

Cadernos Lab. Xeolóxico de Laxe  
Coruña. 2001. Vol. 26, pp. 191-210

ISSN: 0213-4497

# Dependencia espacial de datos topográficos a escala de ladera y pequeña cuenca agrícola

## Spatial dependence pattern of topographical data at hillslope and small catchments scale

CACHEIRO POSE, M.<sup>1</sup>; PAZ GONZÁLEZ, A.<sup>1</sup> & VALCÁRCEL ARMESTO, M.<sup>2</sup>

### ABSTRACT

**Landscapes are characterized by both, random and non-random variability components. Random variability of topographical data, summarized by the semivariance, may be used to elaborate DEMs. The main objective of this work was the study of the spatial dependence pattern of topographical data, using geostatistical techniques. The experimental data sets were directly measured by means of an Abney level in six relief units, hill slopes or elementary first-order small catchments ranging from about 0,62 to 5,72 ha. For all the six landscape units, the spatial variation of elevation could be expressed as the sum of a deterministic term given by a lineal function and a stochastic component given by spatially correlated height residuals. For the residual elevation data sets, the experimental semivariograms were best fitted by gaussian isotropic models with a small nugget effect. Scaled semivariograms, using the sample variance as scaling factor, allow the comparison of the variability pattern for different landscape units. Cross-validation was used to determine the number of data points for DEM elaboration by block kriging.**

**Key words: geostatistics, semivariogram, Gaussian model, scaling, topography.**

(1) Facultad de Ciencias. Universidad de A Coruña. A Zapateira s/n. 15071. A Coruña.

(2) E. P. S. de Lugo. Universidad de Santiago de Compostela. Campus Universitario, s/n. 27002. Lugo.

## INTRODUCCIÓN

El relieve de un paisaje determinado está caracterizado por tipos de variabilidad que pertenecen a dos categorías diferentes: aleatoria y no aleatoria. Dado que la componente no aleatoria presenta, con frecuencia, una magnitud importante, muchos de los procesos que ocurren a escala de ladera o cuenca se han podido predecir en base a modelos deterministas. Por otra parte, más recientemente, se ha comenzado a explotar la variabilidad aleatoria de los datos topográficos, caracterizada mediante la función de semivarianza, para la descripción tridimensional del relieve mediante Modelos de Elevación Digital (MED).

Los modelos digitales del terreno (MDT) suponen un nuevo método de identificar las características del paisaje y de manejar la información territorial. Además, integrados en un sistema de información geográfico (SIG), permiten el tratamiento de grandes cantidades de datos por medios informáticos. Esta metodología presenta interés en cualquier disciplina que se ocupe del manejo de bases de datos y la cartografía asistida por ordenador, como la geomorfología, la hidrología, la edafología, la climatología, etc., de modo que conforman actualmente una valiosa herramienta informática para el análisis de la variabilidad espacial en las Ciencias de la Tierra.

Los MDT constituyen una línea de investigación concreta dentro de la cartografía del terreno. El MDT básico y más conocido es el modelo de elevación digital (MED), que consiste en "*una representación digital de la variación continua del relieve a*

*una escala dada*" (BURROUGH, 1986). Desde el punto de vista conceptual resulta más precisa la definición de MED debida a KRAAK & ORMELING (1996) "*una representación numérica de aspectos altimétricos del terreno*". Para estos autores un MDT consiste en "*una representación tridimensional de la superficie del terreno y de objetos que presentan cero, una, dos o tres dimensiones espaciales y que están relacionados con dicha superficie*". Por tanto, un MDT difiere de un MED en que contiene no sólo datos de altura, sino también otros elementos del paisaje, que se encuentran superpuestos sobre la representación topográfica.

Para elaborar un MED es necesario disponer de datos puntuales de altitud, que se pueden medir directamente, mediante instrumentos como estaciones topográficas, GPS o con altímetros aerotransportados ó indirectamente, en general por digitalización de la cartografía disponible. Los métodos directos son más precisos, pero por razones de accesibilidad y rapidez se utilizan muchas veces como un sistema de apoyo, y los datos de altitud se obtienen con frecuencia a través de métodos indirectos. Un inconveniente que presentan los métodos indirectos es la dificultad de llevar a cabo una validación de los datos puntuales digitalizados.

Los MED se encuentran en pleno desarrollo y aún quedan problemas por solventar, principalmente la estructura idónea de los datos de entrada y la interpolación de las medidas experimentales, buscando un compromiso entre exactitud, resolución espacial y facilidad de operación. Para analizar y representar la elevación del terreno, ha sido especialmente diseñada una estructura denominada TIN

(*Triangulated Irregular Network*) que permite tratar e interpolar valores distribuidos irregularmente; se trata de una estructura de tipo vectorial, que codifica eficientemente la topografía.

Frente a esta concepción, las estructuras en que los valores se distribuyen regularmente, tipo ráster, aunque menos compacta, presenta ventajas como la eficiencia en el tratamiento de imágenes digitales y su mayor versatilidad para la integración en un sistema de información geográfica (SIG).

Por otra parte, existen numerosos métodos de elaboración de un MED, entre los que cabe citar algunos manuales y otros muy automatizados. En consecuencia, el nivel de precisión vertical también puede ser muy diferente, lo que depende tanto de la calidad de los datos de entrada como de las herramientas utilizadas en la elaboración del MED, en particular el procedimiento de interpolación.

El método de interpolación usado en este trabajo se conoce como krigado y está basado en el análisis de la dependencia espacial mediante herramientas geoestadísticas. Las técnicas geoestadísticas, que se desarrollaron para resolver problemas prácticos en minería (MATHERON, 1965; JOURNEL & HUIJBREGTS, 1978), se han exportado a otros muchos campos de las Ciencias de la Tierra y, en la actualidad, las áreas de trabajo más activas se encuentran en hidrología, ciencias del suelo y medio ambiente.

La principal característica de la geoestadística, frente a otros métodos de interpolación, es la utilización de la dependencia espacial entre valores de una variable medidos en puntos o áreas vecinos, para

efectuar estimas en otras posiciones dentro de la región estudiada. Se admite que las principales ventajas de esta herramienta frente a otros métodos de interpolación son: 1) las estimas obtenidas no tienen sesgo; 2) es un método exacto, es decir, el valor estimado coincide con el muestral en aquellos puntos en donde se dispone de datos experimentales; 3) permite determinar la precisión de las estimas y 4) los errores de estimación son minimizados. En síntesis las ventajas de este método de interpolación estriban en que permite obtener "las mejores estimas entre las lineales e insesgadas" (JOURNEL & HUIJBREGTS, 1978; SAMPER & CARRERA, 1990; PAPRITZ & WEBSTER, 1995.)

En trabajos previos (CACHEIRO POSE *et al.*, 1999; DAFONTE *et al.*, 1999) se presentaron modelos de elevación digital obtenidos a partir de datos topográficos para cuencas agrícolas de diferentes dimensiones, hasta un máximo de aproximadamente 25 ha. El método utilizado combina la interpolación espacial mediante herramientas geoestadísticas y el uso de un SIG, tipo ráster. Por ello, previamente también se revisó en profundidad la metodología para efectuar la interpolación geoestadística de datos topográficos, cuando el objetivo es elaborar un MED. (CACHEIRO *et al.*, 1998a, b, c; THONON & CACHEIRO, 2001).

La medida de los procesos erosivos en pequeñas cuencas y laderas agrícolas de Galicia desde el año 1997 y el uso de modelos para el análisis de los mismos (VALCÁRCEL ARMESTO, 1999, VALCÁRCEL ARMESTO *et al.*, 2000a, b) y el análisis de estos fenómenos en relación con los factores del medio físico, entre

ellos la topografía, ha proporcionado datos de relieve medidos con estación total para un número cada vez mayor de unidades paisajísticas de pequeñas dimensiones, localizadas en la unidad geológica conocida como Complejo de Órdenes. En este trabajo se aplica la metodología puesta a punto previamente para el elaborar MED a los datos topográficos de seis laderas o pequeñas cuencas de primer orden elementales. El objetivo del mismo es comparar el modelo de dependencia espacial inferido a partir de datos topográficos medidos directamente, y analizar las características del patrón de variabilidad espacial a la escala de estudio.

## MATERIAL Y MÉTODOS

De las seis unidades paisajísticas consideradas en este estudio, cinco están situadas en el Centro de Investigaciones Agrarias de San Tirso de Mabegondo (Abengondo, A Coruña) y la sexta en el término de Liñares (Culleredo, A Coruña).

Los datos topográficos se obtuvieron mediante una estación total (Sokkia SET5A). Los datos experimentales puntuales son del tipo  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , lo que permite el análisis de cada serie mediante técnicas geoestadísticas.

El procedimiento usado durante el análisis geoestadístico y el método de elaboración del MED, a partir de medidas directas de topografía, ha sido descrito en trabajos previos (CACHEIRO *et al.*, 1998a, CACHEIRO *et al.*, 1999b). Una revisión exhaustiva del estado actual de la metodología que se emplea en el actual trabajo también fue efectuada recientemente por THONON & CACHEIRO (2001). Los

lectores interesados pueden encontrar en manuales especializados tanto la teoría de la variable regionalizada (MATHERON, 1965; JOURNEL & HUIJBREGTS, 1978; VIEIRA *et al.*, 1983; SAMPER & CARRERA, 1990; PEBESMA & WESSELING, 1998; PEBESMA, 1999) como la descripción de las características de los SIG (BURROUGH, 1986, BURROUGH & Mc DONELL, 1998; Van DEURSEN & WESSELING, 1992; KARSSENBERG, 1996). Por ello a continuación se presentan los elementos básicos del procedimiento seguido, con especial referencia a los programas utilizados.

Previamente al análisis geoestadístico, se calcularon los momentos estadísticos elementales mediante el programa STAT, elaborado por VIEIRA *et al.* (1983).

Se puede convenir que el análisis geoestadístico consta de las siguientes fases:

- Verificación de la presencia o ausencia de una tendencia en los datos y, en su caso, retirada de la misma.
- Verificación de la heteroscedicidad de las series de datos y de la isotropía/ anisotropía de la misma.
- Cálculo del semivariograma de los datos originales y/o residuales.
- Ajuste de un modelo teórico al semivariograma experimental
- Validación de la bondad del ajuste del modelo teórico a los datos muestrales.
- Interpolación mediante krigeado y elaboración de mapas de valores medios y errores de krigeado.

De acuerdo con la teoría de la variable regionalizada, la dependencia espacial de cualquier atributo, en este caso al altitud puede ser expresada como la suma de tres componentes:

- Un término asociado con un valor medio constante o en su caso una tendencia y por lo tanto determinista.

- Un componente estocástico, que presenta dependencia espacial.

- Un término residual o ruido blanco, no correlacionado espacialmente.

En consecuencia, una variable regionalizada  $Z(x_i)$  puede describirse mediante la expresión:

$$Z(x_i) = m(x_i) + R(x_i) + \varepsilon' \quad (1)$$

En donde el término  $m(x_i)$  puede representar la media o, en el caso particular de que la serie de datos presente una tendencia,  $m(x_i)$ , es la función que describe dicha tendencia y cuyo valor depende exclusivamente de la posición de la muestra;  $R(x_i)$  es el término aleatorio que presenta dependencia espacial y  $\varepsilon'$  es un valor residual no autocorrelacionado de media 0 y varianza 1.

Por tanto, si existe una tendencia definida, la variable regionalizada es una función de dos variables, y tendrá que ser establecida la tendencia con el fin de restarla a la variable inicial, y así obtener el residuo  $R(x_i)$ . La retirada de tendencia en este trabajo se efectuó mediante el programa TREND, que permite efectuar un filtrado con distintas expresiones matemáticas, también elaboradas por VIEIRA *et al.* (1983).

La variación del valor de la función aleatoria,  $R(x_i)$ , según su posición en el espacio viene descrita por la semivarianza. El cálculo de este parámetro permite verificar la existencia de dependencia espacial, lo

que se lleva a cabo a través de la siguiente ecuación:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2 \quad (2)$$

Donde,  $N(h)$  es el número de pares de valores medidos  $[Z(x_i), Z(x_i + h)]^2$  separados por un vector  $h$ , y  $x_i$  es la posición espacial de la variable  $Z$ , en este caso la cota. En este trabajo el semivariograma se calculó mediante el programa XGAMA de VIEIRA *et al.* (1983). Los cálculos se efectuaron asumiendo que los valores residuales de altitud se comportaban como isótropos.

Una vez calculado el semivariograma muestral, se dispone de pares de valores de semivarianza  $\gamma^*(h)$  y de distancia ( $h$ ), que se representan gráficamente, tomando como ordenadas los valores de la semivarianza y como abscisas las distancias.

Con objeto de establecer similitudes entre la dependencia espacial de diferentes series de datos, los semivariogramas muestrales se transformaron mediante escalonamiento. Para ello el valor de semivarianza calculado de en cada intervalo se dividió entre la varianza muestral, de acuerdo con la expresión:

$$\gamma_{sc}(h) = \gamma^*(h) / \text{Var}(z) \quad (3)$$

En donde  $\gamma_{sc}$  es la semivarianza escalonada y  $\text{Var}(z)$  es la varianza muestral.

Los parámetros de cada semivariograma teórico son definidos a partir del ajuste de un modelo matemático a los valores

de  $*(h)$ . Estos parámetros básicos son tres:  $C_0$  = efecto pepita;  $a$  = rango de dependencia espacial y  $C_0+C_1$  = meseta.

En este estudio, todos los semivariogramas muestrales fueron ajustados a un modelo gaussiano, que viene definido por la expresión:

$$\gamma(h) = C_0 + C_1 \left[ 1 - e^{-\left(\frac{h}{a}\right)^2} \right] \quad (4)$$

La bondad del ajuste de los parámetros se verifica por prueba y error, a través de los mínimos cuadrados, junto con el análisis visual. Cuando fue necesario discernir entre dos o más modelos de semivariogramas con aparentes similitudes se utilizó, además, la técnica de validación cruzada, mediante el programa JACK (VIEIRA *et al.* 1997).

Una vez analizada la dependencia espacial de los datos de relieve, se utilizó la información obtenida, y sintetizada en el semivariograma de cada área estudiada, para elaborar el modelo de elevación digital (MED) de las mismas, mediante la técnica de krigeado en bloques. El MED se elaboró, por tanto, por krigeado, técnica de interpolación cuyas principales ventajas se destacaron anteriormente. Dado que el tipo de MED que se pretende obtener está constituido por celdas cuadradas (formato raster), se utilizó en krigeado en bloques.

Imponiendo las condiciones de sesgo nulo y mínima varianza, el sistema de ecuaciones del krigeado en bloques, permite determinar los coeficientes o pesos  $w_i$  que son necesarios para predecir el valor de la variable  $Z$  en un bloque  $x_b$ , a partir de

las medias en los puntos  $x_i$  (CACHEIRO POSE *et al.*, 1999) se puede simplificar del siguiente modo:

$$Z(x_b) = \sum_{j=1}^n \lambda_j Z(x_j) \quad (5)$$

$$\text{siendo } \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

Es necesario tener en cuenta que para obtener, finalmente, el mapa de los valores estimados, es necesario sumar (o restar) la deriva a los resultados obtenidos por krigeado.

En cuanto a los errores de predicción o errores de krigeado, es necesario recordar que dependen exclusivamente de las características del semivariograma y de la configuración de la red de muestreo. Para un bloque particular, intervienen: el tipo de semivariograma y los parámetros del mismo, el número de datos puntuales en la vecindad del bloque utilizados en la interpolación, la red de muestreo, el tamaño del bloque y la disposición de los datos puntuales con respecto al bloque.

En este trabajo, la principal característica de la configuración de la red de muestreo era su irregularidad, lo que viene impuesto por la rutina en la toma de datos topográficos. Por ello, al verificar el krigeado en bloques se prestó particular atención al análisis mediante validación cruzada del número de vecinos idóneo para efectuar la interpolación. Para ello en cada unidad estudiada se consideraron los resultados para diferentes números de vecinos, en particular: 4, 8, 12, 16, 20 y 24; posteriormente se estudia cuál de estos resulta

más idóneo en base a los siguientes criterios: media y varianza de los errores absolutos, media y varianza de los errores reducidos y pendiente de la recta de regresión y coeficiente de correlación entre valores medidos y estimados.

El krigeado en bloques se llevó a cabo mediante el programa GSTAT (PEBESMA & WESSELING, 1998) que presenta la ventaja de que es totalmente compatible con el sistema de información geográfico PCRaster (Van DEURSEN & WESSELING, 1992; KARSSENBERG, 1996) utilizado para representar los MEDs de las unidades estudiadas.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Como se aprecia en la tabla 1, la extensión de las laderas y pequeñas cuencas estudiadas oscila entre aproximadamente 0,62 y 5,72 ha y la pendiente media de las mismas entre 6,10% y 15,26 % . En la tabla 1 también se consigna el número de puntos/ha medidos en cada una de las áreas estudiadas, de donde se infiere que las series de datos topográficos constan de un número total de puntos que oscila entre 607 en la zona denominada Unidad

Leiteira y 2083 en Agra de Pardo. El número de datos es, en todos los casos muy superior a la cifra de 150, que algunos autores (PAPRITZ & WEBSTER, 1995) consideran necesario para llevar a cabo un análisis geoestadístico detallado, sin que el número de pares de puntos resulte limitante.

El uso del suelo en las áreas estudiadas es agrícola. A la escala analizada, las operaciones de laboreo pueden influir notablemente en la geometría de la red de drenaje (AUZET *et al.*, 1993; VALCÁRCEL ARMESTO, 1999). Por ello, dicha red está constituida por la superposición de elementos de origen topográfico, que se mantienen invariables a lo largo del tiempo y otros motivos lineales de origen agrario, más o menos coyunturales (muros, caminos, linderos, surcos, rodadas de tractor) que contribuyen a canalizar el excedente de agua cuando se genera escorrentía.

En las unidades topográficas denominadas Barrós, Agra de Pardo, Igrexa Vella y Liñares, el contorno es cóncavo (al menos en la zona próxima al cierre), de modo que la red de cauces efímeros de origen topográfico confluye en el punto más bajo. El

Parcelas	Superficie (ha)	Pendiente media	Puntos/ha
Barrós	5,37	09,10%	326.3
Tres	3,05	11,86%	557
Agra de Pardo	2,24	06,10%	930
Igrexa Vella	5,72	07,13%	114.6
Liñares	1,48	15,26%	382.9
Unidade Leiteira	0,62	13,09%	980

Tabla 1.- Información general sobre las parcelas y las series de datos utilizadas.

hecho de que estas unidades estén individualizadas del entorno y desemboquen a través de una vaguada, que funciona a modo de cauce efímero para la escorrentía producida aguas arriba, permite que puedan ser consideradas como pequeñas cuencas de primer orden. Por el contrario, Trus y Unidade Leiteira presentan un contorno convexo, lo que de acuerdo con el modelo descriptivo de RUHE (1960, 1975) tiende a originar un sistema de escorrentía divergente, por lo que en este trabajo se les denominará laderas. No obstante el término ladera es suficientemente ambiguo y podría ser aplicado también a las cuatro unidades con un cierre definido.

Se efectuó un análisis preliminar de todas las series de datos. Para ello se calcularon los principales momentos estadísticos como media, máximo, mínimo, desviación estándar, coeficiente de variación, asimetría y curtosis. La presencia de datos anómalos, debido a errores experimentales, se pone, a veces, de manifiesto, mediante el examen de los valores medios y extremos. Para evaluar si las series de datos se ajustaban a una distribución normal, se tomó como criterio aproximado que los coeficientes de asimetría y curtosis, se situasen en el entorno de 0 y 3, respectivamente. Una distribución normal de los datos experimentales permite optimizar la interpolación por kriging.

### **Análisis estructural de los datos topográficos**

Al utilizar los datos originales de topografía, se comprobó un aumento sostenido de la semivarianza en función de la distancia de los datos topográficos puntuales.

Esto pone en evidencia que, como cabía esperar, debido al relieve, en pendiente más o menos acusada, los semivariogramas de las altitudes no son estacionarios. El incremento monotónico de la semivarianza en función de la distancia puede estar motivado porque el relieve de la unidad paisajística considerada presente una tendencia global definida o bien puede ser el resultado de que éste se comporte como un fractal autosimilar (BURROUGH, 1983; SAMPER & CARRERA, 1990). La ausencia de estacionariedad significa que, en todas las series experimentales de datos de altura, el valor medio y la varianza depende, en parte, del tamaño del área estudiada. La teoría de la variable regionalizada, por el contrario, requiere como condición necesaria que los atributos cuya dependencia espacial se analiza presenten, como mínimo, estacionariedad de segundo orden.

Debido a la forma de los semivariogramas de los datos originales, se llevó a cabo una retirada de la tendencia de las cotas medidas experimentalmente. Para ello, se utilizaron en cada una de las parcelas estudiadas tres funciones diferentes: parabólica, cúbica y lineal. Se pudo comprobar a sentimiento, por análisis visual de los semivariogramas residuales, que la función lineal mostró los mejores resultados en todos los casos.

A continuación se comprobó que la dependencia espacial de los datos de altitud se pudo caracterizar mediante los semivariogramas residuales una vez retirada la tendencia lineal. Al calcular las semivarianzas experimentales, se tuvieron en cuenta los criterios habituales referidos al número mínimo de pares de puntos en

cada clase, distancia máxima de autocorrelación e intervalo de distancia para cada clase. Debido al tamaño de la muestra, el número de pares de puntos vecinos resulta muy elevado, en comparación con los estudios habituales, por lo que no condiciona el cálculo del semivariograma. La distancia máxima de comparación de pares e cotas (tabla 2) fue del mismo orden de magnitud que el de la distancia máxima entre datos medidos en cada parcela. Dado que las medidas no estaban espaciadas regularmente, y debido a la importante densidad de las mismas, se eligieron intervalos más bien pequeños (cada metro) de distancia para efectuar los cálculos de semivarianza experimental. Los cálculos se efectuaron previo escalonamiento de los datos residuales para facilitar la comparación entre diferentes series experimentales.

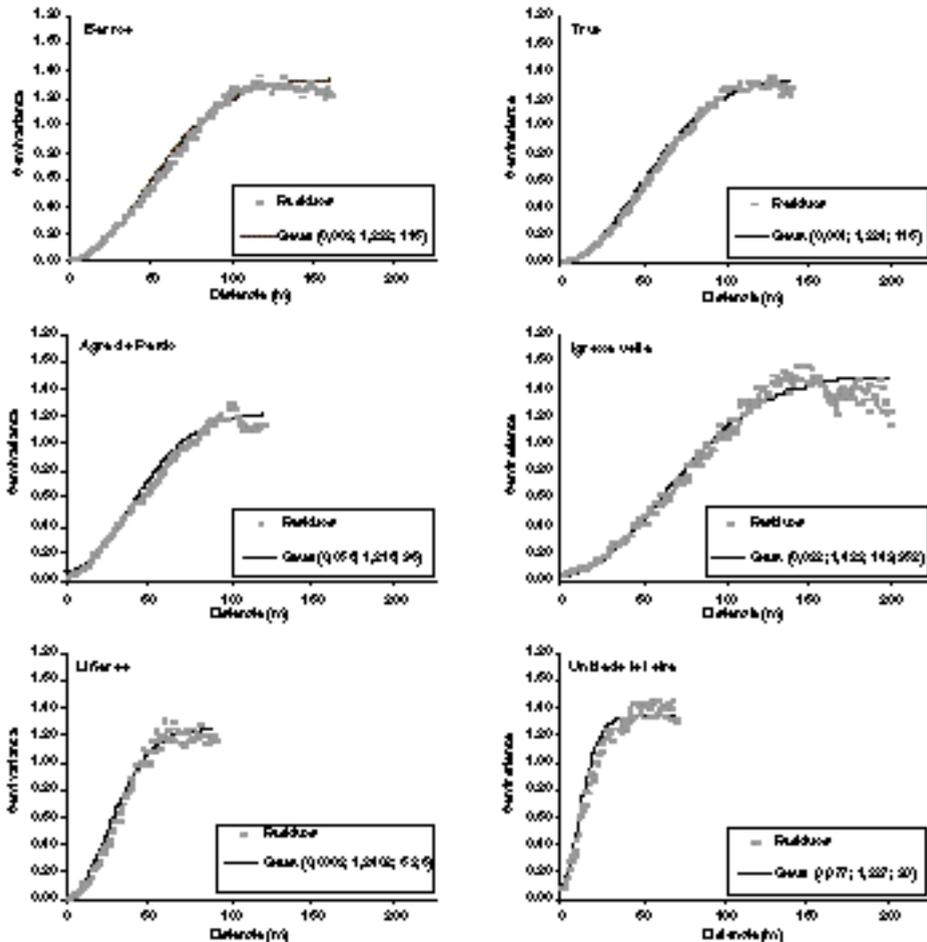
Procediendo de este modo, se encontró una fuerte autocorrelación entre pares de puntos topográficos vecinos de todas las parcelas. En la figura 1 se observa como en todos los semivariogramas experimentales el valor de la semivarianza a pequeñas distancias es próximo a cero, y luego crece, primero lentamente y posteriormente de modo exponencial hasta alcanzar una meseta más o menos estable. A grandes distancias, los valores de la semivarianza presentan en algunos de los casos estudiados cierta dispersión, de modo que para distancias mayores que el rango de dependencia espacial, no siempre se estabilizan. A pesar de ello, los resultados generales obtenidos tras filtrar una tendencia lineal, pueden ser considerado como muy satisfactorios, dada la complejidad y las diferentes formas de relieve estudiadas.

Se pudo comprobar que la dispersión

de la semivarianza a grandes distancias observada en algunos casos (Igrexa Vella, Unidade Leiteira) era debida, al menos en parte, al hecho de no haber tenido en cuenta una débil anisotropía; no obstante la magnitud de dicha anisotropía era poco importante como para ser considerada en la interpolación. En Agra de Pardo se observan tres parcelas separadas por caminos de tierra que se encuentran en una posición más elevada que la de los bordes (VALCÁRCEL ARMESTO, 1999); estas estructuras quedan bien reflejadas en el semivariograma, observándose un máximo relativo, si bien de pequeña magnitud de la función semivarianza exactamente a una distancia de 100 m y la posterior disminución de ésta. La dispersión observada en Liñares a distancias superiores al rango de dependencia espacial puede ser explicada en parte por la existencia de muros entre las diversas parcelas (VALCÁRCEL ARMESTO, 1999).

Finalmente, se llevó a cabo el ajuste de un modelo teórico al semivariograma experimental de los residuos, obteniéndose el mejor resultado con un modelo gaussiano. La bondad de este modelo frente a otros modelos utilizados con frecuencia como el esférico o el exponencial, se comprobó mediante validación cruzada.

Dado que los fenómenos representados por el modelo gaussiano son continuos en todos sus puntos, y derivables en su mayoría, se considera adecuado para representar fenómenos continuos o con pequeñas oscilaciones. Las variables descritas por este tipo de modelo presentan una mayor dependencia espacial que en otros tipos. Por ello, el modelo gaussiano es considerado el más adecuado para representar varia-



**Figura 1. Semivariogramas experimentales y modelos gaussianos ajustados.**

bles continuas como el relieve. Los resultados confirman desde el punto de vista cuantitativo que las series de datos topográficos presentan, a la escala estudiada, una buena autocorrelación espacial.

Los semivariogramas residuales y el modelo gaussiano ajustados a los mismos se pueden observar en la figura 1. En la tabla 2 se presenta un resumen con el valor

de los parámetros de los semivariogramas escalonados.

Se puede comprobar la pequeña magnitud del efecto pepita que, en porcentaje con respecto al valor de la meseta, oscila entre 0,024% en Liñares y al 7,7% en Unidade Leiteira, lo cual indica una alta dependencia espacial y gran continuidad en los datos para pequeñas distancias. El

Parcelas	Distancia máxima (m)	Meseta	Alcance (m)	Efecto pepita (%)
Barrós	160	1.323	116	0.3
Tres	190	1.334	115	0.4
Agra de Pardo	120	1.216	95	5.6
Igreja Velha	200	1.482	150	2.2
Liñares	90	1.240	68.5	0.024
Unidade Leiteira	70	1.327	30	7.7

**Tabla 2. Distancia máxima para el cálculo del semivariograma, meseta, alcance y efecto pepita de los semivariogramas gaussianos ajustados.**

efecto pepita se interpreta como el resultado de errores experimentales, o de variabilidad a distancias inferiores a la mínima distancia entre puntos vecinos. La precisión de la estación total utilizada el del orden de las unidades centimétricas. En el microrrelieve de las parcelas estudiadas se observaban, durante las fechas de medida, diversas irregularidades debidas al laboreo agrícola y, en algunos casos, estaban presentes regueros y cárcavas, consecuencia de fenómenos erosivos. Los surcos de mayores dimensiones eran decamétricos, mientras que algunas de las cárcavas efímeras presentes durante la toma de datos topográficos presentaban más de un metro de ancho (VALCÁRCEL ARMESTO, 1999).

En consecuencia, cabe atribuir a las irregularidades del microrrelieve a una escala inferior a la mínima utilizada para el cálculo del semivariograma muestral buena parte del efecto pepita, que por otra parte resulta en todos los casos estudiados muy poco importante a los efectos de interpolación. Algunas de las laderas estudiadas contenían además estructuras como linderos, muros o pequeños caminos de

uso agrícola; sin embargo, no se apreció ninguna relación entre este tipo de irregularidades debidas a la ordenación del territorio y el efecto pepita. A título de ejemplo, el semivariograma de Unidade Leiteira, formada por una parcela individual, presentó el efecto pepita más alto, con una cifra que supone el 7,7% del valor de la varianza muestral, mientras que en Liñares, formada por parcelas separadas entre sí por muros, el efecto pepita solo supuso el 0.024 % de la varianza muestral.

Considerando valores absolutos, el alcance de los semivariogramas fue el parámetro que osciló más ampliamente, entre 30 y 150 m. Dado que todas las laderas y pequeñas cuencas estudiadas presentan un modelo de dependencia espacial del mismo tipo, y dada la poca entidad del efecto pepita, parece ser este el parámetro que mejor permite establecer diferencias entre distintas unidades paisajísticas.

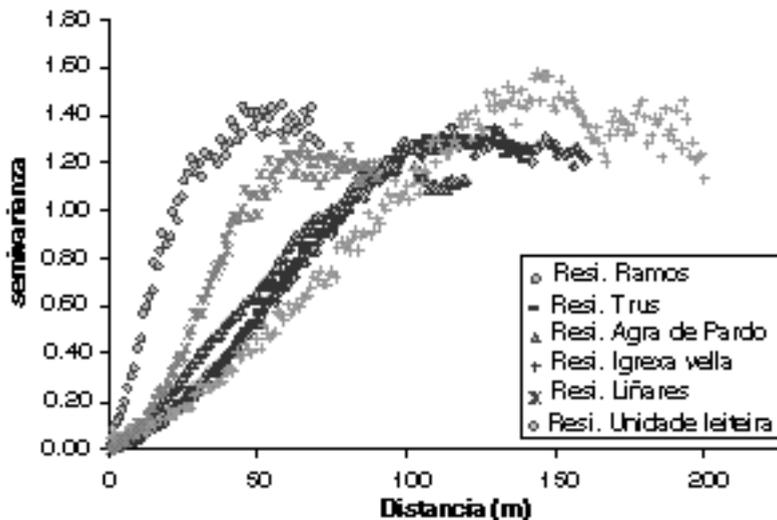
Comparando la pendiente media (tabla 1) con el alcance (tabla 2), se aprecia una cierta tendencia a la disminución del rango de dependencia espacial, conforme las zonas estudiadas son más escarpadas.

De hecho no existe una correspondencia total entre ambas variables, de modo que la pendiente media disminuye en el orden Liñares > Unidade Leiteira > Trus > Barrós > Igrexa Vella > Agra de Pardo, mientras que el alcance de los semivariogramas crece según el orden Unidade Leiteira < Liñares < Agra de Pardo < Trus = Barrós < Igrexa Vella.

Para facilitar la comparación de la autocorrelación espacial que presentan los datos de altura de las seis unidades paisajísticas, se elaboró la gráfica presentada en la figura 2, en la que se pueden apreciar los distintos semivariogramas escalonados superpuestos. En todo caso en esta figura se aprecia netamente como Unidade Leiteira y Liñares, las laderas con mayor pendiente media presentan un semivariograma con menor alcance. Este comportamiento parece significar que a medida que

aumenta la pendiente más rápido crece la semivarianza muestral.

A pesar del número limitado de datos, la correlación entre pendiente media y alcance, que se cifra en un valor  $r^2 = 0.44$ , resultó débilmente significativa ( $p < 0.1$ ). Por tanto, la variable pendiente media es capaz de explicar algo menos del 50% de la varianza total del semivariograma muestral. Sin embargo estos resultados ponen también de manifiesto que, además de la pendiente media, pueden existir otros factores, entre ellos el contorno, que pueden influir en buena medida la velocidad de crecimiento de la semivarianza en función de la distancia. Los datos disponibles parecen poner de manifiesto la influencia del contorno (cóncavo o convexo) sobre la velocidad de crecimiento de la semivarianza en función de la distancia, de modo que este factor explica en gran



**Figura 2.** Superposición de semivariogramas escalonados.

medida la dispersión de la regresión entre pendiente media de la parcela y alcance del semivariograma.

### **Validación cruzada e interpolación**

Par utilizar de un modo eficiente la información contenida en el semivariograma teórico, conviene optimizar las condiciones en que se lleva a cabo el krigeado en bloques de los valores residuales de altitud. El número de vecinos más idóneo para efectuar el krigeado en bloques se infirió por validación cruzada. Los resultados para el conjunto de las parcelas y para los seis criterios considerados se presentan en la tabla 3. Asimismo, y, para facilitar la discusión, en la figura 3 se lleva a cabo la representación gráfica de los resultados de Barrós.

No todos los criterios tenidos en cuenta presentan la misma importancia (SAMPER & CARRERA, 1990). La media de los errores absolutos debe de ser, obviamente, tan próxima a cero como sea posible y la varianza de los errores absolutos dependerá de la magnitud de la variable estudiada, por lo que estos dos parámetros aportan poca información acerca de los errores de krigeado. Por el contrario, la media de los errores relativos (calculada dividiendo los errores absolutos por el error estándar de krigeado) y, sobre todo, la desviación estándar de los errores relativos, que deben de estar próximas a 0 y 1, respectivamente se consideran como parámetros más robustos. Un coeficiente de correlación elevado entre los datos medidos y simulados es un indicio de un buen ajuste, si bien este criterio por sí sólo no es suficiente.

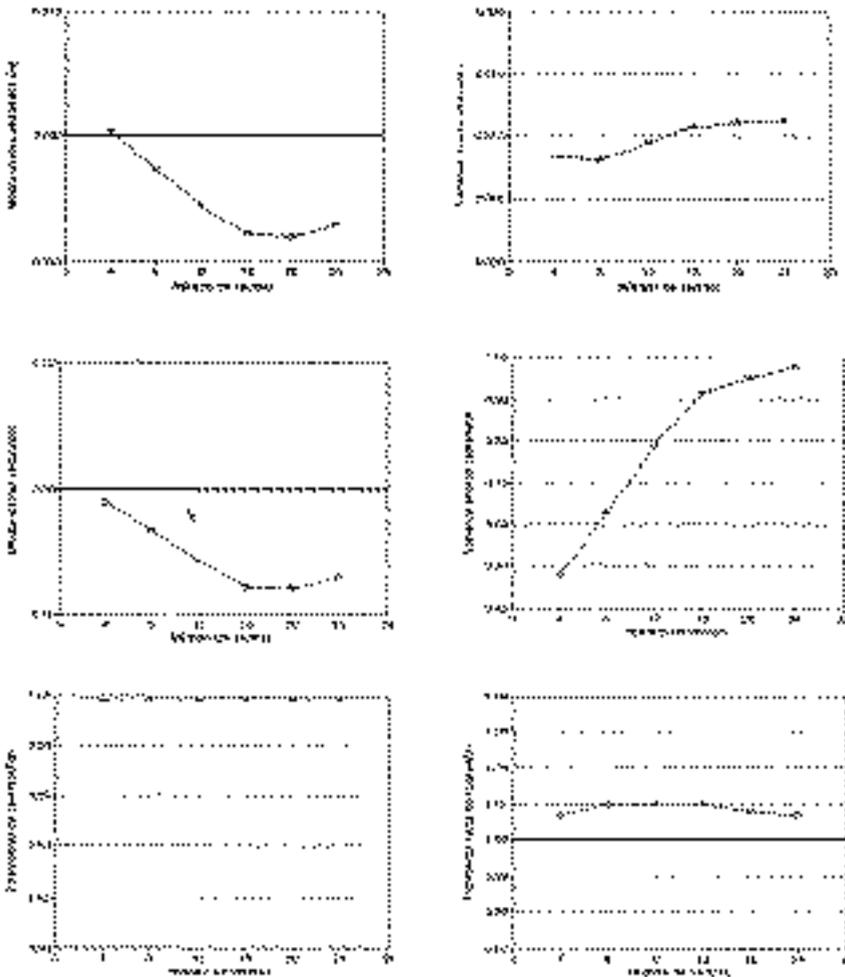
En la figura 3 se puede comprobar que, para Barrós, la media de los errores absolutos está más próxima a cero si se efectúa el krigeado en bloques con 4 puntos vecinos y si se usan 20 vecinos está un poco más lejos de este valor. Sin embargo, la varianza de los errores absolutos es mínima para 8 vecinos y máxima para 24. Por su parte, la media de los errores reducidos está más próxima a cero si se efectúa la validación cruzada con 4 vecinos y con 16 o 20 vecinos esta más alejada del valor óptimo. En este caso para decidir acerca del número óptimo de vecinos, es importante considerar la oscilación que sufre la varianza de los errores relativos, muy alejada de 1 cuando sólo se consideran 4 vecinos, pero que se va aproximando progresivamente a dicho valor, alcanzando 0.973 para 24 vecinos.

Por último los coeficientes de correlación son muy elevados y similares en todos los casos (0.998) y las pendientes de las rectas de regresión difieren como mucho en 0.01 unidades del mejor valor posible. Por tanto en el caso de Barrós, considerando la varianza de los errores reducidos como el criterio más robusto, el número de vecinos idóneo es de 24. Las oscilaciones de los cinco parámetros restantes obtenidos por validación cruzada es tan poco importante que prácticamente no se ven afectados por el número de vecinos.

De los datos consignados en la tabla 3, para el conjunto de las superficies estudiadas, se puede generalizar diciendo que al igual que en Barrós, si se exceptúa la varianza de los errores reducidos en realidad, los valores de los cinco criterios restantes oscilan muy poco en función del número de vecinos. En todos los casos las

	Nº de vecinos	Intervalo de parámetros					
		BARRIOS	TRUFS	AGRA DE PARDO	EGREJA VELLA	LARRRES	UNIDADE LETTERA
Media error absoluta	4	3,40E-04	3,67E-04	-1,22E-03	-1,26E-02	3,34E-03	-1,26E-02
	8	-2,76E-03	-3,15E-03	-7,92E-04	-1,83E-04	3,36E-03	-1,88E-04
	12	-5,55E-03	-2,66E-03	-1,30E-03	6,28E-03	8,39E-03	6,28E-03
	16	-7,90E-03	-1,85E-03	-7,84E-04	4,23E-03	1,06E-02	4,23E-03
	20	-8,16E-03	-8,24E-04	-3,19E-04	4,38E-03	1,17E-02	4,58E-03
	24	-7,26E-03	3,96E-04	2,18E-05	5,09E-03	1,03E-02	5,09E-03
Varianza error absoluta	4	8,24E-03	3,38E-02	2,84E-02	7,78E-02	2,77E-02	7,78E-02
	8	7,96E-03	2,68E-02	2,53E-02	5,81E-02	2,32E-02	5,81E-02
	12	9,43E-03	2,59E-02	2,53E-02	5,75E-02	2,31E-02	5,75E-02
	16	1,06E-02	2,62E-02	2,53E-02	5,97E-02	2,44E-02	5,97E-02
	20	1,10E-02	2,66E-02	2,52E-02	5,93E-02	2,45E-02	5,93E-02
	24	1,12E-02	2,64E-02	2,53E-02	5,89E-02	2,54E-02	5,89E-02
Media error relativa	4	-1,24E-02	-8,89E-03	-6,67E-03	-4,85E-02	6,58E-03	-4,85E-02
	8	-3,36E-02	-3,22E-02	-4,75E-03	1,14E-02	9,43E-03	1,14E-02
	12	-5,81E-02	-2,72E-02	-6,98E-03	3,81E-02	2,38E-02	3,91E-02
	16	-7,81E-02	-2,14E-02	-4,62E-03	2,81E-02	2,98E-02	2,91E-02
	20	-8,08E-02	-1,9E-02	-2,15E-03	3,08E-02	3,20E-02	3,03E-02
	24	-7,14E-02	-1,92E-03	-5,63E-04	3,29E-02	2,87E-02	3,29E-02
Varianza error relativa	4	0,477	1,978	0,547	1,630	0,166	1,630
	8	0,625	1,992	0,541	1,460	0,174	1,460
	12	0,789	2,062	0,562	1,497	0,184	1,497
	16	0,912	2,140	0,572	1,564	0,197	1,564
	20	0,946	2,207	0,577	1,581	0,201	1,581
	24	0,973	2,221	0,585	1,591	0,211	1,591
Coeficiente de correlación	4	0,998	0,993	0,980	0,972	0,996	0,972
	8	0,998	0,994	0,982	0,979	0,996	0,979
	12	0,998	0,994	0,982	0,980	0,996	0,980
	16	0,998	0,994	0,982	0,979	0,996	0,979
	20	0,998	0,994	0,982	0,979	0,996	0,979
	24	0,998	0,994	0,982	0,979	0,996	0,979
Estatístico t de significación	4	1,007	1,003	0,998	1,014	1,007	1,014
	8	1,010	1,005	1,007	1,022	1,014	1,022
	12	1,010	1,006	1,007	1,022	1,014	1,022
	16	1,010	1,006	1,007	1,019	1,012	1,019
	20	1,008	1,005	1,008	1,016	1,009	1,016
	24	1,007	1,005	1,009	1,014	1,006	1,014

Tabla 3. Resultados de los parámetros obtenidos por validación cruzada para un número de vecinos comprendido entre 4 y 24.



**Figura 3. Representación gráfica de la validación cruzada en Barrós.**

medias de los errores absolutos y reducidos son muy próximos a cero; las pendientes de las rectas de regresión entre datos experimentales y simulados son siempre muy próximas a 1 y el coeficiente de correlación más bajo para las 36 condiciones diferentes estudiadas es de 0.972.

Sin embargo, por lo que respecta a las varianzas de los errores reducidos, se

observa un comportamiento diferente del esperado. Si se exceptúa Barrós, en las cinco unidades restantes el valor de este parámetro no se aproxima a 1 en ninguno de los casos considerados, pudiendo comprobarse que en algunos casos se mantiene por encima de esta cifra idónea (Trus, Igrexa Vella y Unidade Leiteira) y otras veces por debajo (Agra de Pardo y

Liñares). Valores mayores que 1 de las varianzas de los errores reducidos han sido también encontrados por THONON & CACHEIRO (2001), quienes comprobaron que se debían a la ocurrencia simultánea de valores extremos o muy altos de los errores en algunos bloques y desviaciones estándar de krigeado muy bajas. Del mismo modo, valores menores que 1 de este parámetro suponen errores absolutos pequeños, en comparación con las desviaciones estándar de krigeado; el hecho de que en las dos pequeñas cuencas en las que se observó este resultado presentasen bruscas discontinuidades en los lindes de las parcelas, debidas a la presencia de muros en Liñares y de caminos en Agra de Pardo, puede motivar valores relativamente elevados de la desviación estándar al efectuar krigeado en bloques.

Si bien no se cumple un importante criterio de validación, los buenos resultados obtenidos para los cinco criterios restantes, autoriza a confirmar la bondad de los modelos de semivariogramas teóricos ajustados a los datos residuales de altura. Para establecer el número de vecinos en estas condiciones, se tuvo en cuenta tanto el valor más próximo a 1 del parámetro varianza de los errores reducidos, como el más próximo a 0 del parámetro media de los errores reducidos.

Con este criterio, en Agra de Pardo y Liñares el número idóneo de vecinos resulta ser de 24. En Trus también se utilizaron 24 vecinos, en base a que la media de los errores reducidos es más próxima a cero para esta cifra. En Igrexa Vella y Unidade Leiteira el número de vecinos idóneo resultó inferior, cifrándose en 8 con dichos criterios.

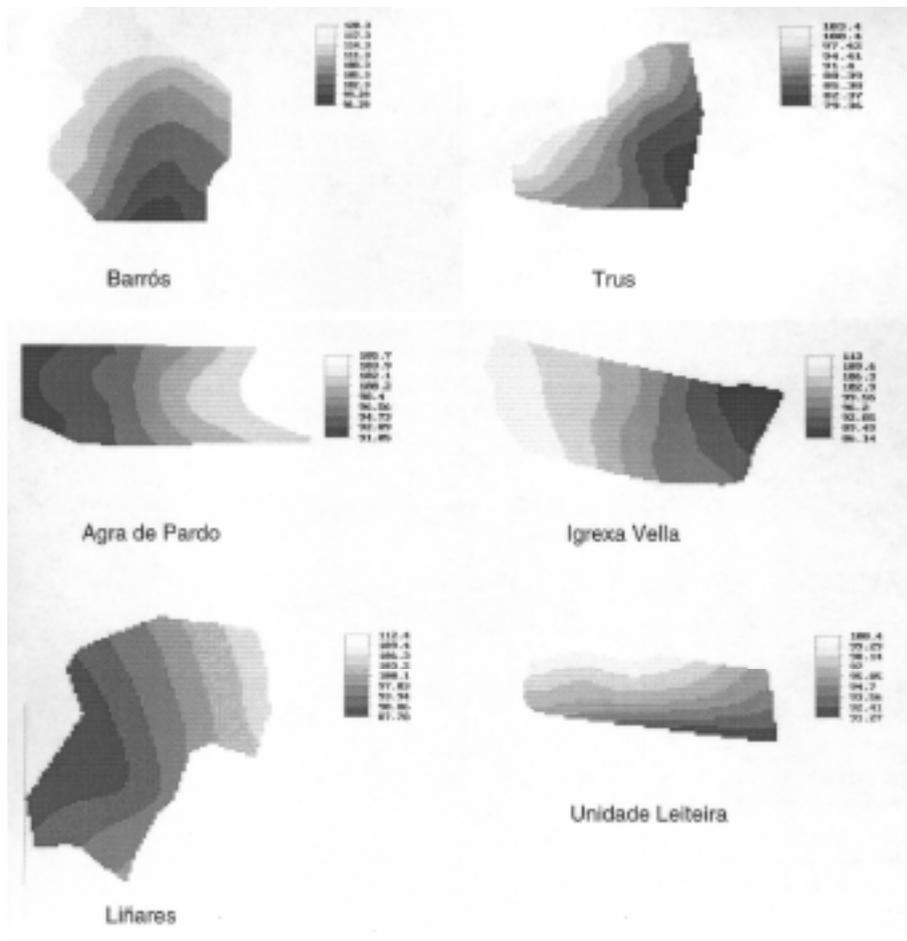
Los modelos de elevación digital de las seis unidades paisajísticas estudiadas, se presentan finalmente en la figura 4. Estos MED constituyen la base para la cartografía, el análisis fisiográfico y la simulación de procesos a la escala considerada.

El tamaño de los bloques y la posición de los puntos muestreados en relación a los bloques es otro de los factores que influye en los resultados (BURROUGH, 1986; BURROUGH & Mc DONNELL, 1998). Las dimensiones de los bloques utilizados para el krigeado en este trabajo oscilaron entre 2m x 2m y 5m x 5m, siendo de 4m x 4m en Barrós, 4m x 4m en Trus, 5m x 5m en Agra de Pardo, 4m x 4m en Igrexa Vella, 2m x 2m en Liñares y 5m x 5m en Unidade Leiteira.

El análisis de la precisión de los MEDs supera el marco del actual trabajo. Sin embargo, dado que pequeñas variaciones en la características de algunas células pueden modificar, a veces, en gran medida, las salidas de los procesos simulados en base a un MED, queda por verificar la influencia del tamaño de los bloques y la configuración espacial de los datos experimentales sobre la magnitud de los errores de estimación por krigeado y su incidencia sobre la simulación de procesos basados en el uso de MEDs, como por ejemplo la génesis de escorrentía y los procesos erosivos.

## CONCLUSIONES

A partir de medidas puntuales de altitud, junto con sus coordenadas topográficas de seis unidades paisajísticas con dimensiones comprendidas entre 0,62 y 5,72 has, se verificó mediante análisis geo-



**Figura 4. Modelos de Elevación Digital de las unidades estudiadas.**

estadístico que los datos residuales de altura se ajustaban en todos los casos estudiados a un modelo gaussiano de dependencia espacial con pequeño efecto pepita y un rango que oscilaba entre 30 y 150 m. El efecto pepita parece estar relacionado con las irregularidades de la microtopografía. Se pudo comprobar que existía una correlación negativa entre el rango de dependencia espacial de los semivariogramas y la pendiente, si bien el alcance de la

autocorrelación de los datos de altura parece que, además, depende del contorno de cada una de las unidades paisajísticas.

Se estableció por validación cruzada, el número óptimo de vecinos para minimizar los errores de las varianzas de estimación, que osciló entre 12 y 24. Se llevó a cabo una interpolación mediante krigado por bloques mediante celdas que oscilaron desde 2m x 2m a 5m x 5m.

## **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo ha sido realizado en el marco de los Proyectos FAIR1/CT95/0458 financiado por la Unión Europea y PGIDT99MA10303, financiado por la Xunta de Galicia.

**BIBLIOGRAFÍA**

- AUZET, A. V.; BOIFFIN, J.; PAPY, F.; LUDWIG, B. & OUVRY, J. F. (1993). Rill erosion as a function of the characteristics of cultivated catchments in northern France. *Catena*, **20**: 41-62.
- BURROUGH, P. A. (1983). Multi-scale source of spatial variation in soil. I. The application of fractal concepts to nested levels of soil variation. *J. Soil Sci.*, **34**: 333-341.
- BURROUGH, P. A. (1986). *Principles of geographical information systems for land resources assessment*. Clarendon Press. Oxford.
- BURROUGH, P. A. & McDONNELL, R. A. (1998). *Principles of Geographical Information Systems. Spatial Information Systems and Geostatistics*. Oxford University Press. Oxford. UK, 333 pp.
- CACHEIRO POSE, M.; DAFONTE DAFONTE, J. & VALCÁRCEL ARMESTO, M. (1998a). Análisis geoestadístico de datos topográficos para la elaboración de modelos de elevación digital. *XIII Bienal de la Real Soc. Española de Historia Natural*. Vigo (Pontevedra), p.: 114.
- CACHEIRO POSE, M.; TABOADA CASTRO, M. T., VALCÁRCEL ARMESTO, M. & DAFONTE DAFONTE, J. (1998b). Mapping rill erosion within a cultivated field using geostatistic and GIS. *V Int. Symp. on Analytical Methodology in the Environmental Field*. A Coruña. Volumen II.
- CACHEIRO POSE, M.; VALCÁRCEL ARMESTO, M.; VIEIRA, S. R. & TABOADA CASTRO, M. T. (1998c). Elaboración de modelos de elevación digital empleando técnicas geoestadísticas y sistemas de información geográfica. *Cadernos Laboratorio Xeolóxico de Laxe* **23**: 137-150.
- CACHEIRO POSE, M.; VALCÁRCEL ARMESTO, M. & PAZ GONZÁLEZ, A. (1999). Medida automática de caudal y sedimentos en una pequeña cuenca experimental de Mabegondo. En: Paz González, A. & Taboada Castro (Eds.). *Avances sobre el estudio de la erosión hídrica*. Colección Cursos, Congresos, Simposios, **52**: 238-260.
- JOURNAL, A. G. & HUIJBREGTS, Ch. J. (1978). *Mining geostatistics*. Academic Press. Londres.
- KARSSENBERG, D. (1996). *PCRaster version 2 manual*. Departamento de Geografía Física. Facultad de Ciencias Espaciales. Universidad de Utrecht. Países Bajos, 368 pp.
- KRAAK, M.-J. & ORMELING, F. (1996). *Cartography: visualisation of spatial data*. Addison Wesley Longman. Harlow. UK, 222 pp.
- MATHERON, G. (1965). *Les Variables Regionalisées et leur Estimation*. Masson. Paris.
- PAPRITZ, A. & WEBSTER, R. 1995. Estimating temporal change in soil monitoring. *I. Eur. J. Soil Sci.*, **46**: 13-27.
- PEBESMA, E.J. (1999). *gstat user's manual*. Departamento de Geografía Física, Facultad de Ciencias Espaciales, Universidad de Utrecht, Utrecht, Los Países Bajos, 100 pp.
- PEBESMA, E. J. & WESSELING, C. G. (1998). Gstat: a program for geostatistical modelling, prediction and simulation. *Computers and Geosciences*, **24** (1): 17-31.
- RUHE, R. V. (1960). Elements of the soil landscape. *Trans. 7th. Int. Cong. Soil Sci.* **4**: 165-170.
- RUHE, R. W. (1975). *Geomorphology*. Houghton. Boston.
- SAMPER, F. J. & CARRERA, J. (1990). *Geoestadística. Aplicaciones a la hidrología subterránea*. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería. Barcelona, 484 pp.
- THONON, I. & CACHEIRO POSE, M. (2001). Geostatistical interpolation of topographical field data in order to obtain a DEM of a small forest catchment in Northwest Spain. *Cadernos Laboratorio Xeolóxico de Laxe*, **26** (en prensa).
- VALCÁRCEL ARMESTO, M. (1999). *Variabilidade espacial e temporal da erosión en solos de cultivo*. Tesis Doctoral. Escuela Politécnica Superior de Lugo. Universidad de Santiago de Compostela.
- VALCÁRCEL ARMESTO, M.; DAFONTE DAFONTE, J.; CACHEIRO POSE, M. & PAZ GONZÁLEZ, A. (2000a). Taking into account the effect of tillage on runoff direction and its importance for erosion modeling. *III International Congress ESS. Abstracts Book*, Valencia, p.: 267.
- VALCÁRCEL ARMESTO, M.; DAFONTE DAFONTE, J. & PAZ GONZÁLEZ, A. (2000b). Spatial and temporal variability of the erosion in small catchments: real data versus simulated with LISEM model. *III International Congress ESSC. Abstracts Book*, Valencia, p.: 409.
- Van DEURSEN, W. P. A. & WESSELING, C. G. (1992). *The PCRaster package*. Departamento de

- Geografía Física. Facultad de Ciencias Espaciales. Universidad de Utrecht. Países Bajos. 192 pp.
- VIEIRA, S. T.; J. L. HATFIELD, D. R. NIELSEN, & J. W. BIGGAR. (1983). Geostatistical theory and applications to variability of some agronomical properties. *Hilgardia*, **51** (3): 1-75.
- VIEIRA, S. R.; TILLOTSON, P. M.; BIGGAR, J. W., & NIELSEN, D. R. (1997). Scaling of semivariograms and the kriging estimation of field-measured properties. *Campinas. R. Bras. Ci. Solo*, **21** (4): 525-533.