



Javier Fondevila Gómez

TESIS DOCTORAL

**SÍNTESIS DE DIAGRAMAS DE RADIACIÓN A
PARTIR DE AGRUPACIONES DE ANTENAS CON
O SIN MODULACIÓN EN EL TIEMPO UTILIZANDO
TÉCNICAS ESTOCÁSTICAS O CUASI-ANALÍTICAS**

Departamento de Física Aplicada
Facultad de Física

D. FRANCISCO JOSÉ ARES PENA, PROFESOR TITULAR DE ELECTROMAGNETISMO, Y EDUARDO MORENO PIQUERO, CATEDRÁTICO DE ELECTROMAGNETISMO, AMBOS DEL DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA DE LA UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

INFORMAN:

Que el trabajo titulado “*Síntesis de diagramas de radiación a partir de agrupaciones de antenas con o sin modulación en el tiempo utilizando técnicas estocásticas o cuasi-analíticas*”, ha sido realizado bajo su dirección por D. Javier Fondevila Gómez en el Departamento de Física Aplicada, Área de Electromagnetismo, y constituye la tesis que presenta para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas por esta Universidad.

Y para que así conste, firman la presente en Santiago de Compostela a 15 de Noviembre de 2007.

Fdo. Francisco José Ares Pena

Fdo. Eduardo Moreno Piquero

Quiero hacer constar mi más sincero agradecimiento:

- A mis directores de Tesis Francisco José Ares Pena y Eduardo Moreno Piquero por sus consejos e interés mostrado en acabar esta Tesis.
- A Tommaso Isernia por haber colaborado conjuntamente en la obtención de un método híbrido de optimización.
- A Rafael Rodríguez Boix, Francisco Medina, Jesús Martel y Sergio Serrano por haberme ayudado en el desarrollo del Trabajo de Investigación Tutelado para la obtención del DEA.
- A Juan Mosig, Peter Balling, Antoine G. Roederer por su amabilidad en los congresos del COST a los que he asistido.
- A José Antonio Encinar por haberme facilitado el contorno de Europa con el que posteriormente he trabajado.
- A Giorgio Franceschetti por sus consejos que han sido claves en algunos apartados de la tesis.
- A Tony, Jose Ferreira, Ana y Julio por haberme ayudado tanto durante este periodo de tiempo que sin vuestra ayuda me habría sido aún más difícil llevar a cabo este trabajo.
- A José Carlos Taboada, Carmen y David González con los que pude compartir muchas experiencias y por vuestra amistad.
- A Marcos Álvarez por su gran amistad aunque ha sido reciente su incorporación en el grupo de investigación.
- A Rafael Fuentes por estar siempre dispuesto a ayudarme en cualquier tarea logística en el grupo.
- A Beatriz González Penalta, Luis Lugo, María José Pérez, Josefa Salgado, Pedro Vázquez, Pilar Rey, Javier Martínez, Alfonso Sanmartín, Daniel Vázquez, Victor Pardo, Suso Mosquera y Charly cuyas conversaciones me han ayudado a conocer mejor el mundo del doctorado y por el apoyo mostrado.
- A mis padres Victoria y José Antonio, por vuestro apoyo incondicional aunque yo muchas veces no supiera agradecerélos como debiera.
- A Isabel, Totó, Verónica y Santiago por tenerme apoyado tantas veces y por haberme mostrado tanto afecto.
- A Cecilia por todo ese cariño incondicional, por todo tu apoyo y comprensión mostrados a lo largo de todo este periodo de tiempo y... por tu sonrisa.
- A mis abuelas Élida y Ramona por vuestro ánimo, cariño y esperanza que habéis depositado en mí. Y también a mis abuelos Venerando y José por vuestro recuerdo.
- A Chelo, Noelia, Alba, Manolo, Primitiva, Esther, Sandra, Andrea, Amalia, Manolo, José, Celia, Luis, José Ramón, Marcos, Mari, Manolo, Cristina, Juan Ramón, Julia, Jorge, Sara, Marité, Julio, Óscar, Martín, Ana por hacerme olvidar todas mis preocupaciones mientras estuve con vosotros.
- A M^a Alejandra que me has estado apoyando todo este tiempo aunque estuvieras físicamente muy lejos de aquí.

- A Miguel Antonio Dobarro y Eva, por esa gran amistad que nos une desde hace años y por haberme escuchado en tantos momentos no tan buenos.
- Antonio Castelo, Roberto Araujo, Javier Freire y Laura por hacerme reír y por esas reuniones que cada cierto tiempo hacemos.
- A Craig, Mary, Esteban y Felipe Charnley (y Shadow) por vuestra hospitalidad y darme tantos ánimos desde que os he conocido.
- A mis compañeros de piso Marcos Ríos y Daniel Chazo por hacerme más llevaderas las horas de estudio, por haberme escuchado... por “dejarme” ganar al billar.
- A José Antonio González, Cruz, Antonio, Adela, Nita, Matías, Ángel, María José, Alfonso, Victor, José, Charo, Manuel Fiuza, Fernando... por vuestra amistad.
- A Pablo Dosil que siempre me has animado a seguir adelante y por tu amistad.
- A Pablo Casares, Félix Soto y Ernesto por tener siempre un momento para venir a visitarme.
- A Pepe, Julia, Jose, Miriam, Iván, Maite, Antonio, Carlos, Eva, Marcos, Cecilia, Luis, Montse, Enrique, Esther, Román, Fátima, Eliseo, Carmiña, Felipe, Susana, Margarita, Fernando, Manolo, Pilar, Daniel, Susana, Juan Carlos, Alejandro, Sonia, Suso, Yoli, Susi, David, M^a Carmen. A Antonio, Manolo, Carmen, Félix, Ilda, Manolo, Marcos, Mari, José Luis, Pilar, Alba, Teresa, Antonio, Diego, Sandra, Carlos, Carlos, Isabel, Gustavo, Patricia, Jesús, Manuel, Iván, Chus, Luis, Manolo, José Luis, Julia... Por hacerme un hueco en vuestro corazón.
- A todos aquellos con los que he compartido un momento jugando una pachanguilla.
- A todos aquellos que no he citado pero que merecen todo mi respeto.

A mi familia

A Cecilia

Índice:

ÍNDICE:	1
PRÓLOGO	5
0. INTRODUCCIÓN.	7
0-1. AGRUPACIONES DE ANTENAS	9
0-2. FACTOR ARRAY	10
0-3. SÍNTESIS DE DIAGRAMAS DE RADIACIÓN	13
0-4. REFERENCIAS	20
1. SÍNTESIS SIN MODULACIÓN TEMPORAL: MÉTODOS ESTOCÁSTICOS	23
1-1. INTRODUCCIÓN	23
1-2. SÍNTESIS DE PATRONES DE RADIACIÓN UTILIZANDO AGRUPACIONES PLANAS DE CONTORNO ÓPTIMO.	24
1-2.1. Introducción.....	24
1-2.2. Método.....	24
1-2.3. Ejemplos.....	30
1-2.4. Conclusiones.....	35
1-2.5. Referencias	36
1-3. SÍNTESIS ÓPTIMA DE DIAGRAMAS SUMA A PARTIR DE UN MÉTODO HÍBRIDO DE OPTIMIZACIÓN.	37
1-3.1. Introducción.....	37
1-3.2. Método.....	38
1-3.3. Ejemplos.....	43
1-3.4. Conclusiones.....	47
1-3.5. Referencias	48
2. SÍNTESIS SIN MODULACIÓN TEMPORAL: MÉTODOS CUASI-ANALÍTICOS	51
2-1. INTRODUCCIÓN	53
2-2. MÉTODO SENCILLO DE SÍNTESIS DE PATRONES USANDO EL MÉTODO DE WOODWARD-LAWSON.	54
2-2.1. Introducción.....	54
2-2.2. Método.....	54
2-2.3. Ejemplos.....	56
2-2.4. Conclusiones.....	61
2-2.5. Referencias	62
2-3. SÍNTESIS DE AGRUPACIONES PLANAS DE GRANDES DIMENSIONES CUYO DIAGRAMA DE RADIACIÓN PRESENTA UN CONTORNO PREDEFINIDO.	64
2-3.1. Introducción.....	64
2-3.2. Método.....	65
2-3.3. Ejemplos.....	70
2-3.4. Conclusiones.....	82
2-3.5. Referencias	82
2-4. MÉTODO RÁPIDO DE SÍNTESIS DE AGRUPACIONES CONFORMADAS	84
2-4.1. Introducción.....	84
2-4.2. Método.....	84
2-4.3. Ejemplos.....	90
2-4.4. Conclusiones.....	95
2-4.5. Referencias	96
2-5. MÉTODO RÁPIDO DE SÍNTESIS A PARTIR DEL MUESTREO DE UNA DISTRIBUCIÓN DE TAYLOR.	97
2-5.1. Introducción.....	97
2-5.2. Método.....	97
2-5.3. Ejemplos.....	100
2-5.4. Conclusiones.....	103
2-5.5. Referencias	103
2-6. MÉTODOS CUASI-ANALÍTICOS PARA LA SÍNTESIS DE AGRUPACIONES BASADAS EN ANTENAS MULTI-HAZ.	105

2-6.1.	Introducción.....	105
2-6.2.	Método.....	105
2-6.3.	Ejemplos.....	108
2-6.4.	Conclusiones.....	115
2-6.5.	Referencias.....	115
3.	ANTENAS MODULADAS EN EL TIEMPO.	117
3-1.	INTRODUCCIÓN.....	119
3-2.	OPTIMIZACIÓN DE AGRUPACIONES LINEALES EXCITADAS UNIFORMEMENTE A PARTIR DE LA MODULACIÓN TEMPORAL.....	120
3-2.1.	Introducción.....	120
3-2.2.	Base matemática.....	121
3-2.3.	Método.....	123
3-2.4.	Ejemplos.....	124
3-2.5.	Conclusiones.....	131
3-2.6.	Referencias.....	131
3-3.	APLICACIÓN DE LA MODULACIÓN TEMPORAL EN LA SÍNTESIS DE PATRONES DIFERENCIA Y SUMA A PARTIR DE UNA AGRUPACIÓN LINEAL.....	133
3-3.1.	Introducción.....	133
3-3.2.	Base matemática.....	133
3-3.3.	Método.....	135
3-3.4.	Ejemplos.....	136
3-3.5.	Conclusiones.....	144
3-3.6.	Referencias.....	144
3-4.	MODULACIÓN TEMPORAL APLICADA A AGRUPACIONES CONFORMADAS.....	145
3-4.1.	Introducción.....	145
3-4.2.	Base matemática.....	145
3-4.3.	Método.....	146
3-4.4.	Ejemplos.....	146
3-4.5.	Conclusiones.....	154
3-4.6.	Referencias.....	154
3-5.	SEÑAL DE RADIACIÓN Y PÉRDIDAS DE POTENCIA.....	155
3-5.1.	Introducción.....	155
3-5.2.	Base matemática.....	155
3-5.3.	Transmisión de la señal.....	157
3-5.4.	Pulso temporal rectangular.....	159
3-5.5.	Pulso temporal trapezoidal.....	161
3-5.6.	Cómputo de las pérdidas totales.....	163
3-5.7.	Conclusiones.....	168
3-5.8.	Referencias.....	168
4.	CONCLUSIONES DE LA TESIS Y TRABAJOS FUTUROS.....	171
4-1.	RESUMEN DE LA TESIS.....	173
4-2.	CONCLUSIONES.....	177
4-3.	TRABAJOS FUTUROS.....	179
5.	APÉNDICE.....	181
5-1.	ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN.....	183
5-1.1.	“Simulated Annealing”.....	183
5-1.2.	“Downhill Simplex”.....	185
5-1.3.	Referencias.....	186
5-2.	MÉTODO HÍBRIDO.....	187
5-3.	FACTOR ELEMENTO.....	189
5-3.1.	Parche circular con polarización lineal.....	189
5-3.2.	Dipolo axial a lo largo del eje z.....	190
5-3.3.	Aproximación de parche circular.....	192
5-3.4.	Bocina rectangular.....	193
5-3.5.	Dipolo colineal con el eje z.....	194
5-3.6.	Parche circular con polarización circular.....	195
5-3.7.	Referencias.....	198

5-4.	CÁLCULOS EN MODULACIÓN TEMPORAL	199
5-4.1.	Pérdidas asociadas a los pulsos con forma rectangular.....	199
5-4.2.	Pérdidas asociadas a los pulsos con forma trapezoidal.....	201
5-4.3.	Demostración de que las pérdidas asociadas al pulso rectangular tienden al del rectangular.	208
6.	PUBLICACIONES DEL AUTOR.....	211
6-1.	PUBLICACIONES EN REVISTAS INTERNACIONALES	213
6-2.	PUBLICACIONES EN CONGRESOS NACIONALES E INTERNACIONALES	214
7.	ABREVIATURAS Y VARIABLES UTILIZADAS.....	217

Prólogo

A lo largo de estos años de Tercer Ciclo, he llevado a cabo diversas investigaciones en el campo de la síntesis de antenas. Este término se refiere a un campo muy específico de las antenas que sin embargo ha dado lugar a una gran variedad de aplicaciones y trabajos, que se extenderán en el futuro.

Mi herramienta principal de trabajo para la realización de esta Tesis durante todo este tiempo, ha sido el ordenador. Puedo agradecer al mundo de la computación que ha evolucionado lo suficientemente rápido como para poder aprovechar sus recursos y así obtener resultados de una forma más rápida y eficiente.

La idea general o mejor dicho, la palabra que mejor define el trabajo de esta Tesis es la de *síntesis*. Ésta consiste en encontrar, mediante distintos algoritmos, un conjunto de excitaciones y/o posiciones de los elementos de una agrupación lineal, plana o conformada que permita controlar las características de radiación de ese diagrama.

Todos los trabajos que aquí se citan son resultado de las simulaciones hechas sobre el comportamiento del diagrama de radiación en campo lejano de una agrupación de antenas. Estas simulaciones se han llevado a cabo a partir del uso de técnicas de optimización analíticas, cuasi-analíticas o estocásticas, como son el método de Woodward-Lawson, el método de Orchard-Elliott-Stern y el “simulated annealing”, SA, entre otros.

En la introducción de este trabajo se obtiene la expresión del factor campo, o factor array, en campo lejano de una agrupación de elementos que se manejará en los capítulos posteriores.

El segundo capítulo se dedica exclusivamente a la síntesis de diagramas de radiación a partir de agrupaciones planas o lineales empleando técnicas estocásticas como son el método de Programación Convexa o el SA.

El uso de las técnicas analíticas o cuasi-analíticas se lleva a cabo en el segundo capítulo para la síntesis de una forma muy rápida de diferentes diagramas de radiación (de haz plano, función cosecante, diagramas suma) utilizando para ello agrupaciones lineales, planas o incluso conformadas. Hay que destacar la rapidez en la obtención de los resultados.

En el siguiente capítulo se lleva a cabo el desarrollo matemático, iniciado hace aproximadamente medio siglo, de una nueva técnica de síntesis que es la modulación temporal. La excitación de cada uno de los elementos radiantes de una agrupación se lleva a cabo sin tener dependencia con el tiempo. Una nueva vía se abre cuando dichas excitaciones experimentan una variación en el tiempo para poder controlar los parámetros de radiación.

En el cuarto capítulo se mencionan las conclusiones a las que se ha llegado después de llevar a cabo estas investigaciones y además se proponen una serie de trabajos futuros.

Para clarificar algunos puntos de la tesis, se ha incorporado un apéndice. Aquí se dan algunas explicaciones del funcionamiento de algunos algoritmos de optimización, de algunas expresiones de factor elemento utilizadas y engorrosos cálculos correspondientes al capítulo de modulación temporal.

CAPÍTULO 0

INTRODUCCIÓN

0. Introducción.

0-1. Agrupaciones de antenas

En muchas de las aplicaciones actuales destinadas a radar y a la comunicación por satélite, se utilizan antenas formadas por elementos radiantes idénticos. Los elementos individuales que conforman estas antenas pueden ser de muy diversos tipos: bocinas, parches, dipolos, ranuras, etc. A este tipo de antenas, constituidas por dos o más elementos similares, se les conoce con el nombre de agrupaciones o arrays.

Las agrupaciones de antenas ofrecen muchas ventajas sobre las antenas formadas por un solo elemento. En primer lugar, como éstos pueden tener un tamaño considerable, permiten obtener diagramas de radiación altamente directivos. Además, bajo un control individual sobre las excitaciones, así como sobre la posición de los elementos, es posible sintetizar un diagrama de radiación con las características deseadas.

El modelo matemático de la radiación de una agrupación de antenas resulta notablemente complejo. Incluso considerando un único elemento, se hace necesaria una detallada evaluación de diversos parámetros relacionados con el campo electromagnético. Por otro lado, en el análisis de la agrupación se deben incluir las interacciones entre cada uno de sus elementos.

Afortunadamente, la teoría de las agrupaciones proporciona la herramienta que permite llevar a cabo la mayor parte de la síntesis y diseño de agrupaciones sin necesidad de desarrollar los modelos electromagnéticos exactos para cada elemento. Se demostrará que para una agrupación con elementos idénticos y uniformemente orientados, es posible expresar el diagrama de radiación como el producto de dos cantidades: el factor elemento y el factor array. El factor elemento es el campo producido por uno de los elementos de la agrupación y sólo depende, por tanto, de las características electromagnéticas del elemento radiante utilizado. Por otro lado, el factor array es independiente del tipo de elemento considerado y está determinado por la configuración geométrica de éstos, así como por la amplitud y fase de sus excitaciones.

Para los elementos más utilizados: dipolos, ranuras..., el factor elemento corresponde a un diagrama de radiación direccional, con un ancho de haz considerable puesto que los elementos radiantes son pequeños; con una dimensión máxima alrededor de $\lambda/2$. En la mayoría de los casos, el factor elemento no suele ser considerado en la síntesis puesto que las características del diagrama de radiación de la agrupación quedan prácticamente determinadas por el factor array. Para esta aproximación, la agrupación se compone de un conjunto de radiadores isotrópicos.

0-2. Factor array

En la Fig. 0.1 se muestra un esquema de la distribución de los elementos de una agrupación, representados por pequeñas superficies radiantes. Cada elemento irradia un diagrama direccional que tiene dependencia radial y angular cerca del elemento. Sin embargo, a distancias muy alejadas de éste, el diagrama de radiación del elemento puede expresarse como el producto de una onda esférica $\frac{\exp\{-jkR\}}{R}$ (siendo R la distancia desde el centro de la agrupación hasta el punto considerado) multiplicada por una función vectorial que depende del ángulo $\vec{F}e_n(\theta, \phi)$ y que se denomina factor o diagrama elemento. Aunque esta función depende del tipo de elemento utilizado, el campo lejano de cualquier elemento n -ésimo de una agrupación se puede expresar como:

$$\vec{E}_n(R, \theta, \phi) = \vec{F}e_n(\theta, \phi) \frac{\exp\{-jkR_n\}}{R_n} \quad (0.1)$$

En donde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de onda en el vacío y R_n es la distancia desde el elemento radiante n -ésimo hasta el punto campo P de coordenadas (x, y, z) , ver Fig. 0.1, cuya expresión viene dada por:

$$R_n = \sqrt{(x - x_n)^2 + (y - y_n)^2 + (z - z_n)^2} \quad (0.2)$$

Siendo (x_n, y_n, z_n) las coordenadas del vector de posición $\vec{r}_n = \hat{x}x_n + \hat{y}y_n + \hat{z}z_n$ del n -ésimo elemento.

Si el diagrama de radiación es medido a una distancia muy grande de la agrupación, $R \gg r_n$, el término exponencial de la ec. 0.1 se puede aproximar a través de la distancia que hay del punto campo, P , al centro de un sistema de coordenadas arbitrario, denotada por R . Bajo esta suposición, puede escribirse:

$$R_n \approx R - \hat{R}\vec{r}_n \quad (0.3)$$

Por lo que

$$\frac{\exp\{-jkR_n\}}{R_n} \approx \frac{\exp\{-jkR\}}{R} \exp\{jk\hat{R}\vec{r}_n\} \quad (0.4)$$

Siendo \hat{R} el vector unitario en la dirección de cualquier punto del espacio (R, θ, ϕ) . Así, estos vectores se expresan como:

$$\vec{r}_n = \hat{x}x_n + \hat{y}y_n + \hat{z}z_n \quad (0.5)$$

$$\hat{R} = \hat{x}\sin(\theta)\cos(\phi) + \hat{y}\sin(\theta)\sin(\phi) + \hat{z}\cos(\theta) \quad (0.6)$$

La distancia R mínima a la que es válida esta aproximación depende de las dimensiones de la agrupación, así como del grado de precisión deseado a la hora de evaluar el

diagrama de radiación. Un valor adecuado para la mayoría de los casos se expresa en la ecuación siguiente

$$R|_{\min} = \frac{2L^2}{\lambda} \quad (0.7)$$

Siendo L la dimensión mayor de la agrupación. Sin embargo, en diagramas con lóbulos laterales muy bajos o con regiones que presentan ceros muy profundos, puede ser necesario considerar una distancia $\frac{10L^2}{\lambda}$ o mayor.

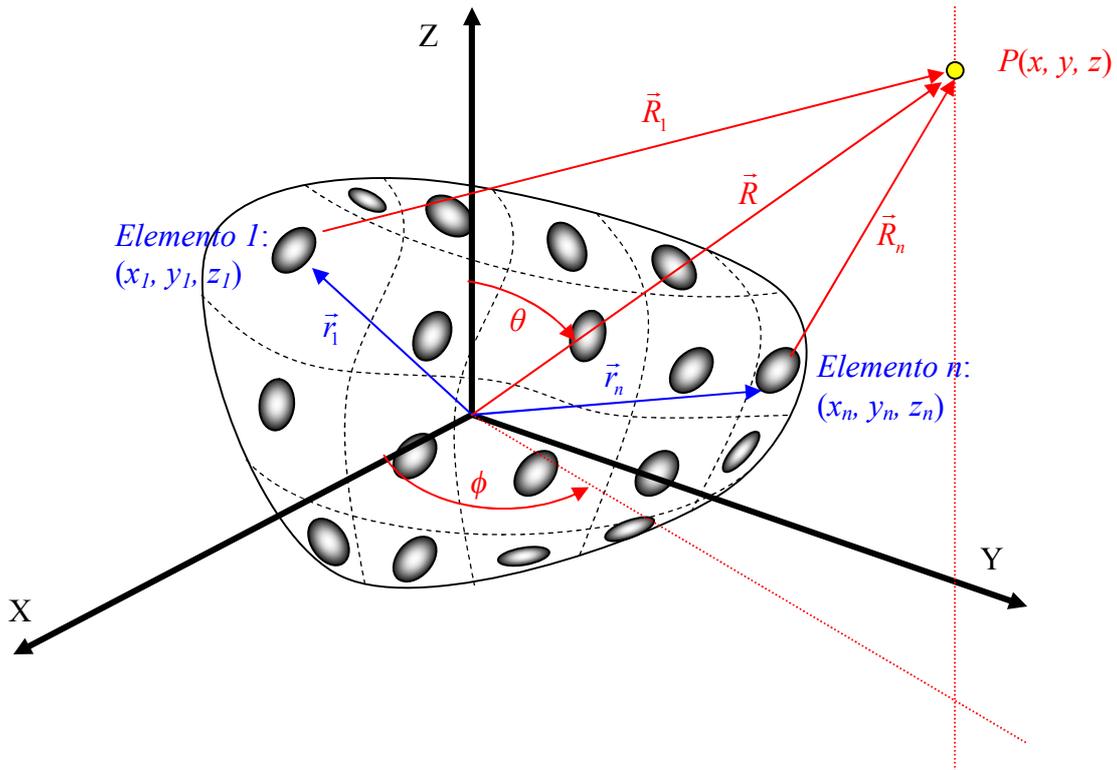


Figura 0.1 Esquema de la configuración de una agrupación general.

El diagrama de radiación de una agrupación arbitraria de N elementos, se puede expresar utilizando el principio de superposición:

$$\vec{E}(\hat{R}) = \frac{\exp\{-jkR\}}{R} \sum_{n=1}^N \left\{ I_n \vec{F}_{e_n}(\theta, \phi) \exp\{jk\hat{R}\vec{r}_n\} \right\} \quad (0.8)$$

Esta expresión es general puesto que está expresada en términos del diagrama de cada elemento en presencia de la agrupación completa. Los coeficientes I_n son las excitaciones que se aplican a cada elemento y pueden venir dados por voltajes o corrientes, en función del tipo de elemento considerado. En general, el factor elemento es distinto para cada uno de los elementos en la agrupación; incluso en agrupaciones con elementos similares. Esta diferencia es debida normalmente a la interacción entre los elementos próximos a los extremos de la agrupación. Sin embargo, en muchos casos, resulta perfectamente válido asumir que todos los elementos son idénticos. En este caso, la expresión 0.8 queda de la siguiente forma:

$$\vec{E}(\theta, \phi) = \vec{F}e(\theta, \phi) \frac{\exp\{-jkR\}}{R} \sum_{n=1}^N \{I_n \exp\{jk \hat{R} \vec{r}_n\}\} \quad (0.9)$$

Puesto que el diagrama de radiación se suele representar (o medir) en una esfera de radio constante, resulta habitual despreciar el factor $\frac{\exp\{-jkR\}}{R}$ en la expresión anterior ya que, en ese caso, no es más que una constante de normalización. Por tanto, se puede expresar el diagrama de radiación de una agrupación como el producto de un vector; resultado del diagrama del elemento y un escalar $F(\theta, \phi)$ que es el denominado factor array:

$$F(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^N \{I_n \exp\{jk \hat{R} \vec{r}_n\}\} \quad (0.10)$$

Esta expresión, que es la base de la síntesis de diagramas de radiación de agrupaciones de antenas, es muy aplicada tanto a agrupaciones lineales como planas. Su utilización requiere que el diagrama del elemento sea común a todos los radiadores de la agrupación, lo que implica que éstos deben ser idénticos y estar orientados en la misma dirección. Para agrupaciones con elementos distintos o no uniformemente orientados (por ejemplo, las denominadas agrupaciones conformadas), resulta imprescindible considerar el factor elemento en el proceso de síntesis, utilizando la expresión 0.8 sin el factor $\frac{\exp\{-jkR\}}{R}$ ya que es una fase global.

0-3. Síntesis de diagramas de radiación

La síntesis de diagramas de radiación consiste en calcular un conjunto de excitaciones I_n , dada una agrupación de elementos que se encuentran en las posiciones (x_n, y_n, z_n) , para conseguir que el diagrama de radiación $F(\theta, \phi)$ se aproxime lo más posible al deseado de forma que verifique una determinada especificación impuesta en la etapa de diseño. Cabe señalar, que no solamente la forma del diagrama de radiación debe cumplir la especificación, sino también otros parámetros como pueden ser: el nivel de lóbulos laterales (SLL), el ancho de haz del diagrama de radiación, la ganancia, etc.

Como se verá, en el proceso de síntesis, además del diagrama de radiación, también cobra vital importancia el conjunto de excitaciones obtenido puesto que, en función de cómo sea éste puede resultar más o menos sencilla la implementación de la red de alimentación de la agrupación. De este modo, encontramos algunas soluciones que, aunque sintetizan diagramas de radiación que verifican perfectamente las especificaciones, son imposibles o muy caras de implementar. Así pues, resulta muy importante que la variabilidad de las excitaciones sea pequeña a fin de aliviar los efectos derivados del acoplo mutuo electromagnético entre los distintos elementos radiantes; uno de los mayores problemas con los que se encuentra el diseñador a la hora de implementar una determinada red de alimentación. En los problemas de síntesis, esta variabilidad suele tenerse en cuenta a través del denominado rango dinámico ($RD = |I_{\max}|/|I_{\min}|$) que evalúa la relación entre las amplitudes de excitación máxima y mínima, en valor absoluto o a través del parámetro $(|I_n|/|I_{n+l}|)_{\max}$ que mide la máxima variabilidad de excitación entre elementos colindantes.

A lo largo de la tesis se considerará la síntesis de diagramas de radiación generados por agrupaciones lineales, planas y conformadas.

Agrupaciones lineales:

En las agrupaciones lineales los elementos se sitúan a lo largo de una línea recta. Sin pérdida de generalidad, supongamos una agrupación formada por $N+1$ elementos distribuidos a lo largo del eje z . Puesto que las posiciones de los elementos estarán dadas por $(0, 0, z_n)$, el factor array para este caso toma la siguiente forma:

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^N \{ I_n \exp \{ j k z_n \cos(\theta) \} \} \quad (0.11)$$

Siendo θ el ángulo medido desde el eje de la agrupación. Cabe señalar que en las agrupaciones lineales resulta bastante habitual representar los diagramas de radiación frente al ángulo medido desde la dirección perpendicular a la agrupación, en donde se encuentra el cenit de la antena. En este caso, en la expresión (0.11) y subsiguientes, es necesario considerar la función seno del ángulo en vez del coseno.

Volviendo a la expresión del factor array, se observa que éste no tiene dependencia en ϕ por lo que presenta simetría de rotación en torno al eje de la agrupación. En el caso particular de que todos los elementos se encuentren separados a una distancia d , siendo entonces $z_n = n d$ (situando el primer elemento en el origen de coordenadas), vemos que:

$$F(\theta) = \sum_{n=0}^N \left\{ I_n \exp \{ j k n d \cos(\theta) \} \right\} \quad (0.12)$$

Si en la expresión anterior hacemos las siguientes sustituciones:

$$\psi = k d \cos(\theta) \quad ; \quad w = \exp \{ j \psi \} \quad (0.13)$$

El factor array puede expresarse de la siguiente forma:

$$F(\theta) = I_N \sum_{n=0}^N \left\{ \frac{I_n}{I_N} w^n \right\} = I_N \prod_{n=1}^N (w - w_n) \quad (0.14)$$

Se observa que se ha conseguido expresar el factor array como un polinomio de grado N , cuyas raíces están dadas por w_n . Por lo tanto, estas raíces caracterizan, al igual que las excitaciones, a dicho factor array.

En la literatura previa, Schelkunoff [1] introdujo una técnica que permite sintetizar diagramas de radiación calculando la posición de las raíces del polinomio asociado al factor array. Una forma gráfica de visualizar esto es a través de un círculo unitario representado en el plano complejo en el que la variable w está obligada a moverse expresando además las raíces del factor array de la forma $w_n = \exp \{ a_n + j b_n \}$. Así a_n y b_n denotan la posición angular y radial de la raíz n -ésima respectivamente en el círculo de Schelkunoff. En la ec. 0.14 se ha demostrado que la posición de las raíces determina el diagrama de radiación de la agrupación. Así, variando la posición relativa de estas raíces sobre el círculo unitario se pueden caracterizar tres diagramas de radiación distintos, tal y como sugiere la Fig. 0.2. En primer lugar, se observa que si las raíces están situadas sobre el círculo unitario (lo que implica que $a_n = 0$) y con una determinada disposición, sintetizaremos un diagrama tipo suma o “pencil”; caracterizado éste por un único lóbulo principal, generalmente de sección elíptica, y una familia de lóbulos secundarios de bajo nivel. Puesto que los ceros que aparecen en los diagramas de radiación están asociados a las raíces del polinomio, si acercamos o alejamos unas raíces de otras en el círculo unitario, los lóbulos laterales del diagrama resultarán de menor o mayor nivel respectivamente. Esto nos permite colocar las raíces de forma que se obtenga un lóbulo principal y lóbulos arbitrarios para el diagrama diferencia caracterizado éste por un par de lóbulos principales en oposición de fase (separados por un único cero) y una familia de lóbulos laterales de bajo nivel. Finalmente, si algunas de las raíces se sitúan fuera o dentro del círculo unitario (haciendo $a_n \neq 0$), se producirá un patrón de radiación de haz perfilado (también conocido como “shaped-beam”) que consiste en un diagrama de radiación con una región de lóbulos laterales a un determinado nivel.

En la síntesis de diagramas de tipo suma, Dolph [2] fue el primero en introducir una técnica analítica para controlar el nivel de lóbulos secundarios utilizando los polinomios de Chebyshev. Sin embargo, el hecho de que los diagramas resultantes presenten todos los lóbulos laterales a un mismo nivel provoca que las distribuciones de corrientes asociadas a éstos muestren una gran variabilidad en sus extremos (“edge brightening”) causando así posibles dificultades en la implementación física.

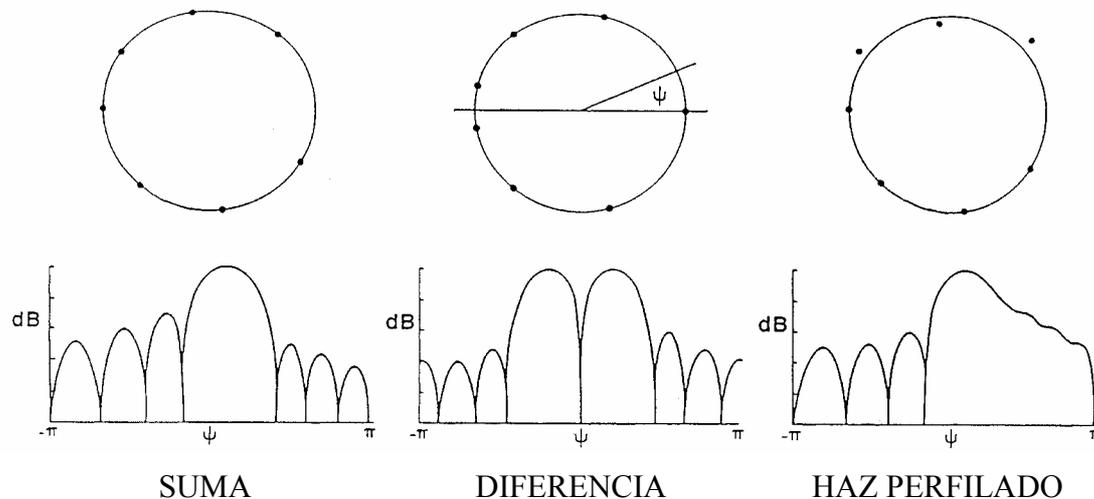


Figura 0.2 Distribución de los ceros sobre el círculo unitario para los tres casos de una agrupación lineal de 8 elementos.

Uno de los métodos más empleados y eficientes para la síntesis de diagramas de radiación de agrupaciones lineales con elementos equiespaciados e idénticos es el método de Orchard-Elliott [3]. Esta técnica perturba de forma iterativa las raíces asociadas al factor array para obtener un diagrama de radiación deseado. Este método, aplicable a la síntesis de diagramas de tipo suma, diferencia y haz perfilado, permite tener un control exhaustivo sobre la topografía de los diagramas de radiación, proporcionando la solución deseada en pocos segundos.

Posteriormente, Kim y Elliott [4] extendieron la técnica de Orchard-Elliott para sintetizar diagramas de haz perfilado utilizando distribuciones reales. Esto se conseguía duplicando, con respecto al método convencional, el número de raíces utilizadas en el relleno de ceros de la región de emisión y agrupándolas por pares. Sin embargo,

Hasta la publicación del artículo de Rodríguez, Botha y Ares [5] ninguno de los métodos propuestos hasta esa fecha sintetizaba diagramas de haz perfilado asimétricos (dentro de los que se engloban los diagramas de tipo cosecante cuadrado, muy empleados en aplicaciones radar) utilizando una distribución de abertura simétrica en amplitud y antisimétrica en fase, un requisito de las agrupaciones con alimentación.

Para agrupaciones lineales con un gran número de elementos, es muy común sintetizar primero una distribución lineal que posteriormente es muestreada. Una de las soluciones más utilizadas es la de las distribuciones de Taylor [6] que proporciona diagramas de radiación de tipo suma de elevada ganancia y con un nivel de lóbulos laterales deseado.

Posteriormente, se extendió el método de Orchard a las distribuciones de Taylor con el fin de rellenar ceros y así poder sintetizar también diagramas de haz perfilado. Las técnicas presentadas permiten sintetizar este tipo de diagramas utilizando distribuciones de abertura complejas [7] o reales puras [8]. Sin embargo, no son aplicables a diagramas “shaped beam” asimétricos.

Agrupaciones planas:

En muchas aplicaciones destinadas a aplicaciones de radar y a la comunicación por satélite, se utilizan agrupaciones cuyos elementos se distribuyen en un plano. Como se verá, esto permite tener un control sobre el diagrama de radiación en todo el espacio

puesto que desaparece la simetría de rotación asociada a los diagramas de agrupaciones lineales.

Supongamos que tenemos N' elementos radiantes situados en el plano XY en las posiciones dadas por (x_n, y_n) . Utilizando la expresión 0.10 para este caso, es posible describir el factor array de la siguiente forma:

$$F(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^{N'} \left\{ I_n \exp \left\{ j k (x_n \sin(\theta) \cos(\phi) + y_n \sin(\theta) \sin(\phi)) \right\} \right\} \quad (0.15)$$

Siendo I_n el coeficiente de excitación del elemento n -ésimo que, en general, será complejo. En la expresión θ está medido respecto al eje Z y ϕ está medido en el plano XY desde el eje positivo X hasta el eje positivo Y .

En este caso, las posiciones de los elementos en la agrupación suelen ser parámetros adicionales de diseño, así como las amplitudes y fases de las excitaciones. Sin embargo, resulta muy habitual disponer los elementos en un enrejado rectangular, separados una distancia d_x y d_y en las direcciones de los ejes X e Y , respectivamente, tal y como se muestra en la Fig. 0.3. Asumiendo que la agrupación consta de $M \times N$ elementos, la expresión del factor array quedaría de la siguiente forma:

$$F(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \left\{ I_{mn} \exp \left\{ j k (m d_x \sin(\theta) \cos(\phi) + n d_y \sin(\theta) \sin(\phi)) \right\} \right\} \quad (0.16)$$

En donde I_{mn} es la excitación relativa del elemento situado en la fila m -ésima y la columna n -ésima de la agrupación.

Un modo de sintetizar diagramas suma de forma sencilla, utilizando agrupaciones bidimensionales, es mediante las denominadas distribuciones separables. Si cada fila de elementos de una agrupación con enrejado rectangular tiene la misma distribución de corrientes y distintos niveles para las distintas columnas; es decir, si $I_{mn}/I_{m0} = I_{0n}/I_{00}$, la distribución de excitación se denomina separable y el factor array puede descomponerse de la siguiente forma:

$$F(\theta, \phi) = F_x(\theta, \phi) F_y(\theta, \phi) \quad (0.17)$$

En la cual,

$$F_x(\theta, \phi) = \sum_{m=1}^M \left\{ I_m \exp \left\{ j k m d_x \sin(\theta) \cos(\phi) \right\} \right\} \quad (0.18)$$

$$F_y(\theta, \phi) = \sum_{n=1}^N \left\{ I_n \exp \left\{ j k n d_y \sin(\theta) \sin(\phi) \right\} \right\} \quad (0.19)$$

En donde $I_m = I_{m0}/I_{00}$, $I_n = I_{0n}/I_{00}$ son las distribuciones de corriente, normalizadas a la excitación del elemento central, en una fila de elementos paralelos al eje X y eje Y , respectivamente.

La expresión 0.17 establece que el factor array para una agrupación con enrejado y contorno rectangulares, bajo la restricción de que la abertura sea separable, es el producto de los factores array correspondientes a dos arrays lineales; uno dirigido a lo

largo del eje X y otro a lo largo del eje Y . Esto permite sintetizar diagramas de radiación en agrupaciones bidimensionales utilizando la mayoría de las técnicas desarrolladas para agrupaciones lineales. Aunque la utilización de distribuciones separables simplifica la implementación de la red formadora de haz, en los diagramas de radiación sintetizados mediante este método los lóbulos laterales situados fuera de los planos principales suelen presentar un nivel muy bajo que conlleva un importante ensanchamiento del haz principal y, consecuentemente, pérdida en la directividad.

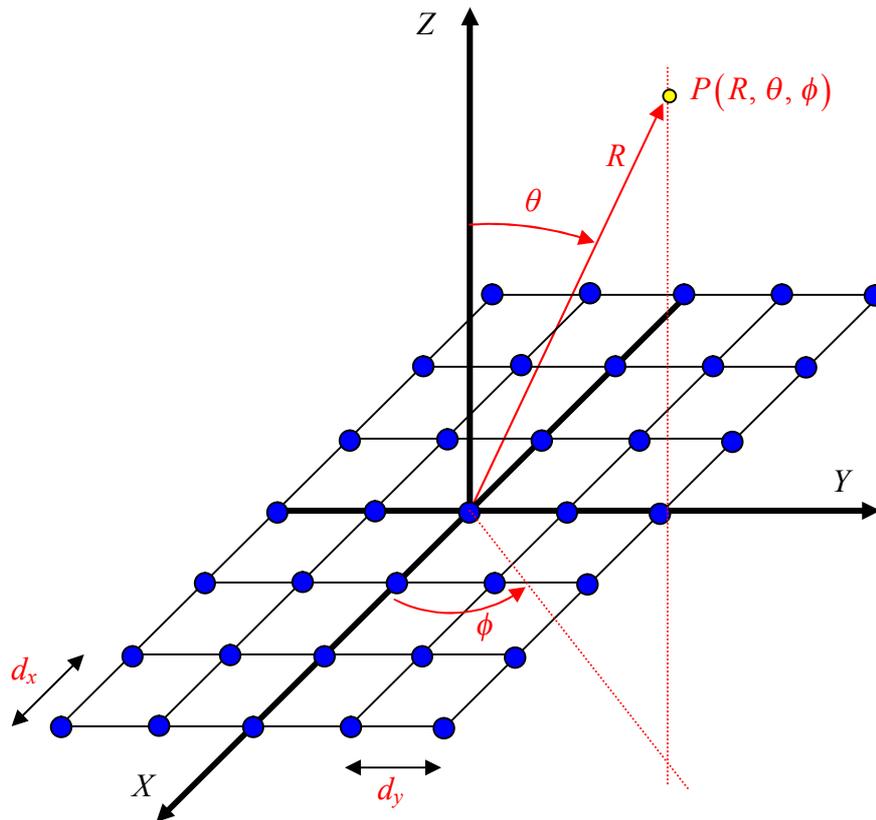


Figura 0.3 Agrupación plana con enrejado rectangular.

Para resolver el problema anterior, es necesario utilizar distribuciones no separables. Taylor [9] desarrolló una técnica que permitía sintetizar diagramas de tipo suma, con simetría en ϕ y un nivel de lóbulos laterales deseado, utilizando distribuciones circulares. Es posible muestrear dichas distribuciones para su utilización en agrupaciones bidimensionales de contorno circular. Sin embargo, suele ser necesario utilizar agrupaciones con muchos elementos para obtener resultados satisfactorios.

Posteriormente, Elliott y Stern [10-11] aplicaron el método de Orchard a las distribuciones circulares de Taylor rellenando ceros en los diagramas de radiación consiguiendo así sintetizar diagramas de haz perfilado. El método permitía sintetizar diagramas de contornos circulares o elípticos, posibilitando controlar tanto el rizado en la región de emisión como la topografía de lóbulos laterales.

Las distribuciones de abertura resultantes pueden ser complejas [10] o reales [11]. Sin embargo, esta técnica no permite sintetizar diagramas de radiación que iluminen un contorno arbitrario.

En un trabajo posterior, F. Ares et al [12] introdujeron un método que aumentaba o disminuía el radio de abertura para conseguir sintetizar distribuciones con un contorno que se adapta a la zona irregular que deseamos iluminar. Esto permite superar algunos

de los inconvenientes que plantean las distribuciones circulares. El método permite sintetizar diagramas que iluminan contornos arbitrarios mediante distribuciones reales, lo que lo hace muy apropiado para la síntesis de diagramas de tipo “footprint” utilizados en satélites. Sin embargo, dicho método no resulta adecuado para iluminar coberturas muy oblongas. Además, el hecho de que la optimización del diagrama de radiación se lleve a cabo mediante el método de Fletcher-Powell [13] plantea varios problemas a la hora de encontrar una solución adecuada, añadiéndose el no permitir controlar el rango dinámico de las excitaciones resultantes.

Uno de los mayores desafíos que presentan las agrupaciones planas para aplicaciones de satélite es la detección en órbita de posibles elementos defectuosos en la agrupación, así como la posible recuperación del haz teniendo en cuenta la ausencia de dichos elementos y reconfigurando las excitaciones de los restantes. Esto requiere la utilización de antenas activas, que es la tendencia actual en la tecnología de radiofrecuencia.

Agrupaciones conformadas:

Las agrupaciones planas están normalmente limitadas a ángulos de barrido electrónico (“scanning”) de aproximadamente $\pm 70^\circ$ desde la dirección perpendicular al plano de la agrupación, debido a pérdidas en ganancia originadas por problemas de falta de adaptación en la red de alimentación. Un barrido fuera de ese rango angular requeriría la utilización de múltiples aberturas.

Una alternativa consiste en situar los radiadores sobre superficies con simetría circular como cilindros, conos o esferas [14]. Esta distribución permite realizar el barrido completo alimentando primero un arco o sector de la agrupación y luego rotando la alimentación para pasar al siguiente, consiguiendo cubrir los 360° de barrido. Una de las aplicaciones en las que cobra vital importancia realizar este barrido completo, es en las aeronaves de alta velocidad en donde, además, la sustitución de la radoma dieléctrica por una superficie metálica que se adapta al fuselaje y en la que se disponen los radiadores, presenta varias ventajas evitando problemas de calentamiento y abrasión que suele sufrir la radoma, así como degradaciones de los lóbulos laterales del diagrama de radiación.

En términos generales, se utilizará el término “agrupación conformada” para designar cualquier agrupación cuyos elementos no estén orientados en la misma dirección o no se encuentren dispuestos sobre un plano. Desde el punto de vista de las aplicaciones de las agrupaciones conformadas, también pueden definirse como aquellas agrupaciones cuya geometría es forzada a adaptarse a una superficie, pudiendo estar instalados sobre el fuselaje de aeronaves, satélites e incluso sobre la orografía del terreno.

Una de las mayores dificultades que presentan las agrupaciones conformadas es la síntesis de sus diagramas de radiación. Puesto que en este tipo de agrupaciones los elementos apuntan a direcciones distintas, no es posible factorizar el diagrama de radiación separando el diagrama del elemento del factor array, siendo así necesario utilizar la expresión 0.8. En la Fig. 0.4 se muestra lo que podría ser un caso extremo: una agrupación cónica con ranuras orientadas para conseguir polarización lineal en la dirección axial. En la Fig. 0.5 se pueden observar otros ejemplos de agrupaciones conformadas en paraboloides, superficies cilíndricas, cónicas... y compuestas por parches circulares, cuadrados... y por sub-agrupaciones. Consecuentemente, las técnicas utilizadas habitualmente para la síntesis de diagramas de radiación de agrupaciones planas no se aplican directamente a las agrupaciones conformadas.

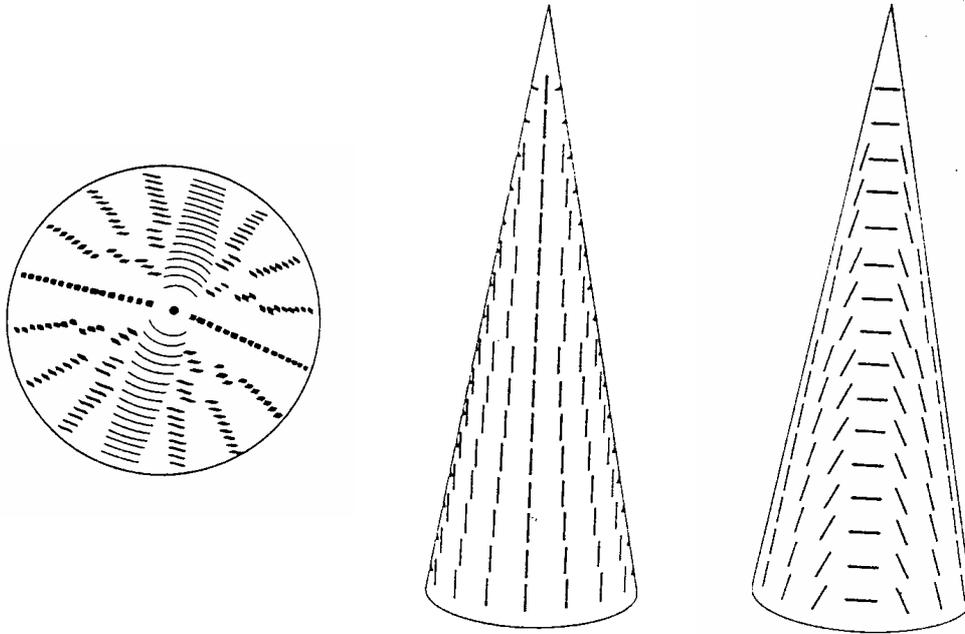


Figura 0.4 Diferentes vistas de una agrupación cónica.



Figura 0.5 Geometrías más usuales en las agrupaciones conformadas.

0-4. Referencias

- [1] S. A. Schelkunoff, "A mathematical theory of linear arrays", *Bell Syst. Tech. J.*, N° 22, pp. 0-107, 1943.
- [2] C. L. Dolph, "A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beamwidth and side lobe level", *Proc. I. R. E.*, Vol. 34, pp. 348-355, 1946.
- [3] H. J. Orchard, R. S. Elliott, and G. J. Stern, "Optimizing the synthesis of shaped beam antenna patterns", *IEE Proc. Pt. H.*, Vol. 132, N° 1, pp. 63-68, 1985.
- [4] Y. U. Kim and R. S. Elliott, "Shaped-pattern synthesis using pure real distributions", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 36, N° 11, pp. 1645-1649, 1988.
- [5] J. A. Rodriguez, E. Botha, and F. Ares, "Extension of the Orchard-Elliott synthesis method to pure real nonsymmetrical-shaped patterns", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 45, N° 8, pp. 1317-1318, 1997.
- [6] T. T. Taylor, "Design of line source antennas for narrow beamwidth and low side lobes", *Trans. I. R. E.*, Vol. 3, pp. 16-28, 1955.
- [7] F. Ares, R. S. Elliott, and E. Moreno, "Optimised synthesis of shaped line-source antenna beams", *Electron. Lett.*, Vol. 29, pp. 1136-1137, 1993.
- [8] F. Ares, R. S. Elliott, and E. Moreno, "Synthesis of shaped line-source antenna beams using pure real distributions", *Electron. Lett.*, Vol. 30, pp. 280-281, 1994.
- [9] T. T. Taylor, "Design of circular apertures for narrow beamwidth and low side lobes", *Trans. I. R. E.*, Vol. 8, pp. 17-22, 1960.
- [10] R. S. Elliott and G. J. Stern, "Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution", *IEE Proc. Pt. H.*, Vol. 135, pp. 366-370, 1988.
- [11] R. S. Elliott and G. J. Stern, "Footprint patterns obtained by planar arrays", *IEE Proc. Pt. H.*, Vol. 137, pp. 108-112, 1990.
- [12] F. Ares, R. S. Elliott, and E. Moreno, "Design of planar arrays to obtain efficient footprint patterns with an arbitrary footprint boundary", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 42, N° 11, pp. 1509-1514, 1994.
- [13] R. Flecher and M. J. D. Powell, "A rapidly convergent descent method of minimization", *Computer J.*, Vol. 6, pp. 163-168, 1963.
- [14] R. J. Mailloux, "Conformal and low-profile arrays", *Antenna engineering handbook*, 4th Edition, Eds. J. L. Johnson, R.C. Johnson, H. Jasik, McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, Chapter 22, 2007.

CAPÍTULO 1

SÍNTESIS SIN MODULACIÓN TEMPORAL: MÉTODOS ESTOCÁSTICOS

1. Síntesis sin modulación temporal: métodos estocásticos

1-1. Introducción

Uno de los objetivos de un diseñador de antenas es sintetizar un determinado diagrama de radiación a partir de una agrupación de elementos. Son muchos los factores que controlan el diagrama radiado por una antena: la posición de los elementos radiantes, la excitación de cada uno de ellos... Gracias al avance en informática se dispone, hoy en día, de herramientas de cálculo numéricas que permiten trabajar a la vez con muchas variables, de una forma relativamente rápida y que facilitan, en gran medida, el trabajo del diseñador. Estas herramientas son los métodos estocásticos, métodos que permiten optimizar el valor de un conjunto de variables para minimizar una función de coste que guarda información de las diferencias entre el diagrama objetivo y el deseado.

En este capítulo se explican y discuten dos nuevas técnicas de síntesis que se basan en la importancia de trabajar con el contorno óptimo de una agrupación plana y del carácter convexo que tiene el encontrar las excitaciones de una agrupación lineal de elementos.

En una primera sección, el proceso de síntesis para la consecución de un diagrama de radiación producido por una agrupación plana de elementos, se ha mejorado significativamente en dos pasos. El primero de ellos tiene en cuenta el contorno de la agrupación mientras que, el segundo, se centra en la obtención de las excitaciones apropiadas. Todo ello utilizando el “simulated annealing”, SA, como técnica de optimización global. El método se aplica a la síntesis de diagramas de radiación rectangulares, con una relación de aspecto 2:1, a partir tanto de distribuciones de excitación complejas como reales.

En la siguiente sección se propone y discute una aproximación híbrida entre una técnica local y una global de optimización para la síntesis de diagramas suma a partir de la optimización de excitaciones y de posiciones. En el método, cada iteración consta de dos etapas. En la primera, se calculan las excitaciones mediante un método local que se basa en la convexidad del problema. En una segunda etapa se pretende buscar las posiciones más adecuadas para las excitaciones anteriormente calculadas mediante la técnica de optimización global de “simulated annealing”. Para probar la potencia del método, éste se aplica a la síntesis de diagramas suma que presenten dos tipos de topografía de lóbulos laterales: una simétrica y otra asimétrica. Además, en uno de los ejemplos se ha estudiado la posibilidad de aumentar el ancho de banda respecto a la frecuencia del nivel de lóbulos laterales. La ventaja de este método es su eficiencia, puesto que permite, en los ejemplos que se exponen, optimizar globalmente sólo 1/3 de las incógnitas iniciales lo que implica un aumento de la velocidad en la obtención de los resultados y, por tanto, un mejor aprovechamiento de los recursos del ordenador.

1-2. Síntesis de patrones de radiación utilizando agrupaciones planas de contorno óptimo.

1-2.1. Introducción

Debido a la necesidad de aumentar la eficiencia de una antena, se requiere que el contorno del patrón radiado coincida en lo posible con la forma de la región terrestre a ser iluminada; por ejemplo, si la antena se encuentra a bordo de un satélite geostacionario de comunicación. Además, sería deseable emplear el mínimo número de elementos. Entre los trabajos que hasta la fecha aparecen en la literatura para la síntesis de agrupaciones de antenas que radian patrones de contorno arbitrario, se pueden citar el método de Woodward-Lawson modificado [1] y una serie de métodos basados en el muestreo de una distribución circular de Taylor [2, 3] después de sufrir una transformación homotética, TH, dependiente del ángulo ϕ de la forma $T(\rho, \phi) \rightarrow T(h(\phi)\rho, \phi)$, donde la función $h(\phi)$ se obtiene a partir del contorno deseado del diagrama de radiación [4-6]. El método de Woodward-Lawson modificado permite la síntesis de diagramas de radiación complejos a partir de una agrupación plana de elementos localizados en un mallado rectangular. El método de la transformación homotética, TH, no limita, en principio, la posición de los elementos. Sin embargo hasta ahora ha sido incapaz de generar diagramas de radiación rectangulares con una relación de aspecto mayor que 1.3:1. Esto puede ser debido a que el contorno de la agrupación es no convexa por lo que la anchura efectiva de la antena es, en algunas direcciones, más grande que lo requerido. Por ejemplo, en el caso de un patrón de radiación cuadrado, el método TH deforma la distribución circular hasta obtener otra con forma de trébol de cuatro hojas, Fig. 1.2.1. La aplicación del principio de las distribuciones colapsadas [5] muestra que la anchura efectiva de la antena a lo largo de la línea AA' no es la anchura BB' definida en el trébol, sino la anchura CC' definida por la proyección del trébol a lo largo de esa línea. El resultado del exceso de anchura efectiva es que el haz obtenido en la dirección AA' se estrecha. Como consecuencia de esto, las esquinas del diagrama cuadrado obtenido aparecen redondeadas.

En este apartado del capítulo, se describe cómo los contornos de los haces radiados por antenas sintetizadas con el método de la transformación homotética, TH, pueden ser mejorados después de tener en cuenta el contorno de la agrupación en el proceso de optimización.

1-2.2. Método

El procedimiento de síntesis consta de dos pasos: (i) la búsqueda del contorno óptimo de la antena y (ii) la búsqueda de las excitaciones de los elementos para obtener finalmente el diagrama deseado.

(i) Para la búsqueda del contorno óptimo se parte de una distribución circular continua de radio a cuya expresión analítica, $g(p)$, fue desarrollada por Elliott y Stern tanto para distribuciones reales como complejas [2, 3].

Para distribuciones reales dicha expresión analítica toma la forma:

$$g(p)|_{real} = \frac{2}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\bar{n}-1+M} \frac{F(\gamma_{1m})|_{real}}{J_0^2(\gamma_{1m}\pi)} J_0(\gamma_{1m}p) \quad (1.2.1)$$

Y para distribuciones complejas:

$$g(p)|_{compleja} = \frac{2}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\bar{n}-1} \frac{F(\gamma_{1m})|_{compleja}}{J_0^2(\gamma_{1m}\pi)} J_0(\gamma_{1m}p) \quad (1.2.2)$$

Podemos reunir estas dos ecuaciones en una única utilizando para ello una constante ε que vale “1” para las distribuciones reales y “0” para las complejas:

$$g(p) = \frac{2}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\bar{n}-1+\varepsilon M} \frac{F(\gamma_{1m})}{J_0^2(\gamma_{1m}\pi)} J_0(\gamma_{1m}p) \quad (1.2.3)$$

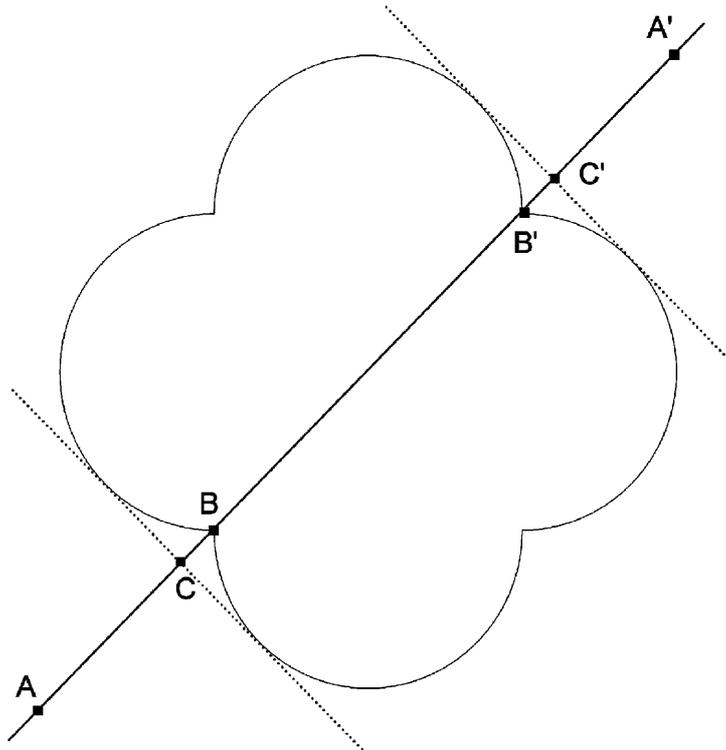


Figura 1.2.1 Abertura de la distribución con forma de trébol sintetizada con el método TH para radiar un patrón en potencia con contorno cuadrado.

En ellas el factor p viene dado por $p = \frac{\pi \rho}{a}$, siendo ρ la distancia desde el centro de la distribución continua hasta el punto considerado; $\gamma_{1m} \pi$ es la raíz m -ésima de la función de Bessel de primer tipo y de orden uno, J_1 ; $F(t)$ es el diagrama de radiación asociado a dicha distribución continua circular y la variable $t = \frac{2a}{\lambda} \sin(\theta)$. Este patrón en potencia es ϕ -simétrico y dependiente de la elección de M raíces complejas $u_n \pm j v_n$ (que controlan el rizado en la zona de emisión) y $\bar{n} - 1 - M$ raíces reales (que controlan el nivel de lóbulos laterales). De esta forma se pueden controlar $\bar{n} - 1$ lóbulos laterales y los restantes lóbulos del diagrama de radiación decaen como $t^{-3/2}$, [7]. Tenemos que distinguir $F(t)$ para las distribuciones reales y para las complejas.

Para las distribuciones reales el diagrama de radiación toma la forma:

$$F(t)|_{real} = \frac{2J_1(\pi t)}{\pi t} \frac{\prod_{n=1}^M \left(1 - \frac{t^2}{(u_n + jv_n)^2}\right) \left(1 - \frac{t^2}{(u_n - jv_n)^2}\right) \prod_{n=M+1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{(u_n)^2}\right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1+M} \left(1 - \frac{t^2}{(\gamma_{1n})^2}\right)} \quad (1.2.4)$$

Y para las distribuciones complejas:

$$\begin{aligned} F(t)|_{compleja} &= \frac{2J_1(\pi t)}{\pi t} \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{(u_n + jv_n)^2}\right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{(\gamma_{1n})^2}\right)} = \\ &= \frac{2J_1(\pi t)}{\pi t} \frac{\prod_{n=1}^M \left(1 - \frac{t^2}{(u_n + jv_n)^2}\right) \prod_{n=M+1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{(u_n)^2}\right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{(\gamma_{1n})^2}\right)} \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

Ya que $v_n=0$ cuando el índice n se encuentra entre el rango de valores $M+1$ y $\bar{n}-1$.

Utilizando la variable ε , que vale “1” para las distribuciones reales y “0” para las complejas, podemos condensar ambas expresiones en una sola:

$$F(t) = \frac{2J_1(\pi t)}{\pi t} \frac{\prod_{n=1}^M \left(1 - \frac{t^2}{(u_n + jv_n)^2}\right) \left(1 - \frac{t^2}{(u_n - jv_n)^2}\right)^{\varepsilon} \prod_{n=M+1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{(u_n)^2}\right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1+\varepsilon M} \left(1 - \frac{t^2}{(\gamma_{1n})^2}\right)} \quad (1.2.6)$$

En el caso particular de que $t = \gamma_{1n}$, tenemos una indeterminación en las ec. 1.2.4-6. Para resolver esta singularidad debemos emplear la ec. 1.2.7 obtenida de [8].

Una vez que tenemos definido el tipo de distribución de excitación circular continua que se va a manejar, el siguiente paso es dividirla en S sectores de igual abertura angular, AA . Inicialmente la distribución circular presenta un radio a , pero nosotros queremos encontrar el contorno óptimo a través de un proceso de optimización ejecutado con el “simulated annealing”, SA [9].

$$F(\gamma_{1m}) = \frac{-J_0(\pi \gamma_{1m})}{\pi \gamma_{1m}} \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{(\gamma_{1m})^2}{(u_n + jv_n)^2}\right)}{\prod_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{(\gamma_{1m})^2}{(\gamma_{1n})^2}\right)} \quad (1.2.7)$$

En cada iteración el SA tratará de calcular el radio b_s que debe tener cada sector s para que el diagrama final obtenido se parezca en lo posible a la huella deseada. Para

ayudarle al SA en el proceso de optimización, partimos de una combinación inicial de valores b_s calculados con el método de la transformación homotética, TH. Una distribución continua de radio a genera un diagrama de radiación ϕ -simétrico con un semi-ancho de haz HBW_0 . Nos preguntamos cual debería ser el radio b de dicha distribución si queremos generar, otra vez, un diagrama de radiación ϕ -simétrico pero con un ancho HBW . Esta respuesta nos la da el método TH: $b = \frac{a HBW_0}{HBW}$. Si el diagrama de radiación deseado tiene otra geometría cuyo contorno es dependiente del ángulo ϕ , $HBW = HBW(\phi)$, entonces el radio de la distribución también debe ser dependiente del ángulo: $b(\phi) = \frac{a HBW_0}{HBW(\phi)}$. Como consecuencia tendremos una

distribución continua deformada que podemos dividir en S sectores de radios b_{0s} y a partir de ahí calcular el conjunto inicial de valores b_{0s} que posteriormente se optimizarán con el SA, Fig. 1.2.2.

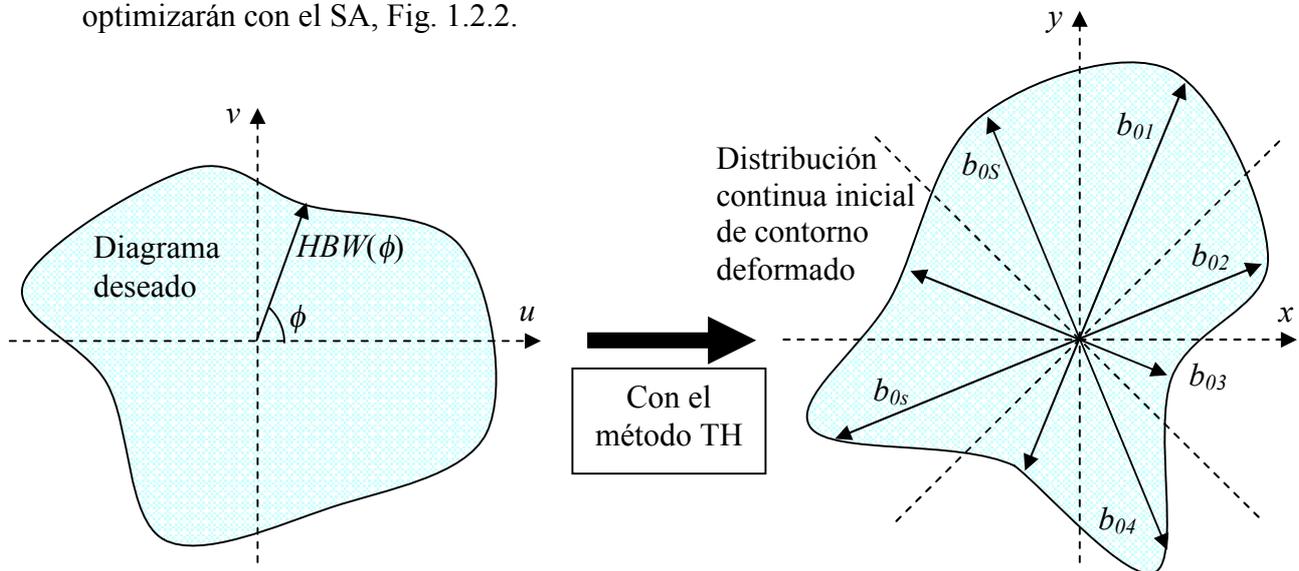


Figura 1.2.2 Ejemplo en el que se han obtenido los radios iniciales b_{0s} , a partir del método TH, que utilizará el SA como solución inicial en la optimización.

Hemos visto que de una distribución continua circular de radio a hemos obtenido otra dividida en S sectores, inicialmente de radios b_{0s} , y que después de ejecutar el SA tendrán radios b_s , Fig. 1.2.3.

En cada iteración i -ésima y después de conocer los radios b_{is} de los S sectores, el siguiente paso es superponer encima de la distribución deformada un enrejado rectangular de compuesto de $N_x \times N_y$ elementos a lo largo de las direcciones x e y respectivamente. En este enrejado se localizan los elementos radiantes separados d_x y d_y a lo largo de las direcciones x e y , respectivamente, y cuyos valores se calculan según la ec. 1.2.8. Posteriormente se recorta el enrejado de forma que los elementos elegidos se encuentren justo encima de la distribución continua. De esta forma podemos sustituir la distribución continua por una agrupación de elementos.

$$\begin{aligned}
 x_m &= d_x \left(m - \frac{N_x - 1}{2} \right) & m &= 0, 1 \dots N_x - 1 \\
 y_n &= d_y \left(n - \frac{N_y - 1}{2} \right) & n &= 0, 1 \dots N_y - 1
 \end{aligned}
 \tag{1.2.8}$$

El siguiente paso es calcular las excitaciones de los elementos radiantes y, para ello, es necesario asociar a cada elemento mn -ésimo, en la posición (x_m, y_n) , un sector s que presenta el radio b_s . Entonces, la excitación mn -ésima, del elemento mn -ésimo, se calcula a partir de la distribución continua como: $I_{mn} = g(p_{mn})$, siendo $p_{mn} = \frac{\pi \rho_{mn}}{b_s}$ donde la distancia desde el centro de la agrupación a la posición del elemento mn -ésimo se calcula como: $\rho_{mn} = \sqrt{x_m^2 + y_n^2}$. Lo que hemos hecho fue discretizar la distribución continua en los puntos en los que se localizan los elementos. Estos pasos se resumen en la Fig. 1.2.4.

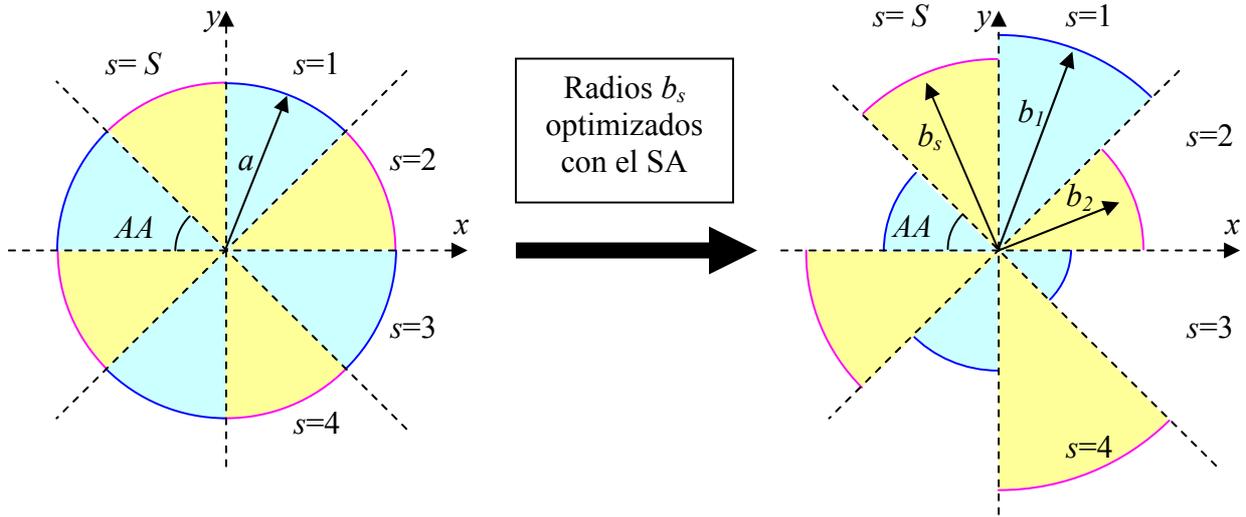


Figura 1.2.3 Gráfica ilustrativa de los pasos inicial y final, después del proceso de optimización, de la distribución continua.

Una vez conocidas las excitaciones I_{mn} y sus posiciones (x_m, y_n) podemos encontrar una primera estimación del diagrama de radiación a partir de la expresión del factor campo:

$$F(\theta, \phi) = \sum_m \sum_n I_{mn} \exp\{jk \text{sen}(\theta)(x_m \cos(\phi) + y_n \text{sen}(\phi))\} \quad (1.2.9)$$

Donde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de onda; θ y ϕ las coordenadas angulares del punto campo y los índices mn hacen referencia sólo a aquellos elementos que se encuentran dentro del contorno delimitado por la distribución continua deformada.

Para el control de las características de rizado y SLL del diagrama de radiación, obtenido en esta etapa, se define una función de coste, ec. 1.2.10, que penaliza la desviación de estas características de los valores deseados en el diseño.

$$\begin{aligned} FC &= c_1 \Delta R^2 H(\Delta R) + c_2 \Delta SLL^2 H(\Delta SLL) \\ \Delta R &= R_o - R_d \\ \Delta SLL &= SLL_o - SLL_d \end{aligned} \quad (1.2.10)$$

Donde ΔR y ΔSLL son las diferencias entre los valores obtenido "o" y deseado "d" del rizado y del nivel de lóbulos laterales, respectivamente; c_1 y c_2 son unos parámetros de peso para ayudar en el proceso de optimización; y H la función de Heaviside, ver

Fig. 1.2.5, que hace que el sumando no contribuya a la función de coste siempre que su argumento sea negativo.

Minimizando dicha función mediante el SA, se consigue la configuración de radios b_s , que sintetiza la huella de forma más próxima a la deseada. El diagrama obtenido suele tener un nivel de rizado aceptable pero un *SLL* alto.

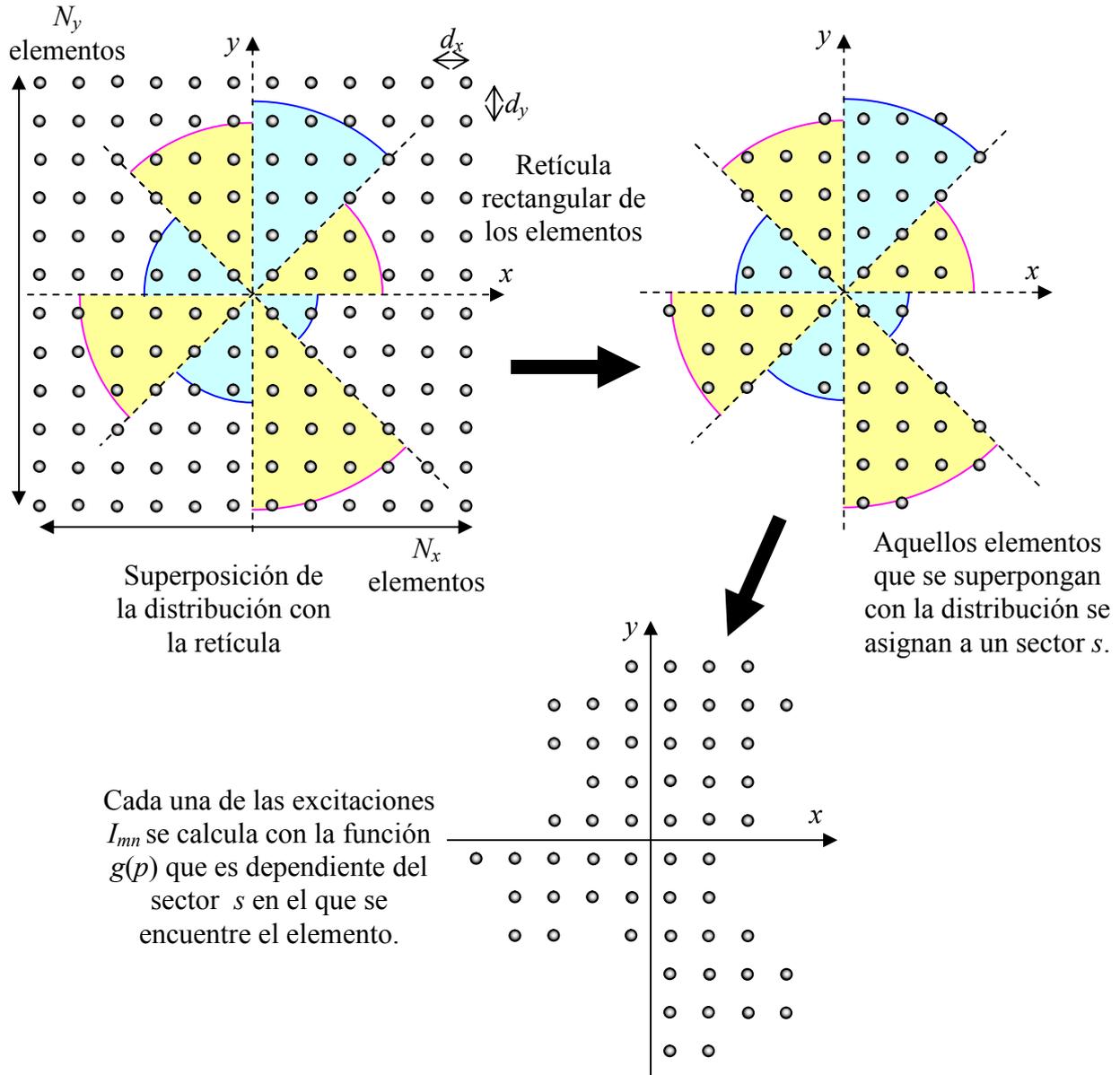


Figura 1.2.4 Pasos a seguir para la obtención de las excitaciones I_{mn} . No se ha tenido en cuenta en este ejemplo gráfico ningún tipo de simetría.

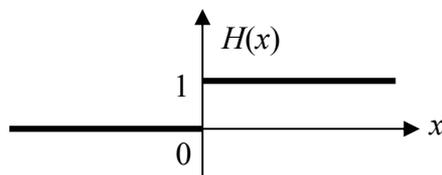


Figura 1.2.5 Función de Heaviside.

(ii) Una vez encontrado el contorno óptimo de la antena, el siguiente paso es hallar unas excitaciones para las cuales el diagrama de radiación correspondiente presente mejor rizado, un menor SLL y un rango dinámico, definido como $RD = \frac{|I_{mn}|_{\max}}{|I_{mn}|_{\min}}$, más

pequeño. Para ello se vuelve a hacer uso del SA, donde ahora las variables a optimizar son las excitaciones de cada elemento cuya posición fue calculada en (i). En este caso la función de coste será similar a la anterior, pero introduciendo un término adicional que evalúa el rango dinámico de las excitaciones, factor importante para aliviar los efectos de acoplo mutuo.

1-2.3. Ejemplos

Queremos aplicar el método descrito a la síntesis de un diagrama de radiación rectangular de tamaño $68.11^\circ \times 32.52^\circ$, en el espacio u - v ($u = \sin(\theta)\cos(\phi)$ y $v = \sin(\theta)\sin(\phi)$), a partir de una agrupación plana de elementos con enrejado rectangular y espaciados entre sí $\lambda/2$. Se desea obtener un diagrama con 0.5 dB de rizado y un nivel de lóbulos laterales no mayor que -20 dB. Para llevar a cabo este proceso se utilizarán distribuciones de excitación tanto reales como complejas, 18 sectores por cuadrante ($S=18$) y simetría en cuadrantes.

a) Utilización de una distribución de excitación real:

Partimos del conjunto de raíces que se muestran en la Tabla 1.2.1 y que aparecen en [3], donde $\bar{n} = 6$ y $M=2$.

n	1	2	3	4	5
u_n	1.0225	3.0445	5.4319	6.1570	7.1293
v_n	1.1424	1.0829	0	0	0

Tabla 1.2.1 Raíces utilizadas en la distribución de excitación real.

Estas raíces complejas $u_n + jv_n$ se sustituyen en la ec. 1.2.1 para obtener la distribución de apertura, $g(p)$, y en la expresión 1.2.4 para obtener el diagrama de radiación debido a esa distribución, $F(u)$.

En la primera etapa del proceso descrito anteriormente, correspondiente al proceso de optimización con el SA del contorno de la antena, se ha definido una agrupación plana de 59 elementos por cuadrante (ver Fig. 1.2.6), contenido en un rectángulo de dimensión 7×13 elementos a lo largo de las direcciones x e y , respectivamente. Esto implica una ocupación del 65%

El patrón asociado inicialmente a esta agrupación de elementos presenta un rizado de 0.86 dB en la región de emisión, un nivel de lóbulos laterales de -6.03 dB y un rango dinámico de 356.6. Estas características son mejoradas en la segunda etapa del método, correspondiente a la optimización de las excitaciones con la posición ya fijada, en la que se ha logrado un diagrama de radiación, mostrado en la Fig. 1.2.7, con un nivel de rizado de 0.57 dB, un nivel de lóbulos laterales de -20.12 dB y un rango dinámico de 166.93; como se refleja en la Tabla 1.2.2.

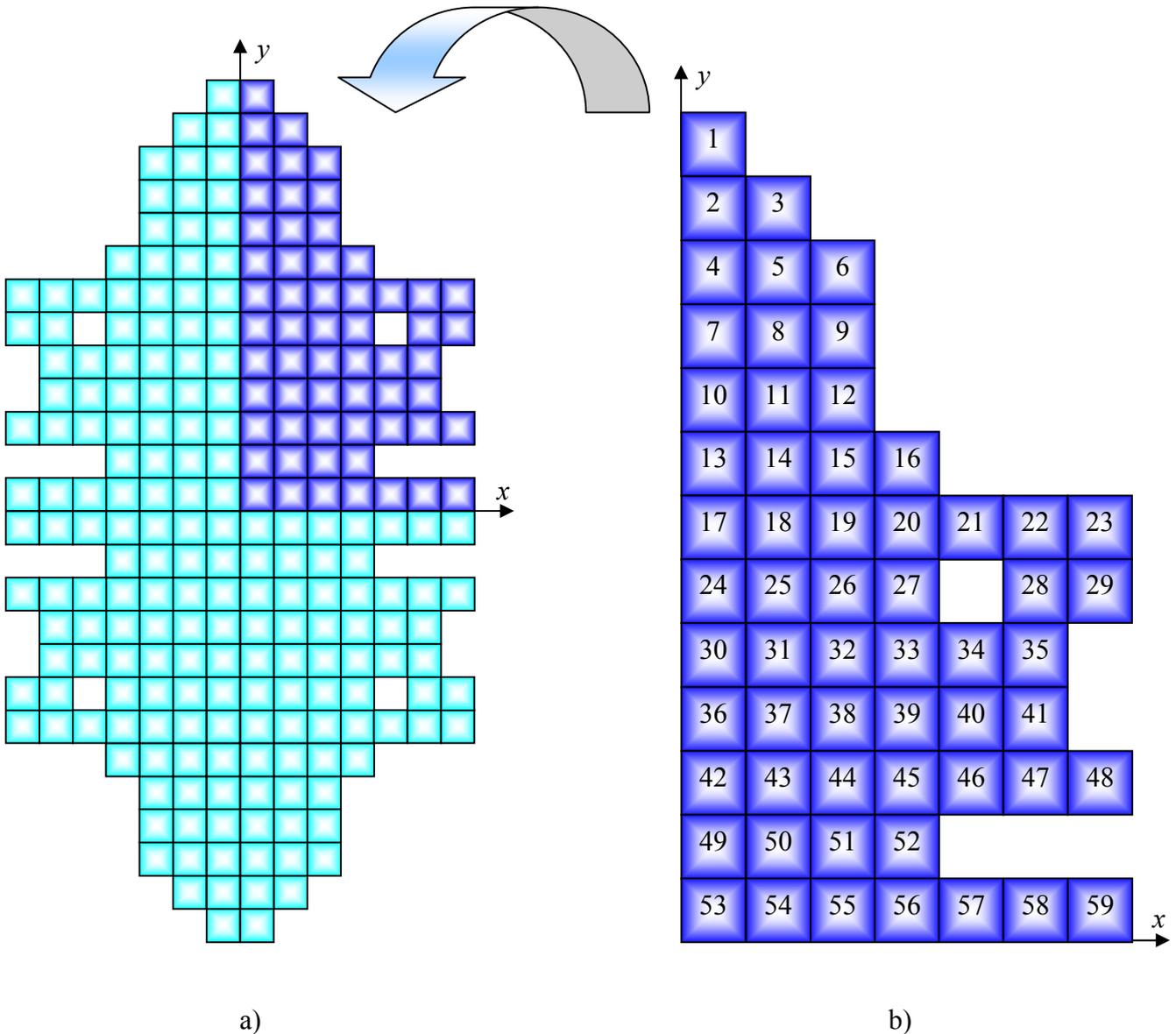


Figura 1.2.6 Disposición de los elementos de la agrupación, con simetría en cuadrantes, obtenida con una distribución de excitación real. a) Cuatro cuadrantes de la agrupación; b) Primer cuadrante de la agrupación.

En esta última tabla también se menciona el valor de la directividad máxima y mínima, así como el valor de pendiente mínima y promedio. Al hablar de pendiente nos referimos a cómo es la caída desde la región de emisión del diagrama hacia la región de lóbulos laterales para un corte del diagrama de radiación. Su valor es calculado cuando la potencia cae a -20 dB. Hemos calculado estas variables y hemos obtenido que el valor de directividad máxima es de 11.8 dBi y si le restamos el valor de rizado obtenemos el valor mínimo de directividad en la región de emisión que es de 11.2 dBi. Por otro lado, la pendiente mínima que se alcanza es una caída de -3.26 dB cada grado, o dB/grado. Este es un valor puntual, lo que importa en realidad es el valor promedio que es de -7.48 dB/grado. Este valor promedio se ha calculado entre 360 valores. Cuando mayor, en valor absoluto, es esta variable más definido se encuentra el diagrama de radiación.

Tanto la posición de los elementos radiantes como el valor de cada una de las excitaciones reales del primer cuadrante, se muestran en la Tabla 1.2.3.

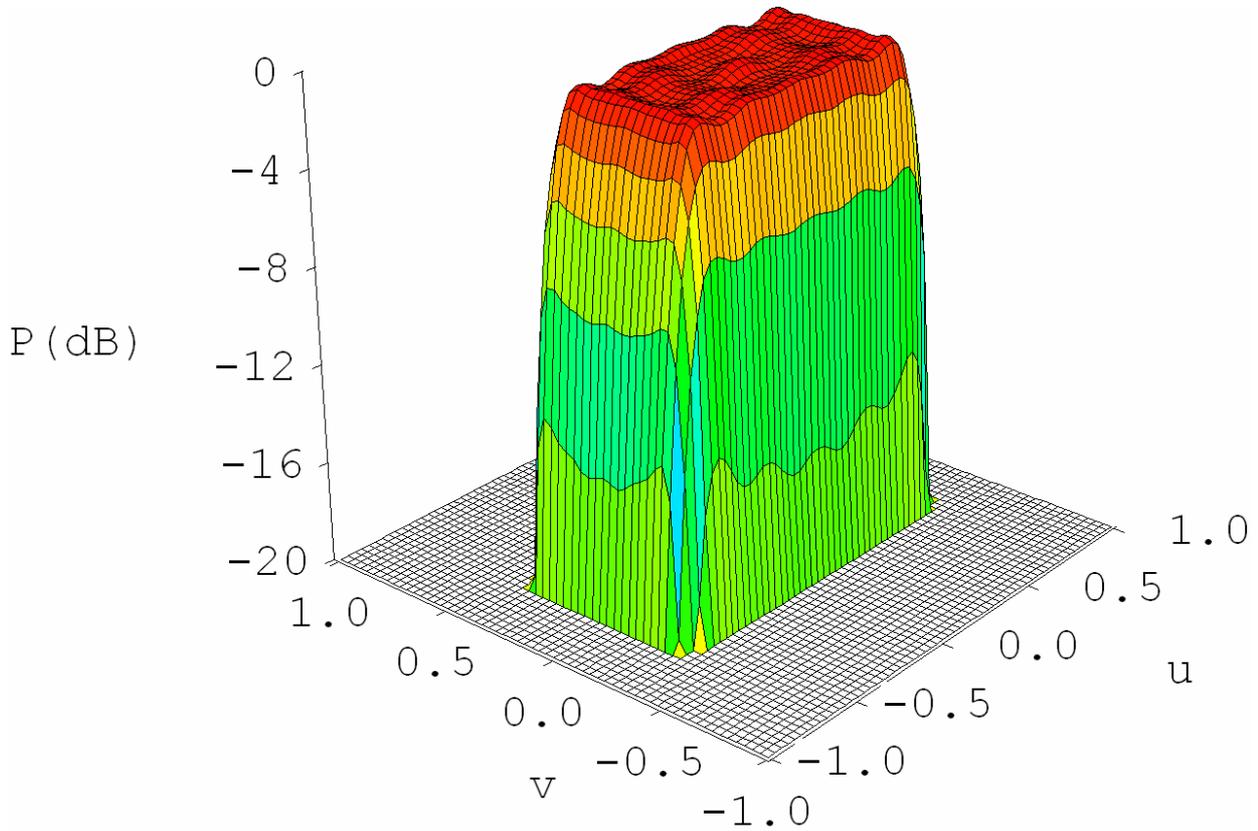


Figura 1.2.7 Diagrama de radiación radiado por la agrupación bidimensional mostrada en la Fig. 1.2.5 y obtenida a partir de una distribución real de excitación.

R (dB)	0.57
SLL (dB)	-20.12
RD	166.93
Nº de elementos por cuadrante	59
Directividad_mín (dBi)	11.2
Directividad_máx (dBi)	11.8
Pendiente_mín (dB/grado)	-3.26
Pendiente_promedio (dB/grado)	-7.48

Tabla 1.2.2 Características de la agrupación y del diagrama radiado al utilizar una distribución real de excitación.

Nº	Posición		Excitación real	Nº	Posición		Excitación real	Nº	Posición		Excitación real
	X	Y			X	Y			X	Y	
1	0.25	6.25	0.752	21	2.25	3.25	0.101	41	2.75	1.75	0.176
2	0.25	5.75	0.161	22	2.75	3.25	-0.297	42	0.25	1.25	2.922
3	0.75	5.75	0.188	23	3.25	3.25	0.280	43	0.75	1.25	-0.186
4	0.25	5.25	-1.323	24	0.25	2.75	-1.415	44	1.25	1.25	-0.688
5	0.75	5.25	-0.295	25	0.75	2.75	0.155	45	1.75	1.25	0.584
6	1.25	5.25	0.130	26	1.25	2.75	0.352	46	2.25	1.25	0.311
7	0.25	4.75	-0.864	27	1.75	2.75	-0.247	47	2.75	1.25	-0.521
8	0.75	4.75	0.101	28	2.75	2.75	0.162	48	3.25	1.25	0.164
9	1.25	4.75	0.101	29	3.25	2.75	-0.209	49	0.25	0.75	11.523
10	0.25	4.25	0.566	30	0.25	2.25	-3.535	50	0.75	0.75	0.404
11	0.75	4.25	0.115	31	0.75	2.25	-0.158	51	1.25	0.75	-2.280
12	1.25	4.25	0.101	32	1.25	2.25	0.608	52	1.75	0.75	1.135
13	0.25	3.75	2.076	33	1.75	2.25	-0.301	53	0.25	0.25	16.856
14	0.75	3.75	0.101	34	2.25	2.25	0.315	54	0.75	0.25	0.608
15	1.25	3.75	-0.201	35	2.75	2.25	0.177	55	1.25	0.25	-3.583
16	1.75	3.75	0.221	36	0.25	1.75	-2.403	56	1.75	0.25	1.986
17	0.25	3.25	1.267	37	0.75	1.75	0.162	57	2.25	0.25	0.486
18	0.75	3.25	-0.328	38	1.25	1.75	0.464	58	2.75	0.25	-1.894
19	1.25	3.25	-0.224	39	1.75	1.75	-0.452	59	3.25	0.25	1.185
20	1.75	3.25	0.234	40	2.25	1.75	-0.331				

Tabla 1.2.3 Excitaciones y posiciones de cada uno de los elementos del primer cuadrante que pertenecen a la agrupación y que generan el diagrama de la Fig. 1.2.7.

b) Utilización de una distribución de excitación compleja:

En este caso empezamos con otro conjunto de raíces, mostradas en la Tabla 1.2.4, y que aparecen en otro artículo de Elliott en [2], donde $\bar{n} = 6$ y $M=2$. Se emplearán en las ecuaciones 1.2.2 y 1.2.5 para la obtención de la función de abertura y el diagrama de radiación asociado, respectivamente.

n	1	2	3	4	5
u_n	0.5967	1.7837	3.6420	4.3039	5.2119
v_n	0.5225	0.5268	0	0	0

Tabla 1.2.4 Raíces utilizadas en la distribución de excitación compleja.

En la primera etapa del proceso de síntesis se ha obtenido una agrupación bidimensional de 24 elementos por cuadrante (ver Fig. 1.2.8), contenido en un rectángulo de dimensión 5×8 elementos a lo largo de las direcciones x e y , respectivamente. Esto implica una ocupación del 60% y una reducción del 59% respecto al caso anterior. El diagrama de radiación obtenido presenta un rizado de 3.06 dB en la región de emisión, un nivel de lóbulos laterales de -5.42 dB y un RD de 4.28.

Las características del diagrama de radiación se pueden mejorar en la segunda parte del proceso de síntesis logrando reducir el rizado hasta los 0.65 dB, el SLL a -20.5 dB (ver Fig. 1.2.9), aunque el precio a pagar fue un aumento en el nivel de rango dinámico hasta 38.01, como se refleja en la Tabla 1.2.5. Además se han incluido los cálculos de directividad máxima, 10.8 dBi, y mínima 10.1 dBi. Valores que son 1 dBi inferiores a los obtenidos en el ejemplo anterior. Nótese que el número de elementos en este caso es menos que la mitad de los considerados en el caso real. Respecto al valor de la

pendiente, su valor mínima es de -1.11 dB/grado mientras que el valor promedio baja hasta -3.13 dB/grado, cuyo valor absoluto es menor que en el ejemplo anterior lo que da lugar a un diagrama de radiación más ancho.

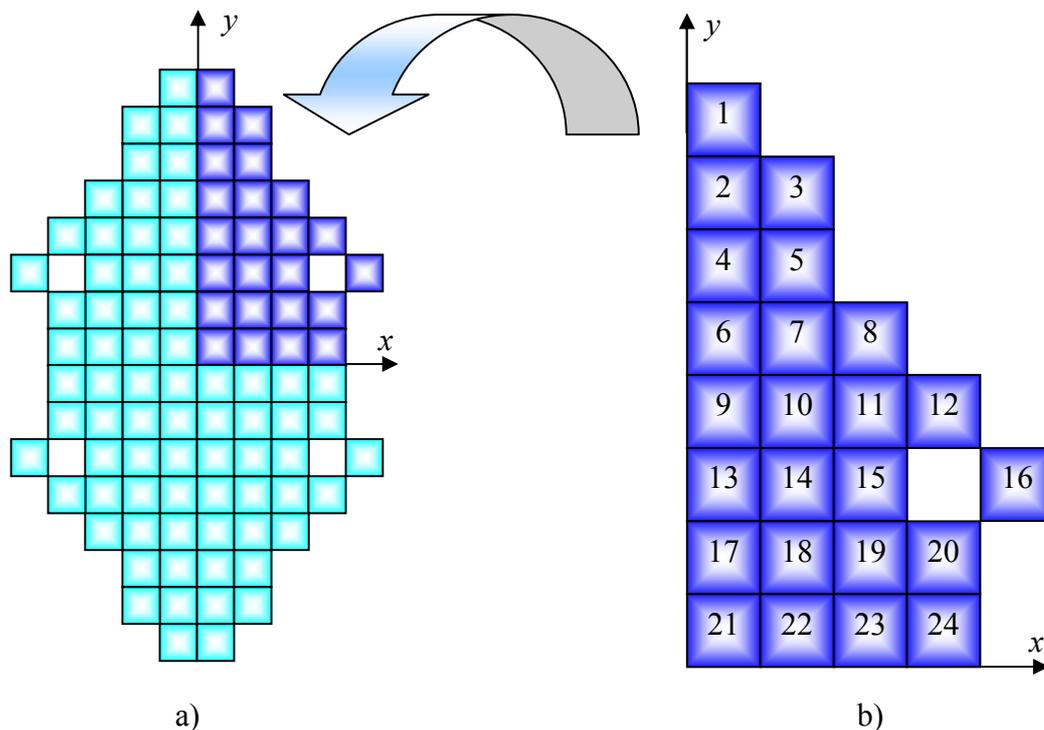


Figura 1.2.8 Disposición de los elementos de la agrupación obtenida con una distribución de excitación compleja. a) Cuatro cuadrantes; b) Primer cuadrante.

Cada una de las posiciones de los elementos radiantes del primer cuadrante así como el valor de sus excitaciones complejas, se muestran en la Tabla 1.2.6.

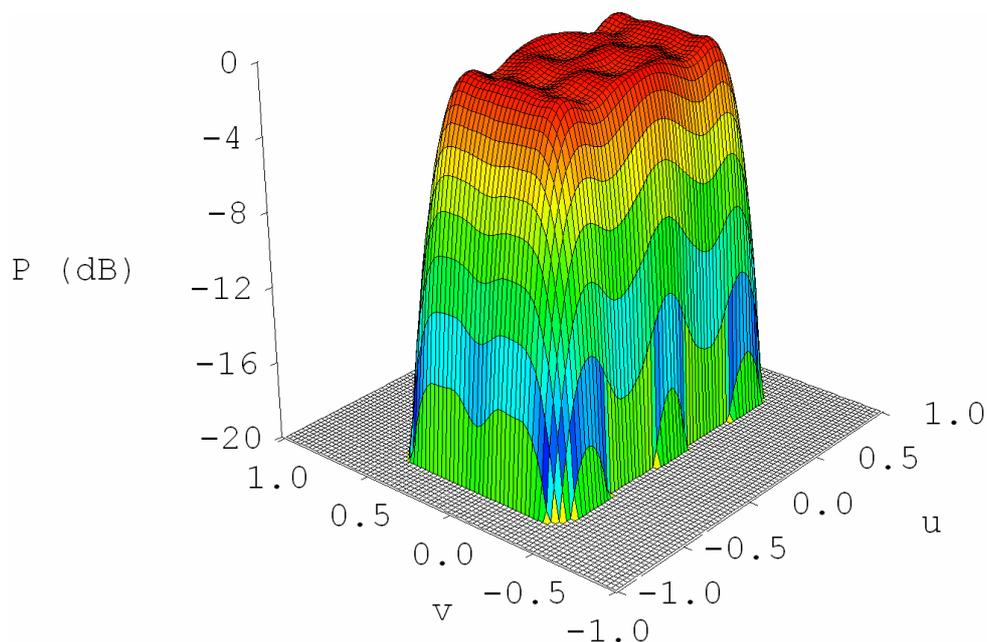


Figura 1.2.9 Diagrama de radiación radiado por la agrupación bidimensional mostrada en la Fig. 1.2.8 y obtenida a partir de una distribución compleja de excitación.

R (dB)	0.65
SLL (dB)	-20.5
RD	38.01
Nº de elementos	24
Directividad mín (dBi)	10.1
Directividad mín (dBi)	10.8
Pendiente mín (dB/grado)	-1.11
Pendiente promedio (dB/grado)	-3.13

Tabla 1.2.5 Características de la agrupación y del diagrama radiado al utilizar una distribución compleja de excitación.

Nº	Posición		Excitación compleja		Nº	Posición		Excitación compleja	
	X	Y	Módulo	Fase (radianes)		X	Y	Módulo	Fase (radianes)
1	0.25	3.75	0.376	0.245	13	0.25	1.25	9.019	1.262
2	0.25	3.25	2.150	-1.819	14	0.75	1.25	4.252	0.115
3	0.75	3.25	0.999	-2.731	15	1.25	1.25	1.487	-0.215
4	0.25	2.75	2.763	-1.431	16	2.25	1.25	0.574	2.343
5	0.75	2.75	1.016	-1.371	17	0.25	0.75	7.932	2.356
6	0.25	2.25	3.833	0.439	18	0.75	0.75	6.691	0.900
7	0.75	2.25	3.022	-0.717	19	1.25	0.75	3.409	0.020
8	1.25	2.25	1.163	-1.619	20	1.75	0.75	2.277	-2.282
9	0.25	1.75	8.480	0.609	21	0.25	0.25	14.299	2.969
10	0.75	1.75	3.503	-0.200	22	0.75	0.25	8.397	1.196
11	1.25	1.75	2.455	-1.058	23	1.25	0.25	4.732	0.260
12	1.75	1.75	1.218	2.296	24	1.75	0.25	4.273	-1.893

Tabla 1.2.6 Excitaciones y posiciones de cada uno de los elementos del primer cuadrante que pertenecen a la agrupación y que generan el diagrama de la Fig. 1.2.9.

1-2.4. Conclusiones

Esta técnica de estirar y encoger los sectores circulares en que se divide una cierta distribución circular, permite encontrar un contorno óptimo de la agrupación bidimensional que radia una huella deseada. Dicho método puede trabajar tanto con distribuciones reales como complejas para obtener el mismo diagrama de radiación deseado. Con la distribución real se obtienen unos diagramas de radiación más definidos a costa de emplear un mayor número de elementos y un alto valor de rango dinámico. En cambio, con la distribución de excitación compleja los diagramas obtenidos presentan una caída más suave puesto que hay que emplear un menor número de elementos que en el caso real, por otro lado, el rango dinámico es menor.

1-2.5. Referencias

- [1] J. M. Cid, J. A. Rodríguez, F. Ares, and E. Moreno, “Synthesis of satellite footprints by perturbation of Woodward-Lawson solutions for planar array antennas”, *J. Electromagn. Waves Appl.*, Vol. 14, pp. 3–10, 2000.
- [2] R. S. Elliott and G. J. Stern, “Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution”, *Proc. Inst. Elect. Eng.*, pt. H, Vol. 135, N° 6, pp. 366–370, 1988.
- [3] R. S. Elliott and G. J. Stern, “Footprint patterns obtained by planar arrays”, *Proc. Inst. Elect. Eng.*, pt. H, Vol. 137, N° 2, pp. 108–112, 1990.
- [4] F. Ares, R. S. Elliott, and E. Moreno, “Design of planar arrays to obtain efficient footprint patterns with an arbitrary footprint boundary”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 42, N° 11, pp. 1509–1514, 1994.
- [5] F. Ares, J. A. Rodríguez, A. Vieiro, and E. Moreno, “Efficient footprint patterns obtained by spreading out collapsed distributions”, *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol. 14, N° 2, pp. 108–111, 1997.
- [6] A. Trastoy, F. Ares, and E. Moreno, “Arbitrary footprint patterns from planar arrays with complex excitations”, *Electron. Lett.*, Vol. 36, N° 20, pp. 1678–1679, 2000.
- [7] R. S. Elliott, *Antenna Theory and Design*, Revised Edition, IEEE Press, Wiley-Interscience, New Jersey, 2003.
- [8] T. T. Taylor, “Design of circular apertures for narrow beamwidth and low sidelobes”, *Trans. IRE*, Vol. 8, pp. 17-22, 1960.
- [9] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, 2nd ed. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, pp. 444–455, 1992.

1-3. Síntesis óptima de diagramas suma a partir de un método híbrido de optimización.

1-3.1. Introducción

Las agrupaciones de antenas cuyo espaciado entre elementos es superior a un umbral, que depende de la dirección de apuntamiento, presentan “grating lobes” (repetición del diagrama principal) en su diagrama de radiación. Este problema se puede resolver, al menos en principio, al usar agrupaciones de elementos no equiespaciadas, conocidas también como agrupaciones aperiódicas. Este tipo de agrupaciones permite cubrir una mayor abertura con un número relativamente bajo de elementos si lo comparamos con el caso equiespaciado, lo que es una ventaja en términos de coste o ancho de haz. Debido a esto, las agrupaciones no equiespaciadas son de interés en muchas aplicaciones: antenas [1], ultrasonidos [2], Ingeniería Oceanográfica [3], procesamiento de señal [4]... incluyendo posibles aplicaciones futuras en comunicaciones móviles [5]. Finalmente, el problema también presenta ciertas similitudes con la síntesis de filtros digitales [6]. Por otro lado, el problema no solo consiste en conocer las posiciones de los elementos sino también la posición de los mismos.

En este trabajo se trata de resolver el problema de síntesis de agrupaciones lineales no equiespaciadas, capaces de radiar un campo con un máximo de radiación en una dirección dada y con una cierta topografía en el resto del espacio. En particular, el objetivo es determinar los valores óptimos de excitación y posición de una agrupación de elementos una vez que el número de elementos y la dimensión máxima, L , de la agrupación han sido fijados.

Debido a la no linealidad (y no convexidad) intrínseca del problema, ha sido necesario hacer uso de técnicas de optimización globales como los algoritmos genéticos [7] o el “simulated annealing” SA [8-10]. Como consecuencia, estos métodos globales optimizan los dos conjuntos de variables (excitaciones y posiciones) simultáneamente lo que da lugar a una gran cantidad de carga computacional. Sin embargo, estos trabajos no han tenido en cuenta los resultados que aparecen en [11] donde, para un conjunto fijado de posiciones, el problema se convierte en un problema de programación convexo PPC, “convex programming problem”. Una alternativa a estas técnicas es el uso de un método híbrido que se aprovecha del carácter convexo del problema de encontrar el conjunto de excitaciones de la agrupación. En particular, el problema de optimización global se reduce solo a la minimización de una función de coste que es función de las posiciones. Esto indica que en una agrupación de N elementos radiantes sólo es necesario calcular $N-1$ posiciones y N excitaciones complejas (N amplitudes y N fases), con lo que tenemos $3N-1$ incógnitas. Con el método propuesto en este trabajo, el número de incógnitas que se requieren optimizar con la técnica global sólo es $1/3$ de las requeridas con las técnicas existentes.

Como una primera consecuencia, esta forma de redistribuir el cálculo permite mejorar la eficiencia computacional. Por otro lado, en los casos más difíciles el factor de reducción juega un papel decisivo para conseguir las soluciones óptimas o mejorar las soluciones obtenidas con otros métodos. De hecho, la complejidad computacional crece exponencialmente con el número de incógnitas; esto implica que en cualquier ordenador siempre hay una limitación en el número máximo de incógnitas que pueda optimizar. De hecho cuando esta frontera es traspasada no se puede asegurar que la solución obtenida sea la óptima. El método híbrido hace posible resolver problemas de síntesis

de una forma satisfactoria comparado con otras técnicas que sólo alcanzan una solución sub-óptima.

El método propuesto también se diferencia de otros métodos híbridos publicados en la literatura [12-15], en que éstos ejecutan su método sobre el conjunto total de variables mientras que el propuesto aplica una optimización local, PPC, a un grupo de variables y una optimización global, SA, al resto de las incógnitas.

1-3.2. Método

Consideremos inicialmente la expresión del factor campo debido a una agrupación lineal de N elementos localizados a lo largo del eje z .

$$F(\theta) = \sum_{n=1}^N I_n \exp\{jk z_n \cos(\theta)\} \quad (1.3.1)$$

Donde I_n es la excitación n -ésima de la agrupación, que está localizada en la posición z_n ; θ es la posición angular de elevación del punto campo desde el eje z ; $k = 2\pi / \lambda$ es el número de onda.

Se desea encontrar la expresión del campo respecto a un ángulo θ' que se calcula desde la dirección perpendicular al eje z , dirección “broadside”, esto es: $\theta' = \theta + \frac{\pi}{2}$, entonces $\sin(\theta') = \cos(\theta)$,

$$F(\theta') = \sum_{n=1}^N I_n \exp\{jk z_n \sin(\theta')\} \quad (1.3.2)$$

Si además se requiere expresar el campo respecto a un ángulo, θ'_0 , al cual apunta el haz principal (ver Fig. 1.3.1), entonces la expresión quedará:

$$F(\theta') = \sum_{n=1}^N I_n \exp\{jk z_n \sin(\theta'_0)\} \exp\{jk z_n (\sin(\theta') - \sin(\theta'_0))\} \quad (1.3.3)$$

Llamando $I'_n = I_n \exp\{jk z_n \sin(\theta'_0)\}$ y $u' = \sin(\theta') - \sin(\theta'_0)$, la ecuación anterior queda:

$$F(u') = \sum_{n=1}^N I'_n \exp\{jk z_n u'\} \quad (1.3.4)$$

Expresión muy similar, matemáticamente a la ec. 1.3.1. Las excitaciones I'_n coinciden con las excitaciones I_n excepto en un factor de fase $jk z_n \sin(\theta'_0)$ que nos da la dirección de apuntamiento; estas excitaciones coinciden en $\theta'_0 = 0$, esto es, cuando el haz es normal al eje de la agrupación. En este caso, los valores que u' puede tener en el espacio visible se encuentran en el rango $u' \in [-1, 1]$. Si el haz principal se encuentra en

otra dirección $\theta'_0 \neq 0$, entonces la región visible de u' va desde $u' = -1 - \text{sen}(\theta'_0)$, hasta $u' = 1 - \text{sen}(\theta'_0)$, para un valor dado de θ'_0 .

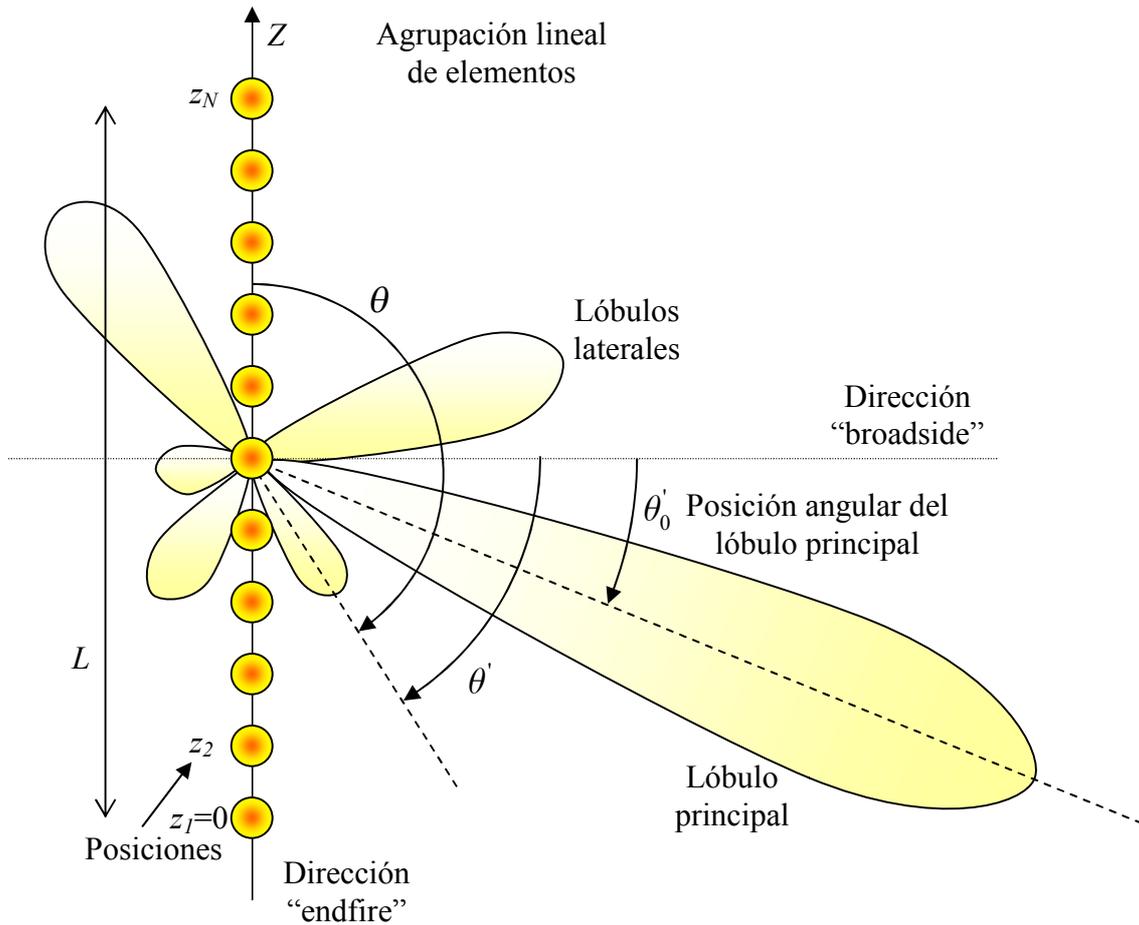


Figura 1.3.1 Ejemplo de diagrama de radiación mostrando el ángulo θ medido respecto al eje z ; y los ángulos θ' y θ'_0 medidos respecto a la dirección normal a z .

Si se desea considerar el caso de un haz dirigido, los valores de interés en términos de u' están relacionados con la anchura del sector angular a ser escaneado. Por ejemplo, si queremos escanear la región angular $\theta' \in [-\theta'_s, \theta'_s]$, entonces las restricciones de diseño tienen que localizarse en la región $u' \in [-1 - |\text{sen}(\theta'_s)|, 1 + |\text{sen}(\theta'_s)|]$.

El problema a resolver se puede enunciar del siguiente modo:

Hay que calcular las $N-1$ posiciones:

$$z_2, z_3, \dots, z_N \text{ (ya que } z_1=0) \tag{1.3.5}$$

y las N excitaciones complejas I'_n , $2N$ variables:

$$I'_1, I'_2, \dots, I'_N \tag{1.3.6}$$

que hagan que la potencia en la dirección del haz principal sea máxima:

$$|F(0)|^2 \Big|_{\max} \quad (1.3.7)$$

con las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} |F(u')|^2 \leq Masc(u') \quad ; \quad \forall u' \in \{(u'_{\min}, -HBW) \cup (u'_{\max}, +HBW)\} \\ 0 < z_n < L \quad ; \quad \forall n = 2, 3, \dots, N \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

Donde la función $Masc(u')$ define la topografía de lóbulos laterales y $2HBW$ es la anchura del lóbulo principal en términos de la variable u' . Posteriormente el ancho de haz se define en términos de $Masc(-HBW)$ y $Masc(+HBW)$, valor que es más estrecho que calculándolo de nulo a nulo. Por último, los valores u'_{\min} y u'_{\max} se determinan en función de los requerimientos del problema, como ya se ha indicado anteriormente. Por ejemplo, $u'_{\min} = -1$ y $u'_{\max} = +1$ en caso de que el haz principal se encuentre en $\theta'_0 = 0$; sin embargo $u'_{\min} = -1 - |\text{sen}\theta'_s|$ y $u'_{\max} = 1 + |\text{sen}\theta'_s|$ en caso de que el lóbulo principal se mueva entre los ángulos $-\theta'_s$ y θ'_s .

La formulación anterior permite considerar el caso de agrupaciones cuyo haz principal se localice entre dos direcciones angulares y que cualquier topografía de lóbulos laterales, incluyendo diagramas asimétricos, se pueda sintetizar.

Si consideramos las propiedades de los campos radiados desde fuentes con dimensiones finitas [16], las restricciones de ec. 1.3.8 se pueden sustituir por otras aplicadas a un gran número de puntos u'_i ($u'_{\min} \leq u'_i \leq u'_{\max}$), donde $i = 1, 2, \dots, G$. Además, como en [11] y sin pérdida de generalidad, uno puede fijar una fase de referencia de tal forma que $F(0)$ sea una cantidad real y no positiva (ver apéndice). Teniendo en cuenta estas consideraciones, el problema se puede formular como sigue:

Hay que encontrar el conjunto de las $N-1$ posiciones, ya que $z_1=0$,

$$\Omega_z = (z_1 = 0, z_2, \dots, z_N) \quad (1.3.9)$$

y el conjunto Ω_I , de las N excitaciones complejas I'_n , $2N$ variables.

$$\Omega_I = (I'_1, I'_2, \dots, I'_N) \quad (1.3.10)$$

Tal que la parte real de campo en la dirección del haz principal $F(0)$ sea mínima

$$\text{Re}[F(0)] \Big|_{\min} \quad (1.3.11)$$

con las siguientes restricciones:

$$\left|F(u_i')\right|^2 \leq Masc(u_i') \quad ; \quad \forall u_i' \in \left\{\left(u_{\min}', -HBW\right) \cup \left(u_{\max}', +HBW\right)\right\} \quad (1.3.12)$$

$$i = 1, 2, \dots, G$$

$$\text{Im}[F(0)] = 0 \quad (1.3.13)$$

$$0 < z_n < L \quad ; \quad \forall n = 2, 3, \dots, N \quad (1.3.14)$$

Como se demuestra en [11], para cualquier conjunto fijo de posiciones, el problema de calcular las excitaciones (ec. 1.3.7) sometido a unas restricciones (ec. 1.3.12-14) da lugar a un problema de programación convexo (PPC). Además, este problema presenta un único mínimo; el mínimo global, si se fija la posición de las excitaciones. Nótese que este valor óptimo se alcanza en un único punto o en un subconjunto convexo del conjunto de excitaciones.

Por otro lado, la ecuación 1.3.7 y las restricciones 1.3.8-9 no son convexas con respecto a la posición de los elementos, así que todo problema de optimización puede admitir varios óptimos locales y las técnicas de optimización global tienen que usarse para escoger la mejor solución. Haciendo esto, la eficiencia se puede incrementar debido a la propia convexidad del problema con respecto a las variables de excitación.

Consideremos un conjunto genérico de posiciones $\Omega_z = (z_1 = 0, z_2 \dots z_N)$, que satisfacen la restricción 1.3.14, de una agrupación de N elementos. Para cada conjunto arbitrario Ω_z de posiciones y en virtud de los resultados encontrados en [11], las restricciones que aparecen en las ecuaciones 1.3.12-13 definen un conjunto convexo que definimos como C . Introduzcamos una función auxiliar $A_u = A_u(\Omega_z)$ que definimos como:

$$A_u(\Omega_z) = \underset{(\Omega_z = (I_1, I_2, \dots, I_N)) \in C}{MIN} \left\{ \text{Re}[F(0)] \right\} \quad (1.3.15)$$

Donde la función $A_u = A_u(\Omega_z)$ nos da el valor óptimo de $\text{Re}[F(0)]$ que coincide con su valor mínimo para el conjunto dado de posiciones, Ω_z . Aunque $A_u(\Omega_z)$ no tiene una expresión cerrada en términos de $\Omega_z = (z_1 = 0, z_2 \dots z_N)$, ésta se puede computar de una forma conceptual resolviendo el problema de programación convexa, PPC, en el lado derecho de ec. 1.3.15. La solución se consigue después de utilizar las librerías numéricas de Matlab [17] que dan un valor de $A_u(\Omega_z)$ y el conjunto de excitaciones óptimas Ω_z' . Como consecuencia, todo el problema se reduce ahora a aplicar una optimización global de la función $A_u = A_u(\Omega_z)$.

Ahora hay que decidir qué técnica de optimización global adoptar. La evaluación de la función auxiliar $A_u(\Omega_z)$ implica la solución de un PPC; los algoritmos genéticos requieren la computación de la función objetivo para cada elemento de la población (en cada iteración) lo que podría dar lugar a una excesiva carga computacional. El “simulated annealing”, SA, [18-19] parece más adecuado para resolver este tipo de problemas por lo que se ha sido elegido.

El SA fue inicialmente desarrollado para simular el comportamiento de las moléculas de una sustancia pura durante el lento enfriamiento que es necesario en la formación de un cristal perfecto (mínimo estado de energía). El uso de esta técnica para resolver problemas de optimización globales se basa en la analogía entre el estado de cada molécula y el estado de cada variable que afecta a la función de coste a minimizar. Esta función es la función de energía y en nuestro caso viene dada por $A_u = A_u(\Omega_z)$. En cada iteración del algoritmo se induce una pequeña perturbación aleatoria en las variables a optimizar, obteniendo una nueva configuración. Si la nueva configuración reduce la función energía, entonces este estado se acepta y se considera como un estado óptimo; por el contrario, si se provoca un aumento en la energía, entonces la nueva configuración de variables se acepta o no con una probabilidad que depende de la temperatura del sistema, de acuerdo a la distribución de Boltzmann. El proceso iterativo se repite hasta que la configuración de estados llega a un estado final de mínima energía, a temperatura 0.

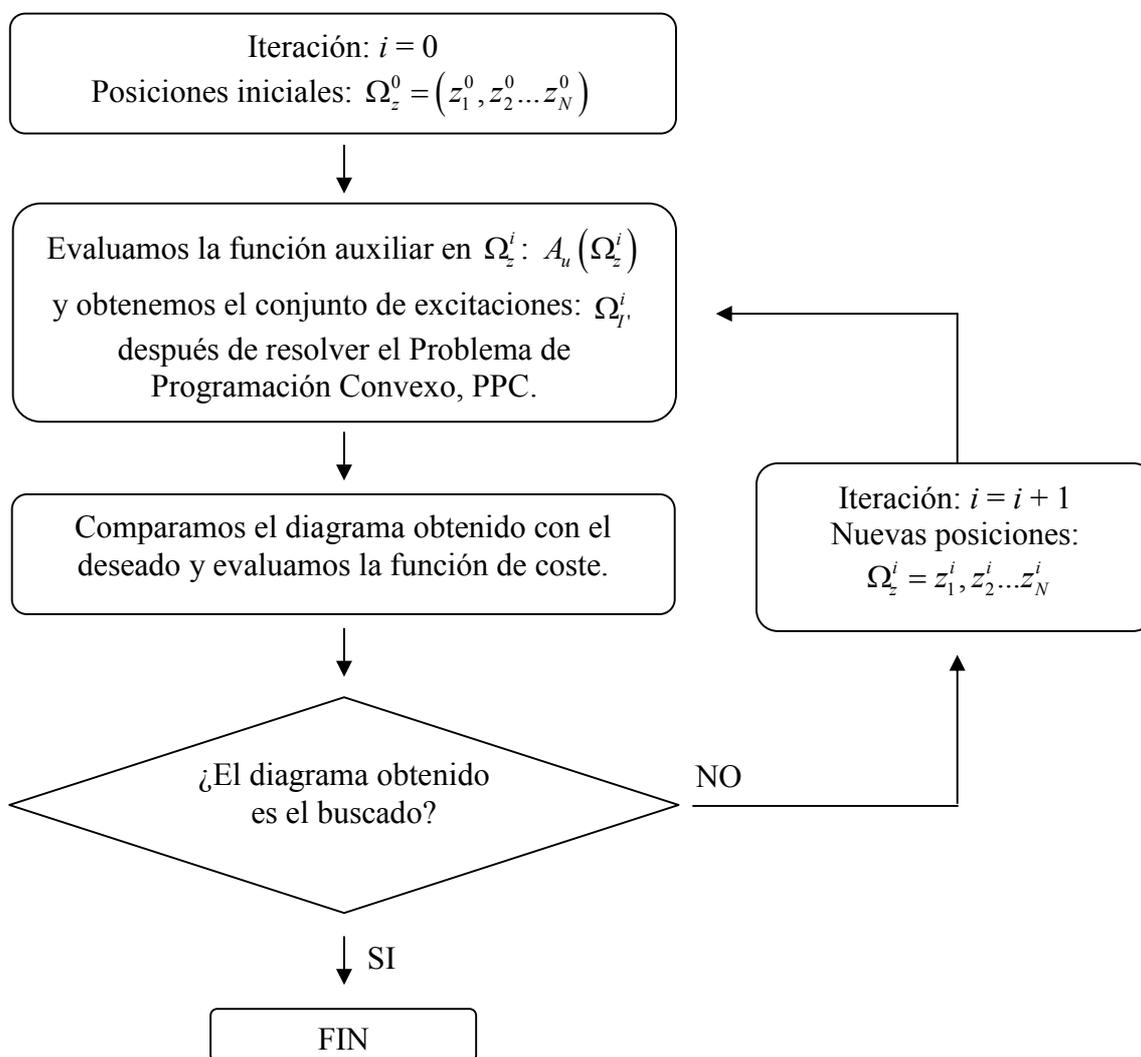


Figura 1.3.2 Diagrama de flujo del método híbrido.

Todo el proceso se resume en el diagrama de flujo que aparece en la Fig. 1.3.2. En un primer paso, iteración $i=0$, se parte de una solución de prueba correspondiente a las posiciones de los elementos. Por ejemplo, inicialmente los elementos se podrían

disponer de forma equiespaciada. Esto da lugar a un conjunto $\Omega_z^0 = (z_1^0 = 0, z_2^0 \dots z_N^0)$ de posiciones $(z_i^i = 0, \forall i)$. Con este conjunto de posiciones podemos evaluar la función auxiliar $A_u(\Omega_z^i)$, donde $i=0$. Al resolver el PPC obtenemos un conjunto de excitaciones Ω_z^i . En este paso ya conocemos tanto las posiciones de los N elementos como sus excitaciones, con lo que es posible conocer el valor del campo en cualquier punto del espacio, solo evaluando la ec. 1.3.4, y por tanto construir el diagrama en potencia. Esto nos permite comparar el diagrama obtenido con el deseado con lo que podemos construir una función de coste con las diferencias entre ambos diagramas para posteriormente minimizarlas. Si el diagrama obtenido es el buscado, el proceso iterativo termina en este punto. En caso de que el diagrama deba ser mejorado empezamos una nueva iteración: $i = i+1$, con lo que se perturban las posiciones anteriores, con el SA, dando lugar a un nuevo conjunto de posiciones Ω_z^i . Posteriormente se evalúa la función auxiliar, $A_u(\Omega_z^i)$, en este nuevo conjunto de posiciones obteniendo un nuevo conjunto de excitaciones Ω_z^i y el proceso iterativo se repite hasta que el diagrama obtenido, que presenta la menor función de coste, sea el buscado.

1-3.3. Ejemplos

Para testear el método propuesto, consideramos dos topografías diferentes de lóbulos laterales: una simétrica y la otra asimétrica, usualmente encontradas en la literatura [3, 10]. En todos los ejemplos, el proceso comienza con un conjunto de posiciones equiespaciadas: 0.5λ y 0.45λ para el primero y segundo casos, respectivamente. En cada iteración se genera, con el SA, un conjunto de posiciones Ω_z^i que será el argumento de la función auxiliar $A_u(\Omega_z^i)$ obteniendo el conjunto de excitaciones Ω_z^i , este proceso se realiza con la subrutina “fmincon” de Matlab [17]. Notar que en cada iteración esta subrutina devuelve el conjunto de excitaciones óptimas para ese conjunto de posiciones.

A) Caso simétrico:

Consideremos el diagrama de radiación “broadside”, generado por una agrupación lineal de elementos con un inter-espaciado promedio mayor que λ , $(\bar{\Omega}_z^i > \lambda)$.

Nuestro objetivo es sintetizar un diagrama de radiación simétrico con el lóbulo principal localizado en una máscara en la región $|u| \leq 0.04$, o $|HBW| = 0.02$, que es equivalente a un ancho de haz de 4.6° . En particular, esta topografía que muestra en el problema descrito en [10], que se refiere a una agrupación de 25 elementos con una dimensión máxima de 50λ con la que se ha conseguido un nivel de lóbulos laterales de -14.45 dB respecto al máximo principal.

Al aplicar el método propuesto a este problema de síntesis y para aliviar los efectos de acoplo mutuo, se introduce una restricción adicional donde el inter-espaciado entre elementos contiguos es $\geq 0.5\lambda$.

El patrón sintetizado parte de un conjunto inicial de espaciados entre elementos de $\lambda/2$ y después de una serie de iteraciones, se logra el diagrama mostrado en Fig. 1.3.3.

El nivel de lóbulos laterales, SLL , es de -20.1 dB con lo que se ha reducido en casi 5.7 dB respecto al ejemplo descrito en [10]. Además, la longitud de la antena es más pequeña, obteniéndose un valor $L=26\lambda$. Por último, la Tabla 1.3.1 muestra la parte real de las excitaciones obtenidas, siendo su parte imaginaria despreciable en este caso. Incluso sin especificar en las restricciones el rango dinámico, definido como

$$RD = \frac{|I'_n|_{\max}}{|I'_n|_{\min}},$$

se ha obtenido un valor de 2.63, valor lo suficientemente bajo como para que el dispositivo se pueda construir de una forma sencilla.

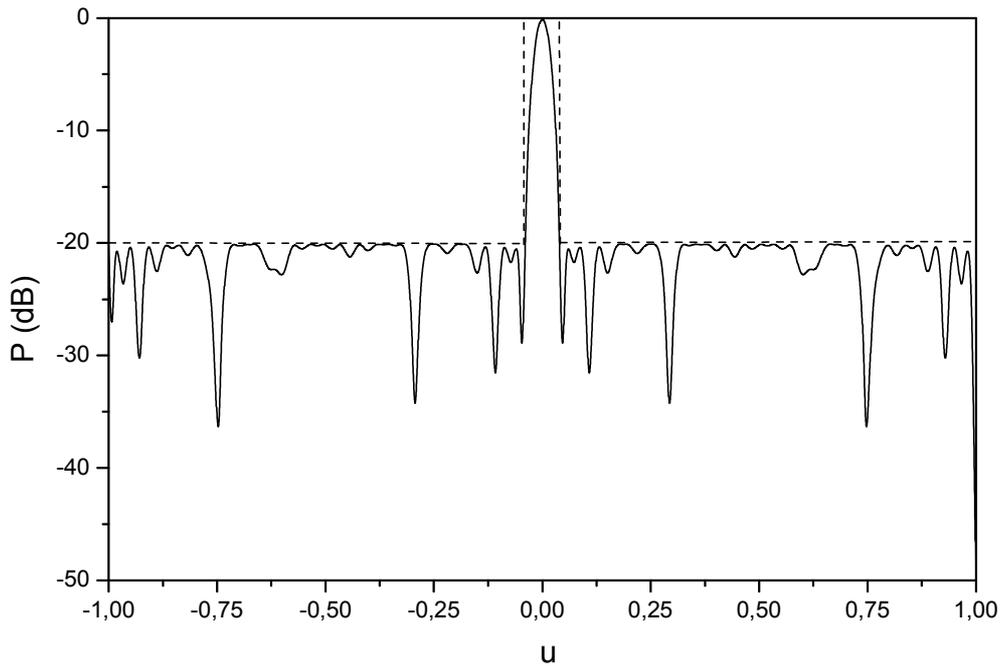


Figura 1.3.3 Diagrama suma sometido a las restricciones de una máscara simétrica y obtenido a partir de una agrupación lineal de 25 elementos con una dimensión $L=26\lambda$.

Nº	z_n (λ)	I'_n Real(*)	Nº	z_n (λ)	I'_n Real(*)
1	0	- 0.233	14	13.495	- 0.584
2	0.961	- 0.402	15	14.438	- 0.414
3	1.925	- 0.306	16	15.437	- 0.434
4	4.803	- 0.410	17	16.377	- 0.400
5	5.750	- 0.477	18	17.316	- 0.321
6	6.675	- 0.429	19	18.309	- 0.543
7	7.517	- 0.290	20	20.229	- 0.613
8	8.260	- 0.261	21	21.169	- 0.364
9	8.879	- 0.393	22	22.164	- 0.269
10	9.715	- 0.475	23	23.116	- 0.426
11	10.654	- 0.399	24	24.062	- 0.434
12	11.589	- 0.549	25	26.013	- 0.299
13	12.547	- 0.406			

Tabla 1.3.1 Posiciones y excitaciones, (*) cuya parte imaginaria se desprecia, de la agrupación lineal de elementos que generan el diagrama mostrado en Fig. 1.3.3.

B) Caso asimétrico:

Para ser más exigentes con el método propuesto, vamos a aplicarlo a un caso más complicado. Se desea sintetizar un diagrama suma cuya topografía de lóbulos laterales viene descrita por la Fig. 1.3.4 que presenta una máscara asimétrica. Una de las restricciones que se han de tener en cuenta es que los valores del eje de abscisas varían desde -2 a $+2$, lo que indica que el ángulo de barrido se mueve desde -90° a $+90^\circ$; esto es desde las dos direcciones “endfire”. El lóbulo principal se localiza en el rango $|u| \leq 0.12$, o $|HBW| = 0.06$, que es equivalente a un ancho de haz de aproximadamente 7° . Se desea un nivel de lóbulos laterales de -30 dB y -20 dB a la izquierda y derecha del lóbulo principal, respectivamente, que implica una diferencia de 10 dB's entre las dos regiones.

Los mejores resultados que se presentan en [3] para una agrupación de 21 elementos y una dimensión máxima de $L = 10 \lambda$ proporciona un patrón con $SLL_L = -25$ dB y un $SLL_R = -15$ dB, siendo SLL_L y SLL_R el nivel de lóbulos laterales a la izquierda y a la derecha del lóbulo principal, respectivamente.

En una agrupación lineal de 21 elementos cuya dimensión máxima es de 10λ , si suponemos que éstos se encuentran equiespaciados, entonces la separación entre elementos continuos es de $\lambda/2$. Si queremos optimizar las posiciones, tendremos que jugar con separaciones $\leq \lambda/2$. De hecho, para aplicar nuestro método hemos partido de una agrupación equiespaciada con una interdistancia entre elementos de 0.45λ . Durante el proceso de optimización hemos limitado la separación mínima a 0.40λ y la dimensión máxima de la agrupación a 10λ , $L \leq 10\lambda$.

La Fig. 1.3.4 ilustra el diagrama obtenido por el método híbrido a partir de una agrupación lineal de $N = 21$ elementos, cuya dimensión máxima es de $L = 9.7 \lambda$ (más pequeño que los 10λ del ejemplo presentado en [3]). Se ha logrado un $SLL_L = -29.8$ dB y un $SLL_R = -19.8$ dB, mejorando en casi 5 dB los resultados presentados en la literatura [3]. Tanto las posiciones como las excitaciones, complejas en este caso, se muestran en la Tabla 1.3.2, con lo que se puede comprobar que el rango dinámico, RD , tiene un valor de 3.21 lo que es bastante satisfactorio.

Nº	z_n (λ)	I'_n		Nº	z_n (λ)	I'_n	
		Módulo	Fase (radianes)			Módulo	Fase (radianes)
1	0	0.645	-0.907	12	5.053	2.018	-1.519
2	0.404	1.220	-1.166	13	5.513	2.039	1.549
3	0.828	1.205	-1.436	14	5.958	1.855	1.392
4	1.288	1.093	-1.481	15	6.450	1.690	1.529
5	1.776	1.308	-1.378	16	6.905	1.531	1.410
6	2.215	1.564	1.547	17	7.397	1.337	1.554
7	2.705	1.702	-1.482	18	7.839	1.212	1.366
8	3.184	1.920	-1.430	19	8.308	1.165	1.368
9	3.631	2.005	1.568	20	8.701	0.877	0.981
10	4.111	2.069	-1.509	21	9.717	0.645	1.282
11	4.562	2.069	1.489				

Tabla 1.3.2 Posiciones y excitaciones, (*) cuya parte imaginaria se desprecia, de la agrupación lineal de elementos que generan el diagrama mostrado en Fig. 1.3.3.

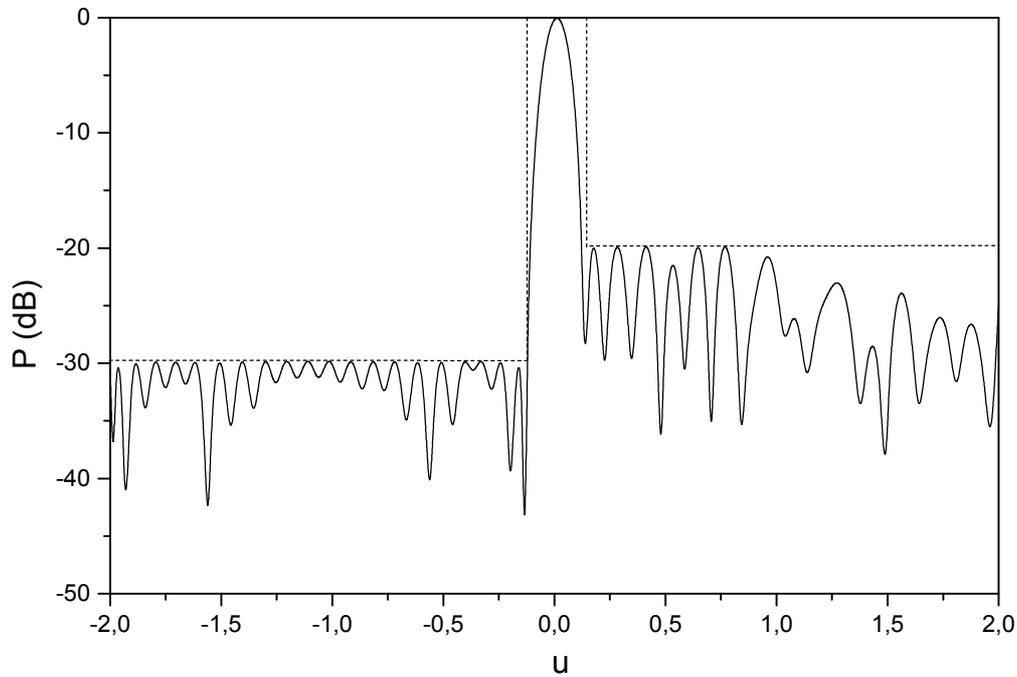


Figura 1.3.4 Diagrama suma sometido a las restricciones de una máscara simétrica y obtenido a partir de una agrupación lineal de 21 elementos con una dimensión $L=9.7 \lambda$.

En ambos ejemplos, simétrico y asimétrico, el ancho de banda definido en términos de aquellas frecuencias que hacen que el *SLL* caiga un número dado de dB's es bastante estrecho. Por ejemplo, si permitimos una caída de 5 dB en el *SLL*, se obtiene un ancho de haz del 9%. Nótese que el ancho de banda depende del factor elemento, con lo que se pueden obtener resultados mejores eligiendo adecuadamente el elemento radiante.

Nº	z_n (λ)	I'_n Real(*)	Nº	z_n (λ)	I'_n Real(*)
1	0	-0.331	14	13.495	-0.331
2	0.961	-0.385	15	14.438	-0.266
3	1.925	-0.258	16	15.437	-0.284
4	4.803	-0.387	17	16.377	-0.291
5	5.750	-0.250	18	17.316	-0.257
6	6.675	-0.284	19	18.309	-0.345
7	7.517	-0.217	20	20.229	-0.403
8	8.260	-0.157	21	21.169	-0.142
9	8.879	-0.241	22	22.164	-0.185
10	9.715	-0.268	23	23.116	-0.325
11	10.654	-0.167	24	24.062	-0.304
12	11.589	-0.367	25	26.013	-0.473
13	12.547	-0.234			

Tabla 1.3.3 Posiciones y excitaciones, (*) cuya parte imaginaria es despreciable, sintetizadas con la condición del aumento en el ancho de banda para el 1^{er} ejemplo.

El método propuesto es lo suficientemente flexible como para incorporar una nueva restricción en el conjunto de ecuaciones, para que de lugar a un mayor ancho de banda. Esto se prueba con el primer ejemplo, donde se parte de las posiciones ya optimizadas y se busca el conjunto de excitaciones Ω_j^i , para aumentar el ancho de banda del diagrama

obtenido. Con esta nueva restricción, se ha logrado un $SLL = -17.01$ dB casi constante en la banda de 2.5 a casi 3 GHz (como se puede observar en la Fig. 1.3.5) y es casi 3 dB mayor que el sintetizado en el primer ejemplo, pero a costa de aumentar el ancho de banda hasta el 20%. En la Tabla 1.3.3 se muestran tanto las posiciones como las nuevas excitaciones de esta agrupación que presentan un gran ancho de banda en frecuencias.

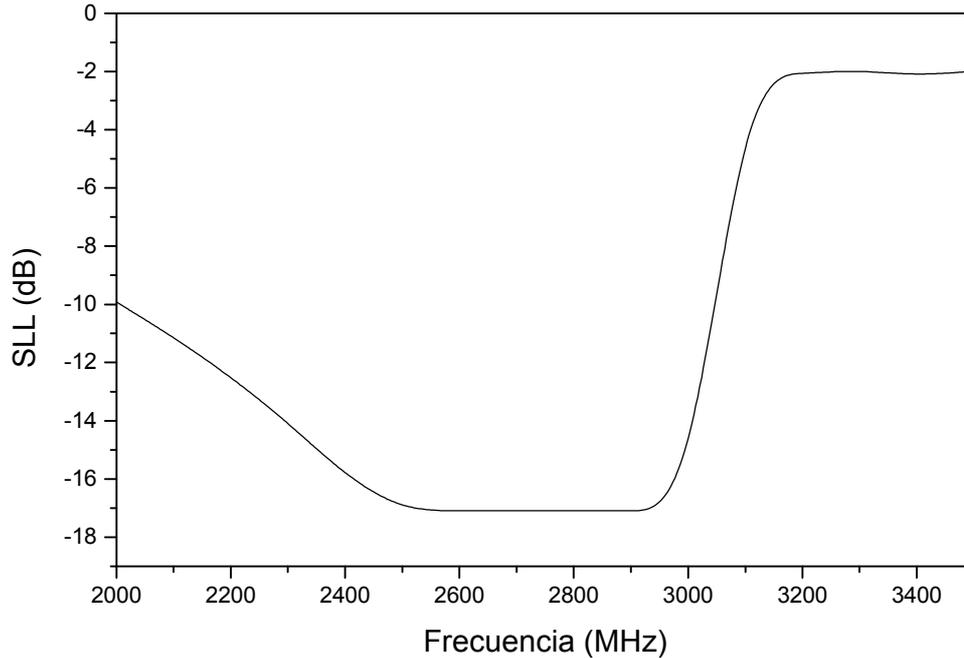


Figura 1.3.5 Comportamiento del SLL frente a la frecuencia en la síntesis de un diagrama suma simétrico (1^{er} ejemplo) a partir de la agrupación lineal de 25 elementos y $L=26\lambda$.

1-3.4. Conclusiones

En este trabajo se ha presentado un método híbrido aplicado a agrupaciones de elementos no equiespaciados. Este método aplica una técnica de optimización global, SA, para el cálculo de las posiciones óptimas y una técnica de optimización local, PPC, para el cálculo de las excitaciones complejas óptimas. Si en principio tenemos $(N-1)+2N$ incógnitas, con este método solo será necesario optimizar globalmente 1/3 de ellas. Esto se traduce en un aumento de la velocidad en la obtención de los resultados con lo que este método es más eficiente que otros que aparecen en la literatura. De hecho, esta técnica se ha aplicado a la síntesis de dos tipos de diagramas suma: uno simétrico y el otro asimétrico, obteniendo por un lado una mejora de entre 5 y 6 dB y, por otro, una antena más pequeña respecto a otras técnicas de síntesis descritas previamente en la literatura. Se ha visto que en uno de los ejemplos se ha podido ampliar el ancho de banda en frecuencias del nivel de lóbulos laterales. Esto se ha llevado a cabo introduciendo una restricción más, referente al ancho de banda, en el proceso de optimización local con el PPC.

Aunque este trabajo se ha focalizado en la síntesis de diagramas a partir de agrupaciones lineales, sería interesante extender dicho método a otro tipo de estructuras como agrupaciones planas e incluso conformadas.

1-3.5. Referencias

- [1] B. P. Kumar and G. R. Branner, "Design of unequally spaced arrays for performance improvement", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 47, N° 3, pp. 511-523, 1999.
- [2] A. Trucco, "Thinning and weighting of large scale planar arrays by using simulated annealing", *IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 46, N° 2, pp. 347-355, 1999.
- [3] A. Trucco, "Synthesizing asymmetric beam patterns", *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 25, N° 3, pp. 347-350, 2000.
- [4] P. Jarske, T. Saramaki, S. K. Mitra, and Y. Neuvo, "On the properties and design of nonuniformly spaced linear arrays", *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing*, Vol. 36, pp. 372-380, 1998.
- [5] L. C. Godara, "Applications of antenna arrays to mobile communications, part I: performance improvement, feasibility and system consideration", *Proc. of the IEEE*, Vol. 85, pp. 1031-1060, 1997.
- [6] N. Maeda, "Transversal filters with non uniform tap spacing", *IEEE Trans. Circuits and Systems*, Vol. 27, pp. 1-11, 1980.
- [7] F. Ares, J. A. Rodriguez, E. Villanueva-Lopez, and S. R. Rengarajan, "Genetic algorithms in the design and optimization of antenna array patterns", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 47, N° 3, pp. 506-510, 1999.
- [8] A. Trastoy, F. Ares, "Linear array pattern synthesis with minimum sidelobe level and null control", *Microwave Opt. Tech. Lett.*, Vol. 15, N° 5, pp. 322-325, 1997.
- [9] V. Murrino, A. Trucco, and C. S. Regazzoni, "Synthesis of unequally spaced arrays by simulated annealing", *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 44, pp. 119-123, 1996.
- [10] A. Trucco and V. Murrino, "Stochastic optimization of linear sparse array", *IEEE Trans. on Oceanic Engineering*, Vol. 24, N° 3, 1999.
- [11] T. Isernia, P. Di Iorio, and F. Soldovieri, "An effective approach for the optimal focusing of array fields subject to arbitrary upper bounds", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 48, N° 12, pp.1837-1847, 2000.
- [12] Y. Hong, L. Zhiping, "A stochastic method for minimizing functions with many minima", in *Proceedings on Neural Networks for Signal Processing*, 12th IEEE Workshop, pp. 289-296, 2002.
- [13] C. H. Im, H.K Jung, Y. J. Kim, "Hybrid genetic algorithm for electromagnetic topology optimization", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 39, N° 5, pp. 2163-2169, 2003.
- [14] H. Hongway, X. Xuezhou and B. Zheng, "Solving vertex covering problems using hybrid genetic algorithm", in *Proceedings on ICSP2000*, pp. 1662-1666, 2000.
- [15] O. M. Bucci, A. Capozzoli, G. D'Elia, "Diagnosis of array faults from far-field amplitude-only data", *IEEE Trans. Antennas. Propagat.*, Vol. 48, N° 5, pp. 647-652, 2000.

- [16] O. M. Bucci and G. Franceschetti, "On spatial bandwidth of radiated fields", *IEEE Trans. Antennas. Propagat.*, Vol. 35, pp. 1445-1455, 1987.
- [17] *Using Matlab*, Version 5.3, The Math Works, 1999.
- [18] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt Jr., and M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing", *Science*, Vol. 220, N° 4598, pp. 671-679, 1983.
- [19] W. H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery, *Numerical Recipes in C (the art of scientific computing)*, Cambridge University Press, 1992.
- [20] L. Caccavale, T. Isernia, and F. Soldovieri, "Methods for the optimal focusing of microstrip array antennas including mutual coupling", *IEE Proc. Microwav., Antennas, Propagat.*, Vol. 147, N° 3, pp. 199-202, 2000.

CAPÍTULO 2

SÍNTESIS SIN MODULACIÓN TEMPORAL: MÉTODOS ANALÍTICOS O CUASI-ANALÍTICOS

2. Síntesis sin modulación temporal: métodos cuasi-analíticos

2-1. Introducción

En este capítulo se van a desarrollar una serie de métodos analíticos o cuasi-analíticos que permitan la síntesis de distintos diagramas de radiación generados a partir de una agrupación lineal, plana o conformada.

En la primera sección del capítulo se utilizará el método de Woodward-Lawson, WL, para la obtención de unos coeficientes de haz que permitirán la utilización de redes formadoras de haz, como la matriz de Butler, para la obtención de antenas multihaz. Dichos coeficientes se obtienen a partir del muestreo de un diagrama de radiación óptimo, previamente sintetizado con el método de Orchard-Elliott-Stern, OES. Dicho método utiliza las ventajas de ambos métodos de síntesis. Se hará una discusión acerca de la multiplicidad de soluciones en el método de Woodward-Lawson. Este método se aplicará a la síntesis de agrupaciones lineales.

La combinación del método de Woodward-Lawson y la técnica de Orchard-Elliott-Stern, OES-WL, se generalizará para su aplicación a la síntesis de agrupaciones planas, que se lleva a cabo en el punto 3 del capítulo. Partiendo de un conjunto de raíces, que han sido encontradas iterativamente utilizando OES, se ha conseguido un diagrama circular generado por una distribución continua circular. Este diagrama, con las características deseadas, se deforma para adaptarse al contorno de la huella deseada. Posteriormente este diagrama se muestrea, utilizando WL, para encontrar el valor de las excitaciones de la agrupación plana. Este proceso permite la síntesis eficiente de diagramas de radiación de contornos arbitrarios generados a partir de agrupaciones planas de cientos o incluso miles de elementos. Esta técnica híbrida se aplicará a la síntesis de una huella rectangular generada por elementos isotrópicos y una huella que permita dar cobertura a Europa usando dos tipos de agrupaciones planas: una que emplea elementos isotrópicos y una segunda que utiliza parches circulares con polarización lineal. El método propuesto mantiene bajo control tanto el nivel de lóbulos laterales como el nivel de rizado en la región de emisión.

Posteriormente, en el punto 4, se extenderá el uso del método híbrido anterior (pero sin el proceso de optimización OES-WL), a la síntesis de agrupaciones conformadas. Este consiste en proyectar cada uno de los elementos de una agrupación plana sobre una superficie cilíndrica cuyas excitaciones se calculan a partir de las muestras de un diagrama de radiación máscara generado por una distribución continua y plana. Esta técnica se aplicará a la síntesis de un diagrama rectangular y dos diagramas triangulares a partir de agrupaciones cilíndricas compuestas por dipolos axiales, obteniéndose finalmente unos valores de rizado y nivel de lóbulos laterales aceptables.

Por último, se investigará las capacidades y limitaciones de algunos métodos analíticos o cuasi-analíticos para la síntesis directa de diagramas de radiación multihaz, desde un satélite geostacionario, para dar cobertura en banda Ka. Entre ellos citamos el método híbrido OES-WL, el método OES y el método de generalizado por Kim y Elliott de la distribución de Tseng-Cheng. Éstos se aplicarán a una agrupación plana de contorno circular compuesta de elementos radiantes, bocinas, dispuestos de forma periódica y rectangular para la síntesis de un diagrama suma con unas características dadas de directividad y nivel de interferencia.

2-2. Método sencillo de síntesis de patrones usando el método de Woodward-Lawson.

2-2.1. Introducción

Las agrupaciones de antenas multi-haz tienen aplicaciones en los campos de las contramedidas electrónicas, en comunicaciones por satélite y en adaptación de nullos (“adaptive nulling”) [1]. Para estos sistemas, el método más natural para sintetizar multi-haces es el método de Woodward-Lawson, WL, que puede ser implementado usando redes formadoras de haz ortogonales sin pérdidas tales como la matriz de Butler [2]. Un ejemplo es la lente de Rotman que presenta un gran ancho de banda, donde cada puerto debe ser pesado y sumado para generar un patrón de haz conformado [3]. Las mayores objeciones del método de Woodward-Lawson han sido su incapacidad para controlar tanto el rizado en la región de emisión como el nivel de lóbulos laterales en el resto del diagrama de radiación [2, 4]. Otra objeción es que las raíces en el círculo unitario de Schelkunoff (visto en el capítulo 0) se presentan en pares. Esto significa que hay disponibles solo la mitad de los ajustes que podría haber para un número dado de elementos en una agrupación de elementos. El resultado práctico es que en la región de emisión el número de ciclos de rizado es la mitad de lo que debería, con lo que los rizados tienden a ser mayores [3]. Esta debilidad se debe por un lado al hecho de que el método de WL utiliza haces que tienen la misma fase para sintetizar el diagrama de radiación deseado; por tanto, el diagrama de radiación es real. Por otro lado, el método de WL presenta una tolerancia nula de la desviación del campo deseado en los puntos en que se muestrea este campo. En el artículo de Cid et al. [5] se muestra que la síntesis de los diagramas de radiación puede ser mejorada al perturbar las amplitudes y/o fases de los haces. Sin embargo, esta perturbación se ejecuta utilizando una técnica global como es el “simulated annealing”, SA, y que requiere muchas iteraciones en agrupaciones con un gran número de elementos.

En este trabajo, presentamos un método que obtiene los coeficientes de los haces al muestrear un patrón previamente sintetizado con el método de Orchard-Elliot-Stern, OES, [6], que supera las limitaciones de la versión original del método de WL. Además, la técnica de OES es eficiente, computacionalmente hablando, y rápidamente convergente.

2-2.2. Método

El método de WL aplicado a una agrupación lineal de N elementos radiantes espaciados una distancia d a lo largo del eje z , Fig. 2.2.1, consiste en muestrear primero un diagrama deseado $F(\theta)$ en $S=2h+1$ puntos o direcciones θ_s localizadas en

$$\theta_s = \arccos\left(\frac{s\lambda}{Nd}\right) \quad (\text{donde } \theta \text{ se mide desde la dirección “endfire”, a lo largo del eje de la}$$

agrupación lineal; S es el número de puntos de muestreo del diagrama con un valor tal que toda la región visible quede cubierta; h es el número de puntos correspondientes a la mitad del diagrama; s es un entero cuyos valores son $s = -h, \dots, -1, 0, 1, \dots, +h$) y después aproximando el diagrama deseado por la siguiente ecuación que aparece en [7]:

$$WL(\theta) = \sum_{s=-h}^h F(\theta_s) \frac{\text{sen}(u_s N)}{N \text{sen}(u_s)} ; \quad u_s = \frac{\pi d}{\lambda} [\cos(\theta) - \cos(\theta_s)] \quad (2.2.1)$$

Las excitaciones I_n de cada uno de los elementos de la agrupación lineal se calculan también a partir de las muestras del diagrama deseado:

$$I_n(z_n) = \frac{1}{N} \sum_{s=-h}^h F(\theta_s) \exp\{-jk z_n \cos(\theta_s)\} \quad (2.2.2)$$

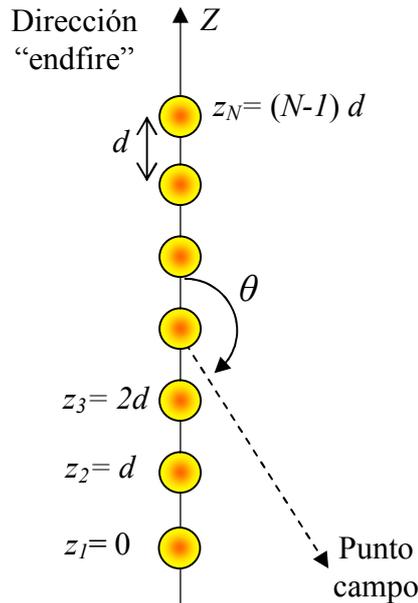


Figura 2.2.1 Agrupación lineal de elementos equiespaciados

Cada una de las componentes de los haces cuasi-sinc $\frac{\text{sen}(u_s N)}{\text{sen}(u_s)}$ se lleva a cabo a partir de una distribución de excitación en amplitud uniforme y manteniendo una diferencia de fase uniforme entre elementos y la función $WL(\theta)$ se consigue a partir de la suma ponderada de esas distribuciones, con pesos $\frac{F(\theta_s)}{N}$. $WL(\theta)$ reproduce $F(\theta)$ exactamente en cada uno de los puntos muestra porque todos los sumandos de ec. 2.2.1 se anulan en θ_s excepto la componente s -ésima.

Cómo se ha comentado anteriormente, el método de WL original asume que todos los puntos muestra, $F(\theta_s)$, están en fase. Sin embargo, hemos encontrado que la información que contiene la fase de los coeficientes de haz es crítica para obtener diagramas de buena calidad. Por ejemplo, es posible duplicar el número de ciclos de rizado en la región de emisión con solo introducir una fase en los coeficientes de WL. Esto produce un diagrama de radiación con una región de emisión más estrecha y un menor nivel de rizado. Hemos encontrado que el método de WL siempre proporciona una multiplicidad de soluciones para las distribuciones de corriente: una vez que hemos calculado las excitaciones dadas por el método de WL, es posible factorizar el polinomio asociado al factor de la agrupación y representar las raíces obtenidas en el

círculo de Schelkunoff. Como se sabe, si hay Q raíces que presentan una distancia al centro del círculo de Schelkunoff distinto de la unidad, habrá 2^Q distribuciones de corriente produciendo el mismo diagrama en potencia normalizado (aunque el diagrama de fase es diferente). Una de estas distribuciones de corriente será más fácilmente implementable en una aplicación en la que el acoplo mutuo entre elementos haya sea importante. Esta multiplicidad de soluciones existe incluso si las raíces están agrupadas en pares como es usual en el método de WL convencional. En este caso, existen $3^{Q/2}$ soluciones diferentes, ya que los pares pueden desagruparse para componer raíces dobles. Esto se puede aplicar a cualquier método de síntesis que genera diagramas reales tales como en [8].

En este trabajo obtenemos los coeficientes de haz de WL por muestreo tanto en amplitud como en fase de un diagrama previamente sintetizado. Aunque este diagrama se puede obtener usando cualquier técnica de síntesis disponible en la literatura previa, tal como el método descrito por Bucci en [9], nosotros hemos elegido el método de Orchard-Elliott-Stern, OES, [6] que es una poderosa técnica que se basa en el ajuste de la posición de los ceros del polinomio asociado al diagrama de la agrupación.

El método de OES permite generar un diagrama en potencia con un rizado y una topografía de lóbulos laterales deseados. Como es bien conocido, dicho método tiene un buen control tanto en la región de emisión como en la de lóbulos laterales del patrón generado (que en el caso de los haces conformados es complejo, a menos que agrupemos las raíces rellenas en pares). El siguiente paso es aplicar el método de WL, seleccionando como coeficientes de los haces las muestras tanto de los diagramas de amplitud como de fase. El diagrama obtenido con estas muestras es exactamente el mismo que el sintetizado con el método de OES.

Las ventajas de este método no son solo la calidad de los diagramas obtenidos, sino también la multiplicidad de las distribuciones de corriente. Hemos comentado que el método de WL siempre tiene una multiplicidad de soluciones para la distribución de corriente. Además, en el método propuesto hay también una multiplicidad de soluciones para los coeficientes de los haces: si el diagrama tiene Q nulos rellenos, el método OES genera 2^Q conjuntos de excitación independientes que generan los mismos diagramas en amplitud normalizados pero diagramas de fase diferentes. Entre estos conjuntos de excitación, habrá uno que implique una implementación más sencilla de la agrupación, por ejemplo una agrupación “Rotman lens-fed”.

Este método también se aplica a aquellas antenas que requieren un diagrama con igual fase, correspondiente a una distribución en amplitud simétrica. En ese caso, aplicamos OES agrupando las raíces rellenas del diagrama en pares [8]. Obviamente, las muestras obtenidas para el método de WL son ahora reales (con valores de fase de 0 o π radianes) pero con el diagrama resultante igual al original.

2-2.3. Ejemplos

Para probar la potencia del método propuesto, vamos a sintetizar dos tipos de diagramas diferentes: en primer lugar se obtendrá un diagrama real conformado y por último un diagrama complejo cosecante, ambos con una cierta topografía de lóbulos laterales. Ambos diagramas se generarán a partir de una agrupación lineal de 16 elementos y equi-espaciados una distancia $\lambda/2$.

a) Diagrama real:

El primer diagrama a sintetizar es un diagrama con la siguiente topografía: una región de emisión plana, que presenta tres nulos rellenos a 1 dB; dos lóbulos secundarios interiores a -30 dB y el resto de lóbulos a -20 dB. Este diagrama se puede obtener a partir de una extensión del método de OES que devuelve un conjunto de raíces complejas, Tabla 2.2.1, después de ejecutarlo (este método empareja las raíces rellenas para obtener diagramas reales [8]).

n	$u_n + j v_n$		n	$u_n + j v_n$	
	u_n	v_n		u_n	v_n
1	1.0783	-1.0769	9	-0.9099	0.4149
2	1.5562	0.0000	10	-0.6175	0.7866
3	1.0783	+1.0769	11	-0.3839	0.9234
4	-0.1666	-0.9860	12	-0.1666	0.9860
5	-0.3839	-0.9234	13	0.4643	-0.4637
6	-0.6175	-0.7866	14	0.4643	0.4637
7	-0.9099	-0.4149	15	0.6426	0.0000
8	-1.0000	0.0000			

Tabla 2.2.1 Raíces complejas utilizadas para generar el diagrama máscara.

Posteriormente, este diagrama máscara se muestrea en las posiciones angulares θ_s , para calcular los coeficientes de haz de la expresión 2.2.1 y poder obtener así el diagrama.

s	θ_s (grados)	$w_s = \cos(\theta_s)$	Muestras del diagrama, $F(\theta_s)$	
			Amplitud (dB)	Fase (grados)
-8	0.00	1.00	-303.79	180
-7	28.96	0.88	-5.57	180
-6	41.41	0.75	2.15	0
-5	51.32	0.63	-40.09	0
-4	60.00	0.50	13.85	180
-3	67.98	0.38	26.17	180
-2	75.52	0.25	25.38	180
-1	82.82	0.13	26.38	180
0	90.00	0.00	25.38	180
1	97.18	-0.13	26.38	180
2	104.48	-0.25	25.38	180
3	112.02	-0.38	26.17	180
4	120.00	-0.50	13.85	180
5	128.68	-0.63	-40.09	0
6	138.59	-0.75	2.146	0
7	151.05	-0.88	-5.57	180
8	180.00	-1.00	-284.80	180

Tabla 2.2.2 Posiciones y valores de las muestras del diagrama plano tanto en amplitud como en fase, obtenidas con la técnica OES y usadas en el método de WL.

En la Tabla 2.2.2 se muestran los valores, en amplitud y fase, y las posiciones de las muestras del diagrama sintetizado con el método de OES que constituirán los coeficientes de haz útiles para la obtención de la matriz de Butler.

En la Fig. 2.2.2 se representa tanto el diagrama a sintetizar como las muestras del mismo; además también se representa el diagrama final obtenido ya que coincide exactamente con el deseado. Hay que observar que algunos puntos se corresponden con las muestras pero que sin embargo no aparecen debido a que se encuentran fuera de la escala en potencia a representar.

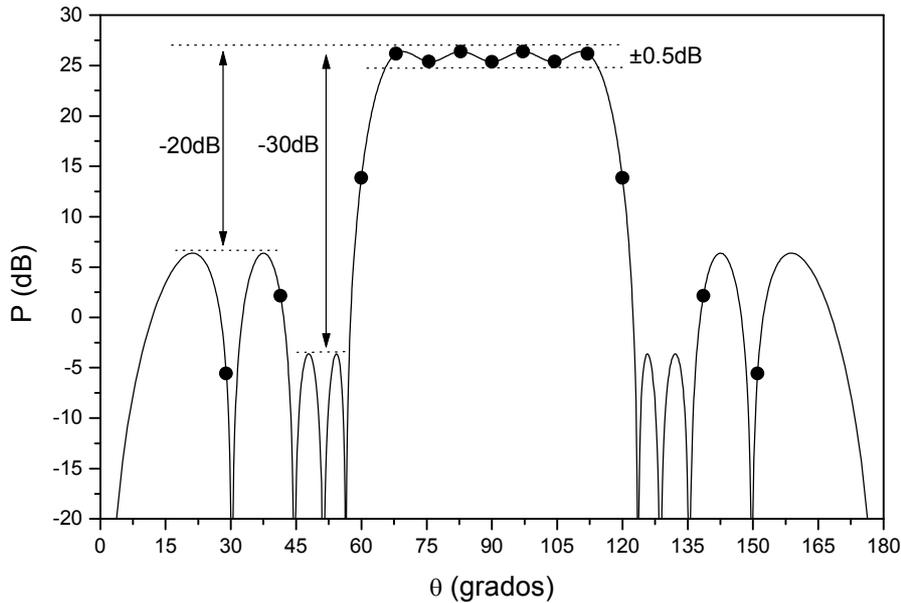


Figura 2.2.2 Diagrama en potencia sintetizado y muestras de amplitud utilizadas (puntos).

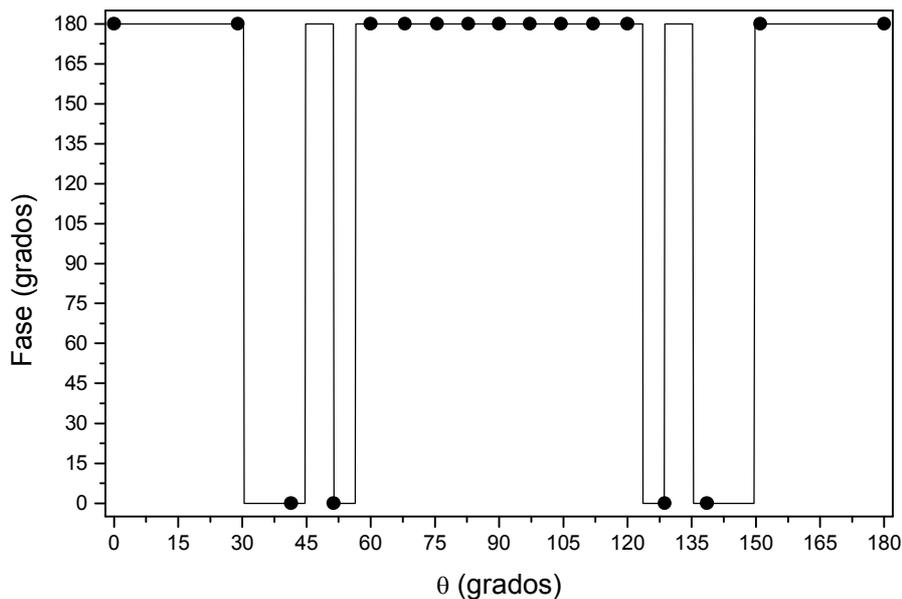


Figura 2.2.3 Diagrama de fase sintetizado y muestras de fase utilizadas (puntos negros).

El diagrama sintetizado tiene tres pares de raíces rellenas lo que da lugar a $3^3=27$ soluciones diferentes, o 27 diagramas de fase diferentes, que sintetizan el mismo diagrama en potencia normalizado. De entre todo este conjunto de opciones, hemos elegido aquella que permita una realización física de la agrupación más sencilla, por

ejemplo el menor valor de rango dinámico. La elección realizada se representa en la Fig. 2.2.3 donde también se han superpuesto las muestras.

Este diagrama de radiación se puede generar a partir de una agrupación lineal de elementos cuyas excitaciones, $I_n(z_n)$, vienen dadas por la Tabla 2.2.3 y que fueron calculadas en la ec. 2.2.2.

n	Amplitud	Fase (grados)	n	Amplitud	Fase (grados)
1	1.00	0.00	9	8.36	-180.00
2	0.13	180.00	10	3.40	180.00
3	0.68	-180.00	11	1.30	0.00
4	0.48	180.00	12	1.46	0.00
5	1.46	0.00	13	0.48	-180.00
6	1.30	0.00	14	0.68	180.00
7	3.40	-180.00	15	0.13	-180.00
8	8.36	180.00	16	1.00	0.00

Tabla 2.2.3 Excitaciones reales correspondientes a una agrupación lineal.

b) Diagrama complejo:

Ahora deseamos sintetizar un diagrama de radiación cuya región de emisión viene descrita por una función cosecante como se indica en la siguiente expresión:

$$\operatorname{cosec}^2(\theta) \cos(\theta) \quad (2.2.3)$$

Se requiere que la topografía del diagrama coincida con la del ejemplo del artículo de Orchard [6], esto es, que presente un nivel de rizado de 0.2 dB, en la región de emisión, los cuatro primeros lóbulos a la izquierda del haz cosecante a -30 dB y el resto de lóbulos a -20 dB, en la región de lóbulos laterales. Este diagrama se puede sintetizar fácilmente a partir del método original de OES [6] que da lugar a las raíces complejas mostradas en la Tabla 2.2.4.

n	$u_n + j v_n$		n	$u_n + j v_n$	
	u_n	v_n		u_n	v_n
1	1.0078	-0.8502	9	-0.6575	0.7533
2	0.6068	-1.1596	10	0.7298	-0.2290
3	0.1380	-1.2624	11	-0.2194	0.9764
4	-0.3459	-0.9386	12	0.8323	0.5542
5	-0.6730	-0.7403	13	0.6818	0.7318
6	-0.9142	-0.4072	14	0.4164	0.9105
7	-1.0011	-0.0004	15	0.0852	0.9954
8	-0.9118	0.4099			

Tabla 2.2.4 Raíces complejas utilizadas para generar el diagrama máscara.

Una vez generado el diagrama máscara, el siguiente paso es muestrearlo para aplicar la técnica de WL. En la Tabla 2.2.5 se aparecen tanto las posiciones como los valores de las muestras complejas, que darán lugar a los coeficientes de haz.

En la Fig. 2.2.4 se representa por un lado el diagrama deseado a sintetizar, en segundo lugar se hace referencia a las posiciones de las muestras de amplitud y por último se

muestra el diagrama final obtenido después de aplicar el método, que coincide con el deseado.

s	θ_s (grados)	$w_s = \cos(\theta_s)$	Muestras del diagrama, $F(\theta_s)$	
			Amplitud	Fase (grados)
-8	0.00	1.00	0.01	-44.06
-7	28.96	0.88	0.54	29.65
-6	41.41	0.75	1.16	-146.32
-5	51.31	0.63	2.00	36.79
-4	60.00	0.50	0.57	-141.46
-3	67.98	0.38	0.26	43.67
-2	75.52	0.25	0.30	43.39
-1	82.82	0.13	7.71	-135.17
0	90.00	0.00	24.88	-141.52
1	97.18	-0.13	15.83	-176.43
2	104.48	-0.25	10.93	-125.59
3	112.02	-0.38	8.15	-6.30
4	120.00	-0.50	6.29	118.92
5	128.68	-0.63	0.90	-5.95
6	138.59	-0.75	0.89	-168.40
7	151.04	-0.88	0.49	19.37
8	180.00	-1.00	0.01	135.94

Tabla 2.2.5 Posiciones y valores de las muestras del diagrama cosecante tanto en amplitud como en fase, obtenidas con la técnica OES y usadas en el método de WL.

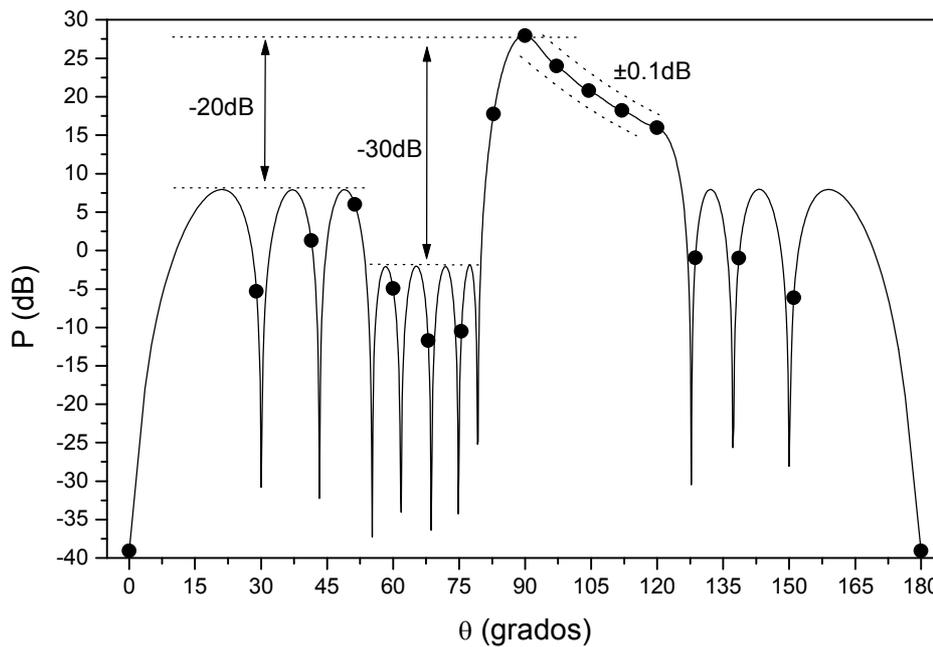


Figura 2.2.4 Superposición del diagrama en potencia sintetizado y las muestras de amplitud utilizadas (puntos negros).

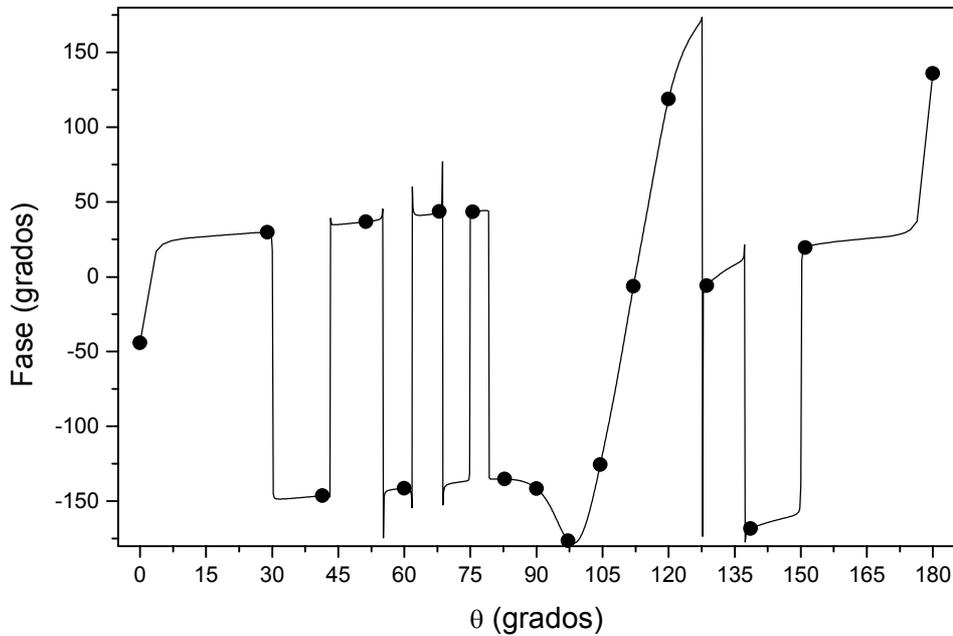


Figura 2.2.5 Diagrama de fase sintetizado y muestras de fase utilizadas (puntos negros).

Ya que el diagrama sintetizado tiene cuatro nulos rellenos, hay $2^4=16$ conjuntos diferentes de excitaciones, cada uno produce el mismo patrón normalizado en amplitud, en cambio presenta un patrón de fase diferente. Esto da lugar a 16 conjuntos de muestras a ser utilizados por el método de WL y por tanto a la posibilidad de elegir aquella solución que simplifica la fabricación de la antena sin modificar el diagrama en potencia. Esta elección del diagrama de fase es la que se muestra en la Fig. 2.2.5, donde también se han superpuesto las muestras.

Por último, el conjunto de excitaciones generadas con la ec. 2.2.2 se muestra en la siguiente tabla.

n	Amplitud	Fase (grados)	n	Amplitud	Fase (grados)
1	1.68	-99.9	9	3.13	142.3
2	1.69	-3.8	10	3.14	-178.0
3	1.45	64.0	11	2.50	-141.6
4	0.87	-158.3	12	1.86	-110.8
5	1.83	-48.7	13	1.74	-80.4
6	2.74	-22.2	14	1.39	-46.1
7	3.03	70.5	15	0.34	16.9
8	2.94	105.7	16	1.00	0.0

Tabla 2.2.6 Excitaciones reales correspondientes a una agrupación lineal.

2-2.4. Conclusiones

El método propuesto obtiene los coeficientes de haz de WL después de muestrear un diagrama de radiación, que fue previamente sintetizado con el método de OES. En la combinación de ambos métodos de síntesis se fusionan en un único método las ventajas de ambos: por un lado se consigue controlar la topografía del diagrama y por otro, el

conjunto de coeficientes de los haces ortogonales se pueden implementar a partir de una agrupación consistente en una matriz de Butler.

Este método puede extenderse directamente a agrupaciones planas combinándolo con el método de muestreo desarrollado por Richie y Kritikos [10, 11]. En este caso, el diagrama a ser sintetizado se puede obtener al usar un método cuasi-analítico que conforma la huella deseada como una composición de varios diagramas de Taylor circulares y ϕ -simétricos que exhiben un haz plano [12].

En el caso de distribuciones lineales, es posible usar como coeficientes de haz de WL las muestras de los diagramas conformados producidos por estas distribuciones, como se ha descrito en [13-15]. Esto permite obtener las excitaciones de una agrupación lineal equivalente cuyo diagrama de radiación se ajusta muy bien a los diagramas óptimos.

2-2.5. Referencias

- [1] R. C. Hansen, *Phased Array Antennas*, New York, John Wiley & Sons, Inc., pp. 330-335, 1998.
- [2] R. J. Mailloux, *Phased Array Antenna Handbook*, Norwood MA, Artech House Inc., 2nd Edition, 2005.
- [3] R. C. Hansen, "Array pattern control and synthesis", *Proc. IEEE*, Vol. 80, N° 1, pp. 141-151, 1992.
- [4] R. S. Elliott and G. J. Stern, "A new technique for shaped beam synthesis of equispaced arrays", *IEEE Transactions.*, Vol. 32, N° 10, pp. 1129-1133, 1984.
- [5] J. M. Cid, J. A. Rodríguez, and F. Ares, "Shaped power patterns produced by equispaced linear arrays: optimized synthesis using orthogonal $\sin(Nx)/\sin(x)$ beams", *J. Electromagn. Waves Appl.*, Vol. 31, pp. 985-992, 1999.
- [6] H. J. Orchard, R. S. Elliott, and G. J. Stern, "Optimizing the synthesis of shaped beam antenna patterns", *IEE Proceedings*, Vol. 132, Pt. H, N° 1, pp. 63-68, 1985.
- [7] C. A. Balanis, *Antena Theory: Analysis and design*, John Wiley & Sons, 3rd Ed., 2005.
- [8] J. A. Rodríguez, E. Botha, and F. Ares, "Extension of the Orchard-Elliott synthesis method to pure-real nonsymmetrical-shaped pattern", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 45, N° 8, pp. 1317-1318, 1997.
- [9] O. M. Bucci, G. Franceschetti, G. Mazzarella, and G. Panariello, "Intersection approach to array pattern synthesis", *IEE Proceedings*, Vol. 137, Pt. H, N° 6, pp. 349-35, 1997.
- [10] J. E. Richie and H. Kritikos, "Linear program synthesis for direct broadcast satellite phased arrays", *IEEE Transactions.*, Vol. 36, N° 3, 345-348, 1988.
- [11] J. M. Cid, J. A. Rodríguez, F. Ares, and E. Moreno, "Synthesis of satellite footprints by perturbation of Woodward-Lawson solutions for planar array antennas", *J. Electromagn. Waves Appl.*, Vol. 14, pp. 3-10, 2000.
- [12] J. A. Rodríguez, A. Trastoy, F. Ares, and E. Moreno, "Arbitrary footprint patterns obtained by circular apertures", *Electron. Lett.*, Vol. 40, N° 25, pp. 1165-1166, 2004.

- [13] F Ares, R. S. Elliott, and E. Moreno, "Optimised synthesis of shaped line-source antenna beams", *Electron. Lett.*, Vol. 29, N° 12, pp. 1136- 1137, 1993.
- [14] F Ares, R. S. Elliott, and E. Moreno, "Synthesis of shaped line-source antenna beams using pure real distributions", *Electron. Lett.*, Vol. 30, N° 4, pp. 280-281, 1994.
- [15] F. Ares and J. A. Rodríguez, "Asymmetric shaped beam patterns from a continuous linear aperture distribution", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol. 15, N° 5, pp. 288-291, 1997.

2-3. Síntesis de agrupaciones planas de grandes dimensiones cuyo diagrama de radiación presenta un contorno predefinido.

2-3.1. Introducción

Es bien conocido que la generación de una huella sobre la Tierra, debido a la iluminación de una antena localizada a bordo de un satélite geoestacionario u orbital, es una técnica muy atractiva para un gran número de aplicaciones [1]. Lo que se requiere es que la radiación sobre esa porción de la superficie terrestre sea lo más uniforme posible, mientras se minimice la radiación fuera de esa región de interés. Actualmente una forma de lograr este propósito es a partir de un reflector parabólico alimentado con un conjunto de bocinas o un reflector conformado. Sin embargo, estas soluciones presentan un elevado rizado en la región de emisión y proporciona un pobre control en el nivel de lóbulos laterales.

Otra alternativa para la síntesis de huellas, que cada vez está adquiriendo más importancia, es el uso de agrupaciones planas de antenas debido a su capacidad para controlar ciertos parámetros del patrón de radiación como el rizado en la región de emisión, el nivel de lóbulos laterales fuera de la región conformada y la pendiente en la región de transición entre ambas. Además presenta la habilidad para generar multi-haces con un reparto de potencia entre ellos además de una rápida reconfiguración y apunte de haces. El principal inconveniente que presentan las agrupaciones está relacionado con la complejidad y elevado coste de la red de alimentación (que puede ser activa o pasiva). Los últimos avances en tecnología de RF y su aplicación de MMICs “Monolithic Microwave Integrated Circuits” a las agrupaciones han ayudado a eliminar o aliviar muchos de estos problemas [2].

Algunos ejemplos de agrupaciones pasivas con un gran número de elementos se pueden encontrar en el E-3A AWACS “Airborne Warning and Control System”, un sistema radiante que consta de una guía de ondas plana de 4000 radiadores de ranura [2]. Recientemente, Kumar et al. han diseñado y testeado una agrupación plana híbrida de 32×32 elementos, compuesta de elementos “microstrip” alimentados por guía de onda, para dar cobertura a la India en banda Ku [3].

Por otro lado, el desarrollo de circuitería de microondas integrada permite ahora a los satélites, u otros sistemas, portar con agrupaciones de antenas activas compuestas de miles de elementos como la antena SAR del satélite Envisat [4], o incluso millones de elementos tal como propone el proyecto SKA “Square Kilometer Array” de una agrupación de antenas para satisfacer los futuros objetivos para radio-astronomía [5].

La gran cantidad de elementos que se precisa para este tipo de aplicaciones requiere de un nuevo método de síntesis que sea adecuado para el incremento de carga computacional.

Uno de los primeros métodos desarrollados para sintetizar diagramas de radiación conformados fue desarrollado por Woodward y Lawson, WL, para agrupaciones lineales [6]. Su principal limitación es su falta de control en el nivel de lóbulos laterales, *SLL*, y en el rizado, *R*. Además, la excitación de los elementos obtenidos con este método es generalmente muy irregular, con la resultante reducción en la eficiencia de radiación [7]. Estas limitaciones son compartidas por las agrupaciones planas [8].

La llegada de los ordenadores hizo posible aplicar técnicas de optimización a la síntesis de agrupaciones de antenas de tamaño moderado. La aplicación de una técnica de

optimización “simplex”, programación lineal, permitió la modificación del método de WL, con lo que el nivel de lóbulos laterales, SLL , y el rizado, R , pudieron ser controlados por medio de la perturbación de los pesos de los haces especificados por el método original de WL [9].

Orchard, Elliott y Stern, desarrollaron una técnica de síntesis (método de OES) para agrupaciones lineales donde las raíces del polinomio de Schelkunoff son perturbadas desde unos valores iniciales apropiados por medio de un método de gradientes; una variante del algoritmo de Remez [11]. Este proceso minimiza las diferencias respecto a los valores deseados de rizado y los máximos de los lóbulos laterales. El método se ha generalizado para aberturas continuas planas asimétricas (así como para agrupaciones planas de elementos después de discretizar la abertura) partiendo de distribuciones uniformes [12]. Para ello, una deformación dependiente del ángulo debe aplicarse a la distribución circular continua uniforme para obtener finalmente la distribución de abertura asimétrica antes de su muestreo. Las excitaciones muestreadas se someten a la optimización directa usando el método de Fletcher-Powell y, finalmente, los diagramas de contorno irregular se pueden sintetizar [13]. Una de las principales limitaciones de este método es que no proporciona un control sobre la regularidad de la distribución de excitación y; como todas las técnicas de optimización local, hay poca garantía de que la solución obtenida sea la global.

El rápido incremento de la potencia de los ordenadores pronto ha hecho posible minimizar las limitaciones de los métodos de síntesis clásicos (WL y OES) introduciendo restricciones en las excitaciones durante los procesos de optimización y, en particular, empleando técnicas de optimización estocásticas tales como el “simulated annealing” y los algoritmos genéticos que son menos propensos a estancarse en una solución óptima local que los métodos de los gradientes de Fletcher-Powell o el “simplex” [14-15]. Sin embargo, estas técnicas son significativamente más lentas que las técnicas de optimización local, con lo que su uso se hace prohibitivo en la síntesis de agrupaciones de cientos o miles de elementos.

En este apartado del capítulo mostramos como la combinación del método de WL con el método de OES da lugar al novedoso método OES-WL. Este método híbrido, que no recurre a las técnicas de optimización estocásticas, permite la síntesis de diagramas de radiación, con un contorno predefinido, a partir de agrupaciones planas de antenas de grandes dimensiones en un corto período de tiempo. Para probar la potencia del método se han sintetizado diagramas de radiación con diferentes contornos: un diagrama rectangular y otro para dar cobertura a Europa. En todos los casos se ha mostrado un claro control en el nivel de rizado, en la región de interés y en el nivel de lóbulos laterales en la región no conformada.

2-3.2. Método

El punto inicial del método de WL es la definición de un diagrama de radiación ideal que es constante en la región que se corresponde con el área a iluminar e igual a cero en el resto del espacio [8]. Claramente este diagrama es físicamente irrealizable. Una vez constituido el diagrama que llamamos diagrama máscara, el siguiente paso es utilizar una malla rectangular de puntos de muestreo. En estos puntos vamos a coger una serie de muestras del diagrama máscara. Posteriormente introducimos en cada uno de los nodos de la malla rectangular una función construida como el producto de dos funciones $\text{sinc}(x)$ cada una de ellas a lo largo de las direcciones principales, que será ponderada

por el valor de las muestras en esos nodos. El diagrama obtenido sí que es físicamente realizable y su transformada de Fourier discreta, TFD, (truncada) proporciona los coeficientes de excitación de una agrupación plana de dimensiones finitas cuyos valores habrá que tener en cuenta al realizar la TFD.

Se han llevado a cabo dos aproximaciones: por un lado el diagrama ideal se ha aproximado por medio de diagramas de radiación elementales, $\text{sinc}(x)$; por otro lado, en lo que respecta a la agrupación plana, ésta se ha acotado o truncado.

Obviamente, hay que aplicar alguna técnica de optimización para mejorar la similitud entre el patrón deseado y el obtenido, en lo que respecta a las características de SLL , R y rango dinámico RD , que definimos como el cociente entre las excitaciones $|I|_{\max} / |I|_{\min}$. De hecho, si esas técnicas de optimización se usan para obtener buenos valores del patrón de radiación en los nodos de la malla, será necesario un tiempo de computación excesivamente elevado para calcular los coeficientes de excitación de la agrupación plana; en caso de que el número de nodos sea muy elevado. Para dar un ejemplo cuantitativo, con 1000 nodos ya no sería práctico usar técnicas de optimización para calcular los coeficientes de excitación.

En este trabajo, el diagrama ideal usado como punto inicial en el método de WL convencional se reemplaza por uno más realista que es sintetizado con el método de OES [12]. El objetivo de este método es generar un diagrama circular ϕ -simétrico, descrito por la ec. 2.3.1, con un nivel de rizado y nivel de lóbulos laterales deseados a partir de una distribución de abertura continua y circular de radio a . La topografía de este diagrama deseado viene regulada por un conjunto de raíces complejas $u_n + jv_n$, que se obtienen iterativamente a partir de una distribución continua uniforme constituida por nulos profundos.

$$F(t) = f(t) \prod_{n=1}^M \left[1 - \frac{t^2}{(u_n + jv_n)^2} \right] \prod_{n=M+1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{u_n^2} \right),$$

$$f(t) = 2 \frac{J_1(\pi t)}{\pi t} \frac{1}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{\gamma_{1n}^2} \right)}, \quad (2.3.1)$$

$$J_1(\pi \gamma_{1n}) = 0, \quad n = 1, 2, \dots$$

Con $t = \frac{2a}{\lambda} \text{sen}(\theta)$, donde θ es la coordenada angular esférica que indica la latitud desde el centro de la abertura; los números enteros M y $\bar{n} - 1$ (usados en el método de OES) son parámetros de diseño que se usan para: controlar el R rellenando M nulos del patrón y controlar el nivel de los $\bar{n} - 1 - M$ lóbulos laterales. El método también permite la computación de excitaciones (complejas) de una abertura circular que es capaz de generar un diagrama de radiación circular. Otros diagramas se pueden sintetizar a partir de este método pero siempre que no difieran mucho de un diagrama circular. Por lo tanto, existe una seria limitación en cuanto a la elección del contorno del diagrama deseado utilizando únicamente este método.

El nuevo método es una combinación optimizada de los métodos clásicos WL y OES donde, a partir de la optimización de un reducido número de variables (el conjunto de

las raíces complejas $u_n + jv_n$), se consigue controlar la topografía del diagrama de radiación final. A continuación se aplicará el diagrama de flujo, Fig. 2.3.1, constituido por bloques y que refleja cada uno de los pasos a seguir al ejecutar el método propuesto.

Supongamos que es necesario sintetizar un diagrama de radiación de contorno rectangular, definido en el espacio $(u-v)$ con $u = \text{sen}(\theta) \cos(\phi)$ y $v = \text{sen}(\theta) \text{sen}(\phi)$,

con una relación de aspecto dada por $\frac{u_0}{v_0} : 1$ y que se requiere que posea unos valores de

rizado, R_d , nivel de lóbulos laterales, SLL_d , y de rango dinámico, RD_d , deseados. Este diagrama se ha de obtener a partir de una agrupación plana cuyos elementos están equiespaciados d_x y d_y a lo largo de las direcciones principales x e y , respectivamente. Esto se resume en el Bloque 1 del diagrama de flujo.

En el Bloque 2, se parte de un conjunto de raíces complejas $u_n^0 + jv_n^0 = \gamma_{1n} + j0.1$ cuyo diagrama de radiación circular se obtiene a partir de una distribución de abertura circular de radio a . Se desea conseguir un diagrama $W(t)$ con una cierta topografía. En el proceso de optimización se toman inicialmente como valores de entrada los valores deseados: $R_e = R_d$ y $SLL_e = SLL_d$. Además se establece un valor de tolerancia entre el diagrama obtenido y el deseado.

El método de OES, Bloque 3, consiste en encontrar M raíces complejas $u_n + jv_n$ y $\bar{n} - 1 - M$ raíces reales un para reducir la diferencia entre el diagrama deseado, $W(t)$, y el obtenido con estas nuevas raíces, $G(t) = 10 \log_{10}(F(t)F^*(t))$, [10-12]. Donde $F(t)$, que se obtiene de una distribución continua de radio a , es un diagrama de radiación ϕ -simétrico que depende del ángulo θ y que presenta un nivel de rizado R_{OES} y un nivel de lóbulos laterales SLL_{OES} .

Hemos identificado dos importantes regiones en el diagrama ilustrado en el Bloque 3: el primero representa el límite superior de la ventana de muestreo y coincide con la posición del último lóbulo controlado por el conjunto anterior de raíces complejas. Esta región se muestrea posteriormente en el Bloque 5. La segunda región representa el límite superior de la máscara y coincide con la posición donde se calcula el ancho de haz, B_θ . Esta posición será nuestro punto de referencia, PR . Es importante enfatizar que el ancho de haz solamente es función de las raíces $u_n + jv_n$ para una distribución de abertura de radio a .

Lo que nos interesa, en nuestro caso, no es un diagrama de radiación circular sino uno que se adapte a un contorno rectangular. La solución consiste en deformar la función $F(\theta)$ para ajustarla al diagrama deseado; ver Bloque 4. Esto se logra al estirar o encoger el radio de la distribución de abertura en función del ángulo polar; esto es: $\rho(\phi)$, para posteriormente obtener un diagrama no ϕ -simétrico, $F_m(\theta, \phi)$. Ya que $\rho(\phi)$ es inversamente proporcional al ancho de haz, $B(\phi)$, entonces se obtiene un diagrama "plano" en cada corte ϕ pero con un ancho que se ajusta corte a corte al contorno del diagrama deseado: $\rho(\phi) = a \frac{B_0}{B(\phi)}$ [13]. Véase en la figura de este bloque que el radio ρ

proporciona un diagrama de radiación de radio B' . El radio de abertura se encoge hasta ρ para aumentar el diagrama hasta la dimensión B ; y se incrementa hasta ρ'' para reducir el patrón a la dimensión B'' . Visualmente, el punto de referencia, PR , se mueve en cada corte en ϕ y se localiza sobre el contorno del diagrama de radiación deseado. El

nuevo diagrama de radiación se genera utilizando la expresión 2.3.1 pero con la variable $t = \frac{2\rho(\phi)}{\lambda} \sin(\theta)$. En este paso, se calcula el tamaño de la agrupación plana ($L_x \times L_y$), necesario para garantizar la síntesis del diagrama de radiación rectangular. Para mejorar la convergencia del algoritmo, el tamaño de esta agrupación se mantiene en sucesivas iteraciones.

En el Bloque 5, el método de WL se aplica al diagrama máscara $F_m(\theta, \phi)$, generado en el bloque anterior y cuyas muestras se localizan en una ventana rectangular de muestreo y que permitirán calcular cada una de las excitaciones I_{mn} de la agrupación plana:

$$I_{mn} = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{s=1}^S F_m(\theta_s, \phi_s) \exp\{-jk(x_m \sin(\theta_s) \cos(\phi_s) + y_n \sin(\theta_s) \sin(\phi_s))\}$$

$$x_m = m d_x - \frac{L_x}{2} \quad ; \quad m = 0, 1, \dots, (N_x - 1) \quad (2.3.2)$$

$$y_n = n d_y - \frac{L_y}{2} \quad ; \quad n = 0, 1, \dots, (N_y - 1)$$

El término de normalización $\frac{1}{N_x N_y}$ se puede obviar porque no interviene en la realización del diagrama de radiación normalizado. Estas excitaciones generan un nuevo diagrama de radiación, $F_{WL}(\theta, \phi)$:

$$F_{WL}(\theta, \phi) = Fe(\theta, \phi) \sum_{m=0}^{N_x-1} \sum_{n=0}^{N_y-1} \left[I_{mn} \exp\{jk(x_m \sin(\theta) \cos(\phi) + y_n \sin(\theta) \sin(\phi))\} \right] \quad (2.3.3)$$

En las ecuaciones 2.3.2-3, (x_m, y_n) son las coordenadas de posición del (m,n) -ésimo elemento radiante que pertenece a la agrupación plana con mallado rectangular de un total de $N_{ele} = N_x \times N_y$ elementos; el tamaño de la antena, calculado en el bloque anterior, a lo largo de las direcciones principales x e y , respectivamente, es $L_x \times L_y$; d_x y d_y se corresponden con el espaciado entre elementos a lo largo de las direcciones x e y ; k es el número de onda; $F_m(\theta_s, \phi_s)$ es la muestra s -ésima del método de WL, donde θ_s y ϕ_s son las coordenadas angulares en el plano (u, v) de la muestra s -ésima; el número total de muestras es S y depende tanto del número de elementos como del espaciado entre ellos [9]; $Fe(\theta, \phi)$ es el factor elemento. En la práctica, $F_m(\theta, \phi)$ solamente se calcula en los puntos muestra de WL que se localizan en el interior de la ventana que cubre la huella a sintetizar y algunos lóbulos interiores. Una de las consecuencias de usar el método de WL es el elevado valor del rango dinámico, RD : sin embargo, es posible reducir su valor si se eliminan aquellos elementos que están tan débilmente excitados que su RD excede el límite, RD_d , predefinido. Una vez conocidas las posiciones de los elementos radiantes y sus excitaciones, podemos generar un nuevo patrón $F_{WL}(\theta, \phi)$, representado en el Bloque 6, y que se obtiene a partir de la expresión 2.3.3. Este diagrama presenta un nivel de rizado, R_{WL} , y de lóbulos laterales, SLL_{WL} , que debemos comparar con los valores deseados en el Bloque 7 para calcular las variables ΔR y ΔSLL .

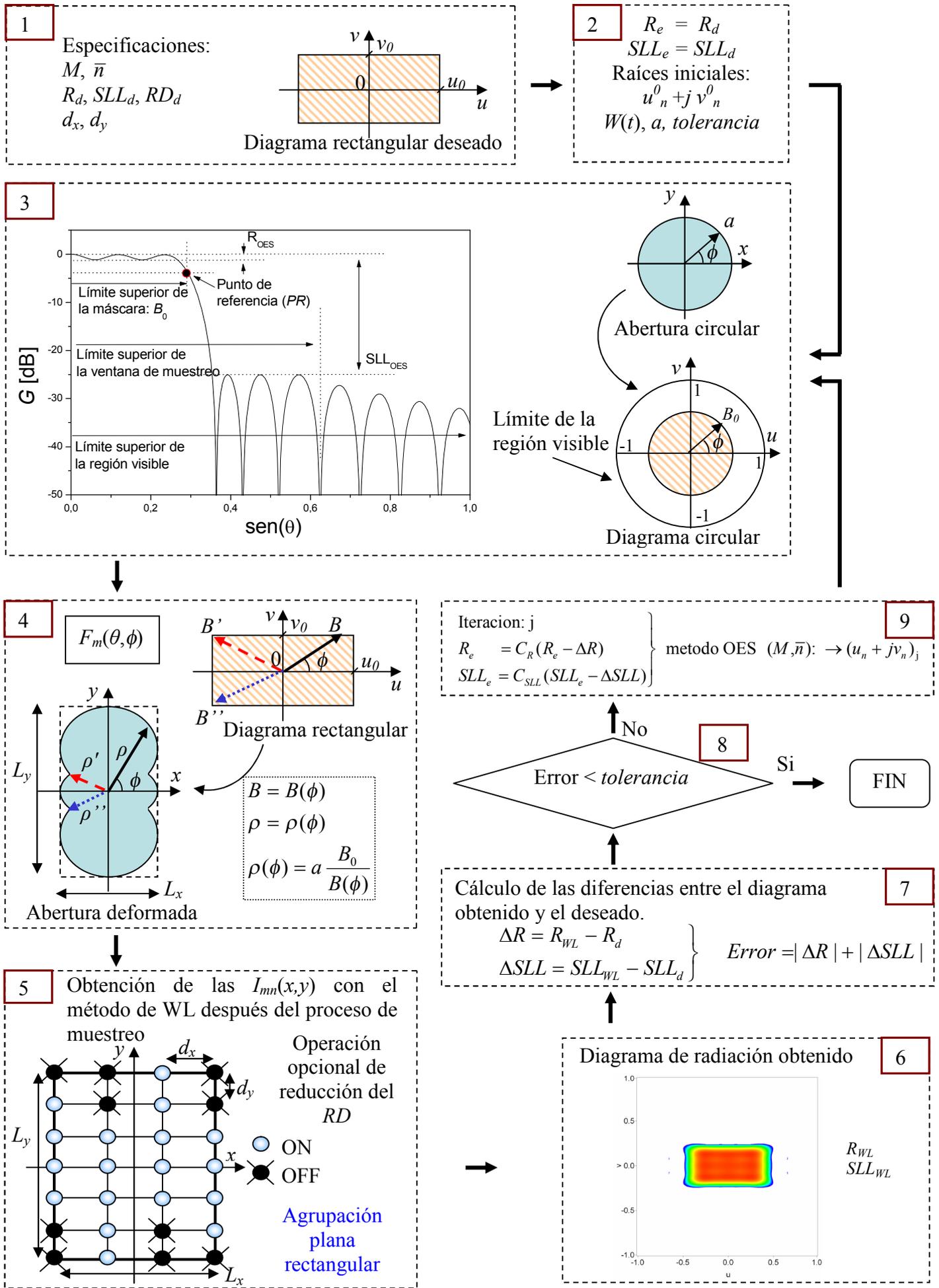


Figura 2.3.1 Diagrama de flujo conceptual del método combinado de OES-WL.

$$\left. \begin{aligned} \Delta R &= R_{WL} - R_d \\ \Delta SLL &= SLL_{WL} - SLL_d \end{aligned} \right\} \rightarrow Error = |\Delta R| + |\Delta SLL| \quad (2.3.4)$$

La suma del valor absoluto de estas variables es el *Error* que se compara con el valor de *tolerancia*, como se muestra en el Bloque 8. Si el *Error* es menor que el valor predefinido de *tolerancia*, entonces el proceso de optimización finaliza. En caso contrario, es necesaria una nueva iteración con nuevas variables de entrada: R_e y SLL_e que se calculan en el Bloque 9 perturbando ligeramente sus valores previos de la forma:

$$\left. \begin{aligned} \text{Iteracion: } j \\ R_e &= C_R(R_e - \Delta R) \\ SLL_e &= C_{SLL}(SLL_e - \Delta SLL) \end{aligned} \right\} \text{ metodo OES } (M, \bar{n}): \rightarrow (u_n + jv_n)_j \quad (2.3.5)$$

Donde C_R y C_{SLL} son constantes, cuyos valores se eligen menores que la unidad para reducir el error y así mejorar la estabilidad de la convergencia (valores demasiado bajos implican una mejor convergencia pero a costa de requerir más iteraciones); y $(u_n + jv_n)_j$ son las raíces complejas obtenidas en la iteración j -ésima a partir del método de OES. Estas nuevas raíces generan una nueva función $F(t)_j$ en el Bloque 3, que posteriormente dará lugar a un nuevo diagrama máscara rectangular que habrá que muestrear ... y así sucesivamente hasta que *Error* cometido en el diagrama obtenido sea menor que el valor de *tolerancia*.

El aspecto más importante en la fase de optimización del método propuesto, es que el número de parámetros optimizados (las $\bar{n} - 1$, primeras raíces de $F(\theta)$), durante la ejecución del método de OES, es muy pequeño. Como resultado, el método de síntesis es muy rápido, incluso en agrupaciones planas de grandes dimensiones.

2-3.3. Ejemplos

a) Diagrama de radiación con huella rectangular:

Supongamos que se desea aproximar un diagrama ideal rectangular definido en la región dada por $-0.3 \leq u \leq 0.3$ y $-0.15 \leq v \leq 0.15$ con una relación de aspecto 2:1, con un nivel de lóbulos y de rizado en la región de emisión de $SLL = -25$ dB y $R = 1$ dB, respectivamente, a partir de una agrupación rectangular con elementos isotrópicos espaciados $\lambda/2$ a lo largo de las direcciones principales x e y . De estos requerimientos se precisa de una agrupación plana compuesta de al menos 17×33 elementos o $8\lambda \times 16\lambda$ de ancho a lo largo de los ejes x e y , respectivamente.

En el método de WL convencional se construye el diagrama máscara, que posteriormente será muestreado, a partir de “1” en la región de emisión y de “0” en la región de lóbulos laterales. Así se han obtenido unos valores de -20.22 dB y -9.68 dB para el SLL y el R , respectivamente, para el diagrama de radiación. Respecto a la distribución de excitación se ha obtenido un valor inicial de $RD = 1960$, Tabla 2.3.1.

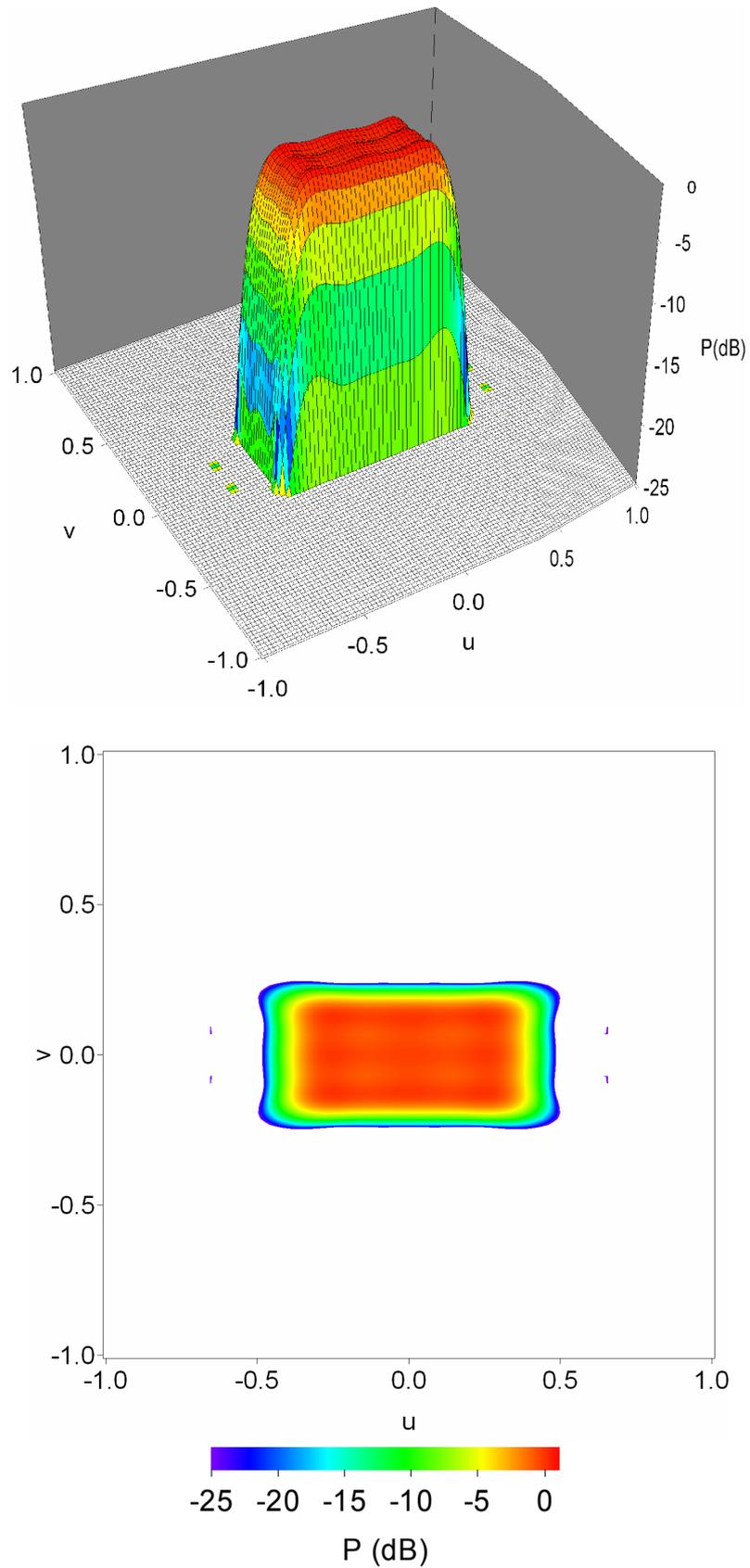
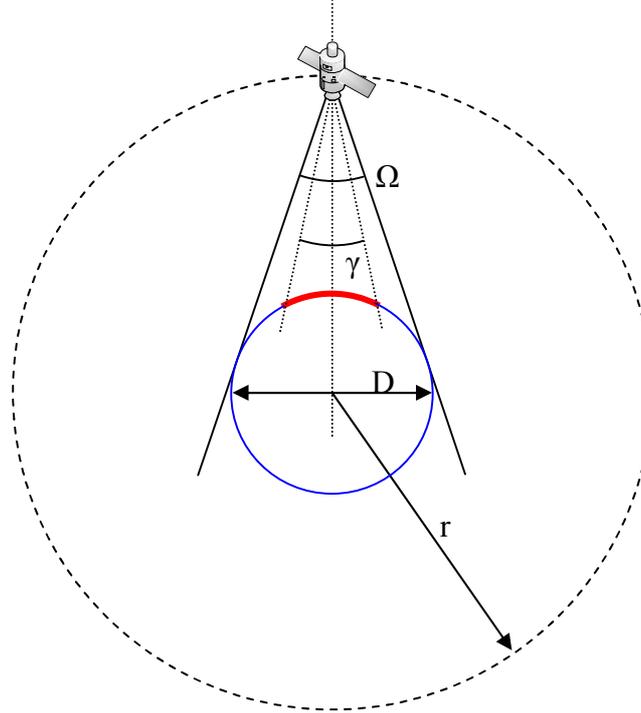


Figura 2.3.2 Diagrama rectangular sintetizado con el método híbrido OES-WL a partir de una agrupación plana de 273 elementos y $RD=60$.

Método	Tamaño agrupación rectangular $L_x \times L_y$	RD $ I _{\max}/ I _{\min}$	Rizado R (dB)	SLL (dB)	Número de elementos excitados	Directividad (dBi)		Pendiente (dB/grado)		Nº iteraciones
						Max.	Min.	Min.	Promedio	
Método de WL convencional	$8\lambda \times 16\lambda$	1960	-9.68	-20.22	561	19.6	9.8	-5.98	-11.80	-
Método híbrido OES-WL	$8\lambda \times 16\lambda$	38390	-2.20	-19.05	561	11.0	8.8	-0.11	-4.11	0
	$8\lambda \times 16\lambda$	2396	-0.99	-24.91	561	17.0	16	3.12	-7.17	27
	Optimizamos + RD restringido	60	-1.01	-24.93	273	16.9	15.9	-3.25	-7.15	22

Tabla 2.3.1 Resultados obtenidos con el método OES-WL aplicado a una huella rectangular.

Para implementar el método, empezamos con un conjunto de 5 raíces complejas, $\bar{n} = 6$, obtenidas con el método de OES, con 2 nullos rellenos, $M = 2$, en la región de emisión. Se requiere un diagrama con las siguientes características: $SLL_d = -25$ dB, $R_d = 1$ dB y un valor de *tolerancia* = 0.1 dB. El diagrama de radiación $F(\theta)$ se calcula a partir de la ec. 2.3.1 del método de OES, posteriormente se encoge y se estira en cada ángulo ϕ de forma que obtengamos el diagrama máscara $F_m(\theta, \phi)$ que se muestrea en la región definida por el rectángulo de dimensiones: $-0.62 \leq u \leq 0.62$ y $-0.31 \leq v \leq 0.31$, dentro de la ventana de muestreo, Bloque 3.



Diámetro de la Tierra (D):	12742 Km
Radio de la Órbita Geoestacionaria (r):	42164 Km
Ángulo de apertura de la Tierra desde el Satélite (Ω):	17.2°
Ángulo de apertura de Europa desde el Satélite (γ):	$\sim 7^\circ \times 3.4^\circ$

Figura 2.3.3 Representación y valores de los diferentes ángulos de apertura de la Tierra y Europa desde un satélite en órbita geoestacionaria.

Como un primer resultado del nuevo método, conseguimos un diagrama con $SLL = -19.05$ dB, $R = -2.20$ dB y un $RD = 38390$, Tabla 2.3.1. Después del proceso de optimización se han obtenido mejores resultados: $SLL = -24.91$ dB, $R = -0.99$ dB y $RD = 2396$, usando 561 elementos. Es posible reducir el valor de RD al RD_d con solo eliminar aquellos elementos débilmente excitados durante el proceso de optimización. Así se ha reducido su valor hasta $RD = 60$ a partir de 273 elementos activos, sin empeorar las características del diagrama de radiación. El diagrama en potencia correspondiente se muestra hasta los -25 dB en la Fig. 2.3.2.

La Tabla 2.3.1 también muestra algunas características adicionales del diagrama de radiación como son su directividad máxima, D_{max} , y mínima, D_{min} , (directividad_mínima = directividad_maxima – nivel_rizado), en la región de emisión, y la *pendiente* de la región de transición del patrón, entre la región de emisión y la de lóbulos laterales (medido cuando la potencia cae a -20 dB para cada ángulo ϕ). Se observa que los mejores valores de esas variables se obtienen después del proceso de optimización: $D_{min} = 16$ dBi y una $Pendiente_{promedio} = -7.17$ dB/grado. Estos valores no cambian significativamente si se eliminan aquellos elementos débilmente excitados. Los parámetros de este diagrama se muestran en la última fila de la Tabla 2.3.1.

El proceso de optimización para sintetizar la huella con forma rectangular ha requerido menos de 5 minutos utilizando un ordenador de sobremesa con un procesador Pentium 4 a 3.0 GHz.

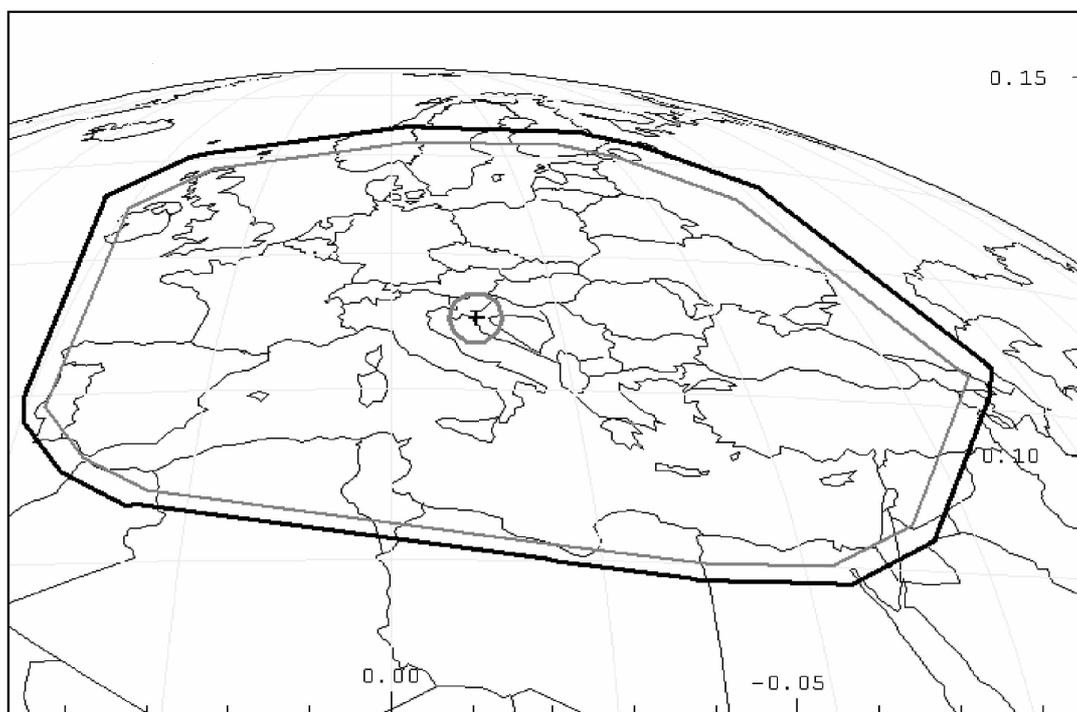


Figura 2.3.4 Contorno deseado para dar cobertura a Europa desde un satélite localizado en 46° N y 10° E.

b) Diagrama de radiación con cobertura Europea:

En este ejemplo, el nuevo método se aplica a la síntesis de una huella con forma de Europa visto desde un satélite geostacionario, Fig. 2.3.3, localizado a 46° N y 10° E, Fig. 2.3.4. Ya que el centro de nuestro sistema de coordenadas no se localiza dentro del contorno, es necesario desplazar la máscara para aplicar el método (este desplazamiento solo requiere la reorientación de la antena del satélite). Las especificaciones de diseño son: $SLL_d = -25$ dB y $R_d = 1$ dB, usando una agrupación rectangular, compuesta de elementos isotrópicos espaciados $\lambda/2$ a lo largo de las direcciones x e y . Para esos requerimientos la agrupación plana resultante tiene 85×141 elementos o $42\lambda \times 70\lambda$.

Aplicando el método convencional de WL a la huella ideal, se genera un diagrama de radiación con un SLL de -20.05 dB, un rizado de 9.29 dB y una distribución de excitación con un rango dinámico $RD=1379$, Tabla 2.3.2.

Los valores de \bar{n} , M , R_d , SLL_d y *tolerancia* son los mismos que en el ejemplo anterior. La función máscara, $F_m(\theta, \phi)$, obtenida de la adecuada deformación de la función $F(\theta)$, se muestrea en la región donde los lóbulos están controlados. El nuevo método produce como primer resultado un patrón con $SLL = -24.34$ dB y $R = 1.32$ dB, y una agrupación plana con un rango dinámico $RD = 14874$. Después de 30 iteraciones se han obtenido unos mejores resultados: $SLL = -24.91$ dB, $R = 1.00$ dB, y $RD = 5039$ a partir de una agrupación plana de tamaño $42 \lambda \times 70 \lambda$ con 11985 elementos radiantes. El RD es demasiado elevado, pero se puede reducir hasta un valor igual al deseado, $RD_d = 60$ fijado al principio del proceso de optimización, eliminando los elementos débiles sin empeorar en gran medida las características del diagrama de interés. Así solamente se han empleado 10081 elementos. Además se ha obtenido una directividad mínima de $D_{min} = 31.1$ dBi y una pendiente promedio, entre -39.15 dB/grado y -40.41 dB/grado después del proceso de optimización. Los parámetros de este diagrama se muestran en la última fila de la Tabla 2.3.2.

El proceso de optimización genera una huella con forma de Europa después de 25 minutos ejecutándose en un ordenador de sobremesa con un procesador Pentium 4 a 3.0 GHz.

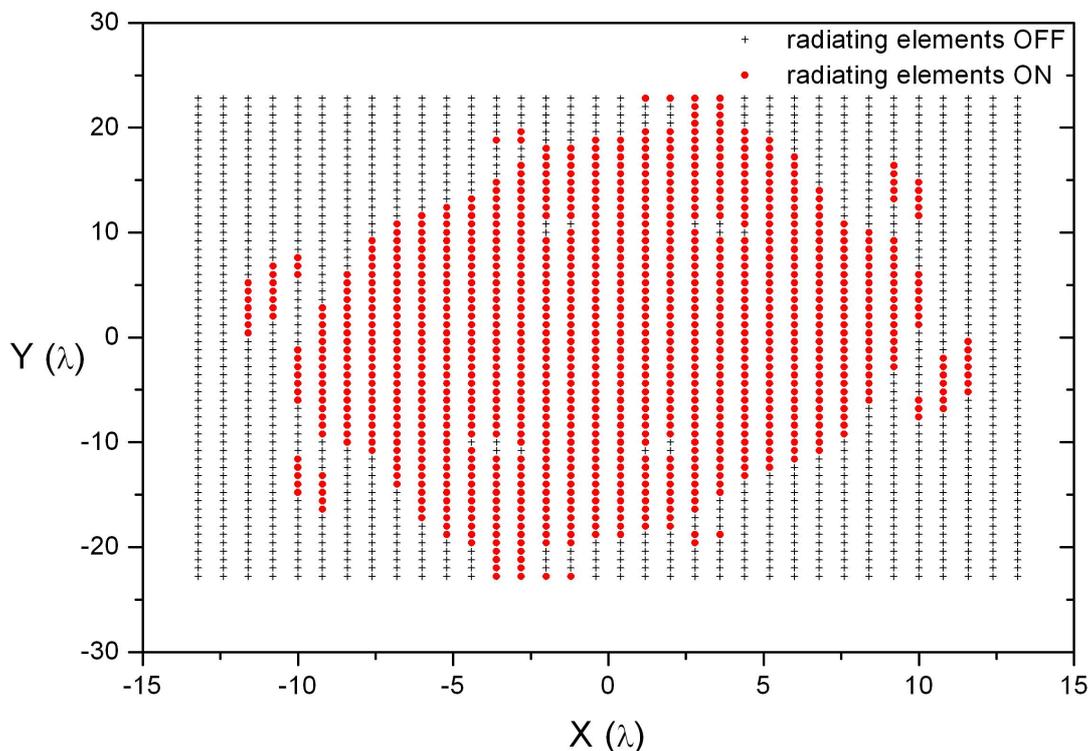


Figura 2.3.5 Posiciones de los elementos activos (puntos circulares y rojos) de una agrupación plana que sintetiza el diagrama correspondiente a la cuarta fila de la Tabla 2.3.3. Con el símbolo (+) y en negro se muestran los elementos débilmente excitados que han sido eliminados.

Método	Tamaño agrupación rectangular $L_x \times L_y$	RD $ I _{\max}/ I _{\min}$	Rizado R (dB)	SLL (dB)	Número de elementos excitados	Directividad (dBi)		Pendiente (dB/grado)		Nº iteraciones
						Max.	Min.	Min.	Promedio	
Método de WL Convencional	$42\lambda \times 70\lambda$	1379	-9.29	-20.05	11985	35.6	25.8	-33.42	-52.44	-
Sin optimizar	$42\lambda \times 70\lambda$	14874	-1.32	-24.34	11985	26.6	25.2	-14.25	-26.31	0
Optimizado	$42\lambda \times 70\lambda$	5040	-1.00	-24.91	11985	32.2	31.1	-21.29	-39.15	30
Optimizamos + RD restringido	$42\lambda \times 70\lambda$	60	-1.01	-24.93	10081	32.2	31.2	-21.71	-40.41	52

Tabla 2.3.2 Resultados obtenidos con el método OES-WL aplicado a una huella con forma de Europa.

c) Diagrama de radiación con cobertura Europea usando parches circulares con polarización lineal como elementos radiantes

Vamos a sintetizar exactamente el mismo contorno de la huella que en el ejemplo anterior, pero usando diferentes especificaciones iniciales de rizado y lóbulos laterales para estudiar tanto el comportamiento como la capacidad del método combinado OES-WL. El mejor resultado en el ejemplo anterior, en términos del número de elementos, requiere alrededor de diez mil elementos, un número que puede ser demasiado elevado para hacer atractiva y/o realizable la agrupación plana. Sin embargo, hay varias estrategias para reducir este número: incrementar la distancia entre elementos, reducir el número de nulos rellenados, M , y reducir el valor de RD (cuyo valor deseado se especifica en el Bloque 1), por ejemplo.

El espaciado entre los elementos radiantes se incrementa hasta los 0.8λ porque es la máxima distancia que garantiza para este ejemplo, la ausencia de “grating lobes” por encima del valor deseado de SLL_d . Además se han obtenido nuevos patrones usando un conjunto inicial de raíces complejas con un nulo rellenado en la región de emisión, $M = 1$, que da lugar a una antena más pequeña.

El diagrama deseado se sintetiza a partir de parches circulares de diámetro d que presentan polarización lineal (ver apartado 5-3.1 del apéndice). La expresión del correspondiente factor elemento viene dado por:

$$\begin{aligned} Fe_\theta &= \left\{ J_2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin(\theta) \right) - J_0 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin(\theta) \right) \right\} \cos(\phi) \\ Fe_\phi &= \left\{ J_2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin(\theta) \right) + J_0 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin(\theta) \right) \right\} \cos(\theta) \sin(\phi) \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

Y las componentes copolar (vertical) y contrapolar (horizontal) de la polarización son:

$$\begin{aligned} Fe_{copolar} &= Fe_\theta \cos(\phi) - Fe_\phi \sin(\phi) \\ Fe_{contrapolar} &= Fe_\theta \sin(\phi) + Fe_\phi \cos(\phi) \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

La frecuencia de trabajo es $f = 13.5$ GHz y pertenece a la banda Ku. El diámetro del parche es $d = 7.32$ mm, su sustrato es cuclad con una permitividad relativa de 2.32 y un espesor de 1.59 mm.

Las especificaciones requeridas son: uno o dos nulos rellenados en la región de emisión ($M = 1$ o 2) y $\bar{n} = 6$; valores deseados de $SLL_d = -20$ o -25 dB y $R_d = 1$ o 2 ; y finalmente una *tolerancia* de 0.1 dB.

Incrementar la distancia entre elementos implica usar un menor número de elementos para cubrir el mismo tamaño de la antena. Entonces, los “grating lobes” deberían aparecer al ser el inter-espaciado mayor que $\lambda/2$. Sin embargo, su nivel es reducido debido a la presencia del factor elemento. Por otro lado, se genera una componente contrapolar del campo ya que se usa un parche circular con polarización lineal pero dado que su valor es muy bajo no ha sido necesario minimizarlo.

La reducción del número de nulos rellenados implica decrementar el número de elementos. Sin embargo, esta opción repercute negativamente en las características del diagrama de radiación: la directividad se reduce y la transición entre la región de emisión y la de lóbulos laterales se hace más ancha con lo que su pendiente promedio baja en valor absoluto. Es posible mejorar los resultados anteriores usando un conjunto de raíces complejas que generan un diagrama $F(\theta)$ con tres nulos rellenados en la región

de emisión pero a costa de incrementar el número de elementos hasta 3994, si lo comparamos los 976 o los 2564 elementos utilizados al emplear uno o dos nulos rellenos, respectivamente.

Resultados numéricos del diseño se resumen en la Tabla 2.3.3 con $M = 1$, $SLL_d = -25$ dB y $R_d = 1$ dB, la agrupación plana tiene una dimensión de $27.7 \lambda \times 46.5 \lambda$ o $61.6 \text{ cm} \times 103.3 \text{ cm}$. En la Fig. 2.3.5 se muestra la agrupación plana compuesta tanto por los elementos activos (976) como por aquellos débilmente excitados (996) que han sido rechazados. El haz de radiación de esta agrupación presenta una huella que se ajusta bastante bien a los requerimientos, como se puede ver en la Fig. 2.3.6, donde se ha superpuesto el diagrama obtenido con el contorno deseado. El rizado y el nivel de lóbulos laterales de la componente copolar son 1.06 dB y -24.66 dB, respectivamente, y se han obtenido después de 11 iteraciones. El error obtenido es menor que el valor de *tolerancia* y el nivel de la componente contrapolar es muy bajo, -48.48 dB. En la Fig. 2.3.7 se presenta el diagrama directividad radiado por la agrupación: a) el diagrama 3D, y en b) un corte del diagrama al nivel de la $D_{min} = 29$ dBi. Estos valores se aparecen destacados en negrita en la Tabla 2.3.3.

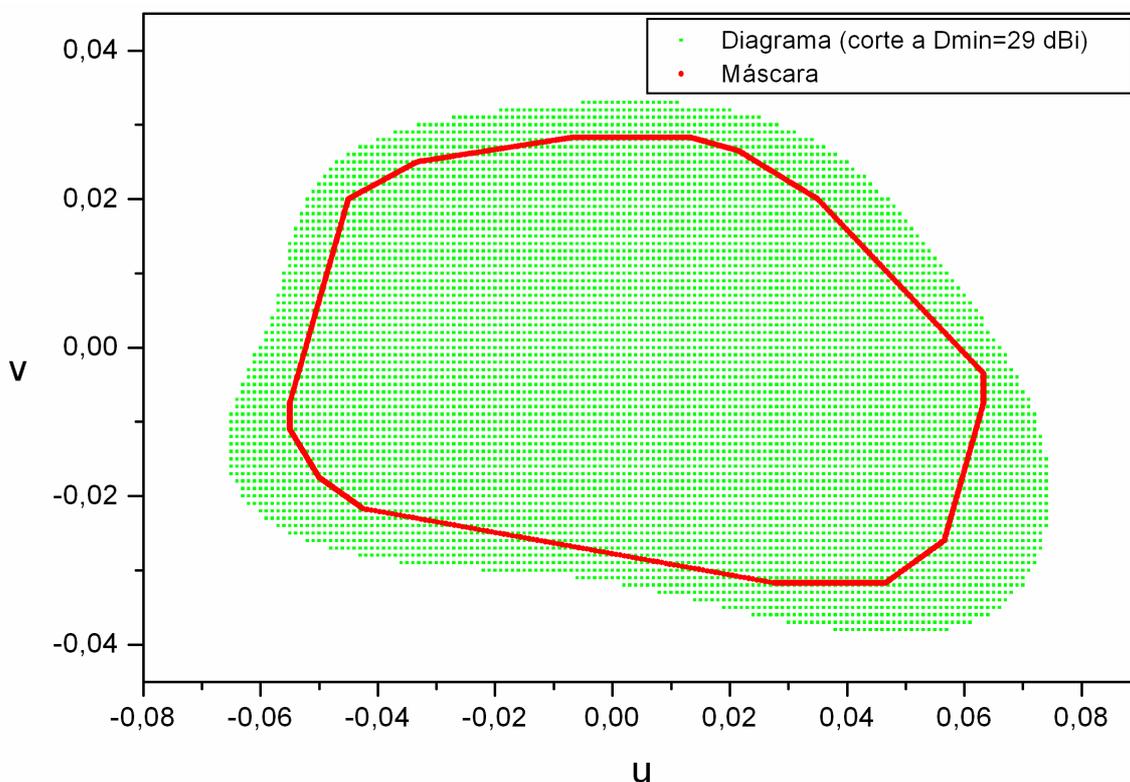


Figura 2.3.6 Superposición del contorno deseado de la máscara (línea roja) y el diagrama obtenido (puntos verdes) con la agrupación plana de Fig. 2.3.5, cuando se corta al valor de $D_{min} = 29$ dBi.

El proceso de optimización para generar la huella Europea requirió entre 4 y 20 minutos para el caso con el mínimo y máximo número de elementos, respectivamente, ejecutándose en un ordenador de sobremesa con un procesador Pentium 4 a 3.0 GHz.

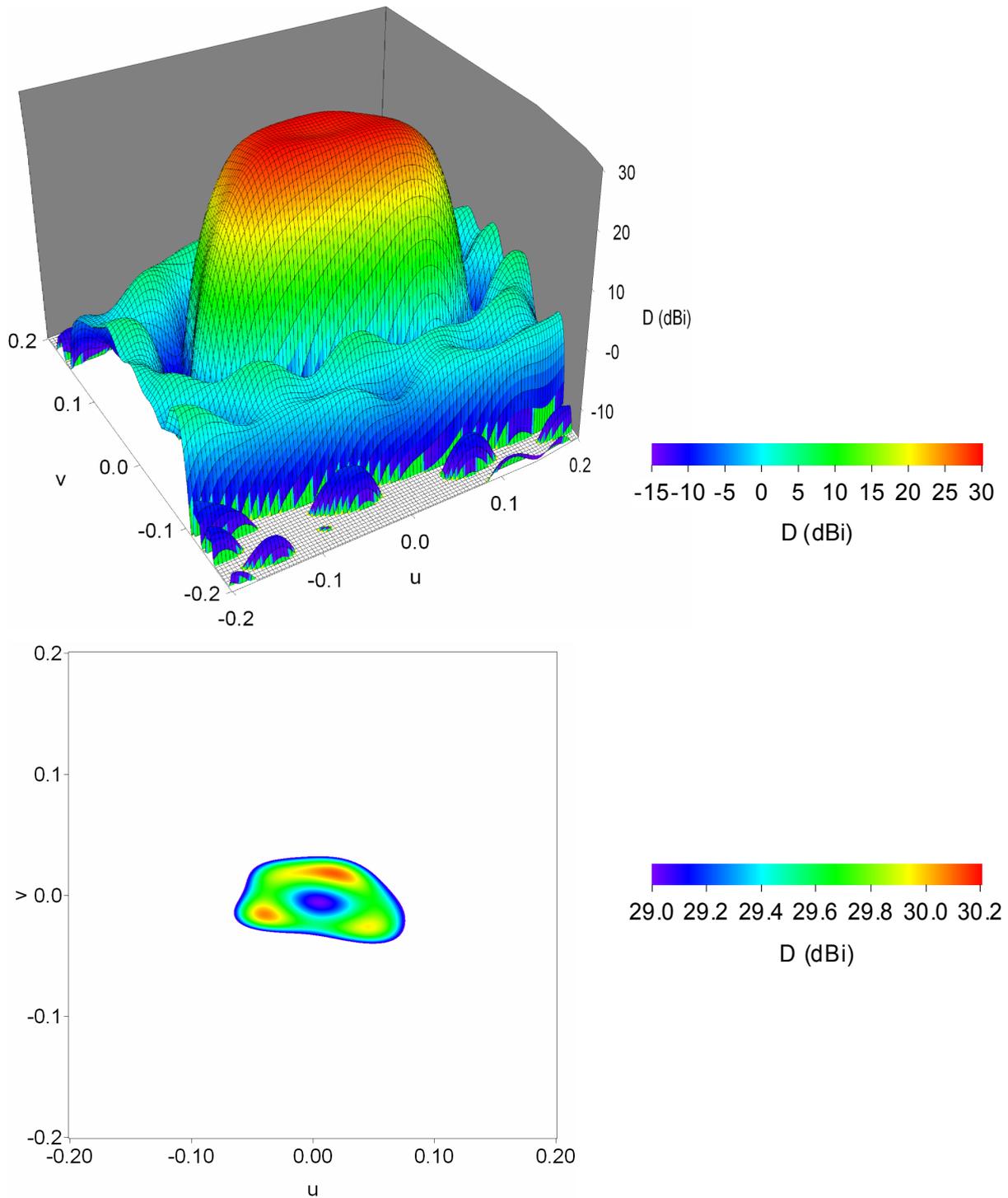


Figura 2.3.7 Diagrama directividad radiado por la agrupación plana de Fig. 2.3.5 y sintetizado con el método para dar cobertura a Europa. a) Diagrama 3D, b) corte a la altura en la que se encuentra la directividad mínima, $D_{min}=29$ dBi.

Especificaciones de diseño		Método híbrido de OES-WL											
N° de nulos rellenos	Valores deseados		Tamaño agrupación rectangular $L_x \times L_y$	$RD = I _{\max}/ I _{\min}$	Componente Copolar		Componente contrapolar (dB)	N° de elementos excitados	Directividad (dBi)		Pendiente (dB/grado)		N° iterac.
	R_d (dB)	SLL_d (dB)			Rizado R (dB)	SLL (dB)			Max.	Min.	Min.	Promedio	
1	-20	1	$26.5\lambda \times 44.6\lambda \cong 58.9 \times 99.1$ cm.	565	-2.32	-20.19	-50.29	1825	31.5	29.2	-7.97	-21.85	0
			$27.7\lambda \times 46.5\lambda \cong 61.6 \times 103.3$ cm.	30	-0.99	-19.97	-46.01	877	29.8	28.8	-6.96	-14.20	8
	-25	30		3154	-2.28	-24.16	-51.58	1972	31.6	29.3	-11.67	-24.04	0
				30	-1.06	-24.66	-48.48	976	30.1	29	-10.03	-17.67	11
2	-20	1	$28.3\lambda \times 47.6\lambda \cong 62.9 \times 105.8$ cm.	800	-3.35	-20.25	-51.18	2065	32.0	28.7	-8.32	-23.68	0
				30	-2.00	-20.05	-49.24	1345	31.3	29.3	-11.94	-17.49	20
	-25	30		1074	-3.21	-22.70	-52.47	2232	32.1	28.8	-12.65	-26.36	0
				30	-2.01	-25.06	-51.34	1432	31.5	29.4	-15.26	-22.40	24

Tabla 2.3.3. Resultados obtenidos con el método de OES-WL aplicados a una huella Europea (Ejemplo c) con diferentes especificaciones. 1 nulo relleno.

Especificaciones de diseño		Método híbrido de OES-WL											
N° de nulos rellenados	Valores deseados		Tamaño agrupación rectangular $L_x \times L_y$	$RD = I_{\max} / I_{\min} $	Componente copolar		Componente contrapolar (dB)	N° de elementos excitados	Directividad (dBi)		Pendiente (dB/grado)		N° iterac.
	R_d (dB)	SLL_d (dB)			Rizado R (dB)	SLL (dB)			Max.	Min.	Min.	Promedio	
1	-20	41.0 λ × 68.8 λ ≡ 91.1 × 152.9 cm.	1236	-1.73	-21.47	-54.56	4472	32.9	31.1	-17.28	-31.40	0	
			40	-1.02	-20.06	-51.86	2378	31.9	30.8	-15.09	-25.23	9	
	-25	41.5 λ × 69.7 λ ≡ 92.2 × 154.9 cm.	18087	-1.14	-24.73	-42.99	4576	26.5	25.4	-14.25	-22.16	0	
			40	-1.00	-24.91	-53.06	2564	31.9	30.8	-19.28	-32.75	25	
2	-20	52.5 λ × 82.2 λ ≡ 116.7 × 182.7 cm.	1557	-2.19	-20.35	-55.04	6732	33.1	31.0	-21.17	-44.10	0	
			30	-1.97	-20.05	-54.90	4073	33.0	31.1	-22.22	-41.38	18	
	-25	54.0 λ × 90.7 λ ≡ 120.0 × 201.6 cm.	2703	-2.27	-25.51	-55.70	7752	33.1	30.8	-29.16	-52.46	0	
			30	-2.00	-25.02	-55.95	4373	33.0	31.1	-28.19	-50.12	16	

2-3.4. Conclusiones

Combinando los métodos de síntesis clásicos de Orchard-Elliott-Stern y Woodward-Lawson de la forma descrita anteriormente, es posible sintetizar rápidamente diagramas de radiación de contorno irregular que requieran de una agrupación plana compuesta por un gran número de elementos. Este número puede ser demasiado elevado como para permitir la optimización directa de las excitaciones de la agrupación a partir de métodos estocásticos.

El número de elementos se puede reducir significativamente usando varias estrategias y se muestra que se pueden obtener cualesquiera características deseadas del diagrama de radiación.

Con el método propuesto, es posible sintetizar cualquier diagrama deseado. Además, es necesario encontrar un compromiso entre las características del diagrama deseado y el número de elementos de la antena a emplear.

El tiempo de computación para la obtención de resultados es relativamente breve extendiéndose desde los 4 a los 20 minutos para los ejemplos mostrados.

2-3.5. Referencias

- [1] Y. Hwang, "Satellite antennas", *Proc. IEEE*, Vol. 80, N° 1, pp. 183-193, 1992.
- [2] N. Fourikis, "*Phased array-based systems and applications*", John Wiley & Sons, New York, 1997.
- [3] Ch. Kumar, P. Kumar, D. Choudhuri, VV. Srinivasan, V. Mahadevan, V. K. Lakshameesha, S. Pal, "Shaped beam low loss microstrip array antenna for India coverage at Ku-band from a stabilized satellite", *XVIIIth General Assembly of URSI*, New Delhi, B04P.5 (0197), pp. 84-87, 2005.
- [4] ASAR, Advanced Synthetic Aperture Radar,
http://envisat.esa.int/instruments/tour-index/asar/asar_fm_antenna_2.htm
- [5] D. H. Schaubert, A. O. Botyssenko, A. van Ardenne, J. G. Bij de Vaate, C. Craeye, "The square kilometer (SKA) array", *IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology*, Boston-USA, pp. 351-358, 2003.
- [6] C. A. Balanis, *Antena Theory: Analysis and design*, John Wiley & Sons, 3rd Ed., 2005.
- [7] R. S. Elliott and G. J. Stern, "A new technique for shaped beam synthesis of equispaced arrays", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 32, N° 10, pp. 1129-1133, 1984.
- [8] J. Ruze, "Circular aperture synthesis", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 12, N°6, pp. 691-694, 1964.
- [9] J. E. Richie and H. N. Kritikos, "Linear program synthesis for direct broadcast satellite phased arrays", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 36, N° 3, pp. 345-349, 1988.
- [10] H. J. Orchard, R. S. Elliott, and G. J. Stern, "Optimising the synthesis of shaped beam antenna patterns", *IEE Proc.*, Pt. H, Vol. 132, N° 1, pp. 63-68, 1985.

- [11] E. Remez, “Sur le calcul effectif des polynomes d’approximation de Tchebychef”, *Comp. Rend. Acad. Sci (Paris)*, Vol. 199, pp. 337-340, 1934.
- [12] R. S. Elliott and G. J. Stern, “Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution”, *IEE Proc.*, Pt. H, Vol. 135, N° 6, pp. 366-370, 1988.
- [13] F. Ares, R. S. Elliott and E. Moreno, “Design of planar arrays to obtain efficient footprint patterns with an arbitrary footprint boundary”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 42, N° 11, pp. 1509-1514, 1994.
- [14] F. Ares, “Application of genetic algorithms and simulated annealing to some antenna problems”, in *Electromagnetic optimization by genetic algorithms*, Y. Rahmat-Samii and E. Michielssen, Eds., John Wiley & Sons, chapter 5, pp. 119-156, 1999.
- [15] J. M. Cid, J. A. Rodríguez, F. Ares, and E. Moreno, “Synthesis of satellite footprints by perturbation of Woodward-Lawson solutions for planar array antennas”, *J. Electromagn. Waves Appl.*, Vol. 14, pp. 3-10, 2000.
- [16] K. F. Lee, K. M. Luk, and P. Y. Tam, “Cross polarization characteristics of circular patch antennas”, *Electron. Lett.*, Vol. 28, N° 6, pp. 587–589, 1992.

2-4. Método rápido de síntesis de agrupaciones conformadas

2-4.1. Introducción

El término “agrupación conformada de antenas” es usado generalmente para referirse a un conjunto de elementos radiantes que se disponen sobre una superficie no plana tal como el fuselaje de un avión, un satélite u otras estructuras. El diseño y análisis de tales sistemas es más complicado que en el caso de una agrupación plana debido a la imposibilidad de factorizar la expresión analítica del diagrama de radiación en un factor elemento y un factor array [1, 2]. En la literatura [1] se han propuesto varios métodos de síntesis de patrones a partir de agrupaciones conformadas: optimización de la forma de la agrupación, métodos de Fourier, método de proyección de la abertura, método de las agrupaciones adaptativas, método de los mínimos cuadrados, algoritmos genéticos y “simulated annealing”. Muchas de esas técnicas numéricas son muy dependientes de la solución inicial y necesitan de varias iteraciones para obtener el resultado deseado; siendo demasiado lentas cuando se aplican a agrupaciones con un gran número de elementos. En esta sección del capítulo de métodos cuasi-analíticos describimos una nueva técnica que combina dos métodos de síntesis clásicos: el método de Elliott-Stern [3] y el método de Woodward-Lawson [4], fusionando en un único método las ventajas de cada uno. Esta técnica híbrida es analítica y no iterativa, por tanto simple y muy rápida (bastante más que el método explicado en el punto 2.3 del capítulo, al no tener nada que optimizar), además no depende de las condiciones iniciales. Se puede mostrar que permite la síntesis de agrupaciones de miles de elementos mientras controla el rizado (R), en la región de emisión, el nivel de lóbulos laterales (SLL) y la pendiente en la región de transición entre ambas regiones. El método se ha aplicado a la síntesis, en pocos segundos, de un diagrama rectangular y dos diagramas triangulares generados a partir de una agrupación cilíndrica compuesta por dipolos.

2-4.2. Método

El método de Elliott-Stern, ES, es una extensión de la técnica de Taylor para la síntesis de diagramas de radiación obtenidos a partir de una abertura circular. Esta técnica permite la generación de un haz de radiación ϕ -simétrico que presenta unos valores controlados de R y de SLL , en la región de emisión y de lóbulos laterales, respectivamente. Inicialmente se parte de un diagrama suma de Taylor [2] debido a una distribución de abertura plana continua cuyo diagrama de radiación viene dado por:

$$F(t) = 2 \frac{J_1(\pi t)}{\pi t} \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{u_n^2}\right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{\gamma_{1n}^2}\right)} \quad (2.4.1)$$

Donde $t = (2a/\lambda)\text{sen}(\theta)$ y a es el radio del contorno circular de la abertura continua.

En la eq. 2.4.1, γ_{1n} es la raíz n -ésima de la función de Bessel de orden 1 y de tipo 1, $J_1(\pi t)$ y $\bar{n} - 1$ es el número de lóbulos controlados en el diagrama de radiación. El diagrama de radiación es rotacionalmente simétrico ya que la distribución de abertura ha

sido especificada para tener la misma simetría. Taylor encontró una fórmula que permite sintetizar un diagrama con un nivel de lóbulos controlado.

Un estudio de la ec. 2.4.1 revela que $F(u_n) = 0$, así que los lóbulos laterales están rodeados de nulos profundos. Supongamos que reemplazamos la ecuación anterior por otra que usa raíces complejas:

$$F(t) = 2 \frac{J_1(\pi t)}{\pi t} \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{(u_n + jv_n)^2} \right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \frac{t^2}{\gamma_{1n}^2} \right)} \quad (2.4.2)$$

Tendremos que el diagrama de radiación en los puntos u_n será no nulo, $F(u_n) \neq 0$, a menos que $v_n = 0$. Es posible encontrar un conjunto de raíces complejas $u_n + jv_n$ que generen un diagrama de radiación con algunos nulos propiamente rellenos en la región de emisión, mientras se controla el nivel de algunos lóbulos laterales fuera de ella [3]. Por lo tanto, la ec. 2.4.2 permite obtener un diagrama de radiación de haz plano con un semi-ancho de haz B_0 (del diagrama circular) que presenta un nivel de rizado y un *SLL* de valores preestablecidos. Entonces, la abertura circular, de radio a , genera un diagrama de radiación circular con un semi-ancho B_0 .

Si nos interesa sintetizar un diagrama con una huella arbitraria, es necesario tener un haz plano en cada corte ϕ , con un semi-ancho de haz $B(\phi)$ que se ajusta, corte a corte, al contorno de interés a iluminar. Esto se lleva a cabo, cómo se explicó en 2.3.2, estirando y encogiendo la distribución de abertura continua circular con un radio $\rho(\phi)$ que es inversamente proporcional al semi-ancho de haz deseado $B(\phi)$ [5], que es equivalente a reemplazar a por $\rho(\phi) = a \frac{B_0}{B(\phi)}$ en la variable t de ec. 2.4.2. Con esta técnica es posible

obtener un diagrama no ϕ -simétrico, $F_m(\theta, \phi)$, que se ajusta al diagrama de radiación deseado, con el mismo nivel de rizado y *SLL* que la huella circular original que posteriormente será muestreada.

La distribución de abertura irregular se inscribe en un rectángulo de tamaño $L_z \times L_y$ a lo largo de las direcciones z e y , respectivamente. Posteriormente, la abertura rectangular se discretiza para obtener una agrupación plana con un mallado rectangular cuya celda fundamental presenta el tamaño $d_z \times d_y$, a lo largo de las direcciones z e y respectivamente, obteniéndose $N_{ele} = N_z \times N_y$ elementos. El siguiente paso es proyectar esos elementos sobre la superficie de un cilindro que presenta un radio de curvatura, RC , y una abertura angular AA , obteniéndose las posiciones (x_m, y_m, z_n) para el elemento mn -ésimo:

$$\begin{aligned} z_n &= n d_z - \frac{L_z}{2} & ; & & n = 0, 1 \dots (N_z - 1) \\ y_m &= m d_y - \frac{L_y}{2} & ; & & m = 0, 1 \dots (N_y - 1) \\ x_m &= RC \cos(\phi_m) - x_{\min} \\ \phi_m &= \left(\frac{m}{N_y - 1} - \frac{1}{2} \right) AA \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

Donde ϕ_m es la posición angular del n -ésimo elemento medido con respecto al eje x y el centro de curvatura de la agrupación cilíndrica; y x_{\min} es el mínimo valor de $RC \cos(\phi_m)$.

El diagrama de radiación obtenido $F_m(\theta, \phi)$ se muestrea en S posiciones, con coordenadas angulares (θ_s, ϕ_s) , para posteriormente calcular las excitaciones utilizando la expresión de Woodward-Lawson, WL [4], ec. 2.3.2. El valor de las muestras es $F(\theta_s, \phi_s)$ y su número depende tanto del número de elementos como del inter-espaciado entre ellos. En el caso de agrupaciones conformadas debemos emplear la siguiente expresión tridimensional:

$$\begin{aligned}
 I_{mn} &= \sum_{s=1}^S F_m(\theta_s, \phi_s) \exp\{-jk(x_m u_s + y_m v_s + z_n w_s)\} \\
 u_s &= \text{sen}(\theta_s) \cos(\phi_s) \\
 v_s &= \text{sen}(\theta_s) \text{sen}(\phi_s) \\
 w_s &= \cos(\theta_s)
 \end{aligned} \tag{2.4.4}$$

Donde $k=2\pi/\lambda$ es el número de onda.

Supongamos que tenemos una agrupación plana localizada en el plano ZY cuyos elementos se excitan con unos valores dados por el conjunto Ω_P , calculados con la expresión 2.3.2. Por otro lado, supongamos que tenemos otra estructura donde los elementos radiantes se localizan sobre la superficie de un cilindro cuyo eje principal coincide con el eje z ; en este caso el conjunto de excitaciones es Ω_C y se calcula con la ec. 2.4.4. Si el RC del cilindro se hace más grande, RC' , la curvatura de la región en la que se encuentran los elementos se hace cada vez más plana, ya que la proyección sobre el plano ZY de los elementos de la superficie cilíndrica se mantiene constante independientemente de RC , como se puede ver en la Fig. 2.4.1. Cuando el radio de curvatura se hace muy grande, RC_1 , la superficie del cilindro tiende a un plano, con lo cual es de esperar que el conjunto de excitaciones, Ω_{C1} , correspondiente a este cuasi-plano se asemeje mucho a Ω_P , ya que ambos conjuntos de elementos se encuentran en una superficie plana. Sin embargo se ha observado que las excitaciones difieren bastante, $\Omega_{C1} \neq \Omega_P$. La razón de este comportamiento se puede entender si estudiamos un poco más la ecuación anterior. En la figura anterior lo único que hemos hecho ha sido modificar el RC con lo que variaba la coordenada x_m de cada elemento radiante. Esta coordenada x_m , del n -ésimo elemento, la podemos descomponer en: $x_m = x_{\min} + x'_m$, siendo x_{\min} constante con lo que podemos sacar factor común del sumatorio la fase $\exp\{-jk x_{\min}\}$. Este factor de fase es el que hace que el valor de la excitación I_{mn} dependa de RC , en mayor medida. Una forma de contrarrestar este comportamiento es obviar este término de fase en x , o lo que es lo mismo, trasladar el centro de coordenadas desde o hasta o' como se ve en la Fig. 2.4.2. Como consecuencia generamos la excitación I'_{mn} , ec. 2.4.5, que dará lugar al nuevo conjunto de excitaciones $\Omega_{C'}$.

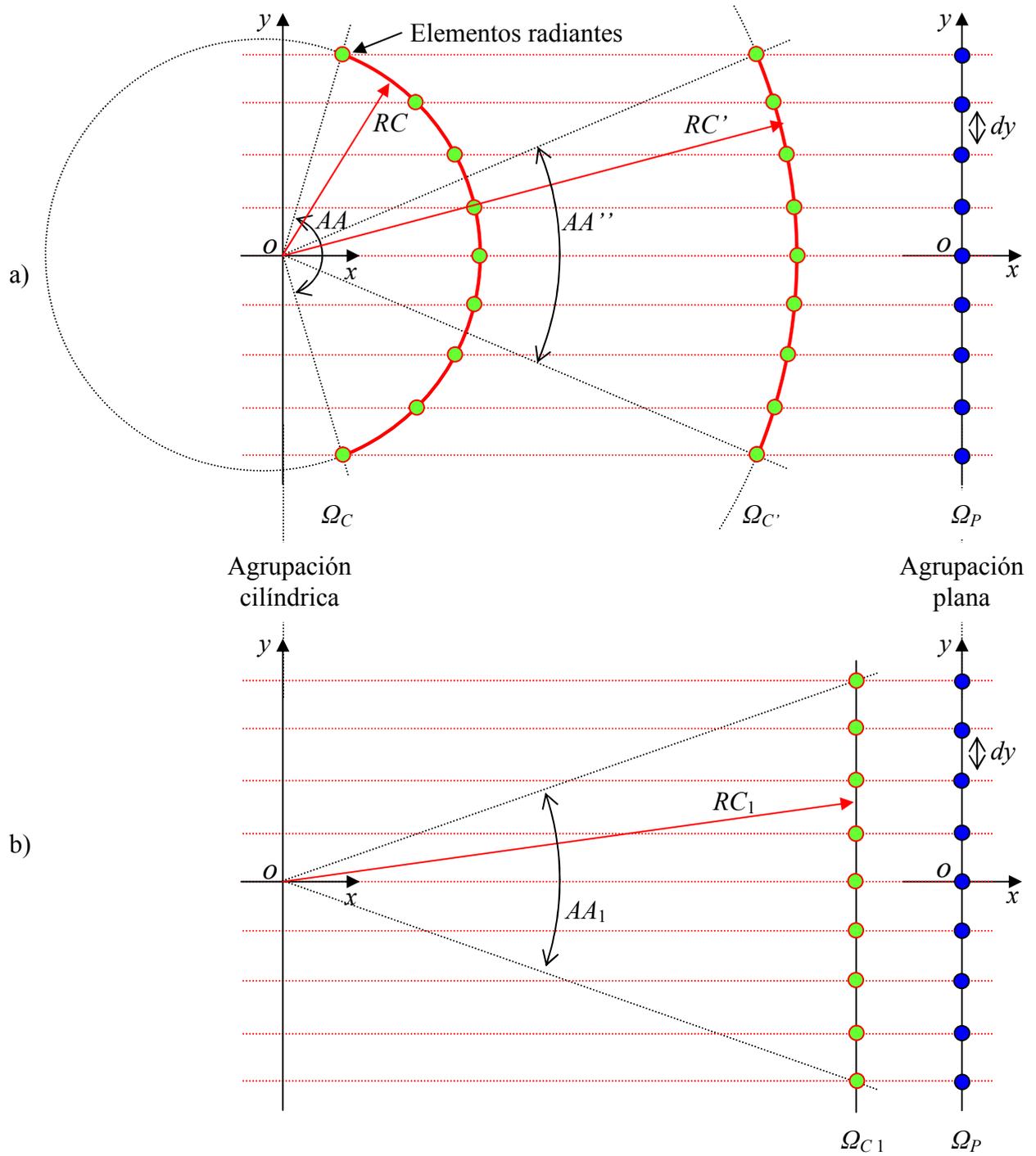


Figura 2.4.1 Proyección de una agrupación plana sobre una superficie cilíndrica. Vista desde el eje z . a) RC finito; b) RC tiende a ∞ .

$$\begin{aligned}
 I_{mn} &= \sum_{s=1}^S F_m(\theta_s, \phi_s) \exp\{-jk(x_m u_s + y_m v_s + z_n w_s)\} = \\
 &= \sum_{s=1}^S F_m(\theta_s, \phi_s) \exp\{-jk((x_{\min} + x'_m)u_s + y_m v_s + z_n w_s)\} \\
 &= \exp\{-jk x_{\min}\} \sum_{s=1}^S F_m(\theta_s, \phi_s) \exp\{-jk(x'_m u_s + y_m v_s + z_n w_s)\} \\
 I'_{mn} &= \sum_{s=1}^S F_m(\theta_s, \phi_s) \exp\{-jk(x'_m u_s + y_m v_s + z_n w_s)\}
 \end{aligned}
 \tag{2.4.5}$$

Hay que recordar que esta traslación del centro de coordenadas, solo se ha llevado a cabo para el cálculo de cada una de las excitaciones de la agrupación cilíndrica.

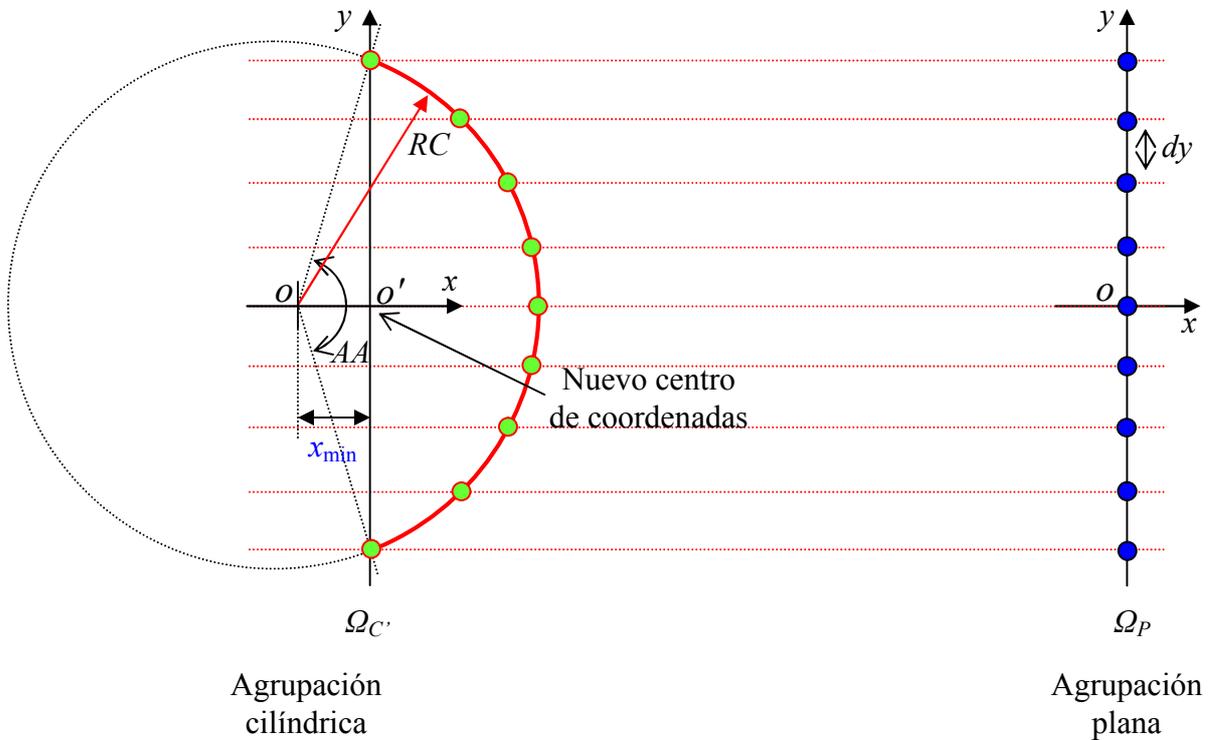


Figura 2.4.2 Sistema de coordenadas desplazado respecto al eje del cilindro para el cálculo de las posiciones de los elementos. Vista desde el eje z .

$$\begin{aligned}
 F_{ES-WL}(\theta, \phi) &= \sum_{m=0}^{N_y-1} \sum_{n=0}^{N_z-1} [Fe(\theta, \phi - \phi_m) I'_{mn} \exp\{j\psi\}] \\
 \psi &= k(x_m u + y_m v + z_n w) \\
 u &= \text{sen}(\theta) \cos(\phi) \quad ; \quad v = \text{sen}(\theta) \text{sen}(\phi) \quad ; \quad w = \cos(\theta)
 \end{aligned}
 \tag{2.4.6}$$

Una vez conocidas las posiciones y las excitaciones de cada elemento de la agrupación conformada, podemos calcular la expresión del factor campo en un punto del espacio de coordenadas angulares (θ, ϕ) . Si además utilizamos un elemento de radiación que presente un factor elemento $Fe(\theta, \phi - \phi_m)$, entonces la expresión es la que se muestra en la ec. 2.4.6. En la Fig. 2.4.3 se muestra un diagrama de flujo explicativo de la síntesis de agrupaciones conformadas similar al utilizado en el punto 2.3.

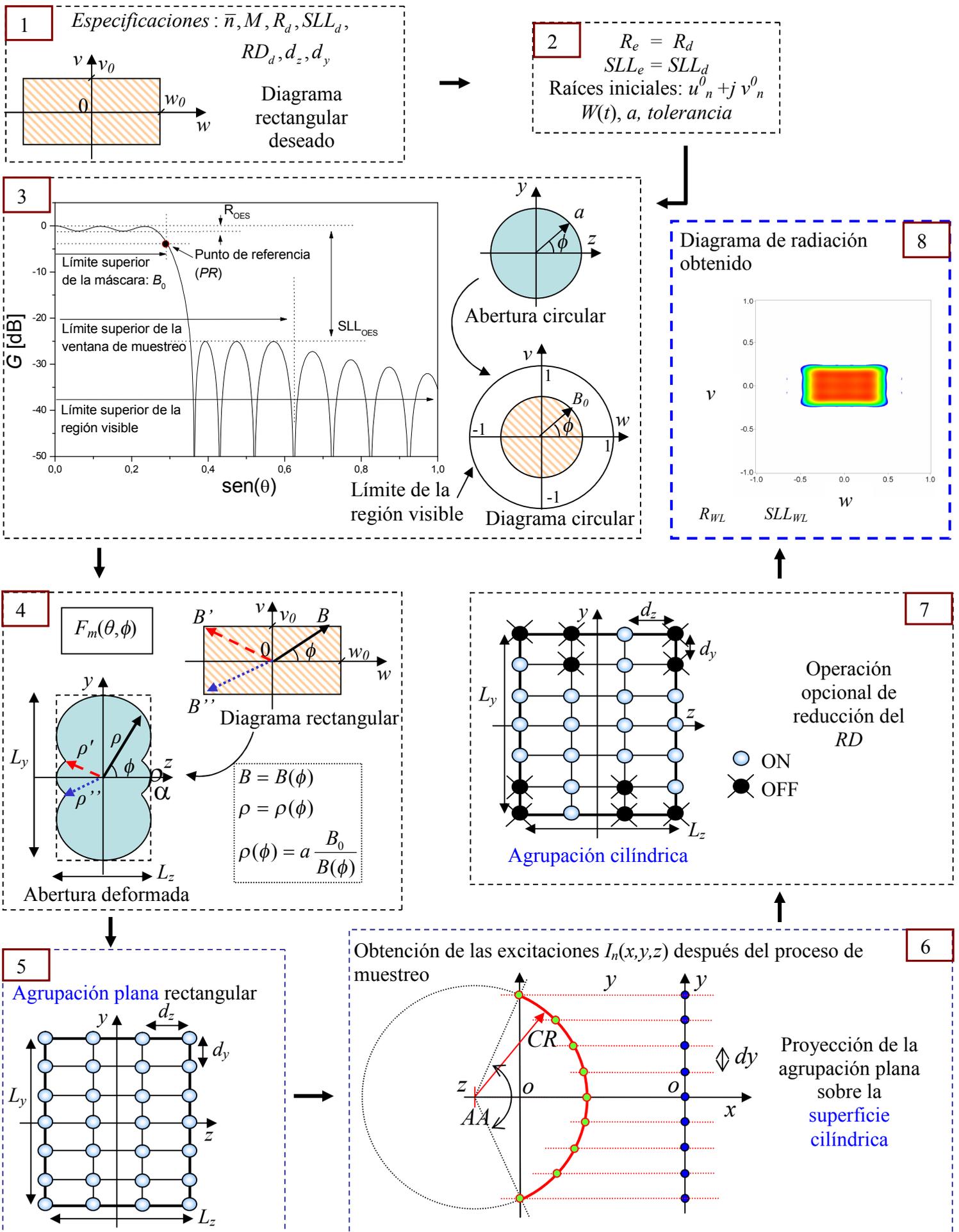


Figura 2.4.3 Diagrama de flujo conceptual del método utilizado en la síntesis de agrupaciones conformadas.

2-4.3. Ejemplos

Se desean sintetizar diferentes diagramas de radiación utilizando una agrupación cilíndrica, cuyo eje principal es paralelo al eje z . Dicha agrupación conformada se compone de dipolos axiales paralelos al eje z , cuyo diagrama de radiación se describe en [6] y aparece en la siguiente ecuación (ver apartado 5-3.2 del Apéndice).

$$Fe(\theta', \phi') = \frac{1}{3} \text{sen}(\theta') \left[1 + 2 \max\left(\cos(\phi'), \frac{-1}{2}\right) \right] \quad (2.4.7)$$

Donde θ' y ϕ' son las coordenadas angulares locales con valores $\theta' = \theta = 90^\circ$ y $\phi' = \phi - \phi_n$.

Los diagramas de radiación a ser sintetizados son: una huella rectangular y dos huellas triangulares diferentes. En todos los casos, se desea obtener un diagrama con 1 dB de R y -25 dB de SLL .

La superficie cilíndrica tiene una abertura angular de $AA = 80^\circ$ y el valor de su radio de curvatura depende del patrón a sintetizar. La proyección de los elementos de esta agrupación sobre el plano ZY genera una agrupación plana con mallado rectangular cuya celda fundamental tiene un tamaño de $d_z \times d_y = \lambda/2 \times \lambda/2$.

Inicialmente, hemos obtenido un semi-ancho de haz $B_\theta = 12.7^\circ$ usando una distribución circular continua de radio $a = 5\lambda$. Se ha logrado después de utilizar la ec. 2.4.2 con $\bar{n} = 6$, que presenta dos ciclos de rizado, $M = 2$, de 0.1 dB y tres lóbulos laterales interiores a -30 dB cuyas raíces, Tabla 2.4.1, se han obtenido con el método de Orchard-Elliott-Stern [3] utilizado en la sección anterior del capítulo.

n	1	2	3	4	5
u_n	0.5445	1.6368	3.7051	4.3335	5.2234
v_n	0.8797	0.8204	0.0010	0.0010	0.0010

Tabla 2.4.1 Raíces complejas utilizadas en todos los ejemplos de esta sección.

A) Diagrama rectangular:

Queremos sintetizar un diagrama rectangular de tamaño 0.60×0.30 en el espacio $w-v$. Con el método descrito anteriormente, se ha requerido de una agrupación cilíndrica con un radio de curvatura $RC = 12.45 \lambda$, cuya proyección sobre el plano ZY tiene 17×33 elementos a lo largo de las direcciones z e y , respectivamente. Esta agrupación genera un diagrama de radiación con un rizado de 1.1 dB en la región de emisión y un nivel de lóbulos laterales de -26.5 dB. Sin embargo el rango dinámico definido como $RD = |I_{mn}|_{\max} / |I_{mn}|_{\min}$, es demasiado elevado debido a la existencia de elementos débilmente excitados, ver Tabla 2.4.2. Si dichos elementos son eliminados, el RD se reduce a 40 sin empeorar significativamente el R ni el SLL como se puede ver en la Fig. 2.4.4, diagrama que se ha generado con tal solo 275 dipolos axiales que se representan en rojo en la Fig. 2.4.5.

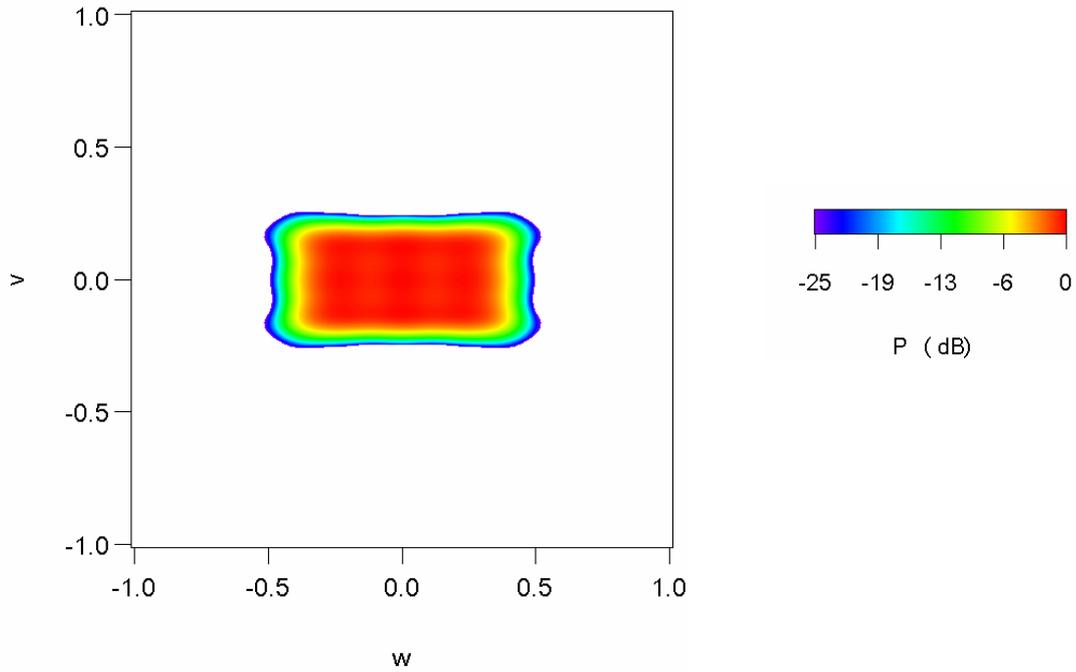


Figura 2.4.4 Diagrama rectangular de radiación en potencia (dB) obtenido a partir de una agrupación cilíndrica de 275 elementos. Corte a -25 dB.

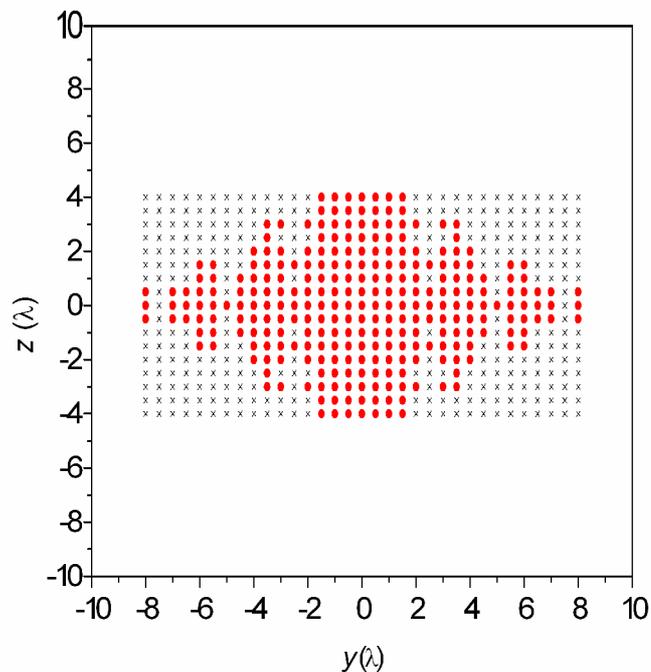


Figura 2.4.5 Proyección de los elementos de la agrupación cilíndrica, que generan la Fig. 2.4.4, sobre el plano ZY . En negro se muestran los elementos eliminados; en rojo los elementos activos.

B) Diagrama triangular:

Ahora se desea sintetizar un diagrama triangular cuyos vértices se encuentran en las posiciones (w,v) del espacio $w-v$: $(0.135,0.280)$, $(-0.265,-0.115)$ y $(0.135,-0.115)$.

Después de aplicar el método, se ha obtenido una agrupación cilíndrica con 35×38 dipolos axiales y un radio de curvatura $RC = 14.43 \lambda$. El patrón radiado por esta agrupación presenta un $R = 1.1$ dB y un $SLL = -25.4$ dB, Tabla 2.4.2, además de un alto valor de $RD = 769$ que se puede reducir hasta 40 si se eliminan 673 dipolos axiales débilmente excitados, sin empeorar las características del diagrama, Fig. 2.4.6. La Fig. 2.4.7 representa los elementos que están encendidos y apagados en la agrupación.

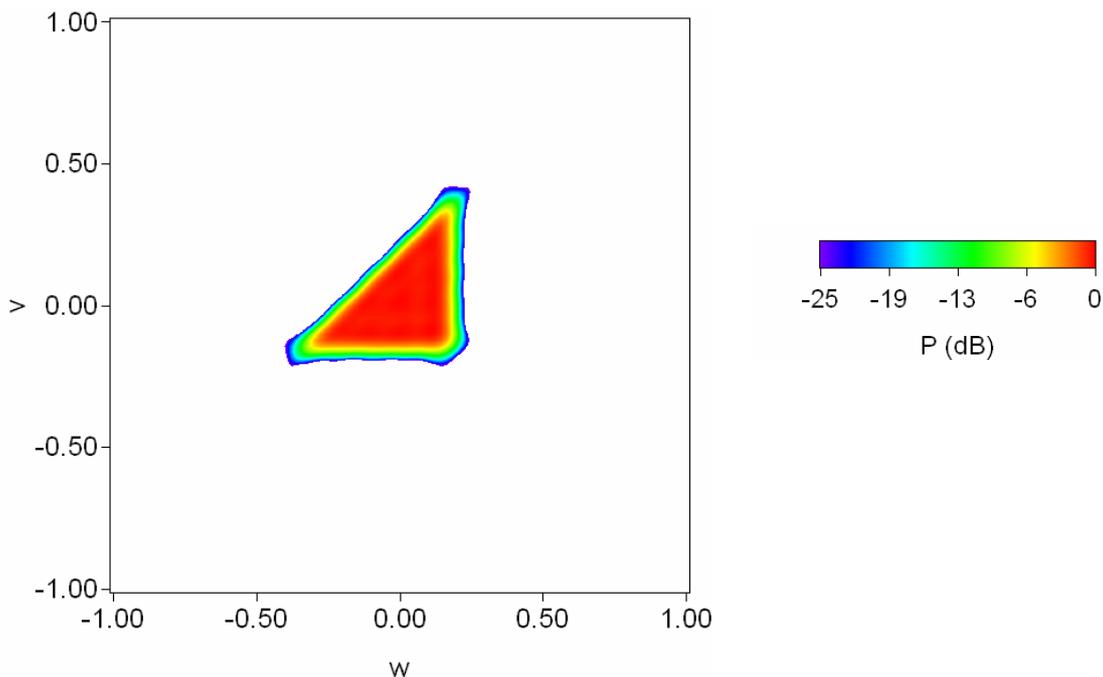


Figura 2.4.6 Diagrama en potencia triangular generado a partir de una agrupación cilíndrica de 657 dipolos axiales. Corte a -25 dB.

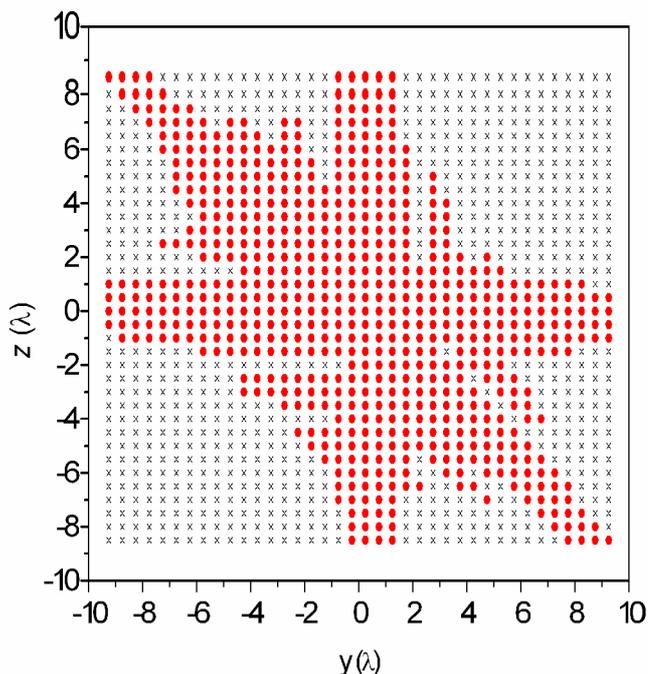


Figura 2.4.7 Proyección en el plano ZY de los elementos de la agrupación cilíndrica que genera la Fig. 2.4.6. En negro los elementos eliminados; en rojo los elementos activos.

C) Diagrama triangular rotado:

En este último ejemplo, queremos sintetizar el mismo diagrama de radiación que el presentado en el ejemplo anterior, pero rotado 15° . En este caso la posición de los nuevos vértices (w,v) en el espacio $w-v$ son: $(0.058,0.305)$, $(-0.226,-0.180)$ y $(0.160,-0.076)$.

El método aplicado a este ejemplo genera una agrupación cilíndrica con 36×35 elementos y un $RC=13.46 \lambda$. Se puede observar que el tamaño de la agrupación es diferente que en el ejemplo B), aunque el tamaño de la huella a sintetizar es el mismo. Para explicar esto, observemos en la Fig. 2.4.8 como las dimensiones máximas de la abertura continua, L_x y L_y , cambian al rotar la huella de radiación.

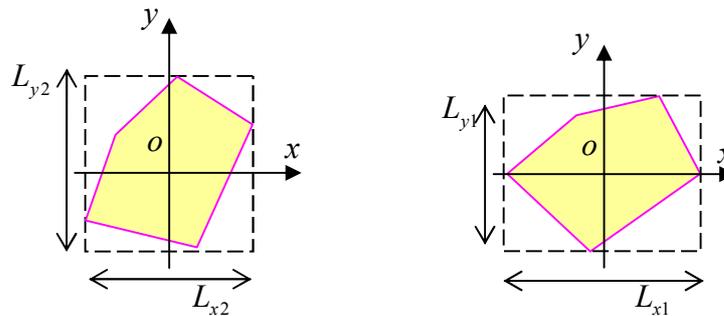


Figure 2.4.8 Ejemplo para explicar gráficamente porqué el número de elementos en los ejemplos B) y C) es diferente.

Si la huella deseada es girada, la correspondiente distribución de abertura también rota. Como consecuencia, el rectángulo que rodea a la distribución cambia su tamaño: $L_{x1} \times L_{y1} \neq L_{x2} \times L_{y2}$.

Esta agrupación radia un diagrama en potencia con 1.1 dB de rizado, -24.4 dB en el nivel de lóbulos laterales y un RD de 2480, ver Tabla 2.4.2. Es posible reducir ese valor hasta 40 si algunos de sus elementos se eliminan, esto genera los diagramas de las Fig. 2.4.9-10 a partir de una agrupación cilíndrica con 633 dipolos axiales, Fig. 2.4.11 cuyas características de radiación se mantienen sin apreciar cambios significativos.

En cada uno de los ejemplos descritos en este apartado del capítulo se han calculado tanto la directividad máxima y mínima, así como el valor de pendiente mínima y promedio (el valor de pendiente se calcula como lo hemos hecho en el punto 2.8) que se ven reflejados en la Tabla 2.4.2.

Comparando el ejemplo de síntesis del rectángulo con cualquiera de los triángulos se observa que los valores de directividad y pendiente son mayores, en valor absoluto, en estos dos últimos ejemplos y la razón es el mayor número de elementos radiantes.

En cualquiera de los ejemplos se observa que al eliminar los elementos el valor de directividad apenas se ha modificado. Respecto al valor de la pendiente, sus variaciones son mayores que en el caso de la directividad, pero aún así son pequeñas.

Los valores de directividad y pendiente son muy similares en cualquiera de los triángulos sintetizados, debido a que el diagrama a sintetizar tiene el mismo tamaño y el número de elementos es similar.

Para la obtención de estos resultados se han requerido menos de 7 segundos ejecutándose en un ordenador con un procesador Pentium 4 a 3.0 GHz.

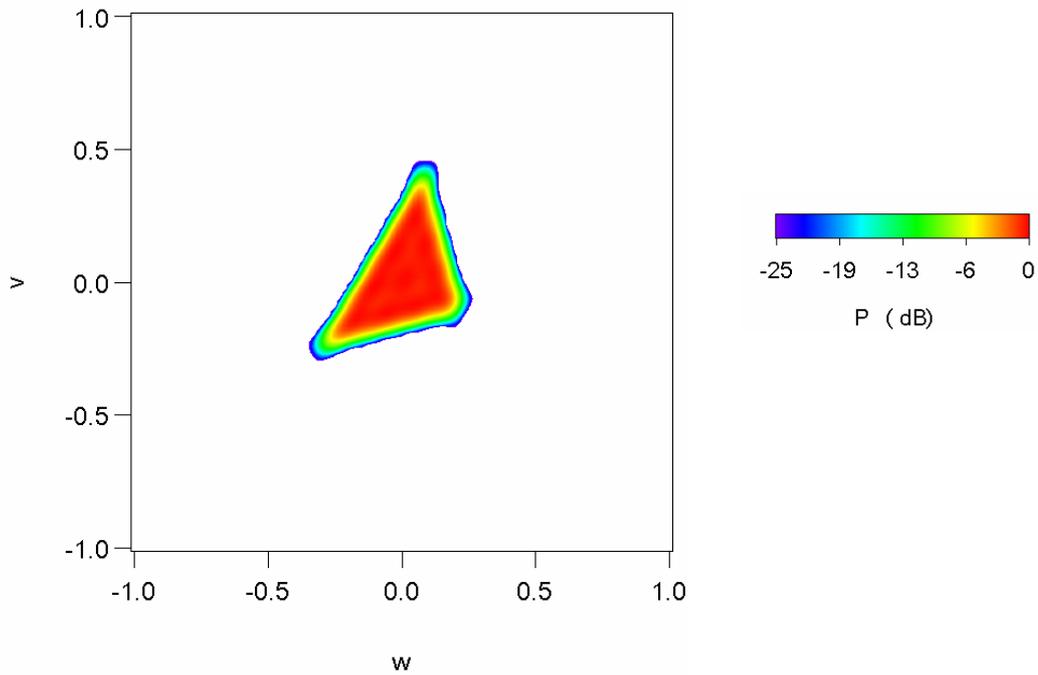


Figura 2.4.9 Diagrama triangular (rotado) en potencia radiado por una agrupación cilíndrica de 633 dipolos axiales. Corte a -25 dB.

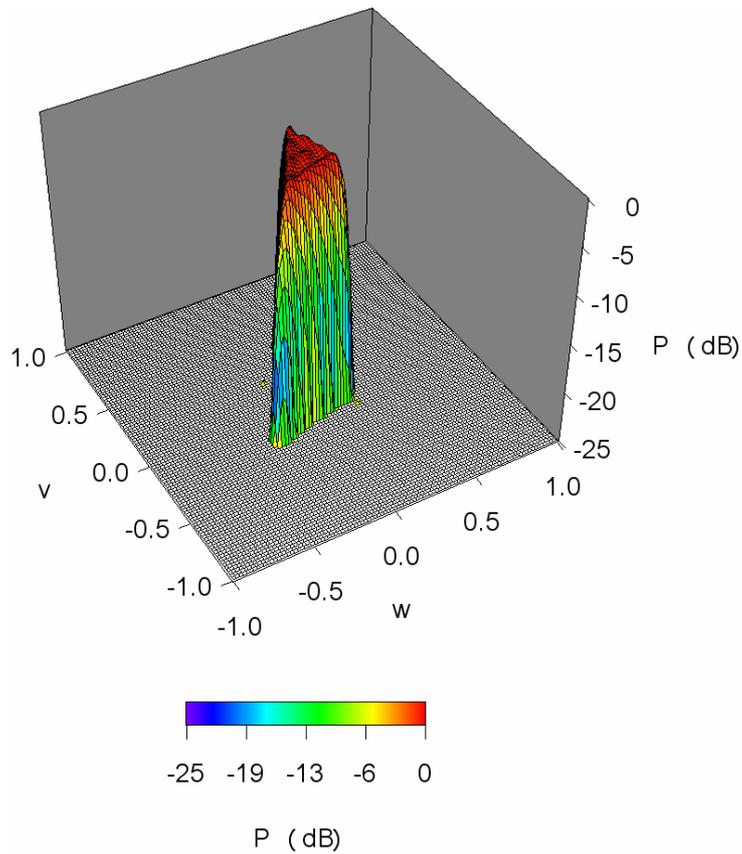


Figura 2.4.10 Diagrama 3D de la Fig. 2.4.9. Corte a -25 dB.

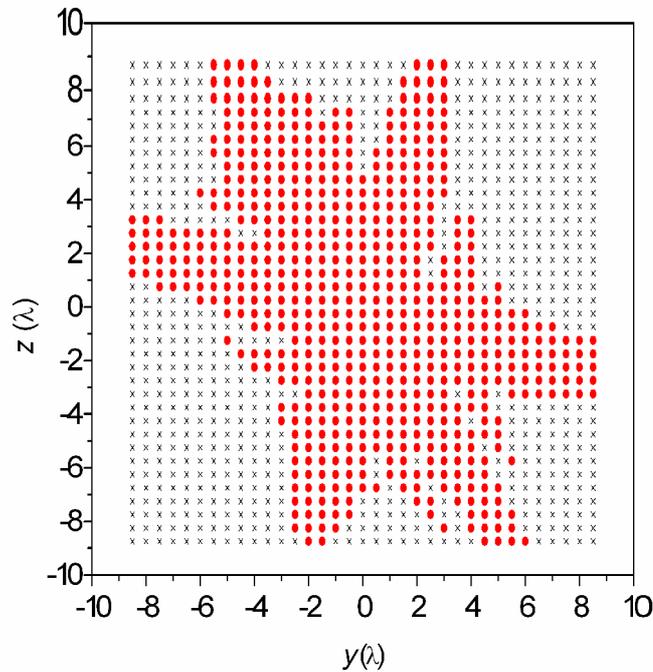


Figura 2.4.11 Proyección en el plano ZY de los elementos de la agrupación cilíndrica que genera la Fig. 2.4.9-10. En negro los elementos eliminados; en rojo los elementos activos.

Diagrama	Eliminamos elementos?	R (dB)	SLL (dB)	RD	Número elementos activos	Directividad (dBi)		Pendiente (dB/grado)	
						Máx	Mín	Mín	Media
A) Rectángulo	No	1.1	-26.5	2809	561	17.0	15.9	-3.19	-6.51
	Si	1.1	-25.1	40	275	17.0	15.9	-3.09	-6.47
B) Triángulo	No	1.1	-25.4	776	1330	20.6	19.5	-3.46	-9.70
	Si	1.3	-24.9	40	657	20.5	19.2	-3.02	-9.69
C) Triángulo rotado	No	1.1	-24.4	2480	1260	20.5	19.4	-3.71	-9.64
	Si	1.3	-24.7	40	633	20.5	19.2	-3.38	-9.57

Tabla 2.4.2. Resumen de los resultados obtenidos en los diferentes ejemplos.

2-4.4. Conclusiones

Combinando dos métodos de síntesis clásicos como son el método de Elliott-Stern y el método de Woodward-Lawson de la forma descrita anteriormente, es posible llevar a cabo la síntesis de huellas irregulares, de forma muy rápida, a partir de una agrupación cilíndrica compuesta por un número de elementos lo suficientemente elevado como para que sus excitaciones pudiesen ser optimizadas directamente con métodos estocásticos.

Las características del diagrama de radiación pueden mejorarse si las raíces complejas usadas en la ec. 2.4.2 se perturban ligeramente por medio de un proceso de optimización adicional, tal como se ha hecho en la sección 2.3.

El método descrito permite obtener otros diagramas de radiación tales como diagramas suma o diferencia y puede extenderse a agrupaciones con forma arbitraria.

2-4.5. Referencias

- [1] L. Josefsson, and P. Persson, *Conformal Array Antena Theory and Design*, Wiley-Interscience, 2006.
- [2] R. J. Mailloux, *Phased Array Antenna Handbook*, 2nd ed., Artech House, 2005.
- [3] R. S. Elliott and G. J., Stern, “Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution”, *IEE Proc.*, Pt. H, Vol. 135, N° 6, pp. 366-370, 1988.
- [4] J. Ruze, “Circular aperture synthesis”, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 12, N° 6, pp. 691-694, 1964.
- [5] F. Ares, R. S. Elliott and Moreno, E., “Design of planar arrays to obtain efficient footprint patterns with an arbitrary footprint boundary”, *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 42, N° 11, pp. 1509-1514, 1994.
- [6] F. Ares, S.R. Rengarajan., J.A.F. Lence, A. Trastoy, and E. Moreno, “Synthesis of antenna patterns of circular arc arrays”, *Electron. Lett.*, Vol. 32, N° 20, pp. 1845-1846, 1996.
- [7] H. J. Orchard , R. S. Elliott, and G. J. Stern, “Optimising the synthesis of shaped beam antenna patterns”, *IEE Proc.*, Pt. H, Vol. 132, N° 1, pp. 63-68, 1985.

2-5. Método rápido de síntesis a partir del muestreo de una distribución de Taylor.

2-5.1. Introducción

Tal como se comentó en la sección 2.3., las grandes agrupaciones de antenas han visto incrementada su importancia en las aplicaciones de satélite debido a su capacidad para controlar ciertos parámetros del diagrama de radiación: el rizado en la región de emisión, el nivel de lóbulos laterales, *SLL*, en la región no conformada y la pendiente en la región de transición. Además presentan la habilidad de formar múltiples haces así como de repartir entre los elementos de la agrupación toda la potencia suministrada a la agrupación; rápida reconfiguración y repunte de haces [1]. Tales agrupaciones presentan un reto significativo en la síntesis de diagramas, siendo necesario desarrollar nuevas técnicas para manejar el incremento en la carga computacional. Este problema ha sido abordado recientemente por Villegas [2], que ha necesitado desarrollar una herramienta de optimización basada en los algoritmos genéticos paralelizados para llevar a cabo la síntesis de una agrupación de antenas de solo 10×10 elementos. Donde en cada llamada a la función a minimizar, ha hecho uso de un supercomputador.

En este sub-capítulo se presenta una nueva y poderosa técnica que sintetiza el diagrama deseado como una composición de un conjunto de diagramas de Taylor circulares que son ponderados por las muestras del diagrama deseado después de estirar y comprimir una distribución de abertura circular [3] desarrollada por Elliott y Stern [4] tal como se hizo en 1.2 y 2.3-4. Esta técnica permite la síntesis de diagramas de radiación conformados a partir de grandes agrupaciones planas de antenas. Este proceso se ejecuta de una forma muy rápida, sin tener que recurrir a métodos de optimización estocásticos que presentan una gran carga computacional y que ralentizarían muchísimo la obtención de resultados; en el caso de agrupaciones con una gran cantidad de elementos.

Esta técnica se aplica a la síntesis de una huella de radiación con forma de Europa, que presenta un rizado controlado en la región de interés y con un *SLL* limitado.

2-5.2. Método

El diagrama suma generado por una distribución de Taylor viene expresado matemáticamente por la siguiente ecuación, que ya hemos utilizado en el sub-capítulos 1.2 y 2.3-4:

$$F(t) = 2 f(t) \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \left(\frac{t}{z_n} \right)^2 \right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \left(\frac{t}{\gamma_{1n}} \right)^2 \right)} ; \quad \text{con } f(t) = \frac{J_1(\pi t)}{\pi t} \quad (2.5.1)$$

Donde $t = \frac{2a}{\lambda} \sin(\theta)$; $\gamma_{1n} \pi$ es la raíz n -ésima de la función de Bessel de primer tipo y de orden uno, $J_1(x)$; z_n es la raíz compleja n -ésima; $\bar{n} - 1$ es el número de lóbulos controlados. Esta expresión se genera a partir de una distribución continua y circular de radio a , localizada en el plano XY , con la siguiente expresión:

$$g_0(p) = \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\bar{n}-1} \frac{F(\gamma_{1n})}{J_0^2(\gamma_{1n}\pi)} J_0(\gamma_{1n}p) \quad (2.5.2)$$

Donde $p = \frac{\pi \rho}{a}$, siendo $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ la distancia desde el centro de la distribución hasta el punto considerado.

El diagrama de radiación es rotacionalmente simétrico porque la distribución de abertura ha sido especificada a tener la misma simetría. Taylor encontró una fórmula para calcular las raíces complejas z_n que permiten que el nivel de lóbulos laterales de $F(t)$ sea el preestablecido. El haz principal de la ec. 2.5.1 debe apuntar a la dirección de barrido (u_s, v_s) , donde $u_s = \text{sen}(\theta_s) \cos(\phi_s)$ y $v_s = \text{sen}(\theta_s) \text{sen}(\phi_s)$; siendo θ_s y ϕ_s las coordenadas angulares esféricas a las que apunta el haz principal; el subíndice “s” viene de la palabra “scanning”. Esto se logra al reemplazar $f(t) = \frac{J_1(\pi t)}{\pi t}$, en la ec.

2.5.1, por $f(u, v) = \frac{J_1(\pi a c)}{\pi a c}$, donde $c = c(u, v) = \sqrt{(u - u_s)^2 + (v - v_s)^2}$. Quedando la ecuación:

$$F_s(t, u, v) = 2 f(u, v) \frac{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \left(\frac{t}{z_n} \right)^2 \right)}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(1 - \left(\frac{t}{\gamma_{1n}} \right)^2 \right)} ; \text{ con } f(u, v) = \frac{J_1(\pi a c)}{\pi a c} \quad (2.5.3)$$

Nótese que las variables t , u y v no son independientes (t depende de θ , mientras que u y v dependen ambas de θ y ϕ). $u = \text{sen}(\theta) \cos(\phi)$ y $v = \text{sen}(\theta) \text{sen}(\phi)$. La correspondiente abertura de este diagrama de Taylor viene dada por:

$$g_s(x, y) = g_0(x, y) \exp \left[-j 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} u_s + \frac{y}{\lambda} v_s \right) \right] \quad (2.5.4)$$

$$g_0(x, y) = g_0(p)$$

Donde el término exponencial introduce una fase lineal que permite apuntar el patrón del haz principal en la dirección (u_s, v_s) .

De acuerdo al método de síntesis de Woodward [5], podemos considerar una distribución de abertura continua obtenida al superponer una secuencia de términos del tipo de la ec. 2.5.3:

$$g(x, y) = \sum_{s=1}^S F_d(u_s, v_s) g_s(x, y) \quad (2.5.5)$$

Donde $F_d(u_s, v_s)$ es el patrón deseado muestreado en las posiciones donde el diagrama de Taylor es escaneado y S es el número total de muestras. El diagrama de radiación final tiene la siguiente expresión:

$$F(u, v) = \sum_{s=1}^S F_d(u_s, v_s) F_s(u, v) \quad (2.5.6)$$

Donde $F_s(u, v)$ es el valor del patrón de Taylor en la dirección de apuntamiento (u_s, v_s) .

Para sintetizar una huella de radiación con unos niveles de rizado, R , y SLL deseados, es necesario elegir unos valores de \bar{n} y SLL del diagrama escaneado de Taylor, $F(t)$, y también muestrear un diagrama de haz plano “flat-top” $F_d(u_s, v_s)$, con un rizado y número de nulos rellenados dados, que presenta un semi-ancho de haz $HBW(\phi)$ que se ajusta, corte a corte, al contorno de la huella a ser iluminada. Este patrón, $F_d(u_s, v_s)$, se obtiene después de estirar y comprimir [3] una distribución de abertura circular continua obtenida con el método de Elliott-Stern [4]. Este método calcula nuevas raíces complejas z_n para obtener un diagrama con un número de nulos rellenados en la región de emisión mientras que el nivel de lóbulos laterales se mantiene controlado. Después de usar estas raíces complejas, la ec. 2.5.1 permite lograr, a partir de una distribución circular de radio a , un diagrama “flat-top”, también circular, con un semi-ancho de haz HBW_0 (huella circular) que presenta un R y un SLL específicos. El estirar y comprimir es equivalente a reemplazar a por $a'(\phi) = a \frac{HBW_0}{HBW(\phi)}$ en la ec. 2.5.1, después de usar

las raíces complejas z_n , previamente calculadas. Con esta técnica es posible obtener un diagrama no-simétrico $F_d(\theta, \phi)$ que se ajusta al diagrama de radiación deseado y que presenta el mismo R y SLL que el diagrama circular original. Esta operación de deformar la distribución de abertura también se ha aplicado en sub-capítulos anteriores.

Las excitaciones de una agrupación plana que sintetiza el diagrama deseado, se obtienen al muestrear la distribución de abertura $g(x, y)$ de la ec. 2.5.5 usando un mallado rectangular y un contorno circular. En el proceso, simplificamos la red de alimentación de la agrupación usando sub-agrupaciones compuestas de 2×2 elementos, localizados en una malla cuadrada. Después de muestrear la distribución de abertura, el algoritmo asigna la misma excitación a cada elemento de la sub-agrupación, obtenida como el valor medio de las excitaciones originales de los 4 elementos. Finalmente, reducimos el

valor de rango dinámico $RD = \frac{|I_n|_{\max}}{|I_n|_{\min}}$, mientras se mantienen el R y el SLL con los

valores deseados. El RD se puede reducir eliminando las sub-agrupaciones excitadas débilmente y amplificando aquellas que se encuentren menos débilmente excitadas.

2-5.3. Ejemplos

El método expuesto se ha aplicado de nuevo a la síntesis de una huella de radiación con forma de Europa a partir de una agrupación plana a bordo de un satélite geoestacionario localizado a 46° N y 10° E. Esta máscara es la misma que hemos empleado en los últimos ejemplos del punto 2.3. Se desea que el diagrama de radiación presente un rizado máximo en la región conformada de ± 1.0 dB y un SLL de -20 dB. Para alcanzar estos resultados ha sido necesario usar diagramas de Taylor con $\bar{n} = 2$ y $SLL = -17$ dB. Los diagramas finales fueron calculados por medio de la expresión del factor campo cuyo factor elemento es

$$F_e(\theta) = \cos(|\theta|^{0.85}) \quad (2.5.7)$$

que se aproxima al diagrama de radiación de un parche circular y cae hasta -20 dB en los bordes como se aprecia en la Fig. 2.5.1. (ver apartado 5-3.3 del Apéndice).

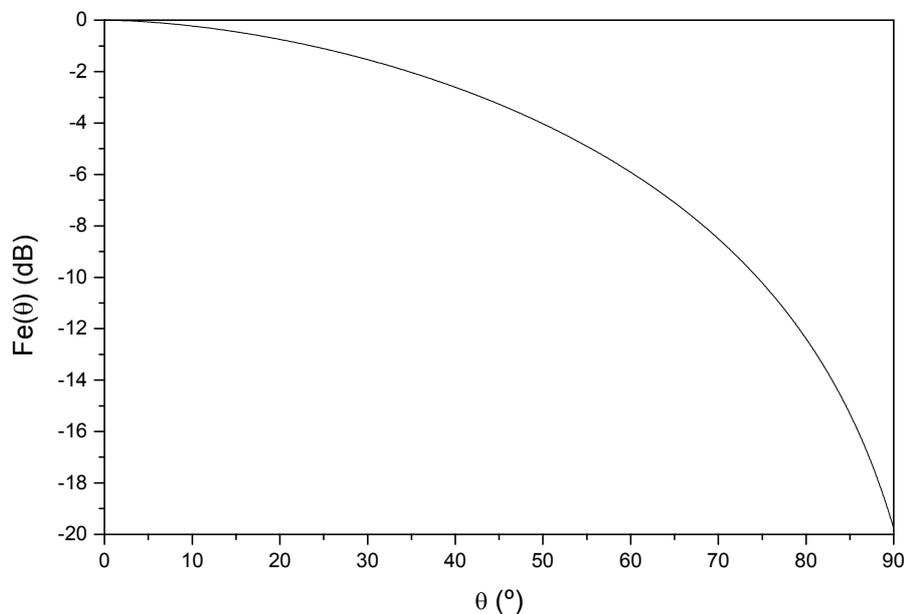


Figura 2.5.1 Gráfica en dB de la expresión del factor elemento $F_e(\theta) = \cos(|\theta|^{0.85})$.

El diagrama a ser muestreado, $F_m(\theta, \phi)$, se ha obtenido al usar una distribución de Elliott-Stern con 2 raíces complejas (dos nulos rellenos, que es equivalente a generar la región de emisión usando dos ciclos de rizado) con un nivel de rizado de 1 dB. Este diagrama se ha muestreado en la región de emisión y en la transición hacia la región de lóbulos laterales usando un total de 707 muestras. Después de muestrear la distribución de apertura de radio 50λ usando un mallado rectangular con un espaciado entre elementos de 0.75λ , se han obtenido 3569 sub-agrupaciones, cada una de ellas compuesta por 2×2 elementos posicionados en una celda cuadrada de tamaño $2 \times 0.75 \lambda = 1.5 \lambda$. Eliminando aquellas sub-agrupaciones con un valor de excitación I_n tal que $(|I_n|/|I_n|_{\max}) < (1/16)$, y amplificando las excitaciones hasta $(|I_n|/|I_n|_{\max}) = (1/12)$, de aquellas sub-agrupaciones con excitación I_n en el intervalo $(1/16) \leq (|I_n|/|I_n|_{\max}) \leq (1/12)$, se ha conseguido reducir el número de sub-

agrupaciones hasta 1087 y el RD a 12, obteniendo un nivel de rizado de 1.8 dB y un $SLL = -20$ dB. Una explicación gráfica de esta forma de eliminar elementos se puede ver en la Fig. 2.5.2.

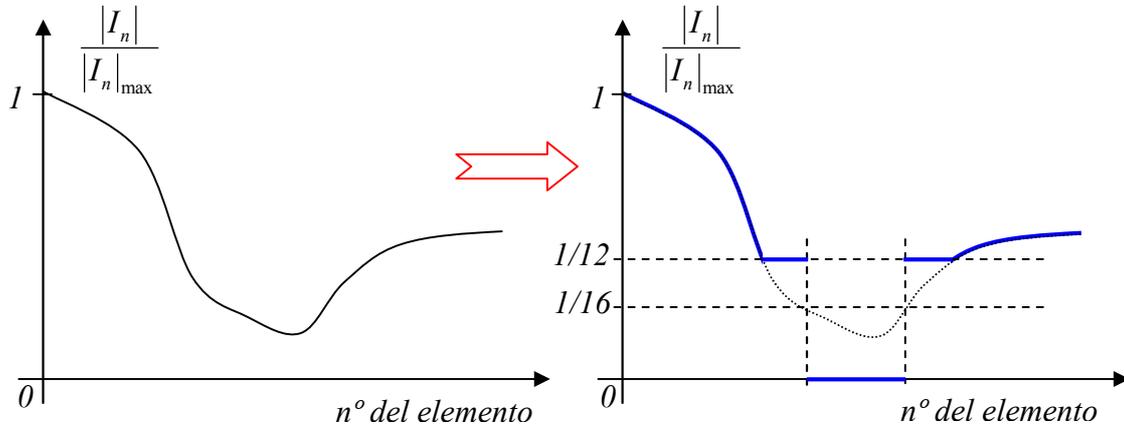


Figura 2.5.2 Representación gráfica de la reducción del RD .

Supongamos que tenemos una agrupación de N excitaciones, I_n , cuyo valor normalizado al valor máximo de excitación se representa en la Fig. 2.5.2 (Fig. de la izda) con una línea negra. Aplicando la metodología anterior para reducir el RD , el conjunto de excitaciones presentaría la forma representada en azul en la Fig. de la derecha. Se modificarían aquellas I_n , con un valor normalizado inferior a la inversa del RD deseado.

Aplicando el método descrito se ha conseguido sintetizar una agrupación circular plana mostrada en la Fig. 2.5.3.

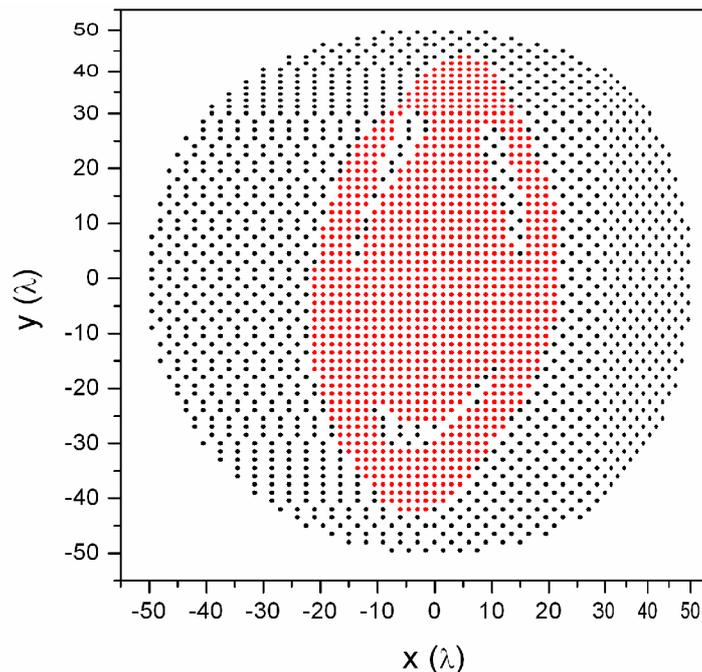


Figura 2.5.3 Posiciones de los elementos activos (puntos rojos) de la agrupación plana. En negro se muestran los elementos débilmente excitados que han sido eliminados.

Esta agrupación genera un diagrama de radiación, Fig. 2.5.4, que se aproxima muy bien al diagrama deseado como así se confirma al observar la Fig. 2.5.5. Se ha conseguido un rizado de 1.8 y un SLL de -20 dB. Respecto a la directividad y la pendiente decir que la directividad mínima en la región de emisión es de 31.1 dB y el valor promedio de la

pendiente en la región de transición es de -53.50 dB/grado (este valor se ha calculado a partir del valor medio de la pendiente para cada corte ϕ del diagrama, a una altura de -20 dB), ver Tabla 2.5.1.

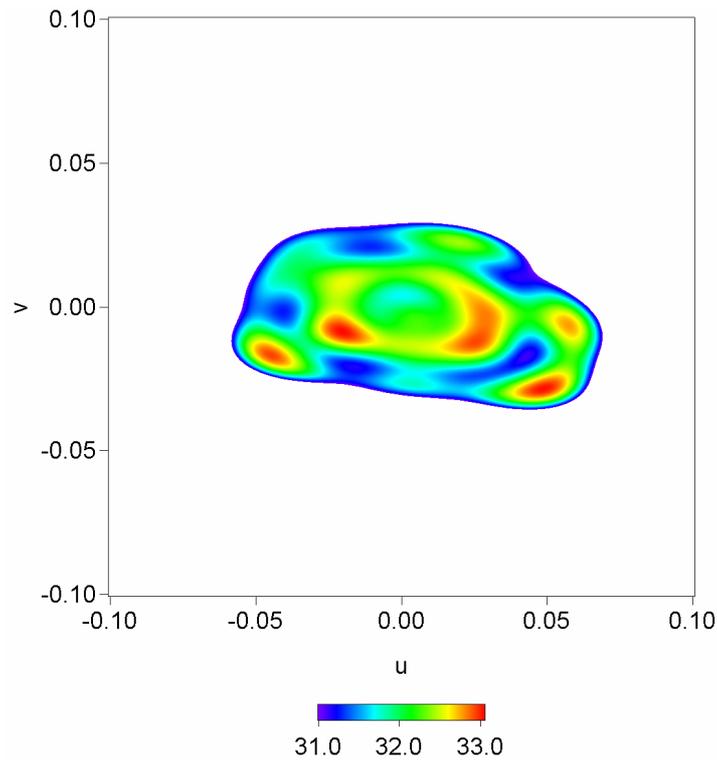


Figura 2.5.4 Empleando dos nullos rellenos en la región de emisión se ha conseguido este diagrama de radiación a partir de 1087 sub-agrupaciones.

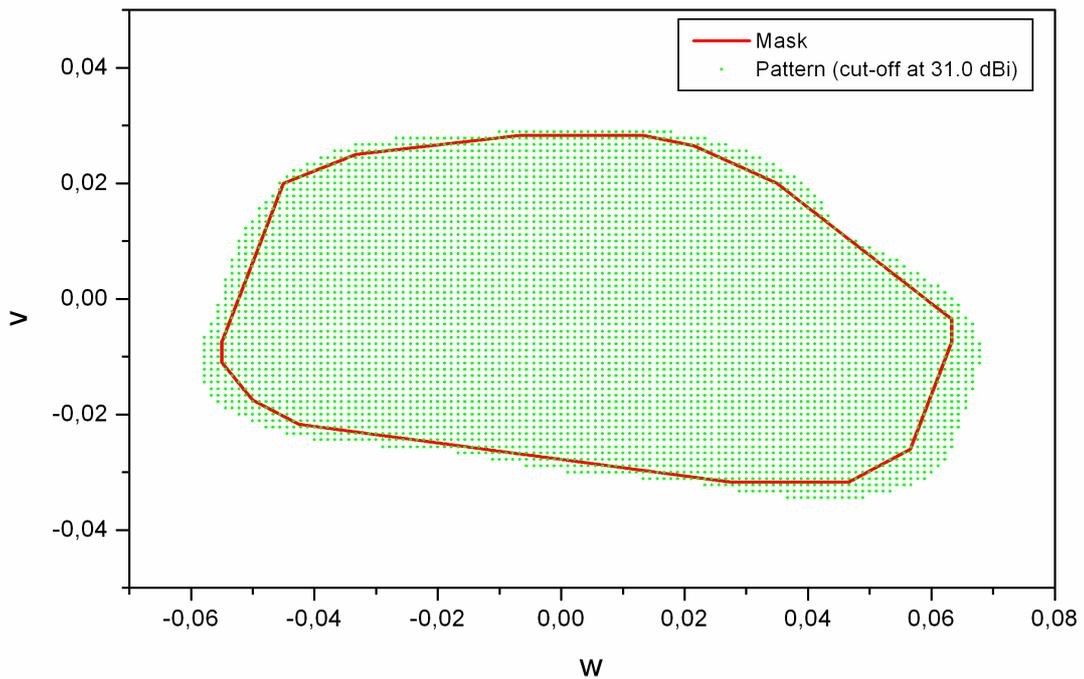


Figura 2.5.5 Superposición del contorno deseado de la máscara (línea roja) y el diagrama obtenido (puntos verdes) a partir de la agrupación plana de Fig. 2.5.4. Corte a D_{\min} .

Es posible reducir significativamente el número de sub-agrupaciones usando solamente un ciclo de rizado en la región de emisión lo que es equivalente a usar solo una raíz compleja (1 nulo relleno) en la distribución de Elliott-Stern. En este caso es suficiente usar una abertura circular con un radio de 25λ que da lugar a 897 sub-agrupaciones después de muestrear la distribución como se ha descrito anteriormente. Eliminando aquellas sub-agrupaciones con excitaciones en $(|I_n|/|I_{n_{\max}}|) < (1/6)$, y amplificando hasta $(|I_n|/|I_{n_{\max}}|) = (1/6)$, aquellas que cumplen $(1/11) \leq (|I_n|/|I_{n_{\max}}|) \leq (1/6)$, se ha reducido su número hasta 357 y el RD a 6, obteniendo un nivel de rizado de ± 1.0 dB y un $SLL = -20$ dB. La directividad mínima en la región de emisión es 30.1 dB y la pendiente promedio a -20 dB es -32.50 dB/grado, ver Tabla 2.5.1.

Nº nulos rellenos	Radio Abertura (λ)	Nº de sub-agrupaciones	RD	R (dB)	SLL (dB)	Directividad Mínima	Pendiente promedio a -20 dB (dB/grado)
2	50	1087	12	± 0.9	-20	31.0	-53.50
1	25	357	6	± 1.0	-20	30.1	-32.50

Tabla 2.5.1 Características de los diagramas obtenidos con forma de Europa.

Los tiempos de computación requeridos para sintetizar los ejemplos presentes fueron de alrededor de 1 s para el primer caso (2 nulos rellenos) y de 0.3 s para el segundo (1 nulo relleno), ejecutándose ambos en un ordenador con un procesador Core 2 Duo trabajando a 2.4 GHz.

2-5.4. Conclusiones

El método propuesto permite la síntesis de grandes agrupaciones planas de antenas de una forma muy rápida, proporcionando diagramas de radiación con una calidad muy satisfactoria. Es posible reducir el número de elementos en la agrupación reduciendo el número de nulos rellenos del diagrama modificado de Elliott-Stern que es muestreado a costa de reducir la pendiente promedio del diagrama y rebajar ligeramente el valor de la directividad.

2-5.5. Referencias

- [1] Proceedings of 29th ESA Antenna Workshop on multiple beams and reconfigurable antennas: Innovation and challenges, 18-20 April 2007, European Space Research and Technology Centre (ESTEC), Noordwijk, The Netherlands.
- [2] F. J. Villegas, "Parallel genetic-algorithm optimization of shaped beam coverage areas using planar 2-D phased arrays", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 55, Nº 6, pp. 1745-1753, 2007.
- [3] F. Ares, R. S. Elliott, and E. Moreno, "Design of planar arrays to obtain efficient footprint patterns with an arbitrary footprint boundary", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 42, Nº 11, pp. 1509-1514, 1994.

- [4] R. S. Elliott and G. J. Stern, “Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution”, *IEE Proc.*, Pt. H, Vol. 135, N° 6, pp. 366-370, 1988.
- [5] R. S. Elliott, *Antenna Theory and Design*, Revised Edition, IEEE Press, Wiley-Interscience, New Jersey, 2003.

2-6. Métodos cuasi-analíticos para la síntesis de agrupaciones basadas en antenas multi-haz.

2-6.1. Introducción

El objetivo de este apartado del capítulo es investigar las capacidades y limitaciones de algunos métodos analíticos o cuasi-analíticos para la síntesis directa de diagramas de radiación multihaz, compuestos por diagramas suma, desde un satélite de comunicación geostacionario, para dar cobertura en banda Ka.

Los elementos radiantes se disponen de una forma periódica y rectangular sobre una agrupación plana de contorno circular. Dichos elementos son alimentados con una función variable en amplitud.

Entre las técnicas que se han estudiado citamos: el método de ES-WL, usado en los puntos 1.2 y 2.3-5 de síntesis de agrupaciones planas y conformadas, que consiste en la combinación de dos métodos de síntesis clásicos: la técnica de Woodward-Lawson, WL, y el método de Elliott-Stern, ES, [1]. En este caso se sintetiza un diagrama suma se genera con el método de ES que posteriormente se muestrea para obtener las excitaciones de la agrupación plana utilizando el método de WL. El método de ES [2] proporciona un segundo camino para la obtención de un diagrama suma. En este caso, se muestrea la distribución de abertura circular continua que nos permite calcular cada una de las excitaciones de la agrupación plana. Finalmente, una generalización de Kim and Elliott de la distribución de Tseng-Cheng, KETC, [3-4] se aplica a la resolución del problema. Con este último método, una agrupación plana produce un diagrama suma con las mismas características que el correspondiente al diagrama suma generado por una agrupación lineal equiespaciada. Para reducir tanto el coste como la complejidad de la agrupación, se minimizan el rango dinámico, RD , y las dimensiones de la agrupación mientras se satisfacen los requerimientos del diagrama.

2-6.2. Método

a) Diagrama obtenido con ES y muestreado del mismo usando WL:

La técnica convencional de Woodward-Lawson se usa generalmente para obtener un diagrama con un haz plano en la región de emisión y después de muestrear un diagrama ideal, máscara, construido con ceros y unos. Sin embargo, si el diagrama deseado es un diagrama suma, se debería muestrear un diagrama diferente al dado por el patrón ideal. El nuevo método, ES-WL, usa un diagrama más realista, $F_m(\theta, \phi)$ que se aproxima al ideal. $F_m(\theta, \phi)$ es el diagrama 3D asociado al diagrama ϕ -simétrico, $F(\theta)$, que necesita de un conjunto de raíces reales, u_n , proporcionadas por el método de ES. Esas raíces dan información acerca de la topografía del diagrama de radiación en potencia cuya expresión viene dada por: $G(t) = 10 \log_{10} (F(t)F^*(t))$ con $t = \frac{2a}{\lambda} \sin(\theta)$ y $F(t)$:

$$F(t) = f(t) \prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left[1 - \frac{t^2}{u_n^2} \right] ;$$

$$f(t) = 2 \frac{J_1(\pi t)}{\pi t} \frac{1}{\prod_{n=1}^{\bar{n}-1} \left[1 - \frac{t^2}{\gamma_{1n}^2} \right]} ; \quad J_1(\pi \gamma_{1n}) = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.6.1)$$

El método de ES [2], permite calcular las $\bar{n} - 1$ raíces interiores, u_n , que minimizan las diferencias entre el diagrama deseado, $W(t)$, y el obtenido, $G(t)$. Los valores iniciales para estas raíces interiores se indican con u_n^0 . Unos pequeños cambios, δu_n , permiten minimizar las diferencias entre $G(t)$ y $W(t)$. La derivada de su diferencia se calcula mediante:

$$d(G - W) = \sum_{n=1}^{\bar{n}-1} \left(\frac{\partial G}{\partial u_n} \delta u_n \right) ; \quad P_m = P(u_1^0, \dots, u_{\bar{n}-1}^0, t = u_m) \quad (2.6.2)$$

Donde las derivadas del lado derecho hay que evaluarlas en los puntos P_m . Es necesario seleccionar valores para u_m que se correspondan con las direcciones llave del diagrama, usualmente son las posiciones de los picos de los lóbulos laterales.

La aplicación del método de Woodward-Lawson a $F_m(\theta, \phi)$ permite encontrar un diagrama $F_{WL}(\theta, \phi)$ con un nivel de SLL comparable al valor deseado, SLL_d . Si la suma del valor absoluto de las diferencias es menor que un valor de tolerancia pre-especificado, la distribución de excitación asociada con $F_{WL}(\theta, \phi)$, I_{mn} , es la solución buscada:

$$I_{mn} = \frac{1}{N_x N_y} \sum_{s=1}^S F_m(\theta_s, \phi_s) \exp\{-jk(x_m u_s + y_n v_s)\} \quad (2.6.3)$$

Donde $u_s = \text{sen}(\theta_s) \cos(\phi_s)$ y $v_s = \text{sen}(\theta_s) \text{sen}(\phi_s)$. Podemos obviar el término $\frac{1}{N_x N_y}$ ya que es un término de normalización idéntico para todas las excitaciones.

$$\begin{aligned} x_m &= m d_x - \frac{L_x}{2} ; \quad m = 0, 1, \dots, (N_x - 1) \\ y_n &= n d_y - \frac{L_y}{2} ; \quad n = 0, 1, \dots, (N_y - 1) \end{aligned} \quad (2.6.4)$$

Donde (x_m, y_n) son las coordenadas físicas del mn -ésimo elemento de una malla rectangular de $N_x \times N_y$ elementos; L_x y L_y son las dimensiones de la agrupación rectangular a lo largo de las direcciones x e y , respectivamente; d_x y d_y es la separación entre elementos a lo largo de las direcciones x e y , respectivamente; $F_m(u_s, v_s)$ son las muestras del diagrama de radiación en las posiciones u_s y v_s en el espacio u - v , donde $u = \text{sen}(\theta) \cos(\phi)$ y $v = \text{sen}(\theta) \text{sen}(\phi)$. Estas muestras se obtienen en la región de interés; S es el número de muestras; k es el número de onda, $k = 2\pi/\lambda$. Si se desea obtener una agrupación plana circular, entonces solamente se tendrán en cuenta las excitaciones que se encuentran dentro de un círculo de diámetro igual a la dimensión mínima de la agrupación rectangular.

b) Muestreo de la distribución de abertura circular asociada a ES:

En la ec. 2.6.1 se ha mostrado la expresión para la obtención del diagrama ϕ -simétrico, $F(t)$. Éste es radiado por una distribución de abertura continua plana con un contorno circular de radio a cuya expresión viene dada por:

$$g_0(p) = g_0(x, y) = \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\bar{n}-1} \frac{F(\gamma_{1n})}{J_0^2(\gamma_{1n}\pi)} J_0(\gamma_{1n}p) \quad ; \quad (2.6.5)$$

$$J_1(\pi \gamma_{1n}) = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad ; \quad p = \pi \rho / a \quad ; \quad \rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$I_{mn} = g_0(x_m, y_n)$$

Donde ρ es la distancia desde elemento radiante al centro de la antena circular; x_m y y_n son las posiciones del mn -ésimo elemento, que se han definido en ec. 2.6.4.

Después de conocer las posiciones de cada elemento, su excitación I_{mn} se obtiene al muestrear la función $g_0(x_m, y_n)$ en las posiciones x_m y y_n .

c) Extensión de Kim y Elliott al método de Tseng-Cheng:

Kim y Elliott generalizaron el método de síntesis de Tseng-Cheng [3-4] para permitir la generación de diagramas con simetría aproximadamente axial compuestos de un diagrama suma y lóbulos laterales individualmente controlados.

El método propuesto calcula las excitaciones de una agrupación rectangular equiespaciada de $N_{ele} = 2N \times 2N$ elementos a partir de las excitaciones de una agrupación lineal de $2N$ elementos. La agrupación plana presenta un contorno rectangular que presenta simetría en octantes en las excitaciones respecto a los ejes x e y , y a las dos diagonales. Los elementos cercanos a los vértices tienen un valor bajo de excitación; si son eliminados se puede conseguir una agrupación con un contorno circular que da lugar a un diagrama final muy similar al inicialmente obtenido. En la Fig. 2.6.1 se muestra el procedimiento a seguir. Aquí se parte, como ejemplo, de una agrupación lineal de $2N=8$ elementos que da lugar a una agrupación cuadrada de $2N \times 2N=64$ elementos. El valor de sus excitaciones presenta una simetría en octantes, en la Fig. 2.6.1 hemos enumerado cada casilla como si fuera un posible valor de excitación, y como se puede observar en el primer cuadrante la diagonal presenta los únicos valores que no se repiten, en cambio fuera de ella las excitaciones presentan una simetría respecto a esa diagonal. Este proceso se repite en los restantes cuadrantes. Por lo tanto, el método de KETC permite encontrar las excitaciones que se localizan dentro del marco amarillo, después por simetría se consigue el valor de las restantes. Se ha observado que aquellas excitaciones localizadas en las esquinas presentan un valor reducido de excitación; si son eliminadas se puede generar una agrupación plana de contorno aproximadamente circular, como se puede observar con el círculo superpuesto en la Fig. 2.6.1.

Las excitaciones I_m , asociadas a una agrupación lineal equiespaciada de $2N$ elementos localizados a lo largo del eje x , se calculan con la siguiente ecuación:

$$I_m = \sum_{s=m}^N \frac{b_{2s-1}}{2^{2s-1}} \binom{2s-1}{s-m} \quad ; \quad \binom{s}{m} = \frac{s!}{m!(s-m)!} \quad , \quad s \geq m \geq 0 \quad (2.6.6)$$

Las excitaciones están caracterizadas por un conjunto de coeficientes b_{2s-1} que se utilizarán para el cálculo de cada una de las excitaciones I_{mn} , de la agrupación plana mediante la expresión:

$$I_{mn} = \sum_{s=(m,n)}^N \frac{b_{2s-1}}{2^{4s-2}} \binom{2s-1}{s-m} \binom{2s-1}{s-n} \quad ; \quad (m,n) = \begin{cases} m & \text{si } m \geq n \\ n & \text{si } n > m \end{cases} \quad (2.6.7)$$

Los índices m y n se corresponden con las excitaciones del primer cuadrante de la agrupación plana, las restantes se obtienen por simetría.

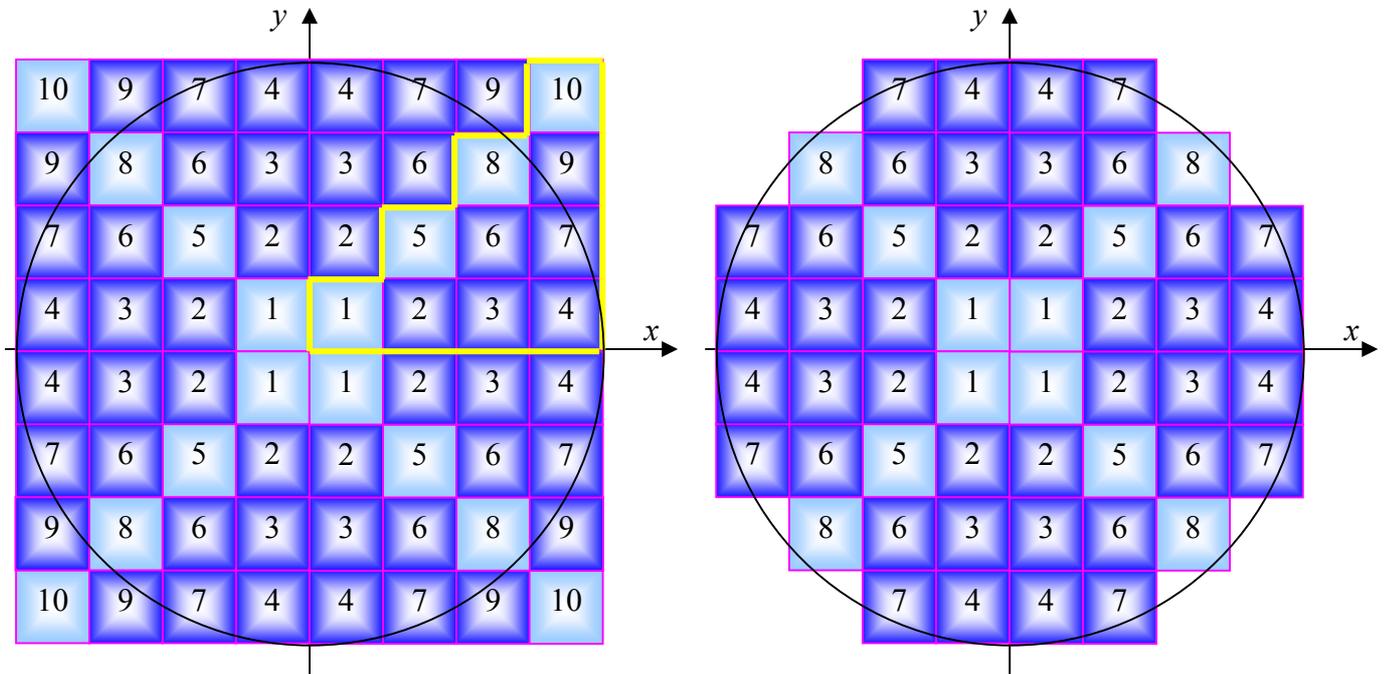


Figura 2.6.1 Ejemplo de agrupación plana cuadrada generada a partir de una agrupación lineal de $2N=8$ elementos utilizando el método de KETC.

Después de calcular las excitaciones I_{mn} con los métodos anteriormente mencionados, el diagrama de radiación, en un punto del espacio especificado por las coordenadas angulares (θ, ϕ) , se calcula con la siguiente expresión:

$$F(\theta, \phi) = Fe(\theta) \sum_{m=1}^{2N} \sum_{n=1}^{2N} I_{mn} \exp\{jk\{x_m \sin(\theta) \cos(\phi) + y_n \sin(\theta) \sin(\phi)\}\} \quad (2.6.8)$$

$$G(u, v) = 10 \log_{10} (F(u, v) F^*(u, v))$$

Donde $Fe(\theta)$ es el factor elemento; (x_m, y_n) son las posiciones del elemento n -ésimo expresadas en λ ; $G(u, v)$ es el valor del campo expresado en dB's en el punto (u, v) .

2-6.3. Ejemplos

Supongamos que existe un satélite en una órbita geoestacionaria que debería proporcionar un diagrama de radiación multihaz que cubra Europa, Fig. 2.6.2.

El diagrama multihaz debería ser generado a partir de la radiación directa desde una agrupación plana evitando la existencia de “grating lobes” incidiendo sobre la Tierra. Es necesario encontrar un diagrama suma con unas características específicas de nivel de interferencia, (C/I) , y un valor de directividad mínima, “end of coverage” (EOC); manteniendo al mismo tiempo el “roll-off”, ver Fig. 2.6.3, el SLL y el RD tan bajos como sea posible. El diámetro de una agrupación plana circular no debe ser mayor que 1.5 metros y la frecuencia de trabajo es 20 GHz. La distancia seleccionada entre elementos radiantes, bocinas rectangulares, es 4λ y representa la máxima distancia que

podemos utilizar para evitar la incidencia de los “grating lobes” en la región de interés. El diagrama de radiación en campo lejano de cada bocina viene descrita por la siguiente ecuación (ver apartado 5-3.4 del apéndice):

$$Fe(\theta) = (\cos \theta)^{35} \quad (2.6.9)$$

La interdistancia entre haces debe ser de 0.56° , el coeficiente C/I debe ser mayor que 20 dB y el coeficiente EOC mayor que 43.8 dBi.

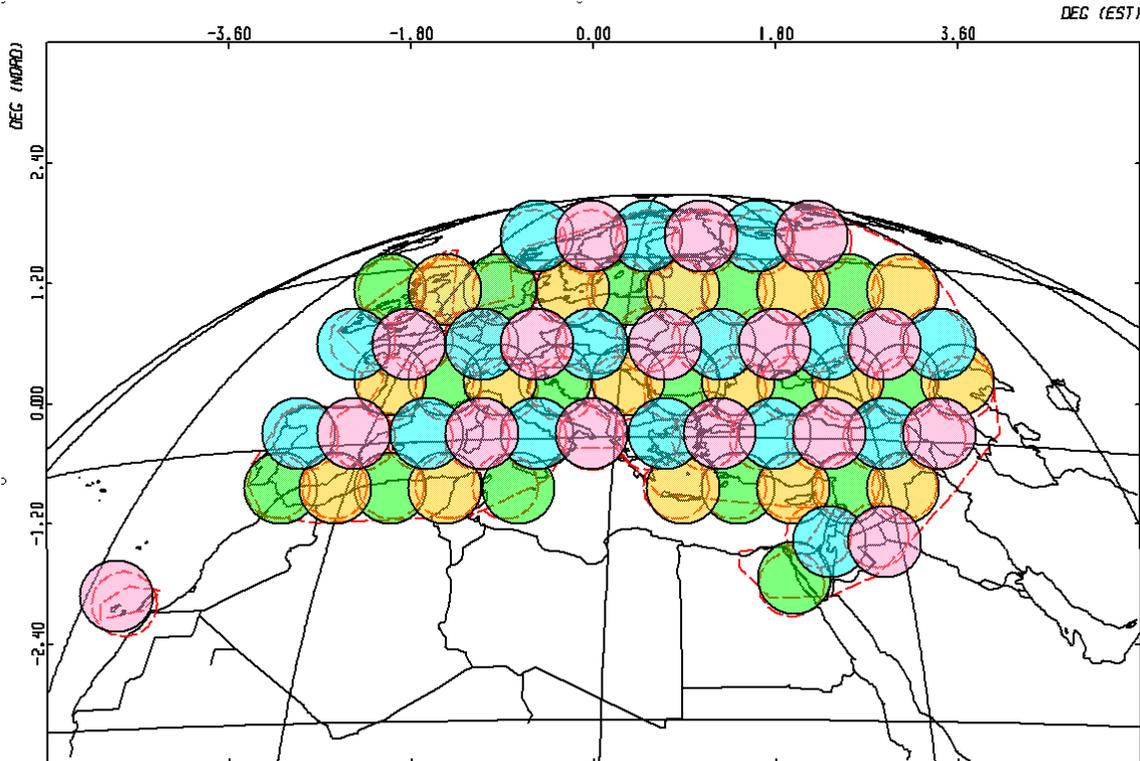


Figura. 2.6.2 Cobertura Europea con 64 haces.

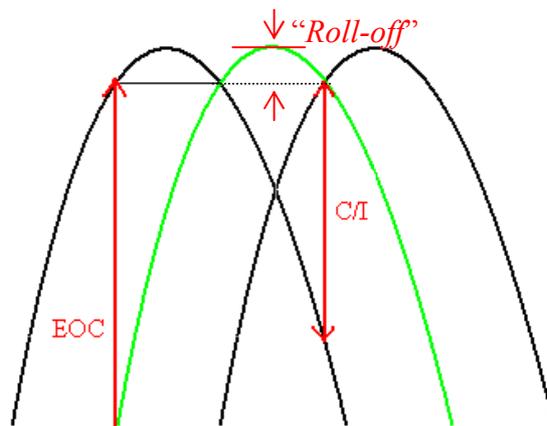


Figura 2.6.3 Representación de EOC , C/I y “roll-off”.

En cada uno de los métodos que vamos a utilizar para la obtención de un diagrama suma, se ha utilizado una técnica de optimización global como es el “simulated annealing”, SA, [5]. Esto no hace perder el carácter analítico o cuasi-analítico de los

métodos presentados ya que se hace para afinar en los resultados obtenidos, al partir de una buena solución inicial. Además el número de variables a optimizar es muy reducido: 4 y 3 raíces reales en el caso de los métodos de ES-WL y ES, respectivamente; 10 excitaciones reales en el método KETC.

El primer método que hemos utilizado para la obtención de un diagrama suma es el método híbrido ES-WL, que también hemos utilizado en la sección de síntesis de agrupaciones conformadas. En esta ocasión vamos a buscar un nuevo conjunto de raíces reales empleando el SA, optimizándose un conjunto de 4 raíces reales, u_n , ya que el número de lóbulos controlados en el diagrama es $\bar{n} - 1 = 4$, ver Tabla 2.6.1.

n	u_n
1	1.2367
2	1.9854
3	3.1435
4	3.6778

Tabla 2.6.1 Raíces reales optimizadas en el método de ES-WL.

Con estas raíces hemos generado un diagrama circular máscara a partir de una distribución de abertura continua circular de diámetro 72λ o 108 cm (trabajamos a 20 GHz). Una vez que conocidos el valor de la distribución de abertura y su diámetro, el siguiente paso es discretizarla para la obtención de la agrupación plana circular, que en este caso emplea para ello 277 bocinas, ver Fig. 2.6.4.

Método	Diámetro de la agrupación circular	Optimización	"roll-off" (dB)	SLL (dB)	RD	C/I (dB)	Nº elementos	Directividad (dBi)	
								max	EOC
Muestreo del diagrama, ES-WL	$72 \lambda \equiv 108 \text{ cm}$	No	1.45	12.71	143.11	15.24	277	44.35	42.89
		Si	1.51	17.38	33.75	20.41	277	44.7	43.19
Muestreo de la abertura circular, ES	$72 \lambda \equiv 108 \text{ cm}$	No	1.58	17.84	43.80	21.60	277	45.3	43.72
		Si	1.56	19.87	2.44	20.46	277	45.5	43.94
KETC	$68 \lambda \equiv 102 \text{ cm}$	No	1.49	17.54	4.02	19.81	276	45.30	43.81
		Si	1.53	19.51	2.76	20.08	276	45.39	43.86

Tabla 2.6.2 Resumen de las características del diagrama suma obtenido con tres métodos de síntesis analíticos.

Una vez generado el diagrama máscara, el siguiente paso es muestrearlo para calcular cada una de las excitaciones de la agrupación plana circular, aplicando la ec. 2.6.3 del método de WL. Una vez conocidas tanto las posiciones como las excitaciones de la agrupación plana, podemos calcular el diagrama de radiación de dicha agrupación utilizando la expresión 2.6.7. El diagrama suma obtenido, Fig. 2.6.4, presenta un valor de 1.51 dB y 17.38 dB de "roll-off" y SLL, respectivamente. El valor de RD es relativamente bajo, 33.75; el coeficiente $C/I = 20.41$ se ajusta a los requerimientos, sin embargo el coeficiente de fin de cobertura, EOC, no se ajusta del todo a lo deseado con sus 43.19 dBi. Todas estas características se pueden ver resumidas en la Tabla 2.6.2.

El siguiente método empleado es el Elliott-Stern, ES, que precisó de un conjunto de 3 raíces reales, u_n , ya que $\bar{n} - 1 = 3$, cuyos valores optimizados se muestran en la Tabla 2.6.3.

n	u_n
1	1.2344
2	1.8955
3	3.1107

Tabla 2.6.3 Raíces reales optimizadas en el método de ES.

La distribución de abertura continua se genera con la ec. 2.6.4, y presenta el mismo tamaño que el obtenido con el anterior método; esto es, un diámetro de 72λ o 108 cm y 277 bocinas equiespaciadas separadas entre sí 4λ , ver Fig. 2.6.4. El siguiente paso es muestrear dicha distribución de abertura para conocer las excitaciones de la agrupación plana, para posteriormente sustituirlas en la expresión del diagrama de radiación. En este caso se ha obtenido un “roll-off” = 1.56 dB, $SLL = 19.87$ dB. Respecto al RD se ha obtenido un valor de 2.44 muy inferior al obtenido con el método de ES-WL. Los coeficientes C/I y EOC cumplen los requisitos con los valores de 20.46 dB y 43.94 dBi, respectivamente como se puede ver en la Tabla 2.6.2.

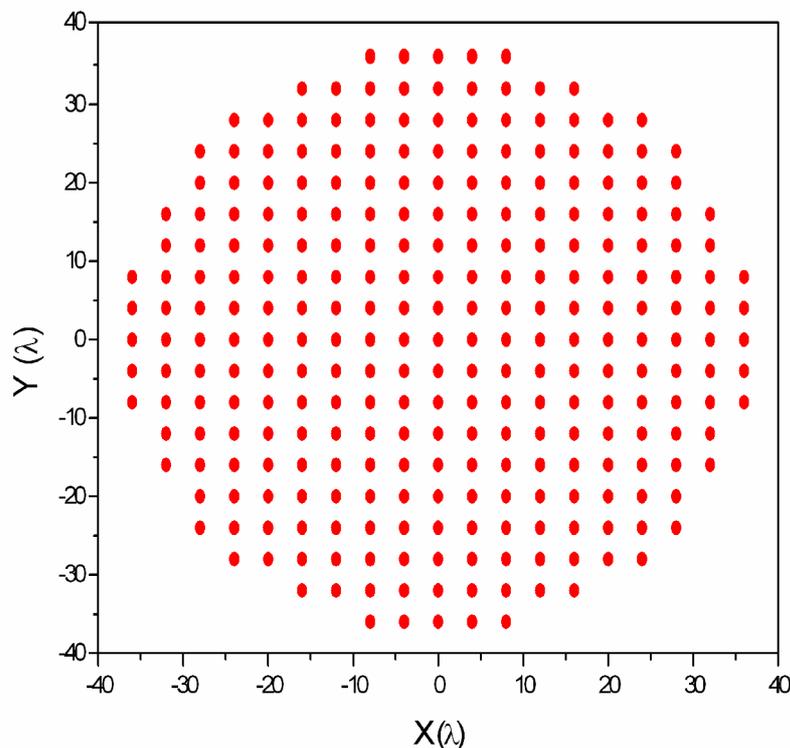


Figura 2.6.4 Agrupación plana de contorno circular obtenido con los métodos: ES-WL o ES. Caso optimizado.

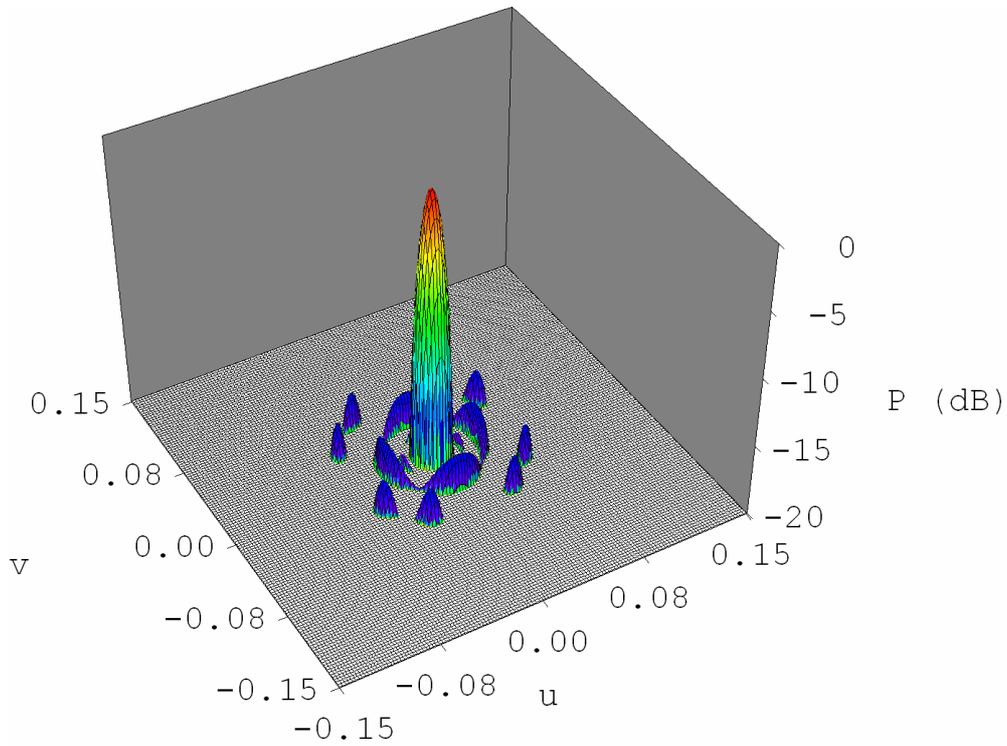


Figura 2.6.5 Diagrama de radiación generado utilizando el método de ES-WL. Caso optimizado.

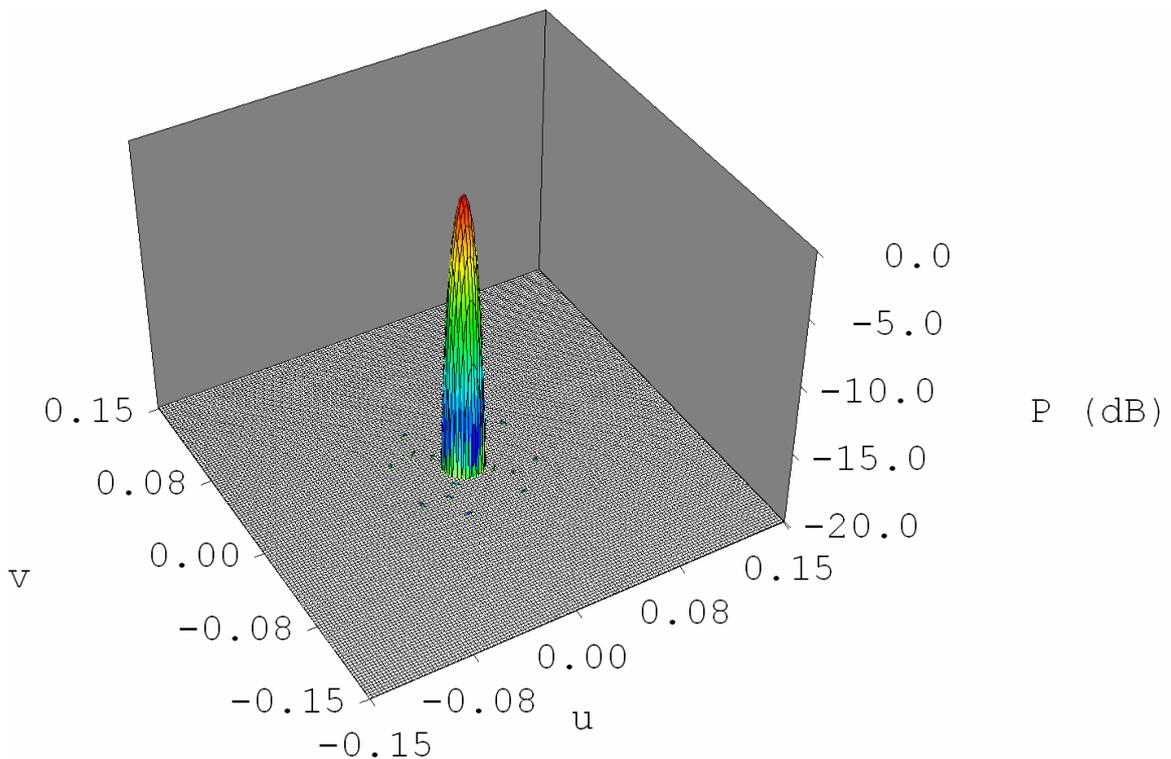


Figura 2.6.6 Diagrama de radiación generado utilizando el método de ES. Caso optimizado.

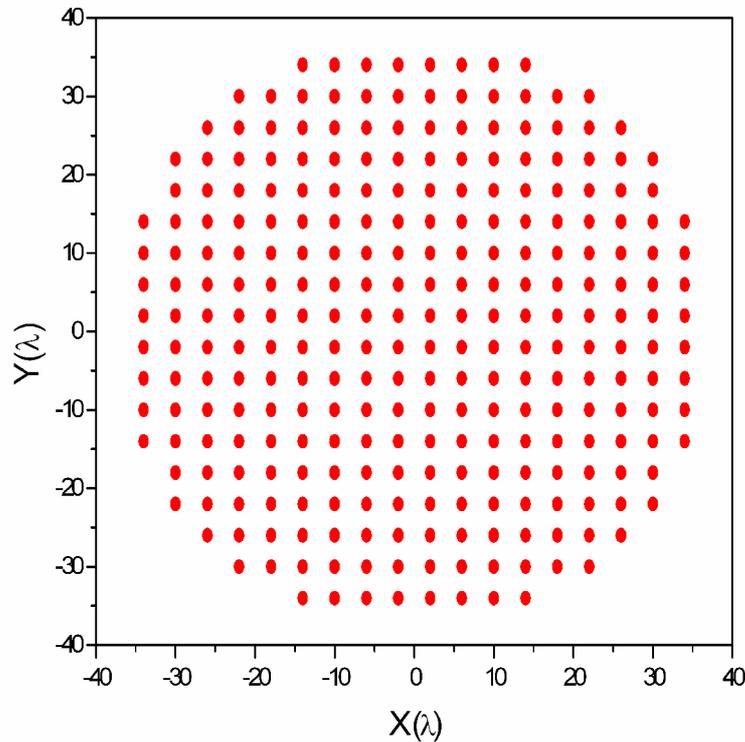


Figura 2.6.7 Agrupación plana de contorno circular obtenido con el método de KETC. Caso optimizado.

El último método ejecutado ha sido el de la generalización de Kim y Elliott de la distribución de Tseng-Cheng. En este caso no se han optimizado raíces reales, sino un conjunto de 10 excitaciones reales, I_m , correspondientes a una agrupación lineal, Tabla 2.6.4. Estas excitaciones permitirán calcular los coeficientes b_{2s-1} que son comunes a las excitaciones de la agrupación plana, que presenta un diámetro de 68λ o 102 cm y se compone de 276 bocinas; una menos que en las agrupaciones anteriormente obtenidas ya que no posee elemento central, Fig. 2.6.7.

m	I_m
1	1.0000
2	0.9605
3	0.9017
4	0.8464
5	0.7273
6	0.6463
7	0.6455
8	0.6568
9	0.6354
10	0.3168

Tabla 2.6.4 Excitaciones de la agrupación lineal optimizadas en el método de KETC.

Una vez calculadas las excitaciones, I_m , de la agrupación plana a partir de la ec. 2.6.7, se puede obtener el diagrama de radiación correspondiente, Fig. 2.6.8, que presenta un “roll-off”= 1.53 dB, un SLL = 19.51 dB y un reducido RD = 2.76. Respecto a los coeficientes C/I y EOC , éstos presentan unos valores que se ajustan a los requerimientos, obteniéndose C/I = 20.08 dB y EOC = 43.86 dBi, ver Tabla. 2.6.2

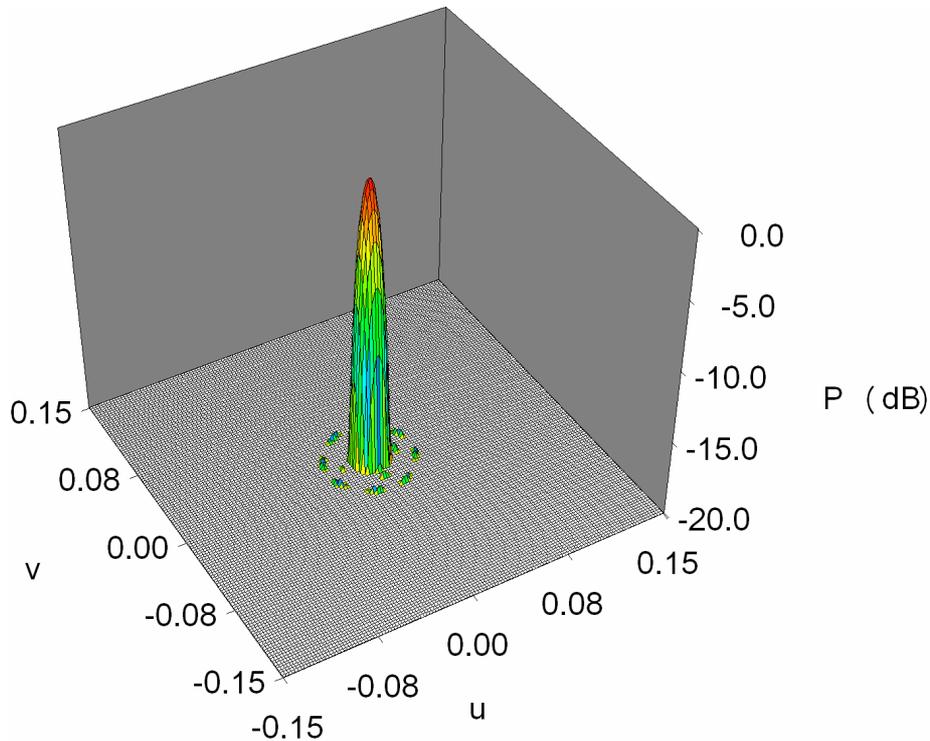


Figura 2.6.8 Diagrama de radiación generado utilizando el método de KETC. Caso optimizado.

Haciendo un corte, con $\phi=0^\circ$, del diagrama 3D generado por los distintos métodos se genera la gráfica que aparece en la Fig. 2.6.9. La similitud entre las tres curvas obtenidas es bastante grande, sin embargo las diferencias están reflejadas en la Tabla 2.6.2.

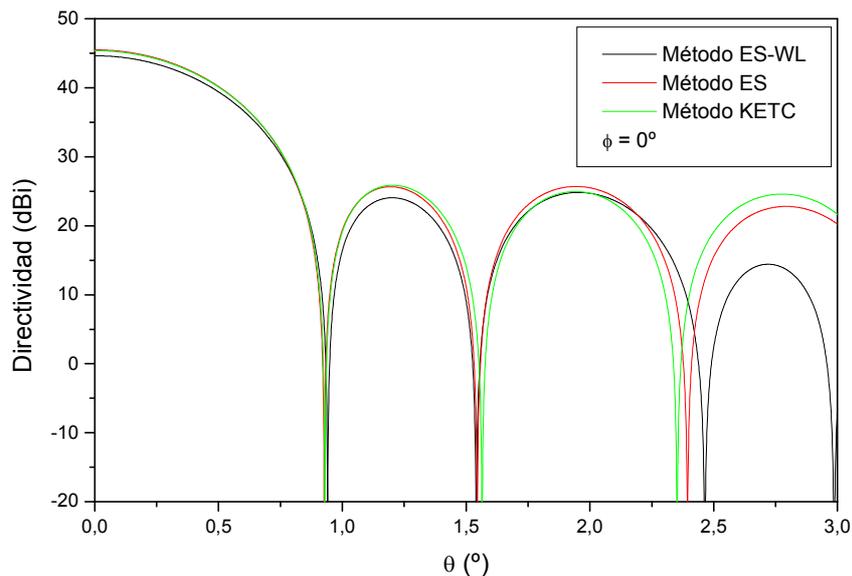


Figura 2.6.9 Corte del diagrama suma en la dirección “boresight” para $\phi=0^\circ$ obtenidos con los tres métodos descritos, después del proceso de optimización.

El proceso analítico de estos métodos es muy simple, obteniendo los primeros resultados en pocos segundos. El tiempo consumido durante el proceso de optimización fue muy corto ya que el número de variables a optimizar fue muy bajo: 4, 3 y 10 variables para los métodos de: ES-WL, ES y KETC, respectivamente. El proceso de

optimización para lograr el diagrama suma con las características deseadas ha requerido menos de 5 minutos en el peor de los casos, ejecutándose en un ordenador con un procesador Pentium 4 funcionando a 3.0 GHz.

En todos los casos el nivel de “roll-off” es aceptable, ver Tabla 2.6.2; el nivel de *SLL* es bueno en los dos últimos métodos pero ligeramente superior para el primero; el valor de *RD* es muy pequeño con la técnica de Kim y Elliott y cuando la distribución de abertura circular es muestreada. En todos los casos, después del proceso de optimización, el coeficiente *C/I* se ajusta a las especificaciones. En el caso del coeficiente *EOC* su valor se ajusta al valor deseado en casi todos los casos, exceptuando el obtenido al usar el método de ES-WL que difiere ligeramente del valor deseado.

2-6.4. Conclusiones

Se han presentado y comparado algunos métodos analíticos, para la síntesis directa de agrupaciones radiantes a bordo de un satélite que generan diagramas multihaz. Las técnicas analíticas consideradas permiten sintetizar grandes agrupaciones, con cientos de elementos, reduciendo al mismo tiempo los tiempos de cálculo con respecto a las otras técnicas. Aunque se ha utilizado una técnica estocástica, “simulated annealing”, ésta solo se ha utilizado para la obtención de los valores óptimos de unas variables: unas raíces reales en los dos primeros métodos y un conjunto de excitaciones de la agrupación lineal en el último método, y en el peor de los casos no se superan las 9 variables a optimizar empleando alrededor de 5 minutos para la obtención de los resultados. El proceso es mucho más rápido y eficaz que si utilizamos las técnicas numéricas como los algoritmos genéticos o el “simulated annealing” para calcular las excitaciones de esos 277 elementos radiantes; que consumiría varias horas para alcanzar un resultado similar.

2-6.5. Referencias

- [2] J. A. Rodriguez, F. Ares, P. Lopez, and E. Moreno, “A simple way of obtaining optimized patterns using the Woodward-Lawson method”, *IEEE Antennas Propagat. Magazine*, Vol. 48, pp. 100-103, 2006.
- [3] R. S. Elliott and G. J. Stern, “Shaped patterns from a continuous planar aperture distribution”, *IEE Proc.*, Pt. H, Vol. 135, N° 6, pp. 366-370, 1988.
- [4] A. Rivas, J. A. Rodriguez, F. Ares, and E. Moreno, “Planar arrays with square lattices and circular boundaries: sum patterns from distributions with uniform amplitude or very low dynamic-range ratio”, *IEEE Antennas Propagat. Magazine*, Vol. 43, pp. 90-93, 2001.
- [5] Y. U. Kim and R. S. Elliott, “Shaped-Pattern synthesis using pure real distributions”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 36, N° 11, pp. 1645-1649, 1988.
- [6] F. Ares, “Application of genetic algorithms and simulated annealing to some antenna problems”, *Electromagnetic Optimization by Genetic Algorithms*, John Wiley, Chapter 5, 1999.

CAPÍTULO 3

ANTENAS MODULADAS EN EL TIEMPO

3. Antenas moduladas en el tiempo.

3-1. Introducción

En este capítulo de la tesis se desarrollará el concepto de agrupaciones de antenas moduladas en el tiempo para posteriormente aplicarlo a una serie de casos. La utilización de la modulación temporal, MT, como herramienta en la síntesis de antenas empezó a tenerse en cuenta hace casi 50 años con los trabajos de W. H. Kummer, A. T. Villeneuve, T. S. Fong y F. G. Terrio. Debido a problemas de tipo tecnológico, ya que la computación no estaba muy desarrollada y los dispositivos que caracterizan a la MT no eran muy rápidos, ese tema se abandonó hasta que hace unos años Shiwen Yang lo retomó.

La MT consiste en la inserción de unos interruptores entre la fuente de alimentación de la agrupación y los elementos radiantes. Estos interruptores pueden estar cerrados, paso de corriente ON, o abiertos, cese de corriente OFF, y este estado es función del tiempo. En una agrupación de antenas usual, los elementos que la conforman estarían siendo alimentados todo el tiempo, con lo que los interruptores siempre estarían cerrados.

La técnica de MT aplicada a la síntesis se sirve del tiempo para llevar a cabo la consecución de un diagrama de radiación determinado, sin más que controlar los tiempos que esos interruptores están abiertos y cerrados en el tiempo.

El diseñador de antenas tenía hasta ahora la posibilidad de controlar el diagrama de radiación jugando con la posición de los elementos y su excitación. Hoy en día dispone además de otra herramienta, la MT. Esta técnica no viene a suplantarse a otras ya conocidas sino, que tiene la propiedad de complementarse con ellas. Como todo método tiene sus ventajas y sus inconvenientes.

En los siguientes apartados del capítulo se aplicará la MT a una serie de casos que darán idea de la potencia del método. Además, se hará el desarrollo matemático necesario para la consecución de cada caso.

Así en el punto 3.2 se aplica la MT a una agrupación lineal de elementos radiantes cuya excitación es uniforme. Inicialmente se obtienen los primeros resultados utilizando solamente una frecuencia de trabajo f y considerando a los elementos equiespaciados. En otro ejemplo se utilizan dos frecuencias de trabajo f y $2f$, de esta forma es necesario emplear posiciones no equiespaciadas para evitar los “grating lobes”. Por último se hace un estudio de las características de radiación a frecuencias intermedias.

En el punto 3.3 se aplica la MT para la obtención de dos diagramas diferentes, uno suma y otro diferencia, usando la misma agrupación lineal y también la misma distribución de excitación inicial. Se ha considerado tanto una distribución de excitación uniforme como dos distribuciones de excitación generalizadas de Villeneuve.

En el siguiente punto, se amplía el grado de aplicabilidad de la MT a agrupaciones conformadas. Se han considerado agrupaciones con forma de arco y agrupaciones cilíndricas.

Por último, en el punto 3.5 se estudia la posibilidad de transmitir señales a partir de agrupaciones lineales moduladas en el tiempo. Aparte del pulso temporal con forma rectangular, que se utilizará en los primeros sub-capítulos, se estudia el pulso con forma trapezoidal. Se buscará una expresión matemática para el cálculo de las pérdidas debidas a la radiación de banda lateral y se compararán las pérdidas asociadas a cada uno de los pulsos anteriores.

3-2. Optimización de agrupaciones lineales excitadas uniformemente a partir de la modulación temporal.

3-2.1. Introducción

El uso de la modulación temporal en agrupaciones de antenas se retomó recientemente en un trabajo de Shiwen Yang [1] haciendo uso de unos conceptos introducidos por Kummer [2] y redescritos posteriormente por otros autores [3-4].

Este modelo es muy simple y se basa en la inserción de interruptores (cuyos estados son cerrado ON y abierto OFF) en la red de alimentación que permiten controlar la distribución de potencia por medio de pulsos rectangulares periódicos en el tiempo y de duración variable como se puede apreciar en la ilustración de la Fig. 3.2.1. Esta es otra variable, aparte de las excitaciones y/o posiciones óptimas, que el diseñador de síntesis de patrones puede utilizar.

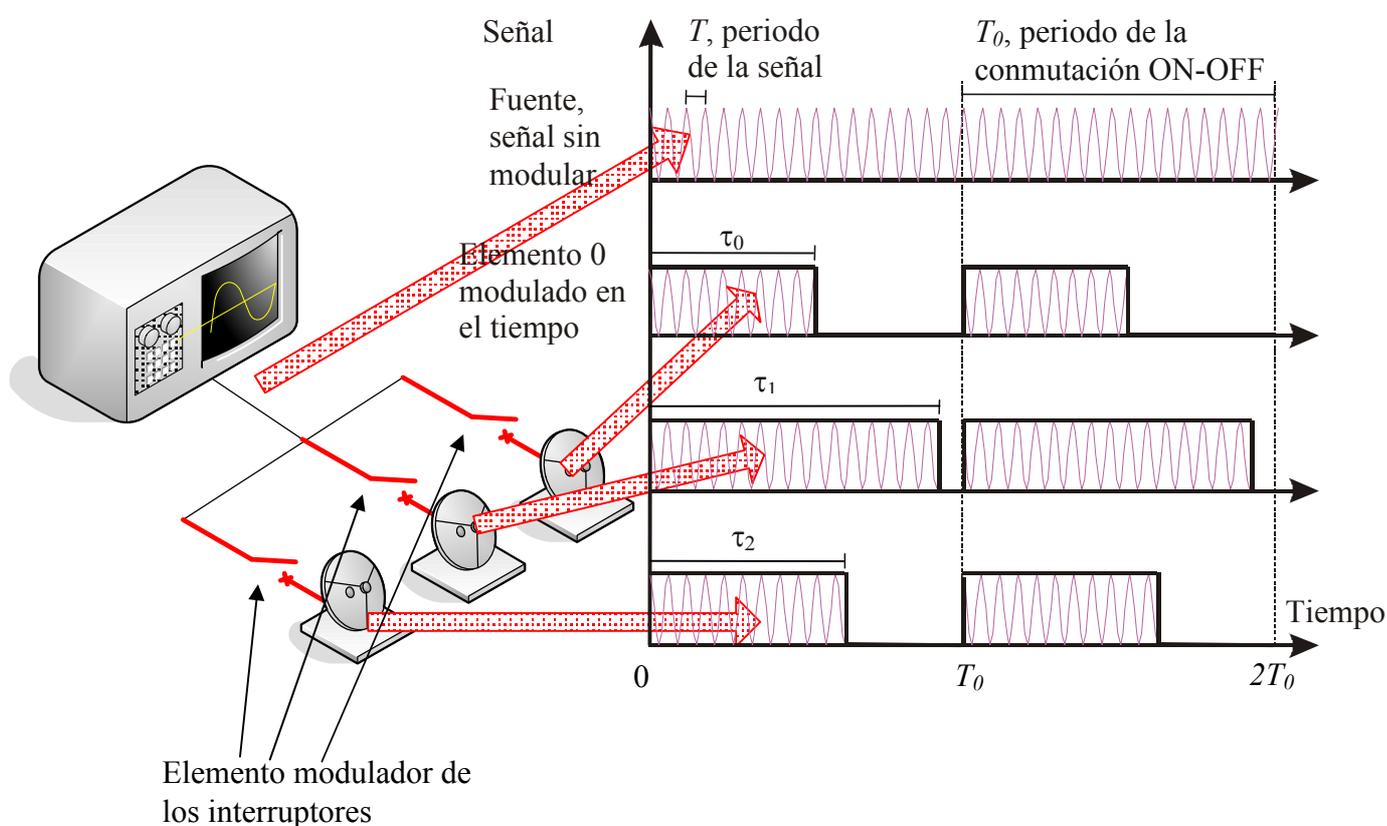


Figura 3.2.1 Esquema de funcionamiento de una agrupación lineal de 3 elementos que están modulados en el tiempo.

El principal problema de esta técnica es la aparición de unos armónicos no deseados, que conforman la radiación de banda lateral, cuyos niveles están relacionados con los coeficientes de Fourier usados en la expansión en frecuencias, de las excitaciones variables en el tiempo. En uno de los trabajos anteriormente mencionados, publicado por Shiwen y colaboradores [1], la radiación de banda lateral es minimizada a través del uso del algoritmo de evolución diferencial que se aplica a la distribución de excitación de Taylor.

En esta sección se muestra que, con el uso apropiado de la técnica de optimización global “simulated annealing” [5], SA, es posible encontrar la duración de los pulsos que

controlan el patrón suma de potencia radiado por una agrupación lineal de elementos equiespaciados y con excitación uniforme, mientras la radiación de banda lateral se minimiza. El utilizar la técnica de modulación temporal permite incrementar el ancho de banda de la agrupación lineal si el interespaciado entre elementos deja de ser constante.

3-2.2. Base matemática

Consideremos una agrupación lineal de N elementos isotrópicos localizados a lo largo del eje z cada uno de ellos alimentado con una excitación $I_m(t) = I_n \exp\{j\omega t\}$, donde se ha incorporado explícitamente el término temporal. El campo de radiación viene dado en general por la siguiente expresión del factor campo con $I_n \neq I_n(t)$:

$$\begin{aligned}
 F(\theta, t) &= \sum_{n=0}^{N-1} \{ Fe(\theta) I_m(t) \exp\{jk z_n \cos\theta\} \} = \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} \{ Fe(\theta) I_n \exp\{j(k z_n \cos\theta + \omega t)\} \}
 \end{aligned}
 \tag{3.2.1}$$

Donde z_n es la posición del elemento n -ésimo; $k = 2\pi / \lambda$ el número de onda; θ es la coordenada angular esférica y $\omega = 2\pi / T$, $T = 1 / f$, representa la frecuencia de operación de la señal portadora; $Fe(\theta)$ es la expresión del factor elemento.

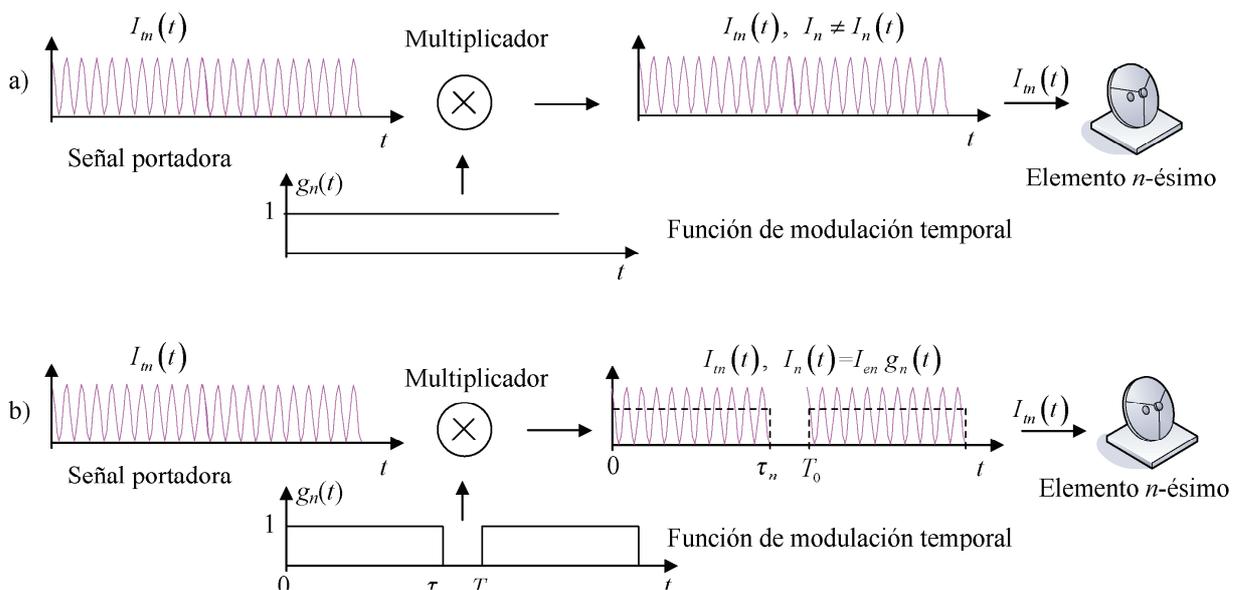


Figura 3.2.2 Distintos sistemas de alimentación del elemento n -ésimo de una agrupación. a) Esquema correspondiente al caso convencional. b) Esquema correspondiente al uso de la modulación temporal.

Para que una agrupación de antenas pueda radiar es necesario que sus excitaciones $I_m(t)$ varíen periódicamente con el tiempo. Sin embargo en las expresiones

matemáticas el término temporal $\exp\{j\omega t\}$ normalmente se obvia debido a que es una fase global y no interviene en el cálculo de la potencia de radiación. Realmente el término I_n representa la fase y máxima amplitud de la señal portadora, mientras que el término $\exp\{j\omega t\}$ le da el carácter temporal a la excitación $I_{in}(t)$.

Entonces ocurre que la excitación I_n no depende del tiempo, como se aprecia en el apartado a de la Fig. 3.2.2, sin embargo en este capítulo de la tesis abordaremos el caso en que las excitaciones sí dependen de esa variable, $I_n = I_n(t)$, a través de una función de modulación temporal $g_n(t)$, ver apartado b de la Fig. 3.2.2. La expresión de excitación n -ésima quedará entonces $I_n = I_{en} g_n(t)$, siendo $I_{en} = |I_{en}| \exp\{j P_{en}\}$ el término no dependiente del tiempo y que llamamos por tanto excitación “estática” (pero recordemos el carácter temporal implícito de la excitación ya que si dicha excitación no varía con el tiempo no tendríamos radiación y la antena como dispositivo radiante dejaría de tener sentido).

Al utilizar modulación temporal, vamos a suponer que aplicamos al elemento n -ésimo una excitación estática I_{en} durante un cierto tiempo τ_n en un período $T_0 = 1/f_0$ y repetimos esta acción a lo largo del tiempo con una frecuencia de modulación $\omega_0 = 2\pi/T_0$. Dicho de otro modo; estamos alimentando cada elemento radiante con una excitación $I_n = I_{en} g_n(t)$, donde en este caso, $g_n(t)$ es un pulso rectangular. Por lo tanto, la función de modulación aplicada al elemento n -ésimo es una función periódica del tiempo dada por

$$g_n(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < t \leq \tau_n \\ 0 & \text{si } \tau_n < t \leq T_0 \end{cases} \quad (3.2.2)$$

donde $T_0 \gg T$ ó $f_0 \ll f$. Esta excitación se puede expandir en series de Fourier [3] de la forma:

$$g_n(t) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} a_{nq} \exp\{jq\omega_0 t\} \quad (3.2.3)$$

Donde el subíndice q se refiere al q -ésimo armónico de la serie infinita. Los coeficientes a_{nq} se calculan mediante la expresión:

$$a_{nq} = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} g_n(t) \exp\{-jq\omega_0 t\} dt \quad (3.2.4)$$

Aplicando esta ecuación al caso de un pulso rectangular de duración τ_n en un período T_0 del elemento n -ésimo, obtenemos el siguiente resultado para cada coeficiente:

$$a_{nq} \Big|_{\text{pulso rectangular}} = a_{Rnq} = \xi_n \left(\frac{\text{sen}(q\pi\xi_n)}{q\pi\xi_n} \right) \exp\{-jq\pi\xi_n\} \quad ; \quad \xi_n = \frac{\tau_n}{T_0} \in (0,1] \quad (3.2.5)$$

En el caso particular de que no exista modulación temporal, $\xi_n = 1$, entonces estos coeficientes son nulos, $a_{Rnq} = 0$, a menos que estemos a tratar con el modo fundamental, $q = 0$, para el cual dicho coeficiente es la unidad, $a_{Rn0} = 1$.

Por lo tanto el valor de excitación viene dado por:

$$\begin{aligned} I_n &= I_{en} g_n(t) = \\ &= I_{en} \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \left\{ \xi_n \left(\frac{\text{sen}(q \pi \xi_n)}{q \pi \xi_n} \right) \exp\{-j q \pi \xi_n\} \exp\{j q \omega_0 t\} \right\} \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

Sustituyéndolo en la expresión del factor campo tenemos:

$$\begin{aligned} F(\theta, t) &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ Fe(\theta) I_{en} \exp\{j(k z_n \cos\theta + \omega t)\} \right. \\ &\quad \left. \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \left\{ \xi_n \left(\frac{\text{sen}(q \pi \xi_n)}{q \pi \xi_n} \right) \exp\{-j q \pi \xi_n\} \exp\{j q \omega_0 t\} \right\} \right\} \\ &= \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \left\{ F(\theta, t) \Big|_q \right\} = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \left\{ F_q(\theta, t) \right\} \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

Donde la ecuación del campo radiado para el armónico q -ésimo es:

$$F_q(\theta, t) = \exp\{j t(\omega + q \omega_0)\} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ Fe(\theta) I_{en} \xi_n \left(\frac{\text{sen}(q \pi \xi_n)}{q \pi \xi_n} \right) \right. \\ \left. \exp\{j(k z_n \cos\theta - q \pi \xi_n)\} \right\} \quad (3.2.8)$$

En el caso particular de $q = 0$, nos estaríamos refiriendo al modo fundamental:

$$F(\theta, t) \Big|_{q=0} = \exp\{j \omega t\} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ Fe(\theta) I_{en} \xi_n \exp\{j k z_n \cos\theta\} \right\} \quad (3.2.9)$$

Cuya expresión coincide con la ecuación 3.2.1 siempre que consideremos una excitación dinámica del elemento n -ésimo dada por $I_{dn} = I_{en} \xi_n$ en vez de I_n . El término “dinámica” sólo se refiere a que incorpora la variable ξ_n que tiene que ver con la modulación temporal.

3-2.3. Método

La implementación de interruptores ON-OFF en la red de alimentación es sencilla y deja al diseñador la opción de elegir como distribución estática la uniforme, $I_{en} = 1$, $n = 0, 1, \dots, N-1$, ya que el ajuste en el diagrama de radiación en potencia se logra con la selección apropiada de los valores ξ_n . Un conjunto posible de valores es el proporcionado por la distribución de Dolph-Chebyshev o de Taylor con un nivel específico de lóbulos laterales, por ejemplo. En este caso el diagrama de radiación correspondiente al modo fundamental, $q=0$, coincide con el diagrama obtenido de una agrupación lineal de elementos no modulados en el tiempo, que poseen una excitación

igual a la dada por dicha distribución. Sin embargo, el precio a pagar al trabajar con elementos modulador en el tiempo es la aparición de armónicos, $|q| \geq 1$, que da lugar a la radiación de banda lateral SR , “side band radiation”. El nivel de armónicos en principio siempre es elevado y su máximo nivel se minimiza recalculando los coeficientes ξ_n , mediante una técnica de optimización, a la vez que se intentan mantener las características iniciales del modo fundamental

3-2.4. Ejemplos

Para probar la potencia del método, a continuación se van a mostrar una serie de ejemplos. En todos ellos se parte de un conjunto de elementos radiantes con una excitación estática uniforme, $I_{en} = 1$. Posteriormente, se optimizan las variables ξ_n para reducir el SLL (“side lobe level”) cuando trabajamos con una o dos frecuencias; además, para este último caso, se analiza el comportamiento del nivel de SLL al hacer un barrido en frecuencias.

a) Reducción del nivel de lóbulos laterales a partir de una agrupación lineal de elementos isotrópicos equiespaciados que operan a una frecuencia f .

Consideremos una agrupación lineal de 30 elementos localizados a lo largo del eje z y espaciados $0.7 \lambda_f$ entre ellos, siendo λ_f la longitud de onda a la frecuencia f . En este ejemplo y posteriores se utilizará el “simulated annealing”, SA, que es un algoritmo de optimización extensamente conocido debido a su versatilidad [5]. Éste perturbará los valores ξ_n para minimizar la siguiente función de coste C_A :

$$C_A = c_{A1}H(\Delta_f)\Delta_f^2 + c_{A2}H(\Omega_f)\Omega_f^2$$

$$\text{con } \begin{cases} \Delta_f = SLL_{o,f} - SLL_{d,f} \\ \Omega_f = SR_{o,f} - SR_{d,f} \end{cases} \quad (3.2.10)$$

Donde SLL representa el nivel de lóbulos laterales del patrón de potencia del modo fundamental; los subíndices “o” y “d” indican obtenido (durante el proceso de optimización) y deseado, respectivamente; el subíndice “f” hace referencia a la utilización de la frecuencia f en el proceso; H es la función de Heaviside definida en el capítulo 1, ver Fig. 1.2.5; SR representa el máximo valor del patrón de radiación de cualquiera de los dos primeros armónicos, $|q|= 1$ ó 2 , ya que son los de más alto valor; c_{A1} y c_{A2} son unos parámetros de peso que ayudan al proceso de optimización.

Inicialmente partimos de un diagrama de radiación, Fig. 3.2.3, obtenido a partir de una distribución de Dolp-Chebyshev con un $SLL= -20$ dB para el modo fundamental, $q=0$, y un $SR= -7.20$ dB en los armónicos. Esto se lleva a cabo dándole a cada una de las variables ξ_n el valor de la excitación n -ésima normalizada de Chebyshev,

$$\xi_n = \left(\frac{I_n}{I_n|_{\max}} \right)_{Chebyshev}$$

El la Fig. 3.2.3 se han representado el modo fundamental y los dos siguientes armónicos de este diagrama de radiación.

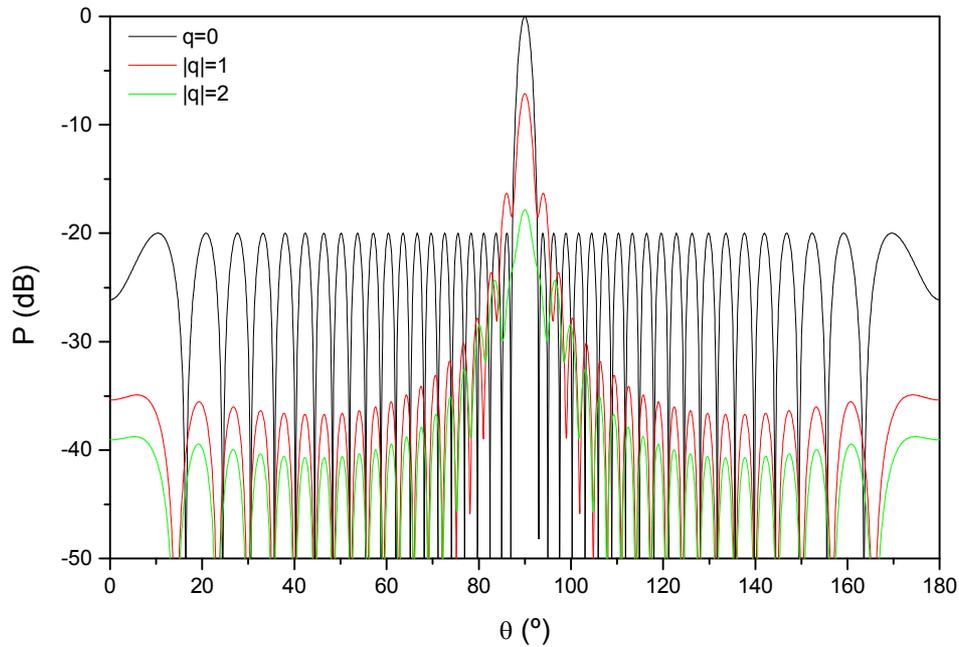


Figura 3.2.3 Diagrama de radiación inicial donde las variables ξ_n se han obtenido a partir de la distribución de Chebyshev.

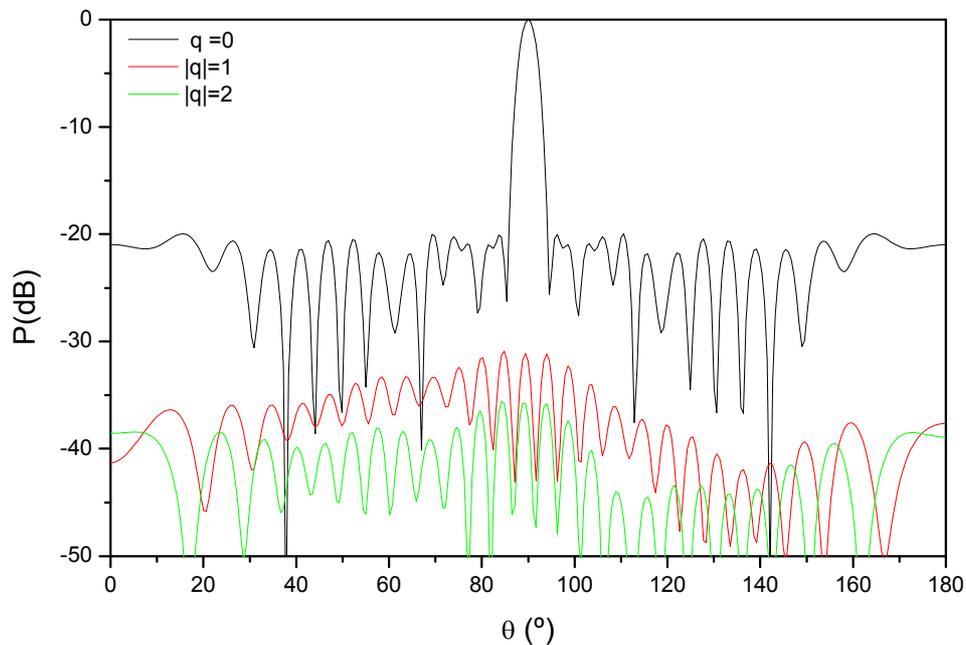


Figura 3.2.4 Patrón de potencia obtenido a partir de la optimización de ξ_n .

El máximo nivel de los armónicos con $q \neq 0$, es demasiado elevado, $SR = -7.20$ dB, esto es porque parte de la energía que se transmite a cada uno de los elementos radiantes a través de la fuente se emplea en generar estos armónicos. Se desea por tanto reducir en lo posible el nivel dado por la variable SR , para hacer más eficiente la transmisión de energía, manteniendo en lo posible la topografía descrita por el modo fundamental, $q=0$. Esto se lleva a cabo optimizando las variables ξ_n mediante el SA. En la Fig. 3.2.4 se muestran el modo fundamental y los dos primeros armónicos. Se desea un nivel del lóbulos laterales a la frecuencia de trabajo de $SLL_{d,f} = -20$ dB (para $q = 0$),

$SR_{d,2f} = -30$ dB y $f = 60f_0$, donde $f_0 = 1/T_0$. Después del proceso de optimización se ha conseguido mantener el SLL_f a -20.04 dB y reducir el SR_f hasta los -30.08 dB. En la Fig. 3.2.5 muestra la distribución de valores ξ_n a lo largo de la agrupación lineal.

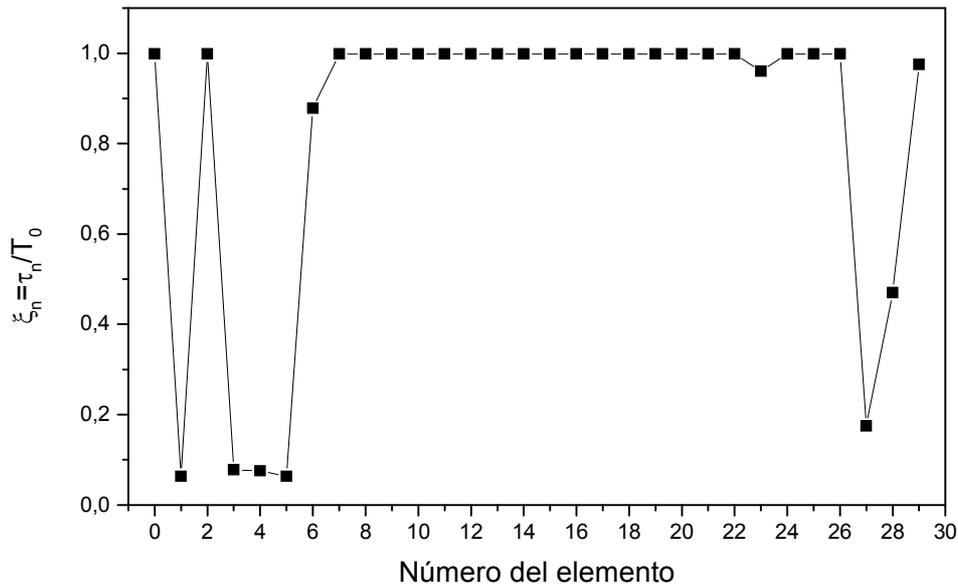


Figura 3.2.5 Distribución normalizada de la duración de los pulsos, ξ_n , que generan los diagramas de la Fig. 3.2.4.

Nº Elemento	z_n (λ)	ξ_n	Nº Elemento	z_n (λ)	ξ_n
0	0.0	1.000	15	10.5	1.000
1	0.7	0.063	16	11.2	1.000
2	1.4	0.998	17	11.9	1.000
3	2.1	0.078	18	12.6	1.000
4	2.8	0.076	19	13.3	1.000
5	3.5	0.063	20	14.0	1.000
6	4.2	0.878	21	14.7	1.000
7	4.9	1.000	22	15.4	1.000
8	5.6	1.000	23	16.1	0.960
9	6.3	1.000	24	16.8	1.000
10	7.0	1.000	25	17.5	1.000
11	7.7	1.000	26	18.2	1.000
12	8.4	1.000	27	18.9	0.175
13	9.1	1.000	28	19.6	0.470
14	9.8	1.000	29	20.3	0.975

Tabla 3.2.1 Posiciones y valores de ξ_n de la agrupación lineal equiespaciada que genera los patrones de la Fig. 3.2.4.

Si enumeramos los elementos de 0 a $N-1$ y eliminamos los elementos en las posiciones 1, 3, 4 y 5, que poseen valores de ξ_n muy bajos (que implica que dichos elementos apenas son excitados), e incrementamos de valor de ξ_n hasta la unidad del elemento en la posición 23 (ya que dicho elemento está excitado casi todo el tiempo) tendremos un

patrón en potencia para el modo fundamental cuyo nivel de lóbulos laterales se incrementa en 0.5 dB manteniendo el nivel de radiación de banda lateral por debajo de -30 dB. Esto permite utilizar interruptores ON-OFF que presenten una menor variabilidad en la frecuencia de oscilación.

b) Reducción del nivel de lóbulos laterales a partir de una agrupación lineal de dipolos colineales no equiespaciados que opera a dos frecuencias (f y $2f$).

Consideremos una agrupación lineal a lo largo del eje z de $N = 30$ elementos constituidos por dipolos no equiespaciados y colineales con el eje z que debe funcionar a dos frecuencias, una doble de la otra, f y $2f$. El trabajar a dos frecuencias, una el doble de la otra, implica que pueden aparecer “grating lobes”, repetición del lóbulo principal, si los elementos se encuentran equiespaciados. Si rompemos esa periodicidad espacial de forma adecuada, entonces podemos conseguir que el nivel de “grating lobes” no sea determinante en el diagrama de radiación.

La expresión del factor campo producido por el dipolo colineal con el eje z viene dado por la siguiente ecuación (ver apartado 5-3.5 del Apéndice):

$$Fe(\theta) = \frac{\cos(kL \cos \theta) - \cos(kL)}{\sin(\theta)} \quad (3.2.11)$$

Cuya representación aparece en la Fig. 3.2.6 y que también aparece en el apéndice en el punto 5-3.6. Esta expresión solamente hay que introducirla en la ec. 3.2.6 para tenerla presente a la hora de evaluar matemáticamente el factor de la agrupación. Notar que la expresión del factor elemento es la misma para todos los elementos, con lo que se puede extraer del sumatorio.

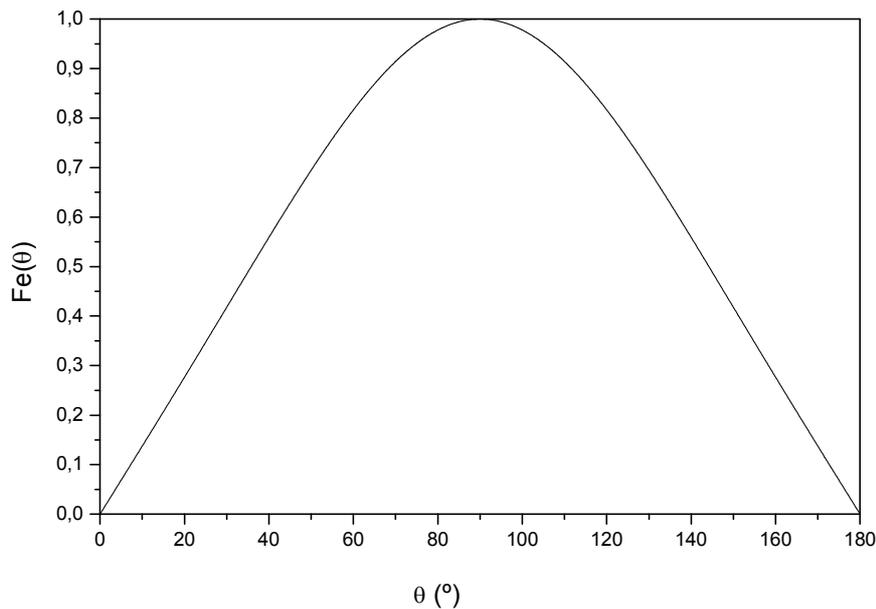


Figura 3.2.6 Factor elemento de un dipolo colineal con el eje z y de tamaño $2L = \lambda/2$.

La nueva expresión del factor array para el modo fundamental es:

$$F(\theta, t)|_{q=0} = \exp\{j\omega t\} \left[\frac{\cos(kL \cos(\theta)) - \cos(kL)}{\sin(\theta)} \right] \sum_{n=0}^{N-1} \{I_{en} \xi_n \exp\{jk z_n \cos(\theta)\}\} \quad (3.2.12)$$

Donde $2L$ es la longitud de cada dipolo que hemos tomado como $\lambda/2$ en este ejemplo.

Durante la optimización de los valores de ξ_n y las posiciones z_n de los dipolos, se han tenido en cuenta los siguientes objetivos:

- Minimizar los niveles de lóbulos laterales del patrón de potencia a dos frecuencias f y $2f$ por debajo de los valores deseados: $SLL_{d,f}$ y $SLL_{d,2f}$. Debido a la necesidad de trabajar con una frecuencia $2f$, esto da lugar a la aparición de “grating lobes” (repetición del diagrama principal) si los elementos están equiespaciados. Esto justifica la perturbación de los valores de las posiciones z_n .
- Intentar minimizar los niveles de radiación de banda lateral en esas dos frecuencias, f y $2f$, por debajo de los valores deseados: $SR_{d,f}$ y $SR_{d,2f}$. Igual que en el ejemplo anterior se considera una frecuencia de trabajo $f = 60f_0$ donde $f_0 = 1/T_0$.

Hemos fijado los valores deseados de SLL a $SLL_{d,f} = -17$ dB y $SLL_{d,2f} = -17$ dB para el modo fundamental; de radiación de banda lateral $SR_{d,f}$ y $SR_{d,2f} = -30$ dB para los armónicos, respectivamente; y hemos optimizado con el SA una función de coste, C_B , similar a la del ejemplo anterior. Se han conseguido dos diagramas de radiación correspondientes a las frecuencias f y $2f$, como se muestra en las Figs. 3.2.7-8 y cuyas características de radiación se reflejan en la Tabla 3.2.2.

$$C_B = [c_{B1,f}H(\Delta_f)\Delta_f^2 + c_{B2,f}H(\Omega_f)\Omega_f^2] + [c_{B1,2f}H(\Delta_{2f})\Delta_{2f}^2 + c_{B2,2f}H(\Omega_{2f})\Omega_{2f}^2] \quad (3.2.13)$$

$$\text{con } \begin{cases} \Delta_f = SLL_{o,f} - SLL_{d,f} \\ \Omega_f = SR_{o,f} - SR_{d,f} \end{cases}, \quad \begin{cases} \Delta_{2f} = SLL_{o,2f} - SLL_{d,2f} \\ \Omega_{2f} = SR_{o,2f} - SR_{d,2f} \end{cases}$$

Donde ahora es necesario repetir los sumandos pero para cada frecuencia. Los valores $c_{B1,f}$, $c_{B2,f}$, $c_{B1,2f}$, $c_{B2,2f}$ son parámetros de peso que ayudan a la convergencia en el proceso de optimización.

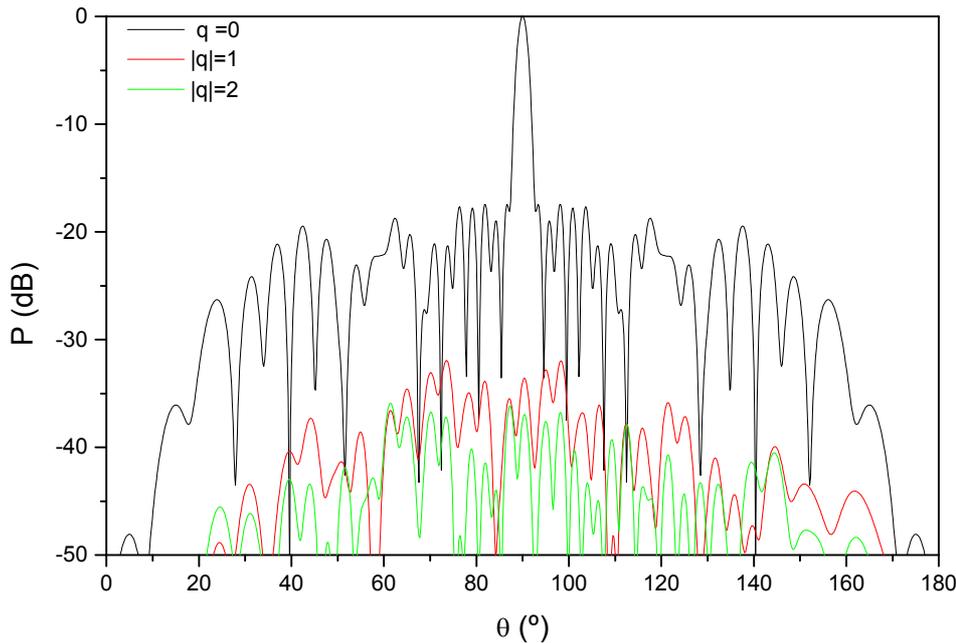


Figura 3.2.7 Diagramas de potencia en la frecuencia f del modo fundamental y los dos siguientes armónicos cuando los valores de ξ_n y las posiciones z_n son perturbados.

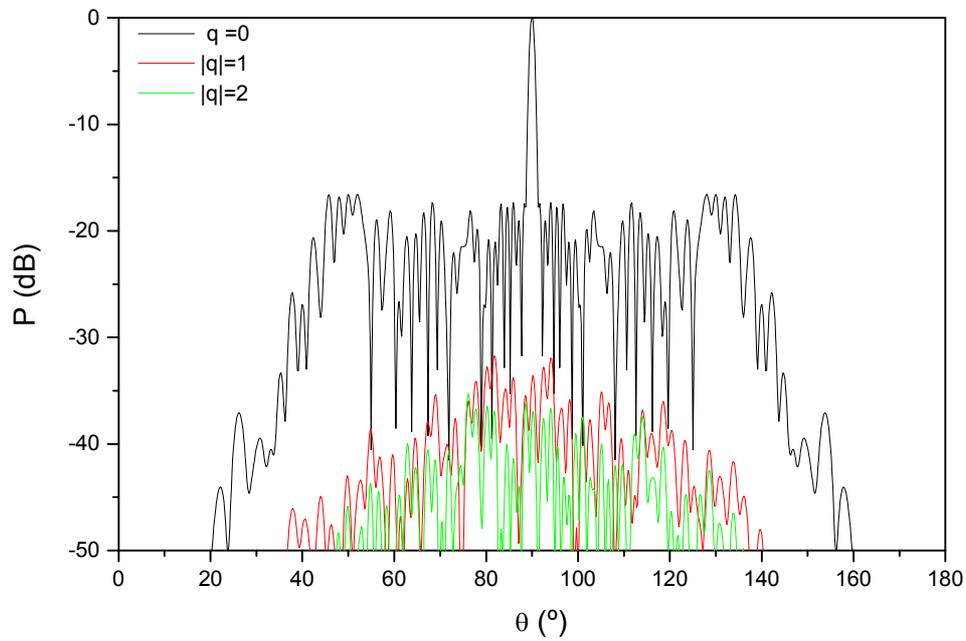


Figura 3.2.8 Diagramas de potencia en la frecuencia $2f$ del modo fundamental y los dos siguientes armónicos, cuando los valores de ξ_n y las posiciones z_n son optimizados.

SLL_f (dB)	SLL_{2f} (dB)	SR_f (dB)	SR_{2f} (dB)
-17.77	-16.58	-31.93	-31.93

Tabla 3.2.2 Características de los diagramas de radiación a frecuencias f y $2f$.

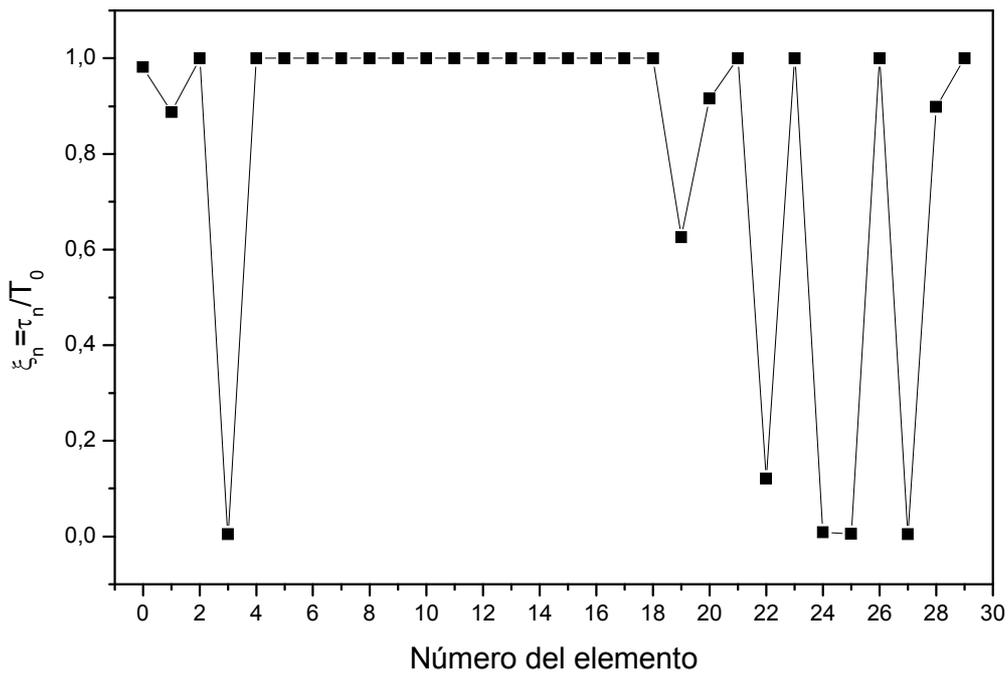


Figura 3.2.9 Distribución normalizada de la duración de los pulsos, ξ_n .

En la Fig. 3.2.9 se han representado los valores de los tiempos de computación normalizados a T_0 . Los valores modulados en el tiempo y a las posiciones de los dipolos colineales de la agrupación se muestran en la siguiente tabla:

Nº Elemento	z_n (λ_f)	ξ_n	Nº Elemento	z_n (λ_f)	ξ_n
0	0.000	0.982	15	11.466	1.000
1	0.700	0.887	16	12.166	1.000
2	1.400	1.000	17	12.866	1.000
3	2.105	0.005	18	13.567	1.000
4	2.820	1.000	19	14.517	0.626
5	3.770	1.000	20	15.224	0.916
6	4.497	1.000	21	16.174	1.000
7	5.201	1.000	22	16.883	0.120
8	5.905	1.000	23	17.834	1.000
9	6.612	1.000	24	18.535	0.009
10	7.316	1.000	25	19.483	0.005
11	8.021	1.000	26	20.184	1.000
12	8.779	1.000	27	20.884	0.004
13	9.566	1.000	28	21.584	0.899
14	10.516	1.000	29	22.284	1.000

Tabla 3.2.3 Posiciones, en λ_f , y valores de ξ_n de la agrupación lineal no equiespaciada, que genera los patrones de las Fig. 3.2.7-8.

La separación entre elementos contiguos varía entre 0.7 y 0.95 λ_f . Los elementos con los números 3, 24, 25 y 27 presentan un valor muy bajo de ξ_n , del orden de 0.005, que indica que apenas son excitados en el tiempo. Estos elementos pueden ser suprimidos sin alterar significativamente los patrones fundamental y de radiación de banda lateral.

c) Análisis de algunas características del patrón en potencia para el modo fundamental y la radiación de banda lateral para las frecuencias f y $2f$.

Para ver cómo se comporta la agrupación lineal entre f y $2f$, con la configuración del ejemplo anterior, se ha hecho un análisis en el ancho de banda que se presenta en la Fig. 3.2.10 donde se ha representado cómo varía el nivel de lóbulos laterales, SLL , del modo fundamental y el máximo valor de la radiación de banda lateral. Se puede ver que dichos valores permanecen prácticamente constantes al hacer el barrido en frecuencias desde f a $2f$, por lo tanto presenta un gran ancho de banda ($BW = (2f-1f)/(1.5f) = 0.66 \equiv 66.6\%$).

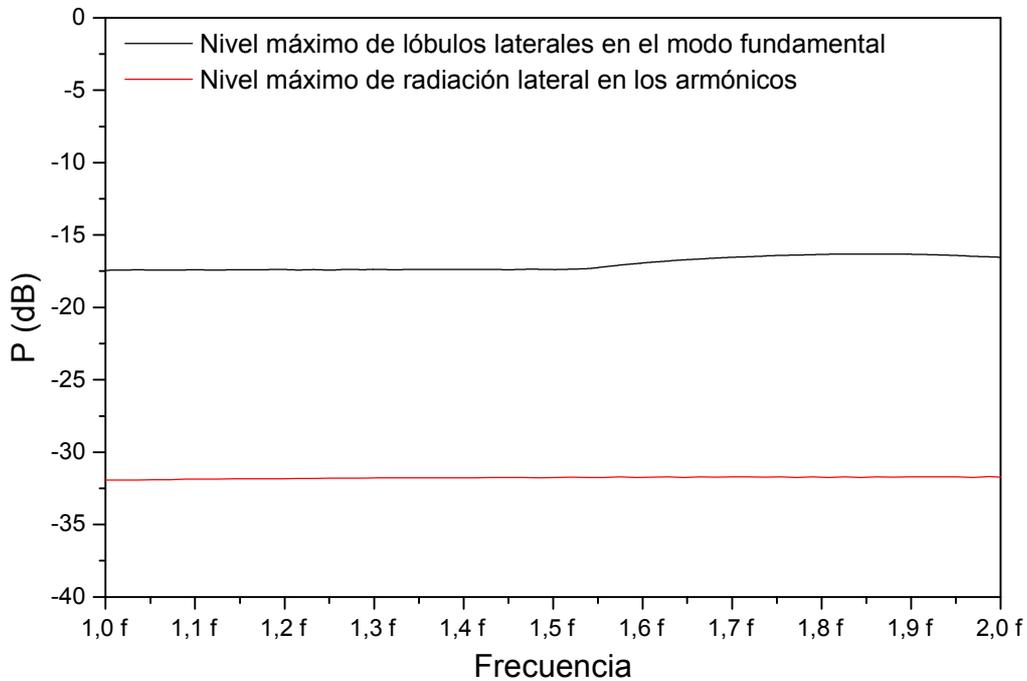


Figura 3.2.10 Variación en frecuencia del nivel de lóbulos laterales, en el modo fundamental, y del máximo nivel de la radiación de banda lateral.

3-2.5. Conclusiones

La inserción de interruptores ON-OFF en la red de alimentación, de una agrupación lineal de elementos excitados uniformemente, permite al diseñador la posibilidad de controlar el nivel de lóbulos laterales del patrón de potencia, solo con optimizar la duración de los pulsos.

En el caso de que queramos trabajar a dos frecuencias a la vez, f y $2f$, es necesario que los elementos ya no se encuentren equiespaciados para evitar la aparición de los “grating lobes”. Se observa que la agrupación presenta un buen ancho de banda en lo que se refiere a características del diagrama de radiación.

Los resultados aquí obtenidos pueden ser extendidos a agrupaciones planas de elementos o incluso conformadas.

3-2.6. Referencias

- [1] Shiwen Yang, Y. Beng Gan, and A. Qing, “Sideband suppression in time-modulated linear arrays by the differential evolution algorithm”, *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, Vol. 1, pp. 173-175, 2002.
- [2] W. H. Kummer, A. T. Villeneuve, T. S. Fong, and F. G. Terrio, “Ultra-low sidelobes from time-modulated arrays”, *IEEE Trans. on Antennas and Propagat.*, Vol. 11, pp. 633-639, 1963.
- [3] W. L. Weeks, *Antenna Engineering*, Mc Graw-Hill Electronic Science Series, 1968.

- [4] R. W. Bickmore, “Time versus space in antenna theory”, *Microwave Scanning Antennas*, Vol. III, Chapter 4, ed. R. C. Hansen, Peninsula Publishing, 1985.
- [5] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press: pp. 444-455, 1992.

3-3. Aplicación de la modulación temporal en la síntesis de patrones diferencia y suma a partir de una agrupación lineal

3-3.1. Introducción

Al aplicar modulación temporal a una agrupación lineal de elementos equiespaciados se pueden conseguir de una forma sencilla, dos diagramas de radiación diferentes: uno suma y otro diferencia, a partir de una misma agrupación. Esto se lleva a cabo partiendo de una distribución estática uniforme ($I_{en} = 1$) o dada por la distribución generalizada de Villeneuve [1], GV. Posteriormente con la ayuda del algoritmo “simulated annealing”, SA [2], se optimiza la duración del pulso temporal correspondiente a algunos elementos, obteniendo finalmente una distribución dinámica de excitación ($I_{dn} = I_{en} \xi_n$). De esta forma cualquier diagrama de radiación de tipo suma (especialmente aquel generado a partir de una distribución de excitación uniforme) se puede mejorar el nivel de lóbulos laterales modulando únicamente algunos elementos localizados cerca de los bordes de la agrupación lineal. Por otro lado, los diagramas diferencia se obtienen si son los elementos centrales los que se someten a la modulación temporal. Esto da lugar a un tipo de reconfigurabilidad de la agrupación ya que, con una distribución de excitación en amplitud fijada, el diseñador de antenas puede conseguir por un lado, dos tipos de diagramas de radiación diferentes y por otro, mejorar el nivel de lóbulos laterales, *SLL*, respecto al caso no modulado.

Las distribuciones de excitación uniformes son siempre deseables porque constituyen la forma más fácil de alimentar una agrupación de antenas. Por otro lado la red de alimentación necesaria al utilizar la técnica de modulación temporal es más flexible que en el caso de la alimentación convencional de una agrupación de elementos radiantes. Esto es debido a la posibilidad de modificar la duración de los pulsos de conmutación, aún después de tener implementado el circuito, permitiendo variar las características de radiación. Esto sería muy complicado de llevar a cabo en el caso de una red de alimentación convencional.

Además de la distribución de excitación uniforme el diseñador puede también hacer uso de la distribución GV o la de Dolph-Chebyshev, por ejemplo, de forma que además de obtener las mismas características de radiación que uno convencional, haya la posibilidad de reducir el *SLL* optimizando los pulsos temporales. Por otro lado modificando apropiadamente tanto la distribución de fase de mitad de la agrupación como re-optimizando los pulsos temporales que corresponden a unos pocos elementos, se pueden obtener diagramas diferencia con unos niveles de *SLL* mejorados.

3-3.2. Base matemática

Consideremos una agrupación lineal de $2N$ elementos isotrópicos, $F_e(\theta) = 1$, localizados a lo largo del eje z . El campo de radiación viene dado por la expresión 3.2.1 del apartado 3.2 del capítulo ($I_n = I_{en} g_n(t)$), pero ahora vamos a reestructurarla ya que nos será útil esta nueva forma para los ejemplos a presentar:

$$F(\theta, t) = \exp\{j\omega t\} \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N I_n \exp\{jk z_n \cos \theta\} \quad (3.3.1)$$

$$F(\theta, t) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} F(\theta, t)_q \quad (3.3.2)$$

Dónde el armónico q -ésimo viene dado por:

$$F(\theta, t)_q = \exp\{jt(\omega + q\omega_0)\} \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N I_{en} \xi_n \left(\frac{\text{sen}(q\pi \xi_n)}{q\pi \xi_n} \right) \exp\{j(k z_n \cos \theta - q\pi \xi_n)\} \quad (3.3.3)$$

Para el modo fundamental, $q=0$:

$$F(\theta, t)_0 = \exp\{j\omega t\} \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N I_{en} \xi_n \exp\{jk z_n \cos \theta\} \quad (3.3.4)$$

La expresión 3.3.4 es similar a la ec. 3.3.1 donde se ha utilizado $I_{dn} = I_{en} \xi_n$ (que en el apartado 3-2 del capítulo hemos llamado excitaciones dinámicas) en lugar de I_n dentro del sumatorio. Esta ecuación sugiere un tipo de reconfigurabilidad, que constituye un grado de libertad más en el proceso de síntesis, porque con una agrupación lineal dada y con excitaciones estáticas I_{en} fijadas es posible obtener varios patrones de radiación en la frecuencia portadora después de colocar estratégicamente los interruptores ON-OFF en la agrupación. Además, de una distribución estática con amplitud real que radia un patrón suma, el diseñador puede obtener diagramas diferencia, como es bien conocido, por colocar una distribución de fase asimétrica (con valores de 0° o 180°), y esto se explica a continuación como una ventaja más del método.

Para simplificar las expresiones, transformaremos la ec. 3.3.3 de forma que solo haya que utilizar la mitad de los elementos de la agrupación lineal. Así para obtener un patrón de radiación suma se ha considerado: $I_{en} \xi_n = I_{-en} \xi_{-n}$; respecto al diagrama diferencia se ha insertado una fase a la mitad de la agrupación de la forma: $I_{en} \xi_n = -I_{-en} \xi_{-n}$. Entonces la expresión del factor campo quedará:

$$F(\theta, t)_q = \exp\{jt(\omega + q\omega_0)\} \sum_{n=1}^N \left[\begin{array}{l} I_{en} \xi_n \left(\frac{\text{sen}(q\pi \xi_n)}{q\pi \xi_n} \right) \\ \exp\{-jq\pi \xi_n\} f(k z_n \cos \theta) \end{array} \right] \quad (3.3.5)$$

con $f(x) = \begin{cases} \cos(x) & \text{para patrones suma} \\ \text{sen}(x) & \text{para patrones diferencia} \end{cases}$

Nosotros hemos considerado aquí tanto una distribución uniforme como una distribución generalizada de Villeneuve, donde la amplitud es real, para sintetizar tanto patrones suma como diferencia controlando el *SLL*, “side lobe level”, y minimizando el *SR*, “sideband radiation”.

3-3.3. Método

El proceso de optimización llevado a cabo con la técnica de SA [2], se muestra en la Fig. 3.3.1. Una vez que los valores de amplitud real de excitación estática han sido especificados, el algoritmo empieza inicializando a “1” la duración de todos los pulsos normalizados ζ_n . Luego, las excitaciones dinámicas son perturbadas usando el SA modificando ligeramente M valores de ζ_n ($n= 1, 2, \dots N$). Así para sintetizar el diagrama suma se perturban $M=M_s$ valores de ζ_n dando lugar al conjunto $\Omega_s=\{N-M_s, N-M_s+1, \dots N\}$. Respecto al diagrama diferencia se modifican $M=M_d$ valores de ζ_n cuyo conjunto viene dado por $\Omega_d=\{1, 2, \dots M_d\}$. Esto se muestra gráficamente en la Fig. 3.3.2.

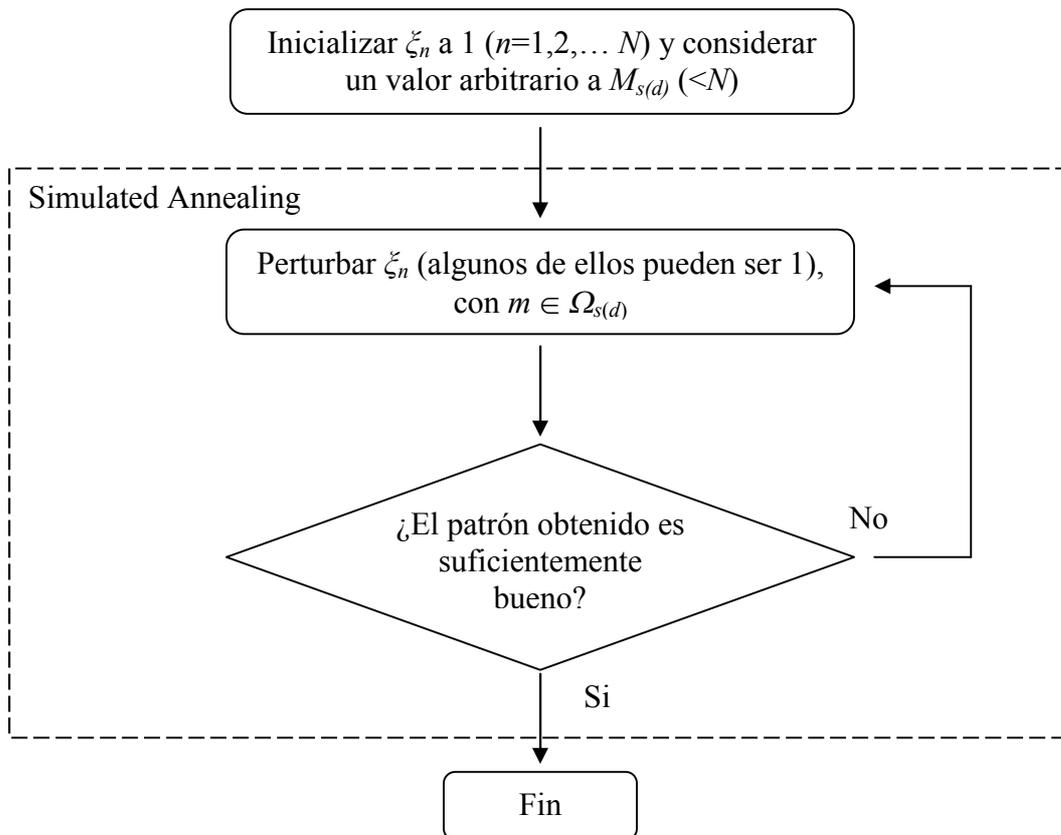


Figura 3.3.1 Diagrama de flujo utilizado durante el proceso de optimización.

La selección de M es arbitraria y depende del tipo de diagrama a sintetizar. Así para los ejemplos que se mostrarán a continuación, se verá que un valor de M entre 2 y 4 es suficiente para las propuestas establecidas. El valor de ζ_n se perturba con el SA minimizando la siguiente función de coste, FC :

$$FC= C_1 H(\Delta SLL)\Delta SLL^2 + C_2 H(\Delta SR)\Delta SR^2 \tag{3.3.6}$$

Donde $H(x)$ es la función de Heaviside, definida en la Fig. 1.2.5 del capítulo 1; $\Delta SLL=(SLL_o - SLL_d)$ es la diferencia entre los valores obtenido y deseado del nivel de lóbulos laterales; $\Delta SR=(SR_o - SR_d)$ representa la diferencia entre los valores obtenido y deseado del nivel de radiación de banda lateral; C_1 y C_2 son unos coeficientes de peso que indican al SA la importancia de cada término en la evaluación de FC .

Consideremos una agrupación lineal de $6+6=12$ elementos simétricos, entonces solo tendremos que hacer uso de mitad de la agrupación, como se indica en la ec. 3.3.5. Evaluemos el valor de ξ_n en cada uno de los casos de la Fig. 3.3.2:

- a) Todos los elementos tienen la misma distribución de excitación estática y dinámica, $\xi_n = 1$.
- b) Todos los elementos presentan la misma distribución estática, a excepción de los elementos con números 4, 5, 6 y simétricos (que se localizan en los extremos) presentan un valor $\xi_n < 1$ y conforman el conjunto $\Omega_s = \{N-M_s, N-M_s+1, \dots, N\} = \{4, 5, 6\}$. Esta agrupación da lugar a un diagrama suma donde $M_s = 3$.
- c) Todos los elementos presentan la misma distribución estática, a excepción de los elementos con números 1, 2 y simétricos (que se localizan alrededor del centro) presentan un valor $\xi_n < 1$ y conforman el conjunto $\Omega_d = \{1, 2, \dots, M_d\} = \{1, 2\}$. Esta agrupación da lugar a un diagrama diferencia donde $M_d = 2$.

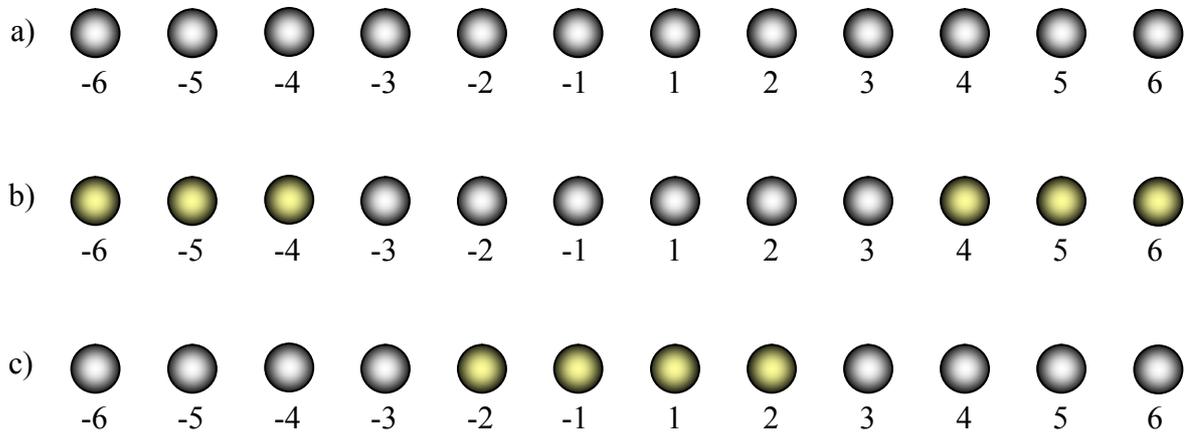


Figura 3.3.2 Ejemplo de una agrupación lineal de 12 elementos y distintas configuraciones para obtener un diagrama suma o diferencia.

De aquí en adelante se considerará solamente la mitad de la agrupación lineal, aquella que va desde el centro a los extremos de la misma.

3-3.4. Ejemplos

Consideremos una agrupación lineal localizada a lo largo del eje z , centrada en $z=0$ y compuesta de 30 elementos isotrópicos separados entre sí 0.7λ . Se desea sintetizar con la misma agrupación dos diagramas de radiación diferentes: Un suma y un diferencia. Se hará de dos formas partiendo de una distribución estática uniforme y una distribución generalizada de Villeneuve (GV). Casos a tratar:

Caso A: Se parte de una distribución estática uniforme $I_{en}=1$, para optimizar los valores de ξ_{sn} y ξ_{dn} , correspondientes a los diagramas suma “s” y diferencia “d”, respectivamente.

Caso B: La distribución estática elegida es la de Villeneuve con $\bar{n} = 3$ y $v=0$ (que es un parámetro que indica que la distribución de Villeneuve coincide con la de Taylor) que genera un diagrama suma con un $SLL \leq -20$ dB. En esta ocasión se desea

optimizar los valores de ζ_n de forma que una distribución dinámica de excitación $I_{dn} = I_{en} \zeta_n$, genere un diagrama diferencia con el menor nivel de lóbulos laterales posible [1].

Caso C: En el tercer ejemplo como distribución estática se ha elegido la de Villeneuve con $\bar{n}=3$ y $v=1$ (correspondiente a la distribución con una caída de lóbulos mayor que la de Taylor) que genera un diagrama suma con un $SLL \leq -20$ dB. Otra vez se desea optimizar los valores de ζ_n de forma que obtengamos una distribución dinámica de excitación $I_{dn} = I_{en} \zeta_n$, que genere un diagrama diferencia con el menor nivel de lóbulos laterales posible.

En todos los casos se desea minimizar la radiación de banda lateral debida a los armónicos y controlar el nivel de lóbulos laterales. El parámetro $\bar{n}-1$ representa el número de lóbulos laterales controlados (en la mitad del diagrama) y el coeficiente v da una idea de la caída de los lóbulos laterales, cuanto mayor sea v mayor será la caída.

La distribución uniforme se ha utilizado para optimizar un diagrama suma y uno diferencia. En los otros dos casos que manejan una distribución generalizada de Villeneuve, se han optimizado solo los patrones diferencia, ya que los diagramas suma ya tienen un SLL controlado.

Cuando todavía no se ha aplicado la modulación temporal a la agrupación lineal de elementos, se tienen estos valores de SLL :

Tipo de patrón	Casos de distribución de excitación estática (sin optimizar)	SLL (dB)
Suma	A (Uniforme)	-13.05
Diferencia	A (Uniforme)	-10.44
	B (G.V., $\bar{n} = 3; v = 0; SLL \leq -20$ dB)	-9.73
	C (G.V., $\bar{n} = 3; v = 1; SLL \leq -20$ dB)	-10.42

G.V.: Distribución generalizada de Villeneuve.

Tabla 3.3.1 Valores iniciales de SLL obtenidos de los patrones de potencia generados por las distribuciones de excitación estáticas (valores sin optimizar).

Tipo de patrón	Casos de distribución de excitación estática	Nº de $\zeta_n \neq 1$	% de $\zeta_n \neq 1$	SLL_o en dB ($q=0$)	SBL_o en dB ($q=1$)
Suma	A	3	20.0	-15.84	-29.93
Diferencia	A	4	26.7	-16.42	-28.14
	B	4	26.7	-14.92	-29.56
	C	2	13.3	-15.21	-30.43

Tabla 3.3.2 Resumen de los resultados obtenidos para varias distribuciones de excitación después del proceso de optimización, ($n = 1, 2 \dots$ se cuentan desde el centro al borde de la agrupación lineal).

La Fig. 3.3.3 muestra el patrón suma y en la Fig. 3.3.4 aparece el patrón diferencia, sintetizados ambos a partir de la misma distribución estática.

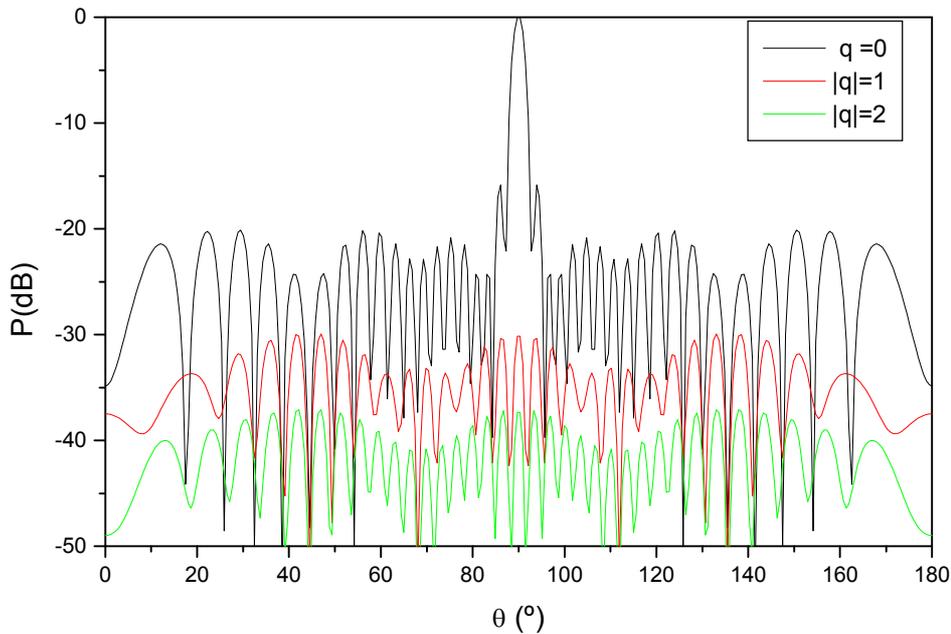


Figura 3.3.3 Patrón suma obtenido con la modificación de algunos valores de ξ_n a partir de la distribución estática uniforme.

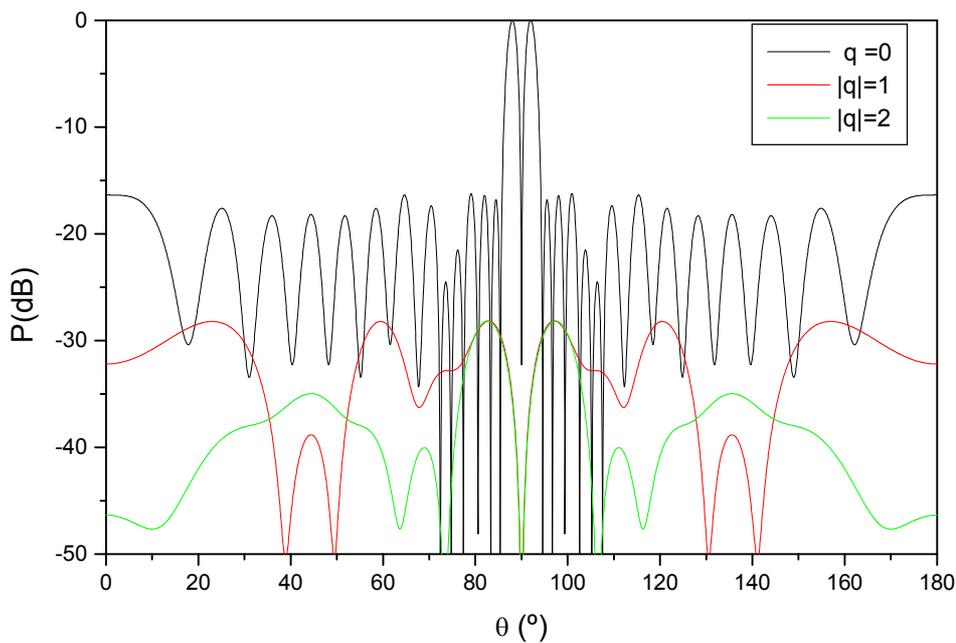


Figura 3.3.4 Patrón diferencia obtenido con la modificación de algunos valores de ξ_n a partir de la distribución estática uniforme.

En las Fig. 3.3.5 y 3.3.6 se comparan los valores de ξ_n , tanto iniciales como después del proceso de optimización, para los diagramas suma y diferencia, respectivamente. En ellas se han representado únicamente los valores ξ_n , correspondientes a la mitad de la agrupación. El primer punto se corresponde con el elemento central y el último con uno de los extremos.

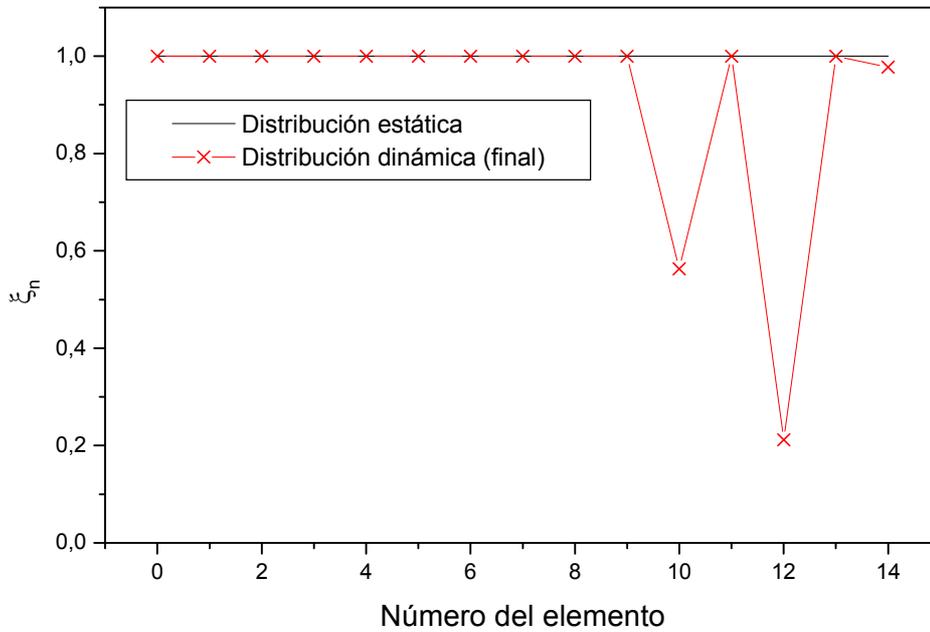


Figura 3.3.5 Distribución normalizada de la duración de los pulsos, ξ_n , que generan el diagrama suma de Fig. 3.3.3. Éstos se representan desde el centro hacia un extremo de la agrupación.

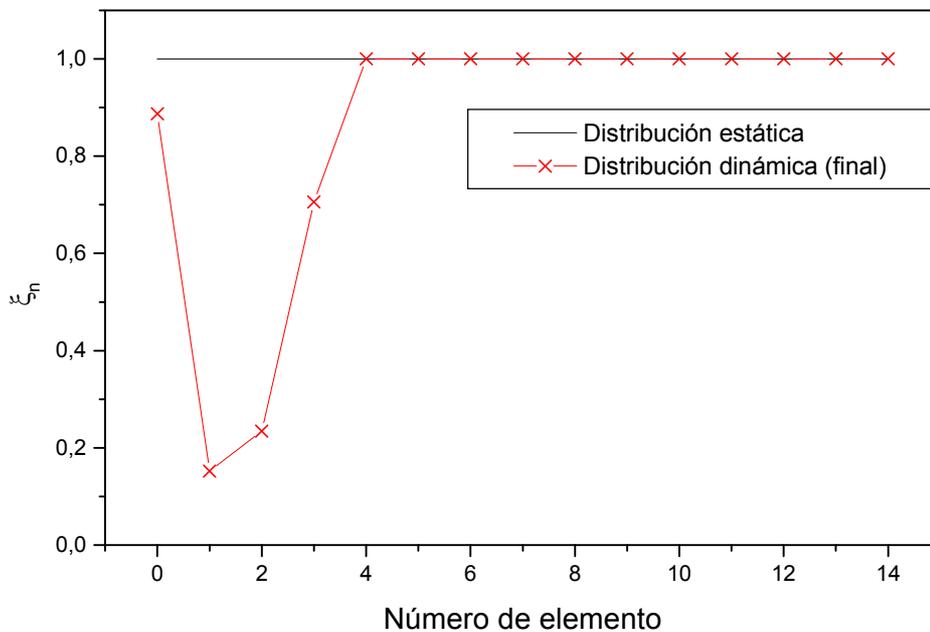


Figura 3.3.6 Distribución normalizada de la duración de los pulsos, ξ_n , que generan el diagrama diferencia de Fig. 3.3.4.

En el proceso de síntesis se ha construido la función de coste a partir de los niveles obtenidos del modo fundamental y los dos primeros armónicos. En estos casos no es necesario trabajar con un número mayor de armónicos ya que su máximo valor decrece con el número de armónico. Esto se puede ver en la Fig. 3.3.7 donde se ha representado el valor máximo del nivel del armónico q -ésimo frente al número de armónico después del proceso de optimización.

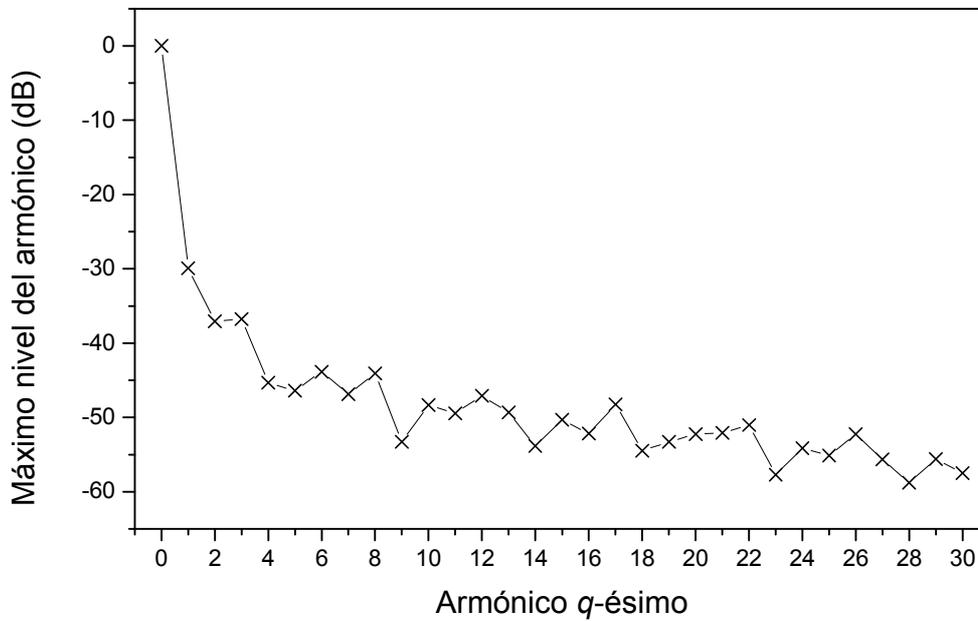


Figura 3.3.7 Máximo valor de los patrones para los 30 primeros armónicos obtenidos para el diagrama suma de la Fig. 3.3.3.

En las Tablas 3.3.3 y 4 se listan las distribuciones de excitación, de mitad de la agrupación lineal, tanto estáticas como dinámicas en cada caso.

Elemento <i>n</i> -ésimo	Excitaciones Caso A		
	I_{en}	$I_{dn} = I_{en} \xi_n$	
		Patrón suma	Patrón diferencia
1	1.0000	1.0000	0.8868
2	1.0000	1.0000	0.1525
3	1.0000	1.0000	0.2347
4	1.0000	1.0000	0.7058
5	1.0000	1.0000	1.0000
6	1.0000	1.0000	1.0000
7	1.0000	1.0000	1.0000
8	1.0000	1.0000	1.0000
9	1.0000	1.0000	1.0000
10	1.0000	1.0000	1.0000
11	1.0000	0.5633	1.0000
12	1.0000	1.0000	1.0000
13	1.0000	0.2114	1.0000
14	1.0000	1.0000	1.0000
15	1.0000	0.9777	1.0000

Tabla 3.3.3 Distribución de excitación estática uniforme (I_{en}) y dinámica ($I_{dn} = I_{en} \xi_n$) de mitad de la agrupación para diagramas suma y diferencia (el índice n se cuenta desde el centro de la agrupación a los extremos).

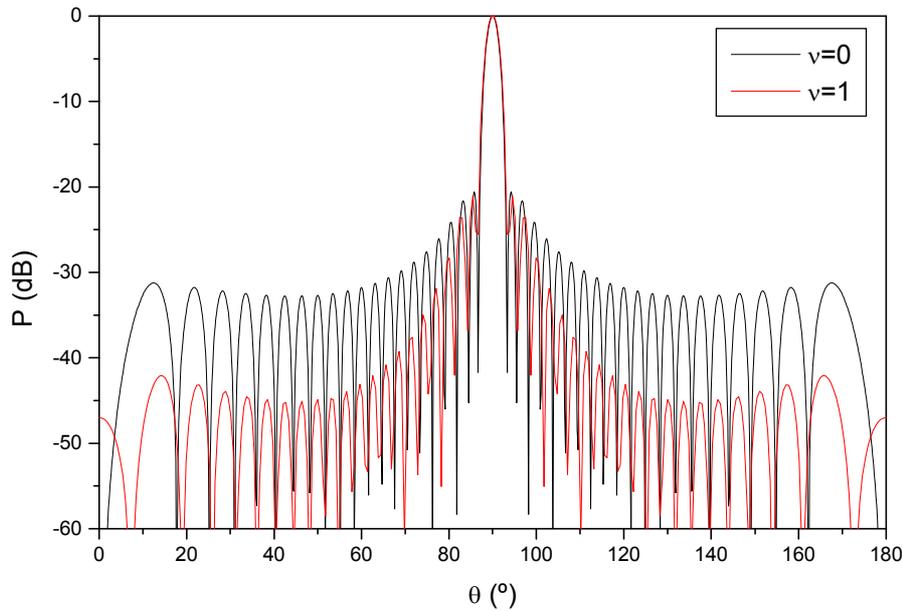


Figura 3.3.8 Comparación de los diagramas suma obtenidos a partir de la distribución de Villeneuve con $\bar{n} = 3$; $\nu = 0$ y 1 ; $SLL \leq -20$ dB.

Vamos a exponer ahora los resultados correspondientes a los casos B y C. Inicialmente partimos de un conjunto de excitaciones dados por la distribución generalizada de Villeneuve que da lugar a dos diagramas suma como se observa en la Fig. 3.3.8, el diagrama representado en línea negra se corresponde al caso B con $\nu = 0$ y en rojo el caso C con $\nu = 1$, con un nivel de lóbulos laterales ambos a -20 dB. Se puede obtener dos diagramas diferencia utilizando estas excitaciones con un cambio de fase de π radianes en la mitad de la agrupación lineal. Sin embargo obtenemos unos valores en el SLL de -9.73 dB y -10.42 dB para los casos B y C respectivamente, ver Tabla 3.3.1.

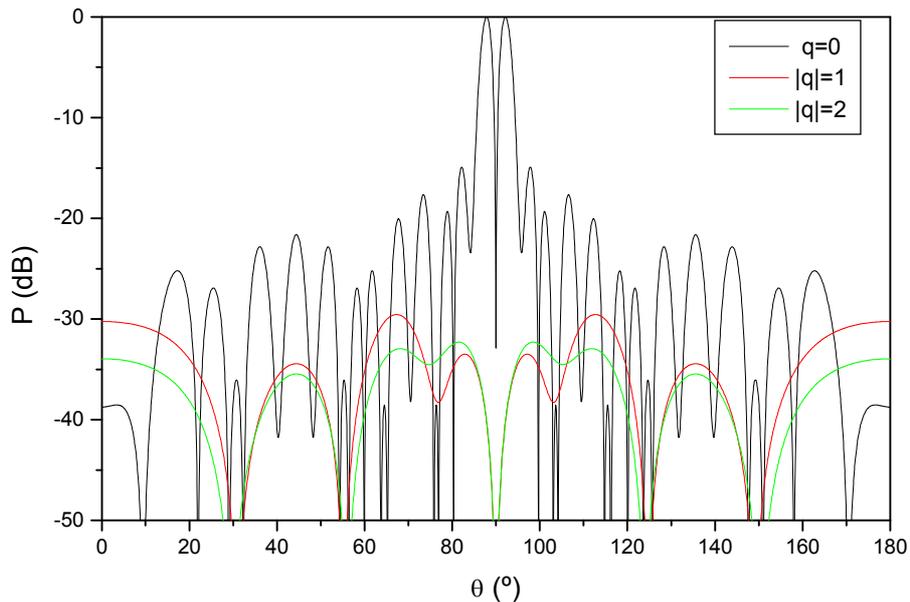


Figura 3.3.9 Diagrama diferencia generado a partir de la distribución de Villeneuve, donde $\bar{n} = 3$; $\nu = 0$; $SLL \leq -20$ dB, y la optimización de algunos valores de ξ_n .

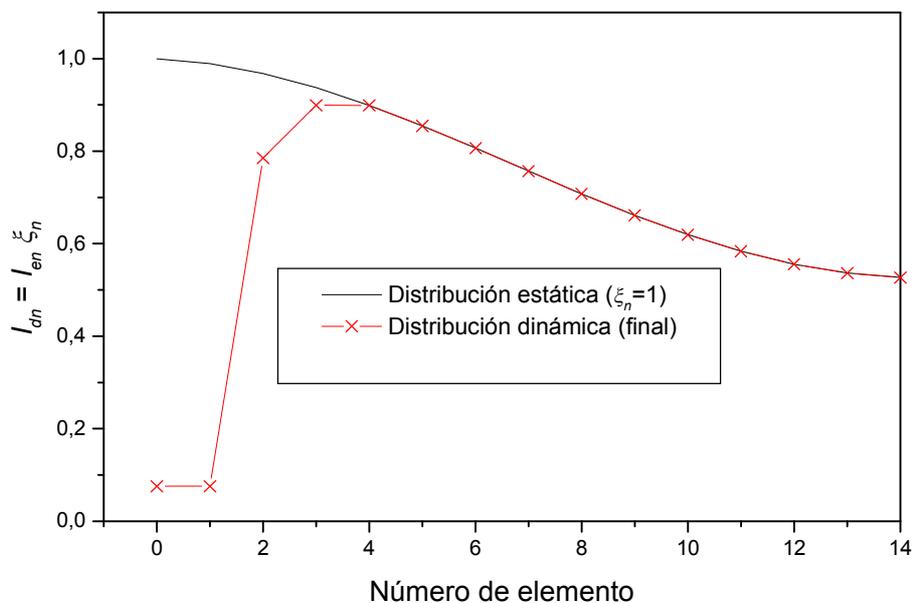


Figura 3.3.10 Distribución de excitación estática y dinámica generada a partir de la distribución de Villeneuve, $\bar{n} = 3; \nu = 0; SLL \leq -20$ dB.

Dichos valores se pueden mejorar significativamente si utilizando la técnica de modulación temporal optimizamos con el SA algunos valores ξ_n . Esto se lleva a cabo dándole a las excitaciones estáticas los valores dados por la distribución de Villeneuve, $I_{en} = I_{GV}$. En el caso B se han optimizado únicamente 4 valores de 15 de la agrupación lineal consiguiendo bajar el nivel de lóbulos laterales hasta -14.92 dB mientras que la radiación de banda lateral se mantiene alrededor de los -30 dB, ver Tabla 3.3.2 y Fig. 3.3.9. Aquí se ha representado el modo fundamental, $q=0$, y los dos siguientes armónicos. El nivel de los armónicos de mayor orden es aún menor que los aquí representados. La distribución de excitación dinámica final, cuyo valor se refleja en la Tabla 3.3.4, se representa en la Fig. 3.3.10 donde se ha superpuesto con la distribución de Villeneuve.

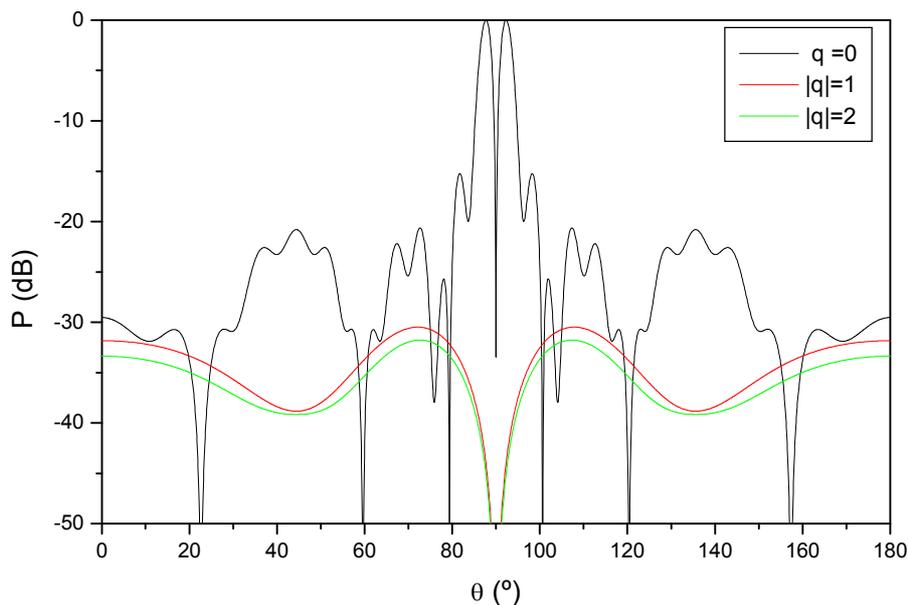


Figura 3.3.11 Diagrama diferencia generado a partir de la distribución de Villeneuve, donde $\bar{n} = 3; \nu = 1; SLL \leq -20$ dB, y la optimización de algunos valores de ξ_n .

Similares resultados se han obtenido para el último caso donde sólo se han optimizado 2 valores de ξ_n manteniéndose los restantes iguales a la unidad. De este modo se ha logrado rebajar el nivel de lóbulos laterales hasta -15.21 dB y mantener el *SR* por debajo de los -30 dB como se puede observar en la Fig. 3.3.11. La distribución de excitación correspondiente aparece reflejada en la Tabla 3.3.4 (donde el índice n se cuenta desde el centro de la agrupación a los extremos) y representada en la Fig. 3.3.12 donde se ha superpuesto con la distribución de Villeneuve.

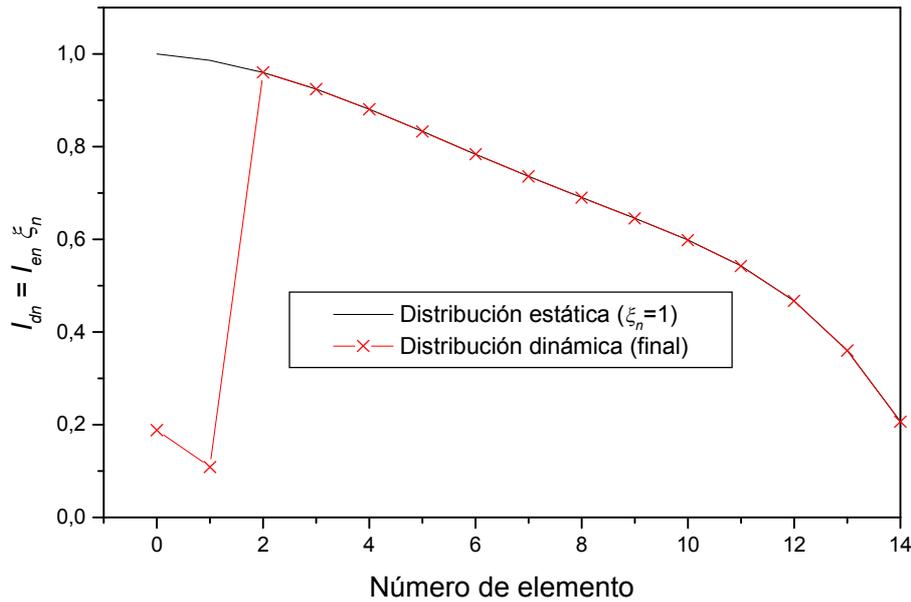


Figura 3.3.12 Distribución de excitación estática y dinámica generada a partir de la distribución de Villeneuve, $\bar{n} = 3; \nu = 1; SLL \leq -20$ dB.

Elemento <i>n</i> -ésimo	Excitaciones			
	Caso B		Caso C	
	I_{en} Suma	$I_{dn} = I_{en} \xi_n$ Diferencia	I_{en} Suma	$I_{dn} = I_{en} \xi_n$ Diferencia
1	1.0000	0.0756	1.0000	0.1883
2	0.9891	0.0756	0.9865	0.1087
3	0.9679	0.7854	0.9606	0.9606
4	0.9373	0.8993	0.9245	0.9245
5	0.8990	0.8990	0.8809	0.8809
6	0.8547	0.8547	0.8331	0.8331
7	0.8066	0.8066	0.7840	0.7840
8	0.7569	0.7569	0.7361	0.7361
9	0.7077	0.7077	0.6903	0.6903
10	0.6613	0.6613	0.6456	0.6456
11	0.6194	0.6194	0.5986	0.5986
12	0.5838	0.5838	0.5425	0.5425
13	0.5559	0.5559	0.4673	0.4673
14	0.5367	0.5367	0.3600	0.3600
15	0.5269	0.5269	0.2067	0.2067

Tabla 3.3.4 Distribución de excitación estática de Villeneuve (I_{en}), que genera un diagrama suma, y dinámica ($I_{dn} = I_{en} \xi_n$), que genera un diagrama diferencia.

3-3.5. Conclusiones

Se ha introducido un método que mejora algunas características de los patrones suma y diferencia empleando la modulación en el tiempo y el SA, de forma que perturbemos un mínimo número de valores ξ_n de la agrupación lineal. Por otro lado, una vez que se ha fijado la distribución estática, es posible reconfigurar el diagrama, utilizando una adecuada circuitería de interruptores ON-OFF. Aunque el método ha sido aplicado a agrupaciones lineales, puede extenderse a agrupaciones planas.

Se puede ver que las excitaciones dinámicas obtenidas se pueden usar en una agrupación convencional (sin modulación en el tiempo) como excitaciones estáticas, debido a la analogía entre las ecuaciones 3.3.4 y 3.3.1.

3-3.6. Referencias

- [1] D. A. McNamara, “Generalised Villeneuve \bar{n} – distribution”, *IEE Proc.*, Vol. 136, Pt. H, N° 3, pp. 245–249, 1989.
- [2] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press: pp. 444–455, 1992.

3-4. Modulación temporal aplicada a agrupaciones conformadas

3-4.1. Introducción

El término agrupación de antenas conformadas se emplea para referirse a un conjunto de elementos localizados sobre una superficie arbitraria tal como el fuselaje de un avión, un satélite, o incluso la superficie de la Tierra, por ejemplo. Para este tipo de agrupaciones se necesita de una formulación matemática más completa para la expresión del factor campo [1]. Esto es debido a que en este tipo de agrupaciones los elementos apuntan a direcciones distintas, por lo que no es posible factorizar el diagrama de radiación separando el diagrama de radiación del elemento del factor array. Por lo tanto, la orientación relativa de cada elemento debe ser tomada en cuenta cuando se calcule el diagrama de radiación de toda la agrupación conformada.

En este apartado sintetizaremos diagramas de radiación con ciertas características aplicando la modulación temporal, con pulsos optimizados con el “simulated annealing” (SA), a algunos elementos de una agrupación conformada: una con forma de arco y otra con forma de cilindro.

3-4.2. Base matemática

Consideremos una agrupación conformada de N elementos, cada uno de ellos localizado en $\vec{r}_n = (x_n, y_n, z_n)$. La expresión del factor campo viene descrita por:

$$\begin{aligned} \vec{F}(\theta, \phi, t) &= \sum_{n=0}^{N-1} \vec{F}e_n(\theta', \phi') I_n \exp\{j[k(x_n u + y_n v + z_n w) + \omega t]\} \\ &= \exp\{j\omega t\} \sum_{n=0}^{N-1} \vec{F}e_n(\theta', \phi') I_n \exp\{j(k \vec{r}_f) \vec{r}_n\} \end{aligned} \quad (3.4.1)$$

$$u = \text{sen}(\theta) \cos(\phi)$$

$$v = \text{sen}(\theta) \text{sen}(\phi)$$

$$w = \cos(\theta)$$

Donde $\vec{F}e_n(\theta', \phi')$ es el factor elemento que representa el patrón de radiación de cada elemento; ϕ y θ son las coordenadas angulares en esféricas del punto campo respecto al sistema de coordenadas general; θ' y ϕ' son las coordenadas angulares relativas al centro de cada elemento de la agrupación, son las coordenadas locales; $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda y \vec{r}_f es el vector unitario del punto campo. En la ec. 3.4.1 la variable temporal se ha introducido explícitamente, siendo ω la frecuencia angular de la fuente. Si la excitación estática de cada elemento es $I_{en} = |I_{en}| \exp\{jP_{en}\}$ y es aplicada con un período $T_0 \gg T$, entonces puede ser expandida en series de Fourier, cómo ya se ha hecho en otros apartados del capítulo.

Si se utilizan interruptores ON-OFF que generan pulsos rectangulares en el tiempo de anchura τ_n dentro de un periodo T_0 , entonces los coeficientes de la serie se calculan con la ec. 3.2.5, con lo que se puede construir la siguiente serie infinita:

$$\vec{F}(\theta, \phi, t) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \vec{F}(\theta, \phi, t)_q \quad (3.4.2)$$

Siendo cada uno de los sumandos:

$$\vec{F}(\theta, \phi, t)_q = \exp\{jt(\omega + q\omega_0)\} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \vec{F}e(\theta', \phi') I_{en} \xi_n \left(\frac{\text{sen}(q\pi \xi_n)}{q\pi \xi_n} \right) \exp\{j(kz_n \cos\theta - q\pi \xi_n)\} \right\} \quad (3.4.3)$$

Dónde $\theta' = \theta'(\theta, \phi)$ y $\phi' = \phi'(\theta, \phi)$ en general. En el caso del modo fundamental, $q = 0$, la expresión anterior se reduce a:

$$\vec{F}(\theta, \phi, t)_{q=0} = \exp(j\omega t) \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ I_{en} \xi_n \exp(jkz_n \cos\theta) \vec{F}e(\theta', \phi') \right\} \quad (3.4.4)$$

Esta última expresión, que es muy similar a la del factor campo de una agrupación de antenas usual, representa la componente principal de los infinitos términos de la ec. 2.4.2 ya que la frecuencia de trabajo coincide con una agrupación de antenas sin modulación temporal.

3-4.3. Método

Como ya se ha visto anteriormente, el diseñador tiene la opción de escoger como unitarias las excitaciones estáticas de la distribución, $I_{en} = 1$ distribución uniforme, $\forall n \in [0, N-1]$ y controlar el diagrama de radiación a partir de una serie de pulsos rectangulares apropiados de duración τ_n . Se observa que si el conjunto de coeficientes ξ_n coincide con las excitaciones normalizadas de una distribución de Taylor o Chebyshev por ejemplo, entonces el diagrama de radiación del modo fundamental obtenido coincide con el patrón radiado por una agrupación de antenas sin modulación temporal pero con excitaciones iguales a las excitaciones dinámicas anteriores.

La cantidad de pérdidas se determina a partir de las componentes armónicas con $|q| > 0$, y es obvio que tienen que ser minimizadas utilizando una técnica de optimización tal como el “simulated annealing”, SA. De esta forma, el SA se usa para obtener un conjunto de valores ξ_n a partir de la minimización de una función de coste que se construye con las diferencias entre los valores deseados y obtenidos de los patrones generados durante el proceso de optimización.

3-4.4. Ejemplos

Aplicamos esta técnica a dos tipos de agrupaciones: una primera con forma de arco y otra con forma cilíndrica. En cada caso la geometría y las distribuciones de amplitud (uniforme como se ha establecido antes) son fijadas y posteriormente se optimiza tanto la duración de los pulsos en un periodo T_0 , ξ_n , como la fase, P_{en} , de las excitaciones

estáticas. Otra vez se ha considerado el modo fundamental para el cálculo del nivel de lóbulos laterales, SLL , y unos pocos armónicos, $|q| > 0$, para la evaluación de la radiación de banda lateral, SR .

A. Agrupación de elementos en un arco:

Se ha sintetizado un diagrama suma a partir de una agrupación de $N=25$ elementos radiantes dispuestos en un arco que se encuentra en el plano XY . Este arco presenta una abertura angular $AA= 120^\circ$ y un radio de curvatura $RC= 5.73 \lambda$ de forma que los elementos contiguos se encuentran separados $d=\lambda/2$ (en línea recta).

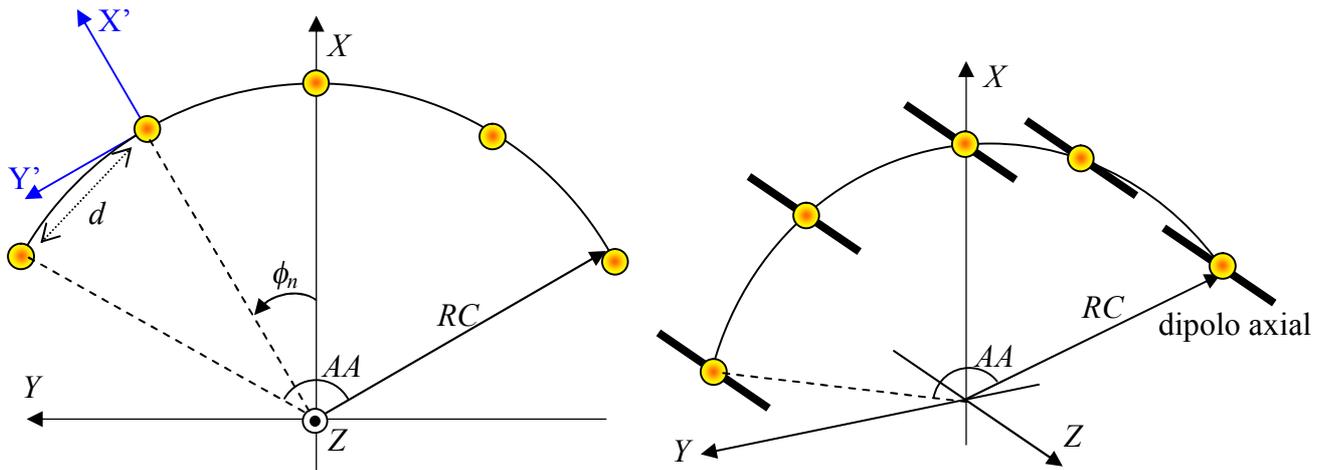


Figura 3.4.1 Disposición de los dipolos axiales en una agrupación con forma de arco. En azul el sistema de coordenadas local de un dipolo.

Los elementos radiantes son dipolos axiales a lo largo del eje z , cuyo factor campo viene descrito en [2] por la siguiente ecuación y cuyo diagrama de radiación aparece representado en el apéndice, ver apartado 5-3.6:

$$Fe(\theta', \phi') = \frac{1}{3} \text{sen}(\theta') \left[1 + 2 \max\left(\cos \phi', -\frac{1}{2}\right) \right] \quad (3.4.5)$$

Siendo θ' y ϕ' las coordenadas angulares del punto campo en el sistema de coordenadas local que habrá que expresar en función de las coordenadas θ y ϕ del sistema global. Ya que el plano en el que se encuentra la agrupación con forma de arco es el XY , entonces los valores de θ' y ϕ' son: $\theta' = \theta = 90^\circ$ y $\phi' = \phi - \phi_n$, siendo ϕ_n la posición angular del n -ésimo elemento.

La expresión de la posición de cada uno de los elementos de la agrupación sobre el arco viene dada por:

$$\left. \begin{aligned} x_n &= RC \cos(\phi_n) \\ y_n &= RC \text{sen}(\phi_n) \\ z_n &= 0 \end{aligned} \right\} n = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.4.6)$$

$$\phi_n = AA \left(\frac{n}{N-1} - \frac{1}{2} \right)$$

En el proceso de síntesis se minimiza primeramente, a través del SA, el nivel de lóbulos laterales del patrón principal, calculado en $\theta = 90^\circ$, y el máximo nivel de radiación de banda lateral. Para ello se optimiza la duración de los pulsos, τ_n , en el período T_0 manteniendo nulas las fases de las excitaciones estáticas, $P_n=0$. Se han obtenido los valores de -8.35 dB y -25.3 dB para el *SLL* y el *SR*, respectivamente. Con los valores ξ_n podemos definir un valor de rango dinámico debido a las excitaciones dinámicas, como $RDED = (\xi_n|_{\max}) / (\xi_n|_{\min})$ (ya que $I_{en} = 1$) que nos da información de la variación que existe en los tiempos de conmutación de los interruptores. Para este caso se ha encontrado que $RDED = 348.7$.

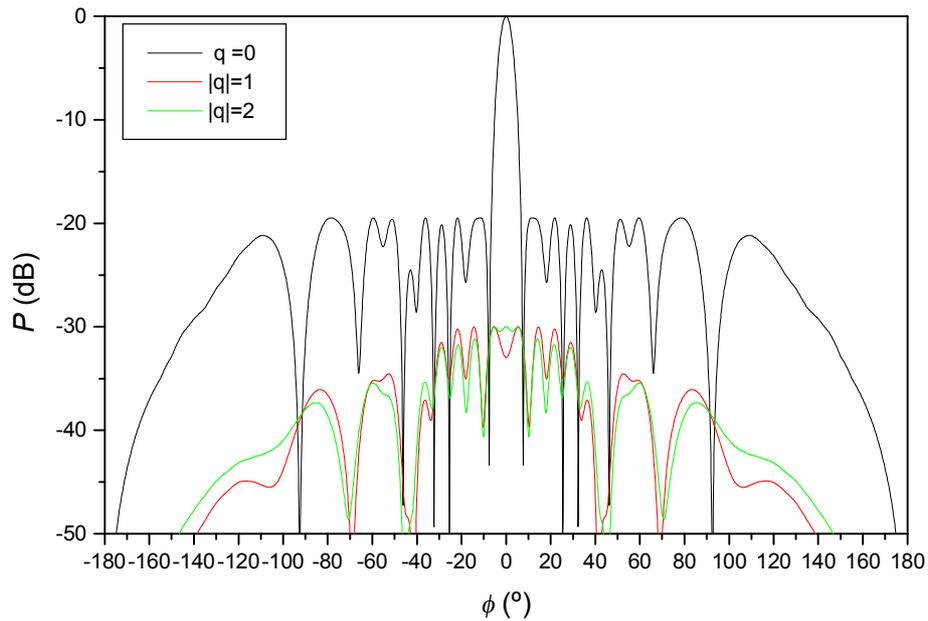


Figura 3.4.2 Patrón de radiación de una agrupación de elementos axiales con forma de arco al optimizar ξ_n y P_{en} .

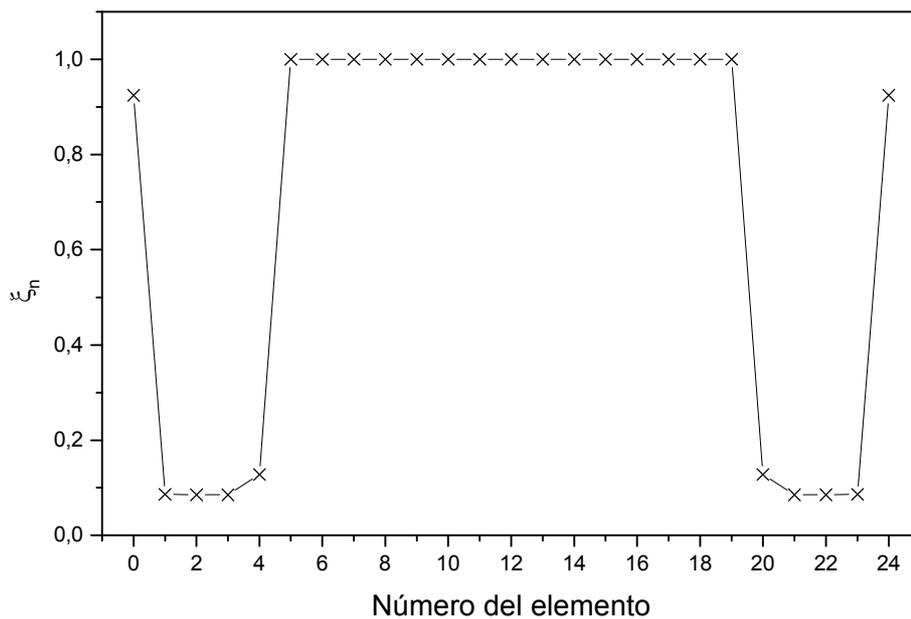


Figura 3.4.3 Distribución de valores ξ_n para el caso de la Fig. 3.4.3.

Estos resultados se pueden mejorar si además de optimizar las variables ξ_n , se optimizan también las fases, P_{en} . En este caso se ha minimizado la función de coste construida con el nivel de lóbulos laterales, el máximo nivel de radiación de banda lateral y la variable $RDED$. El diagrama de radiación sintetizado se muestra en la Fig. 3.4.2 y presenta las siguientes características: $SLL = -19.47$ dB, $SBL = -30$ dB y un valor $RDED = 11.8$. El conjunto de valores de ξ_n y de fases P_{en} , aparecen en la Tabla 3.4.1 y se representan en las Fig. 3.4.3-4, respectivamente.

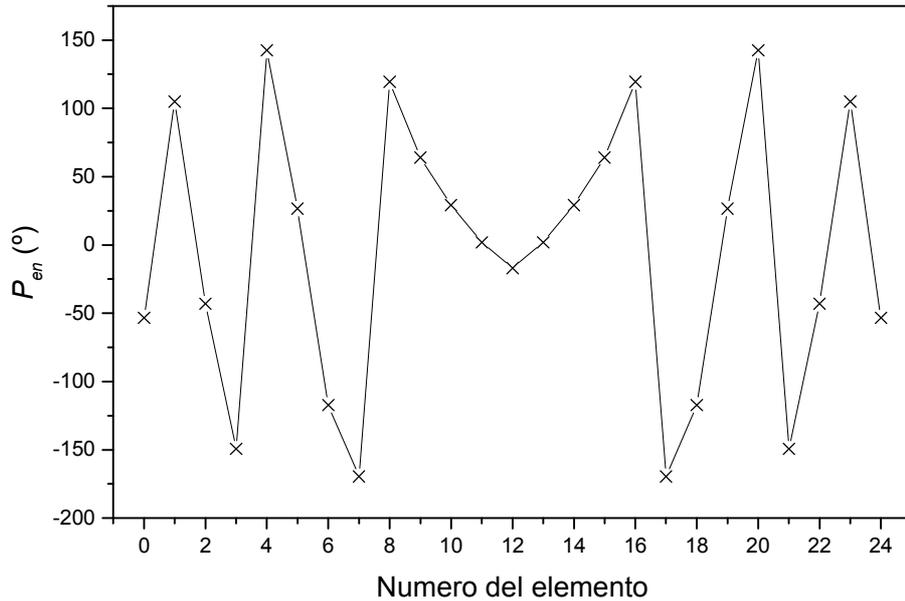


Figura 3.4.4 Distribución de valores de fase, P_{en} , para el caso de la Fig. 3.4.3.

En este ejemplo se han optimizado los valores y fases correspondientes a la mitad de la agrupación lineal. De este modo se han perturbado 13 valores diferentes de ξ_n y 13 de fases P_{en} . Esto se observa fácilmente en la simetría que aparece en las Fig. 3.4.2 a 4.

Nº Elemento	P_{en} (radianes)	ξ_n	Nº Elemento	P_{en} (radianes)	ξ_n
0	-0.932	0.924	13	0.034	1.000
1	1.831	0.086	14	0.509	1.000
2	-0.752	0.085	15	1.117	1.000
3	-2.607	0.085	16	2.085	1.000
4	2.487	0.128	17	-2.958	1.000
5	0.464	1.000	18	-2.046	1.000
6	-2.046	1.000	19	0.464	1.000
7	-2.958	1.000	20	2.487	0.128
8	2.085	1.000	21	-2.607	0.085
9	1.117	1.000	22	-0.752	0.085
10	0.509	1.000	23	1.831	0.086
11	0.034	1.000	24	-0.932	0.924
12	-0.295	1.000			

Tabla 3.4.1 Valores de fase P_{en} y ξ_n asignado a cada elemento radiante de la agrupación con forma de arco.

B. Agrupación de elementos en un cilindro:

Vamos a sintetizar un diagrama suma a partir de una agrupación de $N_z \times N_\phi = 8 \times 8 = 64$ elementos radiantes localizados en un cilindro, siendo N_z y N_ϕ el número de elementos a lo largo de las direcciones z y ϕ , respectivamente. En ambas direcciones, el espaciado entre elementos contiguos (en línea recta) es $d=\lambda/2$; la abertura angular $AA= 40^\circ$; la altura y radio del cilindro, RC , son 3.5λ y 5.0λ , respectivamente.

Los elementos radiantes que se han considerado para este ejemplo son los parches circulares con polarización circular, de radio $R_p= 3.14$ cm y trabajando a una frecuencia de 1.4 GHz. La expresión del factor campo de dicho tipo de elemento viene dado por:

$$\begin{aligned} \vec{F}e(\theta', \phi') &= \hat{\theta}' Fe_{\theta'}(\theta', \phi') + \hat{\phi}' Fe_{\phi'}(\theta', \phi') \\ Fe_{\theta'} &= \left\{ J_2 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \text{sen}(\theta') \right) - J_0 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \text{sen}(\theta') \right) \right\} (\cos(\phi') + j \text{sen}(\phi')) \\ Fe_{\phi'} &= \left\{ J_2 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \text{sen}(\theta') \right) + J_0 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \text{sen}(\theta') \right) \right\} \cos(\theta') (\text{sen}(\phi') - j \cos(\phi')) \\ Fe_{\theta'} &= 0 \\ Fe_{\phi'} &= 0 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} 0 \leq \theta' \leq \frac{\pi}{2} \\ \text{resto} \end{array} \right\} \quad (3.4.7)$$

Cuyo diagrama de radiación se puede ver en la Fig. 5.3.6 del apéndice. $Fe_{\theta'}$ y $Fe_{\phi'}$ son las componentes del factor campo del elemento en las coordenadas angulares locales θ' y ϕ' , respectivamente; J_0 y J_2 son las funciones de Bessel de primer tipo y órdenes 0 y 2 respectivamente; y R_p es el radio del parche circular. Para poder utilizar esta expresión del factor elemento en las ecs. 3.4.1-4 es necesario expresar el valor de las coordenadas locales θ' y ϕ' en función de las globales θ y ϕ : $\theta' = \frac{\pi}{2} - \theta$ y $\phi' = \phi - \phi_n$, siendo ϕ_n la coordenada angular del elemento n -ésimo que se ha definido en la ec. 3.4.6 del ejemplo anterior.

En lugar de trabajar con las componentes $Fe_{\theta'}$ y $Fe_{\phi'}$, es preferible trabajar con una combinación de ellas, esto es: copolar y contrapolar. Estas componentes del factor elemento se expresan como:

$$Fe_{\text{copolar}} = \frac{Fe_{\theta'} - j Fe_{\phi'}}{\sqrt{2}} \quad ; \quad Fe_{\text{contrapolar}} = \frac{Fe_{\theta'} + j Fe_{\phi'}}{\sqrt{2}} \quad (3.4.8)$$

En este caso, es necesario minimizar el SLL y el SR de la componente copolar, y los valores máximos del modo fundamental ($q=0$) y de la radiación de banda lateral correspondiente a la componente contrapolar ($q \neq 0$). La función de coste se construye en base a estas consideraciones.

Como una primera aproximación, el conjunto de valores ξ_n se optimiza considerando nulas las fases, $P_{en} = 0$, obteniendo los siguientes valores: $SLL = -9.2$ dB y $SR = -51.54$ dB para la componente copolar; y un valor máximo de -28.2 dB para el modo fundamental y un $SR = -55.72$ dB para la componente contrapolar.

En un segundo caso, se han mejorado los resultados anteriores después de tener en cuenta las fases en el proceso de síntesis además de las variables ξ_n . Esto se muestra en la siguiente figura que presenta las siguientes características: $SLL = -13.76$ dB y $SR = -31.75$ dB para la componente copolar; y unos valores máximos para la componente contrapolar por debajo de -30 dB, tanto para el modo fundamental como para los armónicos. Esta figura representa la componente copolar del modo fundamental.

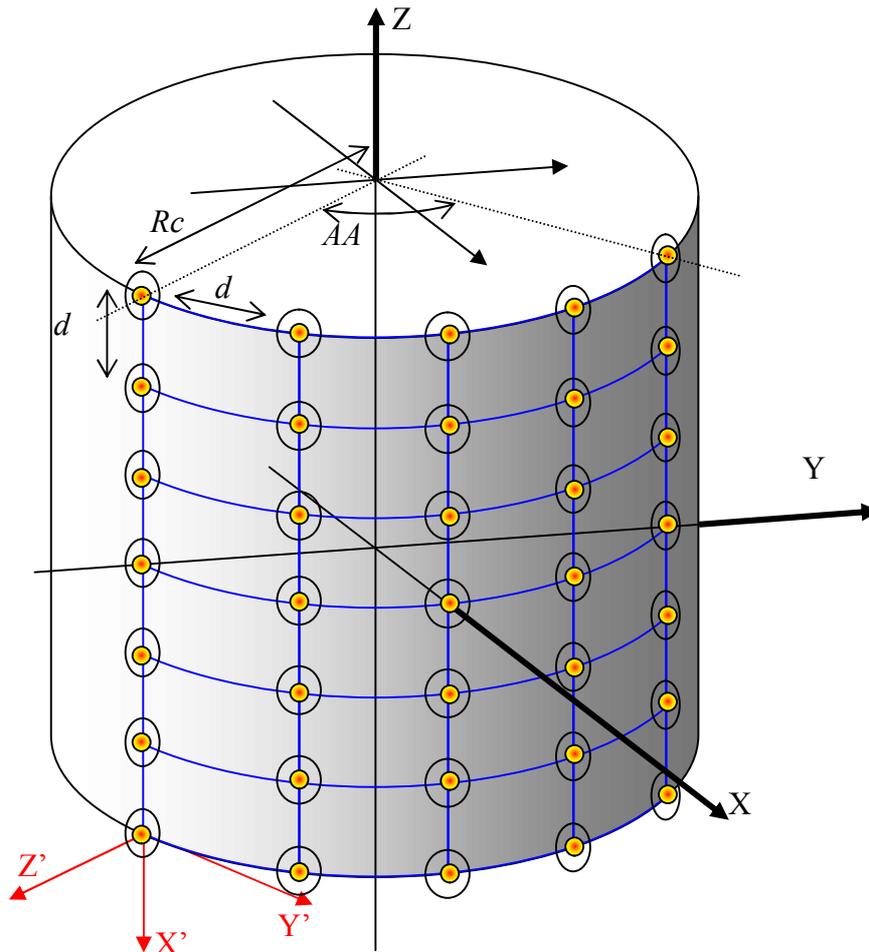


Figura 3.4.5 Disposición de los parches circulares sobre una superficie cilíndrica. En rojo se representa el sistema de coordenadas local del parche circular.

Estos resultados se han obtenido del conjunto de valores de ξ_n y de fases P_{en} que fueron optimizados y cuyos valores se muestran en la Tabla 3.4.2 y que se representan en las Fig. 3.4.8-9, respectivamente.

Todos los resultados anteriormente mencionados se resumen en la Tabla 3.4.3 para tener una visión general de lo que se ha conseguido.

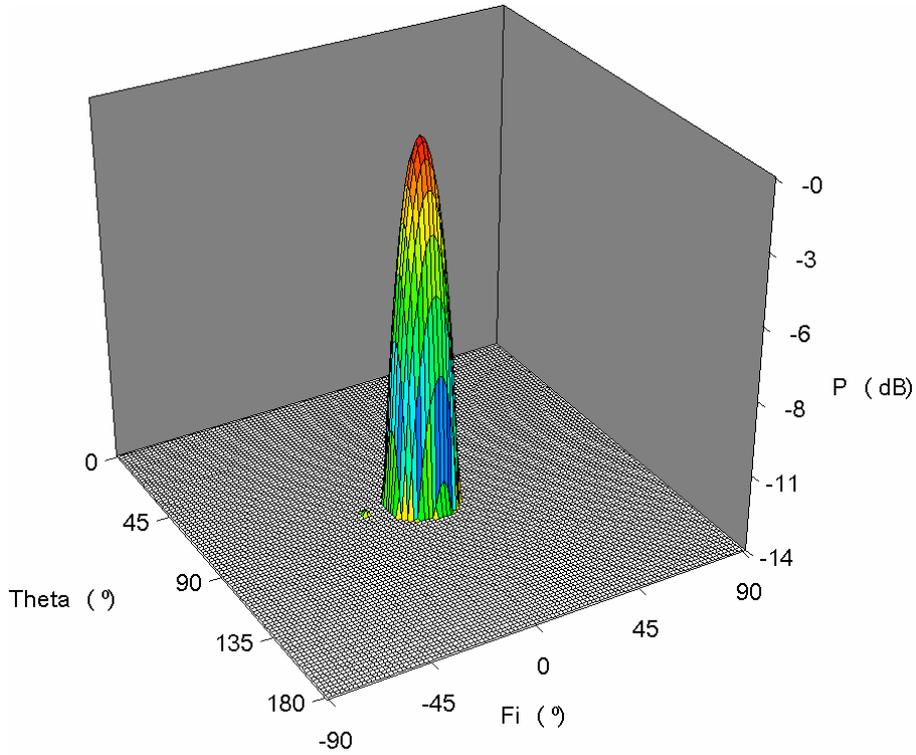


Figura 3.4.6 Componente copolar del modo fundamental del diagrama radiado por una agrupación cilíndrica. Se han optimizado los valores ξ_n y P_{en} .

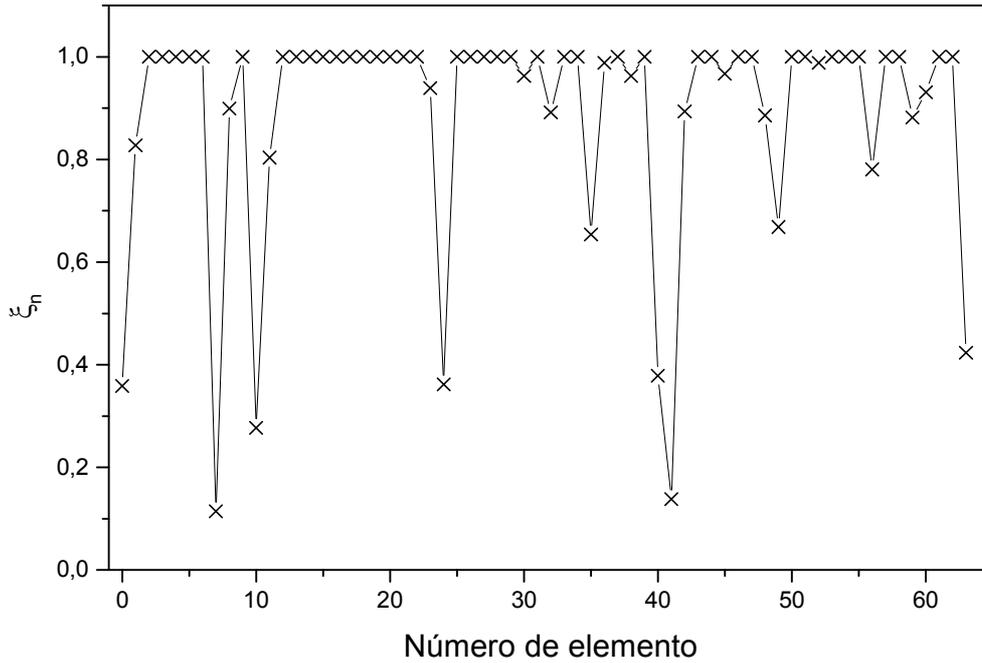


Figura 2.4.7 Distribución de valores ξ_n para el caso de la Fig. 2.4.6.

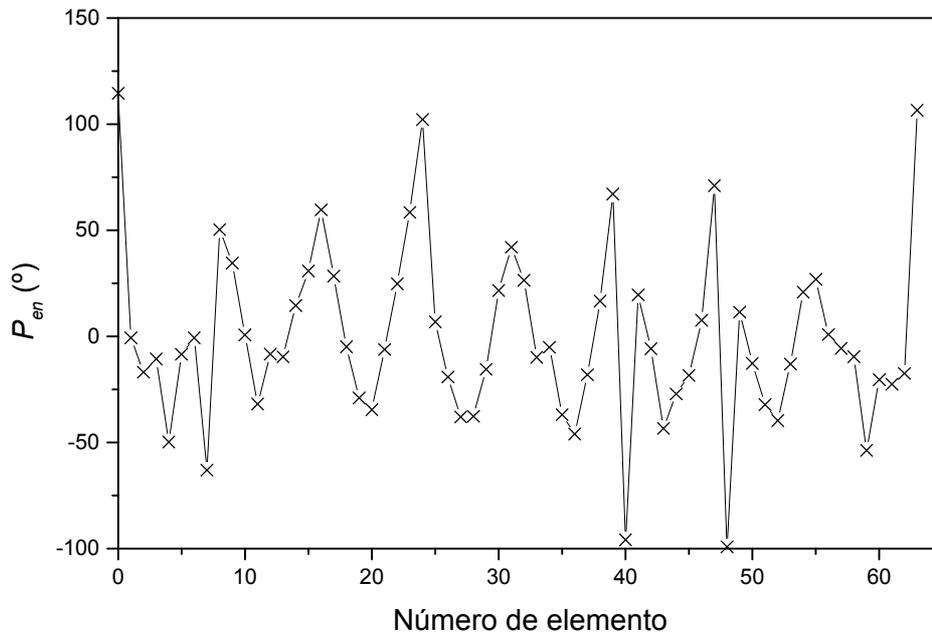


Figura 2.4.8 Distribución de valores de fase, P_{en} , para el caso de la Fig. 2.4.6.

Nº	P_{en} (radianes)	ξ_n	Nº	P_{en} (radianes)	ξ_n	Nº	P_{en} (radianes)	ξ_n
0	2.000	0.358	22	0.434	1.000	44	-0.473	1.000
1	-0.011	0.828	23	1.020	0.939	45	-0.321	0.967
2	-0.294	1.000	24	1.784	0.362	46	0.131	1.000
3	-0.185	1.000	25	0.119	1.000	47	1.240	1.000
4	-0.869	1.000	26	-0.334	1.000	48	-1.732	0.886
5	-0.148	1.000	27	-0.662	1.000	49	0.199	0.668
6	-0.012	1.000	28	-0.657	1.000	50	-0.222	1.000
7	-1.101	0.114	29	-0.272	1.000	51	-0.563	1.000
8	0.878	0.899	30	0.377	0.963	52	-0.693	0.989
9	0.602	1.000	31	0.733	1.000	53	-0.227	1.000
10	0.011	0.277	32	0.462	0.892	54	0.364	1.000
11	-0.557	0.804	33	-0.172	1.000	55	0.469	1.000
12	-0.146	1.000	34	-0.090	1.000	56	0.015	0.781
13	-0.168	1.000	35	-0.644	0.654	57	-0.099	1.000
14	0.253	1.000	36	-0.803	0.988	58	-0.167	1.000
15	0.538	1.000	37	-0.315	1.000	59	-0.938	0.882
16	1.042	1.000	38	0.291	0.963	60	-0.357	0.931
17	0.495	1.000	39	1.171	1.000	61	-0.394	1.000
18	-0.086	1.000	40	-1.673	0.379	62	-0.306	1.000
19	-0.506	1.000	41	0.342	0.138	63	1.860	0.424
20	-0.604	1.000	42	-0.102	0.893			
21	-0.109	1.000	43	-0.757	1.000			

Tabla 3.4.2 Valores de fase y ξ_n asignado a cada elemento radiante de la agrupación cilíndrica.

En este ejemplo se han optimizado los valores y fases correspondientes de toda la agrupación lineal. De este modo se han perturbado 64 valores diferentes de ξ_n y 64 de fases P_{en} . Esto se puede comprobar en la falta de simetría de las Fig. 2.4.6 a 8.

Agrupación	Variables a optimizar	Copolar		Contrapolar		<i>RDED</i>
		<i>SLL</i> (dB)	<i>SR</i> (dB)	<i>Max</i> (dB)	<i>SR</i> (dB)	
Arco	ξ_n	-8.4	-25	-	-	348
	ξ_n, P_{en}	-19.5	-30	-	-	11.8
Cilindro	ξ_n	-9.2	-51.5	-28.2	-55.7	100
	ξ_n, P_{en}	-13.8	-31.8	-30.5	-36.2	8.7

Tabla 3.4.3 Resumen de los resultados obtenidos en los ejemplos.

3-4.5. Conclusiones

Se ha comprobado que es posible aplicar modulación temporal a la síntesis de agrupaciones conformadas, concretamente a una con forma de arco y una segunda cilíndrica. En los ejemplos estudiados se han utilizado dipolos axiales, en la agrupación con forma de arco, y parches circulares con polarización circular, en el caso de la agrupación cilíndrica, ya que son elementos radiantes comunes en la síntesis de antenas lo que dan un carácter más real a dichos casos.

El optimizar las fases estáticas P_{en} de los elementos, además de los tiempos normalizados ξ_n , ayuda a mejorar los diagramas obtenidos con solo optimizar los valores ξ_n .

Este método puede ser aplicado a otro tipo de estructuras donde los elementos se asienten sobre superficies cónicas o esféricas, por ejemplo.

3-4.6. Referencias

- [1] J. A. Ferreira and F. Ares, "Radiation pattern synthesis for conformal antenna arrays", *J. Electromagn. Waves Appl.*, Vol. 14, pp. 473-492, 2000.
- [2] Y-C Jiao, W-Y Wei, L-W Huang and H-S Wu, "A new low-sidelobe pattern synthesis technique for conformal arrays", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 41, N° 6, pp. 824-831, 1993.

3-5. Señal de radiación y pérdidas de potencia

3-5.1. Introducción

La modulación temporal aplicada a agrupaciones lineales, incluso conformadas como se ha probado en el sub-capítulo anterior, ha demostrado ser una técnica válida en la síntesis de diferentes diagramas de radiación [1-9]. Por medio de interruptores con dos estados: apagado y encendido (on-off), localizados entre la fuente y algún elemento de la agrupación, es posible generar el diagrama de radiación requerido a la frecuencia de trabajo, mientras que la radiación de banda lateral “sideband radiation”, *SR*, se minimiza mediante cualquier proceso de optimización conocido. Los primeros trabajos en esta materia se focalizaron en aplicaciones de radar [1], así como aplicaciones de comunicación [2]. Trabajos más recientes [3-9] han logrado un manejo más exacto de la topografía de lóbulos laterales y la minimización de la radiación de banda lateral. El control de los niveles de *SLL* y *SR* abre una nueva vía de aplicación, esto es la reconfigurabilidad. Esto permite que el circuito necesario para la aplicación de la modulación temporal sea más flexible y más fácil de llevar a cabo que una red de alimentación convencional. Nótese que esta propiedad ya ha sido presentada en el apartado 3.3 de este capítulo para obtener un compromiso entre un diagrama suma y uno diferencia [10].

La modulación temporal de agrupaciones es adecuada especialmente para ser usada en cualquier tipo de dispositivo radiante que posea un control electrónico, tal como las antenas de plasma, que están siendo muy investigadas [11].

Los resultados obtenidos con agrupaciones lineales moduladas en el tiempo, ALMT, proporcionan una evaluación numérica de la directividad de la agrupación, cuya definición usual es la relación entre el valor máximo y el valor promedio de la densidad de potencia radiada. Sin embargo, la definición de la directividad en este caso combina dos temas diferentes: el diagrama de radiación deseado y las pérdidas intrínsecas a la modulación temporal, debidas a la radiación de banda lateral, *SR*. La ganancia de la agrupación se obtiene después de introducir un factor adicional, la eficiencia de la red de alimentación [7], que considera las pérdidas asociadas a los interruptores que normalmente se adoptan para la implementación de la modulación temporal. La ganancia es tantas veces el factor eficiencia como indica la directividad. Creemos conveniente introducir un factor adicional, la eficiencia dinámica, ver sección 3.5.6, que es la relación que existe entre la potencia asignada al modo fundamental y la potencia total radiada. Esta variable permite establecer cuan buena es la técnica de modulación, para sintetizar un diagrama de radiación deseado, y el precio a pagar en términos de pérdidas de potencia, *SR*. La importancia de considerar este factor adicional para el estudio de la reconfigurabilidad del diagrama de radiación es obvia. Otra ventaja es la posibilidad de examinar técnicas apropiadas para reducir el *SR*. Por estas razones, formulamos la teoría de las ALMT y sugerimos posibles mejoras para una futura implementación.

3-5.2. Base matemática

La base matemática de la modulación temporal ya ha sido explicada anteriormente en detalle, pero vamos a cambiar ligeramente el cálculo de algunas variables para hacer

más fácil la comparación entre dos tipos diferentes de pulso temporal: el rectangular y el trapezoidal, que se hará posteriormente.

Consideremos la expresión de campo lejano de una agrupación lineal de N elementos isotrópicos alineados a lo largo del eje z , ver ec. 3.2.1.

$$F(\theta, t) = \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ I_n \exp \{ j(k z_n \cos \theta + \omega t) \} \right\} \quad (3.5.1)$$

Si forzamos a que la excitación I_n sea dependiente del tiempo: $I_n = I_{en} g_n(t)$, siendo I_{en} la excitación estática, $I_{en} \neq I_{en}(t)$, del elemento n -ésimo y $g_n(t)$ la función de modulación temporal que podemos descomponer en series de Fourier:

$$g_n(t) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} G_{nq} \exp \{ j q \omega_0 t \} \quad ; \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad (3.5.2)$$

Donde cada uno de los coeficientes G_{nq} se calcula como:

$$G_{nq} = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} g_n(t) e^{-jq\omega_0 t} dt \quad (3.5.3)$$

Expresión útil en funciones de modulación simétricas. Nótese que esta expresión es distinta a la empleada en los apartados anteriores del capítulo de modulación temporal.

Insertando la ec. 3.5.2 en la expresión del factor array, ec. 3.5.1, se obtiene la expresión general del diagrama de radiación de una ALMT:

$$F(\theta, t) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} F(\theta, t) \Big|_q = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} F_q(\theta, t) \quad (3.5.4)$$

Donde el factor campo para el armónico q -ésimo, viene dado por:

$$F_q(\theta, t) = \exp \{ j\omega t \} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ I_{en} G_{nq} \exp \{ j k z_n \cos \theta \} \exp \{ j q \omega_0 t \} \right\} \quad (3.5.5)$$

Y en el caso particular de tratar con el modo fundamental, $q=0$:

$$F_0(\theta, t) = \exp \{ j\omega t \} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ I_{en} G_{n0} \exp \{ j k z_n \cos \theta \} \right\} \quad (3.5.6)$$

Suponemos que la función de modulación $g_n(t)$ es simétrica: $g_n(t) = g_n(-t)$, lo que no conlleva ninguna limitación práctica, pero simplifica el análisis. En este caso la ecuación 3.5.3 quedará:

$$\begin{aligned} G_{nq} &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} g_n(t) e^{-jq\omega_0 t} dt = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^0 g_n(t) e^{-jq\omega_0 t} dt + \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0/2} g_n(t) e^{-jq\omega_0 t} dt = \\ &= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0/2} g_n(-t) e^{+jq\omega_0 t} (-1) dt + \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0/2} g_n(t) e^{-jq\omega_0 t} dt \\ &= \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} g_n(t) \cos(q\omega_0 t) dt \end{aligned} \quad (3.5.7)$$

Siendo en este caso los coeficientes reales, a diferencia de los coeficientes a_{nq} calculados en la ec. 3.2.4 que son complejos. La diferencia está en especificar el origen de tiempos, ver Fig. 3.5.1. Esta propiedad será muy útil en los cálculos posteriores.

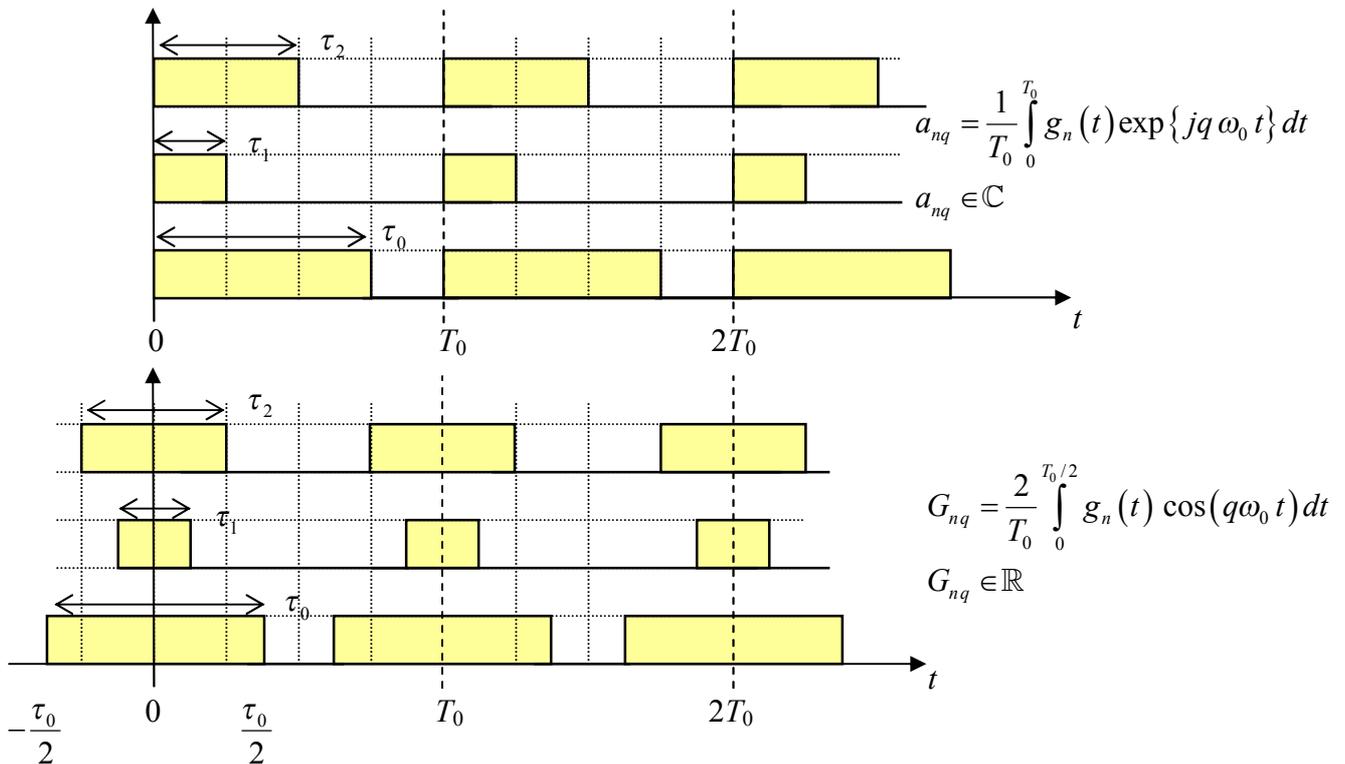


Figura 3.5.1 Dos posibles formas de disponer los pulsos a lo largo del tiempo y el cálculo correspondiente de los coeficientes a_{nq} y G_{nq} de la serie de Fourier.

3-5.3. Transmisión de la señal

Antes de seguir adelante, nos podemos preguntar si el hecho de aplicar modulación temporal a una agrupación lineal de antenas da lugar a una distorsión de la señal que se desea transmitir. Se puede adelantar que tal distorsión no se produce si se tienen en cuenta una serie de consideraciones.

Para llevar a cabo este estudio restringiremos el análisis al caso de la transmisión de información que requiere de una banda de frecuencias estrecha [12].

La señal radiada en el dominio del tiempo $s(\theta, t)$, es proporcional a la parte real del campo radiado por la agrupación.

$$s(\theta, t) \propto \text{Re} \left\{ \sum_{q=-\infty}^{+\infty} F_q(\theta, t) \right\} = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \text{Re} \{ F_q(\theta, t) \} = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} s_q(\theta, t) \quad (3.5.8)$$

En el caso particular de $q=0$, nos referimos al modo fundamental:

$$\begin{aligned}
 s_0(\theta, t) &= s_q(\theta, t)|_{q=0} = \operatorname{Re}\{F_q(\theta, t)|_{q=0}\} = \operatorname{Re}\{F_0(\theta, t)\} \\
 &= \operatorname{Re}\left\{\exp\{j\omega t\} \sum_{n=0}^{N-1} \{I_{en} G_{n0} \exp\{jk z_n \cos\theta\}\}\right\}
 \end{aligned}
 \tag{3.5.9}$$

La evaluación de esta ecuación muestra que la modulación original se conserva, así como la frecuencia portadora ω .

Examinemos los armónicos, $q \neq 0$:

$$\begin{aligned}
 s_q(\theta, t)|_{q \neq 0} &= \operatorname{Re}\{F_q(\theta, t)|_{q \neq 0}\} = \\
 &= \operatorname{Re}\left\{\exp\{j(\omega + q\omega_0)t\} \sum_{n=0}^{N-1} \{I_{en} G_{nq} \exp\{jk z_n \cos\theta\}\}\right\}
 \end{aligned}
 \tag{3.5.10}$$

Esta ecuación se puede “leer” de dos formas: que la señal de modulación se conserva pero la frecuencia portadora ω sufre de un desplazamiento $q\omega_0$; o bien que es la propia señal de modulación la que sufre ese desfase mientras se conserva la frecuencia portadora ω . Estos dos puntos de vista son equivalentes.

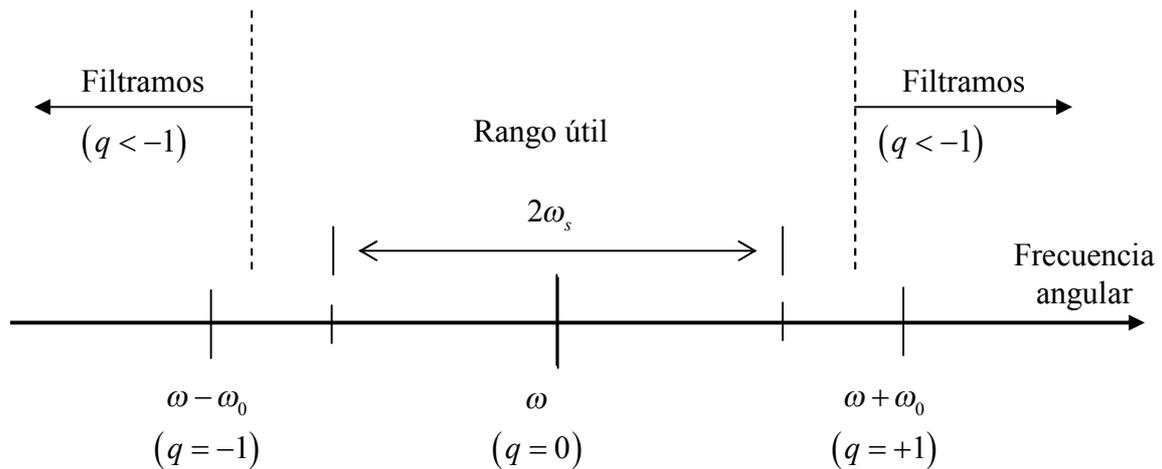


Figura 3.5.2 Relación entre las frecuencias: ω , ω_0 y ω_s .

Consideremos una señal cuyo ancho de banda es $\Delta\omega = 2\omega_s$ y que está centrada en la frecuencia portadora ω . Para que sea posible transmitir esa señal, utilizando la técnica de modulación temporal, se deben cumplir las siguientes condiciones:

- $\omega \gg \omega_s$ ya que estamos tratando con señales de banda estrecha [12].
- $\omega \gg \omega_0$, esta es una de las condiciones para poder aplicar modulación temporal.
- La amplitud de los armónicos no deseados se debe minimizar, lo que hace más fácil filtrar las frecuencias $\omega + q\omega_0$, $\forall q \neq 0$.
- La condición anterior debería implementarse bajo la restricción $\omega_0 > \omega_s$, para descartar la radiación de banda lateral, SR , sin perder información útil.

Como consecuencia es conveniente considerar las siguientes desigualdades para la adecuada elección de la función $g_n(t)$:

$$\omega \gg \omega_0 > \omega_s \quad o \quad T \ll T_0 < T_s \quad (3.5.11)$$

Donde $T_s = \frac{2\pi}{\omega_s}$ es el período en el tiempo de la señal. Esto se puede ver gráficamente en la Fig. 3.5.2.

3-5.4. Pulso temporal rectangular

Aplicamos la técnica de modulación temporal a un conjunto de elementos de una agrupación lineal. Para ello utilizamos interruptores con solo dos estados: encendido (cortocircuito) y apagado (cortocircuito), [1-2]. Para este caso la función $g_n(t)$ tiene la forma de Fig. 3.5.2 y la siguiente expresión matemática:

$$g_{Rn}(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 < |t| \leq \frac{\tau_{Rn}}{2} \\ 0 & \text{para } \frac{\tau_{Rn}}{2} < |t| \leq \frac{T_0}{2} \end{cases} \quad (3.5.12)$$

Una vez conocida la forma del pulso de modulación, podemos calcular los coeficientes de la serie de Fourier aplicando la ec. 3.5.7. Como resultado obtenemos:

$$G_{Rnq} = \frac{\tau_n}{T_0} \text{sinc}\left(\frac{q\pi\tau_n}{T_0}\right) = \xi_{Rn} \text{sinc}(q\pi\xi_{Rn}) \quad (3.5.13)$$

Donde $\xi_{Rn} = \frac{\tau_n}{T_0}$ es el tiempo normalizado del pulso y la función $\text{sinc}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x}$. Se ha añadido el subíndice R en las variables G_{Rnq} y ξ_{Rn} para clarificar que se refieren a la función de modulación rectangular.

Para este tipo de modulación la expresión del factor array, ec. 3.5.4, queda:

$$F(\theta, t) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} F_{Rq}(\theta, t) \quad (3.5.14)$$

Donde la expresión del factor campo para el armónico q -ésimo viene dado por:

$$F_{Rq}(\theta, t) = \exp\{j(\omega + q\omega_0)t\} \sum_{n=0}^{N-1} \{I_{en} \xi_{Rn} \text{sinc}(q\pi\xi_{Rn}) \exp\{jk z_n \cos\theta\}\} \quad (3.5.15)$$

Este término se refiere al campo radiado no deseado en las frecuencias $\omega + q\omega_0$, donde $q \neq 0$.

Para el modo fundamental, $q=0$:

$$F_0(\theta, t) = \exp\{j\omega t\} \sum_{n=0}^{N-1} \{I_{en} \xi_{Rn} \exp\{jk z_n \cos\theta\}\} \quad (3.5.16)$$

Con lo que se recupera la expresión inicial, ec. 3.5.1 con el cambio I_n por $I_{en} \xi_{Rn}$, donde el factor array está ponderado por los coeficientes ξ_{Rn} . El patrón de campo lejano de la agrupación está ahora controlado por las excitaciones dinámicas: $I_{en} G_{Rn0} = I_{en} \xi_{Rn}$. Nos referimos a esta configuración como el modo dinámico de la agrupación.

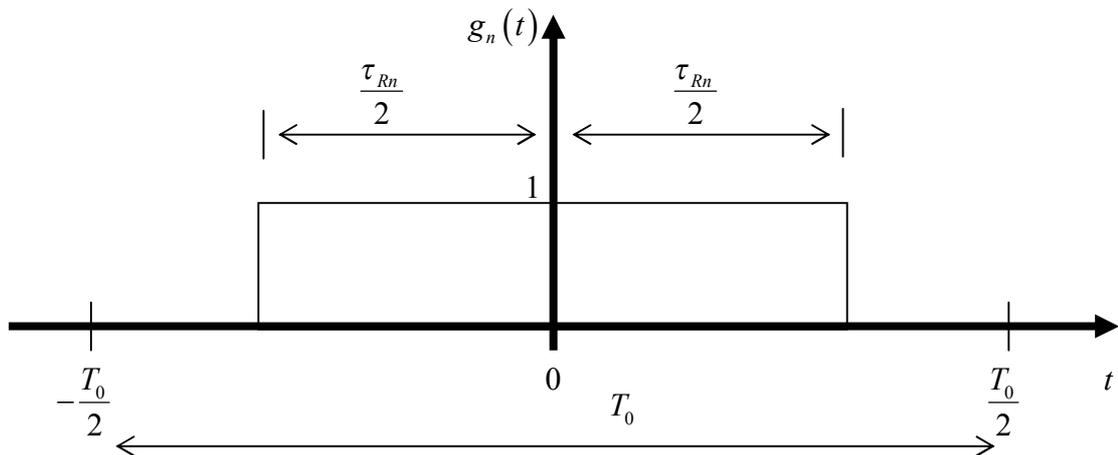


Figura 3.5.2 Pulso de tiempo centrado con forma rectangular del elemento n -ésimo.

Para otro tipo de función de modulación temporal debemos partir de las ec. 3.5.5-6.

Lo que se desea es minimizar en lo posible la SR , de forma que el modo dinámico, aquel referido al modo fundamental, es el dominante; mientras se controla el diagrama de radiación. Desde este punto de vista, sería deseable reducir los factores de excitación G_{nq} , cuando $q \neq 0$ en la ec. 3.5.5 e incrementar la frecuencia angular de separación $q\omega_0$ de la frecuencia portadora ω , de forma que la amplitud de SR sea rebajada y además sea más fácil de filtrar. Ambas condiciones no son fáciles de implementar: la primera porque los factores G_{nq} están relacionados con la función de modulación $g_n(t)$, cuya elección es dominada por la necesidad de conseguir un conjunto apropiado de coeficientes G_{n0} ; la segunda porque ω_0 debería ser intuitivamente mucho más pequeña que la frecuencia portadora, de otra manera el modelo de modulación temporal que estamos usando no sería válido. Estos dos puntos están relacionados con la forma y el período de la función de modulación.

3-5.5. Pulso temporal trapezoidal

El examen de la ec. 3.5.3 muestra que los coeficientes G_{n0} coinciden con el área de un periodo de la función $g_n(t)$. Por consiguiente, la forma de la función de modulación es irrelevante para el diseño del diagrama de radiación deseado en la frecuencia portadora, como se ve en la ec. 3.5.6, en tanto dicha área se mantenga constante. Esta simple consideración sugiere una forma de reducir la amplitud de la SR: los armónicos de orden más alto de la expansión de Fourier, Ec. 3.5.2, deben ser reducidos usando funciones de modulación más suaves.

Para verificar esta afirmación, investiguemos por ejemplo una función de modulación con forma trapezoidal, como se muestra en la Fig. 3.5.3. Por simplicidad, se ha considerado que todos los elementos tienen las mismas pendientes en la frontera, de duración $\Delta\tau_T$. La expresión matemática de esta función $g_n(t)$ es:

$$g_{Tn}(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 < |t| \leq \frac{\tau_{Tn}}{2} \\ 1 + \frac{\tau_{Tn}}{2\Delta\tau_T} - \frac{t}{\Delta\tau_T} & \text{para } 0 < \frac{\tau_{Tn}}{2} < t \leq \frac{\tau_{Tn}}{2} + \Delta\tau_T \\ 1 + \frac{\tau_{Tn}}{2\Delta\tau_T} + \frac{t}{\Delta\tau_T} & \text{para } -\left(\frac{\tau_{Tn}}{2} + \Delta\tau_T\right) < t \leq -\left(\frac{\tau_{Tn}}{2}\right) < 0 \\ 0 & \text{para } \frac{\tau_{Tn}}{2} + \Delta\tau_T < |t| \leq \frac{T_0}{2} \end{cases} \quad (3.5.17)$$

Los coeficientes de Fourier correspondientes a esta función de modulación se calculan como sigue:

$$\begin{aligned} G_{Tnq} &= \frac{2}{T_0} \left[\int_0^{\tau_{Tn}/2} \cos(q\omega_0 t) dt + \int_{\tau_{Tn}/2}^{\tau_{Tn}/2 + \Delta\tau_T} \left(1 + \frac{\tau_{Tn}}{2\Delta\tau_T} - \frac{t}{\Delta\tau_T}\right) \cos(q\omega_0 t) dt \right] = \\ &= \frac{1}{2\pi^2 q^2 \Delta\xi_T} \left\{ \cos(\pi q \xi_{Tn}) - \cos[\pi q (2\Delta\xi_T + \xi_{Tn})] \right\} = \\ &= \frac{1}{\pi^2 q^2 \Delta\xi_T} \text{sen}[\pi q (\Delta\xi_T + \xi_{Tn})] \text{sen}(\pi q \Delta\xi_T) \end{aligned} \quad (3.5.16)$$

Donde $\Delta\xi_T = \frac{\Delta\tau_T}{T_0}$ y $\xi_{Tn} = \frac{\tau_T}{T_0}$. El subíndice T se refiere a un pulso temporal de forma trapezoidal.

El modo q -ésimo del campo para este caso, se obtiene de la ec. 3.5.5:

$$\begin{aligned} F_{Tq}(\theta, t) &= \exp\{j(\omega + q\omega_0)t\} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ I_{en} G_{Tnq} \exp\{jkz_n \cos\theta\} \right\} = \\ &= \exp\{j(\omega + q\omega_0)t\} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \frac{I_{en}}{\pi^2 q^2 \Delta\xi_T} \text{sen}[\pi q (\Delta\xi_T + \xi_{Tn})] \text{sen}(\pi q \Delta\xi_T) \exp\{jkz_n \cos\theta\} \right\} \end{aligned} \quad (3.5.19)$$

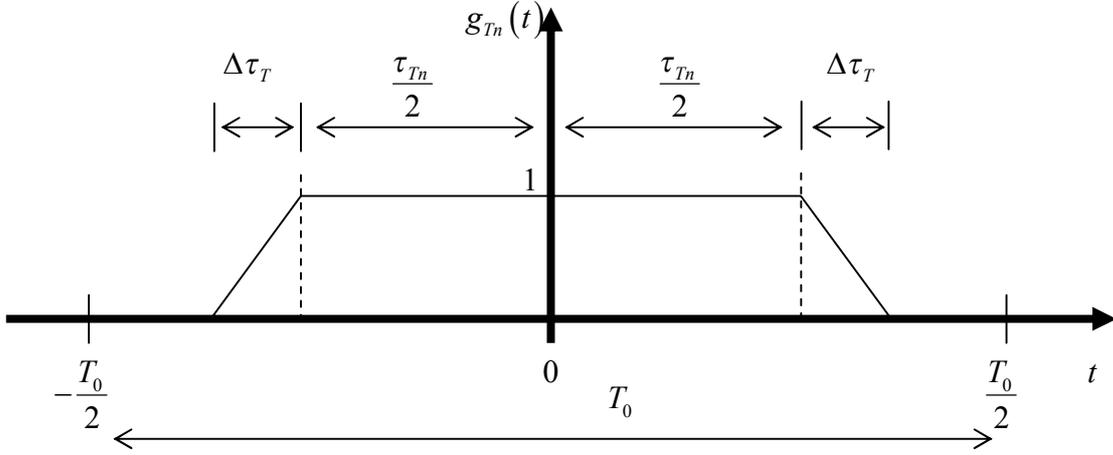


Figura 3.5.3 Pulso de tiempo centrado con forma trapezoidal del elemento n -ésimo.

Como se ha establecido anteriormente, cuando las áreas bajo los pulsos rectangular y trapezoidal son iguales, entonces $G_{Rn0} = G_{Tn0}$, y los modos principales de los campos correspondientes son iguales, como se ha deducido de la ec. 3.5.6. Esto lleva también a la conclusión de que la correspondiente SR puede ser comparada directamente bajo esta suposición. Además, puesto que $G_{nq} \in \mathbb{R}$, siendo \mathbb{R} el conjunto de los números reales, las pérdidas se pueden analizar comparando las excitaciones dinámicas de cada armónico q manteniendo inalterados los parámetros de la agrupación (frecuencia portadora, geometría, excitaciones) son inalterados, incluyendo el conjunto de elementos que se modulan en el tiempo. Si las áreas de los pulsos rectangular y trapezoidal para el elemento n -ésimo son iguales, entonces tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\tau_T + \tau_{Tn}}{T_0} &= \Delta\xi_T + \xi_{Tn} = \frac{\tau_{Rn}}{T_0} = \xi_{Rn} \\ \xi_{Rn} &= \xi_{Tn} + \Delta\xi_T \end{aligned} \quad (3.5.20)$$

Que con el uso de los coeficientes G_{Tnq} calculados en la ec. 3.5.18 se obtiene:

$$\begin{aligned} G_{Tnq} &= \frac{1}{\pi^2 q^2 \Delta\xi_T} \text{sen}[\pi q (\Delta\xi_T + \xi_{Tn})] \text{sen}(\pi q \Delta\xi_T) = \\ &= \xi_{Rn} \text{sinc}(\pi q \xi_{Rn}) \text{sinc}(\pi q \Delta\xi_T) \end{aligned} \quad (3.5.21)$$

El modo q -ésimo del campo es:

$$\begin{aligned} F_{Tq}(\theta, t) &= e^{j(\omega+q\omega_0)t} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ I_{en} \xi_{Rn} \text{sinc}(\pi q \xi_{Rn}) \text{sinc}(\pi q \Delta\xi_T) e^{jkz_n \cos\theta} \right\} = \\ &= \text{sinc}(\pi q \Delta\xi_T) \left\{ e^{j(\omega+q\omega_0)t} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ I_{en} \xi_{Rn} \text{sinc}(\pi q \xi_{Rn}) e^{jkz_n \cos\theta} \right\} \right\} = \\ &= \text{sinc}(\pi q \Delta\xi_T) F_{Rq}(\theta, t) \end{aligned} \quad (3.5.22)$$

Esta ecuación establece que la amplitud del q -ésimo armónico del pulso trapezoidal es $\text{sinc}(\pi q \Delta \xi_T)$ veces el del pulso rectangular, ec. 3.5.15. Si $\Delta \xi_T = 0$, $F_{Tq}(\theta, t)$ se reduce a $F_{Rq}(\theta, t)$, como se esperaba.

La relación entre las correspondientes excitaciones dinámicas es:

$$\frac{I_{en} G_{Tnq}}{I_{en} G_{Rnq}} = \frac{\xi_{Rn} \text{sinc}(\pi q \xi_{Rn}) \text{sinc}(\pi q \Delta \xi_T)}{\xi_{Rn} \text{sinc}(q \pi \xi_{Rn})} = \text{sinc}(\pi q \Delta \xi_T) \quad (3.5.23)$$

Cuya magnitud es siempre menor que uno para $q \neq 0$ y $\Delta \xi_T \neq 0$. Esto es una primera prueba de que las pérdidas asociadas a los pulsos con modulación trapezoidal son más pequeños que aquellos correspondientes a la modulación rectangular, como habíamos anticipado anteriormente. Tendremos de todas formas, que evaluar las pérdidas totales asociadas a cada tipo de pulso.

3-5.6. Cómputo de las pérdidas totales

Consideremos las pérdidas de potencia debidas a la SR, $q \neq 0$. Para simplificar la discusión, obviaremos la señal de modulación.

Partamos de la ecuación 3.5.4-5 que vamos a reestructurar de otra manera:

$$F(\theta, t) = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} F(\theta, t)|_q = \sum_{q=-\infty}^{+\infty} F_q(\theta, t) \quad (3.5.24)$$

Cada sumando viene dado por:

$$\begin{aligned} F_q(\theta, t) &= \exp\{j\omega t\} \sum_{n=0}^{N-1} \{I_{en} G_{nq} \exp\{jk z_n \cos \theta\} \exp\{jq\omega_0 t\}\} = \\ &= |\mu_q(\theta)| \exp\{j[(\omega + q\omega_0)t + \phi_q]\} \end{aligned} \quad (3.5.25)$$

Donde:

$$\mu_q(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} \{I_{en} G_{nq} \exp\{jk z_n \cos \theta\}\} = |\mu_q(\theta)| \exp\{j\phi_q\} \quad (3.5.26)$$

Hemos supuesto que I_{en} varía lentamente con el tiempo de modo que puede considerarse como constante.

Para el cómputo de las pérdidas de potencia asociadas a los armónicos es conveniente calcular la densidad de potencia promedio en un periodo T_0 :

$$\begin{aligned}
 \tilde{P}(\theta) &= \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} [\operatorname{Re}\{F(\theta, t)\}]^2 dt = \\
 &= \frac{1}{T_0} \sum_{q=-\infty}^{\infty} |\mu_q|^2 \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \cos^2 [(\omega + q\omega_0)t + \varphi_q] dt + \\
 &+ \frac{1}{T_0} \sum_{\substack{p, q=-\infty \\ p \neq q}}^{\infty} |\mu_p| |\mu_q| \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \left\{ \cos [(\omega + p\omega_0)t + \varphi_p] \cos [(\omega + q\omega_0)t + \varphi_q] \right\} dt \\
 &= \tilde{P}_1(\theta) + \tilde{P}_2(\theta)
 \end{aligned} \tag{3.5.27}$$

El primer sumando viene dado por:

$$\tilde{P}_1(\theta) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} |\mu_q|^2 \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{\operatorname{sen}[2\pi(b+q)] \cos(2\varphi_q)}{4\pi(b+q)} \right\} \tag{3.5.28}$$

Y el segundo, que tiene en cuenta los productos cruzados:

$$\begin{aligned}
 \tilde{P}_2(\theta) &= \sum_{\substack{p, q=-\infty \\ p \neq q}}^{\infty} \frac{|\mu_p| |\mu_q|}{2\pi} \left\{ \frac{\cos(\varphi_p - \varphi_q) \operatorname{sen}[\pi(p-q)]}{(p-q)} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\cos(\varphi_p + \varphi_q) \operatorname{sen}[\pi(2b+p+q)]}{(2b+p+q)} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.5.29}$$

Siendo $b = \frac{T_0}{T} \gg 1$, ec. 3.5.11. El límite superior del segundo término dentro del paréntesis en la ec. 3.5.28 es igual a $\frac{1}{2\pi(b+q)}$. Este término es despreciable ya que

$b \gg 1$, a menos que q sea negativo y $|q|$ sea del orden de b . En este caso, $\mu_q \rightarrow 0$ para los casos específicos de los pulsos con forma rectangular o trapezoidal (ver ec. 3.5.15 y 19) cuando $|q| \gg 1$. Similares consideraciones se aplican para el término dentro del paréntesis de la ec. 3.5.29.

Entonces la ec. 3.5.27 quedará:

$$\begin{aligned}
 \tilde{P}(\theta) &= \tilde{P}_1(\theta) + \tilde{P}_2(\theta) \approx \sum_{q=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} |\mu_q(\theta)|^2 = \\
 &= \frac{1}{2} |\mu_0(\theta)|^2 + \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{2} |\mu_q(\theta)|^2
 \end{aligned} \tag{3.5.30}$$

Si esta expresión la integramos en todo el espacio, podremos calcular la potencia total radiada:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \frac{1}{2} \int_0^\pi \sum_{q=-\infty}^{\infty} |\mu_q(\theta)|^2 \text{sen}(\theta) d\theta \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\pi |\mu_0(\theta)|^2 \text{sen}(\theta) d\theta + \frac{1}{2} \int_0^\pi \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} |\mu_q(\theta)|^2 \text{sen}(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (3.5.31)$$

La última integral se refiere a las pérdidas debidas a los armónicos. Esta ecuación es importante ya que separa la potencia promedio radiada por el término $q = 0$, modo fundamental, de la potencia radiada por los restantes términos $q \neq 0$, armónicos no deseados.

La ec. 3.5.31 muestra que la radiación de banda lateral, SR , depende fuertemente de los factores de excitación, así como de los coeficientes G_{nq} , como se muestra en la ec. 3.5.26.

Vamos a definir una nueva variable, la eficiencia dinámica:

$$\zeta_d = \frac{\frac{1}{2} \int_0^\pi |\mu_0(\theta)|^2 \text{sen}(\theta) d\theta}{\mathcal{P}} = \frac{1}{1 + \frac{\sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} \int_0^\pi |\mu_q(\theta)|^2 \text{sen}(\theta) d\theta}{\int_0^\pi |\mu_0(\theta)|^2 \text{sen}(\theta) d\theta}} = \frac{1}{1 + \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} \alpha_q} \quad (3.5.32)$$

Donde

$$\alpha_q = \frac{\int_0^\pi |\mu_q(\theta)|^2 \text{sen}(\theta) d\theta}{\int_0^\pi |\mu_0(\theta)|^2 \text{sen}(\theta) d\theta} \quad (3.5.33)$$

α_q es la contribución del q -ésimo armónico para la reducción de la eficiencia total. Ya que las integrales que aparecen en el cálculo de α_q son siempre positivas, la máxima eficiencia $\alpha_q = 1$ se alcanza cuando $\mu_{q \neq 0}(\theta) = 0$.

Las expresiones matemáticas anteriores son bastante generales, sin embargo si se utilizan elementos no isotrópicos en la agrupación, su factor elemento $Fe(\theta, \phi)$ debe ser incluido en las expresiones, por lo tanto $\mu_q = \mu_q(\theta, \phi)$. En este caso la ecuación anterior quedará:

$$\alpha_q = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\mu_q(\theta, \phi)|^2 \text{sen}(\theta) d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\mu_0(\theta, \phi)|^2 \text{sen}(\theta) d\theta d\phi} \quad (3.5.34)$$

Se desea encontrar unas expresiones matemáticas cerradas, que permitan calcular las pérdidas de potencia para el caso de modulación temporal a partir de pulsos rectangulares y trapezoidales.

Partamos de la ec. 3.5.26 y calculemos su módulo al cuadrado:

$$\begin{aligned} |\mu_q(\theta)|^2 &= \mu_q(\theta) [\mu_q(\theta)]^* = \left(\sum_{n=0}^{N-1} I_{en} G_{nq} e^{jkz_n \cos\theta} \right) \left(\sum_{n=0}^{N-1} I_n G_{nq} e^{jkz_n \cos\theta} \right)^* = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} (|I_n| G_{nq})^2 + \sum_{\substack{m,n=0 \\ m \neq n}}^{N-1} I_m I_n^* G_{mq} G_{nq} e^{jk(z_m - z_n) \cos\theta} \end{aligned} \quad (3.5.35)$$

Vamos a reescribir primeramente la ec. 3.5.31 utilizando la identidad anterior:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \frac{1}{2} \int_0^\pi \sum_{q=-\infty}^{\infty} |\mu_q(\theta)|^2 \sin(\theta) d\theta = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\pi \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} (|I_{en}| G_{nq})^2 + \sum_{\substack{m,n=0 \\ m \neq n}}^{N-1} I_{em} I_{en}^* G_{mq} G_{nq} e^{jk(z_m - z_n) \cos\theta} \right\} \sin(\theta) d\theta \end{aligned} \quad (3.5.36)$$

Integrando obtenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \sum_{q=-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} (|I_{en}| G_{nq})^2 + 2 \sum_{\substack{m=N-1 \\ n=0, m=1 \\ m > n}} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) G_{mq} G_{nq} \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] \right\} \right\} = \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_{en}|^2 \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{nq}^2 \right\} + 2 \sum_{\substack{m=N-1 \\ n=0, m=1 \\ m > n}} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] \sum_{q=-\infty}^{\infty} G_{mq} G_{nq} \right\} \end{aligned} \quad (3.5.37)$$

Donde $\operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*)$ es la parte real del producto de las excitaciones estática m - y n -ésima conjugada. Recordar que tanto G_{mq} como G_{nq} son reales. Las pérdidas se pueden considerar con sólo tomar aquellos términos con $q \neq 0$ en la ecuación anterior. Las llamaremos \mathcal{P}_{SR} .

$$\mathcal{P}_{SR} = \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_{en}|^2 \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{nq}^2 \right\} + 2 \sum_{\substack{m=N-1 \\ n=0, m=1 \\ m > n}} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{mq} G_{nq} \right\} \quad (3.5.38)$$

Donde el subíndice de \mathcal{P}_{SR} se refiere a la radiación de banda lateral, SR .

En el caso particular de una agrupación de elementos equidistantes, cuya distancia entre elementos es (donde λ es la longitud de onda correspondiente a la frecuencia portadora ω) múltiplo de $\lambda/2$, la ecuación anterior se simplifica a:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{SR} &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_{en}|^2 \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{nq}^2 \right\} + 2 \sum_{\substack{m=0, m=1 \\ m > n}}^{m=N-1} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{mq} G_{nq} \right\} = \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_{en}|^2 \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{nq}^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{3.5.39}$$

Resultado que es muy simple y que se ha obtenido después de haberse anulado el sumatorio con los productos cruzados.

De la ec. 3.5.36 podemos calcular las pérdidas totales, \mathcal{P}_R , (de aquí en adelante obviamos el término SR del subíndice para referirse a las pérdidas) de una agrupación lineal modulada en el tiempo a partir de pulsos rectangulares, consultar [13] y ver el punto 5-6.1 del apéndice.

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_R &= A_R + B_R \\
 A_R &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_{en}|^2 \xi_{Rn} (1 - \xi_{Rn}) \right\} \\
 B_R &= 2 \sum_{\substack{m=0, m=1 \\ m > n}}^{m=N-1} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] C_R \right\} \\
 C_R &= \xi_{R\{m,n\}_{\text{MinVal}}} - \xi_{Rm} \xi_{Rn}
 \end{aligned} \tag{3.5.40}$$

Donde:

$$\xi_{\{m,n\}_{\text{MinVal}}} = \begin{cases} \xi_n & \text{si } \xi_n \leq \xi_m \\ \xi_m & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{3.5.41}$$

Dónde subíndice R se refiere al pulso temporal con forma rectangular.

Respecto a las pérdidas asociadas a los pulsos temporales con forma trapezoidal (ver en el apéndice el punto 5-6.2):

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_T &= A_T + B_T \\
 A_T &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \left[\Delta \xi_T (1 - \Delta \xi_T) + \xi_{Tn} (1 - \xi_{Tn}) - 2\Delta \xi_T \xi_{Tn} - \frac{\Delta \xi_T}{3} \right] \right\} \\
 B_T &= 2 \sum_{\substack{m=0, m=1 \\ m > n}}^{m=N-1} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] C_T \right\} \\
 C_T &= \sum_{q=1}^{\infty} G_{Tmq} G_{Tnq} = \left(\frac{\Delta \xi_T (1 - \Delta \xi_T) + \frac{\xi_{Tm} + \xi_{Tn} - \Delta \xi_T (\xi_{Tm} + \xi_{Tn}) - \xi_{Tm} \xi_{Tn} +}{2}}{+ \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{24\Delta \xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T|^3}{48\Delta \xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T|^3}{48\Delta \xi_T^2}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.5.42}$$

Donde el subíndice T se refiere al pulso temporal con forma trapezoidal.

Una vez conocidas las expresiones de \mathcal{P}_R y \mathcal{P}_T las hemos comparado y se ha observado que en general las pérdidas asociadas al pulso trapezoidal tienen un valor menor que aquellas asociadas al pulso rectangular como se puede ver en el apéndice, 5-4.2.

Por último en el apartado 5-4.3 del apéndice se comprueba que en el límite cuando $\Delta\xi_T$ tiende a cero, las pérdidas asociadas al pulso trapezoidal tienden a las asociadas al pulso rectangular:

$$\lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} \mathcal{P}_T = \mathcal{P}_R \quad (3.5.43)$$

3-5.7. Conclusiones

En este sub-capítulo se ha demostrado que la transmisión de la señal es posible a partir de una ALMT, teniendo en cuenta las desigualdades entre las tres frecuencias necesarias: ω , ω_0 y ω_s . Se ha calculado la expresión concerniente a las pérdidas, asociadas a los armónicos, de una agrupación lineal, lo cual da al diseñador la posibilidad de calcular la contribución de cada armónico a las pérdidas totales. Además se ha calculado la expresión del factor campo cuando se utiliza un pulso temporal con forma trapezoidal.

El pulso temporal rectangular asociado a cada elemento radiante está bien estudiado en la literatura técnica, pero hemos pensado que debido a la caída (pendiente infinita, en teoría) tan abrupta en los bordes del mismo a lo largo del tiempo, posibilita en el diagrama de radiación la existencia de armónicos con un nivel importante de SR , que habrá que minimizar a partir de técnicas de optimización global. Si en lugar de optimizar hacemos que esa caída sea más suave, por ejemplo utilizando otro tipo de pulso temporal como uno con forma trapezoidal, se consigue que la radiación de banda lateral sea más pequeña que en el caso rectangular con lo que las pérdidas de potencia también son menores. En la implementación práctica de esta idea, las pendientes de los pulsos trapezoidales deben ser controladas por dispositivos lineales, además se necesita de un sistema de alimentación más complicado que el considerado al utilizar pulsos rectangulares. Esto es un tema que debe discutirse en trabajos futuros.

3-5.8. Referencias

- [1] W. H. Kummer, A. T. Villeneuve, T. S. Fong, and F. G. Terrio, “Ultra-Low Sidelobes from Time-Modulated Arrays”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 11, pp. 633–639, 1963.
- [2] R. W. Bickmore, “Time Versus Space in Antenna Theory”, in *Microwave Scanning Antennas*, R. C. Hansen, Ed., Vol. III, Chapter 4, Peninsula Publishing, 1985.
- [3] S. Yang, Y. Beng Gan, and A. Qing, “Sideband Suppression in Time-Modulated Linear Arrays by the Differential Evolution Algorithm”, *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, Vol. 1, pp. 173-175, 2002.

-
- [4] J. Fondevila, J. C. Brégains, F. Ares, and E. Moreno, “Optimizing Uniformly Excited Linear Arrays through Time–Modulation”, *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, Vol. 3, pp. 298–301, 2004.
 - [5] S. Yang, Y-B Gan, and P. K. Tan, “A New Technique for Power-Pattern Synthesis in Time-Modulated Linear Arrays”, *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, Vol. 2, pp. 285-287, 2003.
 - [6] S. Yang, Y. B. Gan, and A. Qing, “Moving Phase Center Antenna Arrays with Optimized Static Excitations”, *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol. 38, pp. 83-85, 2003.
 - [7] S. Yang, Y. B. Gan, and P. K. Tan, “Evaluation of Directivity and Gain for Time-Modulated Linear Antenna Arrays”, *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol. 42, pp. 167-171, 2004.
 - [8] S. Yang, Y-B Gan, and P. K. Tan, “Linear Antenna Arrays with Bidirectional Phase Center Motion”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 53, pp. 1829-1835, 2005.
 - [9] S. Yang, Y-B Gan, A. Qing, and P. K. Tan, “Design of a Uniform Amplitude Time-Modulated Linear Array with Optimized Time Sequences”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 53, pp. 2337-2339, 2005.
 - [10] J. Fondevila, J. C. Brégains, F. Ares and E. Moreno, “Application of Time Modulation in the Synthesis of Sum and Difference Patterns by Using Linear Arrays”, *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol. 48, pp. 829-832, 2006.
 - [11] J. P. Rayner, A. P. Whichello, and A. D. Cheetham, “Physical Characteristics of Plasma Antennas”, *IEEE Trans. on Plasma Science*, Vol. 32, pp. 269-281, 2004.
 - [12] I. A. Glover, P. M. Grant, *Digital Communications*, Prentice Hall, 2003.
 - [13] I. S. Gradshteyn, and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, Academic Press, 2000.

CAPÍTULO 4

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

4. Conclusiones de la tesis y trabajos futuros

4-1. Resumen de la tesis

Es bien sabido que para que una antena a bordo de un satélite de comunicación sea eficiente, el diagrama de radiación de haz plano correspondiente debe adaptarse en lo posible al contorno de la región terrestre a ser iluminada. Se desea que la potencia esté lo más concentrada posible en la región de emisión que es coincidente con el contorno deseado de la huella de radiación. Por otro lado se requiere que fuera de esa región el nivel de lóbulos, *SLL*, sea reducido. En los capítulos 1 y 2 se muestran una serie de métodos que permiten la síntesis de diagramas de haz plano, con una cierta topografía. En otro tipo de aplicaciones, como radar, multi-haz..., se requiere que el diagrama de emisión sea un diagrama suma y/o diferencia. En algunos apartados de los capítulos 1 a 3 se describen algunos métodos de síntesis para lograr este propósito.

En el capítulo 1 se ha descrito en primer lugar un método de síntesis para la generación de diagramas de radiación de haz plano y de contorno arbitrario, utilizando para ello una agrupación plana que presenta un contorno optimizado. Primeramente se ha buscado el contorno óptimo después de un proceso de deformación radial de la distribución circular continua de Taylor que puede ser real o compleja. El enrejado utilizado en la disposición de los elementos ha sido el rectangular. Finalmente se han optimizado las excitaciones de esos elementos. Con este método se han generado diagramas de radiación de contorno rectangular, cuya relación entre sus lados ha sido de 2:1. Las características de radiación del diagrama obtenido se ajustan bastante bien a los requerimientos iniciales. Se ha encontrado que el uso de una distribución real necesita de un mayor número de elementos que en caso de utilizar una distribución compleja, sin embargo también es mayor la variabilidad entre el conjunto de excitaciones. Se ha observado también que la directividad y pendiente del caso real son mayores que en el caso complejo.

En la segunda parte del capítulo 1 se describe un método de síntesis híbrido, que combina dos técnicas de optimización diferentes: una local y otra global. Se parte inicialmente de una agrupación lineal cuyos elementos se encuentran equiespaciados, con este dato de las posiciones se calculan los valores óptimos de las excitaciones, esto se lleva a cabo tratando este problema como un problema convexo (técnica de optimización local) que solo admite una solución única que es la óptima. Una vez conocidas las excitaciones complejas, se optimizan las posiciones utilizando el "simulated annealing", SA, (técnica de optimización global). Una vez conocidas las posiciones volvemos a buscar un conjunto de excitaciones utilizando la técnica local y así sucesivamente hasta alcanzar la convergencia. Con esta técnica híbrida se ha conseguido reducir el tiempo de computación si lo comparamos que el tiempo necesario para obtener los mismos resultados si utilizásemos el SA para obtener las posiciones y las excitaciones de la agrupación lineal. La razón es que solo ha sido necesario optimizar globalmente 1/3 aproximadamente de las variables

Se han generado dos tipos diferentes de diagramas suma que presentan diferente topografía y se ha minimizado el *SLL* comparado con los resultados presentados en otros artículos. Además se ha conseguido incrementar el ancho de banda correspondiente al comportamiento en frecuencia del *SLL*.

En el segundo capítulo, se han desarrollado nuevas técnicas de síntesis que permiten obtener resultados de una forma mucho más rápida que las existentes hasta la fecha. La razón es que se utilizan técnicas analíticas o cuasi-analíticas que son especialmente

útiles cuando la agrupación presenta un número de elementos demasiado elevado como para utilizar una técnica de optimización global, como el SA, ya que necesitaría de mucho tiempo de computación para conseguir unos resultados similares. En el primer apartado de este capítulo, se introduce el método de Woodward-Lawson que presenta una gran versatilidad. La idea que se intenta plasmar es la necesidad de muestrear un diagrama de radiación tanto en amplitud como en fase. Este diagrama máscara se ha generado a partir de un conjunto de raíces complejas que da lugar a un diagrama de haz plano con una cierta topografía, nivel de rizado y *SLL* deseados. Existe una multiplicidad de soluciones en lo que respecta a posibles raíces complejas, que dan lugar a un mismo diagrama en amplitud, pero diferente diagrama de fase. Es posible escoger aquel conjunto de raíces que presente una menor variabilidad en lo que respecta a las excitaciones de la agrupación lineal, para hacer más fácil su realización. Entonces, muestreando un diagrama tanto en amplitud como en fase, generado a partir de unas raíces óptimas, se consiguen unos coeficientes de haz, a partir de esas muestras, que permiten la realización de una matriz de Butler y que generan un diagrama de radiación muy similar al deseado. Con este mecanismo se han generado diferentes diagramas de radiación: uno de haz plano y otro tipo cosecante.

En el siguiente apartado del capítulo se extiende el método anterior a la síntesis de diagramas de radiación de haz plano a partir de agrupaciones planas que presentan un gran número de elementos. De forma análoga al apartado anterior, se busca un diagrama máscara que presente las características deseadas de radiación. Esto se consigue a partir del método de Orchard-Elliott-Stern, OES, que genera un conjunto de raíces complejas que introducidas en las expresiones de Taylor generan un diagrama de radiación ϕ -simétrico con una topografía deseada. En general se desea que el contorno presente otra forma diferente a la circular, por ello se deforma la distribución de Taylor correspondiente para generar un diagrama cuyo contorno se asemeje al deseado. Si se muestrea este diagrama máscara, se pueden calcular un conjunto de excitaciones de una agrupación plana con enrejado rectangular utilizando el método de Woodward-Lawson, WL. Dichas excitaciones presentan inicialmente una gran variabilidad que se puede reducir eliminando aquellos elementos débilmente excitados. El diagrama obtenido presenta unas características de radiación similares a las deseadas, sin embargo si se desea conseguir una mejor aproximación se debe encontrar un nuevo conjunto de raíces complejas que dean lugar a un diagrama máscara que al ser muestreado dea lugar a un diagrama con las características de radiación deseadas. Esto se lleva a cabo iterativamente. Se han sintetizado diferentes diagramas de radiación, algunos muy exigentes como la huella de radiación Europea ya que necesita de alrededor de miles de elementos, obteniéndose unos diagramas finales que se ajustan bastante bien a los requerimientos iniciales.

Una extensión del método anterior permite la síntesis de diagramas de radiación con un contorno deseado a partir de agrupaciones conformadas, en concreto agrupaciones cilíndricas. El proceso a seguir es muy similar al anterior, una vez que tenemos las muestras del diagrama deseado y las posiciones de los elementos de la agrupación plana, el siguiente paso es proyectar estos elementos sobre una superficie cilíndrica y cuyas excitaciones se calculan a partir de las nuevas posiciones y de las anteriores muestras, generadas a partir de una distribución plana. Así se ha conseguido sintetizar un diagrama de radiación rectangular y otro triangular con buenas características de radiación y en un corto período de tiempo.

Otro método de síntesis que se describe en el penúltimo apartado del capítulo 2 es el uso de la distribución de Taylor para la obtención de cualquier diagrama de radiación de

contorno arbitrario. Esta técnica se basa en escoger primeramente una distribución de Taylor que genere un diagrama con una topografía de lóbulos dada y un número de lóbulos controlados. Este diagrama se va a escanear sobre la región de emisión y en las posiciones donde previamente se han tomado muestras del diagrama deseado (diagrama que ha sido sintetizado utilizando los métodos descritos previamente en otros apartados del capítulo). Para encontrar el valor de cada una de las excitaciones de la agrupación plana se muestrea la función de abertura generada como la suma de las funciones de abertura correspondientes a cada uno de los diagramas de Taylor escaneados y ponderadas por el valor de las muestras en esos puntos de escaneo. El método se ha aplicado a la síntesis de una huella con forma de Europa y el proceso de síntesis se ha ejecutado en muy poco tiempo.

El último apartado del capítulo se comparan tres métodos de síntesis analíticos o cuasi-analíticos, para la obtención de diagramas de radiación suma que presentan unos valores de directividad, “*roll-off*” y nivel de interferencia (C/I) deseados. El primer de los métodos es exactamente el descrito en los anteriores apartados, pero en este caso para generar un diagrama suma a partir de una agrupación circular con enrejado rectangular. El segundo método consiste en muestrear directamente la distribución continua circular de Taylor para conseguir cada una de las excitaciones de la agrupación plana de contorno circular. Por último se ha utilizado la técnica desarrollada inicialmente por Tseng-Cheng y generalizada por Kim y Elliott. Ésta se basa en el hecho de partir de una agrupación lineal cuyo diagrama presenta una cierta topografía. La idea es conseguir unos coeficientes para utilizarlos en la síntesis de una agrupación plana que genere un diagrama con la misma topografía. Se ha utilizado el SA para la obtención de un reducido número de variables en cada uno de los casos para la obtención de los ejemplos. Así se han optimizado únicamente 4 y 3 raíces reales, para los métodos 1º y 2º, y 10 excitaciones de la agrupación lineal para el último método. La solución de partida era muy cercana a la buscada, por eso que el proceso de optimización ha sido relativamente rápido. En todo caso, con estos métodos se ha conseguido un diagrama suma que presenta unas características próximas a las deseadas.

En el último capítulo se introduce una nueva técnica para sintetizar diagramas de radiación basada en la modulación temporal, haciendo el desarrollo matemático necesario para poder utilizar esta posibilidad de síntesis. Esta técnica consiste en alimentar periódicamente un grupo de elementos radiantes de una agrupación. Esto se consigue insertando un interruptor entre la fuente de alimentación y cada elemento. La ventaja de trabajar de esta forma es la posibilidad de aplicarle una excitación uniforme a cada elemento pudiendo controlar el diagrama de radiación sin más que encontrar cual debe ser el intervalo de tiempo que cada elemento debe estar radiando. Además permite reconfigurar los haces de radiación de una forma muy sencilla sin más que modificar los tiempos de computación. Por el contrario, aparecen una serie de armónicos que habrá que minimizar en la medida de lo posible para hacer más eficiente la antena. La razón es que parte de la energía que se transmite a la agrupación se radia en forma de armónicos que no tienen una utilidad práctica. En este capítulo se sintetizan diagramas suma a partir de una agrupación con excitación estática uniforme, además se consigue optimizar la duración de los pulsos temporales para conseguir un buen comportamiento del *SLL* con la frecuencia. En otro apartado del capítulo se sintetizan dos tipos de diagramas: uno suma y otro diferencia, útiles por otro lado para aplicaciones radar o multi-haz, a partir de una misma agrupación lineal. Esto se consigue optimizando con el SA los pulsos temporales correspondientes a algunos elementos de la agrupación lineal. Así

para sintetizar el diagrama suma se han optimizado únicamente los pulsos correspondientes a los elementos de los bordes de la agrupación, en cambio para sintetizar el diagrama diferencia se han optimizado los pulsos correspondientes a los elementos centrales. En cualquier caso, siempre ha sido un número reducido.

En otro apartado del capítulo se ha extendido el uso de la modulación temporal a agrupaciones conformadas en concreto una con forma de arco y otra cilíndrica. Se ha observado que los resultados obtenidos, al optimizar únicamente los pulsos temporales con el SA, se pueden mejorar en gran medida si además se optimiza cada una de las fases de las excitaciones.

En el último apartado del capítulo 3 se hace un estudio de la posibilidad de utilizar la modulación temporal para transmitir señales. En todos los casos descritos anteriormente se ha utilizado un pulso temporal con forma rectangular y hemos observado que el nivel de armónicos era elevado debido a la caída brusca que se produce en los bordes de cada uno de los pulsos temporales. Hemos estudiado un nuevo tipo de pulso con una caída más suave en los extremos, el pulso con forma trapezoidal, y se ha observado que el nivel de armónicos es menos importante que en el caso del pulso rectangular. Por lo tanto, la antena se hace más eficiente ya que aprovecha mejor la energía que le llega para invertirla en el modo fundamental. A estas conclusiones se ha llegado después de realizar un desarrollo matemático comparando las pérdidas debidas a cada uno de los pulsos temporales. Aunque las pérdidas en el caso del pulso trapezoidal son menores, la circuitería necesaria para conseguir ese propósito es mucho más complicada que en el caso del pulso trapezoidal.

4-2. Conclusiones

En este apartado de la tesis se van a resumir las conclusiones a las que se ha llegado en cada uno de los capítulos de la misma. Todo el trabajo se ha dividido en tres grandes apartados: en el primero de los cuales se estudian dos métodos de síntesis basados en los métodos estocásticos; en segundo lugar se describen varios métodos de síntesis analíticos o cuasi-analíticos y finalmente se abarca el estudio de una nueva técnica de síntesis que utiliza la modulación temporal en las excitaciones de los elementos radiantes.

En el capítulo 1 se han descrito dos métodos de síntesis estocásticos. El primero de ellos permite la obtención de diagramas de radiación de haz plano utilizando para ello una agrupación plana cuyo contorno ha sido optimizado con el “simulated annealing”, SA. El segundo de los métodos estocásticos es un híbrido entre una técnica de optimización global, SA, y una local, ya que la optimización se realiza a partir de la programación convexa. Éste se ha aplicado a una agrupación lineal de elementos cuyas excitaciones son complejas para generar tanto diagramas suma simétricos como asimétricos. El cálculo de las posiciones se ha llevado a cabo con el SA mientras que el de las excitaciones (parte real y imaginaria) se realizó tratando este problema como convexo. La ventaja de este método híbrido es que permite optimizar los recursos del ordenador, obteniendo resultados de una forma muy rápida.

En el capítulo 2 se han presentado varias alternativas para generar en un corto periodo de tiempo diagramas de radiación con un nivel de rizado y de lóbulos laterales controlados a partir de la utilización de agrupaciones lineales, planas o conformadas. La mayoría de estos métodos analíticos tienen en común que parten del muestreo de un diagrama de radiación más realista que el proporcionado por el método original de Woodward-Lawson original (que considera un diagrama máscara con un rizado y *SLL* nulos) y en cuyas posiciones de muestreo se localizarán diagramas sinc(x) o diagramas de Taylor ponderados ambos por dichas muestras. Finalmente se exponen algunos métodos de síntesis cuasi-analíticos que permiten la síntesis de agrupaciones planas multihaz para aplicaciones de satélite.

En el capítulo 3 se describe un nuevo método de síntesis que utiliza la modulación en el tiempo de las excitaciones de los elementos. Esta técnica utiliza interruptores entre la fuente de alimentación y cada uno de los elementos radiantes. Dichos interruptores permanecen cerrados o abiertos un cierto tiempo dentro de un periodo de forma que el diseñador de antenas pueda disponer de una herramienta más para sintetizar diferentes diagramas de radiación. Esta técnica permite trabajar con excitaciones uniformes y reconfigurar haces obteniendo por ejemplo un diagrama suma o diferencia. Se ha aplicado a la síntesis de agrupaciones lineales y conformadas de forma satisfactoria. Se ha demostrado matemáticamente la posibilidad de utilizar la modulación temporal para la transmisión de la señal. Por último se han cuantificado y comparado matemáticamente las pérdidas asociadas a la existencia de armónicos al utilizar pulsos temporales rectangulares y trapezoidales.

4-3. Trabajos futuros

- Métodos estocásticos:
 - Extender la aplicabilidad del método estocástico híbrido, combinación de una técnica local con una global, a otro tipo de agrupaciones: planas e incluso conformadas. Así como explorar otras alternativas de optimización global.
 - Aplicar a la síntesis de antenas otro tipo de métodos de optimización utilizados en otros campos de la ciencia.
- Buscar alternativas de síntesis para emplear una agrupación con el mínimo número de elementos que garanticen un diagrama de radiación dado y a ser posible con el valor más bajo de rango dinámico.
- En las técnicas descritas para su aplicación a agrupaciones conformadas, sería interesante extender dicho estudio a otro tipo de estructuras distintas a las usuales: cilindros, esferas...
- Síntesis de diagramas de radiación más complejos, con otros contornos más exigentes como por ejemplo islas de radiación.
- En lo que respecta a la modulación temporal, sería interesante investigar:
 - Cual es la forma del pulso temporal que se puede conseguir con los dispositivos comerciales, por ejemplo un pulso con forma senoidal, para poder hacer síntesis con ese comportamiento.
 - Realizar un estudio de pérdidas asociadas a ese tipo de pulso.
 - Llevar a cabo la fabricación y medida de una agrupación de antenas que utilice modulación temporal.
 - Sintetizar diagramas de radiación de haz plano.
 - Extender el estudio de la modulación temporal a agrupaciones planas.

CAPÍTULO 5

APÉNDICE

5. Apéndice

5-1. Algoritmos de optimización.

5-1.1. “*Simulated Annealing*”

Usualmente, durante el proceso de síntesis de una agrupación de antenas, es necesario minimizar una función llamada función de coste que guarda información acerca de las diferencias existentes entre el diagrama de radiación obtenido y el deseado. Esta función puede ser bastante compleja al depender de un gran número de variables, lo que posibilita la existencia de una gran cantidad de mínimos locales. Dicha función no es fácilmente optimizable mediante los métodos convencionales, basados todos ellos en la topografía local de las funciones; estos métodos normalmente no encuentran el extremo global de la función, sino el máximo o mínimo local hacia el que se puede tender directamente desde el punto inicial del algoritmo. La técnica de optimización denominada “simulated annealing” puede evitar esta dificultad basándose en el proceso termodinámico de enfriamiento y cristalización de algunos materiales. Después la técnica denominada “downhill simplex” buscará el extremo local de la zona del espacio que el “simulated annealing” señala como buena.

Supongamos que tenemos una función objetivo, función de coste, que tiene que ser minimizada, de la cual conocemos su valor en cada punto del espacio en el que se evaluará dicha función. Este espacio sin embargo no será un espacio N -dimensional de N parámetros continuos, sino que será un espacio de configuración discreta, con un número de puntos finito, aunque en algunos casos bastante elevado. El número de elementos de este espacio crecerá factorialmente con el número de variables, por lo que en la mayor parte de los casos no podrá ser explorado de manera exhaustiva.

La base de la técnica de “simulated annealing” es la analogía con la termodinámica, más específicamente con el modo en que los líquidos se congelan y cristalizan o aquel en que los metales se enfrían y solidifican. A altas temperaturas, las moléculas de un líquido se mueven libremente unas respecto a otras. Si el líquido se enfría lentamente las moléculas perderán poco a poco la movilidad térmica, y los átomos tendrán tiempo de alinearse y formar un cristal puro que esté completamente ordenado a lo largo de una distancia miles de millones de veces el tamaño de un átomo individual en todas direcciones. Este cristal representa al estado de mínima energía de este sistema. El hecho asombroso es que, para sistemas enfriados lentamente, la naturaleza es capaz de encontrar este estado de mínima energía. Por el contrario, si un metal líquido se enfría rápidamente, no alcanzará este estado, sino que se estabilizará en un estado policristalino o amorfo que tiene una energía mayor. Así pues, la esencia del proceso es el enfriamiento lento, a lo largo de un espacio de tiempo grande, para que pueda producirse la redistribución de los átomos conforme éstos pierden movilidad. Ésta es la definición de la técnica de “annealing” (enfriamiento lento) y es esencial para asegurar que se conseguirá un estado de baja energía.

Aunque la analogía no es perfecta, podríamos decir que todos los algoritmos de optimización habituales corresponden a enfriamientos rápidos. En todos los casos, se va hacia la solución más rápida y cercana: desde el punto inicial, a cada paso se toma un punto de menor energía, lo cual lleva inexorablemente a alcanzar el mínimo del pozo en el que se encuentra el punto de partida, el cual será un mínimo local y no necesariamente el punto en el que la función toma su valor más bajo. En cambio, el proceso de enfriamiento de los procesos físicos progresa hacia el estado de cristalización de acuerdo con la llamada distribución de probabilidad de Boltzmann.

$$prob(E) = C \exp\left\{-\frac{E}{k_B T}\right\} \quad (5.1.1)$$

Donde E es la energía de un sistema a temperatura T , k_B es la constante de Boltzmann y C un factor de proporcionalidad. Esta ecuación expresa la idea de que un sistema que está en equilibrio térmico a una temperatura T tiene su energía probabilísticamente distribuida entre todos los diferentes estados de energía E . Incluso a baja temperatura hay una posibilidad, aunque pequeña, de que un sistema esté en un estado de alta energía. Por lo que existe la correspondiente oportunidad para el sistema de salir de un mínimo local de energía con el objetivo de encontrar uno mejor, más global. En líneas generales expresa la posibilidad de que el sistema crezca en un momento determinado en energía, posibilidad que decrece con la temperatura del sistema.

En 1953, Metrópolis et al. [1] incorporaron por primera vez esta clase de principios a los cálculos numéricos. Dada una serie de opciones, se supone que un sistema termodinámico simulado cambiará su configuración de una energía E_1 , a una energía E_2 con una probabilidad

$$p = \exp\left\{-\frac{(E_2 - E_1)}{k_B T}\right\} \quad (5.1.2)$$

Nótese que si $E_2 < E_1$, esta probabilidad es mayor que la unidad, en estos casos el cambio es asignado a una probabilidad $p=1$, es decir, el sistema siempre tomará esa opción, si $p < 1$ el salto debiera ser descartado, pero lo que hace el “simulated annealing” es crear un número x entre 0 y 1 más cercano a 1 cuanto menor es la temperatura, y la comparación que se realizará para aceptar un salto, será que $p > x$. Este esquema general, de escoger siempre un paso descendente y tan sólo a veces un paso ascendente es conocido como el algoritmo Metrópolis.

Para usar el algoritmo Metrópolis para sistemas diferentes al termodinámico, deberán proporcionarse los siguientes elementos:

- 1- Una descripción de las posibles configuraciones del sistema.
- 2- Un generador de cambios aleatorios de la configuración; éstos cambios son las “opciones” presentadas al sistema.
- 3- Una función objetivo E (análoga a la energía), cuya optimización es el objetivo del procedimiento. No es necesario conocer la forma analítica de esta función, sino que basta con conocer su valor en cada uno de los puntos en los que ha sido discretizado el espacio al que pertenece.
- 4- Un parámetro de control T (análogo a la temperatura) y un “esquema de annealing” que dictará cómo ha de decrementarse esta temperatura, es decir, después de cuántos cambios aleatorios de la configuración ha de disminuir T un paso, y cuán largo es dicho paso.

En la Fig. 5.1.1 se muestra el diagrama de flujo correspondiente a la técnica de “simulated annealing”.

De las distintas versiones que existen del “simulated annealing”, hemos elegido el algoritmo publicado por Press et al. [2] para conseguir resultados en algunos capítulos

de la tesis. Esta versión combina el “simulated annealing” con el método convencional denominado “downhill simplex” [2].

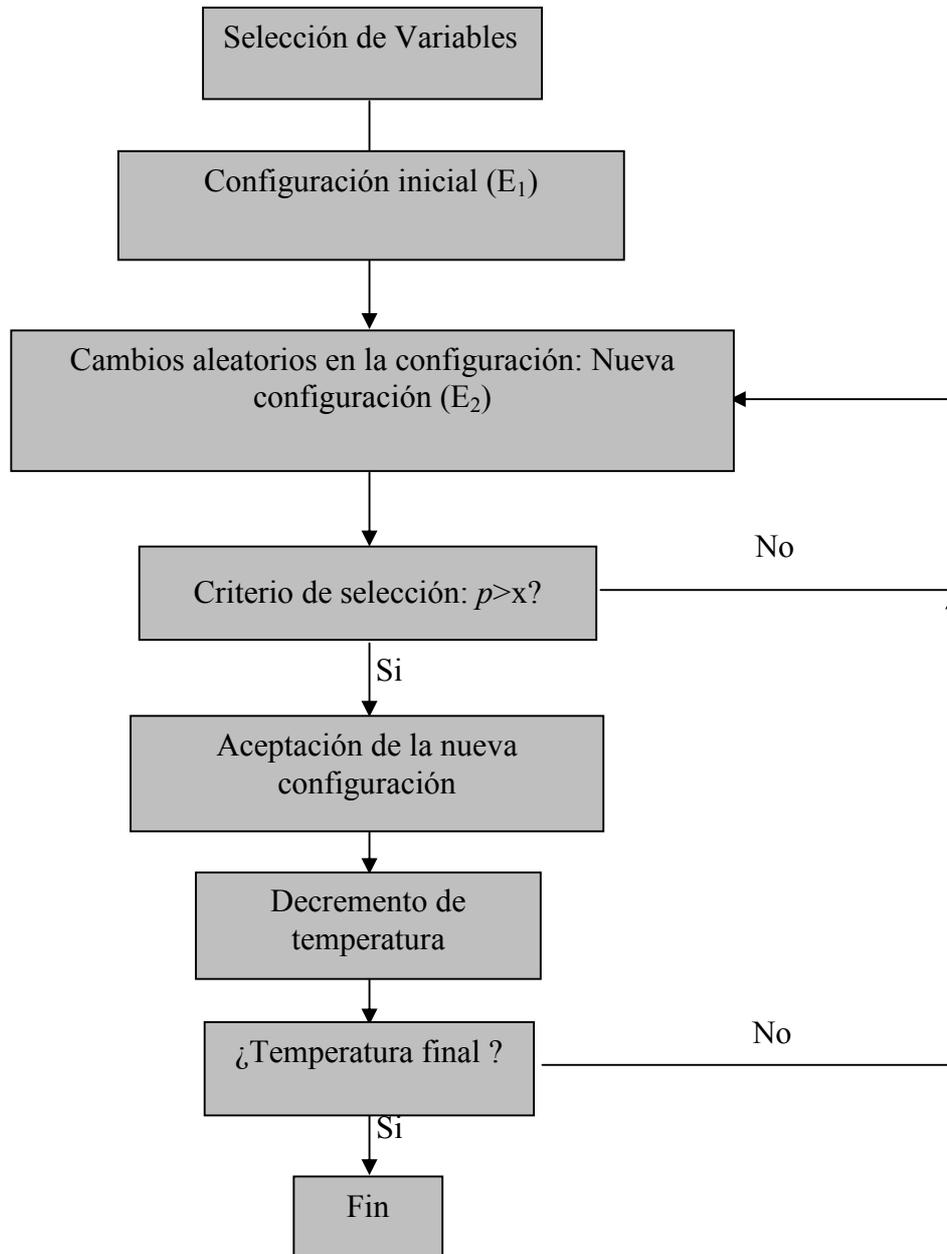


Figura 5.1.1 Diagrama de flujo del “simulated annealing”.

5-1.2. “Downhill Simplex”

Este método no consiste en buscar exactamente un punto x de un espacio N -dimensional, en el cual reside un mínimo de una función $f(x)$, sino que toma $n+1$ puntos x_1, \dots, x_{n+1} los cuales definen un “simplex”, el cual es el equivalente a un triángulo en un espacio de dos dimensiones. En cada iteración, el proceso identifica el valor x_i para el cual el valor de la función $f(x)$ es mayor, es decir, x_{\max} , e implícitamente adopta la

hipótesis de trabajo de que la cara del “simplex” opuesta a este valor, separa los valores altos de la función de los valores bajos. De acuerdo con esto se construye un nuevo valor estimado x_0 situado en la prolongación de la línea que une x_{\max} con el centro de la cara opuesta a dicho punto, estima la validez del nuevo “simplex” y actúa en consecuencia. Por ejemplo, si $f(x_0)$ es menor que todos los demás $f(x_i)$ (lo cual sugiere una buena línea descendente), un nuevo punto x_{00} será construido más adelante dentro de la misma línea y de nuevo el simplex será reconstruido sustituyendo x_{\max} por el mejor de x_0 y x_{00} , y comenzará una nueva iteración. Dependiendo de comparaciones similares el “simplex” en consecuencia cambiará su posición, su forma y su volumen. Poco a poco éste se hará cada vez más pequeño hasta que la función $f(x)$ tome valores muy parecidos en todos sus vértices; en dicho momento el menor de los valores x_i será tomado como el mínimo.

Cuando el “downhill simplex” es introducido en el “simulated annealing”, el procedimiento es el mismo salvo por el hecho de que las comparaciones entre puntos son degradadas a favor de la aceptación de nuevos candidatos a ser incluidos en el “simplex”.

5-1.3. Referencias

- [1] N. Metrópolis, A. Rosenblut, A. Teller, E. Teller, “Equation of state calculations by fase computing machines”, *Journal of Chemical Physics*, Vol. 21 pp. 1087-1092, 1953.
- [2] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press: pp. 444-455, 1992.
- [3] J. A. Ferreira Lence, *Diseño de arrays de antenas conformadas utilizando la técnica de simulated annealing*, Tesis Doctoral, Univ. Santiago de Compostela, 2000.

5-2. Método híbrido

Se requiere expresar el campo respecto a un ángulo, θ'_0 , al cual apunta el haz principal entonces la expresión quedará:

$$F(\theta') = \sum_{n=1}^N I_n \exp\{jk z_n \sin(\theta'_0)\} \exp\{jk z_n (\sin(\theta') - \sin(\theta'_0))\} \quad (5.2.1)$$

Llamando $I'_n = I_n \exp\{jk z_n \sin(\theta'_0)\}$ y $u' = \sin(\theta') - \sin(\theta'_0)$, la ecuación anterior queda:

$$F(u') = \sum_{n=1}^N I'_n \exp\{jk z_n u'\} \quad (5.2.2)$$

Calculemos el campo en distintas direcciones:

$$\begin{aligned} F(u'_1) &= \sum_{n=1}^N I'_n \exp\{jk z_n u'_1\} \\ F(u'_2) &= \sum_{n=1}^N I'_n \exp\{jk z_n u'_2\} \\ &\dots \\ F(u' = 0) &= \sum_{n=1}^N I'_n = I'_1 + I'_2 + \dots + I'_N \\ &\dots \\ F(u'_G) &= \sum_{n=1}^N I'_n \exp\{jk z_n u'_G\} \end{aligned} \quad (5.2.3)$$

Estamos evaluando valores del campo no de la potencia, entonces podemos escoger una fase global, $\exp\{j\alpha\}$, sin pérdida de generalidad, que afecta al campo pero no a la potencia, ya que esa fase global desaparece.

Las ecuaciones anteriores adoptarán la siguiente forma:

$$\begin{aligned} F(u'_1) &= \sum_{n=1}^N I'_n \exp\{jk z_n u'_1\} \exp\{j\alpha\} \\ F(u'_2) &= \sum_{n=1}^N I'_n \exp\{jk z_n u'_2\} \exp\{j\alpha\} \\ &\dots \\ F(u' = 0) &= \sum_{n=1}^N I'_n \exp\{j\alpha\} = (I'_1 + I'_2 + \dots + I'_N) \exp\{j\alpha\} \\ &\dots \\ F(u'_G) &= \sum_{n=1}^N I'_n \exp\{jk z_n u'_G\} \exp\{j\alpha\} \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

Fijámonos en el término correspondiente al haz principal:

$$F(u' = 0) = (I'_1 + I'_2 + \dots + I'_N) \exp\{j\alpha\} = C_I \exp\{j\beta_I\} \exp\{j\alpha\} \quad (5.2.5)$$

Dado la suma de excitaciones complejas $I'_1 + I'_2 + \dots + I'_N$, C_I es el módulo de esa suma y β_I es su fase.

Se requiere que esa fase global sea una fase de referencia de forma que el campo en la posición del haz principal sea una cantidad real y no positiva. Para ello ese factor deberá cumplir:

$$F(u' = 0) = C_I \exp\{j\beta_I\} \exp\{j\alpha\} = C_I \exp\{j\pi\} \quad (5.2.6)$$

Con ese valor de fase se garantiza que la parte real de $F(0)$ sea ≤ 0 y su parte imaginaria nula.

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{F(u' = 0)\} &\leq 0 \\ \operatorname{Im}\{F(u' = 0)\} &= 0 \end{aligned} \quad (5.2.7)$$

Con esta nueva configuración de valores podemos utilizar la función “fmincon” de Matlab para aplicar PPC, programación convexa, a este problema. Si $\operatorname{Re}\{F(u' = 0)\} \leq 0$ entonces la subrutina de Matlab permite encontrar las variables que hagan que $\operatorname{Re}\{F(u' = 0)\}$ sea lo más negativo posible.

5-3. Factor elemento.

La expresión del diagrama de radiación particular de un elemento radiante es lo que se conoce como factor elemento. En este trabajo se han utilizado diversos tipos de elemento radiante: Dipolos axiales a lo largo del eje z , parches circulares y bocinas rectangulares que se han ordenado según han ido apareciendo a lo largo del texto.

5-3.1. Parche circular con polarización lineal

Las siguientes expresiones se han empleado en la sección 2-3 para describir el diagrama de radiación de un parche circular con polarización lineal.

$$\left. \begin{aligned}
 Fe_{\theta'} &= \left\{ J_2 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \text{sen}(\theta') \right) - J_0 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \text{sen}(\theta') \right) \right\} \cos(\phi') \\
 Fe_{\phi'} &= \left\{ J_2 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \text{sen}(\theta') \right) + J_0 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \text{sen}(\theta') \right) \right\} \cos(\theta') \text{sen}(\phi') \\
 Fe_{\theta'} &= 0 \\
 Fe_{\phi'} &= 0
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} 0 \leq \theta' \leq \frac{\pi}{2} \\ \\ \\ \text{resto} \end{array} \quad (5.3.1)$$

Siendo R_p el radio físico del parche; θ' y ϕ' son las coordenadas esféricas locales del punto campo. Estas variables se explican mejor en el apartado 5-3-6 a través de la Fig. 5.3.12.

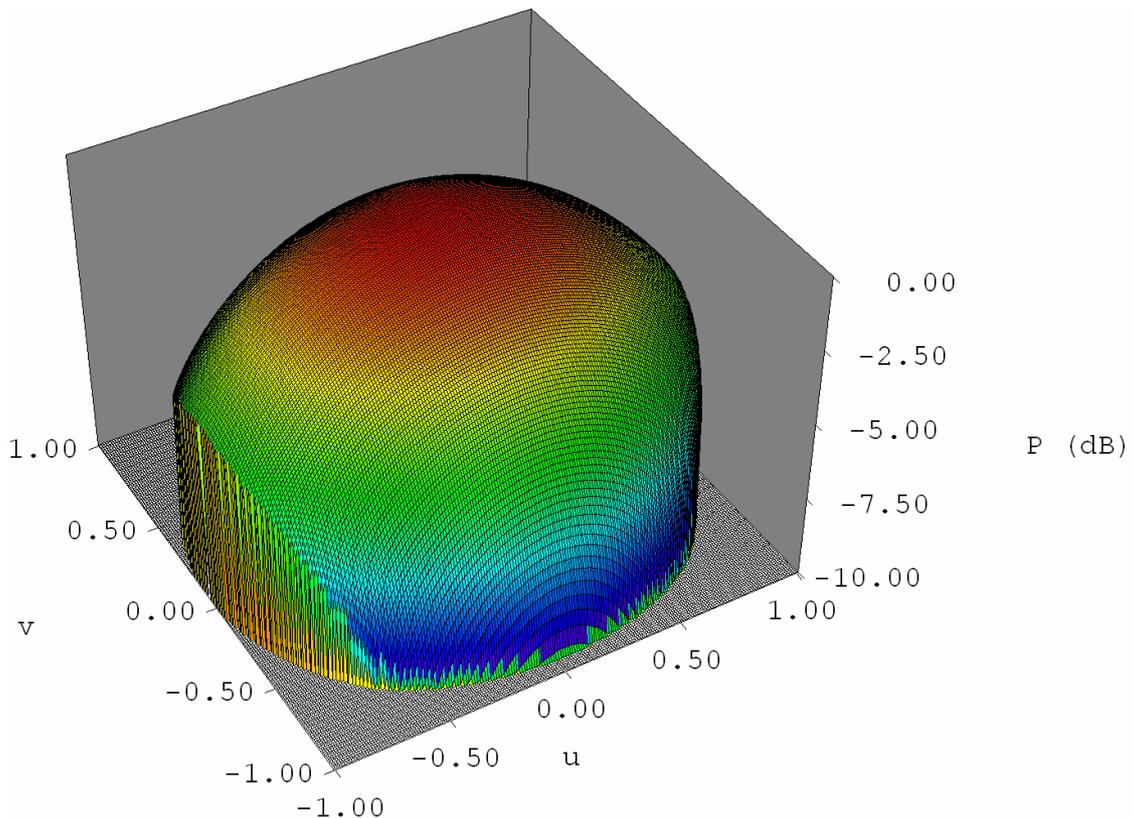


Figura 5.3.1 Corte tridimensional de la componente copolar del campo radiado por el parche circular.

Partiendo de estas expresiones, tomaremos como componentes copolar y contrapolar las correspondientes a la polarización circular vertical y horizontal [1]:

$$\begin{aligned} Fe_{copolar} &= Fe_{\theta'} \cos(\phi') - Fe_{\phi'} \sin(\phi') \\ Fe_{contrapolar} &= Fe_{\theta'} \cos(\phi') + Fe_{\phi'} \sin(\phi') \end{aligned} \quad (5.3.2)$$

Este parche circular con polarización circular presenta un diagrama de radiación dado por las siguientes figuras: Figs. 5.3.1-2.

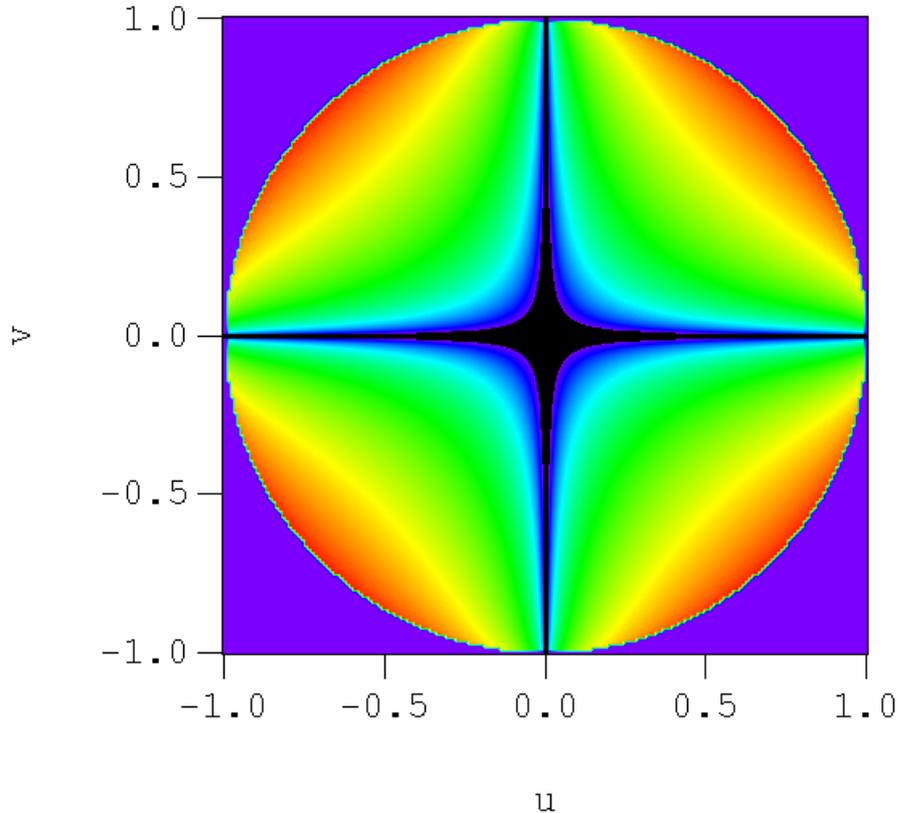


Figura 5.3.2 Corte tridimensional de la componente contrapolar del campo radiado por el parche circular.

5-3.2. Dipolo axial a lo largo del eje z

Este elemento radiante lo hemos utilizado en el capítulo 2-4 y su expresión matemática es la siguiente:

$$\vec{F}e(\theta', \phi') = \hat{z} \frac{1}{3} \text{sen}(\theta') \left[1 + 2 \max\left(\cos \phi', -\frac{1}{2}\right) \right] \quad (5.3.3)$$

La expresión del dipolo axial empleada en el capítulo 2-4 se ha representado en escala natural y en dB en las Fig. 5.3.3 y 4 respectivamente. Una vista tridimensional del mismo se observa en la Fig. 5.3.5.

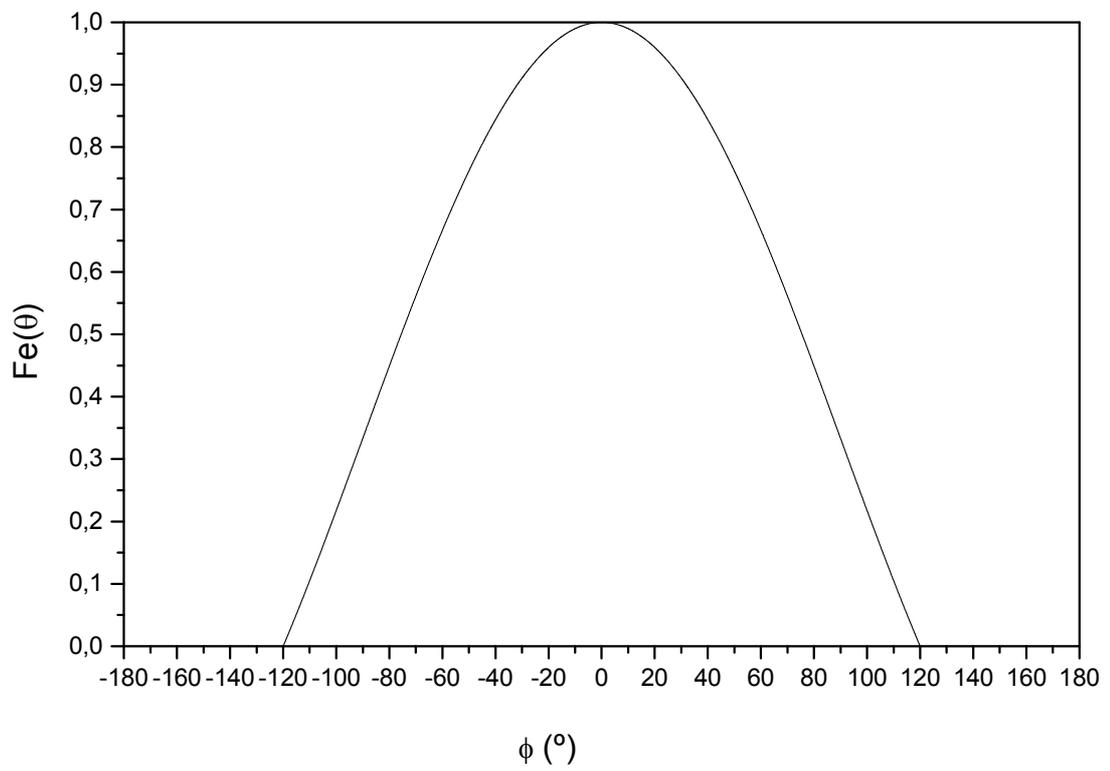


Figura 5.3.3 Factor elemento de un dipolo axial, considerando $\theta' = \theta = 90^\circ$.

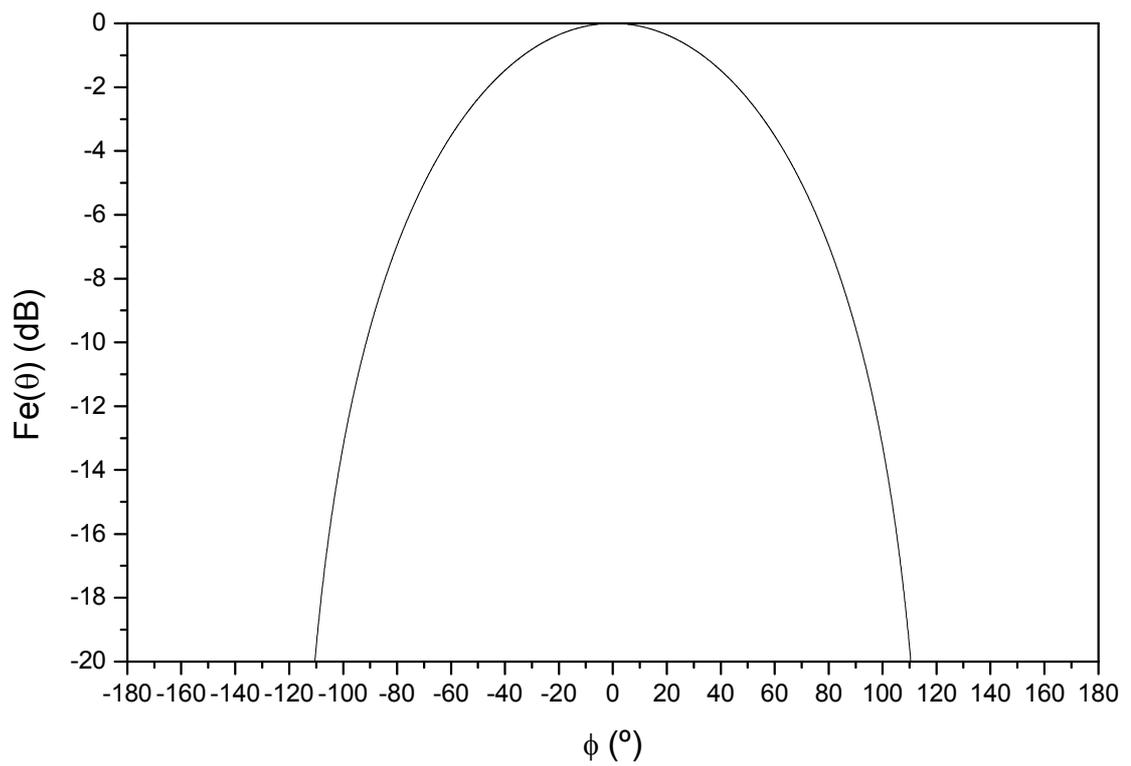


Figura 5.3.4 Factor elemento en dB's de un dipolo axial. $\theta' = \theta = 90^\circ$.

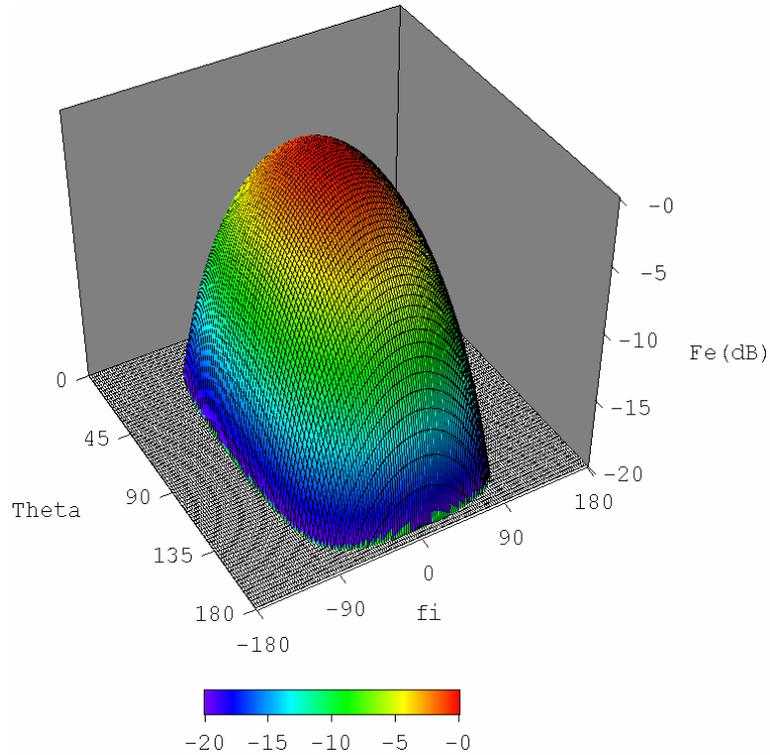


Figura 5.3.5 Factor elemento representado en 3D y en dB's de un dipolo axial.

5-3.3. Aproximación de parche circular

En el capítulo 2.5 se ha manejado el factor elemento $F_e(\theta) = \cos(|\theta|^{0.85})$ representado en escala natural en la Fig. 5.3.6. Su diagrama de radiación se aproxima al de un parche circular y cae hasta -20 dB en los bordes, como se puede comprobar en la Fig. 5.3.7.

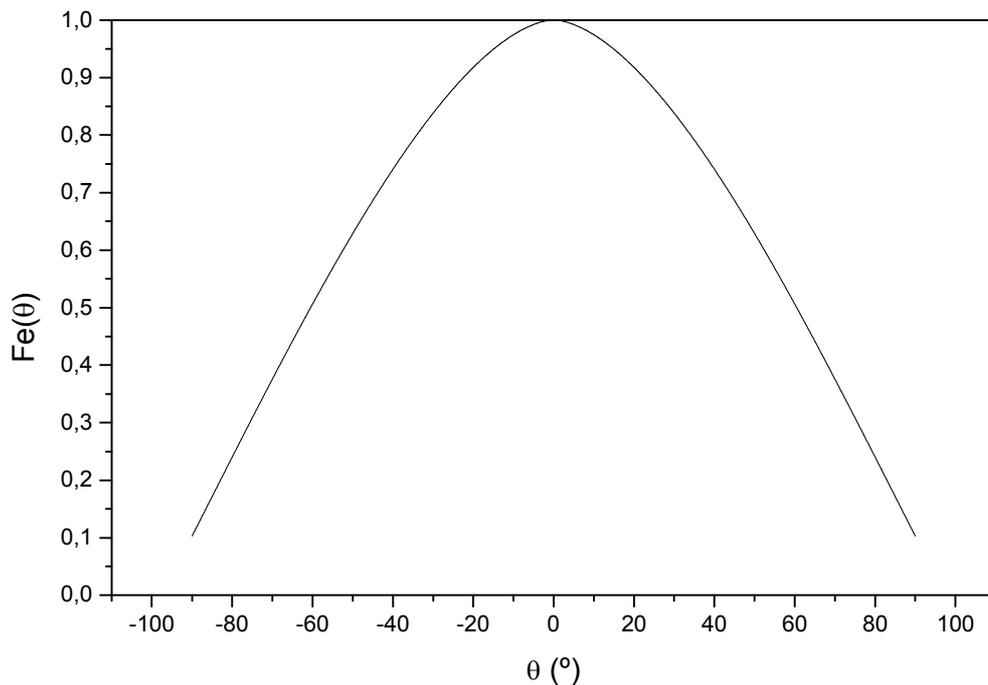


Figura 5.3.6 Factor elemento $F_e(\theta) = \cos(|\theta|^{0.85})$ representado en escala natural.

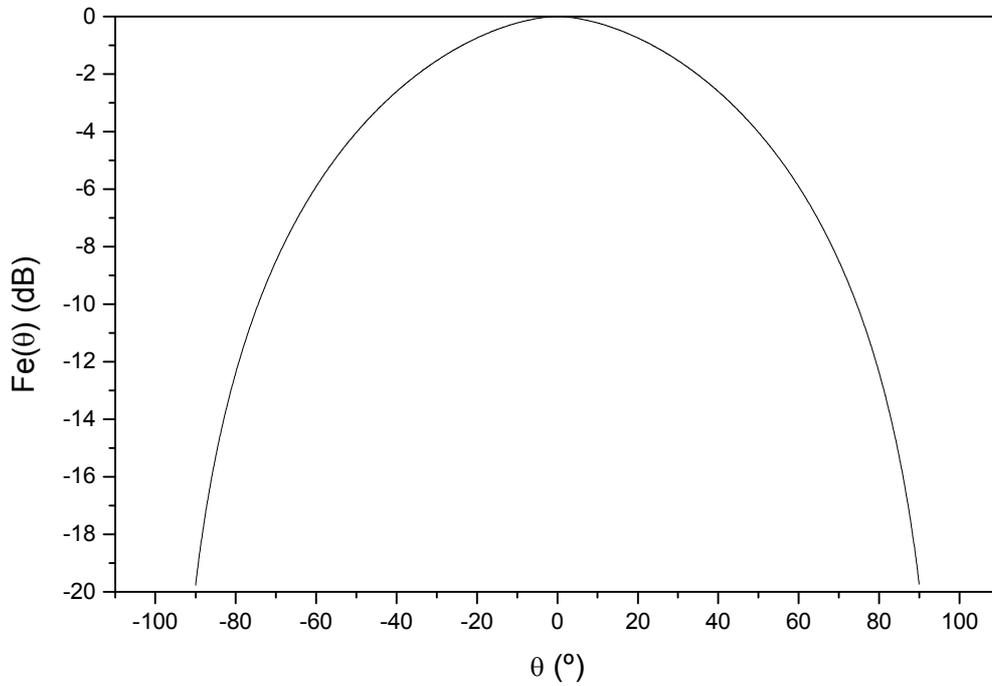


Figura 5.3.7 Factor elemento $F_e(\theta) = \cos(|\theta|^{0.85})$ representado en dB.

5-3.4. Bocina rectangular

El factor elemento $F_e(\theta) = \cos(\theta)^{35}$ se aproxima al diagrama de radiación de una bocina que se ha utilizado en el capítulo 2.6. Su diagrama de radiación se ha representado en escala natural y en dB en las siguientes figuras (5.3.8-9).

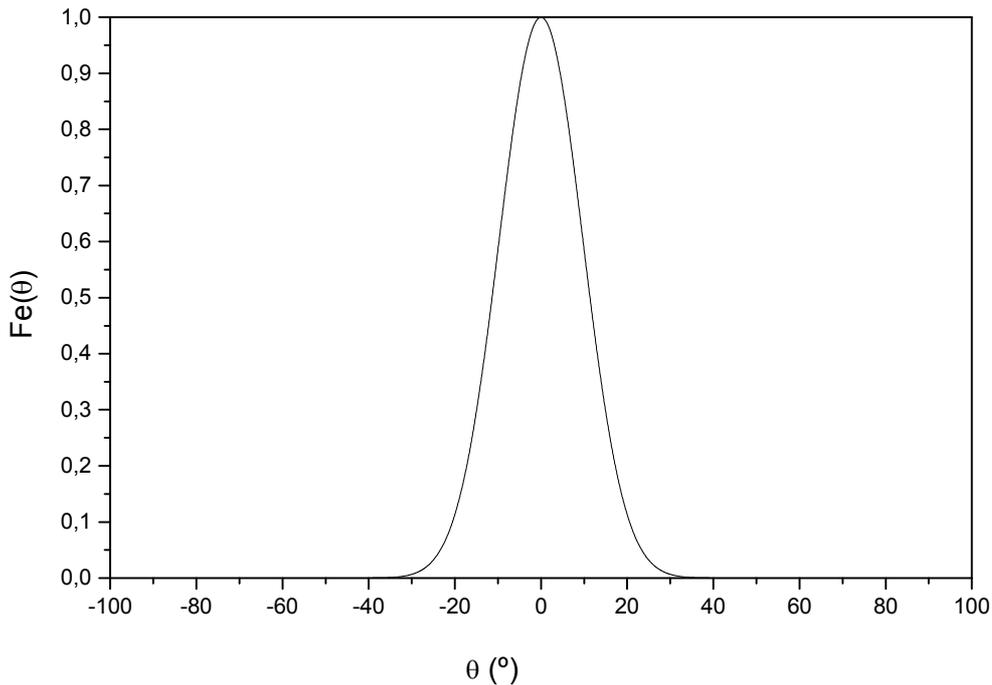


Figura 5.3.8 Factor elemento $F_e(\theta) = \cos(\theta)^{35}$ representado en escala natural.

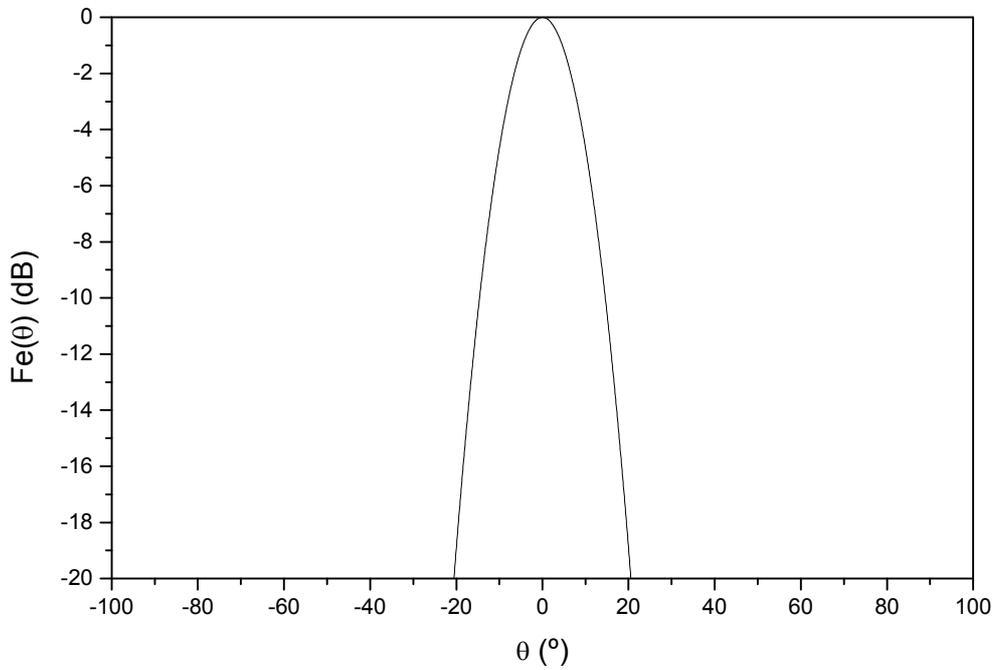


Figura 5.3.9 Factor elemento $F_e(\theta) = \cos(\theta)^{35}$ representado en dB.

5-3.5. Dipolo colineal con el eje z

El factor elemento de un dipolo de longitud $2L$ colineal con el eje z es

$$F_e(\theta) = \frac{\cos(kL \cos(\theta)) - \cos(kL)}{\sin(\theta)},$$

que se ha utilizado en la sección 3.2. Hemos

considerado un dipolo de longitud: $2L = \lambda/2$. En las Fig. 5.3.10-11 se representa el diagrama de radiación del dipolo en escala natural y en dB.

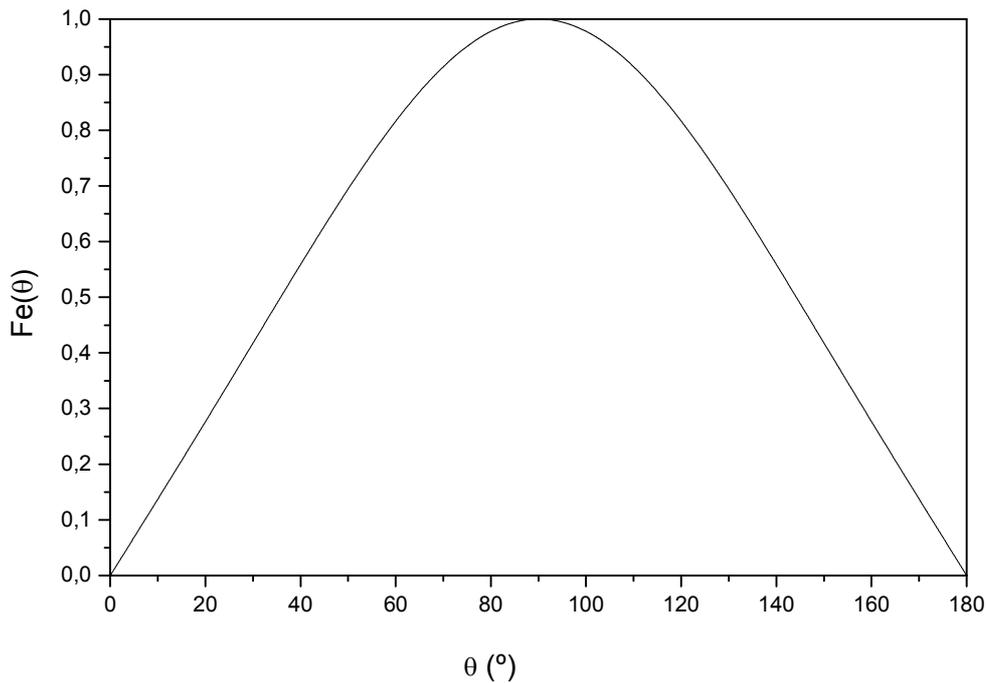


Figura 5.3.10 Factor elemento representado en escala natural.

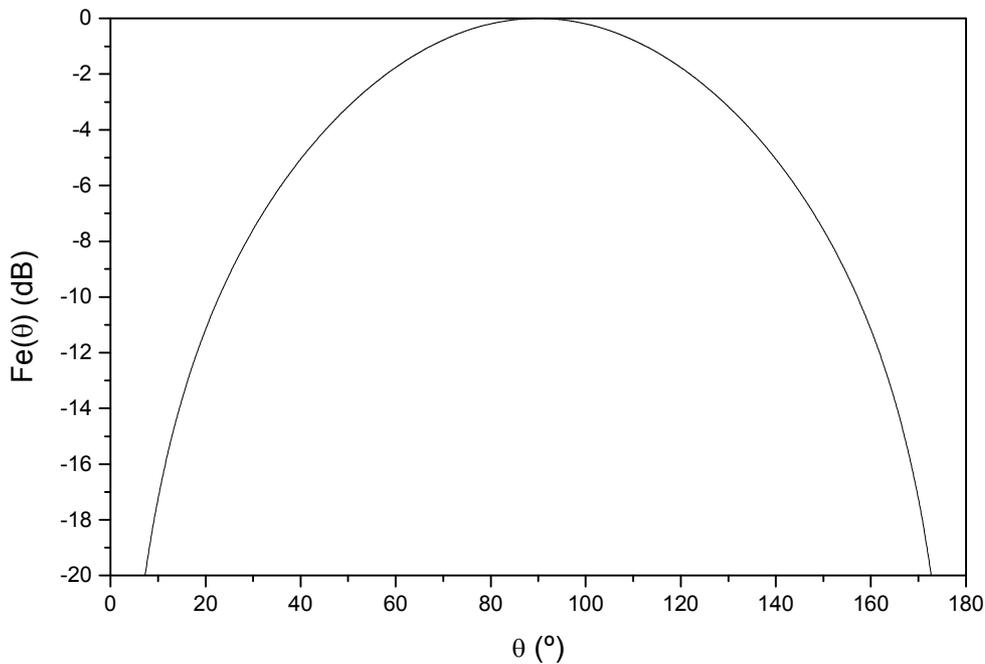


Figura 5.3.11 Factor elemento representado en dB.

5-3.6. Parche circular con polarización circular

En el capítulo 3-4 se ha utilizado como elemento circularmente polarizado el modelo correspondiente a un parche circular, operando en el modo dominante TE_{11} , el cual se alimenta por dos puntos desplazados 90° .

$$\vec{F}e = \hat{\theta}' Fe_{\theta'} + \hat{\phi}' Fe_{\phi'} \quad (5.3.4)$$

$$\left. \begin{aligned} Fe_{\theta'} &= \left\{ J_2 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \sin(\theta') \right) - J_0 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \sin(\theta') \right) \right\} (\cos(\phi') + j \sin(\phi')) \\ Fe_{\phi'} &= \left\{ J_2 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \sin(\theta') \right) + J_0 \left(\frac{2\pi R_p}{\lambda} \sin(\theta') \right) \right\} \cos(\theta') (\sin(\phi') - j \cos(\phi')) \end{aligned} \right\} \quad 0 \leq \theta' \leq \frac{\pi}{2} \quad (5.3.5)$$

$$\left. \begin{aligned} Fe_{\theta'} &= 0 \\ Fe_{\phi'} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{resto}$$

Siendo R_p el radio físico del parche; θ' y ϕ' son las coordenadas esféricas locales (respecto al propio parche circular) del punto campo. Estas variables se explican gráficamente a través de la Fig. 5.3.12.

Partiendo de estas expresiones tomaremos como componentes copolar y contrapolar las correspondientes a la polarización circular a derechas y a izquierdas [2-4]:

$$\begin{aligned} Fe_{\text{copolar}} &= \frac{Fe_{\theta'} - j Fe_{\phi'}}{\sqrt{2}} \\ Fe_{\text{contrapolar}} &= \frac{Fe_{\theta'} + j Fe_{\phi'}}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (5.3.6)$$

Como ejemplo, supongamos que tenemos un parche circular dispuesto sobre un sustrato de permitividad relativa igual a $\epsilon_r = 4$ y altura $h = 0.6$ mm, trabajando a una frecuencia de 1.4 GHz. Con estos datos se puede calcular el radio del parche, R_p , para la frecuencia de resonancia dada ($f_r = 1.4$ GHz).

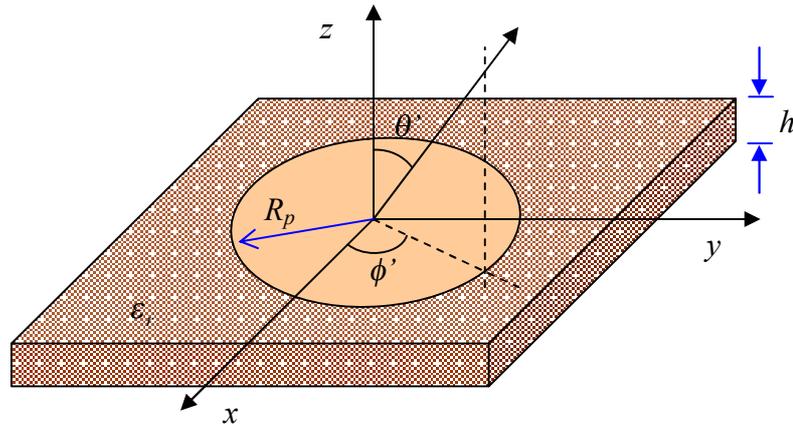


Figura 5.3.12 Ilustración del parche circular.

Este parche circular con polarización circular presenta un diagrama de radiación dado por las siguientes figuras: Figs. 5.3.13-15.

Este radio se debe despejar de las siguientes expresiones:

$$a_e = R_p \sqrt{1 + \frac{2h}{\pi R_p \epsilon_r} \left(\ln \left(\frac{\pi R_p}{2h} \right) + 1.7726 \right)} \quad (5.3.7)$$

$$a_e = \frac{c k_{nm}}{2\pi f_r \sqrt{\epsilon_r}} \quad (5.3.8)$$

Donde la constante k_{nm} es la raíz m -ésima de la derivada de la función de Bessel de orden n , $J'_n(k_{nm}) = 0$, [5-6]. El valor de dicha constante correspondiente al modo dominante TE_{11} , es $k_{nm} = k_{11} = 1.8416$; c es la velocidad de la luz en el vacío, $3 \cdot 10^8$ m/s; a_e es el radio efectivo.

Esto se puede resolver numéricamente con el “simulated annealing”, por ejemplo. Para este caso, se ha encontrado un valor de radio físico $R_p = 0.145 \lambda$ y un radio efectivo $a_e = 0.147 \lambda$.

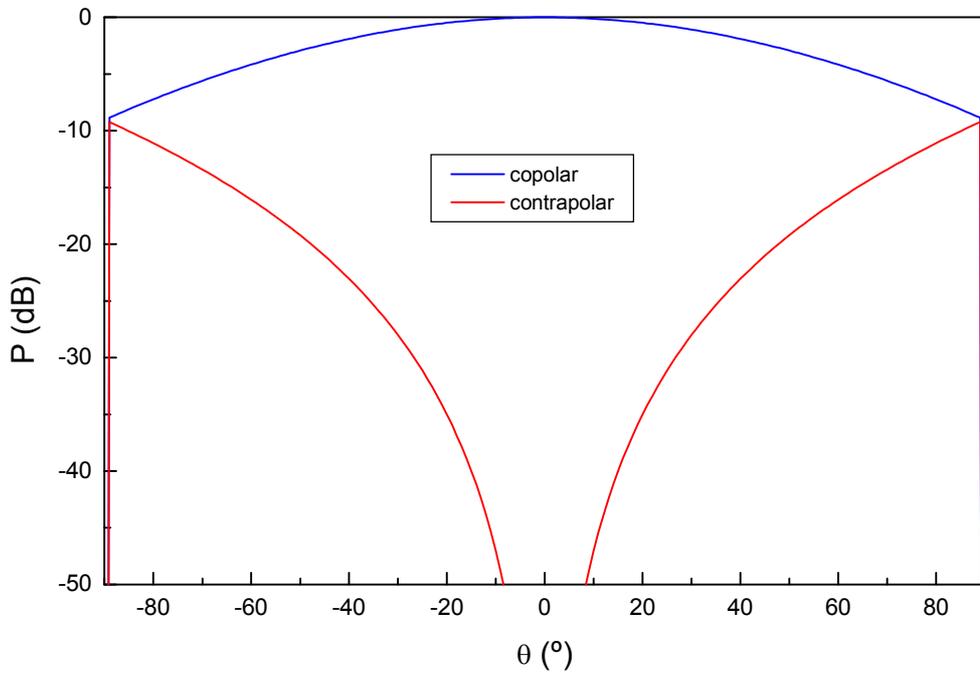


Figura 5.3.13 Corte en $\phi = 0^\circ$ tanto de la componente copolar (azul) como la contrapolar (rojo).

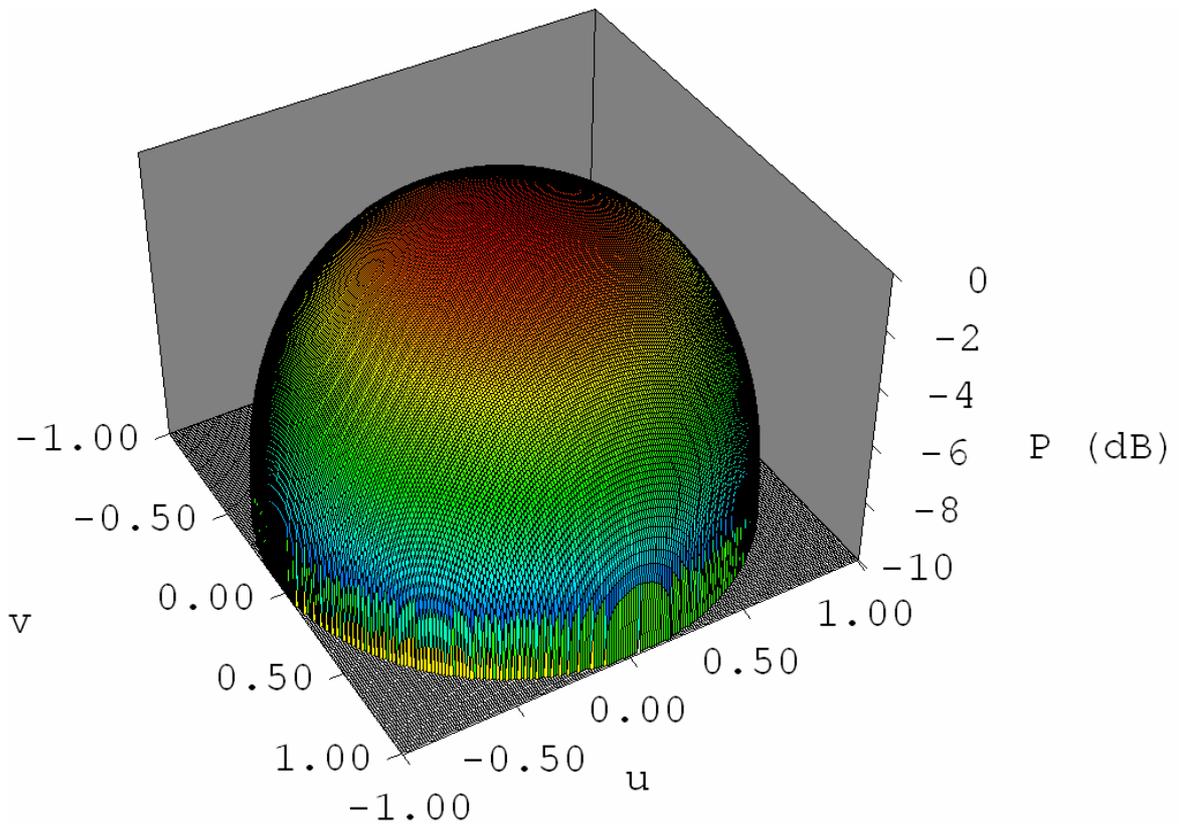


Figura 5.3.14 Diagrama 3D de la componente copolar del campo radiado por el parche circular.

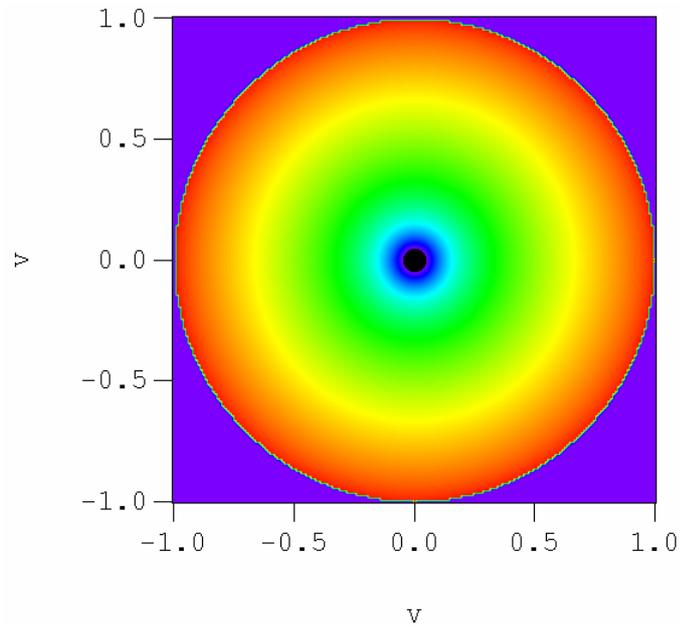


Figura 5.3.15 Diagrama 3D de la componente contrapolar del campo radiado por el parche circular.

5-3.7. Referencias

- [1] K. F. Lee, K. M. Luk, and P. Y. Tam, “Cross polarization characteristics of circular patch antennas”, *Electron. Lett.*, Vol. 28, N° 6, pp. 587–589, 1992.
- [2] J. A. Ferreira Lence, *Diseño de arrays de antenas conformadas utilizando la técnica de simulated annealing*, Tesis Doctoral, Univ. Santiago de Compostela, 2000.
- [3] L. Vaskelainen, “Iterative least-squares synthesis methods for conformal array antenna with optimized polarization a frequency properties”, *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, Vol. 45, N° 7, pp. 1179-1185, 1997.
- [4] R. Garg, P. Barthia, I. Bahl, A. Ittipiboon, *Microstrip antenna design handbook*, Artech House, Boston 2001.
- [5] Anders G. Derneryd, “Analysis of the Microstrip Disk Antenna Element”, *IEEE Trans. Antennas and Propagat.*, Vol. 27, N° 5, pp. 660-664, 1979.
- [6] R. S. Elliott, *An introduction to guided waves and microwave circuits*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall International, pag. 92, 1993.

5-4. Cálculos en modulación temporal

5-4.1. Pérdidas asociadas a los pulsos con forma rectangular

Consideremos el siguiente producto que se ha utilizado en la ec. 3.5.38:

$$\begin{aligned}
 G_{mq} G_{nq} &= \xi_{Rn} \frac{\text{sen}(q\pi\xi_{Rn})}{q\pi\xi_{Rn}} \xi_{Rm} \frac{\text{sen}(q\pi\xi_{Rm})}{q\pi\xi_{Rm}} = \frac{\text{sen}(q\pi\xi_{Rm})\text{sen}(q\pi\xi_{Rn})}{(q\pi)^2} = \\
 &= \frac{\cos[q\pi(\xi_{Rm} - \xi_{Rn})] - \cos[q\pi(\xi_{Rm} + \xi_{Rn})]}{2(q\pi)^2}
 \end{aligned} \tag{5.4.1}$$

De [13] se puede considerar la siguiente identidad:

$$\sum_{u=1}^{\infty} \frac{\cos(ux)}{u^2} = \frac{\pi^2}{6} - \frac{\pi x}{2} + \frac{x^2}{4}, \quad \text{con } 0 \leq x \leq 2\pi \tag{5.4.2}$$

El rango de x podemos ampliarlo de esta forma:

$$\sum_{u=1}^{\infty} \frac{\cos(u|x|)}{u^2} = \frac{\pi^2}{6} - \frac{\pi|x|}{2} + \frac{x^2}{4}, \quad \text{con } 0 \leq |x| \leq 2\pi \tag{5.4.3}$$

Ya que $\cos(ux) = \cos(u|x|)$. Así ya podemos desarrollar cada uno de los cosenos de 5.4.1.

$$\begin{aligned}
 \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{mq} G_{nq} &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} \frac{\cos[q\pi|\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|] - \cos[q\pi(\xi_{Rm} + \xi_{Rn})]}{2q^2} = \\
 &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} \frac{\cos[q\pi|\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|]}{2q^2} - \frac{1}{\pi^2} \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} \frac{\cos[q\pi(\xi_{Rm} + \xi_{Rn})]}{2q^2} = \\
 &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{q=-\infty}^{-1} \frac{\cos[q\pi|\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|]}{2q^2} + \frac{1}{\pi^2} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\cos[q\pi|\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|]}{2q^2} - \\
 &- \frac{1}{\pi^2} \sum_{q=-\infty}^{-1} \frac{\cos[q\pi(\xi_{Rm} + \xi_{Rn})]}{2q^2} - \frac{1}{\pi^2} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\cos[q\pi(\xi_{Rm} + \xi_{Rn})]}{2q^2} = \\
 &= \frac{1}{\pi^2} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\cos[q\pi|\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|]}{q^2} - \frac{1}{\pi^2} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\cos[q\pi(\xi_{Rm} + \xi_{Rn})]}{q^2}
 \end{aligned} \tag{5.4.4}$$

Aplicando la ec. 5.4.3 a la ecuación anterior obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{mq} G_{nq} &= \left[\frac{\pi^2}{6} - \frac{|\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|}{2} + \frac{|\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|^2}{4} - \frac{\pi^2}{6} + \frac{(\xi_{Rm} + \xi_{Rn})}{2} - \frac{(\xi_{Rm} + \xi_{Rn})^2}{4} \right] = \\
 &= \frac{(\xi_{Rm} + \xi_{Rn}) - |\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|}{2} + \frac{(\xi_{Rm} - \xi_{Rn})^2 - (\xi_{Rm} + \xi_{Rn})^2}{4} = \\
 &= \frac{(\xi_{Rm} + \xi_{Rn}) - |\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|}{2} - \xi_{Rm} \xi_{Rn}
 \end{aligned} \tag{5.4.5}$$

Podemos distinguir tres posibilidades:

1ª) $\xi_{Rm} > \xi_{Rn}$:

$$\begin{aligned}
 \frac{(\xi_{Rm} + \xi_{Rn}) - |\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|}{2} - \xi_{Rm} \xi_{Rn} &= \frac{(\xi_{Rm} + \xi_{Rn}) - (\xi_{Rm} - \xi_{Rn})}{2} - \xi_{Rm} \xi_{Rn} = \\
 &= \xi_{Rn} (1 - \xi_{Rm})
 \end{aligned} \tag{5.4.6}$$

2ª) $\xi_{Rm} = \xi_{Rn}$: (indica que para el los tiempos de modulación son iguales en el m -ésimo y el n -ésimo elementos)

$$\frac{(\xi_{Rm} + \xi_{Rn}) - |\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|}{2} - \xi_{Rm} \xi_{Rn} = \xi_{Rn} - \xi_{Rn}^2 = \xi_{Rn} (1 - \xi_{Rn}) = \xi_{Rm} (1 - \xi_{Rm}) \tag{5.4.7}$$

3ª) $\xi_{Rm} < \xi_{Rn}$:

$$\begin{aligned}
 \frac{(\xi_{Rm} + \xi_{Rn}) - |\xi_{Rm} - \xi_{Rn}|}{2} - \xi_{Rm} \xi_{Rn} &= \frac{(\xi_{Rm} + \xi_{Rn}) - (\xi_{Rn} - \xi_{Rm})}{2} - \xi_{Rm} \xi_{Rn} = \\
 &= \xi_{Rm} (1 - \xi_{Rn})
 \end{aligned} \tag{5.4.8}$$

Estos resultados pueden resumirse con la siguiente notación:

$$\sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{mq} G_{nq} = \xi_{R\{m,n\}_{\text{MinVal}}} - \xi_{Rm} \xi_{Rn} \tag{5.4.9}$$

Donde

$$\xi_{R\{m,n\}_{\text{MinVal}}} = \begin{cases} \xi_{Rn} & \text{si } \xi_{Rn} \leq \xi_{Rm} \\ \xi_{Rm} & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{5.4.10}$$

Teniendo en cuenta estas consideraciones en la ec. 3.5.38 llegamos a:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_R &= A_R + B_R \\
 A_R &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_{en}|^2 \xi_{Rn} (1 - \xi_{Rn}) \right\} \\
 B_R &= 2 \sum_{\substack{m=N-1 \\ n=0, m=1 \\ m>n}} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] C_R \right\} \\
 C_R &= \xi_{R\{m,n\}_{\text{MinVal}}} - \xi_{Rm} \xi_{Rn}
 \end{aligned} \tag{5.4.11}$$

Que es la expresión de ec. 3.5.40.

5-4.2. Pérdidas asociadas a los pulsos con forma trapezoidal

Queremos hacer los cálculos oportunos para la obtención de la ec. 3.5.42, correspondiente a la expresión de las pérdidas de potencia cuando se aplican pulsos trapezoidales a una agrupación lineal.

$$\begin{aligned}
 G_{Tmq} G_{Tnq} &= \frac{1}{4\pi^4 q^4 \Delta \xi_T^2} \left\{ \cos(\pi q \xi_{Tm}) - \cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tm})] \right\} \left\{ \cos(\pi q \xi_{Tn}) - \cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tn})] \right\} = \\
 &= \frac{1}{4\pi^4 q^4 \Delta \xi_T^2} \left\{ \begin{aligned} &\cos(\pi q \xi_{Tm}) \cos(\pi q \xi_{Tn}) - \cos(\pi q \xi_{Tm}) \cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tn})] - \\ &-\cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tm})] \cos(\pi q \xi_{Tn}) + \cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tm})] \cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tn})] \end{aligned} \right\} \tag{5.4.12}
 \end{aligned}$$

Consideremos las siguientes identidades:

$$\begin{aligned}
 \cos(\pi q \xi_{Tm}) \cos(\pi q \xi_{Tn}) &= \frac{1}{2} \cos[\pi q (\xi_{Tm} - \xi_{Tn})] + \frac{1}{2} \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn})], \\
 \cos(\pi q \xi_{Tm}) \cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tn})] &= \frac{1}{2} \cos[\pi q (\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T)] + \frac{1}{2} \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)], \\
 \cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tm})] \cos(\pi q \xi_{Tn}) &= \frac{1}{2} \cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tm} - \xi_{Tn})] + \frac{1}{2} \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)], \\
 \cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tm})] \cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tn})] &= \frac{1}{2} \cos[\pi q (\xi_{Tm} - \xi_{Tn})] + \frac{1}{2} \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 4\Delta \xi_T)].
 \end{aligned} \tag{5.4.13}$$

Esto lleva a la siguiente expresión:

$$\sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{Tmq} G_{Tnq} = \frac{1}{8\pi^4 \Delta \xi_T^2} \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} \frac{1}{q^4} \left\{ \begin{aligned} &\cos[\pi q (\xi_{Tm} - \xi_{Tn})] + \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn})] - \\ &-\cos[\pi q (\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T)] - \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)] - \\ &-\cos[\pi q (2\Delta \xi_T + \xi_{Tm} - \xi_{Tn})] - \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)] + \\ &+\cos[\pi q (\xi_{Tm} - \xi_{Tn})] + \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 4\Delta \xi_T)] \end{aligned} \right\} \tag{5.4.14}$$

Vamos a utilizar la misma identidad que aparece en [13] y que se ha empleado en el capítulo 3-5 y en el apartado 5.4 del apéndice.

$$\sum_{u=1}^{\infty} \frac{\cos(ux)}{u^4} = \frac{\pi^4}{90} - \frac{\pi^2 x^2}{12} + \frac{\pi x^3}{12} - \frac{x^4}{48}, \quad \text{with } 0 \leq x \leq 2\pi \tag{5.4.15}$$

Si extendemos el rango de x a valores negativos también, igual que en la ec. 5.4.14:

$$\sum_{u=1}^{\infty} \frac{\cos(ux)}{u^4} = \frac{\pi^4}{90} - \frac{\pi^2 x^2}{12} + \frac{\pi |x|^3}{12} - \frac{x^4}{48}, \quad \text{con } 0 \leq |x| \leq 2\pi \quad (5.4.16)$$

Utilizando los anteriores desarrollos en la ec. 5.4.14:

$$\sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0}}^{\infty} G_{Tmq} G_{Tnq} = \frac{1}{4\pi^4 \Delta \xi_T^2} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^4} \left\{ \begin{array}{l} \cos[\pi q |\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|] + \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn})] - \\ - \cos[\pi q |\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T|] - \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)] - \\ - \cos[\pi q |2\Delta \xi_T + \xi_{Tm} - \xi_{Tn}|] - \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)] + \\ + \cos[\pi q |\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|] + \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 4\Delta \xi_T)] \end{array} \right\} \quad (5.4.17)$$

Estudiando cada término del sumatorio:

$$\sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^4} \cos[\pi q |\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|] = \frac{\pi^4}{90} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^2}{12} + \frac{\pi^4 |\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{12} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^4}{48} \quad (5.4.18)$$

$$\sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^4} \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn})] = \frac{\pi^4}{90} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn})^2}{12} + \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn})^3}{12} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn})^4}{48} \quad (5.4.19)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^4} \cos[\pi q |\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T|] = \\ & = \frac{\pi^4}{90} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T)^2}{12} + \frac{\pi^4 |\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T|^3}{12} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T)^4}{48} \end{aligned} \quad (5.4.20)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^4} \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)] = \\ & = \frac{\pi^4}{90} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)^2}{12} + \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)^3}{12} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)^4}{48} \end{aligned} \quad (5.4.21)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^4} \cos[\pi q |2\Delta \xi_T + \xi_{Tm} - \xi_{Tn}|] = \\ & = \frac{\pi^4}{90} - \frac{\pi^4 (2\Delta \xi_T + \xi_{Tm} - \xi_{Tn})^2}{12} + \frac{\pi^4 |2\Delta \xi_T + \xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{12} - \frac{\pi^4 (2\Delta \xi_T + \xi_{Tm} - \xi_{Tn})^4}{48} \end{aligned} \quad (5.4.22)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^4} \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)] = \\ & = \frac{\pi^4}{90} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)^2}{12} + \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)^3}{12} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)^4}{48} \end{aligned} \quad (5.4.23)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^4} \cos[\pi q (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 4\Delta\xi_T)] = \\ & = \frac{\pi^4}{90} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 4\Delta\xi_T)^2}{12} + \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 4\Delta\xi_T)^3}{12} - \frac{\pi^4 (\xi_{Tm} + \xi_{Tn} + 4\Delta\xi_T)^4}{48} \end{aligned} \quad (5.4.24)$$

Insertando estos desarrollos en la ec. 5.4.17:

$$\begin{aligned} \sum_{q=1}^{\infty} G_{Tmq} G_{Tnq} &= \frac{1}{2\Delta\xi_T^2} \left(2\Delta\xi_T^3 - 2\Delta\xi_T^4 + \Delta\xi_T^2 \xi_{Tm} - 2\Delta\xi_T^3 \xi_{Tm} + \Delta\xi_T^2 \xi_{Tn} - 2\Delta\xi_T^3 \xi_{Tn} - 2\Delta\xi_T^2 \xi_{Tm} \xi_{Tn} + \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{12} |\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3 - \frac{1}{24} |\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta\xi_T|^3 - \frac{1}{24} |\xi_{Tn} - \xi_{Tm} + 2\Delta\xi_T|^3 \right) = \\ &= \left(\Delta\xi_T - \Delta\xi_T^2 + \frac{\xi_{Tm}}{2} - \Delta\xi_T \xi_{Tm} + \frac{\xi_{Tn}}{2} - \Delta\xi_T \xi_{Tn} - \xi_{Tm} \xi_{Tn} + \right. \\ & \quad \left. + \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{24\Delta\xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta\xi_T|^3}{48\Delta\xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tn} - \xi_{Tm} - 2\Delta\xi_T|^3}{48\Delta\xi_T^2} \right) \\ &= \left(\Delta\xi_T (1 - \Delta\xi_T) + \frac{\xi_{Tm} + \xi_{Tn}}{2} - \Delta\xi_T (\xi_{Tm} + \xi_{Tn}) - \xi_{Tm} \xi_{Tn} + \right. \\ & \quad \left. + \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{24\Delta\xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta\xi_T|^3}{48\Delta\xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tn} - \xi_{Tm} - 2\Delta\xi_T|^3}{48\Delta\xi_T^2} \right) \end{aligned} \quad (5.4.25)$$

Analicemos cada una de las posibilidades que nos brindan los valores absolutos:

En el caso particular de que $m=n$:

$$\sum_{q=1}^{\infty} G_{Tnq} G_{Tnq} = \Delta\xi_T (1 - \Delta\xi_T) + \xi_{Tn} (1 - \xi_{Tn}) - 2\Delta\xi_T \xi_{Tn} - \frac{1}{3} \Delta\xi_T \quad (5.4.26)$$

Insertamos estas expresiones en la ec. 3.5.38 y obtenemos la ec. 3.5.42:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_T &= A_T + B_T \\ A_T &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \left[\Delta\xi_T (1 - \Delta\xi_T) + \xi_{Tn} (1 - \xi_{Tn}) - 2\Delta\xi_T \xi_{Tn} - \frac{\Delta\xi_T}{3} \right] \right\} \\ B_T &= 2 \sum_{\substack{n=0, m=1 \\ m>n}}^{m=N-1} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] C_T \right\} \\ C_T &= \sum_{q=1}^{\infty} G_{Tmq} G_{Tnq} = \left(\Delta\xi_T (1 - \Delta\xi_T) + \frac{\xi_{Tm} + \xi_{Tn}}{2} - \Delta\xi_T (\xi_{Tm} + \xi_{Tn}) - \xi_{Tm} \xi_{Tn} + \right. \\ & \quad \left. + \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{24\Delta\xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta\xi_T|^3}{48\Delta\xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tn} - \xi_{Tm} - 2\Delta\xi_T|^3}{48\Delta\xi_T^2} \right) \end{aligned} \quad (5.4.27)$$

Ahora que ya conocemos las pérdidas asociadas tanto al pulso rectangular como al trapezoidal, queremos compararlas y conocer cual de ellos presenta mayores pérdidas.

En primer lugar vamos a comparar la variable A_T , asociada al pulso trapezoidal, con la variable A_R , asociada con el pulso rectangular.

$$\begin{aligned}
 A_R &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \xi_{Rn} (1 - \xi_{Rn}) \right\} \\
 A_T &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \left[\Delta \xi_T (1 - \Delta \xi_T) + \xi_{Tn} (1 - \xi_{Tn}) - 2\Delta \xi_T \xi_{Tn} - \frac{\Delta \xi_T}{3} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{5.4.28}$$

Si usamos $\xi_{Rn} = \xi_{Tn} + \Delta \xi_T$:

$$\begin{aligned}
 A_R &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \left[\Delta \xi_T (1 - \Delta \xi_T) + \xi_{Tn} (1 - \xi_{Tn}) - 2\Delta \xi_T \xi_{Tn} \right] \right\} \\
 A_T &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \left[\Delta \xi_T (1 - \Delta \xi_T) + \xi_{Tn} (1 - \xi_{Tn}) - 2\Delta \xi_T \xi_{Tn} - \frac{\Delta \xi_T}{3} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{5.4.29}$$

Comparando ambas expresiones vemos que se diferencian únicamente en el término $-\frac{\Delta \xi_T}{3}$ que es negativo, con lo que concluimos que $A_R > A_T$.

Por otro lado, podemos comparar las variables B_R y B_T , o las variables C_R y C_T , asociadas tanto al pulso rectangular como trapezoidal, respectivamente:

$$\begin{aligned}
 C_R &= \xi_{R\{m,n\}_{\text{MinVal}}} - \xi_{Rm} \xi_{Rn} \\
 C_T &= \left(\begin{aligned}
 &\Delta \xi_T (1 - \Delta \xi_T) + \frac{\xi_{Tm} + \xi_{Tn}}{2} - \Delta \xi_T (\xi_{Tm} + \xi_{Tn}) - \xi_{Tm} \xi_{Tn} + \\
 &+ \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{24\Delta \xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T|^3}{48\Delta \xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T|^3}{48\Delta \xi_T^2}
 \end{aligned} \right)
 \end{aligned} \tag{5.4.30}$$

Debido a la existencia de los valores absolutos, tenemos que identificar varias regiones.

Primeramente se considera $\xi_{Tm} - \xi_{Tn} > 2\Delta \xi_T$:

$$\begin{aligned}
 \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{24\Delta \xi_T^2} &= \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3}{24\Delta \xi_T^2} \\
 \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T|^3}{48\Delta \xi_T^2} &= + \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)^3}{48\Delta \xi_T^2} \\
 \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T|^3}{48\Delta \xi_T^2} &= + \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T)^3}{48\Delta \xi_T^2}
 \end{aligned} \tag{5.4.31}$$

Con lo que el término C_T de la ecuación anterior cambia a:

$$\begin{aligned}
 C_T &= \sum_{q=1}^{\infty} G_{Tmq} G_{Tnq} = \Delta \xi_T (1 - \Delta \xi_T) + \frac{\xi_{Tm} + \xi_{Tn}}{2} - \Delta \xi_T (\xi_{Tm} + \xi_{Tn}) - \xi_{Tm} \xi_{Tn} + \\
 &+ \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3}{24\Delta \xi_T^2} - \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)^3}{48\Delta \xi_T^2} - \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T)^3}{48\Delta \xi_T^2} = \\
 &= \Delta \xi_T (1 - \Delta \xi_T) + \frac{\xi_{Tm} + \xi_{Tn}}{2} - \Delta \xi_T (\xi_{Tm} + \xi_{Tn}) - \xi_{Tm} \xi_{Tn} - \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3}{2}
 \end{aligned} \tag{5.4.32}$$

Considerando esta expresión y utilizando la relación $\xi_{Tn} = \xi_{Rn} - \Delta\xi_T$, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 C_T &= \sum_{q=1}^{\infty} G_{Tmq} G_{Tnq} = \\
 &= \Delta\xi_T (1 - \Delta\xi_T) + \frac{(\xi_{Rm} - \Delta\xi_T) + (\xi_{Rn} - \Delta\xi_T)}{2} - \Delta\xi_T (\xi_{Rm} + \xi_{Rn} - 2\Delta\xi_T) \\
 &\quad - (\xi_{Rm} - \Delta\xi_T)(\xi_{Rn} - \Delta\xi_T) - \frac{[(\xi_{Rm} - \Delta\xi_T) - (\xi_{Rn} - \Delta\xi_T)]^2}{2} = \xi_{Rn} - \xi_{Rm} \xi_{Rn}
 \end{aligned} \tag{5.4.33}$$

Entonces:

$$C_R = C_T \rightarrow B_R = B_T \tag{5.4.34}$$

Por otro lado, si asumimos que $\xi_{Tm} - \xi_{Tn} < -2\Delta\xi_T$, entonces esto es equivalente a intercambiar $m \leftrightarrow n$ en la previa suposición. Por lo tanto el resultado anterior sigue siendo válido para esta desigualdad.

Estos resultados coinciden con el caso rectangular, $C_R=C_T$, entonces aún no podemos confirmar nuestra hipótesis de que las pérdidas debidas al pulso trapezoidal son menores que aquellas asociadas al pulso rectangular.

Asumamos ahora la región $0 < \xi_{Tm} - \xi_{Tn} < 2\Delta\xi_T$. Entonces:

$$\begin{aligned}
 \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{24\Delta\xi_T^2} &= \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3}{24\Delta\xi_T^2} \\
 \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta\xi_T|^3}{48\Delta\xi_T^2} &= + \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta\xi_T)^3}{48\Delta\xi_T^2} \\
 \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta\xi_T|^3}{48\Delta\xi_T^2} &= - \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta\xi_T)^3}{48\Delta\xi_T^2}
 \end{aligned} \tag{5.4.35}$$

Después de especificar otra vez la relación dada por $\xi_{Tn} = \xi_{Rn} - \Delta\xi_T$, tenemos

$$\begin{aligned}
 C_T &= \sum_{q=1}^{\infty} G_{Tmq} G_{Tnq} = \Delta\xi_T - \Delta\xi_T^2 + \frac{\xi_{Tm} + \xi_{Tn}}{2} - \Delta\xi_T (\xi_{Tm} + \xi_{Tn}) - \xi_{Tm} \xi_{Tn} + \\
 &\quad + \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3}{24\Delta\xi_T^2} - \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta\xi_T)^3}{48\Delta\xi_T^2} + \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta\xi_T)^3}{48\Delta\xi_T^2} = \dots = \\
 &= \frac{-8\Delta\xi_T^3 - 6\Delta\xi_T (\xi_{Rm} - \xi_{Rn})^2 + (\xi_{Rm} - \xi_{Rn})^3 + 12\Delta\xi_T^2 (\xi_{Rm} + \xi_{Rn} - 2\xi_{Rm} \xi_{Rn})}{24\Delta\xi_T^2}
 \end{aligned} \tag{5.4.36}$$

Consideremos la siguiente variable:

$$\frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta\xi_T)^3}{48\Delta\xi_T^2} = -\Delta h \quad ; \quad \Delta h > 0 \tag{5.4.37}$$

Cuyos límites son:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } (\xi_{Tm} - \xi_{Tn}) = 0 \quad \text{entonces } \Delta h \Big|_{\max} = \frac{\Delta \xi_T}{6} \\ \text{Si } (\xi_{Tm} - \xi_{Tn}) = 2\Delta \xi_T \quad \text{entonces } \Delta h \Big|_{\min} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow 0 < \Delta h < \frac{\Delta \xi_T}{6} \quad (5.4.38)$$

Usando el límite superior de $\Delta h = \frac{\Delta \xi_T}{6}$, o $(\xi_{Rm} - \xi_{Rn}) \equiv (\xi_{Tm} - \xi_{Tn}) = 0$, y la relación $\xi_{Tn} = \xi_{Rn} - \Delta \xi_T$, en la ecuación 5.4.36 tenemos:

$$C_T = \xi_{Rn} (1 - \xi_{Rn}) - \frac{\Delta \xi_T}{3} \quad (5.4.39)$$

Este término se diferencia de la variable C_R en que C_T presenta, a mayores, un término negativo: $-\frac{\Delta \xi_T}{3}$. Como conclusión:

$$C_R > C_T \rightarrow B_R > B_T \quad (5.4.40)$$

Si usamos el otro límite, $\Delta h = 0$, o $(\xi_{Tm} - \xi_{Tn}) = 2\Delta \xi_T$, y la relación $\xi_{Tn} = \xi_{Rn} - \Delta \xi_T$, en la ecuación 5.4.36 tenemos:

$$C_T = \xi_{Rn} (1 - \xi_{Rn}) - 2\Delta \xi_T \xi_{Rn} \quad (5.4.41)$$

Otra vez la expresión es muy similar a la obtenida para el pulso rectangular pero a diferencia del término $-2\Delta \xi_T \xi_{Rn}$ que es negativo. Entonces:

$$C_R > C_T \rightarrow B_R > B_T \quad (5.4.42)$$

Como conclusión decir que en la región $0 < \xi_{Tm} - \xi_{Tn} < 2\Delta \xi_T$, se puede afirmar que las pérdidas asociadas al pulso rectangular son mayores que en el caso del pulso trapezoidal.

Por último, si se considera el caso $-2\Delta \xi_T < \xi_{Tm} - \xi_{Tn} < 0$:

$$\begin{aligned} \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{24\Delta \xi_T^2} &= -\frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3}{24\Delta \xi_T^2} \\ \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T|^3}{48\Delta \xi_T^2} &= +\frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta \xi_T)^3}{48\Delta \xi_T^2} \\ \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T|^3}{48\Delta \xi_T^2} &= -\frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta \xi_T)^3}{48\Delta \xi_T^2} \end{aligned} \quad (5.4.43)$$

Después de aplicar la restricción dada por la ec. 3.5.20, $\xi_{Tn} = \xi_{Rn} - \Delta \xi_T$, tenemos:

$$\begin{aligned}
 C_T &= \sum_{q=1}^{\infty} G_{Tmq} G_{Tnq} = \Delta \xi_T - \Delta \xi_T^2 + \frac{\xi_{Tm} + \xi_{Tn}}{2} - \Delta \xi_T (\xi_{Tm} + \xi_{Tn}) - \xi_{Tm} \xi_{Tn} - \\
 &\quad - \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3}{24 \Delta \xi_T^2} - \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2 \Delta \xi_T)^3}{48 \Delta \xi_T^2} + \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2 \Delta \xi_T)^3}{48 \Delta \xi_T^2} = \dots = \\
 &= \frac{-8 \Delta \xi_T^3 - 6 \Delta \xi_T (\xi_{Rm} - \xi_{Rn})^2 - (\xi_{Rm} - \xi_{Rn})^3 + 12 \Delta \xi_T^2 (\xi_{Rm} + \xi_{Rn} - 2 \xi_{Rm} \xi_{Rn})}{24 \Delta \xi_T^2}
 \end{aligned} \tag{5.4.44}$$

Consideremos la siguiente variable:

$$\frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2 \Delta \xi_T)^3}{48 \Delta \xi_T^2} = +\Delta h \quad ; \quad \Delta h > 0 \tag{5.4.45}$$

Cuyos límites son:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } (\xi_{Tm} - \xi_{Tn}) = 0 \quad \text{entonces } \Delta h|_{\max} = \frac{\Delta \xi_T}{6} \\ \text{Si } (\xi_{Tm} - \xi_{Tn}) = -2 \Delta \xi_T \quad \text{entonces } \Delta h|_{\min} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow 0 < \Delta h < \frac{\Delta \xi_T}{6} \tag{5.4.46}$$

Usando el límite superior de $\Delta h = \frac{\Delta \xi_T}{6}$, o $(\xi_{Rm} - \xi_{Rn}) \equiv (\xi_{Tm} - \xi_{Tn}) = 0$, y la relación $\xi_{Tn} = \xi_{Rn} - \Delta \xi_T$, en la ecuación 5.4.44 tenemos:

$$C_T = \xi_{Rn} (1 - \xi_{Rn}) - \frac{\Delta \xi_T}{3} \tag{5.4.47}$$

El resultado coincide con el obtenido en la ec. 5.4.44, con lo que la diferencia con la variable C_R es el término $-\frac{\Delta \xi_T}{3}$, que es negativo. Como conclusión:

$$C_R > C_T \quad \rightarrow \quad B_R > B_T \tag{5.4.48}$$

Si usamos el otro límite, $\Delta h = 0$, o $(\xi_{Tm} - \xi_{Tn}) = 2 \Delta \xi_T$, y la relación $\xi_{Tn} = \xi_{Rn} - \Delta \xi_T$, en la ecuación 5.4.32 tenemos:

$$C_T = \xi_{Rn} (1 - \xi_{Rn}) - \Delta \xi \left(1 + \frac{1}{\Delta \xi_T} - 2 \xi_{Rn} \right) \tag{5.4.49}$$

La diferencia con la variable C_R es el término $-\Delta \xi \left(1 + \frac{1}{\Delta \xi_T} - 2 \xi_{Rn} \right)$ que es NEGATIVO. Entonces:

$$C_R > C_T \quad \rightarrow \quad B_R > B_T \tag{5.4.50}$$

Como conclusión para la región $-2 \Delta \xi_T < \xi_{Tm} - \xi_{Tn} < 0$, podemos afirmar que las pérdidas asociadas con el pulso rectangular son mayores que las correspondientes al pulso trapecial.

Se ha probado que el pulso trapezoidal tiene menores pérdidas que el rectangular cuando $0 < |\xi_{Tm} - \xi_{Tn}| < 2\Delta\xi_T$. En el resto del espacio, las pérdidas son las mismas en los dos casos. Para llegar a esta conclusión se han comparado las variables A_R , A_T , C_R y C_T en todo el espacio, con lo que se puede afirmar que $\mathcal{P}_R > \mathcal{P}_T$. Las regiones consideradas se pueden observar gráficamente en la Fig. 5.4.1.

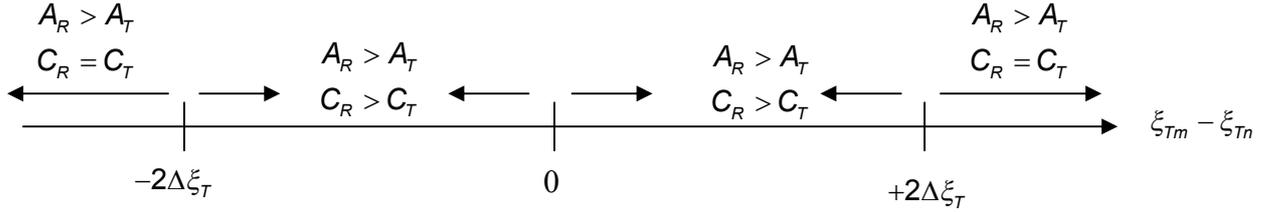


Figura 5.4.1. Resumen gráfico de las pérdidas asociadas a los pulsos rectangular y trapezoidal.

5-4.3. Demostración de que las pérdidas asociadas al pulso rectangular tienden al del rectangular.

Queremos comprobar matemáticamente que si hacemos tender $\Delta\xi_T$ a 0, entonces las pérdidas debidas al pulso trapezoidal tenderán a igualarse a las del pulso rectangular.

$$\begin{aligned}
 \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} \mathcal{P}_T &= \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} \{A_T + B_T\} = \left(\lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} A_T \right) + \left(\lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} B_T \right) \\
 \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} A_T &= \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} \left(\sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \left[\Delta\xi_T (1 - \Delta\xi_T) + \xi_{Tn} (1 - \xi_{Tn}) - 2\Delta\xi_T \xi_{Tn} - \frac{\Delta\xi_T}{3} \right] \right\} \right) \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \xi_{Tn} (1 - \xi_{Tn}) \right\} \\
 \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} B_T &= \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} \left(2 \sum_{\substack{m=0, m=1 \\ m>n}}^{m=N-1} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] C_T \right\} \right) = \quad (5.4.51) \\
 &= 2 \sum_{\substack{m=0, m=1 \\ m>n}}^{m=N-1} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] \left(\lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} C_T \right) \right\} \\
 \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} C_T &= \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta\xi_T (1 - \Delta\xi_T) + \frac{\xi_{Tm} + \xi_{Tn}}{2} - \Delta\xi_T (\xi_{Tm} + \xi_{Tn}) - \xi_{Tm} \xi_{Tn} +}{+ \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn}|^3}{24\Delta\xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} + 2\Delta\xi_T|^3}{48\Delta\xi_T^2} - \frac{|\xi_{Tm} - \xi_{Tn} - 2\Delta\xi_T|^3}{48\Delta\xi_T^2}} \right)
 \end{aligned}$$

Asumamos por ejemplo que $\xi_{Tm} \geq \xi_{Tn}$:

$$\begin{aligned}
 & (\xi_{Tm} - \xi_{Tn} \pm 2\Delta\xi_T)^3 = \\
 & = (\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3 + 6(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^2 (\pm\Delta\xi_T) + 12(\xi_{Tm} - \xi_{Tn}) \Delta\xi_T^2 \pm \Delta\xi_T^3
 \end{aligned} \quad (5.4.52)$$

Entonces el $\lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} C_T$ será:

$$\begin{aligned}
 & \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} C_T = \\
 & = \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} \left\{ \begin{aligned} & \frac{\xi_{Tm} + \xi_{Tn} - \xi_{Tm}\xi_{Tn} + \frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3}{24\Delta\xi_T^2}}{2} - \\ & \left[\frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3 + 6(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^2 \Delta\xi_T + 12(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})\Delta\xi_T^2 + \Delta\xi_T^3}{48\Delta\xi_T^2} \right] \\ & - \left[\frac{(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^3 - 6(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})^2 \Delta\xi_T + 12(\xi_{Tm} - \xi_{Tn})\Delta\xi_T^2 - \Delta\xi_T^3}{48\Delta\xi_T^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.4.53) \\
 & = \xi_{Tn} - \xi_{Tm}\xi_{Tn}
 \end{aligned}$$

Por lo tanto:

$$\lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} \mathcal{P}_T = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \xi_{Tn} (1 - \xi_{Tn}) \right\} + \\ + 2 \sum_{\substack{n=0, m=1 \\ m > n}}^{m=N-1} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] (\xi_{Tn} - \xi_{Tm}\xi_{Tn}) \right\} \end{cases} \quad (5.4.54)$$

Si ahora consideramos $\xi_{Tm} < \xi_{Tn}$ en 5.4.51, entonces obtenemos el mismo resultado que 5.4.54.

Finalmente, cuando $\Delta\xi_T \rightarrow 0$, entonces se verifica que $\xi_{Tm} \rightarrow \xi_{Rmn}$ y $\xi_{Tn} \rightarrow \xi_{Rn}$, demostramos que:

$$\begin{aligned}
 \lim_{\Delta\xi_T \rightarrow 0} \mathcal{P}_T & = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \xi_{Tn} (1 - \xi_{Tn}) \right\} + \\ + 2 \sum_{\substack{n=0, m=1 \\ m > n}}^{m=N-1} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] (\xi_{T\{m,n\}_{\text{MinVal}}} - \xi_{Tm}\xi_{Tn}) \right\} \end{cases} \\
 & = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ |I_n|^2 \xi_{Rn} (1 - \xi_{Rn}) \right\} + \\ + 2 \sum_{\substack{n=0, m=1 \\ m > n}}^{m=N-1} \left\{ \operatorname{Re}(I_{em} I_{en}^*) \operatorname{sinc}[k(z_m - z_n)] (\xi_{T\{m,n\}_{\text{MinVal}}} - \xi_{Rm}\xi_{Rn}) \right\} \end{cases} \quad (5.4.55) \\
 & = \mathcal{P}_R
 \end{aligned}$$

Que representa el resultado requerido.

CAPÍTULO 6

PUBLICACIONES DEL AUTOR

6. Publicaciones del autor

6-1. Publicaciones en revistas internacionales

- [1] **J. Fondevila Gómez**, J. A. Rodríguez González, A. Trastoy, F. Ares Pena, "Optimization of array boundaries for arbitrary footprint patterns", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 52, N° 2, pp. 635-637, 2004.
- [2] T. Isernia, F. Ares, O. M. Bucci, M. D'Urso, **J. Fondevila Gómez**, J. A. Rodríguez, "A hybrid approach for the optimal synthesis of pencil beams trough array antennas", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 52, N° 11, pp. 2912-2918, 2004.
- [3] **J. Fondevila-Gómez**, J. C. Brégains, F. Ares, E. Moreno, "Optimizing Uniformly excited linear arrays through time modulation", *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, Vol. 3, pp. 298-301, 2004.
- [4] **J. Fondevila-Gómez**, J. C. Brégains, F. Ares, E. Moreno, "Application of time modulation in the synthesis of sum and difference pattern using linear arrays", *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol. 48, N° 5, 2006.
- [5] **J. Fondevila-Gómez**, J. A. Rodríguez-Gonzalez, J. C. Brégains, E. Moreno, F. Ares, "Very fast method to synthesize conformal arrays", *Electronics Letters*, Vol. 43, N° 16, 2007.
- [6] F. Ares, **J. Fondevila-Gómez**, G. Franceschetti, E. Moreno, J. A. Rodríguez-González, "Synthesis of very large planar arrays for prescribed footprint illumination", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*.
Aceptado para su publicación.
- [7] J. A. Rodríguez-González, **J. Fondevila-Gómez**, F. Ares, "Rapid method for obtaining footprint patterns for very large antenna arrays".
En proceso de revisión.
- [8] J. C. Brégains, **J. Fondevila-Gómez**, G. Franceschetti, F. Ares, "Signal radiation and power losses of time-modulated arrays", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*
Aceptado para su publicación.

6-2. Publicaciones en congresos nacionales e internacionales

- [1] **J. Fondevila-Gómez**, J. A. Rodríguez-González, A. Trastoy, F. Ares-Pena, “Synthesis of arbitrary footprint patterns from bidimensional arrays with optimal boundary”, *JINA-2002*, Niza, Francia, Vol. I, pp. 83-86, Nov. 2002.
www.jina2002.com
- [2] **J. Fondevila-Gómez**, J. A. Ferreira, F. Ares, “Pattern synthesis for conformal antenna arrays”, *Proceedings of the 4th COST 284*, Berlin, Germany, Sep. 2003.
www.cost284.com
- [3] T. Isernia, F. Ares, O. M. Bucci, M. D’Urso, **J. Fondevila-Gómez**, J. A. Rodríguez, “A hybrid approach for the optimal synthesis of pencil beams through array antennas”, *Artículo invitado a la session especial en “Evolutionary Optimization Techniques in Applied Electromagnetics: New Frontiers”, 2004 IEEE AP-S INTERNATIONAL SYMPOSIUM AND USNC/URSI NATIONAL RADIO SCIENCE MEETING*, Monterey, California, USA, Jun. 2004.
<http://aps2004.llnl.gov/>
- [4] **J. Fondevila**, J. Brégains, F. Ares, E. Moreno, “Optimizing uniformly excited linear arrays through time modulation”, *XIX Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio*, URSI 2004, Barcelona, España, Sep. 2004.
www.ursi2004.org
- [5] **J. Fondevila**, J.A. Rodríguez, F. Ares, E. Moreno, “A simple way of obtaining optimized patterns using the Woodward – Lawson method”, *COST 284 Mini-workshop* in Chexbres, Switzerland, 2-4 March 2005.
www.cost284.com
- [6] **J. Fondevila**, J. C. Brégains, G. Franceschetti, F. Ares, and E. Moreno, “Pattern synthesis by using time – modulated linear arrays”, *COST 284 Mini-workshop* in Chexbres, Switzerland, 2-4 March 2005.
www.cost284.com
- [7] **J. Fondevila-Gómez**, J. Brégains, F. Ares, E. Moreno, “Time modulation applied to conformal arrays”, *4th European Workshop on Conformal Antennas*, EWCA05, Stockholm, Sweden, May 2005.
<http://www.tet.kth.se/ewca05/>
- [8] J. Brégains, **J. Fondevila-Gómez**, G. Franceschetti, F. Ares, “A first insight into the analysis of signal transmission and power losses in time-modulated linear arrays”, *IEEE AP-S International Symposium and USNC/URSI National Radio Science Meeting*, Washington, USA, Jul. 2005.
<http://apsursi2005.org>
- [9] **J. Fondevila-Gómez**, J. A. Rodríguez-González, F. Ares-Pena, “A simple way of obtaining optimized patterns using the Woodward – Lawson

- method”, *IEEE AP-S International Symposium and USNC/URSI National Radio Science Meeting, Albuquerque, USA, Jul. 2006.*
<http://www.eece.unm.edu/apsursi2006/>
- [10] **J. Fondevila-Gómez**, F. Ares-Pena, “Synthesizing footprints for very large antenna arrays: Orchard-Elliott-Stern and Woodward-Lawson working hand-in-hand”, *IEEE AP-S International Symposium and USNC/URSI National Radio Science Meeting, Albuquerque, USA, Jul. 2006.*
<http://www.eece.unm.edu/apsursi2006/>
- [11] **J. Fondevila-Gómez**, J. Brégains, G. Franceschetti, F. Ares-Pena, E. Moreno-Piquero, “Estudio de la transmisión de señales y de la pérdida de potencia en agrupaciones lineales moduladas en el tiempo”, *XXI Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio*, Oviedo, España, Sept. 2006.
Artículo nominado al premio RESA (Red Española de Antenas).
<http://www.ursi2006.org/>
- [12] **J. Fondevila-Gómez**, J.A. Rodríguez, E. Moreno-Piquero, Giovanni Toso, F. Ares-Pena, “Analytical methods for the synthesis of direct radiation arrays for a multibeam coverage”, *29th ESA Antenna Workshop on Multiple Beams and Reconfigurable Antennas Innovation and Challenges*, ESTEC, Netherlands, April 2007.
<http://www.congrex.nl/07c05/>
- [13] **J. Fondevila-Gómez**, J.A. Rodríguez, E. Moreno-Piquero, F. Ares-Pena, “A very fast method to synthesize conformal arrays”, *5th European Workshop on Conformal Antennas*, EWCA 2007, Bristol, United Kingdom, 10-11 Sept. 2007.
<http://www.bris.ac.uk/ccr/EWCA2007>
- [14] **J. Fondevila-Gómez**, J.A. Rodríguez, E. Moreno-Piquero, G. Franceschetti, F. Ares-Pena, “Síntesis de diagramas de radiación utilizando grandes agrupaciones planas de antenas”, *XXII Simposium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio*, URSI 2007, Univ. La Laguna, Tenerife, España, 19-21 Sept. 2007.
Artículo nominado al premio RESA (Red Española de Antenas).
http://ursi2007.ull.es/ursi2007/otras/index_presa.html
- [15] **J. Fondevila-Gómez**, J.A. Rodríguez, E. Moreno-Piquero, G. Toso, F. Ares-Pena, “Sum pattern synthesis by using planar arrays with square lattices and circular boundaries”, *II European Conference on Antennas and Propagation*, EUCAP 2007, EICC, Edinburgh, United Kingdom, 11-16 Nov. 2007.
<http://www.eucap2007.org/index.htm>
- [16] J.C. Brégains, **J. Fondevila-Gómez**, F. Ares-Pena, G. Franceschetti, “Power losses in time modulated linear arrays”, *II European Conference on Antennas and Propagation*, EUCAP 2007, EICC, Edinburgh, United Kingdom, 11-16 Nov. 2007.

<http://www.eucap2007.org/index.htm>

CAPÍTULO 7

ABREVIATURAS Y VARIABLES UTILIZADAS

7. Abreviaturas y variables utilizadas.

Capítulo 1:

SA:	“Simulated annealing”, algoritmo de optimización.
(θ, ϕ) :	Coordenadas esféricas del punto campo.
$Fe(\theta, \phi)$:	Factor elemento. Diagrama de radiación de un único elemento radiante.
$F(\theta, \phi)$:	Factor array o factor campo. Diagrama de radiación de toda la agrupación de elementos radiantes.
I_n :	Excitación del elemento radiante n -ésimo.
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$:	Número de onda.
λ :	Longitud de onda.
$g(p)$:	Distribución de abertura. Permite calcular por muestreo las excitaciones de una agrupación; siendo $p = \frac{\pi \rho}{a}$, donde a es el radio de la distribución de abertura y ρ es una distancia ($a \geq \rho$) desde el centro a un punto dado de la abertura.
TH:	Transformación homotética. Relaciona la dimensión del diagrama de radiación y el de la distribución de abertura para cada corte ϕ .
$\pi \gamma_{1m}$:	Raíz m -ésima de $J_1(x)$, función de Bessel de tipo 1 y de orden 1. $J_1(\pi \gamma_{1m}) = 0$.
$\bar{n} - 1$:	Nº de lóbulos controlados en el diagrama de radiación, incluidos los de la región de emisión.
M :	Nº de nulos rellenados en la región de emisión.
HBW_0 :	Semi-ancho de haz inicial, “initial half beamwidth, correspondiente a una distribución de abertura de radio a .
HBW :	Semi-ancho de haz correspondiente a una distribución de abertura de un radio dado.
N_x :	Nº de elementos radiantes a lo largo de la dirección x .
N_y :	Nº de elementos radiantes a lo largo de la dirección y .
d_x :	Espaciado entre elementos radiantes a lo largo de la dirección x .
d_y :	Espaciado entre elementos radiantes a lo largo de la dirección y .
x_m :	Coordenada x del elemento m -ésimo.
y_n :	Coordenada y del elemento n -ésimo.
b_{is} :	Radio s -ésimo (de uno de los sectores en los que se divide la distribución de abertura) en la iteración i -ésima.
ρ_{mn} :	Distancia desde el centro de coordenadas al elemento radiante mn -ésimo.
R :	Rizado del diagrama de radiación en la región de emisión.
SLL :	Nivel de lóbulos laterales.
RD :	Rango dinámico, $RD = \frac{ I_n _{\max}}{ I_n _{\min}}$.
$H(x)$:	Función de Heaviside.
$u_n + jv_n$:	Raíces complejas que se han utilizado en la distribución de Taylor.

Capítulo 2:

PPC:	Problema de programación convexo.
$Masc(x)$:	Función que describe la topografía del diagrama de radiación.
Ω_z^i :	Conjunto de posiciones de los elementos de una agrupación lineal en la iteración i -ésima.
$\Omega_{j'}^i$:	Conjunto de excitaciones de los elementos de una agrupación lineal en la iteración i -ésima.
	Función auxiliar empleada al trabajar con la programación convexa.
OES:	Método de Orchard, Elliott y Stern.
WL:	Método de Woodward y Lawson.
R_d :	Valor deseado de rizado.
SLL_d :	Valor deseado de SLL .
R_{OES} :	Rizado del diagrama de radiación obtenido con el método de OES.
SLL_{OES} :	SLL del diagrama de radiación obtenido con el método de OES.
PR :	Punto de referencia que indica la relación que existe entre la dimensión del ancho de haz del diagrama de radiación y la dimensión del radio a de la distribución de abertura circular que lo produce.
$F_m(\theta, \phi)$:	Diagrama de radiación máscara que posteriormente se va a muestrear. Se ha conseguido después de deformar el diagrama ϕ -simétrico generado por una distribución de abertura circular.
$F_{WL}(\theta, \phi)$:	Diagrama de radiación generado con el método de WL.
(θ_s, ϕ_s) :	Coordenadas esféricas del punto muestra.
R_{WL} :	Rizado del diagrama $F_{WL}(\theta, \phi)$.
SLL_{WL} :	SLL del diagrama $F_{WL}(\theta, \phi)$.
$L_x \times L_y$:	Dimensiones de una agrupación plana a lo largo de las direcciones x e y , respectivamente.
$Fe_{copolar}$:	Componente copolar de la expresión del factor elemento.
$Fe_{contrapolar}$:	Componente contrapolar de la expresión del factor elemento.
RC :	Radio de curvatura de una agrupación cilíndrica o con forma de arco.
B_0 :	Semi-ancho de haz inicial correspondiente a una distribución de abertura de radio a .
B :	Semi-ancho de haz correspondiente a una distribución de abertura de un radio dado.
Ω_p :	Conjunto de excitaciones de la agrupación plana.
Ω_c :	Conjunto de excitaciones de la agrupación conformada cilíndrica.
AA :	Abertura angular de la agrupación cilíndrica o con forma de arco.
KETC:	Generalización de Kim y Elliott de la distribución de Tseng-Cheng.
$Roll-off$:	Es el número de dB's que es necesario bajar para que dos haces contiguos (aunque no de la misma frecuencia) intersecten. Estos se generan a partir de una antena multihaz.
EOC :	Directividad mínima, "end of coverage".
C/I :	Nivel de interferencia entre haces contiguos de la misma frecuencia.
ES:	Método de Elliott.
ES-WL:	Método de Elliott-Stern y el de Woodward-Lawson.

Capítulo 3:

MT:	Modulación temporal.
ALMT:	Agrupación lineal modulada en el tiempo.
T :	Período de la señal portadora.
f :	Frecuencia de la señal portadora.
ω_0 :	Frecuencia angular de la señal modulada en el tiempo.
T_0 :	Período de la señal modulada en el tiempo.
f_0 :	Frecuencia de la señal modulada en el tiempo.
τ_n :	Tiempo en segundos que cada elemento radiante está siendo alimentado por la señal portadora.
$\xi_n = \frac{\tau_n}{T_0}$:	Relación entre τ_n y T_0 . Tiempo normalizado a T_0 que el elemento radiante está siendo alimentado por la señal portadora.
$g_n(t)$:	Función de modulación en el tiempo.
a_{nq} :	Coefficiente q -ésimo del desarrollo en series de Fourier de la función $g_n(t)$.
a_{Rnq} :	Coefficiente q -ésimo del desarrollo en series de Fourier de la función $g_n(t)$ cuando se utiliza un pulso rectangular.
q :	Índice del armónico q -ésimo. $q=0$ se corresponde con el modo fundamental.
$I_{in}(t)$:	$I_{in}(t) = I_n e^{j\omega t}$. Excitación de cada uno de los elementos radiantes sometidos a la MT y que contiene explícitamente el término temporal permitiendo que la agrupación pueda radiar.
I_n :	$I_n(t) = I_{en} g_n(t)$. Excitación de cada uno de los elementos radiantes sometidos a la MT.
I_{en} :	$I_{en} = I_{en} e^{jP_{en}}$. Excitación “estática” ya que no depende del tiempo.
P_{en} :	Fase de la excitación I_{en} .
I_{dn} :	$I_{dn} = I_{en} \xi_n$. Excitación “dinámica” ya que incorpora el término normalizado ξ_n .
$F(\theta, t)$:	Factor campo de una agrupación de elementos sometidos a MT.
$F_q(\theta, t)$:	Factor campo correspondiente al armónico q -ésimo de una agrupación de elementos sometidos a MT.
SR:	Radiación de banda lateral, “sideband radiation”. Es el máximo nivel de potencia de los armónicos.
$SLL_{d,f}$:	Nivel de lóbulos laterales deseado correspondiente a la frecuencia f .
$SLL_{d,2f}$:	Nivel de lóbulos laterales deseado correspondiente a la frecuencia $2f$.
$SLL_{o,f}$:	Nivel de lóbulos laterales obtenido correspondiente a la frecuencia f .
$SLL_{o,2f}$:	Nivel de lóbulos laterales obtenido correspondiente a la frecuencia $2f$.
ξ_{sn} :	Es la variable ξ_n correspondiente al diagrama suma.
ξ_{dn} :	Es la variable ξ_n correspondiente al diagrama diferencia.
Ω_s :	Conjunto de índices que se corresponden con los elementos que han sido modulados en el tiempo para generar un diagrama suma.

- Ω_d : Conjunto de índices que se corresponden con los elementos que han sido modulados en el tiempo para generar un diagrama diferencia.
- $RDED$: $RDED = \frac{\xi_n|_{\max}}{\xi_n|_{\min}}$. Es el rango dinámico de las excitaciones dinámicas cuando se consideran excitaciones estáticas uniformes, $I_{en} = 1$.
- G_{nq} : Coeficiente q -ésimo del desarrollo en series de Fourier de la función de modulación $g_n(t)$ cuando ésta es simétrica respecto al origen de tiempos.
- $s(\theta, t)$: Función de la señal que se desea transmitir.
- $s_q(\theta, t)$: Término de la función de la señal correspondiente al armónico q -ésimo.
- $g_{Rn}(t)$: Es la función $g_n(t)$ correspondiente al pulso rectangular que es simétrico respecto al origen de tiempos.
- $G_{Rnq}(t)$: Coeficiente q -ésimo del desarrollo en series de Fourier de la función $g_{Rn}(t)$.
- $F_{Rq}(\theta, t)$: Armónico q -ésimo del factor campo correspondiente al pulso rectangular.
- ξ_{Rn} : Es el término ξ_n correspondiente al pulso rectangular.
- τ_{Rn} : Es el término τ_n correspondiente al pulso rectangular.
- $g_{Tn}(t)$: Es la función $g_n(t)$ correspondiente al pulso trapezoidal que es simétrico respecto al origen de tiempos.
- $G_{Tnq}(t)$: Coeficiente q -ésimo del desarrollo en series de Fourier de la función $g_{Tn}(t)$.
- $F_{Tq}(\theta, t)$: Armónico q -ésimo del factor campo correspondiente al pulso trapezoidal.
- ξ_{Tn} : Es el término ξ_n correspondiente al pulso trapezoidal.
- τ_{Tn} : Es el término τ_n correspondiente al pulso trapezoidal.
- $\Delta\tau_T$: Tiempo de caída de la función $g_{Tn}(t)$ en los bordes del pulso.
- $\Delta\xi_T$: Es el tiempo de caída $\Delta\tau_T$ normalizado al periodo T_0 , $\Delta\xi_T = \frac{\Delta\tau_T}{T_0}$.
- $\mu_q(\theta)$: Es el término espacial q -ésimo de la función $F_q(\theta, t)$.
- $\tilde{P}(\theta)$: Densidad de potencia promedio en un periodo T_0 .
- ζ_d : Eficiencia dinámica.
- \mathcal{P} : Potencia total radiada.
- \mathcal{P}_{SR} : Pérdidas de potencia asociadas a los armónicos de \mathcal{P} .
- \mathcal{P}_R : Es el término \mathcal{P}_{SR} correspondiente al pulso rectangular.
- \mathcal{P}_T : Es el término \mathcal{P}_{SR} correspondiente al pulso trapezoidal.