.

Los nodos se localizan por coordenadas en el espacio donde se considera que existen los grados de libertad y acciones del sistema físico. Cada nodo tiene ciertos grados de libertad, que en el caso de un sistema estructural incluyen tres traslaciones y tres rotaciones. La información se pasa desde un elemento a otro únicamente por nodos comunes.

Al conjunto de nodos se le denomina malla, cuya densidad, definida por el número de elementos, dependerá del grado de precisión requerido y de los recursos en cuanto a capacidad de cálculo disponibles.

El método se basa en el cálculo de las funciones matemáticas en cada uno de los nodos, obteniéndose el comportamiento de los elementos a través de funciones de interpolación o funciones de forma. Por tanto, se modeliza el comportamiento de un cuerpo a través de la aproximación de los valores de una función a partir del conocimiento de un número determinado y finito de puntos.

Se trata de la transformación de un sistema físico, con un número infinito de incógnitas en uno que tiene un número finito de incógnitas, relacionadas unas con otras por elementos con un tamaño finito.

El método supone la extensión del método matricial de cálculo de estructuras al análisis de sistemas continuos o geometrías complejas. Comenzó a desarrollarse dentro del campo aeroespacial aunque su uso se amplió a otros campos no estructurales como análisis térmicos, eléctricos, magnéticos y de fluidos. La llegada de centros de cálculo más potentes permitió el desarrollo de las técnicas de MEF y en los años 70 se produce un gran incremento de la bibliografía sobre el tema aunque el uso del método seguía vinculado a las grandes industrias aeronáuticas, de automoción, de defensa y nucleares.

A partir de los 80 con la generalización de los ordenadores personales se extiende el uso de los programas comerciales que se especializan en los diversos campos, instaurándose el uso de pre y postprocesadores gráficos que realizan el mallado y la representación gráfica de los resultados. Se continúa en el estudio de la aplicación del método a nuevos modelos de comportamiento (plasticidad, fractura, daño continuo, etc.) y en el análisis de los errores. En la actualidad dentro del campo estructural el MEF comparte protagonismo con el método matricial, siendo muchos los programas que mezclan el análisis por ambos métodos debido sobre todo a la mayor necesidad de memoria que requiere el análisis por elementos finitos. Así se ha dejado la aplicación del MEF para el análisis de elementos continuos tipo losa o pantalla, mientras que los pórticos siguen todavía discretizándose en barras y utilizando el método matricial. Y desde el rápido declive en el coste de los ordenadores y el fenomenal incremento en la potencia de cálculo, el MEF ha desarrollado una increíble precisión.

El Department of Civil Engineering del University College of Swansea (Gales) liderado por el profesor O.C. Zienkiewicz ha venido trabajando durante más de 20 años en el desarrollo de esta técnica contribuyendo con numerosas publicaciones como “El Método de los Elementos finitos” (O.C. Zienkiewicz y R.L. Taylor, 2004) donde se ponen al día los métodos actuales y se especifican las aplicaciones a la resolución e problemas avanzados de mecánica de sólidos y dinámica de fluidos.

Otras publicaciones de consulta habitual sobre el tema son “Cálculo de estructuras por elementos finitos” (Oñate 1992), “Fundamentos de elasticidad y su programación por elementos finitos” (Argüelles, 1992) en la que se desarrollan las seis etapas para la determinación de la matriz de rigidez de un elemento y el posterior ensamblaje y obras como “Finite element procedures in engineering analysis” (Bathel K. J., 1995).

En cuanto a publicaciones más recientes destacan “El método de los elementos finitos aplicado al análisis estructural” (Vazquez, M. y López, E., 2001) y los manuales del “Curso de Especialización Superior en Teoría y Aplicación Práctica del Método de los Elementos Finitos” (UNED, 2002), “Numerical Methods for Scientific Computing” (E. Heikkola et al. 2003), “Numerical Analysis and Scientific Computing for Partial Differential Equations and their challenging applications” (J. Haataja, 2008).

2.5.2 Tipos de elementos

En función del tipo de análisis que se vaya a realizar utilizando el método de los elementos finitos, los programas comerciales definen una serie de elementos disponibles en sus “bibliotecas de elementos”.

Según el tipo de análisis los elementos pueden ser de naturaleza estructural, térmicos, magnéticos, eléctricos, fluidos, etc. Además los elementos pueden ser bi o tridimensionales y con diferentes formas: lineales, superficiales, volumétricos.

Si el análisis es bidimensional se emplearán elementos planos mientras que si el análisis es en 3 dimensiones, como en el presente trabajo, los elementos serán volumétricos. El número de nodos que definen los elementos implican una mayor o menor precisión en el cálculo pero también una mayor necesidad de tiempo de cálculo debido al mayor número de matrices de rigidez implicadas. Habitualmente es necesario llegar a un acuerdo entre precisión y tiempo de cálculo requerido.

Los diferentes tipos de elementos llevan asociados un cierto número de nodos con determinados grados de libertad y permiten la asignación de propiedades del material según un sistema de coordenadas locales.

A nivel estructural se describen elementos tipo punto, línea, viga, sólido, lámina, tubo o compuestos. Estos elementos definen la geometría del cuerpo a modelar y cada uno de ellos tiene una serie de nodos y una serie de capacidades para cubrir un amplio rango de necesidades.

2. ANTECEDENTES

A modo de ejemplo se recogen dos de los tipos de elementos disponibles en la biblioteca del programa ANSYS, el primero de ellos denominado PLANE42, es un elemento sólido estructural bidimensional definido por 4 nodos en sus vértices y con dos grados de libertad que admite valores de plasticidad, dilatación, tracción y gran deformación y tensión. Mientras que su equivalente en 3 dimensiones es el elemento SOLID45, sólido estructural tridimensional definido por 8 nodos con 3 grados de libertad en cada nodo.

Figure 42.1 PLANE42 Geometry

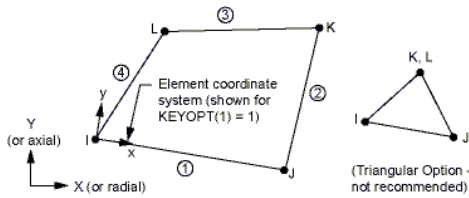


Figure 45.1 SOLID45 Geometry

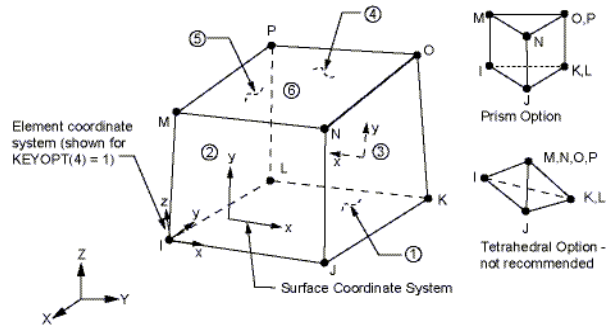


Figura 2.18. Tipos de elemento PLANE42 y SOLID45 definidos en la biblioteca de ANSYS.

Cada uno de los elementos dispone de una serie de keyoptions que pueden tomar distintos valores según las necesidades del problema, además se pueden asignar paquetes de constantes reales que asignan propiedades específicas a cada tipo de elemento.

Dentro de las bibliotecas de elementos es posible también seleccionar elementos de conexión o de contacto. En la modelización de uniones tradicionales cobran especial importancia los elementos de contacto y por ello, se dedica el siguiente sub-apartado a su descripción.

2.5.3 Elementos de contacto

La simulación del rozamiento entre superficies en el diseño de la unión obliga a la resolución de problemas de no linealidad que necesitan muchos recursos para ser resueltos, por ello es necesario realizar una buena elección de los elementos de contacto.

Los problemas de contacto se pueden agrupar en dos clases: contacto rígido-flexible y contacto flexible-flexible. La primera de las clases se emplea cuando las superficies en contacto tienen una rigidez diferente y una o varias de ellas se suponen mucho más rígidas que las superficies con las que contactan. La mayor parte de los casos se resuelven con contactos del tipo flexible-flexible, entendiéndose que las superficies en contacto son deformables y tienen rigideces de un valor similar.

Los contactos en 3 dimensiones se pueden establecer entre nodos, entre líneas, entre superficies, entre nodo y superficie o entre línea y superficie. Cada uno de estos tipos de contacto tendrá asociado un tipo de elemento diferente.

La elección del contacto dependerá entre otros factores, de la localización del mismo, es decir, si el rozamiento se produce entre puntos concretos bien definidos, se recurrirá al contacto nodo-nodo, si se trata de puntos concretos sobre superficies uniformes, se empleará el contacto nodo-superficie.

Los contactos entre nodos se pueden utilizar para simular contactos entre superficies cuando los nodos de las dos superficies están alineados. Pero sólo se recomienda cuando los deslizamientos que se producen entre ellos son insignificantes, cuando las superficies casi no rotan una con respecto a la otra y con geometrías muy sencillas. En el resto de los casos se emplearán los contactos superficie-superficie cuya convergencia es más fácil de conseguir que con el resto de los contactos.

En el caso de simular la unión en cola de milano entre una vigueta y una viga, se emplean elementos de contacto del tipo superficie-superficie.

Cada uno de los programas comerciales que trabajan con elementos finitos dispone de una biblioteca de elementos a utilizar durante la modelización.

A continuación se describe el proceso que propone el programa ANSYS para realizar una correcta simulación del efecto de contacto entre las superficies en la unión y entre la viga y vigueta que se representarán en el modelo final.

Es necesario identificar donde se van a producir los contactos una vez que se produzcan los desplazamientos debidos a la entrada en carga del sistema. Las superficies deben definirse con la mayor precisión posible y tratando de considerar todos los posibles contactos. Los diferentes pares de contacto deben llevar asociados distintos paquetes de constantes reales aunque tengan los mismos valores.

Figure 3.1 Localized Contact Zones

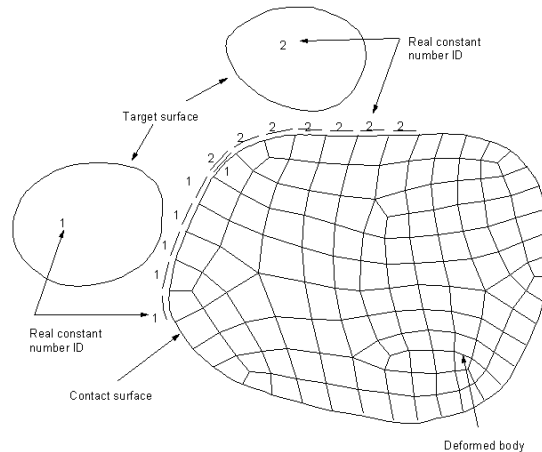


Figura 2.19. Definición de las zonas de contacto.

Para simular el fenómeno del contacto entre dos cuerpos, la superficie de uno de ellos es tomada como superficie CONTACT y la del otro como TARGET. En este caso en el cual los dos cuerpos tienen la misma rigidez, la superficie que tiende a penetrar sobre la otra es la que se corresponde con la superficie CONTACT y la superficie sobre la que penetra es la denominada TARGET.

La simulación del contacto se consigue mediante la introducción de pares de elementos planos de contacto denominados TARGET y CONTACT. Al ser pares de elementos las constantes reales que las definen son las mismas en los dos casos y toman el valor del coeficiente de rozamiento dinámico del valor MUM introducido como variable para definir las propiedades del material.

El programa permite definir determinados parámetros vinculados a los elementos de contacto a través de la definición de varias constantes reales. Además determinadas “keyoptions” nos permiten regular los métodos de cálculo que afectan al rozamiento. El programa por defecto asigna valores que pueden ser modificados para tratar de amoldar el modelo a la situación concreta a simular. A continuación se recogen las principales constantes reales y “keyoptions” que han sido consideradas para la elaboración de los modelos junto con las indicaciones que recoge el manual de ayuda del propio programa para su correcto uso.

Constantes reales

El primer grupo de constantes reales permite fijar los valores de la rigidez de contacto tangencial y normal y de la penetración y deslizamiento permitidos en los elementos del modelo.

La penetración entre superficies CONTACT y TARGET depende de la rigidez de la normal. Valores altos de rigidez reducen la penetración o deslizamiento pero pueden implicar errores en la matriz de rigidez global y dificultar la convergencia. Valores bajos pueden provocar una pérdida de

precisión. Lo ideal es definir una rigidez lo suficientemente alta para conseguir que la penetración/deslizamiento sea aceptablemente pequeña pero lo suficientemente baja para que el problema tenga una solución de fácil convergencia.

FKN define un factor de rigidez de contacto normal. Su valor por defecto es 1 y para casos donde la deformación por flexión es predominante se recomiendan valores de 0,1.

FTOLN es un factor de tolerancia que se aplica en la superficie normal y se utiliza para determinar si se produce compatibilidad en el contacto, es decir, si la penetración se encuentra dentro de la tolerancia permitida cuyo valor es el resultado de multiplicar FTOLN por la profundidad de los elementos subyacentes. La profundidad es definida como la profundidad media de cada elemento individual de contacto en el par. Si el programa detecta una penetración mayor que esta tolerancia, la solución no converge aunque el incremento de deformación y las fuerzas residuales hayan convergido. Normalmente toma valores inferiores a 1 y por defecto, su valor es 0,1.

En cuanto a la rigidez de contacto tangencial (FKT), el programa define un valor proporcional al coeficiente de rozamiento y a la rigidez de contacto normal (FKN). Según el algoritmo de cálculo el programa puede actualizar la tensión de contacto tangencial basada en la presión de contacto normal en cada momento y el máximo deslizamiento permitido. La constante real STLO establece el control de la máxima distancia de deslizamiento cuando FKT es recalculada en cada iteración. El programa propone valores por defecto válidos para la mayor parte de los casos. Un valor alto puede favorecer la convergencia pero comprometer la precisión.

Los valores de estas constantes reales comentadas pueden ser modificados en cada paso de carga. Para determinar el valor de rigidez correcto deben hacerse algunos tanteos previos para comprobar que la penetración permitida no causa problemas de convergencia y que su valor es aceptable para el caso simulado.

En el modelo básico de rozamiento de Coulomb, dos superficies pueden establecer tensiones a cortante de cierto valor antes de empezar a deslizar una sobre la otra. Este estado se conoce como “*sticking*”. El modelo de fricción de Coulomb define una tensión a cortante equivalente, a la cual el deslizamiento en la superficie comienza como una proporción de la presión de contacto p . Una vez que la tensión de cortante se supera, las dos superficies comienzan a deslizarse una sobre otra. Este estado se conoce como “*sliding*”.

El programa utiliza por defecto un sistema de cálculo simétrico válido para gran parte de los casos y que implica menos tiempo de cálculo, sin embargo, si la tensión de contacto tiene una influencia

sustancial en el desplazamiento total y la magnitud de la tensión de contacto tiene una gran dependencia de la solución, la aproximación simétrica a la matriz global de rigidez puede dar problemas de convergencia. En ese caso debe recurrirse a la solución asimétrica para mejorar la convergencia.

Una de las propiedades del material usada por los elementos de contacto es introducida a través de la variable de coeficiente de rozamiento MU para el modelo de Coulomb. Para superficies sin rozamiento MU=0.

A través de la constante real TAUMAX se puede introducir el valor máximo de rozamiento de contacto con unidades de tensión. Independientemente de cuál sea el valor de la tensión de contacto normal, el deslizamiento comenzará cuando se alcance el valor de TAUMAX. Esta constante se usará cuando la tensión de contacto sea muy grande. Para introducir un valor lo mejor es tener datos experimentales, según esto el valor de la constante estará próximo a $\sigma_y/\sqrt{3}$, siendo σ_y la tensión de flexión del material siendo deformado.

Existen otras constantes reales como CNOF, ICONT, PMIN y PMAX que tratan de eliminar o forzar pequeños huecos o penetraciones provocados por redondeos numéricos debido a la generación del mallado. No intentan corregir grandes errores ni datos de geometría.

“Keyoptions”

La acción de las constantes reales comentadas anteriormente está vinculada a las especificaciones indicadas en las denominadas KEY OPTIONS.

El algoritmo de contacto se define mediante la KEYOPT 2 que permite elegir entre los posibles algoritmos de contacto para elementos de contacto de superficie-superficie.

Si KEYOPT2 =1 se selecciona “Penalty method” donde se utiliza un muelle de contacto para establecer la relación entre las dos superficies de contacto. La rigidez del muelle se denomina rigidez de contacto. Para ello recurre a las constantes reales FKN, FKT, FTOLN y STOLN.

Si KEYOPT2 =2 el programa selecciona el método “Lagrange aumentado” que consiste en una serie de repeticiones iterativas del método anterior para encontrar los multiplicadores de Lagrange exactos. Este método consigue un mejor acondicionamiento, es menos sensible a la rigidez de contacto y es el propuesto por defecto. Puede requerir iteraciones adicionales si la deformación de la malla provoca grandes distorsiones.

Si KEYOPT2 =3 “Lagrange multiplier on contact normal and penalty on tangent”

Aplica “Lagrange multiplier method” para el contacto normal y el “Penalty method” en el plano de contacto.

Si KEYOPT2 =4 selecciona “Pure Lagrange multiplier” que provoca una penetración inicial nula cuando el contacto está cerrado y no permite deslizamiento en la zona de stiking. Suele requerir un mayor coste computacional que el método “Lagrange aumentado”.

Otros ejemplos de posibilidades que ofrecen las Keyoptions son las siguientes:

- Localización del punto de detección de contacto: KEYOPT 4:
- Regulación de la posibilidad de realización un ajuste automático: KEYOPT 5
- Control del tiempo de paso de carga. KEYOPT 7:
- Selección de contacto asimétrico. KEYOPT 8:
- Efecto de penetración inicial o hueco: KEYOPT 9.
- Actualización de la rigidez de contacto: KEYOPT 10.
- Comportamiento de la superficie de contacto: KEYOPT 12.

2.6 CRITERIOS DE ROTURA EN LA MADERA

Existen diferentes criterios de rotura que tratan de simular la resistencia de la madera considerando la interacción entre las distintas tensiones que se generan en los elementos solicitados.

En el documento titulado “Evaluation of Failure Criteria” (Cabrero *et al*, 2009) realiza una revisión de los criterios de rotura más utilizados para simular el modo de fallo de la madera estructural.

2.6.1 Modelo lineales

Son los modelos de predicción de resistencia más sencillos para estados tensionales biaxiales de un material ortótropo.

$$\frac{\sigma_x}{f_x} + \frac{\sigma_y}{f_y} + \frac{\tau_{xy}}{f_v} = 1 \quad \text{Ec. 2.30}$$

Donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ tensión paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y tensión de cortante

f_x, f_y, f_v resistencias considerada en la dirección paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y resistencia a cortante.

2.6.2 Modelos cuadráticos

La mayor parte de los criterios son expresiones polinómicas de segundo orden según la siguiente expresión (Aicher *et al*, 2001):

$$\left(\frac{\sigma_x}{f_x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{f_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{f_v}\right)^2 = 1 \quad \text{Ec. 2.31}$$

Donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ tensión paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y tensión de cortante
 f_x, f_y, f_v resistencias considerada en la dirección paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y resistencia a cortante.

Estos modelos suponen una misma resistencia para la tracción que para la compresión, suposición que no se cumple en el caso de la madera.

2.6.3 Modelo de Tsai-Hill

El criterio de rotura de Tsai - Hill no considera las diferentes resistencias de la madera a tracción y a compresión pero incorpora la interacción entre tensiones. Su expresión es la siguiente:

$$\left(\frac{\sigma_x}{f_x}\right)^2 - \frac{\sigma_x \sigma_y}{f_x^2} + \left(\frac{\sigma_y}{f_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{f_v}\right)^2 = 1 \quad \text{Ec. 2.32}$$

Donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ tensión paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y tensión de cortante
 f_x, f_y, f_v resistencias considerada en la dirección paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y resistencia a cortante.

2.6.4 Modelo de Norris

Norris (1962) indica que el fallo en la madera se producirá si se satisface alguna de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sigma_x}{f_x}\right)^2 - \frac{\sigma_x \sigma_y}{f_x f_y} + \left(\frac{\sigma_y}{f_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{f_v}\right)^2 &= 1 \\ \left(\frac{\sigma_x}{f_x}\right)^2 &= 1 \\ \left(\frac{\sigma_y}{f_y}\right)^2 &= 1 \end{aligned} \quad \text{Ec. 2.33}$$

Donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ tensión paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y tensión de cortante
 f_x, f_y, f_v resistencias considerada en la dirección paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y resistencia a cortante.

Las tensiones y las resistencias serán coherentes con su signo, de modo que tensiones de tracción se introducirán en la ecuación con la correspondiente resistencia a tracción.

2.6.5 Modelo de Tsai Wu

El criterio de rotura de Tsai Wu (1971) extendido tiene la siguiente expresión:

$$\left(\frac{1}{f_{t,x}} - \frac{1}{f_{c,x}}\right)\sigma_x + \left(\frac{1}{f_{t,y}} - \frac{1}{f_{c,y}}\right)\sigma_y + \frac{1}{f_{t,x}f_{c,x}}\sigma_x^2 + \frac{1}{f_{t,y}f_{c,y}}\sigma_y^2 + 2a_{x,y}\sqrt{\frac{1}{f_{t,x}f_{c,x}}}\sigma_x\sigma_y + \frac{1}{f_v^2}\tau_{xy}^2 = 1 \quad \text{Ec. 2.34}$$

Donde:

$\sigma_{t,x}, \sigma_{c,x}$: tensión de tracción paralela a la fibra y tensión de compresión paralela a la fibra

$\sigma_{t,y}, \sigma_{c,y}$: tensión de tracción perpendicular a la fibra y tensión de compresión perpendicular a la fibra

$f_{t,x}, f_{c,x}$: resistencia a tracción en la dirección paralela a la fibra y resistencia a compresión en la dirección paralela a la fibra

$f_{t,y}, f_{c,y}$: resistencia a tracción en la dirección perpendicular a la fibra y resistencia a compresión en la dirección perpendicular a la fibra

f_v : resistencia considerada frente a tensiones de cortante

a_{xy} : factor de interacción

El valor del factor de interacción a_{xy} es determinado experimentalmente y su valor estará comprendido entre 1 y -1. Tsai (1991) propone un valor de $a_{xy} = -0,5$ que se corresponde con el criterio generalizado de Von Mises mientras que Eberhardsteiner (2002) propone para madera un valor de $a_{xy} = 0,04$. Cabrero *et al* (2009) analizan cuál de los coeficientes ofrece mejores resultados para madera, concluyendo que empleando el valor de $a_{xy} = 0,04$ el error de predicción del criterio es menor.

2.6.6 Modelo de Von Mises

El modelo de von Mises (1928) es igual que el modelo de Norris pero multiplica por 3 el último sumando.

$$\left(\frac{\sigma_x}{f_x}\right)^2 - \frac{\sigma_x\sigma_y}{f_x f_y} + \left(\frac{\sigma_y}{f_y}\right)^2 + 3\left(\frac{\tau_{xy}}{f_v}\right)^2 = 1 \quad \text{Ec. 2.35}$$

Donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ tensión paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y tensión de cortante

f_x, f_y, f_v resistencias considerada en la dirección paralela a la fibra, perpendicular a la fibra y resistencia a cortante.

2.6.7 Modelo de Van der Put

El modelo de Van der Put (1993) toma el factor de interacción α del criterio de Tsai Wu como nulo, tomando la siguiente expresión:

$$\left(\frac{1}{f_{t,x}} - \frac{1}{f_{c,x}}\right)\sigma_x + \left(\frac{1}{f_{t,y}} - \frac{1}{f_{c,y}}\right)\sigma_y + \frac{1}{f_{t,x}f_{c,x}}\sigma_x^2 + \frac{1}{f_{t,y}f_{c,y}}\sigma_y^2 + \frac{1}{f_v^2}\tau_{xy}^2 = 1 \quad \text{Ec. 2.36}$$

Donde:

$\sigma_{t,x}, \sigma_{c,x}$: tensión de tracción paralela a la fibra y tensión de compresión paralela a la fibra

$\sigma_{t,y}, \sigma_{c,y}$: tensión de tracción perpendicular a la fibra y tensión de compresión perpendicular a la fibra

$f_{t,x}, f_{c,x}$: resistencia a tracción en la dirección paralela a la fibra y resistencia a compresión en la dirección paralela a la fibra

$f_{t,y}, f_{c,y}$: resistencia a tracción en la dirección perpendicular a la fibra y resistencia a compresión en la dirección perpendicular a la fibra

f_v : resistencia considerada frente a tensiones de cortante

2.7 INVESTIGACIONES PREVIAS SOBRE UNIONES TRADICIONALES EN COLA DE MILANO REDONDEADA

En este apartado el análisis se enfoca hacia la investigación en uniones tradicionales tratando de hacer especial énfasis en todos aquellos puntos tomados como referencia para la realización de esta tesis.

En 1999 Kreuzinger y Spengler ensayaron 18 muestras de madera maciza. Demostraron que la capacidad de carga de la unión depende de los mecanismos de transferencia de carga entre la vigueta y la viga principal. Durante sus ensayos comprobaron que es fundamental garantizar el rozamiento entre superficies de contacto para que la unión en cola de milano redondeada funcione adecuadamente, de no ser así el comportamiento sería muy similar al de la unión con caja y espiga. Para resistir cargas elevadas debe ser garantizado el contacto y la tensión por tracción perpendicular a la fibra es el principal condicionante. La optimización de la unión tendrá como objetivo la relación entre la altura de la espiga y la altura de la sección de la vigueta.

Como continuación a este trabajo, Barthel (1999) simuló numéricamente los ensayos estudiando diferentes mecanismos de fallo: cortante en la espiga, compresión perpendicular bajo la caja, compresión perpendicular bajo la espiga, tracción perpendicular en la vigueta y rotura en la viga principal debido a la tracción perpendicular. Concluyó que si el mecanizado es correcto y la carga se transmite por rozamiento entre los flancos de la espiga y de la caja, la carga resultante se transmite en mayor proporción a la viga principal y la tensión por tracción perpendicular se transmite uniformemente. Las deformaciones son menores y la capacidad de la unión es mayor.

Otra de sus conclusiones fue que si existe un hueco en el fondo de la unión entre los elementos conectados, se transmite mayor proporción de carga a la viga principal y la espiga es presionada horizontalmente. Entonces las tensiones por tracción perpendicular son menores pero las deformaciones son muy grandes.

Hochstrate (2000) ensayó 77 muestras con madera de coníferas europeas y estudió diferentes geometrías de unión y condiciones de apoyo. Una de sus conclusiones fue que el hecho de que la espiga se vaya estrechando en la dirección vertical reduce el problema de la concentración de tensiones habitual en la unión tradicional con caja y espiga.

Uno de los grupos de investigación más importantes en este campo es de la Universidad de British Columbia. Campbell *et al* en 2001 comenzaron con una serie de ensayos de la unión en viguetas de grandes luces donde la deformación de la vigueta suele ser el factor limitante en el dimensionado. Comprobaron que la unión tiene una gran capacidad y que se fenda y se deforma significativamente antes de fallar. Propusieron límites en la rotación de la unión de $0,5^\circ$ y deformación de la viga de $L/360$.

En 2001, Zöllig realizó para la empresa Annen Holzbau and Holzbau Bucher AG ensayos de tracción en uniones entre vigas y correas en la Engineering School Freiburg. Ensayaron 6 muestras a flexión con una viga central a la que llegan dos viguetas y 6 ensayos a tracción, obtuvieron valores medios de resistencia para el diseño de la unión. Este trabajo fue uno de los antecedentes tomado como base para el diseño de los ensayos experimentales llevado a cabo en el presente trabajo.

Bobacz (2002) ensayó cuatro series de muestras de cola de milano para determinar la influencia de la geometría de la unión en su capacidad resistente y diseñó un modelo mediante el método de elementos finitos. Se simuló el comportamiento del material como lineal elástico. Las desviaciones entre la simulación y los ensayos experimentales fueron justificadas por la pendiente inicial donde la unión no tiene un comportamiento lineal elástico. Se determinó correctamente la concentración de tensiones en el fondo de la unión.

Steiniger (2004) investigador de la University of British Columbia inició una investigación sobre la unión comparando materiales de partida, concretamente madera reconstituida del tipo LSL (Laminated Strand Lumber) y madera maciza de *Tsuga heterophylla*. Se ensayaron a cortante y las muestras de LSL presentaron una mayor resistencia y no presentaron un modo de rotura frágil. También ensayaron diferentes geometrías de la unión.

Dietsch (2005) analizó la importancia de parámetros geométricos empleando un modelo de elementos finitos lineal y elástico. Concluye la importancia del ángulo de inclinación del flanco de la espiga cuyo óptimo en cuanto a capacidad se encuentra en ángulos inferiores a 15°. La altura óptima de la espiga en una vigueta de 200 mm fue de 120 mm.

Garbin et al (2006) realizaron análisis experimentales con madera maciza de abeto considerando la presencia de médula en la unión y la desviación de la fibra bajo la espiga, además analizaron diferentes ángulos de inclinación. Diseñaron un modelo de simulación pero no presentaron discusión de casos.

Uno de los antecedentes más recientes y fundamental en el desarrollo de esta tesis es el trabajo realizado por Thomas Tannert y el grupo de investigación al que pertenece en la Universidad de British Columbia (Canadá) recogido en la tesis doctoral presentada en abril del 2008 en Vancouver titulada “Structural performance of rounded dovetail connections”.

Esta tesis recoge en varios capítulos diferentes estudios y análisis realizados sobre esta unión carpintera, incluyendo la realización de un modelo de elementos finitos en 3D validado mediante ensayos experimentales. Durante el desarrollo de la investigación se compara el comportamiento de la unión en cola de milano simple y de una nueva propuesta de la Universidad British Columbia consistente en una unión en doble cola de milano.

En este trabajo se realiza un importante análisis de los antecedentes y se recoge una gran información sobre trabajos previos y la situación actual de la unión a nivel de ingeniería en cuanto a diseño y cálculo de su capacidad estructural.

Tannert realizó ensayos sobre muestras de madera aserrada de *Tsuga heterophylla* para estudiar la resistencia frente a esfuerzos cortantes, esfuerzos de tracción y resistencia a momento flector. Concluyendo que la unión es muy versátil y que a pesar de ser pensada para resistir un esfuerzo a cortante, tiene buena capacidad de resistencia a tracción y a flexión.

Los resultados demuestran que es más rígida la unión con espiga simple que la doble, ya que la segunda presenta mayor imprecisión durante el mecanizado y es más difícil garantizar una correcta transmisión de esfuerzos entre las superficies.

El siguiente paso en su investigación pasa por analizar la influencia de algunos parámetros geométricos, concretamente la altura de la espiga y el ángulo entre las superficies de rozamiento de las caras inclinadas de la espiga. Estudian tres ángulos diferentes y tres alturas. Los resultados

indican que las mejores resistencias se consiguen para ángulos entre 10° y 15° y las alturas se recomiendan en torno a 2/3 la altura de la vigueta.

Según los investigadores, variables como contenido de humedad, densidad aparente de la madera, espesor de los anillos y su orientación no tienen una significación elevada para la determinación de la resistencia. Sin embargo, sí que influyen parámetros de fabricación de tal forma que con un mecanizado más lento y sobre madera seca que no sufra variaciones de humedad antes de su puesta en obra, se asegura una mayor precisión.

Otra de las conclusiones tras las campañas de ensayos realizadas es la gran variabilidad en los resultados experimentales donde cobra gran importancia el ajuste inicial entre la caja y la espiga.

En uno de los capítulos de la tesis se aborda el modelizado de la unión empleando el método de los elementos finitos, simulando el comportamiento de la madera en su fase lineal elástica diferenciado las propiedades según la dirección longitudinal y considerando isotropía transversalmente. El modelo se valida con los resultados de los ensayos experimentales realizados con anterioridad. Se analiza el efecto del módulo de elasticidad variando entre 10.000 y 14.000 N/mm² y el valor del coeficiente de rozamiento entre 0,1 y 0,5.

Se demuestra que el valor del coeficiente de rozamiento es fundamental en el funcionamiento de la unión, de modo que incrementando el valor del coeficiente de rozamiento de 0,1 a 0,5 la capacidad de resistencia de la unión aumenta en un 30%.

Aplican el criterio de rotura de Norris y Hashin incorporando un factor que considera el efecto volumen y teniendo en cuenta únicamente las tensiones que provocan el fallo frágil de la unión: tracción perpendicular a la fibra en las direcciones tangencial y radial, tracción paralela a la fibra y la tensión de cortante. Sin tener en cuenta, tensiones de compresión paralela y perpendicular a la fibra.

Como resultado de la investigación y complementando resultados precedentes de otros investigadores se realiza una guía de recomendaciones para el diseño de la unión y una serie de ecuaciones finales propuestas por Werner (2002) y Tannert (2008) que son recogidas en el apartado de cálculo de la unión en cola de milano del presente trabajo.

Los resultados de esta tesis doctoral han sido publicados en numerosos artículos y sus autores continúan con su línea de investigación. En agosto de 2011 ha sido publicado en “European Journal of Wood and Wood products” el artículo titulado “*Structural performance of rounded davetail*

connections: experimental and numerical investigations” donde se propone un método probabilístico que considera no solo la magnitud de las tensiones si no también el volumen al que afectan. Se concluye que el método propuesto mejora la precisión en la determinación de la capacidad de la unión.

Entre los antecedentes más recientes se encuentran las comunicaciones presentadas en junio de 2010 durante World Conference on Timber Engineering 2010 (WCTE, 2010) celebrada en Trento (Italia).

Karl Rautenstrauch (2010) y su grupo de investigación de Bauhaus University Weimar en Alemania, presentaron los resultados de un trabajo sobre simulación e investigación en la unión en cola de milano donde aplican un método de fotogrametría para medir la deformación y la evolución de las fendas con precisión. Además diseñan un modelo en 3D simulando el comportamiento no lineal del material y en el contacto. Emplean elementos *contact* y *target* para representar el contacto entre caja y espiga incluyendo el rozamiento, factor que destacan como fundamental en la investigación. Los resultados obtenidos con fotogrametría son empleados para optimizar el modelo de elementos finitos.

También en WCTE 2010, Bo-Han Xu y sus colaboradores de la Universidad Blaise Pascal, presentaron la comunicación titulada “*3D Non-linear finite element modelling of traditional timber connections*” basada en la generación de un modelo de simulación mediante elementos finitos en 3D de la unión en cola de milano y en su validación mediante la realización de 2 ensayos experimentales. La parte del desarrollo del modelo numérico se centra en explicar la reformulación del criterio de rotura de Hill para considerar diferentes resistencias a tracción y compresión y teniendo en cuenta únicamente las tensiones de tracción perpendicular y paralela a la fibra y las tensiones tangenciales. Aplicando dicho criterio localizan la primera zona de fallo de la unión en la zona situada bajo la espiga debido a las tensiones de tracción perpendicular en la dirección vertical y las tensiones debidas al cortante en la dirección radial longitudinal.

Ondrej Jirka y Karel Mikes, de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Técnica de Praga (2010), han publicado la parte inicial de su trabajo de investigación titulado *Semi-rigid joins of timber structures*, donde describen los ensayos experimentales que han desarrollado para analizar el efecto de rigidización de las uniones en cola de milano y de la unión entre par y tirante mediante caja y espiga mecanizadas en ambos casos mediante control numérico. En esta publicación muestran la descomposición de fuerzas teórica en la unión entre par y tirante para comparar y analizar mediante métodos numéricos de simulación con elementos finitos.

En el 1º Congresso Ibero-LatinoAmericano da Madeira na Construção, celebrado en Coimbra en junio de 2011 han sido presentados los primeros resultados de una de las líneas más interesantes y novedosas de la investigación de la unión en cola de milano desarrollada por el doctorando Rubén Regueira Gay y centrada en la simulación del comportamiento de la unión en situación de incendio.

En la comunicación “Desarrollo metodológico mediante análisis experimental de la valoración de la degradación den situación de incendio de uniones carpinteras en estructuras de madera laminada encolada” se describe la metodología desarrollada en la parte experimental del trabajo de investigación. En una segunda comunicación presentada a dicho congreso “Modelización por métodos numéricos de la degradación térmica de un elemento estructural de madera en situación de incendio” se muestran los primeros resultados de simulación del ensayo experimental de determinación de velocidad de carbonización en un elemento de madera laminada.

3. CONCLUSIONES A LOS ANTECEDENTES

Las principales conclusiones a los antecedentes comentados son las siguientes:

- El resurgimiento de las uniones tradicionales como consecuencia de la innovación tecnológica del sector a través de la introducción del mecanizado de los elementos estructurales mediante control numérico, ha incrementado significativamente el uso de la unión en cola de milano.
- Las principales ventajas de la unión son la reducción del tiempo necesario de montaje sin necesidad de replantear los elementos en obra y el acabado estético que permite no dejar a la vista ningún elemento metálico.
- La tendencia actual en la construcción con madera supondrá un incremento en el uso de este tipo de unión.
- Las normativas de referencia en el cálculo y estructuras de madera en España, el CTE y el Eurocódigo 5, no recogen un método de cálculo específico ni hacen referencia a las recomendaciones en cuanto a los parámetros de definición de la geometría de la unión en cola de milano, como pueden ser la altura de la espiga o el ángulo entre los flancos.
- Los programas específicos de diseño de estructuras de madera incorporan bibliotecas que permiten la utilización de este tipo de uniones proponiendo diferentes valores para las variables geométricas que definen la unión.
- La dificultad para conocer los mecanismos de transmisión de esfuerzos a través de las superficies de contacto, convierte a los métodos de simulación matemática mediante elementos finitos en herramientas eficaces de trabajo.
- El valor del coeficiente de rozamiento entre las superficies en contacto es una de las variables clave en la discusión de resultados de gran parte de los trabajos publicados.
- La mayor parte de las investigaciones se centran en el análisis del modo del fallo considerando únicamente las tensiones de tracción paralela y perpendicular a la fibra en combinación con las tensiones tangenciales. No se han encontrado trabajos en los que se aplique a la unión el criterio de rotura de Tsai Wu, habitual en la simulación del modo de fallo en madera y en cuya ecuación incluye el efecto de la compresión perpendicular.
- Son escasos los trabajos que analicen en detalle el estado tensional de la espiga y más escasos aún los que analicen el estado tensional de la caja.
- En los trabajos publicados no se analiza el comportamiento de la unión en función de la longitud de los elementos.
- Son escasas las publicaciones sobre el efecto de semi-rigidez que caracteriza a la unión y su influencia en la flecha máxima del elemento a unir.

4. OBJETIVOS

Los principales objetivos del presente trabajo son los siguientes:

Objetivo 1

Generación de una herramienta de utilidad para los calculistas que permita conocer el estado tensional de las uniones en cola de milano y sus mecanismos de fallo.

Objetivo 2

Mediante la herramienta generada, discusión de diferentes casos que de cómo resultado una serie de recomendaciones de diseño de la unión.

Para conseguir estos objetivos principales, se plantean los siguientes objetivos parciales:

1. Generación de un modelo en 3D de simulación numérica mediante el método de los elementos finitos de la unión en cola de milano, validado mediante la comparación con resultados experimentales. La introducción como variables de los parámetros que definen la geometría de la unión así como las propiedades del material y las cargas aplicadas, permiten generar una herramienta que permita la discusión de distintos casos.
2. Determinar experimentalmente el valor del coeficiente de rozamiento entre las superficies de contacto de la unión.
3. Analizar los desplazamientos que se producen en la espiga y la influencia de la unión en la flecha máxima de la viga.
4. Determinar el grado de empotramiento de la unión debido a la forma de cuña de la espiga dentro de la caja comparando su importancia en función de la longitud de la viga.
5. Analizar el estado tensional de la espiga y de la caja.
6. Analizar la influencia de la altura de la espiga y el ángulo entre flancos para determinadas longitudes de viga en el desplazamiento de la espiga y en el estado tensional.
7. Introducción el criterio de rotura de Tsai Wu para estimar la capacidad de carga de la unión y realizar una comparativa entre las distintas geometrías.

5. MATERIAL Y MÉTODOS

5.1 MATERIAL

5.1.1 Madera utilizada para la elaboración de las muestras de los ensayos experimentales

Para seleccionar el material se tuvo en cuenta el tipo de madera clasificada estructuralmente más empleado en la actualidad para resolver las estructuras de forjados y cubiertas en edificación. Estos motivos inclinaron la decisión hacia madera laminada clasificada como una clase resistente G124h.

El uso de esta madera a nivel estructural está muy generalizado no solo en España sino también en el resto de Europa. Además, este tipo de madera presenta otras ventajas como la que implica el propio proceso de fabricación de la madera laminada, durante el que se encolan láminas de madera de espesor limitado que consigue que las singularidades presentes en las láminas, que pueden tener efectos negativos sobre la resistencia de la madera, no tengan continuidad a lo largo de la viga, consiguiendo además que el comportamiento de la pieza a lo largo de la sección sea más homogéneo.

La madera con la que se realizaron las muestras de los ensayos fue madera laminada encolada clasificada estructuralmente como G124h según la norma UNE EN-1194 de *Picea abies* Karst, de procedencia alemana con láminas de 40 mm y sin ningún tipo de tratamiento protector.

Las propiedades mecánicas y físicas correspondientes a una clase resistente G124h son las que se definen en la Tabla 5.1:

Resistencia característica en N/mm ²					
Flexión $f_{m,g,k}$	Tracción paralela $f_{t,0,g,k}$	Tracción perpendicular $f_{t,90,g,k}$	Compresión paralela $f_{c,0,g,k}$	Compresión perpendicular $f_{c,90,g,k}$	Cortante $f_{v,g,k}$
24	16,5	0,4	24	2,7	2,7

Rigidez en kN/mm ²				Densidad en kg/m ³
Módulo elasticidad paralelo medio $E_{0,g,medio}$	Módulo elasticidad paralelo 5º percentil $E_{0,g,k}$	Módulo elasticidad perpendicular medio $E_{90,g,medio}$	Módulo transversal medio $G_{g,medio}$	Densidad característica $\rho_{g,k}$
11,6	9,4	0,39	0,72	380

Tabla 5.1. Propiedades físicas y mecánicas correspondientes a una clase resistente G124h.

Para el dimensionado de las piezas se consideraron secciones disponibles habitualmente en el mercado y con dimensiones capaces de soportar cargas tipo para el caso de forjados. Estas secciones varían en función del tipo de ensayo planteado con la finalidad de conocer el comportamiento de las uniones en cola de milano en los tres tipos de rotura más habituales para esta tipología de estructuras.

5.1.2 Mecanizado de las muestras

Para la fabricación de las muestras se contó con la colaboración de la empresa gallega Maderas Rubén dedicada al diseño y fabricación de estructuras de madera y localizada en la provincia de Ourense.

Esta empresa cuenta con las siguientes acreditaciones:

- Sello de calidad conforme a la norma ISO 9001 certificada y avalada por Applus.
- Miembros de la Asociación Española de Importadores de Madera (AEIM)
- Miembros de la Asociación de Investigación Técnica de la Madera (AITIM)
- Materia prima proveniente de masas forestales con certificación FSC o PEFC

De los medios técnicos con los que cuenta la empresa, para la fabricación de las muestras necesarias para los ensayos se emplearon:

- Programa de diseño de estructuras Cadwork
- Centro de mecanizado Hundegger K2

5.1.2.1 Programa de diseño de estructuras de madera Cadwork

Cadwork es un programa de CAD paramétrico dirigido a empresas del sector de la construcción que permite diseñar diferentes tipos de estructuras tridimensionales, generando los listados y planos necesarios para su ejecución tanto manual como a través de control numérico. Dentro de las opciones que ofrece este programa se incluye una herramienta de diseño de uniones tradicionales con propuestas de dimensionado en función de la sección inicial.

Cadwork, propone un sistema para la representación, la simulación y la generación de códigos ISO destinados a centros de talla de 5 ejes. Los datos se obtienen directamente desde Cadwork 3D.

Este programa se empleó además de para realizar el diseño de la unión en cola de milano que permitió la ejecución de la talla mediante control numérico, para el diseño de los ensayos permitiendo realizar un planteamiento previo de los mismos.

5.1.2.2 Centro de mecanizado Hundegger K2

Se trata de una máquina de corte y tallado de madera, que cuenta con 5 ejes mediante los cuales realiza diferentes trabajos en la madera. La combinación de los diferentes ejes con distintas piezas de corte, permiten afrontar gran cantidad de trabajos de talla aumentando los rendimientos frente al mismo trabajo realizado de manera manual.



Figura 5.1. Maquinaria empleada para el corte y mecanizado de las piezas de las muestras

5.1.3. Maquinaria empleada en la realización de los ensayos

Los ensayos se realizaron en dos laboratorios especializados en la caracterización de madera estructural. En cada uno de estos laboratorios se empleó el material que se describe a continuación.

5.1.3.1 Laboratorio de Maderas del Instituto Nacional de Investigaciones agrarias y forestales CIFOR-INIA.

Pórtico de ensayos mecánicos

En el laboratorio se dispone de dos pórticos de ensayos, el primero de ellos fue empleado para determinar las curvas carga-deformación en varios puntos de la viga principal y de las viguetas, así como para estimar la carga de rotura en los tres tipos de ensayos propuestos, mientras que el segundo se empleó para la estimación del módulo de elasticidad de las viguetas del ensayo denominado C.

Pórtico de ensayos marca IBERTEST, modelo PFIB 600/300 W, diseñado para los ensayos mecánicos conforme a la norma UNE-EN 408:2004. En flexión permite ensayar piezas de directriz recta de hasta 7 m de longitud.

Se trata de un pórtico hidráulico dotado de dos células de carga, una de 100 kN y otra de 600 kN, de resolución 0,01 kN y escalas 1/1 y 1/5. Posee varios extensómetros o deformadores LVDT (Linear Variable Displacement Transducer) de diversos recorridos.



Figura 5.2. Pórtico de ensayos marca IBERTEST, modelo PFIB 600/300 W

Pórtico de ensayos marca IBERTEST, modelo PELFIB 150W, diseñado para los ensayos mecánicos conforme a la norma UNE-EN 408:2004. En flexión permite ensayar piezas de directriz recta de hasta 7 m de longitud.

Este pórtico electromecánico está dotado de dos células de carga de 50 kN y 150 kN de resolución 0,01 kN y escalas 1/1 y 1/2. Posee varios extensómetros de varios recorridos: 50 mm, 20 mm y 10 mm; marca HBM, modelo WA, con resolución 0,001 mm y escala 1/1.

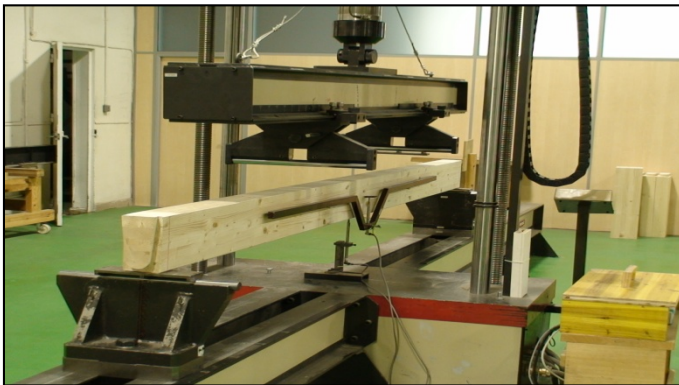


Figura 5.3. Pórtico de ensayos marca IBERTEST, modelo PELFIB 150W y extensómetros empleados.

Transductor de fuerza extensométrico

De la marca Microtest modelo PZB-B/50 de 50 kN de capacidad. Este equipo dispone de una pantalla de datos digital denominada “Módulo DITEL MICRA-M”. Se empleó para determinar la reacción en uno de los apoyos de la viga central durante los ensayos.



Figura 5.4. Transductor colocado en uno de los apoyos de la viga soporte

5.1.3.2 Laboratorio de estructuras Plataforma da Madeira Estrutural PEMADE

De las herramientas y maquinaria disponible en el laboratorio, para el desarrollo del presente trabajo se han empleado los siguientes elementos:

- Puente grúa marca KONECRANES AUSIO, con una capacidad de carga máxima de 6,3 toneladas.
- Puente de flexión de la marca MICROTTEST modelo SMH/4/SMC/2 con célula de carga de 600 kN.
- Extensómetros de la marca SCHREIBER. El rango de medición varía entre -50 mm. hasta +50 mm. (100 mm.) con una resolución de 0,01 mm.
- Xilohigrómetro marca GANN, modelo HYDROMETTE RTU 600 con una resolución del 0,1%.



Figura 5.5. Xilohigrómetro

- Balanza electrónica marca COBOS, modelo CB-JUNIOR, con una capacidad máxima de 300g. y una precisión de 0,01g.



Figura 5.6. Báscula electrónica

Para la realización del ensayo de determinación del coeficiente de rozamiento, se empleó un equipo diseñado por la empresa Microtest específicamente para dicha finalidad y compuesto por:

- Transductor de fuerza de tracción de 500 N de capacidad, con salida cable y acoplamientos mecánicos a la máquina y al cable de carga.
- Cable de carga adaptado al montaje y la longitud requerida, con unión al transductor de fuerza y al marco deslizable.
- Placa base de montaje del conjunto, compatible con soporte tipo del conjunto de bastidores del laboratorio, con elementos de anclaje sobre uno de tales soportes, con taladros roscados para los elementos de fijación de la muestra fija. Elementos de sujeción para muestras de 200x200 mm.
- Polea de reenvío montada sobre placa base.

- Conjunto marco para muestra móvil de 200x200 mm y para espesores mínimos de 5 mm.
- Conjunto de pesas de hasta 250 N: 4 pesas de 50 N, 2 de 20 N y 1 de 10 N, para colocar sobre marco.
- Software SCM3000 configurado para registro de curvas y determinación de coeficientes de rozamiento.

5.1.4 Generación del modelo matemático de simulación numérica

Software ANSYS: Versión 11 es un programa de análisis por elementos finitos que permite resolver problemas de carácter estructural permitiendo generar modelos, obtener soluciones, postproceso, gráficos, modelado paramétrico y optimización de diseños.

Ordenador personal con procesador Intel Core 2 Duo, a 3,16 Ghz , con memoria RAM de 2Gb y 160 Gb de disco duro. Sistema operativo Windows XP.

5.2 METODOLOGÍA

5.2.1 Ensayos experimentales

5.2.1.1 Diseño y mecanizado de la unión en cola de milano

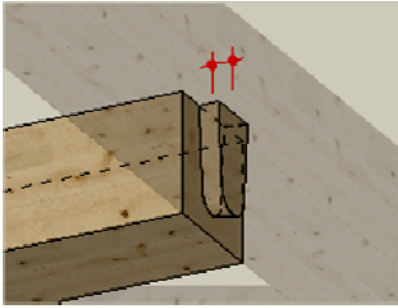
Para realizar el diseño de la unión en cola de milano se empleó uno de los programas específicos de CAD paramétrico disponibles actualmente en el mercado y de uso muy habitual en países como Suiza, Alemania, Francia o España. Este software permite diseñar una estructura en tres dimensiones exportable a ficheros interpretables por maquinaria adaptada al sistema de fabricación por control numérico. Dentro de las herramientas que incorpora el programa, se incluye la posibilidad de introducir diferentes uniones tradicionales como encuentros en barbilla entre par y tirante o colas de milano. Para ello permite modificar una serie de variables como son altura y anchuras superior e inferior de la espiga, profundidad de la caja, espesor de la espiga y distancias a bordes de la pieza.

A continuación se describen las diferentes opciones que ofrece el programa para diseñar estas uniones y que por tanto, el proyectista puede modificar en función de las necesidades estimadas por cálculo de la estructura. El propio programa contiene una biblioteca con diferentes propuestas según las dimensiones de las vigas sobre las que se realiza la unión, basadas en las posibilidades reales de ejecución mediante las diferentes máquinas de mecanizado. Estas propuestas son las empleadas habitualmente en las oficinas técnicas de las empresas dedicadas al diseño de estructuras de madera realizando las adaptaciones necesarias en función de la maquinaria de la que se disponga.

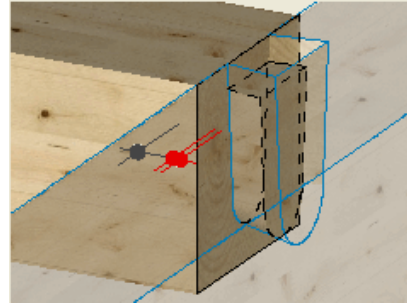
El programa ofrece dimensionamientos estándar en función de la sección en la que se va a aplicar, permitiendo también generar nuevas alternativas introduciendo nuevos valores en las variables disponibles.

Los valores de las variables que se muestran en este apartado se corresponden con las ofertadas por defecto por el programa para una sección de vigueta de ancho 100 mm y de canto 200 mm.

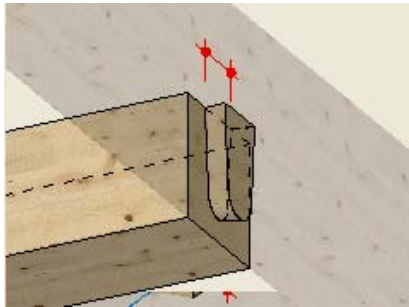
Longitud: profundidad de la espiga de la cola de milano: 28 mm.



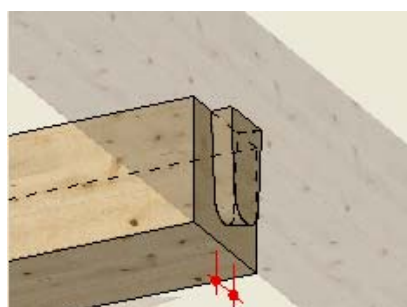
Sobrelongitud: distancia del fondo de la espiga a la pared de la caja en la viga: 2 mm



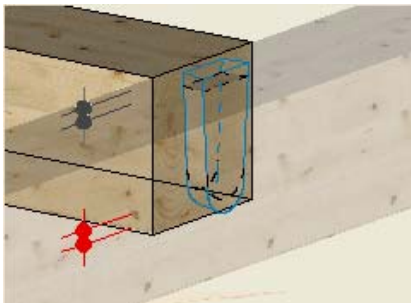
Anchura 1: anchura de la parte superior de la espiga en la cara de la testa de la vigueta: 75mm.



Anchura 2: anchura de la parte inferior recta de la espiga en la cara de la testa de la vigueta: 45 mm.



Medida de traza negativa: distancia en vertical desde la base de la espiga hasta la cara inferior de la vigueta: 20mm.



Sobremedida negativa de caja: distancia desde la base de la espiga de la vigueta hasta la base de la caja de la viga: 5 mm

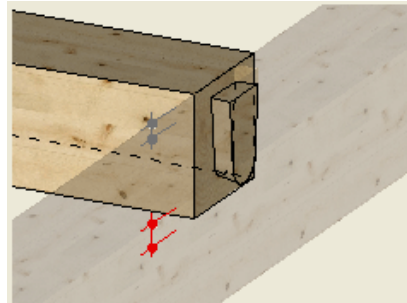


Figura 5.7. Definición de unión en cola de milano según software CADWORK

Una vez finalizado el diseño se envió el fichero a una empresa especializada en fabricación y montaje de estructuras de madera que dispone de un centro de mecanizado compatible con la técnica de fabricación mediante control numérico, concretamente el modelo K2 de la marca Hundegger. Los técnicos de la empresa revisan el diseño y se propone un cambio en la profundidad de la espiga reduciendo su longitud a 26 mm para poder mantener la holgura de 2 mm con respecto a la caja. Es importante señalar que en este diseño se considera que la espiga no toca el fondo de la caja, estableciéndose una diferencia de 5 mm entre la parte de debajo de la espiga y el fondo de la caja, de esta manera se consigue que la unión trabaje por rozamiento entre las paredes laterales antes de apoyar en la parte inferior, lo cual supondría un esfuerzo de tracción perpendicular sobre las fibras de viga soporte.

El diseño final de la unión es el que se describe a continuación. Este diseño se mantuvo constante para los tres tipos de ensayos que fueron planteados, variando únicamente la distancia del fondo de la caja al borde de la madera debido a la variación del canto de la sección de la viga principal en los ensayos B y C respecto al A.

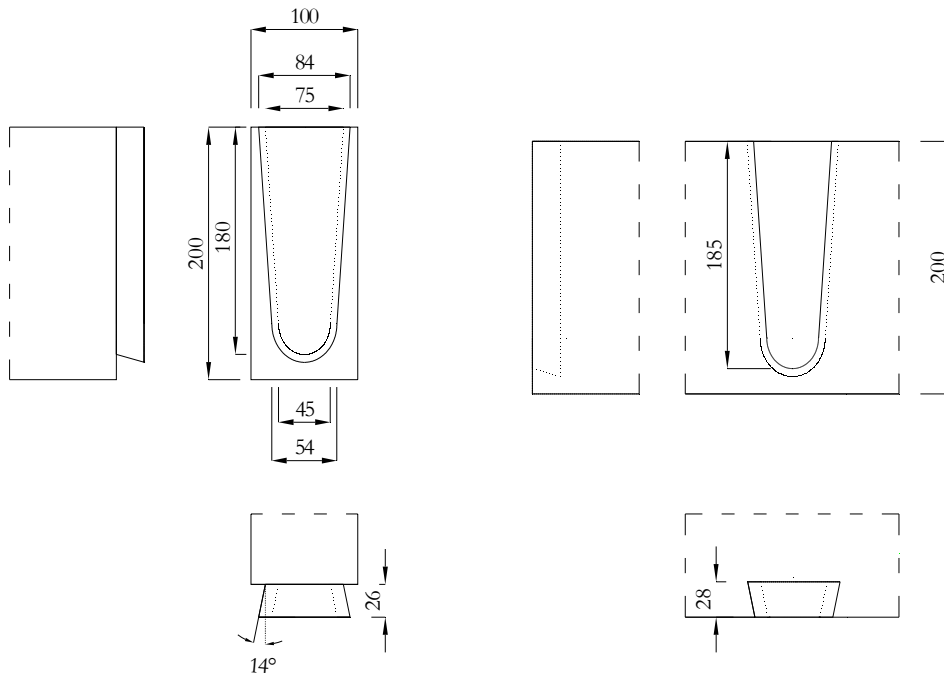


Figura 5.8. Diseño de la espiga y la caja de la unión en cola de milano. Cotas en mm.

Una vez concluido el diseño se exporta el fichero de Cadwork a la máquina de mecanizado mediante control numérico. Partiendo de una pieza en largo estándar, la máquina realiza un corte en longitud con una sierra circular hasta la medida indicada para comenzar a realizar el fresado definiendo en cada pieza la caja o la espiga según corresponda. Para realizar el mecanizado de la espiga, la máquina realiza un primer rebaje con la fresa para definir la forma sin inclinación en las paredes y una segunda pasada en la que la fresa tiene un ángulo para realizar el rebaje con la inclinación definitiva de las paredes laterales de la espiga.



Figura 5.9. Detalle de mecanizado de la unión en cola de milano

5.2.1.2 Diseño de los ensayos de deformación y rotura de la unión en cola de milano

La finalidad de los ensayos experimentales es conseguir la validación del modelo matemático de simulación numérica mediante la comparación de resultados. Además, el análisis de los resultados permitirá aumentar el conocimiento sobre el comportamiento de la unión en distintas fases y según las variaciones propuestas de diseño.

En base a modelos de ensayos descritos en la bibliografía (Tannert *et al*, 2008; Zölling, 2001) y considerando las máquinas empleadas habitualmente en los ensayos de determinación de propiedades mecánicas existentes en los laboratorios de caracterización de materiales, se propuso un diseño inicial basado en la aplicación de dos cargas puntuales actuando a una distancia conocida.

Para estudiar el comportamiento de las uniones se propuso realizar una primera partida de ensayos en la cual poner a prueba la metodología planteada para comprobar el funcionamiento y proponer las mejoras consideradas como necesarias para afrontar el resto.

En esta primera partida se planteó la colocación de una viga soporte central sobre la cual apoyan mediante unión en cola de milano dos viguetas enfrentadas de manera simétrica, tratando de simular la situación real de trabajo de estos elementos estructurales en un forjado donde las vigas intermedias tienen el giro impedido. El otro extremo de la vigueta apoya libremente.

El ensayo consiste en la aplicación de dos cargas puntuales (una sobre cada vigueta), actuando en un punto situado a una distancia conocida de los respectivos apoyos. La aplicación de estas cargas se realiza sobre una pletina que favorece la distribución de los kN aplicados sobre una pequeña superficie, tratando de reducir el efecto del aplastamiento localizado de las fibras de la madera por tensiones de compresión perpendiculares a la fibra.

La puesta en carga de las muestras se realizó en dos tramos, en el primero de ellos la carga se aplica a una velocidad constante y se miden las deformaciones mediante la colocación de extensómetros en aquellos puntos considerados claves para la modelización matemática. Los valores captados por los extensómetros son recogidos en un ordenador que almacena datos cada 100 ms, permitiendo realizar gráficas de valores de carga frente a deformación en cada punto de toma de datos.

En el caso de estos ensayos se colocaron cuatro extensómetros, dos bajo la carga puntual aplicada en cada una de las viguetas y dos bajo la cola de milano en cada una de las dos viguetas. El 40 %

de la carga prevista de rotura es el valor de referencia para retirar los extensómetros y continuar cargando hasta llevar las vigas a la rotura.

Para realizar un completo análisis del comportamiento de la unión que permita cotejar el modelo de elementos finitos generado, se propusieron tres tipos de ensayos diferentes que recogen los tres modos de rotura más habituales en este tipo de uniones (Tannert *et al*, 2008; Zölling, 2001).

El primero de los tipos de rotura planteados es el que se produce por el fallo de la viga soporte debido a un esfuerzo de tracción perpendicular a la fibra en la zona inferior de la caja. Cuando la cantidad de madera efectiva bajo la unión es insuficiente, se produce la rotura de la pieza por un desgarro en la zona inferior. Al modo de ensayo diseñado para conseguir este tipo de rotura se le denominó Ensayo A.

El siguiente modo de rotura que es necesario conocer, denominado Ensayo B, es aquel producido en la espiga de la cola de milano debido al fallo por esfuerzo cortante. En este caso la madera que queda bajo la unión en la viga principal es suficiente para resistir los esfuerzos por tracción perpendicular y se intenta provocar el fallo por cortante en la zona del apoyo manteniendo una longitud de viguetas corta y aumentando la sección de la viga principal, para que el fallo por cortante en la vigueta se produzca antes que por tracción perpendicular.

El tercer modo de rotura que se pretende estudiar, Ensayo C, es aquel en el cual la madera falla por el arranque de la parte superior de la caja por un esfuerzo de tracción perpendicular provocado por el intento de giro que realiza la espiga como consecuencia de la flexión a la que se ve sometida la vigueta. Para conseguir este efecto se mantuvo la sección mayor de la viga principal y se aumentó la longitud de la vigueta para tratar de producir un aumento de la flexión que transmitiese un giro mayor a la unión.

Para cada modo de rotura se ensayaron 3 muestras, compuestas cada una por una viga principal y dos viguetas. El código identificativo de las vigas indica con la primera inicial el tipo de ensayo al que corresponde (A, B ó C), el dígito indica el número de muestra dentro del ensayo (1, 2 ó 3) y la siguiente inicial hace referencia al lugar que ocupa la vigueta una vez colocada en el puente de ensayos (I, izquierda y D, derecha). Por ejemplo, la vigueta CID pertenece a la muestra del ensayo tipo C, es la primera muestra y está colocada a la derecha en el puente de ensayos.

Por lo tanto, en esta primera partida se ensayaron un total de 18 viguetas y 9 vigas.

Una vez ensayada la primera partida de muestras, se realizaron las observaciones que se describen a continuación, a raíz de las cuales se tomaron las decisiones que permitieron diseñar los ensayos definitivos.

Observación 1. Las condiciones de apoyo planteadas no son simétricas ya que la vigueta no puede girar libremente en el apoyo sobre la viga soporte, mientras que el giro es completamente libre en el otro apoyo. Por tanto, no es posible conocer con exactitud cuál es la reacción que se produce en cada uno de los apoyos.

Observación 2. Durante los primeros ensayos se observa que la vigueta desciende al ajustarse en la caja debido a la holgura inicial existente. Este descenso puede llegar a ser del orden de 6 a 10 mm e implica un giro como sólido rígido de la vigueta que hace que la parte superior de la sección comprima la viga soporte. Este efecto es importante en los ensayos del tipo A y B, en los ensayos de tipo C el giro elástico es superior al rígido, ya que se puede observar como la parte superior de la correa se aleja y la inferior comprime la viga.

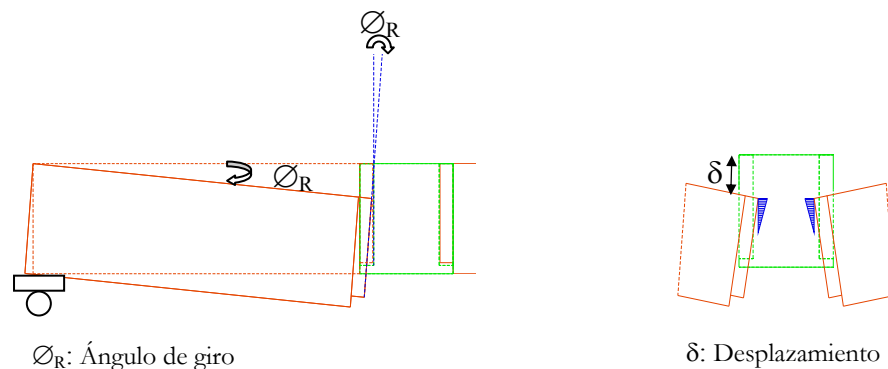


Figura 5.10. Giro como sólido rígido y efecto de compresión debido al ajuste de la espiga en la caja de la unión

A la vista de estas observaciones, se decidió considerar las siguientes soluciones para completar el diseño de los ensayos definitivos.

Solución 1. Para conocer la reacción que llega a los apoyos de la viga soporte durante todo el desarrollo del ensayo, se colocó un transductor de fuerza extensométrico bajo uno de ellos. El valor de la reacción en ese punto, se corresponde con la carga transmitida a la viga a través de la unión en cola de milano por cada una de las viguetas. Los valores registrados por el transductor se muestran en una pantalla colocada junto a un ordenador que registra la carga que actúa en cada momento sobre las muestras. Para conocer la relación entre la carga aplicada y la reacción que llega al apoyo de manera continua, se colocó una cámara de vídeo captando simultáneamente las imágenes de la carga aplicada mostrada por el ordenador y la pantalla de transmisión de datos del transductor.

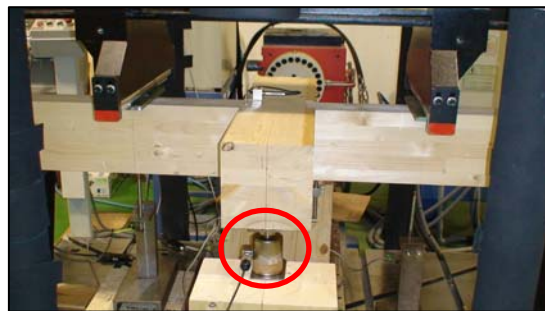


Figura 5.11. Transductor de fuerza extensométrico bajo uno de los apoyos de la viga soporte

Solución 2. Se propone la colocación de otra viga soporte en el extremo de giro libre con otra unión en cola de milano, de esta forma, aunque el giro sigue siendo libre, se consigue que el asentamiento sea similar en los dos extremos y el giro como sólido rígido se reduce.

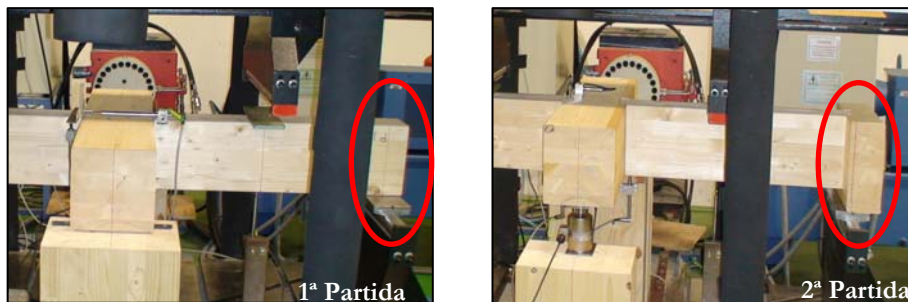
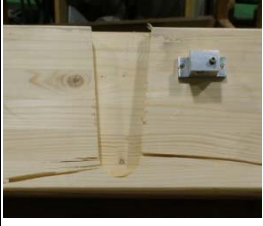


Figura 5.12. Modificación del apoyo de las viguetas en los ensayos

A continuación se describen los tres tipos de ensayos de la segunda partida indicando el tipo de rotura que se intenta provocar, la sección de las vigas y viguetas, y los esquemas de diseño previos.

ENSAYO A

Causa de rotura	Tracción perpendicular en la viga soporte	
Sección viga soporte central	200 x 200 mm	
Sección vigas soporte laterales	100 x 240 mm	
Sección viguetas	100 x 200 mm	
Nº ensayos	5	

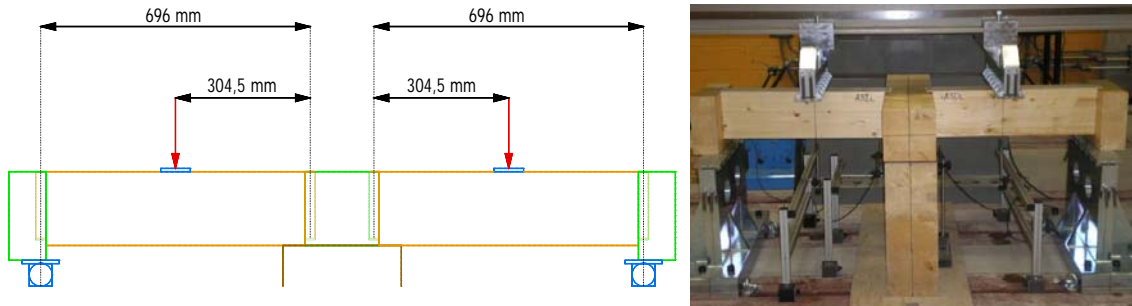



Figura 5.13. Distancia entre ejes de los apoyos y distancia de punto de aplicación de la carga al eje de la espiga del apoyo sobre la viga central

ENSAYO B

Causa de rotura	Esfuerzo cortante sobre la espiga de la vigueta	
Sección viga soporte central	200 x 320 mm	
Sección vigas soporte laterales	100 x 240 mm	
Sección viguetas	100 x 200 mm	
Nº ensayos	5	

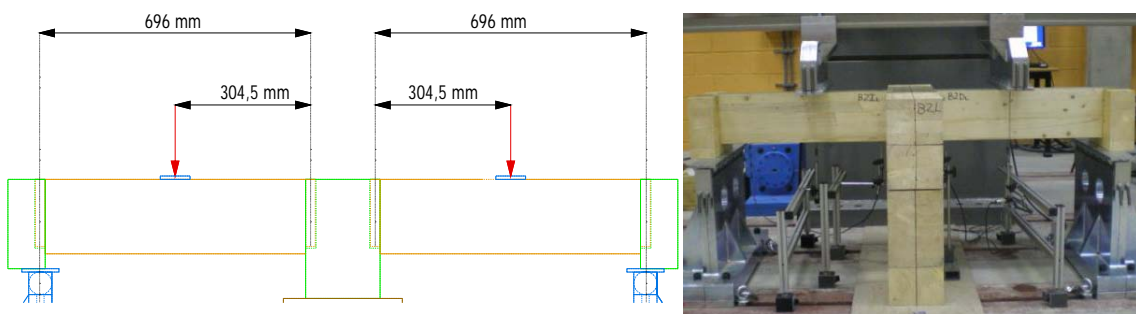



Figura 5.14. Distancia entre ejes de los apoyos y distancia de punto de aplicación de la carga al eje de la espiga del apoyo sobre la viga central

ENSAYO C

Causa de rotura	Arranque en la parte superior de la caja de la viga soporte	
Sección viga soporte central	200 x 320 mm	
Sección vigas soporte laterales	100 x 240 mm	
Sección viguetas	100 x 200 mm	
Nº ensayos	5	

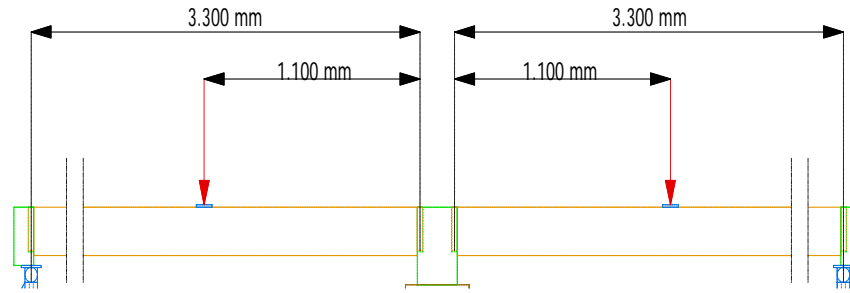


Figura 5.15. Distancia entre ejes de los apoyos y distancia de punto de aplicación de la carga al eje de la espiga del apoyo sobre la viga central

En esta segunda partida de ensayos se analizaron 5 muestras para cada modo de rotura, ensayando un total de 30 viguetas y 15 vigas. Se continuó con el mismo código de identificación planteado durante la partida previa, indicando con la primera inicial el tipo de ensayo (A, B o C), con el dígito el número de muestra (de 1 a 5) y con la siguiente inicial se indica la posición que ocupa la vigueta una vez colocada en el puente de ensayos.

Se comprobó que con el nuevo diseño se resuelve el problema generado por la asimetría detectada en el diseño de la primera partida de ensayos, ya que la reacción detectada por el transductor es prácticamente igual a la deducida mediante teoría de resistencia de materiales considerando la carga y la distancia de ésta a los apoyos. La deducción teórica del valor de la reacción que llega a la unión que se utilizará para la posterior interpretación de los resultados se muestra a continuación.

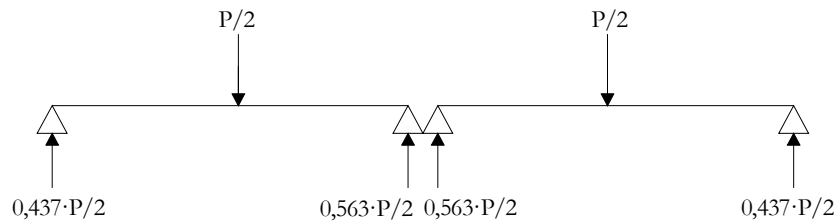


Figura 5.16. Esquema de reacciones teóricas para los ensayos de modo de rotura A y B

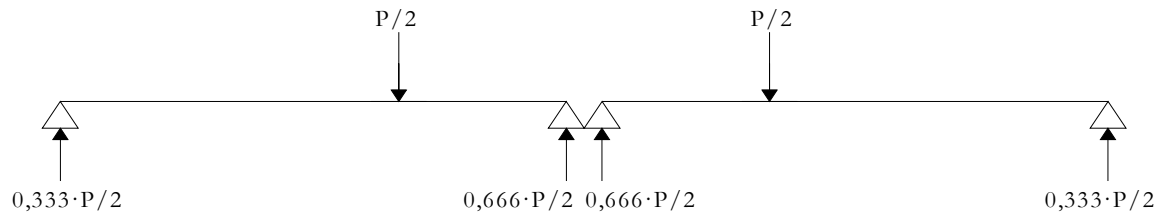


Figura 5.17. Esquema de reacciones teóricas para los ensayos de modo de rotura C

Para finalizar con la parte experimental del estudio y con la finalidad de conseguir datos experimentales suficientes para poder realizar una correcta validación del modelo, se decidió realizar una última partida de ensayos (partida 3) manteniendo el diseño de la partida anterior. El número de muestras ensayadas en la última partida es el mismo que en la anterior.

Teniendo en cuenta que los resultados de la primera partida fueron considerados únicamente para el planteamiento de los demás ensayos, el conjunto total de muestras ensayadas fue de 60 viguetas repartidas según se indica en la siguiente tabla.

	Partida 2			Partida 3			Total
	Ensayo A	Ensayo B	Ensayo C	Ensayo A	Ensayo B	Ensayo C	
Nº de viguetas	10	10	10	10	10	10	60

Tabla 5.2. Número de viguetas ensayadas

5.2.1.3 Toma de datos en las probetas

La toma de datos en las probetas se realiza con la finalidad de obtener las propiedades del material y los datos de la geometría que se introducirán como variables en el modelo para realizar la validación del mismo con la mayor precisión posible. Se determinará el contenido de humedad, la densidad de la madera y se tomarán las medidas reales que definen la geometría de la unión en el momento del ensayo. Los valores de densidad y humedad se referirán a cada uno de los dos lotes de madera a partir de los cuales se obtuvieron los elementos ensayados.

Determinación del contenido de humedad

El contenido de humedad de la madera afecta al valor de sus propiedades mecánicas, influyendo de manera importante en su comportamiento. Por este motivo, cualquier propiedad determinada en madera debe referirse a un contenido concreto de humedad estimado en el momento del correspondiente ensayo.

En cada una de las probetas sometidas a ensayos se midió la humedad en el momento previo a la realización de los mismos empleando el xilohigrómetro de resistencia eléctrica según las especificaciones recogidas en la norma UNE-EN 13183-2:2003/AC2004.

Todos los valores de humedad medidos sobre las probetas de las diferentes partidas se encuentran en un rango entre el 9 y el 15% de humedad. A continuación se indican los valores medios del contenido de humedad para las piezas ensayadas según el lote de procedencia.

LOTE	Humedad media (%)
LOTE 1	13,4
LOTE 2	12

Tabla 5.3. Humedad media según Lote.

Determinación de la densidad de la madera

El método empleado para la estimación de la densidad consiste en la medición del peso y del volumen de cada pieza para un valor de humedad determinado. El peso se determina con el empleo de una balanza de 0,01 g de precisión. Mientras que el volumen se calcula multiplicando la sección por la longitud de las piezas y sumando, en el caso de las viguetas, el volumen de las dos espigas cuyo valor teórico se obtuvo empleando el software de diseño Cadwork. El volumen considerado de cada espiga es de 302.130 mm³.

En la Tabla 5.4 se muestran los resultados de densidad media para cada uno de los lotes de madera referenciados a la humedad en el momento de la medición.

LOTE	Densidad media (kg/m ³)	Humedad media (%)
1	432	13,4
2	452	12

Tabla 5.4. Resumen de datos de densidad y humedad de referencia a la que fueron medidas

Para que los datos sean comparables entre sí se corrige la densidad del Lote 1, tal y como indica la norma UNE EN 384, para referenciarla a un contenido de humedad del 12 %. Para ello se reduce la densidad un 0,5 % por cada 1 % de variación del contenido de humedad.

La densidad del Lote 1 corregida al 12 % es igual 429 kg/m³.

Medición de dimensiones reales en las probetas mecanizadas

Debido a algunas imprecisiones del mecanizado, se apreció que no existía una uniformidad total en la geometría de las espigas, variando según la muestra algunos parámetros como la profundidad de la espiga, dando lugar con ello a una mayor distancia al fondo de la caja, donde las dimensiones se mantenían constantes entre probetas. En la Partida 3 (Lote 2), se anotaron sobre las piezas las medidas concretas para tomar un valor medio real de las dimensiones ensayadas que posteriormente serán simuladas.



Figura 5.18. Toma de dimensiones reales de las piezas mecanizadas.

Se comprobó que la longitud real de las espigas es de 24 mm en lugar de los 26 mm planteados en el diseño. Sin embargo, la profundidad de la caja es de 28 mm coincidiendo con el valor del diseño teórico inicial.

5.2.1.4 Determinación del módulo de elasticidad longitudinal según la norma UNE-EN 408

La determinación experimental del valor del módulo de elasticidad longitudinal local y global permite ganar precisión a la hora de establecer las propiedades del material que se incluirán en el modelo matemático y permitirá comprobar la validez de la simulación del material con el modelo creado.

Las piezas de las partidas 1 y 2 fueron obtenidas de madera del mismo lote (Lote 1) y por tanto, las propiedades del material se consideraron iguales para ambas partidas. Para determinar el módulo de elasticidad longitudinal del Lote 1 se ensayaron piezas de la partida 1. Los ensayos de la partida 3 se realizaron un tiempo después y a partir de un nuevo lote de madera (Lote 2) de la misma especie (*Picea abies*), con la misma procedencia (Alemania) y la misma clase resistente (Gl24h). Pero al proceder de un nuevo lote, se decidió realizar nuevos ensayos de determinación del módulo de elasticidad longitudinal cuyos resultados son los correspondientes a la partida 3.

Las vigas ensayadas fueron las correspondientes con los ensayos del tipo C, ya que la relación entre su longitud y su canto se adecua a las exigencias establecidas en la norma UNE-EN 408. En total se determinó el módulo de elasticidad longitudinal a flexión en 16 viguetas.

Determinación del módulo de elasticidad local en flexión

El ensayo para determinar el valor del módulo de elasticidad local en flexión, consiste en la colocación de la viga sobre dos apoyos a una distancia igual a 18 veces su canto, con una tolerancia de ± 3 veces el canto. La viga se carga en dos puntos separados entre sí una distancia igual a 6 veces el canto. Esta distancia es igual a la que debe mantenerse entre cada punto de aplicación de carga y el apoyo correspondiente, en este último caso se admite una tolerancia igual a $\pm 1,5$ veces el canto.

Según la norma, el valor del módulo de elasticidad local en flexión, se estima a partir de los valores de deformación entre los puntos extremos de un segmento central de longitud $5h$ y el punto medio, situados a la altura de la fibra neutra de la sección. La norma indica que es necesario realizar la medición en las dos caras de la viga, tomando como valor de la deformación la media de ambas medidas.

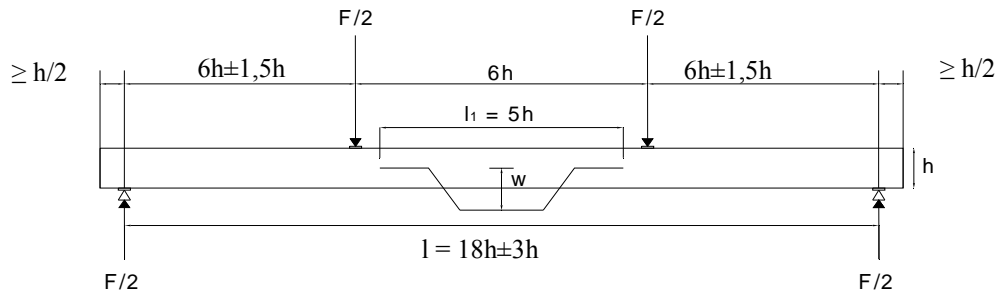


Figura 5.19 Dispositivo de ensayo para la medición del módulo de elasticidad local en flexión según UNE EN 408

Las probetas ensayadas se corresponden con las diseñadas para el ensayo de tipo C, cuya sección nominal es de 100x200 mm y su longitud total es de 3.300 mm. Según estas dimensiones el planteamiento final del ensayo es el siguiente.

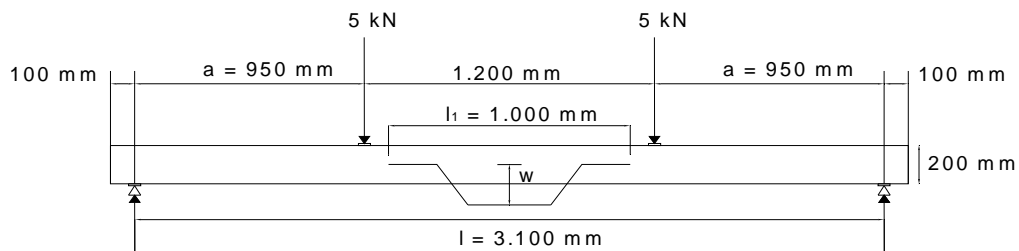


Figura 5.20. Dispositivo de ensayo para la medición del módulo de elasticidad local en flexión con medidas adaptadas a la probeta de ensayo

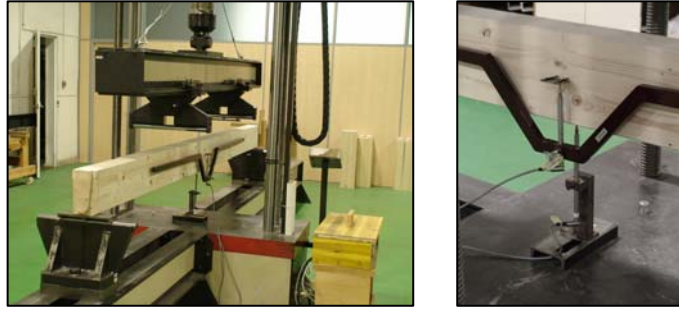


Figura 5.21. Ensayos módulo elasticidad local y global según UNE EN 408

La norma recomienda aplicar una carga de valor el 40% de la carga prevista de rotura. Se realizó un cálculo teórico de la tensión máxima a flexión en función de la resistencia característica a flexión de la viga a ensayar.

Tensión máxima a flexión en una viga biapoyada con dos cargas puntuales del mismo valor aplicadas simétricamente con respecto al punto central de la viga:

$$\sigma = \frac{F/2 \cdot a}{w} \quad \text{Ec. 5.1}$$

Siendo:

F: carga total aplicada en N.

a: distancia del punto de aplicación de la carga al apoyo, en este caso 950 mm.

w: módulo resistente de la sección de 100x200 mm, en este caso 666.666,7 mm³

La resistencia característica a flexión para una clase resistente GI24h es de 24 N/mm².

La carga teórica de rotura a flexión será:

$$\sigma = \frac{F/2 \cdot a}{w} \leq f_{m,g,k} \quad \text{Ec.5.2}$$

$$F = \frac{f_{m,g,k} \cdot w \cdot 2}{a} = \frac{24 \cdot 666.666,7 \cdot 2}{950} = 33.684 \text{ N} \quad \text{Ec. 5.3}$$

La norma recomienda como carga máxima de aplicación un 40% de la carga prevista de rotura. El 40% de 33.684 N es 13.474 N, es decir, 13'5 kN. La carga aplicada en los ensayos fue de 10 kN, un 34 % de la carga teórica de rotura.

Con los datos obtenidos en el ensayo se traza el gráfico de carga/deformación. En el tramo entre 0,1F_{máx} y 0,4F_{máx} se realiza un análisis de regresión y en el tramo más largo donde se obtenga un coeficiente de correlación de 0,99 o mejor, se calcula el módulo de elasticidad local según la ecuación 5.4.

$$E_{m,1} = \frac{a l_1^2 (F_2 - F_1)}{16 I (w_2 - w_1)} \quad \text{Ec. 5.4}$$

Donde:

- a: distancia en mm entre el punto de apoyo y el punto de aplicación de la carga más cercano.
- l_1 : longitud en mm del vano en el que se miden las deformaciones.
- $F_2 - F_1$: incremento de carga en Newtons en la recta de regresión con un coeficiente de correlación de 0,99 o mejor.
- $w_2 - w_1$: incremento de deformación en milímetros correspondiente al incremento de carga $F_2 - F_1$
- I: momento de inercia de la sección en mm^4 .

El término $(F_2 - F_1) / (w_2 - w_1)$ puede considerarse como la pendiente de la recta de regresión carga/deformación dentro de los márgenes de deformación elástica.

Determinación del módulo de elasticidad global en flexión

La configuración del ensayo es idéntica al ensayo de determinación del módulo de elasticidad local en flexión comentado anteriormente, la única diferencia es que, en el caso de la estimación del módulo de elasticidad global, la deformación debe medirse en el centro de la luz y en el centro del eje de tracción o compresión. En este caso se midió la deformación en el centro del eje de tracción.

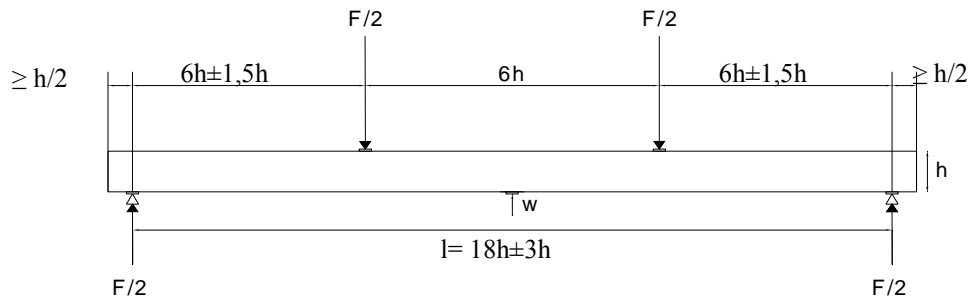


Figura 5.22. Dispositivo de ensayo para la medición del módulo de elasticidad global en flexión según UNE EN 408

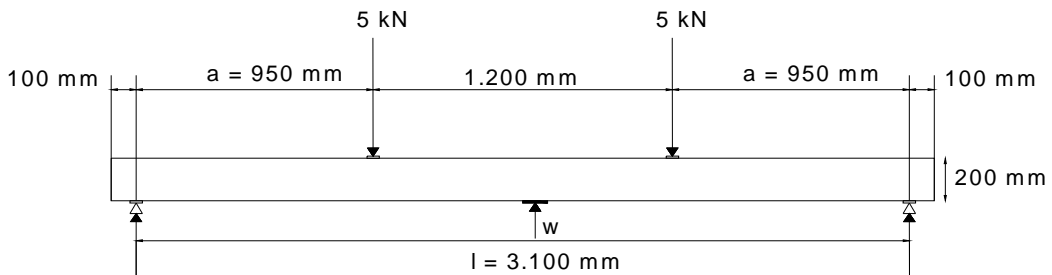


Figura 5.23. Dispositivo de ensayo para la medición del módulo de elasticidad global en flexión en los ensayos realizados

El valor del módulo de elasticidad global en flexión se obtiene aplicando la siguiente fórmula:

$$E_{m,g} = \frac{I^3 (F_2 - F_1)}{bh^3 (w_2 - w_1)} \left[\left(\frac{3a}{4l} \right) - \left(\frac{a}{l} \right)^3 \right] \quad \text{Ec. 5.5}$$

Donde

- a: distancia en mm entre el punto de apoyo y el punto de aplicación de la carga más cercano.
- l: longitud en mm del vano entre apoyos.
- $F_2 - F_1$: incremento de carga en Newtons en la recta de regresión con un coeficiente de correlación de 0,99 o mejor.
- $w_2 - w_1$: incremento de deformación en milímetros correspondiente a $F_2 - F_1$
- b: anchura de la sección en mm.
- h: altura de la sección en mm.

5.2.1.5 Ensayo de determinación de coeficientes de rozamiento

El coeficiente de rozamiento se define como la relación entre la fuerza de rozamiento y la fuerza normal que actúan sobre las superficies de dos cuerpos en contacto.

$$\mu = F/N \quad \text{Ec. 5.6}$$

El coeficiente de rozamiento estático es la relación entre la fuerza necesaria para provocar el movimiento de un cuerpo sobre otro (fuerza de rozamiento estática) y la fuerza normal a las superficies en contacto.

$$\mu_e = F_e/N \quad \text{Ec. 5.7}$$

Mientras que el coeficiente de rozamiento dinámico es la relación entre la fuerza necesaria para mantener el cuerpo en movimiento una vez iniciado el desplazamiento (fuerza de rozamiento dinámica) y la fuerza normal a las superficies en contacto.

$$\mu_d = F_d/N \quad \text{Ec. 5.8}$$

En este trabajo, para tratar de conocer con mayor precisión el valor de los coeficientes de rozamiento tanto estático como dinámico se empleó una máquina fabricada por la empresa Microtest específicamente para tal finalidad.

La medición del rozamiento se realizó sobre probetas de dimensiones 20x15x150 mm obtenidas de la espiga y de la caja de la unión en cola de milano tal y como se muestra en las siguientes imágenes:

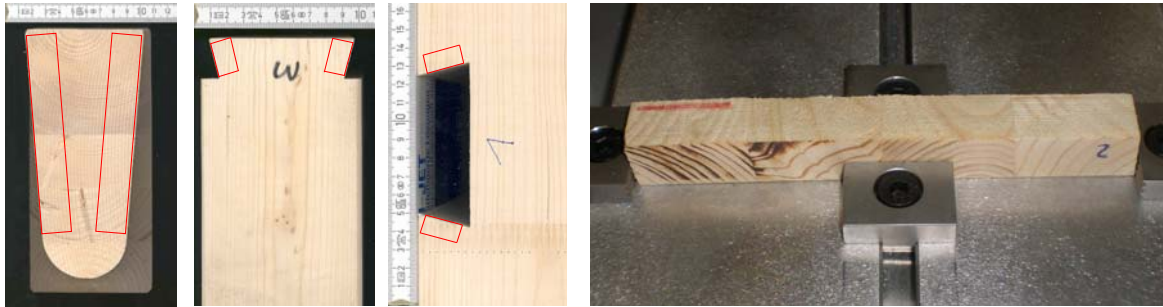


Figura 5.24. Obtención de las probetas para la determinación de los coeficientes de rozamiento

En total se ensayaron 10 muestras formadas cada una por dos probetas extraídas de 5 espigas y 5 cajas, mecanizadas del mismo modo que las probetas empleadas en los ensayos de deformación y rotura y con la misma calidad y especie de madera.

El protocolo de ensayo comienza con la fijación de las probetas en las placas denominadas portaprobetas. La placa inferior está unida al bastidor de carga vertical mediante un cable que a través de una polea transmitirá la carga en la dirección axial de la probeta. El movimiento del bastidor provoca una tracción en el cable que tratará de desplazar la placa portaprobeta inferior sobre unos railes una vez que se supere la fuerza de rozamiento entre las superficies en contacto de las probetas.

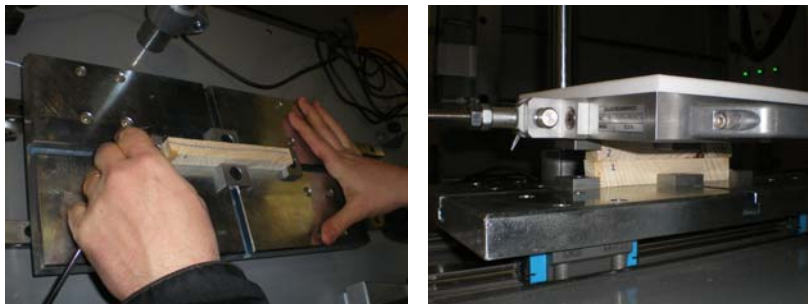


Figura 5.25 Colocación de la probeta en la placa portaprobetas inferior y colocación final de una probeta sobre la otra.

Las placas portaprobetas permiten únicamente el desplazamiento vertical de la probeta superior sobre la inferior y el desplazamiento según su eje longitudinal.

Con las piezas están fijadas se colocan sobre ellas varias placas de peso conocido y se pone en funcionamiento el bastidor que comienza a tirar de la placa inferior ejerciendo una fuerza axial de velocidad constante y de valor igual al de la velocidad introducida en los ensayos de deformación y rotura, es decir, 10 mm por minuto.

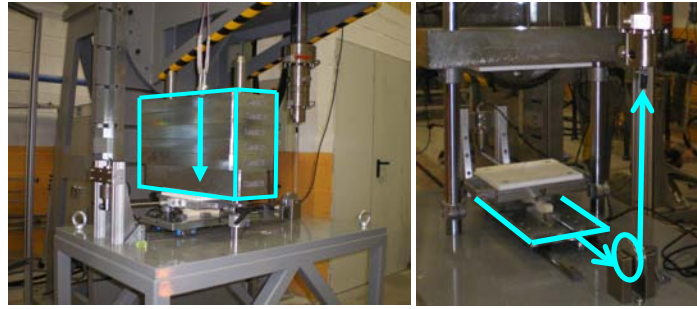


Figura 5.26. Placas de peso conocido colocadas sobre las probetas y cable con polea de unión al bastidor.

El bastidor trabaja con la condición impuesta de un desplazamiento a velocidad constante y no por valor de carga, por ello es necesario colocar una célula de carga que recoja los valores de las fuerzas tangenciales en cada momento del ensayo.

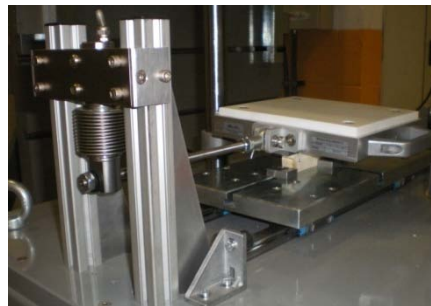


Figura 5.27. Célula de carga.

Un equipo informático conectado al bastidor y a la célula de carga, va recogiendo los valores de fuerza y desplazamiento en todo momento, calculando simultáneamente el valor de los coeficientes de rozamiento y representándolos gráficamente. De esta manera es posible ir analizando las variaciones del coeficiente.

El siguiente esquema resume gráficamente el funcionamiento de la máquina.

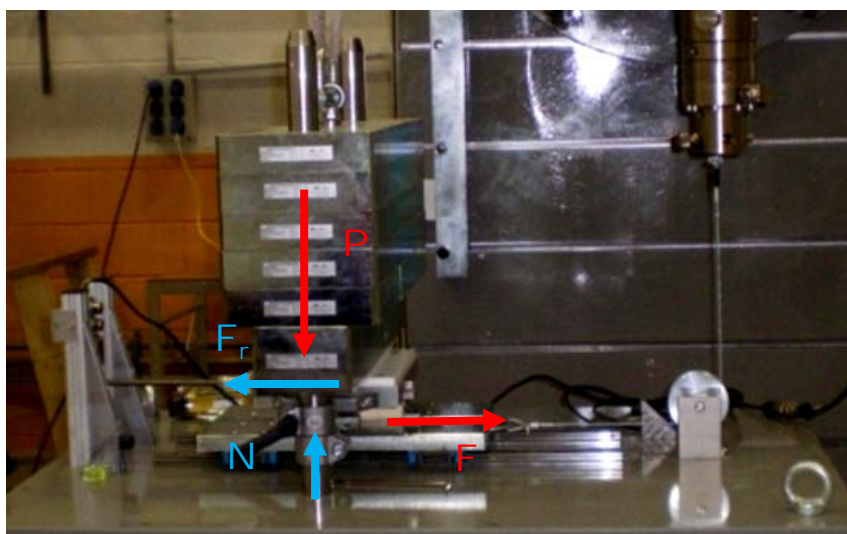


Figura 5.28. Esquema de las fuerzas que intervienen en el ensayos.

Donde:

P es la carga conocida que actúa sobre las probetas.

N es la normal provocada por la carga P.

F es la fuerza aplicada sobre la probeta inferior que trata de desplazarla.

Fr es la fuerza de rozamiento que se opone al desplazamiento de una probeta sobre otra.

Si los cuerpos están en equilibrio, se cumplen las siguientes relaciones:

$$P = N$$

$$F = Fr = \mu \cdot N$$

Ec. 5.9

El valor que tome la normal no influye en el resultado del coeficiente de rozamiento, ya que éste es precisamente el valor de la relación de proporcionalidad entre la fuerza de rozamiento que es necesario aplicar para provocar el movimiento y la fuerza normal que actúa sobre las probetas.

El coeficiente de rozamiento estático será el mayor valor obtenido como relación entre la normal y la fuerza aplicada. A partir del momento en el que la fuerza aplicada supere el valor de la fuerza de rozamiento, comienza el desplazamiento de una de las probetas sobre la otra hasta alcanzar un valor constante denominado coeficiente de rozamiento dinámico.

El ensayo se interrumpe cuando el valor del coeficiente de rozamiento dinámico se mantiene constante durante 40 mm del recorrido aproximadamente. Este punto viene limitado por la longitud de la probeta, y es necesario comprobar que la tensión sobre la sección de probeta que queda apoyada al final del ensayo es capaz de resistir la carga que tiene aplicada.

Para realizar la comprobación de la resistencia a la tensión de compresión perpendicular a la fibra se supuso una sección de la probeta al final del ensayo de 15 mm (ancho de la probeta) x 80 mm (la longitud total de 150 mm menos 70 mm de desplazamiento considerados como límite máximo en el ensayo), es decir un área de 1.200 mm² y una carga de compresión de valor 2.436,5 N. Esto supone una tensión de 2,03 N/mm², valor inferior a 2,7 N/mm², resistencia característica a compresión perpendicular de la madera laminada de clase resistente GI24h

5.2.2 Desarrollo de modelo de simulación numérica mediante el método de los elementos finitos

A la hora de plantearse la simulación del comportamiento de un material mediante un modelo matemático basado en elementos finitos, es fundamental partir de una correcta definición de sus propiedades. En este caso la caracterización del material se realiza conforme al comportamiento elástico lineal de la madera considerando el módulo de elasticidad longitudinal obtenido como media entre el valor medio de compresión y tracción, como el perpendicular y el transversal.

La parte de la metodología vinculada a la simulación numérica comienza justificando la elección de las propiedades del material que se introducirán en el modelo de validación simulando numéricamente el ensayo de determinación del módulo de elasticidad global a flexión.

5.2.2.1 Propiedades del material

Los primeros valores a considerar son los de las denominadas constantes elásticas que permiten definir las relaciones entre las tensiones y deformaciones unitarias. Empleando las relaciones recogidas en la bibliografía es posible deducir todos sus valores a partir del módulo de elasticidad longitudinal en flexión en la dirección axial.

Debido al carácter anisótropo de la madera, es preciso definir la correspondencia entre las tres direcciones del espacio y la dirección de la fibra. En la generación del modelo el *eje x* sigue la dirección longitudinal, el *eje y* sigue la dirección radial y el *eje z* la dirección tangencial.

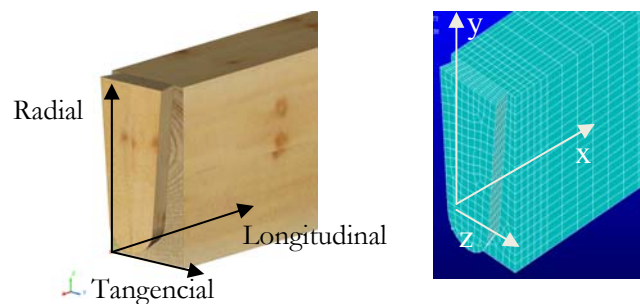


Figura 5.29. Dirección de los ejes en el modelo de simulación numérica.

Para estimar las constantes que definen la ortotropía elástica del material se emplean las relaciones entre las propiedades citadas en el Anexo A del libro “Estructuras de Madera. Diseño y Cálculo” (Argüelles *et al*, 2003) para coníferas que se recogen en la siguiente tabla.

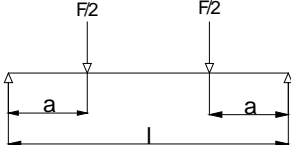
	E_x/E_z	E_x/E_y	E_x/G_{xy}	E_x/G_{xz}	E_x/G_{yz}	ν_{zy}	ν_{yx}	ν_{zx}
Coníferas	21	13	14,9	17,25	153,47	0,31	0,030	0,02

Tabla 5.5. Relación entre los módulos de elasticidad longitudinal, módulos de elasticidad transversal y coeficientes de Poisson en las diferentes direcciones que definen las características de un material ortótropo. (Argüelles *et al*, 2003)

Las mediciones tomadas en los ensayos de desplazamiento de la unión en cola de milano de tipo A, B y C corresponden al desplazamiento en la cara inferior de la viga en el punto medio situado bajo la carga aplicada y en un punto de la vigueta lo más próximo posible a la unión. Teniendo esto en cuenta, para realizar la simulación del ensayo de determinación del módulo de elasticidad a flexión, se decidió introducir el valor del módulo de elasticidad longitudinal global y compararlo con los resultados de los ensayos para el mismo.

Un factor importante a tener en cuenta es que el valor del módulo de elasticidad global que se obtiene conforme a lo indicado en la norma UNE EN 408, incluye la deformación provocada por el efecto de la flexión y por el efecto del cortante.

El modelo matemático de simulación se basa en las ecuaciones deducidas según la teoría de resistencia de materiales para la determinación de la flecha máxima en una viga sometida a flexión, en este caso con dos cargas puntuales aplicadas en dos puntos a una distancia conocida de los apoyos. La expresión de cálculo de la flecha máxima es la siguiente:

$$f = \frac{F \cdot a}{48 \cdot E \cdot I} \cdot (3l^2 - 4a^2) + \chi' \cdot \frac{F \cdot a}{2 \cdot G \cdot A} \tag{Ec. 5.10}$$


Siendo:

- F: fuerza total aplicada, en este caso, por el bastidor del ensayo
- a: distancia del punto de aplicación de la carga a los apoyos
- l: distancia entre los apoyos
- E: módulo de elasticidad global a flexión
- χ' : en la ecuación toma el valor de 1,2 por ser la sección rectangular
- G: módulo de elasticidad transversal
- A: área de la sección (b·h)

En esta ecuación el primer sumando corresponde a la deformación debida a la flexión y el segundo sumando a la deformación debida al cortante.

En el proceso de cálculo el modelo toma los valores de los módulos de elasticidad longitudinal y transversal definidos como variables para aplicarlos según la ecuación anterior, por tanto, introduciendo el módulo de elasticidad global deducido en los ensayos se estaría duplicando el efecto del cortante en la deformación, minusvalorando la rigidez del material.

De la expresión del cálculo de la deformación anterior y con los datos de partida de los ensayos experimentales, se deduce tal y como se especifica a continuación, el factor corrector del módulo de elasticidad longitudinal global que habrá que introducir en el modelo de simulación del ensayo.

$$f = \frac{F \cdot a}{48 \cdot E \cdot I} \cdot (3l^2 - 4a^2) + \chi' \cdot \frac{F \cdot a}{2 \cdot G \cdot A} = \frac{F \cdot a}{48 \cdot E \cdot I} \cdot (3l^2 - 4a^2) \cdot \left[1 + \frac{\chi'}{2GA} \cdot \frac{48EI}{(3l^2 - 4a^2)} \right] \quad \text{Ec. 5.11}$$

El factor que afectará al valor del módulo de elasticidad para considerar únicamente el efecto de la flexión en la deformación será:

$$\text{Factor} = \frac{\chi'}{2GA} \cdot \frac{48EI}{(3l^2 - 4a^2)} \quad \text{Ec. 5.12}$$

Tomando:

$$A = b \cdot h$$

$$I/A = h^2/12$$

$$E/G = 16,075 \text{ (media entre el módulo de elasticidad transversal radial y tangencial)}$$

$$\chi' = 1,2$$

$$l = 15,5 h$$

$$a = 4,75 \cdot h$$

Entonces:

$$\text{Factor} = 0,061$$

Tomando como datos de partida los datos de los ensayos realizados se deduce que la influencia del cortante es de 6,1% y por tanto, el valor del módulo de elasticidad global longitudinal a flexión obtenido en los ensayos se debe mayorar por el factor 1,061.

Para comprobar el grado de precisión de la simulación de las propiedades del material se realiza una comparativa entre las gráficas de carga/deformación obtenidas en los ensayos y las gráficas obtenidas con los resultados de los lanzamientos del modelo matemático, introduciendo el valor del módulo de elasticidad global obtenido en cada ensayo experimental y multiplicado por el factor de corrección del cortante (1,061) y deduciendo a partir de éste el resto de las constantes que definen la ortotropía elástica del material.

5.2.2.2 Modelo matemático de simulación numérica del ensayo de determinación del módulo de elasticidad longitudinal a flexión

Se recurre a un modelo matemático en 3 dimensiones que permita introducir las propiedades del material según las diferentes direcciones del espacio.

El modelo generado simula las condiciones de ensayo descritas en la norma UNE EN 408, introduciendo la geometría de la viga, los apoyos sobre las placas, la carga aplicada en dos puntos y sobre placas metálicas que la distribuyen superficialmente.

Los elementos del modelo para realizar el mallado son del tipo denominado SOLID45 para el mallado de los volúmenes. El elemento está definido por un total de 8 nodos con 3 grados de libertad, permitiendo introducir propiedades de materiales ortótropos según el sistema de coordenadas definido para cada elemento.

El tamaño del elemento es de 10 mm, incluyendo la simulación un total de 66.800 elementos.

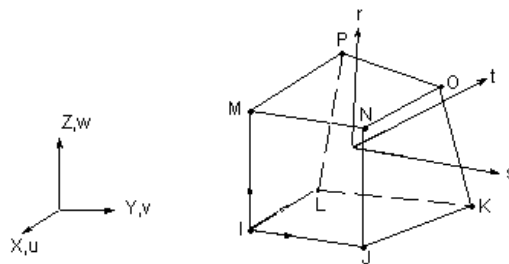


Figura 5.30. Tipo de elemento empleado en el modelo de simulación de determinación de módulo de elasticidad: SOLID45.

Se introduce la carga aplicada (10 kN) aplicada sobre una superficie equivalente a la de las placas empleadas en el ensayo y se definen las coacciones en los apoyos, simulando apoyos con el giro permitido. En uno de ellos se define la coacción como articulación fija y en el otro como articulación en deslizadera según la dirección longitudinal.

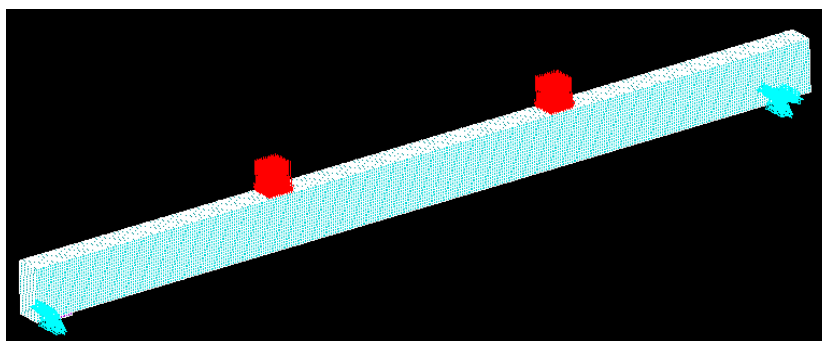


Figura 5.31. Modelo generado para determinación del módulo de elasticidad.

Se toman los resultados de desplazamientos para cada valor de carga en el punto medio de la luz libre y en la cara inferior para obtener el valor del módulo de elasticidad longitudinal global a flexión.

5.2.2.3 Modelo de simulación numérica del ensayo experimental de análisis del comportamiento de la unión en cola de milano

La simulación numérica del ensayo de comportamiento de la unión en cola de milano se afronta generando un modelo en 3D siguiendo los pasos que se describen en este apartado.

Definición de variables

El programa de elementos finitos emplea el lenguaje APDL de diseño paramétrico que permite definir nuevos parámetros asociando valores a nuevas variables definidas por el usuario. Estos parámetros se introducirán en el modelo y el programa asignará automáticamente el valor que tengan definido, siendo posible que, una vez validado el modelo estos parámetros se puedan modificar sin que ello afecte a la estructura final del modelo matemático generado. La definición de estas variables viene condicionada por los objetivos marcados para el modelo, ya que los valores que tomen estas variables permitirán discutir los resultados obtenidos para los distintos casos que se pretende analizar. Se consideran variables de definición de geometría de la viga, de las viguetas y de la unión en cola de milano, propiedades del material, distancia de aplicación de la carga y placas de apoyo.

Se especifican las variables referidas a la geometría de las muestras, incluyendo valores que definen la forma y dimensiones de la viga soporte y de las viguetas, así como las medidas que afectan a la geometría de la unión en cola de milano, las cuales fueron tomadas a partir de las variables que propone el programa informático empleado para el diseño de las muestras en función de las posibilidades reales de ejecución, mediante el sistema de control numérico. La nomenclatura se corresponde con la empleada por el software de diseño de estructuras de madera CADWORK.

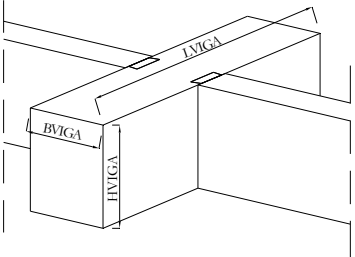
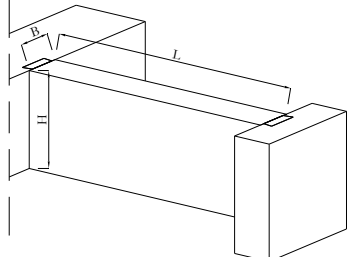
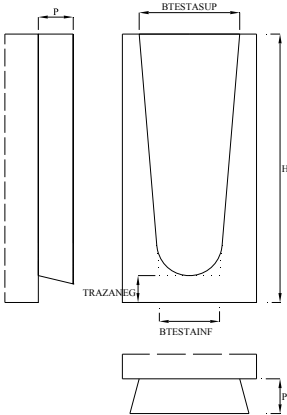
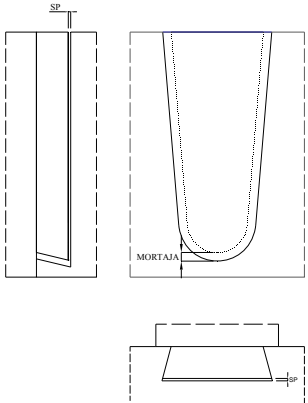
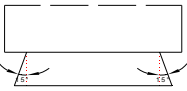
<p>Geometría de la viga soporte central:</p> <p>HVIGA: altura de la sección de la viga BVIGA: anchura de la sección de la viga LVIGA: longitud de la viga</p>	
<p>Geometría de las viguetas:</p> <p>H: altura de la sección de la vigueta B: anchura de la sección de la vigueta L: longitud de la vigueta</p>	
<p>Geometría de la espiga de la cola de milano:</p> <p>P: profundidad de la espiga de la cola de milano BTESTASUP: anchura de la parte superior de la espiga en la testa de la vigueta. BTESTAINF: anchura de la parte inferior de la espiga en la testa de la vigueta. TRAZANEG: medida de traza negativa, distancia entre la parte inferior de la espiga y la base de la vigueta.</p>	
<p>Geometría de la caja de la cola de milano:</p> <p>SP: sobrelongitud de la cola de milano para definir la caja MORTAJA: distancia entre la base de la espiga de la cola de milano y la base de la caja.</p>	
<p>El ángulo que define el incremento de la anchura de la espiga desde la testa de la vigueta hacia el exterior viene dado por las dimensiones de las fresas empleadas en las máquinas de mecanizado y toma el valor de 15°.</p>	

Figura 5.32. Variables consideradas en el diseño de la geometría de la unión

En referencia a la geometría del ensayo, también se incluyen otras variables como la distancia entre la línea de aplicación de la carga y la testa de la vigueta (POSICIÓN), la anchura de las placas situadas bajo las cargas (ANCHURA) y las placas colocadas en los apoyos de las viguetas (APOYOVIGA, ESPESORAPOYOVIGA).

Además de la geometría, se han considerado como variables algunas de las propiedades del material, de tal manera que una vez validado el modelo, sea posible introducir nuevos valores para adaptar los cálculos a otra madera con características diferentes.

En la Tabla 5.6 se citan las propiedades consideradas como variables cuyos valores en el caso de la validación del modelo inicial fueron obtenidos experimentalmente. El resto de propiedades se derivan de ellas mediante relaciones descritas en bibliografía.

VARIABLE	DEFINICIÓN
EXM	Módulo de elasticidad longitudinal global a flexión
MUM	Coefficiente de rozamiento dinámico

Tabla 5.6. Propiedades del material consideradas como variables en el modelo.

Como operaciones internas del programa se introducen las relaciones que determinan el valor del resto de propiedades características de materiales con ortotropía elástica.

VARIABLE	DEFINICIÓN
EYM	Módulo de elasticidad perpendicular a la fibra en la dirección radial
EZM	Módulo de elasticidad perpendicular a la fibra en la dirección tangencial
GXYM	Módulo de elasticidad transversal en el plano XY
GXZM	Módulo de elasticidad transversal en el plano XZ
GYZM	Módulo de elasticidad transversal en el plano YZ
NUXYM	Coefficiente de Poisson para la madera en tres de las seis direcciones posibles
NUXZM	
NUYZM	

Tabla 5.7. Nomenclatura de las propiedades de definición del material

La definición de los valores empleados en la validación y las relaciones entre propiedades son los introducidos en el modelo generado para simular el ensayo de determinación del módulo de elasticidad.

Modo Preproceso

En este modo se definen los materiales, se genera la geometría del modelo, se asignan elementos y propiedades del material a los componentes y se realiza el mallado.

Definición de materiales

Se generan dos tipos materiales, el material tipo 1 será la madera y toma los valores de las propiedades definidas como variables y el material tipo 2 será el acero de las placas de apoyo, con un valor de módulo de elasticidad de 210.000 N/mm² y un coeficiente de Poisson de 0,3.

Definición de geometría de espiga y caja

En función de las variables geométricas introducidas, el modelo calcula nuevas variables para generar la geometría de la unión tal y como se describe a continuación.

Deducción del ángulo definido por las caras inclinadas en la sección de la espiga de la vigueta

$$k = 2 * a \tan\left(\frac{BTESTASUP - BTESTAINF}{2 * (H - TRAZANEG)}\right) \tag{Ec. 5.13}$$

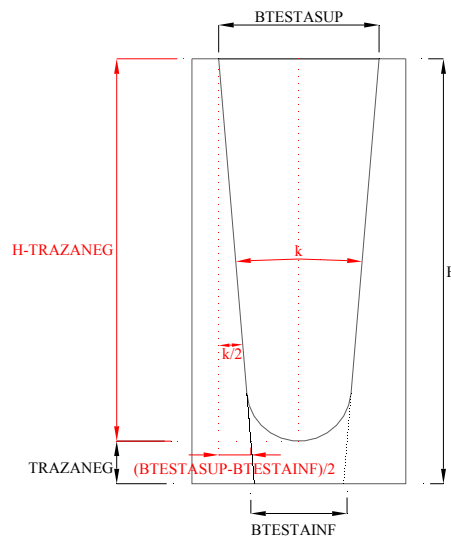


Figura 5.33. Representación gráfica de las variables relacionadas en la ecuación de definición del ángulo entre flancos.

Deducción del centro del círculo para el trazado redondeado de la espiga

Se denomina CENTRO1 y CENTRO2 a los centros de los círculos trazados en la sección de la testa de la vigueta y en la sección final de la espiga. Se considera CENTRO2=CENTRO1.

$$CENTRO1 = H - TRAZANEG - RINT = CENTRO2$$

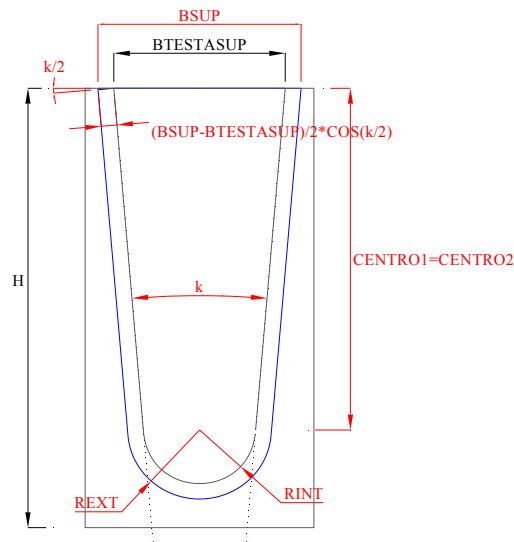


Figura 5.34. Representación gráfica de las variables relacionadas en la ecuación de definición de las coordenadas del punto Centro

RINT: Radio para realizar el trazado del círculo de la espiga sobre la testa de la vigueta.

$$RINT = \frac{\text{NUMERADOR1}}{\text{DENOMINADOR1}} \quad \text{Ec. 5.14}$$

$$\text{NUMERADOR1} = \left(\frac{\text{BTESTASUP}}{2 * \text{TAN}\left(\frac{k}{2}\right)} \right) - (H - \text{TRAZANEG}) \quad \text{Ec. 5.15}$$

$$\text{DENOMINADOR1} = \left(\sqrt{\left(\frac{1}{\text{TAN}\left(\frac{k}{2}\right)} \right)^2 + 1} \right) - 1 \quad \text{Ec. 5.16}$$

BSUP: Anchura de la parte superior de la espiga en la testa de la espiga.

$$\text{BSUP} = \text{BTESTASUP} + P * \text{TAN}(15) * 2 \quad \text{Ec. 5.17}$$

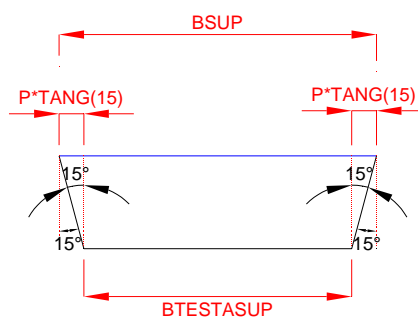


Figura 5.35. Representación gráfica de las variables relacionadas en la ecuación de definición del radio interior de definición de la zona redondeada de la espiga

REXT: Radio para realizar el trazado del círculo de la espiga sobre la testa final de la espiga.

$$\text{REXT} = \text{RINT} + (\text{COS}(k/2) * ((\text{BSUP} - \text{BTESTASUP}) / 2))$$

HFINESPIGA: altura de la sección de la testa final de la espiga.

$$\text{HFINESPIGA} = \text{CENTRO1} + \text{REXT}$$

Generación de la caja en la viga soporte

BTESTASUPMORTAJA: anchura de la parte superior de la caja en contacto con la testa de la vigueta.

$$BTESTASUPMORTAJA = BTESTASUP + 2 * (\text{TAN}(15)) * \text{HOLGURA}$$

$$BSUPMORTAJA = BTESTASUPMORTAJA + (P+SP) * \text{TAN}(15) + 2$$

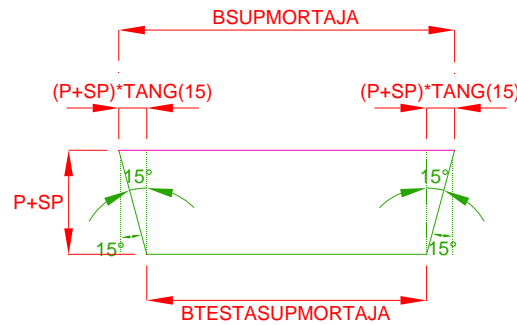


Figura 5.36. Representación gráfica de las variables relacionadas en la ecuación de definición de la caja en la viga central

Deducción del centro del círculo para el trazado redondeado de la caja

De manera análoga a la generación de la geometría de la espiga, se denomina CENTRO3 y CENTRO4 a los centros de los círculos trazados en la viga en el comienzo y en el final de la caja. Se considera $CENTRO3 = CENTRO4$.

$$CENTRO3 = H - \text{TRAZANEG} + \text{CAJA} - \text{RINTMORTAJA} = CENTRO4$$

RINTMORTAJA: Radio para realizar el trazado del círculo de la caja.

$$RINTMORTAJA = \frac{\text{NUMERADOR2}}{\text{DENOMINADO R2}} \quad \text{Ec. 5.18}$$

$$\text{NUMERADOR2} = \left(\frac{BTESTASUPMORTAJA}{2 * \text{TAN}(k/2)} \right) - (H - \text{TRAZANEG} + \text{MORTAJA}) \quad \text{Ec. 5.19}$$

$$\text{DENOMINADO R2} = \left(\sqrt{\left(\frac{1}{\text{TAN}(k/2)} \right)^2 + 1} \right) - 1 \quad \text{Ec. 5.20}$$

REXTMORTAJA: Radio para realizar el trazado del círculo de la caja.

$$\text{REXTMORTAJA} = \text{RINTMORTAJA} + (\text{COS}(k/2) * ((BSUPMORTAJA - BTESTASUPMORTAJA) / 2))$$

HFINESPIGA: altura de la sección de la testa final de la espiga.

$$\text{HFINMORTAJA} = \text{CENTRO4} + \text{REXTMORTAJA}$$

En base a los parámetros descritos se define la geometría de la mitad de la espiga y mediante simetría se genera la espiga completa.

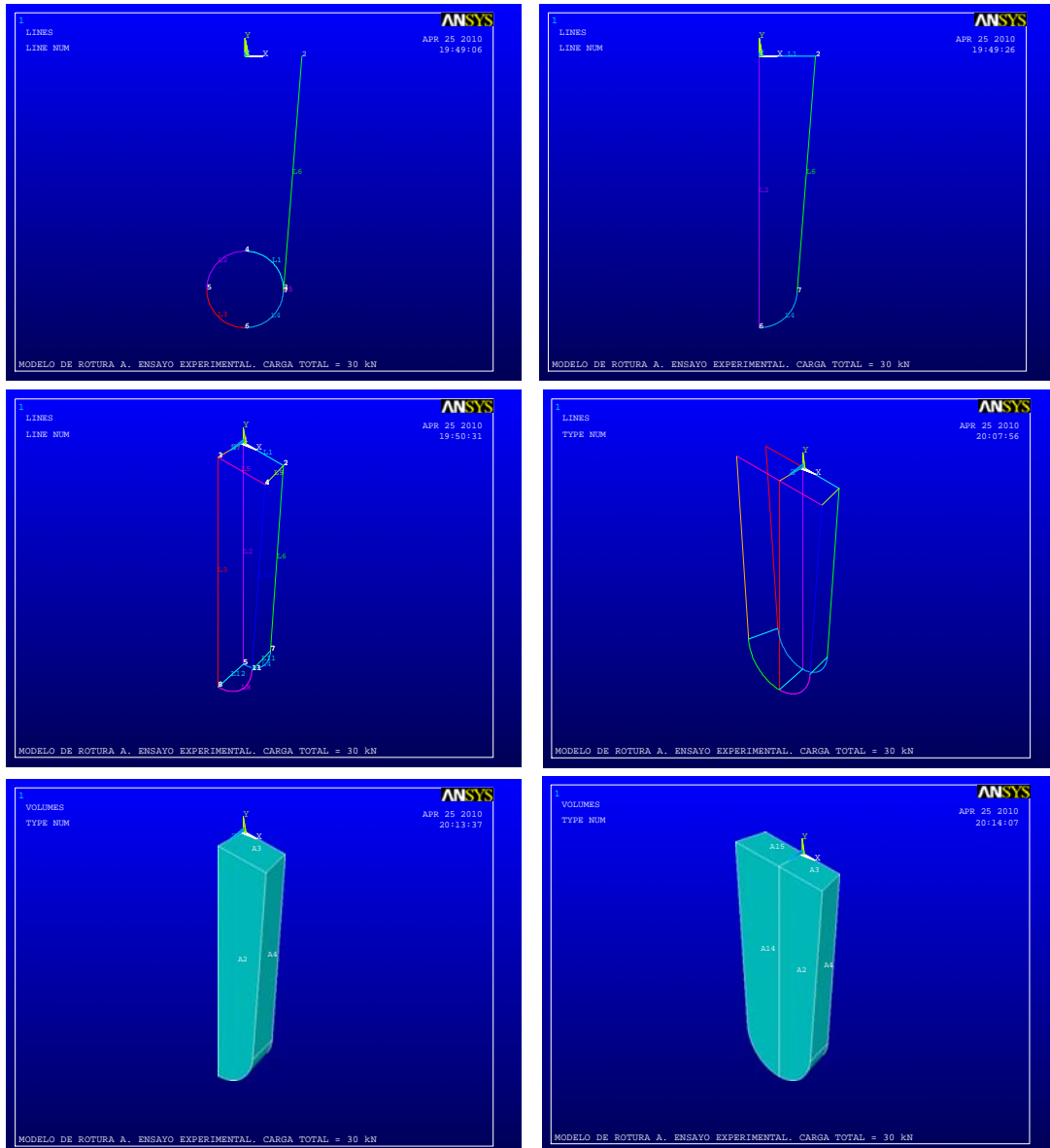


Figura 5.37. Secuencia de generación de la espiga de la unión.

Generación del mallado

Los elementos del modelo para realizar el mallado son los mismos que los empleados en el modelo de validación del ensayo de determinación del módulo de elasticidad, es decir, del tipo denominado SOLID45 para el mallado de los volúmenes. El elemento está definido por un total de 8 nodos con 3 grados de libertad, permitiendo introducir propiedades de materiales ortótropos según el sistema de coordenadas definido para cada elemento.

La decisión sobre el tamaño del elemento es el resultado de la comparación entre la mejora en la precisión que supone emplear tamaño de elementos para la malla más pequeños y el incremento en el tiempo de análisis que esto supone. Se estima un tamaño de 10 mm para los elementos de aquellas partes del modelo donde se requiere una mayor precisión (zonas de encuentro entre espiga

y caja y en los apoyos) y 25 mm en las zonas más homogéneas de la viga y de la vigueta, llegando a calcular en el caso más desfavorable (ensayo tipo C) con más de 77.000 elementos.

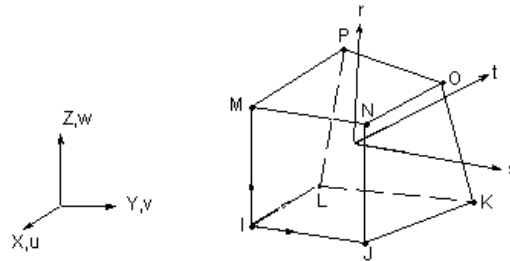


Figura 5.38. Tipo de elemento empleado en el modelo de simulación del ensayo de comportamiento de la unión en cola de milano, SOLID45.

El mallado se genera en el volumen de la espiga ya creado y en el área inicial de la vigueta a partir de la cual, mediante extrusión se generará el resto de la vigueta con el mallado ya realizado, de forma que se consiga mayor homogeneidad y un mejor comportamiento de la malla.

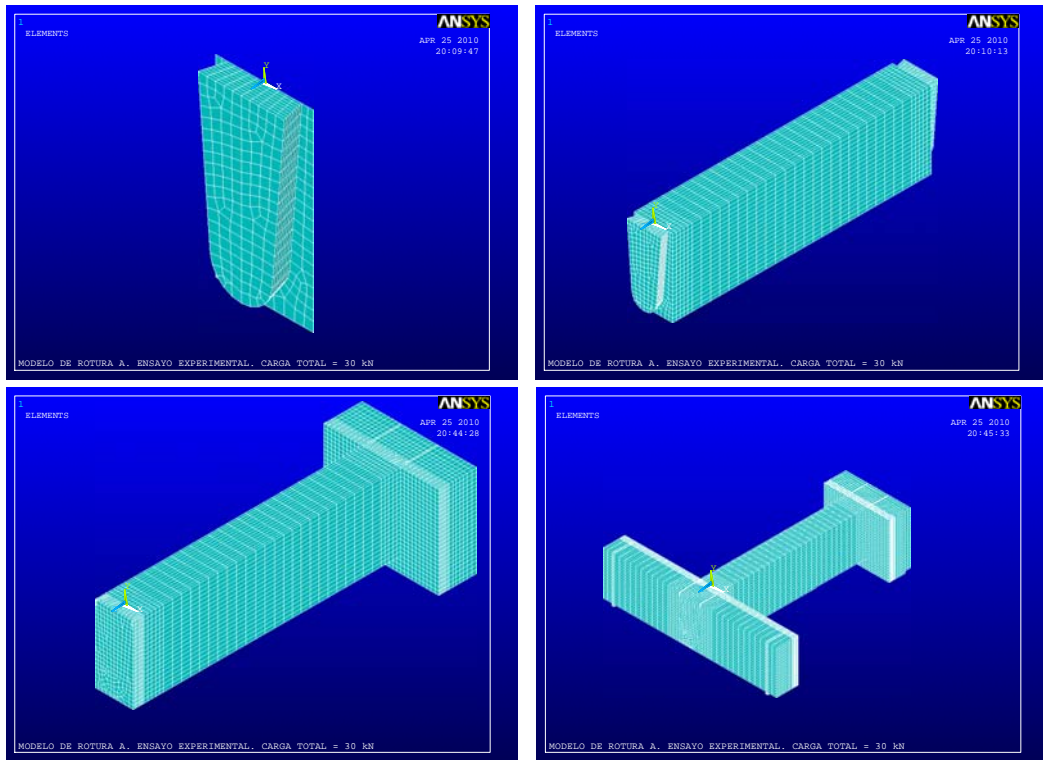


Figura 5.39. Generación del mallado en el modelo de simulación de los ensayos.

Las propiedades del material son asignadas en función de las tres direcciones del espacio definidas según un sistema de coordenadas global que en la madera se relacionan con la dirección de la fibra. Según el diseño del ensayo las tres piezas de madera no coinciden en la orientación de sus fibras por eso es necesario definir un nuevo sistema de coordenadas local para la viga de apoyo central y la vigueta de apoyo lateral.

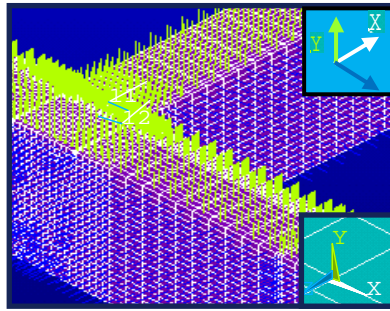


Figura 5.40. Representación del sistema de coordenadas en los elemento. Ampliada la orientación de los ejes en los elementos de la viga soporte.

En la imagen se puede ver como el *eje y* en color verde, sigue la dirección vertical perpendicular a la fibra marcando lo que sería en el caso de las piezas del ensayo la dirección radial, el *eje z* en color azul señala la dirección tangencial y el *eje x* en blanco la dirección longitudinal.

Elementos de contacto

Se introduce un contacto entre superficies flexibles que facilita la convergencia del modelo y se adapta al comportamiento físico del problema planteado. En este caso, el modelo tiene 3 dimensiones y los elementos de contacto deben vincularse a cada una de las dos superficies que están en contacto en el momento inicial y en aquellas superficies en las que se prevea que a causa de posibles desplazamientos producidos durante el ensayo al entrar en carga puedan entrar en contacto.

Para simular el fenómeno del contacto entre dos cuerpos, la superficie de uno de ellos es tomada como superficie CONTACT y la del otro como TARGET. En este caso en el cual los dos cuerpos tienen la misma rigidez, la superficie que tiende a penetrar sobre la otra es la que se corresponde con la superficie CONTACT y la superficie sobre la que penetra es la denominada TARGET.

El elemento de contacto empleado en el modelo es del tipo CONTA174 asociado con el TARGE170. Son elementos de contacto en 3D con 8 nodos aplicables en el análisis superficie-superficie. El par de contacto comparte el mismo paquete de constantes reales. El contacto se hace efectivo cuando los elementos CONTACT, en su desplazamiento, penetran en los elementos TARGET.

La definición de los elementos de contacto exige la definición de un nuevo material al que se le atribuirán las propiedades deseadas.

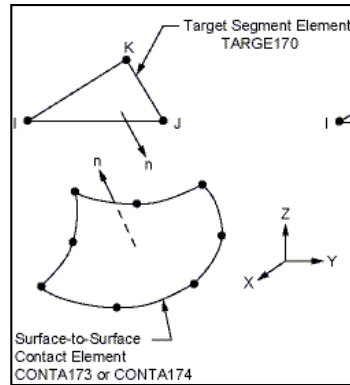


Figura 5.41. Elementos de contacto tomados de la biblioteca de elementos del software ANSYS

En total se generan cuatro pares de contacto, las superficies target y contact de cada par de contacto comparten un mismo paquete de constantes reales. El primero es generado entre las superficies de la espiga (CONTACT) y de su correspondiente caja (TARGET) en el encuentro con la viga principal. El segundo en la unión del otro apoyo de la vigueta. En los dos casos las áreas laterales de las espigas y las cajas están en contacto desde el momento inicial del ensayo y por tanto, en las imágenes se ven solapadas.

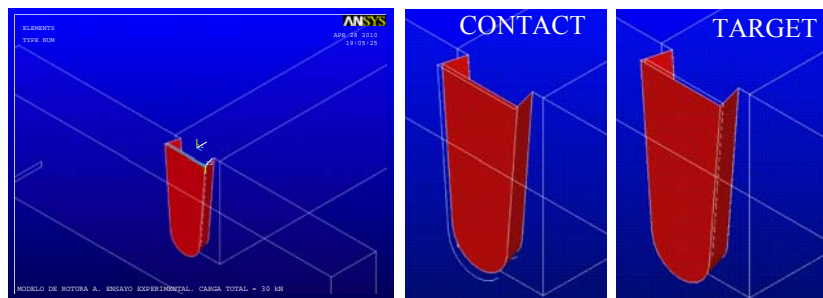


Figura 5.42. Elementos del primer par de contacto generado.

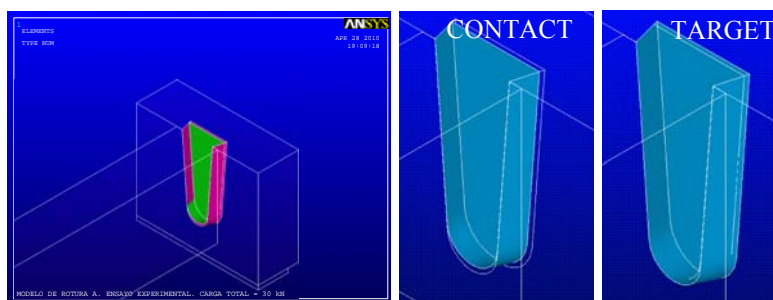


Figura 5.43. Elementos del segundo par de contacto generado.

El tercer y cuarto par son creados en las superficies de contacto entre la testa de la vigueta y la cara de la viga y de la vigueta de apoyo lateral.

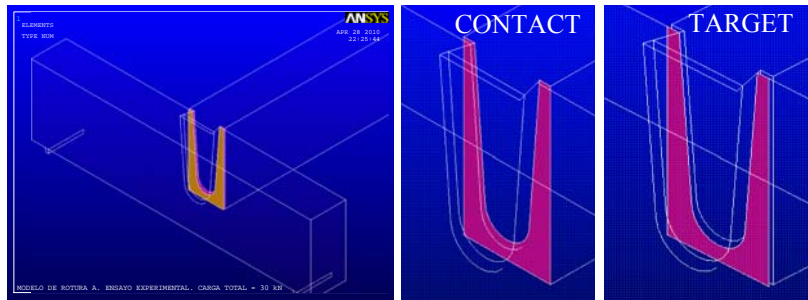


Figura 5.44. Elementos del tercer par de contacto generado

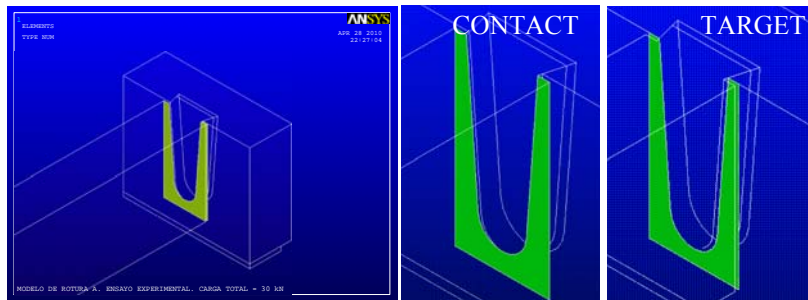


Figura 5.45. Elementos del cuarto par de contacto generado

La mayor parte de las constantes reales toman los valores considerados por defecto. La constante real FKN, rigidez de contacto normal, toma el valor de 0,1.

En cuanto a las “keyoptions” se mantienen los valores por defecto excepto en la “keyoption” 9 para la cual se indica que no se requiere la regulación de la penetración inicial o de los huecos ni una compensación inicial. En la “keyoption” 10 se indica que el valor de la rigidez de contacto se actualice en cada iteración considerando la media de las rigideces de los elementos adyacentes (considerando pares de contacto).

Modo Solución

En esta fase se introducen las cargas y se definen las coacciones, antes de ejecutar el comando que resolverá el cálculo.

El primer paso es seleccionar las áreas que previamente fueron definidas en función de la longitud de la placa utilizada en el ensayo para distribuir la carga, en este caso la superficie es de 10 cm (longitud de la placa) x 10 cm (ancho de la vigueta).

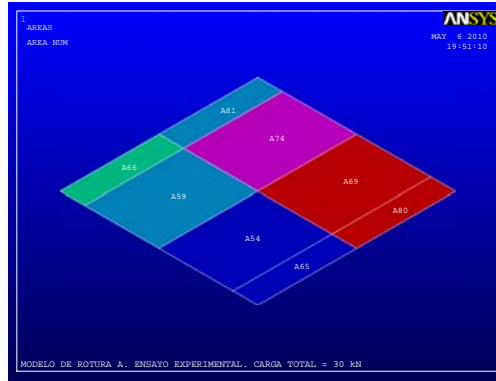


Figura 5.46. Selección de áreas para aplicar las cargas.

En el caso de los ensayos A y B se aplica una carga sobre cada vigueta de de 15 kN que se distribuye superficialmente en las áreas seleccionadas resultando una presión de $1,5 \text{ N/mm}^2$.

En el caso del ensayo C, la carga aplicada sobre cada vigueta es de 10 kN y la presión por tanto es de 1 N/mm^2 .

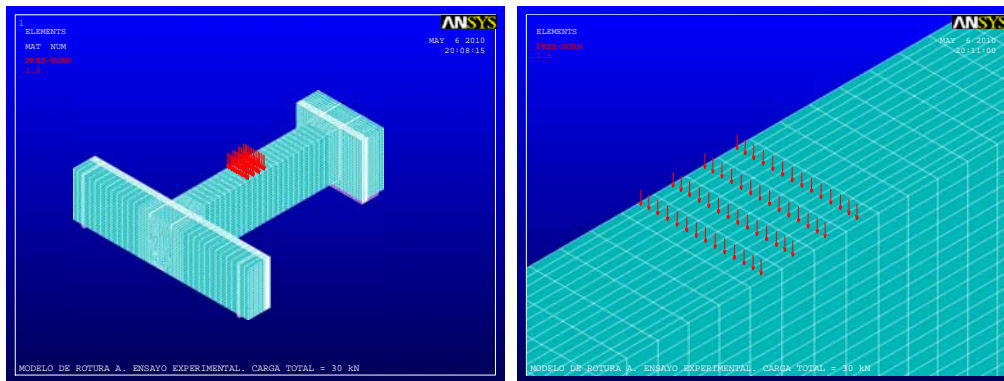


Figura 5.47. Aplicación de cargas.

Se introducen las coacciones en los apoyos de la viga principal, coaccionando el desplazamiento en las direcciones vertical (según *eje y*) y longitudinal (según *eje x*).

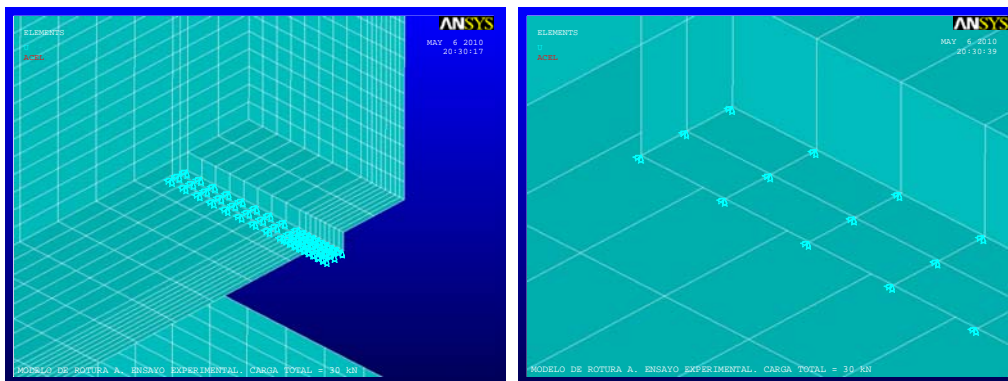


Figura 5.48. Coacción en los apoyos de la viga

Se coacciona el apoyo lateral de la vigueta considerando el eje del apoyo en el punto medio de la espiga de la unión, tal y como se planteó en el ensayo.

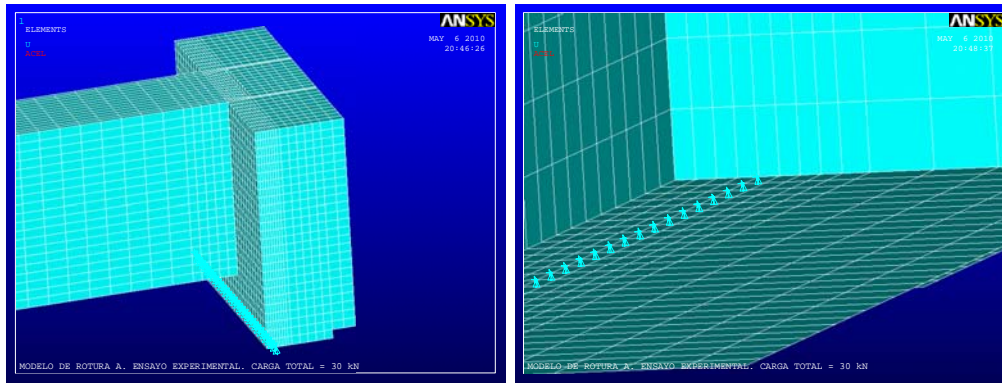


Figura 5.49. Coacción del apoyo lateral de la vigueta.

En el plano de simetría de la viga se coacciona el desplazamiento según el eje longitudinal de la viga y según su eje transversal horizontal (dirección tangencial).

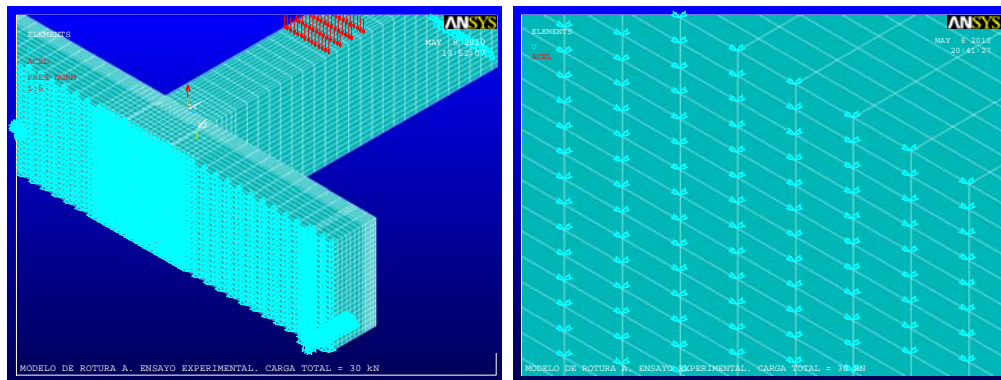


Figura 5.50. Coacción del plano de simetría de la viga principal.

En el caso de los ensayos de la Partida 2, se coaccionó parcialmente el desplazamiento vertical de la viga central del mismo modo que en los ensayos.

En el modo de solución del modelo se definen los parámetros de convergencia para la realización del cálculo. En este caso se plantea el cálculo en dos tiempos, aplicando en el tiempo inicial una pequeña carga (0,5 kN) para provocar la entrada en contacto entre los elementos y un segundo tiempo, en el que se aplica el resto de la carga.

El primer tiempo (time 1) se calcula con un único substep, es decir, se aplica la carga total indicada en un solo paso (step). Mientras que en el segundo tiempo (time 2) se indica a través del comando DELTIM, un porcentaje de carga para el paso de carga inicial, y los intervalos mínimos y máximos permitidos en cada iteración. En este caso establece como primer paso de carga un valor de 0'01, es decir, 0'3 kN, el 1% de la carga total aplicada por el bastidor en los casos A y B. El incremento en los pasos de carga se limita entre 0'01 y 0'1, permitiendo al programa elegir el incremento dentro de ese intervalo en función de las dificultades encontradas en la convergencia.

Se ejecuta el comando de resolución para cada uno de los dos tiempos definidos.

Modo Postproceso

En este bloque se generan los ficheros gráficos y numéricos de la salida de resultados.

Para realizar la validación del modelo comparando los resultados con los obtenidos en los ensayos experimentales, se solicitan los valores de los desplazamientos en el nodo cuya posición coincida en el medio de la cara inferior de la vigueta bajo el punto de aplicación de la carga y bajo un punto lo más próximo posible a la espiga de la vigueta, simulando la posición de los extensómetros colocados durante los ensayos.

Los valores de resultados se obtienen para cada uno de los subpasos en los cuales divide el programa la resolución para conseguir la convergencia según los parámetros marcados en la definición del mismo.

Para obtener los resultados se seleccionan los nodos ubicados en la posición de los extensómetros según localizaciones relativas a las variables geométricas definidas y se solicitan los desplazamientos según el *eje y* (vertical).

Los resultados solicitados se almacenan en un fichero de texto quedando disponibles para su posterior procesado.

5.2.3 Validación del modelo de simulación numérica generado

Una vez finalizada la generación del modelo, se plantea la validación del mismo en base a los resultados de los ensayos experimentales.

La simulación del material en el modelo ha sido definida considerando únicamente el comportamiento lineal elástico de la madera, por este motivo la validación se realizará teniendo en cuenta únicamente criterios de deformación que se recogen en la normativa actual.

El Código Técnico de la Edificación (CTE) establece ciertas limitaciones en cuanto a la rigidez de los elementos individuales de estructuras horizontales de cubierta y forjados, teniendo en cuenta tres criterios: integridad de los elementos constructivos, confort de los usuarios y apariencia de la obra. Las limitaciones son relativas a la luz del elemento que se está comprobando estructuralmente. Como criterio de validación en el presente trabajo se ha considerado la limitación $L/300$.

De esta forma, el criterio de flecha máxima bajo carga para los ensayos A y B con una longitud de la vigueta de 600 mm será de 2 mm y en el caso de los ensayos tipo C con viguetas de 3.300 mm, la flecha máxima admisible será de 11 mm.

En cuanto a deformaciones admisibles en uniones tradicionales, el CTE únicamente cita en el apartado de compresiones localizadas que “la deformación admitida en una unión de empalme a tope y oblicua, para cargas de servicio será de 1 a 1,5 mm”. En trabajos de investigación previos, autores como Tannert (2008) consideran 3 mm como deformación admisible y otros como Werner (2002), recomiendan limitar la deformación admisible a 1’5 mm.

Considerando que el único valor limitante a la deformación en uniones tradicionales citado en el CTE es de 1’5 mm, se establece este valor como criterio de deformación limitante bajo la espiga para la validación del modelo.

5.2.4 Generación de nuevas viguetas para discusión de resultados

Para realizar el análisis sobre el comportamiento de la unión se toma como punto de partida el supuesto práctico de dimensionado de una vigueta de forjado de sección igual a la utilizada en los ensayos experimentales, es decir, 100 x 200 mm y con el valor del módulo de elasticidad longitudinal medio asignado por normativa a una madera clasificada como Gl24h.

Con esta condición y según las exigencias del Código Técnico de la Edificación, se decide una luz máxima igual a 4,2 m capaz de soportar las cargas exigidas con un intereje entre viguetas de 60 cm y para un uso de residencial vivienda, tanto por estado límite de servicio (índice de 0,92 por criterio de apariencia) como por estado límite último (índice de 0,66 a flexión).

La geometría de la unión se mantiene idéntica a la ensayada y contrastada con éxito en el proceso de validación.

Además de esta geometría, y debido a la importancia de la flexión en el comportamiento de la unión, se decidió simular dos nuevas viguetas de 2 y 3 metros de longitud (luces habituales en forjados), adaptando sus dimensiones a los mismos requisitos estructurales y aproximando a secciones estándar con espesores de lámina de 40 mm. La Tabla 5.8 resume las características de los elementos simulados, las cargas consideradas y los índices de cálculo.

Sección (mm)	L (mm)	ρ_m (kg/m ³)	$E_{0,m}$ (N/mm ²)	q_p (kN/m)	q_v (kN/m)	Índice ELU	Índice ELS
100x200	4.200	500	11.600	1,08	1,2	0,66	0,92
90x160	3.000					0,58	0,72
90x120	2.000					0,55	0,54

Tabla 5.8. Características de las viguetas simuladas.

Donde:

- Sección de la vigueta: b (espesor) x h (altura)
- L: Luz de la vigueta (entre ejes de espigas)
- ρ_m : Densidad media considerada.
- $E_{0,m}$: módulo de elasticidad longitudinal correspondiente a una clase resistente GI24h.
- q_p : carga permanente lineal considerando 0,6 m de intereje entre viguetas.
- q_v : carga variable, en este caso sobrecarga de uso de vivienda lineal considerando 0,6 metros de intereje.

A diferencia de los ensayos experimentales y del correspondiente modelo de validación, en este caso la carga se aplica de manera uniforme sobre la vigueta y se coacciona el desplazamiento vertical de la viga soporte en toda su longitud.

El modelo de discusión representa la mitad de la luz de la vigueta que por simetría se comporta como si la simulación fuese completa pero con menor número de elementos y por tanto, mayor agilidad en el cálculo. Las siguientes imágenes muestran el modelo de simulación y su correspondencia con la representación gráfica de una estructura de forjado.

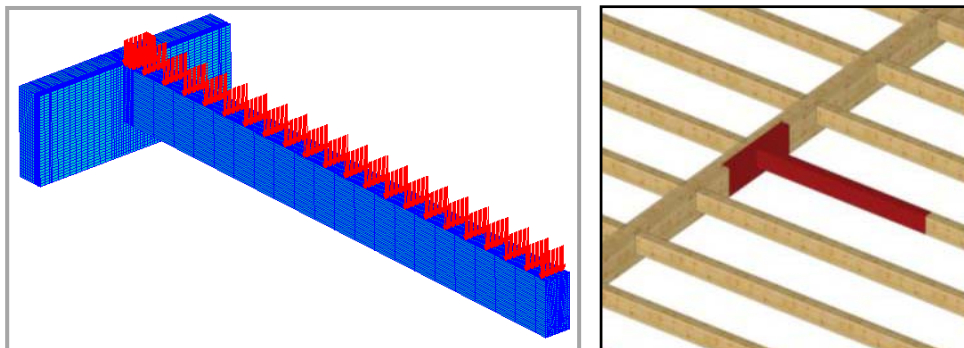


Figura 5.51. Simulación numérica de vigueta de forjado.

La geometría de la unión en la vigueta de 4,2 metros es igual que la ensayada experimentalmente con una altura de espiga de 0,9H (180 mm), quedando 20 mm al borde inferior de la vigueta y un ángulo entre flancos de 9,5°. En el caso de la vigueta de 3 metros se mantienen los mismos parámetros de altura relativa de espiga (0,9H = 144 mm) con 16 mm al borde de la sección y el mismo ángulo entre flancos. Mientras que en el caso de la vigueta de 2 metros, el ángulo entre flancos se mantiene y la altura de la espiga considerada es de 0,8H (96 mm) con 24 mm al borde inferior del elemento.

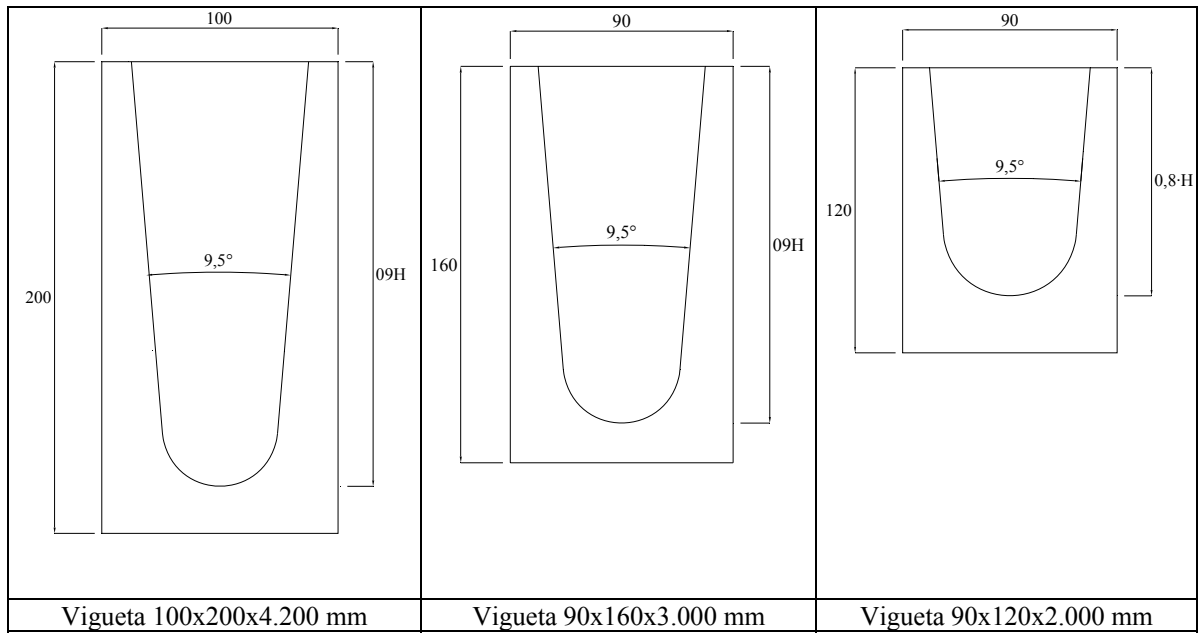


Figura 5.52. Secciones de viguetas analizadas con la geometría de la espiga sobre la testa.

El tamaño del elemento se reduce a 6 mm en la espiga y la caja para mejorar la precisión en el análisis del estado tensional.

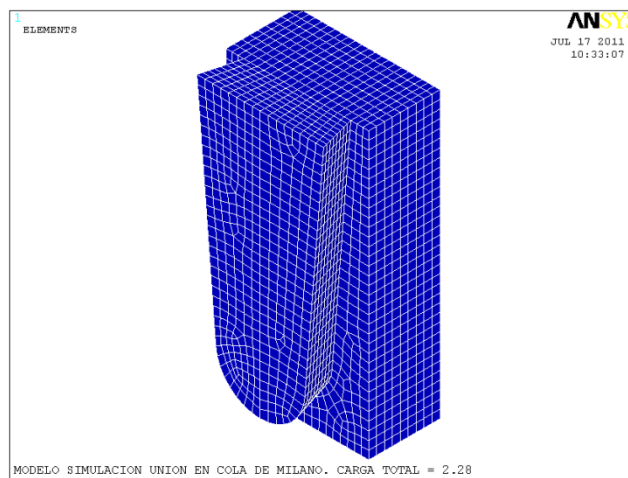


Figura 5.53. Reducción del tamaño del elemento en la zona de la espiga

5.2.5 Generación de nuevas geometrías para discusión de resultados

Se simulan nuevas geometrías de la unión en cada una de las viguetas, modificando las variables altura de espiga y ángulo entre flancos.

Los valores de los ángulos a discutir parten de un valor mínimo de 7° y toman un valor máximo de 27,5°. En el modelo, el ángulo queda definido por la introducción del valor denominado BTESTAINF, valor que define el lado menor del polígono en el que se inscribe la parte curva de la espiga. Se ha fijado como mínimo un valor de 25 mm para la variable BTESTAINF y por ello, los valores de los ángulos discutidos varían en función de la altura de la espiga.

En la Tabla 5.9 se resumen los casos de combinaciones entre altura de espiga y ángulo entre flancos considerados para las dimensiones de tres viguetas. En la primera columna se indican las dimensiones de las viguetas, en la segunda la altura de la espiga, en la tercera la relación entre la altura de la espiga y la altura de las viguetas simuladas y por último, los ángulos simulados para cada una de las alturas de espiga en cada una de las viguetas. En total se analizan 83 casos.

Dimensiones vigueta (mm)	Altura de espiga	Altura espiga/Altura vigueta	Ángulos entre flancos k discutidos
100x200x4.200	180	0,9	7, 9'5, 12'5, 15
	160	0,8	7, 9'5, 12'5, 15, 17'5
	140	0,7	7, 9'5, 12'5, 15, 17'5, 20
	120	0,6	9'5, 12'5, 15, 17'5, 20, 22'5
	100	0,5	9'5, 12'5, 15, 17'5, 20, 22'5, 25, 27'5
90x160x3.000	144	0,9	7, 9'5, 12'5, 15
	128	0,8	7, 9'5, 12'5, 15, 17'5
	112	0,7	7, 9'5, 12'5, 15, 17'5, 20
	96	0,6	7, 9'5, 12'5, 15, 17'5, 20, 22'5, 25
	80	0,5	7, 9'5, 12'5, 15, 17'5, 20, 22'5, 25
90x120x2.000	96	0,8	7, 9'5, 12'5, 15, 17'5, 20, 22'5
	84	0,7	7, 9'5, 12'5, 15, 17'5, 20, 22'5, 25
	72	0,6	7, 9'5, 12'5, 15, 17'5, 20, 22'5, 25

Tabla 5.9. Valores de altura de espiga y ángulos discutidos para cada vigueta.

Como ejemplo, en la Figura 5.54 se representan gráficamente las geometrías discutidas para la viga de 100x200x4.200 mm, indicando el ángulo entre flancos, el valor de la variable BTESTAINF y la relación entre la altura de la espiga y la altura de la sección de la vigueta.

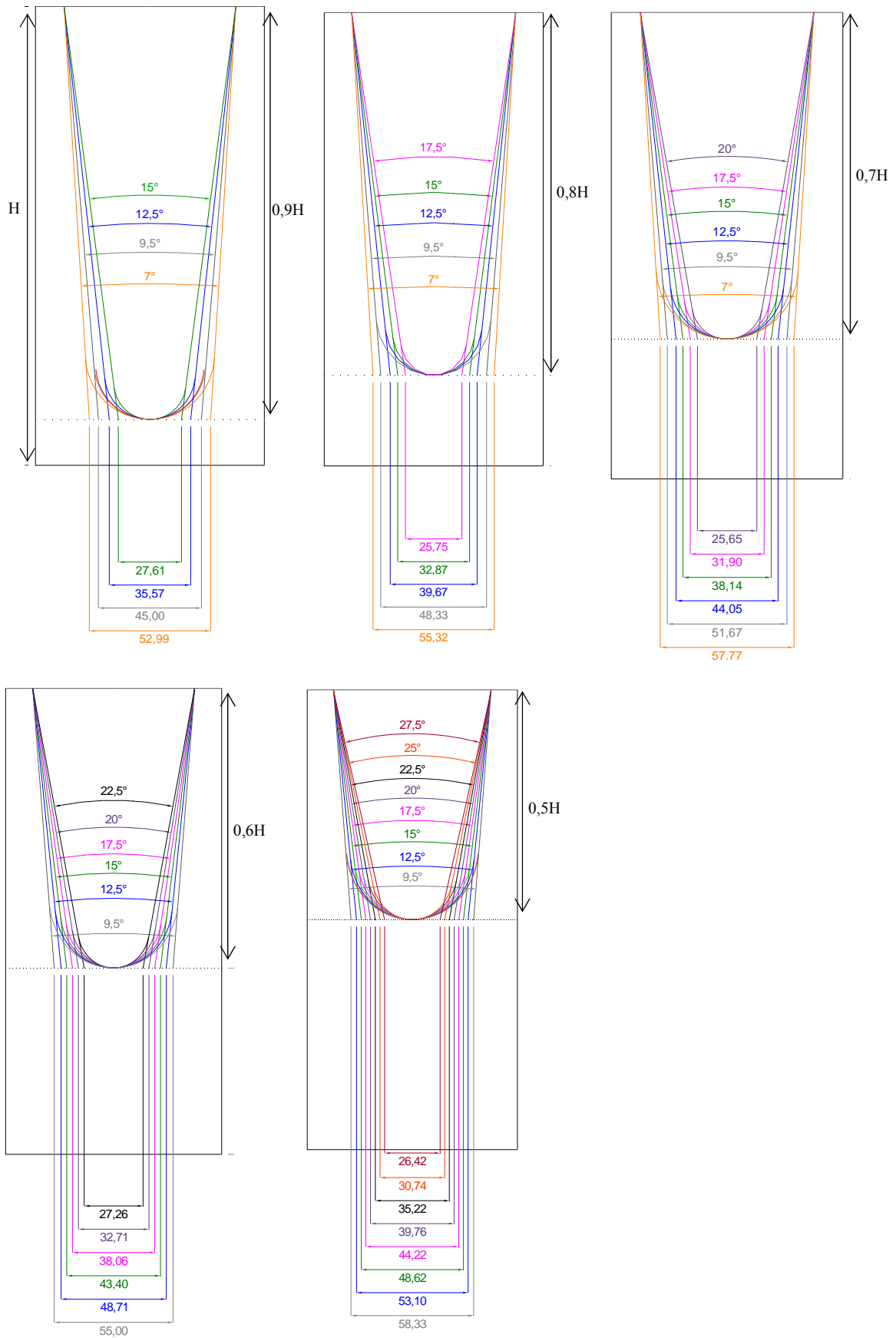


Figura 5.54. Secuencia de imágenes representativas de las geometrías discutidas.

5.2.6. Introducción de las propiedades de resistencia del material y aplicación del criterio de rotura de Tsai Wu

La evaluación y comparación de la capacidad resistente de la unión según la geometría de la espiga se realiza introduciendo el criterio de rotura de Tsai Wu (1971), tomando como valor del factor de interacción el valor de 0,04, siguiendo las recomendaciones propuestas por Eberhardsteiner (2002).

Los valores de resistencia considerados en el criterio para las distintas propiedades se corresponden con los resultados de los ensayos realizados por Müllner *et al.* (2004) en madera de abeto para emplear en la simulación matemática del comportamiento del material y son los indicados en la Tabla 5.10.

Resistencia a tracción \\ a la fibra	Resistencia a compresión \\ a la fibra	Resistencia a tracción perp. a la fibra	Resistencia a compresión perp. la fibra	Resistencia a cortante
49 N/mm ²	37 N/mm ²	3,4 N/mm ²	4 N/mm ²	6,5 N/mm ²

Tabla 5.10. Valores de resistencia para la madera de abeto según Müllner *et al* (2004)

Según la nomenclatura empleada por ANSYS el índice de rotura según Tsai Wu (1971) se obtiene aplicando la siguiente expresión:

$$A = \frac{\sigma_x^2}{f_{xt} \cdot f_{xc}} - \frac{\sigma_y^2}{f_{yt} \cdot f_{yc}} - \frac{\sigma_z^2}{f_{zt} \cdot f_{zc}} + \frac{\sigma_{xy}^2}{f_{xy}^2} + \frac{\sigma_{yz}^2}{f_{yz}^2} + \frac{\sigma_{xz}^2}{f_{xz}^2} + \frac{C_{xy} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}{\sqrt{f_{xt} \cdot f_{xc} \cdot f_{yt} \cdot f_{yc}}} + \frac{C_{yz} \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z}{\sqrt{f_{yt} \cdot f_{yc} \cdot f_{zt} \cdot f_{zc}}} + \frac{C_{xz} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_z}{\sqrt{f_{xt} \cdot f_{xc} \cdot f_{zt} \cdot f_{zc}}} \quad \text{Ec. 5.21}$$

$$B = \left(\frac{1}{f_{xt}} + \frac{1}{f_{xc}} \right) \cdot \sigma_x + \left(\frac{1}{f_{yt}} + \frac{1}{f_{yc}} \right) \cdot \sigma_y + \left(\frac{1}{f_{zt}} + \frac{1}{f_{zc}} \right) \cdot \sigma_z \quad \text{Ec. 5.22}$$

$$I = \frac{1}{\frac{-B}{2A} + \sqrt{\left(\frac{B}{2A} \right)^2 + \frac{1}{A}}} \quad \text{Ec. 5.23}$$

Donde:

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ son tensiones según *eje x, eje y y eje z* respectivamente. Siendo los *ejes y y z* perpendiculares a la fibra y el *eje x* paralelo a la fibra.

$\sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz}$ son tensiones tangenciales según los tres planos.

C_{xy}, C_{yz}, C_{xz} son los factores de interacción considerados en todos los casos con un valor de 0,04.

f_{xt}, f_{yt}, f_{zt} son valores de resistencia a la tracción según los tres *ejes x, y y z* respectivamente.

f_{xc}, f_{yc}, f_{zc} son valores de resistencia a la compresión según los tres *ejes x, y y z* respectivamente.

f_{xy}, f_{yz}, f_{xz} son los valores de resistencia al esfuerzo cortante en los tres planos.

Tal y como se comprueba en las ecuaciones 5.21 y 5.22, el criterio de Tsai Wu (1971) considera la influencia de todas las tensiones, tanto de tracción como de compresión y cortante.

El análisis realizado por el programa evalúa la combinación de tensiones en los nodos que resulta más desfavorable en función del criterio impuesto, de modo que los valores superiores a uno indican el nodo en los que se produce el fallo detectado mediante la simulación numérica.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se incluyen, en primer lugar, los resultados experimentales obtenidos en los ensayos de determinación del módulo de elasticidad longitudinal a flexión realizados sobre un total de 6 viguetas del Lote 1 y 10 viguetas del Lote 2 y que serán la base de las propiedades del material simuladas por el modelo matemático.

El siguiente apartado muestra los resultados del ensayo de determinación del coeficiente de rozamiento realizado sobre 10 muestras.

Para finalizar con la parte experimental se recogen los resultados de los ensayos de evaluación del comportamiento de la unión, tanto en cuanto a desplazamientos de la espiga y a la flecha de la vigueta bajo el punto de aplicación de la carga, como en cuanto al modo de rotura en cada uno de los ensayos.

Posteriormente se realiza la validación del modelo de simulación numérica creado para comprobar que los desplazamientos obtenidos introduciendo los valores del módulo de elasticidad se corresponden con la realidad de los ensayos, asegurando una correcta simulación de la flexión del elemento.

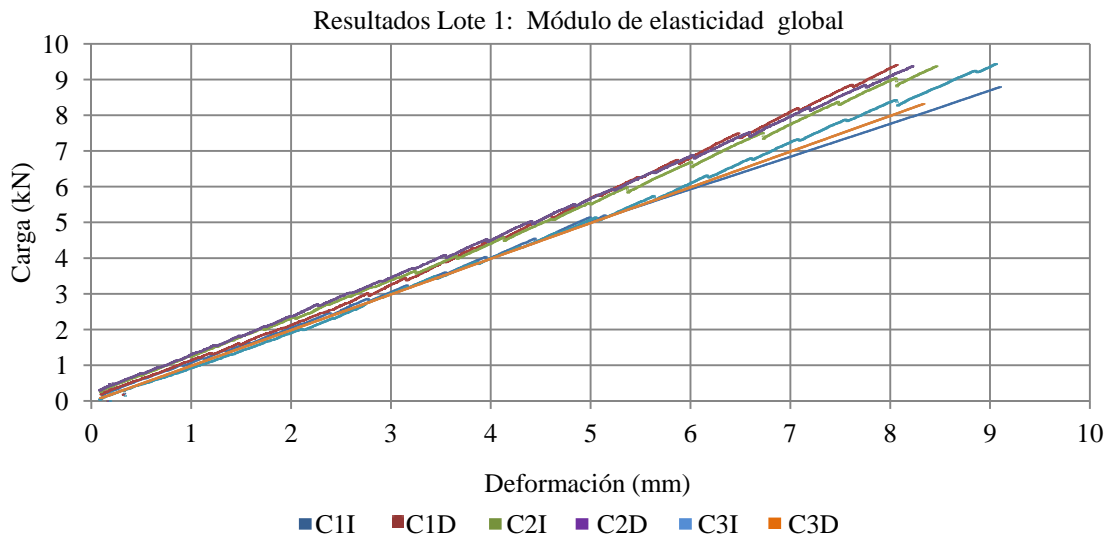
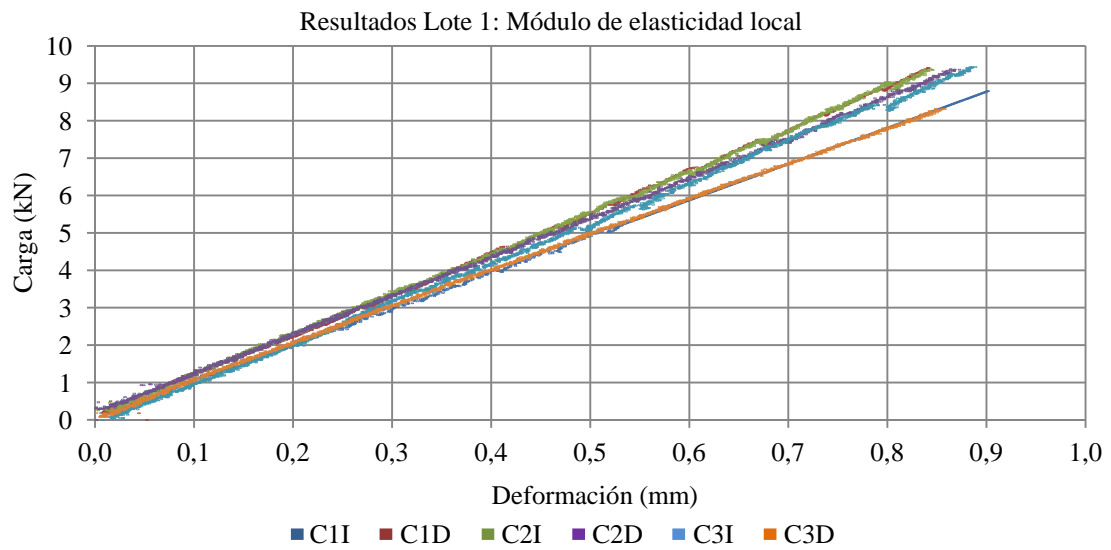
Se discute la influencia de parámetros geométricos de la unión como el ángulo entre flancos y altura de la espiga y se analiza el efecto del apoyo en cola de milano sobre el giro y en la flecha máxima de la vigueta, factor limitante habitualmente en el dimensionado de los elementos de madera sometidos a flexión.

6.1 RESULTADOS EXPERIMENTALES

6.1.1 Resultados experimentales de determinación del módulo de elasticidad según la norma UNE-EN 408

Los resultados experimentales corresponden a los dos lotes de madera a partir de los cuales fueron obtenidas las muestras a ensayar. En primer lugar se muestran las gráficas de los valores de deformación frente a la carga aplicada para la determinación de los módulos de elasticidad local y global a flexión. Los valores obtenidos conforme a las indicaciones de la norma UNE EN 408 son los representados en la tabla 6.1 para el Lote 1 y 6.2 para el Lote 2.

LOTE 1

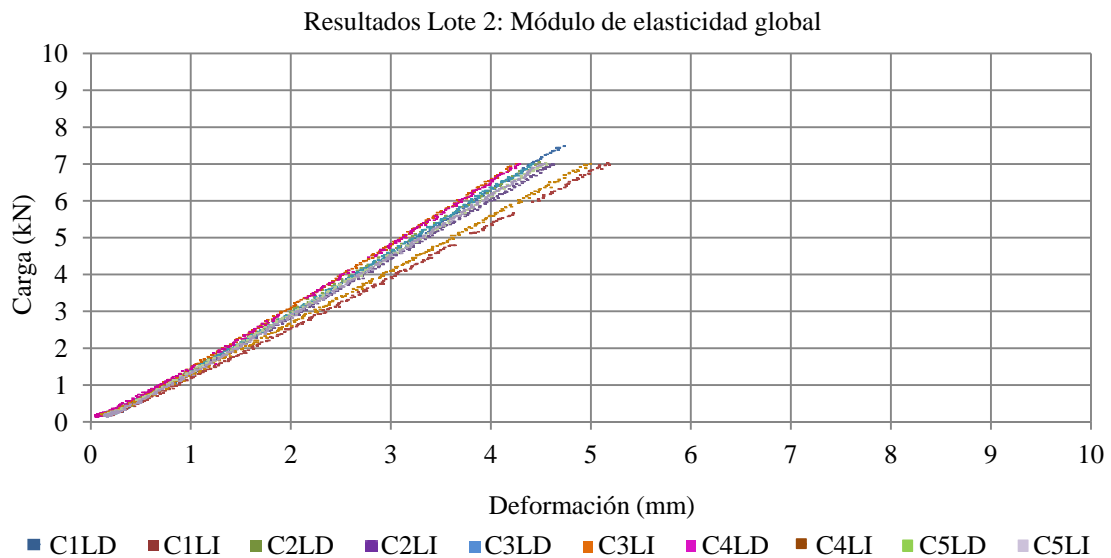
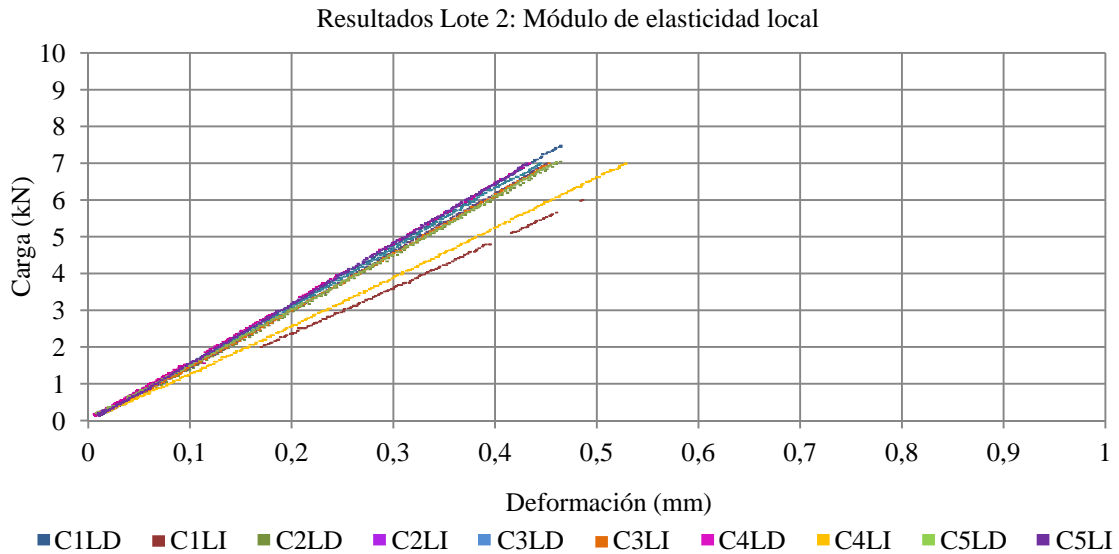


Figuras 6.1 y 6.2. Gráfica de valores de carga frente a deformación en probetas del Lote 1.

LOTE	PROBETA	Humedad (%)	$E_{m,l}$ (N/mm ²)	$E_{m,g}$ (N/mm ²)
Lote 1	C1I	13,2	9.069	8.733
Lote 1	C1D	12,6	10.294	7.037
Lote 1	C2I	13,7	10.245	7.844
Lote 1	C2D	14,2	9.848	7.474
Lote 1	C3I	12,3	10.088	7.852
Lote 1	C3D	13,0	10.117	7.373
Lote 1	MEDIA	13,2	9.944	7.719

Tabla 6.1. Resultados de los ensayos de determinación de módulos de elasticidad local y global a flexión para el Lote 1.

LOTE 2



Figuras 6.3 y 6.4. Gráfica de valores de carga frente a deformación en probetas del Lote 2.

LOTE	PROBETA	Humedad (%)	Em,l (N/mm ²)	Em,g (N/mm ²)
Lote 2	C1LI	12,8	14.308	12.461
Lote 2	C1LD	12,5	11.257	10.499
Lote 2	C2LI	13,7	13.596	11.995
Lote 2	C2LD	12,7	13.876	11.452
Lote 2	C3LI	13,8	14.125	12.020
Lote 2	C3LD	12,9	13.698	12.840
Lote 2	C4LI	12,8	14.287	12.585
Lote 2	C4LD	12,7	11.733	10.791
Lote 2	C5LI	15,5	13.508	11.963
Lote 2	C5LD	13,3	14.474	12.130
Lote 2	MEDIA	12,8	13.486	11.874

Tabla 6.2. Resultados de los ensayos de determinación de módulos de elasticidad local y global a flexión para el Lote 2.

6.1.2 Resultados experimentales del ensayo de determinación del coeficiente de rozamiento

La Figura 6.5 muestra los resultados de los ensayos de determinación del coeficiente de rozamiento para una muestra de 10 unidades compuesta cada una de ellas por dos probetas extraídas de las zonas de la caja y espiga de la unión mecanizada, siguiendo el mismo procedimiento que en la fabricación de las muestras del ensayo general.

Se muestran los valores obtenidos hasta alcanzar un recorrido de 40 mm, tramo según el cual se han obtenido los valores medios que se emplearán en el modelo de simulación.

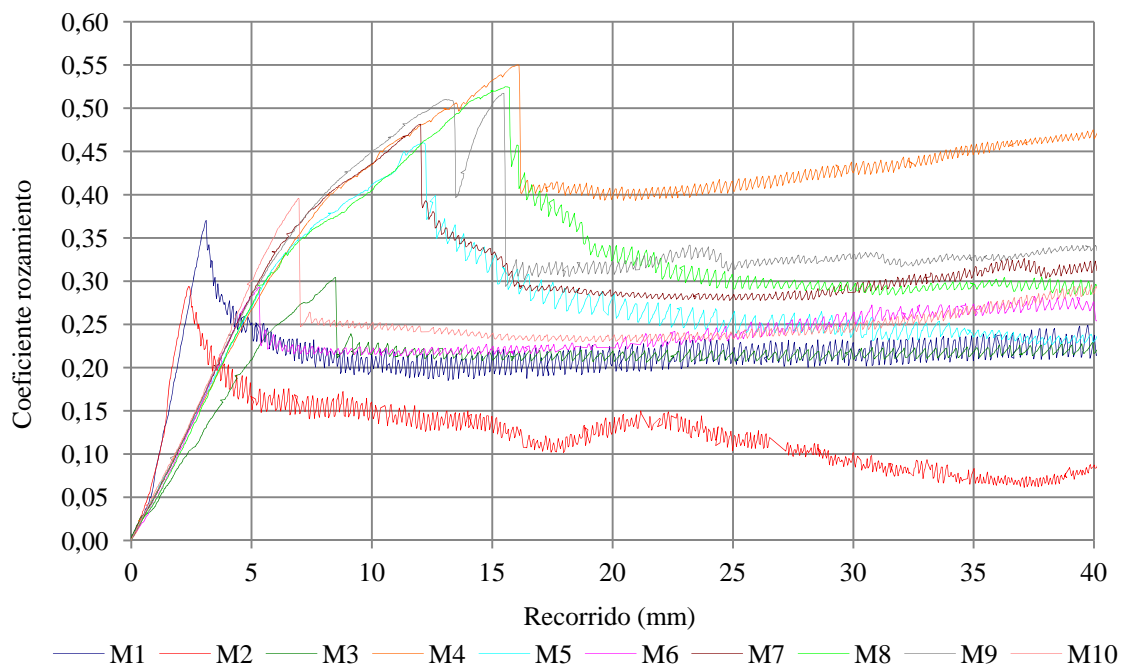


Figura 6.5. Representación gráfica de los valores de recorrido frente al coeficiente de rozamiento.

Los valores obtenidos para cada muestra se recogen en la Tabla 6.3 donde el coeficiente de rozamiento estático es el valor máximo alcanzado como resultado de la relación entre la fuerza aplicada y la fuerza normal. El coeficiente de rozamiento dinámico se calcula como el valor medio desde el momento en el que se supera el valor del coeficiente estático y comienza el deslizamiento hasta que se alcanza el valor de 40 mm. La humedad media de las probetas en el momento del ensayo es del 10 %.

Muestra	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Media	CV (%)
$\mu_{\text{estático}}$	0,37	0,29	0,30	0,55	0,46	0,29	0,48	0,53	0,52	0,40	0,42	15
$\mu_{\text{dinámico}}$	0,22	0,11	0,22	0,44	0,25	0,24	0,33	0,29	0,37	0,26	0,27	6

Tabla 6.3. Resultados de valores de coeficientes de rozamiento obtenido en los ensayos.

El valor medio del coeficiente de rozamiento estático es de 0,42 con un coeficiente de variación del 15% y el valor del coeficiente de rozamiento dinámico es de 0,27 con un coeficiente de variación del 6%.

Ambos valores están en concordancia con los valores citados en bibliografía. En el caso de rozamiento dinámico los valores más habituales son los incluidos en el rango comprendido entre 0,1 y 0,4 (Serway *et al* 2007). Como valores de coeficiente de rozamiento estático el Wood Hand Book (Simpson *et al* 1999) cita valores para madera de coníferas de 0,5 en el caso de que la humedad sea baja, 0,7 para humedades medias y 0,9 para maderas con humedades próximas al punto de saturación de la fibra.

Otros grupos de investigación que trabajan con uniones en cola de milano con madera, toman valores de coeficiente de rozamiento de 0,3 y se discuten rangos de valores entre 0,1 y 0,5. (Tannert, 2008; Bobacz, 2002).

6.1.3 Resultados experimentales de ensayos de desplazamientos en la cola de milano

Los resultados de los ensayos de evaluación del comportamiento de la unión en cola de milano se muestran diferenciados para cada uno de los dos lotes de madera, debido fundamentalmente a la variación del valor medio del módulo de elasticidad del material de partida.

Se muestran los resultados de carga frente a desplazamiento para cada uno de los dos lotes ensayados bajo el punto de aplicación de la carga y bajo la espiga y para los tres tipos de ensayos planteados. Se ensayaron 5 muestras de cada uno de los ensayos en los dos lotes, realizándose un total de 30 ensayos sobre 60 viguetas. Debido a errores producidos durante el desarrollo de los ensayos 3 de ellos fueron desechados, analizándose finalmente los resultados de 27 ensayos y 54 viguetas.

Los desplazamientos medidos bajo la espiga se representan gráficamente frente al valor de la carga que llega a la espiga, obtenido en función de la distancia del punto de aplicación de la carga a cada uno de los apoyos. Gráficamente se muestran los valores obtenidos para la carga máxima aplicada que varía en función del tipo de ensayo. En la Tabla 6.4 se indica la carga máxima aplicada en cada ensayo y el valor de carga que llega a la espiga.

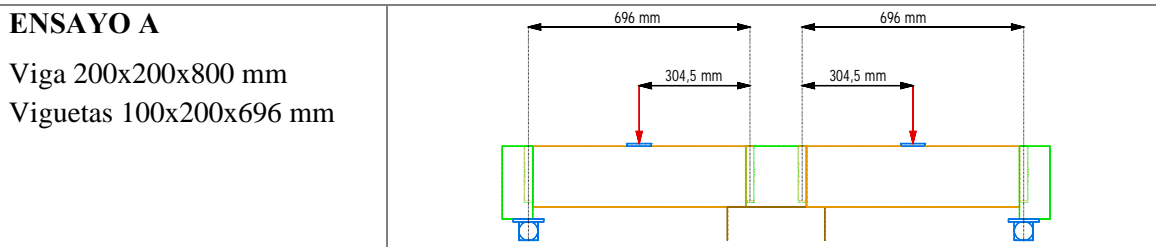
	Carga aplicada sobre vigueta (kN)	Carga que llega la espiga. (kN)
Ensayo A	15	8,45
Ensayo B	15	8,45
Ensayo C	10	6,7

Tabla 6.4. Valores de carga según tipo de ensayo

Para cada lote, tipo de ensayo y punto de toma de datos se muestra:

- Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento
- Tabla con los valores de desplazamiento para la carga máxima señalando en color azul el valor mínimo de la muestra y en rojo el valor máximo.
- Observaciones sobre los resultados.

LOTE 1



A.1 RESULTADOS ESPIGA

LOTE 1. Ensayo A Bajo espiga

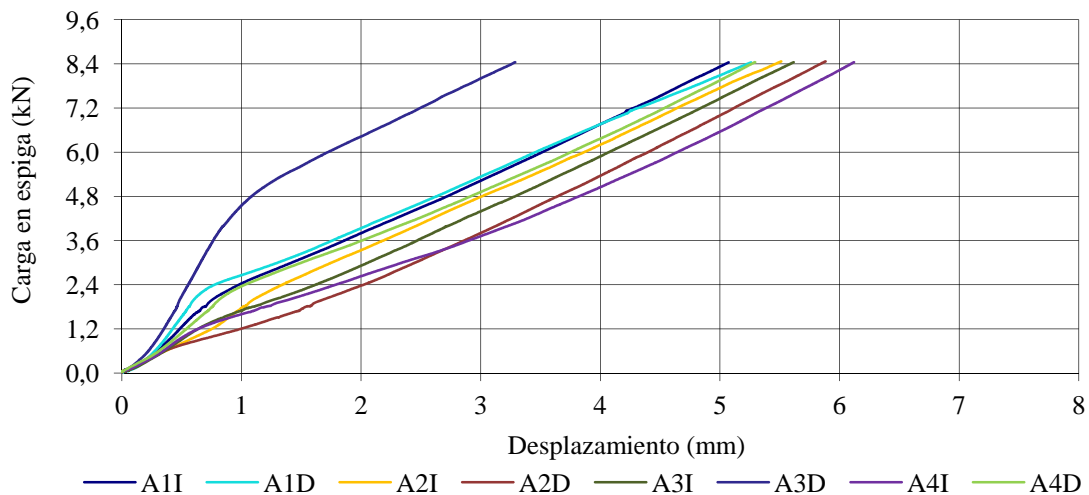


Figura 6.6. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento bajo la espiga en el Ensayo A del Lote 1.

Probeta	A1D	A1I	A2D	A2I	A3D	A3I	A4D	A4I	MEDIA
Desplazamiento (mm)	5,3	5,1	5,9	5,5	3,2	5,6	5,3	6,1	5,3

Tabla.6.5. Desplazamiento de la espiga en Lote 1 y Ensayo A.

OBSERVACIONES

En 6 de los 8 casos, se observa un cambio de pendiente a partir de un punto de inflexión cuyas coordenadas se recogen de manera aproximada en la Tabla 6.6, de modo que la pendiente media a partir de ese punto desciende hasta un valor de 5,1 (con un coeficiente de variación del 8%).

Probeta	A1D	A1I	A3D	A3I	A4D	A4I	MEDIA
Desplazamiento (mm)	0,7	0,8	1	0,6	1	0,6	0,8
Carga en espiga (kN)	1,9	2,5	4,6	1,1	2,3	1,2	2,3

Tabla.6.6. Valores de carga y desplazamiento de la espiga en el punto de inflexión en las gráficas del Lote 1 y Ensayo A.

A.2. RESULTADOS BAJO CARGA

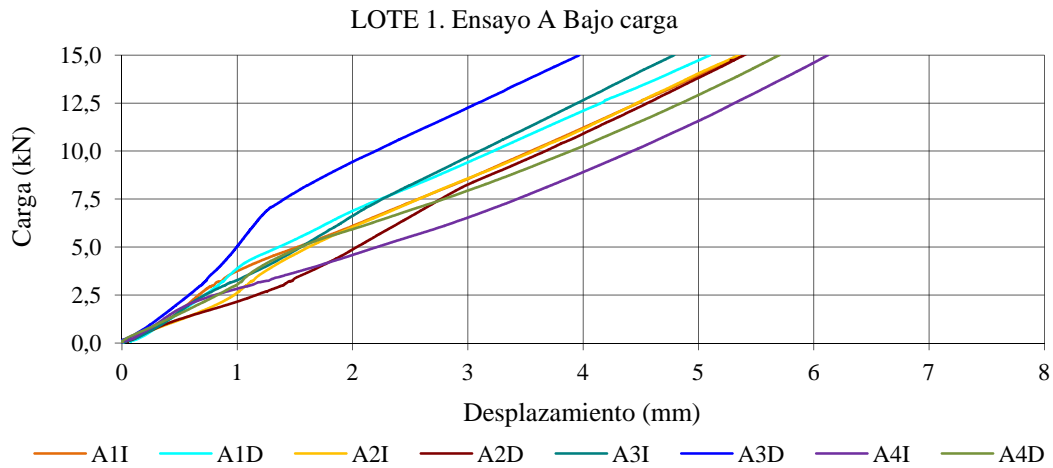


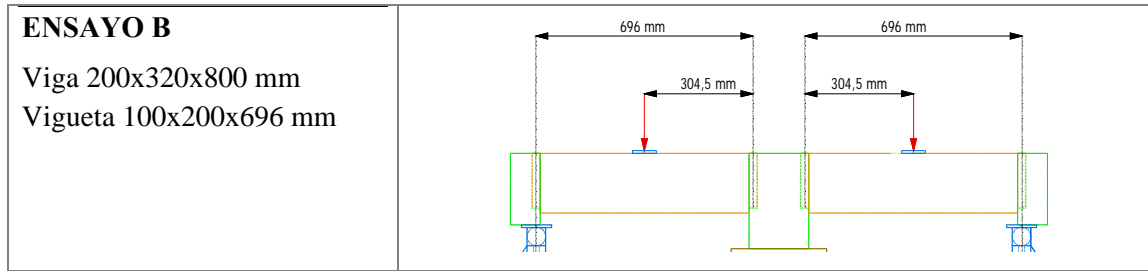
Figura 6.7. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento en el punto de aplicación de la carga en el Ensayo A del Lote 1

Probeta	A1D	A1I	A2D	A2I	A3D	A3I	A4D	A4I	MEDIA
Desplazamiento (mm)	5,1	5,4	5,4	5,4	4	4,8	5,7	6,1	5,2

Tabla.6.7. Desplazamiento bajo el punto de aplicación de carga en Lote 1 y Ensayo A.

OBSERVACIONES

La gráficas muestran una tendencia prácticamente lineal constante excepto en la probeta A3D donde se observa un cambio de pendiente en la tendencia a partir del punto correspondiente a una carga de 7 kN y un desplazamiento de 1,3 mm.



B.1 RESULTADOS BAJO ESPIGA

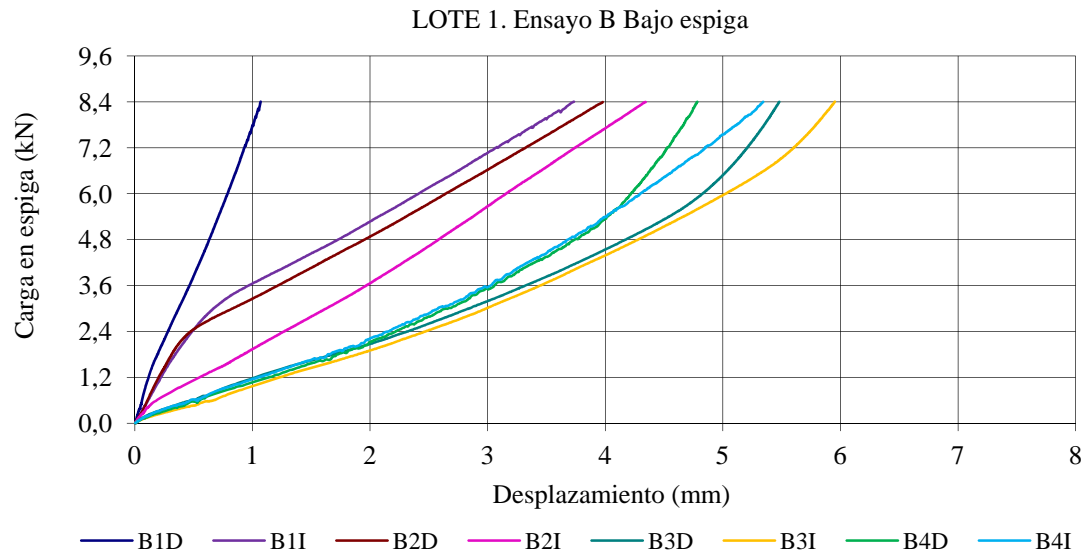


Figura 6.8. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento bajo la espiga en el Ensayo B del Lote 1.

Probeta	B1D	B1I	B2D	B2I	B3D	B3I	B4D	B4I	MEDIA
Desplazamiento (mm)	1,1	3,7	4	4,4	5,5	6	4,8	5,4	4,4

Tabla.6.8. Desplazamiento de la espiga para la carga indicada en Lote 1 y Ensayo B.

OBSERVACIONES

En este caso se observa gran variabilidad en el comportamiento de las probetas ensayadas, sobre todo en el tramo inicial. Por un lado las probetas de los ensayos B3 y B4 muestran un comportamiento similar entre sí, comenzando con una tendencia prácticamente lineal y poco rígida hasta alcanzar un valor de carga en espiga aproximado de 6 kN a partir del cual el comportamiento se rigidiza. Por otro lado, las probetas B1I y B2D muestran un comportamiento opuesto con un pequeño tramo inicial con mayor rigidez y a partir de 2,4 kN la rigidez se reduce aproximándose al comportamiento inicial de las probetas de los ensayos B3 y B4. Y por último, las probetas B1D y B2I mantienen un comportamiento lineal con una rigidez prácticamente constante durante todo el ensayo.

B.2 RESULTADOS BAJO CARGA

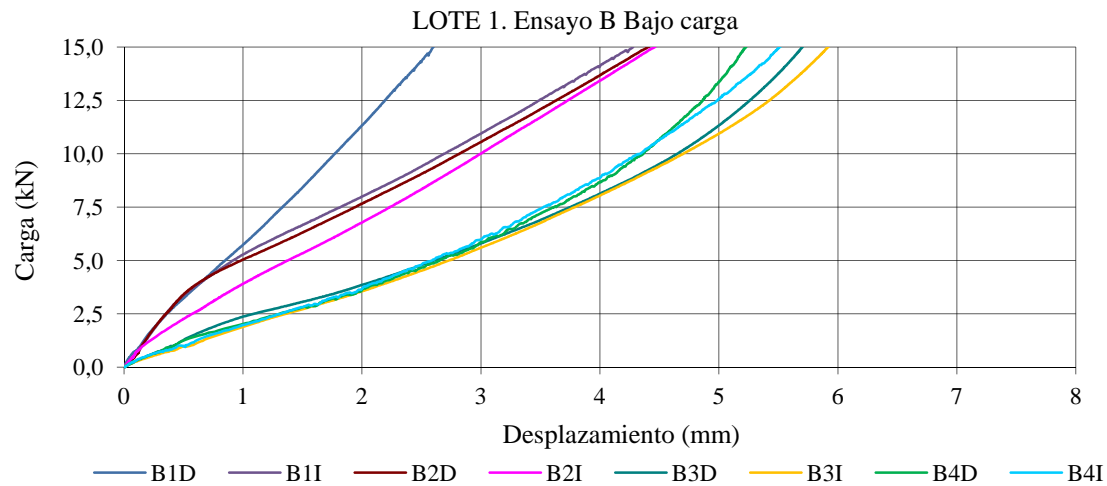


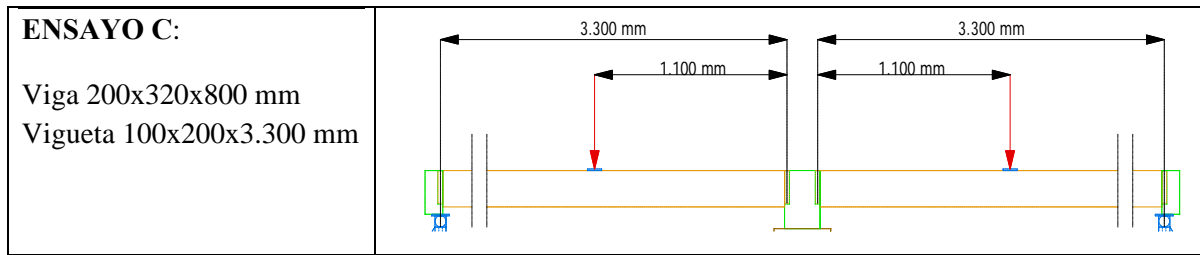
Figura 6.9. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento en el punto de aplicación de la carga en el Ensayo B del Lote 1.

Probeta	B1D	B1I	B2D	B2I	B3D	B3I	B4D	B4I	MEDIA
Desplazamiento (mm)	2,6	4,3	4,4	4,5	5,7	5,9	5,2	5,5	4,8

Tabla.6.9. Desplazamiento bajo el punto de aplicación de carga en Lote 1 y Ensayo B.

OBSERVACIONES

La gráfica sigue una tendencia paralela a la comentada para el caso de desplazamiento bajo espiga.



C.1. RESULTADOS BAJO ESPIGA

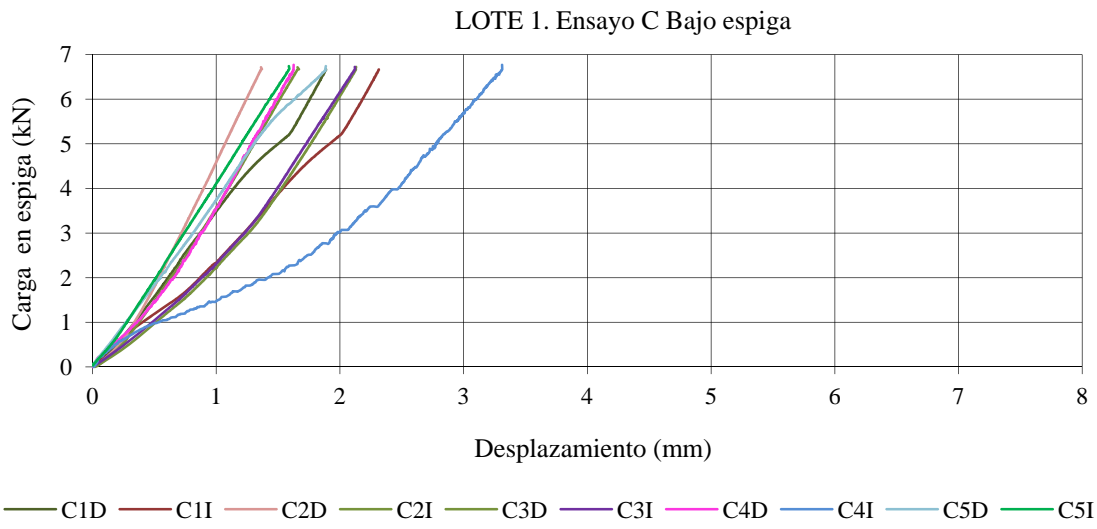


Figura 6.10. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento bajo la espiga en el Ensayo C del Lote 1.

Probeta	C1D	C1I	C2D	C2I	C3D	C3I	C4D	C4I	C5D	C5I	MEDIA
Desplazamiento (mm)	1,9	2,3	1,4	1,7	2,1	2,1	1,6	3,3	1,9	1,6	2

Tabla.6.10. Desplazamiento de la espiga para la carga indicada en Lote 1 y Ensayo C.

OBSERVACIONES

En la gráfica se distinguen dos comportamientos, en el primer grupo (C2D, C2I, C5I, C5D, C1D y C4D) la tendencia es lineal y las deformaciones máximas para 6,7 kN no superan los 2 mm, mientras que en el segundo grupo (C3D, C3I, C1I y C4I) hay una mayor dispersión y la tendencia no es lineal. Con 5 kN de carga se observa un aumento de la rigidez en dos de los 10 casos.

C.2 RESULTADOS BAJO CARGA

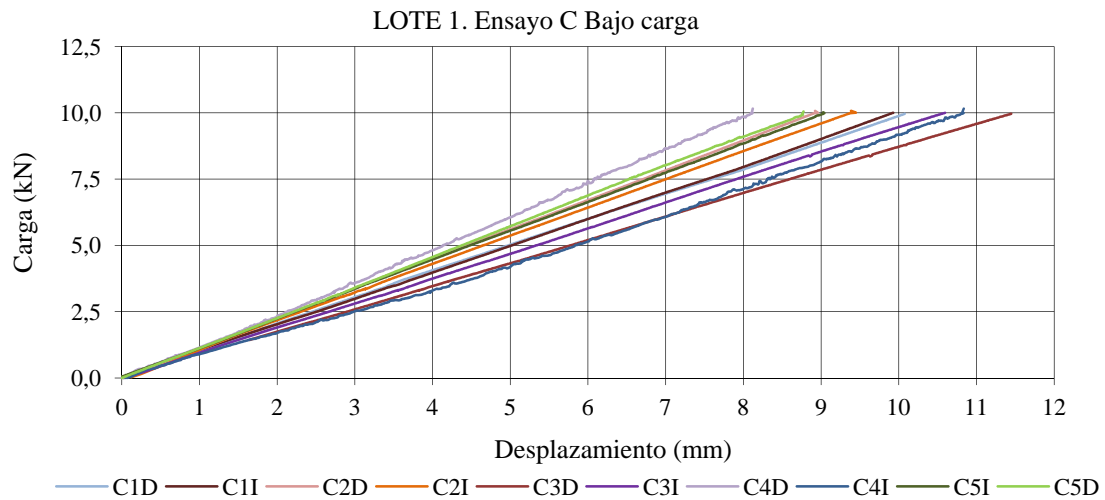


Figura 6.11. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento en el punto de aplicación de la carga en el Ensayo C del Lote 1.

Probeta	C1D	C1I	C2D	C2I	C3D	C3I	C4D	C4I	C5D	C5I	MEDIA
Desplazamiento 10 kN (mm)	10,1	9,9	9	9,4	11,5	10,6	8,1	10,8	8,8	9	9,7

Tabla.6.11. Desplazamiento bajo el punto de aplicación de carga en Lote 1 y Ensayo C.

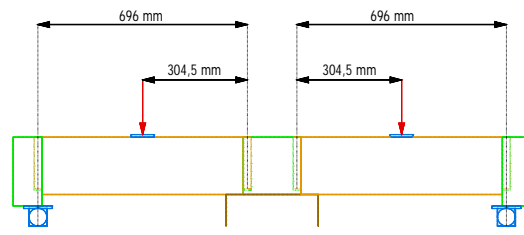
OBSERVACIONES

La tendencia en todos los casos es lineal y con pendiente constante.

LOTE 2

ENSAYO A

Viga de 200x200x800 mm
Viguetas de 100x200x696 mm.



A.1 RESULTADOS BAJO ESPIGA

LOTE 2. Ensayo A Bajo espiga

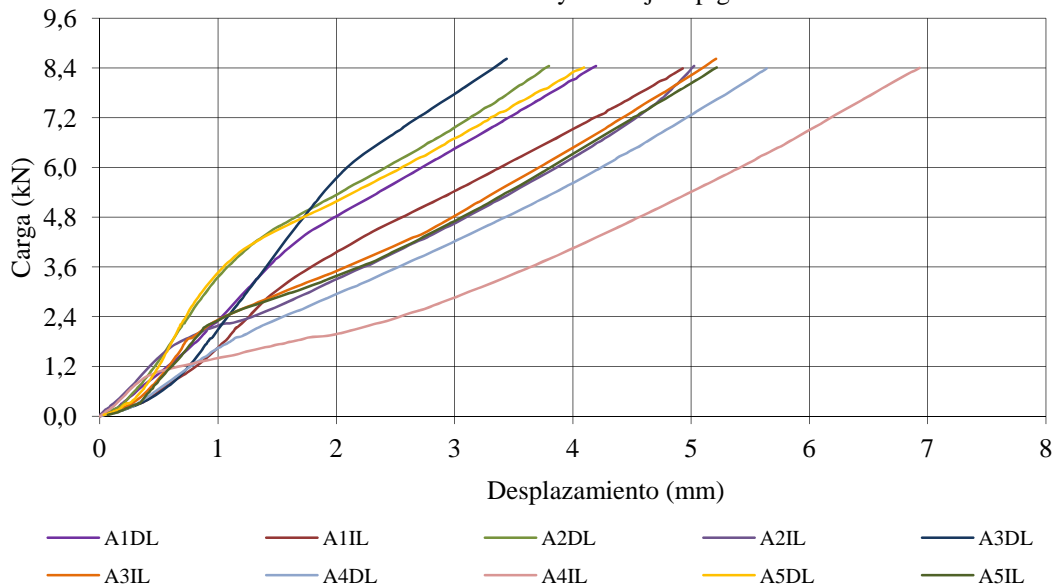


Figura 6.12. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento bajo la espiga en el Ensayo A del Lote 2.

Probeta	A1DL	A1IL	A2DL	A2IL	A3DL	A3IL	A4DL	A4IL	A5DL	A5IL	MEDIA
Desplazamiento (mm)	4,2	5,0	3,8	5,0	3,3	5,1	5,7	7,0	4,1	5,2	4,8

Tabla.6.12. Desplazamiento de la espiga para la carga indicada en Lote 2 y Ensayo A.

OBSERVACIONES

Las gráficas de cada caso están compuestas por dos tramos rectos, el primero hasta que la deformación alcanza un valor medio de 1,2 mm para una carga media de 3 kN con una pendiente media de las rectas de 4,5 y el segundo tramo, con una pendiente de 3,1 menor que la anterior y que se mantiene constante hasta el final del ensayo. Los puntos de inflexión de cada una de las probetas son los indicados en la siguiente tabla.

Probeta	A1DL	A1IL	A2DL	A2IL	A3DL	A3IL	A4DL	A4IL	A5DL	A5IL	MEDIA
Desplazamiento (mm)	1,8	1,6	1,4	0,91	1,9	1,16	1,2	0,5	1,2	0,9	1,2
Carga espiga (kN)	4,4	3,2	4,4	2	4,9	1,8	1,9	1	4,1	2,4	3

Tabla.6.13. Valores de carga y desplazamiento bajo espiga en el punto de inflexión en las gráficas del Lote 2 y Ensayo A.

A.2 RESULTADOS BAJO CARGA

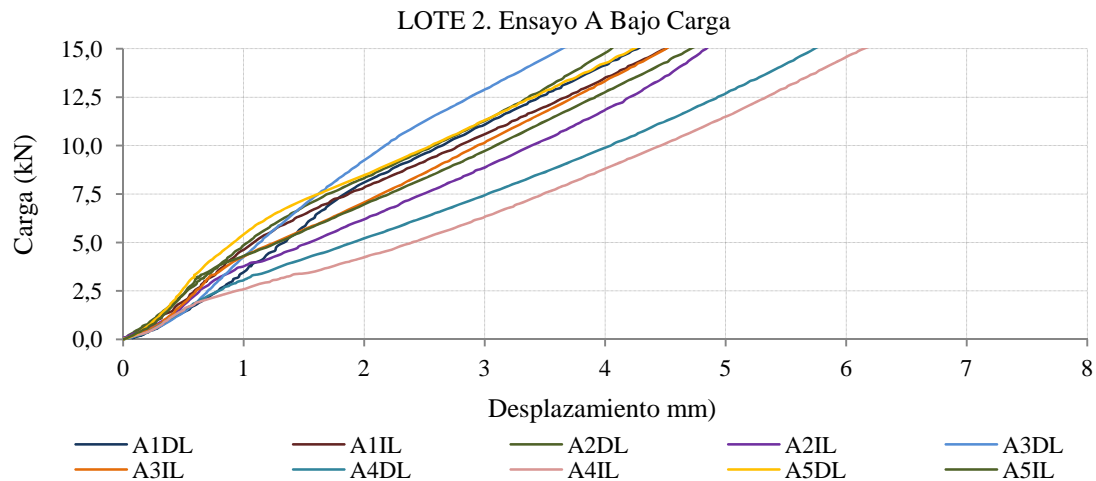


Figura 6.13. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento bajo el punto de aplicación de la carga en el Ensayo A del Lote 2.

Probeta	A1DL	A1IL	A2DL	A2IL	A3DL	A3IL	A4DL	A4IL	A5DL	A5IL	MEDIA
Desplazamiento 15 kN (mm)	4,3	4,5	4,4	4,8	3,7	4,5	5,7	6,1	4,2	4,7	4,7

Tabla 6.14. Desplazamiento bajo el punto de aplicación de carga en Lote 2 y Ensayo A.

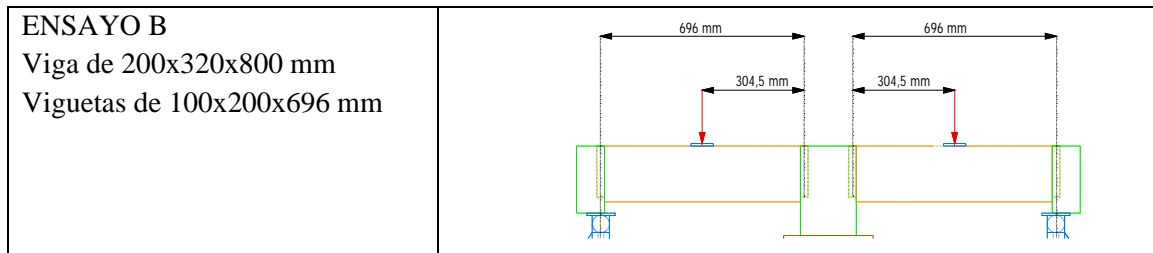
OBSERVACIONES

Analizando la gráfica se puede considerar que para cada caso al igual que en el caso de desplazamiento bajo espiga, hay dos tramos rectos con distinta pendiente, el primero con una pendiente de 4,26 hasta que la deformación alcanza un valor medio de 1,2 mm para una carga media de 5,22 kN y el segundo, con una pendiente inferior de 3,1 a partir de ese punto hasta el final del ensayo. El comportamiento bajo el punto de aplicación de la carga es muy similar al comportamiento bajo la espiga.

En la siguiente tabla se resumen los valores en los cuales cambia la pendiente de las gráficas para cada uno de los casos:

Probeta	A1DL	A1IL	A2DL	A2IL	A3DL	A3IL	A4DL	A4IL	A5DL	A5IL	MEDIA
Desplazamiento (mm)	2	1,1	1,7	0,9	1,9	0,8	1	0,6	1,3	0,9	1,2
Carga (kN)	7,93	5,20	7,39	3,54	8,90	3,70	3,06	1,71	6,60	4,16	5,22

Tabla 6.15. Valores de carga y desplazamiento bajo el punto de aplicación de la carga en el punto de inflexión en las gráficas del Lote 2 y Ensayo A.



B.1 RESULTADOS BAJO ESPIGA

LOTE 2. Ensayo B Bajo Espiga

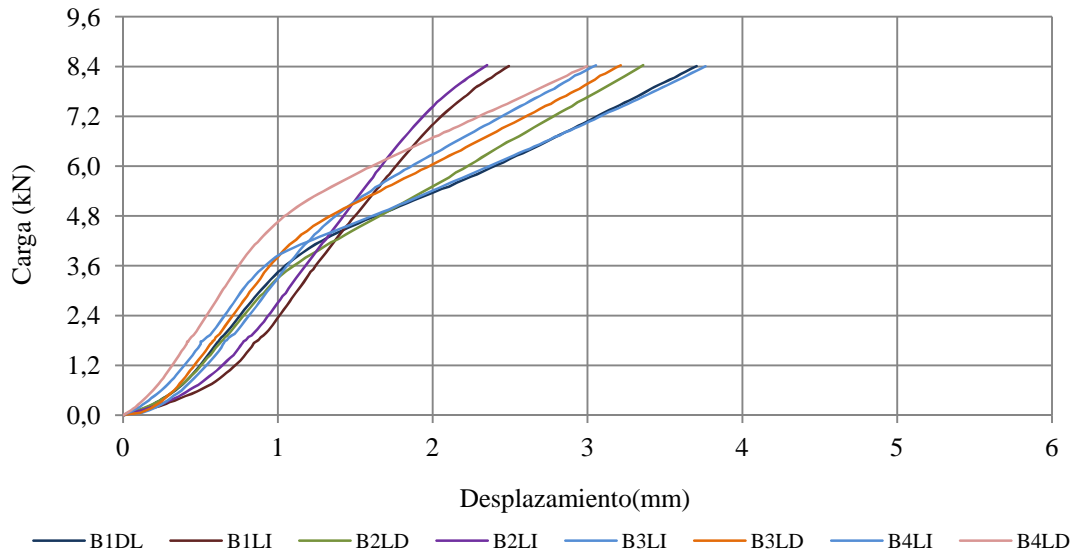


Figura 6.14. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento bajo la espiga en el Ensayo B del Lote 2.

Probeta	B1LD	B1LI	B2LD	B2LI	B3LD	B3LI	B4LD	B4LI	MEDIA
Desplazamiento (mm)	3,7	2,5	3,4	2,4	3,2	3,1	3,0	3,8	3,1

Tabla 6.16. Desplazamiento de la espiga para la carga indicada en Lote 2 y Ensayo B

OBSERVACIONES

En los casos B1LI y B2LI el efecto de la holgura inicial se prolonga por encima del valor de 0,6 kN como se puede ver en la gráfica. Sin embargo, el comportamiento de la gráfica sigue las mismas pautas que el resto de los ensayos. En cada caso se distinguen dos tramos: el primero hasta que la deformación alcanza un valor medio de 1,3 mm para una carga media de 4,5 kN y el segundo, a partir de ese punto hasta el final del ensayo.

En la siguiente tabla se resumen los valores en los cuales cambia la pendiente de la gráfica:

Probeta	B1LD	B1LI	B2LD	B2LI	B3LD	B3LI	B4LD	B4LI	MEDIA
Desplazamiento (mm)	1,2	1,6	1,1	2,1	1,1	1,1	1	0,9	1,3
Carga (kN)	4	3,5	3,6	7,7	4,6	4,6	4,5	3,6	4,5

Tabla.6.17. Valores de carga y desplazamiento bajo espiga en el punto de inflexión en las gráficas del Lote 2 y Ensayo B.

B.2 RESULTADOS BAJO CARGA

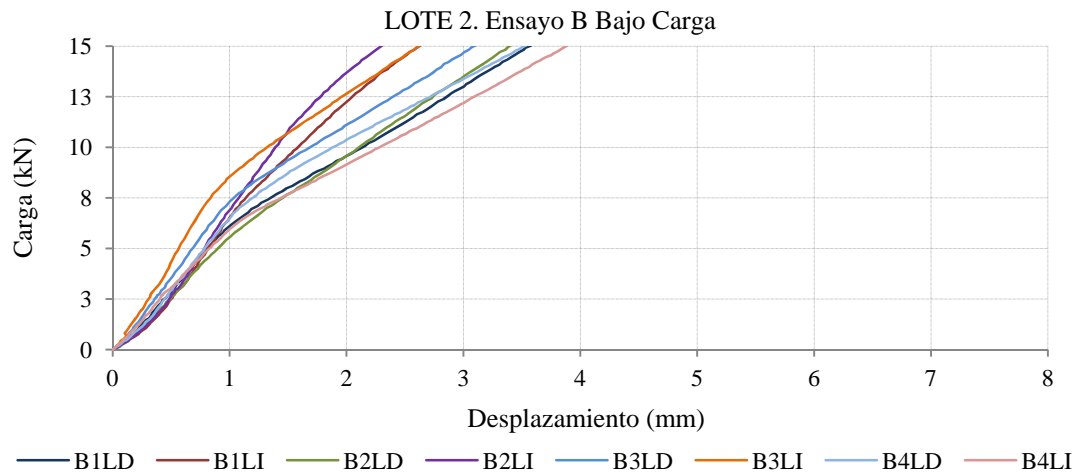


Figura 6.15. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento en el punto de aplicación de la carga en el Ensayo B del Lote 2.

Probeta	B1LD	B1LI	B2LD	B2LI	B3LD	B3LI	B4LD	B4LI	MEDIA
Desplazamiento (mm)	3,6	2,7	3,4	2,4	3,2	2,7	3,5	3,9	3,2

Tabla 6.18. Desplazamiento bajo el punto de aplicación de carga en Lote 2 y Ensayo B.

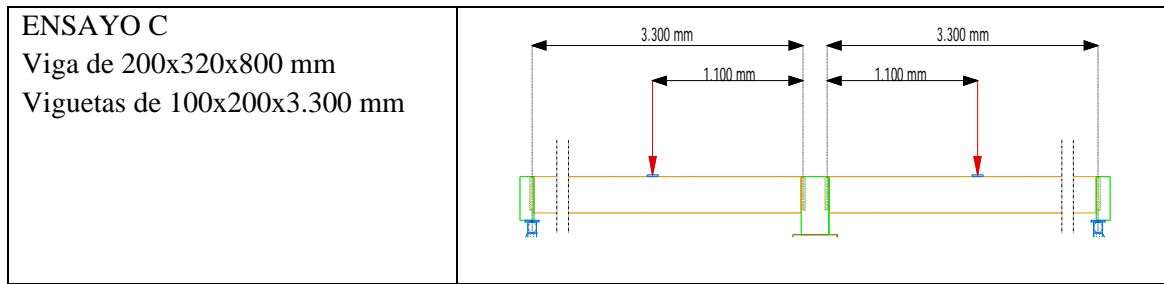
OBSERVACIONES

Se repite el comportamiento del ensayo de tipo A pero con cambios de pendientes más bruscos.

En la siguiente tabla se resumen los valores en los cuales cambia la pendiente de la gráfica.

Probeta	B1LD	B1LI	B2LD	B2LI	B3LD	B3LI	B4LD	B4LI	MEDIA
Desplazamiento (mm)	1,2	1,4	1,2	2,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3
Carga (kN)	7,3	8,3	6,74	13,7	7,7	8,4	7,7	6,9	8,3

Tabla 6.19. Valores de carga y desplazamiento bajo el punto de aplicación de la carga en el punto de inflexión en las gráficas del Lote 2 y Ensayo B.



C.1 RESULTADOS BAJO ESPIGA

LOTE 2. Ensayo C Bajo espiga

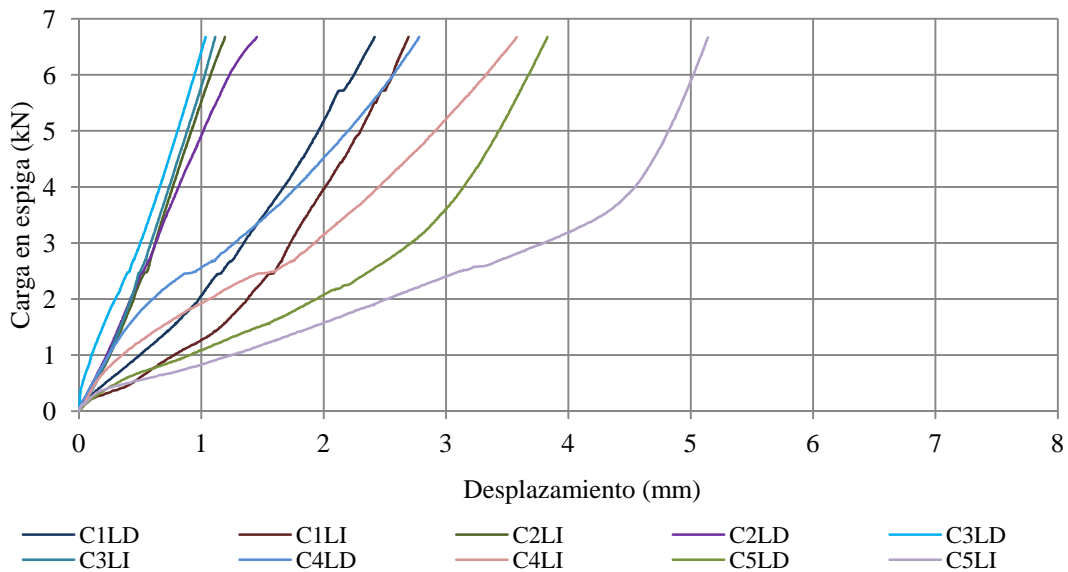


Figura 6.16. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento bajo la espiga en el Ensayo C del Lote 2.

Probeta	C1LD	C1LI	C2LD	C2LI	C3LD	C3LI	C4LD	C4LI	C5LD	C5LI	MEDIA
Desplazamiento (mm)	2,4	2,7	1,5	1,2	1	1,1	2,8	3,6	3,8	5,1	2,5

Tabla 6.20. Desplazamiento de la espiga para la carga indicada en Lote 2 y Ensayo C

OBSERVACIONES

Las gráficas obtenidas como resultados son variables distinguiéndose dos grupos, uno de ellos en el que la deformación varía linealmente con la carga y su comportamiento es prácticamente constante durante todo el ensayo con una rigidez mayor que la del segundo grupo, en el cual hay un tramo inicial con poca rigidez que tras una transición variable en función del caso, cambia de pendiente rigidizándose y asimilándose al comportamiento inicial del primer grupo de probetas.

C.2 RESULTADOS BAJO CARGA

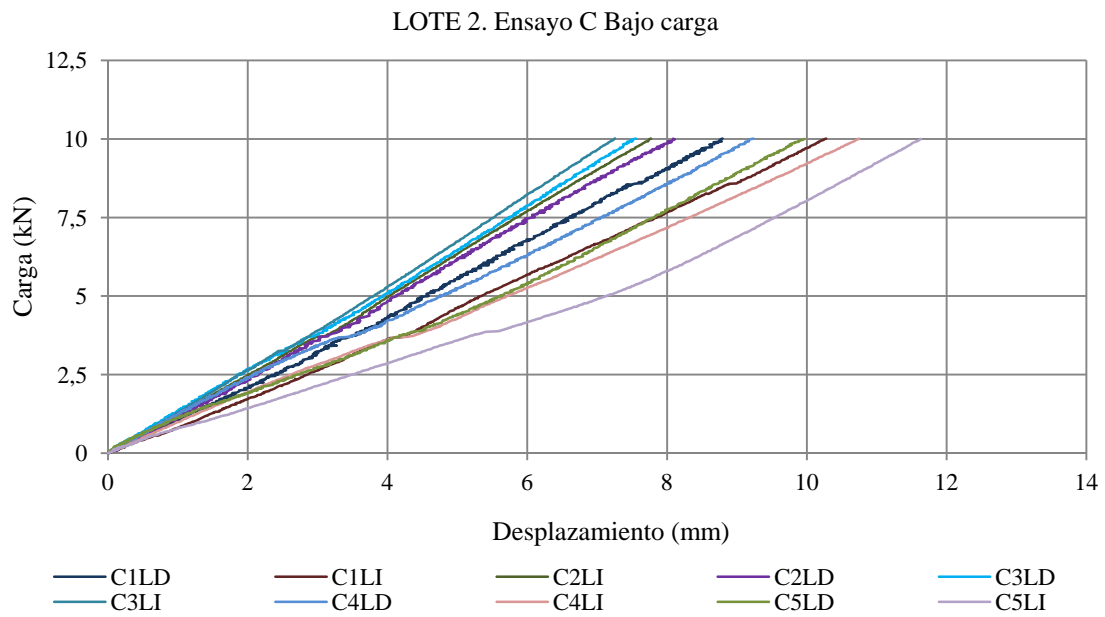


Figura 6.17. Gráfica de valores de carga frente a desplazamiento bajo el punto de aplicación de la carga en el Ensayo C del Lote 2.

Probeta	C1LD	C1LI	C2LD	C2LI	C3LD	C3LI	C4LD	C4LI	C5LD	C5LI	MEDIA
Deformación (mm)	8,8	10,3	10	7,8	7,6	6,9	9,2	10,7	10	11,6	9,3

Tabla 6.21. Desplazamiento bajo el punto de aplicación de carga en Lote 2 y Ensayo C.

OBSERVACIONES

En el caso de los ensayos de tipo C, no se observaron los efectos iniciales de asentamiento ni el cambio de pendiente acusado como en el caso de los ensayos A y B.

La pendiente es lineal en todos los casos.

RESUMEN DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES DE DESPLAZAMIENTOS EN LA UNIÓN EN COLA DE MILANO

BAJO LA ESPIGA

La siguiente tabla recoge los valores medios de desplazamientos bajo la espiga en función del tipo de ensayo y del Lote de madera ensayado. En las columnas se indica:

- Carga: la carga que llega a la espiga en cada ensayo.
- Desplazamiento: desplazamiento vertical de la espiga que provoca dicha carga.
- La carga media (kN) que provocaría un desplazamiento de un milímetro.

		Carga (kN)	Desplazamiento (mm)	kN/mm
LOTE 1	Ensayo A	8,45	5,3	1,6
	Ensayo B	8,45	4,4	1,9
	Ensayo C	6,7	2,0	3,4
LOTE 2	Ensayo A	8,45	4,8	1,8
	Ensayo B	8,45	3,1	2,7
	Ensayo C	6,7	2,5	2,7

Tabla 6.22. Valores de carga en la espiga y desplazamientos provocados en cada uno de los ensayos.

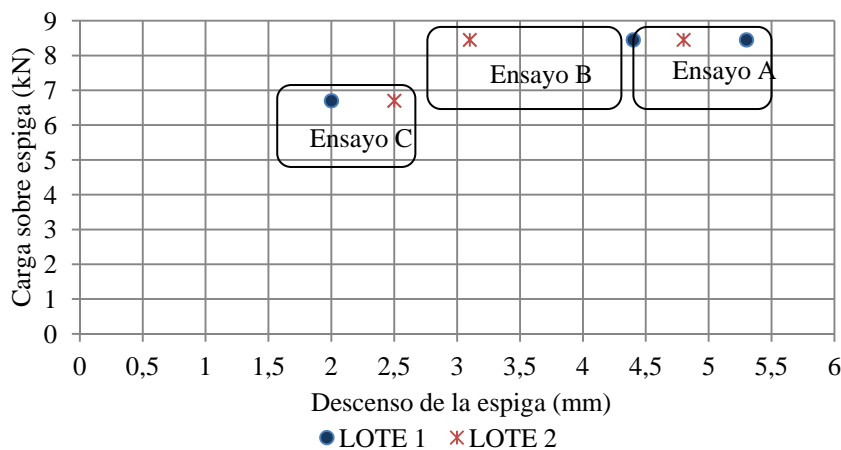


Figura 6.18. Representación de valores de descenso de espiga frente a carga según tipo de ensayo y lote.

El mayor desplazamiento vertical de la espiga con la menor carga se produce en los dos lotes en el ensayo A en el cual la altura de la sección de la viga es igual a la altura de la sección de la vigueta, mientras que el menor desplazamiento se produce en el ensayo C del lote A y en los ensayos B y C del Lote 2.

En el caso del ensayo C en los dos lotes se pueden diferenciar dos grupos con comportamientos diferentes:

- Un grupo de 4-5 viguetas con un comportamiento lineal de rigidez prácticamente constante durante todo el ensayo.
- Otro grupo donde el comportamiento no es lineal constante si no que se distingue un tramo inicial con una pendiente menor que el tramo final.
-

BAJO EL PUNTO DE APLICACIÓN DE LA CARGA

En el caso del análisis de la flecha bajo el punto de aplicación de la carga, el valor de la carga se corresponde con los kN aplicados sobre cada vigueta. Se comprueba como el ensayo C donde predomina la flexión es en el que es necesaria una menor carga para provocar una flecha de 1 mm. La mayor influencia de la flexión, hace que la flecha sea menor en el caso del Lote 2, cuyo módulo de elasticidad determinado experimentalmente es superior al del Lote 1.

		Carga. (kN)	Flecha. (mm)	kN/mm
LOTE 1	Ensayo A	15	5,2	2,9
	Ensayo B	15	4,8	3,1
	Ensayo C	10	9,7	1,0
LOTE 2	Ensayo A	15	4,7	3,2
	Ensayo B	15	3,2	4,7
	Ensayo C	10	9,3	1,1

Tabla 6.23. Valores de carga aplicada y desplazamientos provocados bajo el punto de aplicación de la carga en cada uno de los ensayos.

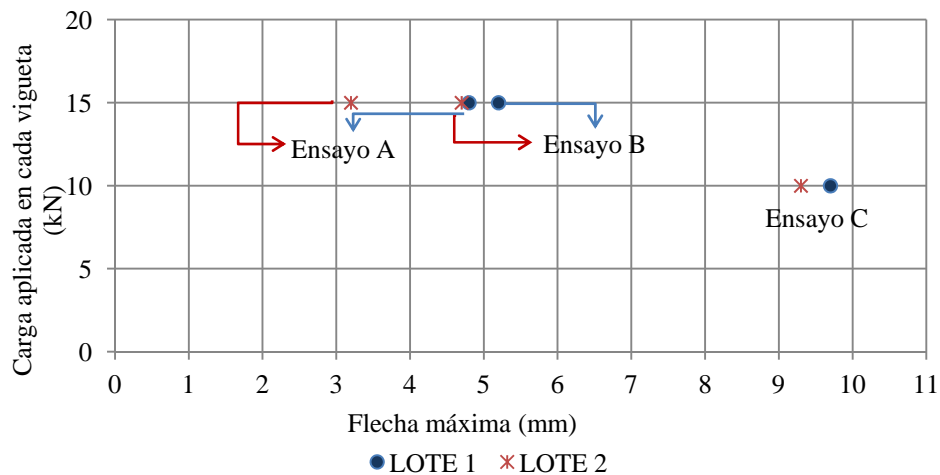


Figura 6.19. Representación gráfica de la flecha máxima y la carga aplicada según tipo de ensayo y lote de madera.

6.1.4 Resultados experimentales de ensayos de rotura de la unión

Los ensayos realizados en el presente trabajo permiten conocer los modos de rotura de las tipologías diseñadas y estimar la carga que provocaría el colapso de la estructura. En este apartado se indican las cargas de rotura determinadas con una sensibilidad de rotura del 10%. Es decir, la máquina interrumpe el proceso de carga cuando detecta una pérdida de resistencia en la probeta igual o superior al 10%.

El ensayo se realiza simultáneamente sobre las dos viguetas pero a pesar de la simetría, las viguetas no colapsan al mismo tiempo, captando por tanto la carga que provoca el colapso antes.

A continuación se muestran los valores de carga de rotura detectados durante los tres tipos de ensayos realizados en los dos lotes, en azul se marca el valor mínimo y en rojo el valor máximo.

ENSAYO A												
Muestra	LOTE 1						LOTE 2					
Probeta	A1	A2	A3	A4	A5	Media	AL1	AL2	AL3	AL4	AL5	Media
Carga rotura (kN)	44	41	44,5	40,5	38	41,6	50,5	47,5	48,5	50	53,5	50

ENSAYO B											
Muestra	LOTE 1						LOTE 2				
Probeta	B1	B2	B3	B4	B5	Media	BL1	BL2	BL3	BL4	Media
Carga rotura (kN)	69	65,5	66,5	62,5	62	65,1	68	62	65,5	67,5	66,5

ENSAYO C												
Muestra	LOTE 1						LOTE 2					
Probeta	C1	C2	C3	C4	C5	Media	CL1	CL2	CL3	CL4	CL5	Media
Carga rotura (kN)	26,5	35	18	38	36	30,7	29	37,5	35	35,5	48	37

Tabla 6.24. Cargas aplicadas sobre cada vigueta en el momento del colapso de la muestra en los ensayos realizados.

En las Figuras 6.20, 6.21 y 6.22 se recogen las fotografías que muestran el modo de fallo que provocó el colapso en cada uno de los casos, así como la carga aplicada sobre cada una de las viguetas en ese momento.

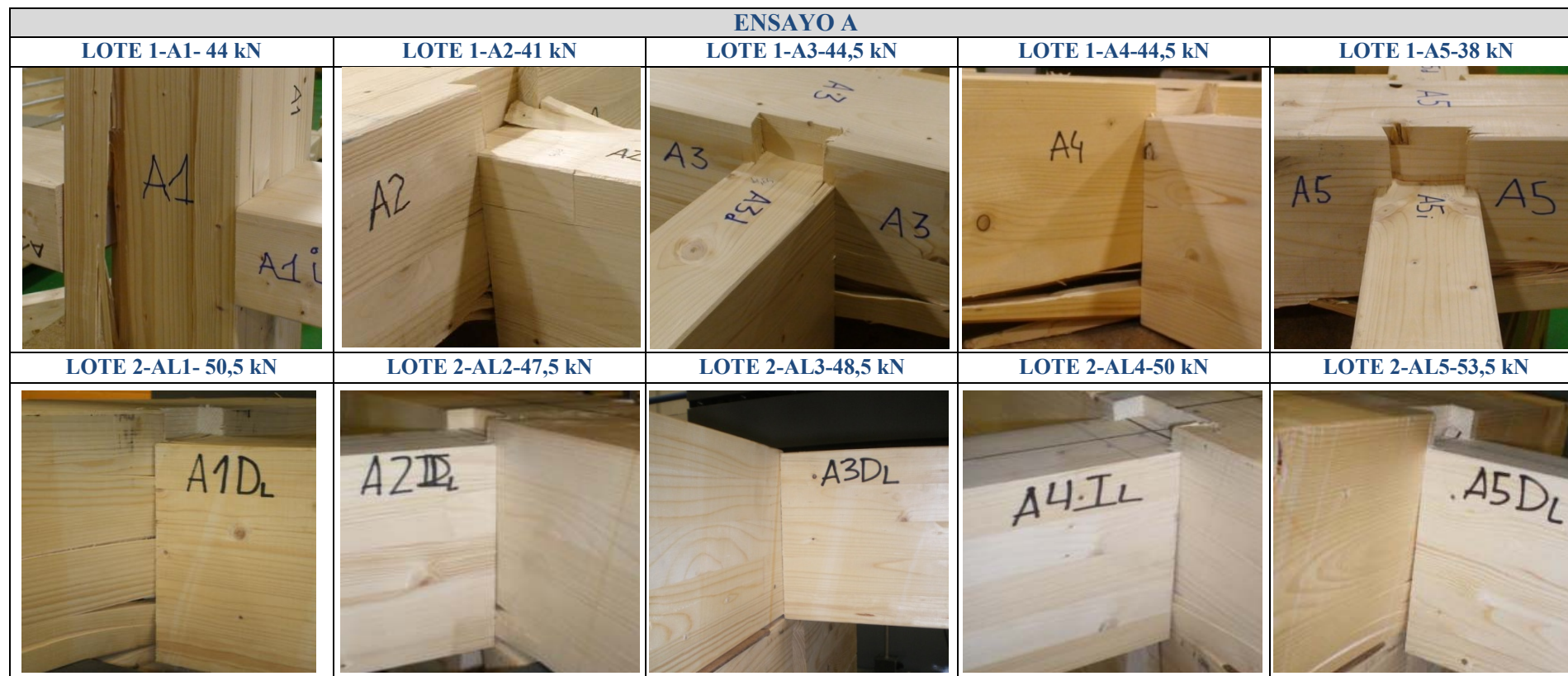


Figura 6.20. Detalles de rotura de los ensayos los ensayos A en los lotes 1 y 2.

El colapso de la probeta se produce en todos los casos por la tensión provocada por un esfuerzo de tracción perpendicular en la zona de la viga debajo de la caja. La rotura por tracción comienza en la zona de la caja donde la parte recta de los flancos comienza a tomar la forma redondeada. El colapso se produce con cargas entre 38 y 53,5 kN sobre la vigueta.

Otro de los efectos observados (ensayo Lote1-A2 y Lote 2-AL5) es la rotura de la esquina superior de la espiga, debido al efecto embudo que se produce dentro de la caja durante el descenso de la espiga.



Figura 6.21. Detalles de rotura de los ensayos los ensayos B en los lotes 1 y 2.

En el caso de los ensayos tipo B, el tipo de rotura que más se repite es la rotura debida a tensiones provocadas por tensiones de tracción perpendicular a la fibra en la viguetas, no solo en la parte inferior si no también en la parte superior de la sección transversal. Además, se aprecian fallos por tracción perpendicular localizados en las zonas de la viga bajo la caja y la rotura de las esquinas de la espiga debido al efecto embudo común a los ensayos de tipo A. El intervalo de cargas de rotura oscila entre 62 kN y 69 kN.



Figura 6.22. Detalles de rotura de los ensayos los ensayos C en los lotes 1 y 2.

En este tipo de ensayos, la carga de rotura captada por el puente de ensayos es la que provoca el colapso de la probeta por el fallo de la vigueta a flexión, en ese momento, al romper la vigueta bruscamente arranca parte de la sección de la viga. La aparición de las grietas de rotura por tracción perpendicular es anterior al colapso de la estructura.

El fallo de la unión se produce por las tensiones provocadas por los esfuerzos de tracción perpendicular a la fibra en la zona superior de la caja en el intento de giro de la espiga. El diseño de la unión hace que el intento de giro de la espiga no sólo se vea contenido por la pequeña cantidad de madera que rodea a la caja en la viga si no que la testa de la vigueta, también encuentra impedimentos al giro en su parte inferior, provocando elevadas tensiones de compresión perpendicular a la fibra en la superficie de la viga. De este modo se pueden observar importantes huellas en la viga, que indican fallos por compresión perpendicular aunque sus consecuencias no llegan a provocar el colapso global de la probeta. En la Figura 6.23 se muestra uno de los ejemplos de este tipo de fallo.

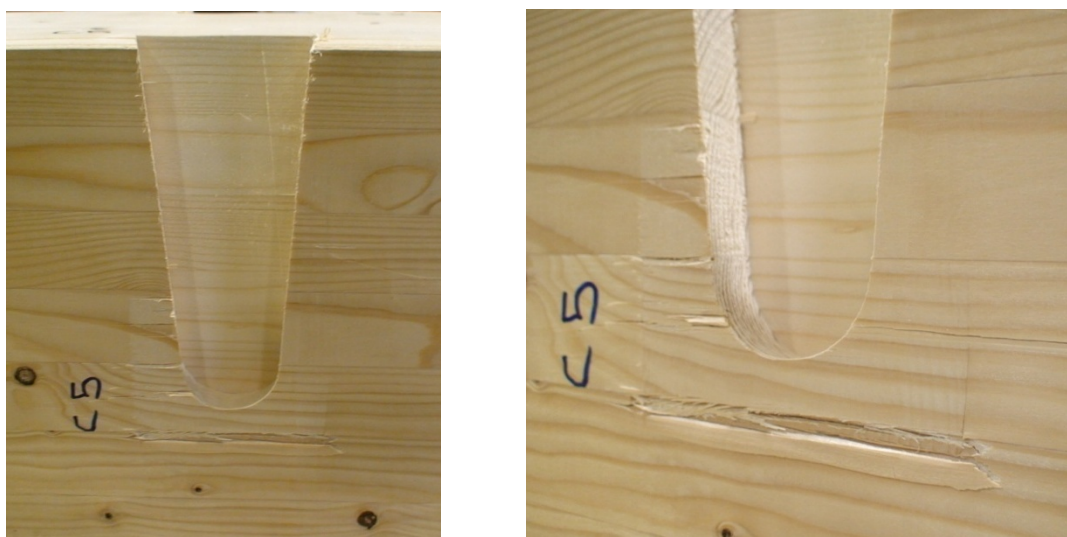


Figura 6.23. Fallos por compresión perpendicular en la viga.

En este ensayo el rango de cargas de rotura es amplio, mostrando una importante variabilidad, siendo la carga mínima de rotura sobre la vigueta de 18 kN y la máxima 48 kN.

6.2 VALIDACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO

6.2.1 Validación del modelo de simulación del ensayo de determinación del módulo de elasticidad a flexión

Para realizar la validación se introduce en el modelo el valor del módulo de elasticidad global obtenido en el ensayo corregido por el factor de influencia del cortante deducido según lo especificado en el apartado de metodología. A partir de relaciones válidas para coníferas indicadas en la bibliografía (Argüelles *et al*, 2003), se obtienen el resto de las constantes elásticas necesarias.

Los valores de los coeficientes de Poisson son constantes para todos los casos y toman los valores indicados en la Tabla 6.25 en la que se especifican las relaciones entre variables aplicadas en cada caso a partir del valor del módulo de elasticidad global corregido.

Factor Lote 1	Factor Lote 2	E_x/E_z	E_x/E_y	E_x/G_{xy}	E_x/G_{xz}	E_x/G_{yz}	ν_{zy}	ν_{yx}	ν_{zx}
1,058	1,061	21	13	14,9	17,25	153,47	0,31	0,030	0,02

Tabla 6.25. Valores de las relaciones entre propiedades del material introducidas para realizar la validación del modelo.

Los valores exactos introducidos en el modelo para poder realizar la validación en cada caso son los valores medios obtenidos a partir de los valores de cada una de las viguetas ensayadas para la determinación de su módulo de elasticidad y se citan a continuación (Tablas 6.26 y 6.27).

LOTE 1

N/mm ²	$E_x \cdot \text{factor}$	E_z	E_y	G_{xy}	G_{xz}	G_{yz}
C1D	7.445	355	573	500	432	49
C1I	9.240	440	711	620	536	60
C2D	7.907	377	608	531	458	52
C2I	8.299	395	638	557	481	54
C3D	7.801	371	600	524	452	51
C3I	8.307	396	639	558	482	54
MEDIA	8.167	389	628	548	473	53

Tabla 6.26. Valores de las propiedades del material introducidas para realizar la validación del modelo para las probetas obtenidas del Lote 1.

LOTE 2

N/mm ²	E _x factor	E _z	E _y	G _{xy}	G _{xz}	G _{yz}
C1LD	13.221	630	1.017	887	766	86
C1LI	11.139	530	857	748	646	73
C2LD	12.727	606	979	854	738	83
C2LI	12.151	579	935	815	704	79
C3LD	12.753	607	981	856	739	83
C3LI	13.623	649	1.048	914	790	89
C4LD	13.353	636	1.027	896	774	87
C4LI	11.449	545	881	768	664	75
C5LD	12.693	604	976	852	736	83
C5LI	12.870	613	990	864	746	84
MEDIA	12.598	600	969	845	730	82

Tabla 6.27. Valores de las propiedades del material introducidas para realizar la validación del modelo para las probetas obtenidas del Lote 2.

Se introducen las propiedades anteriores en el modelo de simulación del ensayo de determinación del módulo de elasticidad global a flexión y se representan los valores de deformación frente a carga. Con la pendiente de la recta se calcula el módulo de elasticidad para cada uno de los casos tal y como indica la norma UNE EN 408 y se compara con el valor obtenido en el ensayo.

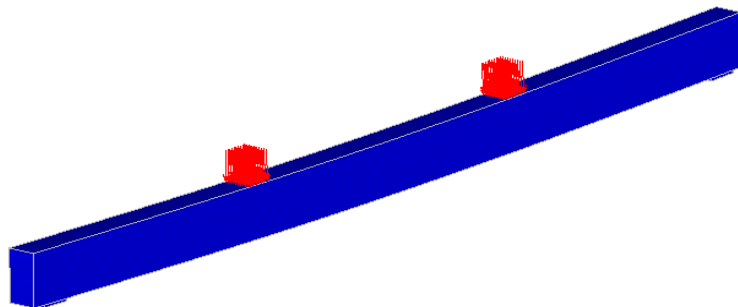
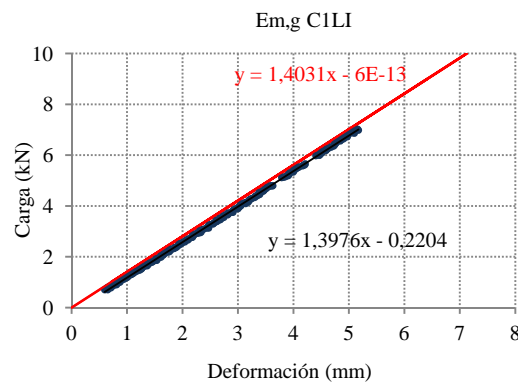
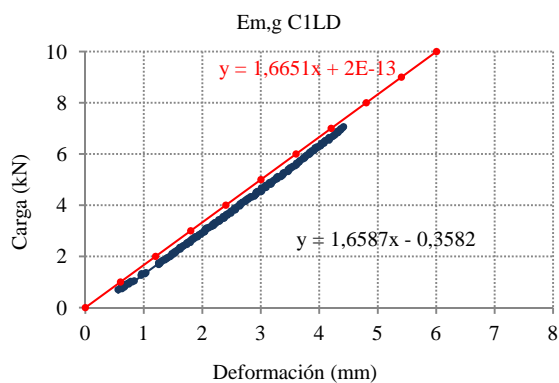
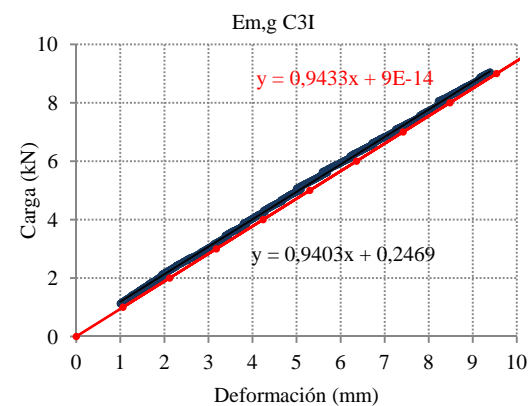
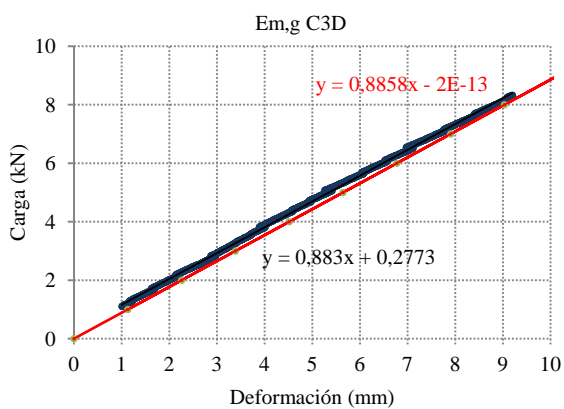
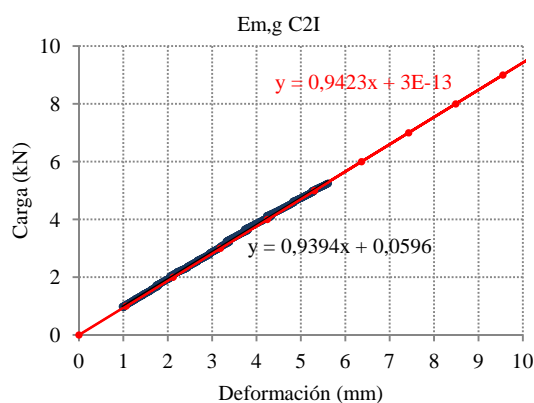
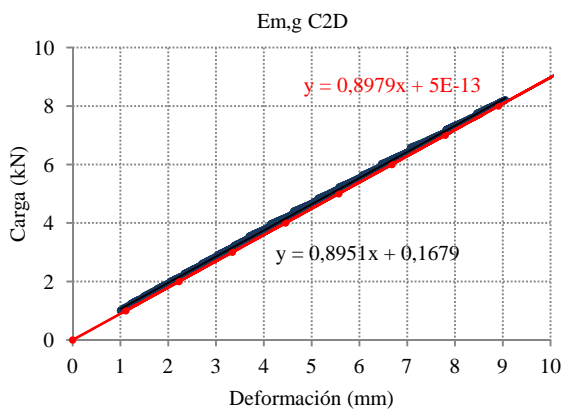
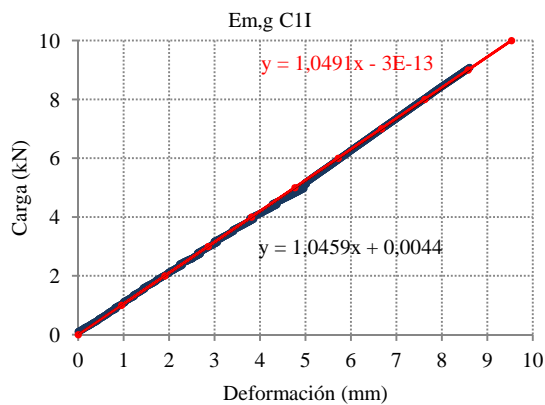
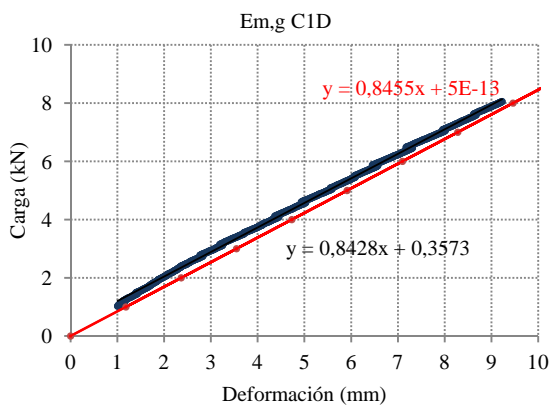


Figura 6.24. Representación del modelo de elementos finitos de simulación del ensayo de determinación del módulo de elasticidad global.

La Figura 6.25 muestra la comparativa entre el modelo de simulación y el resultado experimental para las viguetas ensayadas.



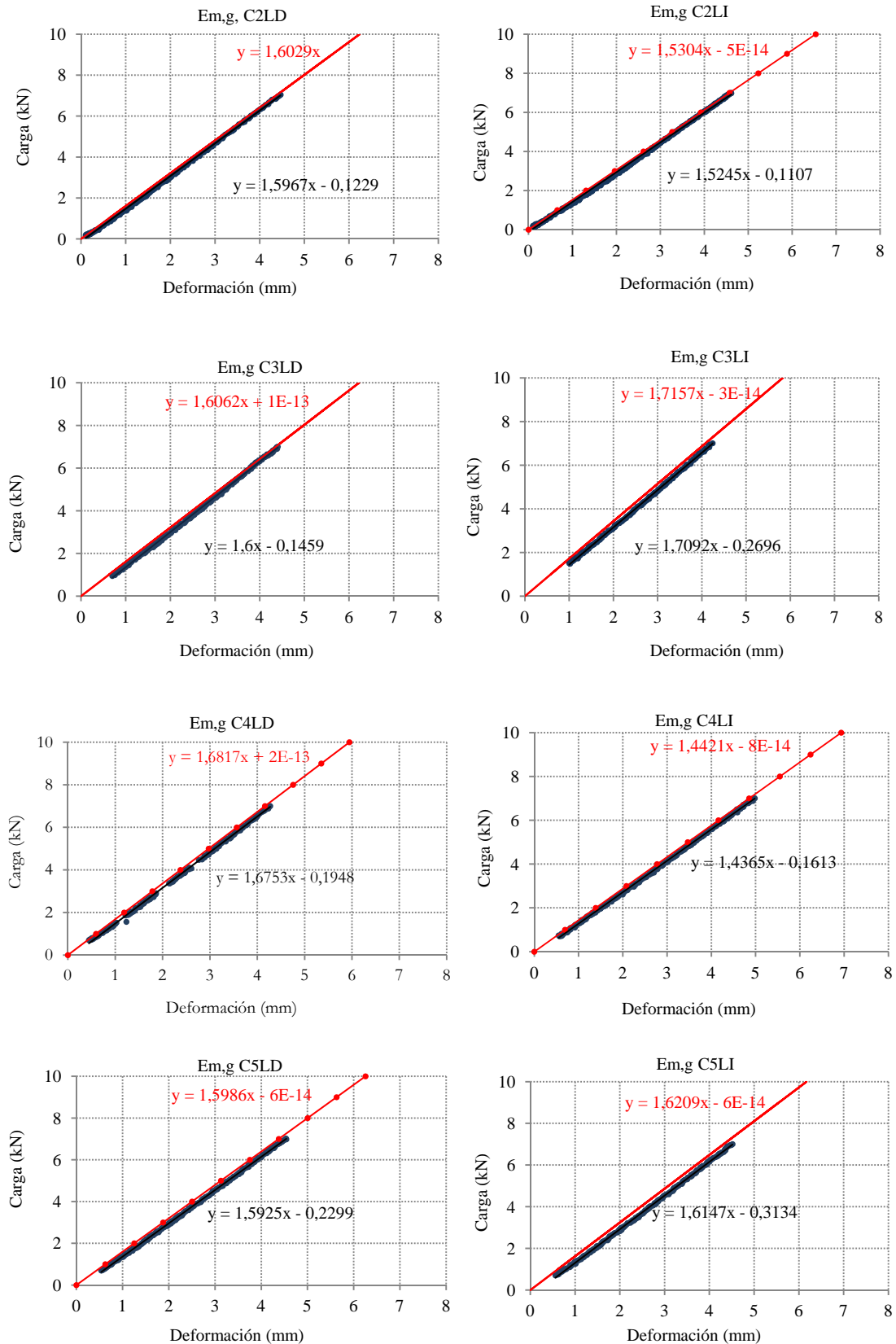


Figura 6.25. Gráfica comparativa entre la pendiente de la gráfica carga-deformación obtenida en el ensayo de determinación del módulo de elasticidad global y la obtenida con la simulación numérica

Calculando el error relativo en porcentaje, como la relación entre la diferencia entre el módulo de elasticidad obtenido del ensayo y el obtenido la simulación y el valor del módulo de elasticidad del ensayo, el error que se comete es prácticamente nulo ($< 0,5\%$).

PROBETA	$E_{m,g}$ Ensayos (N/mm ²)	$E_{m,g}$ MEF (N/mm ²)
C1D	7.037	7.060
C1I	8.733	8.760
C2D	7.474	7.497
C2I	7.844	7.868
C3D	7.373	7.396
C3I	7.852	7.877
MEDIA	7.719	7.743

PROBETA	$E_{m,g}$ Ensayos (N/mm ²)	$E_{m,g}$ MEF (N/mm ²)
C1LD	12.461	12.509
C1LI	10.499	10.540
C2LD	11.995	12.041
C2LI	11.452	11.497
C3LD	12.020	12.066
C3LI	12.840	12.889
C4LD	12.585	12.633
C4LI	10.791	10.833
C5LD	11.963	12.009
C5LI	12.130	12.177
MEDIA	11.874	11.919

Tablas 6.28 y 6.29. Comparación de los resultados de módulo de elasticidad a flexión obtenidos mediante ensayos y mediante simulación para los Lotes 1 y 2.

Por tanto, se considera que las propiedades del material que definen su ortotropía elástica son válidas para realizar la simulación del comportamiento de la unión, que se validará introduciendo los valores medios del módulo de elasticidad global a flexión corregidos por el factor del efecto de cortante según el lote de procedencia de la madera, tal y como se indica en la Tabla 6.30.

	Ex/13	Ex/21	Ex/14,9	Ex/17,25	Ex/153,47				
N/mm ²	E_x factor	E_z	E_y	G_{xy}	G_{xz}	G_{yz}	ν_{zy}	ν_{yx}	ν_{zx}
LOTE 1	8.167	389	628	548	473	53	0,31	0,030	0,02
LOTE 2	12.598	600	969	845	730	82	0,31	0,030	0,02

Tabla 6.30. Valores de propiedades del material introducidos en el modelo de simulación para cada uno de los lotes.

6.2.2 Validación del modelo numérico de simulación del comportamiento de la unión en el tramo de comportamiento elástico

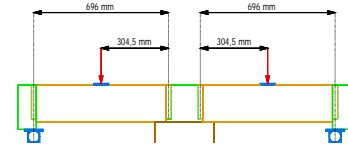
Para cada tipo de ensayo y según el lote de madera, se incluyen las gráficas comparativas entre los resultados experimentales individuales enfrentados a los resultados según la simulación realizada con valores medios.

La primera gráfica muestra los valores de descenso de la espiga frente a la carga aplicada en la vigueta y la segunda, los valores de la flecha bajo el punto de aplicación de la carga frente a los valores de carga aplicados en la vigueta.

En el caso del desplazamiento vertical de la espiga, se representan los valores de desplazamiento hasta 1,5 mm en todos los casos y en el caso de flecha bajo carga, para los ensayos A y B hasta 2 mm (longitud de vigueta de 696 mm) y hasta 11 mm en el caso C (longitud de vigueta de 3.300 mm).

En las gráficas se representa la carga aplicada en el eje vertical mientras que el eje horizontal se divide en partes iguales de 1,5 mm en el caso del desplazamiento bajo espiga y 2 mm en el caso de la flecha bajo carga. De modo que sobre el mismo eje horizontal se representan todos los casos tomando orígenes de referencia distintos en cada uno de los casos.

LOTE 1
 ENSAYO A
 Viga de 200x200x800 mm
 Viguetas de 100x200x696 mm.



A.1 VALIDACIÓN BAJO ESPIGA

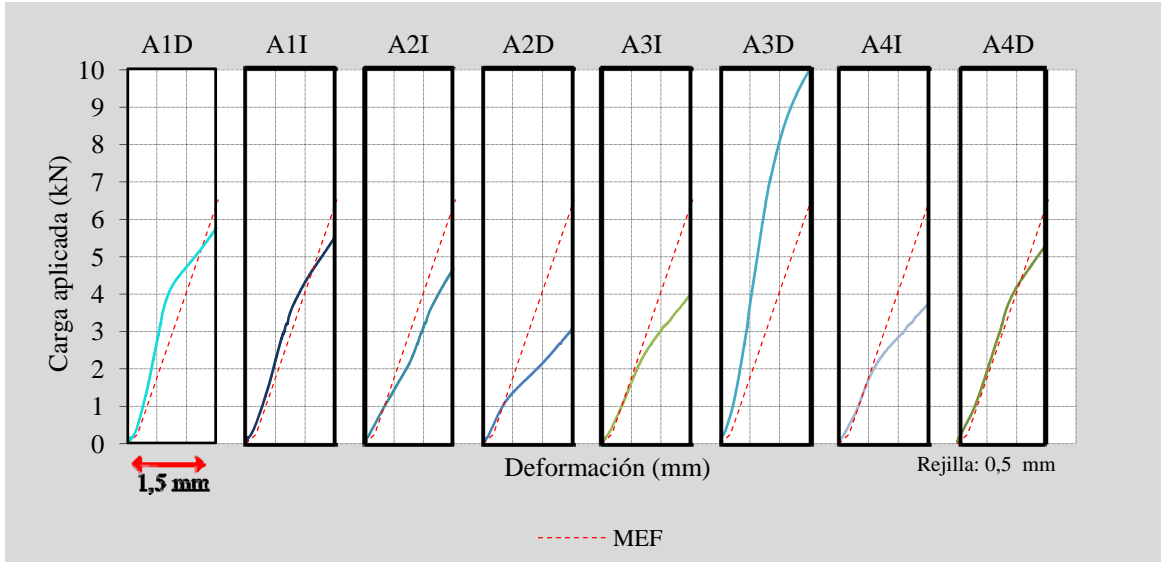


Figura 6.26. Gráficas de resultados experimentales de desplazamientos de la espiga frente a resultados de la simulación Ensayo A del Lote 1.

A.2 VALIDACIÓN BAJO CARGA

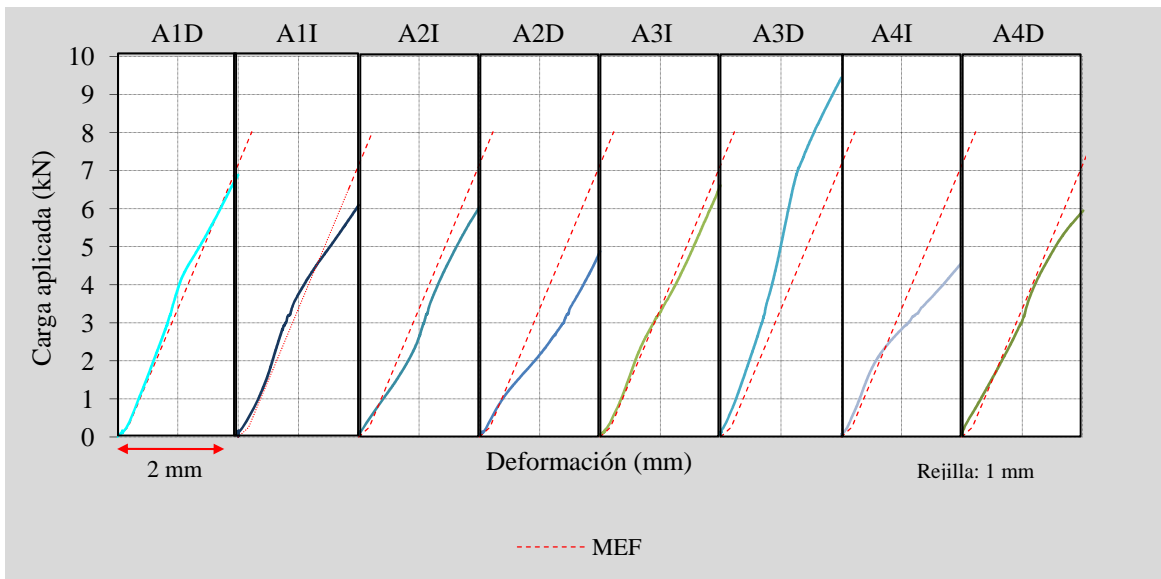


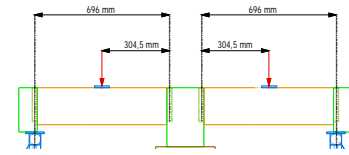
Figura 6.27. Gráficas de resultados experimentales de flecha bajo el punto de aplicación de la carga frente a resultados de simulación Ensayo A Lote 1.

En el caso de la validación bajo la espiga, los casos A1D, A1I y A4D, son simulados correctamente por el modelo. En el resto de los casos el tramo inicial mantiene la misma pendiente pero durante el ensayo se aprecia un cambio de pendiente. En el análisis del comportamiento bajo carga, la simulación representa bien el comportamiento ensayado en los casos A1D, A1I, A2I, A3I y A4D. En el resto de los casos el cambio de pendiente en durante los ensayos se aleja de la simulación.

ENSAYO B:

Viga de 200x320x800 mm

Viguetas de 100x200x696 mm.



B.1 VALIDACIÓN BAJO ESPIGA

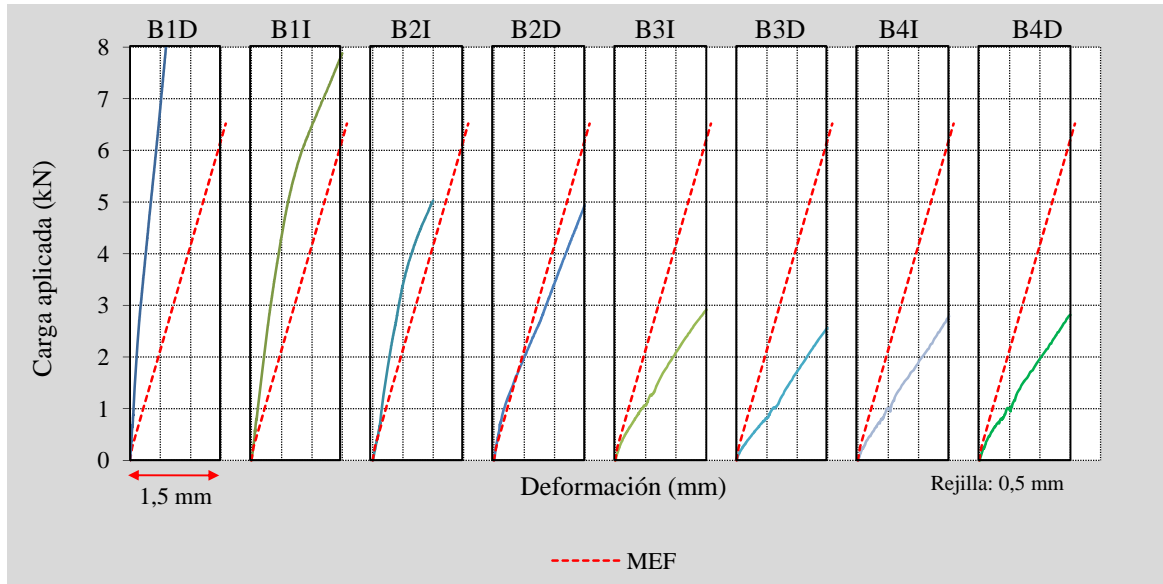


Figura 6.28. Gráficas de resultados experimentales de desplazamientos de la espiga frente a resultados de la simulación Ensayo B del Lote 1.

B.2 VALIDACIÓN BAJO CARGA

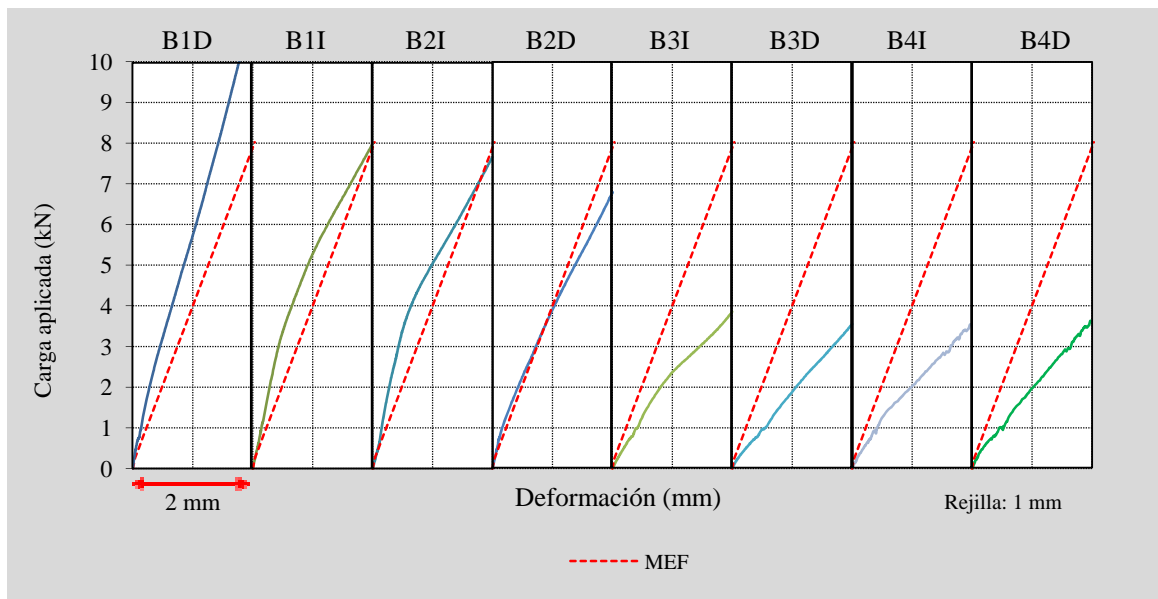


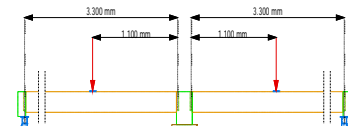
Figura 6.29. Gráficas de resultados experimentales de flecha bajo el punto de aplicación de la carga frente a resultados de simulación Ensayo B Lote 1.

En este ensayo, hay dos grupos de probetas con comportamientos diferentes durante los primeros milímetros, mientras que las probetas de los ensayos 1 y 2, tienen comportamientos similares a los simulados, las probetas de las muestras 3 y 4 tienen pendientes notablemente inferiores a la simulación.

ENSAYO C

Viga de 200x320x800 mm

Viguetas de 100x200x3.300 mm.



C.1 VALIDACIÓN BAJO ESPIGA

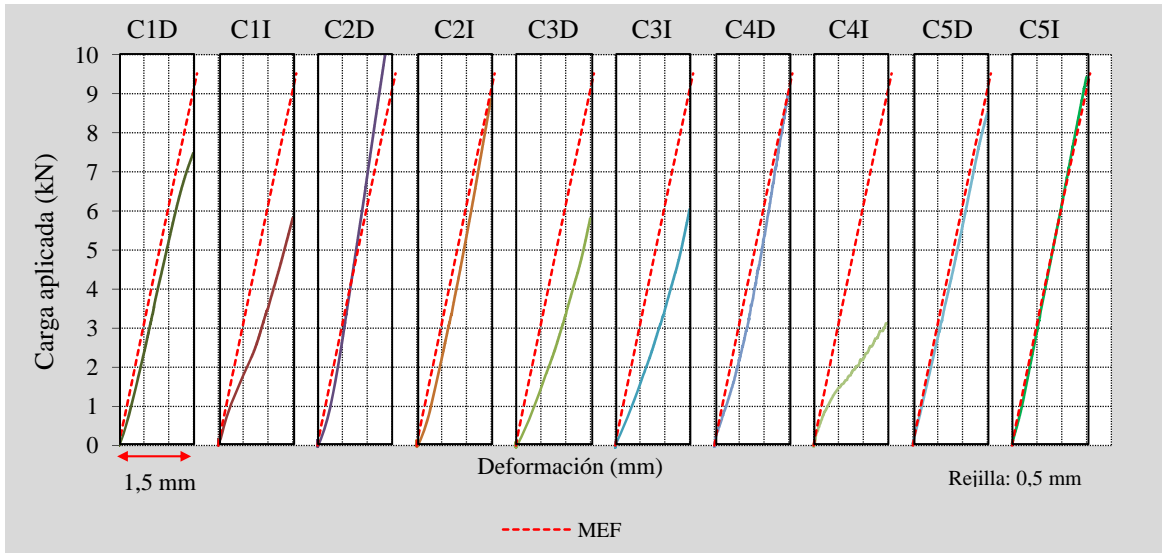


Figura 6.30. Gráficas de resultados experimentales de desplazamientos de la espiga frente a resultados de la simulación Ensayo C del Lote 1.

C.2 VALIDACIÓN BAJO CARGA

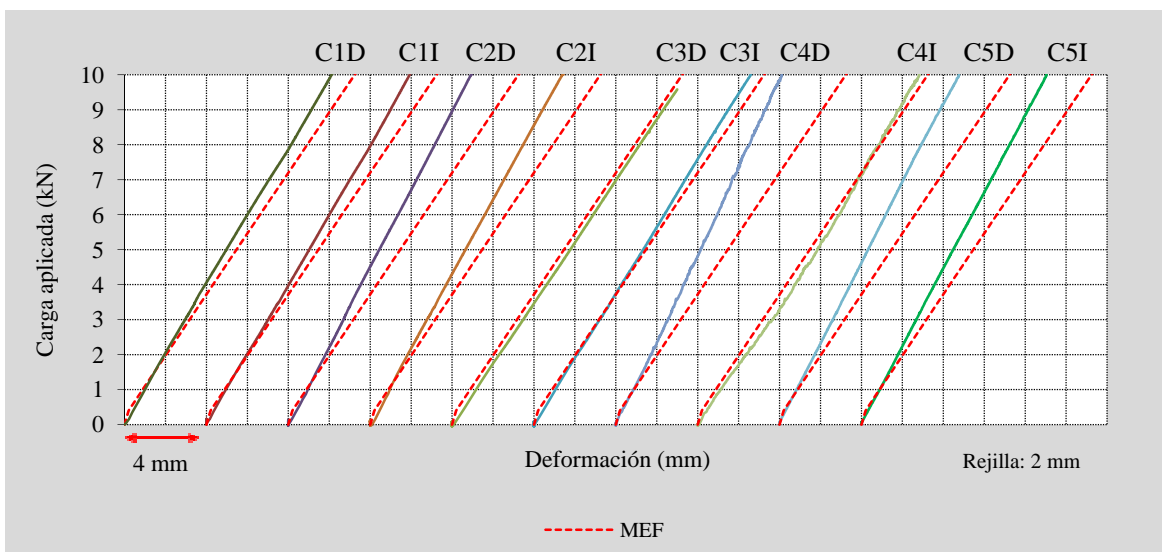


Figura 6.31. Gráficas de resultados experimentales de flecha bajo el punto de aplicación de la carga frente a resultados de simulación Ensayo C Lote 1.

En el ensayo tipo C del Lote 1, las probetas C1D, C2D, C2I, C4D, C5D y C5I son bien simuladas por el modelo numérico en su comportamiento bajo la espiga. En el comportamiento bajo carga, la simulación es correcta en el caso de las probetas C3D, C3I y C4I, mientras que en el resto de los casos la pendiente de la recta de representación de los resultados de los ensayos es superior a la de la recta resultado de la simulación.

LOTE 2

ENSAYO A

Viga de 200x200x800 mm

Viguetas de 100x200x696 mm.

A.1 VALIDACIÓN BAJO ESPIGA

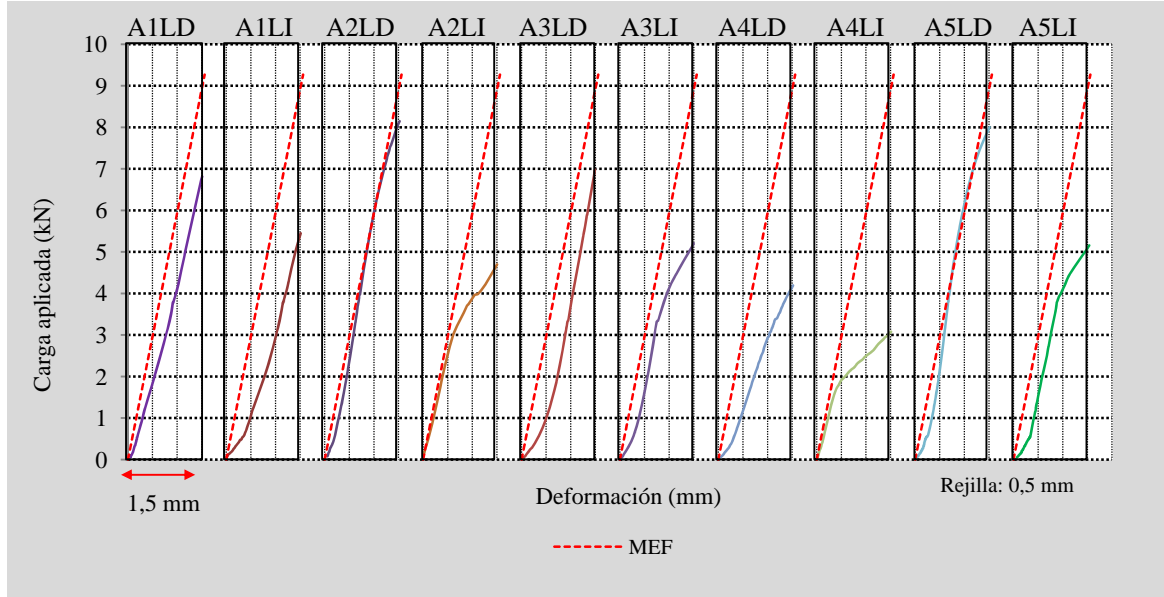


Figura 6.32. Gráficas de resultados experimentales de desplazamientos de la espiga frente a resultados de la simulación Ensayo A del Lote 2.

A.2 VALIDACIÓN BAJO CARGA

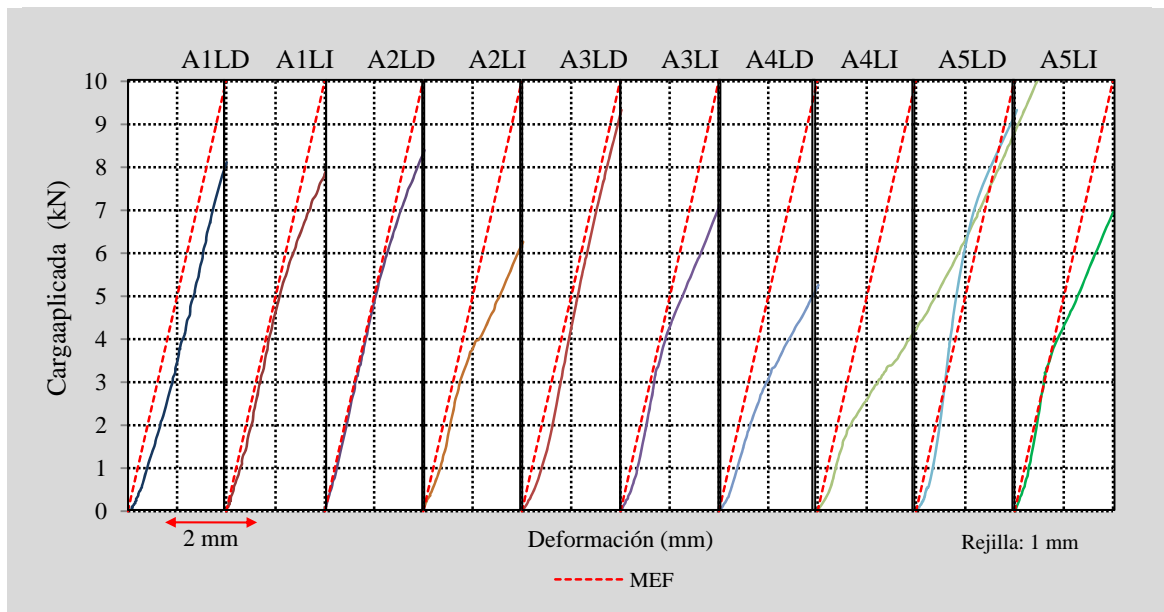


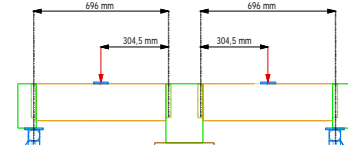
Figura 6.33. Gráficas de resultados experimentales de flecha bajo el punto de aplicación de la carga frente a resultados de simulación Ensayo A Lote 2.

En la simulación del comportamiento bajo la espiga, el modelo simula correctamente el comportamiento de las probetas A1LD, A2LD, A5LD, en el resto de los casos la pendiente de la simulación coincide con los ensayos hasta que se produce un cambio de pendiente variable según el caso. En la simulación del comportamiento bajo carga, las probetas A1LD, A1LI, A2LD, A3LD, y A5LD están bien representadas.

ENSAYO B

Viga de 200x320x800 mm

Viguetas de 100x200x696 mm.



B.1 VALIDACIÓN BAJO ESPIGA

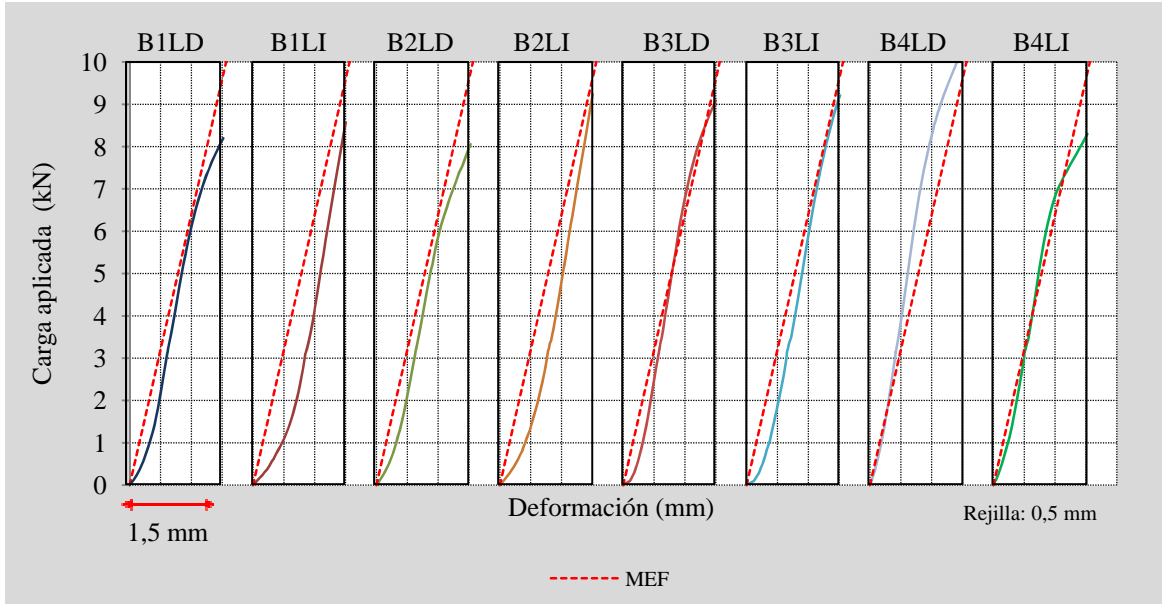


Figura 6.34. Gráficas de resultados experimentales de desplazamientos de la espiga frente a resultados de la simulación Ensayo B del Lote 2.

B.2 VALIDACIÓN BAJO CARGA

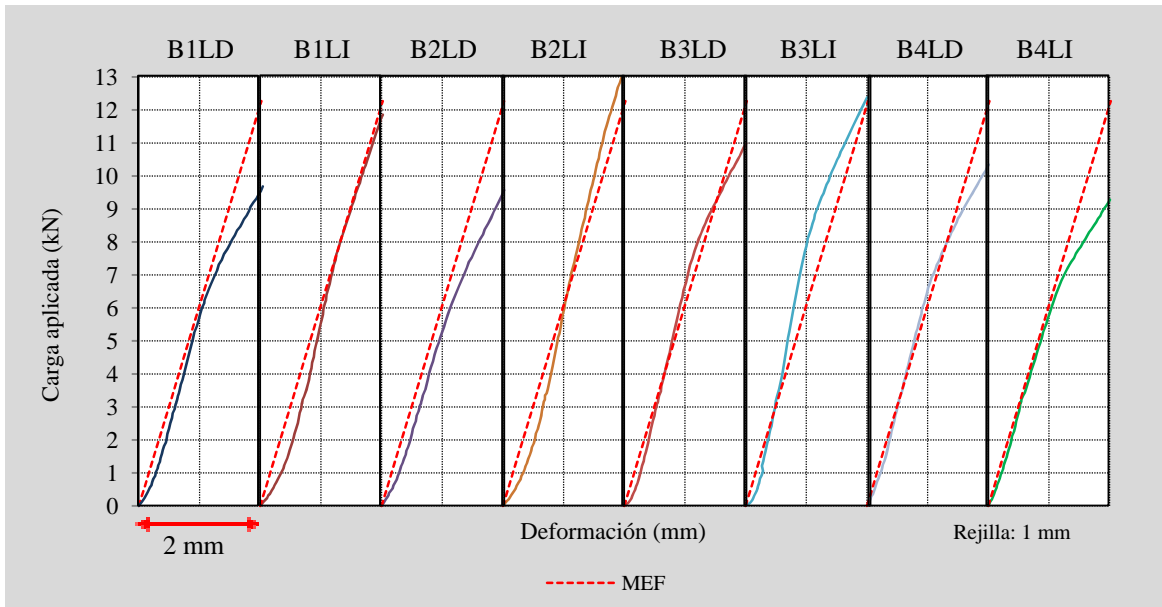


Figura 6.35. Gráficas de resultados experimentales de flecha bajo el punto de aplicación de la carga frente a resultados de simulación Ensayo B Lote 2.

En el ensayo bajo espiga, la tendencia general de todas las probetas es bien simulada por el modelo, mientras que en el comportamiento bajo carga, el tramo final de las probetas B1LD, B2LD, B4LD y B4 LI sufren un cambio de pendiente que las aleja de la simulación.

ENSAYO C

Viga de 200x320x800 mm

Viguetas de 100x200x3.300 mm.

C.1 VALIDACIÓN BAJO ESPIGA

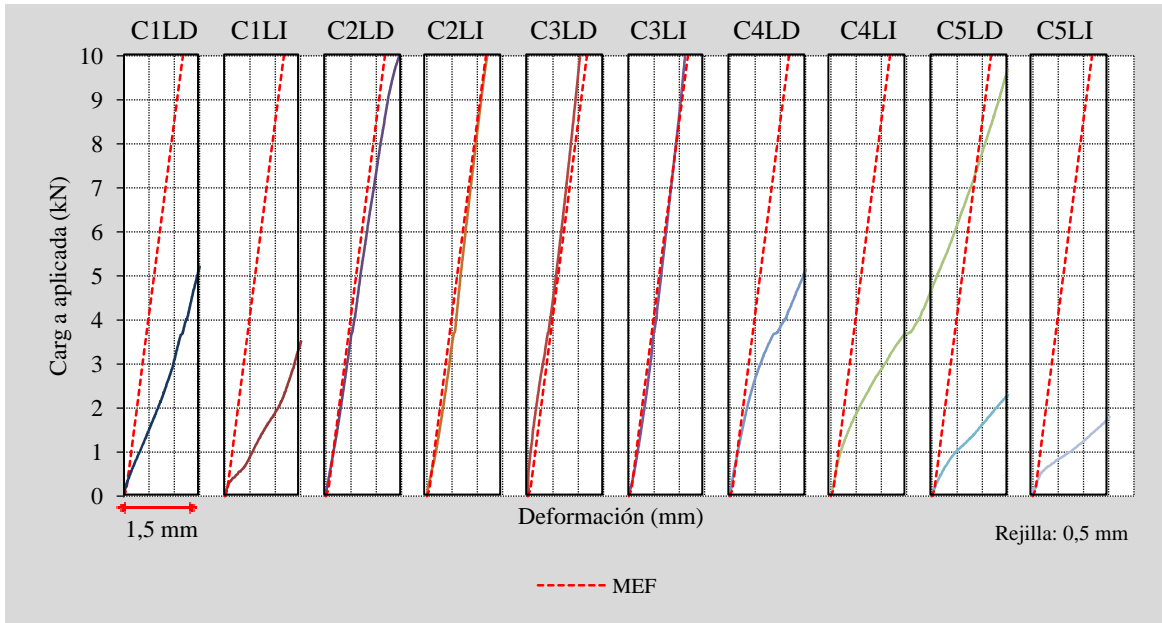
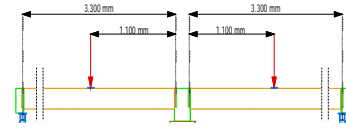


Figura 6.36. Gráficas de resultados experimentales de desplazamientos de la espiga frente a resultados de la simulación Ensayo C del Lote 2.

C.1 VALIDACIÓN BAJO CARGA

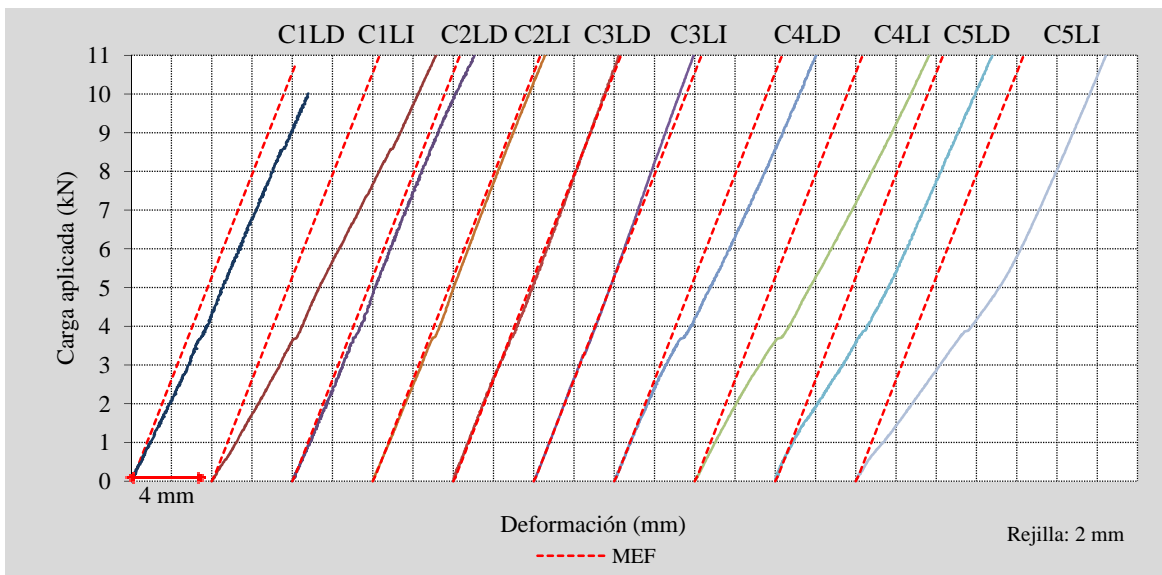


Figura 6.37. Gráficas de resultados experimentales de flecha bajo el punto de aplicación de la carga frente a resultados de simulación Ensayo C Lote 2.

En el ensayo tipo C del Lote 2, tal y como se veía en el análisis de los resultados experimentales, se pueden distinguir dos grupos de probetas. El primero de ellos el cual presenta un comportamiento lineal y constante durante todo el ensayo, es perfectamente simulación por el modelo, y tal y como se ve en las gráficas está representado por las probetas C2LD, C2LI, C3LD y C3II. En el resto de los casos la tendencia en los ensayos es variable una vez que se superan los 2 mm de deformación bajo la carga.

RESUMEN Y CONCLUSIONES SOBRE LA VALIDACIÓN DE LA SIMULACIÓN DEL COMPORTAMIENTO DE LA UNIÓN EN SU FASE DE COMPORTAMIENTO LINEAL ELÁSTICA

Analizando la comparación gráfica entre la presentación de los valores medios de la simulación con cada uno de los casos ensayados se obtienen las siguientes conclusiones:

- Teniendo en cuenta que las limitaciones prácticas impuestas por las normativas actuales, limitan el desplazamiento bajo la unión a 1,5 mm y que la deformación máxima viene limitada en función de la luz de la vigueta, se compara el comportamiento de la simulación con los resultados reales en dichos intervalos.
- Tal y como se puede ver en las gráficas, el comportamiento de las probetas en los ensayos experimentales es variable, diferenciándose varias tendencias.
- El modelo presenta para todos los casos un comportamiento lineal con una pendiente constante y está basado en las propiedades medias de cada uno de los dos lotes de madera de los que fueron extraídas las muestras.
- La variabilidad de los resultados experimentales dificulta la adaptación del modelo a todos los casos. Sin embargo, y tal y como se observa en el análisis anterior el resultado del modelo demuestra que el comportamiento simulado se adapta a la realidad en un número de casos significativo.
- Un ejemplo claro de lo comentado anteriormente es lo que sucede en el ensayo tipo C del Lote 2, en el cual el ensayo experimental muestra dos grupos de probetas con comportamientos diferentes. El modelo simula correctamente el comportamiento del primer grupo de probetas cuya tendencia es lineal y constante. Además debe ser considerado que el modelo C es el tipo de ensayo que más se asemeja a una situación real de un forjado con estructura de madera.

6.3 ANÁLISIS DE LA UNIÓN EN COLA DE MILANO EN VIGUETAS DE FORJADO

6.3.1 Análisis de los desplazamientos

En las condiciones descritas anteriormente en el apartado de Material y Métodos se calculó el desplazamiento vertical de la espiga y la flecha máxima de la vigueta (Figura 6.38) empleando para ello el modelo de simulación numérica generado.

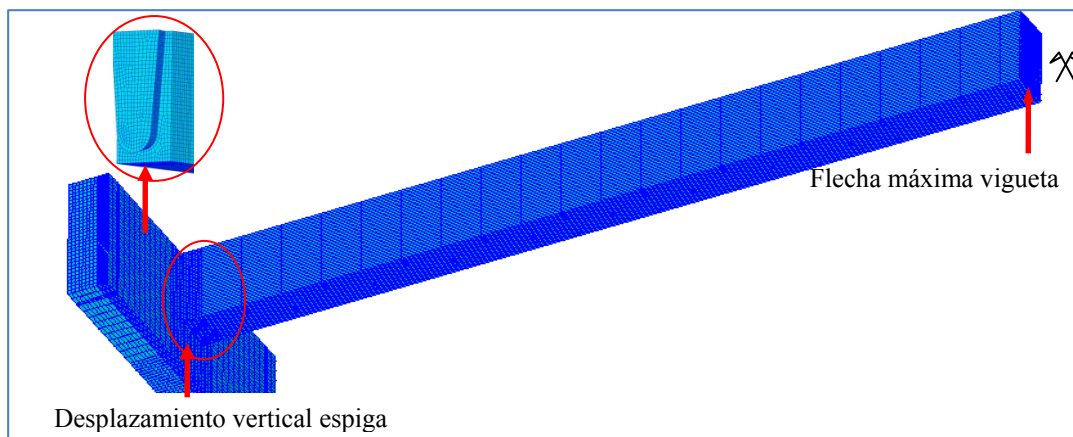


Figura 6.38. Puntos de toma de datos de desplazamiento vertical espiga y flecha máxima de vigueta.

Teniendo en cuenta la carga lineal aplicada de 2,28 kN/m, la reacción en el apoyo de la vigueta de 4,2 metros es de 4,8 kN, en el caso de la vigueta de 3 metros de 3,42 kN y en el caso de la vigueta de 2 metros, de 2,28 kN.

Para dichos valores de reacción, los resultados del valor del descenso de la espiga y de flecha máxima de la vigueta obtenidos mediante la simulación se pueden ver en la Tabla 6.31:

Dimensiones de la vigueta (mm)	100x200x4.200	90x160x3.000	90x120x2.000
Descenso de la espiga (mm)	0,83 mm	0,78 mm	1,01 mm
Flecha máxima (mm)	8,9 mm	5,4 mm	3,2 mm

Tabla 6.31. Valores de desplazamiento y flecha máxima según la simulación de la vigueta con apoyo en cola de milano

La figura 6.39 representa los valores de desplazamientos verticales de la vigueta según la leyenda de colores. Los valores negativos indican un descenso de los nodos.

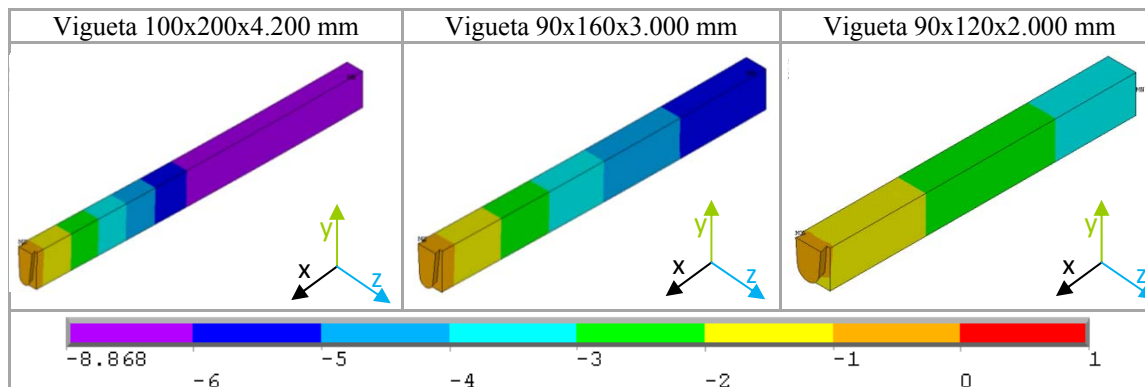


Figura 6.39. Valores de desplazamientos verticales a lo largo de la vigueta según resultados de la simulación.

6.3.1.1 Flecha máxima de la vigueta según CTE

Las comprobaciones habituales en cuanto a flecha en los elementos de madera, deben considerar el efecto de la fluencia, sin embargo, los valores anteriores se corresponden con valores instantáneos. Según el cálculo teórico convencional realizado para el dimensionado de las viguetas del forjado, el criterio en cuanto a flecha que resulta limitante es el denominado según el CTE “criterio de apariencia”, según el cual la deformación máxima en combinación característica no debe superar el valor de la luz de cálculo dividido entre 300.

El valor de la fluencia se introduce teóricamente mediante un factor denominado k_{def} que representa el efecto de la duración de la carga sobre las propiedades de la madera y su valor viene definido en el CTE en función de la clase de servicio y el material. A continuación se indican los parámetros y coeficientes considerados en el cálculo de la deformación con fluencia:

- k_{def} : factor de fluencia definido en función de la clase de servicio en CTE DB SE-M. Para madera laminada en clase de servicio 1, su valor es 0,6.
- Valor del peso propio: variable según vigueta considerando densidad media del material 500 kg/m^3 .
- Valor de carga permanente: $1,08 \text{ kN/m}$ (sin peso propio).
- Valor de sobrecarga de uso: $1,2 \text{ kN/m}$.
- Ψ_2 : coeficiente de simultaneidad, para sobrecarga de uso en zonas residenciales 0,3 según DB SE.

La comprobación del efecto de la fluencia se realiza para el cálculo de la flecha máxima según los parámetros recogidos en el CTE. La siguiente tabla desglosa los valores de flechas considerados en el cálculo según el criterio de apariencia:

Flecha debida al peso propio	f_{pp}
Flecha debida a la carga permanente (sin peso)	f_p
Flecha debida a la fluencia de la carga permanente	$k_{def} \cdot (f_p + f_{pp})$
Flecha debida a la carga variable	f_v
Parte casi permanente de la carga variable y su fluencia	$\Psi_2 \cdot f_v \cdot (1 + k_{def})$
Flecha según criterio de apariencia	$(f_{pp} + f_p) + k_{def} \cdot (f_p + f_{pp}) + \Psi_2 \cdot f_v \cdot (1 + k_{def})$

Tabla 6.32. Definición de los términos implicados en el cálculo de la flecha con fluencia.

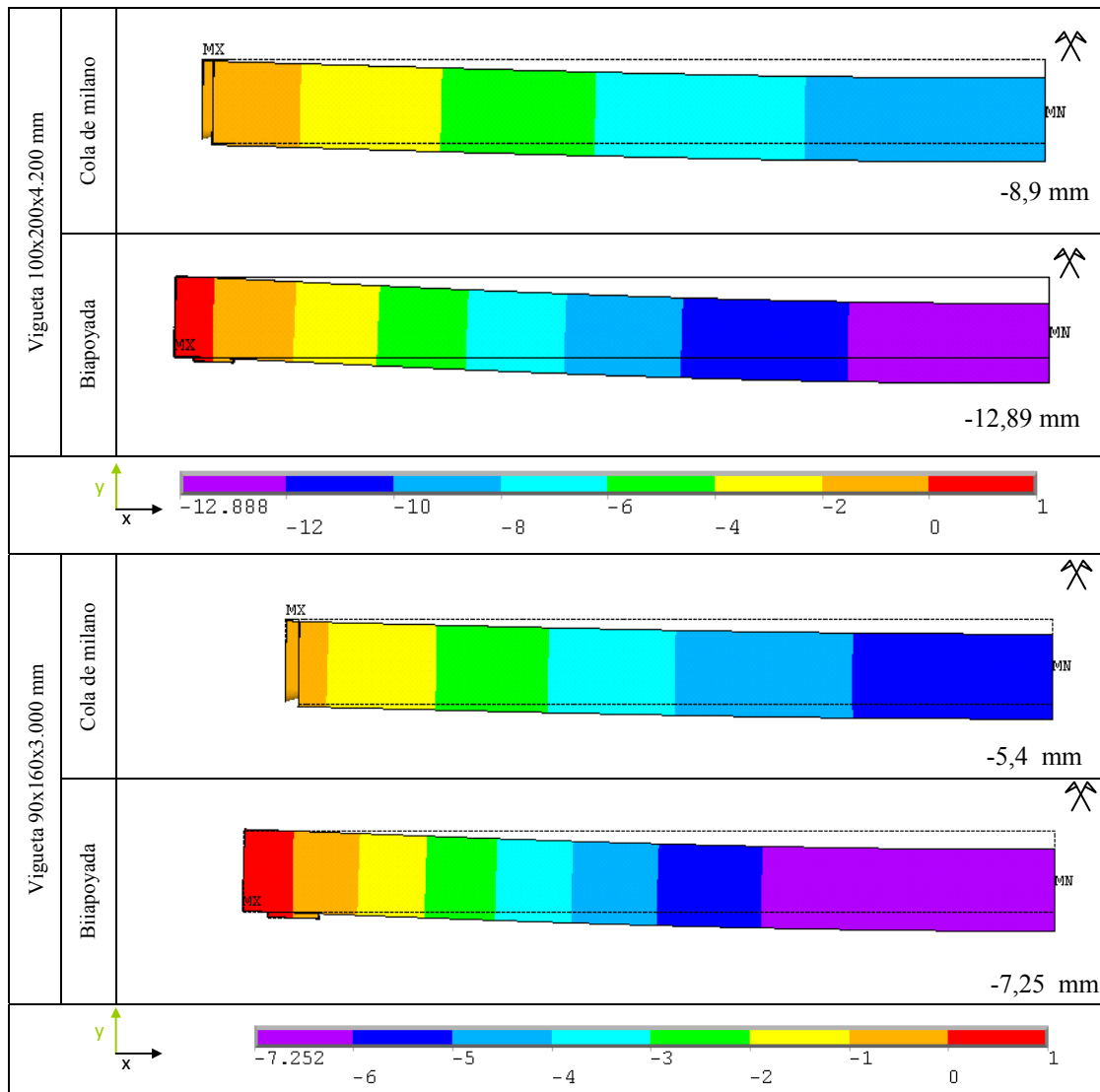
Dimensiones vigueta en mm	100x200x4.200	90x160x3.000	90x120x2.000
Flecha peso propio (mm)	0,4	0,2	0,1
Flecha carga permanente (sin peso) (mm)	4,0	2,5	1,5
Fluencia carga permanente (mm)	2,6	1,6	1
Flecha carga variable (mm)	4,5	2,7	1,6
Parte casi perm carga variable y su fluencia	2,2	1,3	0,8
Flecha criterio de apariencia (mm)	9,2	5,6	3,4
Flecha apariencia/Criterio apariencia (L/300)	$9,2/14 = 0,66$	$5,6/10 = 0,56$	$3,4/6,7 = 0,50$

Tabla 6.33. Valores de los términos implicados en el cálculo de la flecha con fluencia.

Por tanto, en los tres casos la flecha máxima es inferior al límite establecido según el criterio de apariencia. Además se observa como el índice más alto se corresponde con la vigueta de mayor longitud, mientras que el índice más bajo se obtiene para la vigueta de 2 metros de luz.

Comparación de valores de flecha máxima en función del tipo de apoyo

Como es sabido, el empleo de la unión en cola de milano supone la rigidización parcial del apoyo, aspecto que habitualmente no es tenido en cuenta al realizar el dimensionado de la vigueta. La simulación de las viguetas con apoyos articulados permite realizar una comparación gráfica del desplazamiento vertical según el tipo de apoyo. La Figura 6.40 muestra las imágenes obtenidas mediante simulación en las cuales se mantiene el contorno de la pieza en el momento inicial y sobre éste se representa la vigueta deformada. Para poder observar mejor el efecto, se ha multiplicado la escala de deformación en todos los casos por 5. La leyenda de colores se ajusta para cada una de las viguetas simuladas.



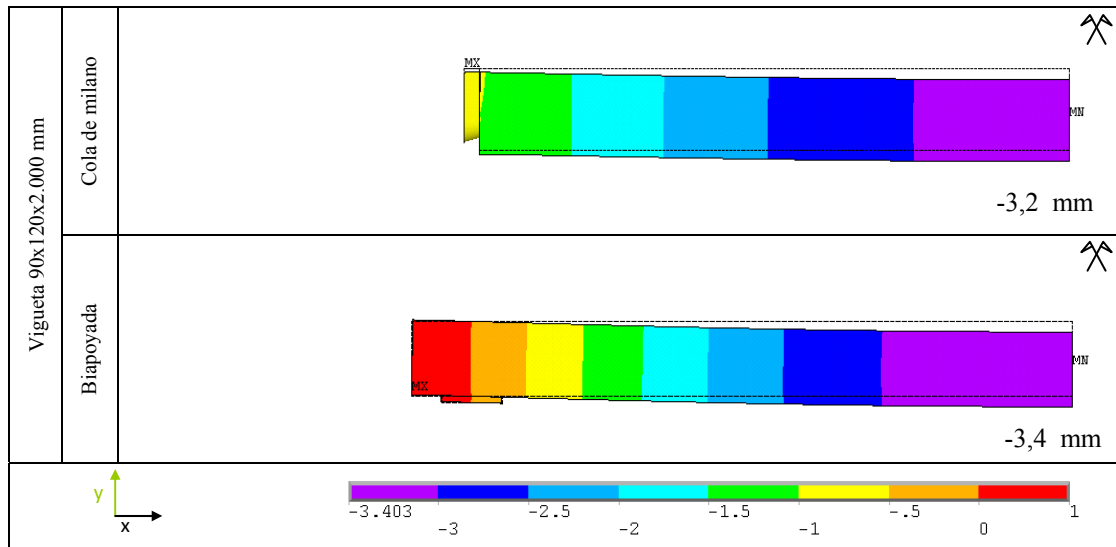


Figura 6.40. Comparación entre los valores de desplazamiento vertical de las viguetas según el tipo de apoyo obtenidos mediante modelos de simulación.

El valor de la flecha máxima obtenido mediante la simulación para el caso de las viguetas biapoyadas coincide con el valor calculado según la expresión del cálculo de flecha máxima en una viga biapoyada con carga uniforme de la teoría clásica de resistencia de materiales (Ecuación 6.1).

$$f = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I} \left[1 + \frac{24}{25} \cdot \frac{E}{G} \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^2 \right] \quad (\text{Ec. 6.1})$$

Donde:

- q: carga lineal aplicada
- l: longitud entre apoyos
- E: módulo de elasticidad longitudinal a flexión
- G: módulo de elasticidad transversal
- I: momento de inercia de la sección respecto a la fibra neutra
- h: altura de la sección

La flecha máxima calculada para la carga total teórica (carga permanente + sobrecarga de uso) en cada uno de los casos es la indicada en la Tabla 6.34, donde se comprueba que los valores son coincidentes con los representados en la gráfica de resultados de la simulación (Fig. 6.40).

Dimensión vigueta (mm)	100x200x4.200	90x160x3.000	90x120x2.000
Flecha instantánea máxima con carga total (mm)	12,9	7,3	3,4

Tabla 6.34. Valores de flecha máxima instantánea según Ecuación 6.1.

Teniendo en cuenta la fluencia y aplicando el criterio de apariencia, los valores de las flechas a considerar y el resultado del índice según el criterio de apariencia son los siguientes:

Dimensión vigueta (mm)	100x200x4.200	90x160x3.000	90x120x2.000
Flecha máxima apariencia(mm)	13,4	6,4	3,5
Flecha apariencia/Criterio apariencia (L/300)	13,4/14= 0,96	6,4/10= 0,64	3,5/6,7= 0,52

Tabla 6.35. Valores de flecha según criterio de apariencia.

Comparando los valores de la flecha máxima teórica para una viga biapoyada con la flecha máxima de la simulación de viguetas con apoyo en cola de milano, se obtienen los resultados de la Tabla 6.36, donde se indica el porcentaje de reducción que implicaría la utilización de apoyos en cola de milano (según la simulación).

Dimensión vigueta (mm)	100x200x4200		90x160x3000		90x120x2000	
Tipo de apoyo	Biapoy.	Cola milano	Biapoy.	Cola milano	Biapoy.	Cola milano
Flecha instantánea con carga total(mm)	12,9	8,9	7,3	5,4	3,4	3,2
Porcentaje de reducción (%)	31%		26%		6%	
Flecha según criterio apariencia (mm)	13,4	9,2	7,6	5,6	3,5	3,4
Porcentaje de reducción (%)	31%		26%		3%	
Flecha según criterio integridad (mm)	11,5	8	6,5	4,8	3,1	2,8
Porcentaje de reducción (%)	30%		26%		10%	
Flecha según criterio confort (mm)	6,5	4,5	3,7	2,7	1,8	1,6
Porcentaje de reducción (%)	31%		27%		11%	

Tabla 6.36. Comparativa de valores de flecha según los criterios recogidos en el CTE.

Como se puede ver en la tabla, para la flecha máxima cuanto mayor es la longitud de la vigueta y por tanto, mayor es el efecto de la flexión, mayor diferencia en función del tipo de apoyo. De esta forma, en el caso de la vigueta de 4,2 metros, la reducción media de la flecha máxima es de 31%, mientras que en la vigueta de 3 metros la reducción es de 26% y en el caso de la vigueta de 2 metros, al ser flechas muy pequeñas el porcentaje de reducción de la deformación varía, siendo de un 6% en el caso de valores instantáneos.

Al analizar estos datos se debe tener en cuenta que es en las viguetas más largas, con mayores tensiones de flexión, donde las exigencias en cuanto a flecha máxima suelen condicionar el dimensionado final. Por tanto, será en estos casos donde la consideración del efecto del apoyo en cola de milano sobre la flecha máxima tendrá mayor interés y podría justificar dimensionados menores.

6.3.1.2. Desplazamientos de la espiga

En el caso de la unión en cola de milano, los flancos de la espiga constituyen el apoyo de la vigueta. La espiga sufre un desplazamiento vertical dentro de la caja y a su vez el giro provocado por la entrada en flexión de la vigueta. Además la inclinación de los flancos de la espiga y su rozamiento con la caja hacen que la espiga se encaje a medida que la carga aumenta y que las superficies de contacto de la espiga queden retenidas con mayor fuerza.

El efecto combinado del desplazamiento vertical con el giro al que se ve sometida la espiga, se puede observar en la Figura 6.41 donde se compara el comportamiento de dos tipos de apoyos.

En primer lugar la simulación de un apoyo con total libertad de giro y en el segundo caso, un apoyo en cola de milano. El caso simulado es de la vigueta de mayor longitud con una mayor flexión (4,2

m) y la escala de la deformación está multiplicada por 5. En rojo se muestran las zonas de la viga que se elevan debido al giro. Los valores negativos son descensos de los elementos con respecto a la posición inicial sin carga.

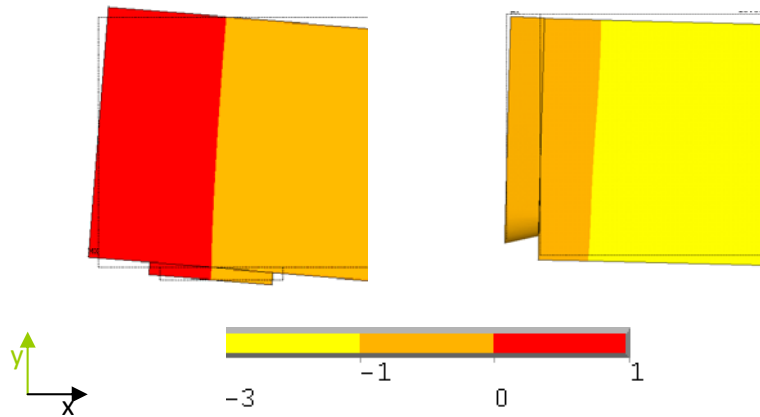


Figura6.41: Desplazamiento vertical de apoyo articulado y de apoyo en cola de milano según simulación.

En el caso del desplazamiento vertical, el CTE únicamente establece una deformación admisible para uniones tradicionales para cargas de servicio de 1 a 1,5 mm.

Del mismo modo que en el caso de la flecha máxima en la vigueta, se analiza el desplazamiento bajo la espiga desde el punto de vista normativo. Sería necesario por tanto, considerar el posible efecto de la fluencia, para ello se realizará el cálculo de manera análoga al caso anterior aunque, para conocer la influencia de la duración de la carga sobre el comportamiento de la unión sería necesaria la realización de ensayos experimentales que confirmasen dicho comportamiento.

Partiendo de la relación lineal conocida como resultado de la simulación y considerando un k_{def} teórico de 0,6 correspondiente a una clase de servicio 1 para madera laminada encolada, se calcula el descenso con su fluencia según el criterio de apariencia (el más desfavorable para la vigueta) para cada una de las viguetas simuladas.

Desplazamiento debido al peso propio	f_{pp}
Desplazamiento debido a la carga permanente (sin peso)	f_p
Desplazamiento debido a la fluencia de la carga permanente	$k_{def} \cdot (f_p + f_{pp})$
Desplazamiento debido a la carga variable	f_v
Parte casi permanente de la carga variable y su fluencia	$\Psi_2 \cdot f_v \cdot (1 + k_{def})$
Desplazamiento según criterio de apariencia	$(f_{pp} + f_p) + k_{def} \cdot (f_p + f_{pp}) + \Psi_2 \cdot f_v \cdot (1 + k_{def})$

Tabla 6.37. Definición de los términos implicados en el cálculo del desplazamiento con fluencia.

Dimensiones vigueta en mm	100x200x4.200	90x160x3.000	90x120x2.000
Desplazamiento peso propio	0,035	0,025	0,024
Desplazamiento carga permanente (sin peso)	0,37	0,36	0,47
Fluencia carga permanente	0,24	0,14	0,30
Desplazamiento carga variable	0,43	0,40	0,52
Parte casi perm carga variable y su fluencia	0,21	0,20	0,24
Desplazamiento criterio de apariencia	0,86	0,73	1,03
Desplaz. apariencia/Criterio uniones (1,5 mm)	0,86/1,5 = 0,57	0,73/1,5=0,49	1,03/1,5=0,69

Tabla 6.38. Valores de los términos implicados en el cálculo del desplazamiento con fluencia.

Comparación entre índices flecha máxima de la vigueta – descenso máximo de la espiga en la vigueta con apoyo en cola de milano

Comparando los índices en cuanto a flecha máxima de la vigueta y en cuanto al descenso máximo de la espiga, se comprueba que en el caso de las viguetas de 4,2 y 3 m, el criterio más desfavorable es el de la flecha máxima en la vigueta, mientras que en la vigueta de 2 m es más desfavorable el criterio en cuanto a desplazamiento de la espiga. La Tabla 6.39 muestra los índices para cada caso.

Dimensiones vigueta en mm	100x200x4.200	90x160x3.000	90x120x2.000
Flecha apariencia/Criterio apariencia (L/300)	0,66	0,56	0,50
Desplaz. apariencia/Criterio uniones (1,5 mm)	0,57	0,49	0,69

Tabla 6.39. Índices de comprobación de deformación para cada una de las viguetas con apoyo en cola de milano.

Análisis de los desplazamientos en el interior de la espiga

Con los resultados del modelo es posible analizar de qué manera afectan las fuerzas de rozamiento en los desplazamientos de la espiga. Ajustando los valores de la leyenda en la gráfica de desplazamientos verticales se puede observar el efecto del rozamiento de los flancos y del encaje que sufre la espiga dentro de la caja con la aplicación de la carga, de modo que las esquinas superiores de la espiga quedan retenidas y descienden menos que el resto de la espiga.

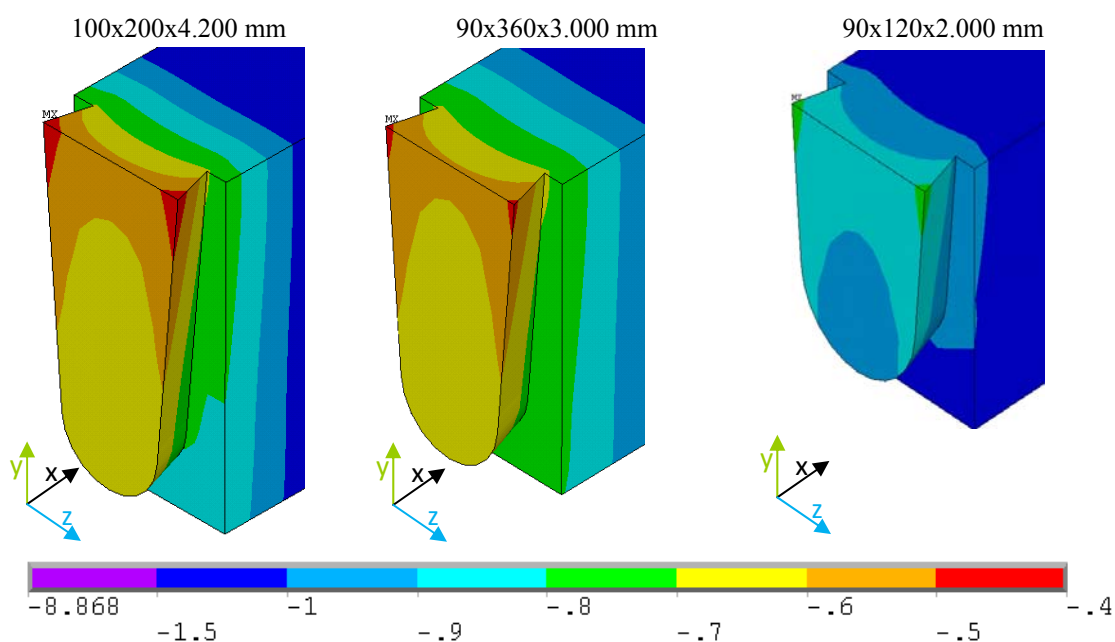


Figura 6.42. Desplazamiento vertical de la espiga según las dimensiones de la vigueta.

Por otro lado, a través de los desplazamientos de los elementos de contacto se puede estimar cuál es la distancia de la espiga respecto de la caja tras la aplicación de la carga.

En la Figura 6.43, se puede ver como la superficie del flanco de la espiga está en contacto con la caja (color rojo), mientras que la parte redondeada se encuentra a más de 3,5 mm en los tres casos.

La distancia entre la base de la espiga y el fondo de la caja es uno de los parámetros geométricos de partida y en el momento inicial su valor es de 5 mm, valor que según indica la leyenda de colores se ha reducido en todos los casos. En los casos de las viguetas de 4,2 y 3 m, el descenso de la espiga dentro de la caja es de 0,8 mm, mientras que en el caso de la vigueta de 2 m, este descenso es de 1,1 mm.

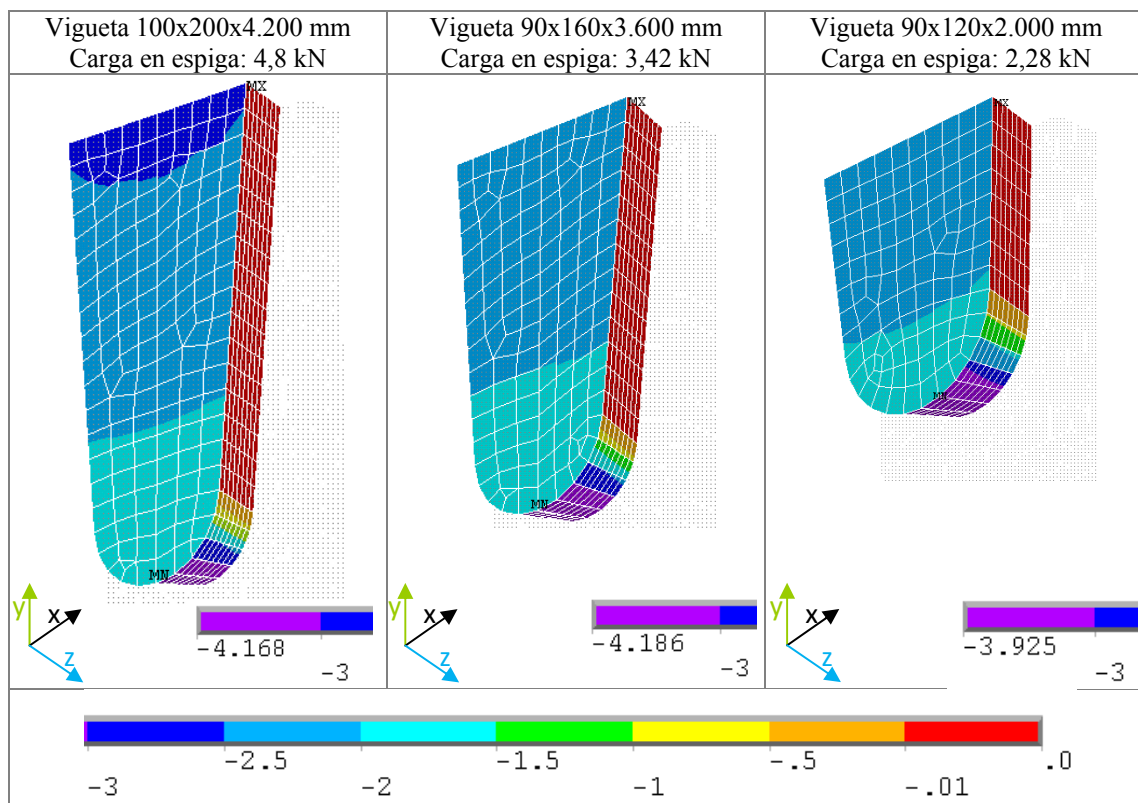
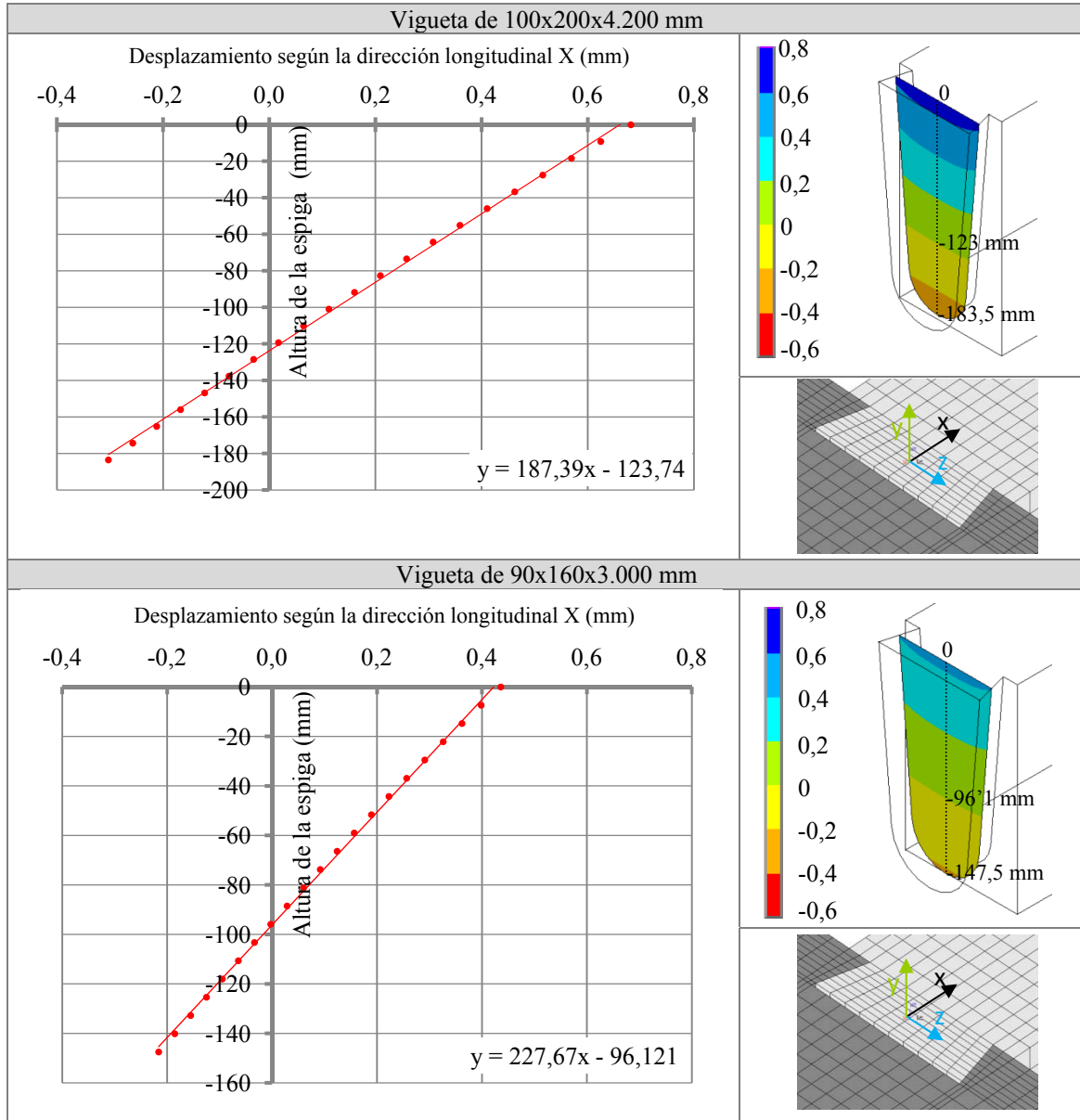


Figura 6.43. Distancia entre los elementos de contacto de la espiga y los elementos de contacto de la caja.

La holgura entre testa de la espiga y el fondo de la caja en la dirección longitudinal de la vigueta, también se establece como parámetro geométrico inicial, en este caso de 2mm. Según la leyenda de colores la zona cyan se encuentra a una distancia del fondo de la caja entre 1,5 y 2 mm, mientras que en la vigueta de 4,2 metros se puede apreciar cómo se separa la parte superior de la espiga (azul oscuro), debido al efecto del giro entre 2,5 y 3 mm. En las otras dos viguetas ese alejamiento no llega a superar los 2,5 mm. En las gráficas también se puede ver la ubicación del eje de giro de la espiga durante la flexión marcado por el cambio del color cyan al azul.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con la finalidad de averiguar cuál es el eje de giro en la sección de apoyo se toman resultados de desplazamientos según el eje X (dirección longitudinal de la vigueta), a lo largo de la línea puntada dibujada en la gráfica. En la Figura 6.44 se incluye el punto tomado como origen de coordenadas. También se señala el valor de la altura de la espiga y la ubicación del eje de giro de la sección correspondiente con un desplazamiento nulo en la dirección longitudinal de la vigueta.



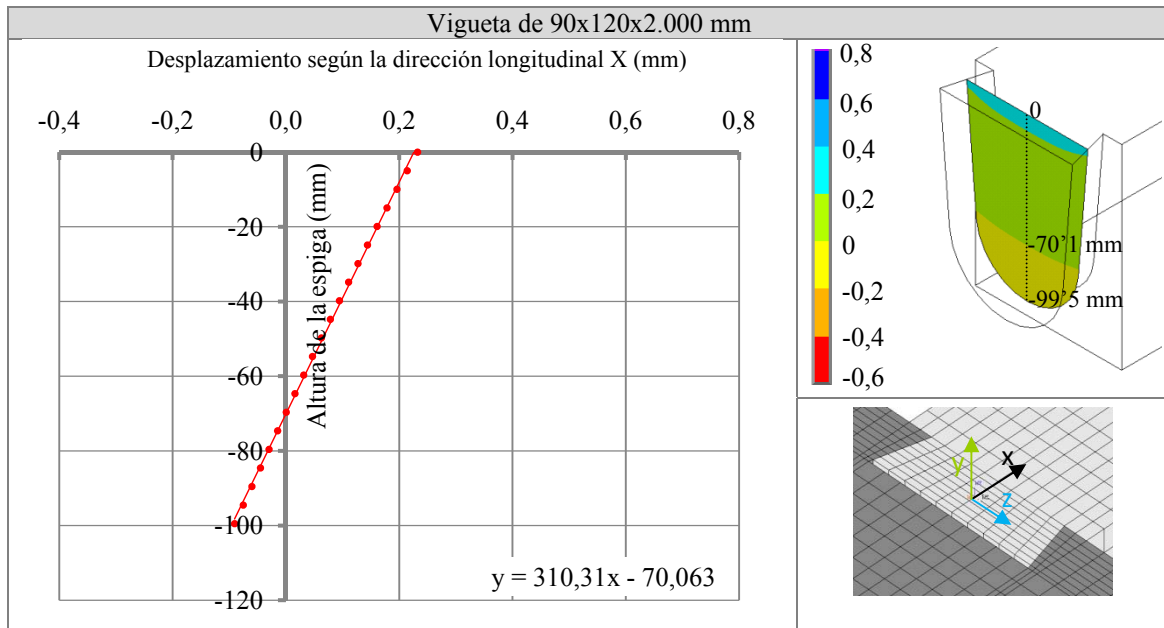


Figura 6.44. Graficas de representación del desplazamiento según la dirección longitudinal de la vigueta de los puntos de la sección media de la testa de la espiga.

En la Tabla 6.40 se indica la posición del eje de giro horizontal con respecto a la cara superior de la vigueta, expresada como porcentaje de la altura total de la espiga y de la sección.

Vigueta	% Altura de espiga	% Altura de sección
100x200x4.200 mm	62	60
90x160x3.000 mm	65	60
90x120x2.000 mm	70	58

Tabla 6.40. Ubicación del eje horizontal del giro de la sección con respecto a la cara superior de la vigueta

En cuanto a la testa de la vigueta de donde parte la espiga, en la Figura 6.45 se observa como para las tres viguetas analizadas la zona inferior se encuentra en contacto con la viga (color amarillo), de hecho en algunos de los ensayos experimentales, se aprecian las muescas provocadas por las tensiones de compresión perpendicular a la fibra sobre la viga, debido a la presión que ejerce la testa de la vigueta sobre ella.

Al mismo tiempo, en la vigueta más larga (4,2 metros) la parte superior se aleja hasta un máximo de 0,5 mm debido al efecto del giro provocado por la entrada en flexión de la vigueta.

Comparando los tres casos se concluye que en la vigueta más corta (2 metros) la mayor parte de la testa se encuentra en contacto (a menos de 0,1 mm) con la cara lateral de la viga siendo menor el efecto del giro que provoca una mayor separación en la vigueta de 4,2 metros.

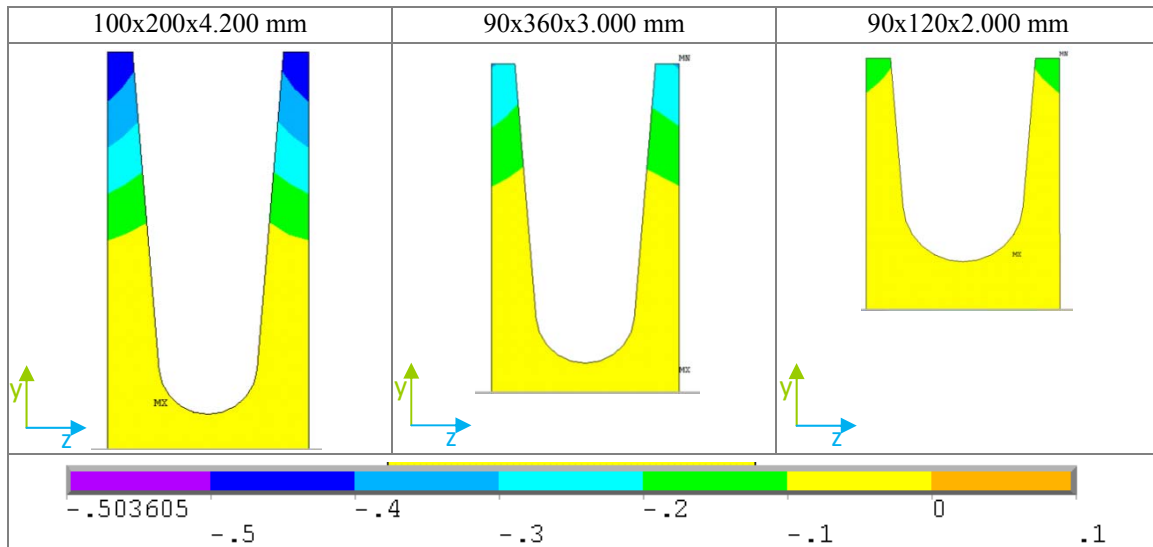


Figura 6.45. Distancia entre los elementos de contacto de la testa de la vigueta y los de la cara de la viga de apoyo.

6.3.2 Análisis del grado de empotramiento

La reducción de la flecha máxima de la vigueta se debe al efecto de semi-empotramiento del apoyo en cola de milano. En este apartado se analiza el grado de empotramiento de la unión en comparación con la libertad de giro de una viga biapoyada.

El cálculo del valor del ángulo de giro elástico en una viga biapoyada con carga uniforme se calcula según la siguiente expresión deducida según teoría de resistencia de materiales:

—

Ec. 6.2

Donde:

- θ_A : ángulo elástico de giro en el apoyo A
- q: carga lineal que actúa sobre la viga
- l: luz entre apoyos de la viga
- E: módulo de elasticidad longitudinal
- I: momento de inercia de la sección

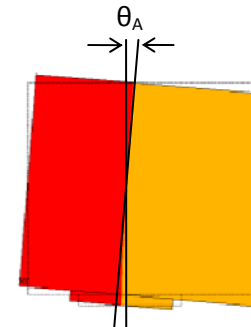


Figura 6.46. Representación del giro elástico de la sección.

Suponiendo una vigueta biapoyada de 4,2 m con la misma geometría y bajo las mismas condiciones de carga que la viga de la simulación obtendríamos el siguiente ángulo de giro:

$$\theta_A = \frac{2,38 \cdot 4.200^3}{24 \cdot 11.600 \cdot 66.666,666,7} = 0,0095 \text{ rad}$$

Ec. 6.3

Donde:

q: 2,38 N/mm (incluido peso propio)

l: 4.200 mm de luz entre apoyos

E: 11.600 módulo de elasticidad N/mm²

I: momento de inercia de una sección rectangular de 100x200 mm (mm⁴)

Empleando el modelo de simulación numérica de una viga biapoyada y conociendo los desplazamientos según la dirección longitudinal de los nodos en la línea central de la sección sobre el apoyo, se obtiene el valor del ángulo de giro.

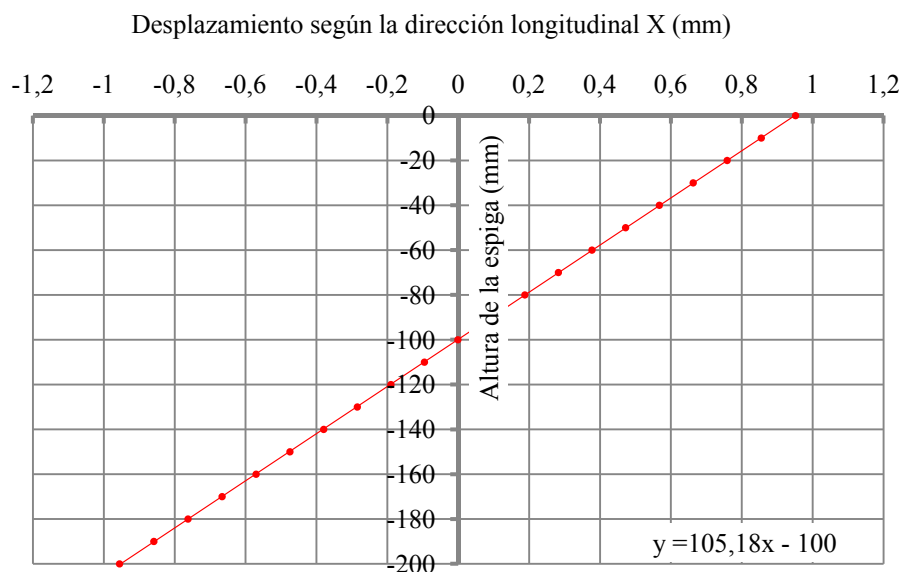


Figura 6.47. Gráfica de representación del desplazamiento en la dirección longitudinal de la sección del apoyo de una viga biapoyada según simulación

El valor del ángulo elástico de giro obtenido mediante la simulación coincide con el obtenido según la ecuación de resistencia de materiales, tal y como se comprueba en la siguiente ecuación:

$$\theta_A = \frac{\pi}{2} - \arctg(105,18) = 0,0095 \text{ rad}$$

Ec. 6.4

Se puede suponer que el efecto del apoyo en cola de milano en el giro es el equivalente al efecto de aquel momento flector que actuando en el apoyo provoca un giro en sentido contrario al giro elástico provocado por la flexión, de valor igual a la diferencia entre el ángulo de giro de la unión y el ángulo de giro de la articulación. Conociendo el valor de ese momento flector es posible saber el grado de empotramiento de la unión.

Tomando la pendiente de las gráficas del giro de los apoyos para cada una de las viguetas simuladas y aplicando la ecuación de resistencia de materiales en el caso de los ángulos para viguetas biapoyadas, se obtienen los valores de los ángulos de giro.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La Tabla 6.41 indica dichos valores y el porcentaje de reducción de giro que implica el apoyo en cola de milano (según simulación) frente al apoyo con libertad de giro:

Dimensiones vigueta (mm)	100x200x4.200	90x160x3.000	90x120x2.000
θ_A Biapoyada (rad)	0,0095	0,0074	0,0052
θ_A Cola de milano (rad)	$\pi/2 - \arctg(187,39) =$ 0,0053	$\pi/2 - \arctg(227,67) =$ 0,0044	$\pi/2 - \arctg(310,31) =$ 0,0032
Reducción del ángulo de giro	44%	40,5%	38,5%

Tabla 6.41. Ángulo de giro para viguetas biapoyadas y con unión en cola de milano.

A su vez, la expresión que permite calcular el ángulo de giro en una viga biapoyada con un momento flector en cada extremo del mismo valor y signo opuesto es la siguiente:

$$\theta_A = \frac{M \cdot L}{2 \cdot E \cdot I} \quad \text{Ec. 6.5}$$

Donde:

- M: valor de momento flector que actúa en cada uno de los apoyos
- L: distancia entre los apoyos
- E: módulo de elasticidad longitudinal a flexión
- I: momento de inercia de la sección
- θ_A : ángulo debido al hipotético momento flector en la unión en cola de milano.

Para cada una de las dimensiones de las viguetas analizadas, se muestran los resultados del valor del momento flector que habría que aplicar en un apoyo con giro libre para reducir el ángulo de giro hasta conseguir el grado de empotramiento de un apoyo en cola de milano.

b (mm)	h (mm)	L (mm)	I (mm ⁴)	E (N/mm ²)	θ_A (diferencia)	M (kN·m)
100	200	4.200	$66,7 \cdot 10^6$	11.600	0,0042	1,51
90	160	3.000	$30,7 \cdot 10^6$	11.600	0,0030	0,71
90	120	2.000	$13 \cdot 10^6$	11.600	0,0020	0,30

Tabla 6.42. Cálculo del momento flector que sería necesario para conseguir el efecto de la unión en cola de milano en una viga biapoyada.

6.3.3 Análisis tensional en la unión

Sobre las simulaciones de las viguetas de luces 4'2 m, 3 m y 2 m, se realiza el análisis tensional que permite conocer qué zonas son las más tensionadas en cada uno de los casos y qué tensiones se alcanzan para una carga lineal aplicada de 2,28 kN/m (según Tabla 6.32).

Se muestran las representaciones gráficas de las tensiones en los elementos en función del sistema de coordenadas local generado. Tanto en la espiga como en la caja, las tensiones según el eje X se corresponden con tensiones en la dirección longitudinal de forma que actúan paralelamente a la dirección de las fibras. La leyenda de colores señala con valores negativos las tensiones de compresión y con valores positivos las tensiones de tracción.

Las tensiones según el eje Y actúan en la dirección radial mientras que las tensiones según el eje Z, actúan en la dirección tangencial. Al igual que las tensiones que actúan en la dirección del eje X, los valores negativos se corresponden con tensiones de compresión y los positivos con valores de tracción.

Además se analizan las tensiones tangenciales en los tres planos principales de ortotropía.

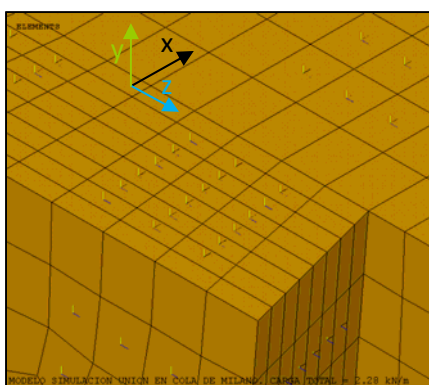


Figura 6.48. Sistema de ejes de coordenadas local e identificación por colores de los ejes representados en los elementos.

6.3.3.1 Análisis tensional de la espiga

A continuación se realiza el análisis tensional según las representaciones gráficas obtenidas del modelo para cada una de las tensiones en cada una de las tres viguetas simuladas. Se muestran imágenes de la espiga, la testa de la vigueta y la representación de tensiones a lo largo de la línea de nodos en la que se localizan las tensiones máximas de tracción y compresión o el máximo en valor absoluto en el caso de las tensiones tangenciales.

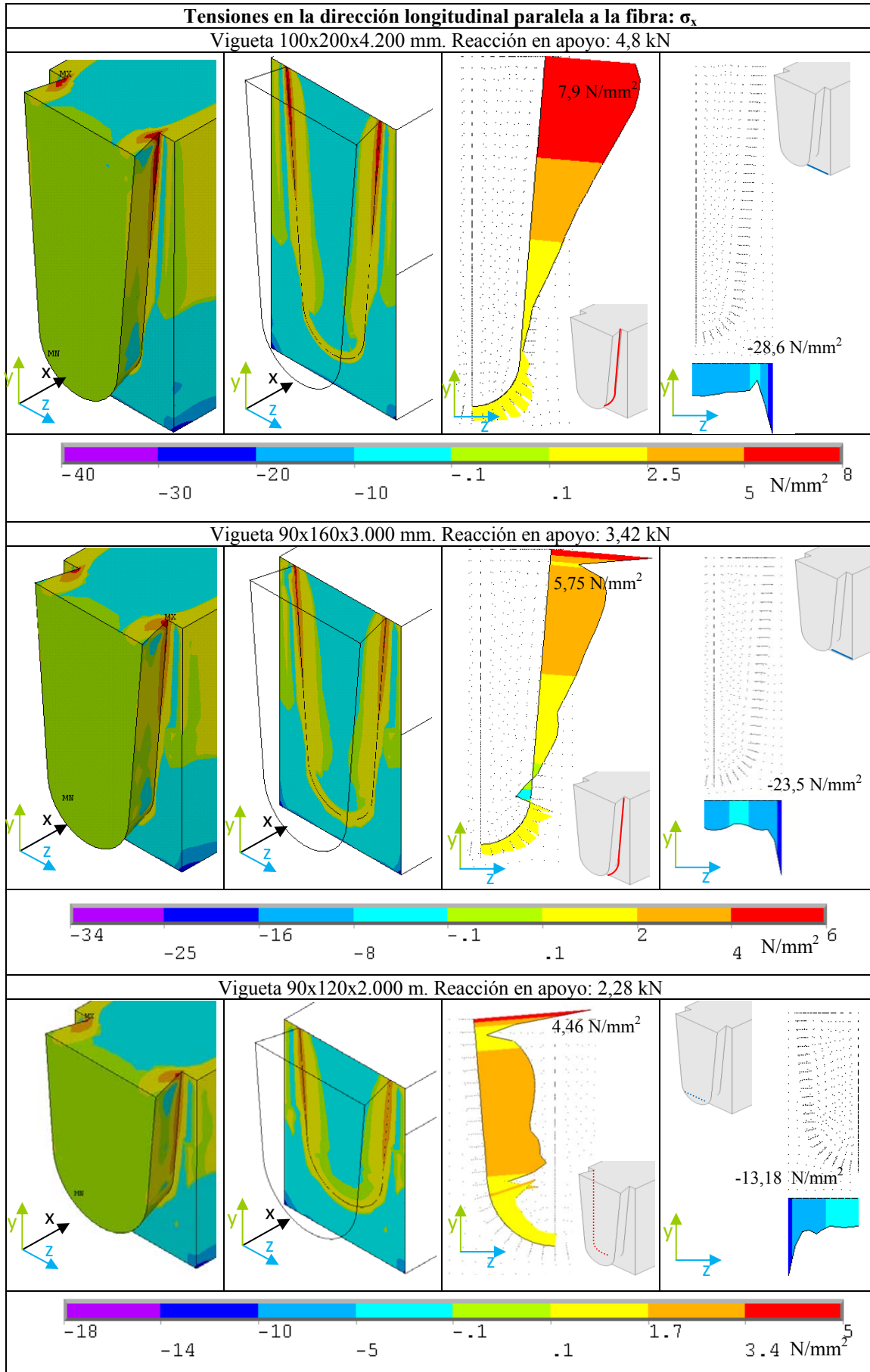


Figura 6.49. Distribución de tensiones paralelas a la fibra (eje X) en la espiga.

Una de las primeras observaciones a realizar con respecto a las tensiones paralelas a la fibra, es que el empleo de la unión en cola de milano provoca una modificación del estado tensional debido a la aparición de un momento flector que se traduce en tensiones de tracción paralela a la fibra en la cara superior y compresiones paralelas a la fibra en la cara inferior. Sin embargo, estas tensiones de tracción no se distribuyen uniformemente en la sección sino que afectan principalmente a las fibras próximas a la zona de entalladura.

Para observar este efecto con mayor claridad, en la Figura 6.50 se ha modificado la leyenda de modo que en color azul oscuro se muestran las zonas comprimidas y en color verde, las zonas traccionadas, el color cian se corresponde con valores próximos a 0. Se representa el caso de la vigueta de 4,2 metros.

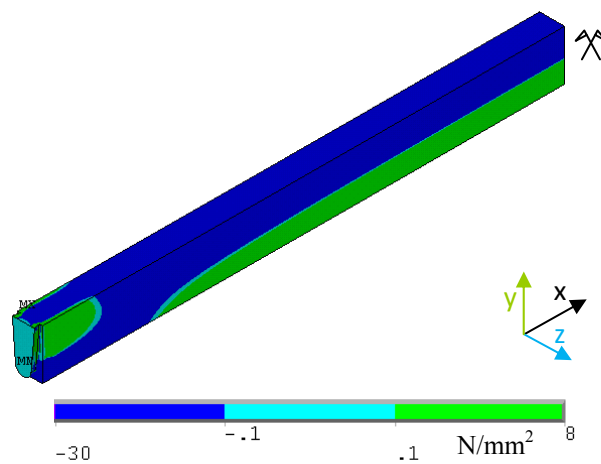


Figura 6.50. Tensiones paralelas a la fibra (eje X) en la mitad simulada de la vigueta.

Observando la distribución de tensiones en el interior de las secciones próximas al apoyo, se comprueba como el efecto de retención de la espiga en la caja, representado en las tensiones de tracción paralela a la fibra que evitan el giro de la parte superior de la espiga, afecta solamente a las zonas exteriores. La Figura 6.51 representa las tensiones según el eje X en secciones de la vigueta próximas al apoyo.

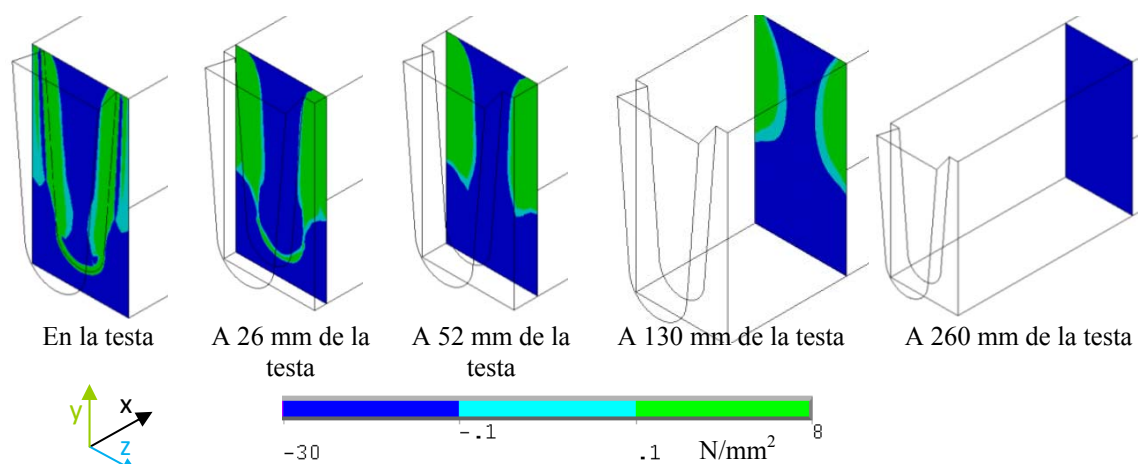


Figura 6.51. Tensiones paralelas a la fibra (eje X) en diferentes secciones a lo largo de la vigueta

Los mayores valores de tracción paralela a la fibra, se localizan en los tres casos a lo largo de la arista de la espiga, siendo máximo su valor en el punto superior. Las aristas que definen la espiga en su unión a la testa de la vigueta están sometidas en todos los casos a tensiones de tracción.

Tal y como se ve en la Figura 6.49, las tensiones de compresión máximas se localizan en el borde inferior de la sección, y están provocadas por el denominado “efecto esquina”.

Este incremento de las tensiones en la esquina de la vigueta se puede explicar considerando los efectos de interacción entre dos materiales con distinta rigidez. Si el elemento que incide es muy flexible (Fig. 6. 52 B), se adapta al elemento sobre el que incide y se produce una distribución uniforme de tensiones entre las superficies de contacto. Por el contrario, si el elemento que incide fuese mucho más rígido que el elemento sobre el que incide (Figura 6.52 C), se produciría una distribución no uniforme de tensiones de modo que las tensiones a transmitir se concentrarían en las esquinas, siendo incluso posible alcanzar matemáticamente tensiones infinitas. Este efecto se acentúa por el hecho de considerar el material como elástico y de resistencia indefinida sin tener en cuenta una ley constitutiva de comportamiento elastoplástico.

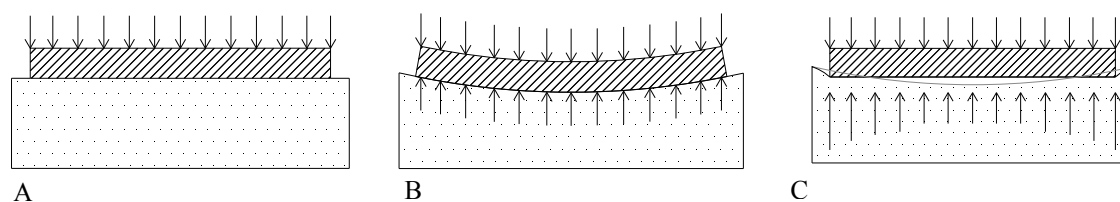


Figura 6.52. Interacción de dos materiales según su rigidez.

En la modelización, el módulo de elasticidad de la vigueta se corresponde con el módulo de elasticidad paralelo a la fibra. La vigueta incide sobre la viga transmitiendo tensiones de compresión de naturaleza perpendicular, a las que la viga responde con un módulo de elasticidad 21 veces menor que el de la vigueta. Por tanto, interactúa un cuerpo mucho más rígido (vigueta) con un cuerpo menos rígido (viga). El resultado representado en la gráfica muestra el fenómeno descrito.

Si se incorporase la ley elastoplástica del material, al alcanzar el límite elástico a compresión en la esquina, el material se plastificaría y se produciría una redistribución de tensiones que atenuaría las tensiones de borde.

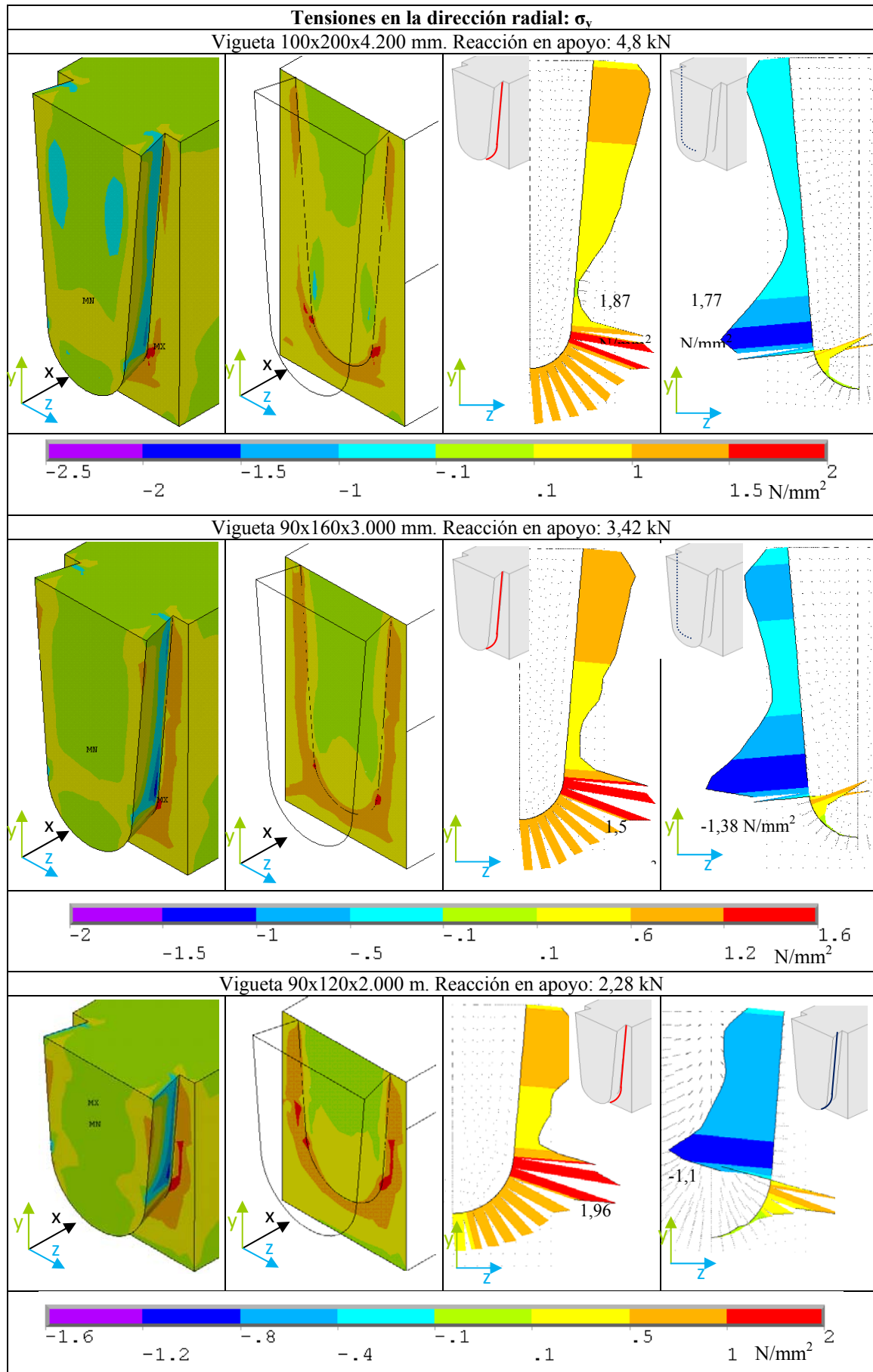


Figura 6.52. Distribución de tensiones en la dirección radial (eje Y) en la espiga.

Las tensiones de tracción perpendicular a la fibra en la dirección vertical, afectan a la testa de la vigueta, con mayor valor en las zonas próximas a la entalladura que define la espiga. Los valores máximos se producen a la altura de la zona de transición del tramo recto del flanco a la parte inferior redondeada de la espiga. El comportamiento es similar en los tres casos ya que la caja impide el descenso de la espiga pero no afecta al resto de la testa de la vigueta. Cabe destacar que, la tensión máxima de tracción perpendicular a la fibra según el eje Y, se produce en la vigueta más corta a pesar de tener que soportar una reacción de menor valor que en los demás casos.

Las tensiones de compresión perpendicular a la fibra se concentran en los flancos de la espiga con el valor máximo en la parte más próxima a la zona curva en los tres casos. Estas compresiones se producen por la oposición de la caja al descenso de la espiga. Además se comprueba como las tensiones no son uniformes en toda la superficie del flanco.

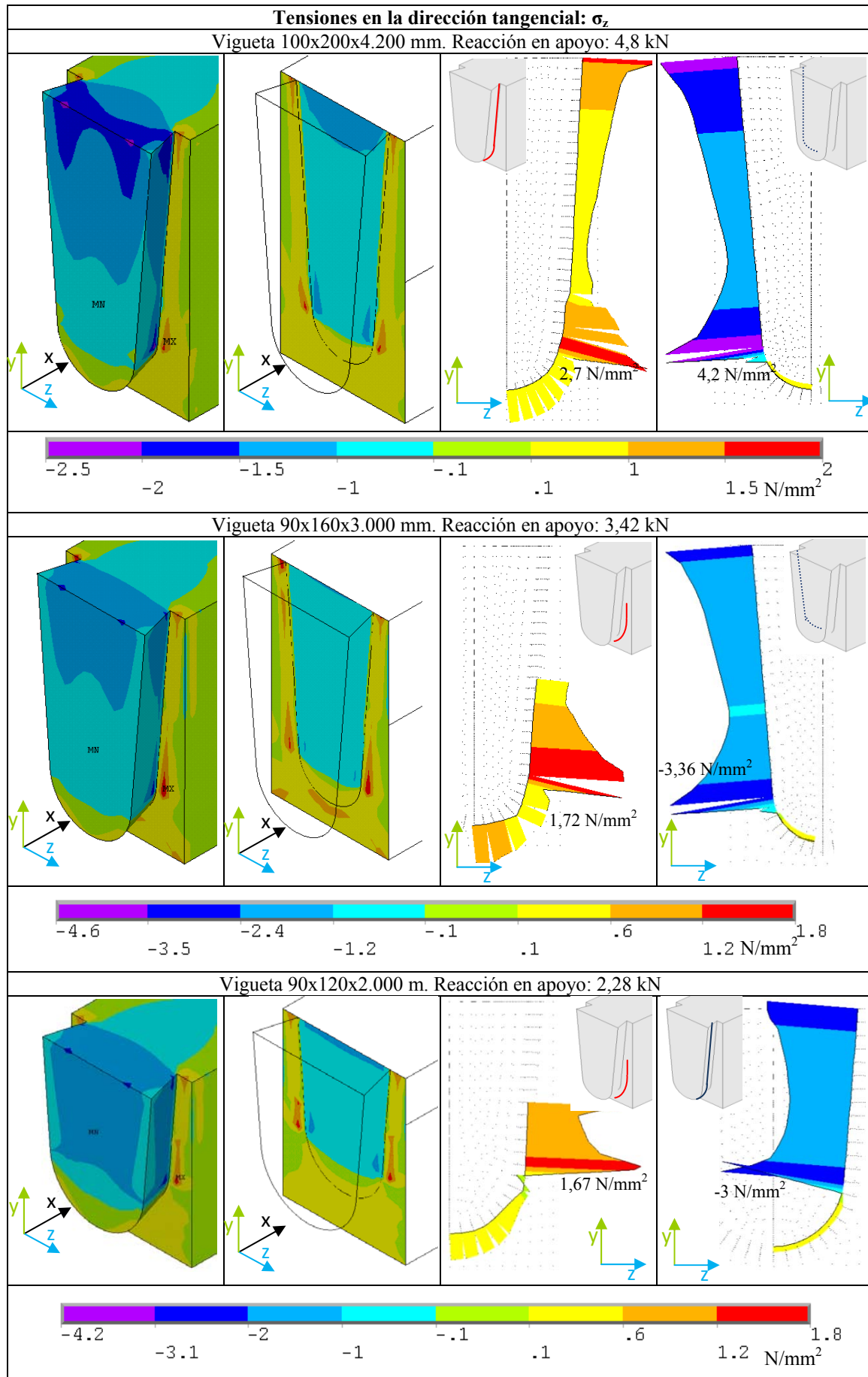


Figura 6.53. Distribución de tensiones en la dirección tangencial (eje Z) en la espiga.

En la dirección del eje Z actúan las tensiones perpendiculares a la fibra en la dirección horizontal, provocando tensiones de tracción máximas superiores a las producidas en la dirección vertical en el caso de las viguetas más largas (4,2 m y 3 m). Los valores de compresión máximos son superiores en todos los casos a los producidos en la dirección vertical.

Y en ambos casos, tracción y compresión, los puntos con valores máximos se sitúan en las mismas zonas. De forma que la máxima tracción se produce en la testa de la vigueta en la zona próxima a la zona curva de la espiga y la máxima compresión a la misma altura que la tracción pero en el flanco de la espiga.

La testa de la espiga se encuentra traccionada en aquellas zonas que rodean a la espiga, mientras que la espiga y las zonas interiores de la vigueta se encuentran comprimidas. Estos efectos son debidos al intento de la espiga en descender dentro de la caja con forma de cuña.

Se observa claramente como la parte interior de la espiga se comprime entre los flancos mientras que la parte redondeada al no estar en contacto con la caja no sufre estas tensiones.

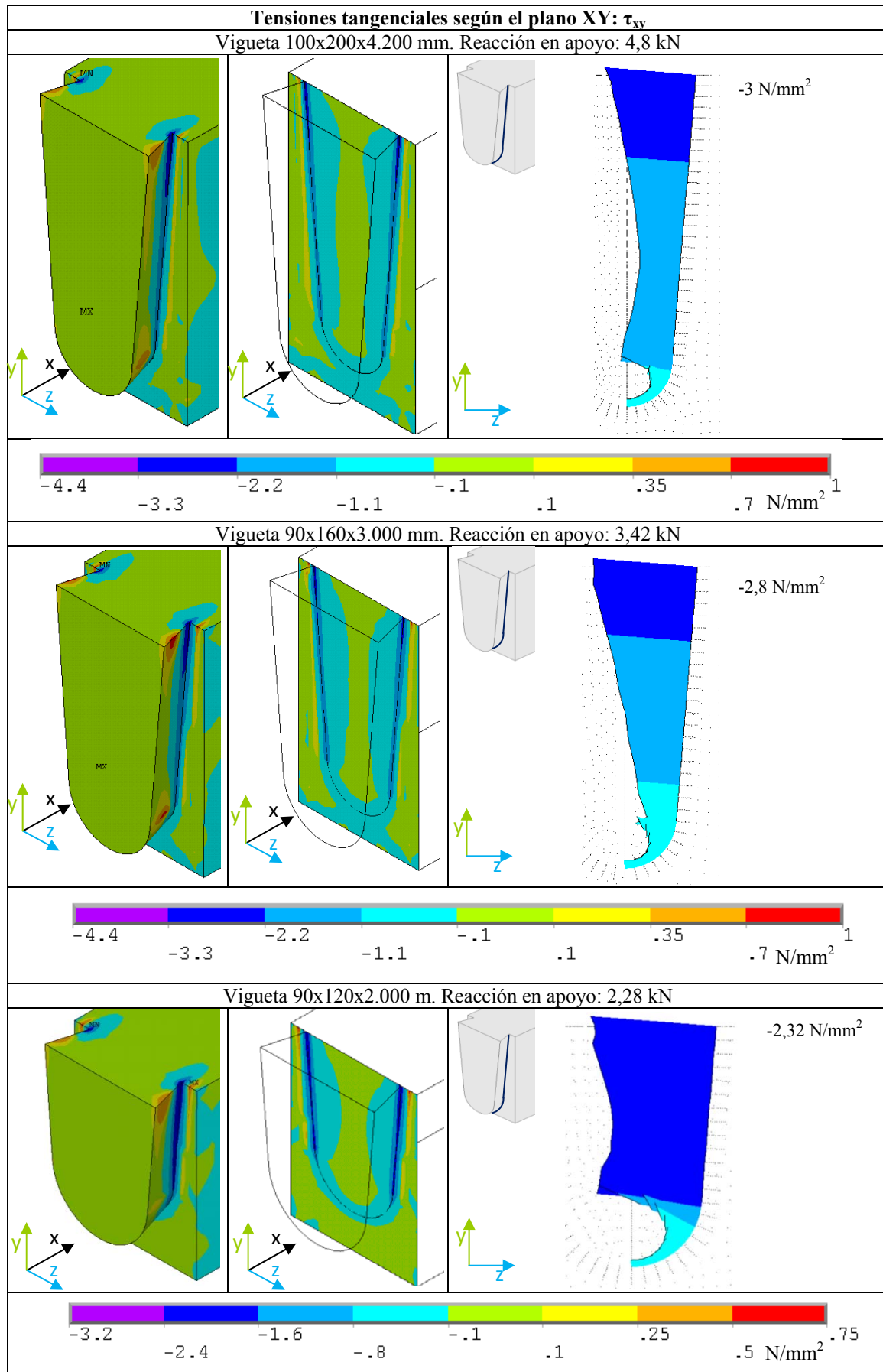


Figura 6.54. Distribución de tensiones tangenciales en el plano XY en la espiga.

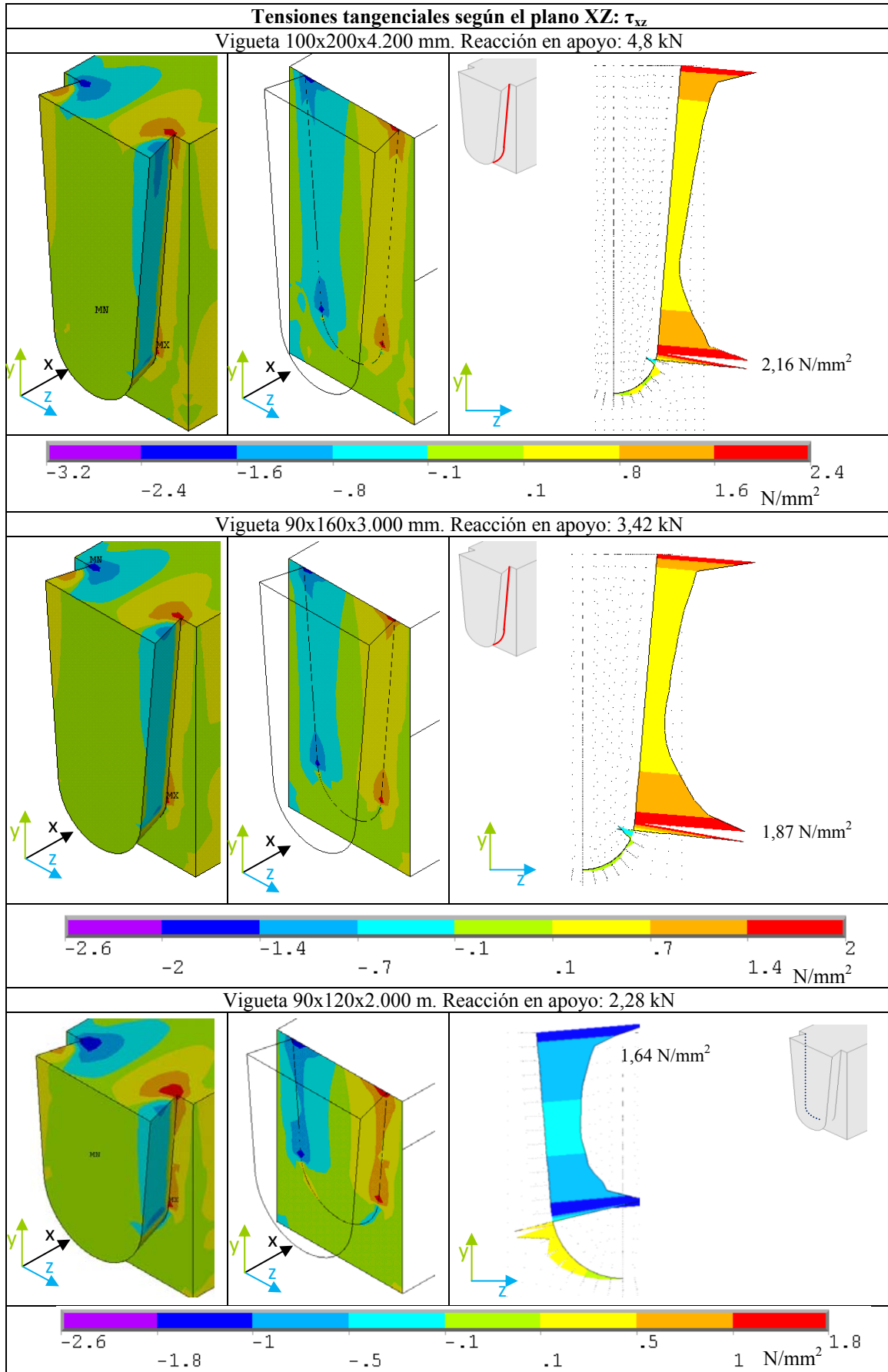


Figura 6.55. Distribución de tensiones tangenciales en el plano XZ en la espiga.

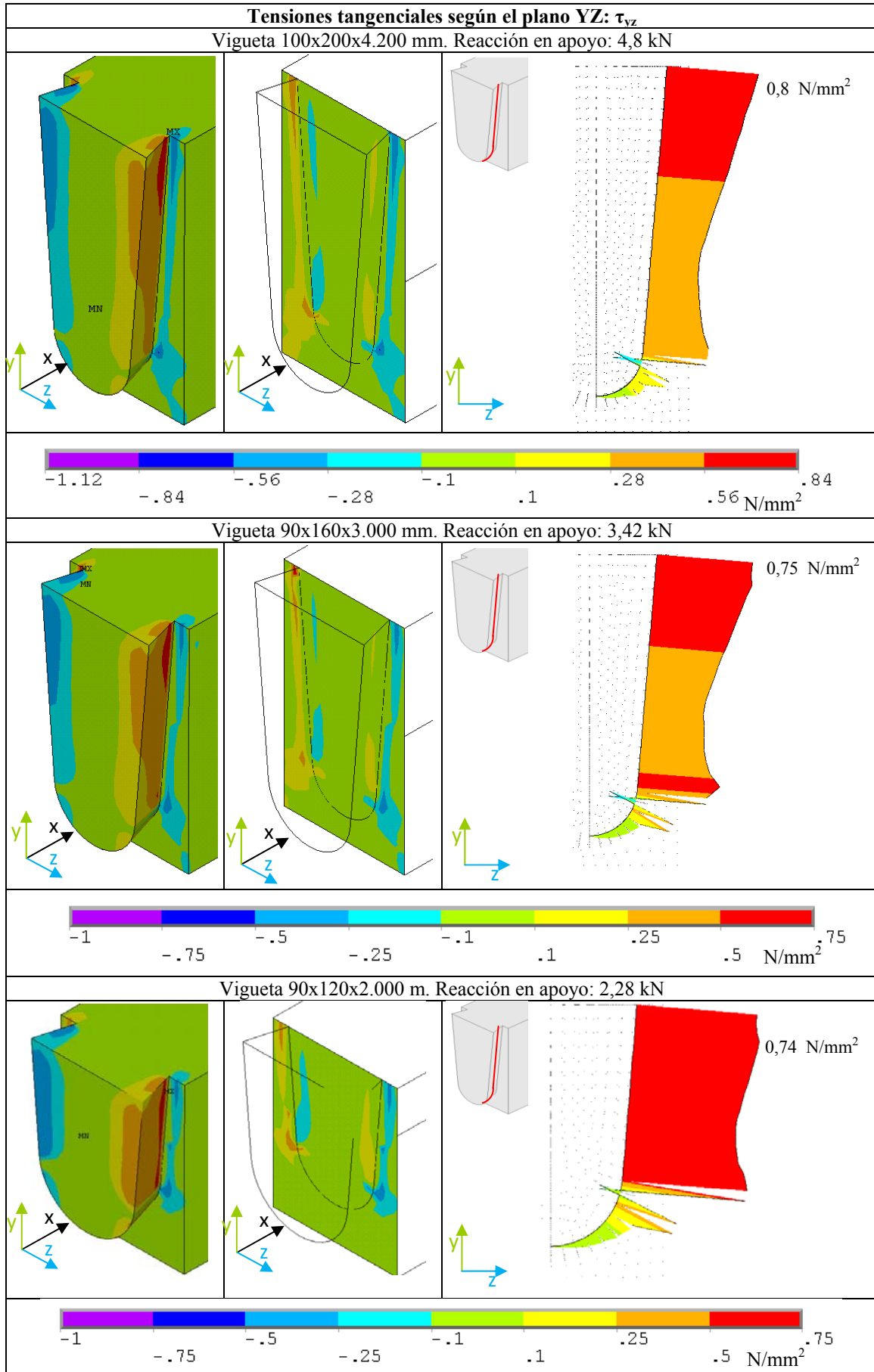


Figura 6.56. Distribución de tensiones tangenciales en el plano YZ en la espiga.

Las tensiones tangenciales máximas son las que se producen según el plano XY, localizadas en la arista de la espiga de entalladura con la vigueta. El valor máximo se localiza en el extremo superior de la arista y se observa como las tensiones no se distribuyen uniformemente en la sección interior de la espiga si no que se concentran en la arista y en las zonas más próximas.

Le siguen en importancia las tensiones según el plano XZ localizadas en la esquina superior de entalladura entre espiga y testa de la vigueta y en la zona de transición entre el flanco recto y la parte curva de la espiga. Las tensiones según el plano YZ toman valores más bajos y sus máximos se localizan en el interior de la espiga.

6.3.3.2 Análisis tensional en la caja

En las siguientes figuras se muestran la distribución de tensiones en la caja, desglosando las tensiones según la línea de nodos donde se localizan los valores máximos de tensiones de tracción y compresión y de las tensiones tangenciales.

Se analizan las cajas correspondientes a las espigas estudiadas en el apartado anterior y en las mismas condiciones.

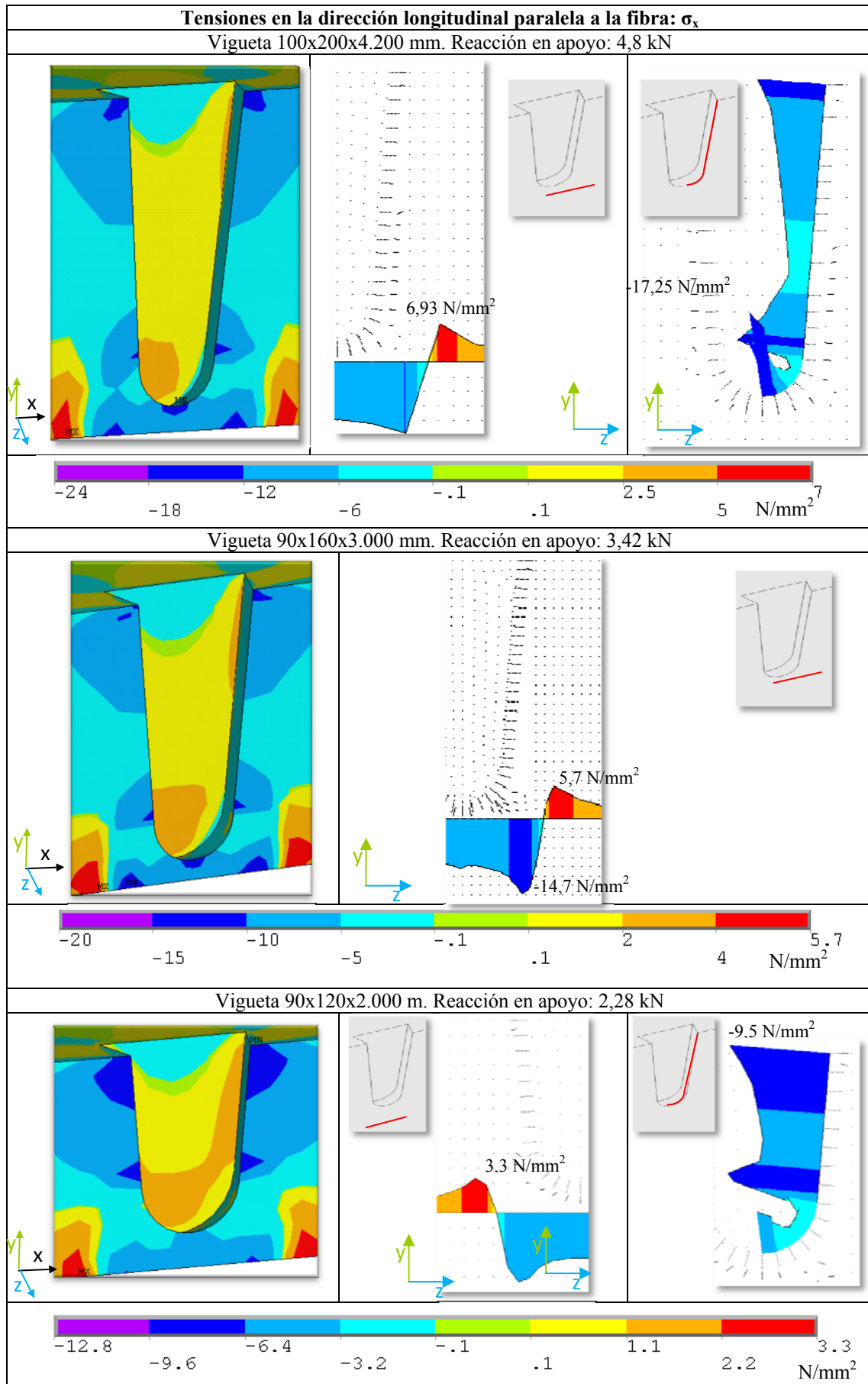


Figura. 6.57. Distribución de tensiones paralelas a la fibra (eje X) en la caja.

Las tensiones máximas de tracción paralela a la fibra se localizan en los tres casos en la zona de la viga por debajo de la caja, coincidiendo con la zona próxima a la parte inferior de la vigueta que se comprime contra la cara de la viga tal y como se representa en la Figura 6.58, correspondiente a la vigueta de 4,2 metros.

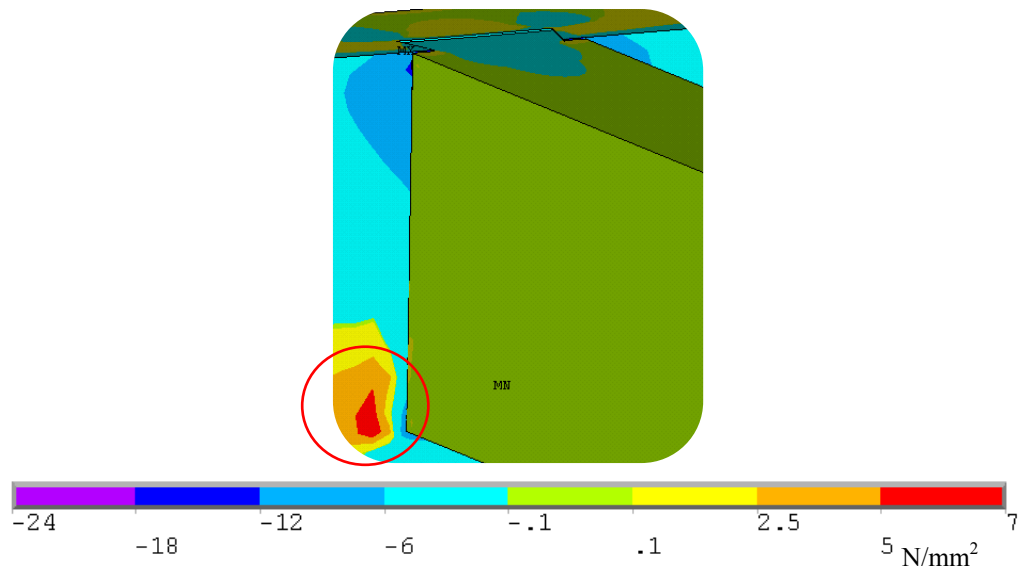


Figura 6.58. Tensiones según la dirección paralela a la fibra en el apoyo de la vigueta en la viga.

Las concentraciones de tensiones máximas de compresión según la dirección longitudinal de la fibra se localizan en varios puntos coincidentes en los tres casos de viguetas simuladas:

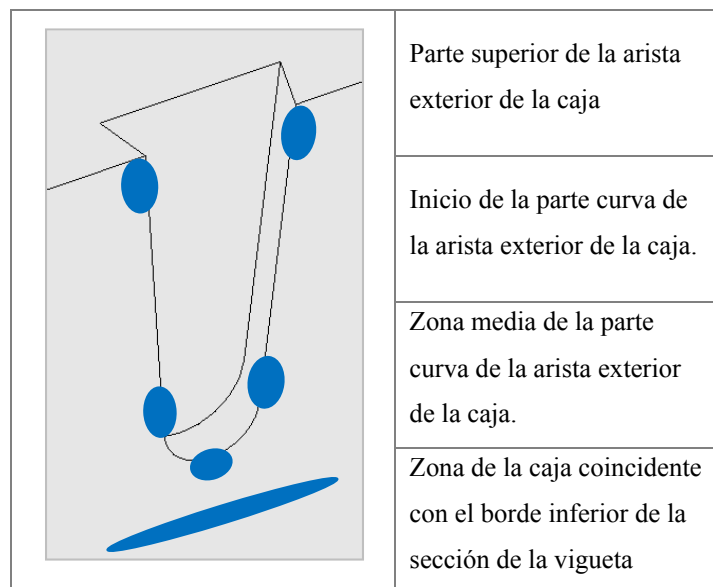


Figura 6.59. Zonas de localización de máximas tensiones de compresión.

En la vigueta más larga, el valor máximo de compresión se localiza en el fondo de la zona curva de la caja, en la vigueta de 3 metros coincidiendo con la sección de la vigueta y en la viga de 2 metros en la parte superior de la arista de la caja.

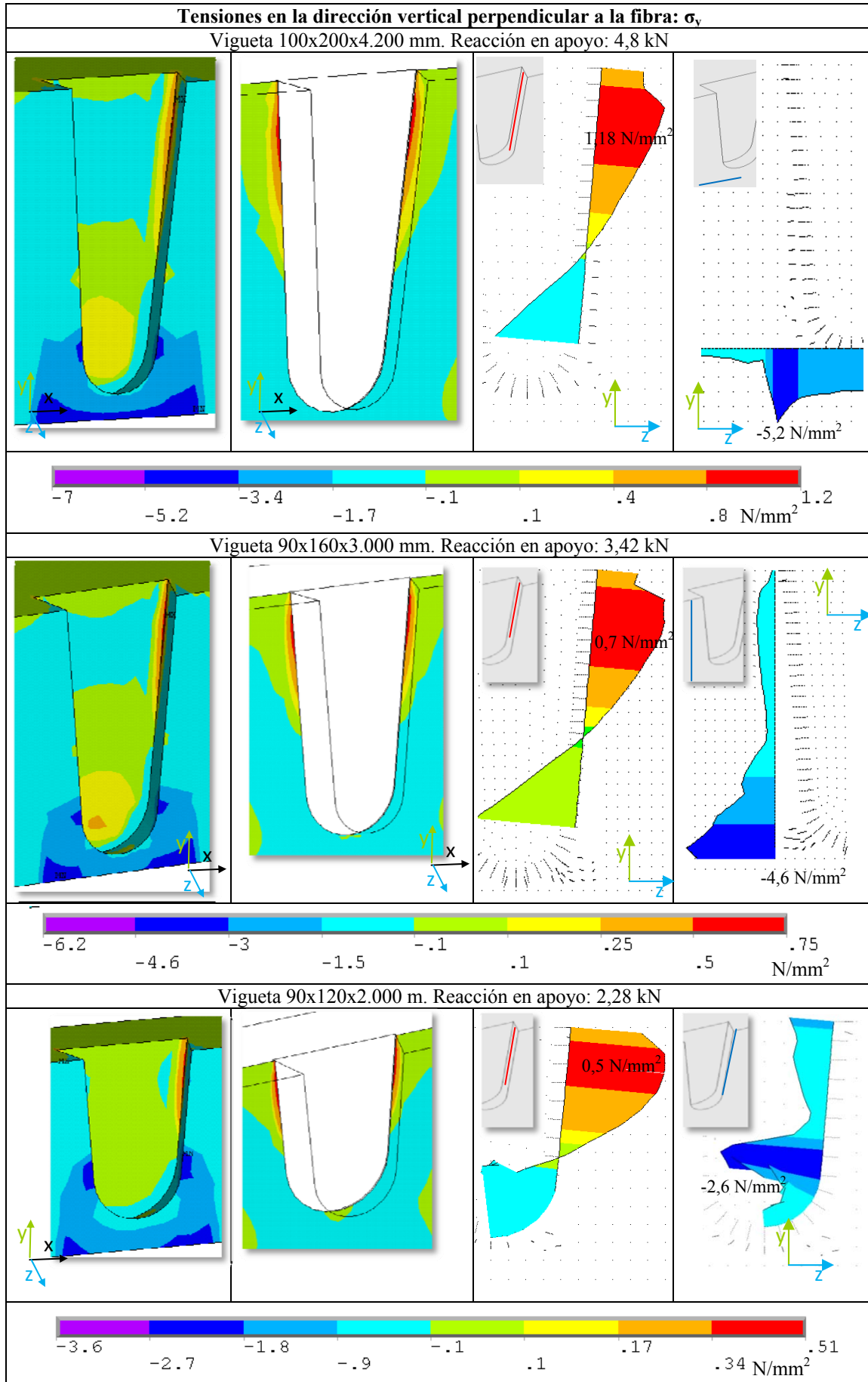


Figura 6.60. Distribución de tensiones perpendiculares a la fibra (eje Y) en la caja.

Los valores máximos de tracción perpendicular a la fibra en la dirección vertical se localizan en los tres casos en una línea de nodos próxima a la arista del fondo de la caja, coincidente con la arista de la espiga, donde finaliza la superficie de contacto con el flanco de la espiga. Ya que según la geometría inicial de la unión, la testa de la vigueta se encuentra a 2 mm de distancia del fondo de la caja. En la Figura 6.61 se muestra una vista en planta del conjunto de espiga y caja del caso de la vigueta de 4,2 metros, donde se observa la separación entre el fondo de la espiga y el fondo de la caja.

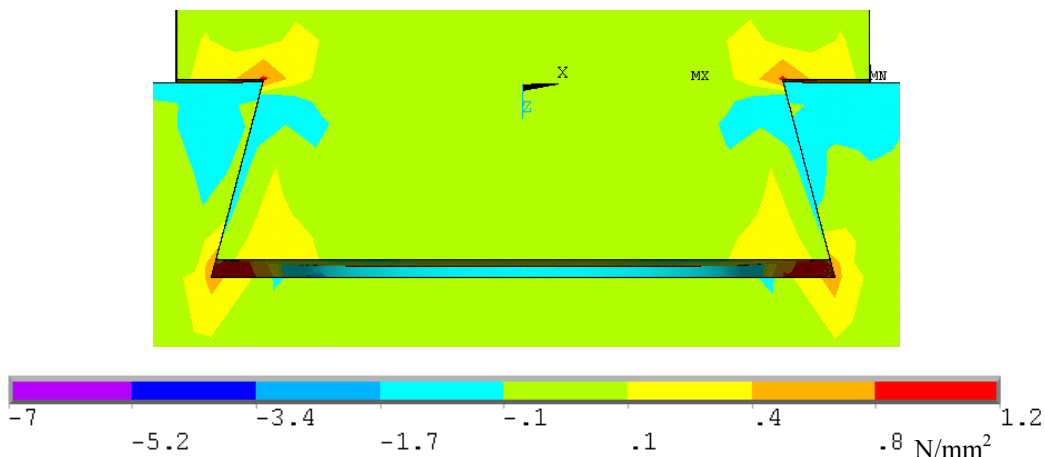


Figura 6.61. Vista superior de caja y espiga con tensiones según la dirección vertical perpendicular a la fibra (Y) en el apoyo de la vigueta en la viga, según el sistema de coordenadas de los elementos.

En cuanto a las tensiones de compresión, en las viguetas de 4,2 y 3 metros, el valor máximo se localiza en la zona bajo la caja, coincidiendo con el borde inferior de la sección de la vigueta (Figura 6.62). Mientras que en el caso de la vigueta de 2 metros, el valor máximo se localiza en la arista de la caja.

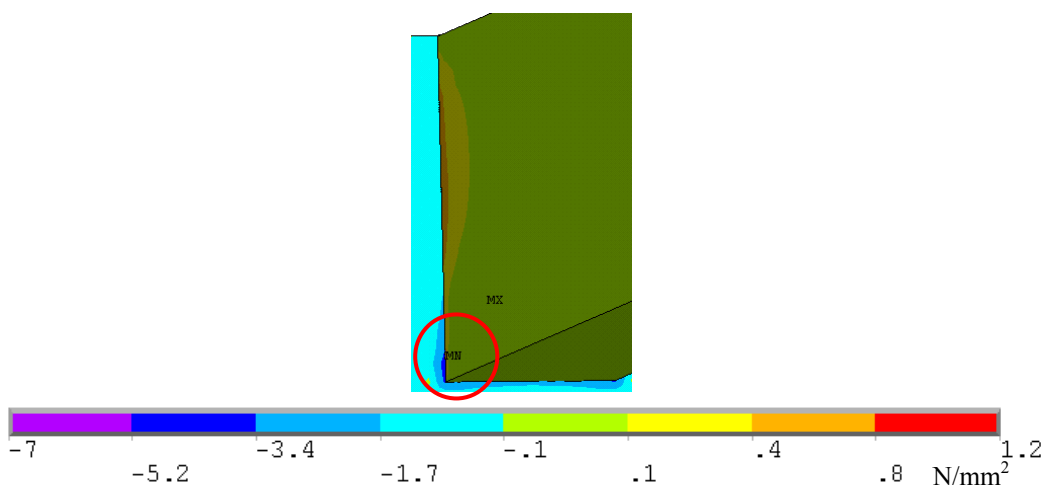


Figura 6.62 Tensiones según la dirección perpendicular a la fibra (Y) en el apoyo de la vigueta en la viga, según el sistema de coordenadas de los elementos.

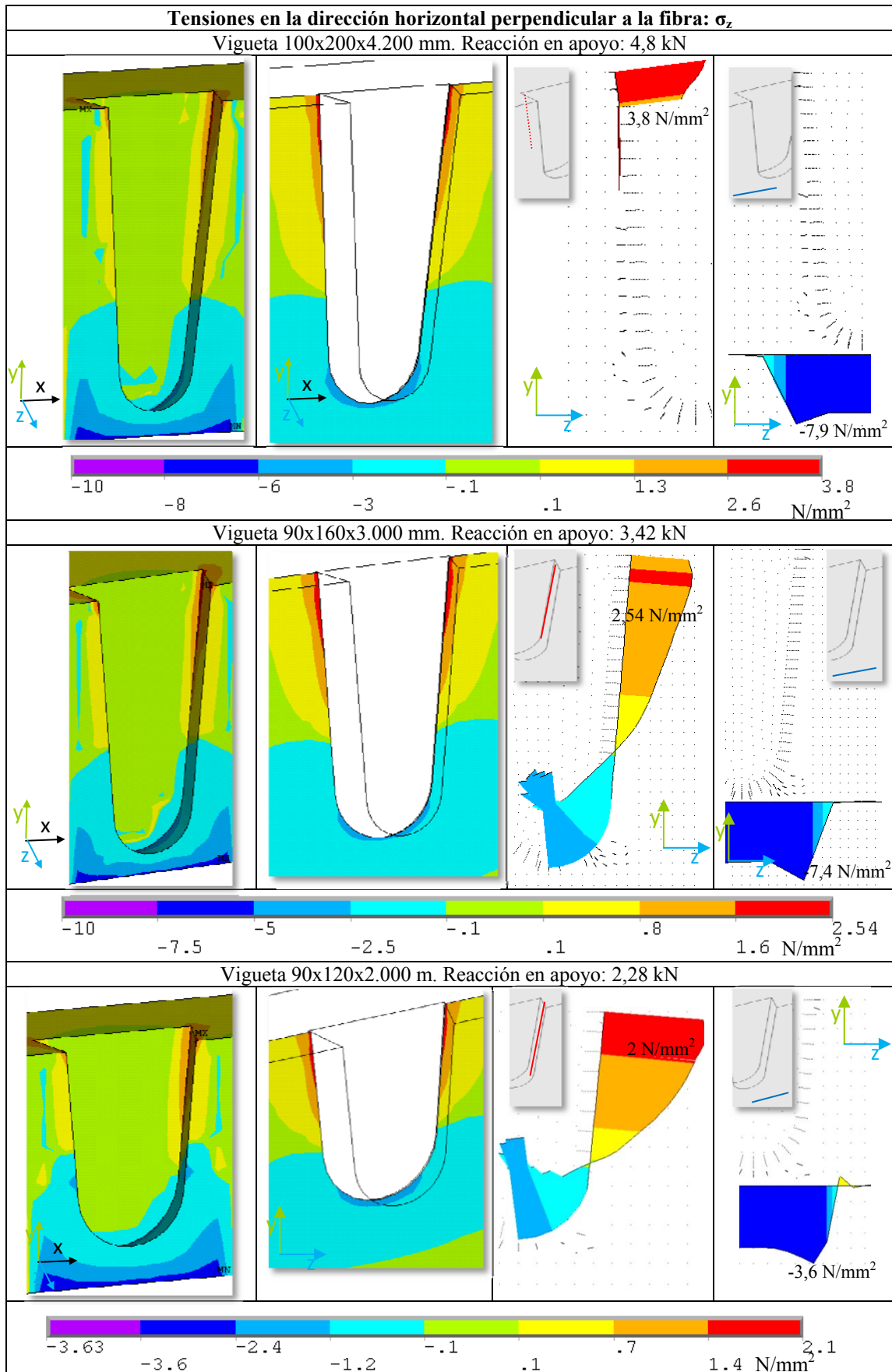


Figura 6.63. Distribución de tensiones en la dirección perpendicular a la fibra (eje Z) en la caja

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las tensiones tanto de compresión como de tracción en la dirección perpendicular a la fibra según el eje Z, alcanzan valores superiores a las tensiones de la misma naturaleza en la dirección del eje Y.

Las concentraciones de máximas tensiones de tracción se localizan en los tres casos a lo largo de la línea de nodos coincidente con la testa de la espiga (Figura 6.64). Las tensiones de tracción paralela a la fibra en la vigueta producen tensiones de tracción perpendicular a la fibra en la caja.

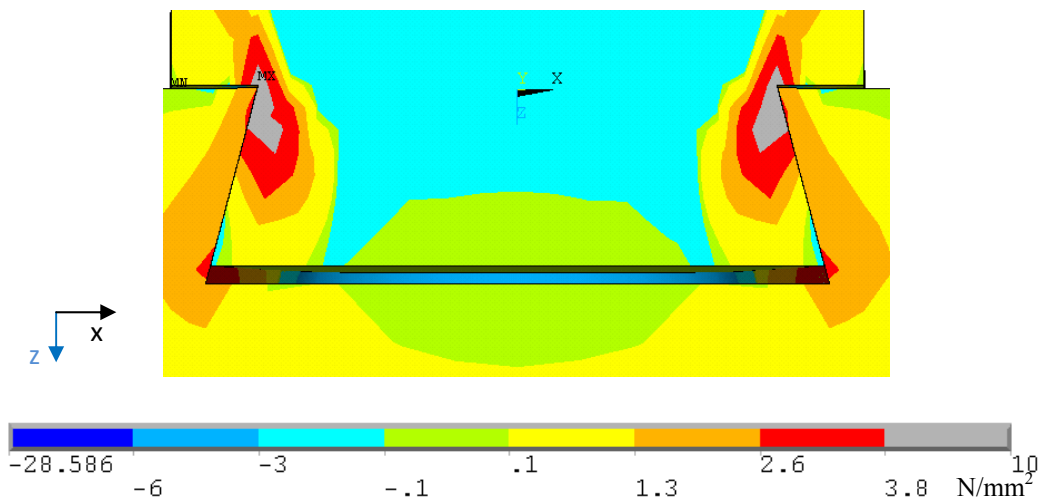


Figura 6.64. Vista superior de caja y espiga con tensiones según la dirección vertical perpendicular a la fibra (Z) en el apoyo de la vigueta en la viga, según el sistema de coordenadas global.

Los valores de compresión máxima en los tres casos se localizan en la zona bajo la caja se corresponde con la arista inferior de la sección de la vigueta, de manera que las tensiones de compresión paralela a la fibra en la testa de la vigueta, se convierten en tensiones de compresión perpendicular a la fibra según el eje Z en la viga.

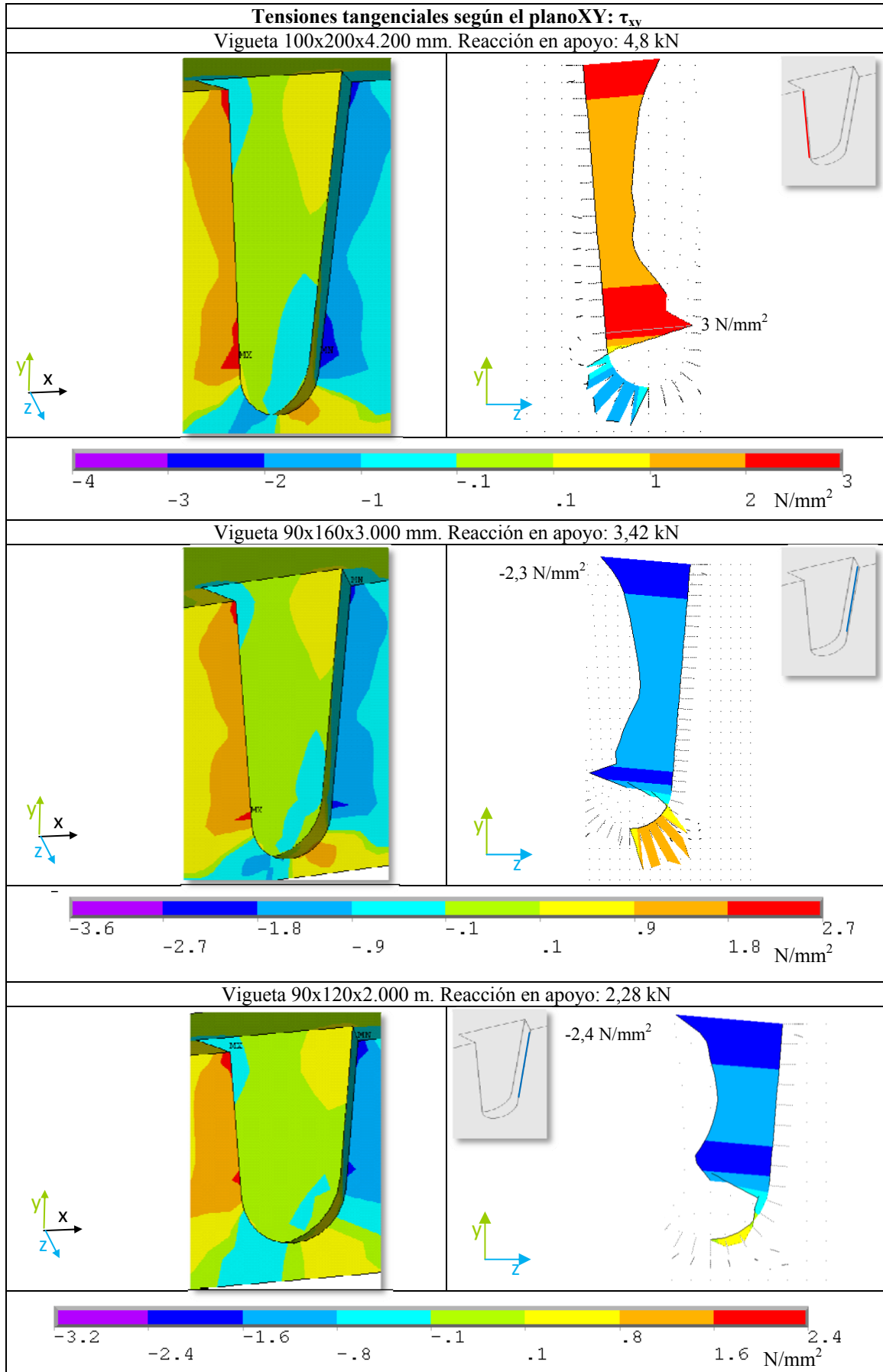


Figura 6.65. Distribución de tensiones tangenciales en el plano XY en la caja

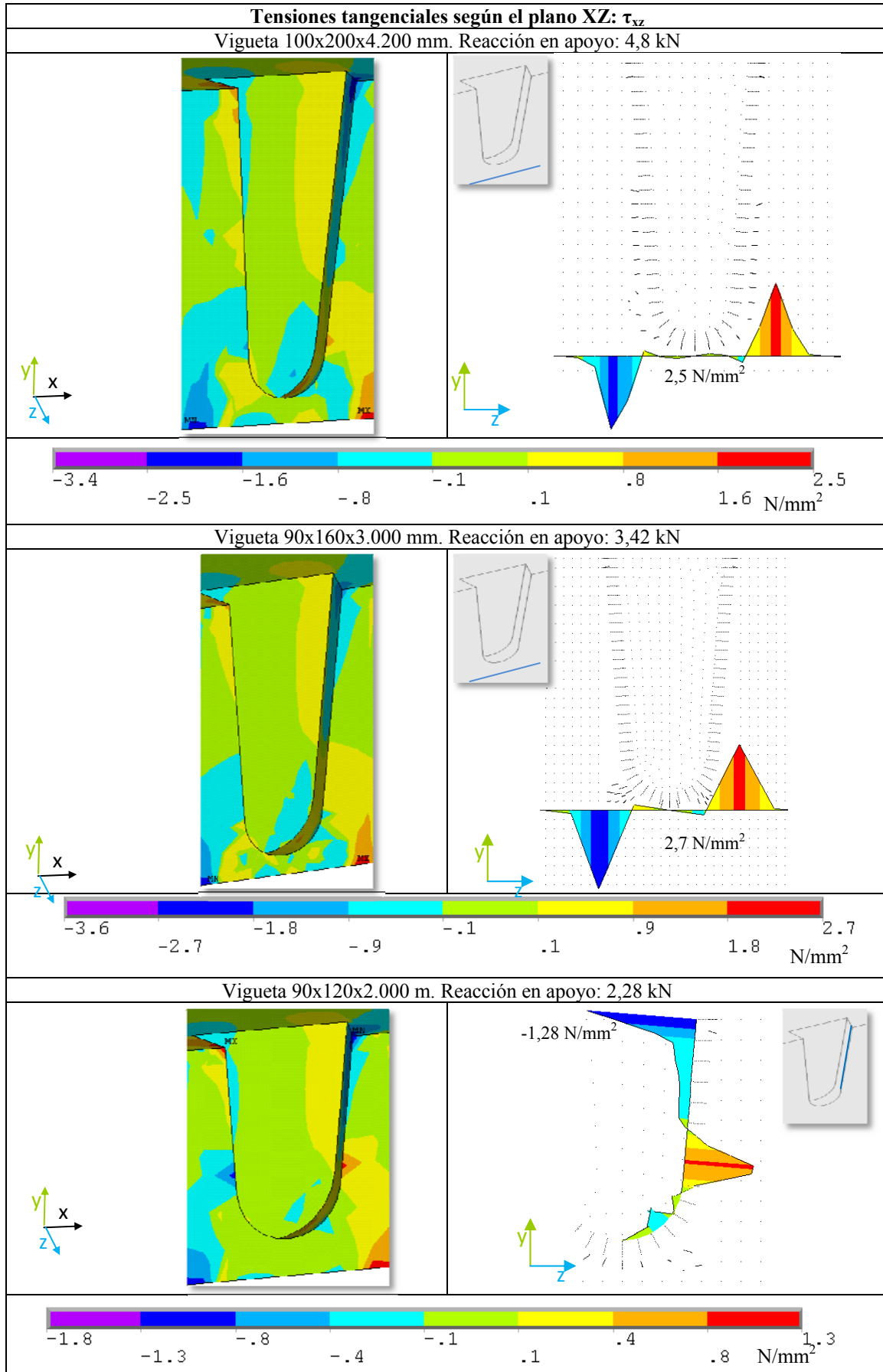


Figura 6.66. Distribución de tensiones tangenciales en el plano XZ en la caja

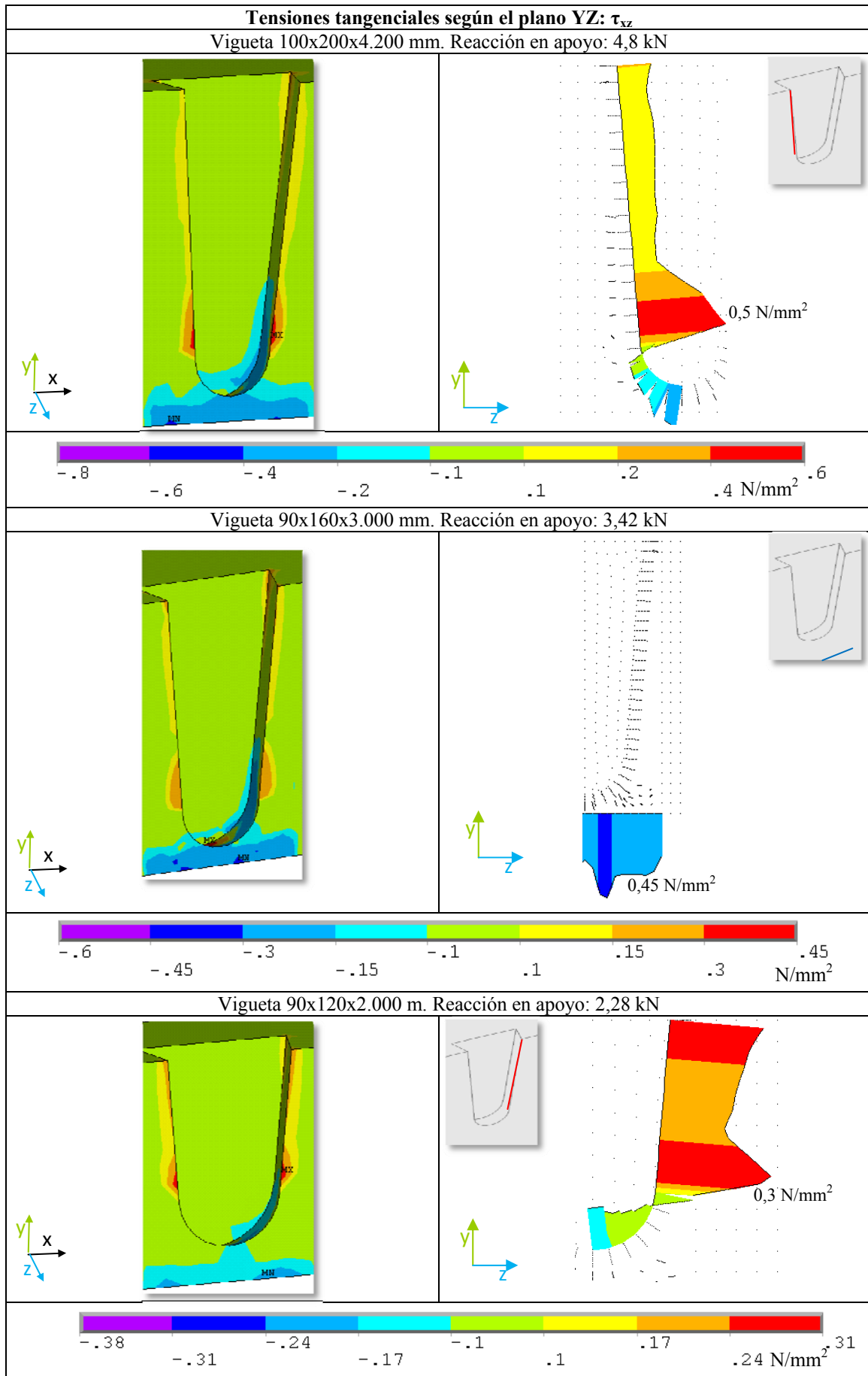


Figura 6.67. Distribución de tensiones tangenciales en el plano YZ en la caja

6.3.4 Resultados introduciendo el criterio de rotura de Tsai Wu

Aplicando el criterio de rotura de Tsai Wu (1971) a cada uno de los tres casos de viguetas simuladas, con el mismo diseño de geometría de la espiga y considerando las propiedades de resistencia indicadas la Tabla 6.43

Resistencia a tracción \ a la fibra	Resistencia a compresión \ a la fibra	Resistencia a tracción perp. a la fibra	Resistencia a compresión perp. la fibra	Resistencia a cortante
49 N/mm ²	37 N/mm ²	3,4 N/mm ²	4 N/mm ²	6,5 N/mm ²

Tabla 6.43. Valores de resistencia para la madera de *Picea abies* según Müllner *et al* (2004)

La leyenda indica el valor del índice según el criterio de rotura aplicado. Cuanto más se acerque el valor del índice a la unidad, mas proximidad al agotamiento. Según la Figura 6.68 los índices máximos se localizan en la zona de entalladura de la espiga y en la zona de transición hacia la parte curva de la espiga. En ninguno de los tres casos el índice supera el valor de la unidad.

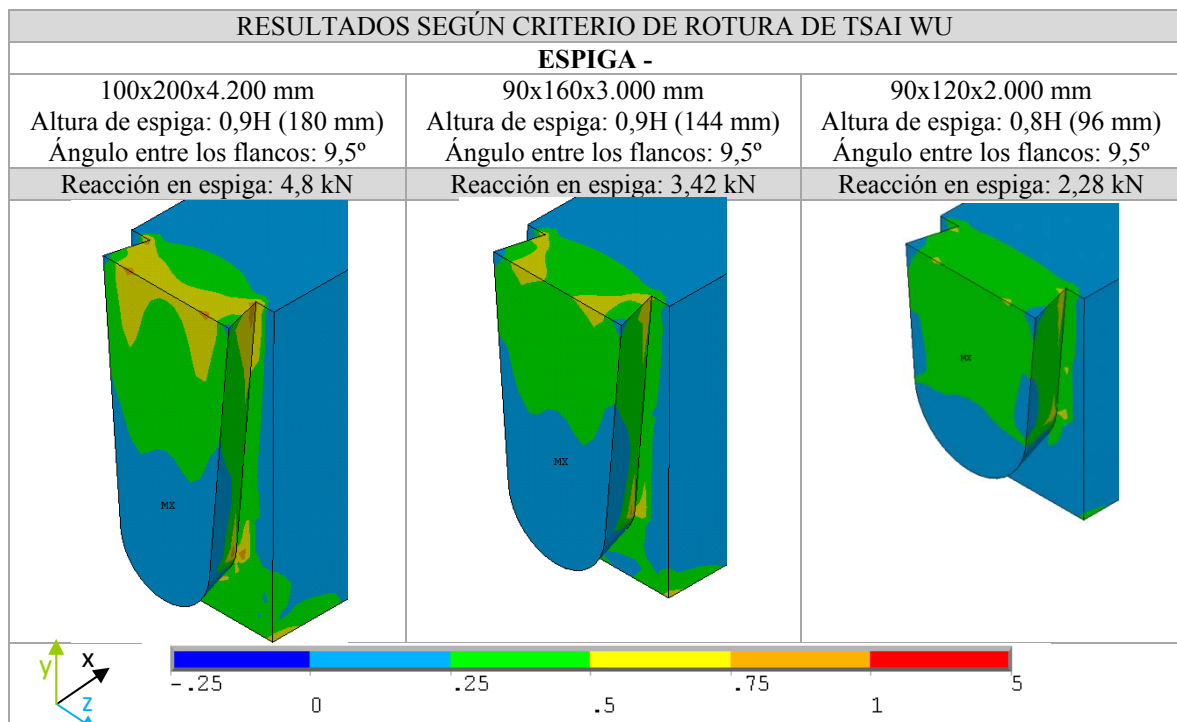


Figura 6.68. Representación de índices de rotura según Tsai Wu en la espiga.

Las tensiones que provocan el índice máximo de rotura para cada uno de los casos son las indicadas en la Tabla 6.44

Dimensiones vigueta (mm)	Tensiones máximas en el nodo crítico (N/mm ²)					
	Tensiones \ a la fibra: σ_x	Tensiones perp. a la fibra Y: σ_y	Tensiones perp. a la fibra Z: σ_z	Tang. XY τ_{xy}	Tang. XZ τ_{xz}	Tang. YZ τ_{yz}
100x200x4.200	-1,81	-1,43	-4,2	0,17	0,81	0,03
90x160x3.000	-0,81	-0,75	-3,36	0,65	0,50	0,74
90x120x2.000	0,64	-0,86	-3,03	0,92	0,74	0,34

Tabla 6.44. Tensiones en el nodo con índice máximo de Tsai Wu en la espiga de cada una de las viguetas simuladas

En el caso de la caja se detectan nodos con valores de índice de rotura superiores a la unidad, indicando el fallo según el criterio aplicado. En las viguetas de 4,2 y 3 metros, la parte de la viga bajo la caja se encuentra por encima de los valores límites del índice de rotura. Mientras que en el caso de la vigueta de 2 metros, los máximos índices se localizan en la misma parte de la viga pero en dos localizaciones puntuales.

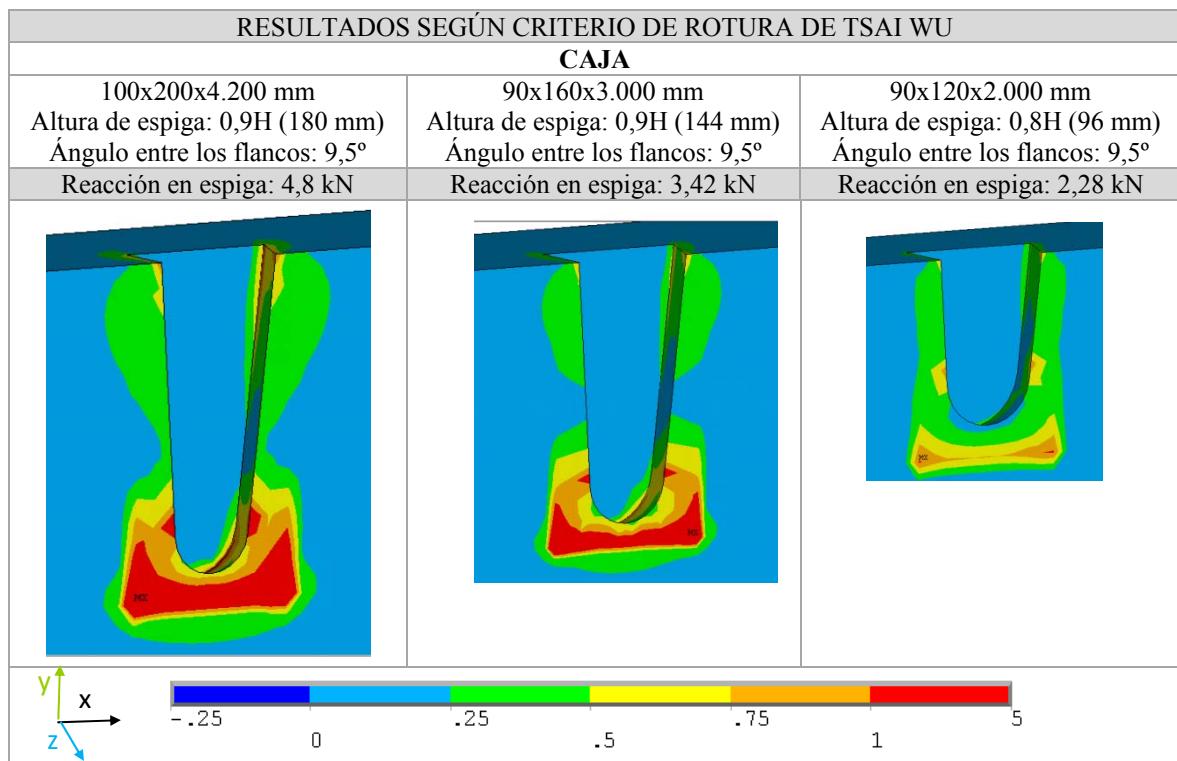


Figura 6.69. Representación de índices de rotura según Tsai Wu en la caja.

Los valores de las tensiones máximas que provocan los índices máximos en cada una de las viguetas son las indicadas en la Tabla 6.45. En todos los casos resultan críticas las tensiones de compresión (indicadas con valores negativos) en la dirección del eje Z combinadas con altas tensiones de compresión según el eje Y.

Dimensiones vigueta (mm)	Tensiones máximas en el nodo crítico (N/mm ²)					
	Tensiones \\ a la fibra: σ_x	Tensiones perp. a la fibra Y: σ_y	Tensiones perp. a la fibra Z: σ_z	Tang. XY τ_{xy}	Tang. XZ τ_{xz}	Tang. YZ τ_{yz}
100x200x4.200	-11,00	-4,01	-7,82	-1,03	0,33	-2,02
90x160x3.000	-14,12	-3,42	-7,29	1,07	0,42	0,32
90x120x2.000	-4,81	-1,90	-3,60	-0,35	0,14	-1,00

Tabla 6.45. Tensiones en el nodo con índice máximo según criterio de Tsai Wu en la caja

El criterio aplicado considera la influencia de la combinación de todas las tensiones y detecta como fallo inicial la entrada en plastificación de los nodos donde se alcanza el límite elástico a compresión del material. Dicho fallo en la práctica, no provoca el colapso de la estructura, si no una redistribución de tensiones y la entrada en la fase de comportamiento elasto-plástico de la madera.

6.3.5 Discusión sobre la variación de los parámetros geométricos: ángulo entre flancos y altura de espiga

6.3.5.1 Influencia en el desplazamiento de la espiga y en la flecha máxima de la vigueta

Descenso de la espiga

Tal y como se ha señalado anteriormente, una de las limitaciones establecidas en la normativa vigente (CTE) hace referencia a los desplazamientos permitidos en las uniones tradicionales, indicándose un valor máximo de 1,5 mm. En base a este valor, se ha calculado mediante el modelo de simulación numérica, cuál es la reacción en el apoyo que provocaría dicho descenso para cada una de las geometrías simuladas.

A continuación se muestran las tablas con los valores de reacción que provocan un descenso de 1,5 mm para cada caso y a continuación se representan gráficamente dichos valores. En el eje Y se representan los valores de reacción y en el eje X los valores de ángulos entre flancos de la espiga para cada una de las alturas de espiga discutidas.

4,2 m

VIGUETA 100x200x4200 mm

		Ángulo entre flancos de espiga (°)								
		7	9,5	12,5	15	17,5	20	22,5	25	27,5
Altura de espiga /Altura de vigüeta	0,9H	6,2	8,8	12,0	15,1					
	0,8H	5,0	7,2	9,9	12,2	14,7				
	0,7H	4,1	5,9	8,1	9,9	12,0	14,0			
	0,6H		4,8	6,6	8,1	9,7	11,3	12,9		
	0,5H		3,7	5,1	6,4	7,7	9,0	10,3	11,6	12,9

Leyenda de colores de tabla donde R es reacción resistida según el criterio aplicado:

$R \leq 3,5$	$3,5 < R \leq 6,5$	$6,5 < R \leq 9,5$	$9,5 < R \leq 12,5$	$12,5 < R \leq 15,5$
--------------	--------------------	--------------------	---------------------	----------------------

Tabla 6.46. Valores de reacción en el apoyo (kN) que provocan un descenso de la espiga de 1,5 mm.

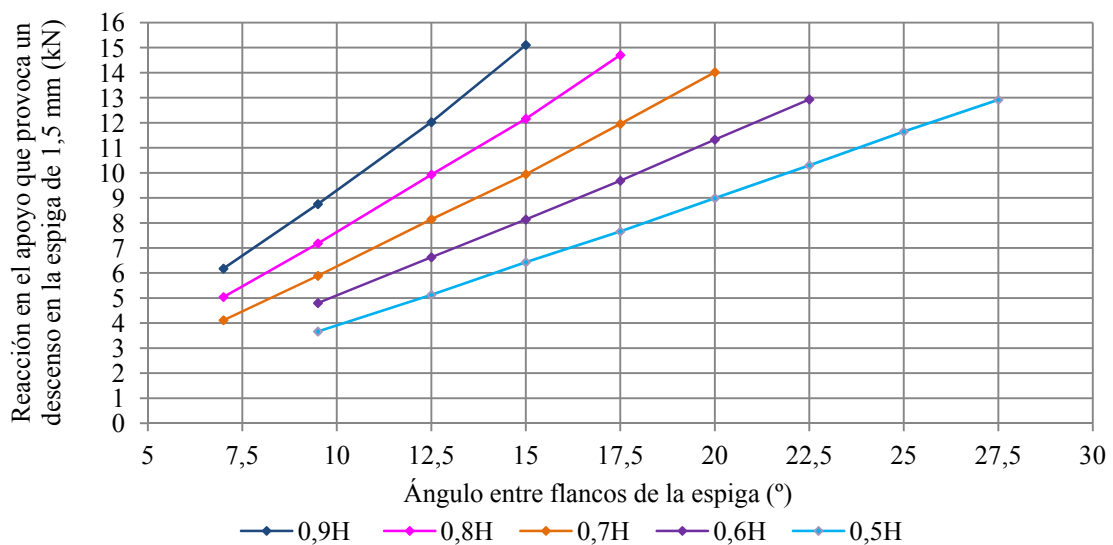


Figura 6.70. Reacción que provoca un descenso de 1,5 mm según la geometría de la unión en cola de milano en una vigüeta de 100x200 mm de sección y 4,2 metros de longitud.

Según los resultados representados en la Figura 6.70, en el caso de la vigüeta de 100x200x4.200 mm el valor máximo de reacción admitida según el criterio establecido es de 15,1 kN y se corresponde con la geometría de la espiga con máxima altura (0,9 veces la altura de la sección) y con un ángulo de 15° (el máximo analizado para dicha altura de espiga). El valor mínimo, se corresponde con la menor de las alturas analizadas (0,5 veces la altura de la sección) y con el menor ángulo para dicha sección (9,5°).

De manera general, cuanto mayor sea la altura de la espiga y mayor sea el ángulo entre flancos, mayor será la reacción admitida para alcanzar un descenso de la espiga de 1,5 mm.

Por otro lado, es posible conseguir los mismos resultados de reacción admitida combinando una menor altura de espiga con un ángulo mayor que con un ángulo menor y una mayor altura de espiga. En la Tabla 6.46 se representan mediante una leyenda de colores aquellas geometrías con valores de reacción dentro del mismo rango.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Por ejemplo, una reacción de 9,9 kN provocaría un desplazamiento de 1,5 mm en una espiga de altura igual a 0,8 veces la altura de la vigueta y un ángulo entre flancos de 12,5° al igual que en otra espiga con una altura de espiga de 0,7 veces la altura de la sección y un ángulo entre flancos de 15°.

Como se ha comentado, el hecho de incrementar el ángulo entre los flancos, supone un aumento de la reacción admisible en el apoyo, dicho incremento varía según el valor de los ángulos. En la tabla 6.47 se indica el porcentaje de incremento de valor de carga admitido sobre la espiga que supone incrementar el ángulo en los valores indicados. De modo que, por ejemplo, incrementar el ángulo de 7 a 9,5° independientemente de la altura de la espiga, supone un incremento de la carga de un 42,4% de media. Sin embargo, entre valores de ángulo más elevados, el porcentaje de reducción es menor, así pasar de 17,5 a 20° supondría un incremento en porcentaje de carga del 17,2 %.

	Variación de ángulo entre flancos de la espiga							
	De 7 a 9,5°	De 9,5 a 12,5°	De 12,5 a 15°	De 15 a 17,5°	De 17,5 a 20°	De 20 a 22,5°	De 22,5 a 25°	De 25 a 27,5°
0,9H	41,7	37,4	25,6					
0,8H	42,5	38,3	22,4	20,9				
0,7H	43,1	38,3	22,1	20,2	17,3			
0,6H		38,1	22,8	19,0	17,0	14,2		
0,5H		40,0	25,4	19,1	17,3	14,6	13,1	10,9
Media	42,4	38,4	23,7	19,8	17,2	14,4	13,1	10,9

Tabla 6.47. Incremento de carga (%) para provocar un descenso de 1,5 mm de la espiga según la variación del ángulo entre flancos.

Tomando como referencia al valor de 9,5°, el incremento del ángulo supone los siguientes incrementos de carga considerada admisible desde el punto de vista del descenso de la espiga.

	Variación del ángulo entre flancos de la espiga						
	De 9,5 a 12,5°	De 9,5 a 15°	De 9,5 a 17,5°	De 9,5 a 20°	De 9,5 a 22,5°	De 9,5 a 25°	De 9,5 a 27,5°
0,9H	37,4	72,6					
0,8H	38,3	69,3	104,7				
0,7H	38,3	68,9	103,1	138,1			
0,6H	38,1	69,6	101,8	136,1	169,5		
0,5H	40,0	75,6	109,1	145,3	181,1	217,9	252,6
Media	38,4	71,2	104,7	139,8	175,3	217,9	252,6

Tabla 6.48. Incremento de carga (%) para provocar un descenso de 1,5 mm de la espiga según la variación del ángulo entre flancos en referencia a 9,5°.

Según dichos valores, un ángulo entre flancos de la espiga de 25° ó 27,5°, llegaría a duplicar la carga necesaria en la espiga para provocar un descenso de 1,5 mm con respecto a un ángulo entre flancos de 9,5°.

En cuanto a la influencia de la altura de la espiga, la siguiente tabla recoge los valores del incremento de carga que supone el incremento de altura de la espiga según los valores indicados y relativos a la altura de la sección.

	Ángulo entre flancos de la espiga (°)							Media
	7	9,5	12,5	15	17,5	20	22,5	
De 0,5 H a 0,6H		31,0	29,2	26,5	26,4	26,1	25,6	27,5
De 0,6 H a 0,7 H		22,6	22,9	22,2	23,4	23,7		23,0
De 0,7H a 0,8H	22,5	22,0	22,0	22,3	23,0			22,4
De 0,8H a 0,9 H	22,5	21,8	21,1	24,2				22,4
De 0,5H a 0,9 H		138,9	134,4	134,8				136,0

Tabla 6.49. Incremento de carga (%) para provocar un descenso de 1,5 mm de la espiga según la variación de la altura relativa de la espiga.

Los incrementos del 10% en la altura de la espiga en un rango entre 0,9 y 0,6 veces la altura de la sección implican un incremento medio de carga en torno al 22%, incrementándose hasta un 27,5% en el caso de pasar de una altura de espiga de 0,5 veces la altura de la sección a 0,6 veces. En la última fila de la tabla, se comprueba como la carga que provoca un descenso de 1,5 mm de la espiga con una altura de espiga de 0,9 veces la altura de la sección es 1,4 veces la que provoca el mismo descenso con una altura de espiga igual a la mitad de la altura de la sección de la vigueta.

3 m

VIGUETA DE 90x160x3000 mm

		Ángulo entre flancos de espiga (°)							
		7	9,5	12,5	15	17,5	20	22,5	25
Altura de espiga / Altura de vigueta	0,9H	4,5	6,5	9,3	11,6				
	0,8H	3,7	5,4	7,5	9,4	11,5			
	0,7H	3,0	4,4	6,1	7,7	9,3	11,0		
	0,6H	2,4	3,5	4,9	6,2	7,5	8,8	10,2	
	0,5H	1,8	2,6	3,7	4,8	5,8	6,9	8,0	9,1

Leyenda de colores de tabla donde R es reacción resistida según el criterio aplicado:

$R \leq 3,5$	$3,5 < R \leq 6,5$	$6,5 < R \leq 9,5$	$9,5 < R \leq 12,5$	$12,5 < R \leq 15,5$
--------------	--------------------	--------------------	---------------------	----------------------

Tabla 6.50. Valores de reacción en el apoyo (kN) que provocan un descenso de la espiga de 1,5 mm.

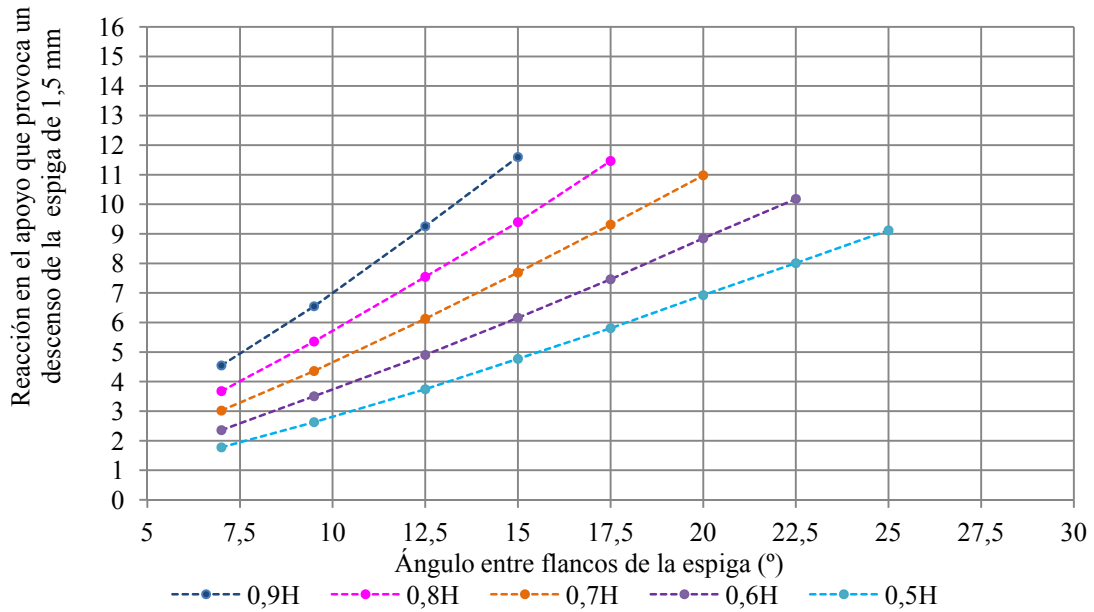


Figura 6.71. Reacción que provoca un descenso de 1,5 mm según la geometría de la unión en cola de milano en una vigueta de 90x160 mm de sección y 3 metros de longitud.

La relación entre la altura de la espiga y el ángulo, se mantiene igual que en el caso de la vigueta anterior, de tal modo que a mayor altura de espiga y mayor ángulo, mayor carga es necesaria para provocar un descenso de 1,5 mm en la espiga. La máxima reacción en el apoyo es de 11,6 kN y se alcanza para la misma geometría que en el caso anterior, máxima altura de espiga (0,9 veces la altura de la sección) con un ángulo de 15 ° (el máximo analizado para esta altura de espiga). El menor valor de reacción se corresponde con la menor altura de la espiga (0,5 veces la altura de la sección) y con el menor ángulo (7°).

En este caso, una reacción de 7,5 kN provocaría un descenso de 1,5 mm en el caso de las geometrías con un ángulo entre flancos de 12,5° si la altura es de 0,8 veces la altura de la sección, 15° en el caso de altura de 0,7 o 17,5° en el caso de una altura de espiga de 0,6 veces la altura de la sección.

La Tabla 6.51 indica el porcentaje de incremento de carga que supone el incremento del ángulo entre flancos de la espiga para cada una de las geometrías simuladas. Los valores son muy similares a los de la vigueta anterior, alcanzándose porcentajes de reducción del 46% al pasar de un ángulo de 7° a uno de 9,5° y reduciéndose el incremento porcentual en los ángulos mayores.

	Variación de ángulo entre flancos de la espiga						
	De 7 a 9,5°	De 9,5 a 12,5°	De 12,5 a 15°	De 15 a 17,5°	De 17,5 a 20°	De 20 a 22,5°	De 22,5 a 25°
0,9H	44,0	41,3	25,3				
0,8H	45,6	40,9	24,5	22,0			
0,7H	44,3	40,6	25,5	21,1	17,9		
0,6H	48,6	39,9	25,7	21,1	18,6	15,1	
0,5H	48,0	42,4	27,5	21,7	19,2	15,6	13,9
Media	46,1	41,0	25,7	21,5	18,6	15,4	13,9

Tabla 6.51. Incremento de carga (%) para provocar un descenso de 1,5 mm de la espiga según la variación del ángulo entre flancos.

De modo análogo al anterior, se muestran valores de incremento de carga en valores porcentuales tomando como referencia un ángulo de 9,5°.

	Variación de ángulo entre flancos de la espiga					
	De 9,5 a 12,5°	De 9,5 a 15°	De 9,5 a 17,5°	De 9,5 a 20°	De 9,5 a 22,5°	De 9,5 a 25°
0,9H	41,3	77,1				
0,8H	40,9	75,5	114,1			
0,7H	40,6	76,4	113,6	151,9		
0,6H	39,9	75,8	113,0	152,5	190,6	
0,5H	42,4	81,5	121,0	163,5	204,7	246,9
Media	41,0	77,3	115,4	156,0	197,6	246,9

Tabla 6.52. Incremento de carga (%) para provocar un descenso de 1,5 mm de la espiga según la variación del ángulo entre flancos en referencia a 9,5°.

En cuanto a la variación de la carga en función de la altura de la espiga, la Tabla 6.53 resume el incremento de carga en función del incremento de la altura de la espiga.

	Ángulo entre flancos de la espiga (°)							Media
	7	9,5	12,5	15	17,5	20	22,5	
De 0,5 H a 0,6H	32,7	33,3	31,0	29,1	28,5	27,8	27,2	30,4
De 0,6 H a 0,7 H	28,1	24,4	25,0	24,8	24,8	24,1		25,2
De 0,7H a 0,8H	21,8	22,9	23,2	22,2	23,1			22,6
De 0,8H a 0,9 H	23,6	22,3	22,7	23,4				23,0
De 0,5H a 0,9 H	156,0	149,2	147,3	143,2				148,9

Tabla 6.53. Incremento de carga (%) para provocar un descenso de 1,5 mm de la espiga según la variación de la altura relativa de la espiga.

Los valores son similares a los obtenidos en la vigueta de 4,2 metros, con valores medios en torno al 22% de incremento de carga con un 10% de incremento de altura de la espiga. En el caso del

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

incremento de 0,5 a 0,6, el porcentaje de carga aumenta un 30%. E incrementando la altura de espiga mínima considerada (0,5 veces la altura de la vigueta) hasta 0,9 veces la altura de la vigueta, se consigue incrementar 1,5 veces la carga que provoca el descenso de 1,5 mm de la espiga.

2 m

VIGUETA DE 90x120x2000 mm

		Ángulo entre flancos de espiga (°)							
		7	9,5	12,5	15	17,5	20	22,5	25
Altura de espiga / Altura de vigueta	0,8H	2,3	3,3	4,8	6,1	7,6	9,1	10,6	
	0,7H	1,8	2,7	3,9	4,9	6,1	7,3	8,6	9,9
	0,6H	1,4	2,1	3,0	3,8	4,7	5,7	6,7	7,8

Leyenda de colores de tabla donde R es reacción resistida según el criterio aplicado:

$R \leq 3,5$	$3,5 < R \leq 6,5$	$6,5 < R \leq 9,5$	$9,5 < R \leq 12,5$	$12,5 < R \leq 15,5$
--------------	--------------------	--------------------	---------------------	----------------------

Tabla 6.54. Valores de reacción en el apoyo (kN) que provocan un descenso de la espiga de 1,5 mm.

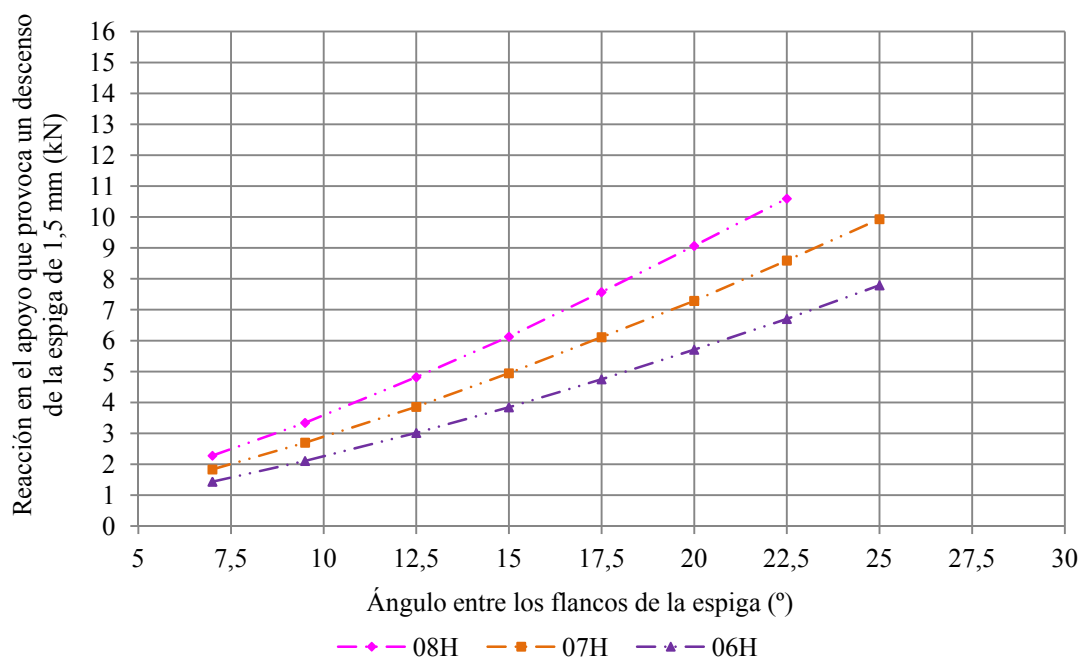


Figura 6.72. Representación de la reacción que provoca un descenso de 1,5 mm en función del ángulo entre flancos y altura de espiga en una vigueta de 90x120 mm de sección y 2 metros de longitud.

La reacción máxima que provocaría el descenso admitido de 1,5 mm es de 10,6 kN y se corresponde con la mayor altura de espiga simulada, en este caso 0,8 veces la altura de la sección y un ángulo entre flancos de 22,5° (el máximo para dicha altura). La altura menor (0,6 veces la altura de la sección) con el menor ángulo (7°) alcanzaría el máximo descenso con una reacción sobre el apoyo de 1,4 kN.

	Variación de ángulo entre flancos de la espiga						
	De 7 a 9,5°	De 9,5 a 12,5°	De 12,5 a 15°	De 15 a 17,5°	De 17,5 a 20°	De 20 a 22,5°	De 22,5 a 25°
0,8H	46,7	44,1	27,3	23,5	19,8	16,9	
0,7H	47,4	42,9	28,2	23,6	19,2	17,9	15,6
0,6H	46,9	43,0	27,5	23,5	20,3	17,4	16,2
Media	47	43,3	27,7	23,5	19,8	17,4	15,9

Tabla 6.55. Incremento de carga (%) para provocar un descenso de 1,5 mm de la espiga según la variación del ángulo entre flancos.

	Variación de ángulo entre flancos de la espiga					
	De 9,5 a 12,5°	De 9,5 a 15°	De 9,5 a 17,5°	De 9,5 a 20°	De 9,5 a 22,5°	De 9,5 a 25°
0,8H	44,1	83,4	126,6	171,3	217,1	
0,7H	42,9	83,1	126,4	169,9	218,3	267,8
0,6H	43,0	82,3	125,2	170,8	218,0	269,5
Media	43,3	82,9	126,1	170,7	217,8	268,7

Tabla 6.56. Incremento de carga (%) para provocar un descenso de 1,5 mm de la espiga según la variación del ángulo entre flancos en referencia a 9,5°.

La influencia de la altura de la espiga se resume en la siguiente tabla:

	Ángulo entre flancos de la espiga (°)								Media
	7	9,5	12,5	15	17,5	20	22,5	25	
De 0,6 H a 0,7 H	27,7	28,1	28,0	28,7	28,7	27,7	28,2	27,5	28,1
De 0,7H a 0,8H	24,3	23,7	24,8	23,9	23,9	24,4	23,3		24,1
De 0,6H a 0,8 H	58,7	58,5	59,8	59,5	59,5	58,8	58,0		59,0

Tabla 6.57. Incremento de carga (%) para provocar un descenso de 1,5 mm de la espiga según la variación de la altura relativa de la espiga.

En el caso de la vigueta más corta, se estudiaron tres alturas diferentes de espiga, siendo la más favorable en cuanto a la carga necesaria para provocar el descenso máximo permitido, la máxima altura (0,8 veces la altura de la espiga). Incrementar la altura de espiga de 0,6 veces la altura de la sección a 0,8 veces, supone un incremento de la carga del 59%.

6.3.5.2. Influencia de los parámetros geométricos en la capacidad de carga de la unión

Análisis del estado tensional según ángulos y alturas

Para conocer cómo varían los valores máximos y la distribución de tensiones en la espiga con el ángulo y la altura, se muestran las representaciones en tres de las geometrías para cada una de las viguetas.

Como geometría patrón se selecciona una geometría que con la mayor altura de espiga posible y un ángulo intermedio que se repita en todas las longitudes. Para discutir la influencia del ángulo y de la altura se toman como referencia las geometrías indicadas en la tabla.

Vigueta	Geometría espiga patrón	Discusión de ángulo	Discusión altura
100x200x4200 mm	0,9H – 15°	0,9H – 9,5°	0,5H – 15°
90x160x3000 mm	0,9H – 15°	0,9H – 9,5°	0,5H – 15°
90x120x2000 mm	0,8H – 15°	0,8H – 9,5°	0,6H – 15°

Tabla 6.58. Geometrías consideradas en la discusión del análisis tensional

Tensión paralela a la fibra según σ_x

La entrada en flexión de la vigueta hace que la sección de apoyo intente girar, de modo que la forma de cuña de la caja retiene a la espiga. La parte superior de la espiga es la parte de la sección que intenta alejarse más de la viga de apoyo por el efecto del giro. Por tanto, el efecto del giro condiciona las tensiones paralelas a la fibra en la dirección longitudinal.

En el caso de la vigueta más larga, tanto la reducción del ángulo entre flancos como la reducción de la altura de la espiga, provocan un mayor giro de la sección en el apoyo, produciendo mayores tensiones de tracción paralela en las esquinas de la entalladura.

En cuanto a los valores máximos de compresión paralela a la fibra, no hay diferencias significativas entre ángulos sin embargo, en la espiga con menor altura, el valor máximo se reduce. Este efecto se puede explicar considerando que la mayor parte de la testa de la vigueta en este caso se comprime contra la viga y por tanto, el intento de giro de la sección se ve contrarrestado por una mayor superficie, alcanzándose picos máximos un 12,5% menores que con la altura de espiga mayor.

En el caso de la vigueta de 3 metros, las tensiones de tracción paralela se incrementan con la reducción del ángulo y de forma más acusada con la reducción de la altura de la espiga.

Las tensiones de compresión máximas no varían significativamente con la reducción del ángulo y se reducen en un 14,5% en el caso de la reducción de altura de espiga.

En la vigueta de 2 metros las tendencias son similares con el incremento en las tensiones de tracción con la reducción del ángulo y de la altura. En cuanto a la compresión, las variaciones son poco significativas.

Para los casos analizados, teniendo en cuenta que la resistencia a la tracción paralela a la fibra considerada es de 49 N/mm^2 , para el caso más desfavorable (vigueta de 4,2 m) el índice calculado como la tensión máxima entre la resistencia es de 16% y en el caso de la compresión, considerando una resistencia de 37 N/mm^2 , el mismo índice alcanzaría el 78% debido al pico de tensiones por el “efecto esquina”.

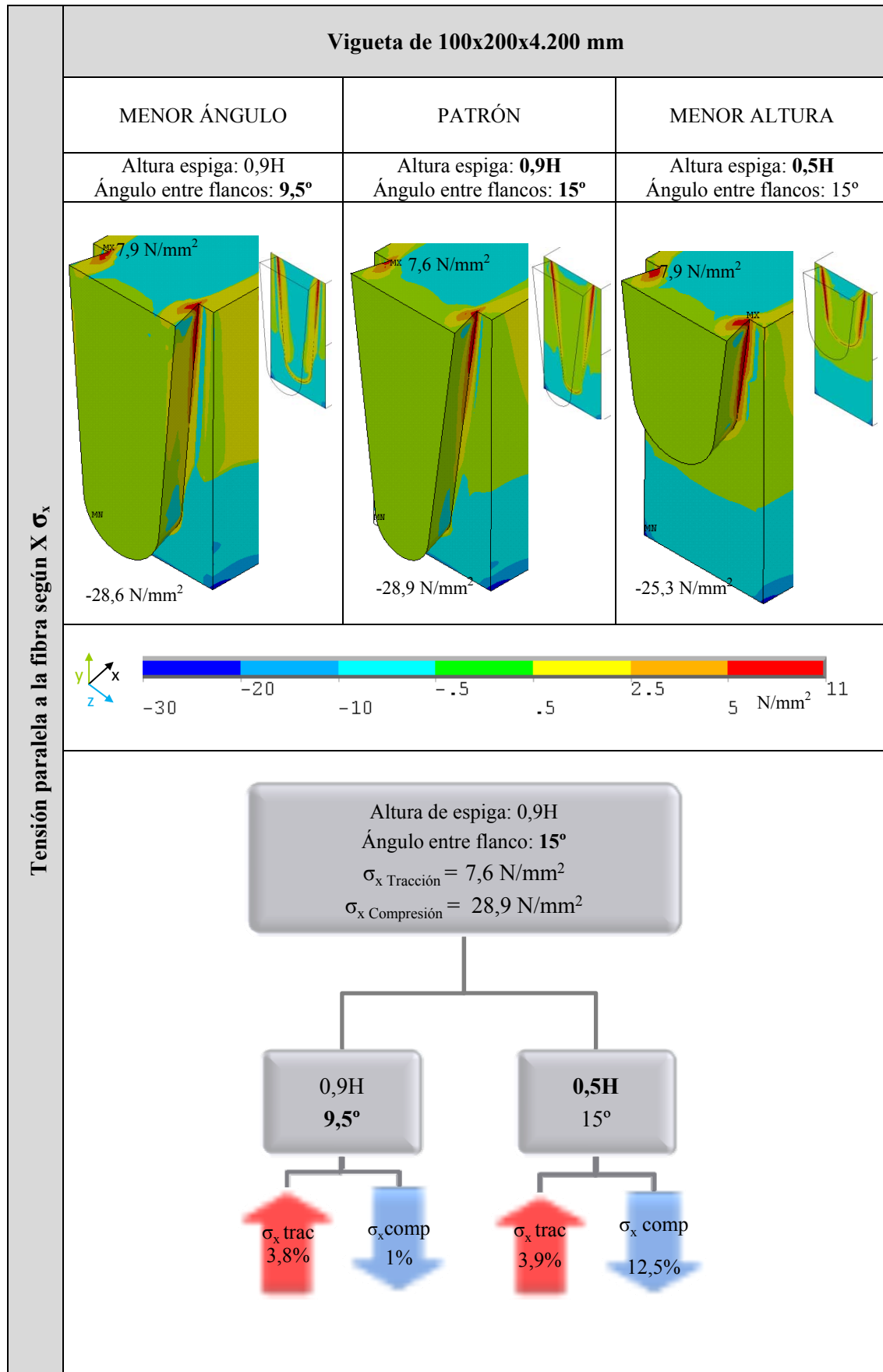


Figura. 6.73. Comparación de tensiones paralelas a la fibra en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 100x200x4.200 mm

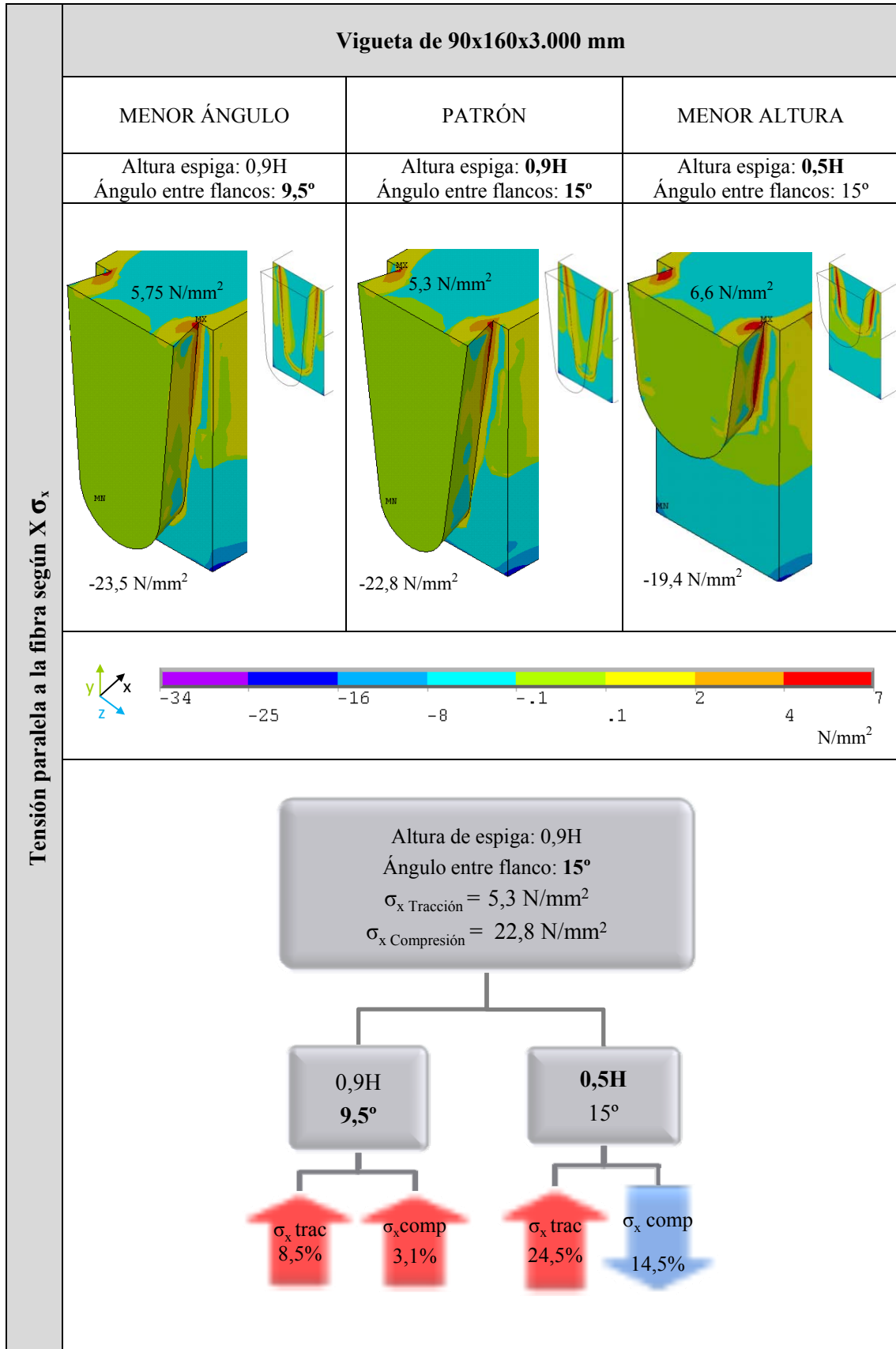


Figura. 6.74. Comparación de tensiones paralela a la fibra en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x160x3.000 mm

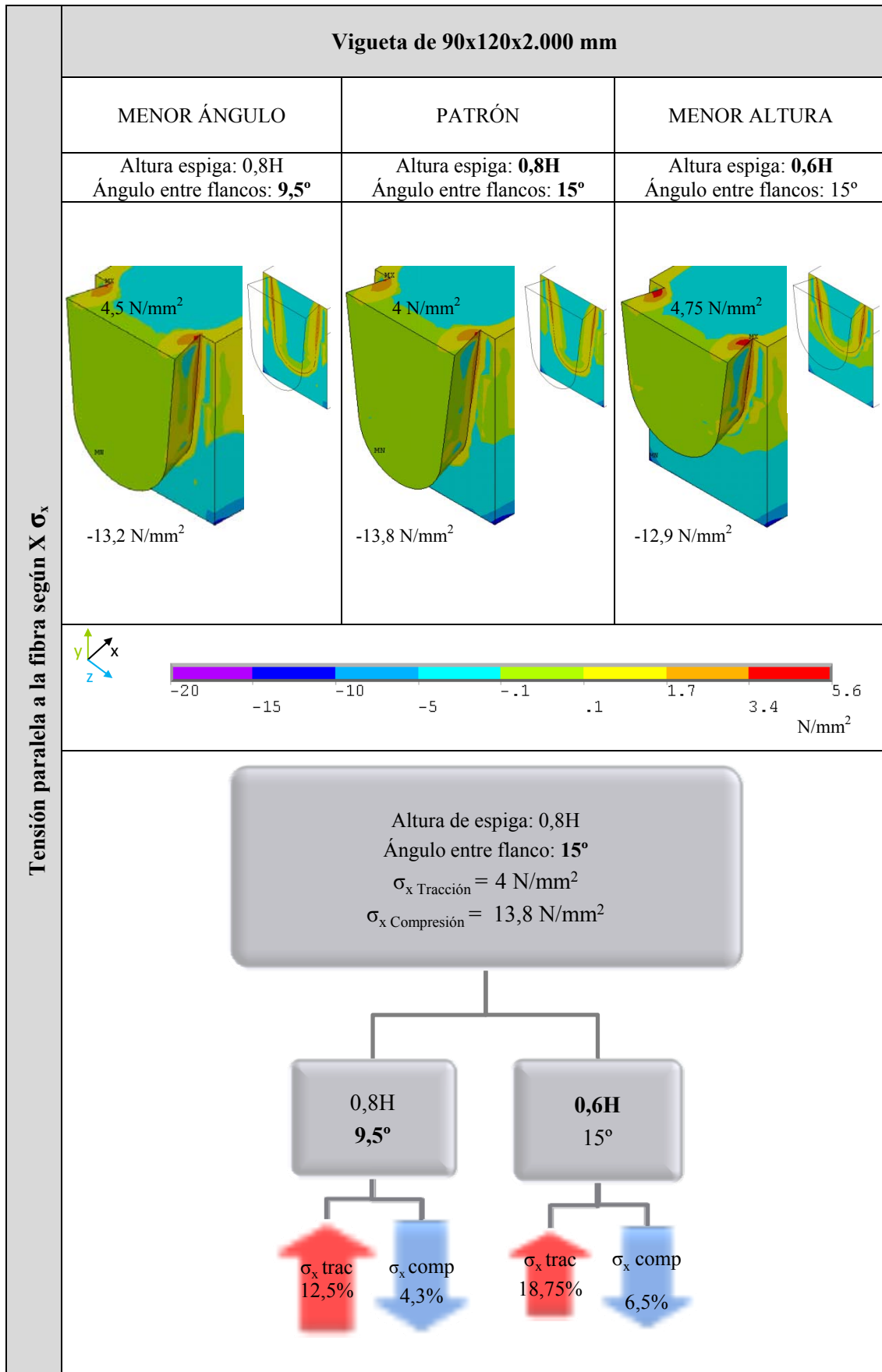


Figura. 6.75. Comparación de tensiones paralelas a la fibra en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x120x2.000 mm

Tensión en la dirección radial según σ_y

La baja resistencia de la madera ante tensiones que actúan en la dirección perpendicular a fibras hace necesario prestar especial atención a los detalles de resolución de las uniones. En este caso, las tensiones de compresión se concentran en la parte inferior del flanco y las de tracción a la misma altura pero en la testa de la vigueta. La reducción del ángulo entre flancos reduce ligeramente las tensiones de tracción y de compresión en las viguetas de 4,2 y 3 metros, ya que la espiga tiene una mayor sección en la zona más crítica, la parte inferior.

Si para un mismo ángulo se reduce la altura de la espiga, las tensiones de compresión se acumulan en una superficie menor en el flanco provocando a su vez, mayores tensiones de tracción en la testa de la vigueta. Las variaciones de estas tensiones con la altura alcanzan valores porcentuales mucho más altos que con la variación del ángulo.

A diferencia de las viguetas de 4,2 y 3 metros, en la vigueta de 2 metros, la reducción del ángulo implica un incremento de las tensiones de tracción perpendicular. Si bien, el hecho de que la altura de la espiga sea menor hace que la variación del ángulo sea menos significativa que en los demás casos. En el resto de situaciones se mantienen las tendencias similares a los casos de las viguetas más largas.

En este caso, la relación entre la mayor tensión en todos los casos y la resistencia a tracción perpendicular considerada ($3,4 \text{ N/mm}^2$) es de 82% y en el caso de compresión (resistencia de 4 N/mm^2) del 50%.

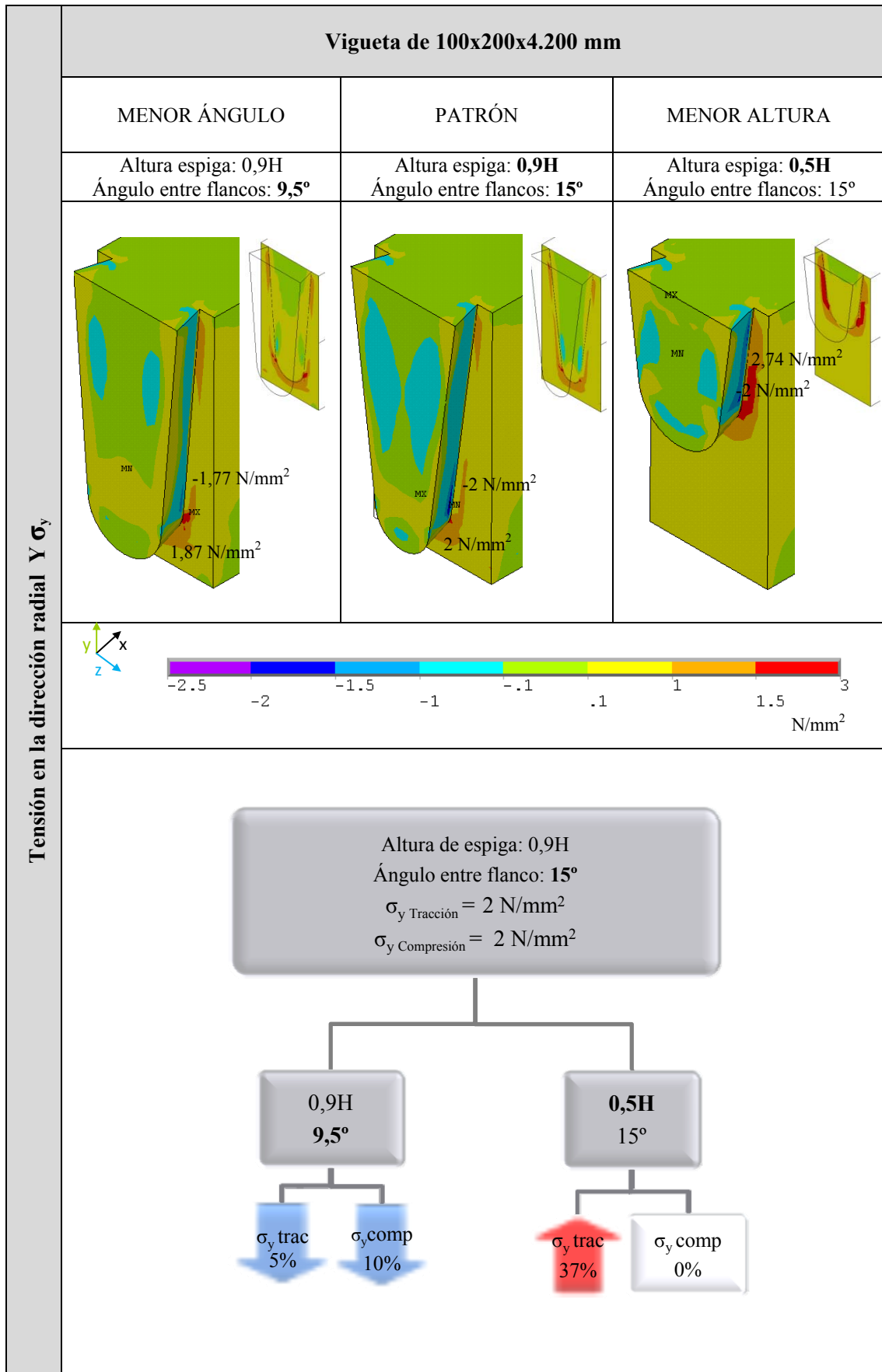


Figura. 6.76. Comparación de tensiones perpendiculares a la fibra (según *eje Y*) en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 100x200x4.200 mm

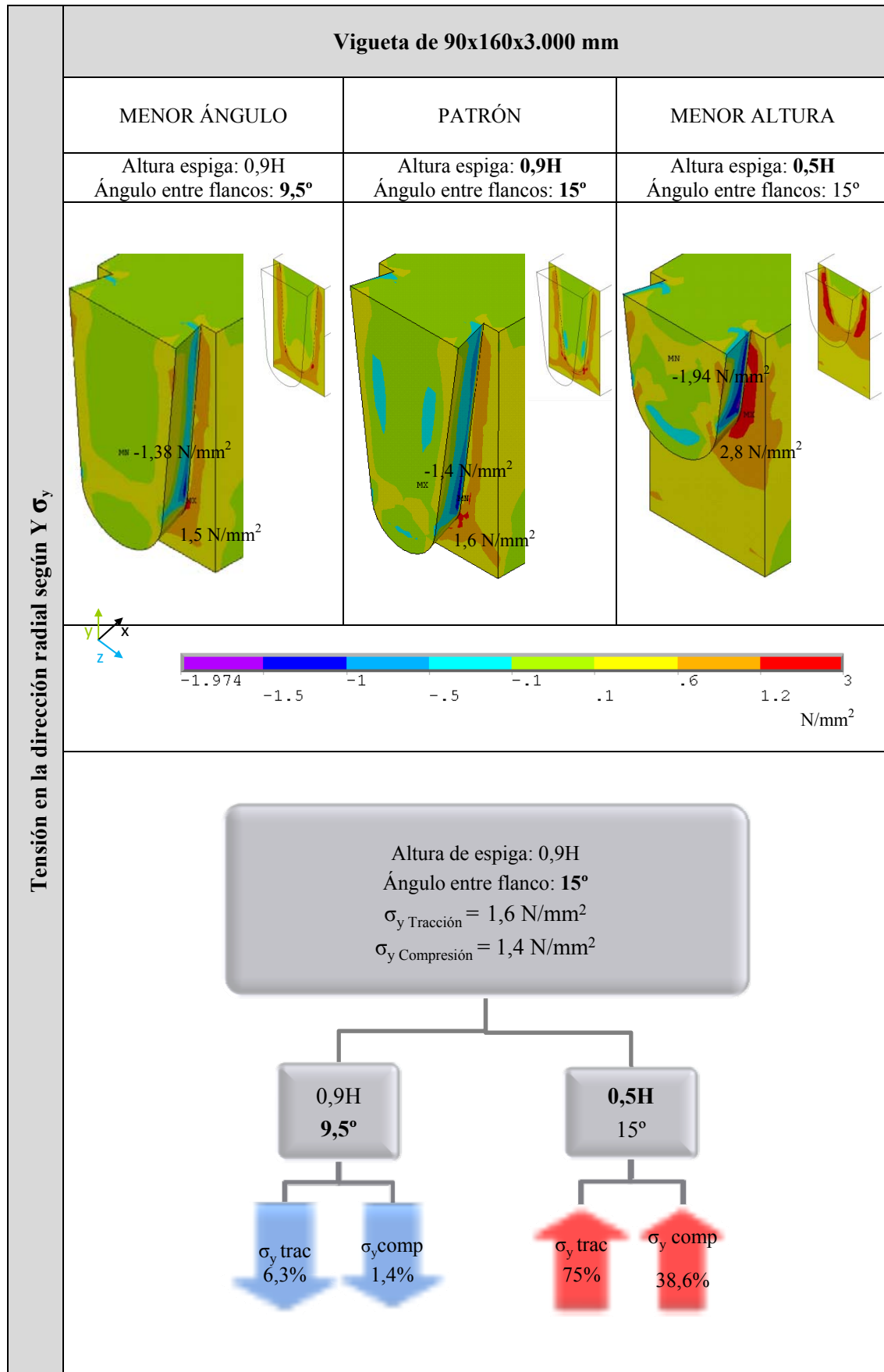


Figura. 6.77. Comparación de tensiones perpendiculares a la fibra (según *eje Y*) en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x160x3.000 mm

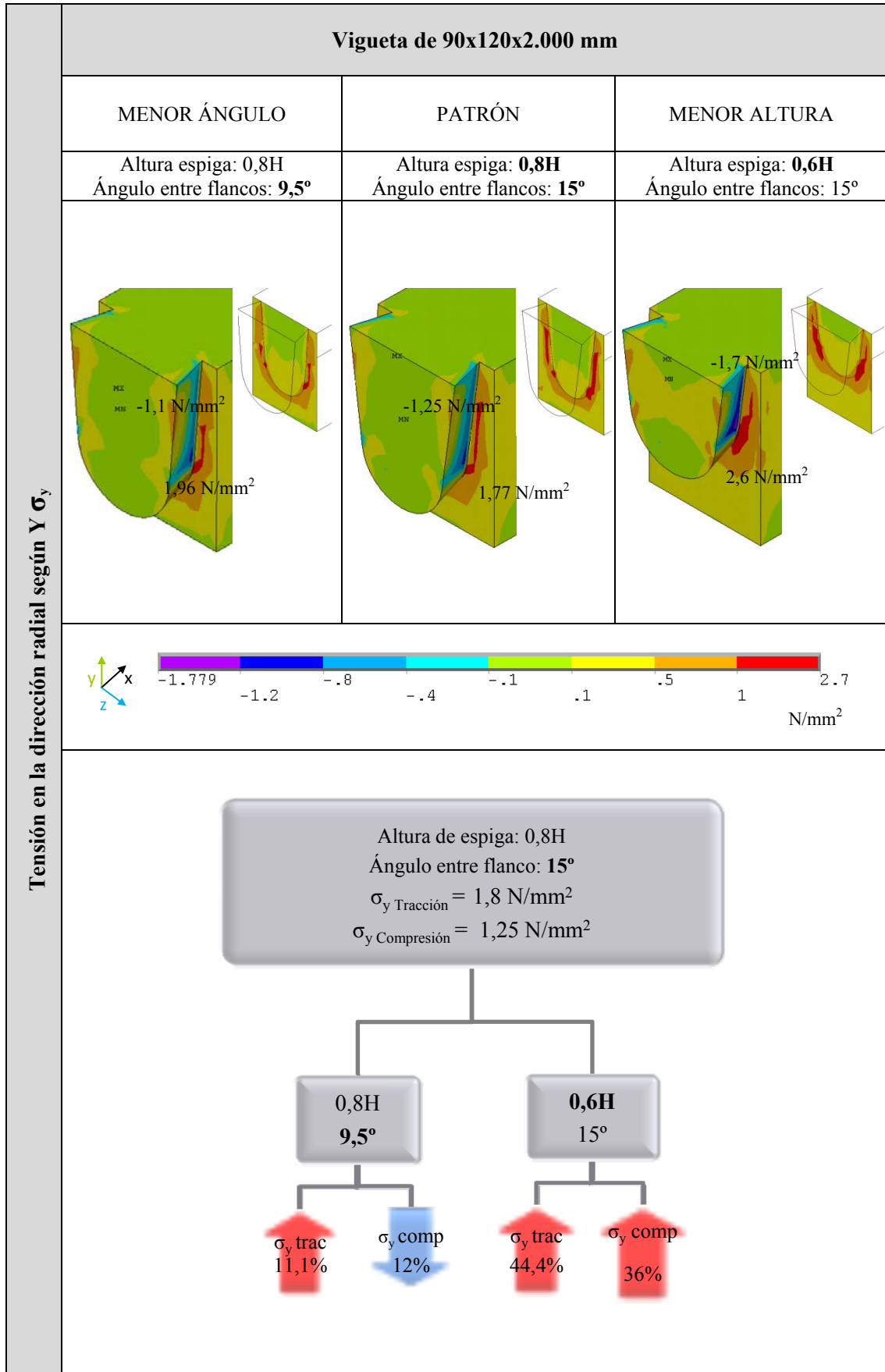


Figura. 6.78. Comparación de tensiones perpendiculares a la fibra (según *eje y*) en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x120x2.000 mm

Tensión en la dirección tangencial según Z σ_z

En el caso de la geometría patrón, las tensiones máximas de tracción en la dirección horizontal perpendicular a la fibra, se localizan en la testa de la vigueta en una zona próxima a la parte más estrecha de la espiga, al igual que las tensiones de tracción perpendicular según la dirección vertical (σ_y). Por lo tanto, se convierte en una zona con alto riesgo de fallo.

Con la reducción del ángulo no se observan tendencias claras en las viguetas de 4,2 y 3 metros, siendo contrarios los comportamientos en cuanto a tracción y poco significativos en cuanto a compresión. En el caso de la vigueta de 2 metros, tanto la compresión como la tracción aumentan con la reducción del ángulo.

La influencia de la altura en las tensiones de tracción perpendicular en el caso de la vigueta de 4,2 metros es poco significativa produciéndose un descenso de las tensiones con la reducción de la altura de la espiga, mientras que en la vigueta de 3 metros casi no se aprecia variación. Sin embargo en la vigueta de 2 metros, la reducción de la altura supone un importante incremento de las tensiones de tracción.

Los picos máximos de compresión perpendicular se alcanzan en la zona inferior del flanco de la espiga, debido al efecto del encaje de la espiga dentro de la caja, de forma que la espiga se comprime tanto vertical como horizontalmente, en la dirección horizontal con mayor intensidad. Este pico máximo no varía con la reducción del ángulo entre flancos, aunque se comprueba como las tensiones de compresión en la zona alta de la espiga, aumentan al descender el ángulo. Al reducir la altura de la espiga se produce un incremento del pico máximo de compresión y la espiga se comprime con tensiones superiores.

En este caso las tensiones de compresión perpendicular superan el valor de la resistencia considerada en la vigueta de 4,2 metros y en la espiga más corta de la vigueta de 3 metros. Mientras que a tracción el índice de tensión máxima entre la resistencia es de 75%.

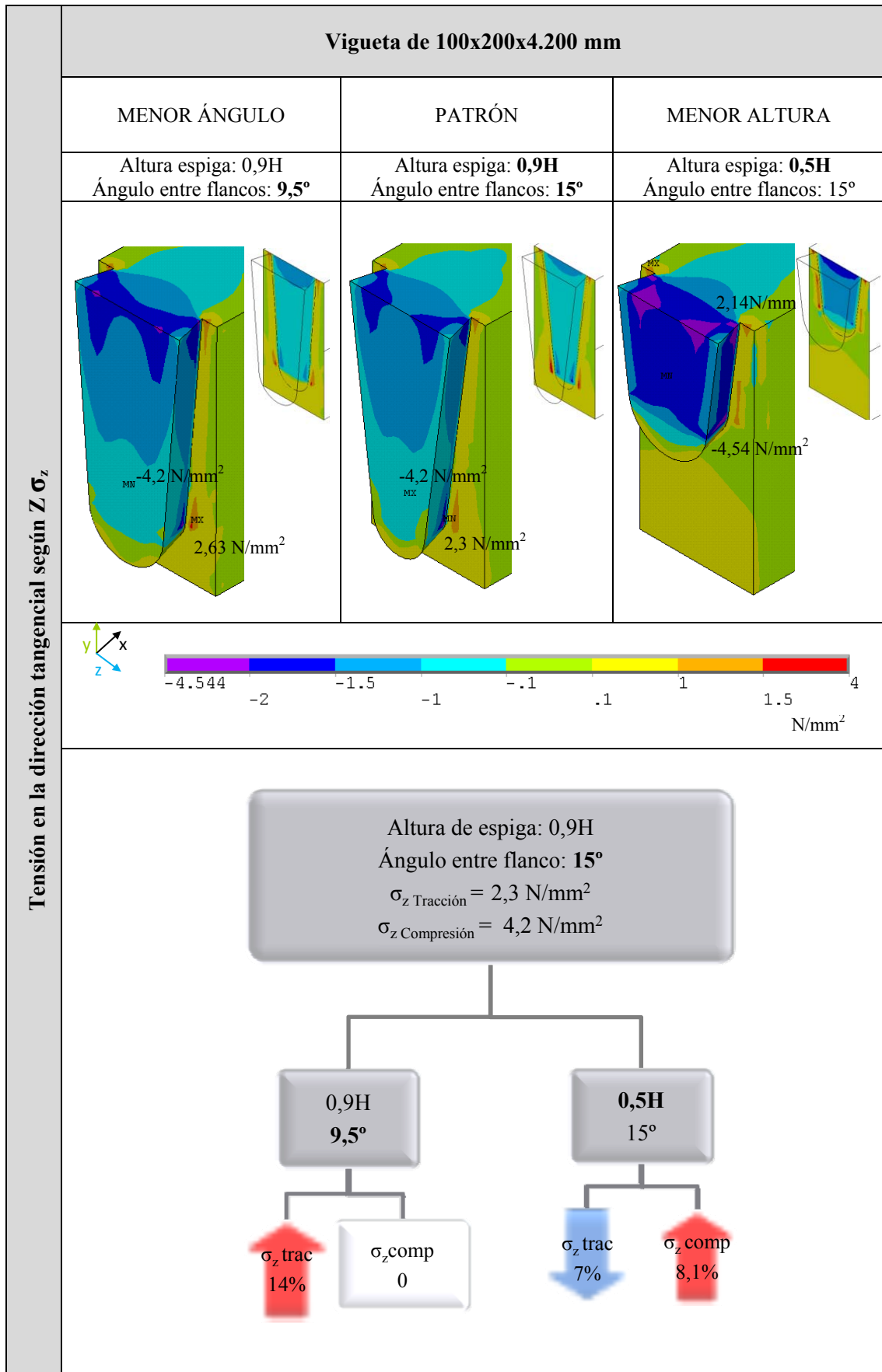


Figura. 6.79. Comparación de tensiones perpendiculares a la fibra (según *eje z*) en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 100x200x4.200 mm

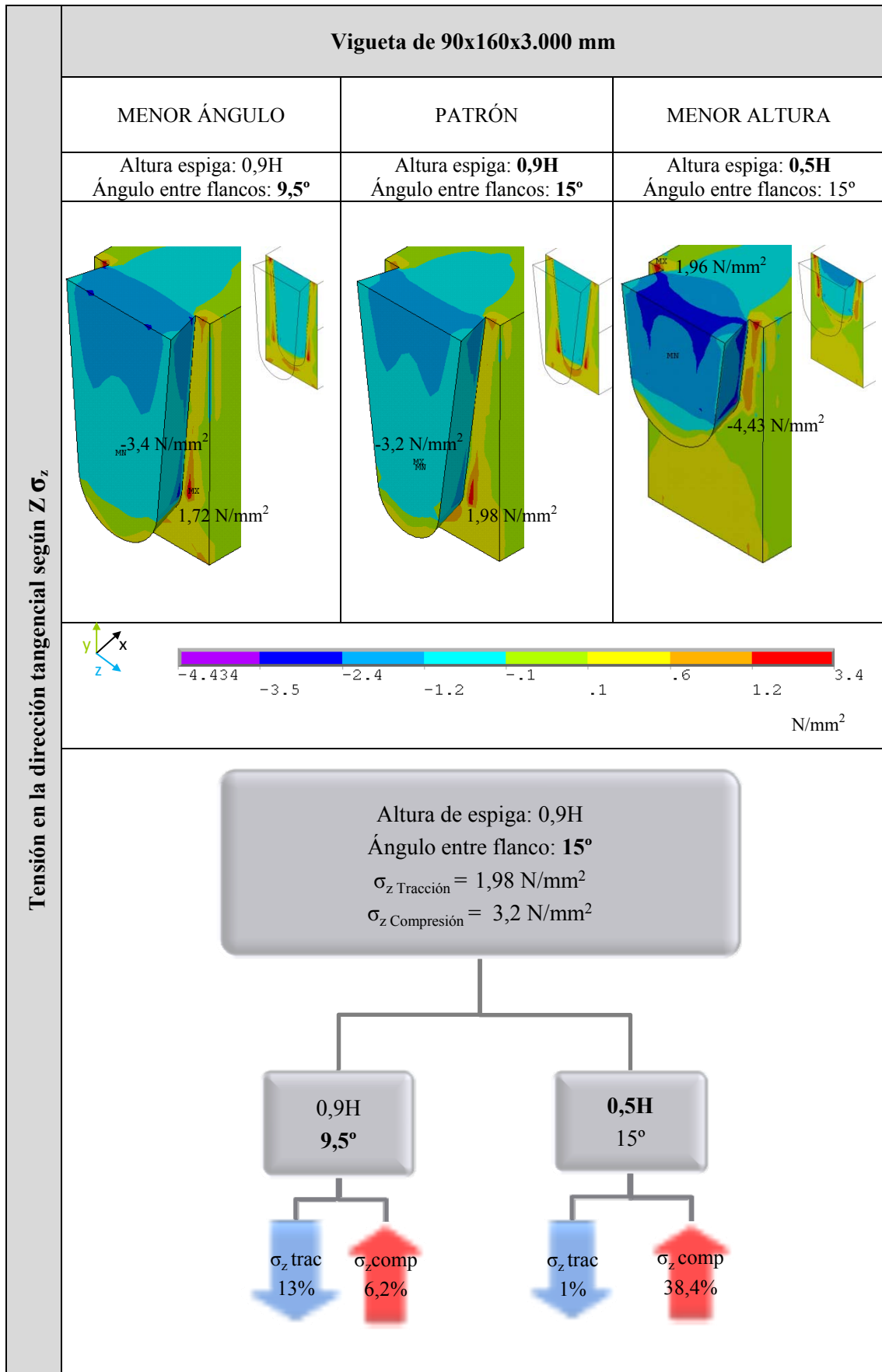


Figura. 6.80. Comparación de tensiones perpendiculares a la fibra (según *eje z*) en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x160x3.000 mm

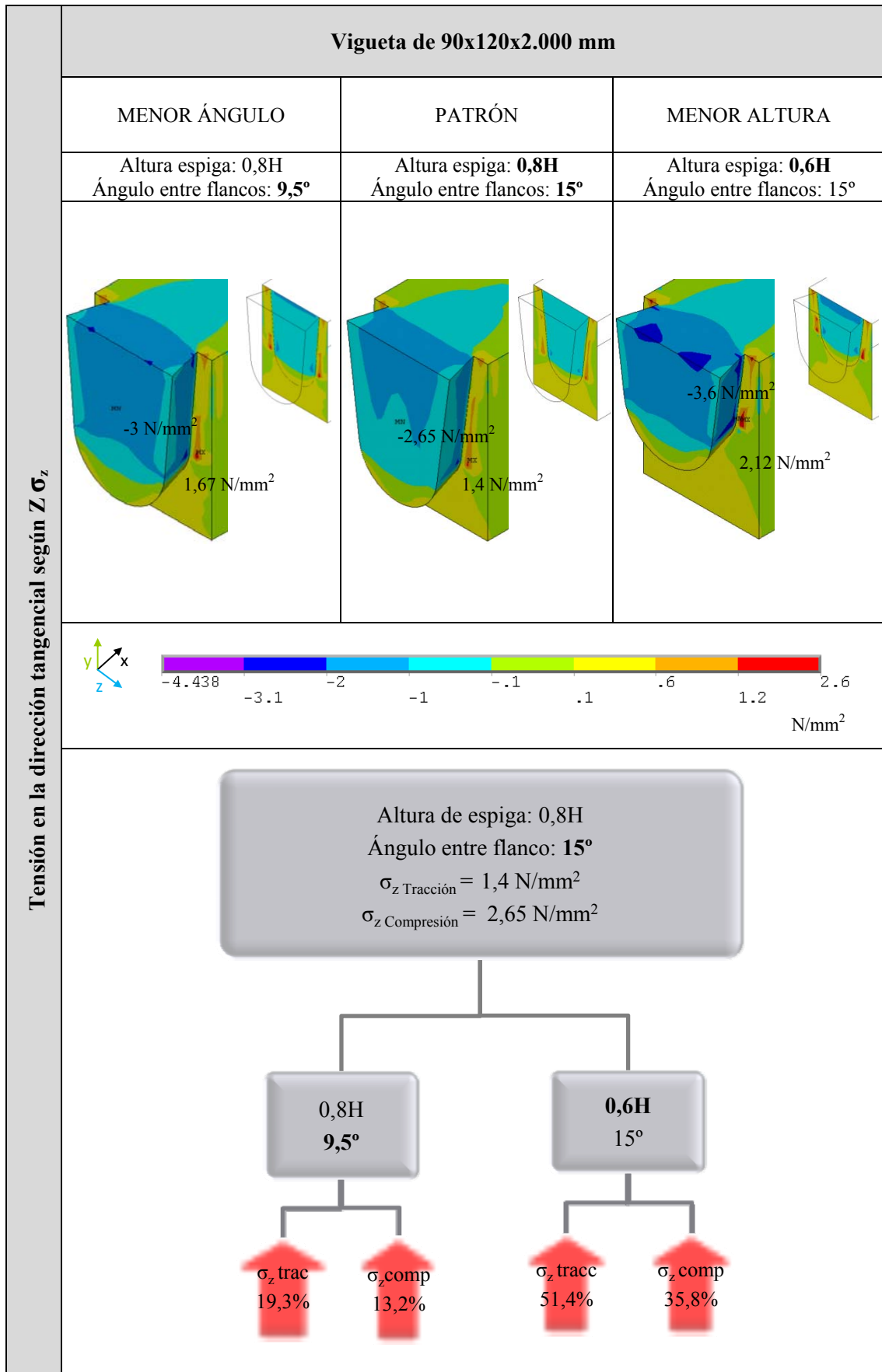


Figura. 6.81. Comparación de tensiones perpendiculares a la fibra (según *eje z*) en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x120x2.000 mm

Tensión tangencial en el plano XY τ_{xy}

Cuanto mayor es el ángulo entre los flancos, mayores tensiones de rozamiento entran en juego y por tanto, mayores tensiones de cortante son absorbidas. Según este comportamiento una reducción del ángulo, que favorece el descenso de la espiga, provoca mayores tensiones tangenciales según el plano XY.

Además en las imágenes que representan las tensiones en la testa, se comprueba como la arista de la entalladura concentra los máximos valores de tensiones. En el caso de mayor ángulo entre flancos, las tensiones se distribuyen menor y por eso, aunque el área de la espiga es menor, el valor máximo de la tensión se reduce.

En cuanto a la influencia de la altura, es conocido por la ecuación del CTE de determinación de resistencia a esfuerzos cortantes en rebajes con entalladuras, que el coeficiente de minoración de la resistencia K_v se incrementa si lo hace la relación entre el canto eficaz después de la entalladura (en este caso la altura de la espiga) y el canto de la vigueta. Según los valores anteriores, se confirma que la reducción de la altura provoca un incremento de las tensiones tangenciales según el plano XY.

Las máximas tensiones tangenciales en el plano XY aumentan si se reduce tanto el ángulo como la altura de la espiga en todos los casos a excepción de la vigueta de 2 metros, donde la variación del ángulo no influye en el valor máximo de la tensión.

La máxima tensión dividida entre la resistencia considerada a cortante ($6,5 \text{ N/mm}^2$) alcanza el 76% en el caso más desfavorable (la espiga más corta en la vigueta más larga).

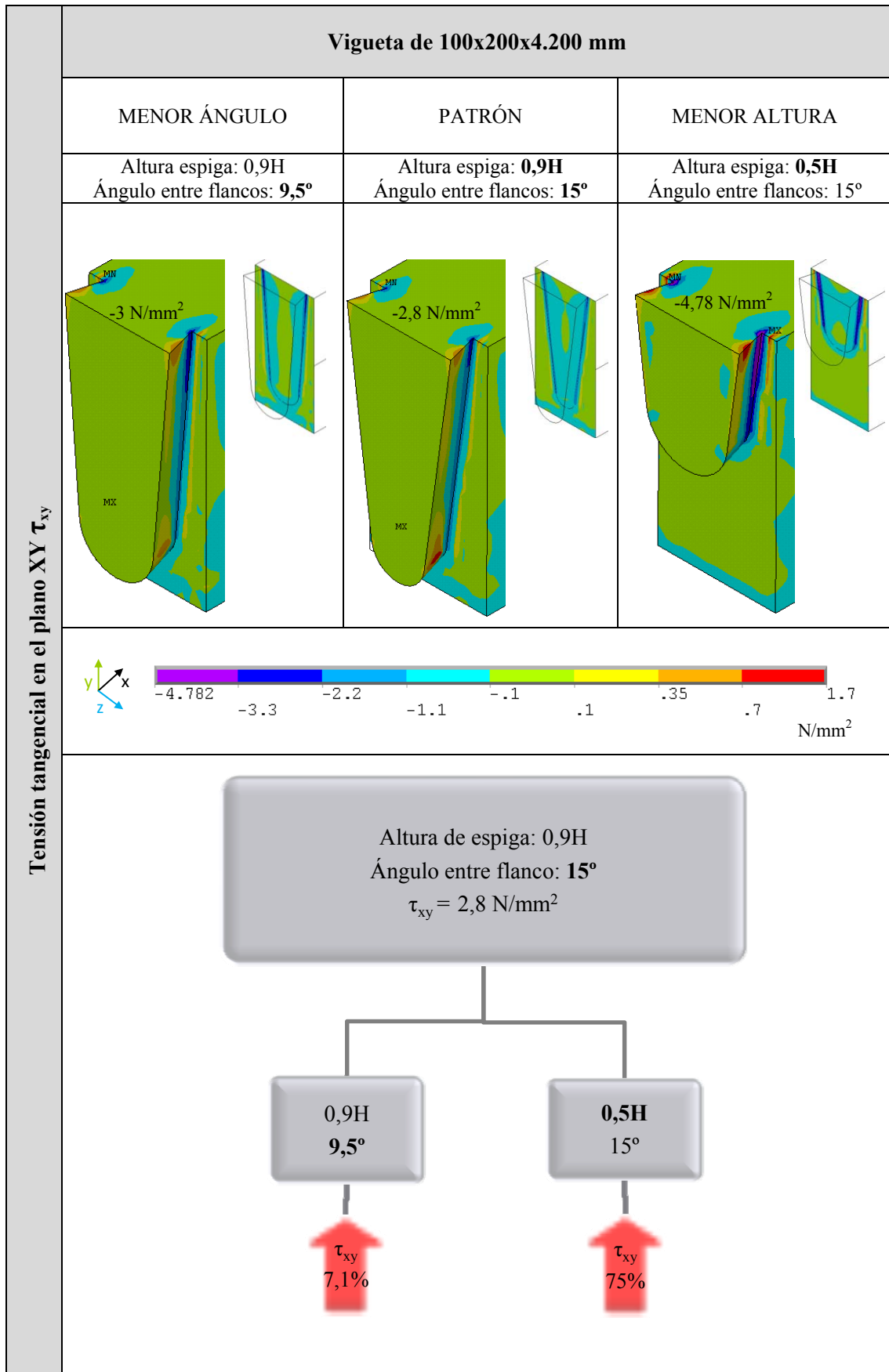


Figura. 6.82. Comparación de tensiones tangenciales en el plano XY en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 100x200x4.200 mm

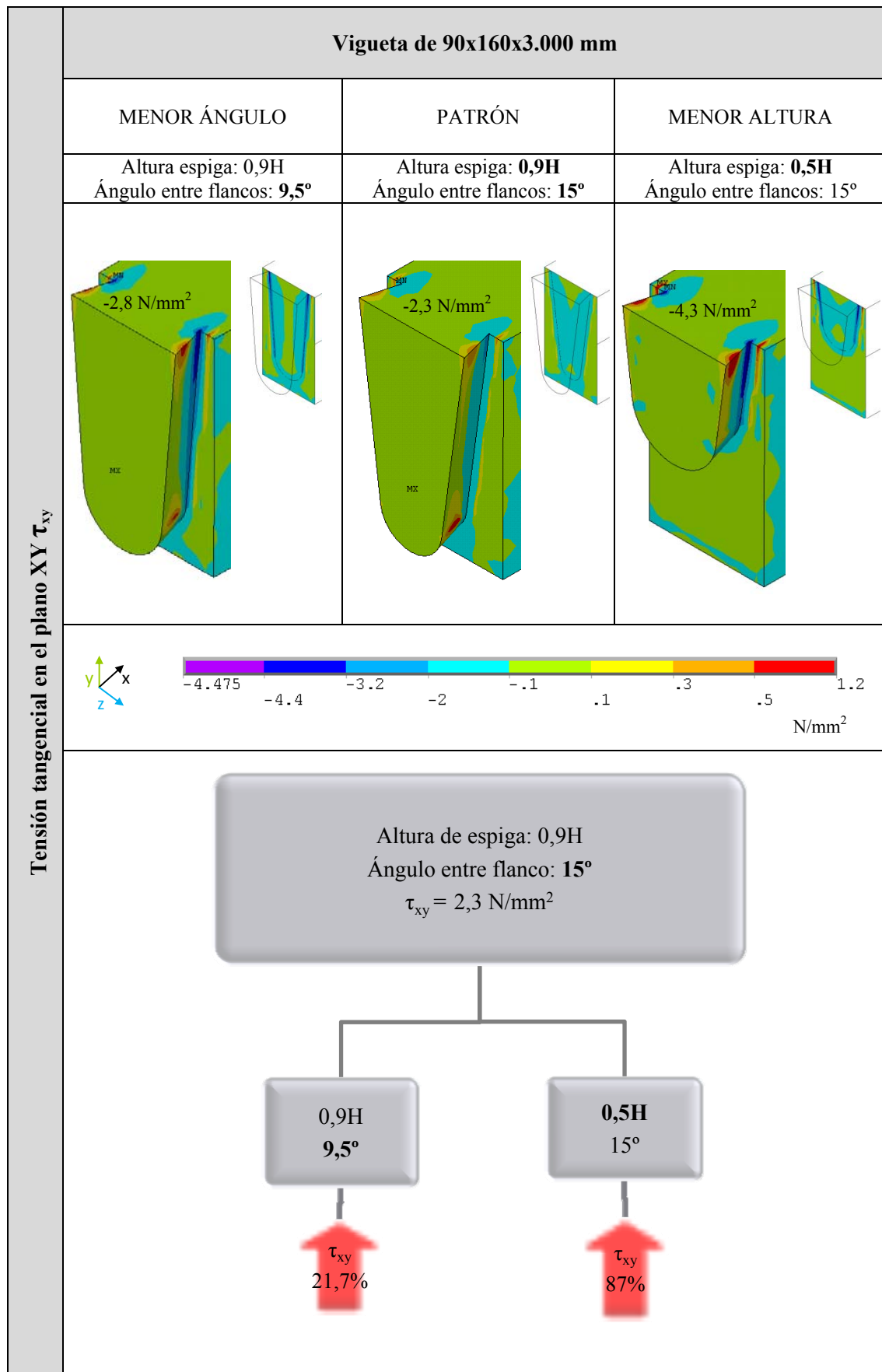


Figura. 6.83. Comparación de tensiones tangenciales en el plano XY en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x160x3.000 mm

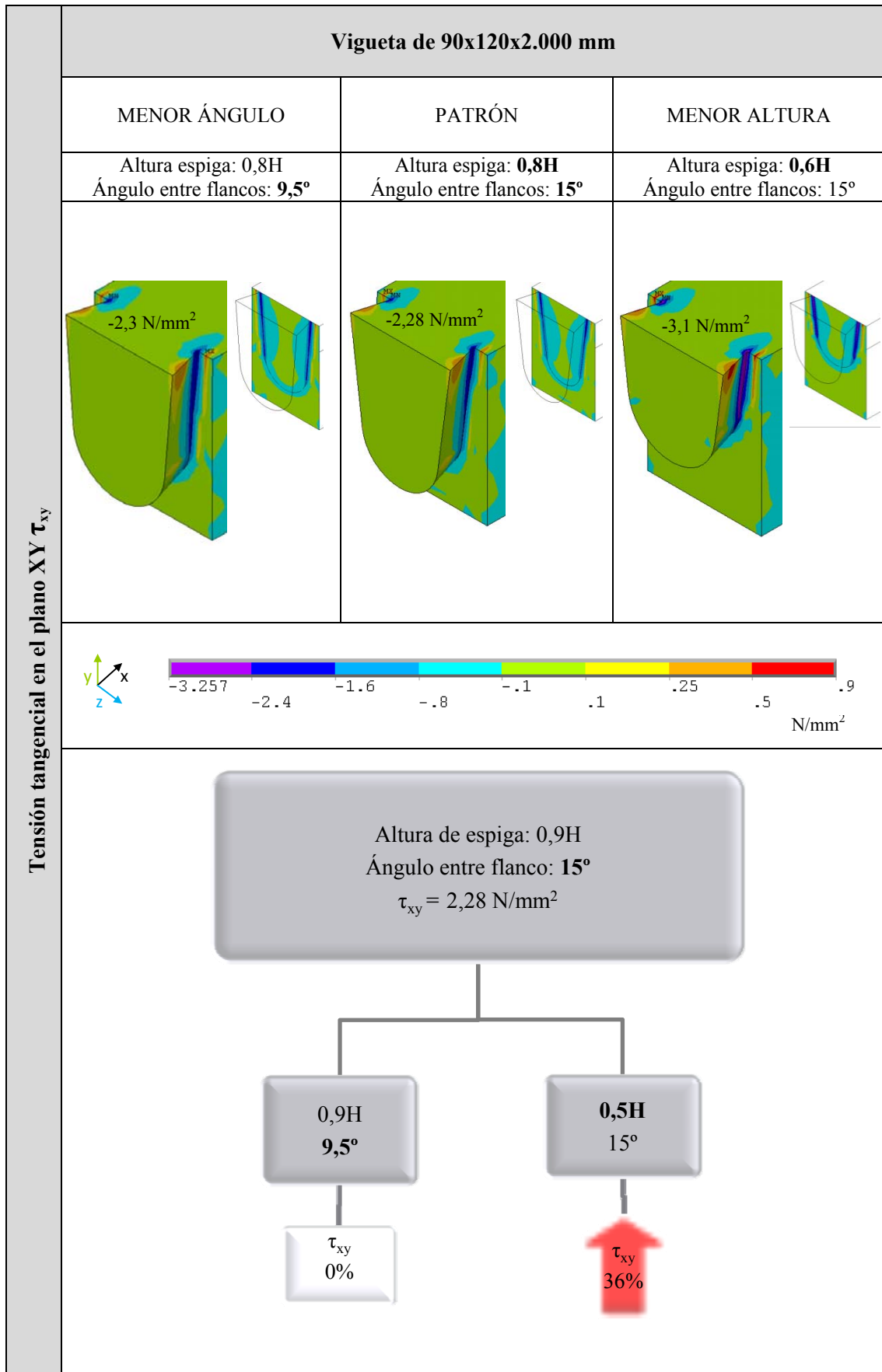


Figura. 6.84. Comparación de tensiones tangenciales en el plano XY en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x120x2.000 mm

Tensión tangencial en el plano XZ τ_{xz}

Las tensiones tangenciales en el plano XZ no sufren cambios significativos en el caso de las viguetas de 4,2 y 3 metros con el incremento del ángulo. En el caso de la vigueta de 2 metros, la reducción del ángulo implica un descenso de la tensión máxima en un 18,4 %.

La reducción de altura supone un incremento de las tensiones máximas en el caso de la vigueta de 4,2 y 3 metros. Sin embargo, en la vigueta de 2 metros desciende la tensión máxima con la reducción de la altura de la espiga.

Dividiendo la máxima tensión entre la resistencia, el índice obtenido es del 43%.

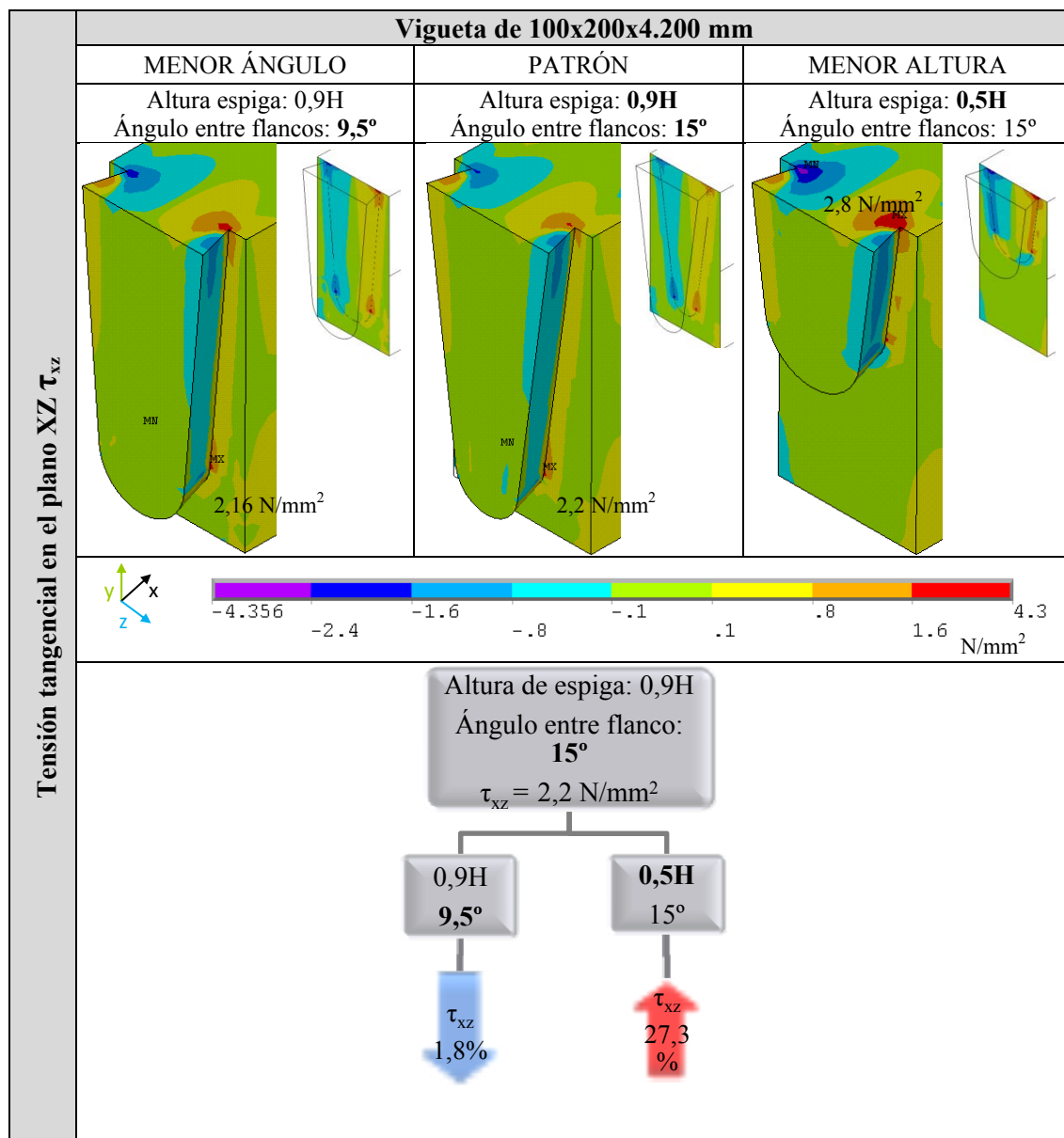


Figura. 6.85. Comparación de tensiones tangenciales en el plano XZ en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 100x200x4.200 mm

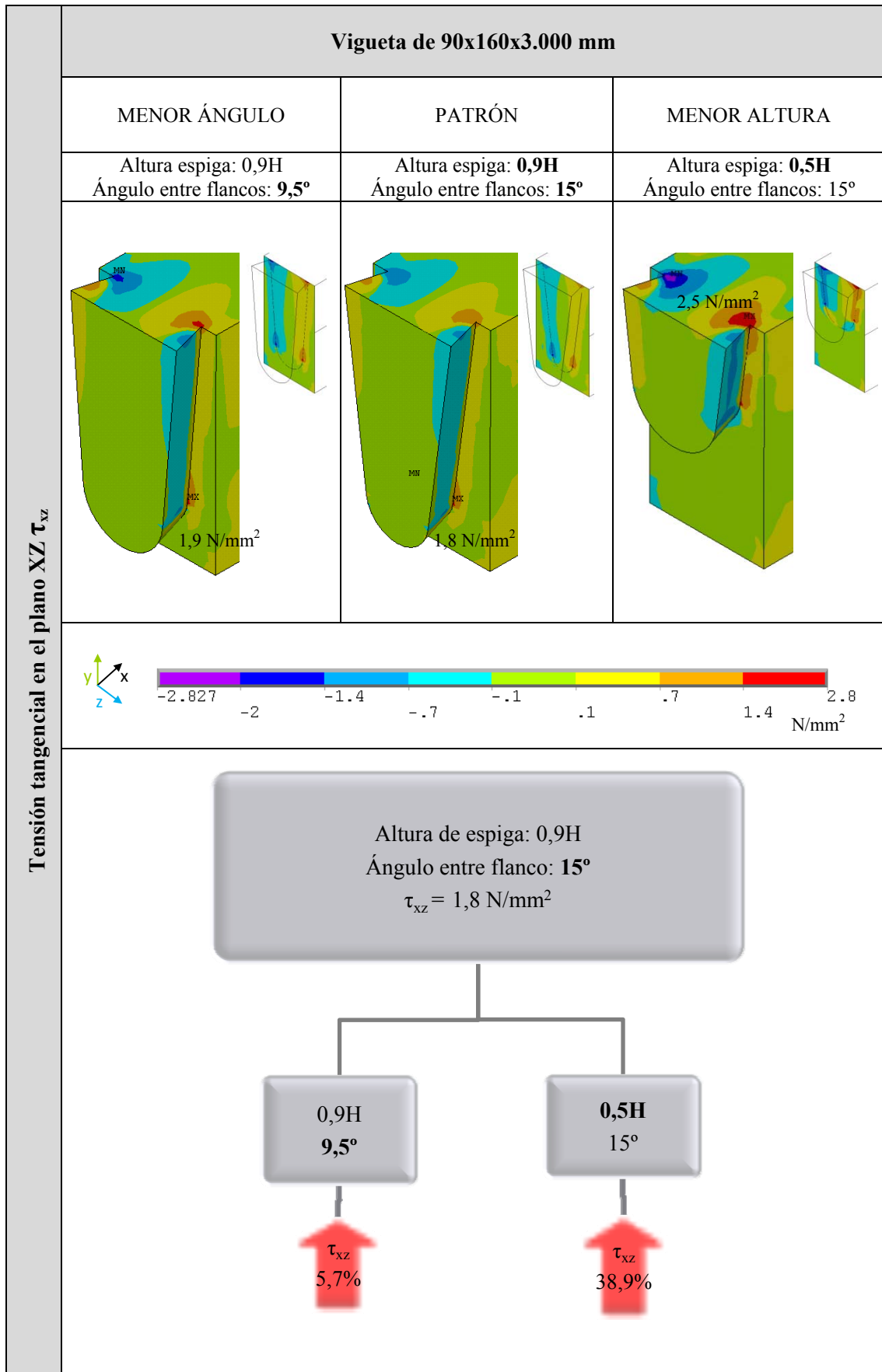


Figura. 6.86. Comparación de tensiones tangenciales en el plano XZ en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x160x3.000 mm

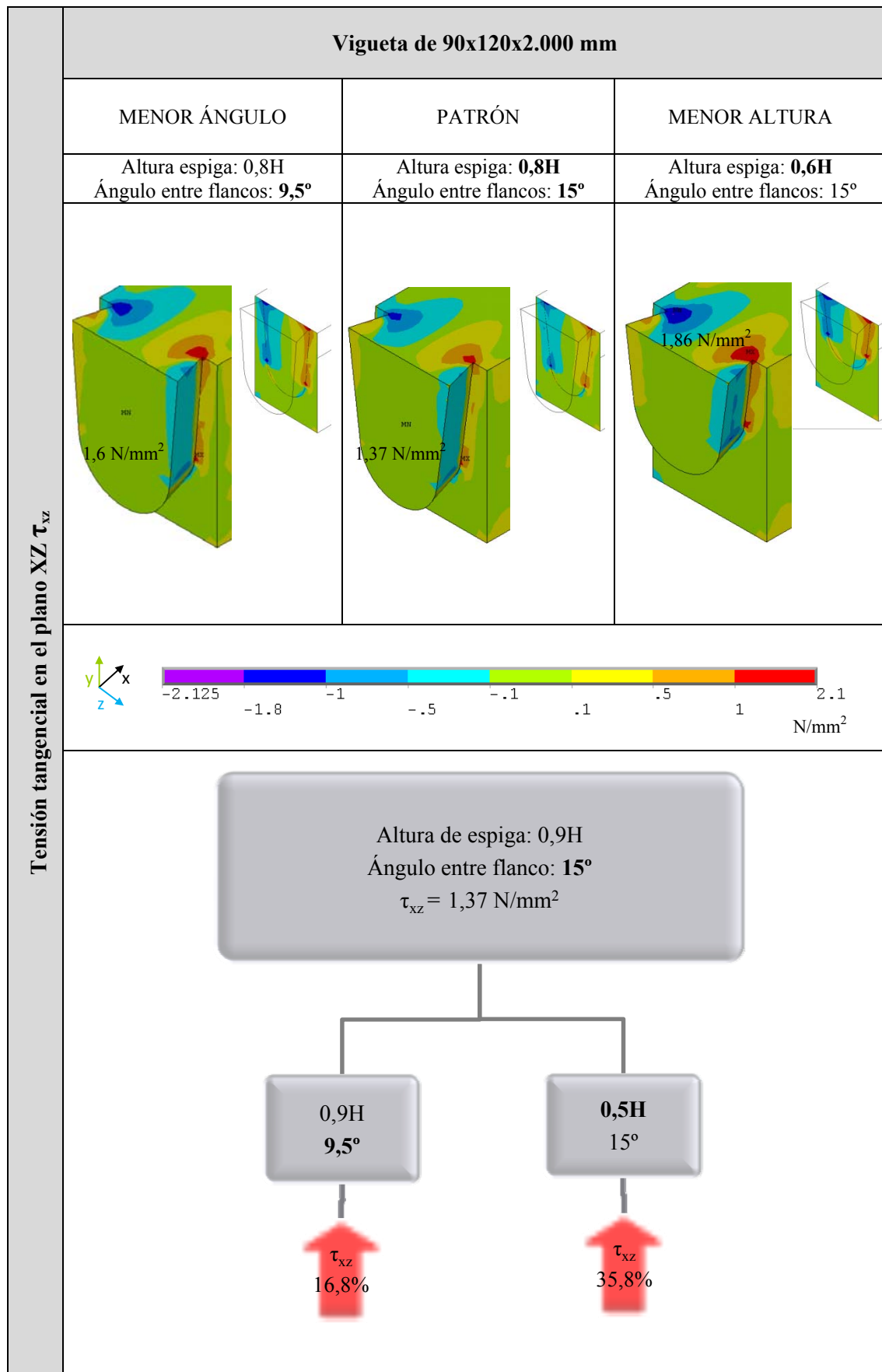


Figura. 6.87. Comparación de tensiones tangenciales en el plano XZ en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x120x2.000 mm

Tensión tangencial en el plano YZ τ_{yz}

Las tensiones tangenciales en el plano YZ alcanzan menores valores que según los planos comentados anteriormente. La reducción del ángulo implica pequeñas reducciones en las tensiones máximas en los tres casos e incrementos en el caso de la reducción de la altura de la espiga.

En este caso la tensión máxima entre la resistencia da como resultado 26%.

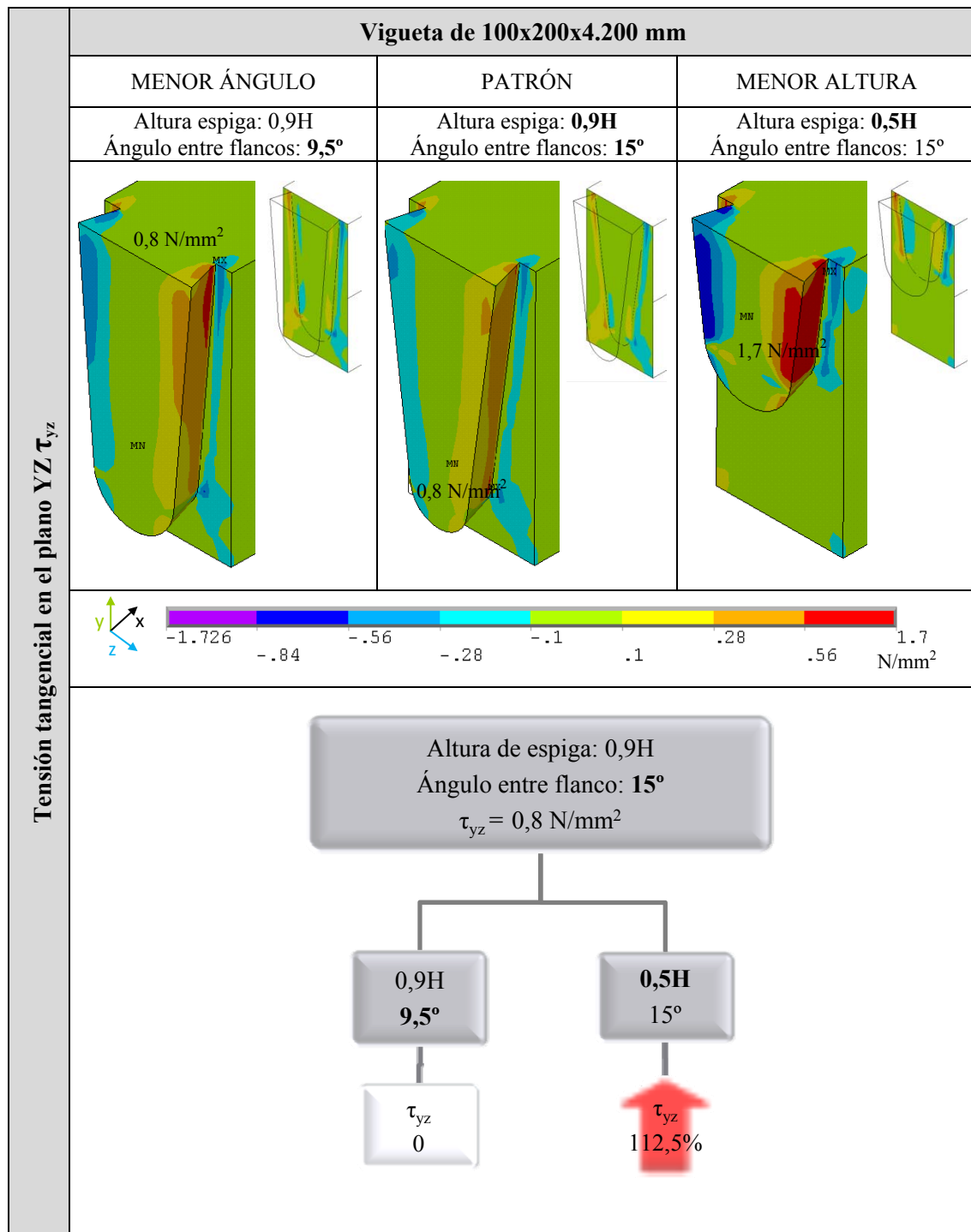


Figura. 6.88. Comparación de tensiones tangenciales en el plano YZ en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 100x200x4.200 m

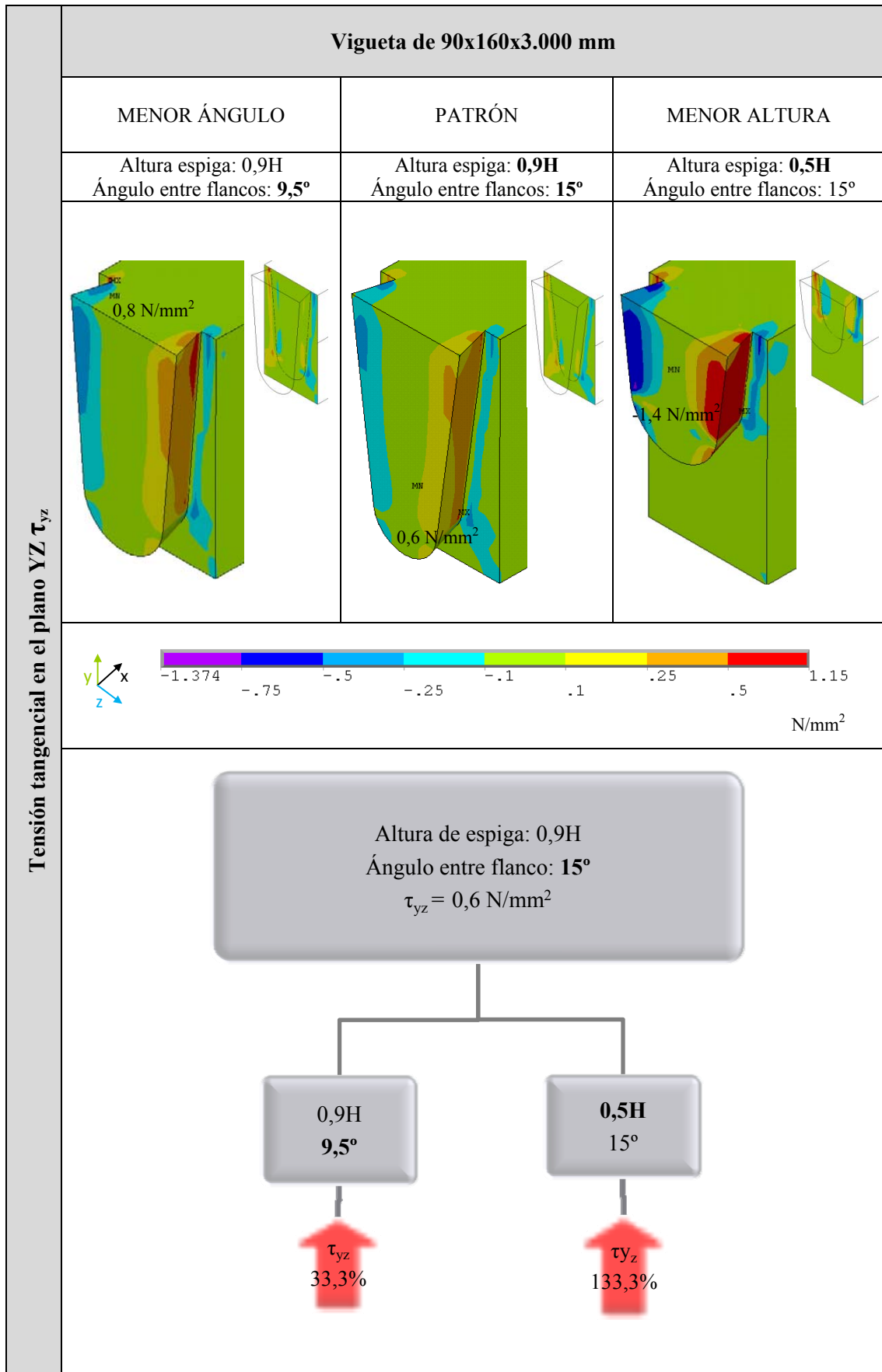


Figura. 6.89. Comparación de tensiones tangenciales en el planoYZ en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x160x3.000 mm

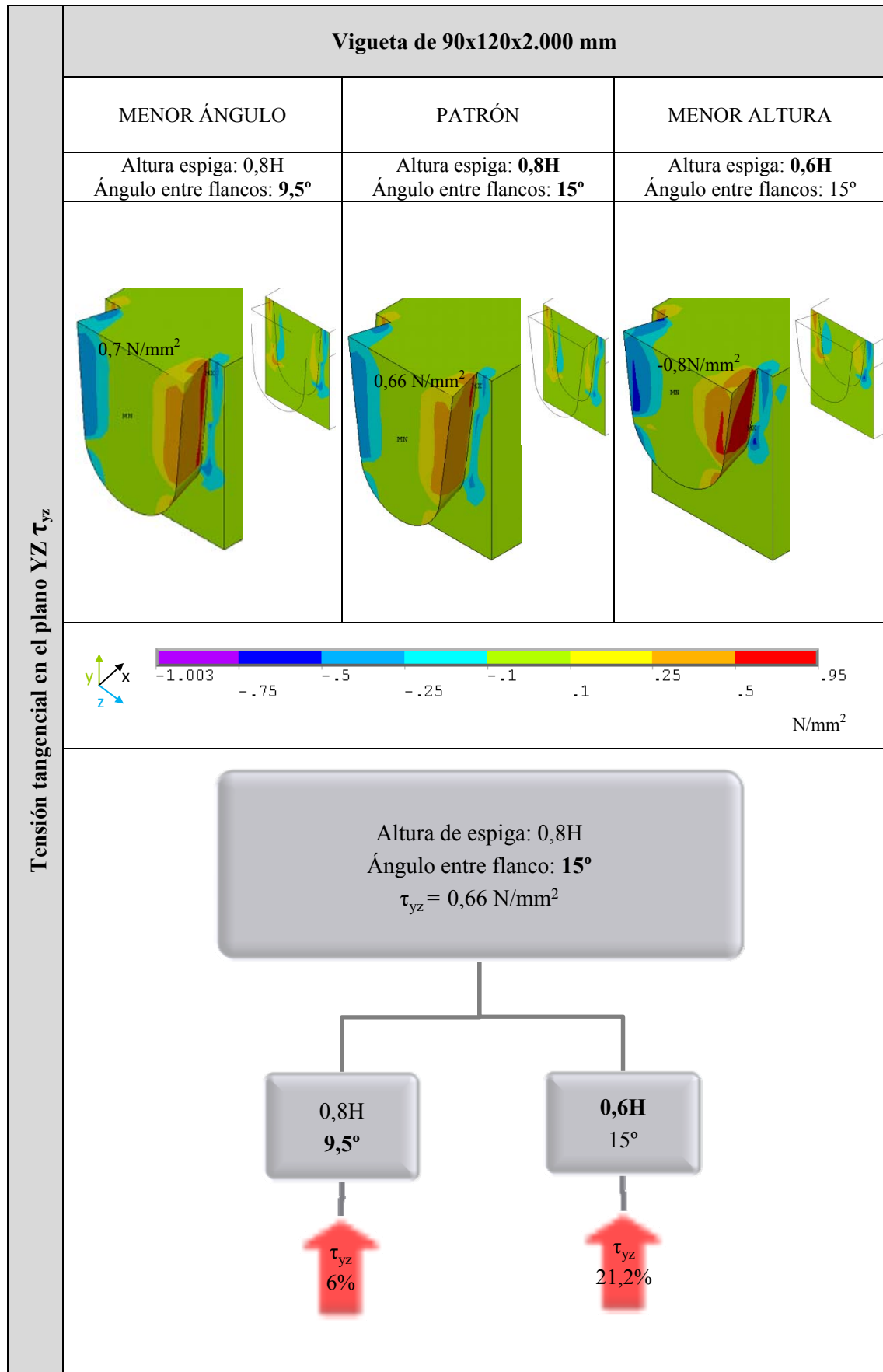


Figura 6.90. Comparación de tensiones tangenciales en el planoYZ en función de ángulo entre los flancos y de la altura de espiga en la vigueta de 90x120x2.000 mm

Análisis de la capacidad de carga en función de la geometría de la unión

Para evaluar la influencia de los parámetros geométricos en la capacidad de carga de la unión se aplica el criterio de rotura de Tsai Wu (Ec. 6.8) según lo indicado en el apartado 6.3.4. a cada una de las geometrías simuladas.

A continuación se muestran los resultados para los casos simulados en cada una de las tres viguetas. En cada caso se presenta la tabla con los resultados de la capacidad de carga según el criterio de rotura definido, teniendo en cuenta que el criterio detecta como fallo la entrada en plastificación del material. Se representan los valores de capacidad gráficamente según una leyenda de colores.

4,2 m

VIGUETA DE 100 x 200 x 4.200 mm

ESPIGA									
Altura espiga	Ángulo entre flancos de la espiga (°)								
	7,0	9,5	12,5	15,0	17,5	20,0	22,5	25,0	27,5
0,9H = 180 mm	5,1 kN	5,4 kN	5,6 kN	6,1 kN					
0,8H = 160 mm	4,7 kN	5,0 kN	5,5 kN	5,7 kN	6,0 kN				
0,7H = 140 mm	4,3 kN	4,7 kN	5,0 kN	5,3 kN	5,4 kN	5,7 kN			
0,6H = 120 mm		4,2 kN	4,5 kN	4,7 kN	5 kN	5,1 kN	5,3 kN		
0,5H = 100 mm		3,6 kN	3,9 kN	4,1 kN	4,0 kN	4,5 kN	4,7 kN	4,7 kN	4,7 kN

Leyenda de colores de tabla donde R es reacción resistida según el criterio aplicado:

$R \leq 3,6$	$3,6 < R \leq 4,1$	$4,1 < R \leq 4,6$	$4,6 < R \leq 5$	$5 < R \leq 5,5$	$5,5 < R \leq 5,9$	$5,9 < R$
--------------	--------------------	--------------------	------------------	------------------	--------------------	-----------

Tabla. 6.59 Valor de reacción en la espiga para cada geometría discutida aplicando el criterio de rotura de Tsai Wu.

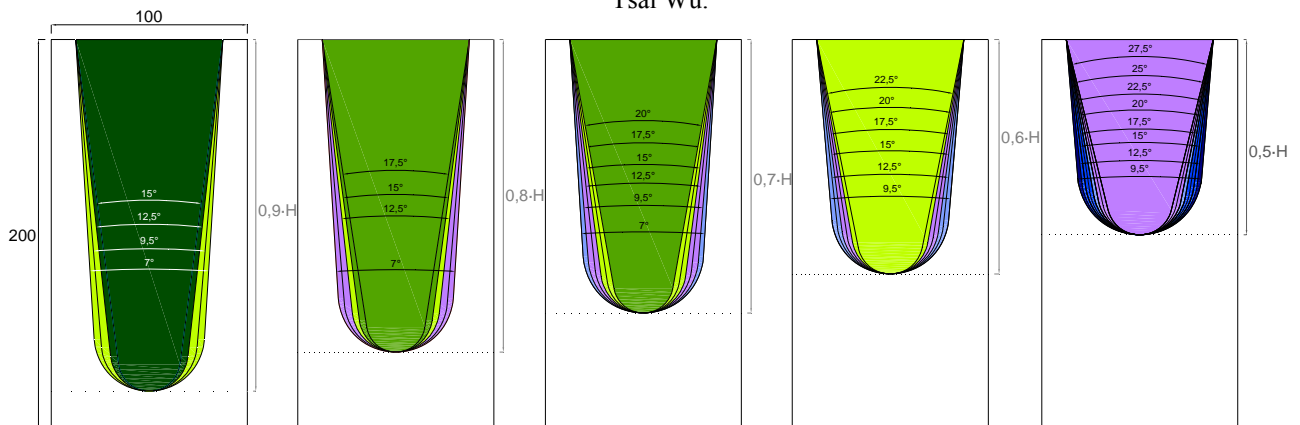


Figura 6.91. Representación según colores y en función de la geometría de la reacción resistida por la espiga de la vigueta de 100x200x4.200 mm

Mediante el análisis de las tensiones en los nodos en los cuales se alcanza el índice máximo, se comprueba que las tensiones que los provocan son principalmente de compresión perpendicular a la fibra, con valores muy próximos a la resistencia definida para el material, en combinación con tensiones tangenciales en el plano XY (longitudinal vertical).

Los valores máximos se localizan en tres puntos:

1. En la esquina superior de la entalladura por combinación de tensiones de tracción perpendicular a la fibra (en la dirección Z) con tensiones tangenciales según el plano XY.
2. En la arista superior de la testa de la espiga por tensiones de compresión perpendiculares a la fibra (según Z).
3. En la zona de transición del flanco a la zona curva inferior de la espiga debido a tensiones de compresión perpendicular a la fibra en las dos direcciones (Y y Z).

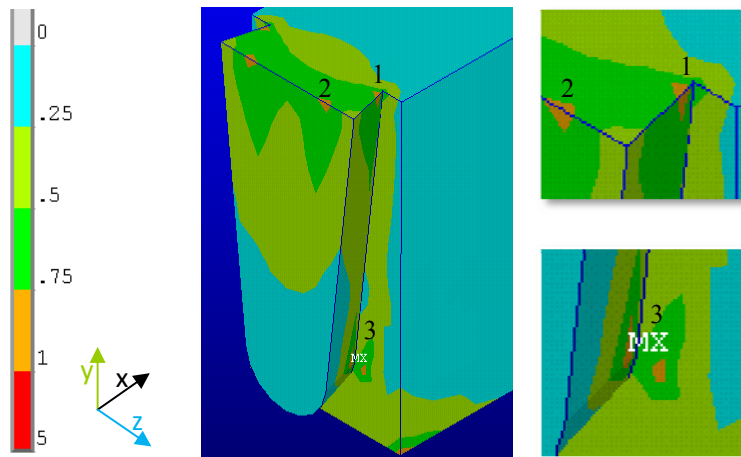


Figura 6.92. Localización de índices máximos detectados en la espiga de la vigueta de 100x200x4.200 mm

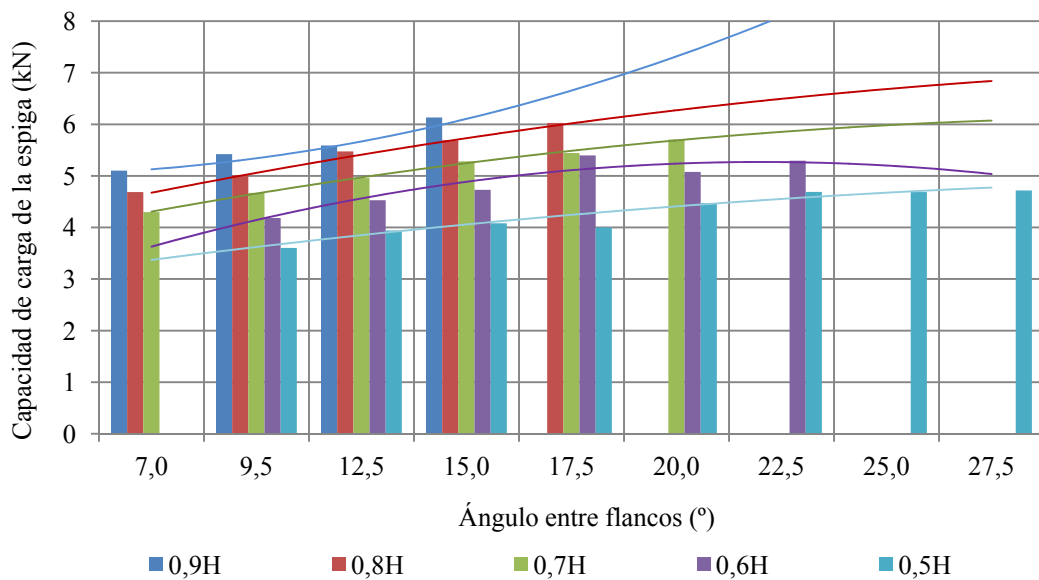


Figura 6.93 Representación según colores y en función de la geometría de la reacción resistida por la espiga de la vigueta de 100x200x4.200 mm

Según estos resultados se comprueba cómo la capacidad de carga se incrementa a medida que aumenta la altura de la espiga.

En cuanto al ángulo, se aprecia cierta tendencia según la cual un incremento del ángulo supone un incremento de la capacidad pero a partir de un ángulo de $17,5^\circ$ para los casos de altura de espiga de $0,7H$ y a partir de 15° en el caso de alturas de $0,6H$ y $0,5H$, no se aprecia influencia en la capacidad de carga de la unión.

Las espigas con una altura de $0,9H$ y 15° entre flancos y con $0,8H$ de altura y $17,5^\circ$, son las que tienen una mayor capacidad de carga (6 kN) según el criterio aplicado. Las espigas con menor capacidad son las que tienen una altura de espiga de $0,5H$ y ángulos menores de 20° , con capacidades que no superan los 4,5 kN.

CAJA									
Altura espiga correspondiente	Ángulo entre flancos de la espiga ($^\circ$)								
	7,0	9,5	12,5	15,0	17,5	20,0	22,5	25,0	27,5
0,9H = 180 mm	2,11 kN	2,25 kN	2,33 kN	2,39 kN					
0,8H = 160 mm	2,36 kN	2,41 kN	2,43 kN	2,45 kN	2,45 kN				
0,7H = 140 mm	2,38 kN	2,41 kN	2,47 kN	2,46 kN	2,48 kN	2,48 kN			
0,6H = 120 mm		2,44 kN	2,47 kN	2,47 kN	2,46 kN	2,48 kN	2,47 kN		
0,5H = 100 mm		2,40 kN	2,47 kN	2,49 kN	2,49 kN	2,50 kN	2,50 kN	2,51 kN	2,50 kN

Leyenda de colores de tabla donde R es reacción resistida según el criterio aplicado:

$R \leq 2,4$	$2,4 < R \leq 2,5$	$2,5 \leq R$
--------------	--------------------	--------------

Tabla. 6.60 Valor de reacción en la caja para cada geometría discutida aplicando el criterio de rotura de Tsai Wu.

En el caso de la caja, la compresión perpendicular a la fibra en la zona de la viga situada bajo la caja condiciona en todos los casos el valor de reacción admisible según el criterio de rotura aplicado. El modo y la localización del fallo son los mismos para todos los casos (Figura 6.94) y viene provocado por la compresión ejercida por la testa de la vigueta en su intento de giro debido a la flexión.

Tal y como se puede ver en los resultados de la Tabla, la variación entre las distintas geometrías de la espiga es muy pequeña, situándose todos los valores entre 2,11 y 2,51 kN.

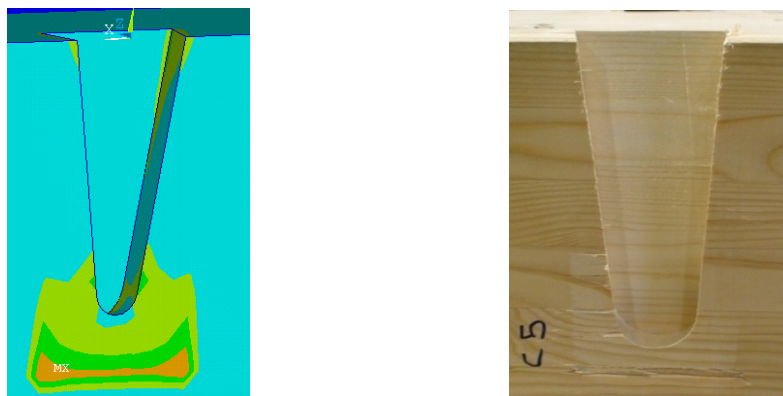


Figura 6.94. Modo de fallo en la caja por compresión perpendicular a la fibra

Representando los valores según la altura de la espiga se pueden ver ciertas tendencias de modo que las menores alturas de espiga dan como resultado las mayores capacidades de carga. En cuanto a los ángulos, cuando mayor es el ángulo entre flancos mayor es la capacidad aunque esta tendencia se mantiene hasta valores de ángulos de 20°, a partir de ese valor, en los casos analizados no se producen incrementos de capacidad.

En cuanto al ángulo, las mayores variaciones se producen el caso de la espiga más larga (0,9H) de modo que con un ángulo de 7° su capacidad de carga es de 2,11 kN frente a los 2,39 kN con un ángulo de 15°. Esto supone un incremento de un 14% en la capacidad de carga.

Sin embargo, para el caso de la menor altura de espiga, el incremento de capacidad de carga entre el ángulo mínimo simulado (9,5°) y el máximo (27,5°) es solamente de 0,1 kN (4,2%).

Mediante el análisis de las líneas de tendencia se comprueba cómo cuanto mayor es el ángulo menor es la influencia de la altura de la espiga.

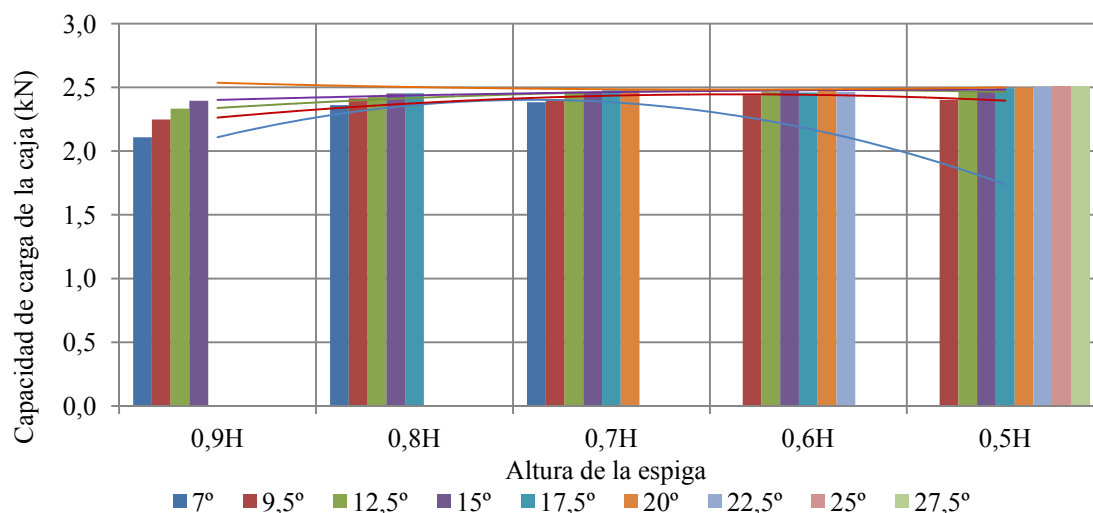


Figura 6.95. Representación según colores y en función de la geometría de la reacción resistida por la caja en la vigueta de 100x200x4.200 mm

Nuevamente el primer fallo detectado por el modelo en esta fase es provocado por tensiones de compresión perpendicular que provocarían el comienzo de la plastificación del material con la correspondiente redistribución de tensiones.

3 m

VIGUETA 90x160x3.000 mm

ESPIGA								
Altura espiga	Ángulo entre flancos de la espiga (°)							
	7,0	9,5	12,5	15,0	17,5	20,0	22,5	25,0
0,9H = 144 mm	4,3 kN	4,6 kN	4,8 kN	4,6 kN				
0,8H = 128 mm	4,0 kN	4,3 kN	4,7 kN	4,6 kN	4,7 kN			
0,7H = 112 mm	3,6 kN	3,9 kN	4,2 kN	4,4 kN	4,7 kN	4,7 kN		
0,6H = 96 mm	3,3 kN	3,3 kN	3,7 kN	3,9 kN	4,0 kN	4,4 kN	4,4 kN	
0,5H = 80 mm	2,5 kN	2,9 kN	3,2 kN	3,3 kN	3,4 kN	3,5 kN	3,8 kN	3,8 kN

Leyenda de colores de tabla donde R es reacción resistida según el criterio aplicado:

$R \leq 2,6$	$2,6 < R \leq 3$	$3,1 < R \leq 3,5$	$3,5 < R \leq 3,9$	$3,9 < R \leq 4,3$	$4,3 < R \leq 4,6$	$4,6 \leq R$
--------------	------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------

Tabla. 6.61 Valor de reacción en la espiga para cada geometría discutida aplicando el criterio de rotura de Tsai Wu.

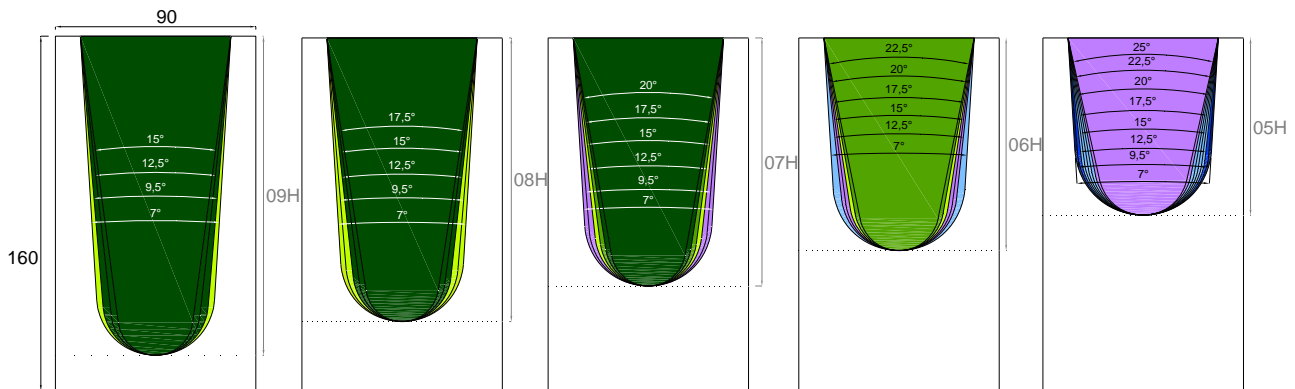


Figura 6.96. Representación según colores y en función de la geometría de la reacción resistida por la espiga de la vigueta de 90x160x3.000 mm

Del mismo modo que en la vigueta de 4'2 m, los índices más altos son debidos fundamentalmente a valores de tensiones de compresión perpendicular a la fibra muy próximos a la resistencia definida para el material en combinación con tensiones tangenciales en el plano XY (longitudinal vertical).

En este caso la localización de los índices máximos se localiza principalmente en dos zonas, en la parte inferior del flanco de la espiga y en la esquina superior de la entalladura.

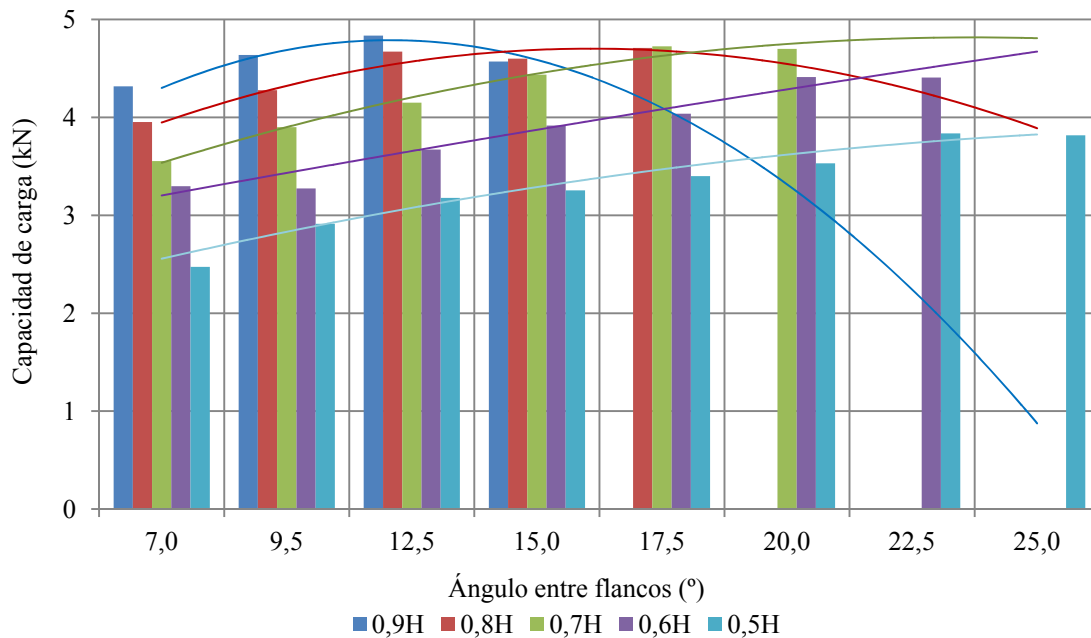
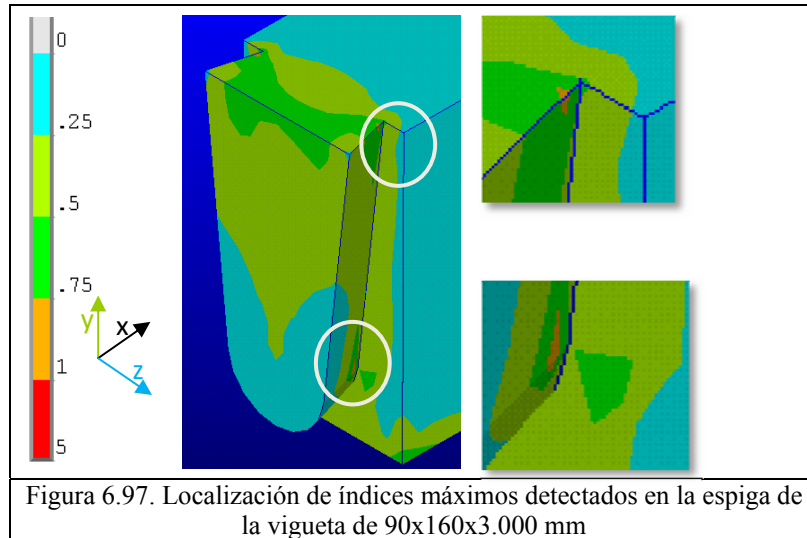


Figura 6.98. Representación según colores y en función de la geometría de la reacción resistida por la espiga de la vigueta de 90x160x3.000 mm

Observando las líneas de tendencia, se comprueba como para mayores alturas, 0,9H y 0,8H, el máximo en cuanto a capacidad se alcanza con un ángulo de 12,5° y a partir de ese valor, el incremento del ángulo no supone un incremento en la capacidad. En el caso de la altura de 0,7H, la capacidad máxima se estabiliza con un ángulo de 17,5° mientras que en las menores alturas 0,6H y 0,5H, la capacidad aumenta hasta los ángulos de 20 y 22,5° respectivamente.

En cuanto a la influencia de la altura, para los ángulos de 7, 9,5 y 12,5° el incremento en altura supone un incremento en la capacidad de carga, para ángulos de 15 y 17,5 se igualan las capacidades con las alturas mayores.

Para todos los ángulos las alturas de espiga de 0,6H y 0,5H son las que tienen una menor capacidad.

De manera general el óptimo se obtiene con una altura de espiga de 0,9H y 0,8H y un ángulo entre flancos de 12,5° y con un ángulo de 17,5° para alturas de espiga de 0,8H y 0,7H.

CAJA								
Altura espiga	Ángulo entre flancos de la espiga (°)							
	7,0	9,5	12,5	15,0	17,5	20,0	22,5	25,0
0,9H = 144 mm	2,10 kN	2,17 kN	2,18 kN	2,22 kN				
0,8H = 128 mm	2,20 kN	2,26 kN	2,30 kN	2,33 kN	2,32 kN			
0,7H = 112 mm	2,21 kN	2,29 kN	2,34 kN	2,36 kN	2,34 kN	2,37 kN		
0,6H = 96 mm	2,18 kN	2,10 kN	2,33 kN	2,32 kN	2,27 kN	2,39 kN	2,39 kN	
0,5H = 80 mm	2,13 kN	2,23 kN	2,30 kN	2,34 kN	2,35 kN	2,39 kN	2,40 kN	2,37 kN

Leyenda de colores de tabla donde R es reacción resistida según el criterio aplicado:

$R < 2,3$	$2,3 \leq R < 2,39$	$2,39 \leq R$
-----------	---------------------	---------------

Tabla. 6.62 Valor de reacción en la caja para cada geometría discutida aplicando el criterio de rotura de Tsai Wu

El modo de fallo es producido, al igual que en el caso de la vigueta de 4,2 metros, por tensiones de compresión perpendicular en la zona de la viga bajo la caja. En este caso, los valores de capacidad de carga de la caja son muy similares a los resultados obtenidos para la vigueta de 4,2 metros. En este caso, el valor máximo de capacidad es de 2,4 kN y el mínimo es de 2,1 kN.

El gráfico de columnas de la figura representa estos valores. En este caso se aprecia una ligera tendencia según la cual el incremento del ángulo supone un pequeño incremento de la capacidad, sin embargo, los valores casi no varían con la altura de la espiga.

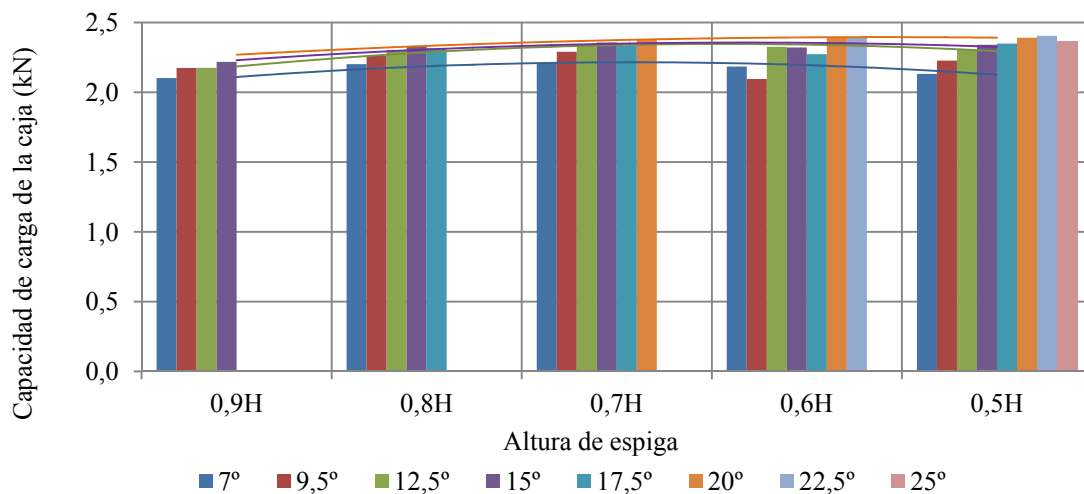


Figura 6.99 Representación según colores y en función de la geometría de la reacción resistida por la caja de la vigueta de 90x160x3.000 mm

2 m

VIGUETA 90x160x2.000 mm

ESPIGA								
Altura espiga	Ángulo entre flancos de la espiga (°)							
	7,0	9,5	12,5	15,0	17,5	20,0	22,5	25,0
0,8H = 96 mm	3,4 kN	3,6 kN	3,8 kN	4,1 kN	3,8 kN	4,4 kN	4,4 kN	
0,7H = 84 mm	3,5 kN	3,1 kN	3,5 kN	3,6 kN	3,7 kN	3,9 kN	3,7 kN	4,4 kN
0,6H = 72 mm	2,5 kN	2,6 kN	2,9 kN	2,8 kN	2,5 kN	2,5 kN	3,5 kN	3,5 kN

Leyenda de colores de tabla donde R es reacción resistida según el criterio aplicado:

$R \leq 2,5$	$2,5 < R \leq 3,2$	$3,2 < R \leq 3,8$	$3,8 < R \leq 4,4$	$4,4 < R$
--------------	--------------------	--------------------	--------------------	-----------

Tabla. 6.63 Valor de reacción en la espiga para cada geometría discutida aplicando el criterio de rotura de Tsai Wu.

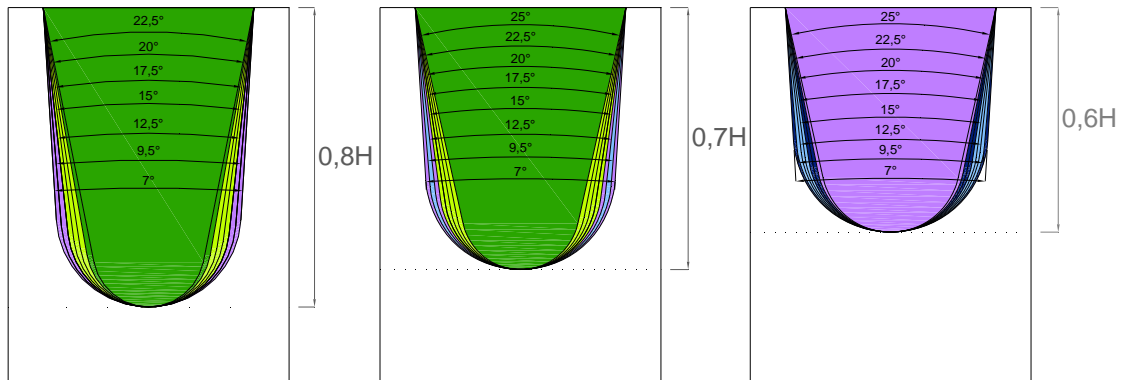


Figura 6.100. Representación según colores y en función de la geometría de la reacción resistida por la espiga de la vigueta de 90x120x2.000 mm

Al igual que en los casos anteriores, los modos de fallos que provocan que se alcance el índice de rotura en estos casos son debidos fundamentalmente a valores de tensiones de compresión perpendicular a la fibra muy próximos a la resistencia definida para el material en combinación con valores medios de tensiones tangenciales en el plano XY (longitudinal vertical).

Se detectan los índices de rotura en dos puntos diferentes. Se denomina Modo de fallo 1 al localizado en 10 de los 23 casos en la zona de transición a la parte curva en el flanco de la espiga y Modo de fallo 2 al localizado en la esquina superior de la arista de entalladura de la espiga.

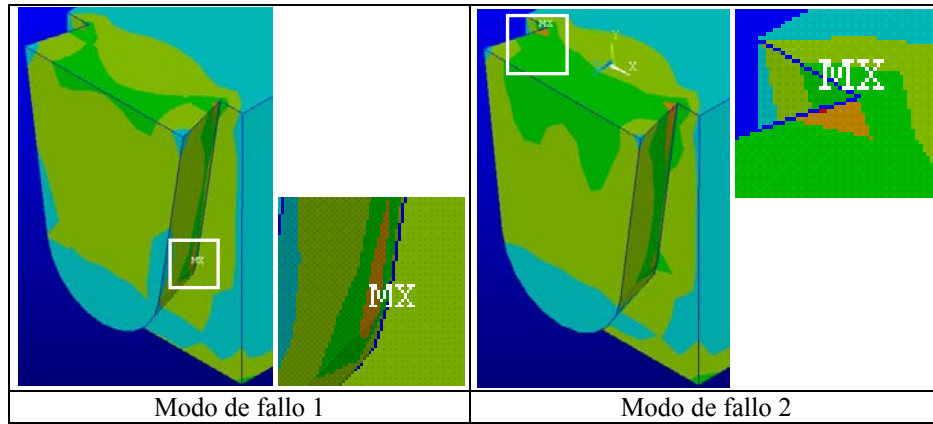


Figura 6.101. Modos de fallo detectados en la espiga de la vigueta de 90x120x2.000 mm

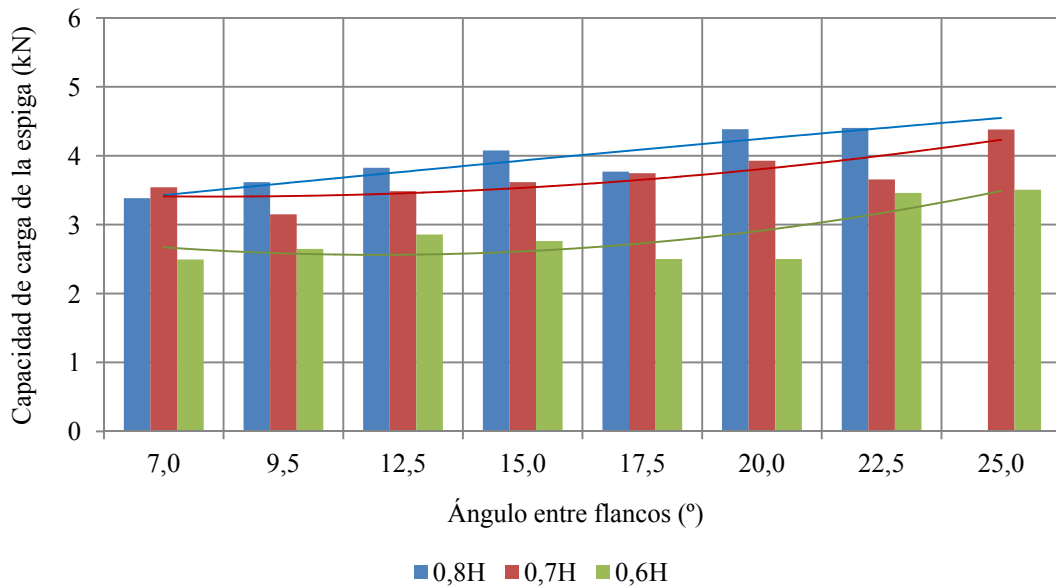


Figura 6.102. Representación según colores y en función de la geometría de la reacción resistida por la espiga de la vigueta de 90x120x2.000 mm

En cuanto a la tendencia según altura de la espiga, la capacidad de carga es muy similar entre las alturas 0,8H y 0,7H. La altura de 0,6H tiene una menor capacidad en todos los casos.

En cuanto al ángulo, los valores más altos se alcanzan en los ángulos intermedios entre 12,5° y 22,5°.

CAJA								
Altura espiga	Ángulo entre flancos de la espiga (°)							
	7,0	9,5	12,5	15,0	17,5	20,0	22,5	25,0
0,8H = 96 mm	2,18 kN	2,18 kN	2,28 kN	2,36 kN	2,38 kN	2,37 kN		
0,7H = 84 mm	2,20 kN	2,26 kN	2,34 kN	2,37 kN	2,41 kN	2,43 kN	2,43 kN	2,47 kN
0,6H = 72 mm	2,16 kN	2,23 kN	2,31 kN	2,36 kN	2,40 kN	2,43 kN	2,45 kN	2,47 kN

Leyenda de colores de tabla donde R es reacción resistida según el criterio aplicado:

$R \leq 2$	$2 < R \leq 2,3$	$2,3 < R \leq 2,5$
------------	------------------	--------------------

Tabla. 6.64 Valor de reacción en la caja para cada geometría discutida aplicando el criterio de rotura de Tsai Wu.

Los valores de capacidad son muy similares a los de las viguetas más largas, con mínimos de 2,16 kN y máximos de 2,48 kN. El fallo sigue siendo producido por la compresión perpendicular a la fibra bajo la caja y en la representación de los datos se puede observar cómo no existe una tendencia en función de la altura de la espiga pero sí en cuanto al ángulo, de modo que a mayor ángulo mayor capacidad. Si bien la influencia es poca ya que por ejemplo, en el caso de una altura de espiga de 0,6H, pasar de un ángulo de 7° a un ángulo de 25 supone un incremento de un 14%, de 2,16 kN a 2,48 kN.

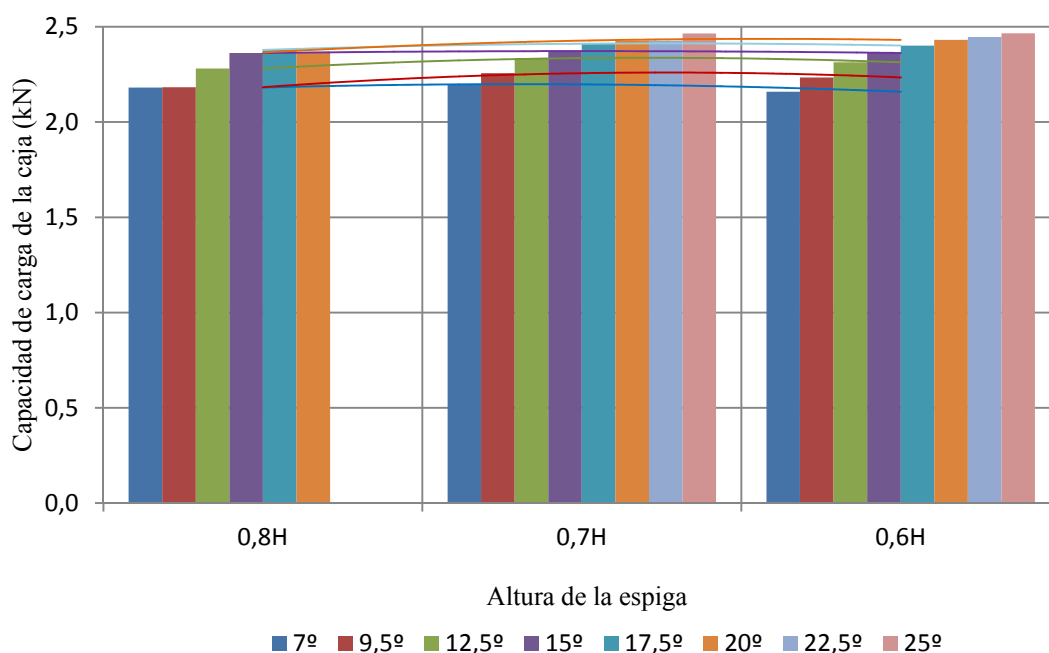


Figura 6.103 Representación según colores y en función de la geometría de la reacción resistida por la caja de la vigueta de 90x120x2.000 mm

6.3.5.3. Comparación entre la capacidad de carga según criterios de estado límite de servicio y según estado límite último

En el siguiente análisis se evalúa la capacidad de carga para cada caso comparando el valor obtenido según la limitación establecida para el descenso de la espiga (1,5 mm) con la capacidad según el criterio de rotura considerado en la espiga.

La Tabla 6.65 recoge los valores de capacidad máxima según ambos criterios para cada caso y el porcentaje de carga de diferencia entre ambos criterios. De este modo, es posible conocer en qué casos la diferencia entre las capacidades es más o menos acusada. La gráfica XXX representa los valores de diferencia de capacidad de carga.

4,2 m

VIGUETA 100x2000x4.200 mm

Altura espiga /altura de sección	Capacidad de carga	Ángulo entre flancos de la espiga								
		7°	9,5°	12,5°	15°	17,5°	20°	22,5°	25°	27,5°
0,9H	ELU (Tsai Wu)	5,1	5,4	5,6	6,1					
	ELS (descenso espiga)	6,2	8,8	12,0	15,1					
	((ELS - ELU)/ELS) x 100	17,4	38,3	53,4	59,6					
0,8H	ELU (Tsai Wu)	4,7	5,0	5,5	5,7	6,0				
	ELS (descenso espiga)	5,0	7,2	9,9	12,2	14,7				
	((ELS - ELU)/ELS) x 100	6,8	30,4	44,6	53,1	59,2				
0,7H	ELU (Tsai Wu)	4,3	4,7	5,0	5,3	5,4	5,7			
	ELS (descenso espiga)	4,1	5,9	8,1	9,9	12,0	14,0			
	((ELS - ELU)/ELS) x 100	-4,5	20,1	38,6	46,7	54,8	59,3			
0,6H	ELU (Tsai Wu)		4,2	4,5	4,7	5,4	5,1	5,3		
	ELS (descenso espiga)		4,8	6,6	8,1	9,7	11,3	12,9		
	((ELS - ELU)/ELS) x 100		12,5	32,1	42,3	44,2	55,0	59,0		
0,5H	ELU (Tsai Wu)		3,6	3,9	4,1	4,0	4,5	4,7	4,7	4,7
	ELS (descenso espiga)		3,7	5,1	6,4	7,7	9,0	10,3	11,6	12,9
	((ELS - ELU)/ELS) x 100		1,7	23,9	36,3	47,8	49,9	54,4	59,6	63,6

Tabla. 6.65 Comparación entre capacidad de la espiga según ELS y ELU en la vigueta de 100x200x4.200 mm

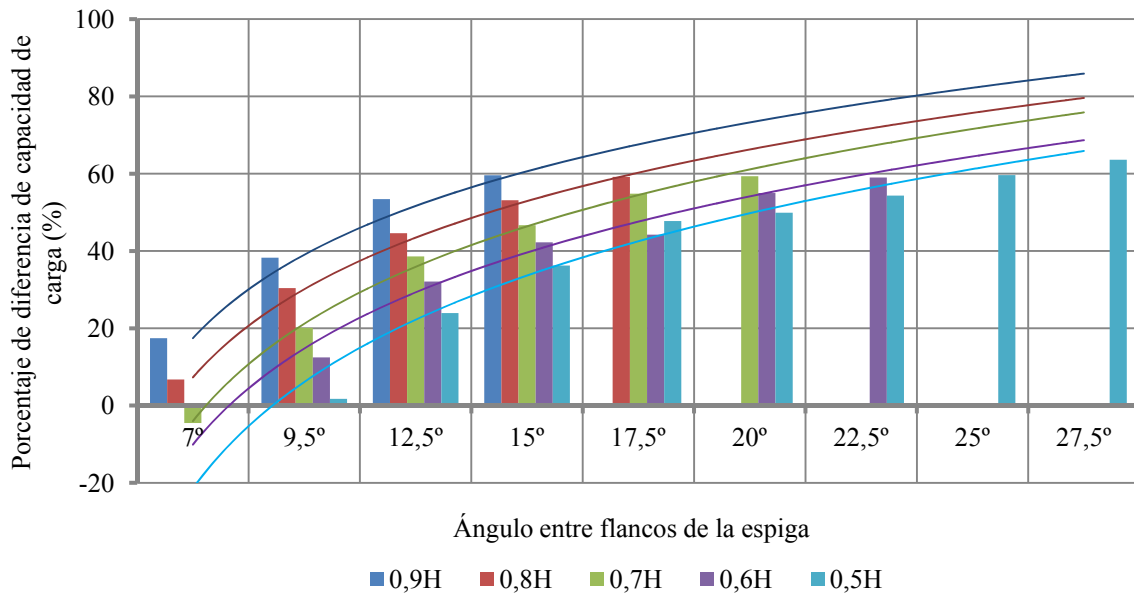


Figura 6.104. Representación gráfica del porcentaje de variación de la capacidad de carga considerando ELS o ELU en la vigueta de 100x200x4.200 mm

Excepto en uno de los casos analizados (altura de espiga 0,7H y ángulo de 7°) en el resto de los casos es superior la capacidad de carga según el criterio de descenso de la espiga que según el criterio de Tsai Wu. Los valores se acercan en aquellos casos en los cuales la geometría de la espiga presenta un peor comportamiento en cuanto al desplazamiento vertical, es decir, espigas con los ángulos más bajos (7 y 9,5°) y con las menores alturas de espiga (0,5H y 0,6H).

Debido a que un incremento del ángulo provoca un incremento en la resistencia al descenso de la espiga mucho mayor que el incremento en capacidad resistente según el criterio de rotura aplicado. Y por tanto, con el incremento del ángulo las diferencias entre capacidades también aumentan.

3 m

VIGUETA 90x160x3.000 mm

Altura espiga /altura de sección	Capacidad de carga	Ángulo entre flancos de la espiga									
		7°	9,5°	12,5°	15°	17,5°	20°	22,5°	25°	27,5°	
0,9H	ELU (Tsai Wu)	4,3	4,6	4,8	4,6						
	ELS (descenso espiga)	4,5	6,5	9,3	11,6						
	((ELS - ELU)/ELS) x 100	5,4	29,8	48,1	60,3						
0,8H	ELU (Tsai Wu)	4	4,3	4,7	4	4,7					
	ELS (descenso espiga)	3,7	5,4	7,5	9,4	11,5					
	((ELS - ELU)/ELS) x 100	-8,8	19,7	37,7	57,4	59,0					
0,7H	ELU (Tsai Wu)	3,6	3,9	4,2	4,4	4,7	4,0				
	ELS (descenso espiga)	3,0	4,4	6,1	7,7	9,3	11,0				
	((ELS - ELU)/ELS) x 100	-19,2	10,5	31,4	42,8	49,5	63,6				
0,6H	ELU (Tsai Wu)	3,3	3,3	3,7	3,9	4,0	4,4	4,4			
	ELS (descenso espiga)	2,4	3,4	4,9	6,2	7,5	8,8	10,2			
	((ELS - ELU)/ELS) x 100	-40,0	3,5	24,5	36,7	46,4	50,3	56,8			
0,5H	ELU (Tsai Wu)	2,5	2,9	3,2	3,3	3,3	3,5	3,8	3,8	2,5	
	ELS (descenso espiga)	1,8	2,6	3,7	4,8	5,8	6,9	8,0	9,1	1,8	
	((ELS - ELU)/ELS) x 100	-40,8	-10,4	14,5	30,8	43,2	49,4	52,5	58,3	-40,8	

Tabla. 6.66 Comparación entre capacidad de la espiga según ELS y ELU en la vigueta de 90x160x3.000 mm

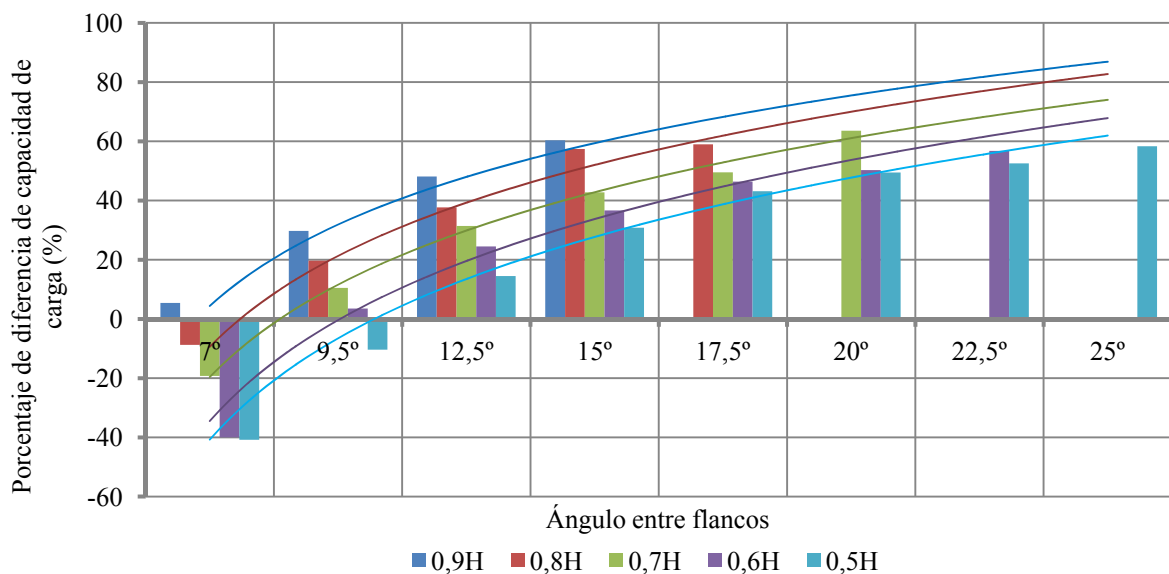


Figura 6.105 Representación gráfica del porcentaje de variación de la capacidad de carga considerando ELS o ELU en la vigueta de 90x160x3.000 mm

Con un ángulo entre flancos de 7°, para las alturas de espiga desde 0,8H hasta 0,5H y para una altura de 0,5H con ángulo entre flancos de 9,5°, la capacidad de carga según el criterio de desplazamiento es inferior a la capacidad según el criterio de rotura. En el resto de los casos es más limitante el criterio de rotura que la limitación al descenso de la espiga. Las tendencias son similares al caso anterior.

2 m

VIGUETA 90x120x2.000 mm

Altura espiga /altura de sección	Capacidad de carga	Ángulo entre flancos de la espiga							
		7°	9,5°	12,5°	15°	17,5°	20°	22,5°	25°
0,8H	ELU (Tsai Wu)	3,4	3,6	3,8	4,1	3,8	4,4	4,4	
	ELS (descenso espiga)	2,3	3,3	4,8	6,1	7,6	9,1	10,6	
	$((ELS - ELU)/ELS) \times 100$	-49,3	-7,8	21,1	33,1	49,8	51,5	58,5	
0,7H	ELU (Tsai Wu)	3,5	3,1	3,5	3,6	3,7	3,9	3,7	4,4
	ELS (descenso espiga)	1,8	2,7	3,9	4,9	6,1	7,3	8,6	9,9
	$((ELS - ELU)/ELS) \times 100$	-91,1	-14,8	9,3	27,2	39,5	46,5	56,9	55,7
0,6H	ELU (Tsai Wu)	2,5	2,6	2,9	2,8	2,5	2,5	3,5	3,5
	ELS (descenso espiga)	1,4	2,1	3,0	3,8	4,7	5,7	6,7	7,8
	$((ELS - ELU)/ELS) \times 100$	-74,2	-23,3	3,8	27,1	47,3	56,2	47,8	55,1

Tabla. 6.67 Comparación entre capacidad de la espiga según ELS y ELU en la vigueta de 90x120x2.000 mm

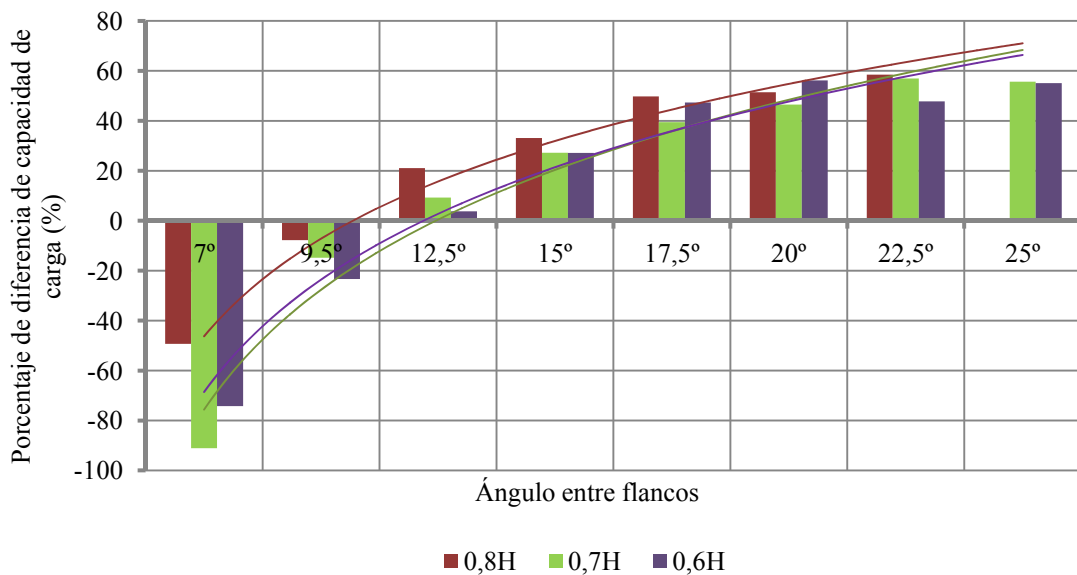


Figura 6.106. Representación gráfica del porcentaje de variación de la capacidad de carga considerando ELS o ELU en la vigueta de 90x120x2.000 mm

En el caso de la vigueta más corta, todas las espigas con ángulos entre sus flancos de 7 y 9,5° tienen su capacidad limitada por la carga que provoca el descenso de la espiga de 1,5 mm. En el resto de los casos las tendencias son similares a los casos anteriores.

Con ángulos iguales o superiores a 12,5° resulta más limitante el estado tensional que el descenso de la espiga para todas las viguetas y todas las alturas simuladas.

7. CONCLUSIONES

Se han generado modelos en tres dimensiones mediante el método de elementos finitos que simulan el comportamiento de la unión carpintera en cola de milano, en la fase de comportamiento lineal elástico del material y se ha validado mediante la realización de ensayos experimentales. Los análisis se han realizado sobre viguetas de diversa longitud para conocer el efecto de la flexión de las mismas en el comportamiento de la unión y por tanto su influencia en la capacidad de carga.

Así, representando lo que serían viguetas de mayor longitud se analizan elementos de 4,2 m de luz, para luces intermedias 3 m y representando el comportamiento de viguetas de poca longitud se analizan vigas de 2 m.

CONCLUSIONES GENERALES

Las principales conclusiones obtenidas durante el desarrollo de la investigación son:

1º La utilización de la unión en cola de milano en viguetas biapoyadas introduce en la estructura real un semi-empotramiento que produce una mejora en la flecha de las viguetas, donde habitualmente es el estado límite de servicio el factor limitante en el dimensionado. Se observa que el efecto de semi-empotramiento de la unión reduce en un 30% la flecha máxima en una vigueta de 4,2 metros, un 26% en una vigueta de 3 metros y en torno a un 6% en una vigueta de 2 metros. En las viguetas de mayor luz, la incorporación del efecto de la unión en cola de milano, permitiría una reducción de la sección que redundaría en una optimización del uso del material.

2º Comparando las capacidades en cuanto a los límites establecidos para el desplazamiento de la espiga de la cola de milano dentro de la caja, con las capacidades según el criterio de rotura aplicado, se concluye que para ángulos entre los flancos de la espiga iguales o superiores a $12,5^\circ$, en todos los casos es limitante la capacidad según el criterio de rotura de Tsai Wu.

3º Predecir cargas de rotura empleando el criterio de rotura de Tsai Wu es más conservador que la aplicación de otros criterios que no consideran las tensiones de compresión perpendicular a la fibra, de tal manera que Tsai Wu detecta el fallo por entrada en plastificación del material.

4º La capacidad máxima de carga según criterio de Tsai Wu se obtiene para las siguientes geometrías en cada caso:

- Vigueta de 4,2 metros: altura de $0,9H$ y ángulo entre flancos de 15° .
- Vigueta de 3 metros: altura de $0,9H$ y ángulo entre flancos de $12,5^\circ$
- Vigueta de 2 metros: - altura de $0,8H$ y ángulo entre flancos de 20 y $22,5^\circ$
- altura de $0,7H$ y ángulo entre flancos de 25°

Además de las conclusiones generales, se han extraído las siguientes conclusiones parciales.

CONCLUSIONES PARCIALES

En cuanto a los ensayos experimentales:

- El valor del coeficiente de rozamiento empleado en el modelo ha sido determinado mediante la realización de ensayos diseñados específicamente para dicha finalidad en madera laminada encolada de *Picea abies* clasificada G124h, con un contenido medio de humedad del 10% y obtenida de las superficies de contacto entre la espiga y la caja en la unión en cola de milano. Obteniéndose un valor medio de 0,41 para el coeficiente de rozamiento estático con un coeficiente de variación del 15% y 0,27 para el rozamiento dinámico con un coeficiente de variación del 6%.

En cuanto al estado límite de servicio:

- En una vigueta de dos metros es más limitante el descenso de la espiga en el apoyo que la flecha máxima, a diferencia de las viguetas de 3 y 4,2 metros en las cuales sucede lo contrario.

En cuanto al análisis tensional:

- El momento flector producido por la unión se traduce en tensiones de tracción paralela a la fibra en la cara superior en el apoyo por el efecto cuña del diseño, sin llegar a distribuirse uniformemente en toda la sección, si no que estas tensiones se concentran en la entalladura de la espiga.
- Las tensiones de tracción perpendicular a la fibra en la espiga tanto en la dirección radial como en la tangencial, se concentran en las zonas de la testa próximas a la parte redondeada de la espiga, donde finaliza la superficie de contacto de los flancos laterales con la caja. En la caja, las máximas tensiones se concentran en la línea de nodos del flanco coincidente con la espiga.
- Se detectan importantes tensiones de compresión perpendicular a la fibra tanto en la dirección tangencial como en la dirección radial, localizadas en el interior de la espiga y cuyos máximos se localizan en la parte inferior de los flancos laterales. En la viga, la zona por debajo de la caja se encuentra comprimida tanto horizontal como verticalmente.
- Las tensiones tangenciales se distribuyen en el área de la espiga en la testa apreciándose que dicha distribución no es uniforme, concentrándose los valores máximos en la entalladura de la espiga.

En cuanto al criterio de rotura:

- La introducción del criterio cuadrático de rotura de Tsai Wu permite determinar para qué capacidad de la espiga y de la caja se detecta el índice de agotamiento resistente. Se comprueba como las tensiones de compresión perpendicular y las tensiones tangenciales, resultan críticas en todos los casos al aplicar este criterio.
- La consideración de las tensiones de compresión perpendicular a la fibra permite detectar el momento en el que se alcanza el límite elástico a compresión y comienza la plastificación de la madera. Por lo tanto, este criterio resulta más conservador que aquellos que únicamente tengan en cuenta las tensiones tangenciales y de tracción perpendicular a la fibra.

En cuanto a la geometría de la unión según variación de altura de espiga y ángulo entre flancos

- Estado límite de servicio:

El aumento del ángulo entre flancos reduce el descenso de la espiga para la misma carga aplicada. De modo que para los mayores ángulos simulados ($22,5^\circ$ y 25°) la carga admitida es del orden de 2,5 a 3 veces la carga admitida en el caso de los menores ángulos (7° y $9,5^\circ$).

Un incremento del 10% de la altura de la espiga, supone un incremento medio en la carga admisible de un 22%, elevándose a un 30% en el caso de variar de una altura de $0,5H$ a una altura de $0,6H$.

La combinación de diferentes alturas con diferentes ángulos permite obtener capacidades equivalentes.

La capacidad máxima en cuanto a descenso de la espiga, se corresponde con las espigas de mayor altura ($0,9H$) y mayor ángulo (15°) en el caso de las viguetas más largas (4,2 y 3 metros) y de $0,8H$ y $22,5^\circ$ en el caso de la vigueta de 2 metros.

- Estado límite último:

La reducción de la altura de la espiga de $0,9H$ a $0,5H$, implica:

- Reducción de las tensiones de compresión y tracción paralela a la fibra en todos los casos.
- Incremento de las tensiones de tracción perpendicular a la fibra en la dirección radial por encima de un 35% en todos los casos e incremento de las tensiones de compresión perpendicular a la fibra en la dirección radial en los casos de las viguetas de 3 y 2 metros.
- Incremento de las tensiones de tracción perpendicular a la fibra en la dirección tangencial en la vigueta de 2 metros. En las viguetas de 4,2 y 3 metros la influencia es poco significativa.
- Incremento de las tensiones de compresión perpendicular a la fibra en la dirección tangencial en todos los casos y más significativa (por encima de un 35%) en las viguetas de 3 y 2 metros.
- Incremento de las tensiones tangenciales al plano XY por encima de un 75% en los casos de las viguetas de 4,2 y 3 m y un 36% en la vigueta de 2 metros.

La reducción del ángulo de 15° a $9,5^\circ$ implica:

- Incremento poco significativo ($<12,5\%$) en las tensiones de tracción paralela a la fibra y cambios poco significativos en las tensiones de compresión paralela a la fibra.
 - Incremento de las tensiones de tracción perpendicular a la fibra en la dirección radial del 11% en la vigueta de 2 metros. En las viguetas de 4,2 y 3 metros se reducen las tensiones entre un 5% y un 6,5%.
 - Reducción de las tensiones de compresión perpendicular a la fibra en la dirección radial en todos los casos entre un 1% y un 12%.
 - Incremento de las tensiones de tracción perpendicular en la dirección tangencial en las viguetas de 4,2 m y 2 metros. En la vigueta de 3 metros se produce una reducción de estas tensiones.
 - Incremento en las tensiones de compresión en la dirección tangencial, con mayor importancia a medida que se reduce la luz de la vigueta, siendo el incremento de un 13% en la vigueta de 2 metros.
 - Incremento en las tensiones tangenciales al plano XY en las viguetas de 4,2 y 3 metros y sin influencia en la vigueta de 2 metros.
- En cuanto a la caja, no se observan diferencias significativas en función de las distintas longitudes ni geometrías, estando condicionada la capacidad de carga por las tensiones de compresión perpendicular a la fibra. En todos los casos la capacidad de carga se sitúa entre 2 y 2,5 kN.

8. PROPUESTA DE FUTURAS INVESTIGACIONES

Como posibles líneas que darían continuación a la presente tesis doctoral y en base al conocimiento adquirido se proponen las siguientes:

1. Diseño de ensayo experimentales que permitan detectar la plastificación mediante el empleo de bandas extensométricas.
2. Implementar el modelo desarrollado introduciendo las propiedades del material que definen el comportamiento elasto-plástico de la madera.
3. Incremento del número de ensayos con distintas geometrías a las ensayadas.
4. Análisis de la influencia de otros parámetros como la relación entre la anchura superior de la espiga y la anchura de la sección.
5. Análisis de la influencia del empleo de un tirafondo mediante ensayos experimentales que permitan validar su incorporación al modelo matemático generado.
6. Análisis del comportamiento de la unión frente a cargas actuando con diferentes ángulos respecto a la vigueta. Simulando, por ejemplo, correas de cubierta con flexión esviada.

9. BIBLIOGRAFÍA

Aira J.R.; Arriaga F.; Íñiguez-González G.; Esteban M.; González C. 2011. *Análisis del estado de tensiones en uniones carpinteras de empalme de llave por el método de los elementos finitos*. 1º Congreso Ibero-Latinoamericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

ANSYS, Theory manual. Ansys, Inc., Canonsburg, USA

Argüelles Álvarez, R. 1992. *Fundamentos de elasticidad y su programación por elementos finitos*. Ed. Bellisco

Argüelles Álvarez, R.; Arriaga Martitegui, F.; Martínez Calleja, Juan José. 2003. *Estructuras de madera. Diseño y cálculo*. AITIM.

Argüelles Álvarez, R.; Argüelles Bustillo, R; Arriaga, F.; Argüelles Bustillo, J.M.; Esteban, M. 2005. *Cálculo matricial de estructuras en primer y segundo orden. Teoría y problemas*. Ed. Bellisco

Argüelles Álvarez, R.; Argüelles Bustillo, R.; Arriaga Martitegui, F.; Atienza Reales, J.R. 2007. *Estructuras de acero. Uniones y sistemas estructurales*. Ed. Bellisco.

Argüelles Bustillo, Ramón. 1994. *Predicción con Simulación Animada del comportamiento de piezas de madera*, Tesis Doctoral.

Arriaga, F. 1996. *Estructuras de madera; análisis de la normativa (Tomos I y II)*. AITIM

ARUNDA. 2009. *Instrucciones de funcionamiento de las plantillas para realizar ensamblajes de estructuras con cola de milano*. www.arunda.ch

Baño Gómez, V. 2009. *Análisis mediante simulación numérica de la pérdida de resistencia de la madera por la presencia de nudos*. Tesis doctoral. Escola Politécnica Superior de Lugo. Universidade de Santiago de Compostela.

Barthel, R., Jagfeld, M., and Gengnagel, C. 1999. *Analytische Untersuchungen einer maschinell abgebundenen Zapfenverbindung aus Konstruktionsvollholz zwischen Haupt- und Nebenträger mit Hilfe der FE-Methode*. Repor, Technical University Munich, Alemania.

Bobacz, D. 2002. *In CNC-Technik gefertigte zimmermannsmäßige Verbindungsmittel – Untersuchung des Schwalbenschwanzzapfens*. Diploma thesis, Universität für Bodenkultur, Vienna, Austria.

Branco J.; Cruz P.; Piazza M.; Varum H. 2006. *Experimental Analysis of Original and Strengthened Traditional Timber Connections*. 9th World Conference on Timber Engineering – Portland, OR, USA – August 6-10.

Branco J.M.; Braz R.; Silva C. 2011. *Avaliação experimental de ligações aparafusadas em Pinho bravo e Cãmbala*. 1º Congresso Ibero-LatinoAmericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Cabrero J.M.; Gebremedhin K. G. 2006. *Finite Element Model for Axial Stiffness of Metal-Plate-Connected Tension Splice Wood Truss Joint*. 10th World Conference on Timber Engineering – Miyazaki, Japan.

Cabrero J.M., Gebremedhin K. G., Elorza J. 2009. *Evaluation of Failure Criteria in Wood Members*. ASABE Annual International Meeting. Reno, Nevada.

Cachim P. Franssen J-M. 2011. 2011. *Modelo de componentes para análise de ligações de madeira com ligadores metálicos*. 1º Congresso Ibero-LatinoAmericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Calil C.; Dussarrat L. 2011. *Ligações usuais entre elementos estruturais de peças roliças de madeira de Reflorestamento*. 1º Congresso Ibero-LatinoAmericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Cambell, D., Forsyth, M., Miller, J., Parker R., Weber, D. 2001. *Heavy Timber Dovetail Connections: preliminary design approach for engineers*. Unpublished Report, The University of British Columbia.

Crespo Outes, J. 2010. *Desarrollo de metodología para la determinación de los coeficientes de fricción estático y dinámico de diferentes especies de madera*. Proyecto Fin de Carrera. Escola Politécnica Superior de Lugo. Universidade de Santiago de Compostela.

Crespo J.; Regueira R.; Soilán A.; Díez R.; Guaita M. 2011. *Desarrollo de metodología para la determinación de los coeficientes de fricción estático y dinámico de diferentes especies de madera*. 1º Congreso Ibero-Latinoamericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Descamps, T.; Lambion J.; Laplume. 2006. *Timber Structures: Rotational stiffness of carpentry joints*. 9th World Conference on Timber Engineering – Portland, OR, USA – August 6-10.

Dietsch, P. 2005. *Development of a finit-element model for parameter studies of a dovetail connection*. Diploma thesis, Technische Universität, Munich, Alemania.

Eberhardsteiner, J. 2002. *Mechanisches Verhalten von Fichtenholz*. Vienna, Austria. Springer.

Fleischmann M., Müllner H.W., Eberhardsteiner J. 2004. *An Orthotropic Single-Surface Plasticity Model for Spruce Wood under Consideration of Knot Effects*. Proceedings of the 21st Danubia-Adria Symposium on Experimental Methods in Solid Mechanics, pp. 246 - 247.

Garbin, E., Valuzzi, M.R. and Modena, C. 2006. *Characterization of a dovetail joint for timber roofs*. Proceedings, 9th World Conference on Timber Engineering, Portland, USA. .

García J.; Parra L. 2011. *Índice de influência do esforço cortante na deformação de peças de madeira por flexão*. 1º Congresso Ibero-Latinoamericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

García L., Guindeo A., Peraza C., Palacios P. 2003. *La madera y su anatomía*.

González-Bravo, C. 2007. *Recuperación de la capacidad mecánica en piezas de madera solicitadas a flexión en estructuras tradicionales operando por la cara superior mediante refuerzos y prótesis metálicas*. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Madrid

González-Bravo, C.; Arriaga Martitegui, F.; Díez Barra, R. 2008. *Bending reinforcement of wooden beams with steel cross-sections*. Proceeding of 10th World Conference on Timber Engineering. Miyazaki, Japan

González-Bravo, C.; Arriaga Martitegui, F.; Maldonado Ramos, L.; Díez Barra, R. 2009. *Refuerzo de vigas de madera mediante perfiles metálicos situados en la cara superior*. Materiales de Construcción.

Guan Z; Gendall J. 2008. *Finite element modelling of buckling behaviour of steel webbed timber joists*. 10th World Conference on Timber Engineering – Miyazaki, Japan.

Guillaumet A.; Manvella R.; Filippetti M.; Diab J; Armas A. 2011. *Comportamiento de uniones tipo clavija con pernos deformables en madera de Araucaria angustifolia*. 1º Congresso Ibero-LatinoAmericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Guindos P.; Guaita M. 2011. *Modelos de elementos finitos con aplicación tridimensional de la analogía fluido-fibra, para predecir el comportamiento mecánico de piezas estructurales de madera bajo la presencia de los principales tipos de nudos*. 1º Congresso Ibero-LatinoAmericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Gupta R, Gebremedhin KG, Grigoriu Md. 1992. *Characterizing the strength of wood truss joints* Transactions of the Asae 35 (4): 1285-1290.

Gupta R, Heck LR, Miller TH. 2002. *Experimental evaluation of the torsion test for determining shear strength of structural lumber* J. Test Eval 30 (4): 283-290

Gupta R, Heck LR, Miller TH. 2002. *Finite-element analysis of the stress distribution in a torsion test of fullsize, structural lumber* J. Test Eval 30 (4): 291-302

Gupta,R; Basta,C; Kent,S.M.2004. *Effect of knots on longitudinal shear strength of Douglas-Fir using shear blocks*. Forest products journal. Vol 54. (11) pp.77-83

Haiman M. 2006. *3D Analyses of timber structures*. 9th World Conference on Timber Engineering – Portland, OR, USA – August 6-10.

Harada M, Hayashi Y, Hayashi T, Karube M, Ohgama T. 2005. *Effect of moisture content of members on mechanical properties of timber joints*. Journal of wood science 51 (3): 282-285.

Heiko K.;Werner S. 2006. *Load bearing capacity of traditional roof structures – modelling of joints*. 9th World Conference on Timber Engineering – Portland, OR, USA – August 6-10.

Hochstrate, M. 2000. *Untersuchungen zum Tragverhalten von CNC gefertigten Schwalbenschwanzverbindungen*. Diplom thesis, FH Hildesheim, Alemania.

Hong J-P; Barret D .2006. *Three-dimensional finite element analysis of nailed connections*. 9th World Conference on Timber Engineering – Portland, OR, USA – August 6-10.

Hong J-P; Barret D. 2006. *Empirical wood material model for three dimensional finite element analysis of a nail joint*. 9th World Conference on Timber Engineering – Portland, OR, USA – August 6-10.

Hong, J-P; Barret D. 2008. *Wood material parameters of numerical model for bolted connections- Compression properties and embedment properties*. 10th World Conference on Timber Engineering – Miyazaki, Japan.

Hong J-P; Barret H. 2008. *Three-dimensional finite solid element model for Japanese post and beam connection*. 10th World Conference on Timber Engineering – Miyazaki, Japan.

Jirka O.; Mikes K. 2010. *Semi-rigid joints of timber structures*. Pollak periodica. An International Journal for Engineering and Information Sciences. Vol 5 (2), pp19-26.

Johansen, K.W. 1949. *Theory of timber connections*. International Association of Bridge and Structural engineering. Publication N°9. 249-262. Bern

Kasal, B; Leichti R.J. 2005. *State of the art in multiaxial phenomenological failure criteria for wood members*. Prog. Struct. Engineering Materials. 7 pp: 3-13.

Koch H.; Schäfers M. ; Seim W. 2008 *Traditional timber joints – experimental investigation on tapered tenons*. 10th World Conference on Timber Engineering – Miyazaki, Japan.

Kollmann, F. 1959. *Tecnología de la madera y sus aplicaciones*. Ed. IFIE, Madrid.

Kaufmann Bausysteme. 2007. “*Dos grandes edificios en madera. Un almacén para sal de 13 alturas*”. Revista AITIM. Noviembre-Diciembre 2007, pp: 22-23.

Kreuzinger, H. y Spengler, R. 1999. *Zum Trafverhalten von maschinell abgebundenen Zapfenverbindungen aus Konstruktionsvollholz zwischen Haupt-und Nebenträger*. Technical repor LKI 7313, Technische Unversität, Munich, Alemania.

Laszlo, E. 2000. *Friction coefficients of wood-based structural composites*. Forest Products Journal.

McKenzie, W.M, and Karpovich, H. 1968. *The frictional behavior of wood*. Wood Science and Technology, 2(2), pp: 139-152.

Mackenzie-Helnwein P., Eberhardsteiner J., Mang H.A.:2003. *A Multi-Surface Plasticity Model for Clear Wood and its Application to the Finite Element Analysis of Structural Details*. Computational Mechanics, Vol. 31, pp. 204-218.

Müllner H.W., Mackenzie-Helnwein P., Eberhardsteiner J.: 2004. *Constitutive Modelling of Biaxially Stressed Wood for the Analysis of Layered Wooden Shells*, Proceedings of the 3rd International Conference of the European Society for Wood Mechanics.

Müllner, H.W., Mackenzie-Helnwein P.; Eberhardsteiner J. 2004. *Constitutive Modelling of Clear Spruce Wood under Biaxial Loading by Means of an Orthotropic Single-Surface Model under Consideration of Hardening and Softening Mechanisms*. Proceedings of the 2nd International Symposium on Wood Machining, pp83-90.

Nagai H.; Murata K; Nakano T. 2008. *Defect detection of lumber including knots using bending deflection curve—Study by FEM simulation*. 10th World Conference on Timber Engineering – Miyazaki, Japan.

Nairn, John A. and Chair, Richardson. 2006. *Numerical simulation of transverse fracture in wood*, 9th World Conference on Timber Engineering – Portland, OR, USA – August 6-10.

Nairn,J.A.2007. *A numerical study of the transverse modulus of wood as a function of grain orientation and properties*. Holzforschung Vol.61 (4) pp.406-413

Nairn,J.A. 2007. *Material point method simulations of transverse fracture in wood with realistic morphologies*. Holzforschung Vol.61 (4), pp. 375-381

Naruse, K. 2003. *Estimation of shear moduli of wood by quasi-simple shear test*. Journal of wood science. Vol.49 (6) pp.479-484

Natterer,J; Sandoz,J.L.; Rey,M. 2000. *Constuction en bois. Matériau, technologie et dimensionnement*. Presses polytechniques et universitaires Romandes, Lausanne.

Norris, G.B. 1962. *Strength of orthotropic materials subjected to combined stresses*. US Forest Products Laboratory, Report n° 1816.

Ohlsson,S; Perstorper, M. 1992. *Elastic wood properties from dynamic test and computer modeling*. Journal of structural engineering-asce. Vol.118 (10) pp.2677-2690

Oñate,E.1992. *Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos. Análisis elástico lineal*. Ed. CIMNE

Ormarsson,S; Petersson,H. 1996. *Simulation of wood deformation processes in drying and other types of environmental loading*. Annales des sciences forestieres. Vol.53 (4) pp.857-866.

Ormarsson S, Dahlblom O, Petersson H 1998. *A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation - Part 1: Theory* Wood Science and Technology. Vol. 32 (5), pp 325-334.

Ormarsson, Sigurdur; Ola Dahlblom and Hans Petersson. 1999. *A Numerical Study of the Shape Stability of Sawn Timber Subjected to Moisture Variation, Part 2: Simulation of Drying Board*, Wood Science and Technology, Vol. 33, pp. 407-423.

Ormarsson S, Dahlblom O, Petersson H 2000. *A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation Part 3: Influence of annual ring orientation* Wood Science and Technology. Vol. 34 (3) pp: 207-219

Ormarsson,S; Petersson,H; Dahlblom, O. 2000. *Numerical and experimental studies on influence of compression wood timber distorsion*. Drying technology. Vol.18 (8), pp.1897-1919

Ormarsson,S; Petersson,H; Erikson,J. 2006. *Finite-element analysis of coupled nonlinear heat and moisture transfer in wood*. Numerical heat transfer par A-Applications. Vol.50 (9) pp.851-864

Otero D.; Estévez J.; Martín E.; Vázquez J. 2011. *Resistencia de uniones con barras encoladas en madera sometidas a sollicitación axil*. 1º Congresso Ibero-LatinoAmericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Pais de Brito P.; Negro J. 2011. *SLOAm - Sistema de Ligador Oculito e Amovível*. 1º Congresso Ibero-LatinoAmericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Park M-J.; Hwang K-H.; Park J-S. 2008. *Moment Resistance Performance of Traditional Timber Connections-Comprised of Joining and Drift-Pin*. 10th World Conference on Timber Engineering – Miyazaki, Japan.

Rauntenstrauch K., Hädicke W., Löffler A., Mueller J. 2010. *Simulation and research of a rounded dovetail connection*. 11th World Conference on Timber Engineering. Trento, Italy.

Reichert T.; Ridley-Ellis D. 2008. *3D Lattice Model for Post-Yield and Fracture Behaviour of Timber*. . 10th World Conference on Timber Engineering – Miyazaki, Japan.

Regueira R., López V.; Guaita M. 2011. *Modelización por métodos numéricos de la degradación térmica de un elemento estructural de madera en situación de incendio*. 1º Congreso Ibero-Latinoamericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Regueira R., Mordillo I.; Martínez I.; González B.; Guaita M. 2011. *Desarrollo metodológico mediante análisis experimental de la valoración de la degradación en situación de incendio de uniones carpinteras en estructuras de madera laminada encolada*. 1º Congreso Ibero-Latinoamericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Rodrigues S.; Cruz H.; Gomes A. 2011. *Resistência ao arrancamento e ao esmagamento localizado sob acção de parafusos em madeira tratada térmicamente*. 1º Congresso Ibero-Latinoamericano da Madeira na Construção, 07-09 Junio. Coimbra, Portugal.

Simpson,W. and TenWolde, A. 1999. *Physical properties and Moisture Relations of Wood*. *Wood handbook – Wood as engineering material*. Forest Products Laboratory, Madison, USA.

Steiniger, M. 2003. *Strength and performance of the INDUO-heavy-timber connector in combination with structural composite lumber and Douglas-fir*. Msc thesis, The University of Bristish Columbia, Vancouver, Canada.

Serway, A., Jewett J. W. 2007.*Physics for scientists and engineers Raymond*

Svetlana Vasis.2000. *Applications of fracture mechanics of wood*. Doctoral Thesis. The University of New Brunswick.

Tannert, T. 2008. *Structural performance of Rounded Dovetail Connections*. PhD thesis. University of British Columbia Vancouver, Canada.

Tannert T, Lam F. 2009. *Progress in Structural Engineering and Materials: Timber Construction Self-tapping screws as reinforcement for rounded dovetail connections*. Structural control & health monitoring. Vol. 16 (3), pp 374-384.

Tannert T, Lam F., Vallee T. 2010. *Strength Prediction for Rounded Dovetail Connections Considering Size Effects*. Journal of engineering mechanics-ASCE. Vol.136 (3), pp: 358-366.

Tannert T, Lam F., Vallee T. 2011. *Structural performance of rounded dovetail connections: experimental and numerical investigations*. European Journal of Wood and Wood products. Vol.69 (3), pp: 471-482.

Tannert T., Vallée T. 2010. *Contact joints: Experimental and numerical investigations*. 11th World Conference on Timber Engineering. Trento, Italy.

Tsai S.M., Wu E.M.: 1971. *A General Theory of Strength for Anisotropic Materials*. Journal of Composite Materials. Vol. 5, 58-80.

Vallée T; Tannert T; Hehl S; Schwendimann M. 2010. *Adhesively Bonded Trusses: Experimental and Numerical Investigation*. 11th World Conference on Timber Engineering. Trento, Italy.

Vallée T.; Tannert T; Lam F. 2010. *Probabilistic Design Method for Timber Joints*. 11th World Conference on Timber Engineering. Trento, Italy.

Van der Put TACM. 1993. *Discussion and proposal of a general failure criterion for wood*. International Council for building Research Studies and documentation Working Commission. Timber Structures Meeting 26. Athens, Greece.

Vidal,P; Guaita,M; Ayuga,F. 2005. *Analysis of dynamic discharge pressures in cylindrical slender silos with a flat bottom or with a hopper: comparison with Eurocode 1*. Biosyst. Eng. 91 (3), pp.335-348

Vidal Salle,E.; Chassagne,P. 2007. *Constitutive equations for orthotropic nonlinear behaviour using a generalized Maxwell model application to wood material*. *Mechanics of time-dependet materials*. Vol.11 (2), pp.127-142.

Vignote, S.; Peris, Jiménez, F.(2006). *Tecnología de la madera*. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. Mundi-Prensa. Madrid.

Villar, J.R; Guaita, M; Vidal, P; Arriaga, F. 2007. *Analysis of the stress state at the cogging joint in timber structures*. Biosystem engineering. Vol.96 (1) pp.79-90.

Villar, J.R; Guaita, M; Vidal, P; Argüelles Bustillo, R. 2008. *Numerical simulation of framed joints in sawntimber roof structures*. Spanish journal of agricultural research. Vol 6 n°4 pp.508-520

Villar García, J.R. 2008. *Optimización estructural mediante análisis con simulación numérica del estado tensional de uniones tradicionales por ensamble embarbillado en estructuras de madera*. Tesis Doctoral. Escuela de Ingenierías Agrarias. Universidad de Extremadura.

Von Mises, R. 1928. *Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen*. *Angewandte Mathematik und Mechanik*. 8, pp: 161-165.

Werner, H. 2002. *Queranschlüsse mit Schwalbenschwanz-Zapfenverbindungen, Vorschlag für die Bemessung*. Verband-High-Tech-Abbund im Zimmerhandwerk, Stuttgart, German.

Xu B-H.;Bouchair A.,Taazount M. 2010. *3D Non-linear finite element modelling of traditional timber connections*. 11th World Conference on Timber Engineering. Trento, Italy.

Xu B-H.; Taazount M; Racher P. 2008. *Mechanical analysis of timber connection using 3D finite element model*. 10th World Conference on Timber Engineering – Miyazaki, Japan.

Zöllig, S. 2001. *Anschluss Neben-an Hauptträger mit Schwalbenschwanzverbindung. Zug-und Scherversuche*. Annen Holzbau AG, Holzbau Bucher AG.

NORMAS

Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Seguridad Estructural – Acciones en la edificación. CTE DB SE-AE. Abril 2009. Ministerio de Fomento. Gobierno de España.

Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Seguridad Estructural – Madera. CTE DB SE-M. Abril 2009. Ministerio de Fomento. Gobierno de España.

Código Técnico de la Edificación. Documento Básico Seguridad Estructural – Cimientos. CTE DB SE-C. Enero 2008. Ministerio de Fomento. Gobierno de España.

UNE-EN 1995-1-1:2006. Eurocódigo 5. Proyecto de estructuras de madera. Parte 1-1: Reglas generales y reglas para edificación.

UNE-EN 1995-1-2:2011. Eurocódigo 5: Proyecto de estructuras de madera. Parte 1-2: Reglas generales. Proyecto de estructuras sometidas al fuego.

UNE 56533:1977. Características físico-mecánicas de la madera. Determinación de las contracciones lineal y volumétrica.

UNE-EN 14081-1:2006+A1:2011. Estructuras de madera. Madera estructural con sección transversal rectangular clasificada por su resistencia. Parte 1: Requisitos generales.

UNE-EN 14081-2:2010. Estructuras de madera. Madera estructural con sección transversal rectangular clasificada por su resistencia. Parte 2: Clasificación mecánica. Requisitos complementarios para el ensayo inicial de tipo.

UNE-EN 14080:2006. Estructuras de madera. Madera laminada encolada. Requisitos.

UNE-EN 14374:2005. Estructuras de madera. Madera microlaminada (LVL). Requisitos.

UNE-EN 14279:2007+A1:2009. Madera microlaminada (LVL). Definiciones, clasificación y especificaciones.

UNE-EN 338:2010. Madera estructural. Clases resistentes.

UNE-EN 1912:2005+A4:2010. Madera estructural. Clases resistentes. Asignación de calidades visuales y especies.

UNE-EN 912/AC:2001. Conectores para madera. Especificaciones de los conectores para madera.

UNE-EN 383:2007. Estructuras de madera. Métodos de ensayo. Determinación de la resistencia al aplastamiento y del módulo de aplastamiento para los elementos de fijación tipo clavija.

UNE-EN 14358:2007. Estructuras de madera. Cálculo del valor característico del percentil del 5% y criterio de aceptación para una muestra.

UNE-EN 409:2009. Estructuras de madera. Métodos de ensayo. Determinación del momento plástico de los elementos de fijación tipo clavija.

UNE 56533:1977. Características físico-mecánicas de la madera. Determinación de las contracciones lineal y volumétrica.

UNE-EN 1194:1999. Estructuras de madera. Madera laminada encolada. Clases resistentes y determinación de los valores característicos.

UNE-EN 408:2011. Estructuras de madera. Madera aserrada y madera laminada encolada para uso estructural. Determinación de algunas propiedades físicas y mecánicas.

UNE-EN 13183-1:2002. Contenido de humedad de una pieza de madera aserrada. Parte 1: Determinación por el método de secado en estufa

UNE-EN 13183-2:2002. Contenido de humedad de una pieza de madera aserrada. Parte 2: Estimación por el método de la resistencia eléctrica.

UNE-EN 384:2010. Madera estructural. Determinación de los valores característicos de las propiedades mecánicas y la densidad.

