

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE ARQUITECTURA DE A CORUÑA

DEPARTAMENTO DE TECNOLOGÍA DE LA CONSTRUCCIÓN.

TESIS DOCTORAL

MODELIZACIONES ELÁSTICAS Y PLÁSTICAS E INESTABILIDAD DE
ELEMENTOS ESTRUCTURALES VERTICALES DE FÁBRICA.

Doctorando: MANUEL J. FREIRE TELLADO, arquitecto

Director: Dr JUAN BAUTISTA PÉREZ VALCÁRCEL, Catedrático de Universidad.

Noviembre de 2.001

D JUAN BAUTISTA PÉREZ VALCÁRCEL, Doctor Arquitecto, Catedrático de Universidad y Director del Departamento de Tecnología de Tecnología de la Construcción de la Universidad de A Coruña,

CERTIFICA

Que la Tesis Doctoral *MODELIZACIONES ELÁSTICAS Y PLÁSTICAS E INESTABILIDAD DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES VERTICALES DE FÁBRICA* ha sido realizada por el doctorando D. MANUEL J. FREIRE TELLADO, arquitecto, siguiendo las normas legales establecidas para la obtención del grado de Doctor.

A Coruña, noviembre de 2.001.

D. Juan B. Pérez Valcárcel.

0. ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN
 - 1.1 LAS ESTRUCTURAS DE FABRICA
 - 1.2 ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS DE FABRICA
 - 1.3 CONTENIDOS DE LA TESIS

2. ESTADO DEL ARTE.
 - 2.1 INTRODUCCIÓN
 - 2.2 SOBRE EL ANÁLISIS DE MUROS DE FÁBRICA
 - 2.3 SOBRE ASPECTOS DE LA FORMA DE LA ESTRUCTURA

3. ANÁLISIS RESISTENTE DE SECCIONES DE FÁBRICA.
 - 3.1 INTRODUCCIÓN
 - 3.2 MÉTODOS DE VALIDACIÓN DE LA SECCIÓN
 1. Según FI-90.
 2. Según Eurocódigo Ec-6.
 3. Según Hispalyt.
 4. Según Jenaro Garrido.
 5. Según BS 5628 Part 1.
 6. Análisis de los métodos de validación propuestos. Justificación del estudio

 - 3.3 ESTUDIO DE LA PLASTIFICACIÓN DE UNA SECCIÓN
 1. Generalidades. Hipótesis del estudio. Diagramas constitutivos.
 2. Agotamiento de secciones con material isorresistente.
 1. Proceso de plastificación.
 2. Plastificación de una sección rectangular.
 1. Situación elástica.
 2. Una cabeza plastificada.
 3. Plastificación en dos cabezas.
 4. Agotamiento de la sección.
 5. Análisis de la evolución del proceso.
 3. Secciones monosimétricas.
 1. Condiciones del equilibrio elástico
 2. Condiciones de agotamiento.
 3. Condiciones de plastificación parcial.
 4. Agotamiento de la sección: diagramas de iteración.
 1. Definición y trazado
 2. Secciones bisimétricas.
 3. Secciones monosimétricas.
 4. Secciones múltiples.
 3. Agotamiento sec. Material heterorresistente sin resistencia a tracción.

-
1. Proceso de plastificación.
 2. Plastificación de una sección rectangular.
 1. Condiciones del equilibrio elástico para secciones monosimétricas: Aplicación a la sección rectangular.
 2. plastificación parcial.
 3. Plastificación total: Agotamiento.
 4. Evolución del proceso de plastificación.
 3. Diagramas de iteración.
 4. Sección Eficaz.
- 3.4 EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD RESISTENTE DE SECCIONES.
1. Problemática planteada
 2. Método desarrollado
 3. Desarrollo analítico
 4. Diagramas e-N: análisis comparativo
 5. Análisis de secciones de bloques huecos de hormigón
 6. Aplicaciones de la formulación a otros elementos estructurales: las zapatas aisladas.
- 3.5 SÍNTESIS DE RESULTADOS
4. ESTUDIO DE LAS EXCENTRICIDADES
- 4.1 INTRODUCCIÓN. EL NUDO DE FABRICA SEGÚN DIFERENTES FORMULACIONES
1. Según FL-90 y MV-201
 2. Según Eurocódigo EC-6.
 3. Según Hispalyt.
- 4.2 ANÁLISIS DESARROLLADO
1. Método
 2. Comparativa de las formulaciones
 3. Exposición de resultados
 4. Síntesis
5. FORMULACIONES DEL PANDEO EN ESTRUCTURAS DE FÁBRICA
- 5.1 INTRODUCCIÓN. PLANTEAMIENTO GENERAL
1. Planteamiento general
 2. Métodos de comprobación de la sección.
- 5.2 EL TRATAMIENTO DEL PANDEO SEGÚN LOS DIFERENTES MÉTODOS
1. Método de NBE-FL-90
 1. a. Estructura del método
 2. b. Esbeltez
 3. c. Excentricidad unitaria de pandeo simple del elemento
 4. d. Excentricidad en flexopandeo
 2. Método de HISPALYT
 3. Método de Lahuerta
 4. Método de EHE-98

-
- 5. Eurocódigo EC-6
 - 6. Estudio Comparativo
 - 7. Sobre el Módulo de Young

 - 5.3 MÉTODO APLICADO

 - 5.4 ANÁLISIS DESARROLLADO

 - 5.5 EXPOSICIÓN DE RESULTADOS
 - 1. Organización de los Gráficos
 - 2. Análisis del Caso 1
 - 3. Análisis del Caso 2
 - 4. Análisis del Caso ·
 - 5. Síntesis

 - 6. ESTADOS TENSIONALES INDUCIDOS POR LA FORMA DE LOS HUECOS
 - 6.1 INTRODUCCIÓN

 - 6.2 ANÁLISIS DESARROLLADO
 - 1. Planteamiento
 - 2. Construcción de los modelos
 - 3. Ficha técnica

 - 6.3 REVISIÓN DE RESULTADOS
 - 1. Extracto de resultados
 - 2. Valoración de los resultados
 - 3. Repercusión de la forma del hueco en la magnitud de las reacciones transmitidas
 - 4. Síntesis

 - 7. CONCLUSIONES. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURA.
 - 7.1 CONCLUSIONES

 - 7.2 LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

 - 8. BIBLIOGRAFÍA
 - 8.1 REFERENCIAS

 - 8.2 NORMATIVA

 - 9. APÉNDICE. LISTADOS INFORMÁTICOS.
 - 9.1 LISTADOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO III
 - 1. Apartado III.3
 - 2. Apartado III.4
 - 3. Apartado III.5
-

- 9.2 LISTADOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO IV
- 9.3 LISTADOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO V
- 9.4 LISTADOS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO VI

I. INTRODUCCIÓN

I.1 LAS ESTRUCTURAS DE FABRICA

La fábrica es el material primigenio del hombre constructor. Si exceptuamos quizás las chozas y empalizadas de madera primitivas, el hombre ha utilizado las fábricas -ladrillo y piedra- para construir su mundo, tanto en sus aspectos más económicos y de menor tecnología -construcciones de tapia y adobe [Balbuena, 1.922]- como en sus manifestaciones más trabajosas y preciosistas -capiteles labrados y esculturas- o técnicas -



Figura I.1 Carnac Dolmen



Figura I.2 Vega de Valdetronco, Valladolid

Esta noción de eternidad proviene tanto de *las propias características del material* como de *la forma constructiva* en que es empleado, forma altamente depurada en el transcurrir de los tiempos.

Estructuralmente es en el mundo de la resistencia por forma, el reino de la compresión. Soportes, muros, arcos y bóvedas responden siempre al mismo

desde la interpretación del ladrillo como primer elemento prefabricado hasta la complejidad de las técnicas de estereotomía para el labrado de las dovelas de los distintos tipos de bóvedas [Palacio, 1.987], probable origen de la Geometría Descriptiva-

Responde además a la idea de eternidad, de pervivir a su época, que se encuentra en lo profundo del corazón humano. En fábrica se ha erigido desde siempre aquello que debía perpetuarse: acueductos, iglesias, tumbas...



Figura I.3 Catedral de Albí



Figura I.4 Oseira. Sala Capitular

concepto: eliminar las tracciones del elemento, conseguir que los esfuerzos se verifiquen apretujando las partículas que forman la estructura interna del propio material. Y así el muro busca su estabilidad por su masa, por gravedad; arco y bóveda deben su forma al esquema de cargas que gravita sobre ellos...

La Historia de la Arquitectura es, hasta el siglo XIX, la Historia de la Construcción en Fábrica, época en la que Paxton -Cristal Palace, 1.851- firmó su declinar. Empero aún en 1.891 Burnham y Root proyectan el Monadnock Building, con 16 plantas y estructura de ladrillo, en el despertar de la construcción metálica. Lógicamente, es ingente la cantidad de soluciones que presenta la construcción de fábrica: la arquitectura *masiva* egipcia, las bóvedas sumerias y babilónicas, la arquitectura de *soporte y dintel* griega, los *opus romanos*, el *muro medieval* -dos hojas y relleno de cascote-, las bóvedas góticas, los claustros renacentistas, las formas en movimiento barrocas ... Y desde épocas muy antiguas es muy extenso el conocimiento técnico sobre el material: ya la Biblia habla de *la piedra angular de la construcción* como ejemplo y presenta al arquitecto seleccionando las piedras adecuadas para la construcción, o, por seguir con este antiquísimo testimonio



Figura I.5 Monforte, Escolapios

escrito, presenta al pueblo de Israel fabricando adobes en Egipto.



Figura I.6 S. Zuazo, Casa de las Flores

Sirvan estas breves referencias para mostrar lo extendido y depurado que las técnicas de construcción en fábrica se encontraban antiguamente. Si bien esta situación se mantuvo hasta principios de este siglo, construyéndose edificios magníficos como la

Casa de las Flores de Secundino Zuazo [Figura I.6]- pervivencia que era compartida por la construcción popular, como dan fe tan-tos ejemplos locales [Figura I.7].

Sin embargo en la actualidad sus leyes ya no resultan tan evidentes. Quizás por la restricción de su uso que ha introducido el mundo actual, limitando su empleo a ser material de partición -tabiquería- o de revestimiento -chapados-, por la multiplicación de las técnicas constructivas y pérdida de la primacía que hacen de la obra de un situación más-; quizás por la propia mentalidad actual, muy influida por el método científico y acostumbrada a la separación de las funciones o sea por otras múltiples causas .

El caso de la piedra es paradigmático en este sentido: ha pasado de ser el elemento



Figura I.7 Monforte, Fábrica de ladrillos



Figura I.9 F. L. Wright. Casa Robie



Figura I.8 Asís Cabrero. Viviendas

po

rtante por excelencia a sostenerse a sí misma exclusivamente -autoportante- llegando a ser por último una carga muerta más -chapados-.

Nuestra época, además, obsesionada con la economía, reduce los espesores y fuerza las técnicas constructivas: nuevas soluciones -y, consecuentemente, nuevas formas de cálculo-, elementos cada vez más esbeltos, que dejan por el camino parte de la *filosofía* de la obra de fábrica. Así se llega a *admitir la aparición de tracciones* en la fábrica, que, si bien reducidas en su valor absoluto, abren un camino para considerar la fábrica como otro material.



Figura I.10 A. Siza. Cooperativa Saal

El espíritu actual ha reducido el campo de la fábrica exclusivamente a los elementos verticales -de aquí el ámbito al que se ciñen estas notas-, muros y soportes, estos últimos rara vez empleados al ser incapaces de competir con materiales que resisten las tracciones. Arcos y bóvedas quedan como recuerdo de épocas pretéritas, cayendo en desuso magníficas soluciones como las *bóvedas tabicadas*.

Aún así, en fábrica se han construido algunos de los mejores ejemplos de la arquitectura del siglo XX [Figura I.8] Sirve, asimismo, como material de reserva para épocas de necesidad, como por ejemplo, las viviendas en Avenida de América, Madrid, de Francisco Asís Cabrero [Figura I.9], a base de muros de carga y bóvedas tabicadas, por la escasez de cemento y acero tras la guerra civil española, o para soluciones de bajo coste [Figura I10].

Pese a todo, la fábrica es hoy un material actual: nuevos elementos han ampliado los límites de su mundo -bloques de arcilla y termoarcilla [HISPALYT], [TERMOARCILLA]-; el estudio de los materiales [Quiroga,

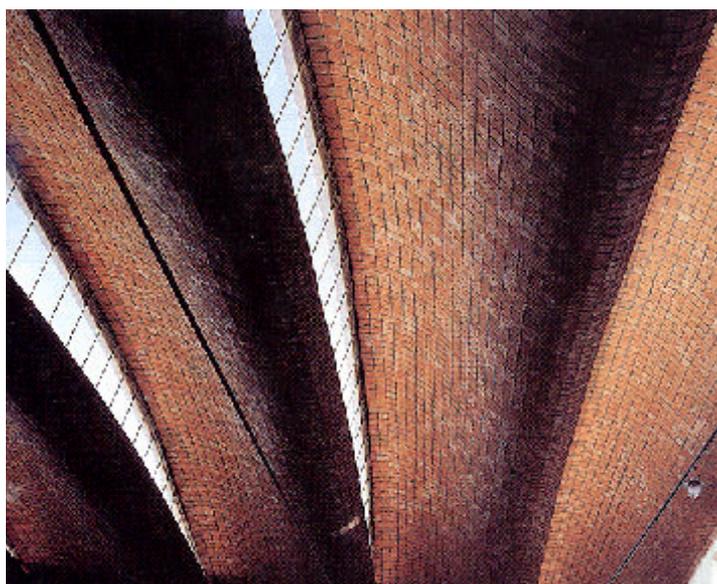


Figura I.11 E. Dieste. Mercado de Portoalegre

1997], nuevas técnicas de aserrado así como la mejora de los morteros, de los sistemas de puesta en obra y de las características y soluciones técnicas [Fdz. Madrid, 1.996] han vivificado el mundo de la piedra ; la aparición, popularización y difusión de nuevos sistemas -por ejemplo, la fábrica armada [Dieste, 1964][Figura I.11], [Rolando, 1.992]- han ampliado los límites de utilización; la investigación sistemática y la aparición de materiales de alta calidad bajo estricto control técnico y así como métodos de cálculo



Figura I.12 F. Alonso. V. unifamiliar

apropiados y la aparición nuevos métodos de análisis del continuo como el *Método de los Elementos Finitos* han dado paso a un material con el mismo nombre de antaño pero con posibilidades insospechadas.

Así, [Villegas, 1995] da cuenta una serie de edificios contemporáneos de más de 15 plantas -incluso 20-, realizados con fábrica de ladrillo de hasta 1.000 kp/cm² y con espesores de muro inferiores a 40 cm. En la Casa de Puerta de Hierro, F. Alonso [Figura I.12] pone en obra piezas de piedra precompresa con una expresión formal totalmente nueva; en su proyecto de concurso para una torre en S. Francisco de Madrid, propone una torre de doce plantas resuelta en piedra y donde se vuelve a la utilización de la resistencia por forma, con una geometría variable imposible sin el análisis informático.

En cuanto al entorno gallego, el mundo de la piedra

experimenta un auge: el granito porriño se exporta a todo el mundo, las pizarras gallegas son reclamadas desde Japón, etc... Y a nivel de la Comunidad, la construcción con piedra portante siempre ha contado con insignes representantes... pese a que no existe norma que les ampare en su empleo.



Figura I.13 X. Bar Boo. Casa Daniel Vázquez

Muchas de las mejores propuestas de la arquitectura gallega han sido contruidas con fábricas de portantes, tanto del siglo pasado [Figura 1.13] como en la actualidad [Figura 1.14]



Figura I.14 C. Portela. Casa en Cambre

No se puede dejar de nombrar, además, el cuidado del Patrimonio Histórico: la atención y cuidados que recibe, con técnicas de intervención reversibles y no destructivas han recuperado un importante campo de actividad para las fábricas y los morteros tradicionales, tras haberse afianzado el criterio de intervenciones blandas realizadas con técnicas y materiales similares a aquellas con las que se construyó el edificio.

I.2 ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS DE FÁBRICA

En 1.891 finalizaba la construcción del Monadnock Building de Chicago, obra emblemática de Burnham y Root y de la conocida como Escuela de Chicago. Su estructura, muros perimetrales de ladrillo con puntales intermedios de fundición fue *calculada* siguiendo el código de construcciones de fábrica vigente en aquel momento [Condit, 1.964], [Villegas, 1995]: en él se establecía que por cada piso construido por debajo de la planta superior el espesor del muro debía incrementarse en el ancho de un ladrillo, unas 4



Figura I.15 Edificio Monadnock

pulgadas -esto es, unos 11 cm- a partir del espesor mínimo de 12 pulgadas que se admitía que había de tener un muro de carga. Por lo que los arquitectos de Chicago estimaban en unas diez plantas el límite para un edificio de muros de carga de fábrica con puntales de fundición, la famosa tipología de *Elevator Building*. Sin embargo, el Monadnock descansa sobre muros de 72 pulgadas de espesor -183 cm- en la base y dieron lugar a una de las soluciones de muro de espesor variable más comentadas de la Historia de la Arquitectura. Como es sabido, en este edificio los muros perimetrales de fábrica se encargan de la resistencia a viento y a acciones gravitatorias, mientras que los puntales -separados unos 3 m en cada dirección- se consideran trabajando exclusivamente en compresión. Entre ambos se tienden vigas de acero dulce que soportan un forjado construido con viguetas de madera.

Para centrar este momento histórico, señalemos que, en 1.889, el ingeniero Louis E. Ritter se encontraba trabajando en la estructura del Manhattan Building de Chicago.

Sirva este ejemplo para reflejar el divorcio que el dimensionado de las estructuras de fábrica mantenía con toda otra regla que no fuesen las empíricas, divorcio que persistió hasta bien avanzado el siglo XX, cuando se incorporó el análisis racional al proceso de dimensionado.

Pese a ello, los estudios científicos sobre las fábricas se remontan tiempo atrás en la historia, y se vinculan con los grandes hitos de la teoría de estructuras. Un breve resumen de los momentos culminantes del desarrollo de la Teoría de Estructuras ayudará a centrar la exposición posterior sobre los estudios en las fábricas

D. Eduardo Torroja define las estructura como

Al conjunto de elementos resistentes capaces de mantener sus formas y cualidades a lo largo del tiempo, bajo la acción de las cargas y agentes exteriores a que han de estar sometidos, a falta de otra palabra mejor, los llamamos ESTRUCTURAS.

Inicialmente el medio de dimensionamiento fue la experimentación directa, el método de prueba y error, usando los materiales disponibles, el barro, la madera y la piedra. Los primeros avances se consiguieron cuando la experiencia personal pudo ser sustituida por la experiencia colectiva, gracias al funcionamiento en comunidades y a la transmisión oral o escrita.

Comparada con otras actividades humanas, la arquitectura es un arte joven que tuvo sus comienzos hace unos 10.000 años, una vez que los hombres descubrieron la agricultura y empezaron a domesticar algunos animales. Hasta entonces la transhumancia les obligaba a vivir en tiendas, elaborada de forma precaria, con pieles de animales.

La vida sedentaria del **Neolítico** hace conceder mayor importancia a la vivienda. Esto conlleva la aparición de pueblos, y que estos fueran creciendo. Las necesidades de comunicación entre pueblos estables obligó a la creación de una red de caminos, y cuando fue preciso atravesar algún río empezaron a aparecer los primeros puentes. Por otra parte, respondiendo a las nuevas ideas religiosas sobre la conservación de los muertos, aparecieron las primeras manifestaciones arquitectónicas de carácter permanente, que son los sepulcros, que pueden fecharse hacia el 6.000 a. C. Así surge la arquitectura religiosa, con el menhir y el dolmen, realizados en piedra, constituyendo el dolmen la primera manifestación de la arquitectura adintelada.

Las primeras viviendas son cabañas de barro cocido al sol y viviendas lacustres realizadas en madera denominadas palafitos.



Figura I.16

Mientras que en **Egipto** se continúa con la construcción adintelada en piedra, en Mesopotamia la falta de ésta y de árboles corpulentos obliga a desarrollar la construcción con adobe y a dar el primer gran salto cualitativo al crear nuevas formas constructivas sustitutivas del dintel. Surgen así el arco y la bóveda: la primera bóveda de la que se tienen noticias data del año 4.000 a. C., y se localiza en Nippur, Mesopotamia.

El paso de las comunidades neolíticas a lo que ya se puede considerar una ciudad, con su consiguiente especialización de actividades y la aparición de la industria y los servicios, se puede fechar hacia el 3.000 a. C. en Mesopotamia.

Si bien la arquitectura **griega** conoce el arco y la bóveda, sigue usando, al igual que los egipcios, el sistema adintelado en las construcciones de piedra. Aristóteles -384-322 a.C.- escribe los primeros libros de Física donde se inicia el estudio de la mecánica, y Arquímedes -272-212 a.C.- realiza estudios sobre la palanca, poleas, par de fuerzas, plano inclinado y flotación.

Los **romanos**, aún manteniéndose dentro de la tradición helénica, dan un nuevo impulso a la arquitectura, empleando con gran frecuencia la bóveda y el arco e introduciendo nuevos materiales como el hormigón, de puzolanas, y el ladrillo cocido. En los siglos III y II a. C. realizan las primeras cúpulas de importancia, pero éstas no tienen un gran impulso hasta la época bizantina, donde se usan de modo sistemático a partir del siglo VI d. C.

Mientras la arquitectura bizantina desarrolla los sistemas cupulados, en las antiguas provincias del Imperio Romano de Occidente, comienza a fraguarse un estilo mucho más sencillo que servirá de base al **Románico**, pero ni este ni la arquitectura **Árabe** contemporánea introducen novedades estructurales significativas hasta la llegada del **Gótico** -s. XII-, donde se empieza a tener claro el concepto de estructura, diferenciada de cerramiento de la edificación y se introducen el arco apuntado, de funcionamiento estructural mejor que el semicircular usado hasta entonces, y la bóveda de crucería.

Sin embargo, es sólo a partir del **Renacimiento** -s. XV- cuando se esboza un cambio de mentalidad y se empieza a estudiar el concepto estructural desde un punto de vista científico.

Leonardo da Vinci -1452-1519-, representa el cambio de mentalidad general. Matemáticos y físicos emprendieron el estudio de las leyes de la naturaleza intentando hallar las causas de los fenómenos. Leonardo

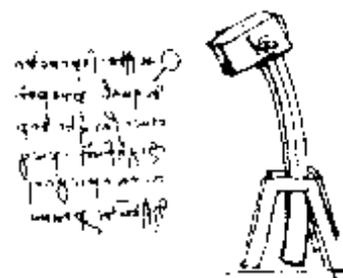


Figura I.17

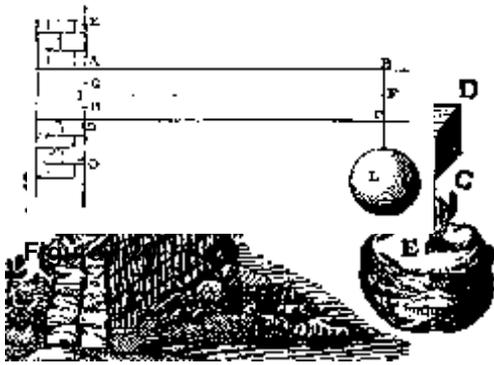


Figura I.18

realiza experimentos de tracción de alambres y de flexión de vigas para estudiar las cargas que pueden soportar y formula algunas reglas que reflejan esos estudios.

Estos intentos de dar unas dimensiones seguras a los elementos estructurales en base a la interpretación de resultados experimentales representan el comienzo de la **Resistencia de Materiales**.

Galileo Galilei -1564-1642- estudia la resistencia a rotura de una barra traccionada y de la barra sometida a flexión en voladizo. Estos trabajos los incluye en los dos primeros diálogos de su obra *Dos Nuevas Ciencias*, que En cualquier caso, es el primer documento en el que se desarrollan conceptos relativos a la ciencia que hoy denominamos *Resistencia de Materiales*.

Galileo no elabora un modelo del comportamiento del sólido en flexión, sino que plantea las relaciones de resistencia en función de magnitudes geométricas, a partir del único instrumento de análisis estático que poseía: el principio de la palanca de Arquímedes.

En el **s. XVII** surgen las academias para el progreso de las ciencias -como la Royal Society of Sciences, de un carácter eminentemente empírico- y las primeras revistas científicas, que originan un avance espectacular de la ciencia en esta época.

Blas Pascal -1623-1662- estudia el sólido indeformable y establece los principios de la *Estática de las Construcciones*.



Figura I.19

Robert Hooke -1635-1703- realiza el descubrimiento transcendental de proporcionalidad entre tensiones y deformaciones, que encriptó en 1678 en la palabra "*ceiinoosssttuv*" que expresa esa relación: "*ut tensio sic vis*" -la potencia de cualquier resorte está en la misma proporción que la fuerza que se ejerce sobre él-, la cual dará lugar al desarrollo de la *Teoría de la Elasticidad*.

Mariotte -1620-1684-, que era prior de S. Martin-sous-Beaune, realiza estudios de rotura y elasticidad a tracción y en vigas en voladizo. En estas determina que las fibras inferiores del empotramiento tienen que estar comprimidas, mientras que las superiores están traccionadas.

En este período se producen algunas aportaciones fundamentales a la Física de la mano de **Isaac Newton** -1642-1727- y **Leibniz** -1646-1716-, desarrollando la formulación del cálculo diferencial e integral.

Jacob Bernoulli -1654-1705- planteó la ecuación de la elástica de las vigas, aunque consideró erróneamente el punto de giro de una sección transversal de las mismas.

Siglo XVIII. El desarrollo de la artillería y sus posibilidades de movilización influye en la reorganización de los ejércitos, cobrando importancia estratégica las vías de comunicación y construcciones militares. Los principales estados Europeos empiezan a crear a partir de 1720 las escuelas de ingenieros de armamento y construcción, incorporadas a las academias militares. Es el primer intento de estatalizar la producción y creación de conocimiento marginando las Universidades clásicas.

Daniel Bernoulli -1700-1782- más conocido por sus trabajos en hidrodinámica, planteó la ecuación de la elástica de las vigas, y fue el primero que derivó la ecuación diferencial que gobierna las vibraciones laterales de las barras prismáticas. Comenzó los estudios de pandeo y sugirió el *Principio de conservación de la Energía*.

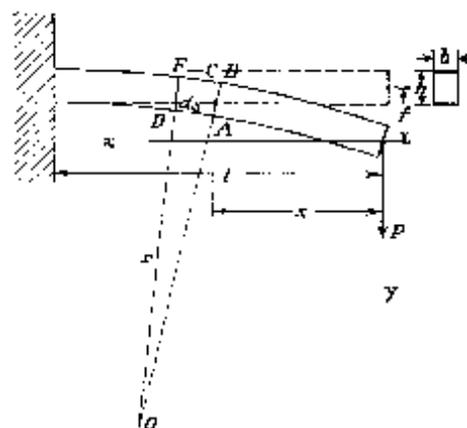


Figura I.21

Euler -1707-1783- enlaza ciencia y técnica. Sus estudios se refieren al principio de la Energía potencial de los sólidos elásticos, a la formulación de las ecuaciones diferenciales de equilibrio de los mismos, al principio de superposición, inestabilidad y pandeo, donde expone la fórmula de la carga crítica que lleva su nombre. En sus trabajos hace referencia a un módulo de deformación (E) que será *descubierto* casi un siglo más tarde por Young, al establecer la existencia de un factor de proporcionalidad ($E \cdot I$) entre el momento y la curvatura de las vigas.

Charles Augustin de Coulomb -1736-1806- fue ingeniero licenciado en la *Ecole du Genie at Mezieres* en 1761 y trabajó en el cuerpo de ingenieros del ejército, aunque trascendieron más sus descubrimientos en el campo de la Física. Estudió el empuje de tierras sobre muros de contención y se acercó a la solución de la flexión de vigas, dando mayor aproximación a la distribución de tensiones en las mismas y al posible



Figura I.22

punto de rotación de una sección. En 1773 presentó la memoria *Sur une Application des Régles de maximes et minimes à quelques problemes de statique relatifs à l'architecture*, donde recogía la correcta solución de importantes problemas de la mecánica de materiales. Pero los ingenieros tardaron más de cuarenta años en comprenderlas satisfactoriamente y aplicarlas a problemas prácticos.

Thomas Young -1773-1829-, estudió filosofía y matemáticas, y se doctoró en medicina. Es conocido por sus aportaciones a la óptica, define el módulo de elasticidad lineal y estudia las deformaciones transversales.

A comienzos del **s. XIX** se inicia el planteamiento matemático de la **Teoría de la Elasticidad**. Esta se debe a las aportaciones de Cauchy, Poisson, Lamé y Clapeyron, quienes intentaron una mayor aproximación al comportamiento real de cualquier punto de un sólido elástico homogéneo, partiendo de las teorías de las fuerzas de atracción moleculares, y sacudiéndose así las limitaciones asumidas hasta entonces por la Teoría de la *Resistencia de Materiales*, como son las hipótesis de que la planeidad de la sección transversal de una viga durante la deformación, y que el material cumpla la ley de Hooke.

En Francia, en este siglo se viven las consecuencias de la Revolución de 1.789 que conllevan el cierre de las Universidades y Escuelas militares del Ancien Régime. La guerra espolea la necesidad de nuevos técnicos y la fundación, en 1.795, de L'École Polytechnique, tiene por finalidad impartir las enseñanzas previas al acceso a las Escuelas Técnicas existentes. También se crea la *École des Ponts et Chaussées*. De estas escuelas salieron muchos científicos de gran influencia en el desarrollo del cálculo de estructuras.

En **España**, hasta dicha época la dirección de las obras públicas estaba encomendada a los arquitectos licenciados en la Real Academia de Nobles Artes de San Fernando, fundada en 1.757, acometiéndose las obras con unos criterios técnicos poco acertados, ya que en dicha academia no se enseñaba más que el ornato de la arquitectura. En 1.802 se crea la Escuela de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, para formar profesionales cualificados para las obras públicas.

Henri Navier -1785-1836-, graduado en las *École des Ponts et Chaussées*, formula en 1824 el cálculo de una pieza sometida a flexión de la forma que hoy en día se conoce, concluyendo así los trabajos iniciados por Leonardo unos cuatrocientos años antes.

Cauchy -1789-1857-, como varios de sus contemporáneos ya mencionados, empieza sus estudios en la *École Polytechnique* y se gradúa en la *École des Ponts et Chaussées*. Formula la *Teoría Lineal de la Elasticidad* en la forma vigente hoy en día, partiendo de la tensión. Plantea las ecuaciones que definen el estado tensional en un punto del sólido y el *Teorema de Reciprocidad de las Tensiones Tangenciales*.

Poisson -1781-1840-, estudió y fue profesor de matemáticas de la *École Polytechnique*. Define el coeficiente de deformación transversal, al que atribuye un valor constante e igual a $1/4$.

G. Lamé -1759-1780- y **B. P. E. Clapeyron** -1799-1864-, son también ingenieros de la *École Polytechnique*. Viajaron a Rusia para ayudar en la creación de la escuela de ingenieros, y allí trabajaron en la construcción de puentes y otras estructuras. En S. Petersburgo escriben la obra "*Sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes*", donde están derivadas las ecuaciones de equilibrio y la resolución de casos prácticos. En esta obra se da a conocer el *Elipsoide de Tensiones de Lamé*.

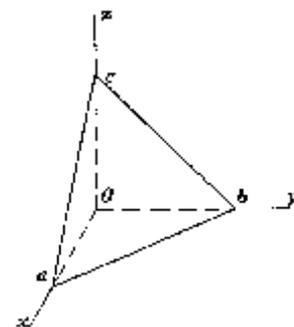


Figura I.23

Es a mediados del s. XIX, con la utilización de un nuevo material resistente: el acero dulce, y la aparición del ferrocarril con su impulso de la expansión industrial y su necesidad de construcción de grandes puentes, cuando se produce la culminación de todo el proceso de evolución científica del concepto estructural. Hasta esta época la teoría de la elasticidad aun no daba soluciones satisfactorias a los casos prácticos y los ingenieros seguían dimensionando mediante fórmulas empíricas.

Barré de Saint-Venant -1797-1896- introduce el principio de que sistemas de fuerzas equivalentes producen tensiones similares en secciones suficientemente alejadas, que sigue siendo uno de los conceptos más fecundos para el cálculo.

El general **Menabrea** formula en 1858 el principio del trabajo mínimo, que fue demostrado por L. Bertrand.

Carlo Alberto Pio Castigliano -1847-1884- establece en 1876 su famoso teorema para el cálculo de desplazamientos a partir de la energía de deformación.

Otto Mohr -1835-1918- introduce y aplica por primera vez el concepto de línea de influencia en el ámbito de la ingeniería.

En el s. **XX** la teoría matemática de la Elasticidad se orienta a la búsqueda de soluciones generales de tipo analítico, a la vez que se produce el desarrollo de nuevos materiales: hormigón armado y pretensado, aleaciones ligeras de aluminio y acero inoxidable. Las ecuaciones procedentes de la teoría de la Elasticidad que rigen el comportamiento de sólidos continuos, sólo eran aplicables a casos con geometrías simples y contornos adecuados, pues en caso contrario conducían a sistemas de ecuaciones cuya resolución práctica era inabordable por razones de precisión y tiempo.

Maney y Ostenfeld plantean entre 1915 y 1926 el *cálculo matricial* de una forma aproximada a como se conoce en la actualidad. El desarrollo del ordenador permitió su uso generalizado, así como la construcción de sistemas estructurales no abordables anteriormente.

Hardy Cross da a conocer en 1930 el método de cálculo que lleva sus nombre y que fue ampliamente utilizado antes de la aparición del ordenador.

Turner, Clough, Martin y Topp, ingenieros de la Boeing, estudiando el comportamiento estructural de las alas de los aviones supersónicos, proponen en 1956, en un artículo de título *Stiffness and deflection analysis of complex Structures*, lo que será el origen del *Método de los Elementos Finitos*, como extensión del propio cálculo matricial, y que será de aplicación en los campos más diversos.

En el mundo de las fábricas el comienzo de las actividades de estudio científico se puede cifrar en el final del siglo XVII principios del XVIII. Así, de acuerdo con los trabajos de [Heyman, 1.969], en el siglo XVIII el problema clásico de las fábricas fue el determinar los empujes de los arcos sobre los estribos, sentido en el que se produjeron los primeros trabajos de investigación.

Entre ellos, los primeros ensayos datados fueron realizados por **Danyzy** y recogidos por [Frézier, 1.737], dentro de un tratado general de estereotomía.

[**La Hire** 1.695] presenta un trabajo teórico en esta dirección, la determinación de los empujes, a partir de una incipiente formulación del estado límite de colapso del arco.

[**Couplet**, 1.729] propuso una solución extraordinariamente completa al problema, con nociones claras de las líneas de empuje y de los mecanismos de colapso, por lo que daba las claves para la solución del problema en su totalidad. Sin embargo su contribución fue ignorada.

Pero tuvo que ser [**Colulomb**, 1.773] quien retomase el problema prácticamente de cero, dentro del famoso trabajo en el que sienta las bases de la mecánica de suelos y que también contiene estudios sobre vigas. No parece, sin embargo, que el tratado tuviese mucha difusión y cayó en el olvido.

Desde otro punto de vista de análisis, **Poleni**, en su famoso informe sobre la estabilidad de la Cúpula de San Pedro. [Poleni, 1748] proporciona una reseña del estado de los conocimientos a mediados del XVIII. Además, llega a formular un análisis que es una anticipación del análisis plástico: supone la cúpula dividida en gajos por las grietas que le afectan y establece que si el arco formado por dos de esos gajos es estable, también lo será la cúpula; esto es, analiza la estabilidad de una situación de rotura -referencia tomada de [Heyman, 1.988]-.

En 1.800, **Boistard** realizó una serie de veintidós ensayos sobre modelos de arcos de dovelas, resultados publicados por [Lesage, 1.810], que trataban también de la determinación empírica de su empuje.

Castigliano, en su libro *Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications* [Castigliano, 1.879], expone los famosos teoremas que llevan su nombre, pero da asimismo cuenta del cálculo del Puente Mosca de Turín. En éste considera el arco como un arco elástico con tres incógnitas hiperestáticas, cuyos valores calcula. Castigliano demuestra que se puede estudiar un arco agrietado -elásticamente imperfecto- por un método de tanteos, realizando tres series de cálculos: una serie inicial en la que considera elasticidad perfecta para las juntas de mortero entre las dovelas, una segunda serie para construcción en seco, que reduce el valor de los empujes pero supone que la línea de empujes se va fuera del tercio central, razón por la que realiza una tercera serie para fábrica parcialmente agrietada.

Es una de las primeros casos de aplicación del cálculo elástico a la fábrica, y el propio autor es consciente de las limitaciones.

Heyman, en su artículo *The Stone Skeleton* [Heyman, 1.969] propone un avance fundamental para el cálculo de las grandes fábricas: la aplicación de los teoremas del cálculo plástico a las estructuras de fábrica, considerando para la fábrica un diagrama rígido plástico unilateral, con resistencia exclusivamente a compresión, para la que se supone el valor infinito. Esta conclusión se extrae del análisis de grandes edificios históricos -puentes o iglesias-, y es perfectamente aplicable a este tipo de fábricas de calidad.

Los estudios posteriores de Heyman -por ejemplo [Heyman, 1.982]- afianzarían este método de análisis plástico de construcciones históricas. El método recibirá diversas contribuciones de otros autores con el transcurrir del tiempo, por ejemplo la consideración del diagrama de cálculo como rígido plástico unilateral con resistencia a compresión limitada [Blasi y Foraboschi, 1.994] -se pueden encontrar otras referencias de interés en [Molins, 1.998]-.



Figura I.24 Guimarei. Rótula plástica

Aunque los resultados anteriores bajo este planteamiento resultan muy adecuados para el tipo de edificios que analiza, son poco convincentes para edificios de fábrica de tipo entramado, con muros o pilares verticales y forjados horizontales, tanto desde el punto de vista de la relación entre el coste del análisis y el de la propia construcción como de la propia adecuación de los diagramas admitidos para el material, que en estas tipologías dista de encontrarse trabajando a bajas tensiones. Por esta razón, los métodos de cálculo para estos edificios se han desarrollado desde otras premisas, más adecuadas a la entidad técnica y económica del problema a resolver. Analicemos lo que sucedió en España.

En España, con la llegada del **Renacimiento**, las leyes gremiales del perpetuo silencio fueron abandonadas y floreció una abundante tratadística, más preocupada por aspectos técnicos y constructivos que la italiana -eminentemente compositiva-.

Un recorrido por la Biblioteca de la E.T.S.A. de Madrid revela los siguientes títulos: *El libro de Arquitectura de Hernán Ruiz el Joven* -entre 1550-1560-, de contenido humanista impregnado de la visión de Serlio, si bien proporciona algún despiece constructivo de interés; *Compendio y simetría de los Templos* de Rodrigo Gil; *Libro de Trazas de Cortes de Piedras* de Alonso de Vandelvira -entre 1575-1591-, manuscrito que leído por Pedro de la Peña le motivó a escribir su *Breve Tratado de Bóvedas*, el cual a su vez será plagiado por Juan de Torrija en su *Breve*

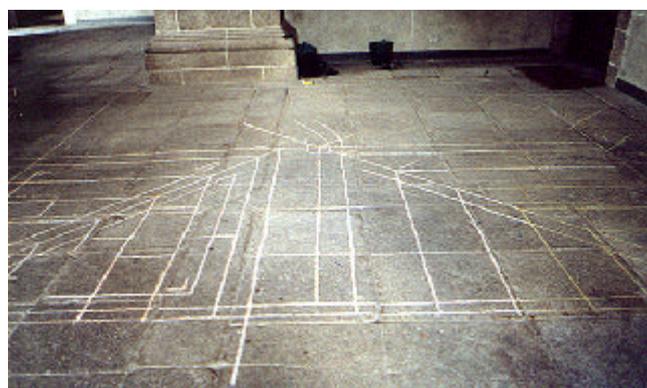


Figura I.25 Monforte, Escolapios, Trazas de Montea

Tratado de Todo Género de Bóvedas -1661-; Cerramientos y Trazas de Montea de Ginés Martínez de Aranda; *Arquitectura Civil, Recta y Oblicua -1678-* de Juan Caramuel...

En este mismo **siglo -XVII-** y a nivel de reglas de dimensionado destaca el tratado de Fray Rosendo de San Nicolás, *Arte y Uso de la Arquitectura* -[Fray Rosendo, 1.663]- en el que se señala la importancia de la correcta elección del grosor de los muros -tomado de [Moreno-Navarro, 1.995b]-. Poco después continúa diciendo

Comúnmente se lleva que cualquier templo tenga de grueso sus paredes la tercera parte de su ancho.

Y prosigue

mas en las piezas que no llevan bóvedas ningunas, se debe guardar diferente grueso y así no se le dará más que la sexta parte de su ancho con tal de que los suelos no excedan de dos o tres, que excediendo arbitrariamente pudieres echar el grueso que te pareciese.

A lo largo del **siglo XVIII** muchos libros establecen el grosor de los muros por referencia a los valores establecidos en los edificios más corrientes, sin establecer ninguna regla geométrica. Entre ellos destaca el tratado de Pierre Patte, *Cours'architecture de J.F. Blondel* -[Patte, 1.777]- en el que se establecía que la fachada de un edificio que tuviese 18 m de altura -aproximadamente- debería tener un espesor de muro de 60 cm en la base y 45 en la coronación.

Este tratado fue conocido en España a través de la traducción encubierta que Benito Bails realizó en sus escritos, *De la Arquitectura Civil -1783-* y su póstumo *Diccionario de Arquitectura Civil -1802-*.

Durante el **siglo XIX** se formulan reglas más abstractas y aplicables a todo tipo de edificios. En este sentido las formula Jean Rondelet, en su célebre tratado *L'art de bâtir*, [Rondelet, 1.818], de enorme influencia a lo largo de todo el siglo XIX en nuestro país.

El Tratado de Rondelet contenía indicaciones geométricas de dimensionado muy precisas. Así, de acuerdo con [Moreno-Navarro, 1.995b], un edificio de doble crujía con unas separaciones entre forados de unos 3,50 m y una altura de 20 m, con planta baja y cuatro pisos, a los muros de fachada en planta baja les correspondería un grosor de unos 66 cm y de unos 27 cm en la coronación.

La influencia en España se realiza a través de cursos como el de Campo-Redondo en Madrid o los apuntes de Serrallach de la Escuela de Arquitectura de Barcelona, o bien a través de su empleo en edificios ejecutados, si bien muchas veces no se empleasen estrictamente.

El dimensionado de los espesores de los muros por consideraciones geométricas se mantiene hasta bien entrado el **siglo XX**. Pero por fin en 1.939, Pere Benavent en su libro *Cómo debo Construir* introduce unas reglas, muy simples, de tensiones admisibles para la fábrica [Benavent 1.939].

Tras la catástrofe del hotel de Pineda, en 1.962 se publica un análisis comparativo de las normas británicas de 1.948, alemanas de 1.952, americanas de 1.955 y los estudios de Haller, redactado por Lahuerta y L.F. Rodríguez y financiado por la Administración [Lahuerta, 1.962]; dos años después verá la luz una publicación de [Cassinello, 1.964] -del IETCC- sobre la normativa de doce países, si bien algunas de ellas mantienen como criterio de dimensionado el contenido en el tratado de Rondelet.

Por fin, en 1972 ve la luz la primera norma de fábrica española, la [MV-201], eso sí, antes que en Italia, que no tuvo norma hasta 1.987. La MV-201 es una norma basada en una amplia experimentación: se analizaron 200 tipos de ladrillos, se realizaron 168 probetas de fábrica para evaluar la influencia del ladrillo y del mortero, así como 48 muros y 12 pilastras para evaluar la influencia de la esbeltez.

Simultáneamente, y con los mismos datos, aunque ampliando sus prescripciones a todo tipo de fábricas se publicó el [PIET-70] del IETCC.

I.3 CONTENIDOS DE LA TESIS.

Los estudios de esta tesis se centran dentro de la última línea esbozada en el epígrafe anterior. Dentro de los métodos de análisis aplicables a construcciones resueltas a base de elementos verticales de fábrica -muros y/o pilares-pilastras- y elementos horizontales -forjados- resueltos con otro material -madera, acero u hormigón armado-, y donde no se justifica un análisis singularizado realizado por medios, como el M.E.F., que exigen gran volumen de horas/hombre y horas/máquina, puesto que el coste se ha de mantener a un nivel asequible compatible con los costes usuales que se barajan en construcción. De esta forma, el estudio deja fuera de su ámbito el estudio específico del *Monumento* o de las obras civiles de gran importancia como los puentes. Asimismo, el análisis se centra en la fábrica en *estado puro*, esto es una fábrica que no ha sido reforzada con elementos de acero, sino que se encuadra en la definición tradicional de fábrica siguiendo a [Lahuerta, 1.984]:

una construcción con piezas de piedra natural -mampuestos, sillares, adobes- o artificial -ladrillos, bloques- ajustadas -esto es, colocadas con juntas intermedias- y generalmente enlazadas con mortero, elemento que garantiza la transmisión uniforme de las compresiones entre las piezas.

A nivel internacional nos encontramos, además, en una etapa de unificación de las normativas nacionales mediante la implantación de los Eurocódigos, normas de referencia que en algunos casos se alejan de la normativa existente en el ámbito particular que desarrollan.

A eso se le añade, en el caso de la fábrica, una primera norma avanzada, la MV-201-1.972 [MV-201], revisada y publicada bajo el nombre de NBE-FL-90 [FL-90]. Sin embargo la revisión de [MV-201] dejó descontentos a no pocos estudiosos: al intentar solucionar un problema particular -el empotramiento de los forjados en la fábrica- ha intentado la cuadratura del círculo: ha pretendido dotar del determinismo elástico un planteamiento realizado en agotamiento, introduciendo un factor de confusión.

No se puede dejar de citar que [FL-90] es, como su nombre indica, una norma para las *fábricas de ladrillo*, que deja fuera de su paraguas protector todas las estructuras que no sean de ladrillo: bloques de hormigón, bloques de termoarcilla y fábricas de piedra. Y no se puede olvidar el ámbito geográfico en el que se encuentra ubicada la E.T.S.A. de La Coruña, Galicia, y la pujanza que el sector de la minería -granito y pizarra- experimenta en la Comunidad.

Sentadas las bases anteriores, estas líneas tienen un primer objetivo de carácter documental, recopilatorio y sistematizador: se han recogido y estudiado múltiples referencias bibliográficas dispersas; y se ha analizado y referenciado un abanico de métodos de cálculo que pueden ser útiles en diversas situaciones. Posteriormente se ha seleccionado un grupo de ellos para su análisis, realizando una sistematización y la unificación de la notación.

El segundo objetivo de la tesis se cifra en hacer explícito el soporte teórico del *Método de Cálculo de la Sección Eficaz*, en el que se basan de una forma u otra las diferentes normas sobre la fábrica. En este sentido, señalar que ciertas normas parecen sufrir cierta confusión cuando señalan alguna de las leyes constitutivas aplicables a la fábrica.

Además, no se puede dejar de citar entre los objetivos el hacer explícitas las repercusiones de las formulaciones propuestas en los métodos de cálculo. La bibliografía proporciona numerosas referencias, algunas de las cuales parecen contribuciones de interés. Pero sólo cuando se abandona el terreno de la especulación teórica y se llega a la aplicación práctica las propuestas cobran o pierden sentido. Los contenidos de aplicación práctica de la tesis se refieren sólo al primer nivel de aplicación práctica, a la aplicación numérica de los métodos planteados. Obviamente, falta la aplicación práctica de carácter experimental, pero es éste un tema que este doctorando espera abordar tras obtener el grado de doctor -y por tanto la posibilidad de conseguir recursos económicos-.

En cualquier caso, la aplicación práctica realizada ha permitido descartar alguna de las propuestas contenidas en las referencias analizadas, así como detectar algunos desajustes en la formulación expuesta. Planteada la consulta sobre éstos a los autores, se ha traslucido la diversa actitud de los éstos hacia los contenidos publicados.

Este planteamiento es un primer nivel de chequeo o de control de las formulaciones propuestas que busca encontrar el punto de equilibrio entre resultados y recursos empleados. En última instancia se trata de discernir, más allá de la brillantez de las formulaciones teóricas, el planteamiento más correcto, pero también el más equilibrado para el destino que se pretende: de nada sirve un planteamiento exageradamente preciso si los recursos que consume son excesivos.

Por supuesto que lo anterior siempre estará vinculado al tipo de herramientas disponibles. Por ello, entre los objetivos del trabajo se encuentra el perfilar unas herramientas que faciliten el proceso, tanto para el cálculo manual -diagramas auxiliares que resuelvan el problema con comodidad-, como para el cálculo informático, por lo que se añade a los objetivos anteriores el desarrollo de rutinas informáticas que faciliten los cálculos. La justificación de las ayudas que se plantean al cálculo manual reside en que el

dimensionado de una estructura de fábrica se realiza básicamente sobre el tablero de dibujo, en el proceso de encaje de la solución, ya que las dimensiones de muros -especialmente- y pilastras condicionan profundamente el proceso de diseño.

En resumen, se trata de un conjunto de objetivos que responden a un sueño latente: propiciar el desarrollo de una nueva norma de fábrica que recoja lo mejor de los planteamientos analizados y que resulte congruente con el tipo de edificio del que se trata. Quizás a nivel nacional este sueño pueda parecer totalmente utópico, pero parece más realizable si se tratase de propiciar el desarrollo de unas recomendaciones para la estructura de fábrica de piedra a nivel de la Comunidad Autónoma de Galicia que recoja las particularidades de la construcción con piedra, como por ejemplo el perpiaño.

Este conjunto de objetivos justifica la estructura que adopta la tesis.

Dado que la ambición última es propiciar una revisión de la normativa, parece lógico que el trabajo se refiera a los puntos clave de ésta. Así la tesis dedica tres capítulos -Capítulos III, IV y V- a temas relacionados con la determinación de las tensiones resultantes generales -en palabras de FL-90-, reservando el Capítulo VI al desarrollo de un análisis novedoso sobre las tensiones resultantes locales.

Los capítulos del primer grupo plantean el problema de la validación de la sección, de la validación del nudo y por último de la validación del elemento, esto es, el estudio de la capacidad portante de una sección de fábrica en el primer caso; el problema de los empotramientos en los apoyos y de las excentricidades que surgen en el segundo, y, finalmente, el problema de inestabilidad de la pieza por efecto del pandeo, tema clave para su aprobación definitiva si se han verificado los extremos anteriores.

En cuanto al Capítulo VI -que concierne a un tema no considerado en la normativa-, aborda la trascendencia de la forma y disposición de los huecos en la estructura de fábrica y sus repercusiones desde el punto de vista analítico. Es una idea recuperada de la enseñanza silenciosa de las fábricas históricas que nos rodean, que son al tiempo estructura espacial y soporte portante; aislamiento y revestimiento; fondo y decoración... Un espíritu olvidado en nuestro analítico mundo actual que tiende a separar funciones y que deriva de los contactos con el mundo de la intervención sobre el Patrimonio. Por ello, no se puede dejar de considerar que en absoluto es idéntica la situación de un muro en el que se abren huecos que introducen pequeñas perturbaciones tensionales, que la de un muro que es violado por un gran hueco, como tampoco el muro es indiferente a las formas y ubicación de esos huecos... En fin, se trata de señalar a la comunidad la relevancia que este tema puede llegar a alcanzar, pensando en introducir algún factor que corrija las situaciones extremas que puedan darse.

II. ESTADO DEL ARTE

II.1 INTRODUCCIÓN.

En el panorama de los estudios sobre la fábrica actuales se desarrollan varias líneas simultáneas.



Figura II.1 Guimarei. Coro

Por una parte, el planeamiento de [Heyman, 1.966] y sus estudios posteriores -por ejemplo [Heyman, 1.982]- afianzaron el método de análisis plástico de construcciones históricas basado en un diagrama rígido-plástico a compresión con resistencia a tracción nula, y donde el problema determinante del análisis era el del equilibrio. Con el

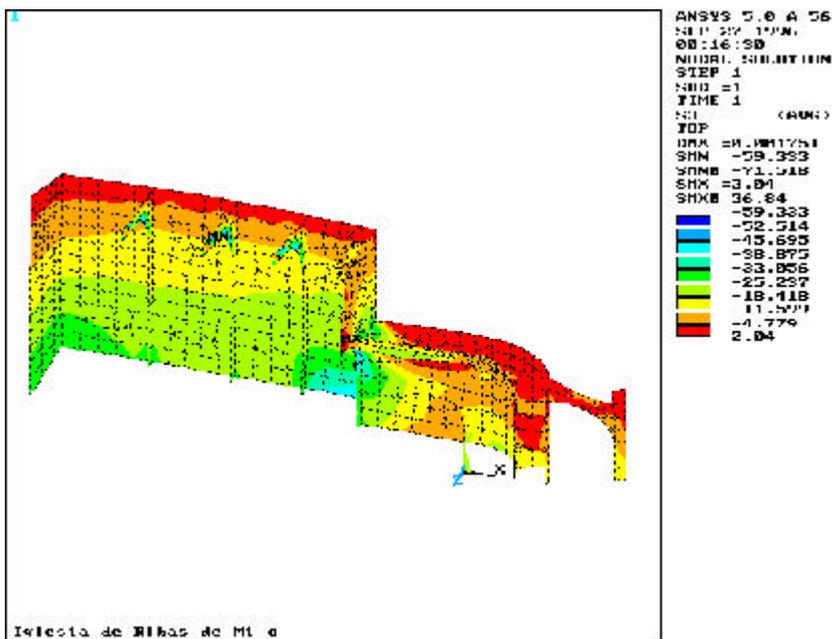
discurrir del tiempo, el método recibiría sustanciales

contribuciones de otros autores, por ejemplo la consideración del diagrama de cálculo como rígido plástico unilateral con resistencia a compresión limitada [Blasi y Foraboschi, 1.994] -; también se pueden encontrar otras referencias de interés en [Molins, 1.998]-.

La aparición de los sistemas informáticos que permiten el análisis del continuo llevó a la aplicación de éstos al cálculo de los edificios de fábrica. Básicamente nos estamos refiriendo a la aplicación del *Método de los Elementos Finitos* (M.E.F.) a las fábricas. De todas formas, en la actualidad hay autores que siguen prefiriendo este método de análisis último frente a las posibilidades del M.E.F., por ejemplo [Blasi y Foraboschi, 1.994]

En lo tocante a los métodos computacionales, se generaron dos caminos diferentes: el *Método de los Elementos Finitos* (M.E.F.), más extendido, y el *Análisis de Deformación Discontinua* (A.D.D.), basado en una formulación matricial generalizada. Este método ha sido propuesto por [Ma et alli, 1.995] y entre sus estudiosos se pueden citar [Molins, 1.998].

La aplicación del M.E.F. constituye el grueso de los trabajos que se están realizando sobre este tema, como se pone de relieve en las ponencias de los Congresos de *Structural analysis of historical construction* (I, II y III). Básicamente, sus avances se pueden sintetizar en la superación de la fase



elástica de cálculo del método, buscando reproducir el comportamiento anelástico de la fábrica. Los estudios se agrupan en dos tipos: los de *micromodelado* y los de *macromodelado*.

Los primeros se centran en el estudio de los elementos constitutivos de las fábricas para reproducir sus características

resistentes. Tienen su aplicación principal en el calibrado de los segundos, de los *macromodelos*. Éstos tratan de reproducir el comportamiento del conjunto de la construcción.

Dentro del primer grupo se puede citar a [Lourenço, 1.994]. Entre los investigadores que tratan de superar las limitaciones del método para la reproducción del comportamiento de las fábricas en el macromodelado, se puede citar a [Hughes, 1.995].

Para la aplicación de los resultados en casos de rehabilitación se está gestando un cuerpo doctrinal específico que conlleva reconsideraciones de coeficientes de seguridad en función de evaluaciones pormenorizadas del riesgo -véase por ejemplo, [Macchi, 1.992]-. En este campo se están poniendo a punto los herramientas de diagnóstico específicas [Izquierdo, 1.994].

Obviamente, los planteamientos anteriores resultan muy adecuados para el tipo de edificios que analiza el M.E.F. -monumentos y grandes obras de ingeniería-, cuyo enorme valor soporta los elevados costes de su modelización y análisis; pero es poco convincente para edificios de fábrica de tipo entramado, con muros o pilares verticales y forjados horizontales, tanto desde el punto de vista del coste del desarrollo del modelo como por el tipo de problemas que se plantean, sobradamente conocidos.

Este tipo de problemática estándar ha sido afrontada mediante la elaboración de normas que proponen métodos para comprobar que la seguridad de los elementos proyectados es suficiente. España produjo su primera norma sobre estructuras de fábrica en 1.972, la *Norma del Ministerio de la Vivienda Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo*, [MV-201], nacida de la mano de Lahuerta y Cassinello.

La norma se mantuvo vigente durante 18 años. En 1.990 sufrió una ligera revisión -ciertos elementos salieron fuera del ámbito de la norma, pasando a regirse por su normativa específica, se actualizaron referencias y terminología-, pero se mantuvo la estructura casi íntegra, pasando a denominarse *Norma Básica de la Edificación Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo* [FL-90].

Por esas fechas se gestaron también los pliegos de recepción de ladrillo [RL-88] y bloque de hormigón [RB-90]-.

Sobre este particular, no se puede dejar de citar la contribución de [Moreno-Navarro, 1.991], en que analiza la revisión de [MV-201]. En ellas se critica que la revisión no haya acercado posturas con los estudios previos del *Eurocódigo 6* [EC-6], que hubiese ignorado los trabajos del equipo de Lahuerta, y que no hubiese ninguno de los avances que en construcción se habían producido -no introdujo en su ámbito de aplicación la fábrica armada-, sugiriendo a continuación una cuestión que la futura revisión de la norma debería abordar sin dilación: el planteamiento de un método que permita evaluar la seguridad de los edificios existentes que no siguen las prescripciones de la norma. Lúcidas reflexiones que cayeron en el olvido.

II.2 SOBRE EL ANÁLISIS DE MUROS DE FÁBRICA

En 1.990 se publica una importante contribución al tema del estudio del pandeo de estructuras de fábrica dentro del vasto libro [Lahuerta, 1.990], aunque no tuvo la difusión que merecía dentro del mundo de las estructuras de fábrica, quizás en parte por el sistema de publicación adoptado y por la densidad de su contenido.

En 1.992 [HISPALYT] publica su libro sobre *El muro de ladrillo*, en el que se recogen los diferentes aspectos que pueden concernir a la edificación de muros de carga de ladrillo, llegando a proponer un método de cálculo alternativo al de [FL-90], más sencillo que éste -una aspiración que D. Ricardo Fombella dejaba patente en el prólogo de [Fombella, 1.988] y que se recoge desde estas líneas-.

Además, en los últimos tiempos se han publicado en España una serie de normas que han modificado sustancialmente el panorama estructural. Así el baile normativo comenzó con el *Eurocódigo de Estructuras de Hormigón* EC-2 [EC-2, 1.993, 95, 96 y 98]; siguieron la publicación de la nueva *Norma de la Construcción Sismorresistente en Edificación* [NCSE-94]; del *Eurocódigo de Estructuras Mixtas* [EC-4, 1.995, 96]; la publicación de [EF-96]; del *Eurocódigo de Estructuras de Acero* EC-3 [EC-3, 1.996]; la del *Eurocódigo de Estructuras de Fábrica* [EC-6, 1.997]; del *Pliego* [RC-97]; la del *Eurocódigo de Estructuras de Madera* [EC-5, 1.997]; la del *Eurocódigo de Acciones* [EC-1, 1.997,98]; la publicación de [EHE-98]; la del *Eurocódigo de Estructuras Sismorresistentes* [EC-8, 1.998], y últimamente la del *Eurocódigo de Estructuras de Aluminio* [EC-9, 2.000].

La publicación de [NCSE-94] supuso consecuencias para los edificios de fábrica situados en zonas sísmicas -muchos quedaron automáticamente en una situación de inseguridad- provocando análisis como los de [Pellicer, 1.995] I, II y III, la tercera de cuyas entregas pasa revista a las consecuencias para la edificación de fábrica.

En este mismo año se publica un artículo de [Tuesta, 1.994], *Estudio de la resistencia a flexocompresión de elementos no esbeltos de fábrica de bloques de hormigón, simples y rellenos, a partir del ensayo de prismas* que constituye una de las pocas contribuciones experimentales españolas, no sólo al mundo de la experimentación en bloques, sino al mundo de la experimentación de fábrica. El mencionado estudio parece avalar los métodos de cálculo basados en el concepto de *Sección Eficaz*.

Sin embargo, fue especialmente la publicación del *Eurocódigo de Estructuras de Fábrica* [EC-6] la que suscitó una profunda controversia en el panorama nacional, con críticas y dudas de prestigiosos

estudiosos, como por ejemplo [de Miguel, 1.998], o del profesor Lahuerta. Especialmente crítico resulta el primero de los autores indicados, que en la referencia indicada llega a afirmar que:

en estructuras de fábrica, la incorporación a Europa puede significar el coste de un retraso de 25 años -pág. 3-

Apuntando una serie de defectos, tanto de redacción como de fondo añadiendo, asimismo, en la carta de presentación que acompañaba al documento de análisis:

Mi impresión de conjunto es que la edición impresa ha sido algo precipitada, ya que el documento parece todavía verde. Me temo que nos hemos saltado la fase experimental, para lo que habría sido conveniente poner en circulación un centenar de copias, pidiendo que se calcularan casos con EC-6.

Tanto el debate previo a la aparición de la norma como su posterior análisis dieron lugar a un conjunto de publicaciones de estudios sobre aspectos de gran interés y trascendencia sobre diversos aspectos técnicos. A las ya citadas se puede añadir [Villegas, 1994], [Lijdens, 1994 a,b] [Moreno-Navarro, 1.995], [Freire Tellado, 1.997], [Moreno-Navarro, 1.997], [Lewicki, 1.988], [Freire Tellado, 2.000]. Hay que señalar que algunas de las publicaciones aparecidas antes de la publicación de la versión definitiva de [EC-6] contienen ciertas diferencias con los contenidos finales de ésta.

[Villegas, 1994], [Lijdens, 1994 a,b] publican tres artículos de una serie realizados por esta pareja de investigadores en los que se presenta el cálculo de muros portantes de un modelo estructural simplificado realizado con tres normas distintas, mediante la comparación del número máximo de pisos que es posible alcanzar en idénticas condiciones con cada una de ellas. Analizan otras variables como características mecánicas de los materiales y su influencia en los resultados obtenidos. Evalúan la capacidad resistente de un edificio de fábrica de acuerdo con diferentes normativas. Sin embargo, el tipo de edificio que se plantea despierta ciertas dudas sobre su verosimilitud; asimismo, ciertas afirmaciones realizadas, levantan las dudas sobre el trabajo y provocan la sospechas sobre la corrección en la aplicación del método de [FL-90] con un pretendido determinismo. En cualquier caso, el trabajo realizado es destacable.

[Moreno-Navarro, 1.995b] estudia el nacimiento de la normativa de fábrica en este país, desde las primeras referencias que se tienen en Cataluña para el dimensionado de la construcción de fábrica de ladrillo.

[Freire Tellado, 1.997] estudia la capacidad resistente de la sección de fábrica de acuerdo con diferentes métodos. Elabora una presentación adimensional para el cálculo de secciones que incluye la comparación entre los diversos métodos.

[Moreno-Navarro, 1.997] realiza una síntesis comparativa de las características resistentes de distintos tipos de fábricas de acuerdo con diversas fuentes y repasa los criterios de cálculo de FL-90. La parte más interesante del artículo, a juicio de este doctorando, es la extrapolación del método a los edificios históricos, así como la verificación de la seguridad. Establece una interesante relación entre las formulaciones del pandeo de [FL-90] y [EC-6].

[Lewicki, 1.988] expone la metodología de la evaluación de los coeficientes de seguridad y criterios de aceptación y rechazo de la estructura.

[Freire Tellado, 2.000] realiza una exhaustiva comparativa entre varios métodos de cálculo de pandeo en estructuras de fábrica, analizando los diversos parámetros de los que dependen. Genera unos diagramas que permiten resolver de forma gráfica el estudio del pandeo de un elemento de muro.

Junto a estas referencias existe otro grupo de referencias sobre técnicas de intervención en edificios de fábrica. Por ejemplo, [Soto Pardo, 1.995] diserta sobre técnicas de rasgado de huecos en edificios existentes.

Asimismo, relacionados con problemas de patología, existe un grupo de publicaciones que analizan la estabilidad de los cerramientos de fábrica [Luzón, 1.992], y la resistencia al viento de fachadas de fábrica [Pellicer, 1.999].

II.3 SOBRE ASPECTOS DE LA FORMA DE LA ESTRUCTURA .

Pese a que [Heyman, 1.995] advirtiese que el *quid* de la cuestión de la obra de fábrica era mayormente un problema de la *forma* conveniente, no se han prodigado los estudios sobre esta cuestión.

Las investigaciones que versan sobre la forma lo suelen hacer desde puntos de vista de planteamientos generales o de los aspectos vinculados con la ejecución material.

[Paricio, 1.987] realiza una exposición sobre la forma en que se debe proyectar la estructura de fábrica, sus planteamientos de trabazón y contrarresto para garantizar la estabilidad del conjunto, recordando una cita de Alberti. El artículo sirve de base para mostrar el desarrollo constructivo del Banco de España en Gerona, obra del autor y de Lluís Clotet.

[Palacio, 1.987] realiza un magistral repaso a la estereotomía de la fábrica, esto es, a la forma en que se realiza la construcción de bóvedas y cúpulas en piedra, donde se da cuenta de la extraordinaria complicación del despiece del dovelado y de su ejecución.

[Palacios, 1.987] diserta sobre las diferencias de las bóvedas de ladrillo y de piedra, y da cuenta del complejo proceso que exige la confección de una dovela de una cúpula o una bóveda, desde los problemas de mera definición geométrica hasta la ejecución de las dovelas, piezas que son una sección de casquete esférico y que hay que ejecutar a cincel. Asimismo, considera los instrumentos para la ejecución y la confección de la decoración.

[Ruiz, 1.987] pasa revista a las formas de las construcciones de fábrica de la Antigüedad y el Medioevo desde un punto de vista cualitativo.

[Adell-Cano, 1.988] realizan una revisión de la forma de edificios modernos construidos en fábrica de ladrillo y/o con ladrillo, estableciendo los requisitos de planteamiento.

[Fdz. Madrid, 1.996] realiza una exposición de los requisitos estructurales y constructivos determinantes de la estructura de fábrica -Capítulos V y VI, [Freire Tellado, 1.996b].

Relevantes en esta línea son las investigaciones realizadas por Cobreros, tanto en su tesis doctoral como las contenidas en [Cobreros et alli, 1.998] [Cobreros-Vázquez, 1.999]. Su tesis analiza el comportamiento resistente de los diversos estilos griegos clásicos, en un análisis que relaciona forma

constructiva y resistencia mecánica, mientras que las referencias abordan temas relacionados con la construcción de bóvedas complejas.

Sobre el particular, en la referencia [Freire Tellado, 1.996a] se identifican diversas formas de tipos de huecos en la estructura de fábrica, realizando un análisis por M.E.F. del estado tensional que genera cada tipo de hueco en el muro, así como de sus valores y modificación en diversas situaciones.

III. ANÁLISIS RESISTENTE DE SECCIONES DE FÁBRICA

III.1 INTRODUCCIÓN

Desde los tiempos más remotos se plantea la pregunta de cómo determinar el espesor mínimo de un muro para que éste resulte estable. Hasta la aparición de los distintos métodos de cálculo allá por el siglo XIX, esta pregunta se resolvió con el método de *prueba y error*, que se fue concretando en un conjunto de normas prácticas.

Hoy en día, el mundo de la estructura de fábrica de ladrillo se rige en España por la norma *NBE-FL-90, Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo* [FL-90], actualización y ligera corrección de la anterior *MV-201-1972* [MV-201], norma que, de acuerdo con el testimonio de D. Javier Lahuerta, dio pie a una exhaustiva generalización para todo el ámbito de las estructuras de fábrica -piedra, ladrillo y tierra- al poco de su publicación, el pliego *PIET-70* del I.E.T.C.C. [PIET-70]. Posteriormente-Marzo 1.997- se publicó en España la norma experimental *UNE-ENV 1996-1-1*, traducción al castellano del *Eurocódigo 6, Proyecto de Estructuras de Fábrica* [EC-6], norma, como se ha dicho, experimental y que constituirá la referencia común europea en un futuro no lejano.

Junto con estas referencias normativas españolas y europeas hay otras referencias que se pueden traer a colación dentro del mundo del cálculo estructural de las fábricas. Una de ellas es otra norma de un país comunitario, la *British Standard BS 5628* [BS-5628]. También ha parecido oportuno incluir el método de validación expuesto en la referencia [HISPALYT], dado el importante esfuerzo que esta asociación está desarrollando en el mundo de las estructuras de fábrica, así como los diagramas constitutivos propuestos por D. J.M. Jenaro Garrido [Jenaro, 1.986], entre ellos el de distribución parabólica de tensiones.

III.2 MÉTODOS DE VALIDACIÓN DE LA SECCIÓN.

1. CRITERIOS DE VALIDACIÓN DE LA SECCIÓN SEGÚN FL-90.

La Norma [FL-90] -así como la anterior [MV-201] y el [PIET-70] derivado de ella- plantea un criterio doble para la comprobación de resistencia de la sección ante la aplicación de un esfuerzo axial combinado con momento flector. Éstos vienen expuestos en los apartados 5.4.1 *Esfuerzo Normal* y 5.4.2 *Flexión*.

En el apartado 5.4.1 *Esfuerzo Normal*, el criterio de resistencia se plantea como:

$$\sigma = \frac{N_d}{B} \leq f_d$$

donde $f_d = \frac{\sigma_f}{\gamma_m}$ y B es la *Sección Eficaz* del elemento.

En el apartado 5.4.2 *Flexión*, para casos excepcionales se admite el criterio de resistencia expresado como:

$$\sigma_c = \frac{N}{A} + \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} \leq \sigma_d \quad (\text{Limitación por compresión})$$

Obviamente, esta condición se complementaría con la siguiente para completar el criterio de resistencia,

$$\sigma_t = \frac{N}{A} - \frac{M_1}{W_1} - \frac{M_2}{W_2} \geq -0,1 f_d \quad (\text{Limitación por tracción})$$

criterio que corresponde a la comprobación clásica de *Flexión compuesta doble* de la *Resistencia de Materiales*, pero admitiendo un comportamiento diferente a tracción y a compresión.

De todas formas, la norma obliga a tomar precauciones excepcionales cuando se utilice este segundo criterio.

En cuanto al concepto de *Sección Eficaz*, la norma [FL-90] la define desde la óptica de la aplicación del axil sobre la sección con una cierta excentricidad. Sobre la marcha la define como:

..una parte de la sección [...], de área B, delimitada por una recta secante y cuyo baricentro coincide con el punto de aplicación del esfuerzo normal.

La norma admite una distribución uniforme de tensiones en la Sección Eficaz, mientras que considera inactiva el resto de la sección [Figura III.1].

Añade, además, que cuando la carga es centrada, esto es, cuando su punto de aplicación coincide con el baricentro O, la sección eficaz es la sección total $B = A$.

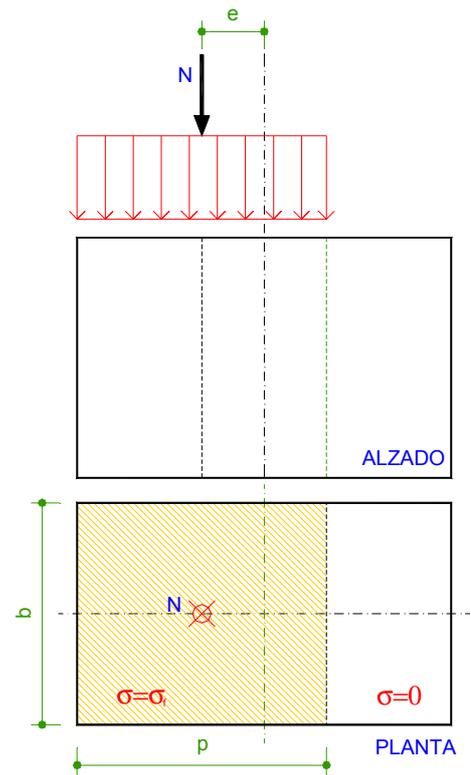
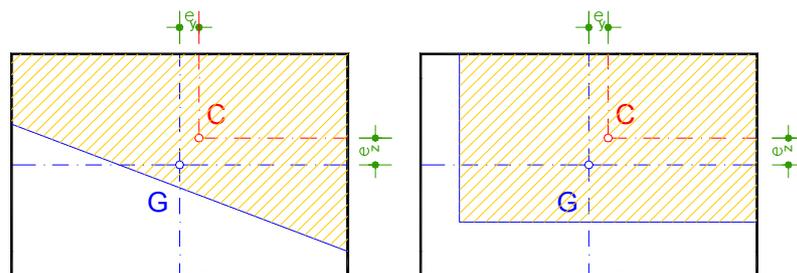


Figura III.1

Más adelante la norma continúa diciendo que si en algún caso la sección eficaz es de difícil determinación geométrica, puede ser sustituida por otra sección eficaz aproximada con las condiciones de que:

- a. quede comprendida en la sección total
- b. su baricentro coincida con el centro de presiones (punto de aplicación del axil)



G: BARICENTRO DE LA SECCION

C: PUNTO APLICACION DEL AXIL

SECCION EFICAZ y SECCION EFICAZ APROXIMADA

Figura III.2

Se aclara que el error cometido va siempre del lado de la seguridad, y que si se escoge convenientemente, éste es pequeño.

Como ejemplo, la norma dibuja una pilastra rectangular con una sección eficaz trapezoidal y representa como sección eficaz aproximada un rectángulo cobaricéntrico con el trapecio señalad [Figura III.2]. Obviamente esta situación se produce en piezas con un axil aplicado con excentricidad según ambos ejes de la pieza, esto es, es una situación para elementos aislados.

Sorprende, de todas formas, la falta de precisión léxica en la norma, por cuanto en el párrafo de *Esfuerzo Normal* habla de un axil aplicado con una cierta excentricidad (lo que implica la actuación simultánea de N+M) y en el apartado de *Flexión* habla de un esfuerzo normal de compresión (aunque aclara que podría no existir) y, de hecho, lo recoge en la formulación que propone. De esta forma, en ambas situaciones se plantea la concomitancia de N y M. ¿Quiere entender la norma la situación de esfuerzo normal limitada a compresión compuesta? ¿Pretende introducir algún límite en la aplicación del método de la sección eficaz? No parece probable, puesto que en ningún otro sitio fija alguna otra condición añadida que refuerce esta hipótesis.

2. CRITERIOS DE VALIDACIÓN DE LA SECCIÓN SEGÚN EUROCÓDIGO EC-6.

Para la comprobación de muros de fábrica -antes de aplicar la oportuna reducción de la carga soportada en función de la esbeltez de la pieza- [EC-6] propone la fórmula

$$N_{sd} \leq N_{rd} = \Phi_i \frac{b \cdot t \cdot f_k}{\gamma_m}$$

Si bien la fórmula anterior no guarda a primera vista semejanza alguna con la presentada por la norma española, un breve análisis nos convencerá de lo contrario.

Llamemos e_1 a la excentricidad de aplicación del axil en el sentido del canto -o espesor- h del muro. Supongamos una sección rectangular de dimensiones $b \times h$. La sección resistente según el criterio de la *Sección Eficaz* en la aplicación de un axil N_d con una excentricidad e_1 se puede expresar como

$$\text{Area Resistente } B = 2b \left(\frac{t}{2} - e_1 \right) = b (t - 2e_1)$$

donde b es el ancho de la sección y t el espesor de ésta -espesor del muro o pilastra-.

$$\text{Axil Resistente } N_{rd} = f_d \cdot b \cdot (t - 2e_1) = f_d \cdot b \cdot t \cdot \left(1 - \frac{2e_1}{t} \right)$$

donde $f_d = \frac{f_k}{\gamma_m}$ es la resistencia de cálculo de la fábrica afectada del coeficiente de minoración

correspondiente. Si llamamos $\Phi_i = (1 - \frac{2 \cdot e_1}{t})$, la expresión resultante es justamente la expuesta anteriormente.

Es preciso señalar que esta expresión tiene un ámbito de aplicación más reducido que el de la norma española, por cuanto propone una formulación que es aplicable a una situación con una única excentricidad, mientras que la norma española define un método genérico, la *sección eficaz*, que es de aplicación a multitud de situaciones.

Esta norma añade además una condición de mínimo a la excentricidad, la limitación

$$e_1 \geq 0,05 \cdot h$$

Es preciso decir, asimismo, que si bien entre el articulado no aparece limitación alguna para la excentricidad máxima con la que puede actuar el axil, entre las tablas que se ofrecen para facilitar los cálculos aparece -[EC-6] Figura 4.2- como límite la relación:

$$\frac{e}{h} = 0,33$$

La norma recoge, además, varias relaciones constitutivas para la fábrica, citando expresamente el parabólico, parábola rectángulo o el rectangular (?), representando expresamente el diagrama parábola-rectángulo entre sus aproximaciones [Figura III.3]. Sin embargo, en la formulación que plantea olvida estos diagramas de respuesta.

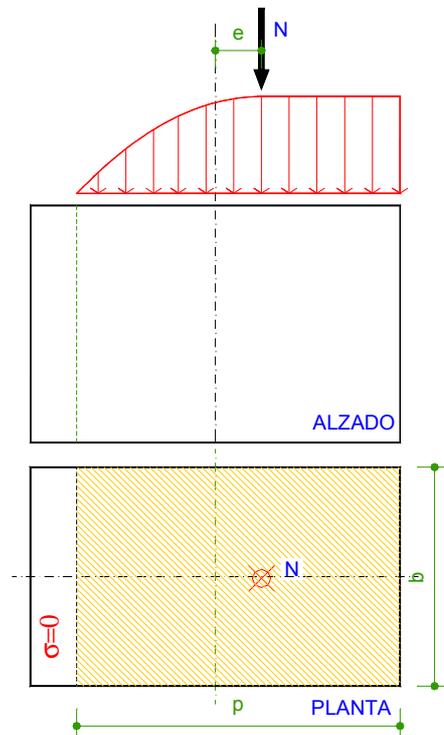


Figura III.3

3. CRITERIOS DE VALIDACIÓN DE LA SECCIÓN SEGÚN [HISPALYT].

De acuerdo con lo recogido en el apartado 4.4.2.4, la condición de validación se expresa como

$$\sigma = \frac{N}{\Phi \cdot A_n} \leq \sigma_a$$

con los significados siguientes

- N Carga vertical en la base del muro
- A_n área neta de la sección horizontal del muro
- Φ coeficiente de reducción de la resistencia por esbeltez y excentricidad.

Si bien no se refleja ninguna expresión analítica para el valor de Φ , la referencia propone para su determinación una tabla de doble entrada en función del coeficiente de excentricidad de las cargas, m , y del coeficiente de esbeltez, Γ de valores:

$$m = \frac{6 \cdot e}{t} \qquad \Gamma = \alpha \frac{h}{t}$$

Para el análisis del comportamiento de la sección se puede suponer una situación en la que las condiciones de inestabilidad carezcan de relevancia -esbeltez nula-. En esta situación, con el mismo razonamiento anterior se puede obtener para la definición del área resistente de acuerdo con los postulados de la sección eficaz un coeficiente Φ_e de valor

$$\Phi_e = \left(1 - \frac{2 \cdot e_1}{t}\right) = \left(1 - \frac{m}{3}\right)$$

cuyos valores coinciden exactamente con los recogidos en el gráfico señalado.

Sin embargo, esta misma referencia (págs. 42 y ss.) recoge -y dibuja- un método de cálculo que propone una respuesta lineal de la parte comprimida de la sección al tiempo que desprecia la parte de la sección que no se encuentre sometida a esfuerzos de compresión [Figura III.4]. La parte comprimida resiste con una respuesta elástica y lineal, de tal forma que para excentricidades inferiores a $t/6$ la respuesta es el clásico diagrama trapezoidal mientras que para excentricidades superiores al valor indicado la respuesta se esquematiza mediante un diagrama triangular cuyo baricentro coincide con el punto de aplicación del axil. Se impone además un límite de $0,33 t$ a la excentricidad máxima, siendo t el espesor del muro.

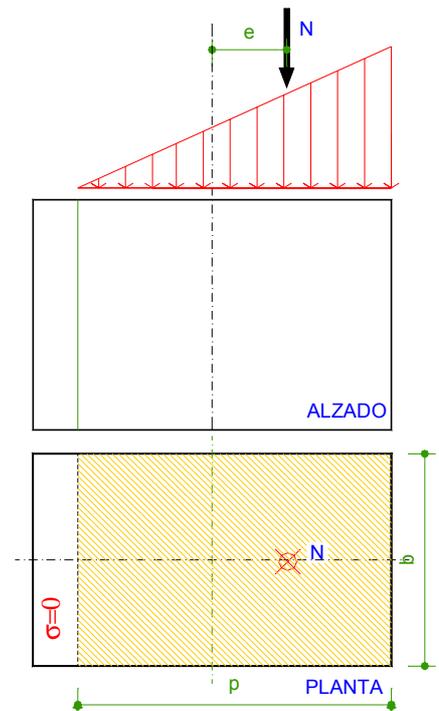


Figura III.4

4. CRITERIOS DE VALIDACIÓN RECOGIDOS POR JENARO GARRIDO.

En la referencia señalada, [Jenaro, 1.986] recoge las siguientes leyes constitutivas para la fábrica, todas ellas con capacidad resistente a tracción nula:

- Diagrama elástico y lineal.
- Diagrama elástico con distribución parabólica de tensiones [Figura III.5].
- Diagrama rectangular.

Dejando aparte la discusión sobre el diagrama rectangular como ley constitutiva del material -tema que se revisa a la luz del cálculo plástico en el apartado siguiente-, y considerando como ya analizado el diagrama lineal, la capacidad portante de la sección en función de la excentricidad en la aplicación de la carga se expresa como:

$$e_1 \geq \frac{h}{8} \quad N_{rd} = \Phi f_d \cdot b \cdot t = f_d \cdot b \cdot t \cdot \frac{8}{9} \left(1 - \frac{2e_1}{t}\right)$$

$$e_1 < \frac{h}{8} \quad N_{rd} = \Phi f_d \cdot b \cdot t = f_d \cdot b \cdot t \cdot \frac{1}{1 + \frac{4 \cdot e_1}{t}}$$

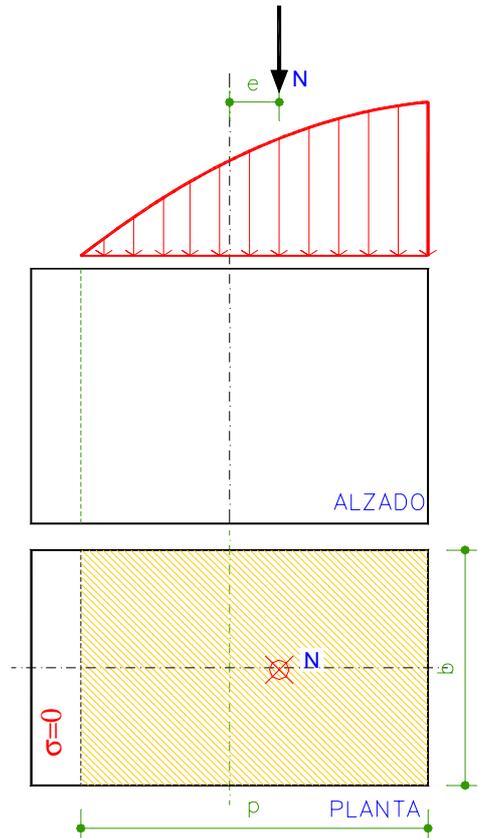


Figura III.5

5. CRITERIO DE VALIDACIÓN DE LA SECCIÓN SEGÚN BS 5628 Part 1.

Esta norma [BS-5628] plantea una distribución de tensiones lineal sobre la parte comprimida de la sección, mientras que supone a tensión nula la parte que en un diagrama elástico convencional se encontraría traccionada. Coincide, por lo tanto con lo expuesto en el final del apartado de HISPALYT, así como en los requisitos que establece.

6. ANÁLISIS DE LOS MÉTODOS DE VALIDACIÓN PROPUESTOS.

JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO

La revisión anterior permite constatar varios puntos:

- Las normas suelen plantear un doble criterio de comprobación, uno de ellos vinculado con un diagrama elástico -lineal o parabólico- y un segundo método de comprobación -que es el que incluyen en la formulación- y que corresponde con la aplicación del concepto de *Sección Eficaz* de forma más o menos encubierta y limitada a una sección de forma rectangular con un axil aplicado excéntricamente en el sentido del espesor. Frente a esta situación la norma española es más amplia puesto que la definición del concepto anterior le permite extender su aplicación a todo tipo de secciones y con excentricidades en ambas direcciones del plano.

- La NBE-FL-90 es la única que admite -con todas las limitaciones que se quieran- una cierta capacidad resistente a tracción de la fábrica, limitada al décimo de su resistencia a compresión y con una respuesta elástica. Este precedente puede ser de mucho interés para el análisis de fábricas en las que se están incorporado morteros adherentes con resistencia a tracción.

- La aplicación del concepto de *sección eficaz* se realiza de una forma encubierta y confusa, por cuanto no existe rigor en su tratamiento. Por ello parece necesario el análisis que se desarrolla seguidamente y que permite aclarar la naturaleza de esta situación resistente.

Quizás la razón del tratamiento encubierto antes comentado, haya que buscarla en un razonamiento bastante intuitivo. Una estructura como la fábrica rara vez presenta continuidad con los elementos horizontales, de tal forma que los momentos introducidos en la estructura son debidos fundamentalmente a excentricidades en la aplicación de las cargas sobre la sección. Parece así difícil mantener que como consecuencia de la anelasticidad del material, una sección suficiente para resistir un esfuerzo axil dado que actuase centrado dejase de serlo -debido a la aparición sobre ella de tracciones de magnitud excesiva- al aumentar sus dimensiones -manteniendo fijo uno de sus vértices y el punto de aplicación de la carga- debido al desplazamiento del centro de gravedad (c.d.g.) y a las excentricidades consecuentes.

III.3 PLASTIFICACIÓN DE SECCIONES SOMETIDAS A AXIL+FLECTOR

III.3.1 INTRODUCCIÓN

La actuación simultánea de un momento flector y de un esfuerzo axial sobre una sección provoca en ésta la aparición de tensiones normales exclusivamente, sin que se movilicen tensiones tangenciales. Es una situación que se da en casos como el apoyo rígido y excéntrico de una viga en un machón, o en un pilar cargado excéntricamente. Se podría considerar asimismo esta situación en el apoyo de una zapata en la que el esfuerzo cortante o no existe o no es transmitido al terreno.

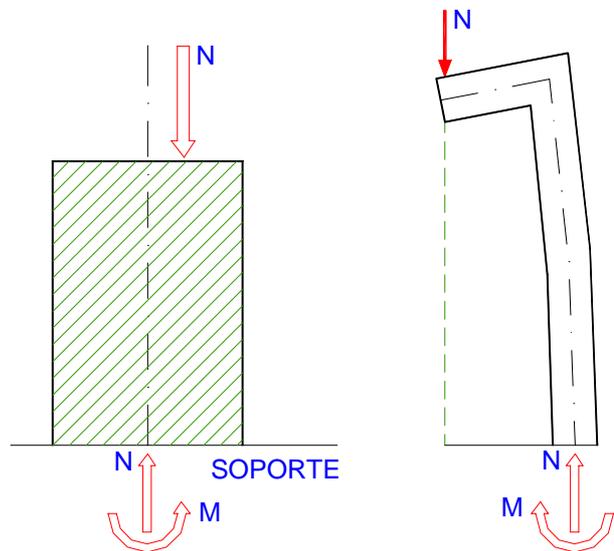


Figura III.6

El título de este epígrafe, *Plastificación de Secciones sometidas a axial y flector*, se ha seleccionado por cuanto no hay unanimidad en qué se entiende por una situación de flexión compuesta, puesto que para algunos autores se entiende la concomitancia de los esfuerzos que nos ocupan con la presencia del esfuerzo cortante. Además bajo la denominación escogida se engloban situaciones de flexión compuesta pero también de tracción o de compresión compuesta, ya que no hay ninguna particularidad en su análisis para la situación de material homogéneo, isótropo e isorresistente.

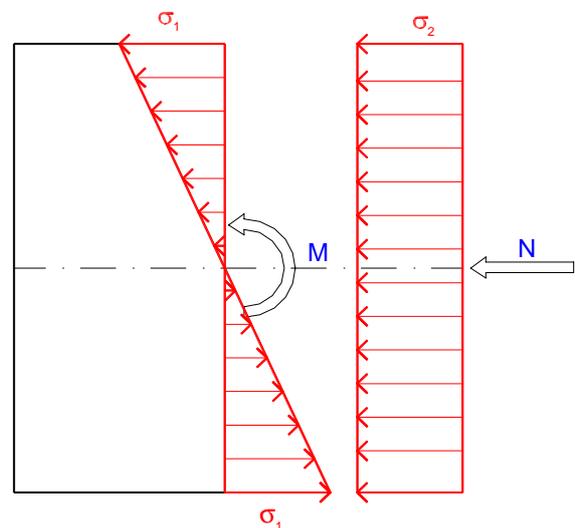


Figura III.7

Dado que se analizarán situaciones de plastificación, y dado que el principio de superposición de efectos no es válido en el cálculo plástico, es preciso considerar simultáneamente la actuación de ambos esfuerzos. Afortunadamente, dado que las tensiones que ambos producen son tensiones

normales, el agotamiento del material se deduce directamente del diagrama tensión-deformación, sin necesidad de involucrar ningún criterio de plastificación en el estudio.

En estas líneas se desarrollará el estudio para materiales cuya capacidad resistente es exactamente igual a tracción que a compresión y para materiales con distinto comportamiento resistente de acuerdo con el signo de las tensiones normales que aparezcan. Dado que ambos tipos de materiales son homogéneos e isótropos, es preciso calificar de alguna forma esta diferencia en el comportamiento resistente. A falta de calificativo mejor, se propone el de *isorresistente* y *heterorresistente*. Como referencias de este apartado introductorio sirvan [Díaz-Munio, 1.996] [Benito Hernández, 1.975], [Argüelles, 1.981], [Doblaré-Alarcón, 1.983], [Massonnet, 1.966], [Horne 1.979], [Millanes, 1.993]

En el caso de materiales heterorresistentes, el análisis se desarrolla para un caso particular de los mismos, cual es el de los materiales sin resistencia a la tracción. La elección se justifica en la importancia de este tipo de materiales en construcción, puesto que en este grupo se engloban las fábricas -piedra, ladrillo, bloque-, el hormigón en masa e incluso el terreno bajo el cemento. Empero, se dejan fuera del análisis otros materiales con distinto comportamiento resistente a tracción y a compresión, como, por ejemplo, la madera.

Para este análisis el diagrama constitutivo de los materiales isorresistentes se representa por el elastoplástico ideal, mientras que para el caso de materiales heterorresistentes con resistencia a tracción nula la respuesta del material va a estar regida por la rama de compresión que corresponde al semidiagrama del material elastoplástico ideal [Figura III.8].

El estudio se desarrolla bajo las hipótesis siguientes:

1. Inexistencia de esfuerzo cortante actuando en la sección.
2. El incremento del axil y del momento flector se produce en la misma proporción hasta el agotamiento

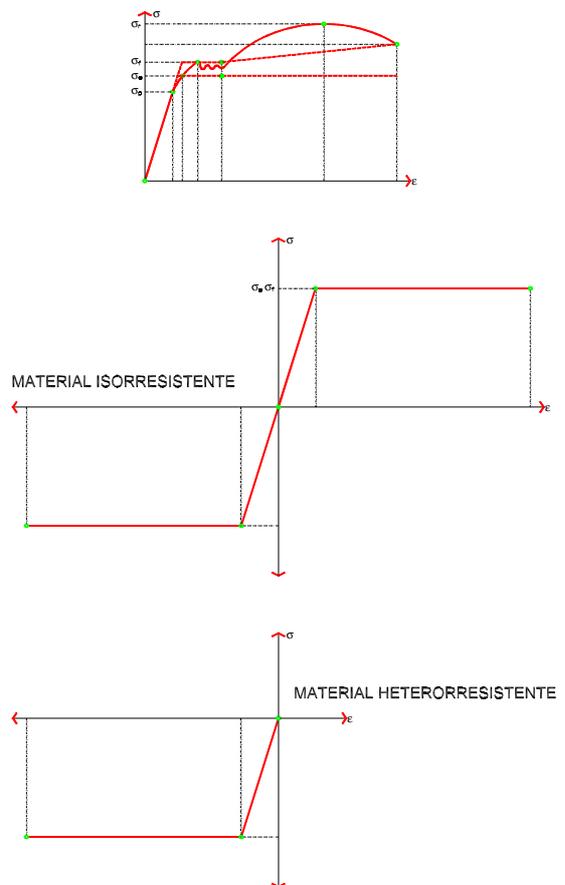


Figura III.8

3. La deformación de la sección está regida por la parte de ella que permanece en período elástico.

En estas condiciones, en ausencia de otro tipo de formulación a la que recurrir, el estudio de la sección se aborda planteando las ecuaciones Esfuerzos-Tensiones.

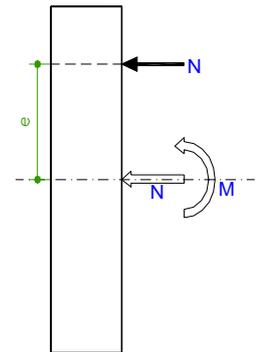


Figura III.9

III.3.2 AGOTAMIENTO DE SECCIONES CON MATERIAL ISORRESISTENTE.

A. PROCESO DE PLASTIFICACIÓN DE UNA SECCIÓN BISIMÉTRICA.

Supongamos una sección sometida, por ejemplo, a un momento flector positivo y a un axil de compresión. En esta situación, la tensión máxima se producirá en la fibra superior de la sección. Supongamos que los esfuerzos son de tal magnitud que provocan que la tensión máxima sea la máxima tensión elástica y lineal del material, que por la definición del diagrama constitutivo coincide con la tensión de fluencia del material.

Ya que la sección se encuentra en situación elástica, la fibra inferior de la sección tendrá una tensión inferior en todo caso a la anteriormente señalada -tensión de fluencia del material-. Supongamos que la relación entre los esfuerzos actuantes es tal que la tensión en la fibra inferior es de tracción.

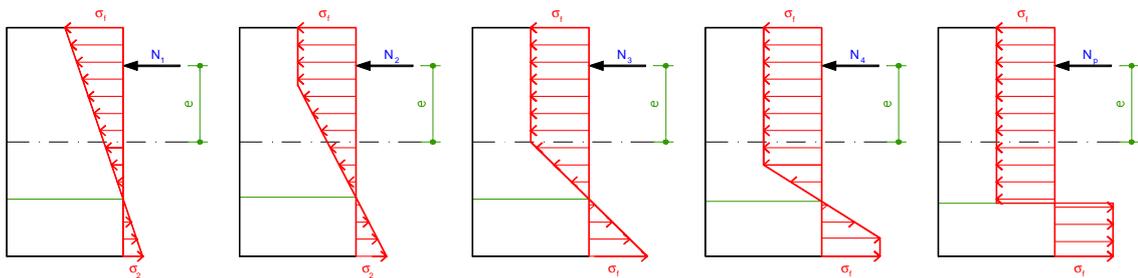


Figura III.10

Si se incrementan proporcionalmente los esfuerzos actuantes, algunas de las fibras superiores inmediatas a la que presentaba la tensión de fluencia incrementarán su tensión hasta alcanzar el valor de la de fluencia, momento en el que dejarán de oponer resistencia a la deformación, transmitiendo el

proceso fibra abajo hasta que el diagrama tensional resultante equilibre las sollicitaciones exteriores. Simultáneamente las fibras situadas por debajo de la fibra neutra incrementarán sus valores tensionales, pero todavía dentro del período elástico del material. En esta situación la sección presentará una cabeza plastificada superior, encontrándose el resto en situación elástica [Figura III.10].

Un nuevo incremento de las sollicitaciones de una cierta magnitud repetirá el proceso anterior, progresando la plastificación hacia el interior de la pieza, pero se alcanzará en la fibra inferior la tensión de fluencia del material. En este momento, la sección contará con una cabeza superior plastificada, encontrándose el resto de la pieza en situación elástica, alcanzando los valores de la tensión de fluencia en los extremos de la fase elástica.

El siguiente incremento de las cargas exteriores hace que la plastificación de las fibras superiores progrese hacia el interior, pero ahora también las fibras inferiores se ven forzadas a plastificarse al no admitir la fibra extrema nuevos incrementos de tensión. En este momento la sección se encuentra respondiendo con dos cabezas plastificadas extremas, manteniendo entre ellas una parte de la pieza -adyacente a la fibra neutra- en situación elástica.

Nuevos incrementos de las sollicitaciones harán que ambas cabezas avancen hasta el interior, hasta alcanzar una situación tal que toda la sección se encontrará plastificada, sometida a compresión la parte superior de la sección y a tracción la inferior. En este momento se dice que la sección se encuentra totalmente plastificada, o en situación de agotamiento.

Como se ha visto en el apartado de plastificación de la sección sometida a flexión pura, ésta es una situación teórica, ya que la sección rompería antes cuando, debido a la rotación de la sección, se alcanzasen las deformaciones de rotura. La situación es, por tanto, un límite superior para la capacidad portante de la pieza, pero para los materiales dúctiles de construcción es muy próximo a la situación real de la pieza.

Una vez comprendido el proceso de evolución de la plastificación en la sección, es preciso obtener algún tipo de formulación que permita determinar la relación entre los esfuerzos aplicados y el estado tensional que se produce. En este caso no podemos echar mano de fórmulas como las que se han obtenido para la situación elástica, sino que el problema ha de afrontarse estudiando los esfuerzos que permiten equilibrar una determinada distribución de tensiones sobre la sección. Seguidamente se analiza el problema para una sección rectangular.

B. PLASTIFICACIÓN DE LA SECCIÓN RECTANGULAR.

CONDICIONES DE EQUILIBRIO ELÁSTICO:

En este caso se puede obtener directamente el valor de las tensiones en las fibras y la posición de la fibra neutra de acuerdo con la formulación de Navier que se ha visto en *Resistencia de Materiales*,

Tensión en una fibra,
$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} y \leq \sigma_f$$

Posición de la fibra neutra,
$$\frac{N}{A} + \frac{M}{I} y = 0$$

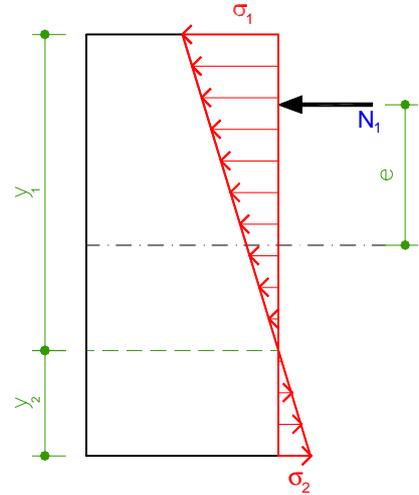


Figura III.11

Ahora bien, como preparación para las situaciones de plastificación que se desarrollarán seguidamente, se van a obtener el axil resultante y el momento resultante de la distribución de tensiones representada.

Obviamente, ya que la distribución de tensiones sobre la sección sigue una ley lineal, planteando la semejanza de los triángulos de tensiones por encima y por debajo de la fibra neutra se puede expresar la relación:

$$\sigma_2 = \frac{y_2}{y_1} \sigma_1$$

Para calcular el axil resultante de las tensiones aplicadas sobre la sección se puede recurrir al "truco" de suponer la sección sometida toda ella a la tensión de compresión máxima -compresión uniforme- y restar el axil producido por el triángulo que tiene como alto el canto de la pieza y como base la suma de las tensiones extremas multiplicadas por el ancho de la pieza. De esta forma se llega a la expresión:

$$N = \frac{1}{2} b \cdot h \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)$$

Algo similar se puede realizar para el cálculo del momento resultante. Se calcula primero el momento de la supuesta distribución uniforme de compresiones con respecto al baricentro de la sección - momento que es nulo- y se le añade el provocado por el triángulo antes descrito con respecto al centro de gravedad de la sección. Tras operar, resulta:

$$M = \frac{1}{12} b \cdot h^2 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)$$

Es preciso insistir que el momento se ha de calcular con respecto al centro de gravedad de la sección y no con respecto a la fibra neutra como se podría estar tentado a realizar.

CONDICIONES CON UNA CABEZA PLASTIFICADA:

La condición para que sólo esté plastificada una cabeza se expresa diciendo que en la fibra opuesta -la menos comprimida, que en este caso es la más traccionada- esté respondiendo con una tensión cuyo valor absoluto sea inferior al de fluencia. Esto es, [Figura III.12]

$$-\sigma_f \leq \sigma_2 \leq \sigma_f$$

En esta situación, la existencia de una cabeza plastificada permite escribir

$$y_e = y_2 + y_f \leq h$$

El proceso de cálculo de la resultante y del momento resultante del volumen de tensiones es similar al realizado en el caso anterior, y se llega a:

$$N = \sigma_f \cdot b \cdot h - \frac{1}{2} (\sigma_f + \sigma_2) \cdot b \cdot y_e$$

$$M = \frac{1}{2} (\sigma_f + \sigma_2) \cdot b \cdot y_e \left(\frac{h}{2} - \frac{y_e}{3} \right)$$

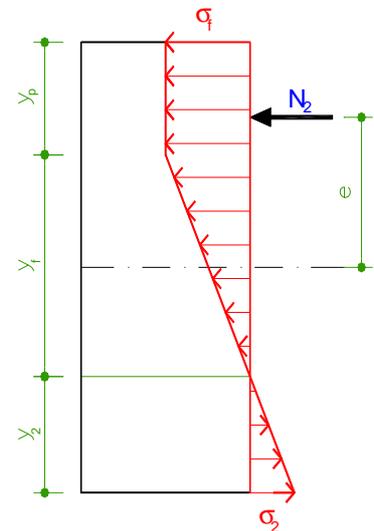


Figura III.12

CONDICIONES CON DOS CABEZAS PLASTIFICADAS:

En este caso, la plastificación se extiende a dos cabezas que no alcanzan todo el canto de la sección [Figura III.13]. En otras palabras, $y_p + y_{p'} \leq h$. La parte elástica será ahora simétrica respecto a la

fibra neutra, esto es $y_e = y_f + y_{f'}$

Dada esta simetría, se sigue que el axil será la diferencia de los axiles provocados por las cabezas plastificadas, esto es:

$$N = (y_p - y_{p'}) \cdot b \cdot \sigma_f$$

Trasponiendo términos, y sustituyendo $y_{p'}$ por su valor ($y_{p'} = h - y_p - 2y_f$) se tiene que:

$$y_1 = y_p + y_f = \frac{h}{2} + \frac{N}{2 \cdot b \cdot \sigma_f}$$

$$y_2 = y_{p'} + y_f = \frac{h}{2} - \frac{N}{2 \cdot b \cdot \sigma_f}$$

que fijan la posición de la fibra neutra. Calculando el momento resultante, se obtiene:

$$M = \sigma_f \cdot b \cdot \left[y_p \cdot (h - y_p) + y_f \cdot \left(h - \frac{4}{3} y_f \right) \right]$$

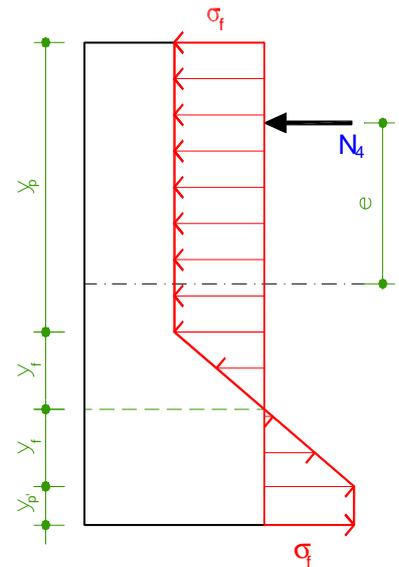


Figura III.13

y trasponiendo $y_f = \sqrt{3 \left(y_1 \cdot y_2 - \frac{M}{b \cdot \sigma_f} \right)}$

lo que permite fijar el tramo elástico y obtener -por diferencia- la extensión de la plastificación de ambas cabezas.

CONDICIONES DE PLASTIFICACIÓN TOTAL (AGOTAMIENTO):

En esta situación desaparece la rama elástica de la sección [Figura III.14]. Analíticamente, $y_p + y_{p'} = h$.

Esta situación hace más sencilla la expresión de la reducción del sistema de tensiones al baricentro. El axil es, obviamente, la diferencia de los axiles de las cabezas plastificadas:

$$N = (y_p - y_{p'}) \cdot b \cdot \sigma_f$$

El momento se obtiene con el ardid antes expuesto y resulta ser

$$M = y_p \cdot y_{p'} \cdot b \cdot \sigma_f = (h - y_p) \cdot y_p \cdot b \cdot \sigma_f$$

La expresión del axil permite fácilmente fijar la posición de la fibra neutra de la sección,

$$y_1 = y_p = \frac{h}{2} + \frac{N}{2 \cdot b \cdot \sigma_f}$$

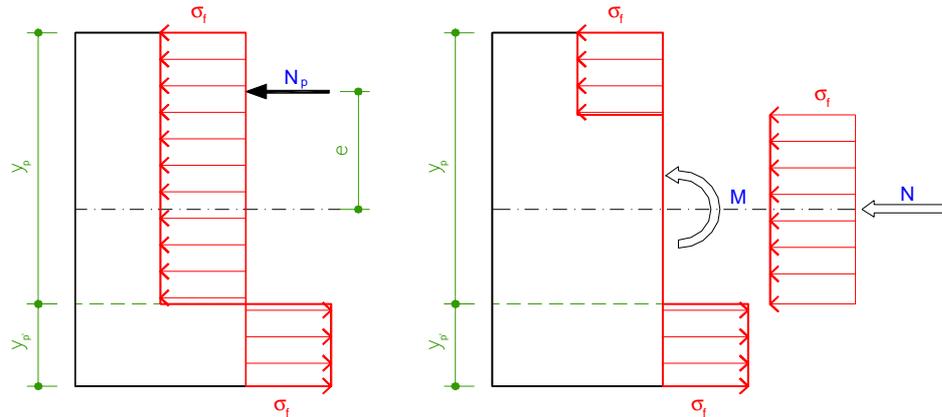


Figura III.14

PROCESO DE PLASTIFICACIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR.

Si se realiza el estudio numérico del proceso de plastificación de una sección rectangular sometida a momento y axil, la primera conclusión que se puede extraer es que la fibra neutra ‘no para quieta’ durante el proceso. Su posición viene fijada por los requisitos de equilibrio de cada uno de los estados parciales que va experimentando.

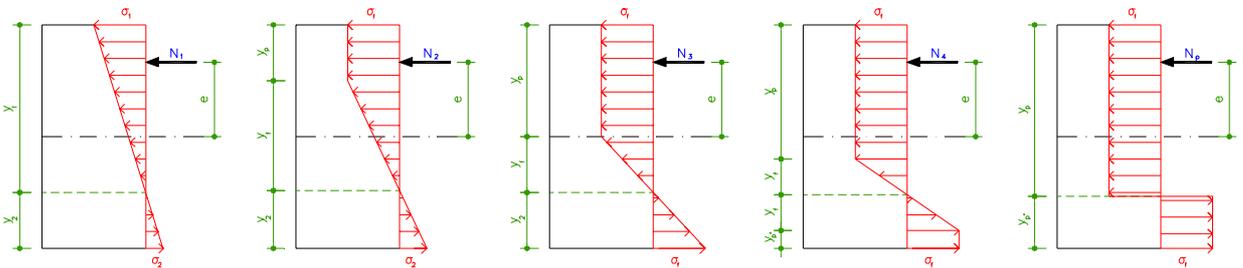


Figura III.15 Plastificación de una sección rectangular

Caso	y_1	y_p	y_2	y_p'	Excentricidad	Axil	Momento
1. Elástico	0,75.h	0,25.h	0,333.h	0,333.h	0,333.N _p	0,444.M _p	
2. Plastif. 1 tramo	0,742.h	0,25.h	0,258.h	0,333.h	0,429.N _p	0,572.M _p	
3. Plastif. 1 tramo	0,75.h	0,50.h	0,25.h	0,333.h	0,500.N _p	0,666.M _p	
4. Plast. 2 tramos	0,76.h	0,60.h	0,24.h	0,079.h	0,333.h	0,521.N _p	0,694.M _p
5. Plastif. Total	0,768.h	0,768.h	0,232.h	0,232.h	0,333.h	0,535.N _p	0,714.M _p

Una segunda conclusión es que tanto el axil como el momento actuantes se incrementan durante todo el proceso de plastificación, pero los incrementos más notorios se producen durante las primeras etapas del proceso, hasta el momento en que se alcanza la tensión de fluencia en la segunda fibra, desacelerándose notablemente en las etapas finales.

Esta propiedad significa que si ya se había señalado que la situación de plastificación completa es un límite superior teórico, pero cercano a la realidad física de los materiales, en razón del comportamiento que se acaba de señalar el valor límite que significan el axil y momento de agotamiento son muy cercanos a los que la sección es realmente capaz de soportar.

C. PLASTIFICACIÓN DE SECCIONES MONOSIMÉTRICAS:

CONDICIONES DE EQUILIBRIO ELÁSTICO:

El estudio de la resistencia de materiales permite conocer los valores de las tensiones que se alcanzan en las distintas fibras de la sección, a saber:

Fibra superior:

$$\sigma_1 = \frac{N}{A} + \frac{M}{I} y_1 \leq \sigma_f$$

Fibra inferior:

$$\sigma_2 = \frac{N}{A} - \frac{M}{I} y_2 \geq \sigma_f$$

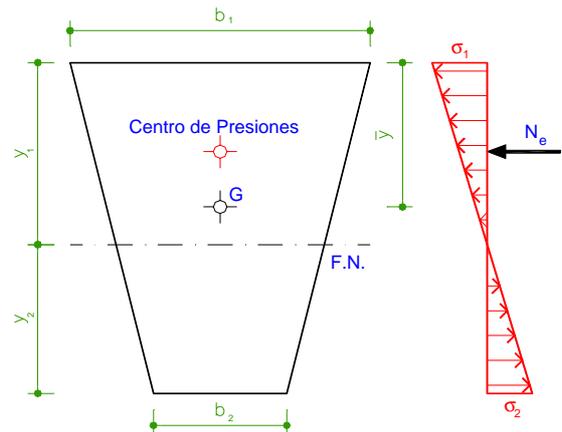


Figura III.16

La posición de la fibra neutra queda determinada inmediatamente sin más que anular el valor de la tensión resultante. Por ejemplo, a partir de la fibra superior se puede expresar como:

$$\frac{N}{A} + \frac{M}{I} y_1 = 0$$

Por supuesto, al ser la distribución de tensiones lineal, resulta que $\sigma_2 = \frac{y_2}{y_1} \sigma_1$

CONDICIONES DE AGOTAMIENTO:

En este caso no queda más remedio que plantear la igualdad de los esfuerzos actuantes con la reducción del sistema de tensiones con respecto al baricentro de la sección. En el caso del axil, tomando el eje OX coincidente con la fibra neutra, el axil resultante resulta ser

$$N_{p'} = \left[\int_{-y_2}^0 b(y) \cdot dy + \int_0^{y_1} b(y) \cdot dy \right] \sigma_f$$

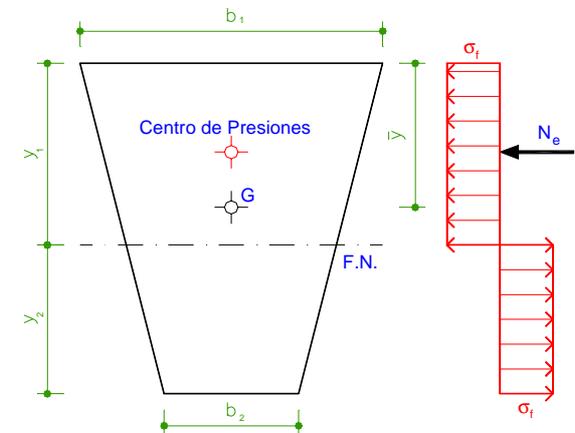


Figura III.17

Para plantear el equilibrio de momentos es preciso aplicar el teorema del cambio de polo, ya que el momento flector está referido al centro de gravedad de la sección, mientras que el que se obtiene fácilmente por integración se refiere a la fibra neutra de la sección. De ello resulta

$$M_{p'} + N_p (y_1 - y) = \left[\int_{-y_2}^0 b(y) \cdot y \cdot dy + \int_0^{y_1} b(y) \cdot y \cdot dy \right] \sigma_f$$

En ambos casos la notación $b(y)$ pretende recordar que el ancho es variable para las distintas ordenadas

CONDICIONES DE PLASTIFICACIÓN PARCIAL:

En este caso la situación se complica, debiéndose recurrir a tanteos, esto es a un **proceso iterativo**, ya que se desconoce a priori la distribución de tensiones. El proceso se realiza como sigue:

- Se supone una distribución de tensiones.
- Se calculan el axil y el momento resultantes de la distribución planteada.
- Se corrige la distribución propuesta de acuerdo con los resultados obtenidos:
 - * Si se ha de incrementar el axil, se bajará la posición de la fibra neutra.
 - * Si se desea un mayor momento, se aumentará la curvatura.

Como todo proceso iterativo, el ordenador lo puede resolver fácilmente programándolo de forma adecuada.

D. AGOTAMIENTO DE LA SECCIÓN: DIAGRAMAS DE ITERACIÓN.

Como se ha puesto en evidencia en las páginas anteriores, el agotamiento de una sección es una labor de pesada obtención analítica directa. Sin embargo, se convierte en un trabajo muy sencillo si se dispone de una representación gráfica de las parejas de valores de axil y momento que agotan la sección actuando conjuntamente. A esta representación gráfica se la conoce con el nombre de *Diagramas de Iteración*.

El trazado de estos diagramas es una labor muy sencilla y, si se dispone de un ordenador, rápida, puesto que es fácilmente programable al responder a un trazado iterativo.

El proceso se realiza como sigue:

- * se escoge una profundidad para la situación de la fibra neutra.
- * se calculan el axil y el momento resultantes para la situación de la fibra neutra escogida.
se representan los valores obtenidos colocando en abscisas el axil y en ordenadas el momento.
- * se repite el proceso hasta barrer todas las posibles posiciones de la fibra neutra.

Los diagramas de iteración se suelen presentar en forma adimensional para permitir su empleo con todo tipo de dimensiones de una sección de forma dada.

Una vez disponible el diagrama de iteración para una sección dada, el cálculo del coeficiente de seguridad que presenta la actuación de una determinada pareja de valores (M,N) para esa sección es sencillo. Basta representar el punto a que dan lugar los esfuerzos actuantes, (punto A), unir este punto con el origen de coordenadas (O), y prolongar la recta hasta que corte al diagrama de iteración (punto B). El coeficiente de seguridad se obtiene como cociente de las longitudes de los segmentos definidos por OB y OA.

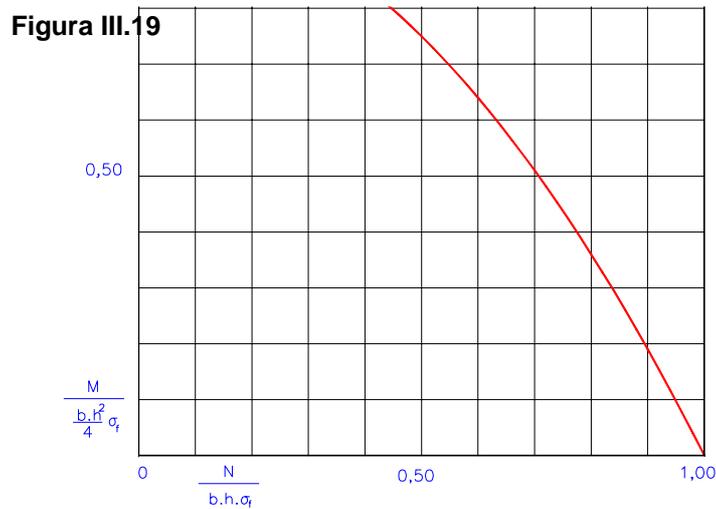
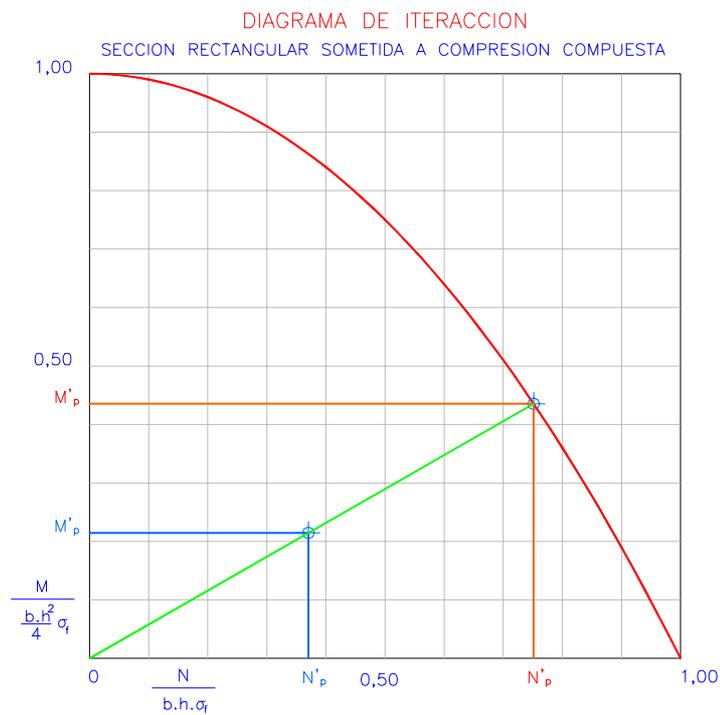


Figura III.18

En el caso de secciones bisimétricas, el diagrama de iteración muestra que los valores máximos para cada esfuerzo aparecen cuando el esfuerzo concomitante se anula.

En el caso de secciones monosimétricas esto no es así. El valor máximo del axil aparece, obviamente, cuando el momento concomitante es nulo, pero el mayor valor del momento aparece cuando un axil de cierta magnitud hace que la fibra neutra de la sección pase por del baricentro de ésta. En este tipo de secciones ocurre, además, que el trazado del diagrama depende del sentido en el que se desplace la fibra neutra sobre la sección, esto es, de la combinación de axil y flector.

Si lo que se quiere es realizar un proceso de dimensionado para unos esfuerzos conocidos, la representación en un mismo gráfico de los diagramas de iteración de una sección con forma dada y con diferentes dimensiones permite escoger inmediatamente las dimensiones más convenientes. Un ejemplo de esto son los diagramas de iteración para secciones de hormigón armado de Jiménez [Montoya 2.000], donde lo que varía en este caso son las armaduras que se disponen en la sección.

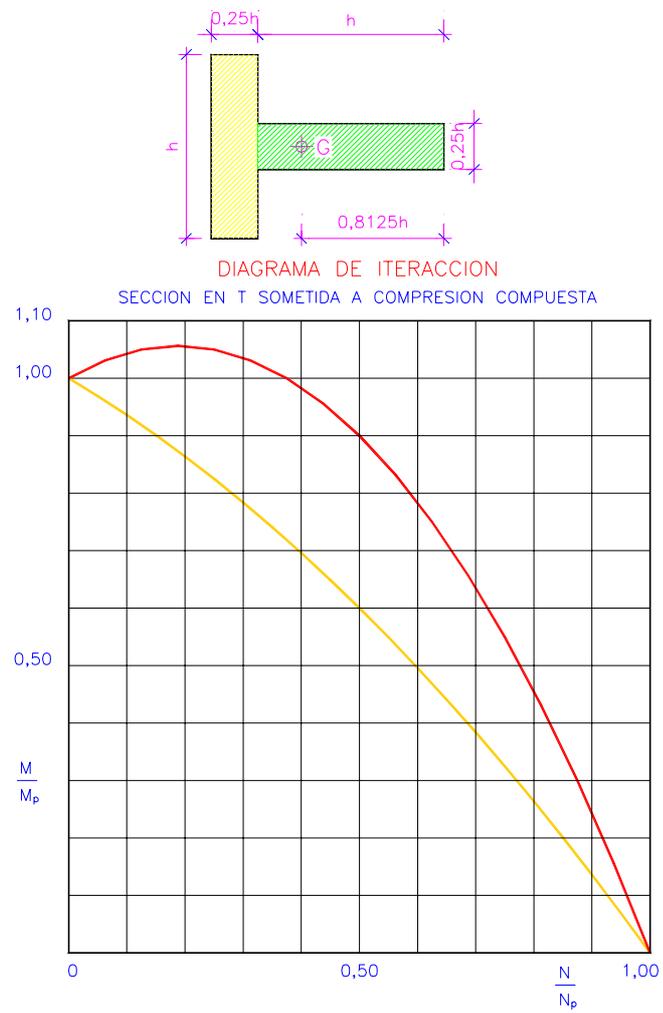


Figura III.20



Figura III.21

III.3.3 PLASTIFICACIÓN DE SECCIONES DE MATERIALES HETERORRESISTENTES: MATERIALES SIN RESISTENCIA A TRACCIÓN.

A. PROCESO DE PLASTIFICACIÓN DE LA SECCIÓN

Supongamos ahora el caso de un material que sólo es capaz de soportar tensiones de compresión, siendo su respuesta la del semidiagrama inferior del cuerpo elastoplástico ideal. Se ha visto anteriormente que en el proceso de plastificación de una sección de material isorresistente, la fibra neutra modificaba su posición. Comprobemos si ocurre lo mismo en materiales heterorresistentes. Para ello supongamos una determinada distribución de tensiones en régimen elástico y evaluemos el axil y el momento resultante [Figura III.22]. La excentricidad con la que se aplica la carga es de obtención inmediata. Manteniendo la misma posición de la fibra neutra, se representa una distribución de tensiones que correspondan a una situación de plastificación parcial. Nuevamente se evalúan el axil y el momento resultantes, determinándose seguidamente la excentricidad. El resultado muestra que la excentricidad se ha reducido, de donde se concluye que la fibra neutra se desplazará durante el proceso de plastificación. Si se evalúa la sección sometida a plastificación total, se comprueba nuevamente la migración de la fibra neutra. Se observa además que la excentricidad se reduce más al aproximarse a la plastificación completa de la sección.

Como en la situación anterior, la solución del problema se efectúa planteando las ecuaciones que ligan la distribución tensional con el momento y el axil resultantes.

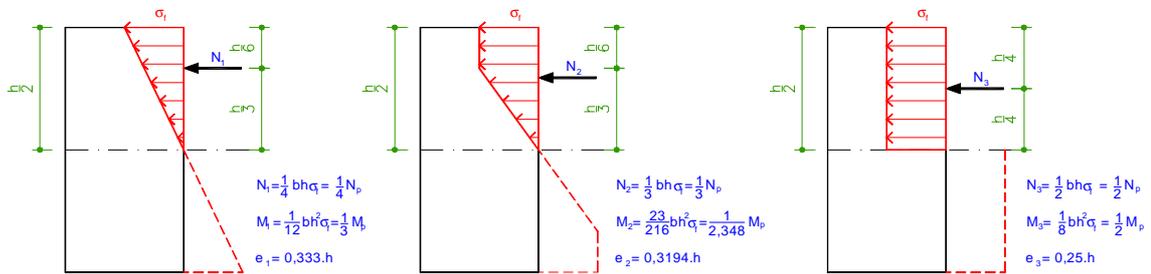


Figura III.22

CONDICIONES DE EQUILIBRIO ELÁSTICO (S. MONOSIMÉTRICA):

Si colocamos el eje OX de la sección coincidiendo con la fibra neutra de ésta, y llamando A_c a la parte de la sección que se encuentra comprimida, resultados obtenidos en resistencia de materiales permiten escribir las siguientes expresiones:

$$N = \int_{A_c} \sigma \cdot dA = \int_{A_c} k \cdot y \cdot dA = k \int_{A_c} y \cdot dA = k \cdot S_n$$

$$M_c = N \cdot y_c = \int_{A_c} \sigma \cdot y \cdot dA = \int_{A_c} k \cdot y^2 \cdot dA = k \cdot I_n$$

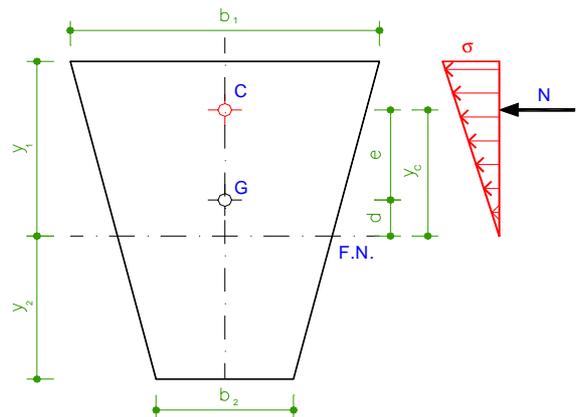


Figura III.23

donde M_c representa el momento resultante de las tensiones de la sección con respecto a la fibra neutra, I_n es el momento de inercia de la parte comprimida de la sección con respecto a la fibra neutra y S_n el momento estático de la sección antes señalada con respecto al mismo eje ya indicado. Dividiendo ambas expresiones se obtiene:

$$y_c = e + d = \frac{I_n}{S_n}$$

ecuación que permite obtener la posición de la fibra neutra en aquellos casos en que momento estático y momento de inercia sean conocidos (en una sección genérica habría que recurrir a un proceso iterativo). Seguidamente se aplica este resultado al caso de una sección rectangular.

B. PLASTIFICACIÓN DE LA SECCIÓN RECTANGULAR:

SITUACIÓN ELÁSTICA

Las expresiones para la situación elástica son las siguientes:

$$I_n = \frac{b \cdot y_1^3}{3} \qquad y_c = \frac{2}{3} y_1 \qquad N = \frac{1}{2} b \cdot y_1 \cdot \sigma$$

$$S_n = \frac{b \cdot y_1^2}{2} \qquad M = N \cdot e$$

PLASTIFICACIÓN PARCIAL:

Llamando y_p a la profundidad plastificada de la sección e y_e a la parte de ella que se mantiene en estado elástico, las condiciones de equilibrio permiten escribir:

$$N = \sigma_f \cdot b \left(y_p + \frac{1}{2} y_e \right)$$

$$M = \frac{b}{2} \left[(h - y_p) (y_e + y_p) - y_e \left(\frac{h}{2} + \frac{y_e}{3} \right) \right] \sigma_f$$

y despejando

$$y_p + \frac{y_e}{2} = \frac{N}{b \cdot \sigma_f}$$

$$(h - y_p) (y_e + y_p) - y_e \left(\frac{h}{2} + \frac{y_e}{3} \right) = \frac{2 \cdot M}{b \cdot \sigma_f}$$

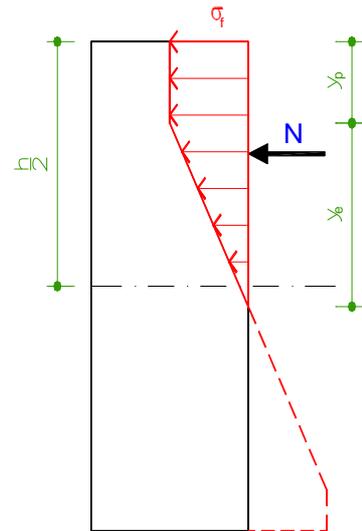


Figura III.24

conjunto de ecuaciones que permiten resolver el problema.

PLASTIFICACIÓN TOTAL:

Nuevamente, las condiciones de equilibrio permiten escribir

$$N = (h - 2 \cdot e) b \cdot \sigma_f$$

Del gráfico se desprende que:

$$\frac{y_p}{2} = \frac{h}{2} - e = \frac{h}{2} - \frac{M}{N}$$

con lo que trasponiendo miembros resulta:

$$h = \frac{N}{b \cdot \sigma_f} + \frac{2 \cdot M}{N}$$

De esta forma el canto de la pieza queda determinado.

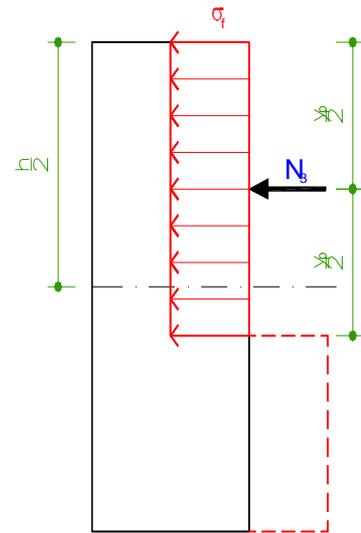


Figura III.25

PROCESO DE PLASTIFICACIÓN DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR.

El estudio numérico del proceso de plastificación de una sección rectangular sometida a momento y axil muestra inmediatamente que la fibra neutra se desplaza profundamente durante el proceso. Axil y momento incrementan su valor durante todo el proceso de plastificación, pero los más notorios se producen las primeras etapas del mismo.

El resultado tras el proceso de plastificación es la sección queda dividida en dos zonas: una parte inactiva, ya que es incapaz de desarrollar tensiones de tracción, y el resto de la sección sometido a una compresión uniforme que origina que los valores de tensión alcancen los de fluencia. Esta parte uniformemente comprimida tiene su baricentro coincidente con el centro de presiones.

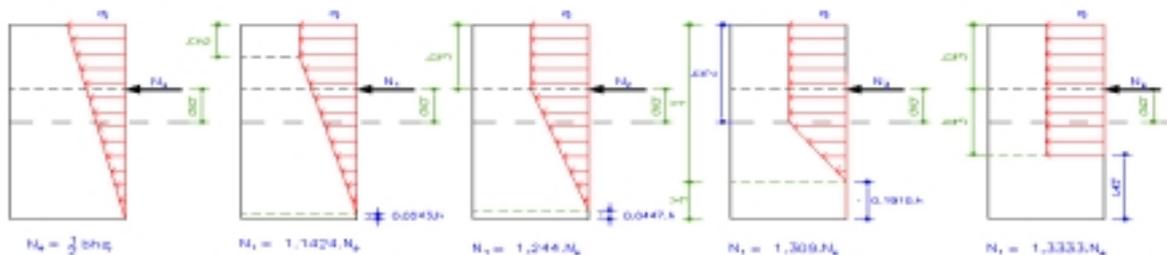


Figura III.26. Plastificación de una Sección Rectangular. Material sin resistencia a tracción

Caso	y_1	y_p	y_2	Excentricidad	Axil	Momento*
1. Elástico	h	0	0	$0,167.h$	$0,500.N_p$	$0,333.M_p$
2. Plastificación 1	$0,976.h$	$0,167.h$	$0,024.h$	$0,167.h$	$0,571.N_p$	$0,381.M_p$
3. Plastificación 2	$0,955.h$	$0,333.h$	$0,045.h$	$0,167.h$	$0,622.N_p$	$0,415.M_p$
4. Plastificación 3	$0,809.h$	$0,50.h$	$0,191.h$	$0,167.h$	$0,654.N_p$	$0,436.M_p$
5. Plastif. Total	$0,667.h$	$0,667.h$	$0,333.h$	$0,167.h$	$0,666.N_p$	$0,444.M_p$

C. DIAGRAMAS DE ITERACIÓN

El diagrama de iteración en este tipo de secciones con materiales sin resistencia a la tracción muestra dos puntos en los que el momento se anula: para un axil máximo y para un axil nulo. El gráfico presenta un eje de simetría para un axil mitad del de agotamiento, situación en la que se alcanza el mayor momento resistido por la sección, de valor:

$$\frac{b.h^2}{8} \sigma_f$$

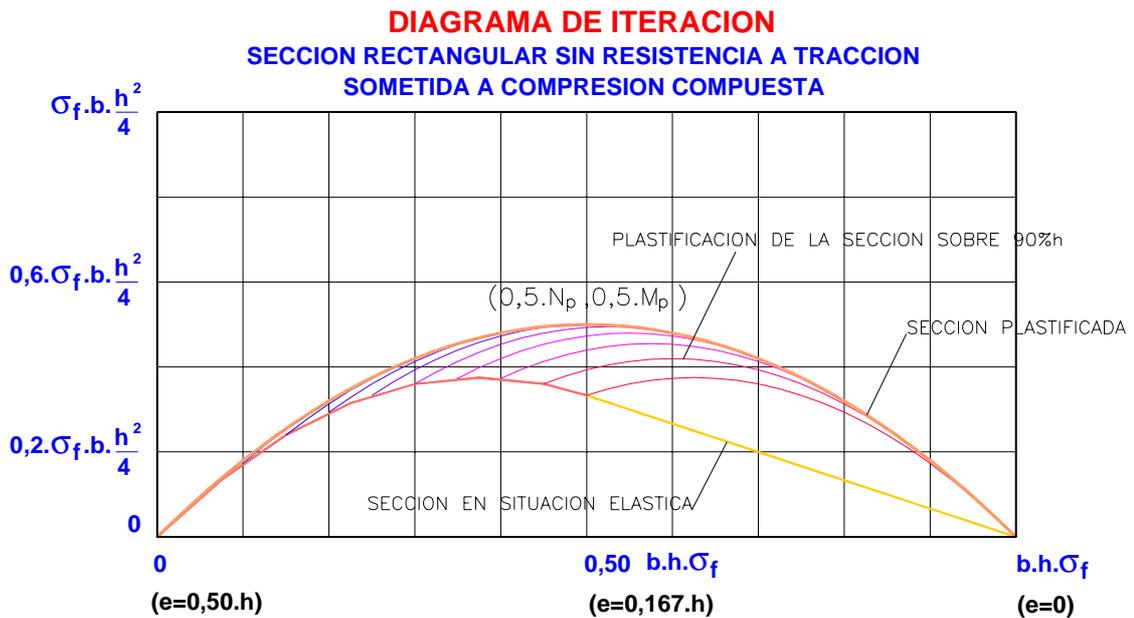


Figura III.28

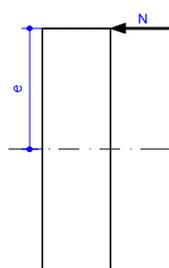


Figura III.29

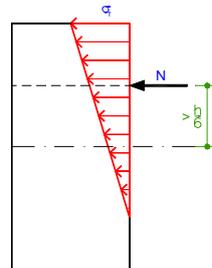


Figura III.30

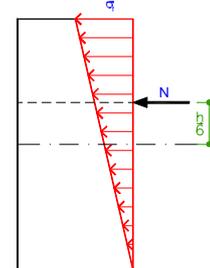


Figura III.31

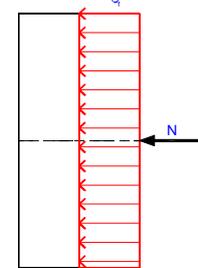


Figura III.27

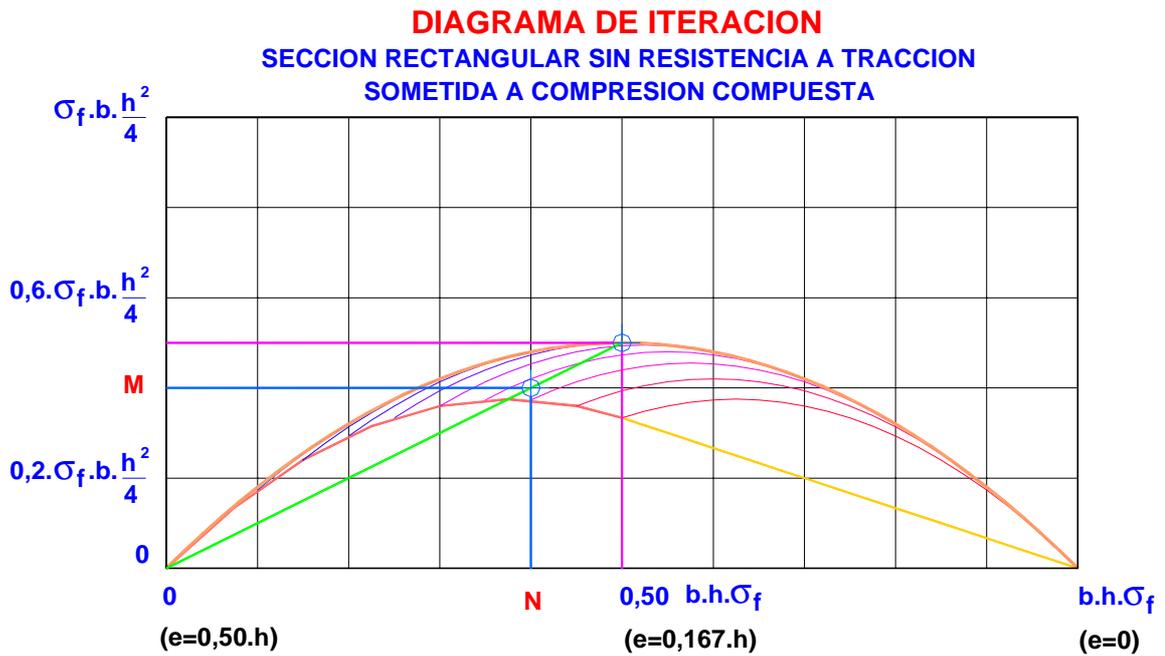


Figura III.32

Sin embargo, la interpretación del diagrama se vuelve más oscura y sólo se aclara al vincular el gráfico con las excentricidades con las que se produce la aplicación del axil (el valor anterior se produce para el axil aplicado en el borde del núcleo central).

D. CONCEPTO DE SECCIÓN EFICAZ:

Se entiende por *sección eficaz* la parte de la sección que se encuentra sometida a compresión en la situación de agotamiento de la sección. Esta parte de la sección se obtiene dividiendo en dos la sección con una línea recta que corresponde a la posición de la fibra neutra en situación de agotamiento.

Se debe recordar que en los desarrollos anteriores se ha considerado que el momento que concurría con el axil tenía la dirección de

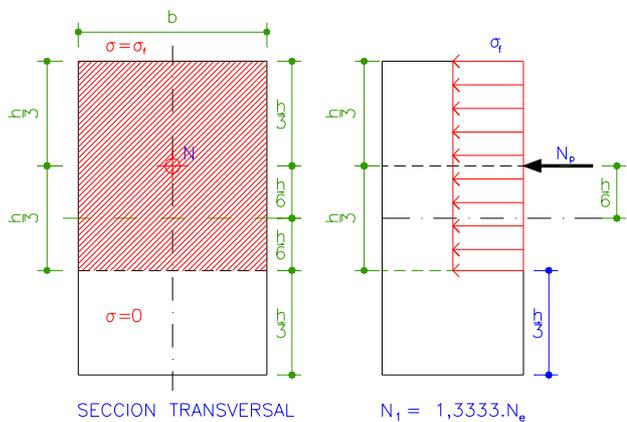


Figura III.33

uno de los ejes principales de la sección. Esto es, en el análisis se ha reducido la flexión pura a la situación de flexión pura simétrica.

Si esto no fuese así, sino que el momento actuante tuviese una dirección cualquiera, la fibra neutra en fase elástica se inclinaría respecto a los ejes principales de la sección. El proceso de plastificación sería similar en su desarrollo, pero se llegaría a una sección eficaz de forma irregular.

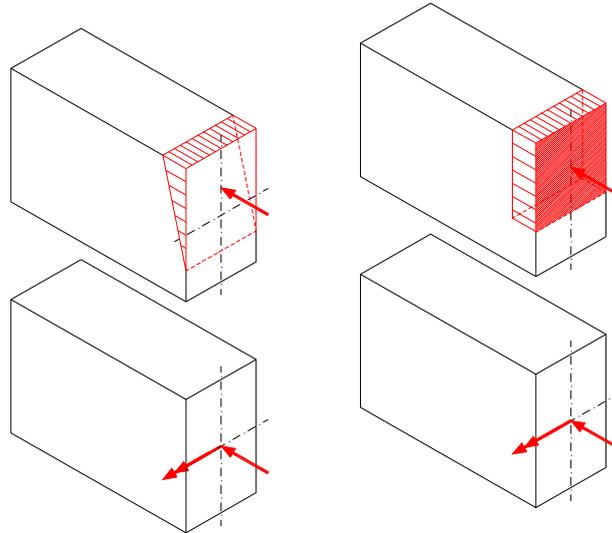


Figura III.34

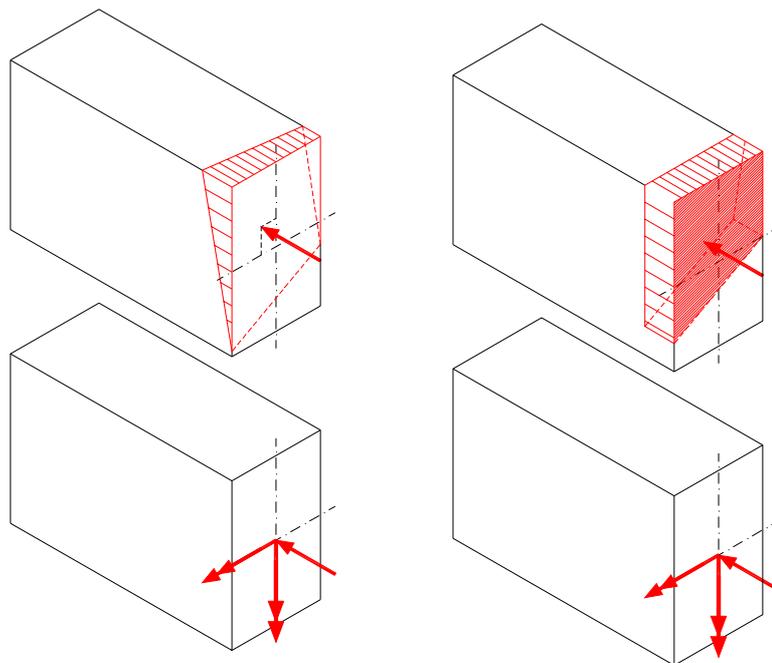


Figura III.35

III.4 EVALUACIÓN DE LA CAPACIDAD RESISTENTE DE SECCIONES

1. PROBLEMÁTICA PLANTEADA

Los apartados anteriores han puesto de manifiesto los diversos criterios de validación de una sección de fábrica que proponen las diferentes referencias analizadas. Asimismo, el epígrafe anterior ha permitido aclarar conceptos al clasificar sin ningún género de dudas al *Método de la Sección Eficaz* como un criterio plástico de cálculo de estructuras de materiales heterorresistentes. Ello pone en evidencia algunas de las referencias analizadas por cuanto su propia redacción semeja cierta confusión de criterios -entre ellas quizás también el Eurocódigo [EC-6], ya que no tiene sentido plantear los mismos coeficientes de seguridad para un criterio elástico y otro plástico-.

Muchas de las referencias señaladas proponen un doble criterio, uno elástico -con diferentes leyes constitutivas tal y como se señaló anteriormente- y otro, el de la *Sección Eficaz*, que como hemos visto se engloba dentro del campo plástico. Especialmente, la norma NBE-FL-90 admite como válidos tanto el método conocido como *Método de la Sección Eficaz*, como -implícitamente, eso sí- el método elástico y lineal, pero con una limitación de la resistencia a tracción de la fábrica limitada a la décima parte de su resistencia a compresión.

La duplicidad de criterios anteriormente indicada hace nacer la pregunta de en qué situación resulta más beneficioso el empleo de cada uno de ellos. Este es uno de los objetivos del estudio: obtener un método de dimensionado que permita en cada situación la aplicación del criterio que le resulte más favorables o conocer qué criterios permiten la aprobación de una determinada situación resistente.

Asimismo, la norma FL-90 establece que, si la sección eficaz es de difícil determinación geométrica, puede considerarse de una *Sección Eficaz Aproximada*, cuyo baricentro coincida con el punto de aplicación de la carga. Según la norma, si ésta se elige convenientemente, el error cometido es pequeño y va del lado de la seguridad, puesto que la *Sección Eficaz* tiene área máxima. Averiguar qué hay de cierto en estas palabras es también un objetivo del estudio.

La representación gráfica de los análisis es el más visible de los resultados obtenidos, y permite poner de manifiesto los valores de esfuerzos que agotan una sección dada con respecto al criterio particular de resistencia que se haya seguido. Empero, y dado que anteriormente se ha comprobado lo escasamente esclarecedores que son los diagramas de iteración en el caso de los materiales sin resistencia a tracción, se propone una representación adimensional alternativa en la que, en función de la excentricidad con la que esté aplicado el axil se obtenga el valor de éste que agota la sección. Estos

diagramas fueron bautizados como *Diagramas e-N*.

2. MÉTODO DESARROLLADO

El método que se ha desarrollado ha sido condicionado desde su origen por el tipo de resultado que se pretendía obtener. Éste era un resultado doble:

- obtención de una rutina de cálculo que permita la comprobación de una sección resistente de acuerdo con los diferentes criterios que han sido anteriormente expuestos
- generación de salidas gráficas que pongan de manifiesto las diferencias entre los distintos criterios de comprobación de las secciones de fábrica.

El primero de los objetivos forzó al desarrollo de unas rutinas de cálculo en un lenguaje de programación. Se optó por el Basic -Quick y Visual- porque pareció idóneo para este cometido.

El segundo de los objetivos obligaba a la obtención de una salida gráfica. Como solución se ha dotado a las rutinas de Basic desarrolladas de salidas tipo *Script*, directamente legible por el programa *AutoCAD*, Estas rutinas generan la información estructurada en diferentes capas, de tal forma que la revisión y comparación de los resultados se realiza de forma directa e inmediata desde el programa *AutoCAD* sin otra dificultad que seleccionar y activar las capas adecuadas.

Se ha incluido toda la información referente a un tipo de cálculo dentro de una misma capa, dando a la capa un nombre descriptivo de su contenido para poder conocer en todo momento la información que se están comparando. El criterio de nomenclatura seguido está formado por dos campos, de los que el primero de ellos describe de forma abreviada el criterio de validación empleado -Sección Eficaz, Sección Eficaz Aproximada, Eurocódigo, Parabólico...- y el segundo informa sobre la excentricidad unitaria considerada -el valor absoluto de la excentricidad e_2 para los gráficos de la primera serie; la relación entre las excentricidades actuantes precedida de la letra P para los de la segunda-.

En cuanto al análisis desarrollado, es del tipo conocido como *análisis en variables separadas*: se parte de la modificación de una variable mientras se mantienen constantes todas las demás. Posteriormente se ha tenido en cuenta la variación simultánea de dos variables en prevención de interacciones recíprocas, análisis resuelto mediante la creación de bucles anidados para la modificación de cada variable.

3. DESARROLLO ANALÍTICO

Para dotar al estudio de la mayor amplitud posible se ha desarrollado una construcción adimensional.

Toda situación que implique la aparición de un esfuerzo axial deviene en la práctica en una situación de compresión compuesta, flexocompresión, flexotracción o tracción compuesta -debido al tipo de axial actuante, tracción o compresión, y a la relación entre su magnitud y la del esfuerzo flector actuante- debido a las excentricidades en la aplicación de este esfuerzo con respecto al centro de gravedad de la sección. Dichas excentricidades pueden ser debidas a múltiples causas como la aplicación excéntrica del axial, la actuación de esfuerzos horizontales, la aparición de eventuales imperfecciones en la ejecución y también a variaciones locales del módulo de elasticidad del material (anisotropía) que signifiquen variaciones de la posición del c.d.g. de la sección a lo largo de la directriz de la pieza.

Dentro del ámbito elástico, las excentricidades en la aplicación de la carga conducen a la conocidísima condición de agotamiento de una sección:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} \leq \sigma_d$$

donde obviamente, para un material homogéneo, isótropo, elástico y homorresistente, la tensión sobre la sección (tracción o compresión) que resulte determinante será del mismo signo que el esfuerzo axial aplicado.

Si reducimos el estudio a la aplicación de esfuerzos axiales de compresión -a los que se les asignará el signo '+' de acuerdo con el criterio de la norma *NBE-FL-90, Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo-*, las dos condiciones que engloba la fórmula anterior se reescriben como:

$$\sigma_c = \frac{N}{A} + \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} \leq \sigma_d \quad (\text{Limitación por compresión})$$

$$-\sigma_t = \frac{N}{A} - \frac{M_1}{W_1} - \frac{M_2}{W_2} \geq -\sigma_d \quad (\text{Limitación por tracción})$$

La primera resulta decisiva para la comprobación de la sección. Empero, si el material no presenta un comportamiento isorresistente, esto es, si presenta un comportamiento resistente diferente dependiendo de que las tensiones sean de tracción o de compresión, ambas condiciones deben ser verificadas al unísono. En el conocido caso de un material que presentan una manifiesta incapacidad de resistencia a tracción, las condiciones para su dimensionado se enunciarán diciendo que el esfuerzo de compresión no supere el valor de la resistencia del material a compresión -1ª condición- y que no aparezcan

tensiones de tracción sobre la sección -lo que equivale a exigir que la segunda condición no supere el valor de 0-. Tradicionalmente esta condición se expresaba imponiendo la condición de que el axil estuviese contenido dentro del núcleo central de la sección, lo que asegura su cumplimiento en el campo elástico.

Como ya se ha señalado anteriormente, dentro del apartado de *Flexión*, la norma *NBE-FL-90, Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo* admite para las fábricas -con ciertas condiciones, como son la justificación explícita y la toma de precauciones que permitan garantizar esta resistencia a tracción- un valor de tracción igual a $0,10\sigma_a$, lo que lleva a las condiciones de resistencia elástica de la pieza siguientes:

$$\sigma_c = \frac{N}{A} + \frac{M_1}{W_1} + \frac{M_2}{W_2} \leq \sigma_d \quad (\text{Limitación por compresión})$$

$$-\sigma_t = \frac{N}{A} - \frac{M_1}{W_1} - \frac{M_2}{W_2} \geq -0,1\sigma_d \quad (\text{Limitación por tracción})$$

condiciones que

establecen una doble limitación simultánea para los valores admisibles de los esfuerzos en la sección. Es sabido que los momentos flectores actuantes se pueden expresar en función de las excentricidades como:

$$M_1 = N \cdot e_1 \quad M_2 = N \cdot e_2$$

al tiempo que e_1 y e_2 se pueden expresar como un cierto porcentaje del espesor del elemento y de su ancho respectivamente, esto es:

$$e_1 = t \cdot \lambda_1 \quad e_2 = b \cdot \lambda_2$$

donde λ_1 y λ_2 las denominaremos *excentricidades relativas* en función del espesor y de la base del elemento considerado. Para una sección rectangular de dimensiones $b \times t$ las condiciones anteriores se transforman en:

$$\sigma_c = \frac{N}{A} (1 + 6\lambda_1 + 6\lambda_2) \leq \sigma$$

$$-\sigma_t = \frac{N}{A} (1 - 6\lambda_1 - 6\lambda_2) \leq 0,10\sigma_a$$

Si se considera que $N_{Rd} = A \cdot \sigma_d$ o que $N_{Re} = A \cdot \sigma_e$ -de acuerdo con que se haya introducido o no la

seguridad- las curvas que definen el axil máximo que la sección es capaz de soportar en fase elástica para una cierta pareja de excentricidades vienen definidas por las ecuaciones

$$\frac{N}{N_{Re}} (1 + 6.\lambda_1 + 6.\lambda_2) = 1$$

$$\frac{N}{N_{Re}} (1 - 6.\lambda_1 - 6.\lambda_2) = 0,10$$

Expresiones que permiten su tratamiento de forma adimensional, exclusivamente en función de los porcentajes que la excentricidad en la aplicación del axil represente dependiendo del ancho de la pieza y de su espesor.

Sin embargo, para poder comparar las situaciones derivadas del cálculo elástico con la aplicación del criterio de la *Sección Eficaz* -situación de plastificación como se ha demostrado anteriormente- es preciso realizar una nueva hipótesis.

En situación plástica el axil de agotamiento corresponde a la expresión $N_{Rp} = A \cdot \sigma_p$, dado que el diagrama adoptado supone una rama horizontal para el período de fluencia y por lo tanto $\sigma_u = \sigma_e$.

Es corriente en los tratados de cálculo plástico admitir que $N_{Re} = N_{Rp}$, lo que equivale a considerar que

el incremento $\frac{\sigma_p}{\sigma_e}$ se aplica como un incremento del coeficiente de seguridad en fase plástica.

En estas condiciones, la expresión del criterio resistente de la sección eficaz admite una expresión análoga a las obtenidas anteriormente para la fase elástica.

Supongamos primeramente que se está analizando una situación de un muro, en el que obviamente la excentricidad en el sentido de la base, e_2 es nula ($e_2 = 0$). En estas condiciones las expresiones de la situación elástica resultan ser:

$$\sigma_c = \frac{N_d}{A} (1 + 6.\lambda_1) \leq \sigma_d \quad \text{y} \quad -\sigma_t = \frac{N_d}{A} (1 - 6.\lambda_1) \leq 0,10.\sigma_d$$

Tras las consideraciones anteriores, la condición de seguridad de la *Sección Eficaz* se escribe como:

$$\sigma_c = \frac{N_d}{B} \leq \sigma_d$$

Sección Eficaz que se puede expresar como:

$$B = 2b \left(\frac{t}{2} - e_1 \right) = b \cdot t (1 - 2\lambda_1) = A (1 - 2\lambda_1)$$

con lo que resulta:

$$\sigma_c = \frac{N_d}{A} \frac{1}{1 - 2\lambda_1} \leq \sigma_d$$

o retomando el planteamiento anterior:

$$\frac{N}{N_R} \cdot \frac{1}{1 - 2\lambda_1} = 1$$

Familia de ecuaciones que nos permite obtener el porcentaje de axil que es admisible en función de la excentricidad actuante. Nótese que, como normalmente se tratará de determinar aquellos axiles que agotan la sección, el cociente

$$\frac{N}{N_R} = 1$$

con lo cual las familias de curvas expuestas son totalmente adimensionales y función exclusiva del porcentaje de espesor que corresponde a la excentricidad del axil.

De forma similar se procede para el diagrama parabólico anteriormente referido, pero en este caso la gráfica no es continua, sino que se obtienen dos ramas función de la excentricidad:

$$\begin{array}{ll} \lambda_1 < \frac{1}{8} & \left(e_1 < \frac{h}{8} \right) & N_R = N \cdot \frac{1}{1 + 4\lambda_1} \\ \lambda_1 \geq \frac{1}{8} & \left(e_1 \geq \frac{h}{8} \right) & N_R = N \frac{8}{9} (1 - 2\lambda_1) \end{array}$$

expresión que es 1/9 inferior a la correspondiente a la *Sección Eficaz*

Esta situación se ha desarrollado de forma informática -la rutina se incluye en el apartado correspondiente del Anexo- y permite generar el gráfico adimensional $e_1 - N$ de la [Figura III.11], que presenta una asíntota horizontal. En este gráfico se representan los criterios de resistencia correspondientes a la *Sección Eficaz*, los criterios elásticos que introduce NBE-FL-90, el criterio de respuesta elástica y lineal triangular -desprecia la parte traccionada de la sección,- así como el criterio del diagrama parabólico. En todos los casos se reflejan los correspondientes límites contemplados por las referencias de las cuales han sido tomados los criterios.

Los *Diagramas e-N* son un aporte de este autor [Freire Tellado, 1.997] que permiten evaluar de forma sencilla la capacidad resistente de una sección. Se han desarrollado a partir del concepto de diagramas de iteración, - expuestos por ejemplo en [Benito Hernández, 1.975], [Díaz-Munio, 1.996]...-, y, obviamente, a partir de los ábacos que [Montoya, 2.000] propusieron para el Hormigón Armado, pero transformándolos adecuadamente para su empleo en la fábrica.

Se trata de diagramas de doble entrada: en abscisas se representa la *Excentricidad Relativa* correspondiente al espesor de la pieza mientras que en ordenadas se representa el *Axil Relativo* correspondiente al axil total que soporta la sección en compresión simple, por lo que obviamente se trata de un diagrama adimensional. La relación entre ambos valores la proporcionan una serie de curvas que se corresponden con el criterio de comprobación de la sección empleado. La [Figura III.11] muestra su trazado.

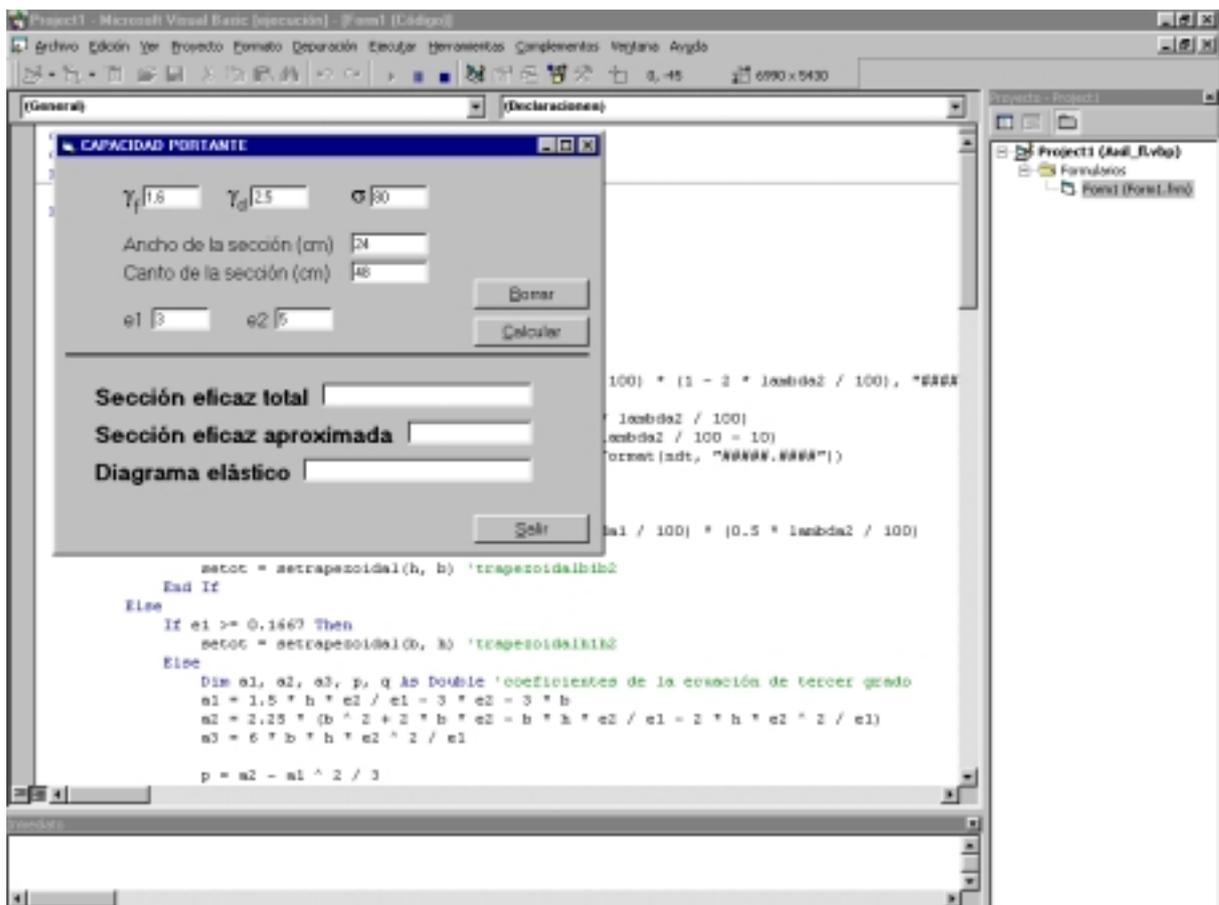


Figura III.10

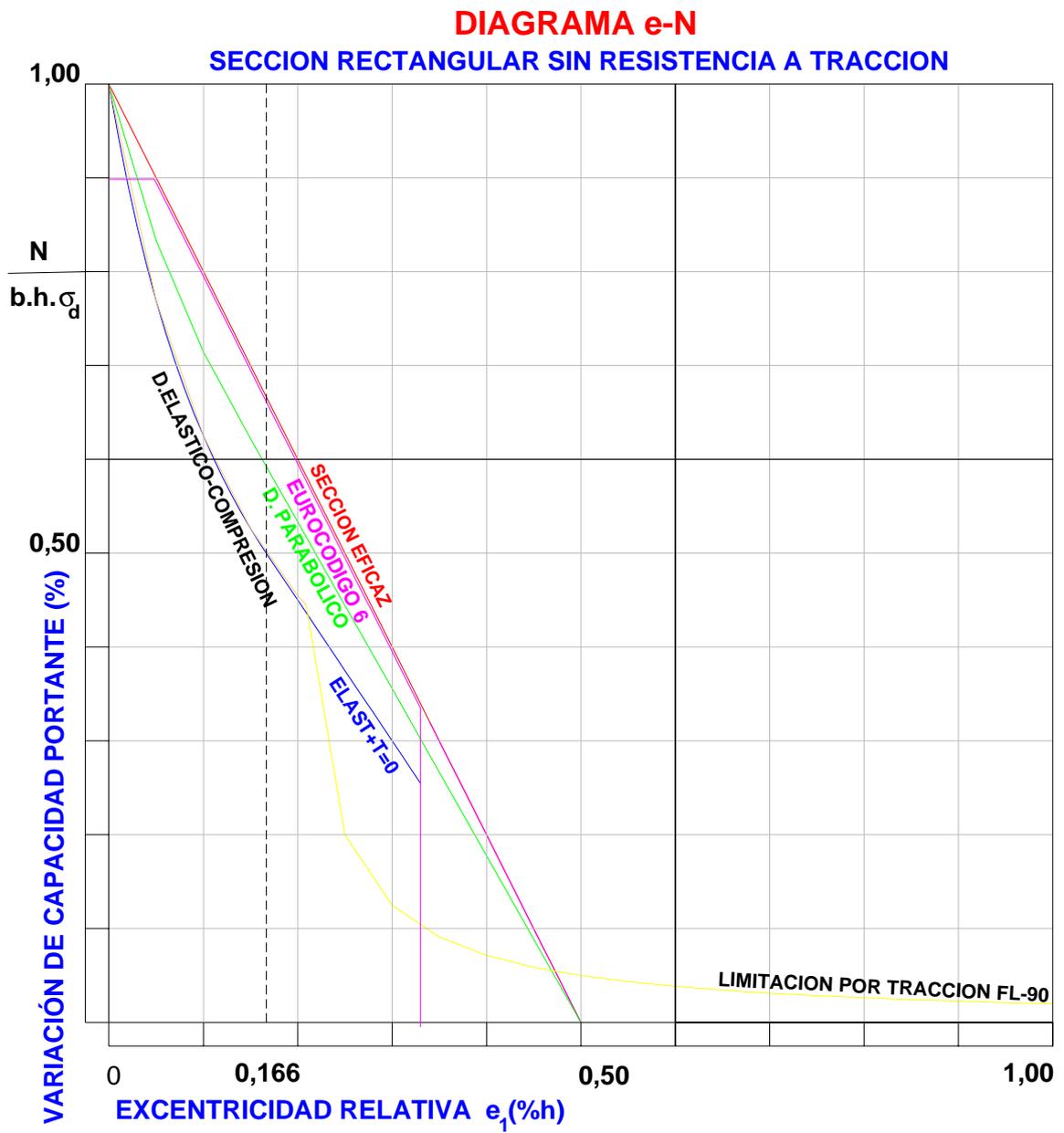


Figura III.11

En el análisis anterior, de las dos excentricidades posibles en el plano, e_1 y e_2 (en el sentido del canto -o espesor- t del muro la primera, e_1 , y la segunda, e_2 , en el sentido del ancho b del muro), se ha tomado $e_2 = 0$ puesto que es el planteamiento común a todas las referencias utilizadas. Con la consideración de la segunda excentricidad, NBE-FL-90 es la única referencia que se mantiene.



Figura III.12

Así el *Eurocódigo* [EC-6] no recoge método de cálculo alguno para la situación de pilastras o elementos de fábrica sometidos a la aplicación del axil con dos excentricidades perpendiculares con respecto al c.d.g. de la sección, con lo que deja fuera de su ámbito de aplicación soluciones constructivas muy comunes [Figura III.12]. Tampoco las otras referencias señaladas proponen método de cálculo alguno. Por ello en estas situaciones nos ceñiremos a lo expuesto por la norma española NBE-FL-90.

La situación de la sección de compresión compuesta esviada -actuación de dos excentricidades- complica notablemente el problema. De hecho, llegados a este punto la norma FL-90 establece que, si la sección eficaz es de difícil determinación geométrica, puede considerarse de una *Sección Eficaz Aproximada*, cuyo baricentro coincida con el punto de aplicación de la carga.

Introducir el planteamiento de *sección eficaz aproximada* en el análisis de la sección sometida a un axil aplicado con dos excentricidades es conveniente para el cálculo manual pero deja dudas sobre la capacidad última que se deriva del *método de la sección eficaz.*, dudas que se pretenden resolver para el caso de una sección rectangular a continuación.

SECCIONES EFICACES POSIBLES EN UN ELEMENTO RECTANGULAR.

G: BARICENTRO DE LA SECCION

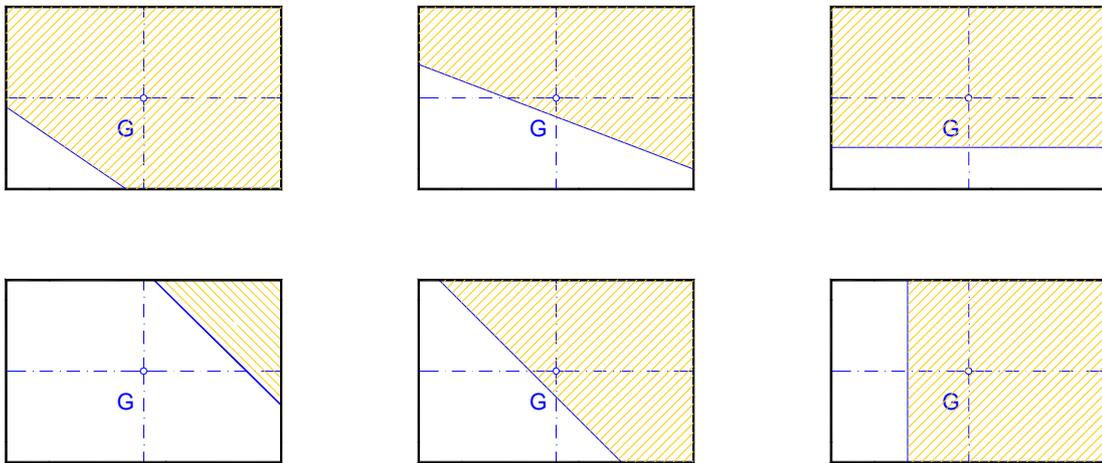


Figura III.13

De acuerdo con la definición de *Sección Eficaz* de la norma *-una parte de la sección [...], de área B, delimitada por una recta secante y cuyo baricentro coincide con el punto de aplicación del esfuerzo normal-* para las distintas combinaciones de excentricidades en la aplicación del axil se dan cuatro posibles formas de secciones eficaces sobre la pieza:

- *Sección Eficaz Triangular,*
- *Sección Eficaz Trapezoidal de base b,*
- *Sección Eficaz Trapezoidal de base h*
- *Sección Eficaz Pentágono-Irregular.*
- *Sección Eficaz Rectangular de base b*
- *Sección Eficaz Rectangular de canto t*

Constituyen las seis formas posibles de respuesta de la sección de acuerdo con la norma, esquematizadas en el gráfico adjunto, que puede ser empleado para determinar la forma de la sección resistente en el dimensionado [Figura III.14].

Llegados a este punto, el siguiente problema consistió en relacionar cada una de las formas de la sección eficaz con los puntos de aplicación del axil que provocan su aparición y las condiciones de borde que regulan el paso de una a otra. Los resultados de este análisis se reflejan en la [Figura III.14] adjunta.

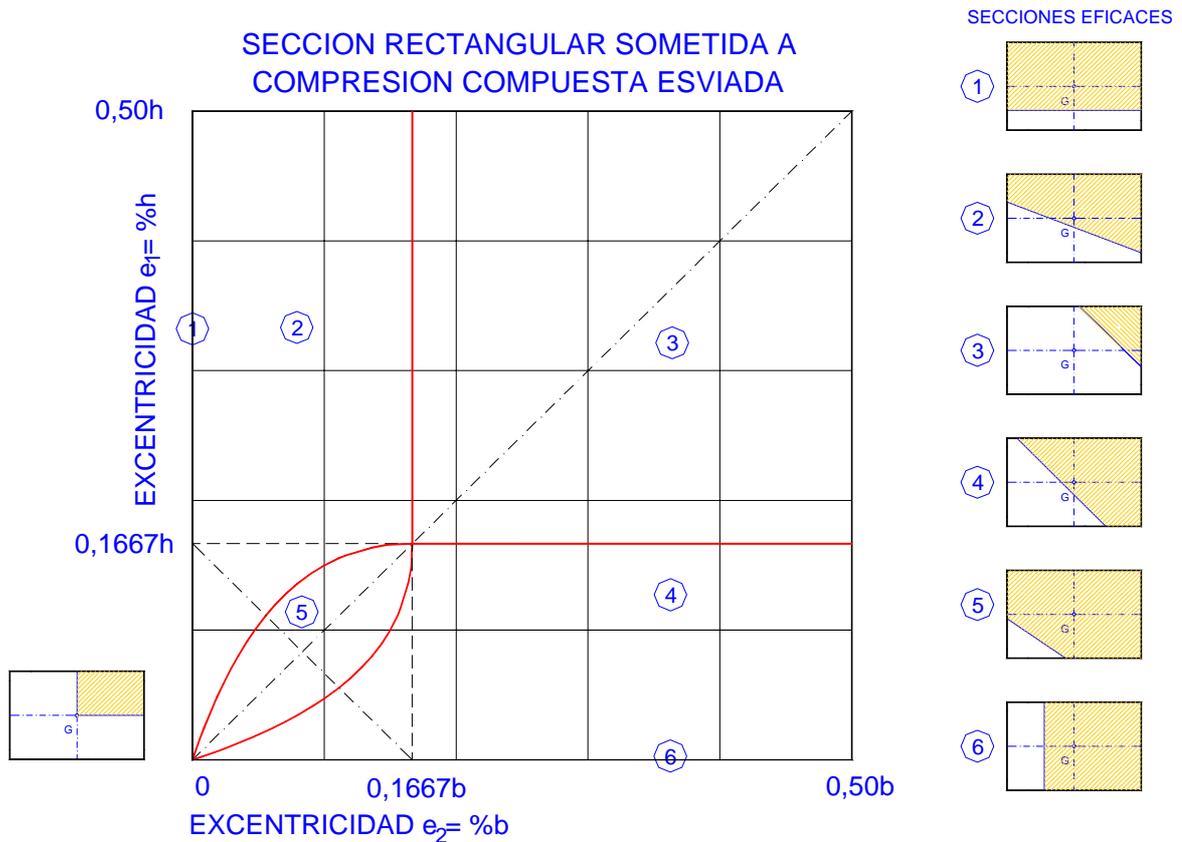


Figura III.14

En general, el paso de una forma de sección resistente a otra responde a condiciones sencillas vinculadas con las coordenadas del núcleo central de la sección, salvo en el paso de la sección eficaz pentagonal (5) a sus contiguas trapezoidales (2) y (4), que se encuentra gobernada por una pareja de ecuaciones de tercer

grado no resolubles directamente. Para la rama inferior de la curva estas ecuaciones son:

$$e_1 = \frac{h^2}{12} \left[\frac{b_o}{b} \frac{(3b+6e_2-2b_o)(6-2e_2)}{b_o(3b-2)+6e_2(b_o-1)} - 1 \right]$$

$$b_o^3 + a_1 \cdot b_o^2 + a_2 \cdot b_o + a_3 = 0$$

$$\text{siendo } a_1 = 1,5 \cdot h \frac{e_2}{e_1} - 3 \cdot e_2 - 3 \cdot b$$

$$a_2 = 2,25(b^2 + 2 \cdot b \cdot e_2 - b \cdot h \cdot \frac{e_2}{e_1} - 2 \cdot h \cdot \frac{e_2^2}{e_1})$$

$$a_3 = 6 \cdot b \cdot h \frac{e_2^2}{e_1}$$

El trazado de las curvas que muestra la [Figura III.14] anterior se ha resuelto por un método iterativo.

De las consideraciones anteriores se sigue que para cada punto de aplicación del esfuerzo axial sobre la sección es posible determinar el tipo de sección eficaz de respuesta de la pieza, y, por tanto, las dimensiones de ésta, así como el valor del esfuerzo axial máximo que es capaz de soportar la pieza. De todas formas, debemos tener presente que la sección eficaz será en todo caso la que, de entre todas las configuraciones posibles proporcione un área máxima, condición que resulta útil en programación.

Una vez determinado el tipo de sección resistente que corresponde con la aplicación del axial, es preciso obtener las dimensiones de la sección y calcular el axial máximo que es capaz de soportar para la excentricidad dada. Surgen de este modo tantas subrutinas como tipos de sección resistente aparecen; subrutinas de las cuales la *sección tipo pentágono irregular* (5) presenta las mayores dificultades, dado que para obtención de la solución es preciso resolver una ecuación de tercer grado. Para ello se ha desarrollado la siguiente rutina de acuerdo con el método de solución propuesto en la referencia [Rey Pastor, 1.969], y que emplea la fórmula conocida como de *Tartaglia* o de *Cardana* y *debida a Scipion del Ferro*.

SecTot.3gr:

```
'Coeficientes de la ecuacion de 3 grado: bo^3 + a1*bo^2 + a2*bo + a3 = 0
a1 = 1.5 * h * e2 / e1 - 3 * e2 - 3 * b
a2 = 2.25 * (b ^ 2 + 2 * b * e2 - b * h * e2 / e1 - 2 * h * e2 ^ 2 / e1)
a3 = 6 * b * h * e2 ^ 2 / e1

'Cambio de variable: bo = x - a1 / 3
'Coeficientes de la ecuacion reducida resultante: x^3 + p*x + q = 0
p = a2 - a1 ^ 2 / 3
q = 2 * a1 ^ 3 / 27 - a1 * a2 / 3 + a3
raiz.cuad = q ^ 2 / 4 + p ^ 3 / 27: 'Estudia el radicando para determinar el tipo de solucion

IF raiz.cuad < 0 THEN
  'Caso de raiz imaginaria y 3 soluciones reales. Calcula raices
  rho = SQR(-p ^ 3 / 27)
  cos.theta = -.5 * q / rho
  theta = ATN(SQR(1 - cos.theta ^ 2) / cos.theta)
  x(1) = 2 * rho ^ (1 / 3) * COS(theta / 3)
  x(2) = 2 * rho ^ (1 / 3) * COS(theta / 3 + 2 * pi / 3)
  x(3) = 2 * rho ^ (1 / 3) * COS(theta / 3 + 4 * pi / 3)
  x(4) = -2 * rho ^ (1 / 3) * COS(theta / 3)
  x(5) = -2 * rho ^ (1 / 3) * COS(theta / 3 + 2 * pi / 3)
  x(6) = -2 * rho ^ (1 / 3) * COS(theta / 3 + 4 * pi / 3)
```

```

'Discrimina cuales son las tres raices entre los 6 valores anteriores
contador = 1
FOR i = 1 TO 6
  IF ABS(x(i) ^ 3 + p * x(i) + q) < .01 THEN
    'PRINT #1, "x("; i; ")="; x(i), "z[x(i)]="; x(i) ^ 3 + p * x(i) + q
    xo(contador) = x(i)
    contador = contador + 1
  END IF
NEXT

b0(1) = xo(1) - a1 / 3: 'Deshace el cambio de variable:
b0(2) = xo(2) - a1 / 3: 'pasa a la ecuacion inicial
b0(3) = xo(3) - a1 / 3

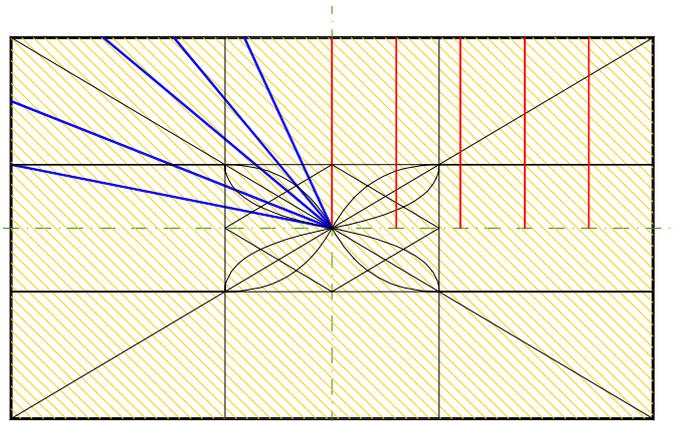
'PRINT #1, "b01="; b0(1), "y(b01)="; b0(1) ^ 3 + a1 * b0(1) ^ 2 + a2 * b0(1) + a3
'PRINT #1, "b02="; b0(2), "y(b02)="; b0(2) ^ 3 + a1 * b0(2) ^ 2 + a2 * b0(2) + a3
'PRINT #1, "b03="; b0(3), "y(b03)="; b0(3) ^ 3 + a1 * b0(3) ^ 2 + a2 * b0(3) + a3
'Determina qué solución pertenece al intervalo del problema
FOR i = 1 TO 3
  IF b0(i) >= 0 AND b0(i) <= b THEN
    Bo = b0(i)
    Ho = 12 * b * h * e2 / Bo / (3 * b + 6 * e2 - 2 * Bo)
    IF Ho >= 0 AND Ho <= h + .01 THEN
      N.d = sigma.d * (b * h - Bo * Ho / 2)
      'PRINT #1, "Bo="; Bo, "Ho="; Ho, "N.d="; N.d
      PRINT #1, 10 * e1; "; "; N.d
    END IF
  END IF
NEXT
ELSE
  PRINT #1, "e2="; e2, "e1="; e1
  PRINT #1, "q="; q, "p="; p, "q^2 / 4 + p^3 / 27 =" ; raiz.cuad
  PRINT #1, "raices imaginarias"
END IF
RETURN

```

Creemos que los comentarios añadidos al programa obvian toda necesidad de explicación.

Resuelto el problema analítico que permite calcular el axil máximo que soporta una sección rectangular para cualquiera que sea la excentricidad con la que se aplique -cuyo listado en *Q-basic* se adjunta en el Apartado correspondiente del Anejo- fue preciso abordar cómo se estructurarían los gráficos de resultados, los *Diagramas e-N* de esta segunda colección.

Finalmente se optó por dos series de gráficos. En la primera, las excentricidades e_1 y e_2 son independientes entre sí y se estructuran con el mismo planteamiento anterior pero introduciendo la variación de la segunda excentricidad e_2 como colección de curvas. Esto es, se escoge una selección discreta de valores de e_2 y para esos valores se hace variar de forma continua e_1 . En el segundo grupo se ha establecido una relación porcentual entre ellas, $e_2 = k \cdot e_1$, lo que permite una variación continua de ambos valores. Estos dos criterios corresponden al estudio de los valores admisibles sobre la sección



VARIACIÓN DE EXCENTRICIDADES

Figura III.15

para una variación de las excentricidades en forma de rectas verticales -primer caso de la [Figura III.15]- o de rectas que pasan por el c.d.g. de la sección -segundo caso-.

4. DIAGRAMAS e-N: ANÁLISIS COMPARATIVO

La [Figura III.11] muestra, para una sollicitación de compresión compuesta en la que se ha considerado nula la excentricidad en la dirección del ancho de la pieza, las distintas limitaciones portantes de acuerdo con el método de cálculo escogido. En abscisas se ha representado la excentricidad relativa -en el sentido del espesor- con la que está aplicada el axil en la sección. En ordenadas se refleja el cociente entre el axil actuante(N), y el axil máximo que es capaz de soportar la sección ($b.t.\sigma$) para carga centrada. En ambos casos, las magnitudes requeridas son adimensionales. El gráfico puede usarse para el dimensionado de elementos sin más que introducir los oportunos coeficientes de seguridad, tomando como $N = N_d$ y sustituyendo σ por f_d .

La curva rotulada como *Sección Eficaz* corresponde a la pareja de valores Axil-Excentricidad que agotarían la sección con el criterio de resistencia a compresión admitido por NBE-FL-90. La curva definida como *D.Elástico-Compresión* representa los valores que producirían el agotamiento de la sección de acuerdo con la fórmula de obtención de las tensiones de compresión clásica de la Resistencia de Materiales,

$$\sigma = \frac{M_d}{W} + \frac{N_d}{A} \leq f_d$$

mientras que la curva de nombre *Limitación por Tracción FL-90* corresponde a la pareja e, N que produciría el agotamiento de la sección al superar las tensiones de tracción el valor admitido por NBE-FL-90 expresado anteriormente,

$$\sigma = \frac{M_d}{W} - \frac{N_d}{A} \leq 0,10 \cdot f_d$$

Como se ve esta curva admite como válidas una serie de combinaciones de alta excentricidad y escaso axil que no resultarían admisibles con el criterio de la *Sección Eficaz*, criterio que obviamente no permite que la excentricidad llegue a alcanzar el valor de la mitad del canto.

La línea discontinua marca la excentricidad límite que haría que la carga estuviese aplicada fuera del tercio central, y, por tanto, el punto de aparición de tensiones de tracción en la pieza de acuerdo con las teorías clásicas de *Resistencia de Materiales*. Si se desea aplicar este principio- ausencia de tensiones de tracción sobre la sección- como criterio de comprobación, la zona que representarían las parejas de valores admisibles para la sección sería la delimitada por esta línea -y situada a su izquierda- y la curva de *D.Elástico-Compresión*.

De la misma forma, la aplicación del criterio de *límite de compresiones* dado por la fórmula de la compresión compuesta y limitación por tracción de acuerdo con la formulación de FL-90 arrojaría como valores admisibles todos aquellos que se encontrasen situados en la esquina inferior izquierda, por debajo de la gráfica de *D.Elástico-Compresión* hasta la intersección con la de *Limitación por Tracción*, punto a partir del cual ésta sería la frontera.

La comparación de estos criterios de dimensionado permite entender la notable ampliación de valores admisibles que implica el criterio de la *Sección Eficaz*, siempre más permisivo que cualquier otro salvo para aquellos valores con altas excentricidades, tal y como se deriva del incremento de superficie en el gráfico que representa este criterio, incluso sobre el *Diagrama Parabólico*, que se sitúa prácticamente equidistante entre el criterio de la *Sección Eficaz* y el caso *Elást+T=0* que corresponde al diagrama lineal sin capacidad portante a tracción citado anteriormente. El criterio del *Eurocódigo EC-6* se representa asimismo, coincidiendo con la *Sección Eficaz* salvo que EC-6 introduce una excentricidad mínima,

$$e_1 \geq 0,05 \cdot h$$

que da lugar a la rama horizontal inicial. Se ha representado también la relación límite

$$\frac{e}{h} = 0,33$$

que las referencias aconsejan no superar.

La [Figura III.10] puede así emplearse para el dimensionado de las piezas, sin más que sustituir los valores de N por N_d y de σ por σ_d , con la ventaja de conocer las condiciones de trabajo de la sección -si

se producen tracciones sobre la sección, si es admisible con comportamiento elástico...- y el método de cálculo que avala su aceptación o rechazo, criterios que posibilitan la toma de decisiones más fundadas del proyectista. Además, se puede transformar con facilidad en un conjunto de ábacos dimensionales que facilitan su empleo.

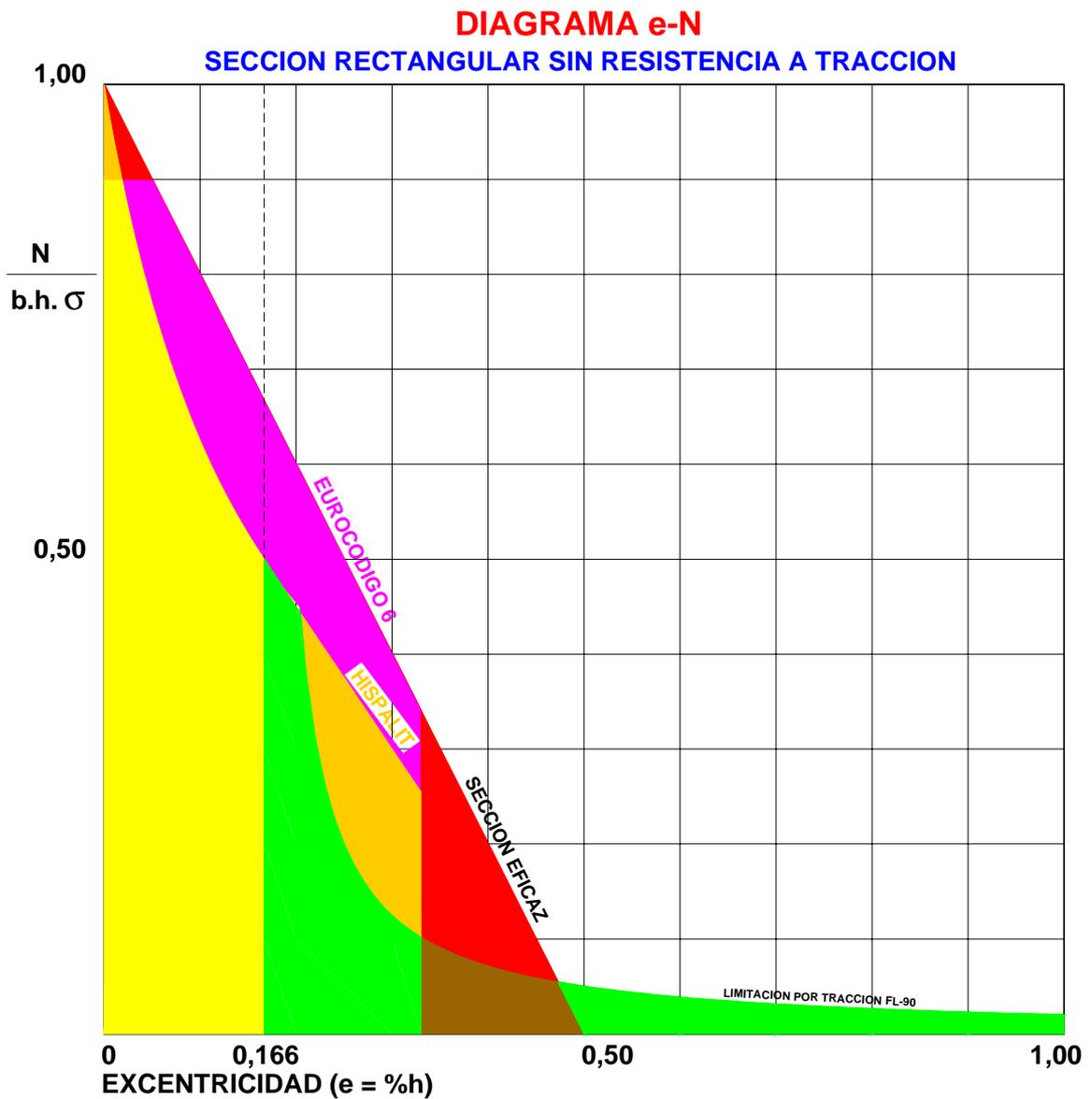


Figura III.16

El criterio de la sección eficaz complementado con los criterios de flexión de FL-90 permiten una notable ampliación de los casos definidos como admisibles por el cálculo, como se puede observar en la [Figura III.16]. Las curvas continuas exteriores del gráfico abarcan todas las situaciones de e-N que son admisibles para FL-90, combinando los dos criterios de aceptación que fija la norma, y que corresponden

en su mayoría a situaciones admisibles con el criterio de la *Sección Eficaz*, a los que se añade el pequeño grupo de casos de excentricidad extrema que permite incluir la condición de respuesta elástica.

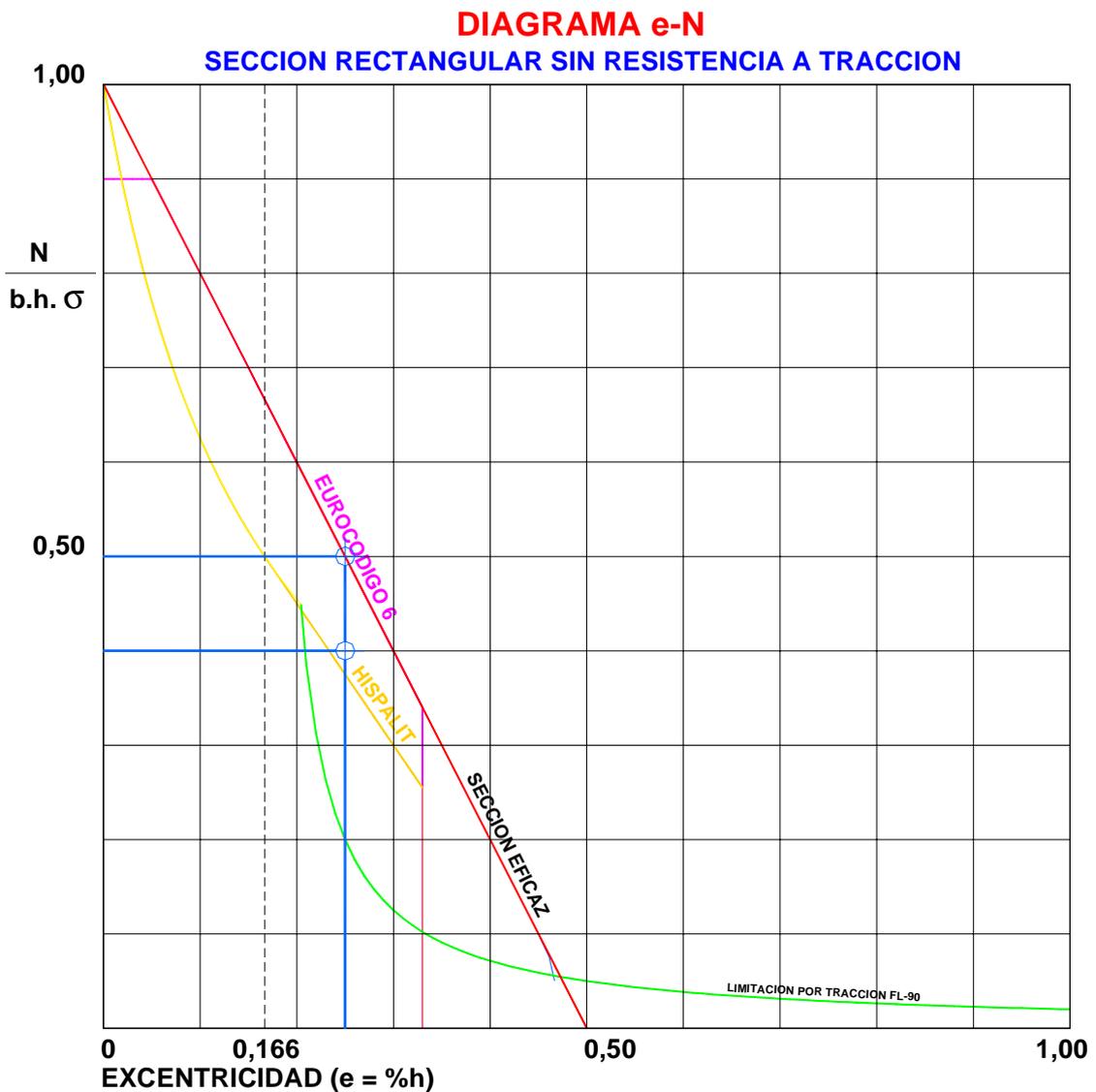


Figura III.17

EJEMPLO

Identificar con qué criterios se consideraría válida una sección de fábrica de ladrillo perforado de 12 cm de canto que soporta un axil de 9,6 t/m aplicado con una excentricidad de 3 cm, sabiendo que la tensión que soporta la fábrica es de 20 kp/cm².

$$\frac{N}{b \cdot t \cdot \sigma} = \frac{9,6 \cdot 1000}{100 \cdot 12 \cdot 20} = 0,4 \quad \lambda = \frac{e}{t} = \frac{3}{12} = 0,25$$

Valores que se han representado en el gráfico anterior

En lo relativo a los gráficos que recogen la aplicación del axil con doble excentricidad, se han preparado dos series.

En la primera colección -[Figuras III.7, III.9 y III.11 a III.15]- se han obtenido los valores del axil y de la excentricidad e_1 para una serie discreta de valores de la excentricidad e_2 (0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40... %), que se han traducido en la curva correspondiente. Para aquellos valores de e_2 inferiores a $b/6=16,667\%$ se ha trazado asimismo la recta que marca la posición de la excentricidad e_1 que lleva el axil fuera del núcleo central de la sección, con la consiguiente aparición de tracciones según el diagrama elástico. La curva correspondiente a la *Sección Eficaz Total* va recorriendo las distintas situaciones de ésta. Como comparación se dibuja también la curva correspondiente a los valores de la *Sección Eficaz Aproximada* que señala la norma y las gráficas correspondientes a las condiciones de respuesta elástica indicadas anteriormente. Es de hacer notar que los valores arrojados por la *Sección Eficaz Aproximada* definida por la norma están más cerca de la curva correspondiente al escalón de excentricidad e_2 inmediatamente superior que a la que realmente le corresponde - lo que sugiere la conveniencia de eliminar el comentario de la norma sobre el error cometido-. O también la escasa trascendencia que para la resistencia de la pieza tienen excentricidades inferiores a $0,05.b$ -Figura 13-. Con las premisas anteriores se obtienen los ábacos de dimensionamiento de la pieza para las distintas excentricidades que se acompañan [Figuras III.11 a III.15].

En la segunda colección [Figuras III.16 a III.18]- se han obtenido los valores del axil y de la excentricidad e_1 para una excentricidad e_2 directamente relacionada con e_1 por la expresión

$$e_2 = k \frac{b}{h} e_1$$

calculándose los valores de axil y excentricidad para la serie de valores de k (0, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00) que se han representado en la colección de curvas correspondiente. Cada colección incluye los valores límite obtenidos por los métodos de la *Sección Eficaz*, de la *Sección Eficaz Aproximada* y por los *Métodos Elásticos* de acuerdo con el planteamiento de FL-90 señalado anteriormente. En este conjunto de casos, las diferencias arrojadas por ambos métodos de las secciones eficaces son pequeñas.

SECCION RECTANGULAR SOMETIDA A COMPRESION COMPUESTA ESVIADA

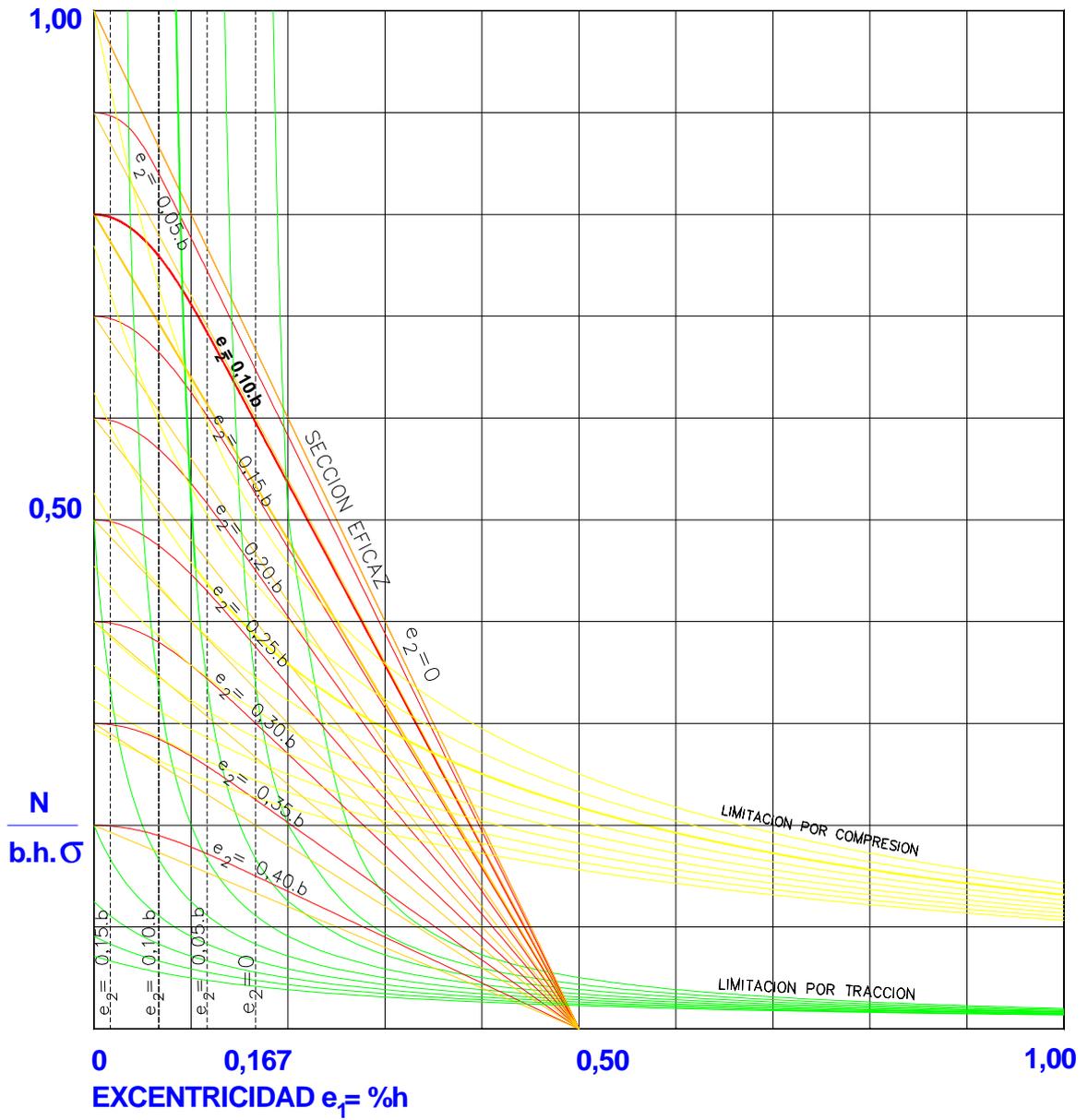


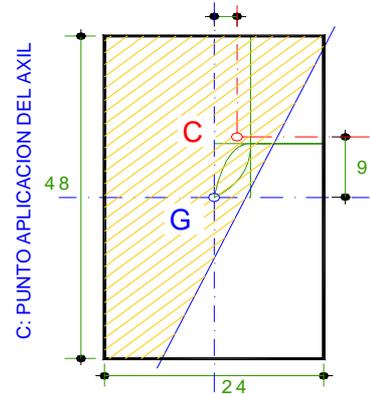
Figura III.18

EJEMPLO:

Obtener el axil que agotaría una sección de fábrica de ladrillo perforado de 48 cm de canto y 24 cm de ancho que soporta un cierto axil aplicado con unas excentricidades de 9 y 2,4 cm según el gráfico. La tensión que soporta la fábrica es de 20 kp/cm² (considérese como valor de cálculo).

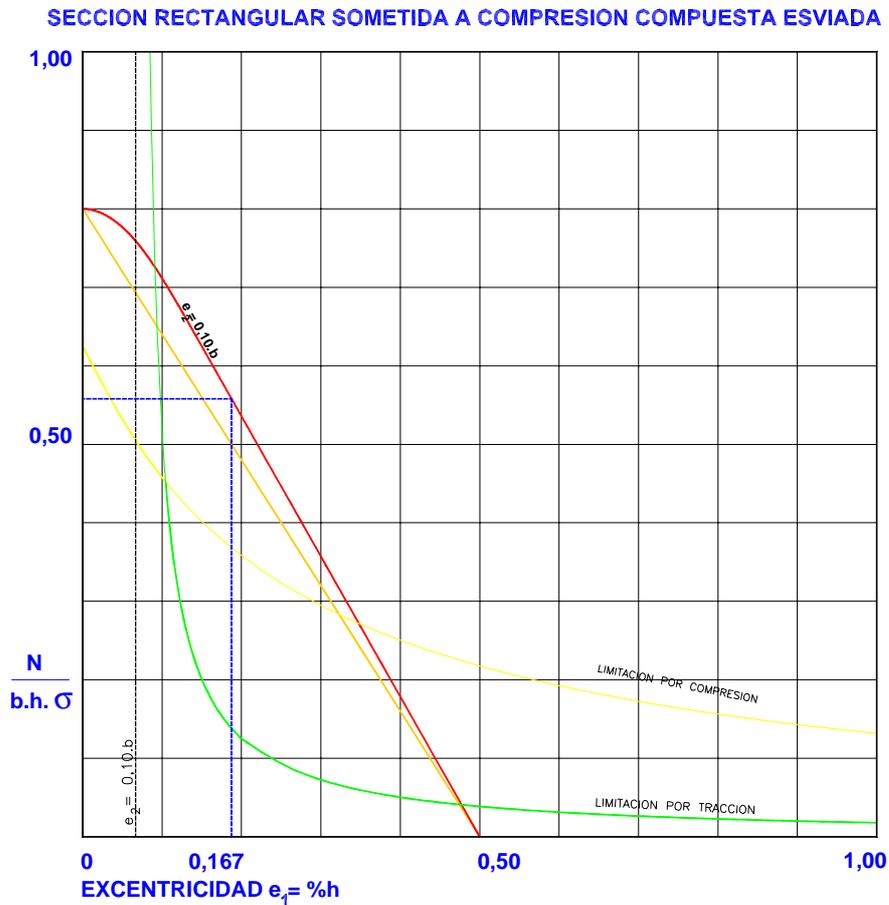
$$e_h = \frac{9}{48} h = 0,1875.h$$

$$e_b = \frac{2,4}{24} b = 0,10.b$$



Forma de la Sección Eficaz [Figura III.14]: Tipo 2, Trapezoidal,

$$N = 0,558.b.h.\sigma = 12,856 t$$



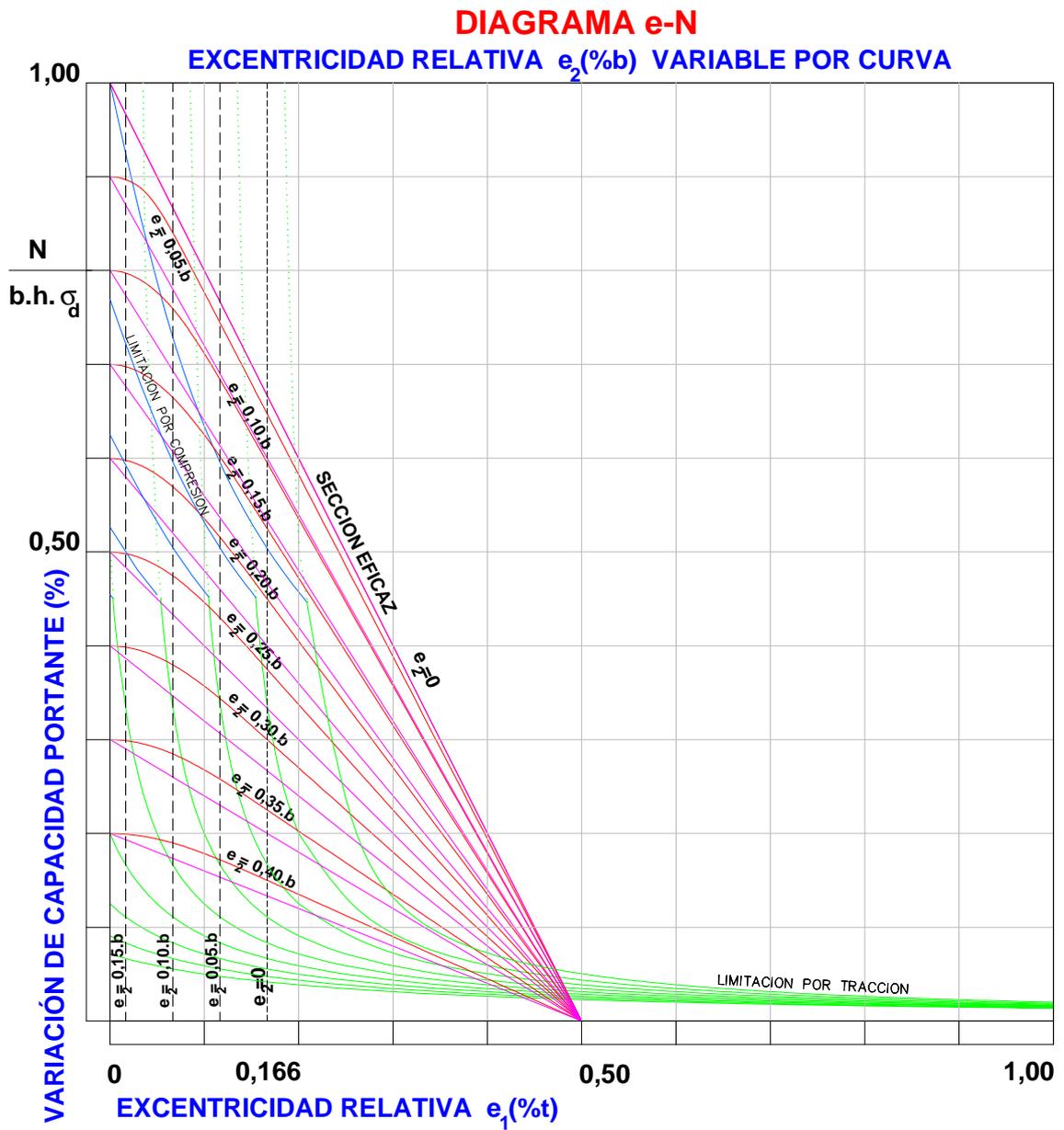


Figura III.21

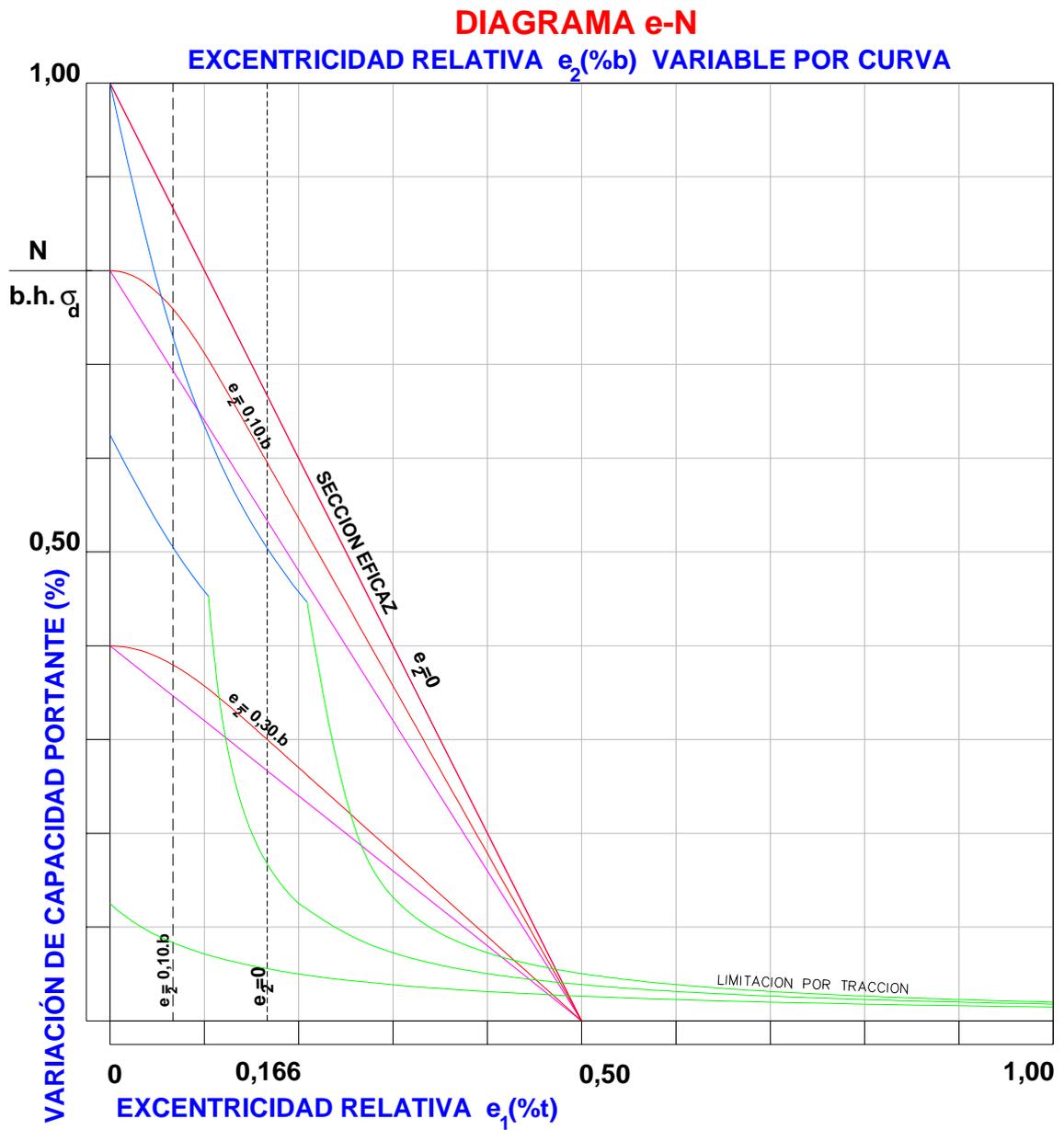


Figura III.22

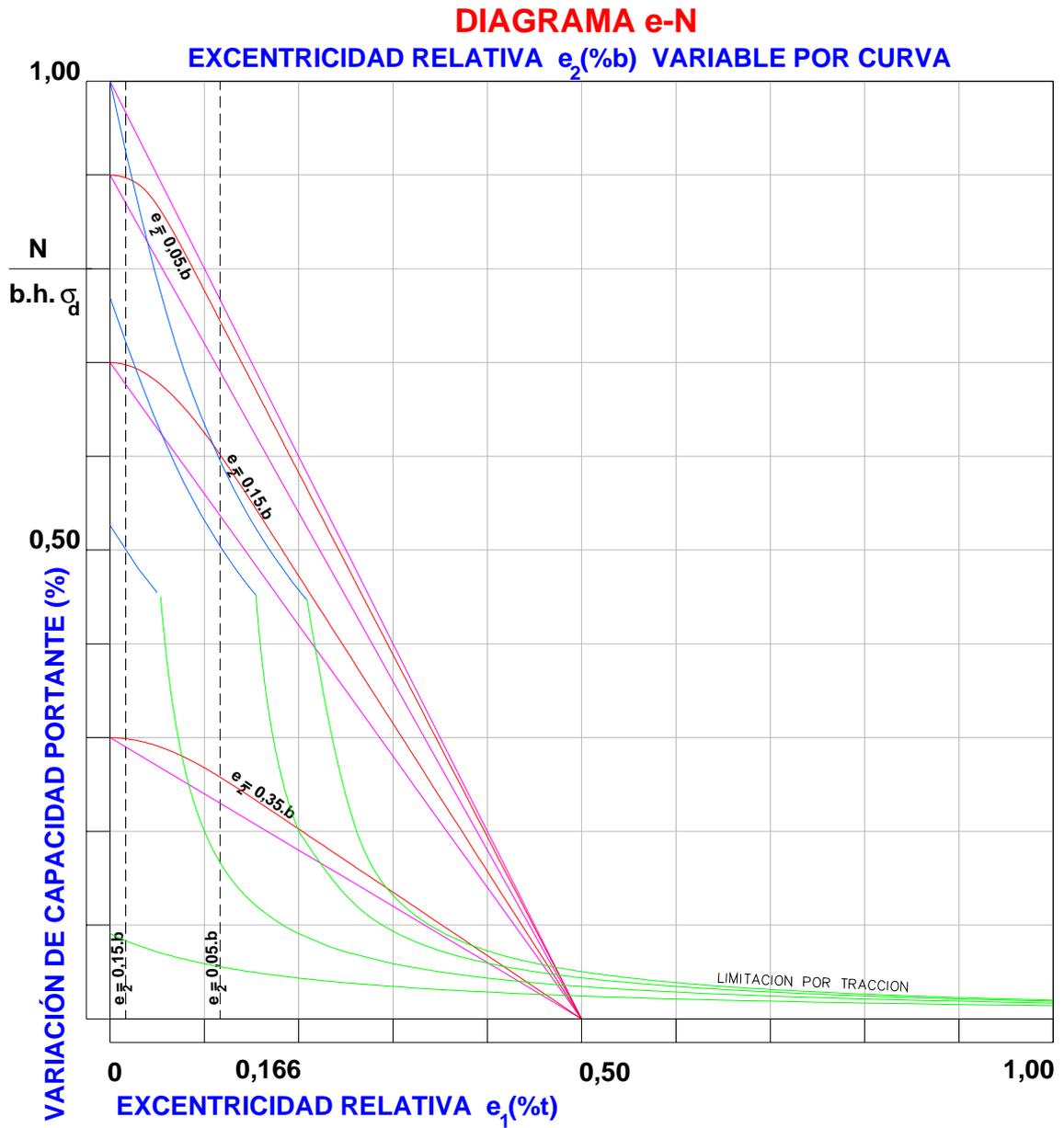


Figura III.23

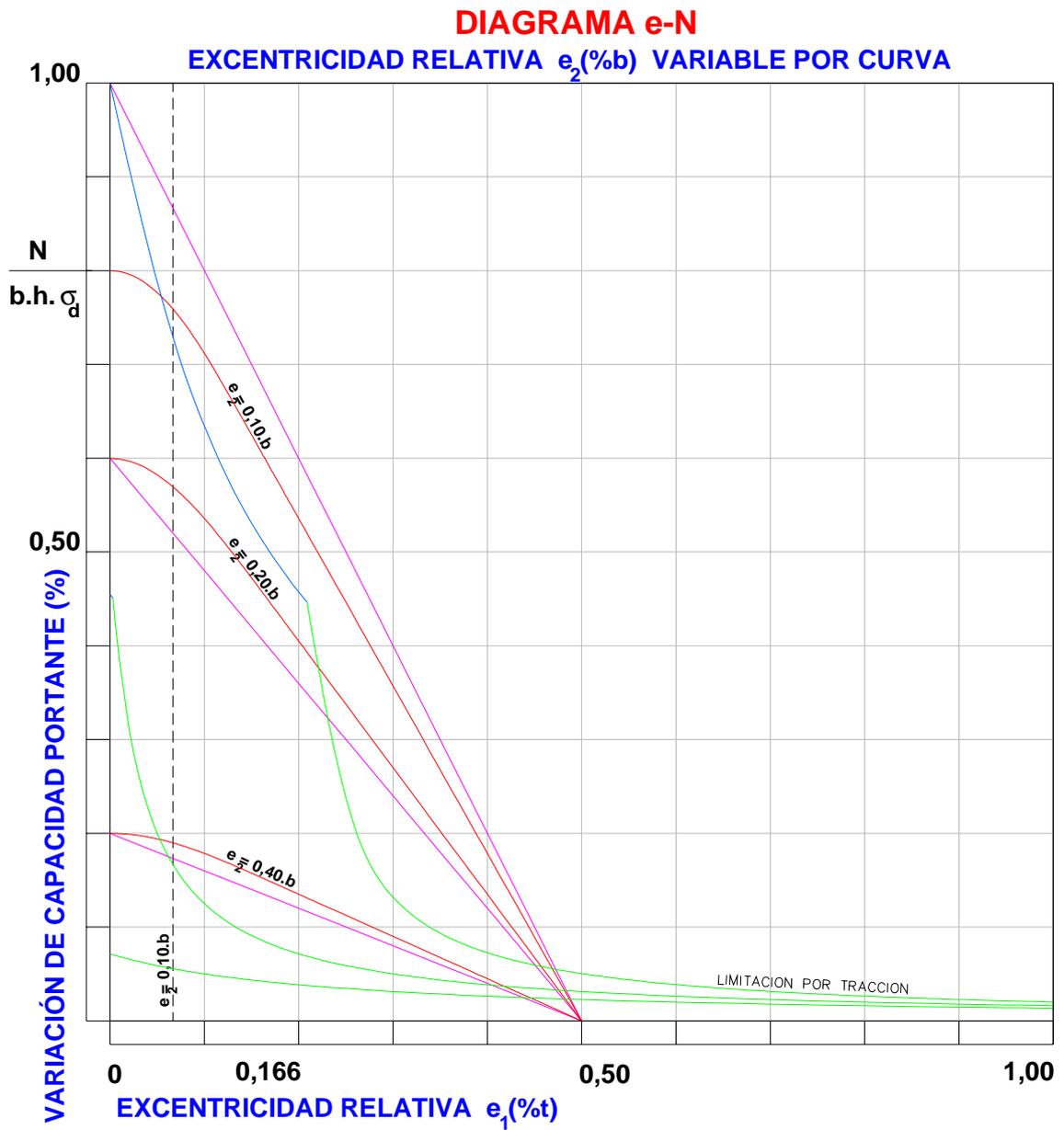


Figura III.24

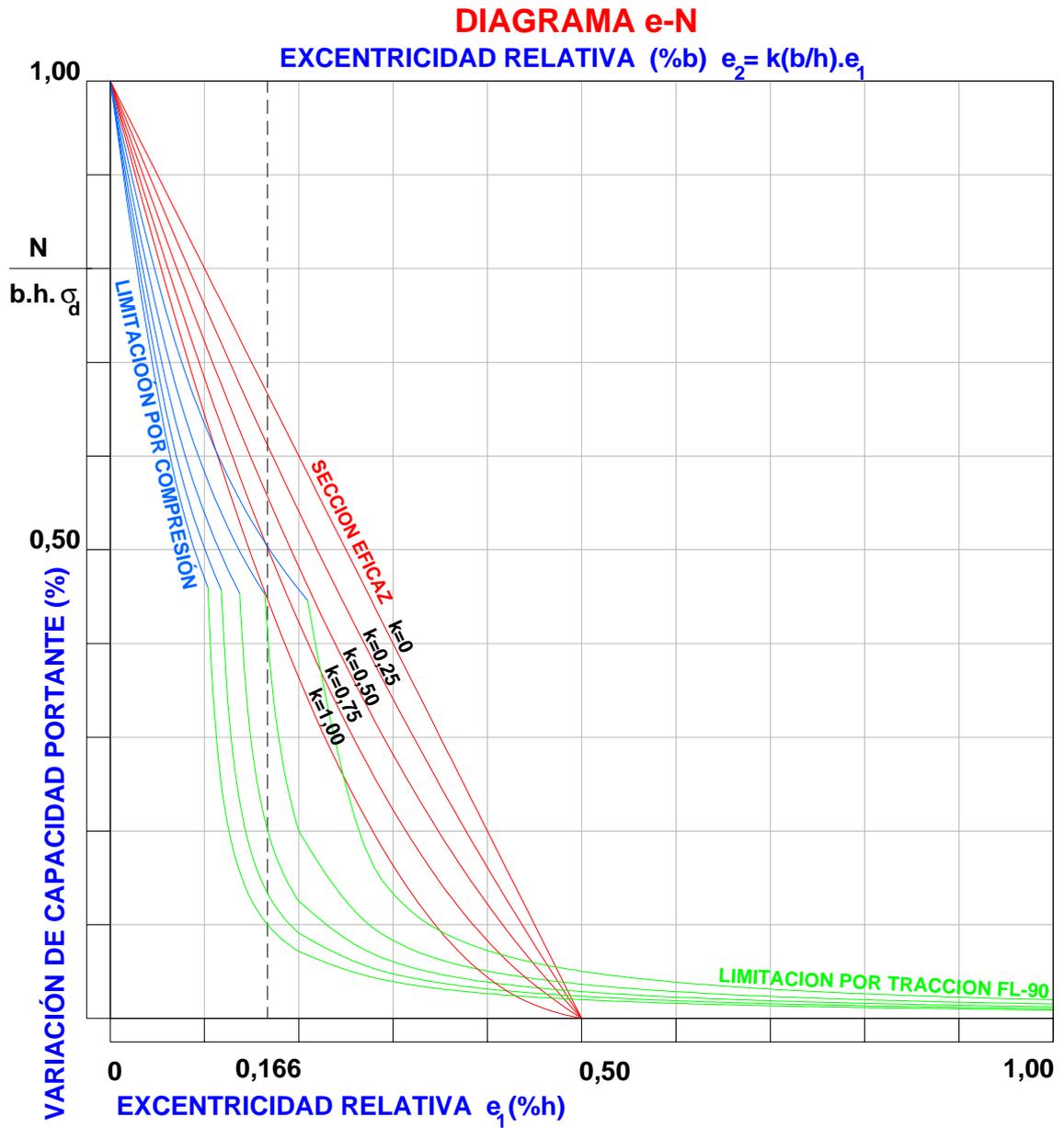


Figura III.25

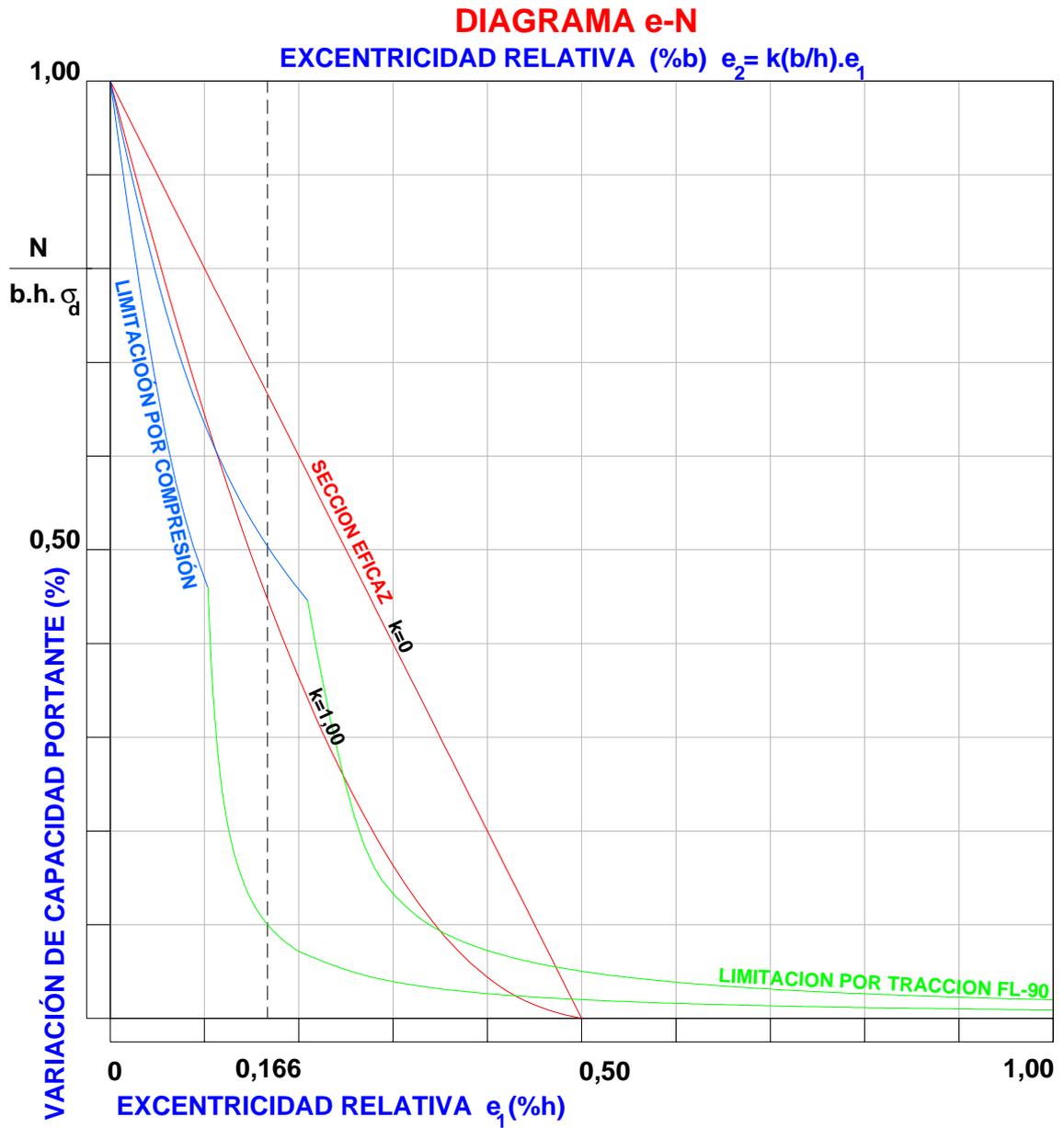


Figura III.26

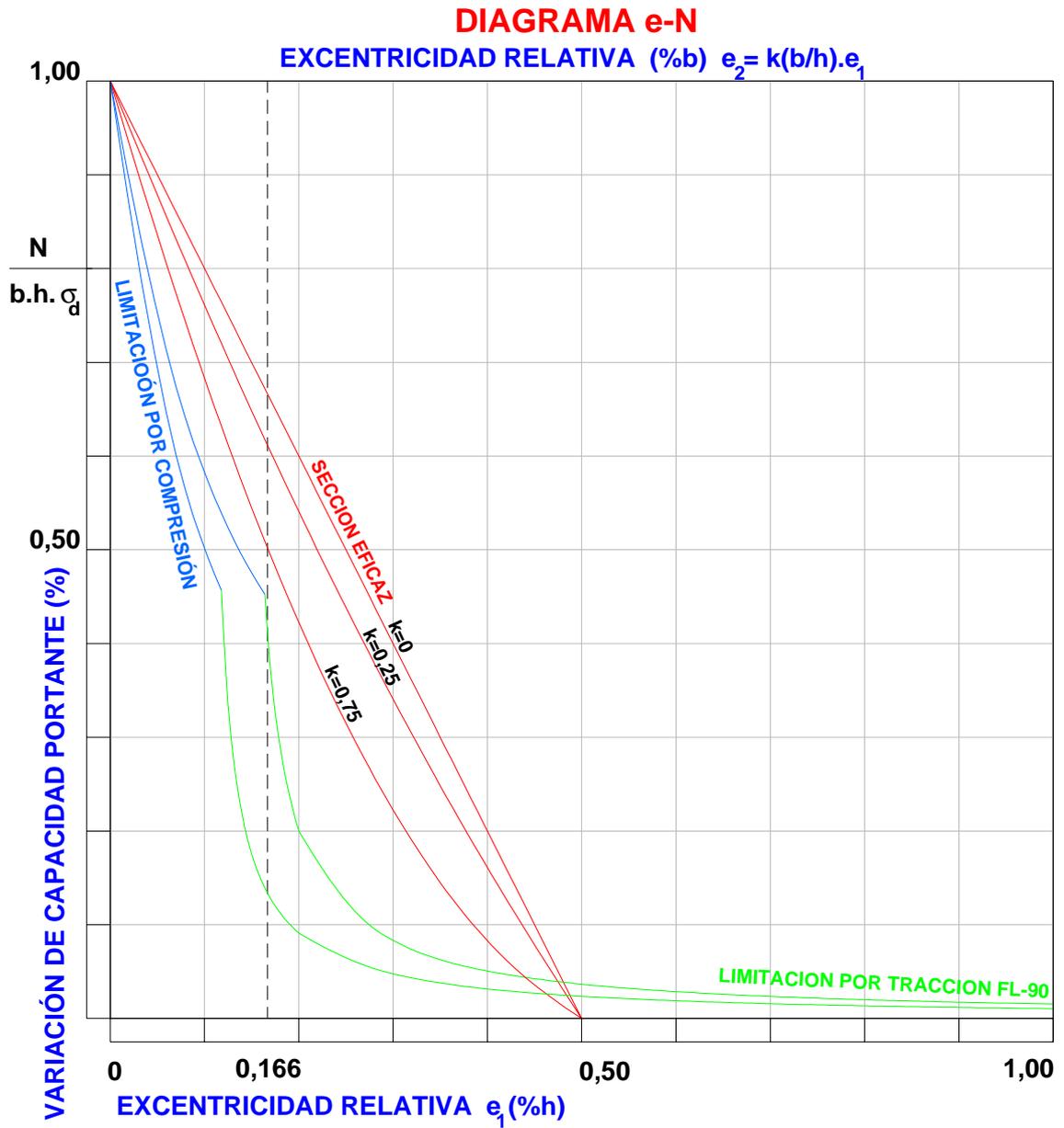


Figura III.27

5. ANÁLISIS DE SECCIONES DE BLOQUES DE HORMIGÓN

El cálculo de las fábricas de bloque de hormigón es uno de esos capítulos olvidados en el complejo mundo de la normativa de construcción. Como referencia, existen tan sólo una norma, la *NTE Estructuras Fábrica de Bloques*, [NTE-EFB], con unos años ya y que no es de obligado cumplimiento, y un pliego de recepción, el RB-90 -*Pliego de Prescripciones Técnicas Generales para la Recepción de Bloques de Hormigón en las Obras de Construcción*, [RB-90].

A estas dos normas nacionales hay que añadir el *Eurocódigo de Estructuras de Fábrica* [EC-6], vigente como norma experimental, pero del que se desconoce su aplicación práctica. Su empleo en construcción es, sin embargo, profuso desde hace unos años.

Sobre los criterios que han permitido el dimensionado de estas estructuras, y más allá de criterios importados del exterior, como por ejemplo el método de la [NCMA-70] americana -National Concrete and Masonry Association- expuesto por ejemplo en la referencia [Rdgz. Martín, 1.986], hay que referirse a la experiencia del diseñador, a las prescripciones del *Eurocódigo* [EC-6] y, anteriormente, a los contenidos del pliego [PIET-70].

[EC-6] no establece ninguna diferencia en el cálculo de fábricas de bloques huecos de hormigón con respecto al resto de ellas. La expresión de comprobación es la siguiente:

$$N_{sd} \leq N_{rd} = \Phi_i \frac{b \cdot t \cdot f_k}{\gamma_m}$$

Para las secciones en las que no es preciso considerar el pandeo se convierte en la ya expuesta:

$$N_{Rd} = \frac{f_k}{\gamma_m} b \cdot t \left(1 - \frac{2e_1}{t}\right)$$

donde no se observa ningún tipo de corrección por la presencia de huecos en la sección transversal.

En lo tocante a PIET-70, en el apartado *II.1.1.2.2 Reglas particulares para muros resistentes de bloques* se establece lo siguiente:

la resistencia de cálculo de las fábricas de bloque quedará determinada por la expresión

$$\sigma_d = \frac{\sigma_k}{\gamma_m}$$

en la que σ_k es el valor característico de la fábrica en kp/cm^2 , obtenido mediante el ensayo a compresión que se especifica en el Apartado V.%.1 [...]

A falta de los ensayos a compresión citados, podrá evaluarse la resistencia de cálculo por los valores que figuran en la tabla que se incluye en la página siguiente [...]

Resistencia de cálculo σ_d en kp/cm^2 de sección bruta [...]

Sección Bruta: superficie obtenida multiplicando las dos dimensiones efectivas $soga \times tizón$ [...]

Y en el apartado V.2.2.3 Resistencia a compresión de bloques se establece que:

La carga máxima soportada por la probeta antes de la rotura dividida por la superficie bruta de la sección normal a la carga, obtenida mediante el producto de su longitud por su anchura, medirá la resistencia a compresión [...]

Los párrafos anteriores se han transcrito para justificar la afirmación de que las referencias proponen un cálculo a partir de las dimensiones brutas de la pieza y con una tensión de cálculo correspondiente a éstas. [BS-5628] establece igualmente la resistencia a compresión correspondiente al área bruta.

Sin embargo, este planteamiento no parece congruente una vez establecido con rigor el concepto de *Sección Eficaz*, puesto que ésta es perfectamente determinable en el caso de secciones de bloque hueco sometidos a una única excentricidad. El análisis que se realiza a continuación deberá despejar las dudas sobre si el método normativo es seguro, y, en caso de serlo, si es posible un mayor aprovechamiento de la sección.

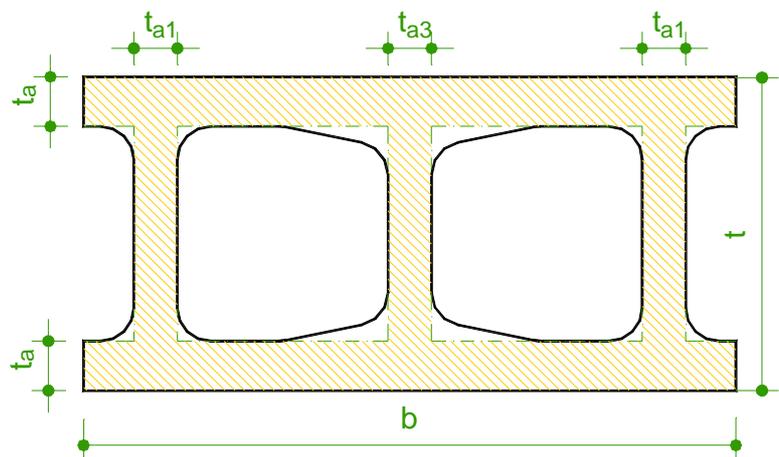


Figura III.28

El primer escollo que hubo que resolver fue conocer las dimensiones de bloques huecos de hormigón. Para ello se obtuvieron las fichas técnicas de los bloques de 19 cm de espesor fabricados por EIROS y los de 14 y 19 cm fabricados por PREFASA, que se sintetizan en la tabla siguiente:

Fabricante	b (cm)	t (cm)	t _a (cm)	b _{a1} (cm)	b _{a3} (cm)
EIROS	39	19	3,20	2,60	2,60
PREFASA	39	19	3,40	2,80	2,80
PREFASA	39	14	2,40	2,40	2,40

En el modelo generado [Figura III.28], se han despreciado los acuerdos entre alas y almas así como el ensanchamiento de las alas en la unión con el alma central dado que sus dimensiones no se encuentran recogidas en las fichas de características facilitadas.

En estas condiciones, y dado que la resistencia característica a compresión correspondiente al área bruta se obtiene de un ensayo a compresión simple, la resistencia característica a compresión correspondiente al área neta se puede obtener mediante la expresión:

$$f_{k,neto} = \frac{A_{bruta}}{A_{neto}} f_{k,bruta}$$

es factible la expresión de la sección eficaz del elemento al desplazarse el punto de aplicación del axil, y por lo tanto evaluar la capacidad portante de la fábrica correspondiente a la sección eficaz y a la tensión propuesta en la fórmula anterior.

Con estas premisas se ha desarrollado la rutina correspondiente -incluida en el Capítulo IX- y que permite confeccionar los gráficos siguientes que dan respuesta a las preguntas planteadas inicialmente y permiten también realizar un dimensionado con un mayor aprovechamiento de la fábrica [Figura III.29] y [Figura III.30]

La [Figura III.29] es una representación totalmente adimensional que refleja los tres casos estudiados. Como se observa, el método es seguro -quizás demasiado seguro: con excentricidades del orden del 20% se minusvalora en proporción similar la capacidad portante- y afecta de forma similar a los bloques estudiados, independientemente de su espesor. La [Figura III.30] es una construcción adimensional en cuanto a su espesor, pero en la que se expresa la capacidad portante real de la pieza. Se quiere hacer notar que los resultados así obtenidos concuerdan con los experimentales correspondientes a la serie de bloques huecos que presenta [Tuesta, 1.994].

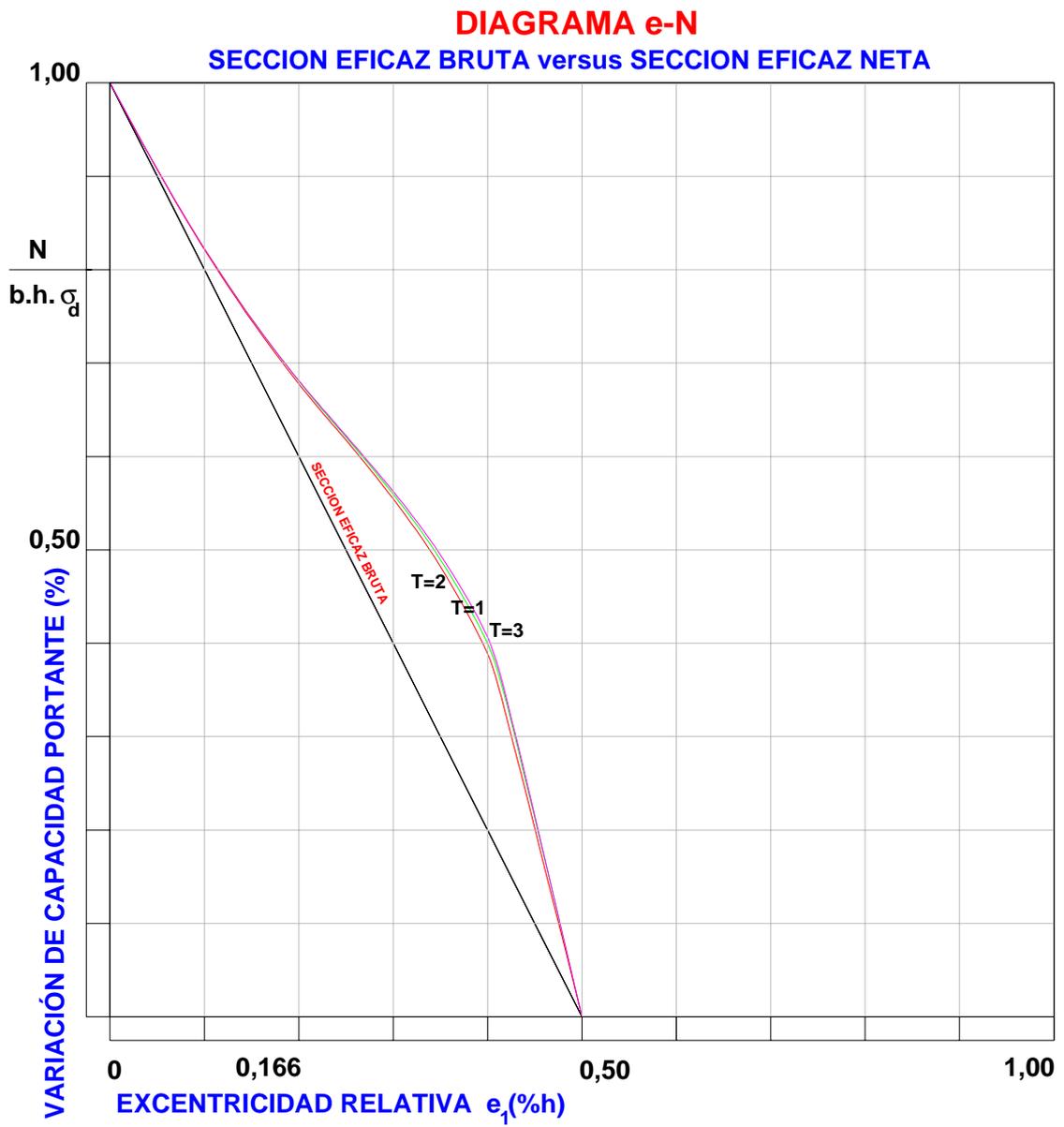


Figura III.29

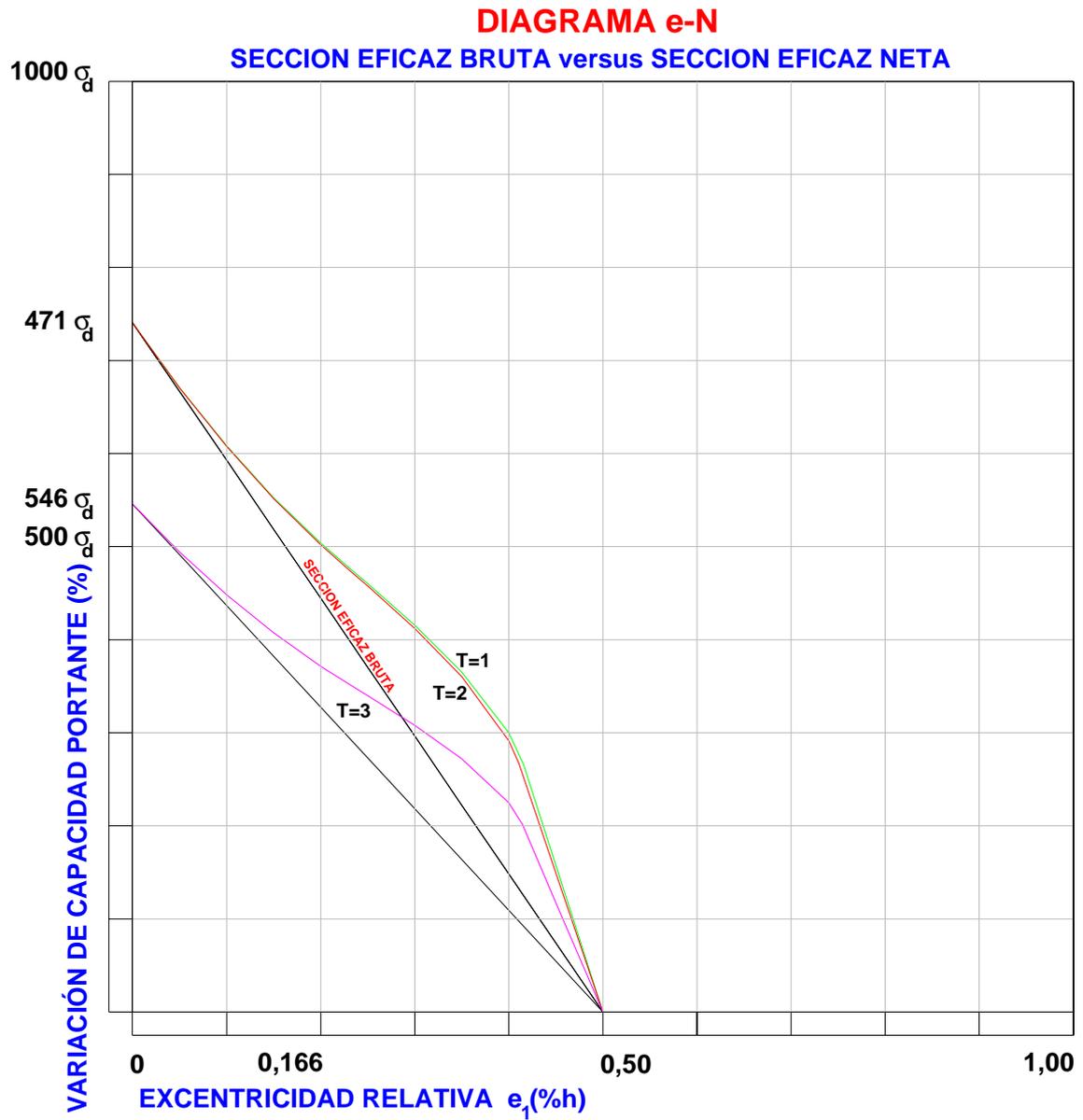


Figura III.30

6. APLICACIÓN AL CÁLCULO DE ZAPATAS AISLADAS

Uno de los problemas más trascendentes de la Mecánica del Suelo es la determinación de las presiones que los cimientos transmiten al terreno.

Son clásicos ya los estudios sobre las distribuciones tensionales que las zapatas rígidas y flexibles originan sobre su soporte. En líneas generales, la respuesta depende de la rigidez de la zapata y del tipo de terreno sobre el que se asiente -véase por ejemplo [Bowles, 1.982]-. De todas formas, el cálculo de estructuras de cimentación adopta unos modelos de respuesta del terreno más sencillos, que no reproducen exactamente las distribuciones tensionales pero que presentan la ventaja de su independencia -dentro de ciertos límites- de la rigidez del cimiento, y, sobre todo, admiten una descripción matemática más o menos sencilla que permite la obtención analítica de soluciones, esto es, el cálculo de la distribución de tensiones sobre el terreno. Entre estos modelos de respuesta se encuentran el modelo de distribución lineal de presiones -el más difundido- y el modelo de respuesta rectangular. Además de éstos, existen otros modelos de empleo en investigaciones teóricas, como el hiperbólico, empleado en modelizaciones avanzadas del terreno [Noorzarei *et alli*, 1.995].

El criterio de distribución lineal de presiones parte de la Ley de Hooke y de la hipótesis de Navier, por lo que se llega a que la presión en cada punto es proporcional a la línea neutra y el diagrama será rectangular, trapecial o triangular de acuerdo con que la carga se encuentre centrada, excéntrica pero situada dentro del núcleo central de la sección o ya fuera de él.

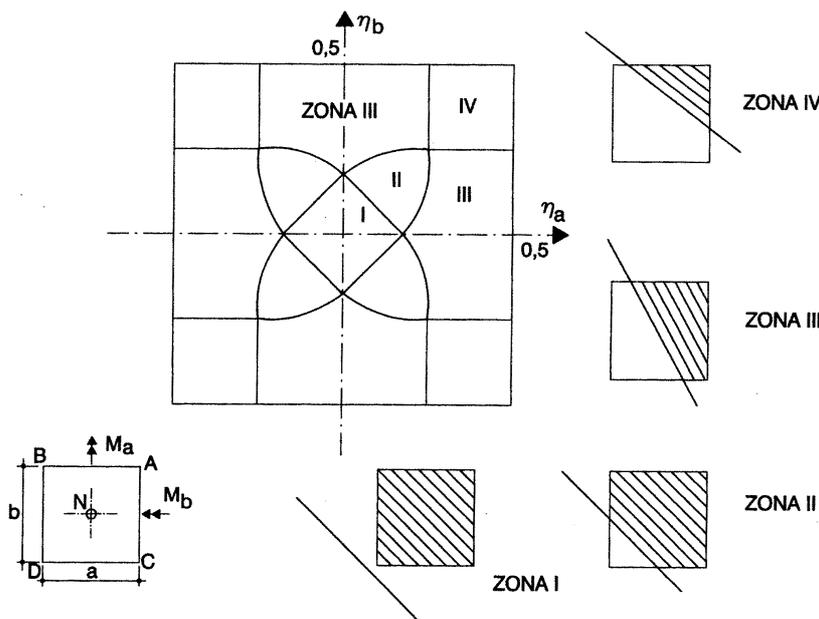


Figura III.31

Recientemente se han publicado contribuciones [Morán 2000] a la que pertenece la [Figura III.31] -compárese con [Figura III.14]- que aportan tratamientos para obtener la presión máxima que se produce bajo el cimiento con carga biexcéntrica.

Como hipótesis de partida del método anterior se ha señalado que se suponía que se verificaba la ley de Hooke, pero

como señala [Fiol Femenia, 1.981], en los suelos dicha hipótesis se aparta de la realidad en algunos casos de forma radical. Los ensayos sobre capacidad portante confirman que al acercarse a la rotura el terreno se va plastificando, por lo que se puede suponer una distribución uniforme de tensiones en la zona comprimida. En su libro *Cálculo de Estructuras de Cimentación* 4ª Ed, [Calavera, 2.000] señala que

La tendencia de los nuevos métodos de comprobación geotécnica de los cimientos, y en particular del Eurocódigo [EC-7] es sustituir el bloque triangular (de presiones) por uno rectangular.

Como quiera que además de axil -con las excentricidades que le corresponden-, las estructuras de cimentación están sometidas a un esfuerzo cortante. Si la consideración de éste no es precisa para la

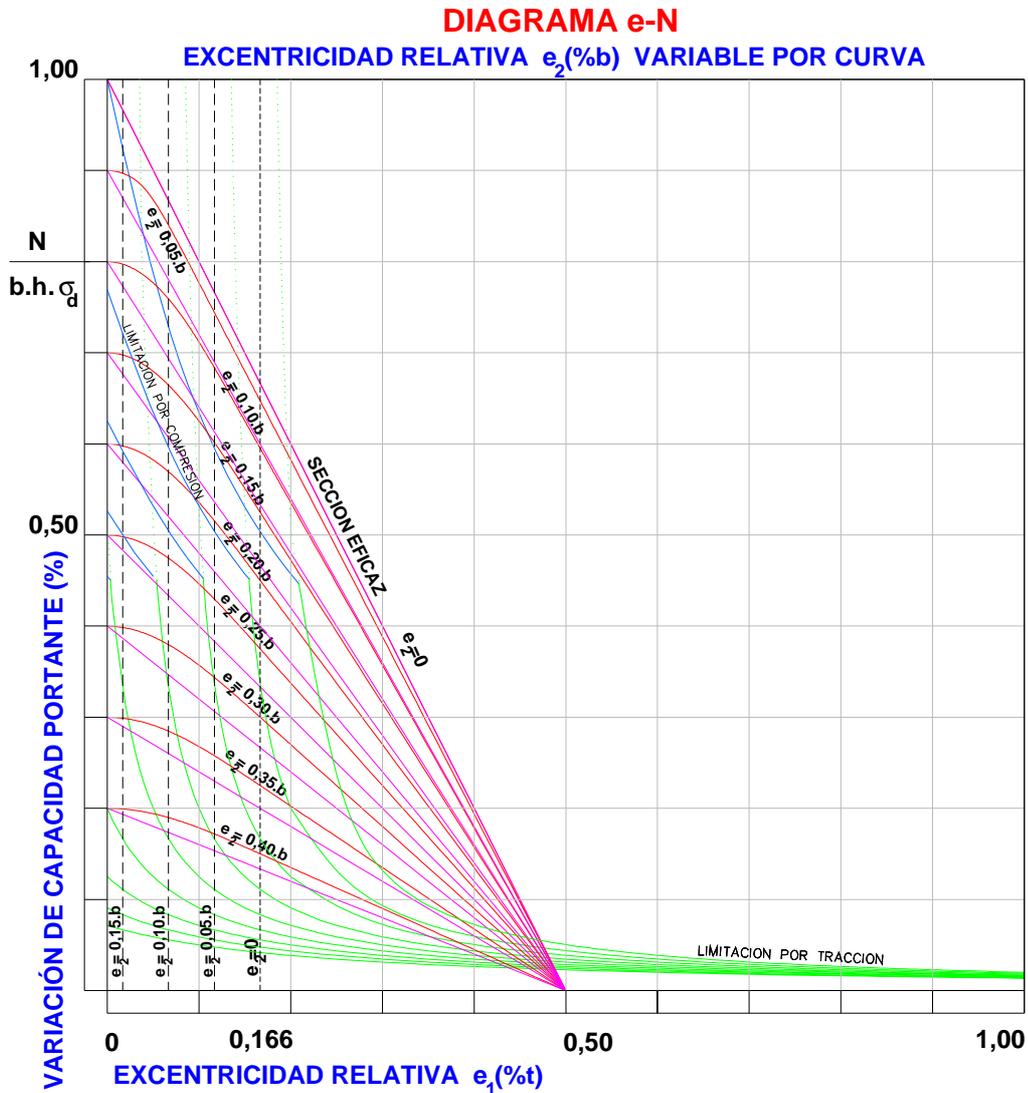


Figura III.32

estabilidad del cimiento -por haberse considerado articulada la estructura- o si los cimientos se encuentran enlazados con vigas de atado capaces de equilibrar el cortante con el de la zapata contigua, la situación de cálculo es totalmente análoga con la que se ha planteado en el epígrafe III.4 sobre la obtención de la sección eficaz real para secciones rectangulares cargadas biexcéntricamente.

Es así que resultan aplicables los resultados obtenidos anteriormente, tanto la formulación desarrollada como los diagramas resultantes, sin más que considerar como tensión de cálculo la tensión admisible del terreno y como dimensiones $b \times h$ las dimensiones del cimiento correspondiente. El axil solicitante se debe componer con el peso de la zapata para la obtención de las solicitaciones con las que proceder a la comprobación de la tensión sobre el terreno. Una forma simplificada de proceder consiste en disminuir la tensión admisible del terreno en el valor del peso por metro cuadrado del cimiento. Obviamente en este caso no son aplicables los diagramas correspondientes a la limitación por tracción, puesto que razonablemente no se puede considerar capacidad resistente a tracción.

III.5 SÍNTESIS DE RESULTADOS.

a. Resultados del apartado III.2

- ❑ Las normas suelen plantear un doble criterio de comprobación, uno de ellos vinculado con un diagrama elástico -lineal, parabólico o parábola rectángulo- y un segundo método de comprobación -que es el que incluyen en la formulación- y que corresponde con la aplicación del concepto de *Sección Eficaz* de forma más o menos encubierta y limitada a una sección de forma rectangular con un axil aplicado excéntricamente en el solo sentido del espesor.
- ❑ Frente a esta situación la norma española es más amplia puesto que la definición del concepto anterior le permite extender su aplicación a todo tipo de secciones y con excentricidades en ambos direcciones del plano.
- ❑ La NBE-FL-90 es la única que admite -con todas las limitaciones que se quiera- una cierta capacidad resistente a tracción de la fábrica, limitada al décimo de su resistencia a compresión y con una respuesta elástica. Este precedente puede ser de mucho interés para el análisis de fábricas en las que se están incorporado morteros adherentes con resistencia a tracción.

b. Resultados del apartado III.3

- ❑ Es preciso introducir una matización teórica que permita la diferenciación entre tipos de materiales en los que su comportamiento resistente no depende *grosso modo* de que las tensiones que se produzcan sean de tracción o de compresión, de aquellos en que siendo homogéneos e isótropos -o anisótropos- su comportamiento resistente en una determinada dirección depende del signo del esfuerzo actuante. Parte de la bibliografía ha empleado el nombre unilateral para este tipo de material, pero no parece totalmente convincente: el nombre designa un tipo de enlace, y no parece correcto extenderlo al material resultante; además parece que designa sólo un caso particular -tracción nula- de una problemática más amplia que abarca a los materiales cuya rama de tracción exista pero difiera de la rama de compresión -como la madera o también la fábrica cuando se admite cierta capacidad resistente a tracción-. A falta de nombres mejores se proponen los de *isorresistentes* y *heterorresistentes* para estos grupos: materiales cuya capacidad resistente -fuera de fenómenos de inestabilidad- es exactamente igual a tracción que a compresión los primeros y materiales con distinto

comportamiento resistente de acuerdo con el signo de las tensiones normales que aparecen los segundos.

- ❑ La Sección Eficaz es una situación de sección totalmente plastificada de un material heterorresistente sin capacidad para resistir las tracciones, y por lo tanto le son de aplicación las condiciones del cálculo plástico, especialmente en lo tocante al tratamiento de la seguridad.

c. Resultados del apartado III.4

- ❑ Las fábricas son materiales fuertemente anelásticos, con una rama de resistencia a tracción muy reducida.
- ❑ Los métodos de cálculo más conservadores han excluido de los valores admisibles aquellas situaciones que implicaban la aparición de tracciones sobre la sección. FL-90, menos conservadora, llega a admitir la aparición de tensiones de tracción de valores inferiores a la décima parte del valor de la tensión de resistencia a compresión, dentro de un comportamiento elástico de la sección.
- ❑ Las conocidas propiedades anelásticas de la fábrica han dado lugar a la aparición de distintos métodos de cálculo para este material, métodos elásticos como el método lineal con limitación de tensiones de tracción o el método con distribución parabólica de las tensiones de compresión sobre la pieza -propuesto por D. José María Jenaro Garrido- y también métodos plásticos, como el de la Sección Eficaz. Entre ellos la norma NBE-FL-90 recoge un método elástico y lineal con limitación de las tensiones de tracción y el método plástico de la Sección Eficaz. Este método es parcialmente recogido por el Eurocódigo 6, si bien de forma implícita.
- ❑ Ha parecido interesante establecer una comparación entre las situaciones de cálculo calificadas como admisibles por los distintos métodos admitidos por la normativa, para así poder elaborar unos gráficos de dimensionado de la sección que englobase todas las situaciones que alguno de los métodos recogidos por la norma declarase como admisible.
- ❑ El método de la Sección Eficaz obliga a la determinación del tipo de sección eficaz de respuesta de la sección para cada conjunto de excentricidades e_1 y e_2 . Sobre un elemento de sección rectangular se dan seis tipos de secciones eficaces distintas: *Sección Eficaz Triangular*, *Sección Eficaz Trapezoidal de base h*, *Sección Eficaz Trapezoidal de base b*, *Sección Eficaz Pentágono Irregular*, *Sección Eficaz Rectangular de base b* y *Sección Eficaz Rectangular de*

- base h . Para evitar la determinación sobre qué tipo corresponde a cada situación, la norma [FL-90] propone el empleo de una *Sección Eficaz Aproximada*.
- ❑ La determinación del tipo de sección eficaz con la que responderá la sección para unos valores determinados de las excentricidades e_1 y e_2 en la aplicación del axil está vinculada con las coordenadas que definen el núcleo central de la pieza, salvo para el caso de la *Sección Eficaz Pentágono Irregular*, en la que aparecen parejas de ecuaciones de tercer grado no resolubles directamente.
 - ❑ A partir de una determinada posición del axil sobre la sección es posible la determinación del tipo de Sección Eficaz resistente, de su tamaño y por lo tanto del valor del esfuerzo axil que agota la sección para el par de excentricidades considerado. La representación gráfica de este conjunto de valores, e_1 , e_2 y N_u dan lugar a las curvas que permiten el rápido dimensionado de la sección.
 - ❑ Para una sección rectangular, el Método de la Sección Eficaz es mucho más permisivo que los métodos elásticos estudiados. Una excentricidad inferior a un 5% en una dirección no reduce apenas la capacidad portante de la pieza con este método. El Método de la Sección Eficaz Aproximada arroja unos valores que se aproximan a los obtenidos por el Método de la Sección Eficaz Real con una excentricidad en una de las direcciones un 5% mayor.
 - ❑ Los ábacos de dimensionado recogen los valores declarados como válidos por el Método de la Sección Eficaz a los que se añade una zona de valores admisibles en función de la limitación elástica de tracción que propone la norma. Determinando el axil de la pieza y las excentricidades en su aplicación, se comprueba si el punto que representa estos valores queda en la zona admisible o no.
 - ❑ Las referencias normativas plantean el cálculo de las fábricas resistentes de bloque hueco de hormigón a partir de la sección bruta y de una tensión de cálculo determinada para esta sección. Este planteamiento parece perfectible una vez aclarado el concepto de Sección Eficaz.
 - ❑ Si bien el método anterior es seguro, conduce a infravalorar la capacidad portante de los muros de bloque hueco de hormigón, especialmente para excentricidades de aplicación del axil medias y altas. Así para excentricidades en la aplicación del axil del orden del 20% se infravalora en proporción similar la capacidad portante de la fábrica.
 - ❑ La infravaloración afecta de forma similar a los diversos tipos de bloques estudiados, independientemente de su espesor.

- ❑ Para perfeccionar los resultados sería preciso que los fabricantes mejorasen la definición geométrica de los bloques que producen.
- ❑ Estos resultados son concordantes con los resultados experimentales publicados, como por ejemplo [Tuesta, 1.994]
- ❑ El método de cálculo y los diagramas desarrollados son aplicables para el dimensionado de zapatas rectangulares con carga biexcéntrica, considerando como tensión de cálculo la tensión admisible del terreno y como lados de la pieza, los lados de la zapata. Este método supone la aplicación del cálculo anelástico al terreno.

IV. ANÁLISIS DE NUDOS

IV.1 INTRODUCCIÓN.

EL NUDO DE FÁBRICA SEGÚN DIFERENTES FORMULACIONES.

Punto crítico de la normativa de fábrica es el análisis del nudo. Y no sólo por la dificultad constructiva del encuentro de dos materiales -y dos filosofías- distintas, sino por el cambio de dimensión del propio muro portante, por la difícil determinación del grado de empotramiento que se produce en el apoyo del forjado en la fábrica. Y es además un momento álgido, porque de la determinación de las excentricidades que se realice dependerá la aceptación o no de la sección de fábrica y también todo el proceso de cálculo a pandeo que se realice.

Este apartado se organiza con la exposición de las prescripciones de cada uno de los métodos estudiados. Entre las referencias se pueden señalar la antigua [MV-201], [FL-90], [HISPALYT] y [EC-6]. A éstas hay que añadir una formulación desarrollada por el autor. Como elemento de referencia se tomaron los resultados derivados de la norma española vigente, NBE-FL-90.

El análisis ha partido de cuatro métodos:

- Método de [MV-201]
- Método de [FL-90]
- Método de [HISPALYT]
- Método del Eurocódigo [EC-6]

El método de [MV-201] se va a estudiar conjuntamente con el método de [FL-90] dado que la estructura es la misma, pero tratando de forma separada el punto en el que se produce la divergencia entre ambos: ha parecido conveniente exponer primeramente el método original y considerar después los efectos de la revisión, dado que el factor introducido debe ser considerado cuidadosamente. En lo tocante a [HISPALYT], propone un método muy sencillo y ha parecido una referencia a analizar. Por último, la consideración de [EC-6] es obligada en cuanto que norma europea de referencia.

1. MÉTODOS DE MV-201 Y FL-90

ACCIONES DE LOS FORJADOS.

Los forjados transmiten las cargas a los muros con cierta excentricidad, debido tanto a la deformación por flexión de éstos como a la forma de realización del apoyo.

a. La excentricidad.

La excentricidad en la transmisión de las cargas de los forjados a los muros tienen un origen múltiple:

- la propia deformación por flexión de los forjados, que modifica el punto de aplicación de la resultante
- el diseño del apoyo, ya que un apoyo que no ocupe todo el espesor del muro introduce necesariamente una excentricidad en la aplicación de las cargas
- el propio diseño general de la estructura puede provocar excentricidades: forjados continuos con cargas y/o luces muy desequilibradas introducirán excentricidades sobre el muro en el que descansan.
- las condiciones de ejecución: las imperfecciones en la construcción pueden dar lugar a la aparición de excentricidades

b. Cargas transmitidas al muro

Cuando los forjados descansan sobre los muros objeto del estudio, las cargas a considerar serán las reacciones hiperestáticas de los forjados calculados como vigas continuas -tal y como se recoge en 5.5.1- incrementadas en la proporción correspondiente a las cargas que gravitan sobre huecos adyacentes y son transmitidas al elemento. Así, si se estudia un elemento de ancho b , con huecos adyacentes de vanos v_1 y v_2 , la faja de carga que gravita sobre el elemento será

$$l_w = b + \frac{v_1 + v_2}{2}$$

con lo que, para un forjado biapoyado, la carga transmitida se expresará como

$$F_d = \frac{q_d \cdot t}{2} = \frac{q_d}{2} \cdot \left(b + \frac{v_1 + v_2}{2} \right)$$

En el caso de forjados continuos, es preciso señalar que en ningún sitio la norma exige de la realización de las alternancias de sobrecargas, puesto que pudieran resultar un caso pésimo cuando las cargas tienen cierta importancia o las luces son desequilibradas.

En el caso de muros paralelos a la dirección del forjado, que soportan éste de una forma indirecta, la carga a considerar toma el valor $q_d \cdot \frac{i}{2}$, donde i es el intereje y q_d es valor de cálculo de la carga que actúa sobre el forjado.

En lo tocante a la evaluación de las excentricidades con las que las cargas son transmitidas, la norma distingue dos casos con dos subcasos cada uno:

** Forjados sin Tramo Superior de Muro (art. 5.5.2.).*

- *Tramo Extremo.*

- *Tramo Interior.*

** Forjados con Tramo Superior de Muro (art. 5.5.3.).*

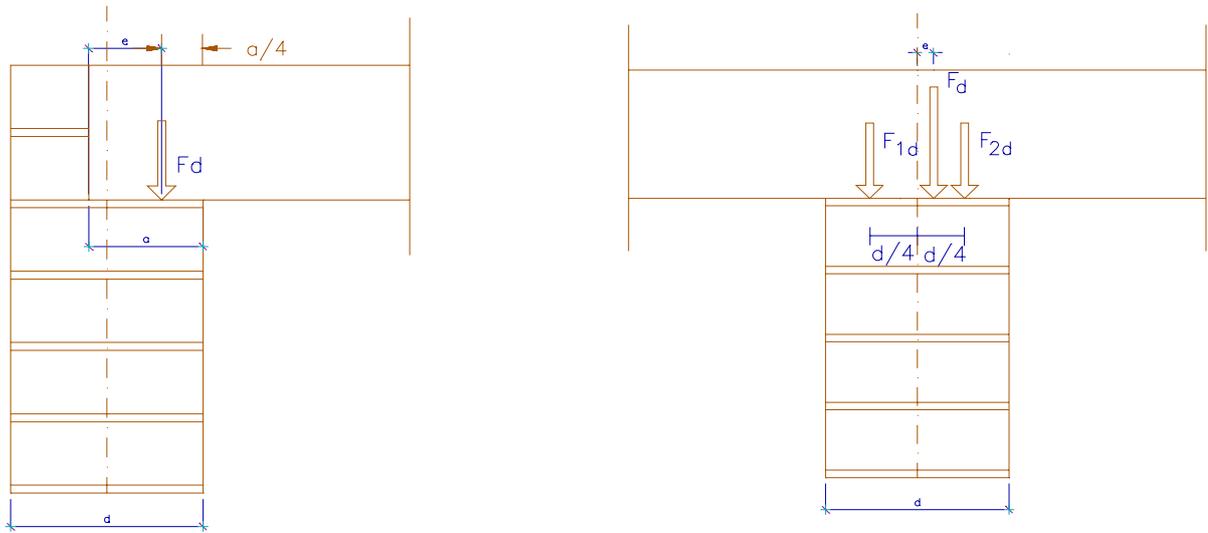
- *Tramo Extremo.*

- *Tramo Interior.*

Cada uno de estos casos tiene una forma específica de evaluar la excentricidad.

MUROS SIN TRAMO SUPERIOR.

La norma define una excentricidad de aplicación muy sencilla, pero que no tiene en cuenta la interrelación con el forjado de cubierta: la excentricidad propuesta es independiente de la rigidez del forjado. Y es precisamente el grado de rigidez -mejor dicho de deformabilidad- del forjado el factor determinante en la excentricidad con la que se transmitirán las cargas al muro. Es cierto que existe una excentricidad accidental añadida -cuyo valor puede quedar englobada en el valor de excentricidad propuesto- y que la norma plantea cierto grado de control sobre la deformabilidad del forjado al obligarle a cumplir [EF-96], pero este sistema no permite contemplar ni otros tipos de forjado -por ejemplo de madera, ni placas de hormigón- ni considerar el efecto beneficioso que introduce el proyectar un forjado más rígido de lo que sería necesario por otras cuestiones.



Los valores de excentricidad definidos -siendo a la entrega y d el espesor del muro- son:

$$e = \frac{d}{2} - \frac{a}{4}$$

$$e = \frac{F_{2d} - F_{1d}}{F_{1d} + F_{2d}} \cdot \frac{d}{4}$$

En el primer caso, si la entrega es total $e = d/4$. En el segundo de los casos, la excentricidad resultante se obtiene al considerar la carga total transmitida formada por dos fracciones, cortante derecho y cortante izquierdo, tales que $F_d = F_{1d} + F_{2d}$, fracciones aplicadas ambas a una excentricidad $d/4$ cada una hacia su lado. La fórmula anterior expresa el punto de paso de la resultante de fuerzas de este caso.

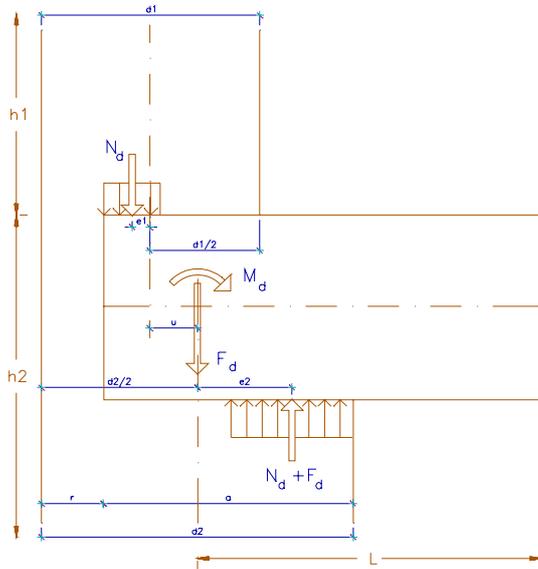
MUROS CON TRAMO SUPERIOR.

Cuando existe tramo superior de muro, el mecanismo que plantea FL-90 para fijar la excentricidad parte de considerar un cierto grado de empotramiento del forjado en el muro, como consecuencia de la gravitación del muro superior. La excentricidad es una condición para lograr el equilibrio del nudo, ya que permite generar un cierto momento flector que equilibra el efecto de semiempotramiento del forjado.

Dado que [MV-201] y [FL-90] son normas planteadas desde el estado último de agotamiento, el momento que se considera se plantea como una fracción del momento de empotramiento perfecto una vez plastificada la viga -momento de semiempotramiento perfecto-.

Este razonamiento, muy correcto, se ve criticado en su instrumentación posterior, al definir la forma de calcular las excentricidades a considerar, que parecen excesivas. Se llegan a plantear paradojas muy curiosas que se analizarán posteriormente.

a. Tramo Extremo:



En cuanto a las cargas a considerar en el equilibrio del nudo, la acción del forjado se plasma en la transmisión de una reacción y a la vez que estará sometido a un cierto grado de empotramiento por razón de la gravitación del tramo superior de muro. La norma señala un valor para este momento de semiempotramiento del forjado,

$$M_d = \mu \cdot q_d \cdot b \cdot l^2$$

donde q_d es la carga a la que se encuentra sometido el forjado, l su luz, b el ancho del tramo considerado y μ el factor de empotramiento dado por la fórmula

$$\mu = \frac{K_1 + K_2}{16 (K_f + K_1 + K_2)}$$

donde los valores de K_i corresponden a los valores de las distintas rigideces de los elementos que intervienen:

$$\text{Tamo Superior: } K_1 = \frac{E \cdot I_1}{h_1} \quad I_1 = \frac{t_1^3 \cdot b}{12}$$

$$\text{Tamo Inferior: } K_2 = \frac{E \cdot I_2}{h_2} \quad I_2 = \frac{t_2^3 \cdot b}{12}$$

$$\text{Forjado: } K_f = n \frac{K \cdot b}{l}$$

donde E : módulo de deformación de la fábrica.

$K = l_f \cdot E_f$: módulo de flecha por metro del forjado

n : factor dependiente de las condiciones de apoyo del forjado,

$n = 0,5$ en forjado de tramo aislado

$n = 1$ en forjado continuo.

Si introducimos el módulo de flecha en la ecuación anterior, la rigidez del forjado se expresa de la forma sobradamente conocida

$$K_f = n \cdot b \cdot \frac{I_f \cdot E_f}{l}$$

donde b introduce el ancho real de forjado - el módulo de flecha se indica para 1 m. de ancho-.

La forma en que se obtiene el momento transmitido al muro -porcentaje de acuerdo con las rigideces relativas- permite deducir que son interesantes forjados rígidos que minimicen el factor de empotramiento y mejoren el comportamiento del muro: el incremento de la rigidez del forjado disminuye el cociente. Se señala también que como caso límite para rigidez nula del forjado, el momento a absorber por el muro sería

$$M_d = \frac{q_d \cdot l^2}{16}$$

Señalar también que así como la carga transmitida al muro por el forjado se ve incrementada por el ancho de la faja de carga -que incluye también la mitad del espesor de los huecos adyacentes-, sin embargo al evaluar la rigidez del forjado se hace un función del ancho del machón y no del ancho real del tramo del forjado.

En estas condiciones, planteando el equilibrio del nudo tal y como se desprende del gráfico anterior, se obtiene:

$$M_d = (N_d + F_d) \cdot e_2 + N_d \cdot (e_1 + u)$$

Para un determinado valor del momento, la excentricidad máxima se producirá cuando el muro esté reaccionando a la máxima tensión de que es capaz, esto es, con el valor de cálculo de ésta, f_d .

La expresión anterior se puede expresar, en función de las excentricidades e_1 y e_2 , como

$$M_d - N_d \cdot u = (N_d + F_d) \cdot e_2 + N_d \cdot e_1$$

Así de acuerdo con el gráfico, la tensión sobre los tramos de muro será, siendo r el recubrimiento,

$$\sigma_1 = \frac{N_d}{2 \left(\frac{d_1}{2} - r - e_1 \right) b} \leq f_d \quad \sigma_2 = \frac{N_d + F_d}{2 \left(\frac{d_2}{2} - e_2 \right) b} \leq f_d$$

Como las cargas F_d y N_d son constantes, la tensión dependerá exclusivamente del valor del área sobre la que esté aplicada la carga. Este área dependerá exclusivamente de los distintos valores de las excentricidades. Llegados a este punto se plantean las diferencias entre [MV-201] y [FL-90].

a. MÉTODO DE LA NORMA MV-201

Establece que *generalmente* se admite que $\sigma_1 = f_d$ y en esta situación se obtiene

$$e_1 = \frac{d_1}{2} - r - \frac{N_d}{2 \cdot b \cdot f_d}$$

con lo que

$$e_2 = \frac{M_d - N_d (u + e_1)}{N_d + F_d}$$

Valor para el que se comprueba que $\sigma_2 \leq f_d$

Entre las críticas a este método se plantea, como fundamental, la que se refiere a la tensión con la que reacciona el muro superior. La norma, dentro del esquema de cálculo en tensiones últimas, plantea la reacción de una sección completamente plastificada, lo cual evidentemente, puede distar mucho de la realidad, ya que el muro no tiene porqué -salvo en el caso de momento último del nudo- estar respondiendo a su tensión máxima, y, por tanto, con excentricidades tan elevadas.

La norma señala textualmente que '*generalmente* se admite [...]', lo que no implica una obligación sino una posibilidad de empleo común. Esta condición es derivada del análisis plástico, que es un análisis en agotamiento lo cual permite establecer un límite superior y no determinar la excentricidad en cada caso: el proyectista puede establecer que el admite por ejemplo $\sigma_1 = 0,50 \cdot f_d$ y comprobar el equilibrio en ese supuesto -y el nudo sería válido si se verificase-. Ahora bien, con el método de estudio del pandeo

a. MÉTODO DE LA NORMA FL-90

Expuesto lo anterior, [FL-90] introdujo la siguiente corrección. Si llamamos e_1' y e_2' a las *excentricidades máximas*, esto es, aquellas que se producen cuando el muro está reaccionando con una tensión de valor f_d , del gráfico se deduce que éstas se pueden expresar como:

$$e_1' = \frac{d_1}{2} - r - \frac{N_d}{2 \cdot b \cdot f_d} \quad e_2' = \frac{d_2}{2} - \frac{N_d + F_d}{2 \cdot b \cdot f_d}$$

Empero admitiendo que la respuesta del muro provoque unas excentricidades menores que las máximas -que se pueden expresar como un porcentaje de las excentricidades máximas-, y suponiendo constante el porcentaje de ambas excentricidades con respecto a sus respectivas excentricidades máximas, esto es, $e_1 = \varphi \cdot e_1'$ y $e_2 = \varphi \cdot e_2'$, donde e_1' y e_2' son las *excentricidades máximas*, la fórmula anterior se escribe como

$$M_d = (N_d + F_d) \cdot \varphi \cdot e_2' + N_d \cdot (\varphi \cdot e_1' + u)$$

Y operando en la expresión anterior se obtiene la condición

$$\varphi = \frac{M_d - N_d \cdot u}{(N_d + F_d) e_2' + N_d \cdot e_1'}$$

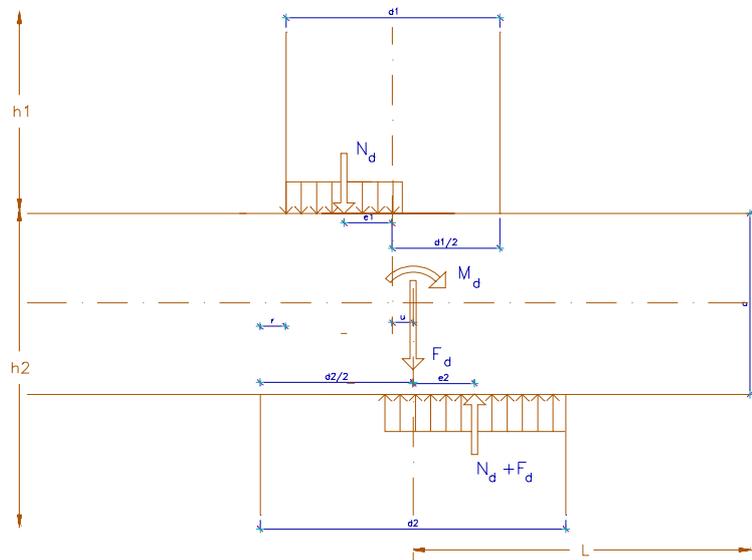
Evidentemente, si partiendo de una pareja de valores hipotéticos para e_1' y e_2' , se obtiene un valor de φ mayor que la unidad, el dimensionado supuesto no es posible puesto que se precisarían tensiones de valor más elevado que f_c . Si el valor de $\varphi \leq 1$, el dimensionado sería válido ya que los muros estarían respondiendo con tensiones menores que el valor de cálculo, respondiendo con $\sigma = f_c$ para el valor de $\varphi = 1$

Es precisamente esta la expresión que propone la norma para comprobar la validez del dimensionado efectuado, con la evaluación de los casos señalada. Si $\varphi > 1$, el dimensionado no sería válido, debiéndose aumentar d_2 .

Estas consideraciones equivalen a admitir que el muro no tiene porqué estar resistiendo a su máxima tensión, si bien se admite la servidumbre de que la respuesta del muro provoca una excentricidad que es un porcentaje de la máxima posible, porcentaje igual para ambas excentricidades. Además se da en casos la circunstancia extraña de que

b. Tramo Interior.

Dentro de los muros que reciben tramos interiores de forjado hay que considerar que siempre habrá una excentricidad aún con la misma luz de forjado a ambos lados, puesto que la carga no será en todo caso la misma al considerar la alternancia de sobrecargas.



La norma vuelve a aplicar el mismo criterio de compensación de la excentricidad en función de las luces de los tramos que acometen al muro interior. Hemos visto que para un muro aislado,

$$M_d = \mu \cdot q_d \cdot b \cdot l^2$$

con los significados ya conocidos. En un muro interior acometen dos tramos de forjado, de luces l_a y l_b -donde $l_a > l_b$, de forma tal que en la figura anterior l_a correspondería al forjado de la derecha-, de acuerdo con lo indicado, el momento transmitido al muro será:

$$M_d = \mu \cdot q_d \cdot b \cdot (l_a^2 - l_b^2)$$

siendo μ el factor de empotramiento definido por

$$\mu = \frac{K_1 + K_2}{16 \cdot (K_1 + K_2 + K_{f_a} + K_{f_b})}$$

donde los valores de K_1 y K_2 expresan las rigideces de los tramos superior e inferior de muro y de los tramos contiguos de forjado:

$$\text{Tramo } a: \quad K_{f_a} = \frac{K_a \cdot b}{l_a} \qquad \text{Tramo } b: \quad K_{f_b} = \frac{K_b \cdot b}{l_b}$$

con los significados ya conocidos. El resto del proceso se realiza de la forma indicada anteriormente, sin más que considerar algunos pequeños retoques en la formulación:

Dado que no existe en este caso ninguna merma de sección en los apoyos de los muros debido al trasdosado del forjado, las excentricidades se expresarán en este caso como:

$$e_1' = \frac{d_1}{2} - \frac{N_d}{2 \cdot b \cdot f_d} \qquad e_2' = \frac{d_2}{2} - \frac{N_d + F_d}{2 \cdot b \cdot f_d}$$

El desarrollo siguiente para el cálculo no plantea diferencias con el caso anterior salvo para la determinación de la tensión σ_i :

$$\varphi = \frac{M_d - N_d \cdot u}{(N_d + F_d)e_2' + N_d \cdot e_1'}$$

Y las Excentricidades promedio resultan:

$$e_1 = \varphi \cdot e_1' \qquad e_2 = \varphi \cdot e_2'$$

Con lo que las tensiones se obtienen como:

$$\sigma_1 = \frac{N_d}{(d_1 - 2 \cdot e_1)b} \leq f_d \qquad \sigma_2 = \frac{N_d + F_d}{(d_2 - 2 \cdot e_2)b} \leq f_d$$

Los valores de μ pueden obtenerse de forma aproximada por la fórmula siguiente. Los valores resultantes se encuentran reflejados *Tabla 5.6*.

$$\mu = \frac{1}{16} \frac{2}{2 + n \frac{E_f}{E} \frac{h}{l} \left(\frac{c}{d} \right)^3}$$

donde: h es la altura media de los dos tramos de muro;

l es la luz del forjado -o luz media entre tramos contiguos-;

c el canto del forjado;

d el espesor del muro inferior;

E_f el módulo de elasticidad del hormigón del forjado;

E el módulo de deformación de la fábrica;

n coeficiente según el tipo de apoyo $n = 0,5$ Apoyo de Tramo Aislado

$n = 1$ Apoyo Extremo de Forjado Continuo

$n = 2$ Apoyo Interno de Forjado Continuo.

Comparando los valores obtenidos por la aplicación del método general y los arrojados por la formulación simplificada -véase el problema del apartado 7-, se comprueba que la inercia del forjado a considerar para la determinación del factor de empotramiento ha de ser la del rectángulo capaz. Resulta así de difícil diferenciación el tratamiento de soluciones de forjado de más rigidez, como las placas. Es esta una carencia que la normativa debería subsanar.

Como criterio de notación, parece mejor expresar el momento $M_d = \mu \cdot q_d \cdot b \cdot (l_a^2 - l_b^2)$ como

$M_d = \mu \cdot b \cdot (q_{a,d} \cdot l_a^2 - q_{b,d} \cdot l_b^2)$ para recoger la posibilidad de cargas diferentes a ambos lados del apoyo.

Además sorprende que la rigidez del forjado se exprese en función del ancho del elemento considerado, b , y no en función de la faja de carga,

$$l_w = b + \frac{v_1 + v_2}{2}$$

que es la rigidez real del tramo de forjado considerado.

2. MÉTODO DE HISPALYT

Para un muro sujeto a cargas verticales, las excentricidades que considera el método son las siguientes:

- excentricidad e_w debida a las acciones horizontales -viento- sobre el muro
- excentricidad e_F debida al empotramiento entre forjado y fábrica
- excentricidad estructural e_R debida al posible ensanchamiento de la fábrica
- excentricidad accidental e_A debida a las tolerancias de ejecución, de valor $h/300$

Además el método acepta que la resultante de las cargas verticales pasa por el eje del muro en la parte inferior de éste. Esta diferencia es, junto con la consideración de la excentricidad accidental -con el valor que una versión previa de EC-6 atribuía a la Categoría de Ejecución C, la pero de las consideradas-, la única diferencia en la consideración de excentricidades, puesto que todas las anteriores se encontraban recogidas en [FL-90], de forma implícita, como la debida al viento, o dentro de los planteamientos de equilibrio del nudo -ensanchamiento de la fábrica-. E en el planteamiento se eche de menos la consideración de algún tipo de excentricidad mínimo absoluto.

EXCENTRICIDAD DEBIDA AL VIENTO

- Muros que reciben la carga de viento: la excentricidad se mide perpendicular al muro.
- Muros de arriostamiento de éstos: la excentricidad se mide en el plano longitudinal al muro
- Muros autoportantes: coexisten ambas excentricidades.

EXCENTRICIDAD DEBIDA AL EMPOTRAMIENTO DEL MURO

El método considera actuando los siguientes momentos en las uniones nudo forjado:

- Forjados en coronación del muro: *Momento nulo en cualquier caso*
- Forjados intermedios: Biapoyado $M_A = \frac{q \cdot l^2}{100}$
- Tramo Exterior F. Continuo $M_B = \frac{q \cdot l^2}{160}$
- Tramo Interior F. Continuo $M_C = \frac{1}{400} (q \cdot l_{\max}^2 - g \cdot l_{\min}^2)$

siendo

q	carga total por unidad de longitud ($q = g + s$)
g	carga permanente por unidad de longitud
l_{max}	luz mayor de los forjados que acometen al nudo
l_{min}	luz menor de los forjados que acometen al nudo

De acuerdo con el método, la excentricidad e_f se calcula a partir de estos valores divididos por la carga total debida al forjado. Sin embargo, el método no aclara el mecanismo resistente del nudo.

Obviamente, el método no considera excentricidad en los forjados de cubierta por este motivo. De todas formas, no olvidemos que se ha de verificar la excentricidad accidental e_A , que de acuerdo con lo anterior, para un muro de 3,00 m de altura toma un valor de 1 cm, muy lejos de los valores considerados por [FL-90].

De esta forma, si consideramos la carga transmitida al muro por el forjado en cada caso, tendremos una indicación de las excentricidades que plantea el método. Suponiendo -como valor de referencia-, que luces y cargas son iguales en todos los tramos y que la relación $s/g = 3/7,5$, de acuerdo con [ENSIDESA] los cortantes transmitidos al muro para los forjados intermedios resultan ser

Biapoyado	$R_A = 0,50 \cdot q \cdot l$
Tramo Exterior F. Continuo	$R_B = 0,395 \cdot q \cdot l$
Tramo Interior F. Continuo	$R_C = 1,131 \cdot q \cdot l$

Y las excentricidades resultantes en estas condiciones son

Biapoyado	$e_{F,A} = 0,0200 l$	$\left(\frac{l}{50}\right)$
Tramo Exterior F. Continuo	$e_{F,B} = 0,0158 l$	$\left(\frac{l}{63,2}\right)$
Tramo Interior F. Continuo	$e_{F,C} = 0,0009 l$	$\left(\frac{l}{1131}\right)$

lo que, para un forjado de 4,00 m de luz resultaría -sólo por este concepto- una excentricidad de 8; 6,33 y 0,35 cm. La impresión que producen estos valores es que tal vez el método precise de algún ajuste. Entre otras cosas, reducir el problema del empotramiento del forjado a la luz de éste puede parecer un poco excesivo.

EXCENTRICIDAD ESTRUCTURAL e_R DEBIDA AL ENSANCHAMIENTO DE LA FÁBRICA

Llamando r al aumento de espesor del muro de la planta inferior con respecto al de la superior, y considerando siempre centrada la carga correspondiente al muro superior, la excentricidad toma los valores:

$$\text{- Muro que ensancha por un solo lado un valor } r: \quad e_R = \frac{r}{2}$$

$$\text{- Muro con ensanchamientos } r_1 \text{ y } r_2 \text{ por cada lado:} \quad e_R = \frac{r_2 - r_1}{2}$$

La excentricidad así obtenida se suma algebraicamente a las demás.

COMPROBACIONES A EFECTUAR

Dado que la carga en la parte inferior se considera siempre centrada, la comprobación estructural se ha de realizar en cabeza del muro.

En cuanto a las excentricidades para la comprobación del tramo del muro, se establecen dos comprobaciones:

$$\text{- excentricidad máxima en cabeza de muro} \quad e_1 = |e_F + e_R| + |e_A|$$

$$\text{- excentricidad máxima en máximo momento de viento} \quad e_2 = \frac{e_1}{2} + |e_{Wt}|$$

excentricidades que en ningún caso podrán superar el tercio del espesor de la pieza (límite máximo)

El método señala que la excentricidad debida a la aplicación de las cargas varía de forma lineal entre e_1 y 0 mientras que la debida al viento lo hace de forma parabólica con valores nulos a la altura de los forjados.

El método se desvincula totalmente de la realización constructiva de las uniones y no proporciona criterios para el análisis de situaciones extraordinarias, como pueden ser algunas soluciones de la edificación medieval en las que el tramo superior de fachada avanzaba sobre la calle.

El planteamiento descrito para la determinación de las excentricidades equivale a considerar articulado el muro en su parte inferior y que el empotramiento afecta sólo al forjado superior.

3. MÉTODO DEL EUROCÓDIGO EC-6

Como se ha indicado anteriormente, la comprobación de un muro de fábrica según [EC-6] para la cima o base del muro viene dada por la expresión

$$N_{sd} \leq N_{rd} = \Phi_i \frac{b \cdot t \cdot f_k}{\gamma_m}$$

donde $\Phi_i = \left(1 - \frac{2 \cdot e_i}{t}\right)$ siendo $e_i = \frac{M_i}{N_i} + e_{hi} + e_a \geq 0,05 \cdot t$ donde

- M_i Momento flector de cálculo en la cima o base del muro, resultante de la excentricidad de la carga del forjado
- N_i Carga vertical de cálculo en la cima o base del muro
- e_{hi} excentricidad debida a las acciones horizontales en cima o base del muro
- e_a excentricidad accidental, que de acuerdo con DNA, para categoría B -única definida- tienen el valor $h_{ef}/450$

Para el cálculo del momento [EC-6] admite *secciones no fisuradas y comportamiento elástico* de la fábrica y permite dos tipos de análisis:

- *análisis de pórtico*
- *análisis de nudo*

Para el análisis de nudo, la norma parte de un nudo de cuatro barras en ángulo recto, con referencias 1 para el muro inferior, 2 para el muro superior, 3 para el forjado izquierdo y 4 para el derecho. Señala que si algún elemento no existe, no se tendrá en cuenta en el análisis.

Si se denota K_i a la rigidez a flexión de la barra i -con $i= 1, 2, 3$ ó 4 - referida a la *luz libre* del elemento, el momento que ha de soportar el Muro 1 viene dado por la expresión

$$M_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2 + K_3 + K_4} \left[\frac{q_3 \cdot l_3^2}{12} - \frac{q_4 \cdot l_4^2}{12} \right]$$

donde $K_i = \frac{4 \cdot E_i \cdot I_i}{l_i}$ si la barra se encuentra empotrada en ambos extremos y $K_i = \frac{3 \cdot E_i \cdot I_i}{l_i}$ en otro caso

Los valores de q_i corresponden a la carga uniforme de la carga considerada, con los coeficientes de seguridad establecidos en la Tabla 2.2 de Eurocódigo para efecto desfavorable en ambos casos -lo que implica no realizar alternancia de sobrecargas-.

- Si la tensión vertical de cálculo en el espesor del muro es superior a 0,25 Mpa, [EC-6] admite reducir el valor anterior multiplicándolo por $(1 - \frac{k}{4})$

con $k = \frac{\sum K_{n_{forjado}}}{\sum K_{n_{muros}}} = \frac{K_{n_3} + K_{n_4}}{K_{n_1} + K_{n_2}} \leq 2$ siendo $K_{n_i} = \frac{E_i \cdot I_i}{l_i}$; esto es reduciendo la excentricidad e

- En caso contrario -tensión inferior a 0,25 Mpa- o si la excentricidad obtenida con el método anterior superase el valor de $0,4.t$; el cálculo puede realizarse de obteniendo el espesor eficaz que hace falta para soportar la carga transmitida con la única condición de que resulte inferior a $0,2.t$ -lo que equivale a decir que la excentricidad tiene que superar $0,4.t$ y, obviamente, ser inferior a $0,5.t$ -. El método es especialmente indicado para cubiertas según [EC-6].

Llama profundamente la atención el admitir el cálculo en situación elástica y lineal para una sección no fisurada, así como la total ausencia de vinculación de la solución constructiva con el método de cálculo

desarrollado, así como el empleo de $K_i = \frac{4 \cdot E_i \cdot I_i}{l_i}$ ó de $K_{n_i} = \frac{E_i \cdot I_i}{l_i}$ según el caso. Da la impresión

de que el criterio debiera mantenerse en ambos casos, y tampoco parece que las diferencias sean sustanciales como para justificar la modificación.

Asimismo señalar que, congruentemente con la aceptación de la situación elástica, la base del cálculo es el momento de empotramiento perfecto, pero referido a la luz libre de los elementos, si bien sorprende la *marcha atrás* al considerar excesivo el valor resultante y permitir una reducción posterior.

IV.5 ANÁLISIS DESARROLLADO.

1. MÉTODO

El objeto del estudio fue el análisis comparativo de los resultados numéricos del análisis de nudos planteado por las distintas referencias. Para ello, en primer lugar se realizó el estudio de cada método, desarrollando un análisis pormenorizado, detectándose problemas diversos en las formulaciones referenciadas.

Seguidamente, se procedió al análisis comparativo y a la homogeneización y sistematización de la nomenclatura, para facilitar su comprensión y en última instancia la comparación. Se estableció un ámbito de aplicación que fuese válido para todos los métodos, identificándose los parámetros básicos de cada método. Así, se partió de un muro de fábrica de ladrillo perforado, deduciéndose a partir de una resistencia común los valores precisos de acuerdo con la formulación de cada método.

Se continuó con el desarrollo de una rutina informática en Basic que permitiese realizar un barrido de las situaciones posibles del análisis de nudo. Además se ha dotado la rutina desarrollada de una salida de resultados de tipo *Script*, directamente legible por el programa *AutoCAD* 2.000. La estructura la información en capas, de tal forma que la revisión y comparación de los resultados se realiza seleccionando y activando las capas oportunas.

Para facilitar esta labor, se desarrolló un criterio de nomenclatura de capas que recoge las diferentes características del cálculo cuyos resultados contiene. Un nombre válido es *NIE-FL-24-Np3-AC1-e2*, donde los campos de información se separan con guiones.

El primero de ellos, *NIE* en el ejemplo, indica el tipo de nudo analizado: *Nudo Intermedio Extremo*. Seguidamente se indica el método de cálculo *q* que corresponden los resultados, *FL*; continúa indicando el espesor del muro inferior, *24* cm. y el Número de Plantas sobre la calculada que existen, *Np3*. Finalmente indica si el forjado es Aislado (0) o Continuo (1), *AC1* -continuo- para rematar indicando la excentricidad sobre la que facilita los datos: excentricidad inferior, *e2*. De esta forma quedan recogidos los datos básicos del cálculo efectuado y se habilita la comparación por ese rango de valores.

En cuanto al análisis desarrollado es del tipo conocido *como análisis en variables separadas*: se parte de la modificación de una variable mientras se mantienen constantes todas las demás. Posteriormente

se recurre a la variación en una segunda variable y se repite el proceso de variación de la variable base. Este sistema trata de prevenir de interacciones recíprocas y se ha resuelto mediante la creación de bucles anidados para la modificación de cada variable.

Se han analizado muros de una sola hoja y sección rectangular con ejes coincidentes, dada la limitación de [EC-6].

2. COMPARATIVA DE LAS FORMULACIONES

El primer elemento que llama la atención es el planteamiento abstracto de [HISPALYT] y de [EC-6], totalmente independiente de la solución constructiva que adopte el apoyo del forjado en el muro de fábrica. Planteamiento que posiblemente provenga de la influencia de los métodos de análisis de estructuras continuas, de nudo rígido, pero que parece altamente discutible para la fábrica.

Resulta especialmente chocante que [EC-6] admita tanto el análisis en una situación elástica y lineal como que permita el análisis de tipo pórtico para este tipo estructural. Inmediatamente surgen las objeciones sobre la rigidez del nudo que es básica en la formulación de tipo pórtico.

Tanto [EC-6] como [FL-90] parten del reparto de un momento en el nudo, y, con la diferencia de partir del momento de empotramiento perfecto [EC-6] y del momento de semiempotramiento perfecto [FL-90], existe coincidencia en el porcentaje del momento asignado inicialmente a los muros que concurren en el nudo -suma de los correspondientes al muro superior e inferior-, si bien semeja más correcta la consideración de rigideces que plantea [EC-6]. [EC-6] alarmado por el valor del momento inicialmente asignado al muro, introduce un factor corrector que lo reduce y que oscurece la formulación.

Si suponemos -para un muro de ladrillo de 24 cm y un forjado de hormigón de 26 cm- un orden de inercias similares y una relación entre los módulos secantes instantáneos del forjado y de la fábrica del orden de 3 -valor resultante al aplicar las definiciones que de éste hacen [EHE-98] para HA-25 y las de [EC-6]-, así como una relación de luz del forjado a altura del muro de 1,5 -4,5 m de luz para 3 m de altura-, los valores correctores resultantes son de 0,50 para un nudo intermedio y de 0,8125 para el nudo extremo, lo que significa unos momentos de cálculo de

$$M_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2 + K_3 + K_4} \left[\frac{q_3 \cdot l_3^2 - q_4 \cdot l_4^2}{24} \right] \quad \text{para el tramo inferior de nudo intermedio; y}$$

$$M_1 = \frac{K_1}{K_1+K_2+K_3} \cdot \frac{q_3 \cdot l_3^2}{14,77} \quad \text{para el tramo inferior de nudo extremo. Estos valores son que}$$

sumados a los momentos del tramo superior correspondiente, resultan ser valores mayores que los considerados por [FL-90] en el caso del nudo extremo y menores para el nudo intermedio.

Las excentricidades de cada tramo [EC-6] las establece como $e_i = \frac{M_i}{N_i}$

planteamiento que resulta independiente de la materialización del nudo y que sólo responde a ella cuando se mantienen los ejes de los muros superior e inferior y, en el caso de nudo extremo, no existe trasdosado del forjado. En este sentido parece que faltase una excentricidad similar a la definida por [HISPALYT] como *excentricidad estructural e_R debida al posible ensanchamiento de la fábrica*.

Además el método ofrece un sistema alternativo para situaciones de grandes excentricidades o de pequeñas tensiones, que también se quiso verificar. Una última consideración: el método, al referir expresamente los coeficientes de seguridad, indica la renuncia a considerar alternancia de sobrecargas, de tal forma que para nudos intermedios con forjados de igual carga y luz, la excentricidad resultante es cero. De todas formas, no nos olvidemos que el método de comprobación establece una excentricidad mínima de $0,05 t - 12 \text{ mm}$ para un muro de 24 cm-.

[FL-90] tampoco plantea la necesidad de alternancia de sobrecargas en nudo intermedio, dado que incluso no contempla ni la posibilidad de diferentes cargas a ambos lados del apoyo. Sin embargo, es inmediato reescribir la fórmula para que si lo contemple -así se ha hecho con carácter investigador-.

De hecho, cuando la formulación planteada por [EC-6] se confronta con la realidad constructiva, el planteamiento propuesto sólo garantiza el equilibrio del nudo -y su validez- cuando coinciden los ejes de los muros superior e inferior, y, en el caso de nudo extremo con tramo superior de muro, cuando no existe trasdosado de fábrica del forjado. En otro caso, el método exige algún tipo de corrección. Para el caso del nudo extremo con entrega total, ésta podría ser simplemente la reducción de la excentricidad de cada muro en un porcentaje del desfase de ejes de muros existente, función de la rigidez relativa entre elementos. En todo caso, esto obliga a abandonar la interpretación literal.

[HISPALYT] ofrece un planteamiento al problema que estamos señalando, al considerar como una excentricidad la distancia entre los ejes de muros. De todas formas es el único de los métodos que

considera nula la excentricidad en la parte inferior de la pieza, planteamiento que si bien elimina una sección de la comprobación, da lugar a que se produzcan excentricidades muy superiores en la parte superior de la pieza.

En lo tocante a [FL-90] se han detectado que la formulación planteada desprecia la contribución del trasdosado del forjado. Existen también algunos errores en la imposición de los límites máximos de las excentricidades, posiblemente al deseo de realizar una exposición sucinta, que se han corregido en la programación. Además, al realizar la comparación de los valores de coeficientes de empotramiento que resultan de la aplicación de la formulación general con aquellos contenidos en la *Tabla 5.6* de [FL-90], se deduce que la inercia que la norma considera para el forjado no es la de la sección en T, sino la de la sección rectangular bruta. Este resultado se ha tenido en cuenta igualmente en la programación. Obviamente, esta cuestión plantea la duda -irresuelta- de cómo considerar la inercia de una placa maciza en la formulación, y es otro de los puntos que se deberían reconsiderar en una futura revisión.

3. EXPOSICIÓN DE RESULTADOS.

Se han analizado las cuatro situaciones de muros que diferencia [FL-90], esto es

- *Nudo Superior Extremo, NSE.*
- *Nudo Superior Intermedio, NSI*
- *Nudo Inferior Extremo, NIE.*
- *Nudo Inferior Intermedio, NII*

Estos cuatro casos se han estudiado con muros de 12 y 24 cm de espesor, con una altura de en situaciones de forjados aislados, vano extremo de forjado continuo de infinitos vanos de igual luz, primer apoyo de forjado continuo con infinitos vanos de igual luz y también cuando el primer forjado tiene luz mitad.

Se ha considerado una carga de 700 kg/m^2 , situación usual, con alternancia de 200. Como forjado se ha tomado un forjado de 22+4 con intereje de 70 cm y vigueta de 12 cm. Las luces del forjado se han variado entre 2,00 m y 6,00 m en intervalos de 25 cm. La fábrica se ha supuesto de ladrillo perforado, con un peso específico de 1.500 kg/m^3 de acuerdo con NBE-[AE-88].

a. Nudo Extremo Superior

La [Figura IV.5] muestra la comparativa de las excentricidades en el tramo extremo de un forjado de cubierta que contemplan los métodos de [FL-90] y de [EC-6]. En el caso de [FL-90] el gráfico pone de manifiesto la crítica que se avanzaba al método: ignora la deformabilidad del forjado que recibe, y mantiene la misma excentricidad -6 cm- tanto para un forjado de 2 como de 6 m.

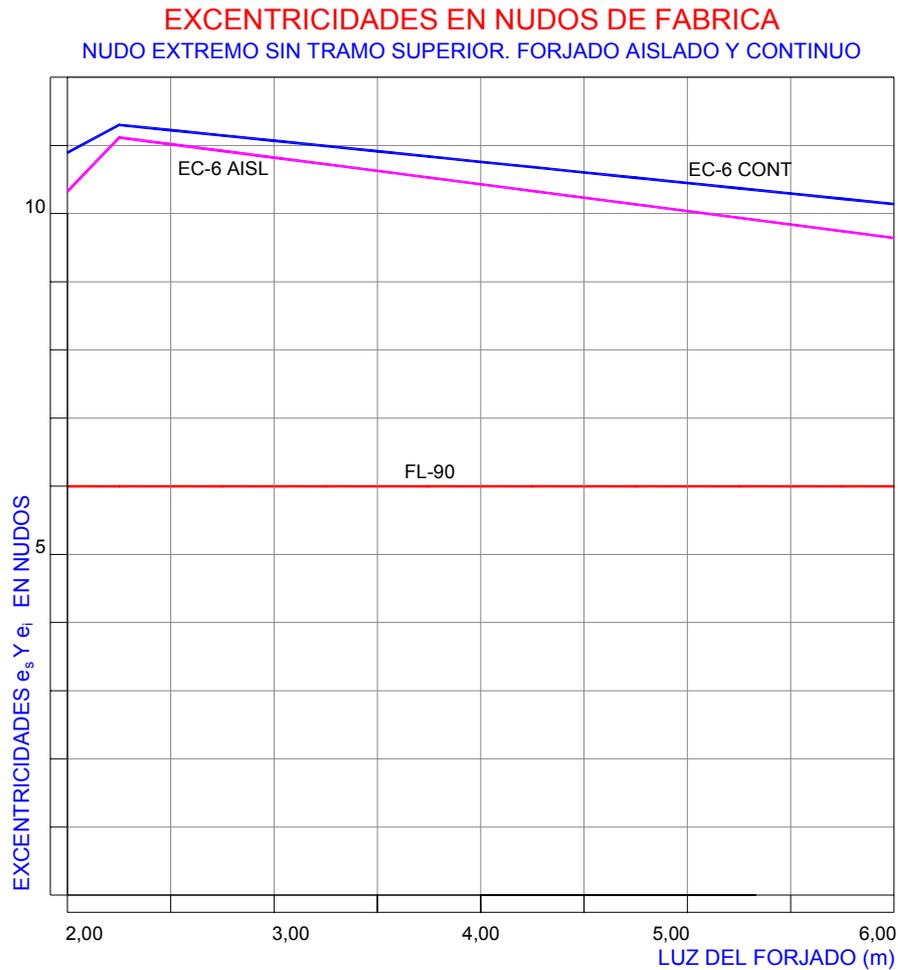


Figura IV.5

Las excentricidades que contempla [EC-6] son muy superiores a las de [FL-90] y vienen determinadas por el método que [EC-6] recomienda para cubiertas. Obviamente, como la excentricidad es la máxima que permite a la sección soportar el axil aplicado, resulta superior en el caso de un forjado continuo que en el caso de un forjado aislado de igual luz -dado que la reacción sobre el apoyo es menor en el continuo por efecto del cortante hiperestático-. El resultado contradice la lógica que indica que el forjado asilado es más deformable y debería introducir una excentricidad mayor. En todo caso con estas excentricidades el cumplimiento queda asegurado.

b. Nudo Intermedio Superior

En este segundo análisis [Figura IV.6], se plantea una situación de un forjado de planta superior que es el primer apoyo en continuidad, y que recibe por un lado un forjado de luz doble que del otro. Dado que se mantiene aproximada la proporción entre los cortantes transmitidos en ambos lados del apoyo, la gráfica de [FL-90] tiende a ser una línea recta en el entorno de 1,36 cm, que es indicativo de la escasa sensibilidad que este método tiene: en estas condiciones, con la excentricidad mínima de [EC-6] el valor estaría casi cubierto.

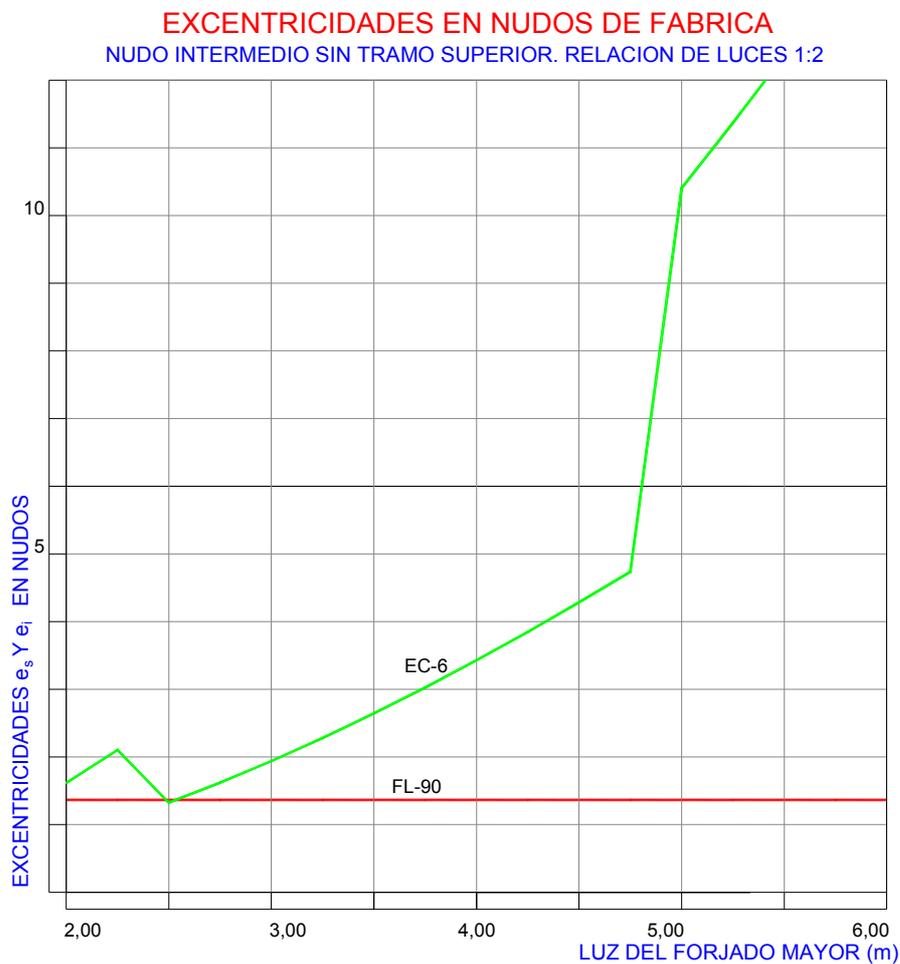


Figura IV.6

La gráfica de [EC-6] muestra en este caso el tránsito por los tres criterios de comprobación que se recogen en la norma. Los cambios entre criterios son abruptos porque los incrementos son discretos y de valor 25 cm. La crítica es obvia: no parece lógico que estas situaciones tengan tratamientos tan diferentes con pequeños cambios en la luz de las piezas.

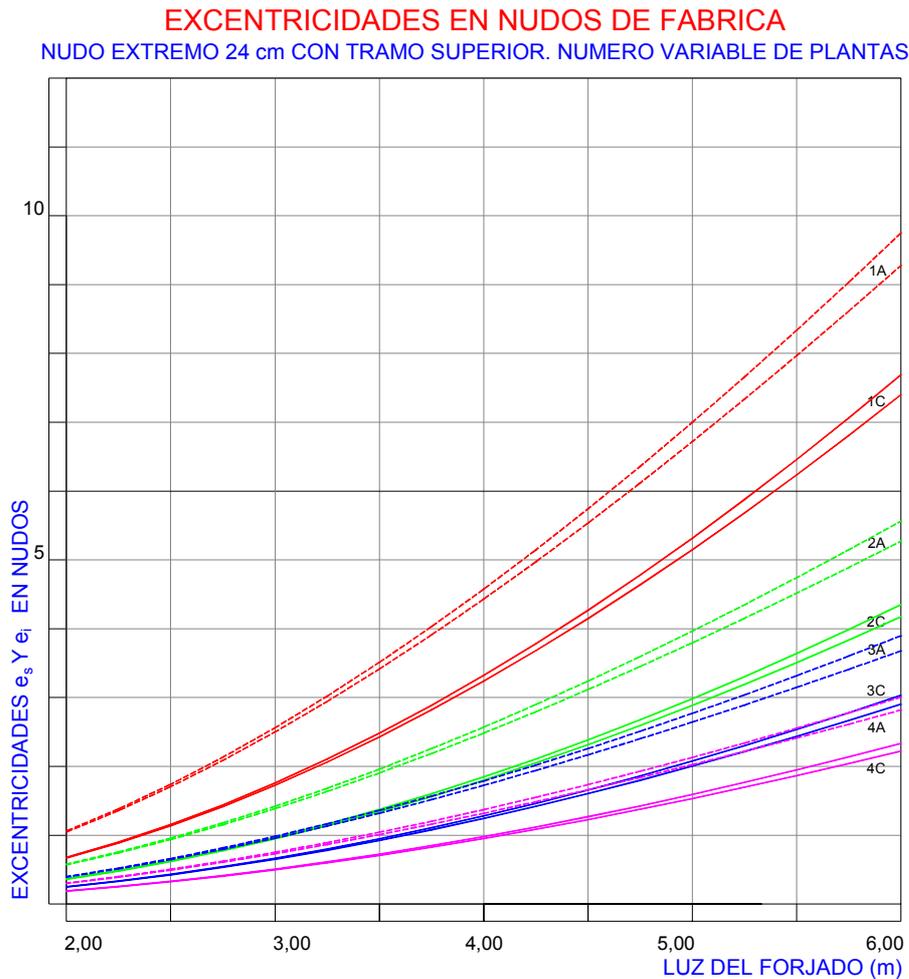


Figura IV.7

c. Nudo Inferior Extremo

La [Figura IV.7] muestra los resultados obtenidos con el criterio de [FL-90], mientras que la [Figura IV.7] corresponde a [EC-6].

Se representan los casos correspondientes a 1, 2, 3 y 4 plantas por encima del nudo considerado, en cada caso correspondiente a forjado aislado (A) o continuo (C) de luz en vanos constante.

Sorprende el reflejo del criterio empleado: se define un momento en el nudo constante, cuando lo que a priori parecería lógico es que aumentase el empotramiento del forjado en la fábrica al crecer el número de plantas soportado. La duda de si no deberían ser las excentricidades más parejas y variable el momento acompaña la revisión de los gráficos.

En cada caso, se han representado los valores correspondientes a las excentricidades superior e inferior que actúan sobre los muros de igual tipo.

Llama la atención la proximidad entre las excentricidades superior e inferior que muestran las curvas de [FL-90]: obviamente, son piezas con la misma rigidez y que se diferencian en la carga de un forjado que recibe a mayores el muro inferior con respecto al superior, lo que explica que la excentricidad superior siempre sea ligeramente más alta.

La representación es una curva continua como consecuencia de un único criterio de comprobación. Aquí la impresión intuitiva es de corrección, al proponer la norma valores más altos de excentricidad para los tramos aislados que para los continuos, frente a la situación de la [Figura IV.5] y también de la [Figura IV.8]

En lo tocante a las gráficas derivadas de [EC-6] decir que la recta de pendiente muy elevada establece el tránsito entre los dos últimos valores de la iteración: el penúltimo es una situación tensional admisible, del último ya no. Sorprende que los valores sean siempre superiores a los derivados de [FL-90], y también las diferencias que surgen entre las excentricidades superior e inferior de un mismo caso,

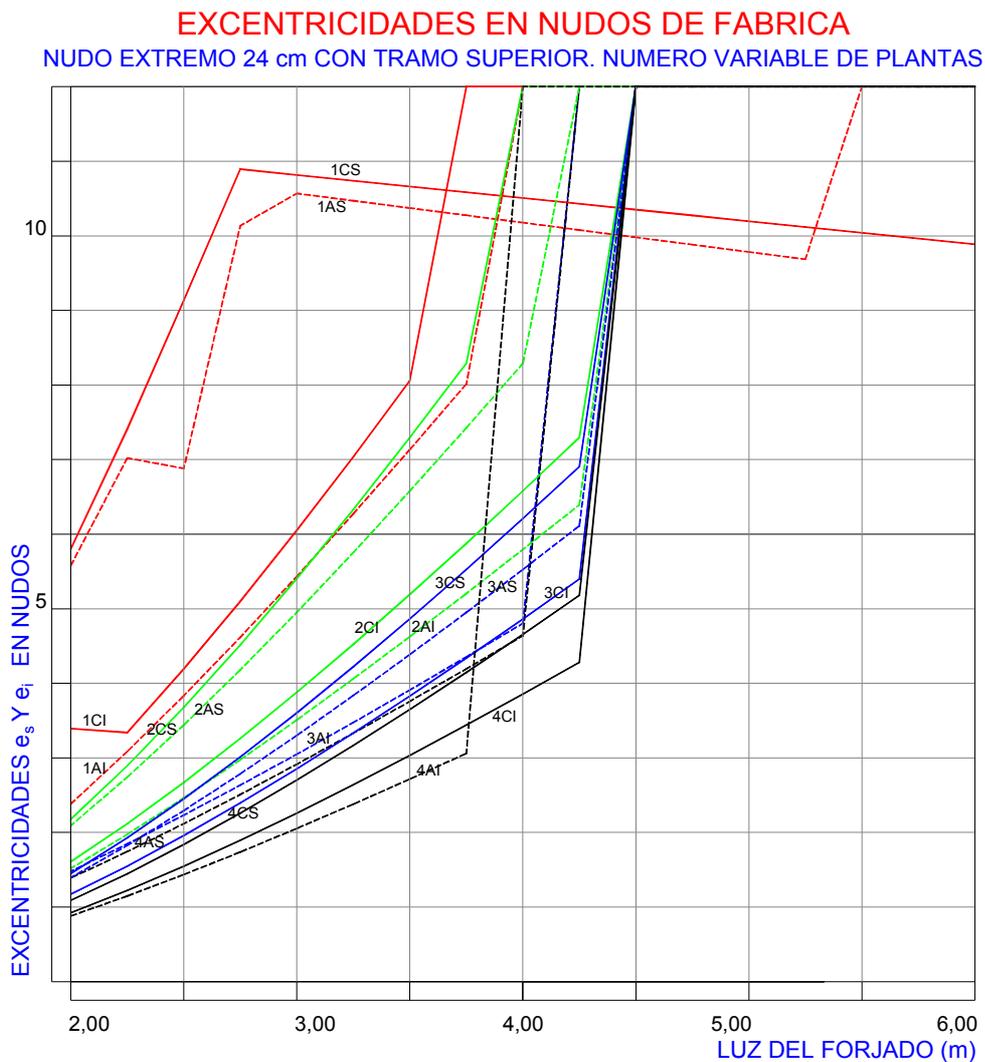


Figura IV.8

debido al cambio de criterio de comprobación. Sigue sorprendiendo la asignación de mayores excentricidades al tramo aislado frente a los tramos continuos.

El emparejamiento entre gráficas se produce entre las excentricidades superior e inferior del tramo, que obviamente corresponden a dos nudos correlativos

Las curvas de $e=12$ cm reproducen el mismo tipo de situaciones que hemos señalado.

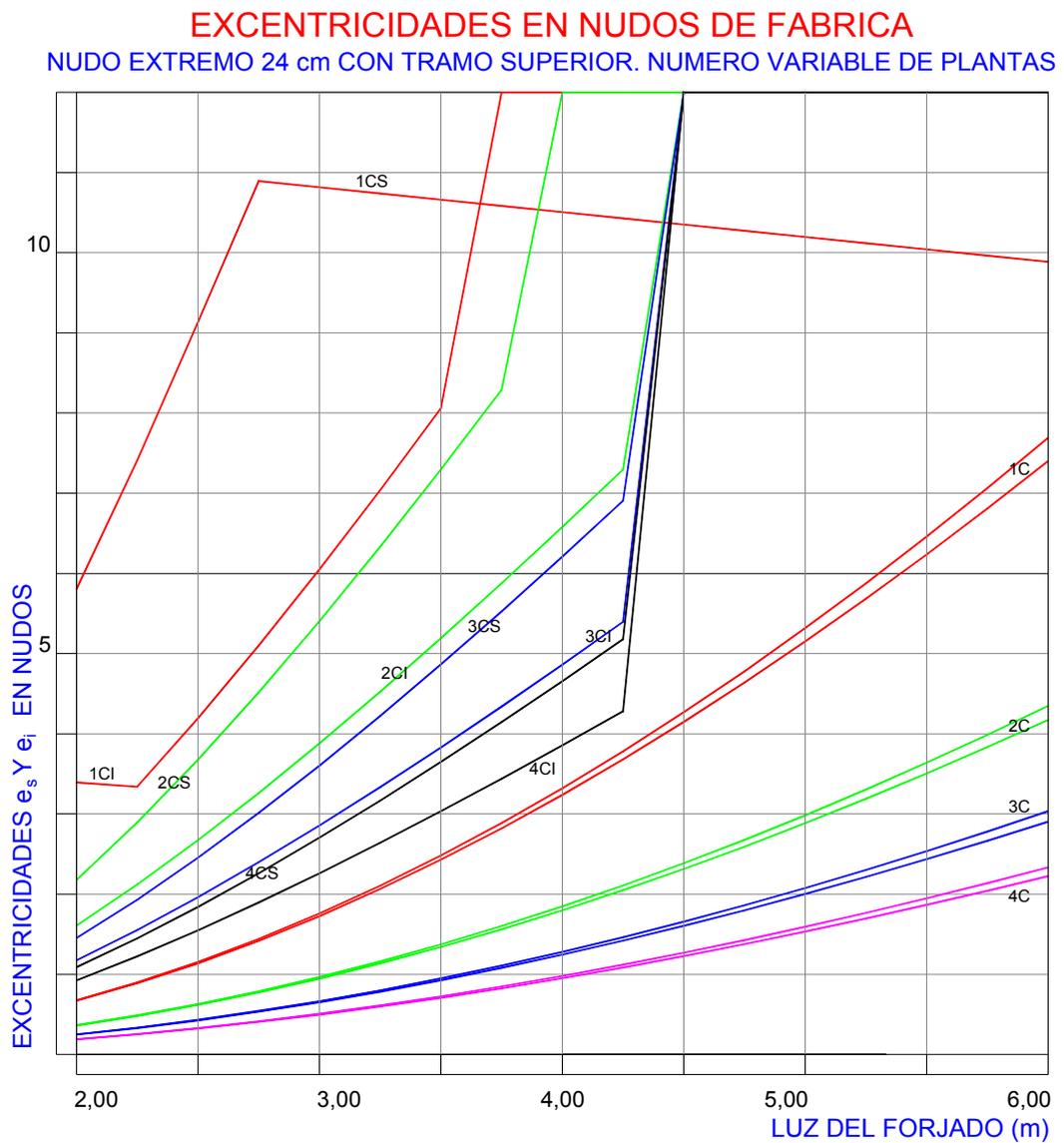


Figura IV.9

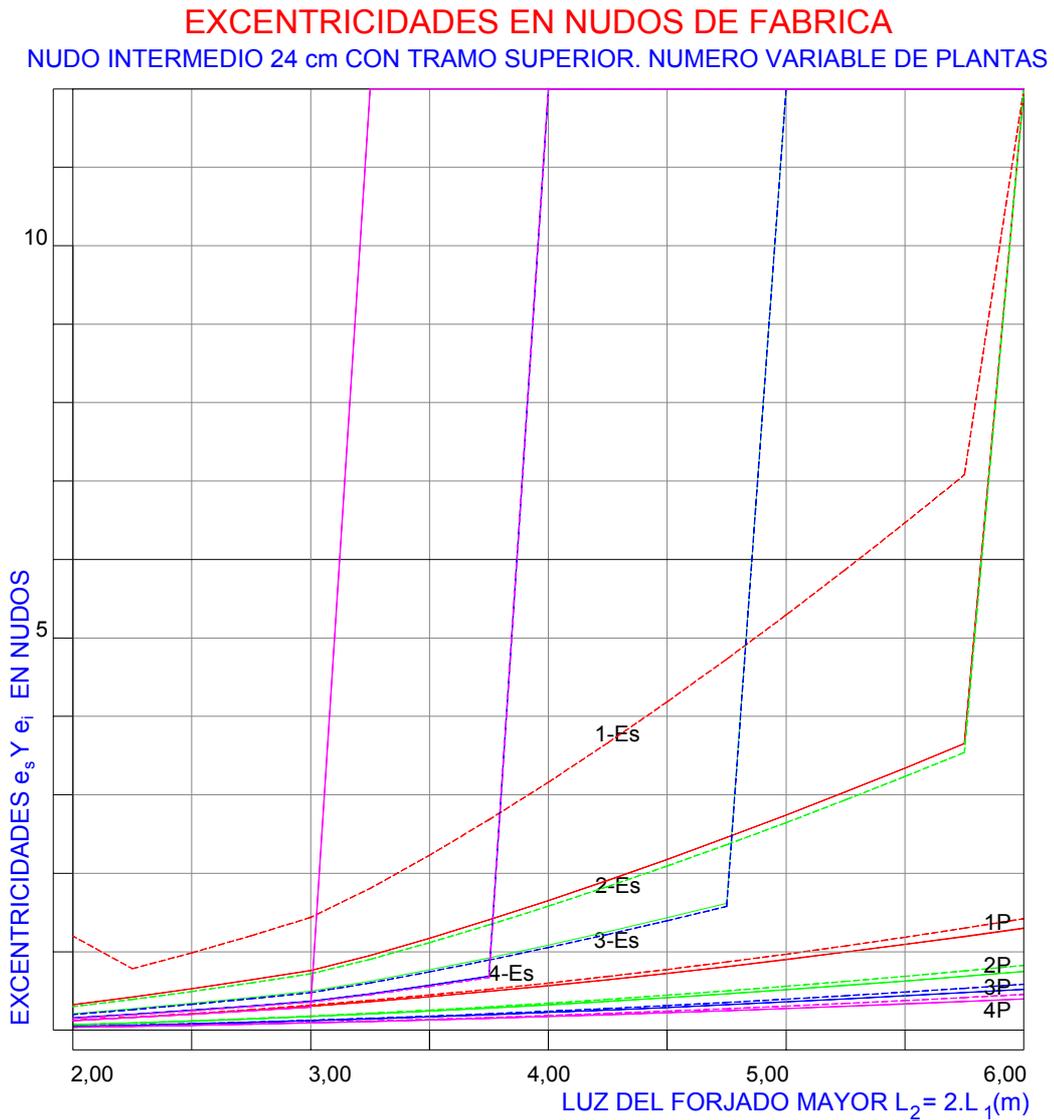


Figura IV.10

d. Nudo Inferior Intermedio

La [Figura IV.10] recoge los resultados de un nudo inferior intermedio sometido que recibe la carga de un número variable de plantas situadas sobre él. Este nudo, que se ha considerado el siguiente al extremo, recibe un forjado del lado de fachada de luz mitad al que recibe por el lado interior. Se supone que esta segunda luz se repite en un número infinito de tramos. Esta figura se ha obtenido considerando para [FL-90] una inercia del forjado equivalente a la de una sección rectangular, por la razón justificada en el apartado anterior. Para el caso del [EC-6] se ha considerado la inercia real de la sección en T del forjado, dada la precisión y el detalle con el que se expone la formulación.

En esta situación, resalta poderosamente el divorcio entre ambos métodos a favor de [FL-90]. La problemática del gráfico coincide con la expuesta anteriormente. De acuerdo con el criterio de [FL-90],

y de considerarse una excentricidad mínima como la planteada por [EC-6], se dependería que para este tipo de nudos rige la excentricidad mínima.

Se ha estudiado también el efecto de la alternancia de sobrecargas (200 kg/m^2) en forjados continuos de igual luz, pero los resultados muestran que quedan cubiertos siempre por la excentricidad mínima.

Como cuestión de estudio se ha decidido emplear en el cálculo, con la misma situación anterior, la inercia correspondiente a una sección rectangular también para [EC-6]. En esta situación los valores se aproximan a FL-90, y, aunque esta situación sólo tiene un valor testimonial, este caso se cubriría con la excentricidad mínima definida. A trazos se han representado las excentricidades superiores de los nudos.

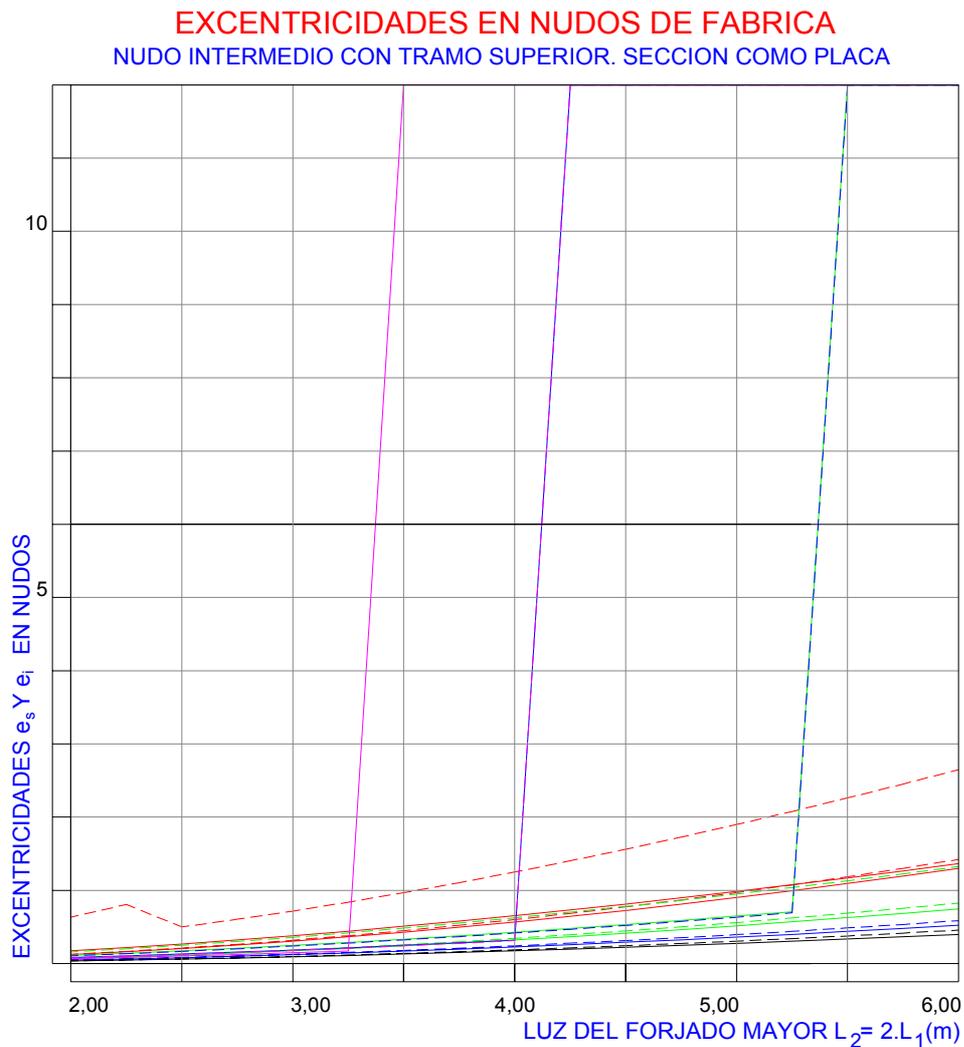


Figura IV.11

4. SÍNTESIS DE RESULTADOS.

- ❑ El método de análisis de nudos de FL-90 precisa de un *aggiornamento* en su exposición, así como pequeños retoques debido a la mayor precisión léxica actual -como por ejemplo en las rigideces asignadas a los forjados- y a pequeños problemas de definición de límites máximos en cada situación.
- ❑ Este método no contempla la colaboración del trasdosado del forjado en la capacidad portante del nudo. Sin embargo incorpora al análisis la solución constructiva del nudo, lo que permite estudiar situaciones dispares empleando sus criterios. Como ejemplo, podría citarse el efecto de centrado de cargas de un voladizo.
- ❑ El criterio del coeficiente Φ , surge como consecuencia del análisis en agotamiento del nudo. Dado que el nudo puede estar perfectamente en situación elástica, la norma debería definir un diagrama de cálculo de la fábrica para situaciones en las que no se alcance el estado de agotamiento.
- ❑ El criterio de [HISPALYT] conduce a excentricidades muy elevadas como consecuencia del criterio de suponer nula la excentricidad en la base de cada tramo.
- ❑ El método de [EC-6] no contempla la relación del cálculo con la ejecución material de la fábrica, de tal forma que exclusivamente con la formulación de [EC-6], sólo se podrían analizar donde no hubiese alteraciones en el eje del muro y la entrega fuese completa, ya que en otro caso la formulación propuesta no garantiza el equilibrio del nudo. En caso de nudo extremo con entrega completa semeja factible la corrección mediante un coeficiente que distribuya el efecto de la excentricidad entre ejes, pero para otras situaciones no parece haber otra vía que realizar un análisis de nudo del tipo de FL-90.
- ❑ De los resultados numéricos obtenidos representados en los gráficos se desprende que el método de [EC-6] necesita una revisión en lo tocante a los cambios de criterio de respuesta de la fábrica, que semejan demasiado bruscos, así como en las excentricidades que asigna a tramos aislados y continuos y que son mayores en estos últimos. Especialmente llamativa es la situación del forjado superior intermedio, que al aumentar las luces de forjado entre 2,5 y 5,5 m pasa por tres criterios resistentes diferentes.

- ❑ La representación de los gráficos de excentricidades de nudos inferiores despierta la duda de si no sería más correcto de considerar el momento que debe soportar el nudo referido a las cargas que gravitan sobre él -una suerte de momento variable con excentricidades más parecidas-, en vez de considerar que el momento es inmutable y que las variaciones las sufran las excentricidades.

- ❑ A la luz de los resultados correspondientes a nudos intermedios, en situaciones de cargas similares pero con luces bastante desequilibradas el efecto se puede cubrir perfectamente introduciendo una excentricidad mínima y obviando el cálculo. Es en los nudos extremos en los que el cálculo se vuelve trascendente.

- ❑ A la vista de los resultados numéricos obtenidos y volcados gráficamente se puede concluir que el método de análisis de nudos de [FL-90] es más favorable que el de [EC-6]

V. FORMULACIONES DEL PANDEO EN MÉTODOS BASADOS EN LA SECCIÓN EFICAZ.

V.1 INTRODUCCIÓN. PLANTEAMIENTO GENERAL

1. PLANTEAMIENTO GENERAL

Una lejana meta de esta tesis es contribuir a una actualización de la normativa de fábrica española que desarrolle muchos de los valiosos aportes que contiene la actual frente a las prescripciones del *Eurocódigo de Estructuras de Fábrica* [EC-6]. Dentro de los puntos críticos del cálculo de estructuras figura sin duda el cálculo del pandeo, convirtiéndose, por tanto, en tema de estudio inexcusable.

Entre las referencias más próximas de las estructuras de fábrica se pueden señalar [FL-90] -antigua [MV-201], [PIET-70], [HISPALYT] y [EC-6]. A éstas hay que añadir, sin duda, los estudios realizados por [Lahuerta, 1990]. Y, además, la publicación de [EHE-98], que ha incluido dentro de su estructura un artículo, el 52, que trata del cálculo de elementos de hormigón en masa, empleando criterios de validación acordes con los admitidos en nuestro país para estructuras de fábrica. Parece así tema obligado dentro de la estructura de esta tesis el análisis de esta problemática. Como elementos de referencia se tomaron los resultados derivados de la norma española vigente, NBE-FL-90.

El análisis ha partido de cinco métodos:

- Método de [FL-90]
- Método de [HISPALYT]
- Método de [Lahuerta, 1.990]
- Método de [EHE-98] para piezas de hormigón en masa (EHE-HM)
- Método del Eurocódigo [EC-6]

El método de [FL-90] se considera formado por la propia norma y ampliado con las prescripciones de [PIET-70,] que suponen una generalización de los planteamientos de la antigua [MV-201] -hoy FL-90- para otros tipos de fábricas, como las de piedra y bloque. La decisión de introducir [PIET-70] se justifica plenamente cuando se considera la voluntad de estudiar comparativamente los métodos de la normativa con los de [EC-6], norma que extiende su campo de aplicación a todo tipo de estructuras de fábrica y no solamente a las de ladrillo.

Junto con estos métodos propuestos por normativas diversas, se ha introducido el método desarrollado por el profesor Lahuerta [Lahuerta, 1.990] por su relevancia en los estudios de fábrica y su influencia en el desarrollo de los métodos de [MV-201] y de [EHE-98]. [HISPALYT] se introduce por el ambicioso

planteamiento de la publicación, que no parece conveniente desdeñar. En cuanto a la [EHE-98], sedujo la sencillez de su formulación, y se deseó averiguar si introduciendo en el método los valores del módulo de deformación correspondientes a una estructura de fábrica los resultados resultaban aplicables.

En general, estos todos los métodos establecen la doble verificación clásica de piezas sometidas a compresión excéntrica: comprobación de resistencia -que se realiza en el apoyo de forjados y cimientos- y comprobación de pandeo (flexopandeo) realizada en la parte central de la pieza. Este Capítulo se centra en el estudio de esta segunda condición.

2. MÉTODOS DE VERIFICACIÓN DE LA SECCIÓN.

Los cinco métodos indicados proponen -implícita o explícitamente- el *Método de la Sección Eficaz*. Es éste un método de cálculo en agotamiento que se obtiene como límite del proceso de plastificación, ante la actuación de un esfuerzo axial y de momentos flectores con cortantes nulos, de una sección de material homogéneo e isótropo pero con distinto comportamiento resistente a tracción y a compresión. Este diferente comportamiento consiste en la incapacidad resistente ante esfuerzos de tracción, y al material con esta característica lo designaremos como *heterorresistente*. El proceso de plastificación de la sección se ilustra en la [Figura V.1].

Es importante aclarar que este resultado -la sección eficaz- es independiente del diagrama de cálculo supuesto para el material -lineal, parabólico...-, sin otra condición que el diagrama tenga una rama plástica horizontal suficiente.

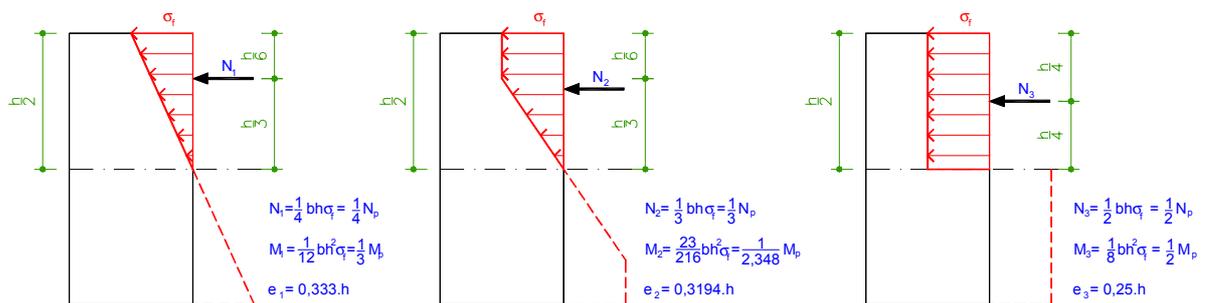


Figura V.1

El método se concreta en, dado un esfuerzo axial actuante con una cierta excentricidad, se considera que sólo parte de la sección está respondiendo a la sollicitación, encontrándose el resto inactivo. La parte activa de la sección, que se considera respondiendo a tensión uniforme, queda definida por una

recta secante a la sección, de tal forma que la sección resultante tiene su baricentro coincidiendo con el centro de presiones del axil.

Junto con este método de verificación, [FL-90] -y [Lahuerta, 1.990]-, admiten, exigiendo precauciones adicionales, la comprobación de la sección con las fórmulas clásicas de Resistencia de Materiales, pero limitando las tensiones de tracción producidas al décimo de la resistencia de cálculo de la fábrica -se puede encontrar un estudio en [Freire Tellado, 1.997]-. Para la situación de axil concomitante con un sólo flector y sección de forma rectangular, se puede escribir

$$\sigma = \frac{M_d}{W} - \frac{N_d}{A} = N_d \left(\frac{e}{W} - \frac{1}{A} \right) \leq 0,1 \cdot \sigma_d$$

Si la sección es rectangular, y denominando *Tensión Media de Compresión* a $\sigma_c = \frac{N_d}{A}$, resulta inmediato obtener la excentricidad límite con la que puede estar aplicado el axil para que las tracciones que se produzcan no rebasen las admitidas por la norma:

$$e \leq \frac{t}{6} \left(1 + 0,1 \frac{\sigma_d}{\sigma_c} \right)$$

Lo que implica que en el caso de un muro de 12 cm de espesor en el que la tensión media de compresión, σ_c , sea 1/30 de la tensión de cálculo de la fábrica -situación que se da, por ejemplo, en un muro de 12 cm cuya tensión de cálculo sea de 36 kp/cm² y que recibiese una carga de 1,44 t/m- se podría alcanzar una excentricidad en la aplicación del axil de ¡8 cm!, 2 más que el límite que impone el criterio de la sección eficaz.

De acuerdo con el criterio de la sección eficaz, una excentricidad de 5,8 cm tendría una capacidad de carga de 1,44 t/m para el mismo tipo de muro. Es por ello importante tener en cuenta este resultado cuando se analicen los gráficos correspondientes a las excentricidades derivadas del flexopandeo de acuerdo con los distintos métodos.

V.2 EL TRATAMIENTO DEL PANDEO EN LOS DISTINTOS MÉTODOS.

Un tema, sin duda importante, es la limitación de la capacidad resistente de un muro en razón de su esbeltez, por efecto del posible pandeo. En el tratamiento de éste existen dos grandes líneas: en un primer grupo están los métodos que garantizan la seguridad de la pieza proponiendo una reducción de la tensión de cálculo de la pieza en función de la esbeltez de ésta, y en un segundo conjunto se agrupan aquellos cuyo planteamiento consiste en incrementar la excentricidad con la que actúa el axil de compresión, en función principalmente de la esbeltez y de la excentricidad con la que esté aplicado el propio axil. En este segundo grupo se ha encuadrado en nuestro país la normativa de fábrica, [MV-201] originariamente y [FL-90] en la actualidad. Este mismo planteamiento lo adoptan tanto [EHE-98] HM como también el método propuesto por [Lahuerta, 1.990].

Dentro del primer planteamiento se pueden citar métodos como [HISPALYT], [NCMA-70], [Cassinello, 1.964], [Lahuerta, 1962], [Rozza]. El Eurocódigo 6 [EC-6] se clasifica dentro de este primer planteamiento, pero de una forma casi híbrida: Para garantizar la seguridad de la pieza define una excentricidad en la aplicación del axil correspondiente a la zona central de la pieza. Seguidamente comprueba que las tensiones que se producen en la fábrica en esta situación sean inferiores a la tensión admisible previamente minorada por un coeficiente reductor. Este coeficiente es función de la esbeltez y también de la propia excentricidad citada.

1. EL TRATAMIENTO DEL PANDEO EN NBE-[FL-90]

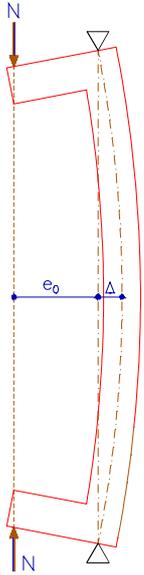
a. Estructura del Método

La norma española [FL-90] realiza un análisis específico del pandeo. Para ello recurre al mecanismo de introducir una excentricidad añadida como consecuencia de la esbeltez, excentricidad que llama *excentricidad en flexopandeo* (art. 5.6). Se quiere señalar que en las líneas que siguen se ha unificado la notación con la de EC-6 y otras referencias, por lo que las fórmulas se han adaptado a esta notación.

La norma [FL-90] señala dos tipos de excentricidades:

- e_1 - *Excentricidad en la aplicación de las cargas*, por razón de su forma de aplicación (caso de los forjados, apoyos excéntricos de vigas o cargaderos...) y/o por la presencia de esfuerzos horizontales (viento, sismo...).

e_f - *Excentricidades función de la esbeltez*, que la norma engloba en la excentricidad en flexopandeo. Esta excentricidad que se argumenta como sigue:



Aún en el caso de un esfuerzo normal teóricamente centrado actúa en la práctica con una excentricidad variable a lo largo del eje del elemento debido fundamentalmente a:

- Imperfecciones debidas a la ejecución.
- Deformaciones irregulares debidas a variaciones locales del Módulo de Elasticidad.

Como se observa en el gráfico [Figura V.2], la excentricidad inicial aumenta bajo carga axial por la deformación lateral debida al flexopandeo: se justifica así la introducción de una excentricidad función de la esbeltez para el cálculo de un determinado elemento.

Figura V.2

Y se trata de garantizar que el elemento sometido a una carga axial aplicada con la acción combinada de ambas excentricidades es estable.

Dado que, pese a todo, la norma considera casos de excentricidad nula -carga centrada-, parece lógico considerar una tercera excentricidad, con un carácter de mínimo por razones de ejecución, algo similar a la excentricidad mínima de soportes que considera la normativa de hormigón-. Así, José María Jenaro Garrido [Jenaro, 1.986] propone para esta tercera excentricidad los valores:

$$e_o = t/20 \geq 2 \text{ cm.} \quad \text{siguiendo los criterios de [EHE-98].}$$

$$e_o = l_o/300 \geq 2 \text{ cm.} \quad \text{donde } l_o \text{ es la longitud normal de pandeo -criterios de [CEB-FIP].}$$

La lectura del artículo sobre el pandeo muestra otra de las carencias de esta norma: *no relaciona las condiciones de ejecución con el cálculo*. Evidentemente, las variaciones de módulo de elasticidad citadas serán mayores cuanto peor sea la calidad del material empleado, cuanto mayor sea la dispersión en los valores de sus parámetros. Las imperfecciones y excentricidades dependerán mucho, además, de las condiciones de ejecución. Ambas facetas se engloban dentro del capítulo del necesario control de obra.

Para evaluar la *excentricidad en flexopandeo*, e_f , la norma define tres supuestos:

Arriostramientos en coronación	Excentricidad de flexopandeo	
Sin arriostramiento	$e_f = e_2 + \eta (t_v + 1,8.e_2)$	
Con arriostramiento	$\xi \geq 1$	$e_f = e_m \quad e_m = \max (e_1 , e_2)$
	$\xi < 1$	$e_f = e_m + e_p(1-\xi)^2$

dependientes de que el elemento tenga o no arriostramiento en coronación y de una serie de parámetros. La presencia o no de arriostramiento en coronación regula la forma de deformarse el elemento, bien como pieza en ménsula bien con coacciones en ambos extremos, mientras que los otros parámetros están relacionados con las excentricidades de las cargas sobre el muro y con las propiedades -condiciones de borde, resistencia, espesor y deformabilidad- de la fábrica.

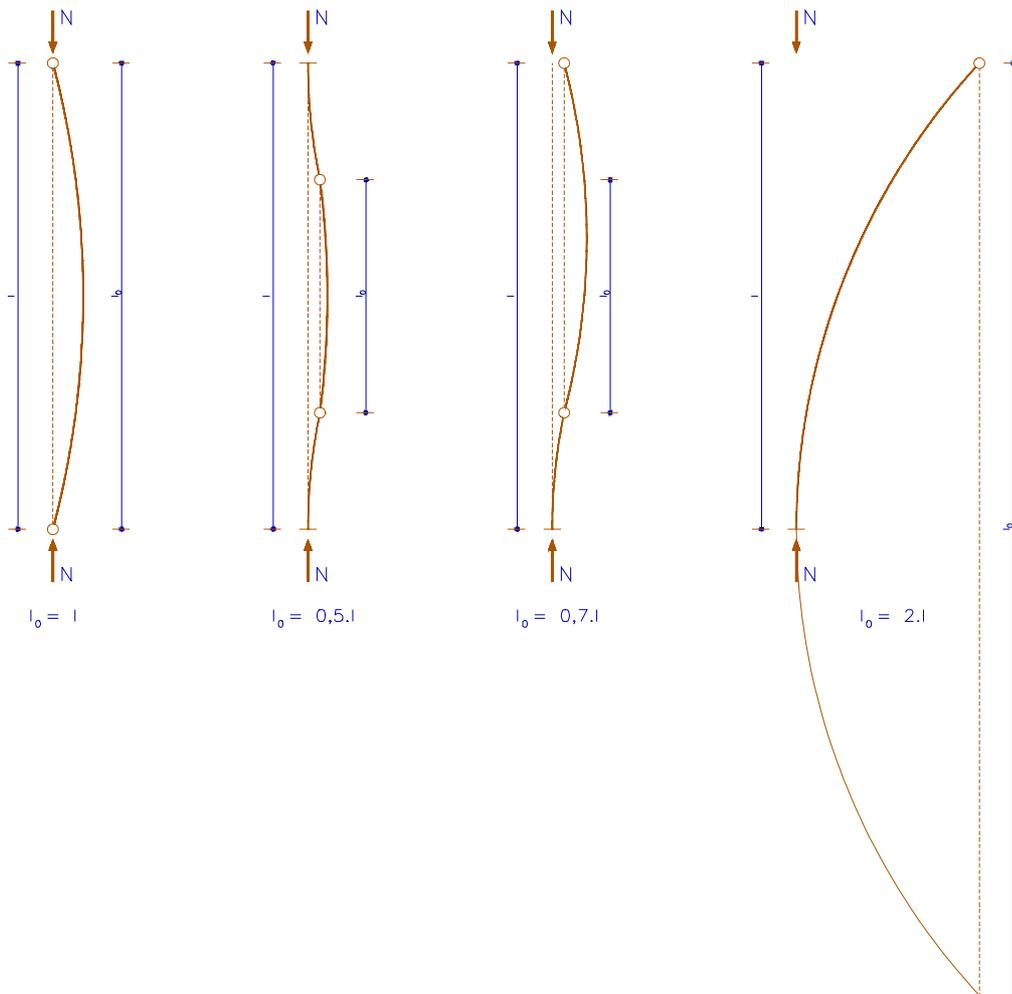


Figura V.3

La norma estudia el flector máximo que se produce sobre la pieza, es decir, la máxima excentricidad que se produce en la aplicación de la carga, que depende de las excentricidades que actúan sobre el muro en coronación y en la base, e_1 y e_2 . Se precisa entonces, determinar dónde se producirá la excentricidad máxima.

En un muro sin arriostramiento en su parte superior, la excentricidad máxima se dará necesariamente en la base, ya que su funcionamiento será el de una ménsula -y el momento máximo de ésta se produce en el empotramiento-.

En un muro con coronación arriostrada la determinación no es tan sencilla, sino que precisa de un cierto cálculo. La misión atribuida a ξ es precisamente localizar dónde se producirá la excentricidad máxima. El gráfico siguiente aclara esta función.

RELACION ENTRE EXCENTRICIDADES Y VARIACION DEL FLECTOR A LO LARGO DEL TRAMO

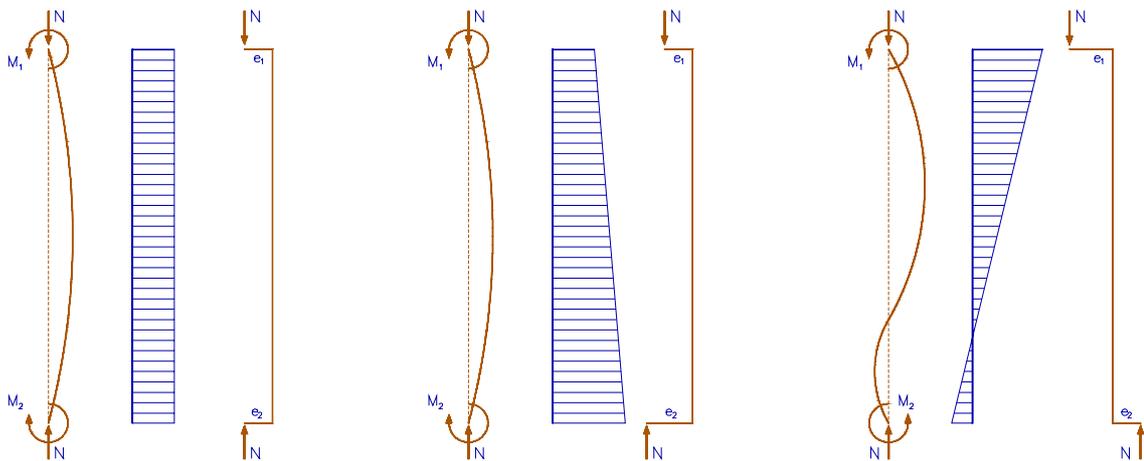
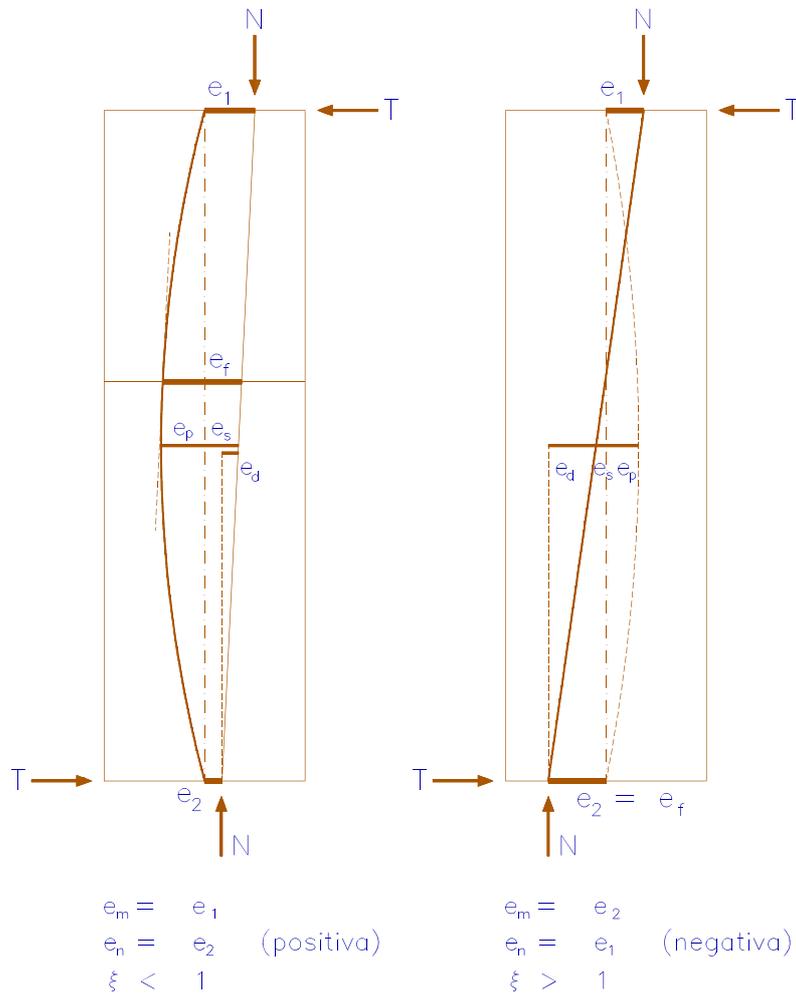


Figura V.4

Dado un muro con excentricidades en coronación y en la base, e_1 y e_2 , -esto es, sometido a momentos flectores $M_1 = N \cdot e_1$ y $M_2 = N \cdot e_2$ en coronación y en base-, se admite que la variación a lo largo de la pieza de la excentricidad -o del momento flector, ya que ambas situaciones son equivalentes para un axil constante- responde a una ley lineal. La máxima excentricidad que se produce en un punto del muro -el flector máximo-, se obtendrá como suma de la excentricidad de primer orden -que la norma considera con una ley lineal de variación-, con otra excentricidad debida al efecto no lineal, consecuencia de la deformación del elemento sometido al flector. Para asegurar la estabilidad del muro se deberá determinar cuál es el valor máximo que esta suma adquiere a lo largo del muro.

VARIACION DE LA EXCENTRICIDAD DE FLEXOPANDEO

Como se puede comprobar, es preciso analizar primeramente cómo se deforma el muro por el efecto no lineal. El cálculo de su valor máximo lo plantea la norma como el producto de dos factores: la deformación unitaria al pandeo simple y el espesor virtual del muro. A su vez, la deformación unitaria al pandeo simple, η , depende del tipo de fábrica y de la esbeltez mecánica.



b. Esbeltez.

Figura V.5

La norma, bajo el término de *esbeltez*, se refiere a la esbeltez mecánica de la pieza. Como quiera que ésta es de difícil determinación, [FL-90] realiza una estimación simplificada. A grandes rasgos, se puede decir que la esbeltez depende de las condiciones geométricas de la sección y de las condiciones de borde de la fábrica: apoyos y arriostramiento.

La norma define *esbeltez* como el cociente entre la altura virtual y el espesor virtual, $\lambda = \frac{h_v}{t_v}$

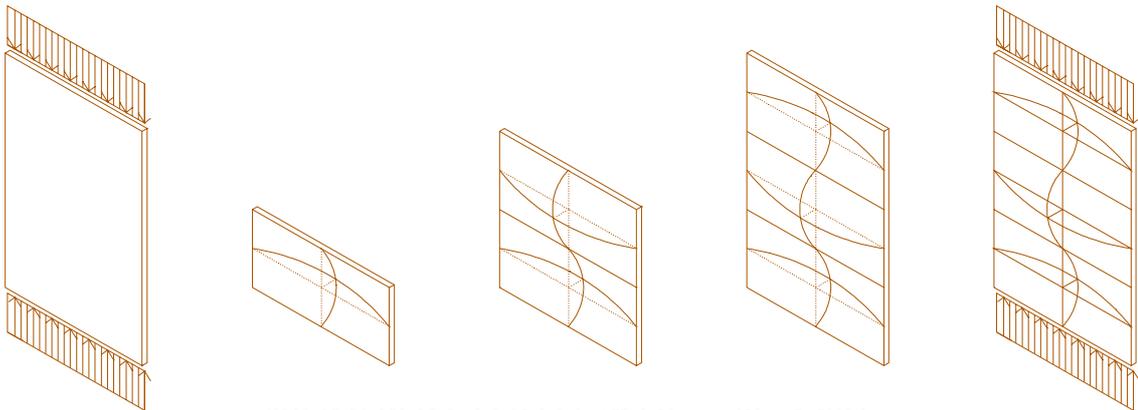
b.1. Altura Virtual.

La altura virtual es la distancia entre los puntos de inflexión de la deformada del eje del elemento sometido a flexopandeo.

La determinación de esta distancia es difícil, puesto que se trata de un muro de fábrica que es una placa anisótropa, presenta condiciones de borde variadas y, en muchos casos, huecos intermedios, así como un módulo de elasticidad que varía con las tensiones y con la aparición de fisuras y/o grietas que reducen la sección del elemento. Por ello, de no realizar estudios teóricos o experimentales más precisos, se tomará la altura geométrica del elemento corregida por un factor que trata de reflejar las condiciones de borde del muro -presencia o no de arriostramiento en coronación, separación entre arriostramientos transversales...-, de tal forma que se estime la longitud de la deformada señalada.

La norma lo expresa como $h_v = \alpha \cdot h$

Para el cálculo de α la norma ofrece una tabla de doble entrada en función de las condiciones de borde del elemento, considerado como una placa sometida a carga en su plano: que tenga o no arriostramiento en cabeza -deformación en altura como ménsula o como pieza biapoyada- y de la relación entre sus dimensiones, $s:h$, donde s es la separación entre arriostramientos horizontales y h la altura del elemento de muro considerado, De esta relación dependerá la efectividad de los arriostramientos.



MODOS DE PANDEO DE PLACAS DELGADAS ANTE CARGA AXIL SEGUN F. ESCRIG.

Figura V.6

Tabla 5.7. Factor de Altura Virtual.

Arriostramientos Transversales $s:h$	Factor α . Coronación Horizontalmente	
	Arriostrada	No Arriostrada
1	0,5	1
2	0,8	1,6
4 ó más.	1	2

Los valores intermedios se interpolarán linealmente.

La tabla plantea la aparente paradoja de que puede llegar a interesar un muro alto para que el cociente altura-separación de arriostramientos sea menor, lo cual no parece ser especialmente lógico, si bien lo confirma la teoría de placas -véase por ejemplo [Timoshenko, 1.961], [Escrig, 1.985]-. La tabla es además es extraordinariamente sensible.

Como ejemplo sirvan los dos casos siguientes:

1.- Longitud de muro entre arriostramientos horizontales: $s = 4,50 \text{ m.}$

Altura del muro: $h = 1,80 \text{ m.}$

En estas condiciones, $s:h = 2.5$ y $\alpha=0,85$, con lo que resulta: $H_v = \alpha.h = 1,53$

2.- Longitud de muro entre arriostramientos horizontales $s = 3,00 \text{ m.}$

Altura del muro: $h = 3,00 \text{ m.}$

En estas condiciones, $s:h = 1.00$ y $\alpha=0,5$ con lo que resulta: $H_v = \alpha.h = 1,50$

Si se comparan ambos resultados comprobamos que la norma considera en peor situación ante el pandeo al primer caso, lo que no resulta en absoluto evidente.

b.2 Espesor Virtual.

Para determinar el espesor virtual de un elemento de muro, se considera su sección menor, sin contar revocos ni guarnecidos. Para la determinación de la esbeltez, la norma ofrece distintas definiciones, incluso gráficas, dependiendo del tipo de muro y de la forma de la sección. En el caso más habitual, muro aparejado de sección rectangular, el espesor virtual se corresponde con el real. Se plantea a continuación y de forma esquemática la casuística que contempla la norma:

- Muro Aparejado, Verdugado o Doblado:

Sección Rectangular ($b > t$): $t_v = t.$

Sección Centrosimétrica: Mínima Dimensión entre rectas paralelas aplicadas al perímetro [Figura V.7].

Sección Asimétrica: Doble de la Mínima Distancia entre el baricentro y una recta aplicada al perímetro. Doble de la Mínima Distancia entre el baricentro y una recta aplicada al perímetro [Figura V.7].

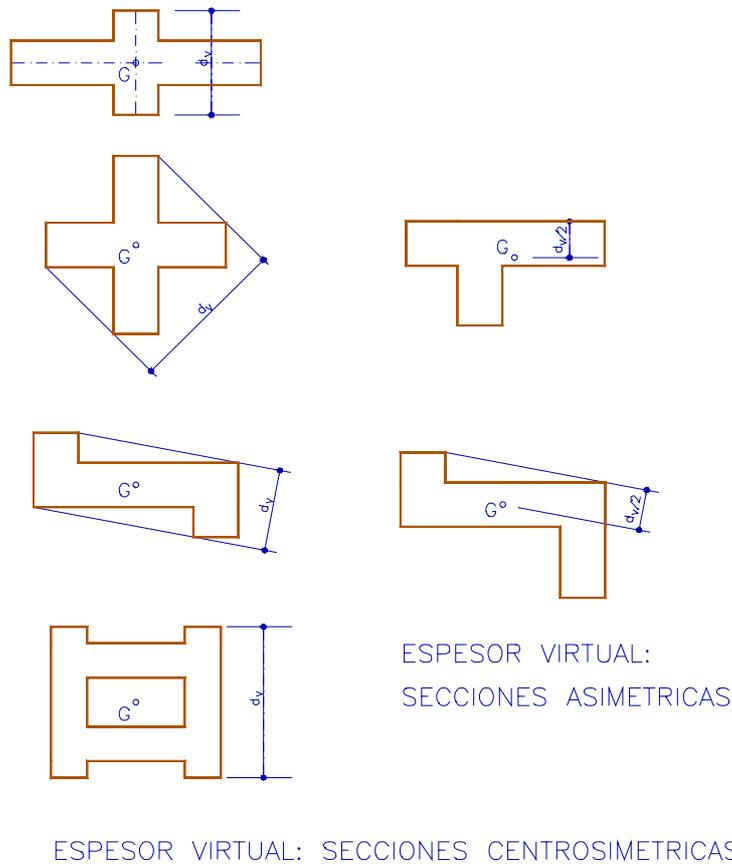
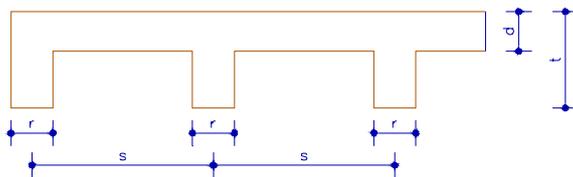


Figura V.7

- Muro Apilastrado: $t_v = \delta \cdot t$

δ es un valor que depende tanto de la relación entre el ancho de la hoja de muro y del ancho de los contrafuertes, como de la proporción entre la separación entre contrafuertes y el ancho de éstos. Sus valores se expresan en la Tabla 5.1 adjunta.



MURO APILASTRADO. REFERENCIAS.

Figura V.8

t:d	Valor de δ siendo s:r				
	4	5	6	8	10
1	1	1	1	1	1
1,5	1,17	1,14	1,11	1,09	1,07
2	1,40	1,33	1,29	1,22	1,18
2,5	1,68	1,58	1,50	1,39	1,33
3	2,00	1,86	1,75	1,60	1,50

Muro capuchino: si los espesores de sus hojas son d_1 y d_2 ($d_1 > d_2$), los valores serán:

- $d_2 \leq 0,5.d_1$; $t_v = d_1$
- $0,5.d_1 \leq d_2 \leq d_1$; $t_v = 2/3 (d_1 + d_2)$

c. *Excentricidad unitaria de pandeo simple del elemento.*

Como su nombre indica, se trata de una excentricidad *unitaria*, esto es, por unidad de *espesor virtual* de la fábrica. Es función de su esbeltez l y del coeficiente de deformabilidad de la fábrica, ϵ . Gráficamente podríamos expresarlo como $\eta = f(\lambda, \epsilon)$

Los valores de deformación unitaria se encuentran recogidos en la *Tabla 5.2* -transcrita en la página siguiente- para rangos de esbeltez comprendidos entre 2 y 36 -para el caso de fábricas menos deformables-, de tal forma que para ciertos valores límite de esbeltez la norma desestima la capacidad portante de la fábrica.

Los valores límite de la esbeltez mecánica que contempla [FL-90] son, variando de mayor a menor deformabilidad de la fábrica, 24, 28 y 32 y 36. En todo caso, la menor esbeltez límite admitida por [FL-90] -que corresponde al caso de las fábricas más deformables- resulta superior en valor absoluto a las admitidas por los métodos de cálculo expuestos anteriormente. Se debe hacer notar que en los métodos anteriores la esbeltez limitada era la *esbeltez geométrica* mientras en este caso la norma limita una suerte de *esbeltez mecánica*.

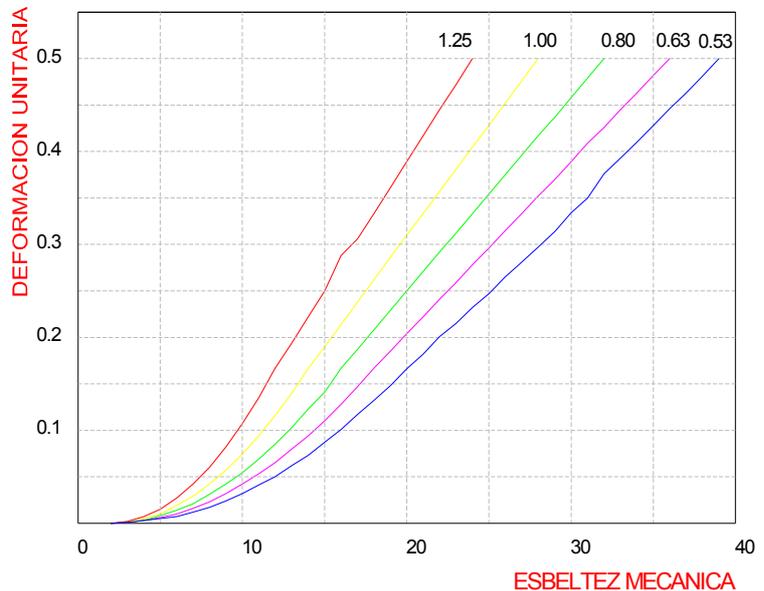


Figura V.9

La gráfica representa las curvas de valores normativos que propone la tabla citada. Se ha completado la *Tabla 5.9* de [FL-90] con los valores propuestos por la *Tabla II.1.1.2.1.1.6.2, Excentricidad Unitaria de Pandeo en Elementos Sometidos a Compresión Simple* de [PIET-70], que se han transcrito con *cursiva*. La referencia a la deformabilidad se ha actualizado de acuerdo con lo establecido por [FL-90]. Estos pueden resultar de interés para el cálculo de otras fábricas, como la de piedra.

Tabla 5.2 Excentricidad Unitaria de Pandeo Simple, η

λ	0,50%	0,63%	0,8%	1,0%	1,25%	1,50%	2,00%
2	0	0	0	0	0	0	0
3	.001	.001	.001	.001	.002	.005	.008
4	.003	.003	.003	.005	.007	.013	.023
5	.005	.006	.008	.01	.015	.026	.045
6	.007	.01	.014	.019	.027	.044	.076
7	.012	.016	.021	.029	.042	.066	.118
8	.017	.023	.031	.042	.06	.097	.161
9	.024	.032	.042	.057	.082	.130	.203
10	.032	.042	.054	.074	.107	.164	.247
11	.041	.053	.069	.094	.135	.197	.289
12	.050	.065	.085	.116	.167	.231	.332
13	.062	.08	.103	.14	.194	.265	.374
14	.073	.094	.123	.167	.222	.299	.417
15	.087	.11	.141	.19	.25	.333	.46
16	.101	.128	.167	.214	.288	.366	.5
17	.117	.147	.187	.238	.306	.400	
18	.132	.167	.208	.262	.333	.434	
19	.148	.185	.229	.286	.361	.473	
20	.166	.204	.25	.31	.389	.500	
21	.182	.222	.271	.333	.417		
22	.201	.241	.292	.357	.445		
23	.215	.259	.312	.381	.472		
24	.232	.278	.333	.405	.5		
25	.247	.296	.354	.428			
26	.265	.315	.375	.452			
27	.281	.333	.396	.476			
28	.297	.352	.417	.5			
29	.314	.37	.437				
30	.334	.389	.458				
31	.350	.409	.479				
32	.376	.426	.5				
33	.393	.445					
34	.410	.463					
35	.428	.482					
36	.446	.5					
37	.463						
38	.481						
39	.500						

Según información de D. Javier Lahuerta, la tabla es empírica, sin fundamento teórico, ya que en 1.966 no era conocido ninguno fiable. Para cada valor de ε se fijó la excentricidad máxima λ_m que corresponde a $\eta=0,5$, valor al que no puede llegarse, y se establecieron las fórmulas siguientes, cuyo ajuste con los datos conocidos era aceptable:

$$2 \leq \lambda \leq 0,5\lambda_m \quad \eta = \frac{2}{3} \frac{(\lambda-2)^2}{(\lambda_m-4)^2}$$

$$0,5\lambda_m \leq \lambda \leq \lambda_m \quad \eta = \frac{4\lambda - \lambda_m}{6\lambda_m}$$

d. *Excentricidad en flexopandeo.*

Calculas la esbeltez y la excentricidad unitaria en pandeo simple, se obtiene la excentricidad en flexopandeo. Se señalan seguidamente los pasos que plantea la mecánica de la norma, dependiendo de que el elemento tenga o no arriostamiento en coronación, tal y como se ha señalado anteriormente:

1. Con Arriostamiento en Coronación.

- Son conocidas e_1, e_2, η .
Ello implica que se ha realizado el cálculo ante carga axil.
- Se calculan $e_s = (e_m + e_n)/2$
 $e_d = (e_m - e_n)/2$

donde se introducen las excentricidades e_m, e_n con su signo. Para esto partimos de las excentricidades de los extremos e_1 y e_2 , haciendo e_m igual a la excentricidad de mayor valor absoluto, y siendo la otra positiva o negativa de acuerdo con que su signo coincida o no con el de la primera.

- Se calcula la excentricidad por deformación, $e_p = \eta \cdot (t_v + 1,8 \cdot e_s)$
- A partir de ella se calcula $\varepsilon = e_d/2/e_p$.
- Dependiendo de este valor, e_f será igual a: $e_f = e_m$ si $\varepsilon \geq 1$
 $e_f = e_m + e_p \cdot (1 - \varepsilon)^2$ si $\varepsilon < 1$

2. Sin Arriostamiento en Coronación.

La excentricidad tiene el sentido de e_2 y vale $e_f = e_2 + \eta \cdot (t_v + 1,8 \cdot e_2)$
Para carga centrada en ambos casos la norma establece que $e_1 = e_2 = 0$ y $e_f = n \cdot t_v$.

Se observa perfectamente en este último caso como, pese a no haber modificación en las condiciones ideales de apoyo dependiendo de cómo han sido introducidas las cargas -excéntricamente- o cómo se

produce la respuesta del muro, se considera una *Excentricidad Mínima de Cálculo* de valor la *excentricidad unitaria multiplicada por el espesor virtual del muro*.

Esta excentricidad unitaria tiene un valor creciente desde 0 a 0,50, dependiendo de la esbeltez. Ello significa que tiene un carácter de mínimo relativo, esto es, que si bien para alturas y espesores normales ($h= 2,40$ m. $e= 0,12$ m.) se está introduciendo una excentricidad mínima del orden de los 3 cm., puede aparecer excentricidades mínimas ridículas para la zona de baja esbeltez. Es por ello interesante recordar las reflexiones que se introdujeron anteriormente en los planteamientos sobre la excentricidad.

Una vez calculada la excentricidad de pandeo, se trata de determinar la estabilidad del muro con los criterios de evaluación de la sección contemplados en la norma, que se ya han sido abundantemente tratados con anterioridad.

2. MÉTODO DE [HISPALYT]

Como se ha señalado en otro Capítulo, el método propuesto en la referencia indicada -apartado 4.4.2.4- establece una comprobación de la sección que se plasma en la fórmula

$$\sigma = \frac{N}{\Phi \cdot A_n} \leq \sigma_a$$

con los significados siguientes

- N Carga vertical en la base del muro
- A_n área neta de la sección horizontal del muro
- Φ coeficiente de reducción de la resistencia por esbeltez y excentricidad.

Para el cálculo del valor de Φ , la referencia propone una tabla y un gráfico, ambos de doble entrada, en función del coeficiente de excentricidad de las cargas, m , y del coeficiente de esbeltez, Γ de valores

$$m = \frac{6 \cdot e}{t} \quad \Gamma = \alpha \frac{h}{t_v} = \frac{h_v}{t_v}$$

El coeficiente de esbeltez se define como cociente entre la altura virtual y el espesor virtual, conceptos idénticos a los del caso anterior. Así la altura virtual se expresa como: $h_v = \alpha \cdot h$

Y el método considera los siguientes casos de arriostramiento:

- Muros arriostrados en cabeza y pie por los forjados ($\alpha = 1$)
- Muros arriostrados en cabeza y pie y en uno de sus lados (Tabla 4.6 de la referencia)
- Muros arriostrados en los cuatro lados (Tabla 4.7 de la referencia)

dejando fuera los casos de muros sin arriostrar en cabeza que contemplaba [FL-90], si bien introduce la situación de un elemento con tres lados arriostrados. Asimismo, se cambian también las condiciones de arriostramiento, por cuanto se modifican con respecto a la referencia anterior las relaciones entre altura del elemento y separación de los arriostramientos, con un criterio similar al de [EC-6].

Un punto especialmente interesante es la claridad con la que se especifican los requisitos para que un muro pueda considerarse arriostrado.

En lo tocante al espesor virtual del muro, se contemplan exclusivamente dos casos:

- Muro con Sección Rectangular ($b > t$): $t_v = t$.
- Muro Apilastrado: $t_v = \delta \cdot t$

donde δ es un valor que depende de los mismos parámetros que contempla [FL-90] y que se recoge en la Tabla 4.5 de la referencia.

En cuanto a la excentricidades a considerar, se contemplan las siguientes:

- excentricidad e_w debida a las acciones horizontales -viento- sobre el muro
- excentricidad e_F debida al empotramiento entre forjado y fábrica
- excentricidad estructural e_R debida al posible ensanchamiento de la fábrica
- excentricidad accidental e_A debida a las tolerancias de ejecución, de valor $h/300$

Señalar que, frente a lo que semeja, la única novedad es la última de las excentricidades, puesto que todas las anteriores se encontraban recogidas en [FL-90] de forma implícita, como la debida al viento, o dentro de los planteamientos de equilibrio del nudo -ensanchamiento de la fábrica-. Y para mayor abundamiento sobre las excentricidades debidas a la acción de los forjados, véase el Capítulo IV.

En cuanto a la excentricidad para la comprobación del tramo del muro, se establecen dos posibles comprobaciones:

- excentricidad máxima en cabeza de muro $e_1 = |e_F + e_R| + |e_A|$

$$\text{- excentricidad máxima en máximo momento de viento } e_2 = \frac{e_1}{2} + |e_{wi}|$$

En ningún caso estas excentricidades podrán superar el tercio del espesor de la pieza (límite máximo).

3. MÉTODO DE [LAHUERTA, 1.990]

El método expuesto en la referencia señalada es una revisión del método de [FL-90], una actualización que corrige formulaciones empíricas que contenía la norma y las simplifica al tiempo que amplía los casos a los que es aplicable, al permitir la variación no lineal de excentricidades. En todo caso, se fundamenta en los mismos conceptos de FL-90.

La esbeltez es expresada ahora como:

$$\lambda = \beta \cdot \xi \frac{h}{t_v}$$

donde:

β : función que depende de que el elemento esté o no arriostrado en coronación, y que puede tomar los valores siguientes:

$$\begin{aligned} \text{- coronación arriostrada:} & \quad \beta = \sqrt{\frac{1+v}{2}} \\ \text{- coronación sin arriostrada:} & \quad \beta = 2 \sqrt{\frac{1+v}{3}} \end{aligned}$$

$$\text{siendo } v = \frac{N}{N+G}$$

ξ : factor que depende de la existencia y separación de arriostramientos verticales, que toma el valor:

$$\xi = \sqrt{\frac{s}{4 \cdot h}} > 1$$

En elementos exentos $\xi = 1$

En estas condiciones, la excentricidad unitaria al pandeo simple se expresa como:

$$\eta = \frac{1}{12} \left(-1 + k + \bar{\lambda}^2 + \sqrt{(1 + k + \bar{\lambda}^2)^2 - 4 \cdot \bar{\lambda}^2} \right)$$

$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_e}$ y k representan los coeficientes de imperfección.

En la [Figura V.10] se representan los valores que adopta η en comparación de los propuestos por [FL-90] para las mismas deformabilidades.

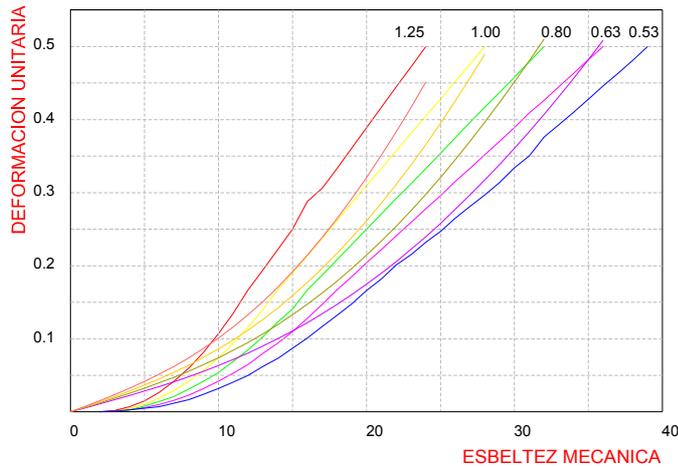


Figura V.10

La excentricidad por deformación, e_p , se expresa ahora como $e_p = \eta (t_v + e_{det})$

donde e_{det} es la excentricidad determinante, de valor $e_{det} = e_2 + \frac{2}{3} (e_1 - e_2)$

La excentricidad de pandeo se expresa ahora $e_f = e_{det} + e_p$

Y el tramo habrá de verificar la resistencia en tres secciones para resultar admisible

- En coronación, con N y e_1
- En el centro, con $N+G_1$ y $e_p + e_{det}$
- En la base, con $N+G_2$ y e_2

4. MÉTODO DE [EHE-98]-HM

El planteamiento es muy similar al del método de Lahuerta. Además, y para facilitar la comparación, las fórmulas de la norma se han reescrito empleando la misma nomenclatura en todo el documento.

La esbeltez se expresada como:

$$\lambda = \beta \cdot \xi \frac{h}{t_v}$$

donde:

t_v el espesor virtual se define como el doble de la mínima distancia entre el baricentro y una recta rasante al perímetro -definición que transcribe la de [FL-90]-.

- β coeficiente que depende de que el elemento esté o no arriostrado en coronación
- coronación arriostrada $\beta = 1$
 - coronación sin arriostrar $\beta = 2$
- ξ tiene el mismo significado anterior, y adopta el valor $\xi = \sqrt{\frac{s}{4 \cdot h}} \leq 1$
En pilares y elementos exentos $\xi = 1$

En estas condiciones, el efecto del pandeo de un elemento de esbeltez λ se considera equivalente al que se produce por la adición de una excentricidad ficticia, e_a , en la dirección considerada, de valor:

$$e_a = \frac{15}{E_c} (t_v + e_{det}) \lambda^2$$

donde E_c Módulo instantáneo de deformación secante del hormigón en N/mm^2 a la edad de 28 días

e_{det} Excentricidad determinante, de valor

- Elementos con coronación arriostrada máximo valor de e_1 en la abscisa z_0 ,

$$\frac{h}{3} \leq z_0 \leq \frac{2 \cdot h}{3}$$

- Elementos con coronación no arriostrada: valor de e_1 en la base.

Además, el tramo habrá de verificar la resistencia en tres secciones para resultar admisible. La comprobación en la zona central implica considerar una excentricidad total de valor

$$e_f = e_{det} + e_a$$

5. MÉTODO DE [EC-6]

Como ya se ha señalado, el Eurocódigo [EC-6] define una excentricidad máxima en la zona central, que se completa con un coeficiente reductor de la tensión admisible, función de la esbeltez y también de la propia excentricidad central. Así, para la comprobación de muros de fábrica [EC-6] propone la fórmula

$$N_{sd} \leq N_{rd} = \Phi_{i,m} \frac{b \cdot t \cdot f_k}{\gamma_m}$$

donde el coeficiente $\Phi_{i,m}$ engloba una doble comprobación, en cima o base del muro y en el quinto central.

La comprobación que tiene en cuenta el efecto del pandeo es la establecida para el quinto central, Φ_m .

$$\Phi_m = (1 - 2 \frac{e_{mk}}{t}) \cdot e^{-\frac{u^2}{2}}$$

donde el coeficiente u toma el valor

$$u = \frac{\frac{h_{ef}}{t_{ef}} \sqrt{\frac{f_k}{E}} - 0,063}{0,73 - 1,17 \frac{e_{mk}}{t}}$$

con $\frac{h_{ef}}{t_{ef}} = \lambda$ (*esbeltez*) $\varepsilon_0 = \frac{f_k}{E}$ (*def. unit. elástica*)

e_{mk} : excentricidad máxima en el quinto central.

La excentricidad máxima en la zona central participa de múltiples aspectos, como son la repercusión de las excentricidades provocadas por la actuación de los forjados, la actuación de cargas horizontales y reológicas, pero tiene en cuenta además una excentricidad accidental, vinculada con las condiciones de ejecución. Desgraciadamente, [EC-6] sólo recoge el valor de esta excentricidad adicional para una de las tres categorías de ejecución que define, introduciendo una importante limitación al método, si bien [Moreno-Navarro, 1.997] recoge otras dos situaciones, pero que no han llegado a la versión definitiva de [EC-6].

Para que la definición de u tenga sentido, la excentricidad no puede superar el valor de $0,62 \cdot t$, aunque esta salvedad es supérflua dado que el método de validación de la sección es el de la *sección eficaz*, método en el que no puede alcanzarse una excentricidad de valor mitad el espesor de la pieza.

Formulado lo anterior, para muros de una hoja, la capacidad resistente por metro de muro se expresa como

$$N_{Rd} = f_d (t - 2e_{mk}) e^{-\frac{u^2}{2}}$$

El término entre paréntesis de la primera fórmula se deduce directamente de la presentada por [EC-6] sin más que realizar las oportunas sustituciones, recoge la comprobación de acuerdo con el *Método de la Sección Eficaz* para la excentricidad central, mientras que el exponencial es el factor reductor señalado. Su valor se representa en la [Figura V.11].

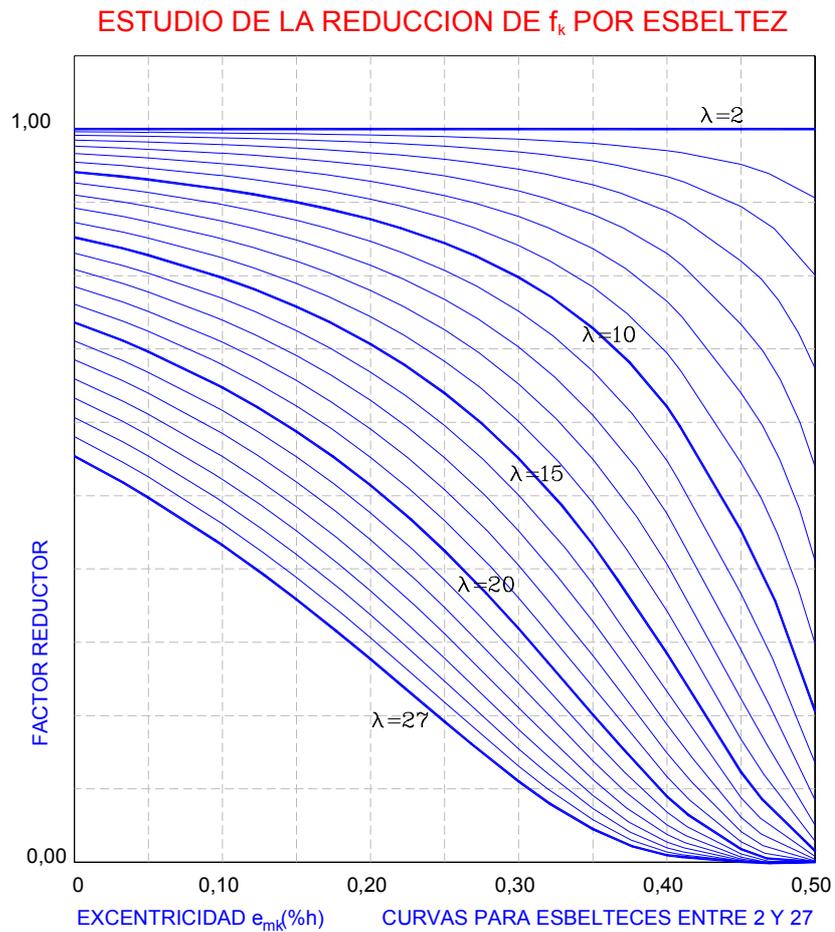


Figura V.11

6. ESTUDIO COMPARATIVO

En el grupo de métodos que calculan la excentricidad del axil en flexopandeo como sistema para garantizar la seguridad de la pieza, la excentricidad señalada se obtiene sumando a la excentricidad máxima actuante en la parte central de la pieza una excentricidad adicional resultado de multiplicar el espesor de la pieza por la excentricidad unitaria al pandeo simple. Esta excentricidad unitaria depende de las características geométricas y mecánicas de la pieza. [NBE-FL-90] y Lahuerta la hacen depender de la esbeltez mecánica y de la deformación unitaria del material, mientras que el método de [EHE-HM] cambia esta última por el Módulo Instantáneo de Deformación Secante, introduciendo -a nuestro juicio-, cierta confusión en el planteamiento, por cuanto el resto de los métodos lo ligan a la deformación unitaria de la fábrica.

Tampoco está claro el tamaño de la zona central de la pieza a considerar: [EC-6] la restringe al quinto central; [Lahuerta, 1.990] la amplía al tercio central, [NBE-EA-95] propone el 40% central para piezas de acero, mientras que [NBE-FL-90] la extiende a la totalidad de la pieza.

Las diferencias entre los métodos de este primer grupo se encuentran en la determinación específica de estos elementos: la determinación de la esbeltez mecánica, la formulación de la excentricidad unitaria de pandeo simple y la excentricidad máxima en la zona central.

En lo tocante al primer punto, los métodos establecen diversas posibilidades, de variada dificultad de determinación, que va desde la lectura directa de una tabla -[NBE-FL-90]- hasta formulaciones analíticas de complejidad variable. La [Figura V.9] es una representación gráfica de los valores de la deformación unitaria propuestos por [NBE-FL-90] en función de la esbeltez mecánica para las diferentes deformaciones unitarias que contempla (1,25, 1,00, 0,80 y 0,63 ‰), y permite apreciar algunos errores de redondeo, siendo el más apreciable el que se produce en la curva correspondiente a 1,25 ‰ y para una esbeltez de 16 -valor que desde estas líneas se sugiere corregir-.

En el gráfico se ha incluido también la representación de los valores que propone [PIET-70] para el caso de una deformación unitaria de la fábrica estimada del 0,53 ‰.

En general, los métodos diferencian entre piezas con y sin coronación arriostrada, sin establecer matices sobre el tipo de elemento arriostrante superior, particularizando seguidamente los valores en función de las distancias entre arriostramientos verticales. [Moreno-Navarro, 1997] introdujo en el debate una certera consideración al señalar que los elementos arriostrantes han de ser forjados de los definidos por las normas, y que resulta muy discutible la introducción de excentricidades y las restricciones al pandeo que pueden introducir los forjados históricos.

Solamente el Eurocódigo [EC-6] e [HISPALYT] permiten el cálculo de elementos arriostrados por tres lados. [EC-6] ofrece además el tratamiento más sofisticado para la determinación de la esbeltez, que llega incluso a establecer matices de acuerdo con el tipo de elemento superior arriostrante. Lamentablemente ninguno de estos métodos aclaran una situación común como es el tratamiento de elementos sin arriostramiento superior, situación para la que el DNA que lo acompaña en su versión española remite a [NBE-FL-90]: una solución que no parece muy afinada, sobre todo cuando semeja sencilla la generalización del método. Otra diferencia entre [EC-6] y el resto de los métodos citados se encuentra en que para la determinación de la esbeltez sólo [EC-6] parte de la altura libre del muro, mientras los otros arrancan de la altura del muro medida entre ejes de forjados.

Algunos métodos incluyen además una limitación de esbeltez máxima. [NBE-FL-90], por ejemplo, establece un límite, variable con la deformación unitaria, comprendido entre 24 y 36 -puede resultar interesante recordar que [PIET-70] del Instituto Eduardo Torroja permitía incluso esbelteces límite de 39 para las fábricas más rígidas- ; [HISPALYT] lo reduce hasta el valor de 20; [EC-6] lo establece - independientemente de cualquier otro criterio- en 27 para la versión española (30 es la esbeltez límite general del documento) a través del DNA, señalando que:

En la Norma FL-90, tabla 5.9, se admite algo más pero realmente no se conoce que se haya empleado en la práctica.

Obviamente, el redactor ha cometido un lapsus al restringirse exclusivamente a las fábricas de ladrillo, como ocurre al citar a [FL-90], se olvida que el Eurocódigo [EC-6] pretende habilitar el cálculo de fábricas de todo tipo, entre ellas las de piedra. Y entre éstas sí hay numerosos ejemplos que superan la esbeltez límite propuesta por el método.

Numéricamente, un muro de 10 cm de espesor arriostrado superior y lateralmente a la misma distancia, y en la situación más ventajosa de rigidez, tendría como límite los 7,2 m de altura según [FL-90] (7,8 según [PIET-70]), que se rebajarían a 3,6 m si careciese de arriostramientos verticales (3,9 m según [PIET-70]). De acuerdo con los valores fijados por el Eurocódigo con DNA español, estas alturas máximas se convertirían en 3,60 m y 3,60 m (4,00 y 4,00 para la versión más tolerante de DNA). La coincidencia de los valores para una separación entre arriostramientos igual a la altura del muro o a una distancia infinita viene producida porque EC-6 no permite considerar la contribución de los arriostramientos verticales si éstos se encuentran separados más de treinta veces el espesor (3,00 m en nuestro caso).

Según [HISPALYT] no se pueden construir muros portantes de menos de 11,5 cm de espesor y tampoco se puede superar la esbeltez máxima de 20, con lo que con un muro de 11,5 cm se podría alcanzar una altura de ¡¡ 2,30 m !!, lo cual, aún interpretando esta restricción de acuerdo con el gráfico que adjunta -que define la altura entre caras interiores de forjado, mientras que todo el documento la establece entre caras superiores de forjado- lleva a que los autores pecaron de prudentes porque con esta limitación no se podría emplear un muro de 11,5 cm para soportar el forjado de una vivienda que cumpla las condiciones de habitabilidad.

Esta razón ha llevado a dejar fuera del estudio esta referencia, pese a lo atractivo del planteamiento del método que introduce. Problemas añadidos han sido la ausencia de una definición analítica del coeficiente Φ pese a haberse puesto en contacto con [HISPALYT] -necesario en caso de este estudio

comparativo dada la falta de precisión de la lectura del gráfico-, amén de otras inexactitudes de la referencia.

Curiosamente, las situaciones para las que [EC-6] permite valores más favorables son aquellas en las que los arriostramientos verticales están a una distancia inferior a la altura del muro... situación que no parece de gran aplicación práctica. Frente a esta situación, [FL-90] no permitía reducción en la esbeltez del muro para situaciones de arriostramientos separados menos que la altura del muro.

En lo tocante a la excentricidad máxima en la zona central, el tratamiento de [FL-90] resulta menos elegante, al establecer dos formulaciones alternativas en función de un valor de control. El paso del tiempo se percibe también en esta norma, dada la presencia de numerosas tabulaciones -obteniéndose los valores intermedios por interpolación-, que convierten el cálculo en más tedioso. Los otros métodos se decantan todos por la formulación analítica para la obtención de los distintos parámetros necesarios, que redundan en una programación más sencilla.

Como ya se ha señalado, el Eurocódigo [EC-6], define una excentricidad máxima en la zona central, que se completa con un coeficiente reductor de la tensión admisible, función de la esbeltez y también de la propia excentricidad central. De acuerdo con el profesor Lahuerta, el factor reductor Φ es empírico y sin fundamento teórico.

Formulado lo anterior, para muros de una hoja, la capacidad resistente por metro de muro se expresa como:

$$N_{Rd} = f_d (t - 2e_{mk}) e^{-\frac{u^2}{2}}$$

fórmula que se deduce directamente de la presentada por [EC-6], sin más que realizar las oportunas sustituciones. Empleando los métodos anteriores de pandeo, la expresión de comprobación se escribiría como:

$$N_{Rd} = f_d (t - 2e_f)$$

Para hacer comparable los valores resultantes de la condición de pandeo obtenidos con este método frente a los otros del grupo, es preciso convertir el valor de la reducción de la tensión en excentricidad. Para ello se introduce una excentricidad corregida ficticia, tal que:

$$(t - 2e_{mk}) e^{-\frac{u^2}{2}} = t - 2e_f$$

Lo que lleva a un valor de:

$$e_f = \frac{t}{2} \left(1 - e^{-\frac{u^2}{2}}\right) + e_{mk} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

Obviamente, esta transformación hace que la excentricidad obtenida no pueda superar la mitad del ancho de la pieza, dado que este valor la inhabilita desde el punto de vista resistente.

Otra diferencia de este método reside en que considera la altura libre del elemento frente a la altura a ejes que utiliza el resto. En el análisis que se desarrolla seguidamente se ha considerado que la altura libre se reduce en el espesor de un forjado de tipo usual en edificación -de 25 a 30 cm de canto-.

7. SOBRE EL MÓDULO DE YOUNG.

Un problema añadido al estudio es el módulo de deformación con el cual se vincula cada método. [NBE-FL-90], en su artículo 5.2.4, establece que el módulo de deformación puede establecerse mediante ensayos, pero que:

es necesario que los ensayos se realicen a lo largo de un plazo suficiente, para que tenga lugar una deformación reológica que permita evaluar su valor final estabilizado.

En la formulación que propone como alternativa al ensayo, se insiste en esta idea cuando habla de la deformación unitaria de la fábrica a largo plazo. Por tanto, se identifica el valor propuesto como el módulo de deformación secante diferido.

Lahuerta propone diferenciar (apartado 86.9) entre un módulo de deformación instantáneo de la fábrica y un módulo de deformación diferido, que, para fábricas de ladrillo, coincide con el de [FL-90]. Este autor asigna coeficientes de fluencia de valor igual a 2,5 para ladrillos cerámicos y de valor igual a 1,5 para piedra dura y 2,0 para la blanda.

[PIET-70] distingue entre módulo de deformación inicial, E_0 , módulo de deformación en el límite de la capacidad resistente, $0,5.E_0$, y módulo de deformación bajo cargas de servicio, $0,8.E_0$. El valor de E_0 lo fija como producto de un coeficiente por una tensión, σ_r , que por el contexto parece ser la de rotura. El problema es que no define una relación entre la resistencia característica de la fábrica, σ_k , y la tensión que acabamos de señalar, a no ser que se adopte la conservadora solución de igualarlas.

[EHE-98] señala que, para el cálculo de la excentricidad ficticia de pandeo, se empleará el módulo instantáneo de deformación secante. Este hecho se ha tenido en cuenta al realizar los cálculos.

Para completar este repaso general, [EC-6] (art. 3.8.2 y Anexo A) diferencia entre el módulo de elasticidad secante instantáneo, E , el módulo para estados límites de utilización, $0,6.E$, y el módulo de elasticidad secante diferido, E/φ , señalando que para el cálculo de pandeo el módulo a utilizar es el primero. En lo tocante a los valores del coeficiente de fluencia φ , establece los valores de $\varphi= 1$ para piezas de arcilla y $\varphi= 0$ para piezas de piedra natural. Por mor de una mala definición esto implica que, para piezas de arcilla, el módulo instantáneo coincide con el diferido (!!!), y que, para fábricas de piedra, el módulo diferido toma un valor φ infinito!!.

El método de cálculo de la sección eficaz es un método de cálculo en agotamiento. ¿Se puede ignorar el efecto de la fluencia en estas condiciones? ¿Qué valor del módulo se debe emplear en la formulación?

V.3 MÉTODO APLICADO

El objeto del estudio fue el análisis comparativo de los resultados del tratamiento del pandeo efectuado por los distintos métodos.

El método desarrollado ha tenido muy presente el tipo de resultado que se pretendía obtener. El objetivo era doble:

- obtención de una rutina informática de cálculo que permitiese la comprobación de un muro por cada uno de los métodos expuestos
- representación gráfica de los cálculos efectuados, de tal forma que se pudiese desarrollar la comparación de los métodos

El primero de los objetivos ha forzado al desarrollo de unas rutinas de cálculo en un lenguaje de programación. Se optó por el Basic -Quick y Visual- porque se consideró idóneo para este cometido por sus características. El segundo de los objetivos obligaba a la obtención de una salida gráfica. Para ellos se han dotado las rutinas de Basic desarrolladas de salidas tipo *Script*, directamente legible por el programa *AutoCAD*, Estas rutinas generan la información estructurada en diferentes capas, de tal forma que la revisión y comparación de los resultados se realiza de forma directa e inmediata desde el programa *AutoCAD* sin otra dificultad que seleccionar y activar las capas adecuadas.

Este asunto, el manejo de las capas en las que se encuentra estructurada la información, no es tan trivial como parece, por cuanto cada caso de estudio da lugar a un fichero de dibujo que cuenta con 350 capas con información procedentes de los cálculos efectuados. Adicionalmente a éstas, hay otro conjunto auxiliar para formatos y textos-.

El criterio ha consistido en establecer una relación entre cada capa y una situación particular del cálculo, de tal forma que el nombre de cada capa facilitase la información suficiente sobre el cálculo. Para ello el nombre se compone de una serie de campos, empezando por el método de cálculo a partir del cual se ha generado -por ejemplo, FL90, EC6, EHE, LAH(uerta)-; seguidamente se introduce un campo que indica la deformación unitaria -63 por ejemplo-.

Tras éste se añade otro, que indica las condiciones de arriostramiento del cálculo -número de lados arriostrados, tipo de elemento arriostrante , etc- y que es variable para cada método en función de sus particularidades. El nombre se remata con un número que indica la excentricidad en cabeza a que

corresponde, puesto que el planteamiento ha sido establecer valores discretos de la excentricidad en cabeza e iterar las excentricidades en la base. Un nombre de capa sería *FL-100-4A-3*

En cuanto al análisis desarrollado es del tipo conocido *como análisis en variables separadas*: se parte de la modificación de una variable mientras se mantienen constantes todas las demás. Posteriormente se recurre a la variación en una segunda variable y se repite el proceso de variación de la variable base. Este sistema trata de prevenir de interacciones recíprocas y se ha resuelto mediante la creación de bucles anidados para la modificación de cada variable.

Se han analizado muros de una sola hoja y sección rectangular. Para el análisis se han identificado una serie de situaciones típicas, que se han plasmado en un grupo reducido de *Muros Tipo*, Dichos *Muros Tipo* son los que han sido analizados, variando parámetros tales como distancias entre arriostramientos, que se comprobaban para todo el espectro de excentricidades actuantes en cabeza y base, suponiéndose una variación lineal de las excentricidades de aplicación de la carga a lo largo de la pieza-ya que la variación lineal de la excentricidad es el único caso en el que NBE-[FL-90] es aplicable, y es también el de mayor repercusión en la práctica-.

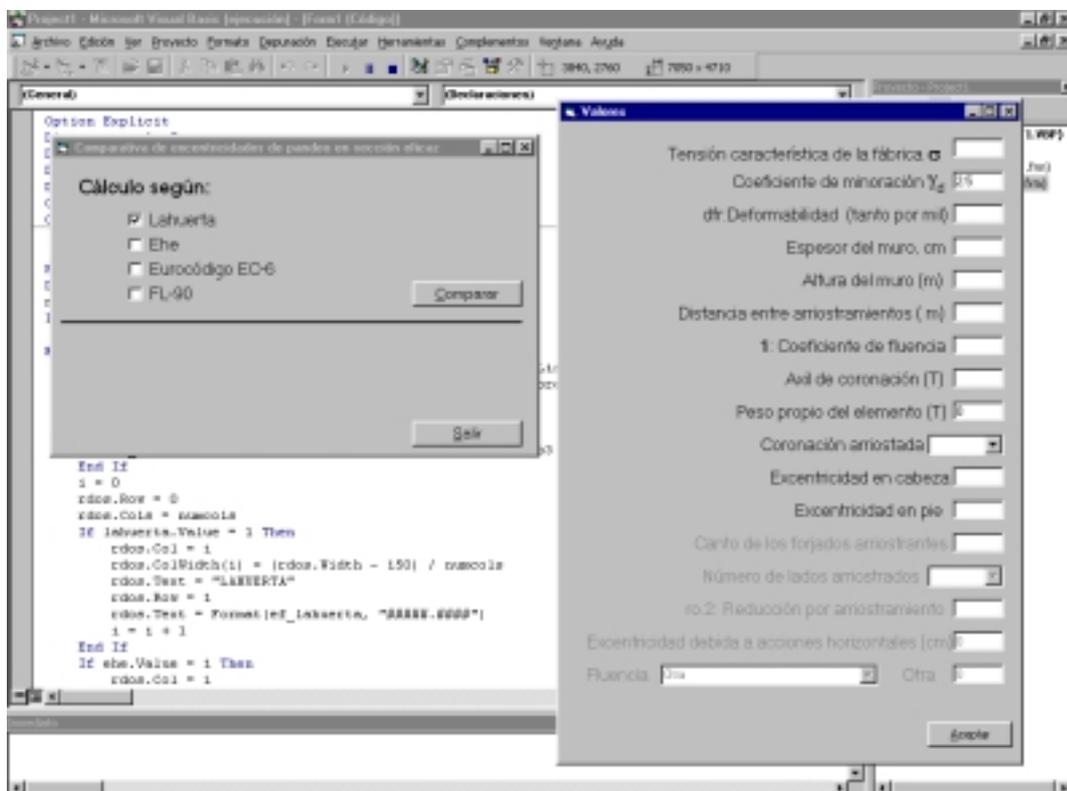


Figura V.12

V.4 ANÁLISIS DESARROLLADO

Se ha buscado una doble vertiente de estudio: analizar los resultados correspondientes a la variación de los diversos parámetros que intervienen en la formulación en cada caso y comparación entre los diversos métodos para una misma situación de partida.

Este objetivo ha obligado a determinar con claridad los factores de los que depende la formulación y a buscar fórmulas de homogeneización cuando los parámetros son dispares. Esta homogeneización se ha realizado a partir de los datos que se exponen seguidamente.

Se han analizado tres situaciones base de elementos arriostrados en coronación:

- Muro de 24 cm de espesor y 3 m de altura
- Muro de 12 cm de espesor y 3 m de altura
- Muro de 12 cm de espesor y 4,5 m de altura.

Dado que el espesor y la altura del muro han quedado establecidas, los parámetros de los que dependerá la esbeltez serán las distintas condiciones de arriostramiento que fije cada norma. En particular, la distancia entre arriostramientos de referencia se ha tomado de 4,5 m para los dos primeros casos y de 6 m para el tercero. Se han estudiado también otras separaciones entre arriostramientos como son las de distancia igual a la altura del muro, así como separaciones de dos y cuatro veces la altura de éste.

Como material de referencia -se han analizado también otras situaciones- se ha escogido un ladrillo perforado de 200 kp/cm² tomado con mortero de 160 kp/cm².

En el estudio del método propuesto por [EHE-98] HM, dado que el planteamiento del método descansa en el valor del Módulo de Deformación Secante Instantáneo, éste se ha determinado mediante el criterio definido por EC-6 para el tipo de fábrica definido anteriormente -resistencias características de 7,84 y 7,13 MPa- y mediante el criterio de [FL-90] afectado del factor de fluencia propuesto por Lahuerta -resistencias de cálculo de 32 y 36 kp/cm²-.

El planteamiento escogido obligó a la identificación de los parámetros de los que depende el cálculo a pandeo de cada método, que se resumen seguidamente. En el análisis se ha pretendido analizar la repercusión de la variación de cada parámetro.

NBE-FL-90

- Muro arriostrado/no arriostrado superiormente.
- Distancia entre arriostramientos sg/párrafo anterior.
- Deformación unitaria. Para la composición de muro definida, la correspondiente es el 0,63 ‰, aunque se han analizado también las correspondientes al 0,8 ‰, al 1,00 ‰ y al 1,25‰, que son los valores que contempla la norma.

Se ha estudiado también la correspondiente al valor de $\alpha = 3000$ de PIET-70, que se ha trasladado al criterio de NBE-[FL-90] como una deformación unitaria del 0,53 ‰. Este valor se corresponde con el propuesto para algunos tipos de fábricas de piedra.

LAHUERTA

- Muro arriostrado/no arriostrado superiormente.
- Distancia entre arriostramientos como anterior.
- Deformación unitaria como en el caso anterior
- Relación entre $N/(N+G)$. En general se ha supuesto el caso límite, pésimo, que resulta de suponer este valor igual a la unidad. Se ha estudiado también la repercusión de que esta proporción sea 1/1,5.

EHE-98

- Muro arriostrado/no arriostrado superiormente.
- Distancia entre arriostramientos como anterior.
- Módulo de Young. Dado que este método depende del valor del *Módulo de Deformación Secante Instantáneo*, se han considerado los valores derivados de la aplicación de [EC-6] y de [FL-90] para la fábrica anterior (resistencias características de 7,84 y 7,13 MPa en el caso de [EC-6] y resistencias de cálculo de 32 y 36 kp/cm² en el de NBE-[FL-90]).

Se hace notar que el valor de E definido en NBE-[FL-90] parece corresponder con el del *Módulo de Deformación Secante Diferido*, razón por la que se ha corregido este valor con el coeficiente de fluencia que propone Lahuerta para el caso de fábricas de ladrillo.

EUROCODIGO EC-6

- Muro arriostrado superiormente exclusivamente. Se ha estudiado además la influencia de que el forjado arriostrante sea de madera o de hormigón.
- Distancia entre arriostramientos como anterior. Dado que el método permite considerar la situación de un solo borde vertical arriostrado, se ha estudiado también este caso.
- Deformación unitaria. Se han considerado dos situaciones, obteniéndose el Módulo de Deformación Secante Instantáneo de acuerdo con el criterio de [EC-6] y también con el de [FL-90] para una deformación unitaria del 0,63 ‰ corregido con el valor del coeficiente de fluencia propuesto por Lahuerta. Bajo este planteamiento se esconde el problema de qué valor de deformación unitaria se considera y de la influencia de ésta en los resultados.
- Deformación por fluencia. Si bien el texto de [EC-6] admite su no consideración en el caso de fábricas de ladrillo, dado que el valor del coeficiente de fluencia que tabula es la unidad, se ha analizado también su repercusión.
- Valores tomados por defecto: la excentricidad accidental se ha tomado igual a la única definida por la norma, correspondiente a la categoría de ejecución B, y se ha supuesto nula la excentricidad por acciones horizontales.

V.5 EXPOSICIÓN DE RESULTADOS

1. ORGANIZACIÓN DE LOS GRÁFICOS.

Cada curva corresponde a un valor constante de la excentricidad actuante en cabeza de la pieza. En abscisas se proponen los distintos valores que puede tomar la excentricidad en pie de la pieza. Por último, en ordenadas se puede leer la excentricidad de flexopandeo que propone el método considerado para la pieza en particular.

Para facilitar la comprensión, en la [Figura V.13] se representa la situación de un elemento en el cual el axil está aplicado con una excentricidad de 3 cm en su parte superior y de 2 cm y sentido contrario en la parte inferior, leyéndose en ordenadas la excentricidad de flexopandeo que el método obligaría a considerar: para ello se selecciona la curva correspondiente a una excentricidad de 3 cm en cabeza, entrándose en abscisas con el valor -2, ya que la excentricidad de sentido contrario se denota como negativa, mientras que en ordenadas se puede leer el valor de 3,12, que sería el valor de la excentricidad de flexopandeo según el método.

A la hora de evaluar los diagramas obtenidos es preciso tener en cuenta las excentricidades mínimas que plantean algunos métodos. Por una parte, la pieza tienen que resultar admisible con el axil aplicado con las excentricidades de cabeza y pie, por lo cual excentricidades de pandeo inferiores al mayor de estos dos valores carecen de sentido práctico.

En el caso del Eurocódigo [EC-6], se debe tener en cuenta además que las curvas obtenidas incluyen una excentricidad mínima de $0,05t$, que actúa como valor mínimo de verificación. Quizás no fuese absurdo completar este mínimo relativo con algún valor mínimo absoluto, ya que para un muro de 12 cm de espesor el mínimo de [EC-6] significa 0,6 cm. Como referencia, la norma [EHE-98] HM establece que la pieza se debe comprobar para los valores de excentricidades extremas de $e+0,05t \geq 2$ cm.

Llegados a este punto, se quiere recordar que una excentricidad igual a la mitad del espesor del muro elimina la capacidad portante con el criterio de la sección eficaz, pero que la aplicación del criterio de [FL-90] basado en los postulados de la Resistencia de Materiales permite admitir como válidas piezas con excentricidades superiores a ésta, tal y como se detalló anteriormente.

La gráfica correspondiente a NBE-FL-90 es tal que nunca proporciona valores de la excentricidad de flexopandeo inferiores a los de la mayor excentricidad aplicada en cabeza o pie. En el resto de los métodos, las gráficas no incorporan estas excentricidades -que la pieza ha de verificar para ser válida. Por ello, y para facilitar la interpretación en estos casos, se representa a trazos discontinuos la gráfica que corresponde a la mayor de las excentricidades de cabeza y pie para cada excentricidad en pie.

Sin duda, lo primero que destaca de las gráficas obtenidas es la diferente forma de la curva: con el criterio de [FL-90], las curvas obtenidas son continuas a ambos lados de un punto de inflexión, mientras que en los otros métodos tienen forma discontinua.

Es también notorio que el valor mínimo de la excentricidad de pandeo a considerar se obtiene para el par de valores $(e_1, -e_1)$. El segundo punto singular -en los métodos en los que se produce- aparece para los valores (e_1, e_1) . Entre ambos puntos, la pendiente de la curva es la menor, incrementándose en ambos bordes extremos.

Es también reseñable que los métodos introducen un valor de excentricidad mínima que se produce incluso con cargas teóricamente centradas en ambos extremos. Incluso para las situaciones más favorables de excentricidades bajas y de signo opuesto, los valores de excentricidad con los que se ha de comprobar la pieza se corrigen al alza.

Por último recordemos que, para los casos usuales de muros que soportan forjados, las excentricidades en cabeza y pie tiene sentidos distintos, lo que en la figura equivaldría a una excentricidad e_2 negativa, dado que e_1 se ha supuesto siempre positiva en este estudio.

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidad en Cabeza, $e_1 = 3 \text{ cm}$; en la Base, $e_2 = -2 \text{ cm}$

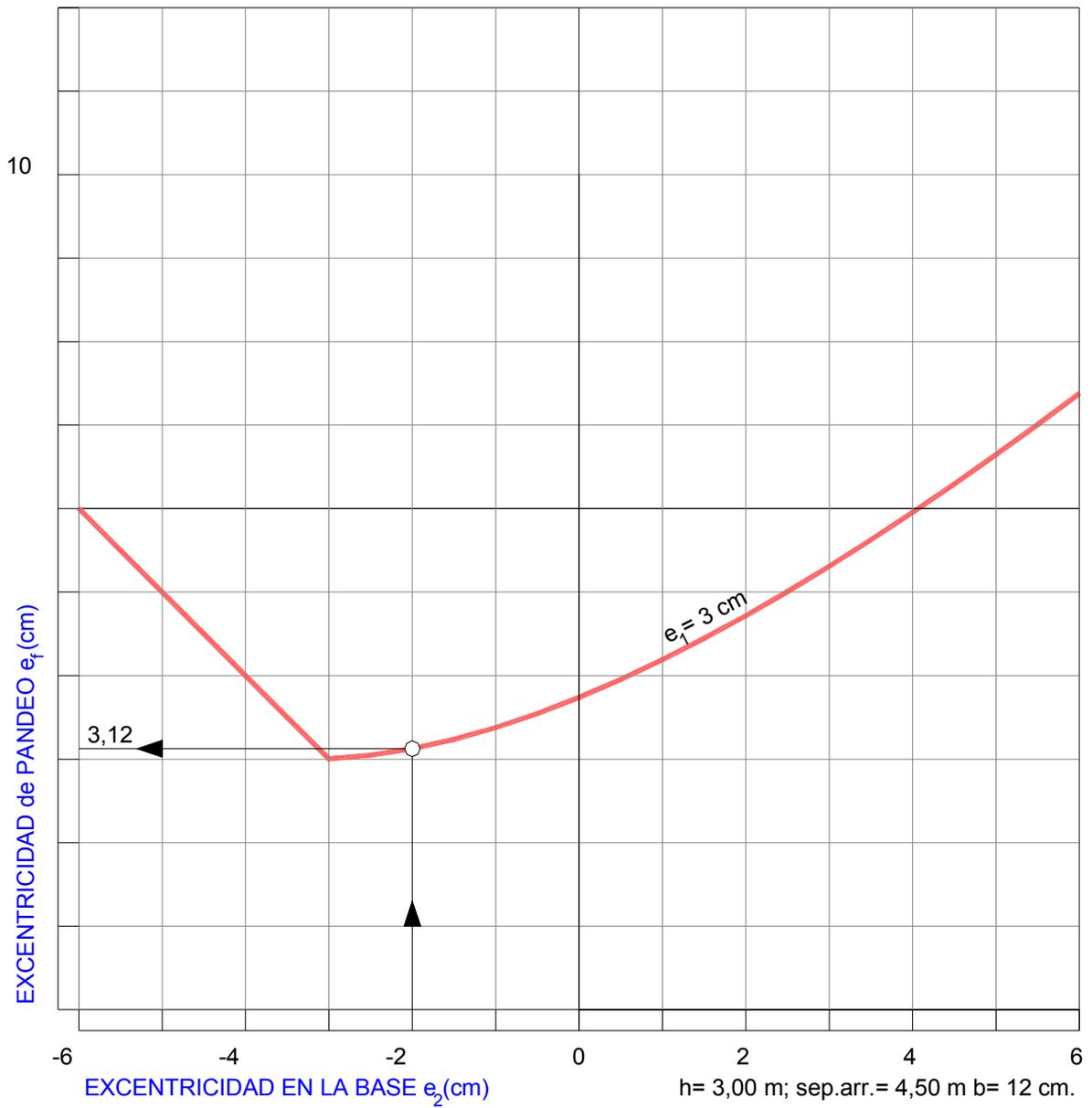


Figura V.13

2. ANÁLISIS DEL CASO 1.

El primero de los muros estudiados -24 cm de espesor, 3 m de altura y una separación base de arriostramientos de 4,5 m- recoge el caso de una esbeltez pequeña, en el entorno de 8 (8,125 / 7,654 / 8,34 / 8,6 según los distintos métodos).

En el caso del método de [FL-90], las excentricidades de flexopandeo son obviamente mayores cuanto mayor es la deformación unitaria de la fábrica y la excentricidad en la aplicación de la carga. Comparativamente, tiene una repercusión mayor la modificación de las condiciones de arriostramiento que el cambio del valor de la deformación unitaria de la fábrica. Además, prácticamente en ningún caso se llega a superar la excentricidad límite de $t/2$.

Las gráficas resultan de valoración muy sencilla por cuanto llevan incluidos los valores de las excentricidades máximas actuantes en cabeza y pie de la pieza. La [Figura V.14] representa las curvas obtenidas para cargas aplicadas con excentricidades en cabeza de valor 0, 1, 2, 3, ..., 12 y para las deformaciones unitarias de 0,53, 0,63 y 0,80 ‰, al tiempo que la [Figura V.14] lo hace para las deformaciones unitarias mayores (1,00 y 1,25 ‰)

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

NBE-FL-90. Deformabilidades de 0,053, 0,063 y 0,080 %

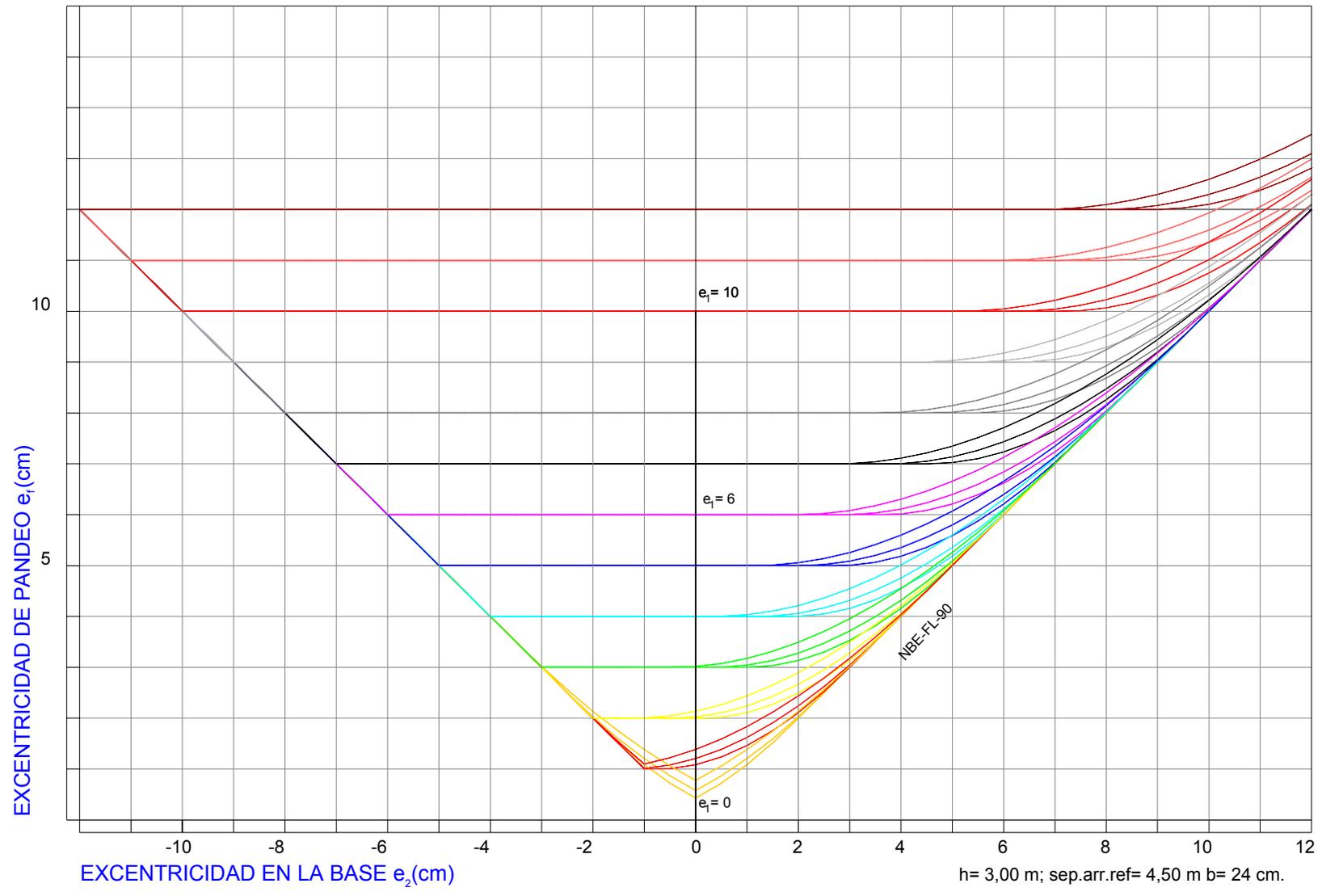


Figura V.14

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

NBE-FL-90 / PIET-70. Deformabilidades de 0,1 y 0,125 %

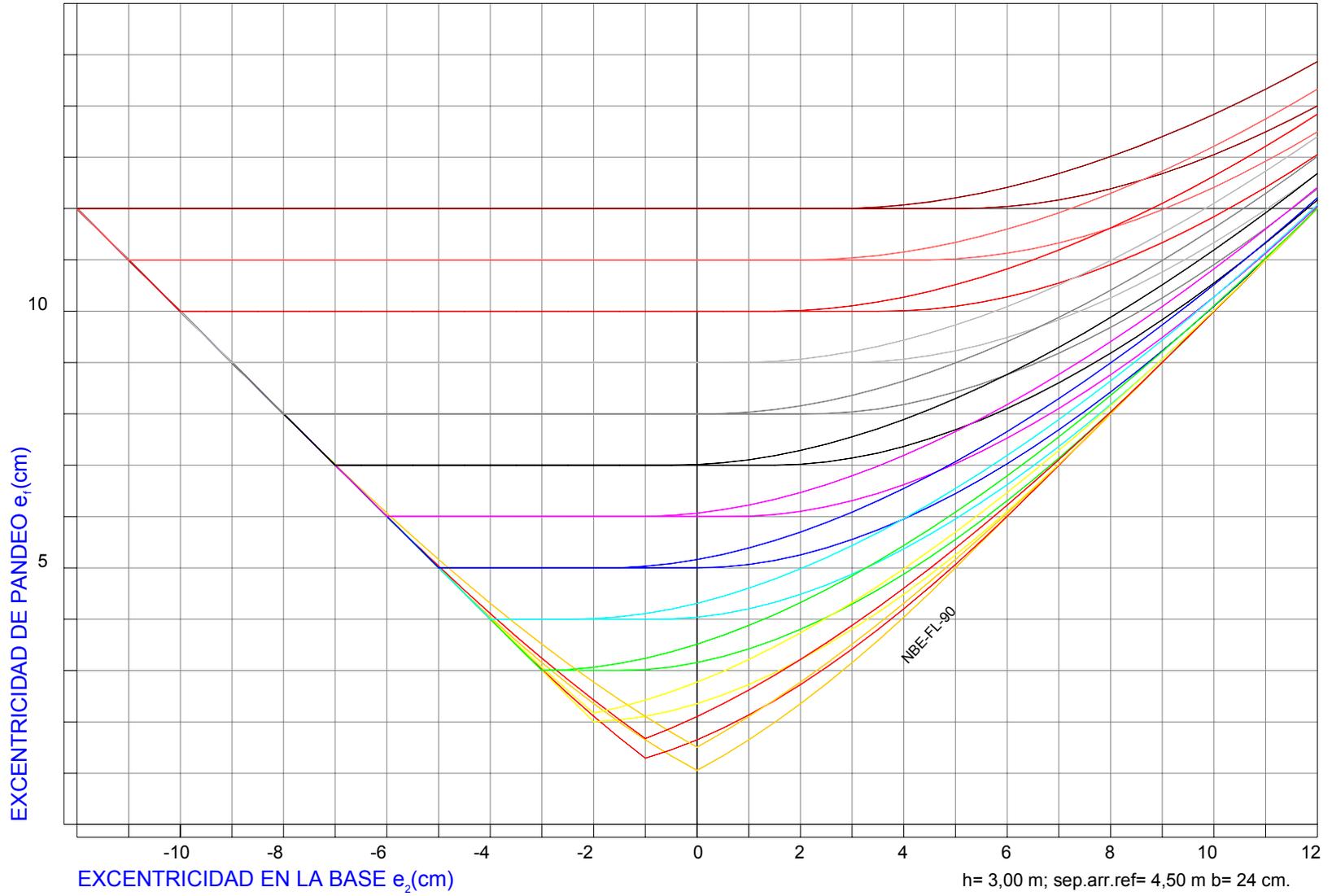


Figura V.15

Con el método de Lahuerta aparece un tipo de gráficas con menores valores de excentricidad de pandeo para las mayores excentricidades en cabeza y mientras que la excentricidad en pie sea negativa y de mayor valor absoluto que la de cabeza. De todas formas, estas situaciones quedan cubiertas casi completamente (al menos en este primer caso) por la mayor de las excentricidades actuantes en cabeza y pie, careciendo de repercusión práctica. Curiosamente, el efecto del pandeo arroja los valores determinantes del cálculo en aquellas situaciones de pequeñas excentricidades. Dado que el método no explicita la comprobación con la excentricidad de cabeza o de pie, para el análisis de estas gráficas es muy conveniente el apoyo de una gráfica que refleje la excentricidad de cálculo correspondiente a las aplicadas en cabeza y pie, y que en numerosas zonas son superiores a las obtenidas por pandeo, de tal forma que éstas no resultan aplicables. La [Figura V.16] representa los valores obtenidos para las mismas excentricidades anteriores y para las deformaciones unitarias del 0,53, 0,63 y 0,80‰, mientras que la [Figura V.17] representa los valores obtenidos para las mismas excentricidades anteriores y para las deformaciones unitarias del 1,00 y 1,25 ‰.

En lo tocante al método de [EHE-98], si bien la forma de las curvas obtenidas concuerda con las del método anterior -y eso con una formulación más sencilla-, los valores se muestran muy sensibles a la variación del módulo de deformación empleado: tan sólo la correspondiente al valor del mayor módulo de deformación se aproxima al resto de las gráficas estudiadas, y siempre con valores superiores. Esto lleva a desechar su análisis para los siguientes casos, si bien la sencillez de la formulación parece reclamarse para la fábrica pero ajustando los resultados. La [Figura V.18] recoge los valores de los módulos de deformación de acuerdo con NBE-FL-90 corregido de acuerdo con la propuesta de Lahuerta, esto es,

$$E_i = 1000 \cdot f_k \quad \text{y} \quad E_i = \varphi \frac{f_d}{\varepsilon}$$

mientras que la [Figura V.19] recoge los valores de los módulos de deformación de acuerdo con [EC-6].

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

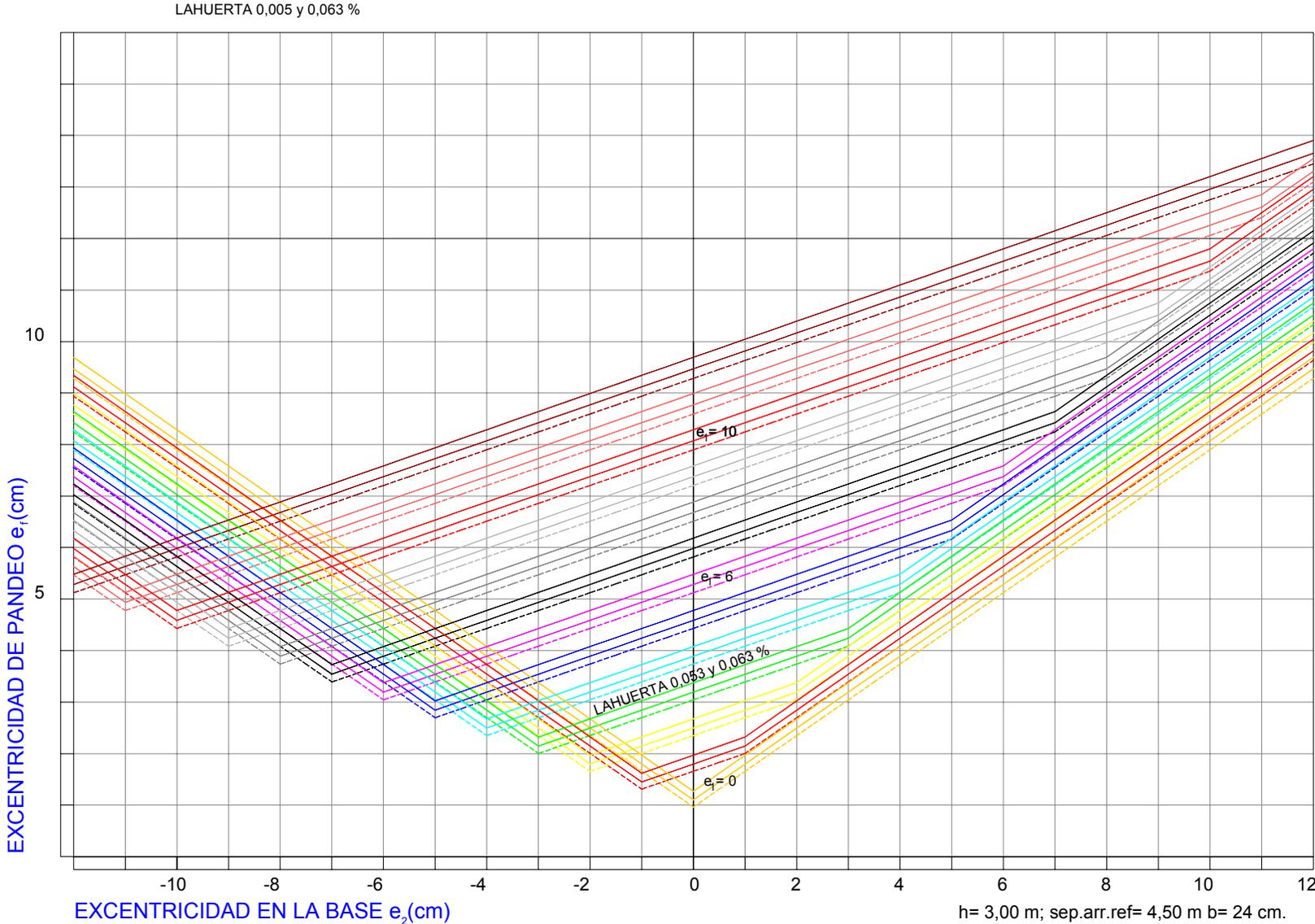


Figura V.16

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

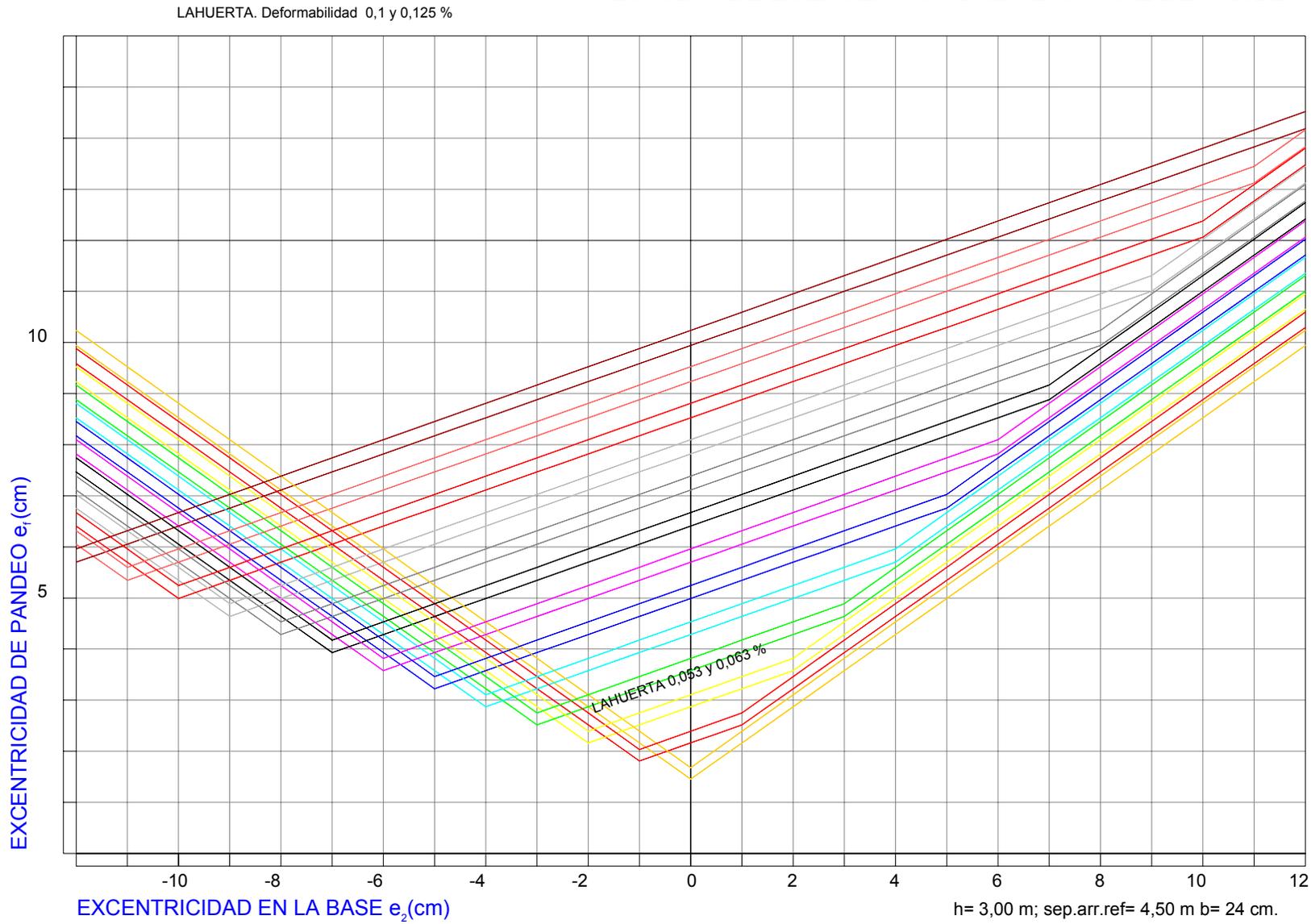


Figura V.17

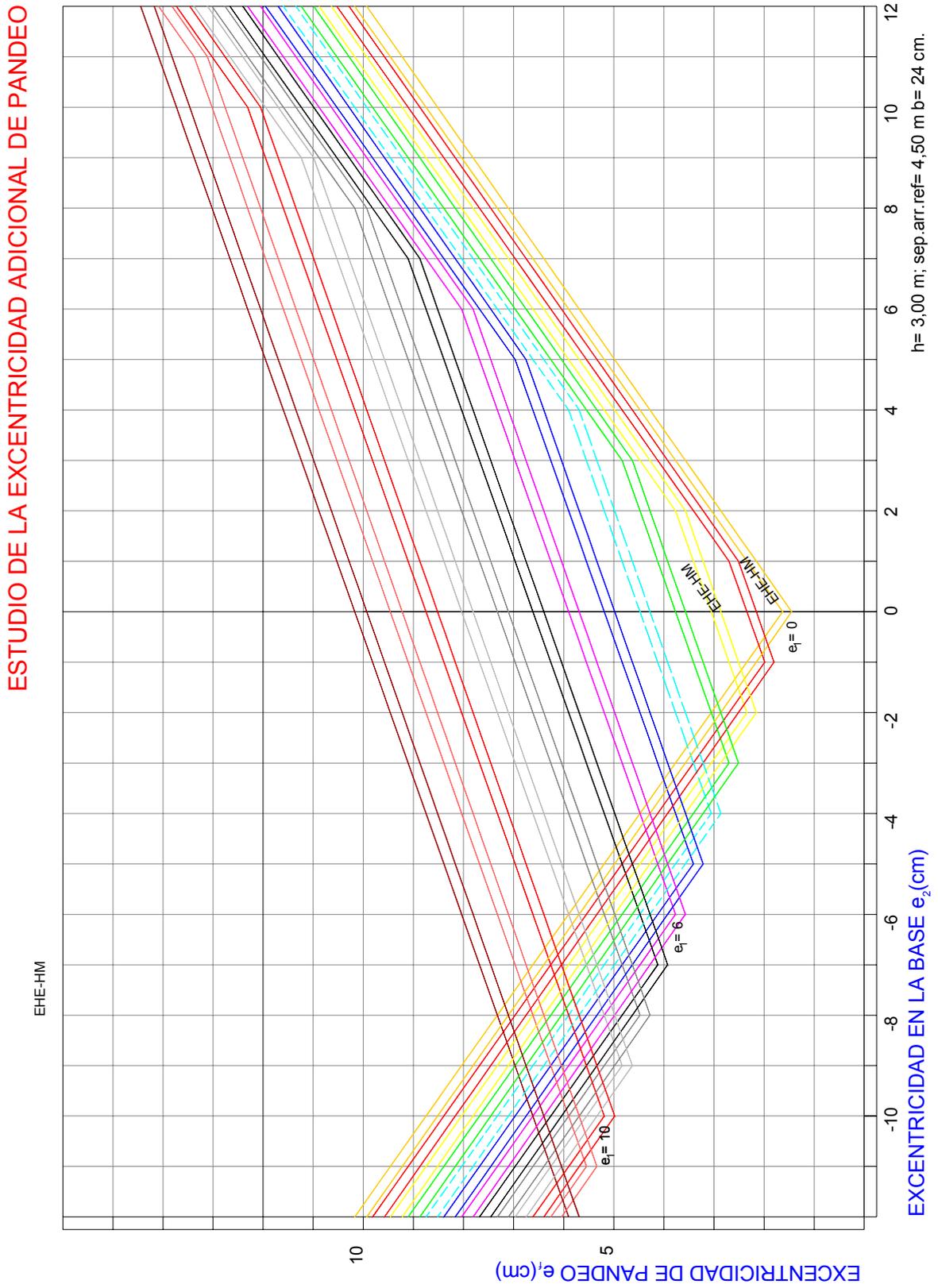


Figura V.18

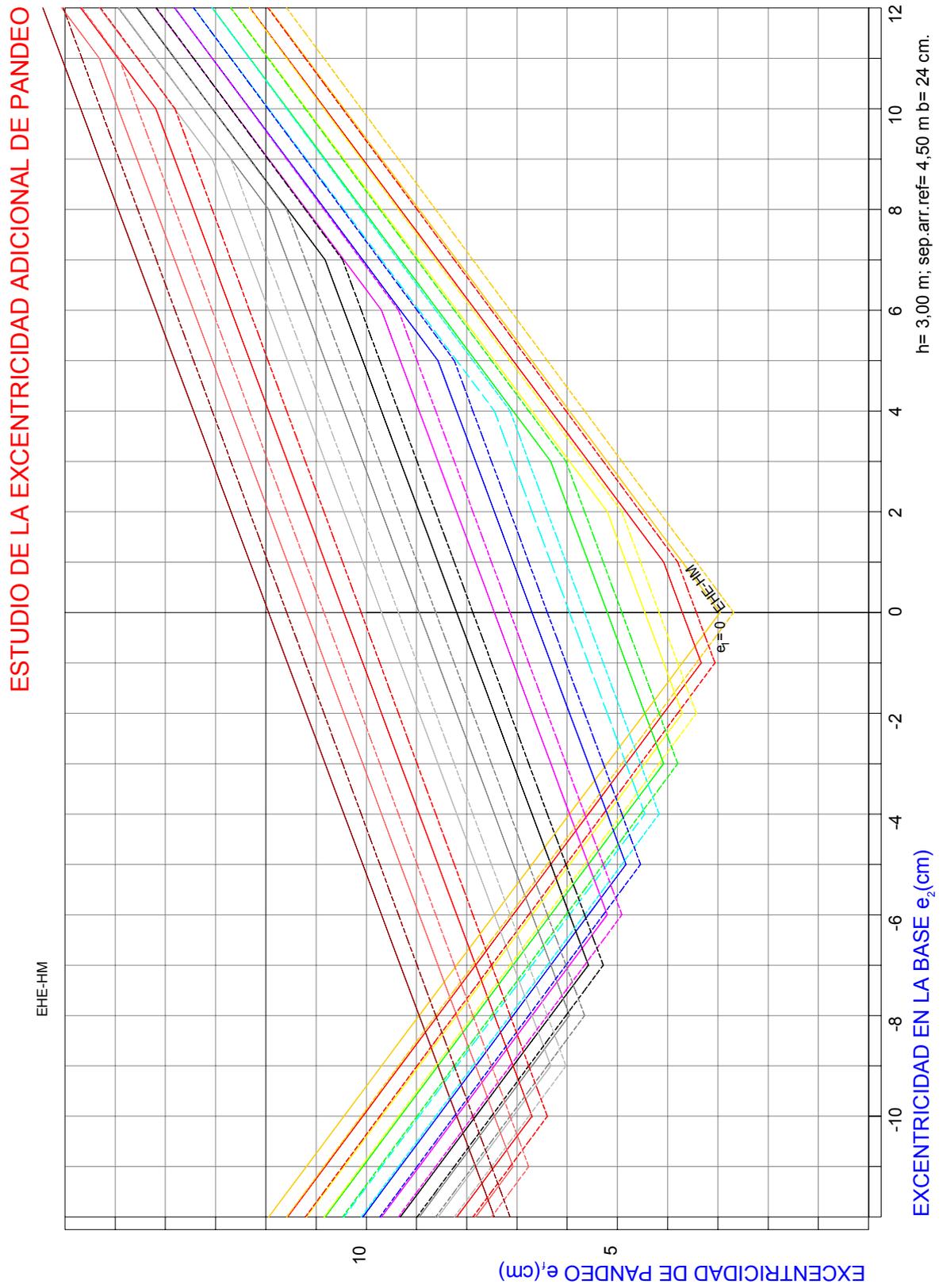


Figura V.19

El Eurocódigo [EC-6] determina una curva propia, característica, en la que aparece claramente definida una zona debido a la excentricidad mínima de flexopandeo consecuencia de la aplicación de la excentricidad mínima de $0,05.t$, constante para todas las excentricidades de la pieza, al contrario que en los casos anteriores. Así, en las curvas que representan situaciones de excentricidad reducida, aparecen tres puntos singulares: dos en el entorno del punto $(e_1, -e_1)$ y otro para (e_1, e_1) . Por el lado izquierdo, las curvas quedan muy alejadas de la excentricidad con la que se ha de verificar la pieza en cabeza y pie. Las gráficas, un ejemplo de las cuales son las [Figura V.20] y [Figura V.21], muestran poca sensibilidad a las diferentes deformaciones unitarias consideradas, si bien se incrementa con la excentricidad de la carga. En la valoración, se encuentra muy próximo el cambio de deformación unitaria de la fábrica con una separación de arriostramientos igual a la altura de la pieza, siguiendo un orden decreciente lógico -separación entre arriostramientos 4,5 con forjado de hormigón, separación entre arriostramientos 4,5 con forjado de madera, separación entre arriostramientos superior a $30.t$. Señalar que la distancia entre estas dos gráficas, muy próximas para excentricidades inferiores a $t/4$, se incrementa al aumentar ésta. Asimismo señalar que las gráficas de distancia entre arriostramientos igual a 4,5 coinciden a partir de excentricidades superiores a $0,33.t$.

En lo tocante a la valoración comparativa entre los métodos, indicar que sólo para altos valores de e_1 y para situaciones con $0 < e_2 < e_1$ tiene trascendencia el cálculo a pandeo en este caso. En lo tocante al método que proporciona los menores valores de excentricidad en este caso, corresponde citar al método de NBE-FL-90, siquiera sea por un margen muy pequeño con [EC-6] debido al criterio de excentricidad mínima que engloba [EC-6] y a los resultados que se producen con altas excentricidades positivas. De hecho, en la zona en que se producen excentricidades que resultan determinantes para el cálculo con valores medios de excentricidad, ambos métodos parecen la curva y una aproximación poligonal a ésta. Seguidamente, pero distanciado, se coloca el método de Lahuerta y, más desfasado, el método de [EHE-98] con el criterio que proporciona el mayor valor para el módulo de deformación secante instantáneo.

Las [Figura V.22] y [Figura V.23], que corresponde a las curvas obtenidas con los distintos métodos para excentricidades actuantes en cabeza de 2 y 4 cm, son un buen resumen de la situación.

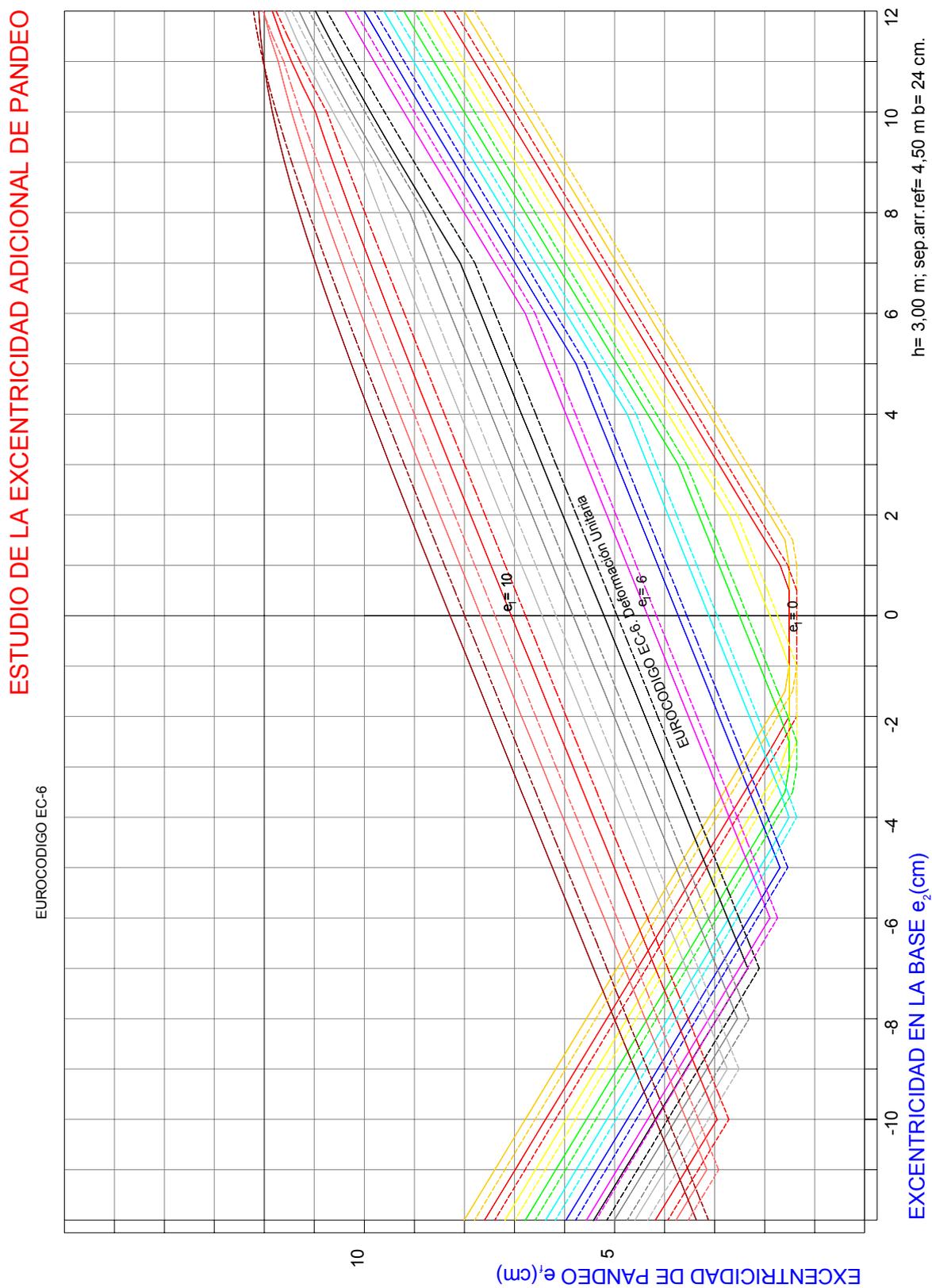


Figura V.20

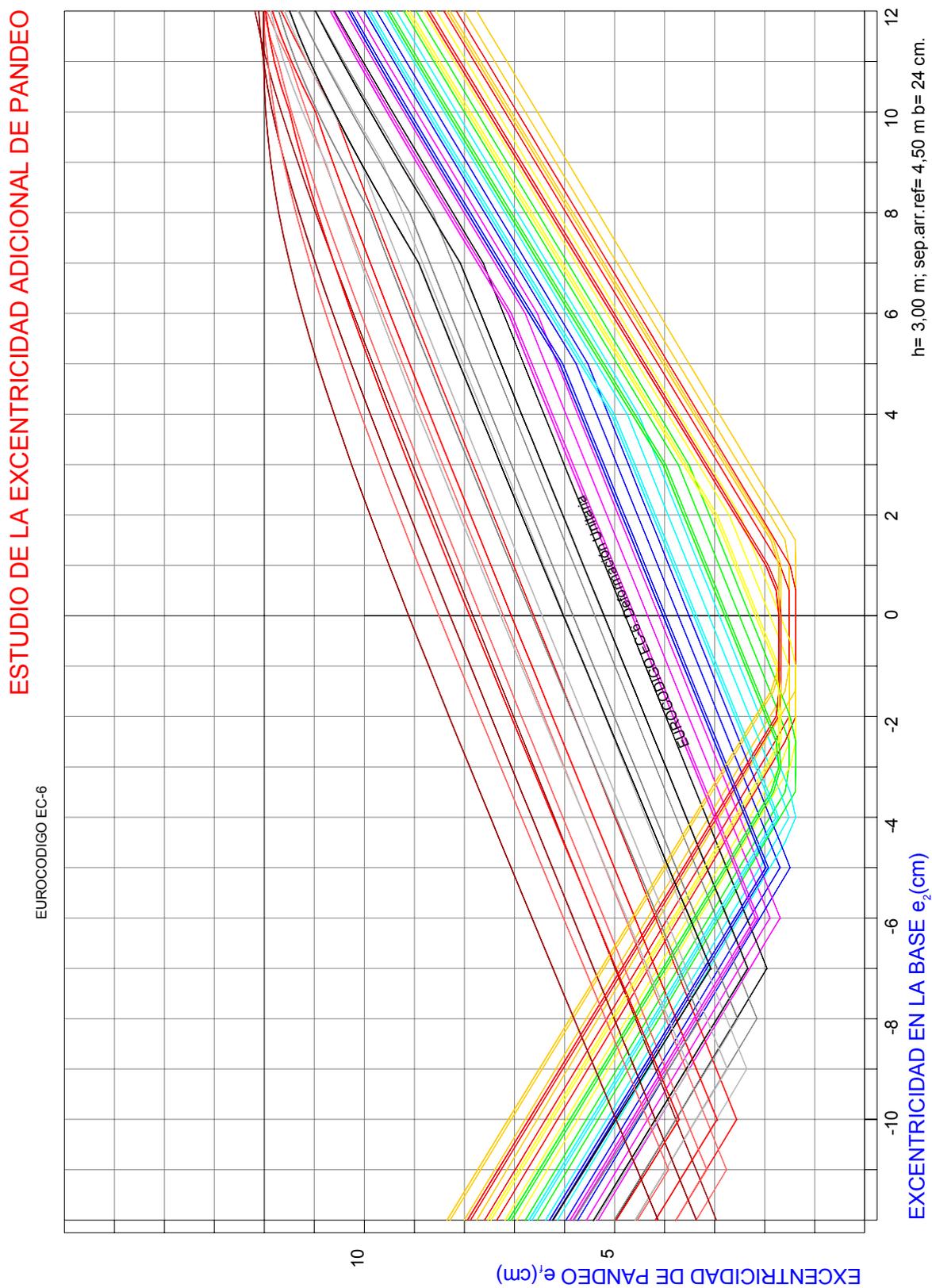


Figura V.21

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

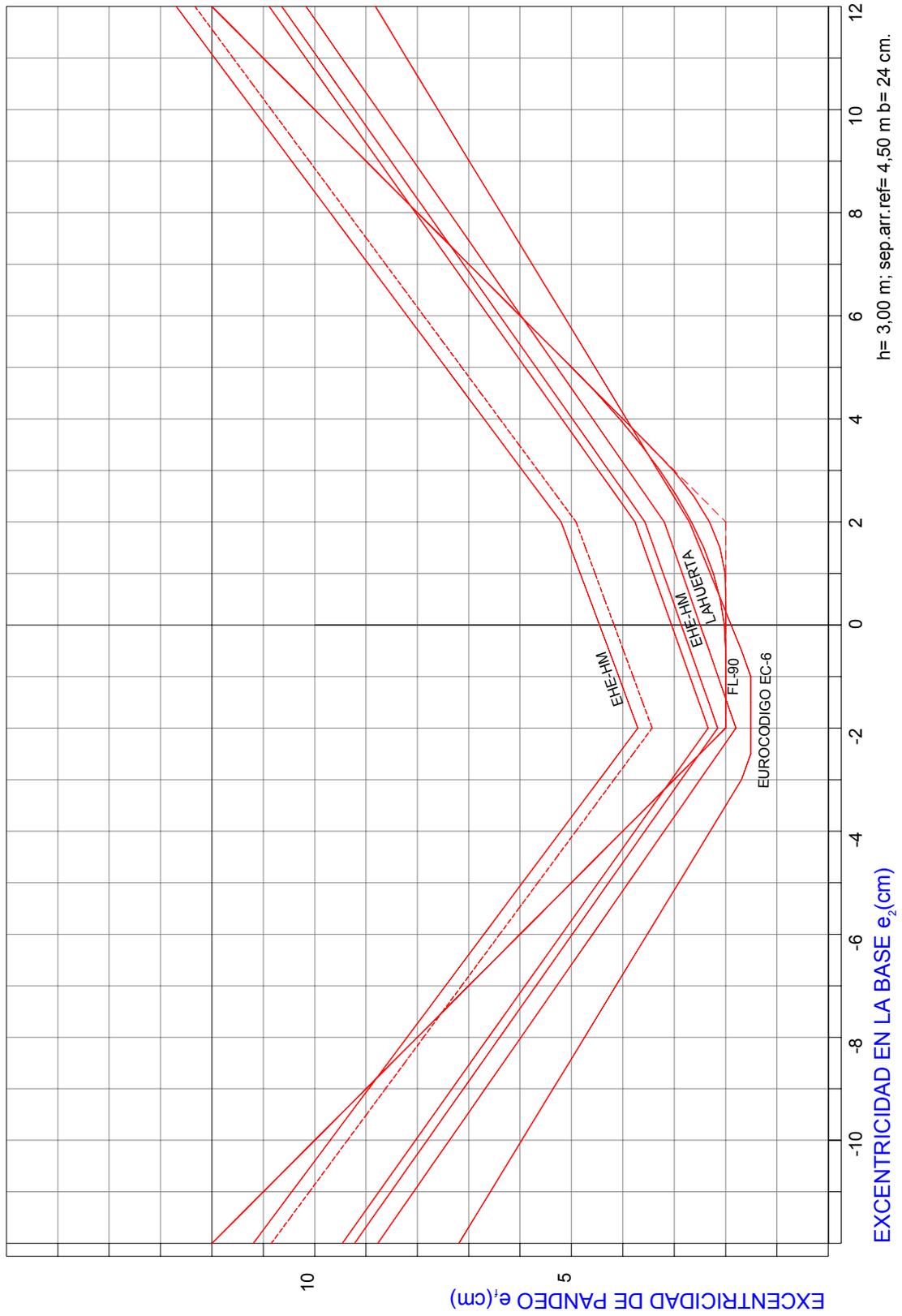


Figura V.22

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

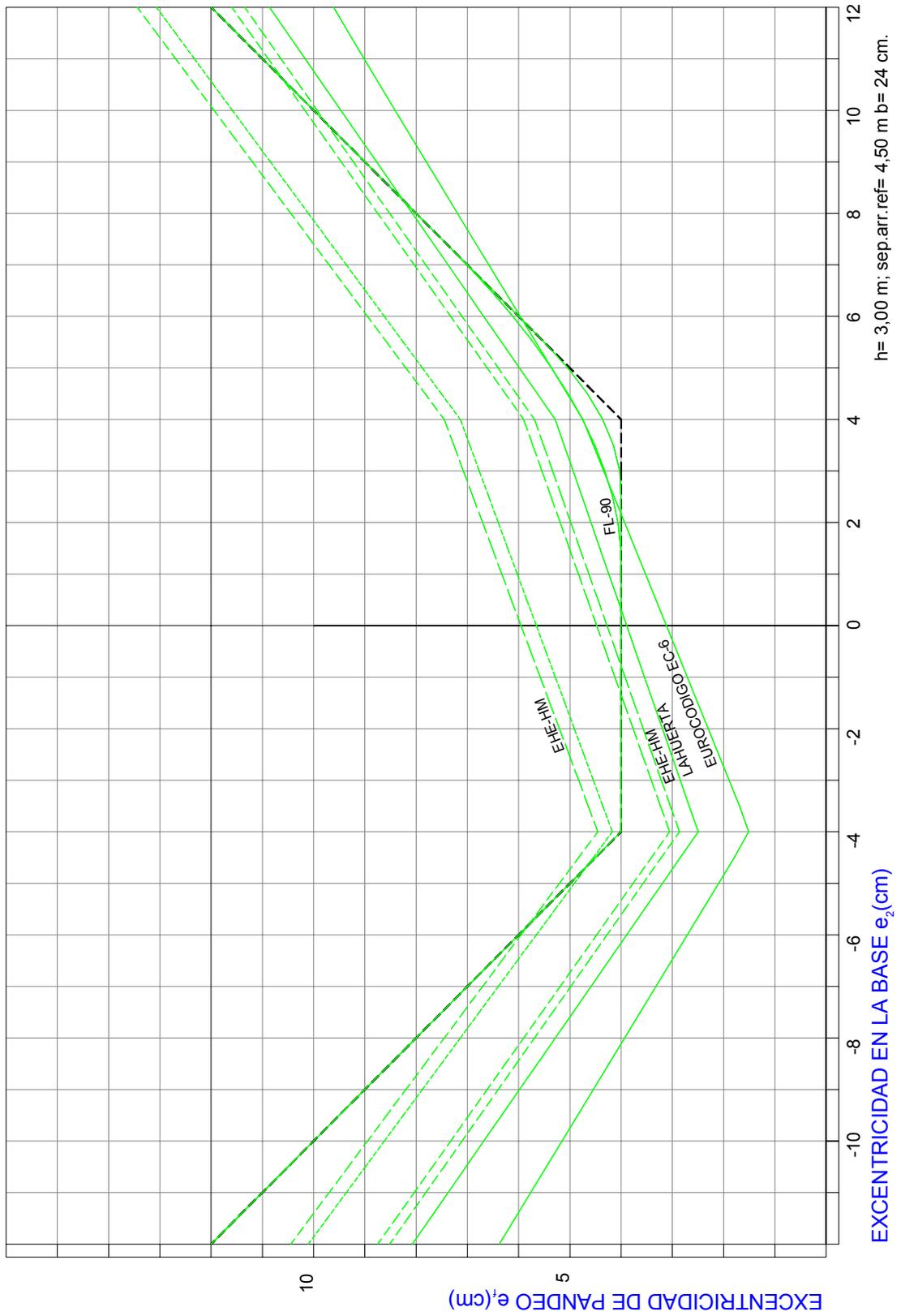


Figura V.23

3. ANÁLISIS DEL CASO 2.

El segundo muro corresponde a un muro de 12 cm de espesor, 3 m de altura y una separación base de arriostramientos de 4,5 m, ejemplo de esbelteces de cierta consideración, en el entorno de 16 - (16,25 / 15,30 / 17,19 según los distintos métodos estudiados-. En este caso, tras una serie de tanteos iniciales, se ha descartado el estudio del método de [EHE-98] con módulos de Young correspondientes a algún tipo de fábrica, dado que, si bien reproducía la forma de las gráficas obtenidas con el método de Lahuerta, los valores resultantes conducían a excentricidades muy altas, con una extraordinaria sensibilidad al valor del módulo de deformación empleado.

En lo tocante al método de [FL-90], son válidos los comentarios que se han reflejado en el apartado anterior. Es de destacar que la excentricidad mínima que arroja el método desaparece aproximadamente en el entorno de las excentricidades (3,-3), para las que el valor de la excentricidad que proporciona el método coincide con 3 -dependiendo de la deformación unitaria-. Para los valores (0,0) (1,-1) y (2,-2), el valor de la excentricidad resultante era superior en todo caso a los valores de las excentricidades aplicadas. El mínimo que aparece en cada curva -y que corresponde con las parejas de excentricidades indicadas-, depende de la deformación unitaria y de las condiciones de arriostramiento. De hecho, las gráficas se vuelven muy sensibles a la separación horizontal entre arriostramientos. Como comentario final, indicar que salvo para los valores más altos, 1,00 ‰ y 1,25‰, pocas situaciones se encuentran por encima de la excentricidad de $t/2$, 6 cm en este caso. La [Figura V.24] muestra las curvas obtenidas para excentricidades en cabeza de 0, 2, 4 y 6 cm con el criterio de [FL-90] para las deformabilidades de 0,53, 0,60, 0,80, 1,00 y 1,25. La [Figura V.24] muestra las curvas obtenidas con [FL-90] para excentricidades en cabeza de 0, 2, 4 y 6 cm y una deformabilidad de 0,60; en este caso se va variando la separación entre arriostramientos de acuerdo con lo expuesto en líneas anteriores.

Con respecto a los resultados obtenidos aplicando el método de Lahuerta, siguen las líneas generales que veíamos en el apartado anterior, con escasos casos en los que se supera la excentricidad de $t/2$ para deformaciones unitarias inferiores al 1,00 ‰. La [Figura V.26] muestra las curvas obtenidas para excentricidades en cabeza de 0, 2, 4 y 6 cm con el criterio de Lahuerta para las deformabilidades de 0,53, 0,60, 0,80, 1,00 y 1,25. La [Figura V.27] muestra las curvas obtenidas con Lahuerta para excentricidades en cabeza de 0, 2, 4 y 6 cm y una deformabilidad de 0,60; en este caso se va analiza también la separación entre arriostramientos de acuerdo con lo expuesto en líneas anteriores.

Los resultados son ahora más favorables que los obtenidos con el método de [FL-90], implicando menores excentricidades mínimas resultantes -salvo para el caso de distancia entre arriostramientos igual al alto del elemento- y también una menor sensibilidad al cambio de deformación unitaria. Los valores obtenidos son muy próximos para la menor deformación unitaria -la que resulta de la trasposición de [PIET-70]-, separándose cada vez más cuanto más aumenta ésta: las curvas derivadas de la aplicación del método de [FL-90] parecen querer ser tangentes a la poligonales obtenidas por Lahuerta, pero siempre con valores superiores. Tanto es así, que si para la deformación unitaria del 0,53 ‰ son prácticamente tangentes, entre las curvas derivadas por el método de [FL-90] para valores del 0,80 ‰ y del 1,00 ‰, se vuelan las obtenidas en aplicación del método de Lahuerta [Lahuerta, 1.990] para las deformaciones del 1,00 ‰ y del 1,25 ‰. En el punto en el que se establece mayor discrepancia es en el análisis de muros arriostrados horizontalmente a una distancia de dos veces el alto, situaciones para las que los resultados obtenidos por el método de Lahuerta se aproximan a los obtenidos con el método de [FL-90] para una distancia igual a vez y media el alto del muro. Para situaciones de muros sin arriostramiento vertical, si bien los valores más ventajosos siguen correspondiendo a Lahuerta, los resultados se aproximan bastante.

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidades $e_1 = \% h$; $e_2 = \% h$.

NBE-FL-90. Excentricidades en Cabeza $e_1 = 0, 2, 4, 6$

s: Separación entre Arriostr.

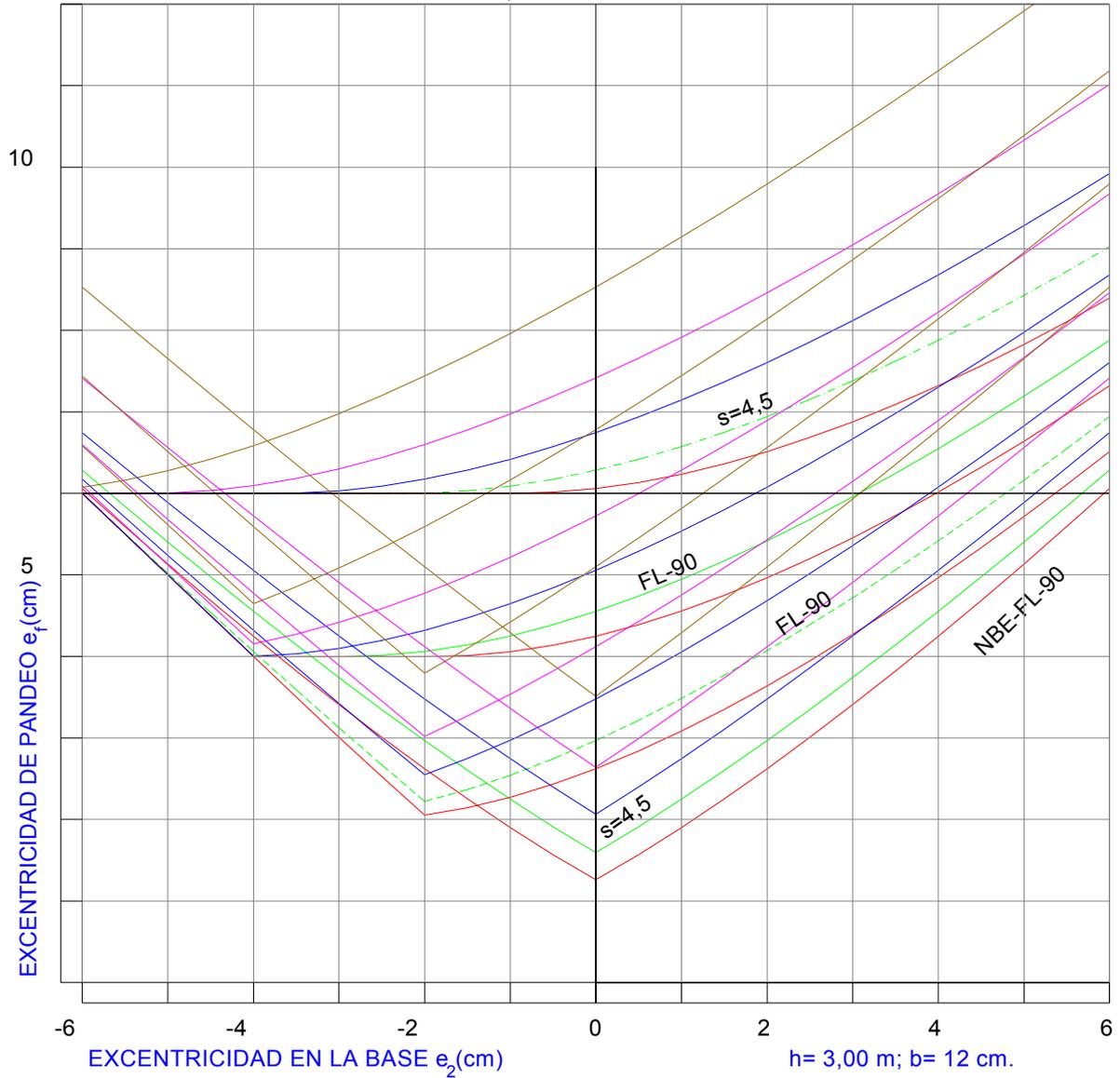


Figura V.24

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidades $e_1 = \%h$; $e_2 = \%h$.

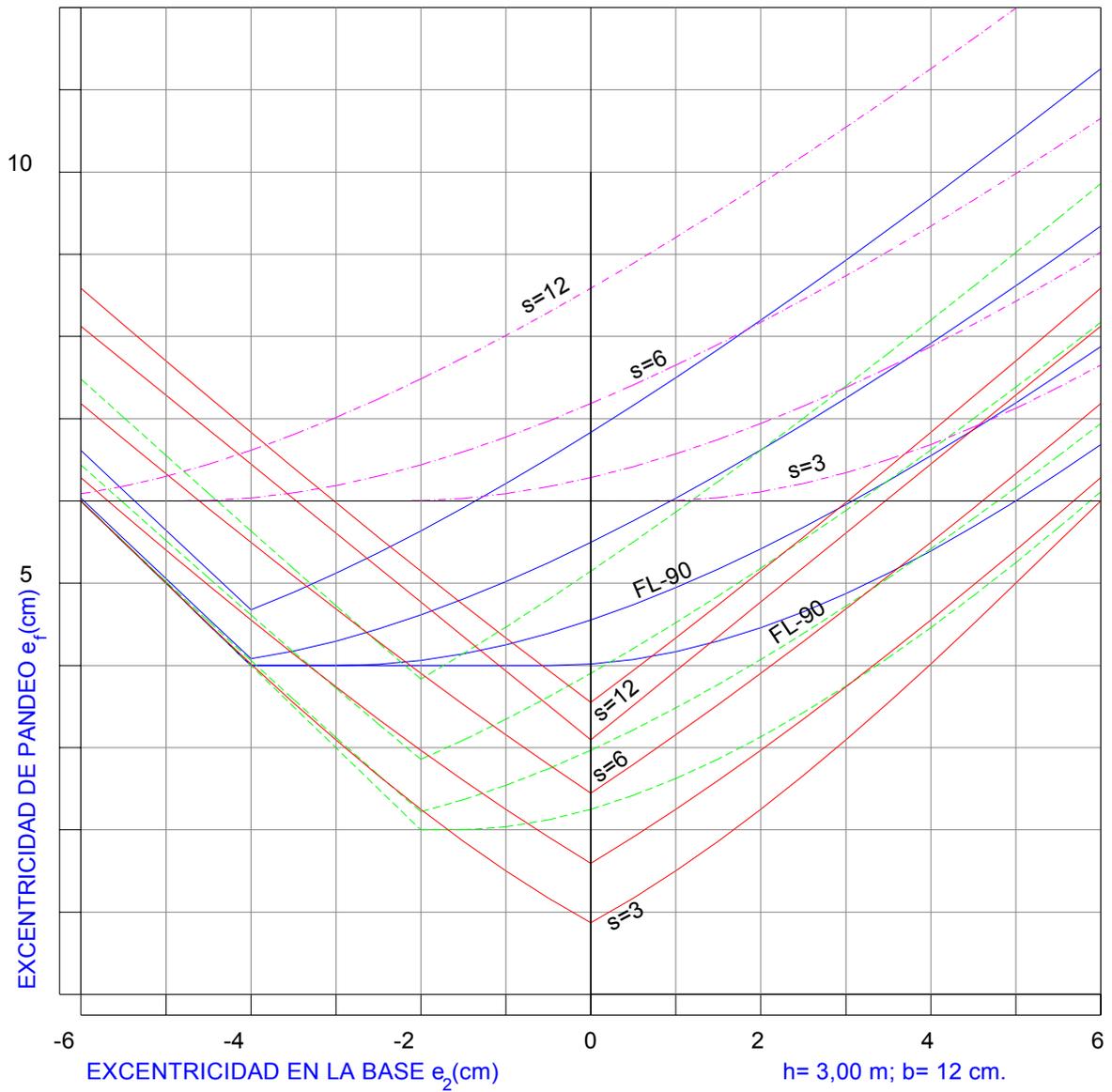


Figura V.25

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidades $e_1 = \%h$; $e_2 = \%h$.

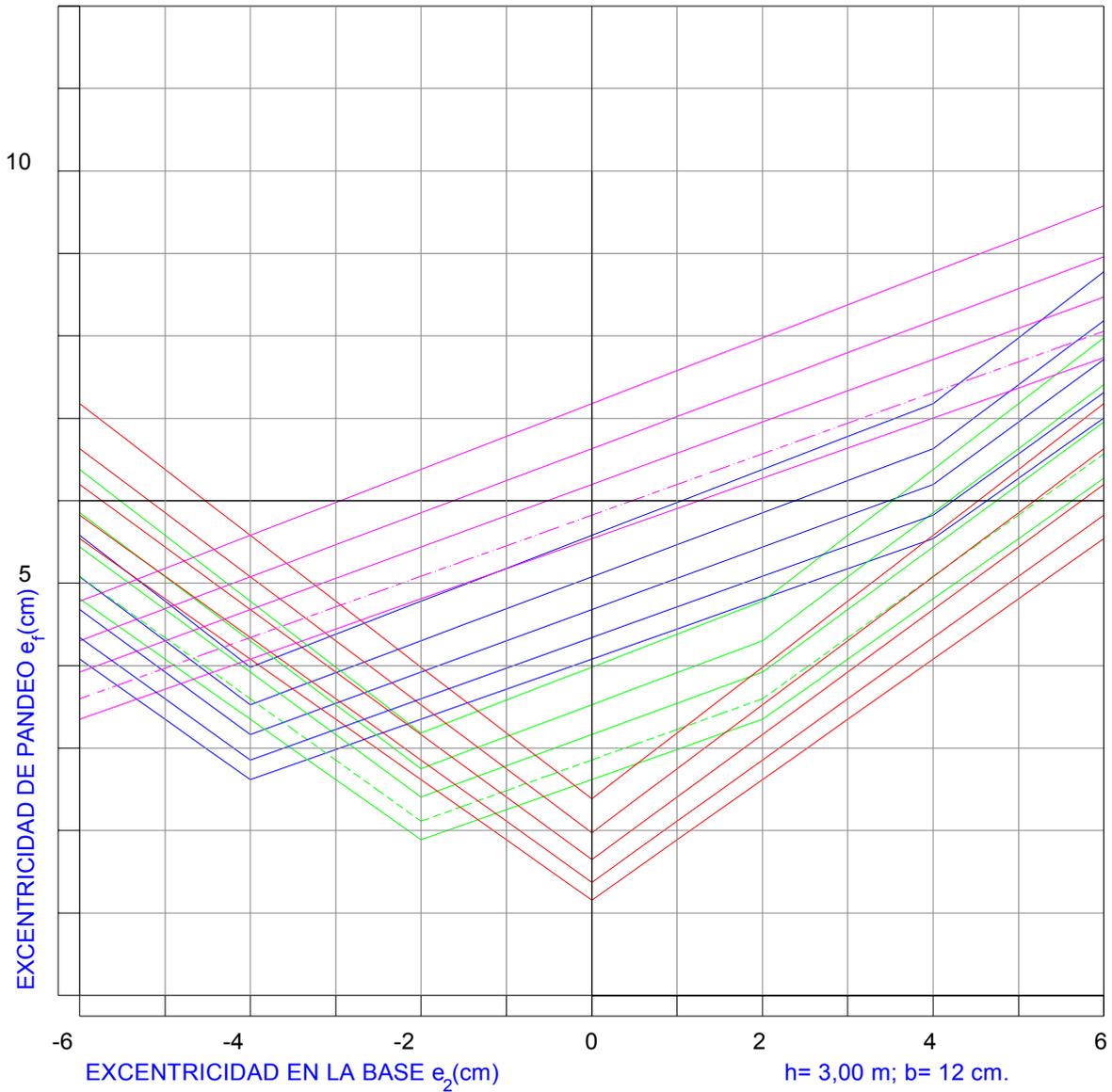


Figura V.26

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidades $e_1 = \%h$; $e_2 = \%h$.

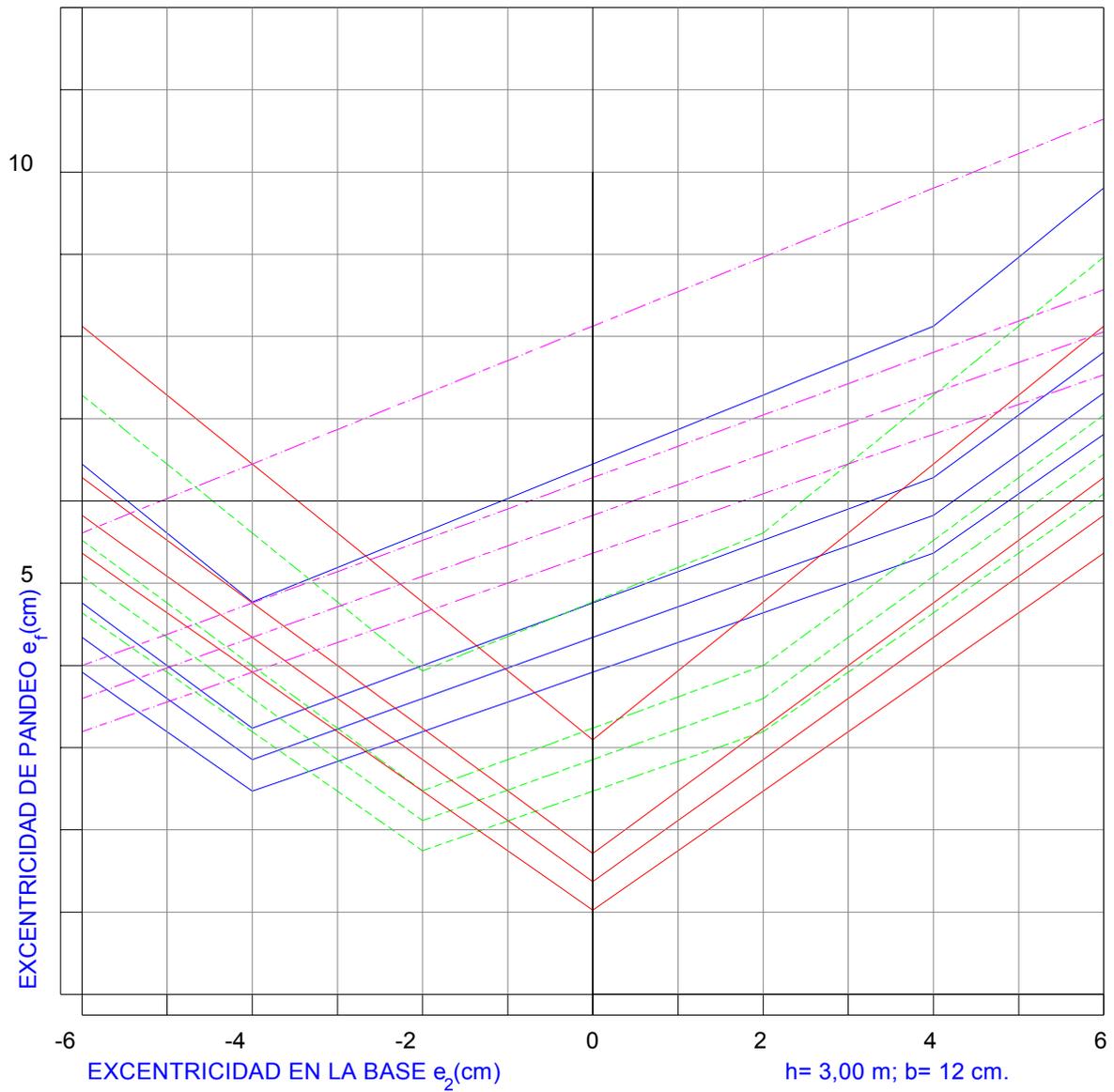


Figura V.27

En el método de [EC-6] no se han analizado situaciones correspondientes a altas deformaciones unitarias, por lo que la comparación de las figuras con las anteriores debe ser cuidadosa. En [Figura V.27] se representan las curvas obtenidas para excentricidades en cabeza de 0, 2, 4 y 6 cm para los dos módulos de deformación considerados; en la [Figura V.29] se realiza una comparación para distintas situaciones de arriostramiento -elemento cuadrado, rectangular, arriostrado exclusivamente en 2 y 3 bordes, con forjado arriostrante de madera y también la consideración de la fluencia para un mismo módulo de deformación. La mayor ventaja del método se obtiene para situaciones con los dos bordes superiores como únicos arriostrados, en las que es notablemente más favorable que los otros métodos. Después de analizar la repercusión de la consideración de la fluencia con el método propuesto por el Eurocódigo, parece difícil entender que en el articulado permita la no consideración de este efecto para fábricas de ladrillo, porque su inclusión se nota. Así el gráfico representa las curvas obtenidas para excentricidades en cabeza de 0, 2, 4 y 6 cm

El método arroja una sensibilidad a los valores de la deformación unitaria más acusados que Lahuerta pero menos que [FL-90], de tal forma que las gráficas obtenidas por Lahuerta se mantienen en el medio de las correspondientes a [EC-6]. Los valores más favorables pueden ser en este orden

- Sep. arriostramientos igual al altura del muro: EC-6, FL-90, Lahuerta
(Si bien en zonas [FL-90] es más favorable)
- Sep. arriostramientos de 1,5 veces el alto del muro: Lahuerta, FL-90, EC-6
- Separaciones superiores a 2 veces el alto del muro: EC-6, Lahuerta, FL-90

Especialmente desventajoso es el método del Eurocódigo para una excentricidad en cabeza de que supere $t/4$ (3 cm), al superar el criterio de semiempotramiento en el forjado superior.

La valoración de este apartado no es generalizable: dependiendo de cada situación particular e incluso de las excentricidades actuantes puede ser más ventajoso uno u otro método, aunque suele ser el del Eurocódigo el que proporciona los resultados más ventajosos siempre que la excentricidad en cabeza no supere $t/4$. Especialmente ventajosos son los que predice para muro sin arriostramientos verticales, suponemos que avalados por un importante análisis experimental.

La [Figura V.30] pretende reflejar las conclusiones anteriores.

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidades $e_1 = \%h$; $e_2 = \%h$.

Excentricidades $e = 0, 2, 4, 6$ EUROCODIGO EC-6 Arriostr. 3 y 4,5. - Forj. H.A./Mad.-Fluencia

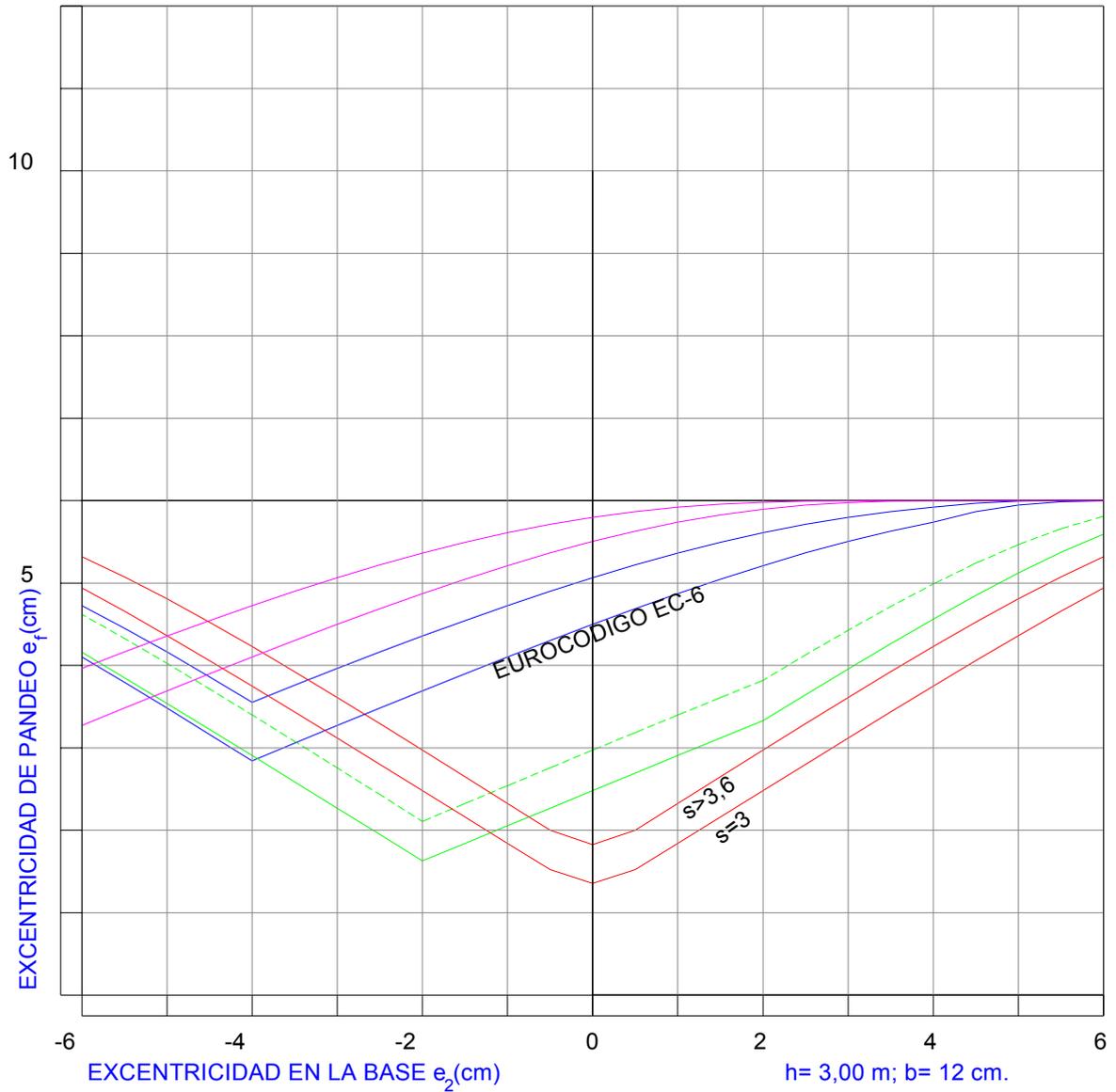


Figura V.28

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidades $e_1 = \%h$; $e_2 = \%h$.

Excentricidades $e = 0, 2, 4, 6$ EUROCODIGO EC-6 Arriostr. 3 y 4,5. - Forj. H.A./Mad.-Fluencia

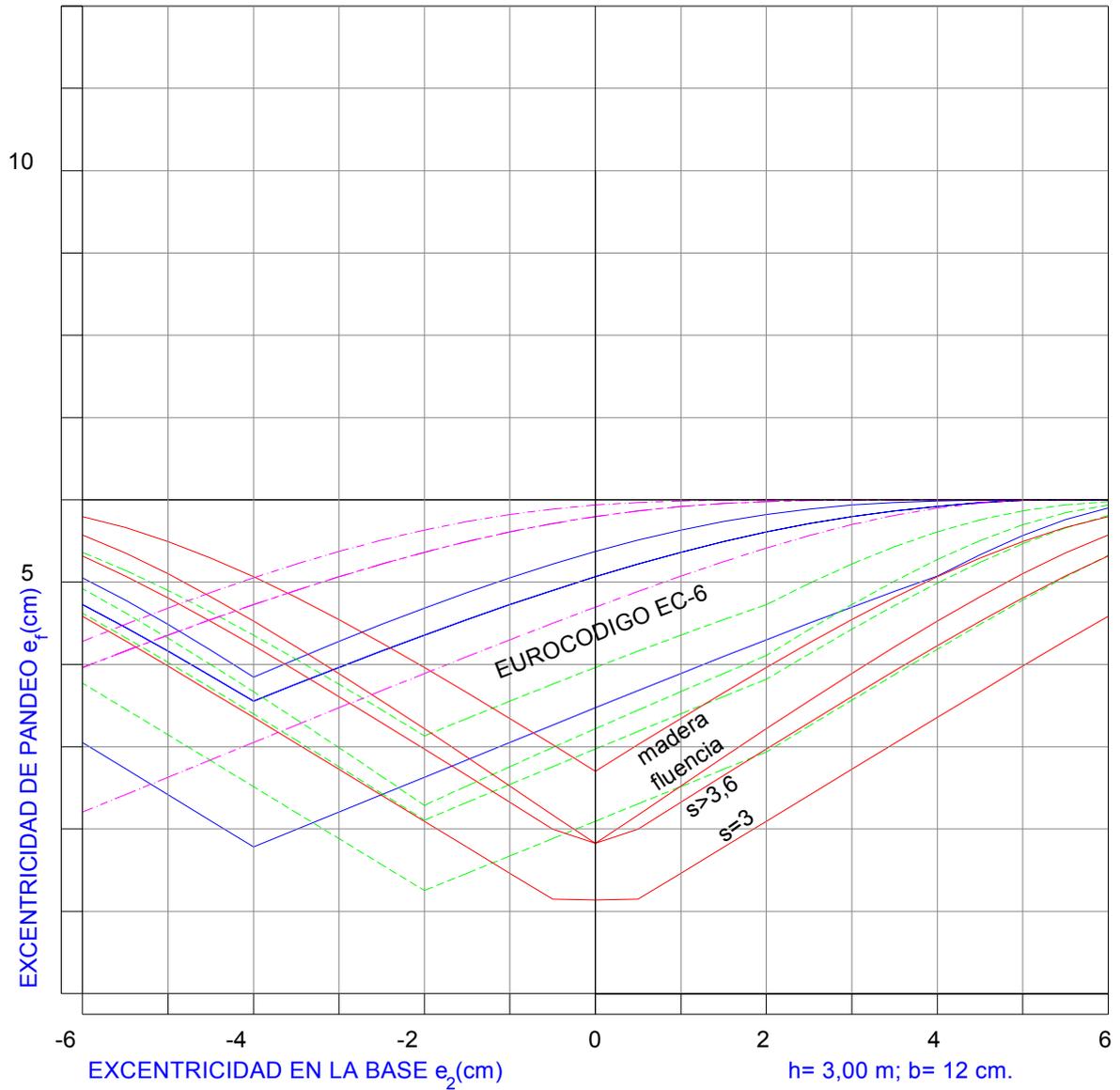


Figura V.29

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidades $e_1 = \%h$; $e_2 = \%h$.

Excentricidades $e = 0, 2, 4, 6$ FL-90, LAHUERTA y EUROCODIGO EC-6

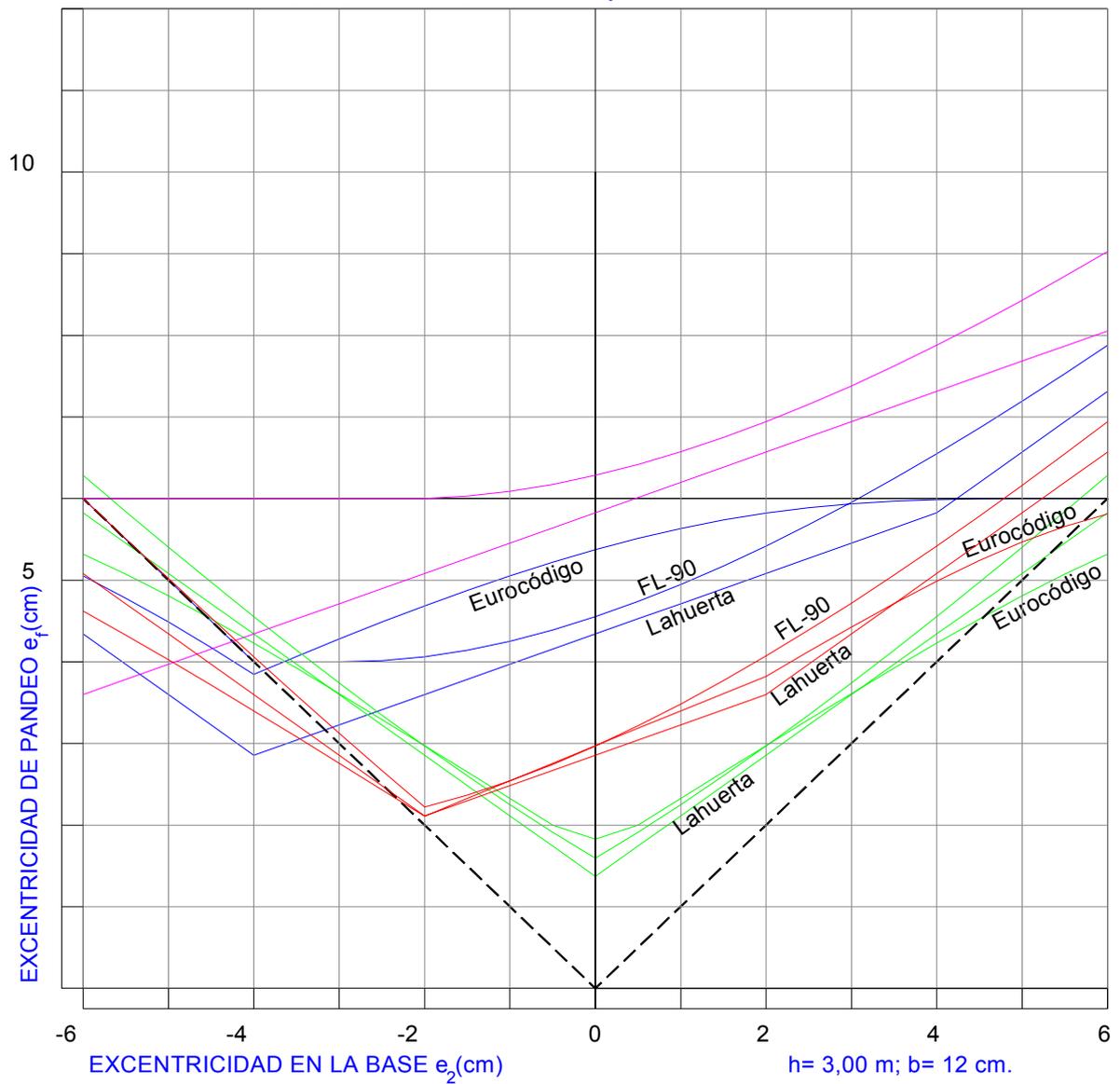


Figura V.30

4. ANÁLISIS DEL CASO 3.

El tercer muro es un caso en el que se busca analizar una situación límite. Corresponde a un muro de 12 cm de espesor, 4,5 m de altura y una separación base de arriostramientos de 6 m, que lleva a esbelteces muy elevadas, en el entorno de 24, lo que al variar las condiciones de arriostramiento o las excentricidades llevan a situaciones por encima de los límites de aplicación en algunos casos. Las [Figuras V.31], [Figura V.32] y [Figura V.33] traducen los resultados obtenidos en este caso para las excentricidades de cabeza de 0, 2 y 4 cm respectivamente.

Llama la atención el comportamiento del método del Eurocódigo, con el cual sólo se producen situaciones admisibles con arriostramiento superior mediante forjado de hormigón y para excentricidades de aplicación de la carga en cabeza que no superen el valor de $t/4$, esto es, 3 cm -debido al cambio en la hipótesis de arriostramiento superior del método-. Esto es, con forjado arriostrante de madera no valdría ninguno.

Llama también la atención que en este método resulte indiferente que los arriostramientos verticales se encuentren a 4,5 m de separación o a 6 m, porque ambos casos los trata como si el muro careciese de arriostramientos verticales al superar las separaciones el valor de $30.t$ (3,6 m en este caso). Obviamente, para la situación de muros sin arriostramientos la situación parece muy ventajosa, tal vez incluso demasiado ventajosa.

Mientras en esta situación la consideración de la fluencia se traduce en un moderado incremento de las excentricidades resultantes -suficiente, eso sí, para no ignorarla-, el cambio en la deformación unitaria empleada sí se traduce en un incremento notable -cerca al cm-.

Las excentricidades mínimas aplicables se incrementan notablemente con respecto al caso 2, al tiempo que aumentan también con la excentricidad actuante en base -al contrario que en el caso anterior-, desplazándose sobre rectas que incrementan la pendiente con la excentricidad actuante en cabeza.

Resulta también notable que la capacidad de carga de la pieza resulte diferente para situaciones de excentricidades como (4,-2) -capacidad nula- y (2,-4) -excentricidad a considerar 5,12-.

En la aplicación del método de [FL-90] el primer comentario que surge es señalar que con una deformación unitaria del 1,25 ‰ los casos admisibles son testimoniales, lo mismo que ocurre para el valor del 1,00 ‰ y excentricidad igual a 5 ó superior. Con las otras deformaciones unitarias existen

situaciones admisibles incluso con altas excentricidades como 5. Sin embargo, para altas distancias entre arriostramientos -a partir de dos veces la altura-, los casos de situaciones admisibles son testimoniales.

Entre las curvas correspondientes a deformaciones unitarias del 0,63 ‰ y del 0,53 ‰, las diferencias oscilan sobre 0,5 cm, reduciéndose para las situaciones más usuales. Sin embargo, lo verdaderamente trascendente es la separación entre arriostramientos verticales: al incrementar la separación de 4,5 a 6 m la excentricidad de pandeo se incrementa en 1 cm; de 6 a 9 m, en casi 2 cm.

En lo referente al método de Lahuerta, la situación es parecida a la anterior, aunque se amplían el número de casos admisibles -por ejemplo, para distancias de arriostramiento de 2h, o para materiales muy deformables-. Si bien en este caso siguen resultando trascendentes la separación entre arriostramientos, las diferencias se han amortiguado: incrementar la separación de 4,5 a 6 m supone aumentar la excentricidad de pandeo en 0,55 cm y hacerlo de 6 a 9 m, repercute en algo más de 1 cm.

En especial, la consideración del porcentaje del peso propio sobre la carga total del muro permite introducir reducciones notables en la excentricidad resultante. En este caso, este tipo de refinamientos puede ser muy conveniente.

[FL-90] arroja su peor comportamiento en las excentricidades extremas, llegando casi a coincidir con los valores propuestos por Lahuerta para excentricidades superiores en 2 cm. En general, y para los casos más usuales, el método más ventajoso es el de Lahuerta, seguido de [FL-90] y finalmente [EC-6]

(Lahuerta es más ventajoso que [FL-90] siempre, y casi siempre lo es también con respecto a [EC-6]).

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidades $e_1 = \%h$; $e_2 = \%h$.

FL-90, LAHUERTA, EC-6. Excentricidad en Cabeza $e_1 = 0$

S: Separación entre Arriostr.

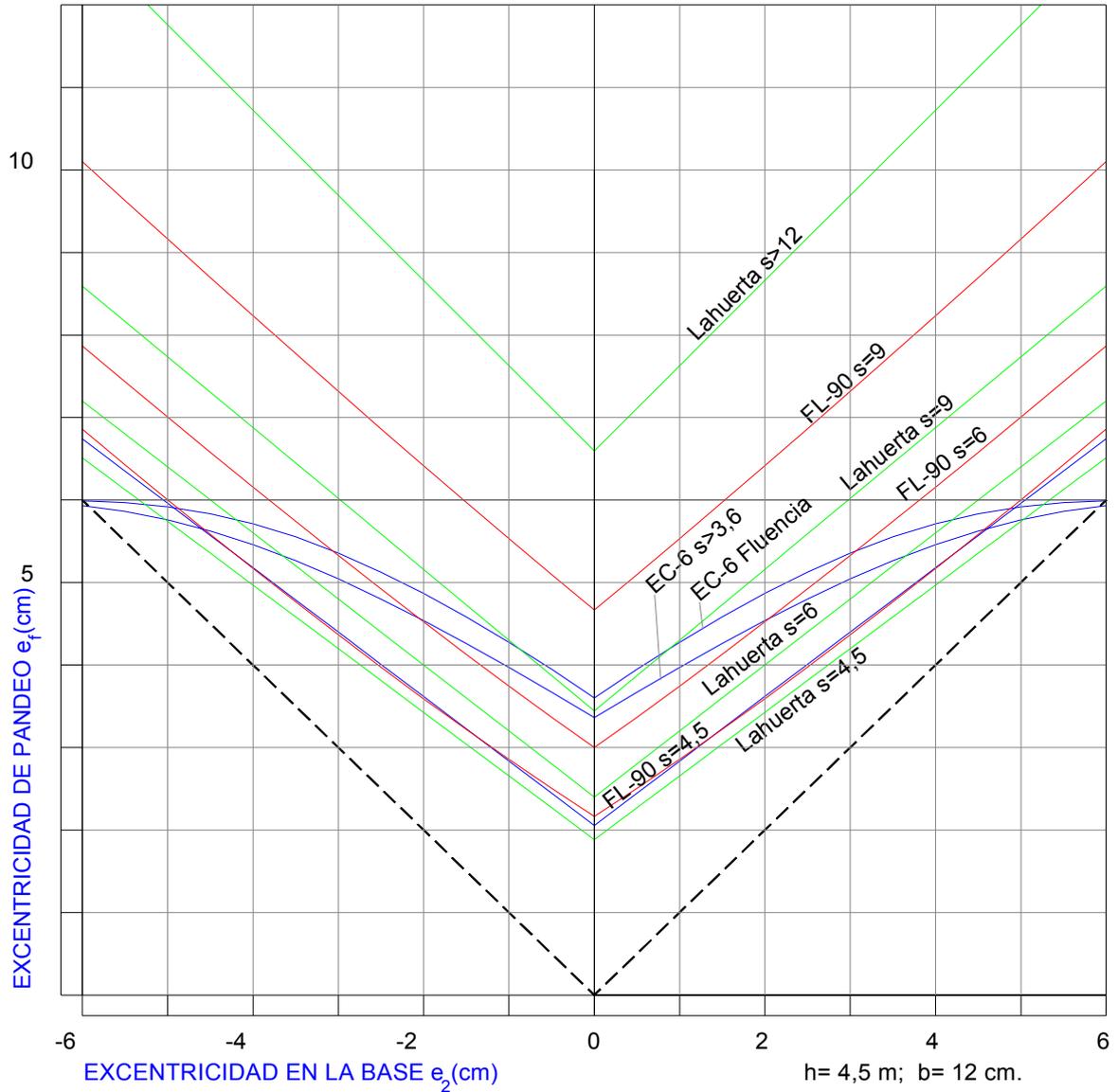


Figura V.31

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidades $e_1 = \% h$; $e_2 = \% h$.

S: Separación entre Arriostr.

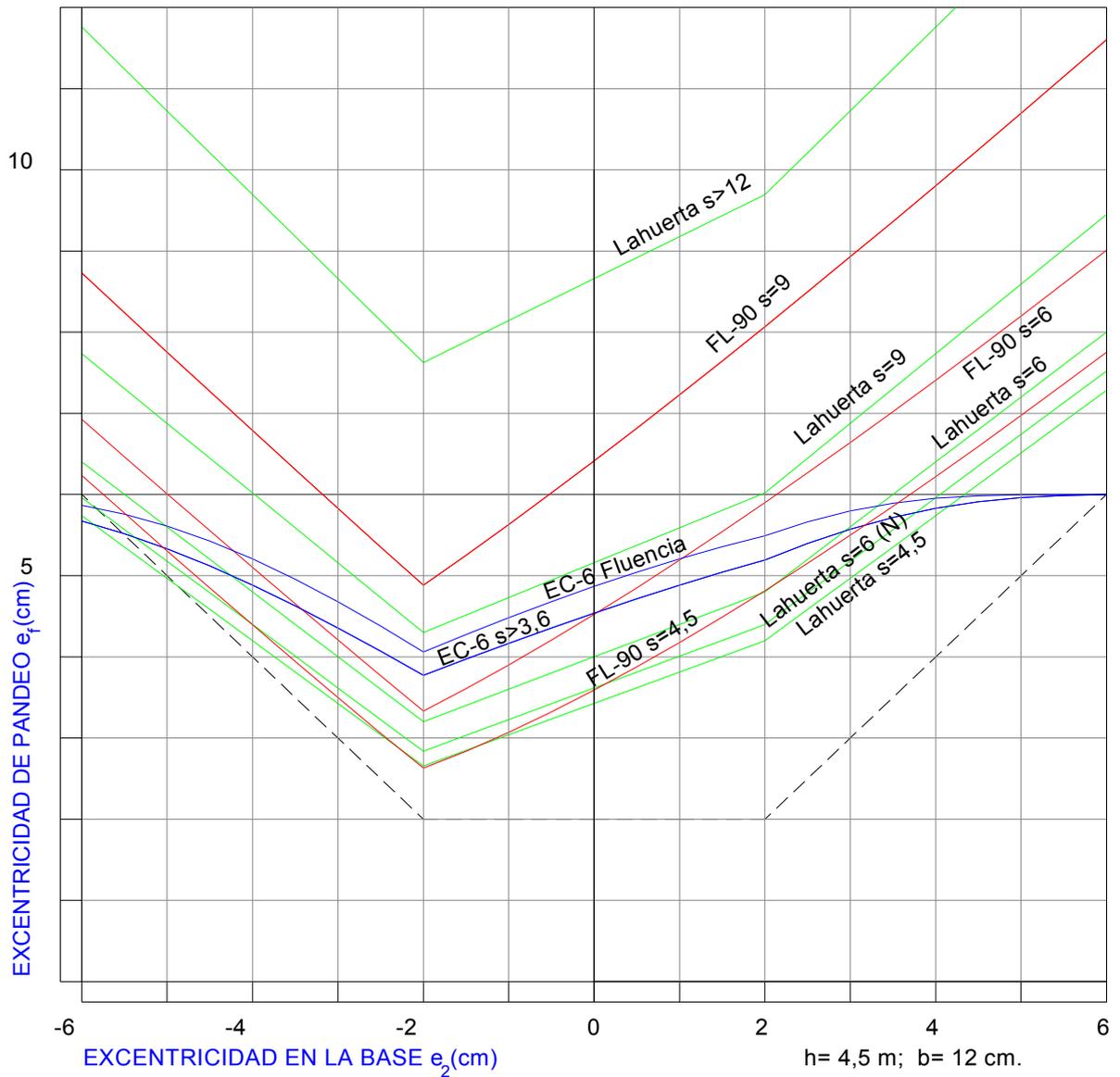


Figura V.32

ESTUDIO DE LA EXCENTRICIDAD ADICIONAL DE PANDEO

Excentricidades $e_1 = \%h$; $e_2 = \%h$.

FL-90, LAHUERTA, EC-6. Excentricidad en Cabeza $e_1 = 4$

S: Separación entre Arriostr.

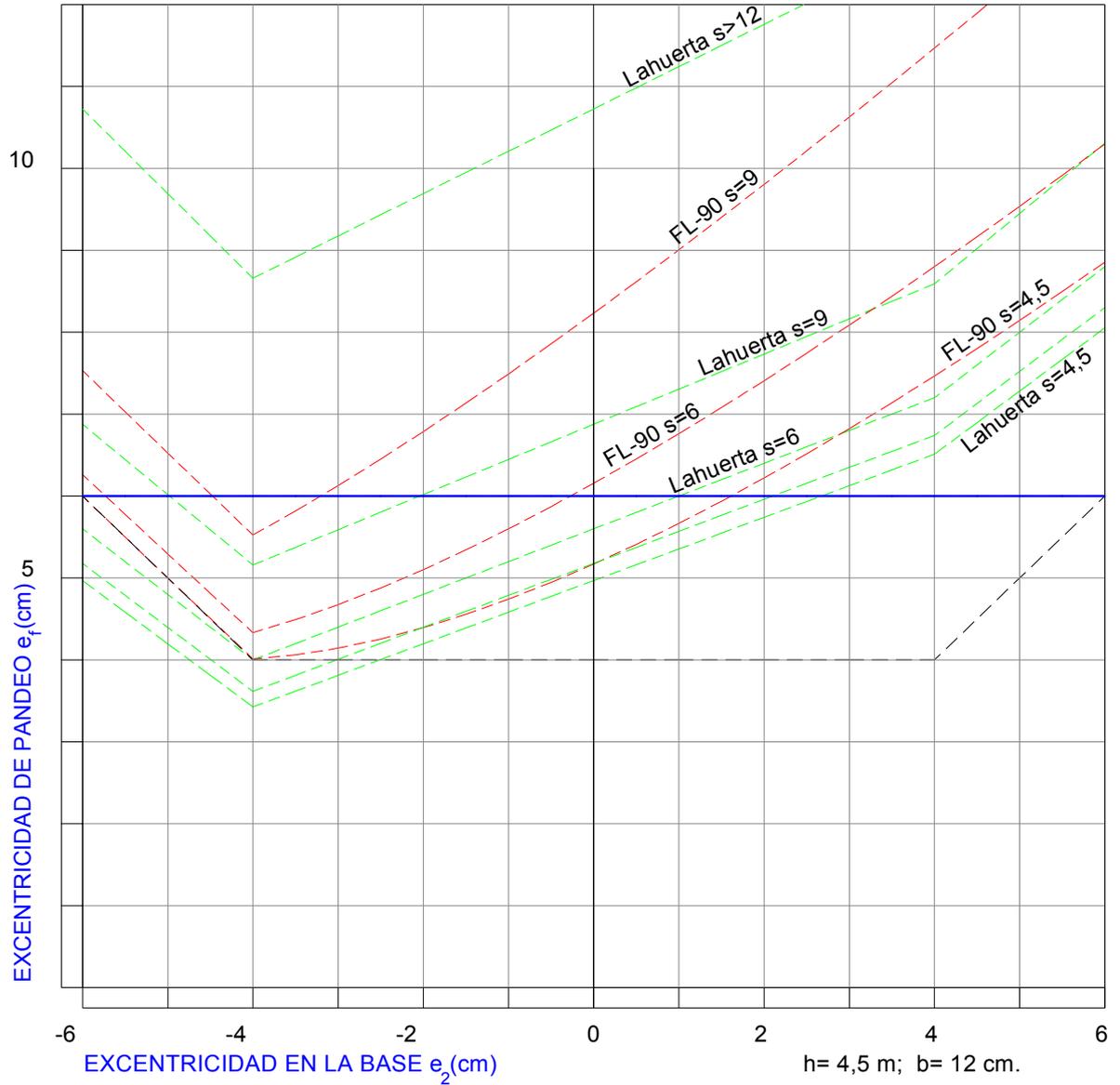


Figura V.33

5. SÍNTESIS DE RESULTADOS.

- ❑ NBE-FL-90 plantea un método de análisis del pandeo que sólo permite el análisis de variaciones lineales de excentricidad. Además, los valores tabulados en NBE-FL-90 para el coeficiente η parecen contener algún pequeño error, debido posiblemente al proceso de redondeo. La norma debería incorporar en una revisión por lo menos, algunos conceptos de precisión léxica, como en el caso del módulo de deformación. Por ello parece conveniente una revisión de la norma.
- ❑ El método propuesto por EHE-98 es muy sensible al valor del módulo de deformación empleado y no puede ser directamente traspuesto para su empleo en la fábrica. Sin embargo su sencillez llevan a desear uno similar para las estructuras de fábrica.
- ❑ El método propuesto por Lahuerta permite emplear variaciones no lineales de excentricidades y resulta de aplicación sencilla. Además, el porcentaje que representa el peso propio en el total de la carga del muro permite ajustar excentricidad resultante de forma relevante.
- ❑ El método de cálculo de pandeo contenido en [HISPALYT] contiene una limitación de esbeltez geométrica tan fuerte que lo convierte en inoperante, puesto que deja fuera de su ámbito de aplicación muchas situaciones de muros de ladrillo corrientes, como sería una vivienda de 2,50 m de altura libre -mínimo permitido por la legislación autonómica gallega- soportada por muros de cítara de ladrillo.
- ❑ El método de cálculo de pandeo propuesto por EC-6, de formulación muy detallada y prolija, excluye sin embargo casos usuales que no deberían ser olvidados.
- ❑ Las prescripciones contenidas en EC-6 y en el DNA español son insuficientes para desarrollar toda la potencia del método. Se deberían completar y revisar algunos aspectos, como por ejemplo la introducción de una excentricidad con valor de mínimo absoluto, completar la definición de las excentricidades accidentales por condiciones de ejecución, la generalización del método propuesto para muros sin arriostamiento superior, el refinado de los coeficientes vinculados al arriostamiento de forjados, así como retocar el brusco cambio de las condiciones de arriostamiento que se produce cuando la excentricidad de cabeza supera el valor de $t/4$...

- ❑ El DNA debería reconsiderar la reducción de la esbeltez máxima sobre la contenida en EC-6 para no penalizar las fábricas de piedra. Siguiendo el ejemplo de MV-201 ó PIET-70, podría llegar establecer un valor límite de esbeltez vinculado con el tipo de fábrica del que se trate.
- ❑ Con los resultados que derivan de la aplicación del método propuesto por él mismo, no parece que EC-6 pueda obviar la consideración de la fluencia en fábricas de ladrillo al contrario de lo que señala en el articulado.
- ❑ En muros de fábrica de esbelteces moderadas -inferiores a 10-, y situaciones normales -excentricidades moderadas y de signo contrario- el pandeo no resulta ser el criterio determinante en la aceptación del muro.
- ❑ Ningún método resulta más favorable en todos los casos. Dependiendo de cada situación concreta -altura, arriostramientos, excentricidades- un método u otro puede resultar más ventajoso, cambiando éste al modificarse alguno de los parámetros anteriores. En general, EC-6 es el más permisivo cuando el muro carece de arriostramientos verticales; pero nunca lo suele ser cuando la excentricidad superior supera el cuarto del espesor. Para bajas esbelteces, NBE-FL-90 es el más favorable, con EC-6 prácticamente empatado. Sin embargo, NBE-FL-90 y Lahuerta admiten situaciones con mayor esbeltez, siendo en estas situaciones el método de Lahuerta el más favorable.
- ❑ La dispersión de los resultados obtenidos por los distintos métodos hacen indispensable la correlación de éstos con la realidad experimental, especialmente los derivados de EC-6 para situaciones de flexión cilíndrica.
- ❑ Los gráficos desarrollados permiten la obtención de forma muy sencilla de la excentricidad debida al pandeo de un elemento, habilitando la comprobación manual.
- ❑ Las normativas combinan el Método de la Sección Eficaz, método plástico, con métodos de cálculo de pandeo basados en determinaciones elásticas -módulo de elasticidad secante instantáneo en [EC-6], deformación unitaria correspondiente al límite elástico [FL-90]-. Además los métodos de cálculo de pandeo establecen la variación de la excentricidad a lo largo de la pieza -esto es, la presencia del cortante- cuando la sección eficaz se origina en un proceso de plastificación en el que interviene el cortante. Una línea de investigación podría centrarse en

cuantificar la trascendencia de esta disparidad de criterios y arbitrar soluciones, que podrían ser de tipo coeficiente reductor -[Horne 1.979]- o desarrollando una formulación específica.

- Existe un vacío en el estudio del pandeo en el caso de edificios resueltos con forjados de madera sobre vigas de madera o metálicas, con unas condiciones de enlace entre los muros y los elementos horizontales muy diferentes de las recogidas por la normativa actual, y por lo tanto no encuadrables en sus métodos. Su abre así otro horizonte a la investigación.

VI. ESTADOS TENSIONALES INDUCIDOS POR LA FORMA DE LOS HUECOS

VI. 1 INTRODUCCIÓN

Al enfrentarse con una obra de fábrica no cabe pensar en la diferenciación de funciones que el mundo industrial de la mano del método científico ha introducido en nuestra consciencia actual y, por ende, en el proyecto de arquitectura. Aproximarse a un edificio de fábrica implica un modo de análisis diferente del que subyace en nuestra forma de pensar contemporánea, acostumbrada a diferenciar y acotar funciones, diseccionándolas de forma independiente unas de otras [Moreno-Navarro, 1.995]. Por contra, en un edificio de fábrica las funciones estructural, de cerramiento, espacial, aislamiento y acondicionamiento, e incluso la decorativa, se concentran sobre un mismo elemento: la fábrica. Tanto más cuando históricamente el conocimiento de la fábrica residía en un conjunto de reglas sin una justificación precisa, en las que, por citar un ejemplo, consideraciones tectónicas quedaban enmascaradas dentro de consideraciones geométricas: es conocida la regla que regía el dimensionado de las pilastras que soportaban una cúpula y que establecía que el área de éstas debía ser al menos el área que la cúpula cubría, sin hacer mención a lo que hoy serían cuestiones obvias: tamaño absoluto, espesor, altura, forma, solicitaciones....

Con estas premisas, el análisis se plantea desde la investigación de los distintos elementos constitutivos de la fábrica, estudiándolos desde los diferentes puntos de vista que nos permite el modelo científico actual. Se obtiene así una imagen global de cada uno de los elementos constituyentes de la edificación, visiones que posteriormente son integradas para elaborar la valoración del edificio como una unidad. Dentro de este ánimo se esbozan estas líneas: nos centraremos en un elemento, el hueco, que es estudiado en su forma desde un punto de vista estructural, señalando las modificaciones trascendentes que su diseño introduce en el comportamiento global del muro. Se entiende así que las reflexiones que se acompañan no pretenden menospreciar el examen del elemento desde cualquier otro punto de vista, sino añadir la visión estructural a las razones de la conformación del hueco.

Se puede definir la fábrica como una construcción realizada con piezas de piedra natural o artificial, ajustadas -esto es, con juntas intermedias- y generalmente enlazadas por mortero [Lahuerta, 1.984]. En la definición aparecen reflejadas propiedades como la discontinuidad del material pétreo empleado -ya que se dispone en forma de piezas más o menos paralelepípedicas- y la heterogeneidad -puesto que se emplean al menos dos materiales, las piezas y el mortero, de características diferentes-. Tarea prioritaria de la historia de la construcción fue conseguir que este conjunto de piezas dispares se comportasen como un todo -esto es, como un *continuo*- ante las distintas solicitaciones que aparecerían en la vida de la edificación. Soluciones que a lo largo de la Historia se concretaron en los *opus* romanos, en el muro de sillería, en los aparejos de ladrillo...

Conseguido el trabajo como un *continuo*, la forma particular en que se disponen las piezas y el mortero de unión conjuntamente con la propia heterogeneidad de los materiales y sus características específicas -ambos con escasa resistencia a la tracción- dan como resultado un elemento con un comportamiento muy diferente de acuerdo con la dirección en la que se estudien sus propiedades. Este comportamiento *heterorresistente* -según la terminología acuñada en el Capítulo III-, con una respuesta altamente condicionada por el signo del esfuerzo al que se encuentre sometido -gran capacidad resistente a la compresión y muy escasa a la tracción- es consecuencia no sólo de la escasa capacidad del material pétreo para resistir las tracciones sino que se encuentra ligado también con la dificultad de la transmisión de éstas entre las distintas piezas que conforman el muro. Ello se debe al carácter fuertemente *unilateral* del enlace entre las piezas y el mortero de unión, carácter que se plasma en la buena transmisión de las compresiones frente a la casi nula transmisión de tensiones de tracción. Esta transmisión se encuentra limitada, en el mejor de los casos, al valor de la adherencia entre el material pétreo y el mortero de unión, que con los morteros históricos -muy flojos-, era simplemente un deseo: *el sueño de una noche de verano* para los arquitectos.

Esto motivó el desarrollo constructivo de ciertas formas y configuraciones que pudiesen eliminar la aparición de tracciones, dando lugar a la consabida arquitectura de la resistencia por forma: el mundo de la compresión, de la que arcos y bóvedas son ejemplos maestros. Su consecuencia fue el alto grado de depuración formal y constructiva de los huecos que se plantearon a lo largo de la Historia. Como muestra de ello, véanse por ejemplo las referencias [Palacio, 1.987] [Palacios, 1.987] [Freire Tellado, 1.998a][Freire Tellado, 1.994] [Freire Tellado, 1.996a], [Cobrerros, 1.998 y 1.999].

VI. 2 ANÁLISIS DESARROLLADO

1. PLANTEAMIENTO

La constatación anterior da pie al estudio de la repercusión de las características resistentes de la fábrica en la formalización final del hueco, entendiendo que, desde el punto de vista mecánico, la característica fundamental de la fábrica reside en su incapacidad para absorber tracciones.

Para ello se ha planteado inicialmente el análisis de un lienzo de muro de 5,00x3,00 m² en el que se ha abierto un hueco pequeño, de 1 m² de superficie. El tamaño del muro pretende ser lo suficientemente amplio como para que las perturbaciones de borde no sean muy relevantes [Cook-Pegram, 1.993] [Soto Pardo, 1.995]. En el caso del hueco, su tamaño se corresponde con la exigencia normativa para un dormitorio de 10 m², una estancia típica en una vivienda, según los estándares españoles.

Las formas que se plantean para el hueco abarcan algunas de la edificación histórica, como la ventana rectangular vertical o el óculo; aportes de la contemporaneidad, como la ventana rectangular horizontal o el modelo construido por Melnikov en su casa -que a partir de ahora designaremos como *Ventana de Melnikov*- [Melnikov, 1.990], utilizando en todo caso la ventana cuadrada como referencia.

La investigación ha pretendido analizar formas que pudieran resultar de cierta relevancia -histórica o plástica- desde la perspectiva del momento actual. No están todas las que son, pero sí son todas las que están. Así se han investigado

- *Hueco Cuadrada*
- *Hueco Circular*
- *Hueco Rectángulo Vertical*
- *Hueco Rectángulo Horizontal*
- *Hueco Cuadrada a 45°*
- *Hueco de Melnikov*

Este muro se ha supuesto solicitado verticalmente con una carga lineal de 1,50 t/m., de forma tal que las tensiones que se reflejan en los gráficos se pueden entender en kp/cm² si admitimos un espesor de

muro resistente de 10 cm. El valor de la carga se corresponde aproximadamente con el que transmitiría un forjado de viviendas biapoyado de 4,5 m. de luz, dimensión razonable en una edificación de fábrica.

El cálculo se ha enfocado mediante el *Método de los Elementos Finitos* (M.E.F.), desarrollado con el empleo del programa ANSYS 5.3 A. Brevemente se pueden describir las fases del método como [Cervera Bravo, 1.987]:

- * Se consideran los desplazamientos función de unos parámetros -inicialmente desconocidos- expresando los desplazamientos de todos los puntos de forma aproximada,
- * A partir de estos desplazamientos -función de los susodichos parámetros- obtener las expresiones de los esfuerzos, que serán evidentemente aproximaciones a los reales,
- * Aplicar la condición de Nulidad del Trabajo Virtual para cualquier deformación arbitraria. Se consigue con la aplicación de esta condición deducir el valor de los parámetros indicados y, por tanto, los valores de todo el modelo.

El M.E.F. se ha utilizado dentro del rango elástico. Esta decisión plantea la dificultad conceptual de admitir la continuidad, isotropía y elasticidad de la fábrica. De acuerdo con las consideraciones expuestas anteriormente, la continuidad queda garantizada mediante el empleo de las adecuadas soluciones constructivas, mientras que las otras condiciones resultan admisibles dado el orden de magnitud de las tensiones que se barajan. En el apartado elástico, se debe señalar que no se dispone hoy en día de un diagrama Tensión-Deformación aceptado para la fábrica, pese a notables intentos en este sentido [Jenaro, 1.986] y a los esfuerzos normativos [EC-6], por lo que la hipótesis realizada se considera suficientemente aproximada por la escasa magnitud de las tensiones que se barajan. En este sentido puede ser interesante la revisión de las referencias [Moreno-Navarro, 1.995c] [Carluccio, 1.995] [Gambarotta, 1.993] [Crocì et alii, 1.993].

2. CONSTRUCCIÓN DE LOS MODELOS

Decidida la forma de los huecos y el tamaño del lienzo del muro, el siguiente problema que se tuvo que resolver fue el del correcto mallado, dado que los mallados automáticos o los primeros estudiados conducían a estimaciones del error por métodos energéticos inadmisibles para este estudio.

Así, se han escogido mallados -que se han dejado visibles en los gráficos de representación de los estados tensionales del muro- con el criterio de concentrar los elementos en las zonas en las que se

esperaba un mayor gradiente tensional, adecuando la forma de los elementos al estado tensional que resultaba previsible. Se ha formulado así una zona central con una mayor densidad de elementos -elementos de menor tamaño-, ya que en ella se producen las mayores diferencias tensionales, y dos zonas laterales con una concentración más baja para mantenerse dentro de los límites de la versión del programa de cálculo empleada. Se buscó además que el mallado fuese simétrico, de acuerdo con el aspecto del elemento a estudiar. Se procuró asimismo que la forma del mallado fuese congruente con los resultados obtenidos, lo que obligó a formular diferentes mallados para alguno de los casos.

En cuanto a la forma de los elementos, se intentó conseguir elementos de tipo cuadrilátero, evitando en lo posible la aparición de elementos triangulares por la disminución de precisión que introducen en el cálculo.

En todo caso no se admitió ninguna modelización cuya *Estimación del Error por Métodos Energéticos* superase el 10 %. Las distintas estimaciones del error que proporciona el programa se han incluido en la *Tabla Resumen* del apartado VI.3.1. Esta evaluación del error resultó determinante a la hora de decidirse por la discretización a emplear en la ventana circular, ya que, curiosamente, el modelo que se presenta tiene la estimación de error más baja de entre los considerados.

Para tener en cuenta la influencia de la continuidad de la deformada y de su derivada -continuidad de las pendientes del modelo deformado- se han realizado dos ciclos de cálculos. Una serie de ellos tiene en cuenta únicamente los desplazamientos de los nodos de los elementos (Serie 82) mientras que la segunda considera además las rotaciones que sufren estos nodos (Serie 93). Los elementos empleados han sido del tipo Isoparamétrico de 8 nodos y 2 grados de libertad por nodo -Serie 82- y el Shell93 de 8 nodos y 6 grados de libertad por nodo -Serie 93-[ANSYS]. Los resultados de ambos conjuntos de modelizaciones son congruentes, con un escaso margen de variación tal y como se deduce de la tabulación final y de los gráficos de comparativas tensionales que se han efectuado.

En cuanto al valor del *Módulo de Young* introducido en el cálculo, se han empleado los valores propuestos por FL-90. Se ha supuesto una fábrica de ladrillo de cierta calidad, formada por un ladrillo perforado de 200 kp/cm² tomada con mortero M-80 de plasticidad socrasa, con juntas de espesor inferior a 1 cm. De acuerdo con la norma citada, en estas condiciones la resistencia de cálculo de la fábrica es de 32 kp/cm² -valor aceptable también para ciertos tipos de fábrica de piedra-, con un *Módulo de Young* de 50.000 kp/cm². Sirvan estos datos como punto de partida para la evaluación de los resultados obtenidos.

3. FICHA TÉCNICA.

Programa: ANSYS 5,0 A. Licencia: Departamento Tecnología de la Construcción.

Módulo de Young E_x : 50.000 kp/cm²

Coef.de Poisson μ_{xy} : 0,15

Dimensiones Lienzo: 5,00x3,00 m.

Espesor -supuesto: 0,10 m.

Carga lineal aplicada: 1,50 t/m.

Elementos empleados: 8 nodos, 2 g.l (*Serie 82*).

9 nodos, 6 g.l. (*Serie 93*)

Tamaño Máximo Elementos

Zona Central: 0,25

Laterales: 0,50.

Estimación del Error: < 10%

Los datos particulares de cada entrada pueden ser consultados en el *Capítulo IX. Anejos*.

VI.3 REVISIÓN DE RESULTADOS

1. EXTRACTO DE RESULTADOS

2. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Antes de entrar en valoraciones comparativas de los resultados, la mera contemplación de los modelos que representan los estados tensionales consecuencia de los distintos huecos [Figuras VI.21 a 44] permite entender la formulación constructiva del hueco en la edificación tradicional. Cuestiones tales como el empleo de jambas, dinteles y alféizares de madera en fábricas de baja calidad



Figura VI.2

- adobe o piedra muy pobre [Figura VI.1]-, se explican, desde el punto de resistente, con la concentración de esfuerzos y el tipo de éstos que muestra el cálculo: las tracciones horizontales (S_x) que se desarrollan en dintel y alféizar, el incremento de tensiones verticales de compresión (S_y) que se producen en las jambas, así como la concentración de tensiones que se desarrolla en los vértices justifican el empleo de elementos de mayor resistencia para absorberlas.



Figura VI.1

Este mismo razonamiento sobre el estado tensional permite entender, desde un punto de vista estructural, las valoraciones de los huecos empleando los recercados [Figura VI.2]: al incremento de las solicitaciones en el borde de los huecos se responde aportando mayor sección de material resistente. Su forma, recercados perimetrales o discontinuos con articulación de los vértices [Figura VI.3], no es de extrañar tras la evaluación de los resultados obtenidos. Cobran así justificación precisa estas soluciones típicas de la construcción histórica desde el Renacimiento [Figura VI.2] - Colegio N^a Sra. de la Antigua, Monforte de Lemos-. Que estos regresamientos de la sección se articulen en composiciones figurativas de distintas índoles es irrelevante desde el punto de vista de nuestro estudio.

No es difícil tampoco entender construcciones del hueco como las de la fotografía [Figura VI.4], con grandes piezas graníticas en los bordes del hueco dentro de un muro de pizarra, ni tampoco de dar explicación a las fisuras que rodean las piezas graníticas de los bordes: dada la dificultad de garantizar la continuidad de la fábrica con un mortero pobre, el enlace entre granito y pizarra resulta insuficiente y el gradiente tensional hace el resto: dibuja la fisura.

Sin embargo, el conocimiento intuitivo del comportamiento del muro que tenían los constructores populares no encuentra su plena justificación desde el punto de vista resistente, pues es difícil explicar la disposición de piezas de gran resistencia en zonas de escasas solicitaciones, como ocurre en la parte del muro bajo el alféizar.



Figura VI.3

La revisión de los resultados del análisis del muro con ventana rectangular o cuadrada permite comprender la razón estructural de la solución de óculo sobre hueco rectangular tan grata a los constructores renacentistas -[Figura VI.2]-, Claustro Mayor del Colegio de la Compañía en Monforte de Lemos-, dado el vacío tensional que aparece sobre la ventana rectangular y que resulta claramente apreciable en la representación gráfica de los resultados de las modelizaciones realizadas.

Una comparación de las salidas obtenidas permite establecer algunas conclusiones:



Figura VI.4

-Es, curiosamente, la ventana cuadrada girada la que muestra un peor comportamiento, con valores tensionales marcadamente más elevados que se concentran en los vértices [Figura VI.32], [Figura VI.38], [Figura VI.44]. Un comportamiento tan claramente desfavorable excluye este modelo de la valoración comparativa que sigue a estas líneas.

- Contrariamente a las loas de vertidas por [Paricio, 1.987], la ventana circular no es esa '*perforación perfecta de un lienzo estructural*' en el que '*las cargas se desvían a los lados del hueco para recogerse inmediatamente bajo él*' ni '*la situación mecánica de la sección inferior del muro es idéntica a la superior*', sino que incluso el tradicional hueco rasgado tiene un comportamiento mecánico superior. El óculo presenta los consabidos problemas de clave y riñones, factores de hundimiento de tantos arcos de medio punto [Figura VI.31], [Figura VI. 37], [Figura VI. 43].
- Pero es sin duda la intuición de Melnikov [Figura VI.5] la que proporciona los mejores resultados tensionales, que podrían verse incluso mejorados con un pequeña reelaboración del vértice superior. ¿Es así tal vez algo menos descabellado el apelativo de *Constructivismo*?

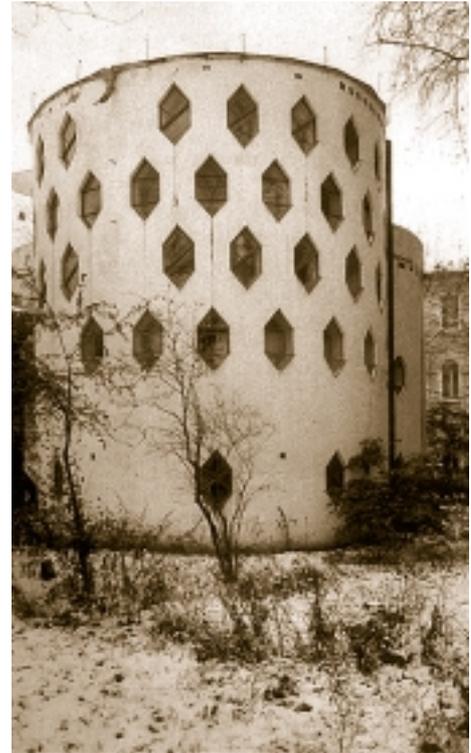


Figura VI.5

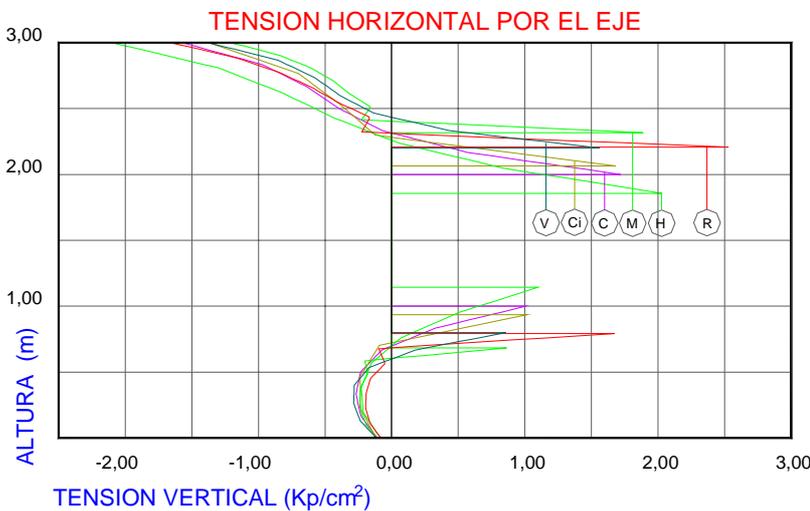


Figura VI.6 Comparativa de Resultados Serie 93

Antes de proseguir con las comparaciones, se recuerda que la fábrica es un material heterogéneo y anisótropo, con una marcada incapacidad para resistir las tracciones, tanto horizontales como verticales. La razón de esta incapacidad reside, como se ha comentado, en que la absorción de tracciones radica exclusivamente en la adherencia del mortero a las

piezas, adherencia que como mínimo no se puede considerar muy fiable. Estas consideraciones justifican que en las valoraciones de este estudio se primen las formas que eliminan la aparición de tracciones aunque de ello resulten unas tensiones de compresión más elevadas sobre la fábrica. Asimismo se han considerado como de comportamiento más favorable aquellas soluciones que provocan un estado tensional lo más uniforme posible sobre el muro.

Desde estas premisas, la comparación [Figura VI.27 a 32] de las gráficas que representan las tensiones horizontales que se desarrollan en las distintas soluciones, con signo - para las compresiones y + para las tracciones- permite la clasificación siguiente, con un orden de exposición creciente desde la más desfavorable a la más favorable:

- Comportamiento ante tensiones de tracción S_x -de peor a mejor-:

- Ventana Rotada
- Ventana Horizontal
- Ventana Cuadrada
- Ventana Vertical
- Ventana Circular
- Ventana Melnikov

La *Ventana Rectangular Horizontal* presenta las tracciones de mayor extensión y magnitud tanto en dintel como en alféizar; la *Ventana Cuadrada* y la *Ventana Rectangular Vertical* arrojan reducciones sucesivas de las tracciones en módulo y extensión. Se ha considerado a la *Ventana Circular* como de comportamiento superior, puesto que si bien se produce una concentración de tracciones de mayor magnitud, su extensión es muy limitada, por lo que constructivamente se pueden englobar dentro de una pieza de

clave que evite al mortero la necesidad de soportarlas. Se valora además comportamiento general del muro que provoca este hueco del que desaparecen las ligeras tracciones horizontales de los casos anteriores. Sin embargo, el mejor comportamiento lo presenta la *Ventana de Melnikov* con un punto localizado de tracciones y todo el resto del muro con tensiones horizontales próximas al valor nulo o en todo caso, comprimidas. Estas características permitieron al arquitecto su ejecución sin necesidad de ningún elemento auxiliar, tal y como se aprecia en la fotografía [Figura VI.9]

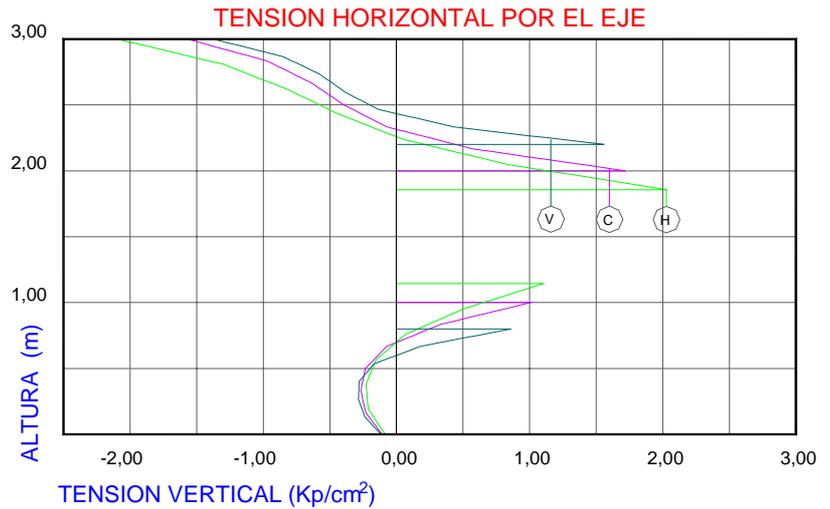


Figura VI.7 Comparativa V. Horizontal, Cuadrada y Vertical S93

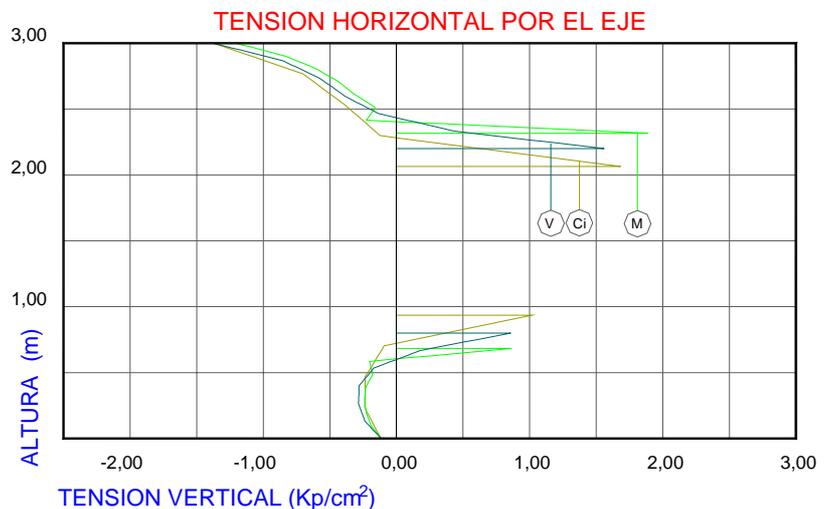


Figura VI.8 Comparativa V. Vertical, Circular y Melnikov S93

Como referencia de la trascendencia de la magnitud de estas tracciones tomemos como ejemplo una fábrica de cierta calidad, con una resistencia de cálculo de 32 kp/cm^2 . La resistencia admisible a las tracciones -considerando el empleo de los morteros actuales de cemento- que para esta fábrica admite FL-90 es de $3,2 \text{ kp/cm}^2$ para cargas mayoradas, por lo que resulta un valor de $1,94 \text{ kp/cm}^2$ para acciones sin mayorar si se emplean los coeficientes de seguridad de la norma. Compárese este valor con los valores máximos que resultan de los análisis que se acompañan. Es fácil comprender así la necesidad de cargaderos ya en este tipo de huecos, que tradicionalmente se han resuelto con el empleo de dinteles pétreos de una pieza en la construcción tradicional en piedra.

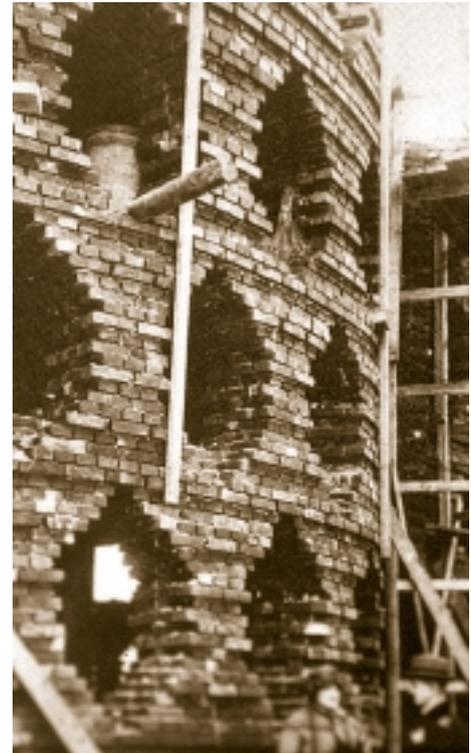


Figura VI.9

Se observa así que cargas derivadas exclusivamente de un forjado producen tensiones que no resultan admisibles en ciertos casos, obligando al empleo de elementos auxiliares.

En cuanto a las tensiones verticales, S_y , la evaluación de los resultados ha llevado a la siguiente clasificación:

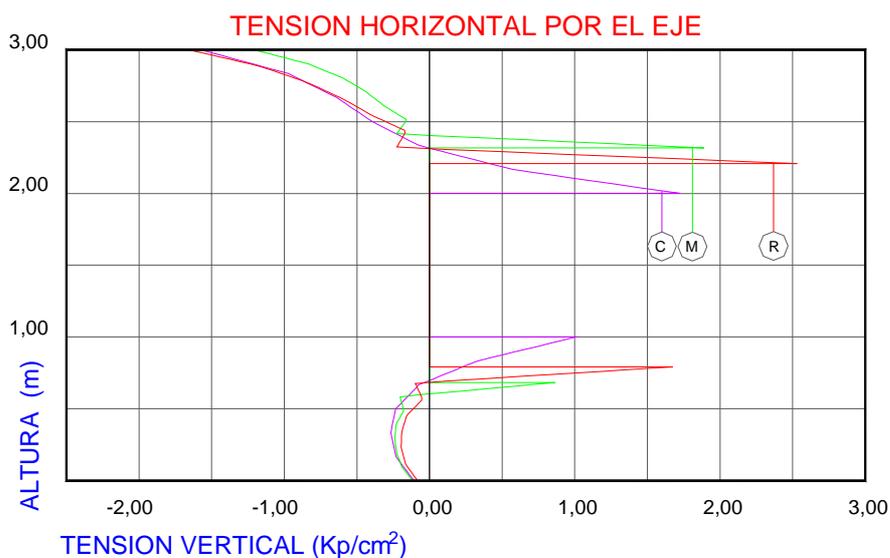


Figura VI.10 Comparativa V. Cuadrada, Melnikov y Rotada 45° S93

- Comportamiento ante tensiones verticales S_y -de peor a mejor-:

- Ventana Rotada 45°
- Ventana Rectangular Horizontal
- Ventana Circular
- Ventana Cuadrada
- Ventana Rectangular Vertical
- Ventana de Melnikov

La ventana horizontal presenta los valores pésimos en las características analizadas: la mayor concentración de tensiones, máxima tracción en módulo y extensión así como las más amplias diferencias entre las tensiones de trabajo en los distintos puntos del muro. En el caso del hueco circular, la concentración de tensiones alta y el muro con una forma de trabajo muy diferente según las zonas -que provocaría problemas de trabazón de la fábrica- han llevado a su mala consideración en este apartado, si bien elimina casi completamente las tensiones de tracción verticales. La ventana cuadrada es una significativa mejora en los tres parámetros valorados de la rectangular, mejora que se amplía con la ventana vertical. En el caso de la *Ventana de Melnikov*, si bien se produce una concentración de tensiones ligeramente más elevadas que en el caso anterior, se han primado el comportamiento más adecuado que presenta el muro y las menores tracciones producidas.

Por último, la evaluación de la Tensión Equivalente -concepto que expresa una valoración promediada de las tensiones que se producen en el punto- proporciona una clasificación que se aparta de las anteriores, que se podría ordenar -en orden creciente- como:

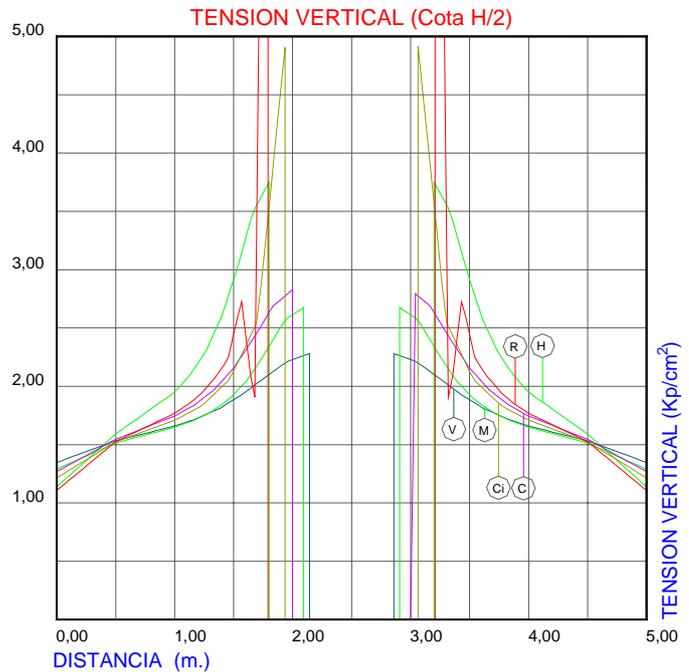


Figura VI.11 Comparativa de Resultados Serie 93

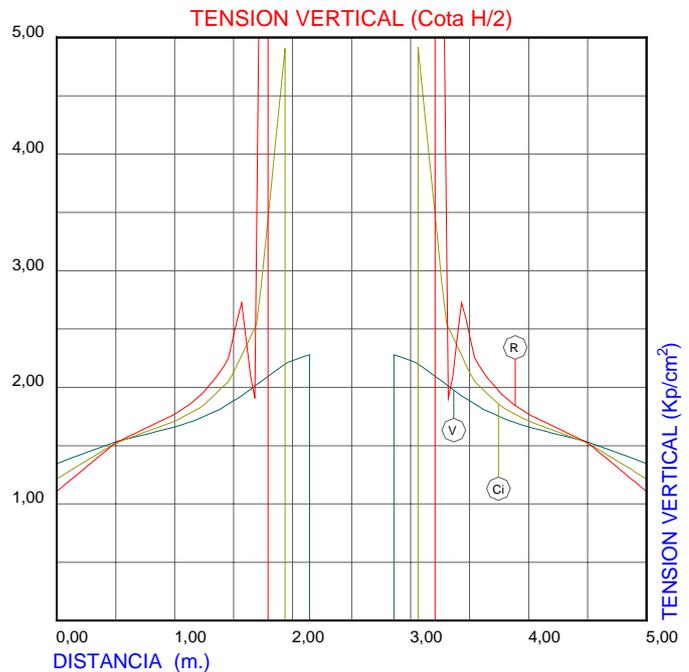


Figura VI.12 V. Vertical, Circular y Rotada 45° S93

- Comportamiento ante Tensiones Equivalentes -de peor a mejor-:

- Ventana Rectangular Horizontal
- Ventana Cuadrada
- Ventana Circular
- Ventana de Melnikov
- Ventana Rectangular Vertical

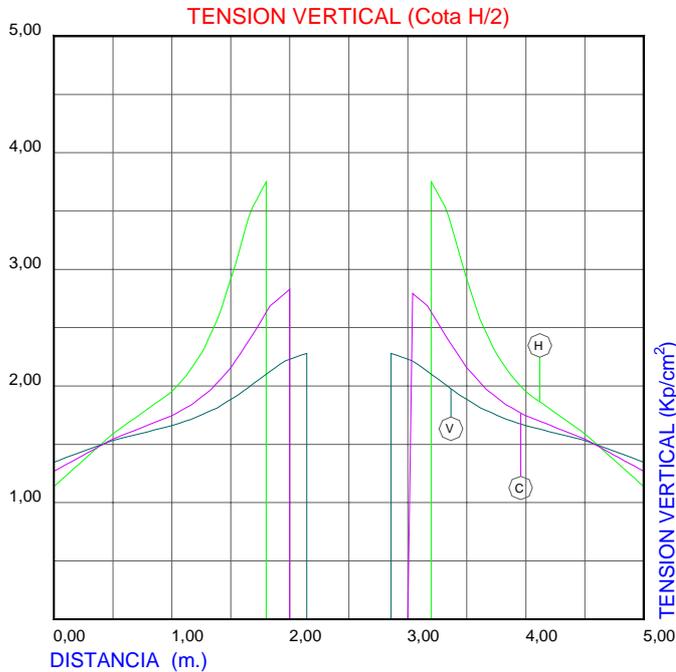


Figura VI.13V. Horizontal, Cuadrada y Vertical S93

El comportamiento de esta última explica la disposición de los sillares de granito que conforman los refuerzos del hueco que se observan en los muros de pizarra lucenses [Figura VI.4].

Desde la primera de las soluciones señaladas, la *Ventana Horizontal*, con zonas de gran concentración de tensiones y grandes diferencias de comportamiento tensional entre los distintos puntos del muro -junto a zonas muy solicitadas, otras prácticamente *no trabajan*-, se produce una mejoría paulatina consistente en la disminución de los valores de las concentraciones de tensiones, así como un funcionamiento del muro más uniforme. Se ha estimado como positiva la uniformidad en el nivel de tensiones de las distintas partes del muro a fin de evitar las roturas producidas por diferencias en las sollicitaciones que soportan las piezas.

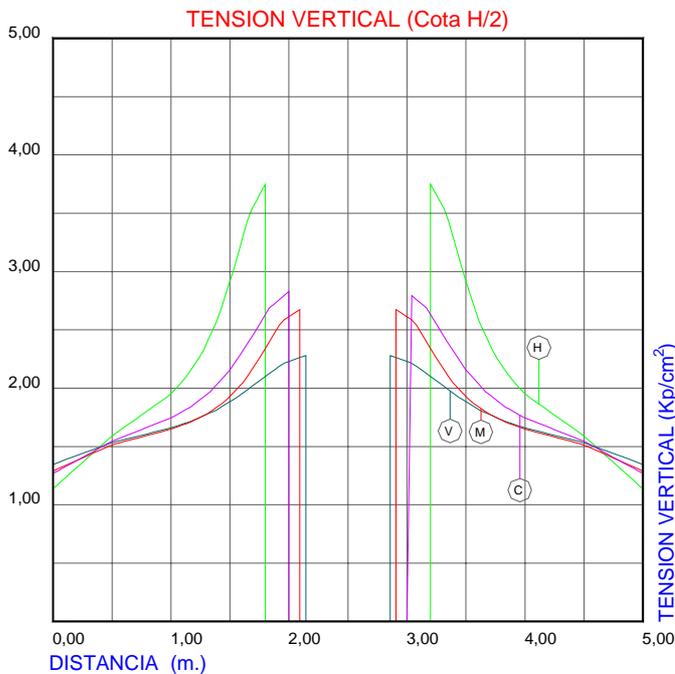


Figura VI.14 V. Horiz., Cuadrada, Vert. y Melnikov S93

Se hace la salvedad de que la valoración de este criterio es discutible, por cuanto el muro se comporta como material heterogéneo y anisótropo, por lo cual las distintas tensiones que se desarrollan sobre él no

tienen la misma importancia. Se desacredita parcialmente este criterio, que queda desde luego muy por detrás de los dos anteriormente expuestos en la importancia que se le concede en este estudio.

Con ánimo de abundar en las valoraciones apuntadas en las discusiones sobre las tensiones S_x y S_y , se acompaña este capítulo de tres conjuntos de gráficos específicos. El conjunto de nombre *Tensiones Horizontales por el Eje del Muro*, corresponde a la representación de la variación de magnitud de las tensiones horizontales desarrolladas en la sección vertical del muro realizada por la mitad de su longitud, para los distintos tipos de huecos estudiados. Este conjunto permite apreciar la eliminación de tensiones de tracción que provoca la solución de Melnikov, pese al hecho de estar realizado el corte por el único punto -el vértice superior- que arroja una concentración de tensiones de tracción, tal como se refleja en la correspondiente gráfica tensional, perteneciente al grupo que refleja las tensiones S_x en alzado.

Para la evaluación de la variación de las tensiones verticales se proponen los grupos que muestran su variación a las cotas 1,50 y 0,00. Estas últimas se corresponden con las presiones transmitidas por el muro y se analizarán en el próximo apartado.

A la hora de analizar las gráficas que muestran las tensiones verticales a cota 1,50, se debe tener presente que a tal cota se están seccionando los puntos singulares -vértices- de la *Ventana Rotada*, por lo que los valores resultantes -que rozan los 12 kp/cm²- deben ser excluidos de la comparación -véase que esto ocurría también en el caso anterior para la ventana de Melnikov, pero los resultados se mantenían dentro límites razonables-. Esta reflexión sobre el caso de la *Ventana Rotada* y el afán clarificador han llevado al autor a proponer la *gráfica comparativa filtrada*, en la que para mayor claridad se ha eliminado la traza correspondiente a la *Ventana Cuadrada*. Evidentemente, la zona central a tensión nula corresponde al vacío del hueco de las distintas soluciones. Por otra parte, las gráficas resultan lo bastante elocuentes como para no precisar ninguna otra puntualización.

3. REPERCUSIÓN DE LA FORMA DEL HUECO EN LA MAGNITUD DE LAS REACCIONES TRANSMITIDAS.

Los gráficos que se adjuntan corresponden a la magnitud de las tensiones verticales en el punto de contacto del muro con su cimiento. Se han realizado los cálculos para las dos series de modelos estudiados, pero, como puede observarse en el gráfico comparativo de resultados de la *Ventana de Melnikov* de ambas series, los resultados son significativamente coincidentes, salvo quizás en la zona más afectada por las perturbaciones de borde. Con tensiones en la órbita de 2,40 kp/cm² para la Serie 93 y en el entorno de 2,75 kp/cm² para la Serie 82 se puede hablar de cierta discrepancia, que también arroja unos valores ligeramente más altos en la zona de los riñones para la modelización Serie 93 -del

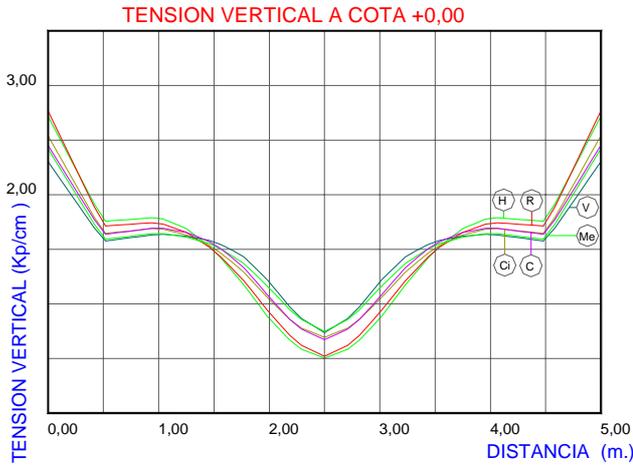


Figura VI.15 Comparativa Resultados Serie 93

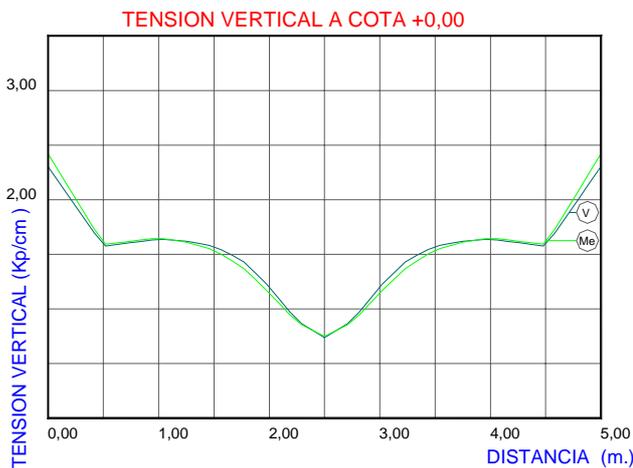


Figura VI.16. Comparativa Melnikov-Vertical S93

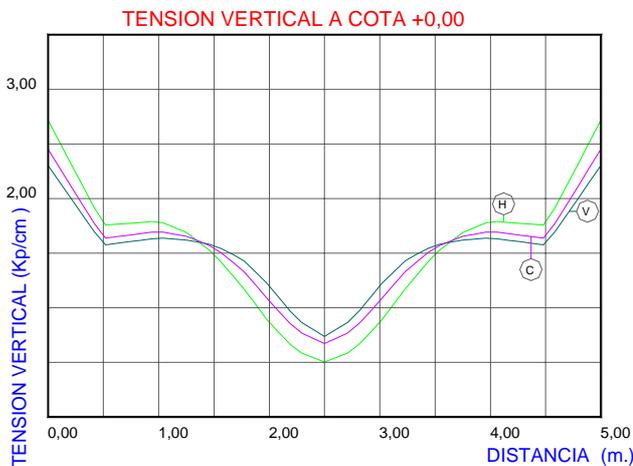


Figura VI.17. V. Vertical, Cuadrada y Horizontal S93

orden de 0,10-0,15 kp/cm². En todo caso, las tensiones transmitidas son más uniformes en el caso de la modelización Tipo 93. Esta comparación se refuerza con la coincidencia de resultados que arrojan las comparativas de ambas series para las tensiones horizontales y para las verticales a cota 1,50.

Si nos referimos a los datos arrojados por la Serie 93 -por ser el error estimado menor-, vemos que la forma del hueco produce variaciones de la tensión de hasta 0,245 kp/cm² sobre un valor mínimo de 0,50 en la zona bajo el hueco -¡casi un 50%!-, variaciones menores en la zona de los riñones -de 0,168 kp/cm² sobre una tensión en el entorno de 1,65 kp/cm², la más próxima a la que estaría un muro sin perforaciones -1,50 kp/cm²-, y nuevamente variaciones amplias en la zona de borde -0,465 sobre 2,303 kp/cm²-.

Los modelos analizados presentan un comportamiento bastante similar por parejas: el par de mejor comportamiento es el de la *Ventana Vertical* y la *Ventana de Melnikov*, la zona media estará ocupada por las *Ventanas Circular* y *Cuadrada*, presentando un comportamiento notoriamente inferior el par *Ventanas Horizontal* y *Rotada 45°*.

Es de destacar que el comportamiento del muro implica que la reducción de la tensión en el centro, bajo el hueco, es proporcionalmente mayor -0,50 sobre 1,50; reducción a 1/3- que el incremento tensional

que se ha de producir para compensar este efecto -2,75 sobre 1,50; relación 1.83/1-, pero muy aproximados en valor absoluto - aunque ligeramente mayor el incremento sobre la tensión de referencia de 1,50 kp/cm²-.

Curiosamente, la disminución de tensiones bajo el hueco se equilibra con un incremento tensional en la zona extrema y no en la inmediatamente adyacente.

Destaca también la gran distorsión tensional que introduce la ventana rotada, hasta convertirse en la que presenta el máximo valor tensional. Pese a ello, se ha considerado como de comportamiento inferior la *Ventana Horizontal*, por ser su gradiente tensional más pronunciado en las zonas centrales.

Este mismo criterio, la uniformidad tensional, ha llevado a considerar superior el comportamiento producido en el muro por la *Ventana de Melnikov* frente a la *Ventana Vertical*, pese a su máximo valor de tensión ligeramente más alto que su rival, por describir una gráfica más tendida -y por lo tanto, sometida a menores tensiones cortantes-. De la misma forma, se ha optado por la *Circular* frente a la *Cuadrada*. Un *ranking* ficticio nos llevaría a la siguiente clasificación de mejor a peor comportamiento: *Ventana de Melnikov*, *Vertical*, *Circular*, *Cuadrada*, *Rotada* y *Horizontal*. Los gráficos anexas permite la comparación entre los valores de las diversas soluciones indicadas.

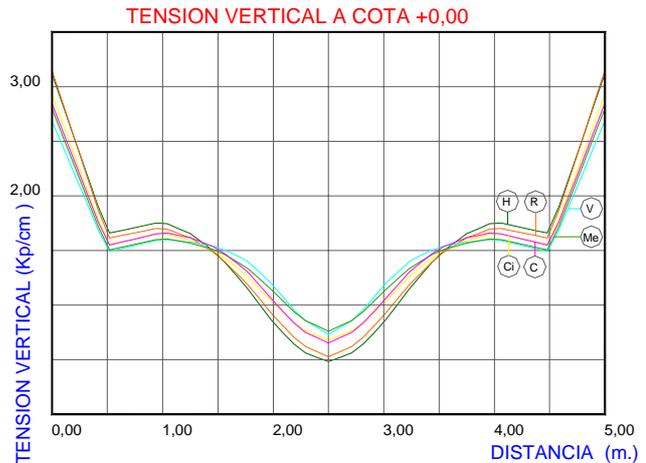


Figura VI.19 Comparativa Resultados Serie 82

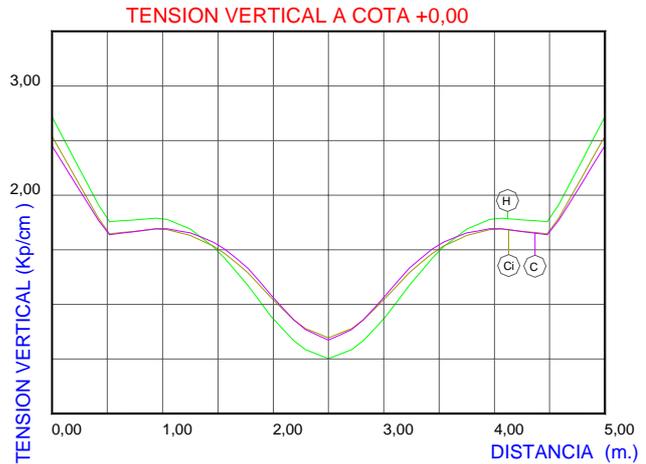


Figura VI.18 V. Cuadrada, Circular y Horizontal

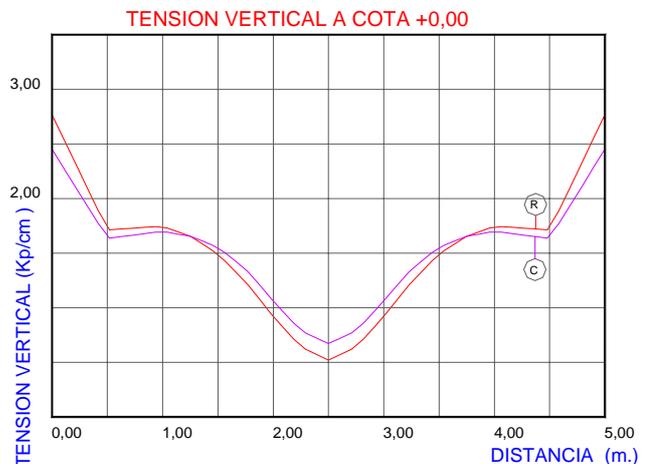


Figura VI.20 Comparativa V. Cuadrada y V. Rotada 45

4. SÍNTESIS.

- ❑ El análisis de una estructura de fábrica precisa de una visión multifocal dada las múltiples funciones que desarrolla simultáneamente y, cuando se trata de edificaciones históricas, el propio universo conceptual de sus autores.
- ❑ Las características de los elementos que componen la fábrica y su amplio uso a lo largo de la Historia han desembocado en soluciones constructivas muy depuradas.
- ❑ Se explica así que el análisis desde el punto estructural de la forma del hueco permita la explicación de las formas de huecos históricas, de la coherencia de las soluciones decorativas empleadas así como también la justificación de fisuraciones de múltiples tipos que son visibles dentro del patrimonio edificado. Esto es debido a que la forma del hueco se revela trascendente en el comportamiento general del muro, tanto a nivel de las tensiones que se producen en el interior de éste, como en la forma y magnitud de las tensiones transmitidas a los elementos que lo soportan.
- ❑ En el análisis de un hueco de superficie constante, las formas analizadas, presentadas en orden de comportamiento más a menos favorable han sido: *Ventana de Melnikov*, *Ventana Vertical*, *Ventana Circular*, *Ventana Cuadrada*, *Ventana Horizontal* y *Ventana Rotada*. Dentro de este estudio resultan destables las características siguientes:
 - Resulta reseñable la alta concentración de tensiones que provoca la *ventana cuadrada rotada 45°* en el muro, especialmente en los vértices.
 - Las *ventanas de forma rectangular* provocan tracciones en el dintel y alféizar de cierta extensión y magnitud, claramente dependiente de la luz del hueco. Por ello precisan soluciones particulares para el dintel -piezas enterizas, arcos planos o cargaderos-.
 - La *ventana circular* presenta los consabidos problemas de tracciones en claves y presiones en los riñones.
 - La *ventana de Melnikov* provoca un comportamiento muy uniforme en el muro, introduciendo muy escasas tracciones, que se concentran en el vértice superior. La magnitud de éstas -reducida- y muy limitada extensión -puntual- permiten que sean absorbidas por una pieza de dimensiones pequeñas, por lo que se permite su ejecución sin ningún tipo de elemento auxiliar.

- A la luz de este análisis, parece que un muro con huecos como la vivienda de *Melnikov*, dada la uniformidad y dimensiones de los huecos, podría ser evaluado en cálculo disminuyendo la tensión admisible del muro en proporción a su índice de huecos mientras que una superficie de huecos igual concentrada en 4 ó 5 obligaría a valorar con mucho cuidado los enlaces entre muros.

- ❑ El tratamiento actual con que la normativa resuelve los problemas tensionales derivados de la apertura de huecos en los muros es muy simplista e incluso discutible. Resulta cuando menos sorprendente que los análisis de elementos verticales de fábrica no tengan en cuenta más que de forma muy somera el tema de los huecos que presentan, llegando a simplificaciones sorprendentes.

- ❑ [FL-90] realiza un análisis excesivamente simplificador, dado que plantea un estado tensional que sólo sería posible con unos encadenados infinitamente rígidos. Además tiene en cuenta únicamente la dimensión horizontal del hueco, nunca su forma ni ubicación en el lienzo del muro. Tampoco analiza la repercusión de la ubicación del muro en el factor de empotramiento del forjado.

- ❑ Se cree que los resultados de esta investigación deberían ser recogidos por la normativa de fábrica introduciendo algún tipo de parámetro corrector por la forma de los huecos que se diseñan. También se debería recoger dentro de apartados equivalentes al de *Tensiones Resultantes Locales* de [FL-90] la diferencia de transmisión de tensiones a que dan lugar unos y otros tipos de huecos.

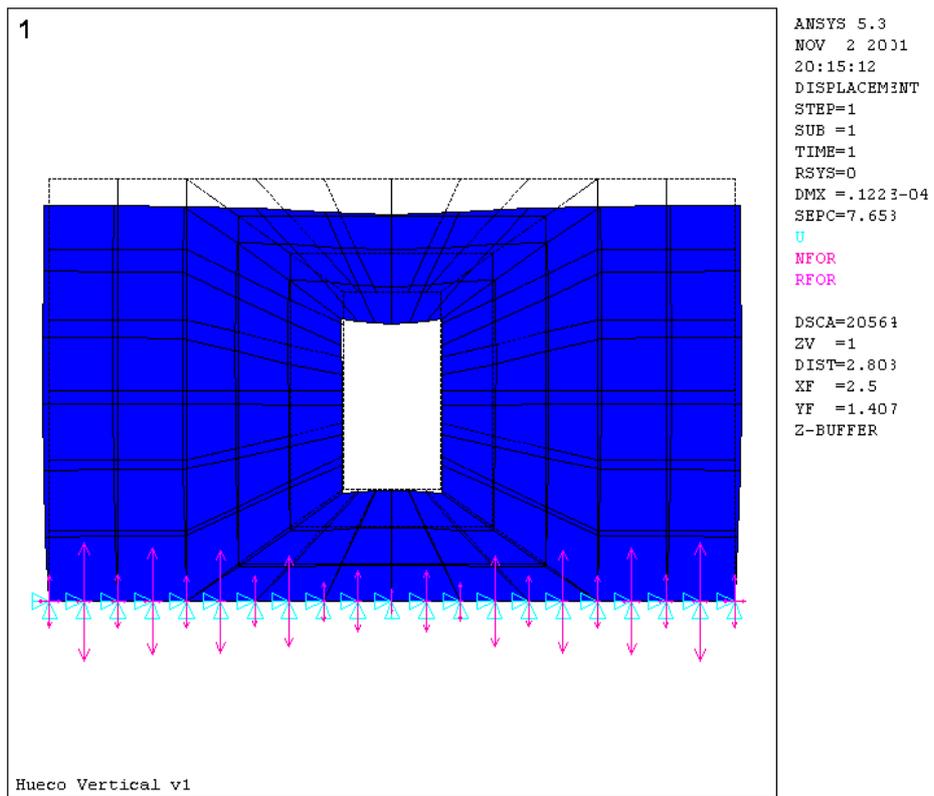


Figura VI.22

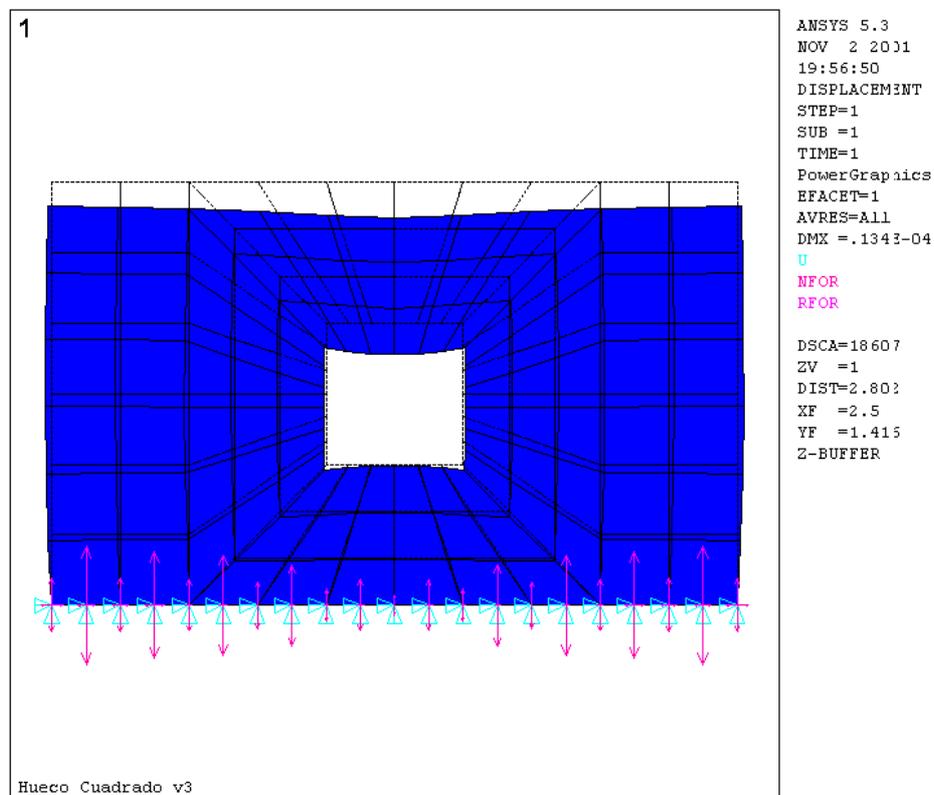


Figura VI.21

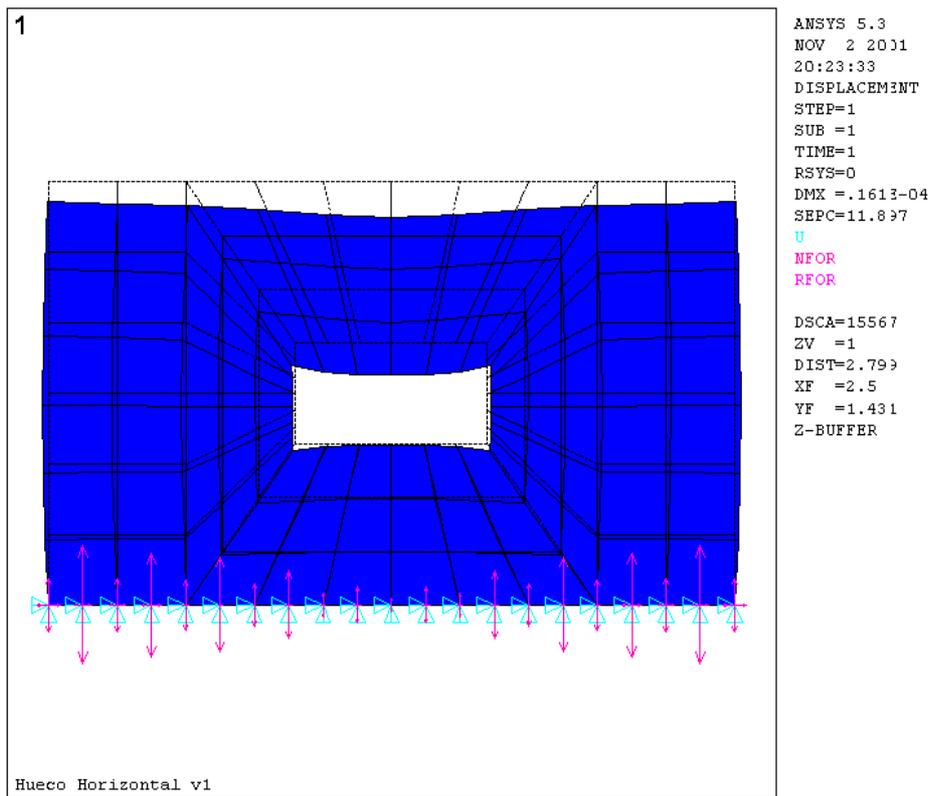


Figura VI.23

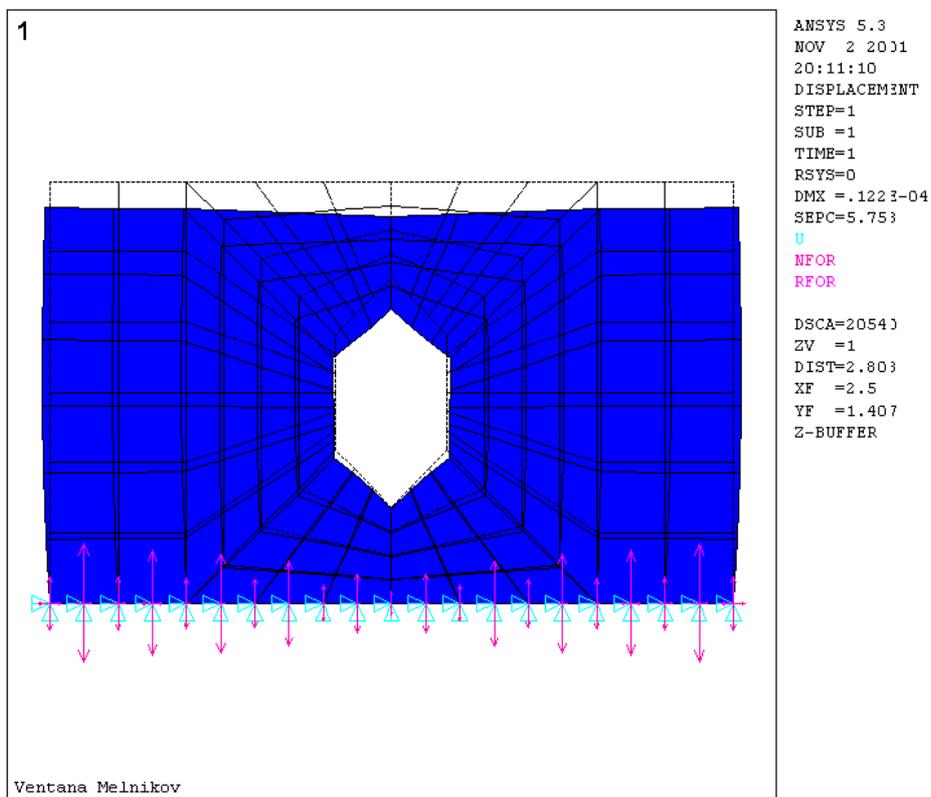


Figura VI.24

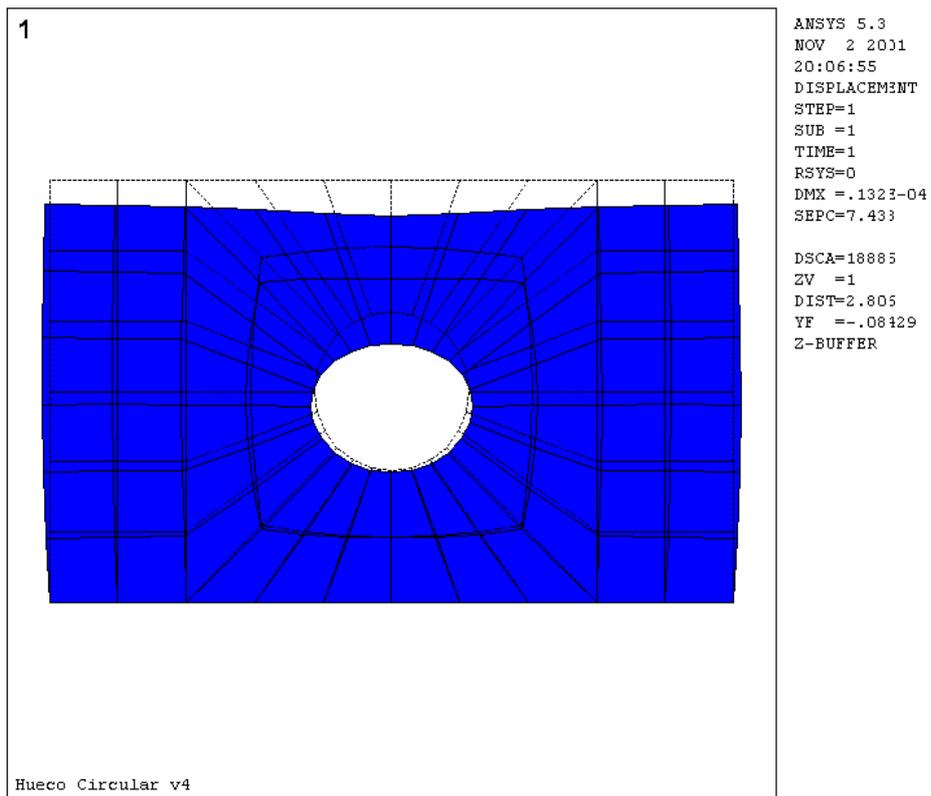


Figura VI.25

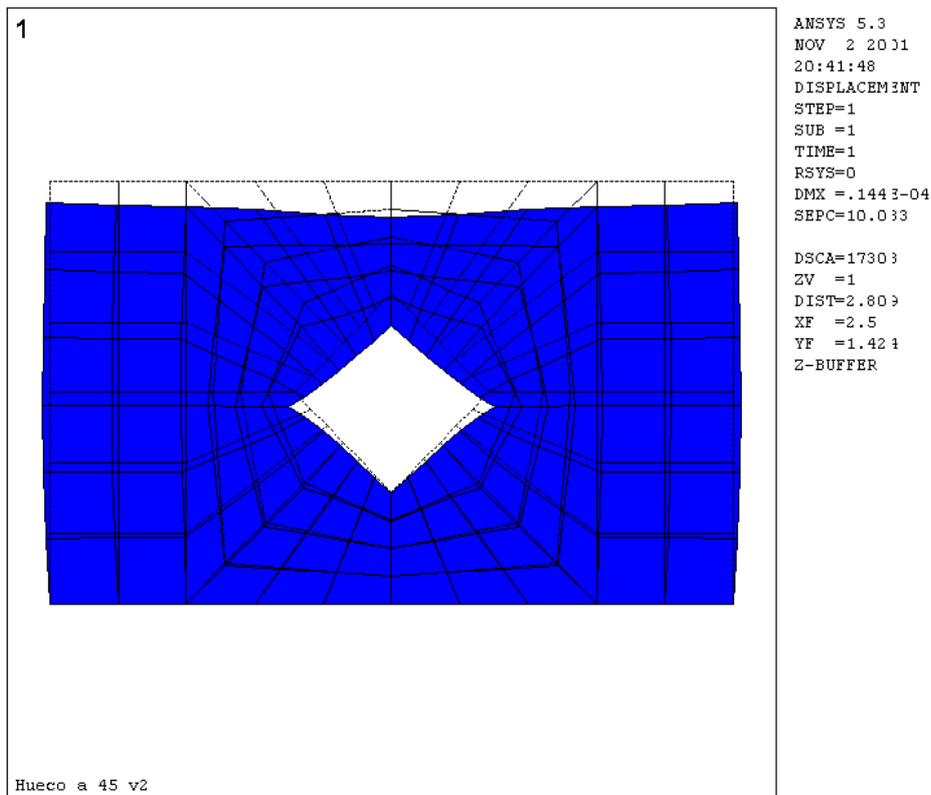


Figura VI.26

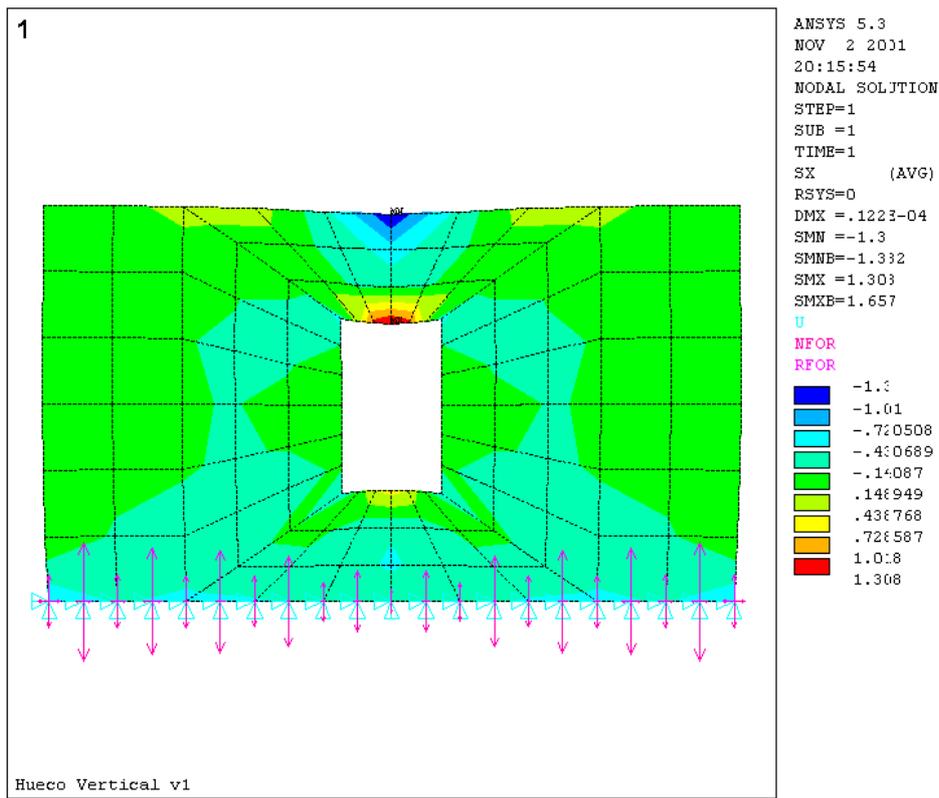


Figura VI.27

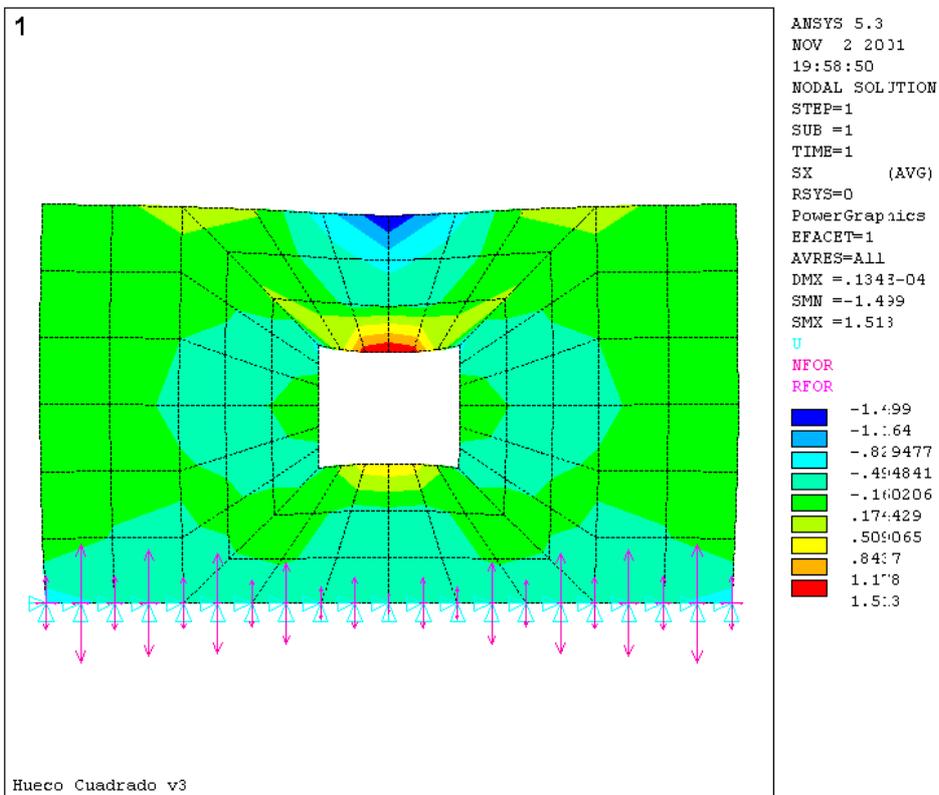


Figura VI.28

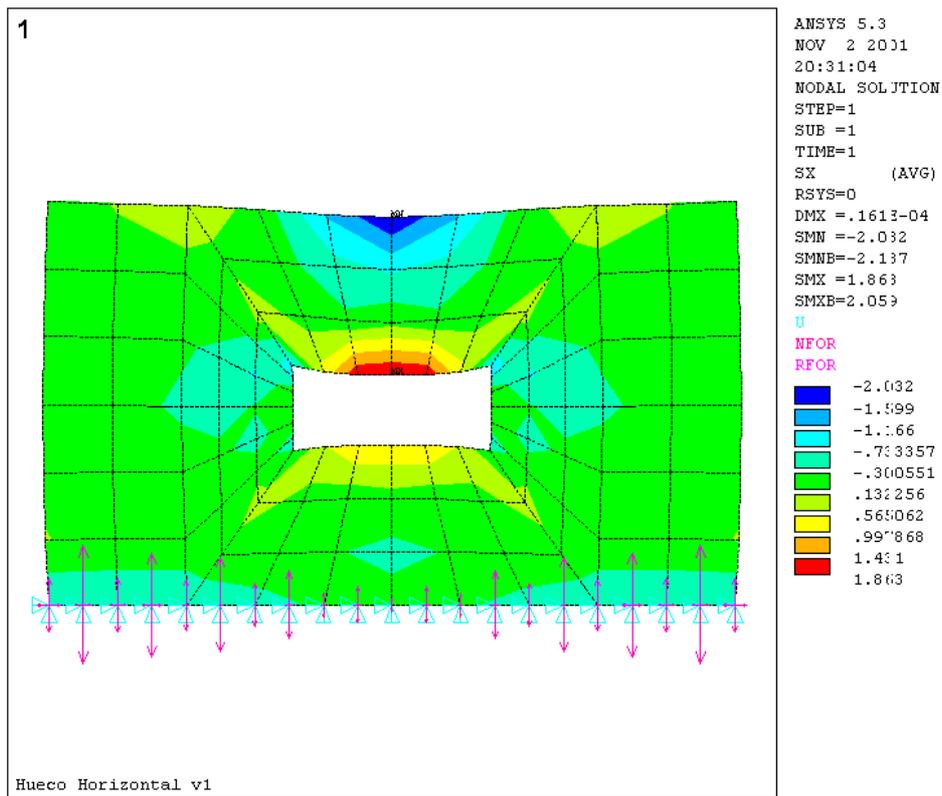


Figura VI.29

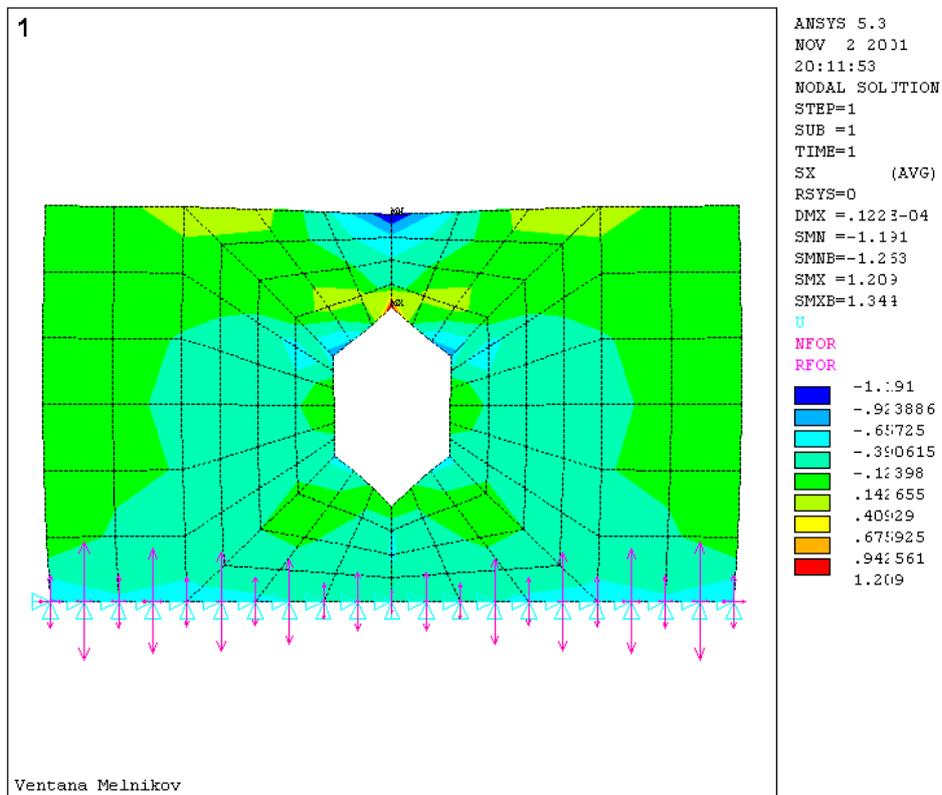


Figura VI.30

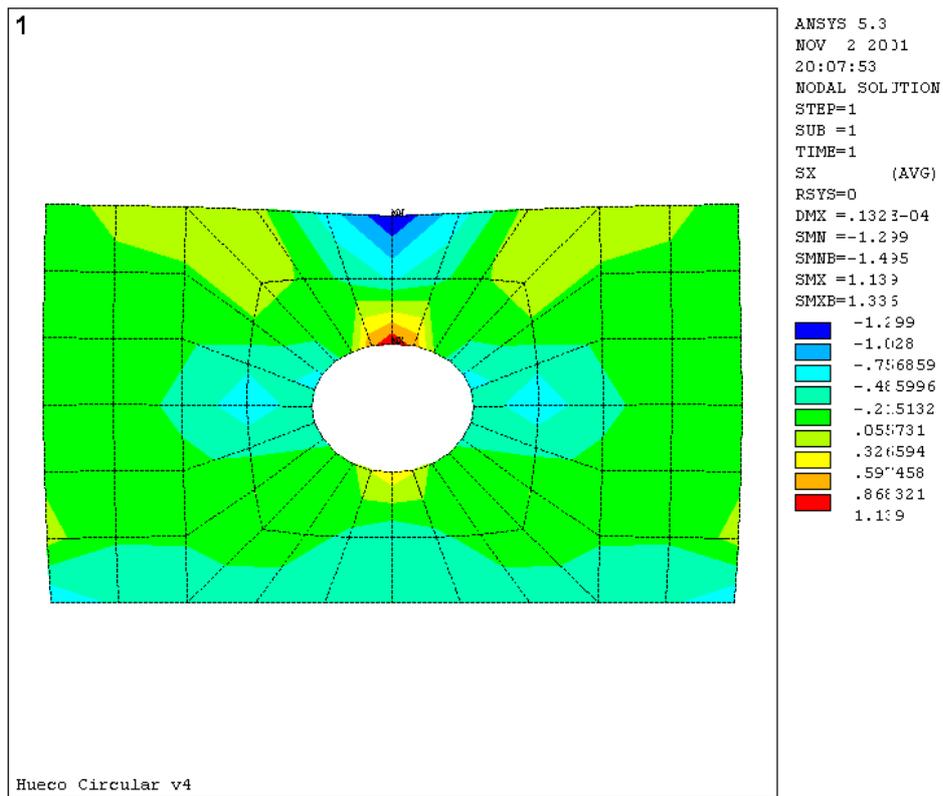


Figura VI.31

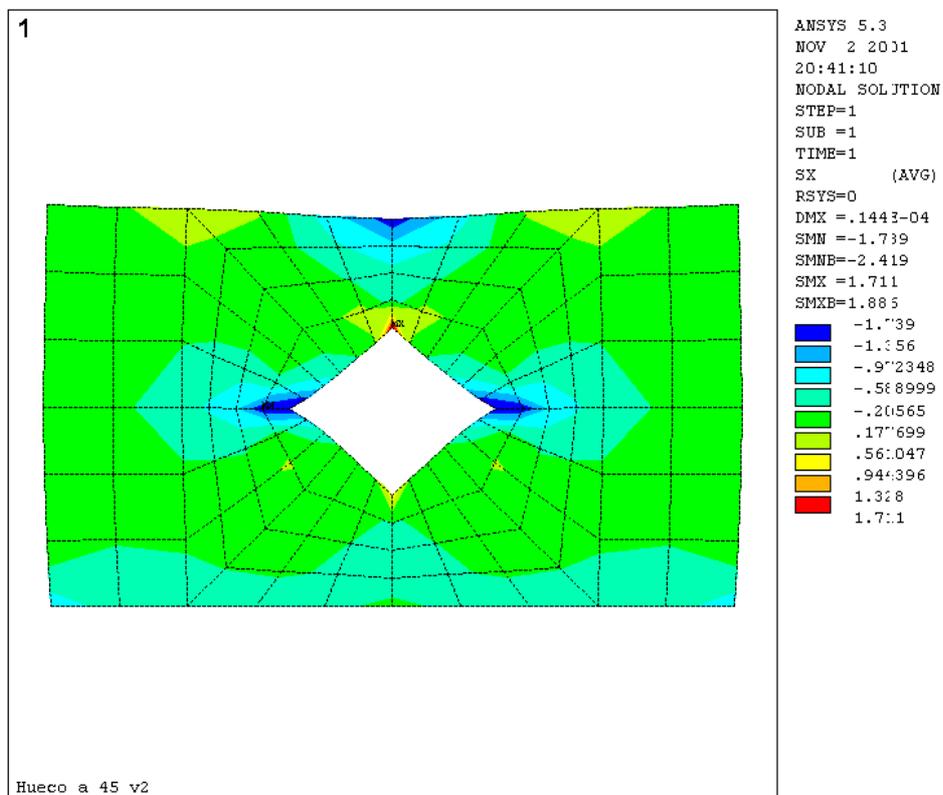


Figura VI.32

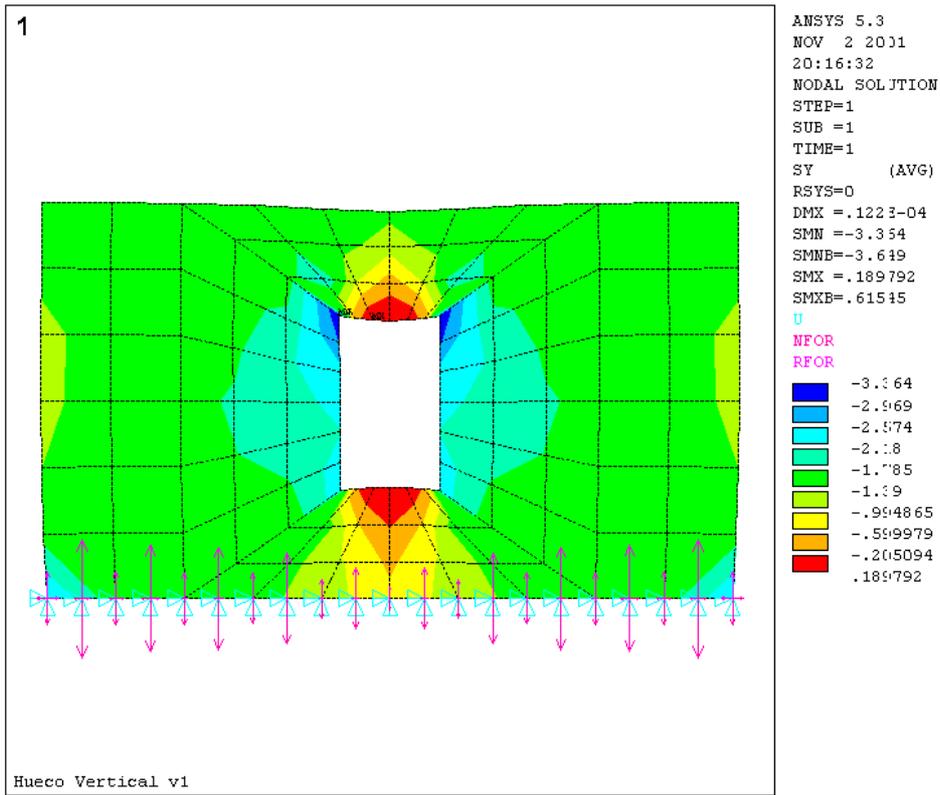


Figura VI.33

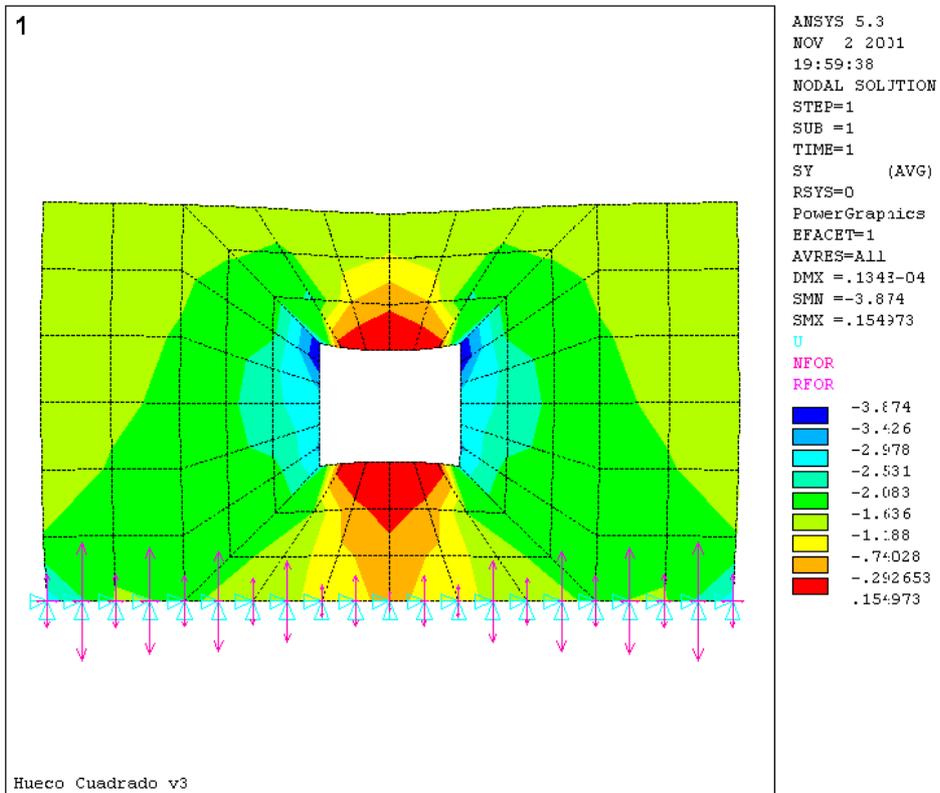


Figura VI.34

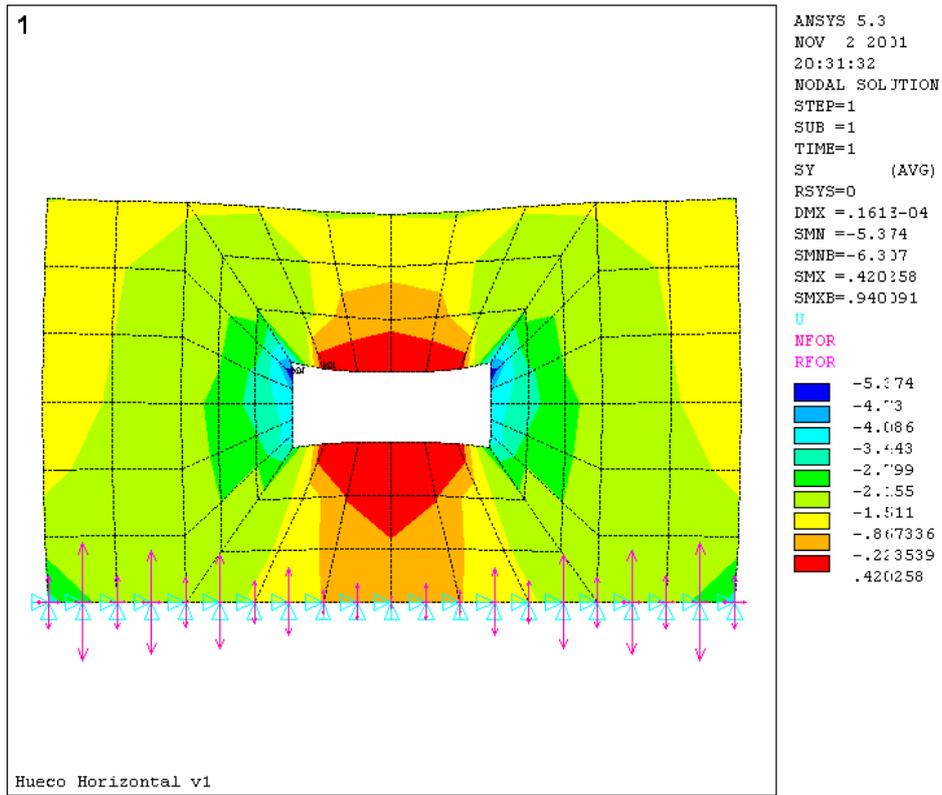


Figura VI.35

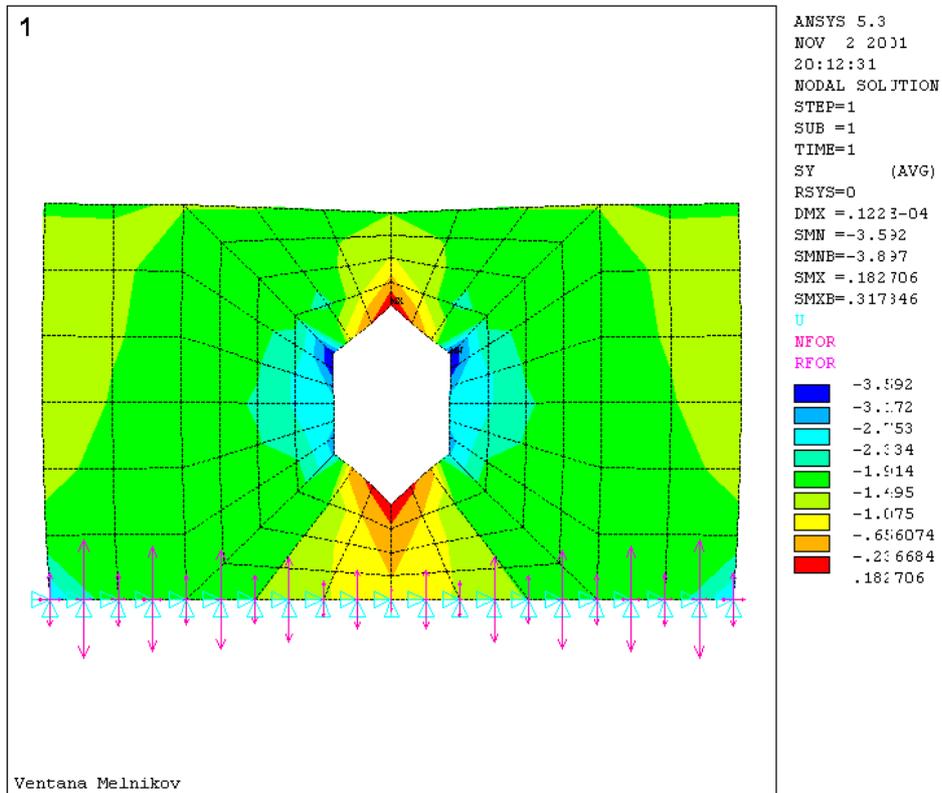


Figura VI.36

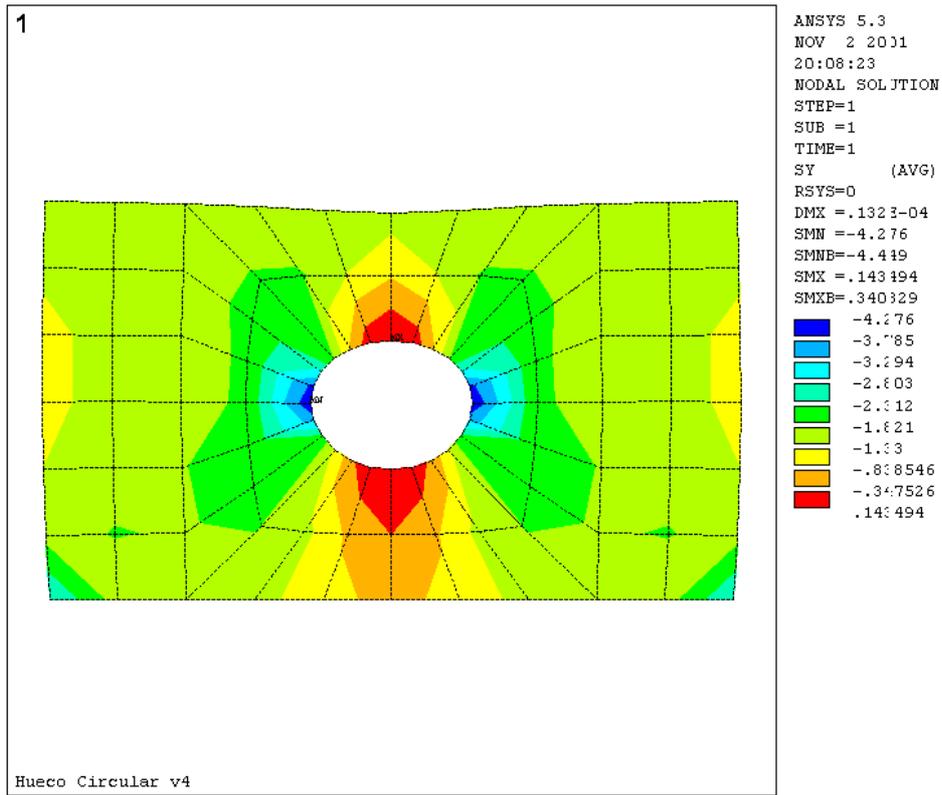


Figura VI.37

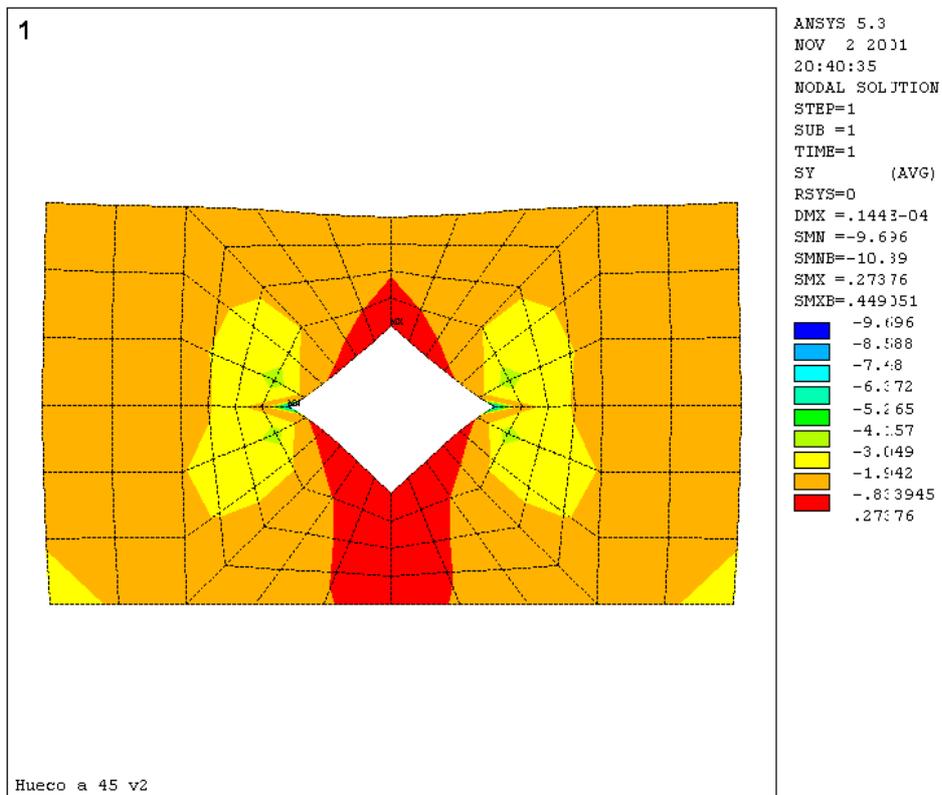


Figura VI.38

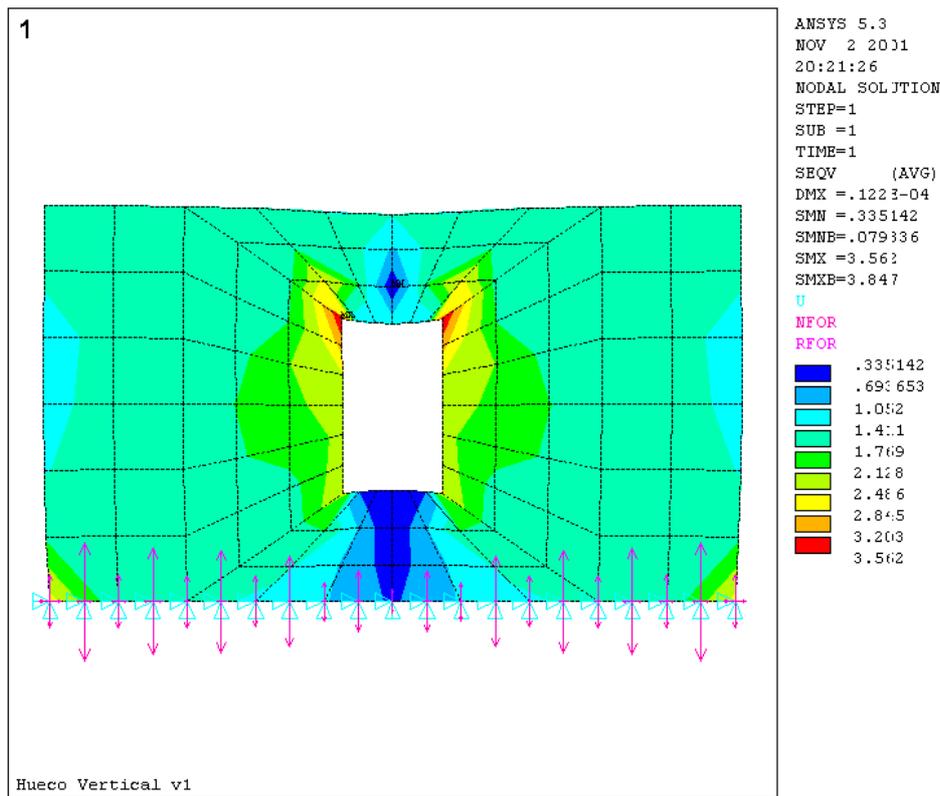


Figura VI.39

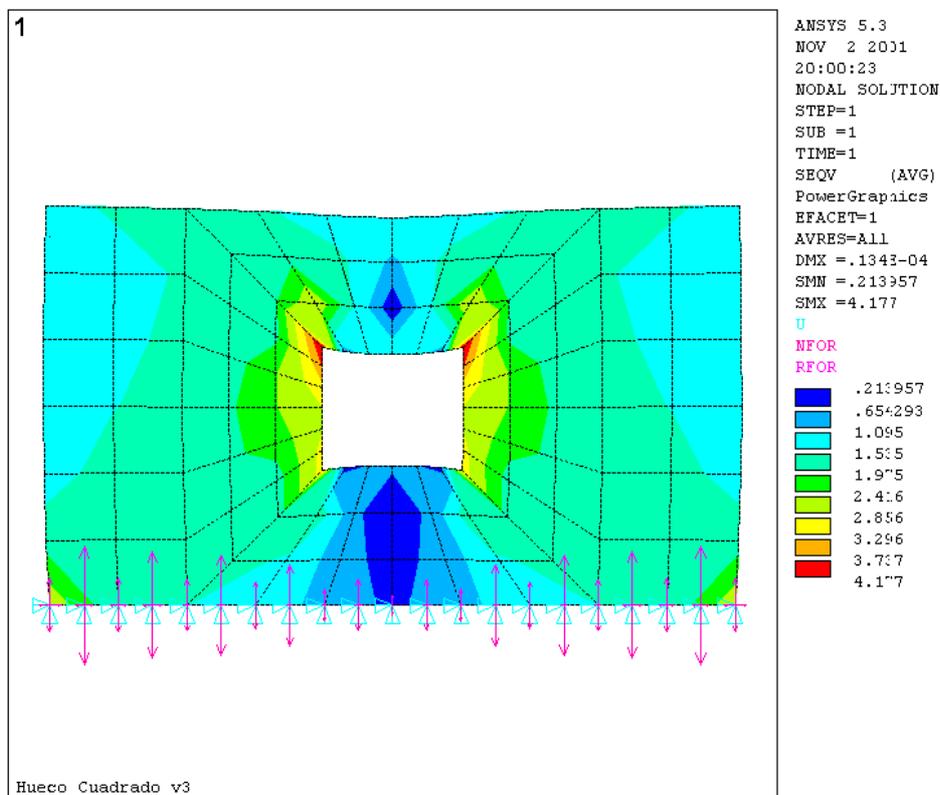


Figura VI.40

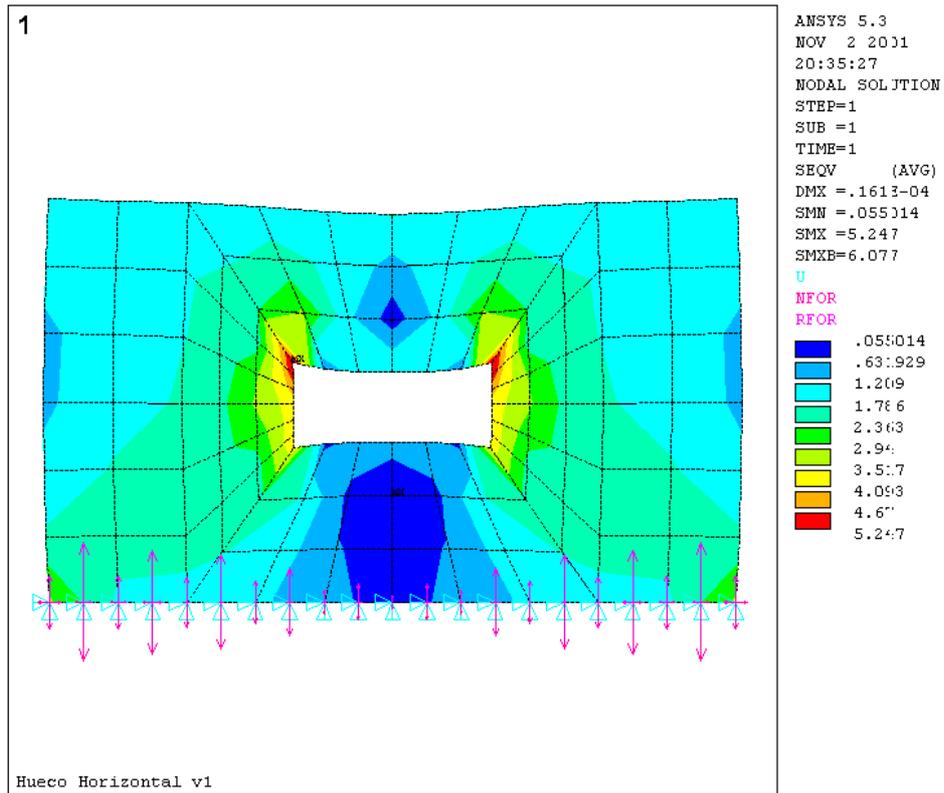


Figura VI.42

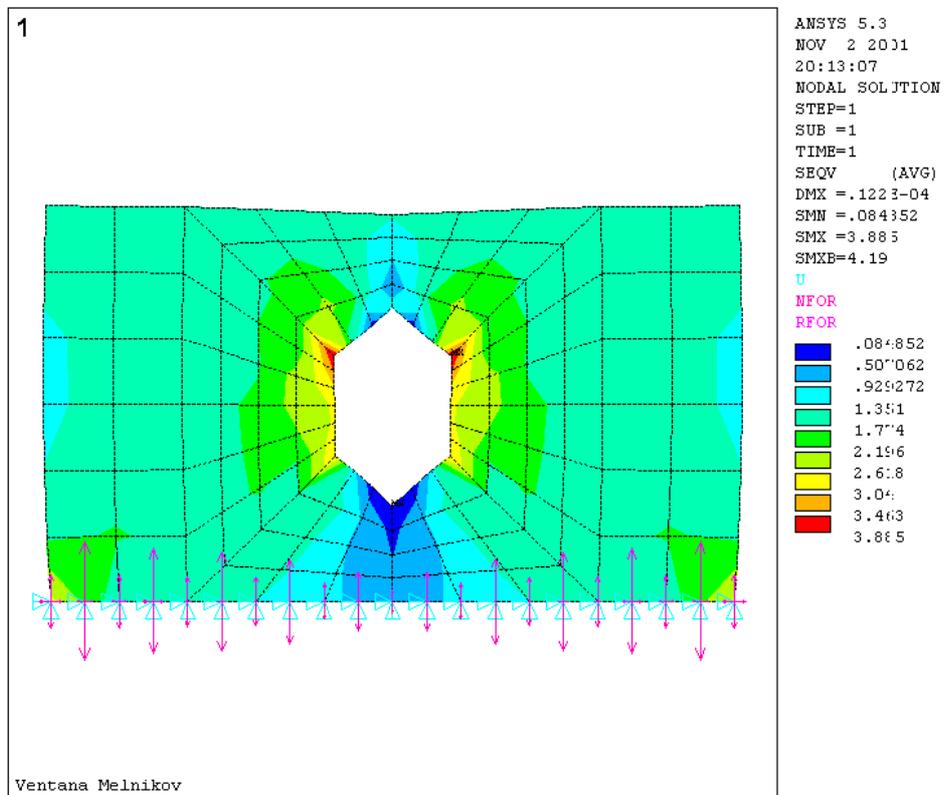


Figura VI.41

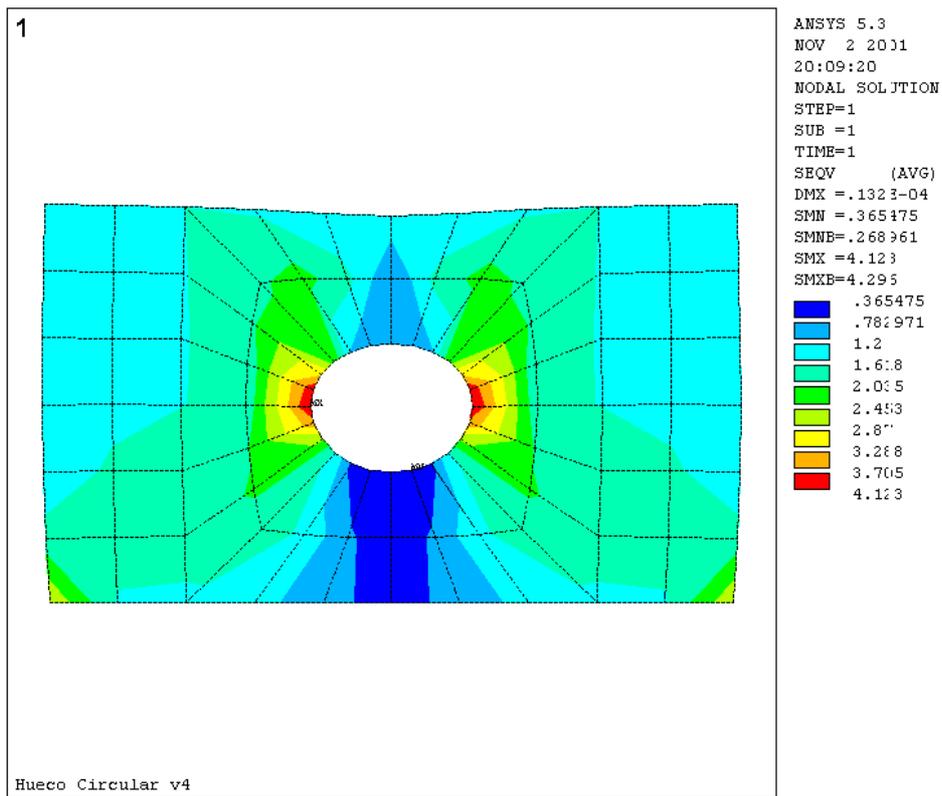


Figura VI.43

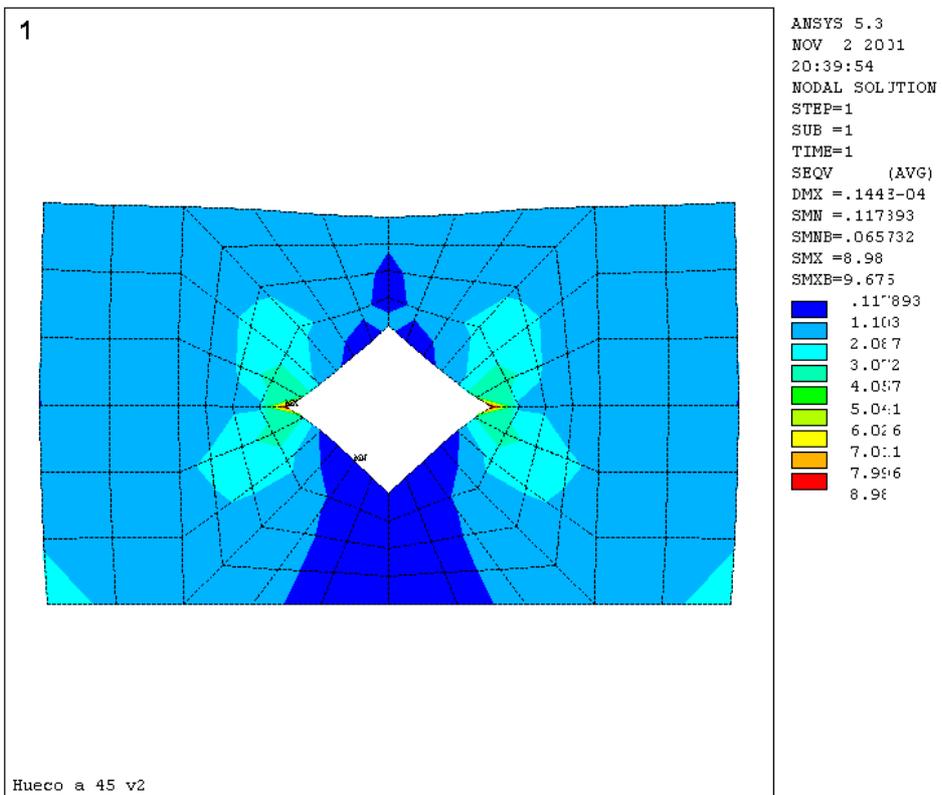


Figura VI.44

VII. CONCLUSIONES. LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURA

VII.1 CONCLUSIONES

- # La evaluación numérica exhaustiva aplicada a los modelos teóricos del cálculo de estructuras ha mostrado su eficacia con una claridad sorprendente en la evaluación de las propuestas desarrolladas. Este tipo de análisis forma parte de una fase previa del estudio experimental anterior al ensayo de modelos, y proporciona un control exhaustivo.
- # El método de cálculo desarrollado, basado en la formulación exacta de la sección eficaz, ha mostrado su validez en todo tipo de secciones rectangulares, en una situación de axil biexcéntrico, y resulta aplicable tanto a elementos estructurales de fábrica como a otros elementos estructurales, de las que las zapatas aisladas son un ejemplo. El trabajo desarrollado supone una significativa mejora sobre los métodos disponibles, y admite un empleo informático o gráfico.
- # La aplicación del criterio anterior a las fábricas portantes de bloques huecos de hormigón ha dado como resultado un incremento de la capacidad portante de la fábrica del orden de un 20% para excentricidades medias sin merma en los niveles de seguridad y supone un considerable avance en el aprovechamiento del material.
- # Pese a las reconocidas bondades del método desarrollado, existen casos para los que no es, en principio, aconsejable su empleo. Fundamentalmente son situaciones que implican la presencia de cortantes de entidad, como son las situaciones de cálculo de fábricas con variaciones de excentricidad debidos a la acción del viento y a empotramientos parciales de los forjados o elementos de contención de tierras. De todas formas esta cuestión está pendiente de desarrollo posterior.
- # Los estudios y análisis efectuados en esta tesis permiten afirmar que el método de análisis de nudos propuesto por [EC-6] no contempla en su formulación la adecuación a las soluciones constructivas de la estructura de fábrica, lo que limita sus posibilidades de empleo a aquellas situaciones en las que se cumplan a priori las condiciones que garanticen el equilibrio de momento en el nudo. En particular, sólo resulta aplicable a situaciones en las que no se modifique la posición del eje de los elementos, y , en el caso de nudo extremo intermedio, cuando el forjado

carezca de cualquier trasdosado.

- # Los análisis numéricos desarrollados para la evaluación de los métodos de cálculo de nudos de fábrica han mostrado el mejor comportamiento de la formulación de [FL-90] frente a [EC-6], tras realizar ligeras correcciones en las condiciones de los límites de los casos que recoge.
- # El análisis numérico revela que la consideración de una cierta excentricidad mínima -del orden de la contemplada por [EC-6] evitaría la necesidad del cálculo de excentricidades en los muros intermedios de acuerdo con el criterio de [FL-90]. El análisis del nudo es, no obstante, determinante en las situaciones de nudos extremos.
- # La disparidad de resultados que ha proporcionado el análisis numérico desarrollado sobre el pandeo ha puesto de manifiesto la imperiosa necesidad de una experimentación sistemática que permita el contraste de las aportaciones teóricas.
- # De acuerdo con el análisis numérico efectuado, en muros de fábrica de esbelteces moderadas -no superiores a 12- y situaciones normales, el pandeo no resulta ser el criterio determinante en la aceptación del muro.
- # Se ha comprobado analíticamente mediante el empleo del Método de los Elementos Finitos la trascendencia que el hueco, no sólo por sus dimensiones sino también su forma y situación plantea en el comportamiento de la fábrica. Los muros ven modificada su respuesta en virtud de la forma de los huecos.
- # Los trabajos desarrollados en esta tesis podrían contribuir de forma positiva a una futura revisión de la norma [FL-90]. Ésta, si bien cuenta con muchos aspectos positivos, sufre los efectos del paso del tiempo en temas como los problemas del método de pandeo, la ausencia de un diagrama del material para la evaluación de situaciones que no lleguen al agotamiento y necesidades de ajustar sus conceptos al estado del arte actual.
- # El tratamiento informático de los contenidos de [EC-6] han manifestado una serie de lagunas y de comportamientos anómalos que justificarían una reedición más meditada de esta norma. En esta

línea, los gráficos de resultados obtenidos en esta tesis aconsejan la revisión del método de [EC-6] de cálculo de nudos en lo tocante al criterio de respuesta de la fábrica, dados los bruscos vaivenes de las excentricidades que proporciona.

- # Es urgente la redacción de unas normas para las construcciones de fábrica portante de piedra que amparen este tipo constructivo y, al tiempo, fomenten el desarrollo de este pujante sector en la edificación de nuestra Comunidad. Estas normas debieran recoger las soluciones constructivas particulares que se han venido desarrollando -por ejemplo, la fábrica de perpiaños- y que no resultan fácilmente encuadrables en ninguna de las clasificaciones realizadas por las distintas referencias existentes. En este sentido, los estudios de la Sección Eficaz y el tratamiento del pandeo desarrollados en esta tesis podrían servir de referencias para este objetivo.

VII.2 LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS

- ! Se perfila claramente es la necesidad de afrontar una campaña sistemática de investigación experimental de estructuras de fábrica, especialmente en el apartado de las piezas esbeltas, para refrendar los procedimientos teóricos desarrollados por la bibliografía con la comprobación experimental.

- ! Esta campaña podría incluir también, especialmente en el mundo de la piedra la investigación con morteros de epoxi, morteros que teóricamente tienen resistencia a tracción y permitiría el desarrollo de un nuevo concepto en el estudio de las fábricas.

- ! Los gráficos de resultados muestran como extraña la hipótesis de un momento de empotramiento en el nudo constante y de alguna forma transmiten la impresión del comportamiento contrario como más verosímil: la relación del momento en el nudo con la carga que recibe. Esta es una de las múltiples cuestiones sobre nudos que han aflorado. Otra podría ser la consideración de la flexibilidad para la determinación de las excentricidades de aplicación -en cubiertas por ejemplo y así como otras que han sido señaladas en los puntos anteriores-. Esto justificaría la apertura de una línea de investigación sobre los empotramientos y apoyos en los nudos de fábrica. Por ejemplo, se echa en falta análisis sobre la repercusión de la ubicación del hueco en el factor de empotramiento del forjado, ligando los contenidos de los capítulos cuarto y sexto.

- ! Las normativas combinan el Método de la Sección Eficaz, método plástico, con métodos de cálculo de pandeo basados en determinaciones elásticas -módulo de elasticidad secante instantáneo en [EC-6], deformación unitaria correspondiente al límite elástico [FL-90]-. Además los métodos de cálculo de pandeo establecen la variación de la excentricidad a lo largo de la pieza -esto es, la presencia del cortante- cuando la sección eficaz se origina en un proceso de plastificación en el que interviene el cortante. Una línea de investigación podría centrarse en cuantificar la trascendencia de esta disparidad de criterios y arbitrar soluciones, que podrían ser de tipo coeficiente reductor -[Horne 1.979]- o desarrollando una formulación específica.

! Existe un vacío en el estudio del pandeo en el caso de edificios resueltos con forjados de madera sobre vigas de madera o metálicas, con unas condiciones de enlace entre los muros y los elementos horizontales muy diferentes de las recogidas por la normativa actual, y por lo tanto no encuadrables en sus métodos. Su abre así otro horizonte a la investigación.

! Es importante añadir al el estudio desarrollado el análisis de los efectos que produce la abertura de las puertas en el muro. Además parece conveniente comparar los resultados del modelo obtenido con los que producirían otros modelos, como el análisis no lineal o el desarrollo de *micromodelos* de muro formulados de acuerdo con las especificidades del material que se vaya a emplear, esto es dovelas de piedra, empleo de dinteles de diversos materiales...

No obstante la reflexión anterior, los resultados obtenidos sugieren algunos temas de investigación relacionados

! Es necesario una revisión en profundidad del método de análisis de las tensiones generadas en los muros por la apertura de huecos. Esta revisión debería tener en cuenta la rigidez relativa del conjunto encadenado-muro en el momento de evaluar el estado tensional de éste. Además se debería considerar la forma y ubicación en el lienzo del muro del hueco, así como obviamente sus dimensiones.

! Un campo de estudio abierto es el análisis de la repercusión de la ubicación del hueco en el factor de empotramiento del forjado.

! La normativa de fábrica debería introducir algún tipo de parámetro corrector por la forma de los huecos que se diseñan. La formulación y valor de éste es también campo abierto de investigación.

VIII. BIBLIOGRAFÍA

VIII.1 REFERENCIAS

- [Adell-Cano, 1.988] Adell Argilés, J.M.: Cano Laso, J.: **El ladrillo, material moderno.** HISPALYT, Madrid, 1.988.
- [Algorri, 1.994] Algorri García, E.: *Tres soluciones en la restauración del Palacio de Toral de los Guzmanes de León.* Informes de la Construcción Vol. 46, nº 434, noviembre/diciembre 1.994.
- [Algorri-Vázquez, 1.991] Algorri García, E. y Vázquez Espí, M.: *Rehabilitación del Castillo de Toral de los Guzmanes, León.* MAS-GUINDAL y otros, 1.991.
- [Algorri-Vázquez, 1.996] Algorri García, E. y Vázquez Espí, M.: *Enmienda a dos de los errores más comunes sobre el tapial.* Actas del *Primer Congreso Nacional de Historia de la Construcción.* Instituto Juan de Herrera-CEHOPU. Madrid, 1.966.
- [Alonso, 1.980] Alonso, J.: *La construcción con bloque: Orientaciones constructivas y de proyecto.* Informes de la Construcción nº 326, 1.980.
- [ANSYS] **ANSYS User's Manual. Rev. 5.3. Volumes I and II.** Swanson Analysis Systems, Inc
- [Argüelles, 1.981] Argüelles Alvarez, R.: **Cálculo de estructuras. Vol. 2.** E.T.S.I. Montes. Madrid, 1.981.
- [Arnold-Hendry, 1.991] Arnold W. Hendry, **Reinforced and Prestressed Masonry.**: Longman Scientific & Technical. Avon, 1.991.
- [AAVV, 1.984] AA.VV.: **Instrucciones para la Elaboración del Proyecto Arquitectónico.** C.O.A.V.N., C.O.A.A., C.O.A.R., C.O.A.C.V., C.O.A.Ca. y C.O.A.A.O., C.S.C.A.E., 1.994.
- [AAVV, 1190] AAVV: **The maintenance of brick and stone masonry structures.** London

-
- : E.& F. N. Spon, 1990
- [Balbuena, 1.922] Fernández Balbuena, G.: *La arquitectura humilde de un pueblo del páramo leonés*. Revista Arquitectura, nº 38, año 4. Madrid, junio de 1922.
- [Basegoda, 1.992] Basegoda, B.: **Bóvedas tabicadas**. Instituto Técnico de la Construcción y del Cemento. Monografía nº 130. Madrid, 1992.
- [Bauluz *et alli*, 1.992] Bauluz del Río, G.; Bárcena Barrios, P.: **Bases para el Diseño y Construcción con Tapial**. Ministerio de Obras Públicas y Transportes. Madrid, 1.992.
- [BEKAERT, 1.992] Adell, Josep M., Lahuerta, Javier A.: **La fábrica armada : identificación del producto, campos de aplicación, consejos para la colocación, principios de cálculo y tablas**. Bekaert. Barcelona 1.992.
- [Benavent 1.939] Benavent, P.: **Cómo debo Construir**. Barcelona, 1.939.
- [Benito Hernández, 1.975] Benito Hernández, C.: **Nociones de cálculo plástico**. Edición del autor. Madrid, 1.975.
- [Bernstein *et alli*] Bernstein, D., Champetier, J.P, Peiffer, F.: **Nuevas Técnicas en la Obra de Fábrica. El muro de dos hojas en la arquitectura de hoy**. Editorial Gustavo Gili.
- [Blasi y Foraboschi, 1.994] Blasi y Foraboschi.: *Analytical approach to collapse mechanisms of circular masonry arch*. Journal of Structural Engineering, ASCE, 120, 2288-2309, 1.994.
- [Bowles, 1.982] Bowles, J.E.: **Foundation Analysis and Design**. McGraw-Hill Book Co., New York, 1.982, 800 pp. 3ª Ed.
- [Calavera, 1.984] Calavera Ruiz, J.: **Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón Armado para Edificios**. INTEMAC. Madrid, 1984. 2ª Ed.
- [Calavera, 2.000] Calavera Ruiz, J.: **Cálculo de Estructuras de Cimentación**. INTEMAC.
-

-
- Madrid, 2.000. 4ª Ed.
- [Calladine, 1.992] Calladine, C. R.: *Masonry construction : structural mechanics and other aspects* Ed. C.R. Calladine Kluwer Academic Publishers, cop., Dordrecht, 1.992 Separata de *Meccanica*, v. 27, n. 3 (1992).
- [Carluccio, 1.995] Carluccio, Giuseppe: *Intervenciones Recientes en el Patrimonio Monumental en Italia*. Ponencia presentada a *As Actuacións no Patrimonio Construído: Un Diálogo Interdisciplinar* Santiago de Compostela, 1995.
- [Cassinello, 1.964] Cassinello, F.: **Muros de Carga de Fábrica de Ladrillo**. Monografía 238. Instituto Eduardo Torroja. Madrid, 1.964.
- [Castigliano, 1.879] Castigliano, **Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques et ses applications**. Auguste Frédeéric Negro, Turín, 1879. Citado por [Heyman, 1.995], pág. 108
- [Cervera Bravo 1.987] Cervera Bravo, J.: *El Método de los Elementos Finitos. Métodos de Análisis en Teoría de la Elasticidad*. Instituto Juan de Herrera. Madrid, 1987.
- [COAA, 1.994] AA.VV: **Memoria de Estructuras**. C.A.T. - C.O.A.A. Oviedo, 1.994.
- [COAATB, 1.995a] AA.VV.: **Manual de diagnosis e intervención en sistemas estructurales de muros de carga**. COAAT Barcelona, Barcelona, 1.995.
- [COAATB, 1.995b] AA.VV: **Manual de diagnosis, patología e intervención en estructuras de ladrillo**. COAAT Barcelona, Barcelona, 1.995.
- [COAATB, 1.995c] AA.VV.: **Manual de diagnosis y tratamiento de materiales pétreos y cerámicos**. COAAT Barcelona, Barcelona, 1.995.
- [Cobrerros et alli, 1.998] Cobrerros, M.A.; Escrig, F.; P. Valcárcel, J.B.: *The elliptical dome. A survey of constructive techniques to stabilize a sophisticate structure*. Congreso *Structures Repair and Maintenance of Historical Builidings V*, 1.998.
-

-
- [Cobrerros-Vázquez, 1.999] Cobrerros, M.A.; Vázquez, E.: *The sail vault. A survey of constructive survey of constructive techniques to stabilize a sophisticate structure*. Ponencia presentada al Congreso *Structures Studies Repair and Maintenance of Historical Buildings VI*, 1.999.
- [Chostrini, 1.994] Chostrini, S.: **In-situ Determination of the Strength Properties of Masonry Walls by Destructive Shear and Compression Tests**. *Masonry Internat. Journal of British Mas. Society*. V. 7. N°3, 87-96. 1.994.
- [Colulomb, 1.773] Coulomb, C.A.: **Essai sur une application de règles de maximis et minimis a quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture**. *Mémoires deMathématique et de Physique présentés a l'Academie Royale des Sciences par divers Savans et lûs dans ses assembñées* 7. Paris, 1.773. Citado por [Heyman, 1.995], pág. 94.
- [Condit, 1.964] Condit, C.W: **The Chicago School of Architecture**. The University of Chicago Press. Chicago, 1.964.
- [Cook-Pegram, 1.993] Cook, D.- Pegram, G.: *Analysis of Crack Damage in three Georgian facades in the city of Bath, England, with a simple approach to the repair problem*. Ponencia presentada al Congreso *Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings III*. Bath, Junio 1993.
- [Corral, J, 1.984] Corral Jam, J.: *Sobre el barro y su técnica o la razón natural de los constructores vernáculos*. *Arquitectura, técnica y naturaleza en el ocaso de la modernidad*. Fernández-Galiano (Ed.). M.O.P.U. Madrid, 1.984.
- [Crocì et alli, 1.993] Crocì, Carluccio, Viskovic: *The structural analyses and restoration projects for the St. Francis, St. Claire and St. Mary of the Angels Basilicas in Assisi*. Ponencia presentada al Congreso *Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings III*. Bath, 1993.
- [Couplet, 1.729] Couplet, P.: **De la poussée des voûtes** *Mémoires de l'Academie Royale des Sciences*. Paris, 1.729. Citado por [Heyman, 1.995], pág. 94.
- [Cuchí, 1.996] Cuchí i Burgos, A.: *La técnica tradicional del tapial*. *Actas del Primer Congreso*
-

-
- Nacional de Historia de la Construcción*. Instituto Juan de Herrera-CEHOPU. Madrid, 1.996.
- [Curtin *et alli*, 1.984] Curtin, W.G.; Shaw, G; Beck, J.K.; Parkinson, G.I.: **Structural Masonry Detailing**. Granada Publishing. London, 1.984.
- [De Verkey, 1.992] De Verkey R.C.: **Current Masonry Research and Development at BRE**. Masonry Internati. Journal of British Mas. Society. V.5. Nº3, 69-72. 1.992.
- [Díaz-Munio, 1.996] Fernández Díaz-Munio, **PLASTIA: Breviario de Plasticidad**. C.O.I.C.C.P. Madrid, 1.996.
- [Dieste, 1964] Dieste: *R. Bóvedas de doble curvatura: bóvedas gausas*. Simposio de la Academia de Ciencias de USA. Berkeley, California, 1.964.
- [Doblaré-Alarcón, 1.983] Doblaré Castellano y Alarcón Alvarez: **Elementos de Plasticidad** E.T.S.I.I., Madrid, 1.983.
- [ENSIDESA, 1989] AAVV.: Tomo 0. **Bases de Cálculo y Valores Estáticos de Perfiles de Acero Laminado**. Empresa Nacional Siderúrgica, S.A., Madrid, 1.989.
- [Esbert, 1.986] Esbert Alemany, R.M.: *Definición y Analisis de las Tipologías Alterológicas desarrolladas sobre las Piedras de los Edificios: Mecanismos de Alteración*. Curso Materiales Pétreos en Edificación. Colegio Oficial de Arquitectos de Asturias, Febrero-Marzo 1.986.
- [Escrig, 1.985] Escrig Pallarés, F. **Pandeo de Estructuras**. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla. Sevilla, 1.985.
- [Eymar-Puente, 1.958] Eymar, J.M. ; Puente, J.: **Bloques de Hormigón para Muros**. C.S.I.C. Madrid, 1.958.
- [Fdz. Madrid, 1.996] Fernández Madrid, J.: **Manual del Granito para Arquitectos**. Asociación Gallega de Graniteros. Santiago, 1.996.
-

-
- [Fombella, 1.988] Fombella Guillén, Ricardo: **Estructuras de Ladrillo**. UNED-Escuela de la Edificación. Madrid, 1.988.
- [Fray Lorenzo, 1.663] Fray Lorenzo de San Nicolás: **Arte y Uso de la Arquitectura** (S.1.). Última edición 1.796. Ediciones faccsimiles editadas en Valencia y Zaragoza en 1.989. Citado en [Moreno-Navarro, 1.995b]
- [Fiol Femenia, 1.981] Fiol Femenia, F.; **Tablas para el cálculo de cimentaciones superficiales y muros de sótano**. Madrid, 1.981
- [Freire Tellado, 1.991] Freire Tellado, M.; Muñiz, S.; Estévez Cimadevila, F.: **Estructuras de Fábrica**. Departamento de Tecnología de la Construcción. Universidad de La Coruña. La Coruña, 1.991.
- [Freire Tellado, 1.994] Freire Tellado, M.J.: *Trazados de Montea Bajo la Escalera del Colegio Nuestra Señora de la Antigua en Monforte de Lemos*. Revista 'Lucus', nº 42, pag. 59 a 65. Excma. Diputación de Lugo. Lugo, Septiembre 1994.
- [Freire Tellado, 1.996a] Freire Tellado, M.J.: *La Forma del Hueco en la Obra de Fábrica*. Boletín Académico nº 19 1/1.995, págs. 32-40. E.T.S.A. La Coruña, Enero 1.996.
- [Freire Tellado, 1.996b] Freire Tellado, M.J.: *Capítulo VI. La Estructura de Fábrica de Granito*. Cap.VI de [Fdez. Madrid, 1.996].
- [Freire Tellado, 1.997] Freire Tellado, M. J.: *La Sección Eficaz en la Estructura de Fábrica*. Informes de la Construcción-C.S.I.C., Vol. 49 nº 449 mayo/junio 1.997, págs. 23-36.
- [Freire Tellado, 1.998a] Freire Tellado, M.J.: *Los trazados de montea de factura renacentista del edificio de los Escolapios de Monforte de Lemos*. Actas del II Congreso Nacional de Historia de la Construcción. A Coruña, Octubre de 1.998.
- [Freire Tellado, 1.998b] Freire Tellado, M, J.: *Construcciones de tapia en las Tierras de Lemos*. Libro de Actas del II Congreso Nacional de Historia de la Construcción. A Coruña, Octubre de 1.998.
-

-
- [Freire Tellado, 2.000] Freire Tellado, M. J.: *Comparativa del cálculo de pandeo en métodos basados en la sección eficaz*. Informes de la Construcción-C.S.I.C., Vol. 52 nº 467 mayo/junio 2000, págs. 31-46.
- [Freire Tellado, s.d.] Freire Tellado, M.: **Estructuras de Fábrica**. Colegio Oficial de Arquitectos de Galicia, Santiago de Compostela (s.d.).
- [Frézier, 1.737] Frézier, A.F.: **La théorie et la pratique de la cuope de pierres et des bois pour la contruction des voûtes et autres parties des batimens civils et militaires, ou traité de stéréotomie à l'usage de l'architecture**. J.D. Doulsekker, Estrasburgo, 1.737-1.739.
Cit. [Heyman, 1.995] pág. 94 95.
- [Gallegos, 1.989] Gallegos, H.: **Albañilería Estructural: Diseño y Cálculo de Muros**. Pontificia Universidad Católica del Perú. 1.989.
- [Gambarotta, 1.993] Gambarotta, L.- Lagomarsino, S.: *Structural analysis of Roman honorary arches: Constantine's Arch*. Ponencia presentada al Congreso *Structural Repair and Maintenance of Historical Buildings III*. Bath, 1993.
- [Gage-Kirkbride, 1.978] Michael Gage and Tom Kirkbride: **Design in Blockwork**. The Architectural Press, Londres, 1.978.
- [Hahn, 1.982] Hahn, J.: **Vigas Continuas, Pórticos, Placas y Vigas Flotantes sobre Terreno Elástico**. Gustavo Gili, 3ª Edición. Barcelona 1982.
- [Hendry et alli, 1.987] Hendry, A.W.; Sinha, B.P.; Davies, S.R.: **Load bearing bricwork desing**. Ellis Horwood Limited Publishers. Chichister. 2ª Ed. 1.987.
- [Hendry-Khalaf, 2.001] Hendry, A.W., : Khalaf, F.M.: **Masonry wall construction**. London : Spon Press, 2001.
- [Heyman, 1.966] Heyman, J.: *The Stone Skeleton*. International Journal of Mechanical Sciences 2, 1.966. Versión española contenida en [Heyman, 1.995].
-

-
- [Heyman, 1.969] Heyman, J.: *The safety of masonry arches*. International Journal of Mechanical Sciences 11, pp. 363-385, 1.969. Versión española contenida en [Heyman, 1.995].
- [Heyman, 1.982] Heyman, J.: *The Masonry Arch*. Ellis Horwood, Chichester, 1.982.
- [Heyman, 1.988] Heyman, J.: *Poleni's Problem* Proceedings of the Institution of Civil Engineers 84, 1.988 pp. 737-759 .Versión española contenida en [Heyman, 1.995].
- [Heyman, 1.995] Heyman, J.: ***Teoría, historia y Restauración de Estructuras de Fábrica***. CEHOPU-Instituto Juan de Herrera-CEDEX. Madrid, 1.995.
- [HISPALYT] Adell Argiles, J.M.; Bedoya Frutos, C.; de Isidro Gordejuela, F.; Fombella Guillén, R.; Gómez López, E.; Neila González, J.; Puerta García, A.; Soriano Santandreu, F. **El muro de ladrillo**. HISPALYT Asociación Española de Fabricantes de Ladrillo y tejas de arcilla cocida. Madrid, 1992.
- [Horne 1.979] Horne, M.R.: **Plastic Theory of Structures** Pergamon Press 2 Ed. Guildford, 1.979.
- [Hughes, 1.995] Hughes, T.J.: *The testing, analysis and assessment of masonry arch bridges*. Structural analysis of historical constructions I, Barcelona, 1.995.
- [IMCC, 1.998] Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, A.C.: **Diseño y Construcción de Estructuras con Bloques de Concreto**. Ed. Limusa. Mexico, 1.988.
- [Izquierdo, 1.994] Izquierdo Bernaldo de Quirros, J.: *Métodos Informáticos de apoyo al diagnóstico de fábricas tradicionales*. Tribuna de la Construcción, nº 24, año 3, 1.995 pp.10-17.
- [Jenaro, 1.986] Jenaro Garrido, J.M.: *Obras de Fábrica Resistentes. Consideraciones Generales de Cálculo*. Informes de la Construcción, Vol. 38, nº 384, Octubre 1.986.
-

-
- [Jenaro, 1986] Jenaro Garrido, J.M.: **Reglas de Calidad de Bloques Prefabricados de Hormigón de Arena y Grava**. Instituto Eduardo Torroja. Madrid, 1.966.
- [La Hire 1.695] La Hire: **Traité de mécanique ou l'on explique tout ce qui est nécessaire dans la pratique des Arts, et les propriétés des corps pesants lesquelles ont eu plus grand usage dans la Physique**. Imprimerie Royal, Imprimerie Royal, Paris 1.695. Citado por [Heyman, 1.995], pág. 94.
- [Lahuerta, 1.962] Lahuerta, J.; Rodríguez Martín, L.F.: **Muros de Fábrica de Ladrillo**. Ministerio de la Vivienda, Madrid, 1.962.
- [Lahuerta, 1.984] Lahuerta Vargas, J.: *Rehabilitación de Obras de Fábrica*. Capítulo del libro **Curso de Rehabilitación. Tomo 5. La Estructura**, pp. 151-172. Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid, 1.984.
- [Lahuerta, 1.990] Lahuerta Vargas, J.: **Estructuras de Edificación. Fundamentos y Aplicaciones**. E.T.S.A.. Universidad de Navarra. Pamplona, 1.990.
- [Lahuerta, 1.992] Lahuerta, J.: *Cálculo de la fábrica armada*. Informes de la Coonstrucción nº 421. 1.992.
- [Lesage, 1.810], Lesage, P.C.: **Recueil de divers mémoires extraits de la Bibliothèque Impériales des Ponts et Chaussées à l'usage de MM. Les ingénieurs**. Chez Firmin Didot, Paris, 1.810 Referido por [Heyman, 1.995], pag. 93.
- [Lewicki, 1.988] Lewicki, Bohdan: *Evaluación de Estructuras de Muros Resistentes*. Informes de la Construcción-C.S.I.C., Vol. 40 nº 398 noviembre/diciembre 1.998, págs .73-77.
- [Lijdens, 1994a] Lijdens, A.-Villegas, L.: *Posibilidades de utilización de estructuras de fábrica simple en edificios de altura según diferentes normas*. Tribuna de la Construcción, nº 21, año 3, 1.994, págs 60-70.
- [Lijdens, 1994b] Lijdens, A.-Villegas, L.: *Aspectos del diseño de muros portantes de fábrica*
-

-
- simple según diferentes normas: excentricidades, reducción de la capacidad portante e hipótesis de carga a considerar.* Revista de Obras Públicas, nº 3.337, año 141, noviembre 1.994, págs 4-53.
- [López *et alli*, 1.998] López, J.; Oller, S. y Oñate, E.: **Cálculo del Comportamiento de la Mampostería Mediante Elementos Finitos.** Monografía Cimne N°46, Diciembre 1.998.
- [Lozano *et alli*, 1.995] Lozano Apolo, G.- Lozano Martínez-Luengas, A.: **Curso de Técnicas de Intervención en el Patrimonio Arquitectónico. Tomo II. Reestructuración de Edificios de Muros de Fábrica.** COAyAT A Coruña. Gijón, 1.995
- [Luzón, 1.992] Luzón Cánovas, J.M.: *Estabilidad estática de los cerramientos de fachadas de fábrica.* Cuadernos INTEMAC nº 8, Madrid, 1.992.
- [Macchi, 1.992] Macchi, G.: *Diagnosic estructural y rehabilitación de edificios históricos.* Cuadernos Intemac nº 7, 1.992.
- [Ma *et alli*, 1.995] Ma; Pan; Luan; Gebara: *Stone Arch analysis by de DDA method.* Arch Bridges. Ed. C. Melbourne, Thomas Telford, Londres, 1995, pp. 247-256.
- Massonnet, 1.966] Massonnet, C. ; Save, M.: **Cálculo plástico de las construcciones.** Montaner y Simón. Barcelona, D.L. 1.966.
- [Melnikov, 1.990] AA.VV.: **Melnikov: The Muscles of Invention.** pags 90 y ss. Ed. Van Hezik-Fonds. Rotterdam, 1990.
- [Miguel de, 1.998] de Miguel, J.L. *Repaso de EC6.* Madrid, 1.998.
- [Millanes, 1.993] Millanes Mato, J.: **La flexión en estructuras metálicas: Análisis de esfuerzos y control de secciones.** E.T.S.I.C.C.P. Madrid, 1.993.
- [Molins, 1.998] Molins, C.: *Numerical Simulation of the Ultimate Response of Arch Bridges.* Structural analysis of historical constructions II, Barcelona, 1.998.
-

-
- [Montoya, 2.000] Jiménez Montoya, R.; García Meseguer, A.; Morán Cabré, F.: **Hormigón Armado**. Gustavo Gili, Barcelona, 2.000. 14ª Edición.
- [Morán, 2.000] Morán Cabré, F.: *Cálculo aproximado de la presión máxima del terreno bajo zapatas rectangulares rígidas con carga biexcéntrica*. Hormigón y Acero nº 216, 2º Trimestre 2.000.
- [Moreno-Navarro, 1.991] González Moreno-Navarro, J.L.: *Evolución normativa y progreso en construcción arquitectónica (A propósito de la renovación de MV-201)* Informes de la Construcción-C.S.I.C., Vol. 43 nº 411 1.991.
- [Moreno-Navarro,A 1.995] González Moreno-Navarro, A.: *Metodología de la Restauración Monumental*. Ponencia englobada en *As Actuacions no Patrimonio Construido: Un Diálogo Interdisciplinar*. Santiago de Compostela, 18-22 Septiembre 1995 -Pendiente de publicación-.
- [Moreno-Navarro, 1.995] González Moreno-Navarro, J.L.: *Análisis Físico-Constructiva del Monumento: Estudios de los materiales, elementos y sistemas constructivos y estructurales. Sus patologías: análisis y experiencia*; Ponencia presentada a *As Actuacions no Patrimonio Construido: Un Diálogo Interdisciplinar* Santiago de Compostela, 1995.
- [Moreno-Navarro, 1.995b] González Moreno-Navarro, J.L. *La aparición de las normativas*. Capítulo 3 del libro [COAATB, 1.995a].
- [Moreno-Navarro, 1.997] González Moreno-Navarro, J.L.: *Verificación de la seguridad estructural ante cargas verticales. Aplicación de PIET-70 y NBE-FL-90. Comparación con EC-6*. Revista de la edificación nº 26, pp. 77-89, octubre 1.997.
- [Moya, 1.948] Moya Blanco, Luis: **Bóvedas Tabicadas**. Servicio de Publicaciones de la Dirección General de Arquitectura. Madrid, 1.948.
- [Noorzarei et alli, 1.995] Noorzarei, J. ; Viladkar, M. N.; Godbole, P. N.; *Elasto-plastic analysis for soil-structure interaction in framed structures*. Computers and Structures, nº 55, pp. 797-807, 1.995
-

-
- [Palacio, 1.987] Palacio González, J.C.: *La esterotomía como fundamento constructivo del Renacimiento español*. Informes de la Construcción, nº 389. Madrid, 1987, pp. 73-86.
- [Palacios, 1.987] Palacios Gonzalo, J.C.: *La Estereotomía de la Esfera. Arquitectura nº 267* pags. 55-65. Julio 1987.
- [Paricio, 1.987] Ignacio Paricio, *La forma en la obra de fábrica*. Arquitectura nº 267, pags. 66-75. Julio de 1987.
- [Patte, 1.777] Patte, P. Volúmenes V y VI *del Cours d'architecture* de J.F. Blondel, Paris, 1.777. Citado en [Moreno-Navarro, 1.995b]
- [Pellicer, 1.995] Pellicer Daviña: *Consideraciones para la aplicación de la norma sismorresistente NCSE-94 en la construcción de edificios situados en zonas sísmicas, I, II y III*. Revista de la Edificación, nº 22 (pp. 71-80), nº 23 (pp. 67-68) y nº 24 (pp. 65-76). Universidad de Navarra, 1.995
- [Pellicer, 1.999] Pellicer Daviña, D.: *Cerramiento de fábrica de ladrillo cerámica a cara vista*. Ficha de Patología nº 4 de ASEMAS, Bilbao , 1.999
- [PIET-70] Inst. Eduardo Torroja de la Construcción y el Cemento, **PIET 70. Obras de Fábrica**. Prescripciones del Instituto E. Torroja. Madrid, 1.971 s.d.
- [Poleni, 1748] Poleni, G.: *Memorie istoriche della Gran Cupola del Templo Vaticano*. Padua, 1.748. Tomado de [Heyman, 1.995].
- [PSA-45] AA. VV.: **Laterally loaded masonry walls**. PSA civil engineering technical guide, 45 Property Services Agency, 1.986.
- [Pume, 1.989] Pume, D.: *Strengthening procedures for damaged masonry. Wall structures*. Proceedings of the 26th Meeting of CIB-W 23 held in Darmstadt, 187-202, Germany. September 1.989.
- [Quiroga, 1997] AA.VV. Quiroga Calviño, Dtor. **La Piedra de Galicia**. Xunta de Galicia. Santiago de Compostela, 1.997
-

-
- [Rey Pastor, 1.969] Rey Pastor, J.; Pi Calleja, P.; Trejo, C.A.: **Análisis matemático** Vol. 1 Ed. Kapelusz, Buenos Aires, 1.952. 3ª Ed., 1.969, pp 259-262.
- [Roberts *et alli*, 1.983] Roberts, J.J., Tovey, A.K., Cranston, W.B. y Beeby, A.W.: **Concrete Masonry Designer's Handbook**. A Viewpoint Publication. Surrey, 1.983.
- [Roca-Molins, 2.000] Roca, P. y Molins, C: **Análisis de Construcciones de Obra de Fábrica mediante Técnicas Computacionales**. Monografía CIMNE N° 53. Marzo 2.000.
- [Roces, 1.991] Rocés Arbesu, C.: **El Bloque de Hormigón: Su aplicación en Muros y Cerramientos**. Universidad de A Coruña. 1.991.
- [Rdgz. Martín, 1.986] Rodríguez Martín, Luis Felipe. **Fábrica de Bloques**. UNED-Escuela de la Edificación. Madrid 1.986.
- [Rolando, 1.992] Rolando Ayuso, A., **La Fábrica de Ladrillo Armada**. Ed. Rueda. Madrid, 1.992.
- [Rondarenko, 1.990] Bondarenko, Sudnitsin y Nazarenko: **Cálculo de las Estructuras de H. Armado y de Piedra**. Ed. MIR, Moscú 1988. V. E. B.A. Mirchevski, 1.990.
- [Rondelet, 1.802-1.818] Rondelet, J: **Traité théorique et pratique de l'art de bâtir**. Última edición de 1.777-1881. Citado en [Moreno-Navarro, 1.995b].
- [Rozza] *Método de cálculo de C. Rozza*. Referido por [Lozano et alli, 1.995].
- [Ruiz, 1.987] Ruiz de la Rosa, José Antonio.: **Traza y Simetría de la Arquitectura. En la Antigüedad y el Medievo**. Serie Arquitectura. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla. Sevilla, 1987, p. 400.
- [Serrano, 1.999] Serrano Alcudia, F.: **Patología de la edificación: el lenguaje de las grietas**. Fundación Escuela de la Edificación, Madrid 1.999.
- [Shakir, 1.985] Shakir, A.: **Failure of masonry structures**.- The Masonry Society. Third North American masonry conference, 21..1-21.9. June 1.985.
-

-
- [Soto Pardo, 1.995] Soto Pardo, M.: *Reforma de Edificios Antiguos. El Rasgado de Huecos en Muros de Carga*. Informes de la Construcción, Vol. 37, nº 374, Octubre de 1995, pp. 27-38
- [Suárez, 1.986] Luis M. Suárez del Río, **Influencia de los factores ambientales en la durabilidad de los materiales pétreos. Factores climatológicos y contaminantes atmosféricos. Características del subsuelo**. Curso sobre los Materiales Pétreos en Edificación. Colegio Oficial de Arquitectos de Asturias, Febrero-Marzo 1.986.
- [TERMOARCILLA] AA.VV.: **Termoarcilla**. Publicación de Divulgativa. Consorcio de Termoarcilla, Madrid, 2.000.
- [Timoshenko, 1.961] Timoshenko: **Teoría de la Estabilidad Elástica**. Mc Graw Hill, Nueva York, 1.936. Versión española Ediar S.A. Editores. Buenos Aires, 1.961.
- TRATADOS Hernán Ruiz el Joven: **El libro de Arquitectura** (entre 1550-1560).
 Rodrigo Gil de Hontañón: **Compendio y simetría de los Templos**.
 Alonso de Vandelvira: **Libro de Trazas de Cortes de Piedras** (1575-1591)
 Pedro de la Peña: **Breve Tratado de Bóvedas**.
 Juan de Torrija: **Breve Tratado de Todo Género de Bóvedas** (1661).
 Ginés Martínez de Aranda: **Cerramientos y Trazas de Montea**.
 Juan Caramuel: **Arquitectura Civil, Recta y Oblicua** (1678).
 Benito Bails: **De la Arquitectura Civil** (1783).
 Benito Bails: **Diccionario de Arquitectura Civil** (1802).
- [Tuesta 1.992] Tuesta, N.F.: **Estudio Teórico Experimental de la Resistencia de Estructuras de Fábrica de Bloques de Hormigón con o sin armaduras sometidas a flexo-compresión transversal en su plano**. Tesis Doctoral E.T..S.I.C.C.P. Santander, Universidad de Cantabria, 1.992.
- [Tuesta 1.994] Tuesta, N.F., Villegas, L.: *Estudio de la resistencia a flexocompresión de elementos no esbeltos de fábrica de bloques de hormigón, simples y rellenos, a partir del ensayo de prismas*. Tribuna de la Construcción nº 23, año 3, 1.994 pp. 33-51.
-

- [Villegas, 1994] Villegas, L.-Lijdens, A.: *Capacidad de carga de muros de fábrica simple según diferentes normas. Desarrollo de un modelo estructural simplificado.* Informes de la Construcción-C.S.I.C., Vol. 45 nº 429 enero/febr. 1994, págs. 75-84.
- [Villegas, 1995] Villegas, L.: **Las estructuras de fábrica actuales. Situación internacional y nacional. Bibliografía.** Publicaciones GTED. Santander, 1.995.
- [Yokel *et alli*, 1.970] Yokel, F.Y., Mathey, R.G. y Dikkers, R.S.: **Compressive Strength of Slender Concrete Masonry Walls,** U.s. Nat. Bur. Santd. (Bldg. Sci. Ser 33). Dic. 1.970.
- [Yokel-Dikkers 1.971] Yokel, Y. y Dikkers, R.: **Strength of Load Bearing Masonry Walls,** 1.971.
- [Yokel *et alli*, 1.971] Yokel, F.Y., Mathey, R.G. y Dikkers, R.S.: **Strength of Masonry Walls Under Compresssive and Transverse Loads,** U.S. U.s. Nat. Bur. Santd. (Bldg. Sci. Ser 34). March. 1.971.

VIII.2 NORMATIVA

- [AE-88] Norma Básica de la Edificación Acciones en la Edificación, NBE-AE-88. M.O.P.U., 1.988.
- [EF-96] **Instrucción para el Proyecto y Ejecución de Forjados Unidireccionales de Hormigón Armado o Pretensado, EF-96.** RD.2608/96, de 20-12-96
Ministerio de Fomento, BOE 22-01-97
- [EHE-98] **Instrucción del Hormigón Estructural, EHE-98**
Ministerio de Fomento. Madrid, 1.998.
Modificaciones y corrección errores, RD.996/99, (BOE 24-06-99)
- [FL-90] **Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo, NBE-FL-90.**
Ministerio de Obras Públicas y Transportes. R.D.1723/90 de 20-12-90.
B.O.E. 4-01-90
- [MV-201] **Muros Resistentes de Fábrica de Ladrillo, MV-201-72.**
Ministerio de la Vivienda. Madrid, 1.972.
- [NCSE-94] **Norma de la Construcción Sismorresistente: Parte General y Edificación, NCSE-94.** RD.2543/94, de 29-12-94, MOPTMA, (BOE 8-02-95 C. errores: 3-03-71)
- [NTE-EFB] Norma Tecnológica de la Edificación. Estructuras Fábrica de Bloques, NTE-EFB-1.974.
- [NTE-FFB] Norma Tecnológica de la Edificación. Fachadas Fábrica de Bloques, NTE-FFB-1.975.
- [NTE-EFL] Norma Tecnológica de la Edificación. Estructuras Fábrica de Ladrillo, NTE-EFL-1.977.
- [NTE-EFP] Norma Tecnológica de la Edificación. Estructuras Fábrica de Piedra, NTE-EFP-1.979.
-

-
- [PDGA-60] Pliego de la Dirección General de Arquitectura, Condiciones Técnicas en la Edificación. P.D.G.A., 1960. Capítulo IV.
- [PG-3-75] Pliego Obras de Carretera y Puentes. Parte 4. Cap. IV.
- [RB-90] Pliego de Prescripciones Técnicas Generales para la Recepción de Bloques de Hormigón en las Obras de Construcción, RB-90.
- [RC-97] RC-97 Instrucción para la Recepción de Cementos, RD.776/97 de 30-05-97 Ministerio de Fomento, BOE 13-06-97
- [RCA-92] Instrucción para la Recepción de Cales en Obras Estabilización Suelos, RCA-92. M.O.P.T., 1.992.
- [RL-88] Pliego de General de Condiciones para la Recepción de Ladrillos Cerámicos en las Obras de Construcción, RL-88.
- [UNE-67-019] Norma UNE-67-019: Tipos de Ladrillos. Designación.

NORMAS EXTRANJERAS

- [ACI-531] **Building Code Requirements for Concrete Masonry Structures**. American Concrete Institute, 1.983.
- [ASTM E72-80] **Standard Methods of Conducting Strength Tests of Panels for Building Constructions**, 1.980.
- [ASTM E447-84] **Standard Test Methods for Compressive Strength of Masonry Prisms**. 1.984.
- [ASTM C90-85] **Standard Specification for Hollow Load-Bearing Concrete Masonry Units**. 1.985.
- [BS-5628] **British Standard BS 5628:**
Part 1:1.992 Structural Use of unreinforced masonry.

Part 3: 1.985 Materials and components, design and workmanship.

[NCMA-70] **Specification for the Design and Construction of Load-bearing Concrete Masonry.** National Concrete Masonry Association. NCMA-1970. U.S.A. 1.970.

[NCMA-87] **Specification for the Design and Construction of Load-bearing Concrete Masonry.** National Concrete Masonry Association. NCMA-1.987. U.S.A. 1.987.

[CEB-FIP] **Código Modelo CEB-FIP 1.990 para Hormigón Estructural.** Ed. COICCyP, Madrid 1.995

EUROCÓDIGOS. Comisión de las Comunidades Europeas.

[EC-1] **Eurocódigo nº 1. Acciones en estructuras.**

Parte 1: Bases de Proyecto y Acciones en Estructuras. Bases de Proyecto.
Versión Española: AENOR, 1.997.

Parte 2-1: Bases de Proyecto y Acciones en Estructuras. Acciones en Estructuras.
Densidades, Pesos Propios y Cargas Exteriores.
Versión Española: AENOR, 1.997.

Parte 2-2: Bases de Proyecto y Acciones en Estructuras. Acciones en Estructuras.
Acciones en Estructuras Expuestas al Fuego.
Versión Española: AENOR, 1.998.

Parte 2-3: Bases de Proyecto y Acciones en Estructuras. Acciones en Estructuras.
Cargas de Nieve.
Versión Española: AENOR, 1.998.

Parte 3: Bases de Proyecto y Acciones en Estructuras. Cargas de Tráfico en Puentes.
Versión Española: AENOR, 1.998.

Parte 4: Bases de Proyecto y Acciones en Estructuras. Acciones en Silos y

Depósitos.

Versión Española: AENOR, 1.998.

[EC-2] **Eurocódigo nº 2. Proyecto de estructuras de hormigón.**

Parte 1-1: Reglas Generales y Reglas para edificación.

Versión Española: AENOR, 1.993.

Parte 1-2: Reglas Generales. Proyecto de Estructuras frente al Fuego.

Versión Española: AENOR, 1.996.

Parte 1-3: Reglas Generales. Elementos y Estructuras Prefabricadas de Hormigón.

Versión Española: AENOR, 1.995.

Parte 1-4: Reglas Generales. Hormigones de Arido Ligero de Textura Cerrado.

Versión Española: AENOR, 1.996.

Parte 1-5: Reglas Generales. Estructuras con Tendones de Pretensado Exteriores o No Adherentes.

Versión Española: AENOR, 1.996.

Parte 1-6: Reglas Generales. Estructuras de Hormigón en Masa.

Versión Española: AENOR, 1.996

Parte 2: Proyecto de Estructuras de Hormigón. Puentes de Hormigón.

Versión Española: AENOR, 1.998

[EC-3] **Eurocódigo nº 3. Proyecto de estructuras de acero.**

Parte 1-1: Reglas Generales y Reglas para Edificación.

Versión Española: AENOR, 1.996

Parte 1-1/A1: Reglas Generales y Reglas para Edificación.

Versión: AENOR, 1.996

[EC-4] **Eurocódigo nº 4. Proyecto de estructuras mixtas de hormigón y acero.**

Parte 1-1: Reglas Generales y Reglas para Edificación.

Versión Española: AENOR, 1.995.

Parte 1-2: Reglas Generales. Proyecto de Estructuras sometidas al Fuego.

Versión Española: AENOR, 1.996.

[EC-5] **Eurocódigo nº 5. Proyecto de estructuras de madera.**

Parte 1-1: Reglas Generales y Reglas para Edificación.
Versión Española: AENOR, 1.997.

[EC-6] **Eurocódigo nº 6. Proyecto de estructuras de fabrica.**

Parte 1-1: Reglas Generales para Edificios. Reglas para Fábrica y Fábrica Armada.
Versión Española: Febrero 1.997.

[EC-8] **Eurocódigo nº 8. Proyecto de estructuras sismorresistentes**

Parte 1-1: Disposiciones para el Proyecto de Estructuras Sismorresistentes. Reglas Generales. Acciones Sísmicas y Requisitos Generales de las Estructuras.
Versión Española: Febrero 1.998.

Parte 1-2: Disposiciones para el Proyecto de Estructuras Sismorresistentes. Reglas Generales. Reglas Generales para Edificios.
Versión Española: Febrero 1.998.

Parte 2: Disposiciones para el Proyecto de Estructuras Sismorresistentes. Puentes.
Versión Española: Febrero 1.998.

Parte 5: Disposiciones para el Proyecto de Estructuras Sismorresistentes. Cimentaciones, estructuras de contención de tierras y aspectos geotécnicos.
Versión Española: Febrero 1.998.

[EC-9] **Eurocódigo nº 9..Proyecto de estructuras de aluminio**

Parte 1-1 : Reglas generales, reglas generales y reglas para edificación
Parte 1-2 : reglas generales, proyecto de
Versión Española: AENOR, 2.000.