

Iolanda Saraiva Vieira

## **Relatório de Mestrado**

Organização e Tratamento de Dados

Estudo de caso no 5º ano de escolaridade

**Mestrado em Educação e Tecnologias em Matemática**

Relatório realizado sob a orientação de

**Professora Doutora Marina Vitória Valdez Faria Rodrigues**

Leiria, 2012

**o júri**

Presidente

Doutor/a \_\_\_\_\_

Doutor/a \_\_\_\_\_

Doutor/a \_\_\_\_\_

Doutor/a \_\_\_\_\_

Doutor/a \_\_\_\_\_

## **agradecimentos**

À minha orientadora, Doutora Marina Vitória Valdez Faria Rodrigues, pelas orientações e críticas pertinentes e pela sua disponibilidade, apoio e incentivo em todos os momentos.

Aos meus alunos, aos encarregados de educação e à direção da escola, sem os quais não teria sido possível a realização deste trabalho.

À Adosinda, à Alice, ao Carlos, ao Diogo e à Lena, companheiros extraordinários desta e de outras caminhadas, bem como aos outros colegas do curso de mestrado.

À Rita, à Inês, à Laura, à São e ao Zé, sempre disponíveis, pacientes e com uma palavra amiga.

À minha família, em especial aos meus pais, à Sofia e ao Vério. Por tudo!

## resumo

Atualmente a literacia estatística é considerada essencial para exercer uma cidadania crítica, informada e participativa (NCTM, 1991), o que conduziu a Estatística, no Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) (ME, 2007) com a designação de *Organização e Tratamento de Dados* (OTD), a um lugar de relevo na Educação Matemática. Face a esta situação e no âmbito da didática da Matemática, pretendeu-se analisar o pensamento estatístico dos alunos, de uma turma do 5º ano de escolaridade. Seguindo uma metodologia qualitativa de cariz interpretativo, com recurso a dois estudos de caso, procuraram-se identificar estratégias e dificuldades, evidenciadas pelos alunos, na realização das tarefas da cadeia proposta, no âmbito do tema da OTD, tendo como referência os níveis de literacia estatística propostos por Gal (2002).

Constatou-se que os alunos recorreram sobretudo a estratégias características da estatística, com um à-vontade progressivamente maior, que lhes permitiram formular questões, planejar e concretizar as principais etapas subjacentes às investigações estatísticas. Em diversas ocasiões, socorreram-se de estratégias transversais a outros temas matemáticos.

Verificaram-se dificuldades nos três níveis de literacia de Gal (2002): interpretação, crítica e produção. Os resultados sugerem que os principais problemas possam ter origem em cinco tipos de dificuldades: (1) nos procedimentos matemáticos básicos, (2) na interpretação das questões, (3) na falta de conhecimentos específicos de determinados contextos do quotidiano, (4) em procedimentos, conceitos e ideias da estatística e na (5) comunicação de ideias. Ainda que as dificuldades do tipo (1), (2) e (3) não estejam relacionadas com as ideias e os procedimentos estatísticos e as do tipo (5) tenham um carácter transversal, comprometeram o desempenho dos alunos no domínio da OTD.

Há, no entanto, a referir que o trabalho desenvolvido proporcionou a aquisição e consolidação de diversos conhecimentos, quer da estatística, quer de outros temas matemáticos, que puderam contribuir para o desenvolvimento da competência matemática e da literacia estatística dos alunos, nos níveis definidos por Gal (2002).

## palavras-chave

Educação estatística, literacia, pensamento e raciocínio estatísticos, Organização e Tratamento de Dados, dificuldades, estratégias.

## abstract

Currently the statistical literacy is considered essential to carry out a critical, informed and participative citizenship (NCTM, 1991), which led to Statistics, in Basic Education Math Program (PMEB) (ME, 2007) with the designation of *Organization and Processing of Data* (OTD), a major role in Mathematics Education. Faced with this situation and in the framework of the didactics of Mathematics, the current project intended to analyze the statistical thinking of a pupils' class of fifth year of schooling. Following a qualitative methodology and an interpretive approach using two case studies, we tried to identify strategies and difficulties, highlighted by the pupils, performing the tasks of the proposal, under the theme of OTD, having as reference the levels of statistical literacy proposed by Gal (2002).

It was found that pupils used mainly statistical characteristics of strategies, with progressively greater skills, allowing them to formulate questions, plan and implement the main steps which underlie statistics research. On several occasions, pupils provided cross-cutting strategies to other mathematical topics.

There have been difficulties in the three dimensions of Gal's statistical literacy (2002): interpretation, critical evaluation and communication. The results suggest that the main problems can be caused by five types of difficulties: (1) in basic mathematical procedures, (2) in questions' interpretation, (3) in the absence of specific knowledge of certain contexts of everyday life, (4) in procedures, concepts and ideas of statistics and (5) in the ideas' communication. Although the difficulties of type (1), (2) and (3) do not relate to the ideas and the statistical procedures and those of the type (5) have a transversal feature, they committed the pupils' performance in the field of OTD.

However, it should be noted that the work has resulted in the acquisition and consolidation of diverse knowledge, from statistics to other mathematical topics, which could contribute to the development of statistical literacy and math skills of pupils, in the dimensions defined by Gal (2002).

## Key-words

Statistics education, literacy, statistical thinking, statistical reasoning, Organization and Data Processing, difficulties, strategies.

## Índice

<b>CAPÍTULO I</b> .....	<b>1</b>
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Problemática e objetivos de investigação .....	3
1.2. Relevância e pertinência do estudo .....	4
<b>CAPÍTULO II</b> .....	<b>6</b>
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	6
2.1. Literacia Estatística.....	6
Pensamento estatístico e raciocínio estatístico.....	8
2.2 Ensino e Aprendizagem da Estatística .....	11
Orientações didáticas.....	11
Dificuldades dos alunos .....	16
2.3 Estudos empíricos e projetos relacionados com o ensino e aprendizagem da Estatística	21
<b>CAPÍTULO III</b> .....	<b>24</b>
3. METODOLOGIA .....	24
3.1. Opções Metodológicas .....	24
3.2. Contexto da investigação.....	25
3.3. Participantes .....	25
3.4. A cadeia de tarefas .....	28
3.5. Procedimentos.....	31
3.6. Técnicas e instrumentos de recolha de dados.....	32
3.7. Métodos de análise dos dados .....	34
<b>CAPÍTULO IV</b> .....	<b>36</b>
4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	36
4.1. O caso do Dinis .....	36
4.1.1. O nível de Interpretação .....	36
Leitura dos dados.....	36
Leitura dentro dos dados .....	37
Leitura mais além dos dados .....	40
Leitura por detrás dos dados .....	40

4.1.2. O nível de Crítica .....	41
Ponderação da representatividade da amostra e realização de previsões .....	41
Análise de afirmações dadas .....	42
Comparação de gráficos com diferentes escalas.....	43
Indicação do parâmetro de localização que melhor resume uma distribuição .....	44
4.1.3. O nível de Produção .....	45
Planificação de uma atividade de investigação.....	45
Recolha e organização dos dados .....	46
Argumentar e comunicar informação estatística .....	49
4.1.4 SÍNTESE DO DESEMPENHO DO DINIS .....	51
4.2. Caso da Mariana.....	51
4.2.1. O nível de Interpretação.....	52
Leitura dos dados.....	52
Leitura dentro dos dados .....	53
Leitura além dos dados.....	56
Leitura por detrás dos dados .....	57
4.2.2. Crítica.....	57
Ponderação da representatividade da amostra e realização de previsões .....	57
Análise de afirmações dadas .....	59
Comparação de gráficos com diferentes escalas.....	59
Indicação do parâmetro de localização que melhor resume uma distribuição .....	60
4.2.3 O nível de Produção .....	61
Planificação de uma atividade de investigação.....	61
Recolha e organização dos dados .....	62
Argumentar e comunicar informação estatística .....	65
4.2.4. SÍNTESE DO DESEMPENHO DA MARIANA.....	66
<b>CAPÍTULO V .....</b>	<b>68</b>
5. CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES.....	68
5.1. Conclusões.....	68
5.2. Limitações e recomendações .....	74
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>76</b>

<b>ANEXOS.....</b>	<b>82</b>
Anexo 1-Planificação e Cadeia de Tarefas.....	83
Anexo 2-Pedido de autorização aos pais e encarregados de educação e requerimento para a direção da escola.....	100
Anexo 3-Tarefa inicial.....	103
Anexo 4-Guiões da primeira entrevista.....	106
Anexo 5-Guiões da segunda entrevista.....	108



## Índice de Quadros

<b>Quadro 1 - Modelo de literacia estatística (Adaptado de Gal, 2002, p.4).....</b>	<b>7</b>
---	----------

## Índice de Figuras

<b>Figura 1</b> - Estrutura do pensamento estatístico Wild e Pfannkuch (1999, p.226).....	10
<b>Figura 2</b> - Produção da tarefa 1 .....	36
<b>Figura 3</b> - Produção da tarefa 2 .....	37
<b>Figura 4</b> - Produção da tarefa 5 .....	38
<b>Figura 5</b> - Produção da tarefa 4 .....	39
<b>Figura 6</b> - Produção da tarefa 2 .....	40
<b>Figura 7</b> - Produção da tarefa 3 .....	40
<b>Figura 8</b> - Produção da tarefa 1 .....	42
<b>Figura 9</b> - Produção da tarefa 1 .....	42
<b>Figura 10</b> - Produção da tarefa 3 .....	43
<b>Figura 11</b> - Produção da tarefa 4 .....	44
<b>Figura 12</b> - Produção da tarefa 1 .....	49
<b>Figura 13</b> - Produção da tarefa 3 .....	50
<b>Figura 14</b> - Produção da tarefa 1 .....	52
<b>Figura 15</b> - Produção da tarefa 3 .....	53
<b>Figura 16</b> - Produção da tarefa 2 .....	54
<b>Figura 17</b> - Produção da tarefa 5 .....	54
<b>Figura 18</b> - Produção da tarefa 4 .....	55
<b>Figura 19</b> - Produção da tarefa 2 .....	56
<b>Figura 20</b> - Produção da tarefa 3 .....	57
<b>Figura 21</b> - Produção da tarefa 1 .....	58
<b>Figura 22</b> - Produção da tarefa 1 .....	59
<b>Figura 23</b> - Produção da tarefa 3 .....	60
<b>Figura 24</b> - Produção da tarefa 4 .....	60
<b>Figura 25</b> - Produção da tarefa 1 .....	61
<b>Figura 26</b> - Produção da tarefa 5 .....	62
<b>Figura 27</b> - Produção da tarefa 5 .....	62
<b>Figura 28</b> - Produção da tarefa 5 .....	63
<b>Figura 29</b> - Produção da tarefa 3 .....	64
<b>Figura 30</b> - Produção da tarefa 1 .....	65
<b>Figura 31</b> - Produção da tarefa 3 .....	66
<b>Figura 32</b> - Produção da tarefa 5 .....	70

## Índice de Tabelas

<b>Tabela 1</b> - Lista de palavras que podem distinguir os três domínio cognitivos (Adaptado de delMas, 2002, p.7) .....	9
---	---

## CAPÍTULO I

Neste capítulo, após a introdução onde são apresentados os aspetos mais relevantes, para contextualizar o estudo, assim como a sua estrutura organizativa, mencionam-se a problemática e os objetivos orientadores do trabalho. Por fim, faz-se referência à relevância e pertinência da investigação desenvolvida.

### 1. INTRODUÇÃO

No mundo globalizado e complexo em que vivemos, somos constantemente confrontados com informação estatística, muitas vezes, confusa, ambígua ou mesmo falsa. É portanto essencial, a qualquer cidadão, ter conhecimentos que lhe permitam gerir a informação, tomar decisões de forma crítica e informada e compreender o mundo que o rodeia (NCTM, 1991, 2007). De facto, a análise de dados é considerada uma aptidão necessária para formar cidadãos informados e consumidores inteligentes (NCTM, 2007; Reading, 2011).

O desenvolvimento da Estatística e a necessidade crescente de conhecimentos neste domínio, conduziram a uma preocupação acrescida com a literacia estatística, à semelhança do que já tinha acontecido com a literacia matemática (Martins & Ponte, 2010) e é à escola que compete proporcionar essa formação. A este respeito, Martins e Ponte (2010) indicam que *o objetivo do ensino da Estatística, a nível elementar, é, antes de mais, promover a literacia estatística* (p.7) e definem-na como a capacidade que nos permite interpretar a informação, avaliar a sua credibilidade e produzir nova informação, quando necessário. Acrescentam que um aspeto fundamental é a capacidade de compreender e usar o pensamento estatístico e o raciocínio estatístico em contextos diversificados.

É, portanto, indubitável o papel que a Estatística deve ocupar na Educação Matemática, pelo que o seu lugar tem vindo a ser valorizado no currículo (ME, 2007). O Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB), (ME, 2007), encara a *Organização e Tratamento de Dados* (OTD) como um elemento fundamental da formação para a cidadania e apresenta uma mudança de perspetiva face ao programa anterior. O tema substitui o bloco *Estatística e Probabilidades*, fruto da ênfase dada à interpretação e análise de situações. É concedida atenção, desde o 1º ciclo, a todas as fases do processo de investigação e aos diversos conceitos fundamentais para se apreciar as características de diversos conjuntos de dados.

Reforçando a necessidade desta valorização do tema, podemos apontar várias investigações anteriores à revisão curricular (Fernandes, Sousa & Ribeiro, 2004; Nunes, 2008; Ribeiro, 2005; Sousa, 2002) que evidenciaram como o ensino da estatística se revestia de um carácter superficial e que os professores nem sempre estavam conscientes das dificuldades dos alunos.

Deste modo e no contexto do atual PMEB (ME, 2007) considerou-se pertinente uma investigação que procurasse descrever, analisar e compreender as estratégias usadas pelos alunos, do 5º ano de escolaridade, na resolução de tarefas no âmbito do tema da OTD e conhecer as suas dificuldades.

Este estudo encontra-se organizado em seis capítulos que incluem, para além desta introdução, a revisão da literatura, a metodologia, a apresentação e análise dos dados e as conclusões do estudo.

No primeiro capítulo, *Introdução*, após um enquadramento da temática em estudo, são explicitados a problemática e objetivos de investigação que lhe estão subjacentes, bem como justificada a relevância e pertinência do estudo.

No segundo capítulo, *Revisão da Literatura*, faz-se referência a diversos documentos e a resultados de investigação relacionadas com o estudo desenvolvido. Encontra-se dividido em três secções: *Literacia Estatística*, *Ensino e Aprendizagem da Estatística* e *Estudos empíricos e projetos relacionados com o Ensino e a Aprendizagem da Estatística*.

No terceiro capítulo, *Metodologia*, fundamentam-se as opções metodológicas, caracterizam-se o contexto de investigação e os participantes e são apresentadas as tarefas concebidas para o projeto de intervenção. São ainda referidos os procedimentos, as técnicas e instrumentos de recolha de dados, bem como os métodos de análise dos dados.

No capítulo quatro, *Apresentação e análise dos resultados*, são apresentados e analisados os resultados obtidos. Cada uma das duas secções consideradas apresenta os dados e respetiva análise, considerando os níveis de interpretação, de crítica e de produção, tendo por base os objetivos traçados para a investigação, terminando com uma síntese para cada um dos alunos estudo de caso.

No quinto e último capítulo, *Conclusões, Limitações e Recomendações*, é apresentado um sumário do estudo desenvolvido, seguido das principais conclusões, incidindo nos dois objetivos subjacentes a este trabalho. Por fim, surgem as limitações e recomendações que emergem deste estudo.

### 1.1. Problemática e objetivos de investigação

Atualmente, as entidades responsáveis pelas políticas educativas assumem a literacia estatística como uma das prioridades das sociedades modernas, permitindo uma cidadania com responsabilidade social (Carvalho, 2001; Reading, 2011). O NCTM refere que *recolher, representar e tratar a informação são atividades da maior importância no mundo atual* (NCTM, 1991, p.201). Acrescenta ainda que, em muitas situações, é necessário saber: (i) formular questões que possam ser abordadas por meio de dados, (ii) recolher, organizar e apresentar dados relevantes que permitam responder a essas questões, (iii) selecionar e usar métodos estatísticos adequados à análise de dados e ainda (iv) desenvolver e avaliar interferências e previsões baseadas em dados (NCTM, 2007, p.52) evidenciando a importância do papel da escola no desenvolvimento destas capacidades.

No entanto, diversas investigações e estudos internacionais (*Third International Mathematics and Science Study* (TIMSS), *Program for International Student Assessment* (PISA)) apontam para o facto de os alunos apresentarem dificuldades e ideias incorretas (Martins & Ponte, 2010; ME, 2004), apesar de, globalmente, os professores manifestarem pouca consciência dessa situação (Fernandes *et al.*, 2004; Nunes, 2008; Ribeiro, 2005; Sousa, 2002). Os resultados do PISA 2003 (ME, 2004) revelam que os alunos, incluindo os portugueses, apresentam dificuldades em responder corretamente aos itens que envolvem questões relacionadas com a leitura de gráficos e com escalas.

Assim, tendo em conta o exposto, definiu-se como objetivo geral para este estudo, analisar o pensamento estatístico dos alunos do 5º ano de escolaridade, no âmbito do tema da OTD. Tornou-se pertinente descrever, analisar e compreender as estratégias e identificar as dificuldades dos alunos, tendo sido formulados os seguintes objetivos de investigação:

1. Compreender as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas no âmbito do tema *Organização e Tratamento de Dados*.
2. Identificar as principais dificuldades dos alunos, na resolução de tarefas de *Organização e Tratamento de Dados*, considerando os níveis de literacia estatística propostas por Gal (2002).

## 1.2. Relevância e pertinência do estudo

O crescente desenvolvimento da Estatística e da sua presença no dia a dia tem conduzido a um interesse, cada vez maior, pela investigação e pela Educação Estatística, havendo quem se refira ao século XX como tendo sido o século da Estatística e ao século XXI como o da Educação Estatística (Fernandes, Viseu & Martinho, 2009).

Essa situação tem tido reflexos a nível dos currículos de numerosos países, nomeadamente em Portugal. No caso do ensino básico, o programa de matemática verifica um aprofundamento da Estatística e a sua antecipação no currículo. Nos dias de hoje, o estudo do tema OTD decorre ao longo dos três ciclos e já inclui temáticas anteriormente apenas abordados no ensino secundário.

Ainda a este respeito, Batanero (2000) regista que, atualmente, se assiste a um momento de grande expansão da ciência estatística, ainda que o mesmo não se verifique na sua didática. Acrescenta que *só agora se começa a ter algum conhecimento das dificuldades dos alunos em relação aos conceitos mais importantes* (p.32).

Diversos estudos (Batanero, 2000; Carvalho, 2001; Nunes, 2008; Ribeiro, 2005; Ruiz, Arteaga & Batanero, 2009; Sousa, 2002), têm identificado dificuldades conceituais e procedimentais em alunos (incluindo futuros professores) e professores, mesmo no que diz respeito a conceitos estatísticos básicos.

No nosso país, a maioria dos estudos existentes centra-se em alunos do 3º ciclo e do secundário, mas sobretudo em professores e em futuros professores. Fernandes (2009) resume alguns desses estudos e apresenta os principais erros identificados em conteúdos elementares de Estatística.

As razões apontadas para as dificuldades detetadas estão relacionadas com uma deficiente e superficial compreensão dos conceitos abordados, fruto de um ensino que, na maioria das vezes, está mais preocupado em dar a conhecer métodos e instrumentos em vez de proporcionar atividades onde estes surjam de modo natural e contextualizado (Carvalho, 2001). Para Batanero, Godino e Roa (2004), as dificuldades em estocástica devem-se muito à natureza do seu raciocínio e conhecimento. Assim, para estes autores, a reflexão epistemológica pode ajudar os professores a compreenderem o papel dos conceitos na Estatística e outras áreas, a sua importância na aprendizagem dos alunos e as suas dificuldades conceituais na resolução de problemas.

À luz do que foi exposto e tendo em conta a introdução de novas temáticas e o aprofundamento de outras, na reformulação do PMEB (ME, 2007), torna-se clara a necessidade da realização de estudos que contribuam para um melhor conhecimento acerca da aprendizagem e do ensino da

Estatística (Carvalho, 2007; Fernandes, 2009), sendo fundamental conhecer as estratégias e dificuldades dos alunos.

Finalmente, um outro aspeto que justifica a pertinência deste estudo prende-se com motivações de natureza pessoal.

No ano letivo 2008/ 2009, no âmbito Programa de Formação de Professores de Matemática, implementei, numa das aulas com acompanhamento, uma tarefa que implicava a organização e tratamento de dados, após ter concluído a lecionação do tema. Ao analisar o desempenho dos alunos deparei-me com inúmeros erros e dificuldades que contrariaram totalmente as minhas expectativas iniciais. Tal como muitos professores, retratados em diversas investigações, assumia que este era um tema fácil para os alunos, não lhe dedicando muito tempo nas aulas. Contudo, a situação com que me confrontei “chocou” com as minhas ideias e tornou clara a necessidade de refletir, de forma aprofundada sobre este tema. Manifestamente, a situação descrita, despertou em mim um interesse acrescido pelo tema, o que me conduziu à realização desta investigação.

De facto, conhecer melhor o modo como os alunos pensam, as suas estratégias e dificuldades e, simultaneamente, alcançar um conhecimento mais profundo das orientações preconizadas nos documentos orientadores, estudos e investigações, devem constituir uma prioridade para qualquer professor.



## CAPÍTULO II

### 2. REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, organizado em três secções, procura-se percorrer a principal literatura, quer teórica quer empírica, partindo de diversos documentos e trabalhos nacionais e internacionais, essenciais para o desenvolvimento da presente investigação. Na primeira secção aborda-se o conceito de literacia estatística, sendo ainda analisados os de raciocínio e de pensamento estatístico. Face à natureza do estudo, o processo de ensino e de aprendizagem da estatística será também um aspeto desenvolvido na secção seguinte. Por fim, na terceira secção apresentam-se alguns estudos empíricos e projetos relacionados com o ensino e, sobretudo, a aprendizagem da Estatística.

#### 2.1. Literacia Estatística

Se até há pouco tempo se valorizava sobretudo a aprendizagem da representação de dados e do cálculo de medidas estatísticas, hoje defende-se como objetivo central o desenvolvimento da literacia estatística (Rumsey, em Ponte & Sousa, 2010), que inclui a capacidade de ler e interpretar dados e de os usar. A este respeito, Ben-Zvi e Garfield (2007) indicam que a literacia estatística é uma capacidade chave na sociedade da informação e é, muitas vezes, apontada como um resultado esperado da escolaridade. No mesmo sentido, Sheaffer (2001) refere que é um dos objetivos principais da educação ao nível elementar e deve ser assumido, igualmente, por outras disciplinas.

Por literacia estatística pode entender-se um conjunto de conhecimentos, convicções, predisposições, hábitos mentais, capacidades de comunicação e habilidades necessárias para as pessoas lidarem de maneira eficaz com situações envolvendo dados de natureza quantitativa e qualitativa (Steen, 2001). Ben-Zvi e Garfield (2007) salientam que esta literacia envolve a compreensão e utilização de linguagem básica e ferramentas estatísticas: o conhecimento dos termos básicos estatísticos, a compreensão do uso de símbolos estatísticos simples e ainda o reconhecimento e a capacidade de interpretar diferentes representações de dados.

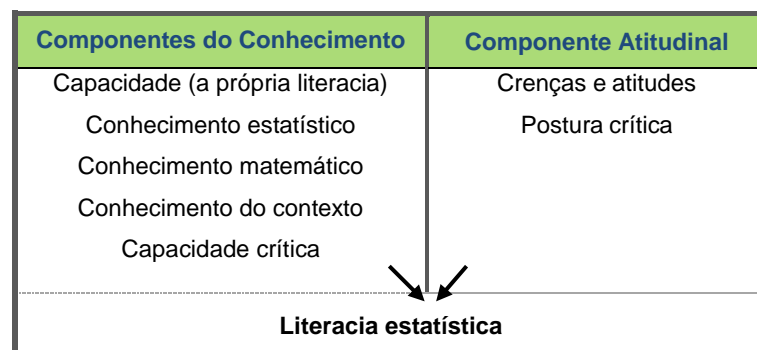
Wallman (1993) argumenta que a literacia estatística é a capacidade de compreender e de avaliar criticamente resultados estatísticos que permeiam o quotidiano, aliada à capacidade de apreciar contribuições que o pensamento estatístico pode ter nas decisões que temos de tomar diariamente. Sobre este assunto, Watson (2006) defende que o propósito do currículo escolar

não deverá ser o de obter estatísticos, mas o de preparar os alunos para participar na sociedade.

*Not every school graduate needs to be able to perform statistical tests but everyone needs to be able to question statistical claims made without reasonable justification* (p.VIII).

Gal (2002) sugere uma definição de literacia estatística, tendo por base uma pessoa adulta na sociedade da informação. Aí, o autor engloba duas componentes inter-relacionadas (1) a capacidade para interpretar e avaliar de forma crítica a informação estatística ou fenómenos estocásticos que se podem encontrar em diversos contextos e (2) a capacidade para discutir e comunicar, indicando opiniões sobre as implicações da informação ou preocupações relativas à aceitabilidade das conclusões apresentadas, sempre que tal seja relevante. Esta proposta conduz-nos aos três níveis de literacia estatística apresentados por Gal: interpretação, crítica e produção. O primeiro está então relacionado com a capacidade de leitura de informação traduzida por textos escritos ou orais, números e símbolos, bem como gráficos e tabelas e a sua compreensão. Por seu turno, a dimensão crítica contempla a capacidade de avaliar criticamente a informação estatística, mobilizando o conhecimento matemático e estatístico. A terceira dimensão exige a capacidade de comunicar argumentos e informação estatística e de tomar decisões.

Baseando-se em trabalhos anteriores, Gal (2002) propõe um modelo de literacia estatística que envolve a componente do conhecimento e a atitudinal (quadro 1). Na primeira, encontram-se integrados cinco elementos cognitivos responsáveis pela competência das pessoas para compreender, interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas. A componente atitudinal, composta por dois elementos, é responsável pela postura ativa perante a informação estatística, com origem em diferentes contextos.



Quadro 1 - Modelo de literacia estatística (Adaptado de Gal, 2002, p.4)

Compreender e interpretar informação estatística requer não apenas conhecimentos de estatística em si, mas também a disponibilidade de outros conhecimentos básicos que, em conjunto, contribuem para a capacidade das pessoas compreenderem, interpretarem, avaliarem criticamente e, se necessário reagirem a mensagens de estatística. Contudo, a avaliação crítica da informação estatística depende de elementos adicionais para ativar uma postura crítica que, por sua vez, é apoiada por crenças e atitudes (Gal, 2002). Gal salienta ainda que estas componentes e elementos devem ser encarados como entidades dependentes do contexto, de um conjunto dinâmico de conhecimentos e atitudes, permitindo um “comportamento estatisticamente alfabetizado”.

Por seu turno, Watson (citado por Gal, 2002, p.2) apresenta outro modelo de literacia estatística composto por três componentes de dificuldade crescente: o conhecimento básico dos conceitos estatísticos e probabilísticos, a compreensão dos raciocínios e argumentos estatísticos, quando inseridos num contexto mais alargado do que em algum artigo nos meios de comunicação ou em algum estudo e, por fim, de uma atitude crítica que se assume ao questionar argumentos que estejam baseados em certezas estatísticas não suficientes.

### **Pensamento estatístico e raciocínio estatístico**

Literacia estatística, pensamento e raciocínio estatístico são conceitos intimamente relacionados (Martins & Ponte, 2010) ainda que, muitas vezes, sejam utilizados de forma indiscriminada (Chance, 2002):

*Numerous texts and papers utilize the phrase “statistical thinking” in their title. However, few give a formal definition of statistical thinking. Many appear to use “thinking,” “reasoning,” and “literacy” interchangeably in an effort to distinguish the understanding of statistical concepts from the numerical manipulation that too often has characterized statistical use and instruction (p.3).*

Também outros investigadores fazem referência a essa situação. Ben-Zvi e Garfield, (2004) indicam que não existem definições consistentes apesar dessa necessidade, de forma a contribuir para o desenvolvimento do ensino da Estatística. DelMas (2002) defende que embora seja possível distingui-los, existe uma considerável sobreposição entre os três domínios. Com o intuito de os distinguir, este autor sugere uma lista de palavras (tabela 1) que fornece orientações sobre o propósito das tarefas a propor aos alunos, acrescentando que o que nos move de um domínio para o outro *não é tanto o conteúdo, mas, sim, o que pedimos aos alunos para fazer com o conteúdo (p.7).*

Literacia Estatística Básica	Raciocínio Estatístico	Pensamento Estatístico
Identificar Descrever Parafrapear Traduzir Interpretar Ler	Porquê? Como? Explicar (um processo)	Aplicar Criticar Avaliar Generalizar

Tabela 1 - Lista de palavras que podem distinguir os três domínio cognitivos (Adaptado de delMas, 2002, p.7)

Martins e Ponte (2010) defendem que *a literacia estatística se apoia no pensamento estatístico e este, por sua vez, tem como núcleo fundamental o raciocínio estatístico* (p.10).

O raciocínio estatístico está relacionado com a forma como as pessoas raciocinam com as ideias estatísticas e o sentido que dão às informações estatísticas (Ben-Zvi & Garfield, 2007). Engloba ainda a compreensão e capacidade de explicar os processos estatísticos, bem como a capacidade para interpretar os resultados (Garfield, citado por Ben-Zvi & Garfield, 2007).

No que diz respeito ao pensamento estatístico, Chance (2002) refere que este inclui saber o porquê e como é que as investigações são conduzidas bem como a compreensão das ideias subjacentes às investigações estatísticas e a capacidade de avaliar e criticar resultados. Shaughnessy e Pfannkuck (2002) consideram que a forma estatística de pensar envolve aspetos como:

- Reconhecimento da necessidade de dados;
- Realização de certas transformações numéricas para facilitar a compreensão;
- Procura de causas e explicações e previsão de acontecimentos a partir da exploração da variabilidade, usando modelos estatísticos
- Consideração do contexto como essencial não só para observar mas também interpretar as mensagens existentes nos dados.

Por seu lado, Wild e Pfannkuch (1999) sugerem uma estrutura baseada em quatro dimensões (figura 1) nas quais o pensamento estatístico se encontra dividido: o ciclo investigativo, os tipos de pensamento, o ciclo interrogativo e as disposições.

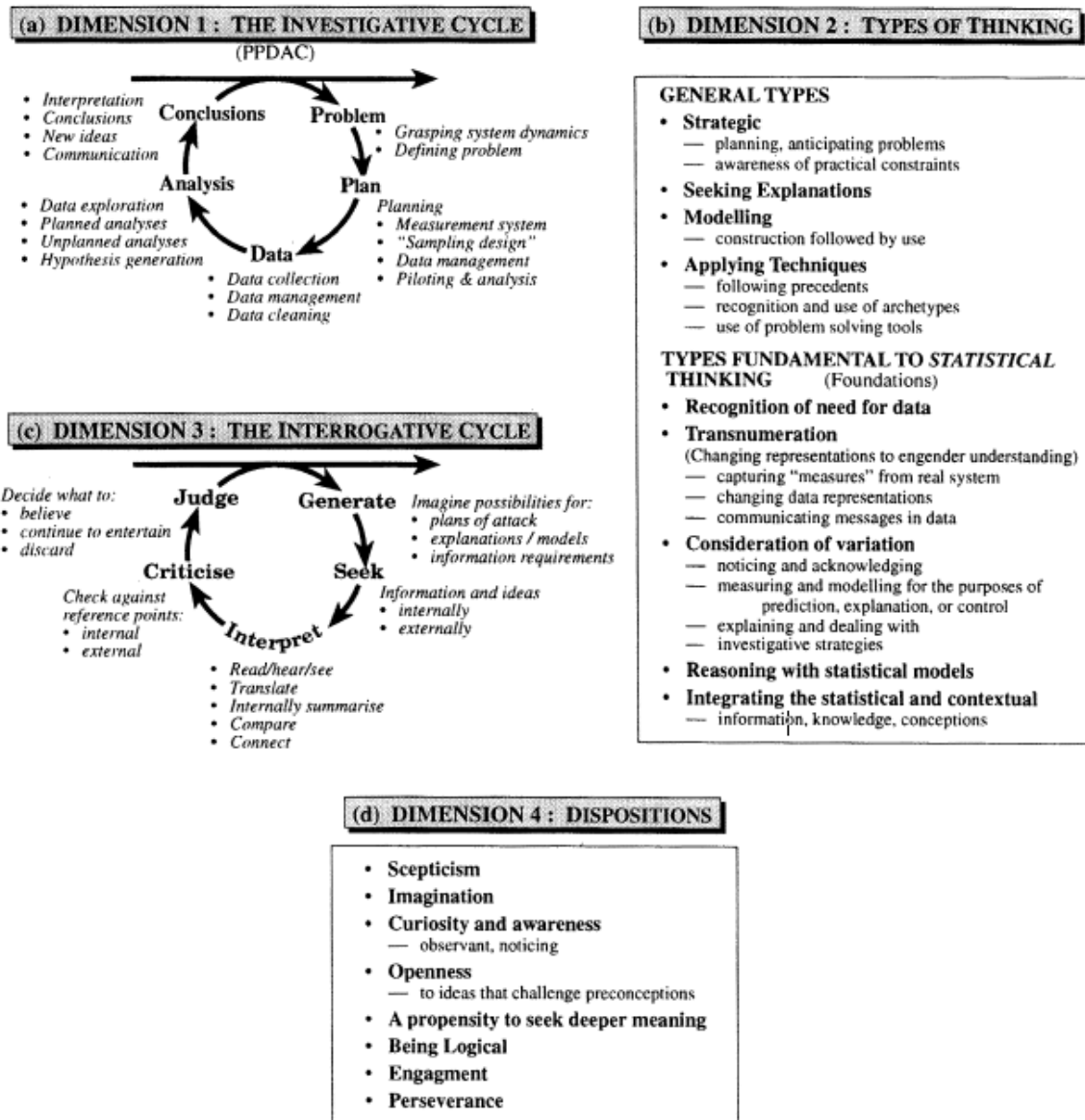


Figura 1 - Estrutura do pensamento estatístico Wild e Pfannkuch (1999, p.226)

A primeira dimensão, o ciclo investigativo, foi adaptada do modelo PPDAC (*problem, plan, data, analysis, conclusions*) e está relacionada com a forma como um indivíduo pensa e atua perante uma investigação estatística. Caracteriza-se pela fase do plano do problema, da recolha e análise de dados e das conclusões a extrair do estudo.

Já a segunda dimensão inclui os tipos de pensamento. Os *gerais* estão relacionados com o planeamento do ciclo investigativo, enquanto os *fundamentais do conhecimento estatístico* incluem o reconhecimento da necessidade de dados, a transnumeração, a perceção da variação, o raciocínio com modelos estatísticos e a integração da estatística no contexto.

A terceira dimensão refere-se ao ciclo interrogativo e diz respeito ao processo genérico do pensamento usado sobretudo na resolução de problemas, nomeadamente ao nível da criação de possibilidades, da procura informação e de ideias, da interpretação, da crítica e da tomada de decisões.

Por último, a quarta e última dimensão está relacionada com o compromisso do indivíduo na resolução do problema e inclui elementos como a curiosidade, a imaginação, o ceticismo ou a perseverança.

Sintetizando as ideias anteriores, pode-se dizer que o raciocínio estatístico *envolve um processo explícito onde se identificam factos, estabelecem relações e fazem inferências*. Já o pensamento estatístico *tem um lado intuitivo, informal e implícito que suporta o nosso raciocínio* (Martins & Ponte, 2010, p.10).

## 2.2 Ensino e Aprendizagem da Estatística

### Orientações didáticas

A problemática da questão da competência estatística e, conseqüentemente, da literacia estatística, remete-nos para a Educação Estatística e para o que os documentos oficiais (ME, 2007) preconizam.

Hoje em dia, os objetivos fundamentais do ensino da Estatística têm vindo a alterar-se. O PMEB (ME, 2007) indica, a este respeito, que *o tema OTD merece destaque (..) e é explicitamente referido nos três ciclos, indo mais longe que o anterior* (p.7). Considera-se que o seu ensino se deve relacionar com o real e não centrado num conjunto de fórmulas para resolver situações rotineiras. Gráficos, tabelas e diagramas são frequentemente usados para apresentar dados e surgem em numerosas situações do quotidiano, escolares ou não, o que, só por si, justifica a necessidade de os alunos aprenderem a ler e a interpretar e de saberem como se constroem para poderem ser críticos e reflexivos. Esta situação implica que sejam trabalhados de uma forma progressivamente mais complexa, tendo por base atividades promotoras do pensamento crítico (Carvalho, 2009).

Curcio (1989) defende que ser capaz de ler os dados presentes num gráfico, é uma capacidade importante, mas só se tira o máximo de potencial quando se consegue interpretar e generalizar a informação nele presente. Ainda a este respeito, Friel, Curcio e Bright (2001) definem níveis hierárquicos para a leitura e interpretação dos gráficos: (1) ler os dados, (2) ler dentro dos dados, (3) ler mais além dos dados e (4) ler por detrás dos dados, também identificados por outros autores, ainda que, por vezes, com uma terminologia diferente. O primeiro nível caracteriza-se por

uma leitura literal do gráfico o que requer um nível cognitivo baixo. O nível seguinte já inclui alguma interpretação dos dados e da forma como estão integrados no gráfico, o que exige que o sujeito seja capaz de comparar quantidades e que, ao mesmo tempo, use outros conceitos e destrezas matemáticas. No terceiro nível, o sujeito infere ou prediz em função de dados que não se refletem diretamente no gráfico. O último nível supõe avaliar criticamente o método de recolha de dados, no que diz respeito à validade e fiabilidade. Curcio (1989) sustenta que, desde cedo, se deve começar a envolver as crianças, na recolha e construção de gráficos, para permitir a sua evolução pelos níveis referidos anteriormente. Alerta também para a necessidade do professor colocar questões que não se limitem a uma simples leitura da informação presente no gráfico. González, Espinel e Ainley (2011) apontam a hierarquia de Friel *et al.* (2001) como uma referência, para a definição das questões a fazer aos alunos.

Para além da leitura, a construção e interpretação de gráficos são elementos essenciais para a aquisição da literacia estatística, que Gal (2002) descreve como a união de duas componentes principais inter-relacionadas: (a) interpretar e avaliar criticamente a informação estatística a partir de uma ampla variedade de fontes, e (b) formular e comunicar opiniões fundamentadas dessa informação. Wu (em González *et al.*, 2011) resume essas competências em quatro níveis:

- Ler gráficos: extrair os dados diretamente de um ou mais gráficos e gerar informações através do cálculo com os dados apresentados explicitamente.
- Interpretar gráficos: formular opiniões sobre um ou mais gráficos.
- Construir gráficos: apresentar e editar dados na forma gráfica.
- Avaliar os gráficos: avaliar a precisão e eficácia de um gráfico.

Embora as competências anteriores sejam definidas separadamente, elas relacionam-se umas com as outras, havendo um crescente interesse, dos investigadores, quanto à necessidade da capacidade crítica na leitura de gráficos (González *et al.*, 2011).

Mais recentemente, Aoyoma (2007) analisou aspetos mais profundos da interpretação gráfica dos alunos. Estabeleceu uma hierarquia, baseado na estrutura da literacia estatística, que descreve o que um aluno pode ou não pode fazer em cada nível:

- Nível 1: Idiossincrático - os alunos não leem valores ou tendências dos gráficos.
- Nível 2: Leitura elementar de gráficos (*basic graph reading*) - os alunos leem valores ou tendências dos gráficos, mas não conseguem explicar os significados contextuais de tendências ou características, nem contextualizar os acontecimentos apresentados.
- Nível 3: Racional/ literal - os alunos leem corretamente os gráficos, fazem interpolações, detetam tendências e predizem. No entanto, não criticam a informação e não proporcionam explicações alternativas.

- Nível 4: Crítico - os alunos leem o gráfico, compreendem o contexto e avaliam a fiabilidade da informação, ainda que não sejam capazes de pensar em hipótese alternativas que expliquem a disparidade entre um gráfico e uma conclusão.
- Nível 5: Hipotético - os alunos leem o gráfico, interpretam-no, avaliam a informação e são capazes de criar as suas próprias hipóteses e modelos.

González *et al.* (2011) resumindo as tentativas de identificar os elementos que contribuem para a literacia estatística em relação aos gráficos, apontam a conjugação de três capacidades diferentes:

- (1) A capacidade de extrair dados de diferentes tipos de gráficos e interpretar significados a partir deles, pela leitura entre, além e por trás dos dados apresentados, para formular hipóteses sobre os fenómenos representados no gráfico.
- (2) A capacidade de selecionar e de criar o gráfico adequado, para a situação em análise, com ou sem suporte tecnológico.
- (3) A capacidade de avaliar criticamente os gráficos e de indicar os pontos fortes e as limitações, reconhecendo que a criação de um gráfico envolve uma interpretação dos dados originais.

O modelo apresentado por Gal (2002), para a literacia estatística, surge aqui complementado com os níveis de compreensão gráfica, propostos por Friel *et al.* (2001).

Martins e Ponte (2010) sustentam que o trabalho do professor deve ter como objetivo central o desenvolvimento da literacia estatística. Tem assim, por um lado, de promover a capacidade dos alunos compreenderem e usarem conceitos e representações estatísticas na resolução de questões diversas e tem, por outro, de desenvolver a compreensão do que é uma investigação estatística, nas suas etapas fundamentais e habilitá-los para realizar estudos deste tipo. No PMEB (ME, 2007) estes dois objetivos desenvolvem-se em paralelo e reforçam-se mutuamente. A aprendizagem dos conceitos e representações específicas é essencial para a realização de estudos estatísticos, cada vez mais complexos e a compreensão do que é uma investigação estatística dá sentido aos diversos conceitos e representações.

A ênfase do trabalho é colocada na análise exploratória de dados e no envolvimento progressivo dos alunos em experiências de natureza investigativa, desde os primeiros anos de escolaridade (ME, 2007). Ao longo dos três ciclos, dá-se realce a processos e capacidades que promovem a literacia estatística dos alunos. Não se pretende que os alunos, no fim do ensino básico, sejam capazes de realizar estudos estatísticos sofisticados, mas que compreendam e saibam utilizar a linguagem básica e as ideias fundamentais da Estatística, desde a formulação de questões a investigar à interpretação dos resultados.



O *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education* (GAISE), citado por Martins & Ponte (2010, p.12), aponta seis recomendações que refletem a preocupação com o desenvolvimento da literacia estatística: (1) salientar a literacia estatística e desenvolver o pensamento estatístico; (2) utilizar dados reais; (3) acentuar a compreensão dos conceitos, em vez de apenas teoria e procedimentos; (4) fomentar uma aprendizagem ativa na sala de aula; (5) utilizar tecnologia para desenvolver a compreensão dos conceitos e a análise dos dados e (6) utilizar a avaliação para conhecer e melhorar a aprendizagem dos alunos.

Documentos como o PMEB (ME, 2007) e o dos *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NTCM, 2007) sublinham que os conceitos deste tema devem ser trabalhados a partir de problemas variados e também de investigações e projetos, que sejam do interesse dos alunos, sendo ainda sugerida a utilização das novas tecnologias.

De facto as novas tecnologias tendem a assumir um papel cada vez mais relevante no ensino da matemática em geral e no ensino da OTD em particular, pelas potencialidades que lhe podem estar associadas (Pratt, Davies & Connor, 2011). Para Ponte (1995):

*as novas tecnologias colocam desafios irrecusáveis à atividade educativa dada a sua possibilidade de proporcionar poder ao pensamento matemático e estender o alcance e a profundidade das aplicações desta ciência. Trata-se de poderosas ferramentas intelectuais, que permitem automatizar os processos de rotina e concentrar a nossa atenção no pensamento crítico (p.2).*

Numa perspetiva idêntica, Branco e Martins (2002), defendem que uso das novas tecnologias é um aspeto fundamental da prática da Estatística, nos dias de hoje e segundo as autoras a literacia estatística arrasta a literacia computacional.

No entender de diversos autores (Batanero, 2001; Carvalho, 2009; Nunes, 2008) as tecnologias atuais trazem novas possibilidades para a aprendizagem da estocástica. As tecnologias, ao permitirem trabalhar com grandes quantidades de dados reais, contribuem para aprendizagens mais significativas. Por outro lado, libertam os alunos de cálculos enfadonhos e facilitam a introdução de variações nos dados. Experimentando e explorando todos os aspetos dos processos estocásticos, desde a recolha e tratamento de dados à simulação, análise dos resultados e elaboração de conclusões, é possível uma compreensão de conceitos essenciais. A este respeito o PMEB refere que:

*a calculadora e o computador são instrumentos fundamentais (...), uma vez que permitem que os alunos se concentrem na escolha e justificação dos métodos a usar, na análise de dados e na interpretação de resultados, libertando-os de cálculos*

*demorados. O computador, com a folha de cálculo, oferece aos alunos amplas possibilidades de organizar e representar dados em tabelas e gráficos (ME, 2007, p.43).*

Para além do computador ou das calculadoras, a própria Internet, veio disponibilizar recursos e permite o acesso rápido a bases de dados e a informação estatística. Como exemplo, apresenta-se o projeto Ação Local Estatística Aplicada (ALEA), destinada a alunos e professores, que se tem afirmado como uma referência imprescindível na promoção da literacia estatística.

Carvalho (2009) defende que as tecnologias são uma ferramenta de investigação poderosa que permite libertar os alunos de tarefas rotineiras deixando-lhes mais tempo para explorar, visualizar e interagir. De facto, a utilização de tecnologias só é compatível com uma perspetiva que rompa com práticas de ensino tradicionais. No mesmo sentido, o NCTM (2007) assume que *a tecnologia é essencial no ensino e na aprendizagem da matemática; influencia a matemática que é ensinada e melhora a aprendizagem dos alunos* (p.26).

Apesar das recomendações feitas, diversos estudos indicam que a maioria dos alunos não aprende Estatística de acordo com elas (Shaughnessy, citado por Fernandes, Carvalho & Ribeiro, 2007) e uma análise à literatura sobre a aprendizagem da Estatística revela-nos que *este não é um tema tão isento de dificuldades como uma visão mais superficial poderia sugerir* (Carvalho, 2001, p.61).

Carvalho (2001) refere que há unanimidade entre os investigadores em justificar os fracos desempenhos dos alunos numa deficiente e superficial compreensão dos conceitos abordados, fruto de um ensino onde os métodos e os instrumentos são fortemente valorizados. Acrescenta ainda que, *a aparente simplicidade computacional, associada a uma desvalorização sistemática do contexto da situação problema que se está a trabalhar, origina a ilusão (...) de um conjunto de saberes que foram apropriados. Na realidade, somente permitiu que um conjunto de destrezas técnicas fosse adquirido, em vez de um conhecimento significativo dos mesmos* (p.62).

A autora (idem, 2001) sublinha que não é ao nível do cálculo que surgem as maiores dificuldades nos alunos, mas quando eles passam do conhecimento instrumental para o relacional. Skemp (1978) refere que um aluno apresenta um conhecimento instrumental quando domina um conjunto isolado de regras e algoritmos aprendidos, geralmente, por repetição, o que apenas lhe permite resolver um conjunto limitado de tarefas e em contextos muito semelhantes. O relacional é referido como aquele em que o aluno vai mobilizando o conhecimento adquirido e o atualiza a novas situações.

## Dificuldades dos alunos

Diversos investigadores têm-se debruçado sobre a problemática das dificuldades e dos erros evidenciados pelos alunos em questões ligadas à OTD. Tendo em conta essa situação, neste ponto será concretizada uma abordagem aos mesmos, explicitando-os através das estratégias usadas pelos alunos.

Tomando como ponto de partida a realização de um estudo estatístico, há a referir que são descritas dificuldades, dos alunos, em projetar as etapas que lhe estão subjacentes. Batanero e Díaz (2005) e Carvalho (2004) acrescentam que a fase de planeamento das questões, no desenvolvimento de um projeto, é uma das mais difíceis para os alunos.

No entanto, também são evidentes problemas nas diferentes etapas posteriores. Ao nível da organização dos dados, nomeadamente no que diz respeito à construção de tabelas de frequências verifica-se que esta não está isenta de dificuldades. Por exemplo, Carvalho (2001, 2004) assinala o facto de os alunos confundirem o conceito de frequência absoluta com o de frequência relativa. Para além disso, Ribeiro (2005) apresenta as seguintes dificuldades evidenciadas por alunos, do 7º ano de escolaridade, no que diz respeito às tabelas de frequências absolutas e relativas:

- Considerar o zero como elemento a ter em conta no cálculo das frequências;
- Calcular frequências relativas;
- Converter frequências relativas em percentagens e vice-versa;
- Compreender a soma das frequências relativas;
- Construir tabelas de frequências de dados agrupados em classes;
- Ler e interpretar tabelas de frequências.

Na determinação das frequências relativas é comum os alunos considerarem, erradamente, no denominador da fração o valor da frequência absoluta, em vez do total de dados, como descreve Carvalho, 2001. Num estudo desenvolvido anteriormente, a mesma autora (Carvalho, 1996) havia concluído que os alunos não tiveram dificuldades em determinar as frequências absolutas, mas apenas 1/5 dos alunos calculou corretamente as frequências relativas.

Ao nível dos gráficos Espinel *et al.* (2009) defendem que a cada representação gráfica estão associadas dificuldades específicas e são diversos os problemas referidos nos estudos realizados, quer com alunos não universitários (Carvalho, 2001; Li & Shen, em Carvalho, 2004; Morais & Fernandes, 2011), quer universitários (Espinel *et al.*, 2009; Ruiz *et al.*, 2009). Resumidamente, estas investigações apontam para erros e dificuldades nomeadamente:

(1) na omissão de escalas num ou em ambos os eixos, (2) no esquecimento do zero, não o indicando no eixo vertical, (3) em insuficientes divisões na escala; ou em escalas pouco adequadas ao conjunto de dados, (4) na ausência do título e de rótulos dos eixos e (5) na representação de duas distribuições.

Espinel *et al.* (2009) e Ruiz *et al.* (2009) descrevem outras dificuldades, relacionadas com os procedimentos de construção dos gráficos de barras. Assim, numa situação de representação de variáveis quantitativas discretas, os alunos etiquetaram as barras como se tratasse de um histograma, não centrando as barras nos valores do eixo das variáveis. Para além disso, representaram no mesmo gráfico, variáveis não comparáveis ou utilizaram escalas diferentes na construção de dois gráficos, dificultando a comparação duas distribuições. Não fizeram também coincidir os valores das frequências com os considerados nas escalas. Representaram de forma incorreta, os valores das frequências no eixo  $Ox$  e dos valores da variável no eixo  $Oy$ .

As escalas são um assunto que deve merecer alguma atenção, pois segundo Li e Shen (citados em Carvalho, 2009) são as questões relacionadas com as escalas, que parecem trazer mais insucesso aos alunos, uma dificuldade também apontada nos resultados do PISA 2003 (ME, 2004). A este respeito, Carvalho (2001) descreve, no estudo que desenvolveu, que alguns alunos optaram por construir dois gráficos de barras simples, quando confrontados com dificuldades na definição de escalas adequadas para representar duas distribuições. A autora concluiu ainda que a maioria abandonou a opção de apresentar a informação através de gráficos, enveredando pela reescrita de um texto, na sequência das dificuldades sentidas.

Nos gráficos circulares também há a registar dificuldades dos alunos e Ribeiro (2005) caracteriza este tipo de representação como sendo difícil de construir e de compreender. Morais e Fernandes (2011) resumindo outros estudos apontam que se constataram dificuldades associadas aos conceitos de proporção, percentagem e ângulo nesse tipo de representação. Carvalho (2001) também assinalou dificuldades na construção de gráficos circulares e na medição de ângulos, com recurso ao transferidor. Curcio (em Ribeiro, 2005) alerta para a necessidade deste tipo de gráficos só ser introduzido após o trabalho com frações. Acrescenta ainda que o sucesso na sua construção depende do nível de raciocínio proporcional e da capacidade em utilizar compasso e sobretudo transferidor.

No que diz respeito às dificuldades relacionadas com o diagrama de caule-e-folhas verifica-se que estas se prendem com a noção de número quando o caule não possui dígitos. Nos pictogramas, a construção de símbolos ou de imagens pictóricas é apontada como uma das dificuldades patentes nos alunos (Espinel *et al.*, 2009; Ruiz *et al.*, 2009).

A seleção de um gráfico adequado, para caracterizar uma dada situação, é também citada como difícil para os alunos (Carvalho, 2001; Espinel *et al.*, 2009; Morais & Fernandes, 2011; Ruiz *et al.*, 2009). Morais e Fernandes (2011) constataram no estudo que realizaram recentemente que, na maioria das vezes, os alunos optaram pela construção de gráficos de barras, mesmo quando essa não era a representação mais adequada. Segundo eles, essa situação, pode ser consequência desse tipo de gráficos ter sido mais trabalhado nas aulas desses alunos ou pelo facto de a sua construção ser mais fácil, quando comparada com outros tipos de representações gráficas.

Para além da construção, a interpretação de gráficos é também um tema considerado complexo (Espinel, 2007; Friel *et al.*, 2001; Morais & Fernandes, 2011; Pereira-Mendoza & Mellor, 1990; Ruiz *et al.*, 2009). Segundo Friel *et al.* (2001) compreender um gráfico implica conseguir extrair o seu significado, tornando-se assim essencial que o aluno seja confrontado com questões que contemplem os diferentes níveis de compreensão.

Se tivermos como referência os níveis propostos por Friel *et al.* (2001), os alunos só não apresentam grandes dificuldades no primeiro, cometendo erros em níveis mais exigentes que esse (Friel *et al.*, 2001; Morais & Fernandes, 2011; Pereira-Mendoza & Mellor, 1990). Morais e Fernandes (2011), num estudo recente, assinalaram a existência de dificuldades em alunos do 9º ano, ao realizarem questões do segundo e terceiro nível (ler entre os dados e ler para além dos dados). Outros estudos, com alunos não universitários, relatam dificuldades dos alunos em resumir a informação apresentada em gráficos ou tabelas, pelo que se limitam, na maioria das vezes, a uma simples descrição dos dados (Li & Shen, em Carvalho, 2004; Porfírio & Gordo, em Carvalho, 2009). De acordo com Li & Shen (em Carvalho, 2009) mais do que encontrar explicações no fraco domínio linguístico, estas devem-se procurar na compreensão que os alunos têm dos conceitos estatísticos, bem como na leitura, construção e interpretação, quando estão presentes representações gráficas, o que é corroborado por Friel *et al.* (2001). Também para estes autores os erros que surgem, em níveis mais exigentes, podem estar relacionados com conhecimentos matemáticos ou com a leitura e linguagem dos gráficos. Na sequência destes erros e dificuldades, sai reforçada a importância de confrontar os alunos com questões mais exigentes, que requerem mais do que uma interpretação imediata (Curcio, em Carvalho, 2001).

Ainda no domínio da interpretação, Carvalho (2001) e Garfield (2003) descrevem o facto de os alunos, por vezes, resolverem as questões apenas a partir de conhecimentos sociais e de vivências pessoais, sem ter em conta os dados estatísticos apresentados. Outros estudos têm apontado que as noções ligadas à representatividade da amostra e as

respetivas implicações na generalização dos resultados, nem sempre são tidas em conta pela maioria dos alunos (Garfield, 2003; Innabi, 2006).

No que concerne às medidas de tendência central, são diversos os autores a considerar que os conceitos de média e de moda são bem mais complexos do que se pode supor face à simplicidade dos seus algoritmos (p. e. Barros & Fernandes, 2005; Bright & Hoeffner, 1993; Cobo, 2003; Galicia, 2009), não sendo sempre bem compreendidos pelos alunos. Vários estudos, envolvendo alunos de diferentes níveis de escolaridade, têm apontado para a existência de dificuldades e erros nessas medidas (Barros, 2003; Barros & Fernandes, 2005; Batanero, 2000; Boaventura & Fernandes, 2004; Brocardo & Mendes, 2001; Carvalho, 1996, 2001; Cobo, 2003; Galicia, 2009; Martins, Pires & Barros, 2009; Ribeiro, 2005). A mediana é a medida que se tem revelado mais difícil, seguindo-se a média e, finalmente, a moda (Boaventura & Fernandes, 2004; Galicia, 2009; Ribeiro, 2005; Sousa, 2002). Sousa (2002) relata no estudo que desenvolveu, com alunos de uma turma de 6º ano, dificuldades na compreensão desse conceito.

Galicia (2009) resume as razões apontadas por Batanero (2000) para justificar a complexidade das medidas de tendência central:

- *Los estudiantes asignan intuitivamente a la media, mediana y moda propiedades de las operaciones aritméticas elementales que no se conservan para las medidas de posición central.*
- *Las medidas de posición central se pueden referir a diferentes objetos matemáticos que los estudiantes confunden entre si: media de una variable estadística, media de una variable aleatoria, media de una distribución muestral.*
- *Las propiedades de la media, mediana y moda no son siempre comunes. Por ejemplo, mientras que en el cálculo de la media intervienen todos los datos, esto no ocurre con la mediana o moda.*
- *Los algoritmos de cálculo para cada una de las medidas de posición central son varios, dependiendo de la forma en que se den los datos (agrupados, sin agrupar, gráficamente). Esto causa problemas en los estudiantes, que están acostumbrados a un solo algoritmo para cada situación (p. 14).*

Bright e Hoeffner (1993), num estudo realizado com alunos do 7º ano, registaram as seguintes dificuldades, no que diz respeito à média: (1) perceber que a soma dos desvios em relação à média é zero, (2) compreender o impacto que o zero tem na média, (3) perceber se a média resume bem ou não os dados da distribuição e (4) escolher a medida de tendência central mais adequada para resumir uma situação da vida real. Estes resultados tiveram confluência com os que foram obtidos noutras investigações.

Para além das dificuldades mencionadas, são diversos os estudos que referem a aplicação mecânica do algoritmo correto para calcular essa medida de tendência central. Muitos alunos revelam dificuldades na sua utilização flexível em situações-problema, apresentando apenas um conhecimento instrumental do conceito (Barros, 2003; Barros & Fernandes, 2005; Batanero, 2000; Brocardo & Mendes, 2001; Carvalho, 2001; Cobo, 2003; Martins *et al.*, 2009). Boaventura (2003) verificou que os alunos interpretaram a média como a descrição do seu algoritmo, o que poderá indiciar dificuldades na compreensão desse conceito.

Verifica-se ainda, em muitos alunos, a dificuldade em reconhecer a impossibilidade de determinar a média quando estão em causa variáveis qualitativas, sendo o cálculo da médias das frequências um erro habitual (Barros, 2003; Barros & Fernandes, 2005; Boaventura & Fernandes, 2004; Martins *et al.*, 2009; Ribeiro, 2005).

Ribeiro (2005) também diagnosticou a dificuldade dos alunos distinguirem variáveis qualitativas e quantitativas. É também frequente, o zero não ser considerado como um dado, quando surge numa distribuição (Porfírio & Gordo, em Carvalho, 2001; Ribeiro, 2005). Se para a soma ele é um elemento neutro, o mesmo não se regista na determinação do quociente.

Relativamente à moda, um dos erros mais descritos está relacionado com o facto de os alunos assumirem esta medida como o maior valor da frequência absoluta (ou relativa) em vez da categoria com maior frequência, quando a variável em causa é qualitativa (Barros, 2003; Boaventura & Fernandes, 2004; Carvalho, 2001; Galicia, 2009; Ruiz, 2006, em Ruiz *et al.*, 2009).

São também descritas dificuldades na seleção da medida que melhor represente os dados de uma distribuição (Barros, 2003; Batanero 2000; Boaventura, 2003; Brocardo & Mendes, 2001; Cobo, 2003; Estrada, 2002; Galicia, 2009). A confusão entre média e moda é também um problema referenciado (Carvalho, 2001; Cobo, 2003; Martins *et al.*, 2009).

Perante as dificuldades e os erros dos alunos, no que concerne às medidas de tendência central, há efetivamente a necessidade de refletir sobre a complexidade relativa de vários objetos matemáticos que compõem o significado das medidas de tendência central e sobre qual delas seria preferível introduzir em cada um dos níveis de escolaridade, como defende Galicia (2009).

### **2.3 Estudos empíricos e projetos relacionados com o ensino e aprendizagem da Estatística**

A análise de estudos portugueses sobre o ensino da Estatística, nos primeiros anos, mostra que este é um campo pouco explorado. Ao nível do 1º ciclo apenas se regista a investigação realizada por Duarte (2004) e no ciclo seguinte o trabalho de Sousa (2002). No 3º ciclo, salientam-se os estudos levados a cabo por Raposo (2009) centrado em professores e os de Ribeiro (2005) e Carvalho (2001) ambos envolvendo alunos do 7º ano de escolaridade.

Duarte (2004) no estudo realizado com alunos do 3º ano de escolaridade, investigou quais as potencialidades da Estatística, no 1º ciclo, centrando-se na evolução da atividade de investigação desenvolvida pelos alunos. Os resultados da investigação permitem identificar como processos desenvolvidos pelos alunos a (1) recolha e organização de dados, a (2) interpretação da informação, a (3) realização de previsões; a (4) formulação de questões e a (5) comunicação. A autora salienta que a recolha e a organização de dados foram os mais acessíveis enquanto a interpretação da informação e a comunicação os processos onde os alunos revelaram mais dificuldades. São ainda salientados os conhecimentos matemáticos que os alunos adquiriram ou consolidaram, ao nível da Estatística e nas Probabilidades e noutras áreas da matemática. Os resultados do estudo permitiram ainda concluir que os alunos se envolveram com bastante interesse na exploração das tarefas, adquiriram uma maior autonomia e procuraram ultrapassar as dificuldades que sentiram.

Sousa (2002) investigou o desempenho evidenciado por alunos do 6º ano de escolaridade na realização de uma investigação estatística. A autora constatou que as atividades desenvolvidas promoveram a aprendizagem dos alunos, tanto nas competências de investigação como nas de outros temas do currículo. Todos os alunos participaram, discutiram, tomaram decisões e argumentaram em defesa das suas ideias. Nessas discussões envolveram-se em atividades matemáticas, partilhando significados e construindo conhecimentos. Nesta investigação são ainda registadas vantagens no funcionamento em parceria pedagógica, tanto para os alunos como para os professores.

Em suma, a autora defende que *o desenvolvimento do projeto pelos alunos revelou o modo como o ensino da Estatística pode, de facto, cumprir as suas finalidades, assim como a importância de se optar por tarefas onde a participação ativa dos alunos seja uma realidade. Neste sentido, a investigação surge como uma metodologia de trabalho a privilegiar* (Sousa, 2002, p.146).



Numa investigação com alunos do 7º ano de escolaridades, Carvalho (2001) procurou compreender os processos gerados quando os alunos trabalhavam em díade, quer em termos do desenvolvimento lógico quer dos desempenhos estatísticos. A autora refere que o resultado mais saliente de toda a investigação é o papel facilitador que o trabalho colaborativo tem na promoção dos desempenhos dos sujeitos quanto ao seu desenvolvimento lógico e aos conteúdos estatísticos abordados. No estudo verificou-se ainda que, em qualquer conteúdo abordado, ao longo da unidade de estatística do 7º ano de escolaridade, os alunos revelaram dificuldades e cometeram erros quer ao nível procedimental, quer ao nível do próprio significado dos conceitos.

Também num estudo desenvolvido por Ribeiro (2005) os resultados apontam para as dificuldades dos alunos em qualquer conteúdo abordado na unidade de Estatística do 7.º ano de escolaridade, desde a compreensão dos conceitos à aplicação de procedimentos e à realização de cálculos, contrariando o prognosticado pelas professoras. A autora desenvolveu uma investigação que teve como objetivo caracterizar o tipo de ensino que é implementado na unidade de Estatística do 7.º ano de escolaridade e identificar a formação e as dificuldades sentidas pelos professores. Concluiu que as professoras, alvo da investigação, tinham uma reduzida formação em Estatística e pouca experiência de ensino desta temática, embora já lecionassem há alguns anos. Face às dificuldades verificadas nos alunos, as professoras, frequentemente, não as aprofundavam. A autora conclui ainda que globalmente, o ensino da unidade se revestiu de um carácter superficial, tendo as suas opções metodológicas sido, essencialmente, influenciadas pelo tempo disponível para dedicar a esta unidade, pelos manuais escolares, pelas características da turma, pelas suas experiência enquanto alunas e por um conhecimento científico e, sobretudo, didático pouco profundo. Além disso, salientou-se ainda a não utilização de novas tecnologias, a não utilização de estratégias de trabalhos de grupo e de trabalho de projeto e uma avaliação individual com base num teste escrito.

Mais recentemente, Raposo (2009) desenvolveu uma investigação, também com alunos do 7º ano de escolaridade onde procurou descrever e analisar o desempenho dos alunos na exploração do tema OTD de acordo com o novo PMEB. Os resultados indicam que os alunos, regra geral, usaram os conhecimentos matemáticos e conceitos relacionados com o tema na resolução das tarefas propostas. Foram detetadas algumas dificuldades na interpretação de enunciados, na comunicação oral e escrita e na organização e transmissão de ideias. No que diz respeito ao trabalho em grupo, as dificuldades sentidas foram pontuais, tendo a maioria dos grupos trabalhado de forma entusiasta durante as aulas. O facto de não saberem trabalhar muito bem com o computador trouxe algumas dificuldades. No entanto, os alunos valorizaram a sua utilização.

Apesar das diferenças entre os estudos apresentados é possível afirmar-se que revelam que num ensino da estatística, onde os alunos possam interagir e construir o seu conhecimento, são possíveis aprendizagens significativas e uma educação estatística necessária ao desenvolvimento de cidadãos estatisticamente literados.

## CAPÍTULO III

### 3. METODOLOGIA

No presente capítulo, organizado em sete secções, justificam-se as opções metodológicas do estudo. Assim, na primeira secção, começa-se por articular o seu propósito (descrever e analisar as estratégias e dificuldades dos alunos, perante uma cadeia de tarefas no âmbito da OTD, em contexto sala de aula), com as opções metodológicas. Nas duas secções seguintes, são apresentados o contexto de investigação e os participantes. A descrição das tarefas, os procedimentos, bem como as técnicas e instrumentos de recolha de dados e os métodos de análise dos dados surgem nas secções quatro, cinco, seis e sete, respetivamente.

#### 3.1. Opções Metodológicas

A escolha da metodologia a ser seguida numa investigação está estreitamente relacionada com o problema em análise e com os objetivos de investigação. O estudo que me propus realizar consistiu na descrição, análise e interpretação das estratégias e na identificação das dificuldades dos alunos, de uma turma do 5º ano de escolaridade, ao longo da realização de tarefas no âmbito do tópico *Representação e interpretação de dados*, do tema OTD.

Impôs-se assim uma investigação cuja ênfase fosse colocada nos processos utilizados, nomeadamente nas estratégias e dificuldades dos alunos e não nos resultados, o que pressupôs uma metodologia que privilegiasse um contato direto e sistemático entre a investigadora e os participantes em ambiente natural: a sala de aula.

Para além disso, tratou-se ainda de um estudo de natureza indutiva pois não se pretendiam testar hipóteses formuladas à partida mas sim, através de dados específicos, conseguir compreender os processos usados pelos participantes, na resolução de um conjunto de tarefas criteriosamente selecionadas.

Pelo exposto, o estudo reuniu características de uma investigação qualitativa, de natureza interpretativa, centrada na observação participante onde, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), a fonte direta dos dados é o ambiente natural e o investigador, o principal instrumento de recolha dos dados.

A realização do estudo de caso surgiu também como a opção mais adequada. Como refere Ponte (2006) esse tipo de pesquisa que tem sempre um forte cunho descritivo, bastante

ajustada para os estudos em educação. Permite ao investigador centra-se num caso ou situação específica e desta forma perceber os processos interativos que em grandes estudos não se evidenciam (Bell, 2004). Yin (citado por Carmo & Ferreira, 1998) põe ainda em evidência que *o estudo de caso constitui a estratégia preferida quando se quer responder a questões de como ou porquê* (p. 216), como se registou, ao procurar compreender *como e porquê* das suas ideias, formas de pensar e das suas dificuldades.

Atendendo à classificação apresentada por Stake (2007), pode-se ainda referir que este trabalho se enquadra no estudo de caso instrumental visto basear-se em dois alunos para analisar as suas estratégias e dificuldades recorrendo, como refere o autor, a alguém significativo e representativo, sobre o que desejamos compreender.

### **3.2. Contexto da investigação**

A investigação desenvolvida decorreu no ano letivo 2010/11, numa escola do 2º ciclo, situada numa vila do distrito de Santarém. Os alunos totalizando cerca de 220, encontravam-se distribuídos por quatro turmas do 5º ano e cinco do 6º ano. Eram provenientes das 13 escolas, do 1º ciclo, que faziam parte do agrupamento.

A escola encontra-se inserida num meio urbano, onde as indústrias dos curtumes e dos têxteis assumem um importante peso económico. As atividades secundárias constituem assim, a principal fonte de riqueza e de emprego no concelho.

### **3.3. Participantes**

Esta investigação incidiu sobre uma turma do 5º ano, da qual a investigadora era docente, durante o terceiro período, ao longo das aulas que contemplaram a lecionação do tema OTD. A seleção da turma teve por base os seguintes critérios: (1) boa relação da professora com os alunos; (2) recetividade dos alunos em relação a novas tarefas; e (3) não haver casos graves de indisciplina.

A turma era constituída por 20 alunos (11 rapazes e 9 raparigas), com idades compreendidas entre os 10 e os 11 anos. Encontrava-se integrada no ensino articulado da música.

Os alunos caracterizavam-se pelo interesse e participação que, globalmente, manifestavam face às atividades escolares. Eram assíduos e pontuais apresentando, de uma maneira geral, hábitos e métodos de trabalho e de estudo. A maioria apresentava um desempenho satisfatório ou mesmo superior nas diferentes disciplinas. O clima de trabalho em sala de aula era naturalmente agradável, com alunos alegres e brincalhões que não escondiam o

gosto de andar na escola. A simpatia e boa relação entre colegas, professores e funcionários também era evidente.

Dos vinte alunos da turma, havia a registar a presença de um aluno estrangeiro e não se assinalara, até ao momento, qualquer retenção.

De uma forma geral os pais iam regularmente à escola, mesmo quando não eram convocados para tal. Não levantaram qualquer objeção ao projeto que se desenvolveu nas aulas de matemática, pelo que todos autorizaram a captação de imagens e áudio nas aulas e permitiram que os seus filhos fossem entrevistados fora do tempo letivo, caso se considerasse necessário.

A origem socioeconómica dos alunos era diversa, havendo alguns provenientes de agregados familiares com dificuldades económicas e outros de classe média-alta. As profissões dos encarregados de educação eram também muito variadas, revelando a grande assimetria nas suas habilitações literárias e ambiente cultural.

Ao procurar compreender em profundidade as estratégias usadas pelos alunos, bem como as dificuldades que apresentaram, na realização de tarefas, optou-se pelo estudo de caso. Para a definição do número de casos foram tidas em consideração as características do estudo a realizar, que exigia alguma profundidade, mas também a dimensão de trabalho. Assim, depois de uma breve avaliação das implicações ao nível da recolha e análise de dados e tendo em consideração a dimensão permitida para o trabalho, decidiu-se estudar dois casos individuais, a partir dos quais se procuraram evidências sobre objetivos do estudo, no sentido de perceber efetivamente a forma como os alunos resolvem tarefas no âmbito da OTD.

Tendo em consideração que uma escolha adequada dos casos é extremamente importante (Stake 1994, 2007), refletiu-se sobre os critérios que se consideravam importantes seguir, tendo-se definido as seguintes condições: (i) heterogeneidade no aproveitamento na disciplina de matemática, (ii) riqueza e diversidade de estratégias utilizadas, independentemente do sucesso alcançado e (iii) capacidade comunicativa. A investigadora tinha interesse em perceber estratégias e dificuldades de alunos com diferentes desempenhos. O segundo critério decorria do interesse na variedade, embora tendo presente, tal como Stake (1994) refere, que isso não é sinónimo de representatividade. Para além destes, considerou-se importante que os alunos tivessem uma certa capacidade para comunicar as suas ideias e formas de pensar.

Partindo dessas considerações, a seleção dos alunos teve lugar após a análise das suas produções numa tarefa aplicada no início da investigação, tendo-se optado por estudar o Dinis e a Mariana por reunirem as condições referidas.

O Dinis, com 10 anos de idade, era uma criança calma e muito simpática. Nas aulas, o seu olhar vivo, atento e até marcante, era revelador da sua vontade única de aprender. Era o melhor aluno da turma e a matemática a sua área preferida. Confiante nos seus conhecimentos, envolvia-se facilmente nas tarefas propostas, especialmente nas que o desafiavam e procurava sempre ser o primeiro a fazer as tarefas indicadas. Contudo, essa ânsia, por vezes, limitava-o levando-o a cometer erros. Era, em geral, muito espontâneo nas suas respostas, não demorando muito tempo a refletir. Essa situação não o impedia de fazer intervenções pertinentes e oportunas. Referia-se às atividades de investigação como as que lhe davam mais prazer nas aulas. No entanto, não gostava muito de escrever e as suas justificações eram sempre muito sintéticas.

Relacionava-se bem com todos os colegas e era encarado por eles como o exemplo do excelente aluno, situação essa que se registava nas diferentes disciplinas. Na esmagadora maioria das vezes assumia naturalmente o papel de líder e era respeitado pelos colegas.

Por seu turno, a Mariana, também com 10 anos de idade, era uma aluna com algumas dificuldades às diferentes disciplinas, nomeadamente à de matemática. As suas notas a esta disciplina, tal como nas restantes, oscilavam entre a negativa e a positiva.

Simpática e com um olhar doce, nas aulas demonstrava alguns sinais de insegurança e, por vezes, era pouco autónoma. Contudo, sempre que se sentia “perdida” solicitava o apoio da professora e esforçava-se por participar ativamente, procurando perceber o trabalho, revelando empenho e vontade de aprender. Era comum expor as suas dúvidas, mesmo que fosse perante toda a turma e não se inibia em dizer que não tinha percebido.

As dificuldades da Mariana pareciam ter origem sobretudo na falta de hábitos e métodos de trabalho em casa, não tendo qualquer apoio nos estudos por parte dos pais. No entanto, também eram evidentes dificuldades ao nível do raciocínio e da resolução de problemas. A aluna não dominava alguns pré-requisitos básicos, apresentando dificuldades em ideias e procedimentos matemáticos básicos.

A Mariana relacionava-se bem com os colegas e adultos. Era amável e estava sempre pronta a ajudar e a participar, sendo essas características valorizadas pelos outros.

### 3.4. A cadeia de tarefas

Determinar as tarefas a implementar, a forma como se complementam, as abordagens pedagógicas a seguir, tendo em conta as aprendizagens visadas, são alguns dos desafios exigentes que se colocam hoje aos professores. A este respeito, Carvalho (2009) sustenta que a escolha das atividades, pelo professor e o modo como os alunos se envolvem na sua resolução, é determinante para a qualidade dos seus desempenhos e para as atitudes que lhes estão associadas.

Tendo em conta o pressuposto anterior e procurando operacionalizar as orientações nacionais e internacionais, preconizadas para o ensino e aprendizagem da OTD, concebi uma cadeia de tarefas (anexo 1) centrada no tópico *Representação e interpretação de dados*.

A cadeia de tarefas construída tinha por finalidade contribuir para o desenvolvimento progressivo do pensamento estatístico dos alunos. Após ter definido o objetivo do trabalho a desenvolver, estruturei um conjunto de atividades e, por fim, procurei explicitar o que os alunos iriam descobrir e aprender e o modo como o iam fazer.

Globalmente, as ideias e procedimentos a desenvolver com a cadeia de tarefas foram as seguintes:

- explorar, analisar, interpretar e utilizar informação de natureza estatística;
- selecionar e usar métodos estatísticos apropriados para recolher, organizar e representar dados;
- planear e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjeturas a partir deles, utilizando linguagem estatística.

Sendo o desenvolvimento do pensamento estatístico o propósito principal houve uma preocupação em definir questões que abarcassem os três níveis de literacia estatística: interpretação, produção e crítica (Gal, 2002). Apesar da ênfase dada à análise de dados, assegurei que esta não se resumisse à construção e interpretação direta dos gráficos, como sugere Batanero (2001), de forma a não incidir exclusivamente em níveis cognitivos baixos. As conexões entre temas do programa, nomeadamente com os números e as operações, foram contempladas bem como a interligação das capacidades transversais, numa perspetiva unificadora do currículo. As tarefas foram pensadas de modo a explorar contextos variados, que partissem de situações da vida dos alunos, tendo em conta os seus interesses. Procurei também propor situações que envolvessem dados de natureza

variada. Por último, foi tido em consideração o papel das tecnologias, nomeadamente a utilização da folha de cálculo, uma vez que esta apresenta amplas possibilidades de organizar e representar dados em tabelas e gráficos (ME, 2007, p.43).

Dado que a avaliação deve insistir sobre o conhecimento e a compreensão dos conceitos estatísticos em detrimento dos aspetos computacionais (Martins & Ponte, 2010, p. 17), considerei pertinente a realização de uma pequena investigação estatística como tarefa de avaliação final. Seria assim possível incidir na aprendizagem autêntica dos processos e conteúdos estatísticos, não estando centrada em procedimentos repetitivos, isolados e sem significado, uma vez que estavam criadas condições para que os alunos pensassem matematicamente, definindo objetivos e traçando os seus próprios caminhos.

A cadeia elaborada e implementada, composta por cinco tarefas, foi inspirada sobretudo em tarefas das brochuras disponibilizadas pela Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC) sobre este tema. Todas as tarefas foram destinadas a aulas de 90 minutos, com exceção da segunda parte da terceira tarefa, planeada para 45 minutos e para a última, à qual estavam destinadas duas aulas de 90 minutos, uma para a realização do trabalho e outra para a sua apresentação à turma. A tarefa final previa ainda algum trabalho extra aula, nomeadamente ao nível da recolha dos dados.

Numa breve descrição, pode-se dizer que a primeira tarefa, intitulada *O problema dos gelados*, tinha como objetivo o reconhecimento das etapas de uma investigação estatística. Partindo de um problema, efetivamente ligado aos alunos, pretendia-se que utilizassem informação estatística para resolver situações e tomar decisões. Numa fase inicial, esperava-se que identificassem os dados a recolher e a forma de os obter. Seguidamente, os dados seriam recolhidos na turma, tratados, lidos e analisados. Pretendia-se introduzir a construção de uma tabela de frequências, bem como a elaboração de um gráfico de pontos e de barras. Desejava-se ainda que os alunos formassem conjecturas e contactassem com uma primeira abordagem aos conceitos de população e de amostra, bem como a noções ligadas à representatividade da amostra e respetivas implicações na generalização dos resultados, sendo implícito um apelo ao seu sentido crítico.

A tarefa 2, *O estado do tempo*, através de um tema familiar aos alunos, procurava ampliar conhecimentos no que diz respeito à leitura, interpretação, organização e tratamento dos dados. Contemplava um novo tipo de representação gráfica, o gráfico de linhas e a medida de tendência central considerada mais simples, a moda, bem como as noções de extremos e de amplitude. Simultaneamente, pretendia-se continuar a privilegiar a interpretação de resultados e a formulação conjecturas a partir desses resultados. Esperava-se ainda que os



alunos respondessem e formulassem questões relacionadas com a informação apresentada.

A tarefa 3 encontrava-se dividida em duas partes. Com a primeira, intitulada de *Mochilas: Uma questão de peso... e de saúde!* pretendia-se que os alunos continuassem a alargar o leque de opções ao nível da organização, tratamento e análise de dados. Assim, tendo por base os valores relativos ao peso dos alunos da turma e das respetivas mochilas e a percentagem de peso máximo que uma mochila deveria ter, os alunos seriam conduzidos à organização do peso das suas mochilas, através de um diagrama de caule-e-folhas, já tendo sido explicitado o seu processo de construção. Após uma análise geral dos dados da turma, cada aluno teria ainda a oportunidade de determinar o peso máximo recomendado para a sua mochila e de tecer conclusões e considerações relativamente aos resultados encontrados, bem como ao interesse de realizar um estudo semelhante noutras turmas da escola.

Na segunda parte da tarefa, *Gráficos e mais gráficos*, procurava-se promover o desenvolvimento do sentido crítico dos alunos ao confrontá-los com uma situação em que a manipulação de escalas estava presente.

Com a tarefa 4, *Média e outras medidas*, desejava-se retomar o trabalho com as medidas de dispersão e de tendência central, com o intuito de alargar conhecimentos nesse âmbito, nomeadamente com a introdução do conceito de média. A tarefa pressupunha, numa fase inicial, a introdução ao conceito de média, a partir de ideias intuitivas, sendo posteriormente alargado e aplicado em situações diversificadas. Estava ainda prevista uma situação onde era exigido que os alunos analisassem a adequação da média, num dado contexto.

Por último, o Guião do projeto intitulado *Separação de resíduos*, visava um conjunto de orientações para que os alunos, em grupos de dois, desenvolvessem uma investigação estatística, após a definição da temática e das respetivas questões, em assembleia de turma. Dada a faixa etária dos alunos, as suas experiências anteriores e sobretudo a limitação de tempo para a realização da tarefa, optou-se por torná-la relativamente estruturada, nomeadamente no que diz respeito à definição das etapas a implementar. Ainda assim, seriam eles a recolher os dados junto das diferentes turmas da escola, a organizá-los, a apresentá-los e a fazer interpretações e a tirar conclusões, tendo ainda de comunicá-las à turma. Estavam desse modo contempladas situações favoráveis à tomada de decisões. De referir ainda que foi considerada a utilização das tecnologias, procurando-se que os alunos tirassem o máximo partido das suas potencialidades. Na elaboração do trabalho final, os alunos tinham de organizar e representar dados em tabelas e gráficos,

através da utilização da folha de cálculo, sendo por essa forma confrontados com uma multiplicidade de representações possíveis.

Para a implementação das tarefas estavam previstos três momentos: a introdução, a exploração, em pequenos grupos e a discussão geral, na turma. Estes dois últimos seriam intercalados sempre que pertinente, de forma a evitar a dispersão dos alunos.

### 3.5. Procedimentos

O estudo teve início, após a autorização dos pais e do presidente do agrupamento (anexo 2), com a aplicação, junto de todos os alunos da turma, de uma tarefa (anexo 3) de forma a identificar os seus conhecimentos prévios, as suas ideias e estratégias relacionadas com o tópico da OTD, antes do ensino formal, mas também para permitir a seleção dos casos. A sua elaboração teve como ponto de partida uma análise ao programa do 1º ciclo e às provas de aferição, bem como as considerações observadas na literatura. Pretendeu-se que fosse representativa dos três níveis de literacia estatística apresentados por Gal (2002).

A partir da análise às produções foi feita a escolha dos alunos a incluir no estudo de caso. O critério de seleção teve por base a heterogeneidade no aproveitamento dos alunos na disciplina de matemática aliada à riqueza e à diversidade de estratégias utilizadas, representativas da sua forma de pensar e das suas dificuldades, independentemente do sucesso alcançado. A capacidade comunicativa foi também um aspeto considerado.

Com base nos resultados obtidos e visando as necessidades e conhecimentos dos alunos, foi definida uma cadeia de tarefas, descrita na secção anterior tendo como orientação os níveis de literacia propostos por Gal (2002) e posteriormente implementada na turma. Durante esse período, que abrangeu sete aulas, procedeu-se à observação, com registo de notas de campo e à gravação de aulas, bem como à análise das produções dos alunos tendo sempre por base as questões que norteiam esta investigação.

Os alunos trabalharam, como habitualmente faziam nas aulas de matemática, em conjunto com o colega de carteira. Essa situação não se registou apenas na tarefa final, que implicava trabalho extra aula. Desse modo, os alunos tiveram a liberdade de escolher o parceiro com quem pretendiam trabalhar.

A implementação dessa última tarefa, que contemplava um *pequeno* trabalho, englobando todas as etapas de uma investigação estatística, permitiu fazer uma análise detalhada e cuidada das estratégias usadas pelos alunos e das dificuldades por eles sentidas após a leção do tema.

Para além da análise das produções, relativas a cada uma das tarefas, recorreu-se à realização de duas entrevistas, a cada um dos alunos do estudo de caso, para uma compreensão mais detalhada e profunda das suas ideias. Uma ocorreu após a aplicação da tarefa inicial e a outra no fim da cadeia de tarefas.

### **3.6. Técnicas e instrumentos de recolha de dados**

A recolha de dados seguiu a recomendação de Yin (citado em Carmo & Ferreira, 1998) que aponta para a importância dos estudos de caso não se limitarem a uma única fonte de evidência, sendo desejável que se disponha de um leque alargado de fontes de informação.

Desse modo, para assegurar a validade interna do estudo, foi previsto o recurso a vários métodos de recolha de dados como a observação (através de gravações áudio e vídeo e de notas de campo), documentos escritos e entrevistas.

A utilização de múltiplos métodos de recolha de dados, denominada por triangulação de dados, permitiu confrontar os dados obtidos através de diferentes técnicas, contribuindo para garantir a credibilidade do estudo, minimizando a influência do *eu* do observador (Stake, 2007).

Segundo Bogdan e Biklen (1994) a observação é a melhor técnica de recolha de dados nos estudos qualitativos, uma vez que *as ações podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente natural de ocorrência* (p.90), como se pretendeu na realização do presente trabalho. A recolha de dados baseou-se fundamentalmente na observação participante uma vez que a própria investigadora foi o principal instrumento nesse processo. A professora, assumindo o papel de investigadora, teve presente a necessidade de, segundo Tuckman (2000), observar atentamente os sujeitos no sentido de apreender tanto quanto possível o que se estava a passar. As observações, realizadas em contexto sala de aula, permitiram analisar e compreender, com mais detalhe, as ideias e formas de pensar dos alunos.

As aulas em que decorreu a aplicação das tarefas, relativas ao tema em estudo, foram filmadas para captar aspetos que poderiam passar despercebidos em virtude de a atenção da professora não poder estar focalizada unicamente num determinado grupo de alunos, mas ter de acompanhar o trabalho de toda a turma. Foi ainda utilizado um gravador para obter informações, mais detalhadas, sobre cada um dos alunos objeto do estudo de caso. Ainda assim, como só existia um gravador, procurou-se que o mesmo circulasse na turma de forma a dissipar algum efeito perturbador, que pudesse ser causado pela existência de gravação áudio apenas em alguns alunos.

O recurso aos registos provenientes da gravação vídeo e áudio permitiu a possibilidade de rever as situações um número ilimitado de vezes, mantendo intacta a informação recolhida.

Para além da gravação, procedeu-se ao registo de notas de campo. A sua redação, não sendo possível no decurso da aula, dado que o professor investigador conduzia os trabalhos que aí decorriam, aconteceu no final, logo que possível.

Apesar de a observação ter sido uma das principais técnicas de recolha de dados não foi, só por si, suficiente e exigiu a sua articulação com outras, como a análise de documentos. Bell (2004) considera que esta é uma das fontes mais fidedigna e Yin (citado por Carmo & Ferreira, 1998) salienta que é importante sobretudo para corroborar e confirmar evidências sugeridas por outras fontes de dados.

Na análise de documentos, foram contempladas as produções dos alunos, nas diversas tarefas propostas ao longo do estudo, com vista a uma melhor compreensão dos seus processos e dificuldades.

A fim de manter as produções originais, sem reformulações decorrentes das discussões realizadas em grupo turma, solicitou-se aos alunos que realizassem novos registos nos cadernos diários.

Para além das produções, foram tidos em consideração registos quer de natureza biográfica quer relativos ao percurso escolar dos alunos e da turma, no seu geral, de forma a permitir uma melhor caracterização dos mesmos.

Por fim, há a referir o recurso à entrevista que possibilitou complementar a informação já recolhida. Essa técnica, tal como a observação participante, pautada por um contacto direto e aprofundado com os indivíduos, facilitou a compreensão do que eles pensaram ou fizeram.

Após a identificação das situações onde se considerou importante aprofundar o conhecimento, na sequência da análise dos dados recolhidos, foi delineado um guião, para cada aluno, com questões relativas à tarefa inicial (anexo 4) e outro que incidia nas tarefas que compunham a cadeia (anexo 5).

Realizaram-se assim duas entrevistas, a cada um dos alunos que constituíram os estudos de caso, no início e no final do processo de recolha de dados, com o objetivo de compreender melhor o seu desempenho e de perceber as suas estratégias e dificuldades.

A opção por entrevistas semiestruturadas permitiu ao investigador moldar o conteúdo e o decorrer da entrevista, não impedindo, ainda assim, que os entrevistados se expressassem

com naturalidade. A opção por questões que exigiam alguma exploração de ideias justificase com o facto de estas permitirem revelar pormenores e detalhes (Bogdan & Biklen, 1994) essenciais para a compreensão de ideias.

Para além das entrevistas, sempre que possível a professora questionou os alunos em contexto sala de aula sobre as suas opções, procurando compreender as suas estratégias, ideias e formas de pensar.

### **3.7. Métodos de análise dos dados**

A análise dos dados é um processo que visa a compreensão e sistematização da informação recolhida, *é o trabalhar todo o material obtido durante a pesquisa organizar, dividir, relacionar e procurar neste tendências e padrões relevantes* (Ludke & André, 1986, p.45). Permite não só uma melhor compreensão do material recolhido, mas constitui também uma forma de o organizar, com o intuito de ir ao encontro dos objetivos definidos.

Neste caso, dada a natureza qualitativa dos dados, a sua análise assumiu um carácter interpretativo. Os dados foram tratados seguindo uma metodologia de análise de conteúdo. Este método, teve como propósito o estabelecimento de categorias, que permitisse de forma metódica e sistemática analisar as informações obtidas, estudando as relações entre elas e em relação ao todo, na procura de uma visão de conjunto (Bell, 2004).

O primeiro momento de análise dos dados coincidiu com o período em que decorreu a sua recolha. A análise, ainda que informal, dos registos áudio e vídeo, das notas de campo e uma leitura atenta aos documentos, produzidos pelos alunos, permitiu a regulação do processo de recolha de dados, orientando os procedimentos para as aulas seguintes.

O segundo momento, após a compilação de todo o material, incluiu duas etapas. Inicialmente, foi efetuada uma análise quer às produções e intervenções dos alunos estudo de caso (revendo as imagens e a captação áudio), quer às notas de campo recolhidas (entretanto complementadas com o contributo do visionamento das aulas). Dispondo dos elementos referidos, foram definidas categorias de análise. Dado que se pretendia uma análise das estratégias e das dificuldades, tendo por base os níveis de literacia definidos por Gal (2002), procedeu-se a uma organização das questões, presentes nas diferentes tarefas da cadeia, em três grupos (interpretação, crítica e produção), que passaram a constituir as categorias de análise do presente estudo.

Estabeleceram-se, seguidamente, subcategorias ainda que esse processo tenha sido alvo de ajustes no decurso da análise dos dados. Assim, para a primeira categoria, interpretação,

definiram-se as seguintes subcategorias: (1) leitura dos dados, (2) leitura dentro dos dados, (3) leitura mais além dos dados e (4) leitura por detrás dos dados, adotando os níveis da hierarquia apresentada por Friel *et al.* (2001).

Já para as outras duas categorias, de crítica e de produção, foram definidas subcategorias pela própria investigadora. Após uma análise detalhada à definição apresentada por Gal (2002), para cada um desses níveis, foram considerados aspetos que se consideraram representativas de cada um e que foram contemplados na cadeia de tarefas.

Assim, para a categoria de crítica definiram-se as quatro subcategorias seguintes: (1) ponderação da representatividade da amostra e realização de previsões, (2) análise de afirmações dadas, (3) comparação de gráficos com diferentes escalas e, por fim, a (4) indicação do parâmetro que melhor resume uma dada amostra, por se considerar que estes aspetos contemplavam a capacidade de avaliar criticamente a informação estatística, mobilizando o conhecimento matemático e estatístico (Gal, 2002).

Para a categoria de produção foram consideradas três subcategorias de análise: (1) planificação de uma atividade de investigação, (2) recolha e organização de dados e (3) argumentação e comunicação da informação estatística, aspetos que integram o ciclo investigativo apresentado por Wild e Pfannkuch (1999). As subcategorias definidas contemplam as questões presentes nas tarefas, que foram propostas aos alunos, que se centravam na capacidade de comunicar argumentos e informação estatística e de tomar decisões (Gal, 2002).

Numa segunda fase, procedeu-se a uma análise, detalhada e profunda, de cada um dos alunos estudo de caso, a partir deste sistema de categorias e subcategorias, entretanto definido, no que diz respeito às dificuldades e estratégias, seguidas por cada um, com vista a uma compreensão das mesmas. Foram contempladas as produções dos alunos, as notas de campo, as transcrições áudio das aulas e das entrevistas que se consideraram significativas para este trabalho. Este procedimento e o confronto com a revisão da literatura efetuada permitiu construir um corpo de informação organizado e coerente.

## CAPÍTULO IV

### 4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

No presente capítulo são apresentados e analisados os dados recolhidos, junto dos alunos, tendo por base os objetivos traçados para esta investigação: compreender as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas do tema *Organização e Tratamento de Dados* e identificar as principais dificuldades dos alunos considerando os níveis de literacia estatística propostas por Gal (2002).

Em cada uma das duas secções é descrito um dos casos estudados, no que concerne às categorias definidas (interpretação, de crítica e de produção), terminando com uma síntese do desempenho de cada um.

#### 4.1. O caso do Dinis

O Dinis demonstrou sempre muito entusiasmo e segurança no trabalho que desenvolveu. Empenhou-se e participou ativamente nas aulas, tendo sido o elemento da turma que mais se destacou, assumindo frequentemente a liderança dos trabalhos.

##### 4.1.1. O nível de Interpretação

###### Leitura dos dados

Nas tarefas, que tinham subjacente o nível mais acessível de leitura e interpretação, *ler os dados* (Friel *et al.*, 2001), o Dinis demonstrou sempre muito à vontade, não revelando dificuldades. Essa situação foi visível logo na questão 3.1, da tarefa 1, *O problema dos gelados*, quando teve de indicar, a partir do gráfico elaborado, o gelado preferido da turma e o que reunia menos votos (figura 2):

**3.1 Completa:** O gelado preferido na turma é o magnum amêndoas e o que reúne menos votos é o biscoito chocolate e o clássico.

Figura 2 - Produção da tarefa 1

De referir que essas duas questões implicavam uma leitura direta dos dados apresentados no gráfico, exigindo um nível cognitivo baixo. O aluno, indicando a estratégia usada, referiu:

*Fácil, foi só ir ao gráfico e ver a barra maior e a mais pequena.*

Ilustrativo da situação descrita é também a resolução da questão 2.3, da tarefa 2, *O estado do tempo*. O aluno completou corretamente e sem qualquer dificuldade a tabela das temperaturas mínimas previstas (figura 3), a partir da leitura direta dos dados do gráfico de linhas precedente.

Temperaturas	4ª feira	5ª feira	6ª feira	Sábado	Domingo
Mínima	19°C	15°C	15°C	14°C	15°C
Máxima	27°C	26°C	25°C	25°C	23°C

Figura 3 - Produção da tarefa 2

O desempenho foi semelhante nas questões da tarefa 3, *Mochilas: Uma questão de peso... e de saúde!*, que apresentavam o mesmo nível de interpretação. O Dinis identificou os extremos, a partir do diagrama de caule-e-folhas (questão 1.3) e fez uma leitura correta do seu peso e da respetiva mochila (questão 1.4).

### Leitura dentro dos dados

Em situações mais exigentes, respeitantes ao segundo nível hierárquico, *ler dentro dos dados*, o aluno continuou a manifestar facilidade em concretizá-las. Essa situação foi evidente, mesmo quando as questões implicavam conceitos e destrezas matemáticas, como a determinação da amplitude e das medidas de tendência central, moda e média ou, ainda, a utilização da noção de percentagem.

A respeito da determinação da percentagem do seu peso, para calcular o peso máximo que a sua mochila devia ter, na tarefa 3, *Mochilas: Uma questão de peso... e de saúde!*, o aluno revelou dominar as ferramentas necessárias para resolver a situação proposta, tendo registado a resposta correta. Na fase de discussão dos resultados, em grupo turma, o Dinis justificou o resultado obtido indicando que calcular 10% de um número era o mesmo que dividir esse número por 10:

*Luís: É só por a vírgula.*

*Professora: De onde é que vem a vírgula?*

*Dinis: Porque é a dividir por 10.*

*Professora: Mas porque é que dividem por 10?*

*Dinis: Porque é os 10% do peso e calcular 10% é o mesmo que dividir por 10.*

*André: Ou seja, 10% é um décimo.*



Outra situação que revelou a compreensão da situação descrita, pelo Dinis, ocorreu durante o trabalho a pares. Os dois colegas discutiam, entre si, o peso que cada aluno deveria ter para transportar o peso da sua mochila:

*Luís: O Miguel é 30kg [referia-se ao peso do colega Miguel].*

*Dinis: Mas tem uma mochila que pesa 6 kg (...) Ele tinha de pesar 60kg [rindo]. Estou a imaginar o Miguel com 60Kg.*

*(...)*

*Luís: Oh, Miguel, tu tinhas de pesar o dobro. Para tu carregares essa mochila devias pesar o dobro.*

*(...)*

*Luís: Oh professora ... Ele precisava de pesar mais 30 kg.*

*Dinis: Não é o único. O Saul também. O Salvador precisava de pesar (...), o Júlio (...), a Carolina precisava de pesar (...).*

Quanto à moda, o aluno identificou essa medida de forma acertada, quer no caso de variáveis qualitativas (tarefa 1), quer quantitativas (tarefa 2, 3 e 4). Esta situação reforça a ideia de vários autores que a apontam como a medida de tendência central onde os alunos revelam menos dificuldades (Boaventura & Fernandes, 2004; Galicia, 2009; Ribeiro, 2005; Sousa, 2002). No entanto, denotou dificuldades em identificar a moda numa situação relativa à tarefa 5. Perante o gráfico apresentado pelos colegas (figura 4) o aluno não assumiu, essa medida, como a(s) classe(s) a que correspondia(m) a uma maior frequência, mas antes como a(s) classe(s), cujas frequências se repetiam mais. Assim, argumentou que:

*A moda não é o que têm maior número. É o que se repete mais vezes. O que se repete mais vezes é o 2 vezes e o 1 vez [referia-se à frequência absoluta que se repetia mais vezes].*



Figura 4 - Produção da tarefa 5

Esclarecida a situação, após a discussão em grande grupo, o erro assinalado não se voltou a registar. O aluno e a colega de grupo, no trabalho que desenvolveram, não cometeram o mesmo erro e apresentaram de forma correta a moda. De forma semelhante, na entrevista

final, o Dinis identificou a moda, mesmo quando confrontado com situações em que diversas classes tinham a mesma frequência. Esta situação parece revelar que existiu uma certa confusão no conceito, mas que ficou esclarecida no debate de ideias em grande grupo.

A média foi o assunto que o Dinis indicou ter sido o mais difícil, ao longo da cadeia de tarefas. De fato, a investigação tem revelado que este assunto assume grande complexidade junto dos alunos (Barros & Fernandes, 2005; Batanero, 2000; Cobo, 2003; Galicia, 2009) ainda que, normalmente, as dificuldades não se registem ao nível do conhecimento instrumental, como também se verificou com o Dinis. Em todas as questões da tarefa 4, *Média, moda e outras medidas!*, que envolviam a determinação direta da média, o aluno concretizou-as de forma autónoma e expedita. A título de exemplo, refiro a determinação da média do número de golos, marcados pelo Cristiano Ronaldo, na questão 2. O aluno adicionou o número de golos e dividiu o total por 5 jogos, empregando uma estratégia de resolução aritmética, como se observa na sua produção (figura 5):

5 jogos  $0+4+3+2+2=11,0$   $\frac{11,0}{5}$   
 $2,2$

Cristiano Ronaldo foi este ano o melhor marcador da Liga Espanhola. Nos últimos 5 jogos fez uma média de 2,2 golos por jogo.

Figura 5 - Produção da tarefa 4

De salientar que o aluno considerou o zero como um elemento a ter em conta no cálculo da média de forma natural, ainda que a literatura (Porfírio & Gordo, em Carvalho, 2001; Ribeiro, 2005) aponte essa dificuldade em virtude, dos alunos, não o assumirem como um dado a considerar.

Na discussão, em grupo turma, ainda que com alguma insegurança, procurou justificar, perante as dúvidas de um colega, a possibilidade da média de golos poder ser um número decimal:

*Pedro: Oh professora, mas não estou a perceber! Como é que ele conseguia partir os golos.*

*Dinis: É estatística.*

*Professora: O que queres dizer com isso?*

*Dinis: Oh professora, disse por dizer...*

*Professora: A grande discussão é saber se ele pode marcar 2,2 golos por jogo.*

*Dinis: Não pode, mas é estatística. É a média, professora.*

*Luísa: Professora, temos que imaginar. Eu acho que temos de imaginar que ... marcou 2,2 golos.*

Apesar da dificuldade em comunicar as suas ideias o aluno parece compreender que por vezes, no domínio da matemática e, mais especificamente no da estatística, os resultados, embora não representando situações reais, ajudam-nos a compreender ideias matemáticas.

### Leitura mais além dos dados

Ao longo da cadeia foi ainda proposta, aos alunos, uma questão de interpretação correspondente ao terceiro nível, *ler mais além dos dados*. A pergunta 1.5, da tarefa 2, *O estado do tempo*, implicava que os alunos analisassem e comparassem os dados, para optarem por um dia que reunisse as melhores condições, tendo em conta as exigências apresentadas. O Dinis fê-lo tendo em conta as condições definidas e apresentou uma justificação, ainda que muito sintética, para a sua escolha (figura 5):

*Vão no dia 3 de junho de 2011 porque nesse dia não está a chover para todo o país.*

Figura 6 - Produção da tarefa 2

Na discussão oral, revelou compreender claramente a questão. Vendo que a sua proposta já tinha sido apresentada por um colega, apresentou outra data alternativa:

*Também pode ir no dia 2. Porque eles só não querem ir num dia de chuva.*

### Leitura por detrás dos dados

Por último, nas questões de interpretação correspondentes ao quarto nível, *ler por detrás dos dados* o desempenho do aluno foi semelhante ao que tinha revelado anteriormente. Na tarefa 3.2, *Gráficos e mais gráficos*, o aluno selecionou corretamente o gráfico, relativo à quantidade de açúcar de cereais e justificou-se com o tamanho da barra (figura 7):

1.1 Qual foi o gráfico (A ou B) que pensas ter sido apresentado pela empresa? A Justifica. o gráfico A tem o lado B em mais açúcar

Figura 7 - Produção da tarefa 3

Em síntese, verifica-se que o Dinis, neste caso específico, não revelou dificuldades significativas nas questões propostas, relativas ao primeiro nível de literacia estatística proposto por Gal (2002). Tendo como referência a hierarquia apresentada por Friel *et al.* (2001), o aluno foi capaz de ler e compreender informação apresentada de múltiplas formas e com diferentes graus de exigência. Esta situação, não está de acordo com os resultados do PISA 2003 (ME, 2004) que referem as dificuldades dos alunos portugueses em responder corretamente aos itens que envolvem questões relacionadas com a leitura de gráficos.

Na generalidade das situações, o Dinis mostrou ter compreendido conceitos específicos, da OTD, como a amplitude, a média e a moda. As várias situações trabalhadas conduziram à abordagem de conceitos que não estavam diretamente relacionados com a Estatística, como aconteceu com o cálculo de percentagens ou o recurso aos algoritmos das operações, que o aluno revelou dominar. Revelou também desenvoltura no cálculo mental.

Os resultados reforçam a importância de confrontar os alunos com questões mais exigentes, que requerem mais do que uma interpretação imediata como defendem autores como Curcio (1989) ou Carvalho (2001).

#### 4.1.2. O nível de Crítica

##### Ponderação da representatividade da amostra e realização de previsões

Em questões que envolviam a ponderação de elementos que pudessem afetar a representatividade da amostra o aluno não revelou dificuldades. Na tarefa 1, *O problema dos gelados*, começou por indicar que não se poderia utilizar como amostra, uma turma que pratica futebol para saber se os alunos da escola gostam de futebol. Explicou essa ideia fazendo referência ao facto de não se poderem generalizar resultados, tendo por base apenas uma turma, mencionando o tamanho da amostra ainda que verbalmente não tenha feito nenhuma menção ao seu enviesamento (variabilidade):

*Só estamos a falar de uma turma. Não podemos dizer se uma turma gosta, a escola toda gosta e então não podemos tirar conclusões corretas.*

Por outro lado, o aluno foi capaz de formular previsões, tendo por base os dados já obtidos, sem dificuldades e de forma fundamentada. Ainda na mesma tarefa apontou que se iriam obter resultados semelhantes (figura 8), no caso de se repetir o estudo do gelado preferido noutra turma do 5º ano:

**3.2** Se repetisses este estudo, noutra turma do 5º ano, quais os resultados que previas obter? Os resultados seriam idênticos.

Figura 8 - Produção da tarefa 1

Na fase de discussão dos resultados, justificou essa ideia indicando que as respostas que iriam obter seriam diferentes, mas parecidas:

*Professora: O que é que acham que acontece nas outras turmas do 5º ano?*  
*Dinis: Coisas diferentes, mas parecidas.*

Já na previsão de resultados sobre o gelado preferido numa turma do jardim de infância, o Dinis foi perentório, indicando que aí nunca se iriam obter resultados semelhantes aos que se haviam obtido no 5º ano (figura 9). A sua forma de pensar teve por base o tipo de gelados que considerou serem os preferidos das crianças dessa faixa etária:

**3.3** Achas que os resultados seriam o mesmo se as questões tivessem sido feitas também a 20 crianças, mas do jardim de infância? Nunca porque gostam mais do espó, porque de pau e outras coisas.

Figura 9 - Produção da tarefa 1

Também na fase de discussão dos resultados, o Dinis reafirmou a mesma ideia, fazendo referência aos gostos da irmã mais nova e dos seus amigos. Revelou partir de situações do dia a dia e das experiências vividas para justificar as suas ideias.

Em suma, as respostas sugerem que o aluno compreende aspetos ligados à representatividade da amostra e às respetivas implicações na generalização dos resultados, nem sempre tidos em conta pela maioria dos alunos (Garfield, 2003; Innabi, 2006). A formulação de previsões também não se revelou uma tarefa difícil para o aluno.

### **Análise de afirmações dadas**

O Dinis também não manifestou dificuldades acrescidas na análise de afirmações sobre dados representados num gráfico, ainda que não tenha respondido imediatamente, de forma correta, a todas as situações apresentadas, aparentemente por falta de atenção. Na questão 2.2, da tarefa 2, *O Estado do Tempo*, assinalou acertadamente a primeira afirmação relativa ao dia em que a temperatura mínima era mais baixa. Apontando para a linha do gráfico e a partir de uma leitura direta indicou:

*Tá aqui o gráfico mais abaixo e tá no sábado; portanto é no sábado.*

Também na segunda afirmação, concluiu acertadamente que não podia tirar conclusões sobre se ia estar sol, simplesmente através de informações relativas às temperaturas. Justificou oralmente que podia estar calor e não estar sol, remetendo mais uma vez a justificação das suas ideias para experiências do quotidiano.

No entanto, assinalou a última opção, incorretamente, sugerindo que a temperatura mínima nessa altura do ano estaria sempre entre os 14°C e os 15°C. Quando lhe pedi que justificasse a sua opção, na entrevista final, indicou imediatamente que estava errado e que não podia tirar essa conclusão a partir do gráfico. Acrescentou que não se tinha apercebido que a afirmação se referia à altura do ano e não aos dias assinalados no gráfico.

*Só agora é que eu vi bem. Estava a pensar que era daqui [apontando para o gráfico] de 4ª feira a domingo, mas não. Era da altura do ano, então era mais ou menos essa semana, nessas duas semanas, nesse mês... não sabemos.*

Esta intervenção mostra que o erro do aluno pode ter tido origem na falta de atenção e não em dificuldades no nível de crítica, relativamente às questões que lhe foram apresentadas.

### Comparação de gráficos com diferentes escalas

Apesar de o aluno ter identificado corretamente o gráfico que melhor representava a mensagem que a marca *Quem Bom* pretendia passar, pode-se verificar, pela análise à justificação que indicou na questão 1.2, da tarefa 3.2 (figura 10), que não compreendeu a mudança de escalas subjacente aos dois gráficos apresentados. Justificou as diferenças entre as duas representações gráficas com base numa quantidade de açúcar diferente, que na realidade não se verificava, reforçando essa ideia na entrevista final.

1.2 Observando os gráficos, indica o que causa estas diferenças. alteração das quantidades

Figura 10 - Produção da tarefa 3

O aluno demonstrou dificuldade em avaliar criticamente os resultados apresentados nos dois gráficos. Não identificou as diferenças existentes nas escalas, tendo sido induzido em erro. Este procedimento do Dinis está de acordo com os resultados do PISA 2003 (ME, 2004), que, tal como outros autores (Li & Shen, citados por Carvalho, 2009), conclui que as questões envolvendo escalas parecem ditar maior insucesso nos alunos.

### Indicação do parâmetro de localização que melhor resume uma distribuição

Na cadeia de tarefas apenas na questão 3.4, da tarefa 4, foi proposta uma situação que exigia dos alunos a análise da pertinência da utilização de determinado parâmetro de localização para resumir um conjunto de dados. Apesar de já ter determinado a moda e a média, o Dinis sentiu dificuldades em compreender a razão que levava as gémeas a discordar do pai quando este fazia referência à média para não lhes aumentar as mesadas, dado que a mesma estava correta. Foi no diálogo professora - grupo, que o aluno compreendeu a situação, como se verifica na transcrição que se segue:

*Professora: Porque é que elas não concordam que o pai diga que a média é 80?*

*Dinis: Porque elas só recebem 20.*

*Professora: Mas a média está correta?*

*Dinis: A média está correta. Por isso é que não percebo, porque é que elas não concordam.*

*Luís: Porque recebem ...*

*Dinis: ...Menos [interrompendo o colega].*

*(...)*

*Professora: Então usar a média é útil, no caso delas?*

*Dinis e Luís: Não.*

*Dinis: Neste caso, não. Neste caso, é injusto.*

*Professora: Então o que é que seria justo usar no caso delas?*

*Dinis: A moda.*

*Professora: Que é quanto?*

*Dinis: Vinte.*

Na discussão oral, em grande grupo, complementou as intervenções dos colegas e estabeleceu uma relação entre a quantidade de dinheiro que as gémeas recebiam e a média. Ainda assim, não voltou a fazer referência à questão da moda.

*Ana: Às gémeas dava mais jeito dizer que a moda era 20 e não que a média é 80, porque a moda está mais perto do que elas recebem.*

*Maria: O que elas recebem é inferior à média.*

*Dinis: O que elas recebem é inferior à média. É um quarto da média. O dinheiro que as duas irmãs juntas, as gémeas, recebem é metade da média.*

Na tarefa, o aluno havia registado que a média era 80 euros e que as gémeas recebiam 20 euros (figura 11), mas não completou a sua resposta com nenhuma proposta, nomeadamente a utilização da moda, apesar da discussão oral retratada anteriormente.

3.4 O pai disse que não concordava com o aumento das mesadas pois dava em média 80 euros de mesada a cada filha. As irmãs gémeas não concordaram. Será que consegues justificar a posição das gémeas?

*Sim porque a média é 80€ e elas recebem 20€*

Figura 11 - Produção da tarefa 4

As dificuldades nesta última questão, que vai além de uma simples aplicação do algoritmo, parecem revelar um fraco domínio do conhecimento relacional. A intervenção do aluno, ao referir que não compreendia a razão das gémeas, uma vez que a média estava bem determinada, reforçou essa ideia e parece demonstrar que ignorou o contexto da situação. Ainda assim, através do diálogo estabelecido, foi capaz de lhe atribuir um significado e acabou por conseguir identificar a moda como uma medida mais pertinente para as gémeas argumentarem junto do pai o aumento das mesadas. Apesar de tudo, a intervenção do aluno parece estar associada a um conhecimento do tipo relacional, nomeadamente quando verbaliza que *neste caso, é injusto* para as gémeas a utilização da média. Constatam-se que as dificuldades ao nível do conhecimento relacional, assinaladas neste caso, são congruentes com a investigação desenvolvida com alunos em diferentes níveis de escolaridade (Batanero, 2000; Carvalho, 2001; Cobo, 2003). De igual modo, as dúvidas do Dinis em selecionar a medida que melhor representa uma distribuição são reconhecidas por inúmeros estudos (Barros, 2003; Batanero 2000; Boaventura, 2003; Brocardo & Mendes, 2001; Cobo, 2003; Estrada, 2002; Galicia, 2009).

Resumidamente, ao nível da crítica, o Dinis conseguiu formular previsões e revelou algumas noções relativas à representatividade da amostra. Também demonstrou capacidades na análise de afirmações sobre dados. Ainda assim, o seu desempenho não foi uniforme em todas as questões relativas a este nível da literacia estatística. Revelou dificuldades na questão que envolvia a manipulação de escalas e em selecionar a medida de tendência central que melhor representava a distribuição. Apresentou também uma comunicação escrita pobre, pouco desenvolvida.

#### **4.1.3. O nível de Produção**

##### **Planificação de uma atividade de investigação**

No nível de produção, o Dinis revelou desde cedo, por um lado identificar a necessidade de se realizarem atividades de investigação e, por outro, dominar estratégias que lhe permitiram planificá-las, pelo menos em parte. Essa situação registou-se na primeira questão, que solicitava uma proposta para ajudar a D. Luísa a resolver o problema dos gelados da escola, resultante de um desfasamento entre a oferta e a procura. O Dinis, assumindo um papel de liderança, reconheceu rapidamente a necessidade de realizar uma atividade de investigação e planificou algumas das etapas necessárias. Indicou que se deveria fazer um questionário, identificou a população alvo e assinalou os dados a recolher, como se verifica na sua intervenção inicial:



*Fácil! Dizemos para ela fazer um questionário a todos os meninos para dizer qual o gelado que mais gostam.*

Ainda assim, não se referiu explicitamente à necessidade de tratar e de analisar os dados para tirar conclusões.

Também aquando da formulação das questões de investigação, para a tarefa 5, que aborda a problemática da separação de resíduos, o Dinis fê-lo prontamente e apresentou logo um problema para investigar:

*Qual é a turma com menos alunos a fazerem a reciclagem?*

No entanto, rapidamente se apercebeu de que essa não era a questão que tinha de colocar aos colegas. Por outro lado, considerou que a mesma deveria ser mais explícita em relação ao local onde faziam reciclagem, tendo reformulado para as duas questões de investigação seguintes:

*Fazes a separação dos resíduos em casa? Ou, fazes a separação dos resíduos na escola?*

Esta situação demonstra que o aluno assumiu a necessidade das questões formuladas serem objetivas, uma situação também descrita no estudo desenvolvido por Sousa (2002). De referir que nesta última tarefa, o Dinis já identificou todas as etapas a realizar desde a recolha à análise dos dados. Sugeriu que as questões fossem efetuadas a todos os alunos da escola e, posteriormente, analisados os dados, após a construção de um gráfico para cada turma, com a finalidade de encontrar a resposta ao problema e de comunicar os resultados.

### **Recolha e organização dos dados**

O processo de recolha de dados foi apenas desenvolvido pelos alunos, de forma autónoma, na última tarefa. Após definidas as questões de investigação, o Dinis e a colega recolheram os dados, junto da turma definida, revelando sentido de responsabilidade.

Ao nível da organização de dados, o aluno manifestou compreender a importância subjacente a esse mecanismo, como aconteceu na tarefa 1, *O problema dos gelados* quando referiu que a organização numa tabela tornava mais fácil a análise dos gelados preferidos:

*É um pouco mais fácil ver nesta tabela os gelados preferidos.*

Dominou também rapidamente o processo de construção de uma tabela de frequências. Aliás foi o Dinis que, na última tarefa, deu instruções à colega do modo como se construía

a tabela, aquando da organização dos dados recolhidos. Começou por registar o título e descreveu a construção da tabela:

*Dinis: Aqui pomos não, às vezes e sim [apontando para as linhas da tabela, referentes às categorias].*

*Maria: Ah...*

*Dinis: E aqui pomos os traços [apontando para a coluna da contagem]. Aqui metemos os números [apontando para a coluna da frequência absoluta] e aqui metemos a percentagem [apontando para a coluna da frequência relativa]. Tá bem?*

*Maria: Ok.*

No processo de contagem, o Dinis continuou a liderar o trabalho a desenvolver. Folheou os inquéritos recolhidos e pediu à colega que assinalassem na respetiva coluna da contagem, a resposta que ele ia lendo, em cada caso. Quando concluíram a contagem foi o Dinis que indicou rapidamente a frequência absoluta correspondente.

Na determinação da frequência relativa, o aluno revelou mais uma vez a compreensão do assunto. Logo na primeira tarefa, recorreu ao cálculo mental para encontrar as frequências relativas, com extrema facilidade. Aliás, nessa tarefa chegou a propor que se juntasse o gelado preferido de um colega que estava a faltar para que, na determinação da frequência relativa, pudesse dividir pelo total 20 e não 19, de forma a facilitar os cálculos:

*Professora: Reparar: o magnum choc é 1 em 19.*

*Dinis: Professora, era mais fácil 1 em 20. Sabemos que ele é amêndoa [referia-se ao colega que estava a faltar]. Podemos acrescentar? [Os restantes alunos anuíam que era o gelado preferido do colega e eu concordei com a situação pois assim, poderiam trabalhar um pouco a questão do cálculo mental.]*

*Professora: Para sabermos a percentagem vamos então fazer 1 a dividir por 20.*

*Dinis: É fácil. É 5 por cento.*

Na tarefa 5, o Dinis procedeu ao cálculo, descrevendo oralmente os passos que seguia, para a colega que aguardava as suas indicações. No entanto, os alunos foram confrontados com algumas dificuldades e erros, nomeadamente em associar uma dízima infinita à respetiva percentagem:

*Dinis: Professora, deu-nos um número infinito [ $8/18 = 0,(4)$ ]. Como é que pomos a percentagem de um número infinito?*

Cometeram ainda erros ao nível dos arredondamentos dos números. Uma situação capaz de ilustrar esse obstáculo foi quando, perante a dízima 0,0(5), a arredondam incorretamente para 0,05.

Apesar das dificuldades anteriores, neste caso, não surgiram erros e problemas habitualmente retratados na literatura, como confundir os conceitos de frequências

absolutas e relativas ou não colocar no denominador da fração o número total de casos, na determinação da frequência relativa (Carvalho, 2001).

Ao nível da construção dos diversos tipos de representações gráficas o Dinis também não revelou dificuldades de maior. Apesar de nem sempre ter indicado a legenda dos eixos (tarefa 2, questão 3) ou de o ter feito com incorreções (tarefa 5), definiu escalas e usou-as adequadamente. Respeitou as distâncias entre as barras e apresentou títulos. É, no entanto, na seleção do tipo de representação gráfica que parecem surgir mais problemas. As opções do aluno parecem guiar-se pela simplicidade subjacente ao processo de construção do gráfico e não tanto pelo conhecimento de que o contexto da tarefa influencia a decisão a tomar. Essa situação parece verificar-se, na tarefa 5, quando o aluno justifica a opção de construir um gráfico de barras com a intervenção seguinte:

*Basta colocar os números do sim, não e às vezes e já está!*

De referir que, quer a seleção de um gráfico adequado, para representar a situação proposta, quer a ausência de rótulos nos eixos, são erros e dificuldades referidos na literatura (Carvalho, 2001; Espinel *et al.*, 2009; Morais & Fernandes, 2011; Ruiz *et al.*, 2009).

Quanto ao processo de construção do diagrama de caule-e-folhas, com os pesos dos alunos da turma, na tarefa 3, o grupo do Dinis começou por verificar os algarismos dos caules e registaram-nos por ordem crescente. Para as folhas, foram riscando os dados da tabela, à medida que faziam o registo dos algarismos das unidades, por ordem crescente, no diagrama, como se verifica no diálogo:

*Dinis: Já está [referindo-se à colocação do algarismos nos caules]! Só falta escrever os números [em relação aos algarismos das unidades a colocar nas folhas].*

*Luís: Eu meto já por ordem.*

*Dinis: Pois, é para meter. Senão, depois temos de estar a apagar. Então é... Começamos pelo 3 [caule 3]. 3, 0 [caule 3, folha 0] corta-se o 30, depois o 4 [caule 3, folha 4] ...*

Relativamente à média, na tarefa 4, o Dinis rapidamente encontrou uma estratégia para o seu cálculo, que resumiu como *somar e dividir*, típica do conhecimento instrumental. No entanto, apesar de ter presente que essa medida só se pode determinar para dados quantitativos, na tarefa 5, surgiram-lhe dúvidas, pela dificuldade que apresentou em classificar os dados, uma situação também diagnosticada, em alunos do 7º ano de escolaridade, por Ribeiro (2005). Assim, considerou os dados do problema A (*Costumas separar o lixo na escola?*), da tarefa 5, como quantitativos e justificou-o com o facto de terem tido de contar para saber quantos *sim*, *não* e *às vezes*, revelando que para ele a existência da frequência absolutas lhe sugeria tratarem-se de dados quantitativos. Assim,

determinou a média dividindo o total da frequência absoluta pelo número de categorias e descreveu a sua forma de pensar do seguinte modo:

*Já sabemos que são 18 alunos. Não precisamos de ir somar o Às vezes, o Não e o Sim. Já sabemos que esse número vai ser 18, porque são dezoito alunos, então depois, professora, dividimos por três; dá para dividir por 3 e vai dar 6.*

Outros estudos (Barros, 2003; Barros & Fernandes, 2005; Boaventura & Fernandes, 2004; Martins *et al.*, 2009; Ribeiro, 2005) apontam para a dificuldade, dos alunos, em considerarem a impossibilidade de determinar a média quando estão em causa dados qualitativos. O cálculo da média das frequências absolutas, como se verificou na situação descrita, é um dos erros detetados nas investigações citadas.

### Argumentar e comunicar informação estatística

A elaboração de pequenos textos apresentando as conclusões mais importantes, dos trabalhos realizados, foi uma área onde o aluno revelou mais dificuldades. Na maioria das vezes, limitou-se a descrever dados a um nível muito elementar, quer oralmente, quer por escrito, não conseguindo salientar os aspetos mais importantes que esses dados apresentassem. Por exemplo, na questão 3.4 da tarefa 1, onde tinha de escrever um texto com as conclusões mais importantes, a apresentar à D. Luísa, do trabalho relativo ao problema dos gelados apenas indicou, e de um modo superficial a planificação da atividade de investigação (figura 12), mas não completou com mais informação, nomeadamente com a que haviam recolhido na turma, nem manifestou preocupações com os processos de recolha e de tratamento de dados:

**3.4** Escreve um pequeno texto com as conclusões mais importantes deste trabalho para apresentares à D. Luísa. *Não fizemos um questionário e depois entregamos-lhe para compilar mais do que tem mais pessoas e a vez de ser 18 mais pessoas*

Figura 12 - Produção da tarefa 1

Na questão 1.6, da tarefa 3, *Mochilas, uma questão de peso... e de saúde!* o aluno fez referência a um aspeto chave, como o fato de ficar a saber que deve colocar menos peso na sua mochila (figura 13). Ainda assim, não apresentou outras conclusões importantes relativas ao peso da mochila, apesar de oralmente ter indicado considerações e relações bastante pertinentes no seu caso e em relação à situação de alguns colegas.

1.6 Que conclusões podes tirar sobre o peso da tua mochila? Escreve um pequeno texto com as conclusões mais importantes deste trabalho Dover por menos peso na mochila fizeti a saber sobre isso

Figura 13 - Produção da tarefa 3

Também na tarefa 5, o aluno e a colega continuaram a apresentar análises pobres, limitando-se a registarem as respostas às questões apontadas pela professora. Fizeram sugestões vagas e gerais para a turma que investigaram, revelando pouca preocupação ao nível da fundamentação, como se verifica na sugestão que apresentaram para os alunos da turma que investigaram:

*Os alunos vão muitas vezes ao ecoponto e esperemos que continuem.*

Na apresentação oral, os alunos não demonstraram qualquer preocupação em relacionar, nem em salientar as características mais importantes dos dados, limitando-se simplesmente a descrevê-los. As dificuldades sentidas pelos alunos ao nível da comunicação são evidentes noutros estudos realizados no âmbito da estatística, como acontece em Duarte (2004), sendo também transversais a outros temas matemáticos.

Numa análise global às dificuldades do aluno, relativamente ao nível de produção, pode-se apontar a incapacidade em elaborar pequenos textos apresentando as conclusões mais importantes. Relativamente à construção de gráficos apenas há a referir questões ligadas às legendas ou à seleção da representação mais adequada para uma dada situação.

Contudo, a par das dificuldades reveladas, surgem também importantes aprendizagens e capacidades desenvolvidas. O Dinis realizou aprendizagens específicas da Estatística, ligadas à recolha e organização de dados em tabelas de frequências absolutas e relativa e em gráficos, bem como ao planeamento de uma investigação estatística.

Em suma, o aluno conseguiu planificar com eficácia as diferentes etapas de uma atividade de investigação, recolheu e organizou dados com sucesso. As maiores dificuldades foram ao nível da capacidade de argumentar e de comunicar informação estatística.

#### 4.1.4 SÍNTESE DO DESEMPENHO DO DINIS

O desempenho do Dinis não foi linear nos três níveis de literacia estatística propostos por Gal (2002). O aluno realizou com desembaraço as questões relativas ao nível de interpretação, que contemplavam diferentes graus de exigência, tendo por base a hierarquia apresentada por Friel *et al.* (2001). No entanto, o seu desempenho não foi uniforme em todas as questões relativas a cada um dos níveis de literacia estatística seguintes, crítica e produção. Ao nível da crítica, o Dinis conseguiu formular previsões, demonstrou capacidades na análise de afirmações sobre dados e revelou algumas noções relativas à representatividade da amostra. Teve dificuldades na questão que envolvia a manipulação de escalas e em selecionar a medida de tendência central que melhor representava a distribuição. No nível de produção, salienta-se a capacidade revelada pelo aluno em planificar as diferentes etapas de uma atividade de investigação, em recolher e em organizar dados com sucesso. Revelou dificuldades na determinação da média quando tinha de avaliar a sua existência e na elaboração de pequenos textos apresentando as conclusões mais importantes. De referir que as dificuldades ao nível da comunicação escrita foram transversais a estes dois níveis de literacia.

Globalmente, o aluno revelou ser capaz de usar conceitos e destrezas matemáticas que lhe permitiram realizar as tarefas apresentadas. Verificou-se um bom domínio do cálculo mental, dos algoritmos das operações e das diferentes representações de um número (decimal e em percentagem), bem como conhecimentos que lhe permitiram trabalhar com dízimas. Assinalaram-se, apenas dificuldades em arredondar dízimas infinitas, de forma a chegar à representação em percentagem.

#### 4.2. Caso da Mariana

A Mariana foi uma aluna interessada e que procurou participar sempre nas atividades desenvolvidas. Apesar desse empenho, foram evidentes erros e dificuldades ao longo da cadeia de tarefas. A aluna mostrou-se, muitas vezes, insegura solicitando frequentemente o apoio da professora para avançar nas tarefas. Esta situação foi evidente em inúmeras situações, nomeadamente em procedimentos matemáticos básicos cujas dificuldades, por vezes, condicionaram o trabalho da aluna ao nível da OTD.

### 4.2.1. O nível de Interpretação

#### Leitura dos dados

O desempenho da Mariana foi irregular nas questões que envolviam o primeiro nível de leitura apresentado por Friel *et al.* (2001), *ler os dados*. A aluna respondeu, por vezes, de forma correta e sem dificuldades, como se verificou, por exemplo, nas questões 3.1, da tarefa 1 e 2.3, da tarefa 2. Na primeira situação (figura 14), assinalou o gelado preferido pela turma e o que reunia menos votos e na segunda completou a tabela, a partir da leitura direta do gráfico de linhas:

Temperaturas	4ª feira	5ª feira	6ª feira	Sábado	Domingo
Mínima	15°C	18°C	15°C	14°C	15°C
Máxima	27°C	26°C	25°C	25°C	23°C

Figura 14 - Produção da tarefa 1

No entanto, foram evidentes dúvidas e dificuldades noutras situações relativas a este nível mais elementar. Na resolução de algumas das questões da tarefa 2, *O estado do tempo*, a aluna revelou dificuldades na leitura e interpretação dos dados presentes no mapa da meteorologia. Essa situação parece revelar um fraco conhecimento do contexto e igualmente uma dificuldade em compreender o enunciado das questões colocadas. Por exemplo, na primeira questão dessa tarefa, após analisar a legenda apresentada, registou corretamente as cidades que apresentavam o estado do tempo solicitado. Contudo, teve alguma dificuldade em interpretar o enunciado da questão e em compreender que se solicitavam os locais que apresentavam, simultaneamente, algumas nuvens e aguaceiros. Esclarecida a situação procedeu ao registo adequado.

Em suma, as dificuldades apresentadas parecem resultar da incapacidade em interpretar as questões e pela falta de conhecimentos específicos, de determinados contextos do quotidiano. Ultrapassadas essas situações, a aluna não aparentou problemas na leitura e interpretação dos dados.

### Leitura dentro dos dados

Nas questões relativas ao segundo nível da interpretação, *ler dentro dos dados*, as dificuldades evidenciadas, pela aluna, foram bastante notórias. A autonomia foi menor, sobretudo quando as questões implicavam a utilização de conceitos e destrezas matemáticas mais exigentes, como sucedeu com a aplicação de percentagens ou com a determinação de medidas de localização e de dispersão. O algoritmo da divisão também se tornou um obstáculo à realização das tarefas.

Assim, quando na tarefa 3, *Mochilas: Uma questão de peso... e de saúde!*, teve de determinar o peso máximo que a sua mochila deveria ter, a Mariana revelou não dispor de um procedimento que lhe permitisse resolver a situação com sucesso. A aluna não calculou os 10% do seu peso. Arredondou o peso da sua mochila, 3,8 kg, às unidades (figura 15) e aparentemente não compreendeu a situação apresentada.

**1.5** Calcula o peso máximo que a tua mochila deve ter.

O máximo da minha mochila é 4kg.

Figura 15 - Produção da tarefa 3

No que diz respeito às medidas de dispersão e mais concretamente à determinação da amplitude, revelou algumas dificuldades iniciais com o significado do termo diferença, que acabou por ultrapassar. Assim, na questão 1.4, da tarefa 2, *O estado do tempo!*, determinou corretamente a amplitude térmica após ter “negociado” o significado de diferença:

*Professora: (...) Então, qual é a amplitude térmica?*

*Mariana: É a diferença [a aluna respondeu após ler a informação da ficha].*

*Professora: É a diferença. E consegues saber qual é essa diferença?*

[silêncio]

*Professora: O que é a diferença?*

*Mariana: É uma coisa não ser igual a outra.*

*Professora: Pois. E de quanto é que é essa diferença?*

[silêncio]

*Mariana: 8.*

*Professora: Porquê 8?*

*Mariana: Porque 16 para 24 vai 8.*

Por outro lado, a aluna não conseguiu explicar o significado da amplitude determinada. Em vez disso, apresentou a estratégia usada: *16° para 24° vai 8°* (figura 16).



1.4 Determina a amplitude térmica que se prevê registar, hoje, em Santarém.  $8^{\circ}\text{C}$   
 O que significa? A diferença é de  $24^{\circ}$  e  $16^{\circ}$  vai  $8^{\circ}$ ;  
porque  $16^{\circ}$  para  $24^{\circ}$  vai  $8^{\circ}$ .

Figura 16 - Produção da tarefa 2

O desempenho da Mariana também foi irregular na determinação das medidas de tendência central. Efetivamente, estas nem sempre são bem compreendidas pelos estudantes, apesar de se tratar de conceitos estatísticos básicos (Galicia, 2009).

A aluna assinalou corretamente a moda nas tarefas 2, 3 e 4. Ainda assim, em diversas situações justificou a opção feita, com o facto de ser o que se repetia, como se ilustra neste diálogo:

*Professora: Qual é a moda?*

*Emanuel: 20.*

*Professora: Porquê?*

*Emanuel: Porque é o número ... é o número que há mais.*

*Mariana: Não, professora! Porque o número está repetido.*

Esta forma de pensar poderá explicar os erros dados, pela aluna, na última tarefa. Aquando da apresentação do trabalho final, a Mariana e a colega, identificaram incorretamente a moda dos dados quantitativos do problema B, como se pode observar na figura 17. Referiram que a moda era 1, revelando que assumiram essa medida como a(s) classe(s), cujas frequências se repetiam mais.

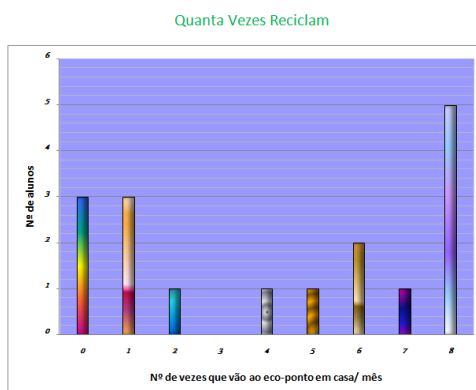


Figura 17 - Produção da tarefa 5

A aluna já havia seguido o mesmo tipo de raciocínio quando, em conjunto com o Dinis, defendeu incorretamente que não haveria uma moda, mas várias, numa outra situação, decorrente da apresentação de um trabalho, por parte de um grupo.

No entanto, a Mariana e a colega não manifestaram dificuldades em identificar a moda no problema A, que contemplava dados qualitativos. Não se verificou, neste caso, um erro comum envolvendo este tipo de dados, descrito noutros estudos (Barros, 2003; Boaventura & Fernandes, 2004; Carvalho, 2001; Galicia, 2009; Ruiz, 2006, em Ruiz *et al.*, 2009), que indicam que, por vezes, os alunos assumem erradamente a moda como sendo a maior frequência e não a categoria com maior frequência.

Foi na resolução de questões que implicavam a determinação da média que a aluna foi ainda menos autónoma. Ainda que tivesse presente o tipo de operações a realizar, como aconteceu nas questões da tarefa 4, *Média, moda e outras medidas!*, evidenciou dificuldades nos cálculos. Logo na questão 2, determinou de forma correta, o número médio de golos, apesar de ter revelado dificuldades na tabuada e na realização do algoritmo da divisão (figura 18), que apenas superou com ajuda.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \\ 2 \\ +2 \\ \hline 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110 \overline{) 5} \\ \underline{10} \phantom{0} \\ 10 \phantom{0} \\ \underline{10} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

Figura 18 - Produção da tarefa 4

De salientar que a aluna assumiu corretamente que teria de dividir por 5, porque era esse o número de jogos, ainda que num deles não tivessem ocorrido golos e explicou com grande determinação como determinar a média.

*Mariana: Juntamos os golos. Por exemplo, o zero não conta. Quatro mais três dá sete; mais dois, nove; mais dois...onze e depois dividíamos [silêncio]. E depois dividíamos. Mas não dá para dividir, professora.*

*Professora: Dividíamos por quanto?*

*Mariana: Por 5. Mas não dá porque é ímpar.*

Apesar de ter considerado o zero como um dos dados da distribuição, uma situação que, por vezes, os alunos não assumem (Porfírio & Gordo, em Carvalho, 2001; Ribeiro, 2005), a

Mariana revelou, mais uma vez, problemas na compreensão do sentido da operação ao apontar a impossibilidade de realizar o cálculo.

Na questão seguinte, quando a questioneei sobre o significado da média das mesadas das três irmãs ser 80, descreveu o processo que utilizou para encontrar o valor. Após a insistência acabou por conseguir fazer uma interpretação do valor obtido, tendo em conta o contexto apresentado:

*Professora: Então o que é que significa dizer que a média é 80?*

*Mariana: Juntávamos isto primeiro, os valores todos, se a irmã concordasse (...) e depois dividíamos 240 por os três e dava 80 na média.*

*Professora: E a média dava 80. E o que é que isso significava?*

*Mariana: Cada irmã recebia 80 euros.*

A aluna começou por interpretar a média como a descrição do seu algoritmo, à semelhança do que foi verificado por Boaventura (2003). Segundo esta autora essa situação poderá apontar para dificuldades na compreensão desse conceito. Apesar do conhecimento instrumental parecer prevalecer, o que revela alguma convergência de resultados relativamente à tendência identificada em diversos estudos (Barros, 2003; Barros & Fernandes, 2005; Batanero, 2000; Brocardo & Mendes, 2001; Carvalho, 2001; Cobo, 2003; Martins *et al.*, 2009), a Mariana acaba por interpretar o conceito de média, indiciando alguma compreensão.

### Leitura além dos dados

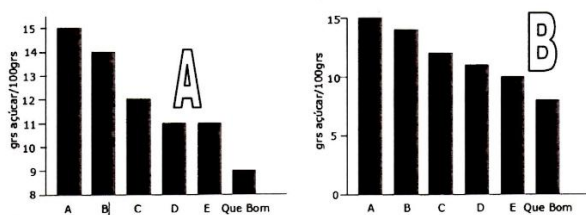
Relativamente ao terceiro nível, *ler mais além dos dados*, pode-se registar que a aluna respondeu de forma acertada à única questão que lhe foi proposta (questão 1.5 da tarefa 2, *O estado do tempo*) ainda que não o tenha feito de forma completa. A partir da análise e da comparação dos dados, de vários dias, presentes nos mapas da meteorologia optou por registar um deles (figura 19). A aluna justificou a sua opção com o facto de o céu estar limpo. Contudo, não fez qualquer descrição ao estado do tempo para o resto do país, não respondendo assim de forma completa ao que lhe era solicitado.

O melhor dia para os pais da Maria a levarem ao "Caramelo" é no dia 03/06/11, porque vai ter todo o dia céu limpo.

Figura 19 - Produção da tarefa 2

### Leitura por detrás dos dados

No que concerne ao quarto e último nível de interpretação, *ler por detrás dos dados* a aluna voltou a revelar dificuldades. Na tarefa 3.2, *Gráficos e mais gráficos*, selecionou a opção incorreta, pois partiu do pressuposto de que os cereais eram melhores se tivessem mais açúcar (figura 20), como justificou posteriormente ao referir que tinha lido mal e interpretado ao contrário.



1.1 Qual foi o gráfico (A ou B) que pensas ter sido apresentado pela empresa? B Justifica porque a quantidade de grs de açúcar do gráfico B é melhor do que do que do gráfico A. A dos grs de açúcar.

Figura 20 - Produção da tarefa 3

Também nesta questão são evidentes, mais uma vez, as dificuldades da aluna na interpretação do enunciado das questões, um fator que condicionou o seu sucesso.

Numa análise global, verifica-se que a aluna demonstrou algumas dificuldades em questões relativas ao nível de interpretação de Gal (2002), sobretudo a partir do primeiro patamar da hierarquia proposta por Friel *et al.* (2001). De facto, a leitura e interpretação, nomeadamente de gráficos, é um tema complexo e diversos estudos têm descrito dificuldades, dos alunos, nesse âmbito (Espinel, 2007; Friel *et al.*, 2001; Morais & Fernandes, 2011; Ruiz *et al.*, 2009).

#### 4.2.2. Crítica

##### Ponderação da representatividade da amostra e realização de previsões

A consideração de fatores que podem afetar a representatividade de uma amostra é um aspeto essencial na estatística. No entanto, a Mariana revelou incoerência nas respostas apresentadas, na tarefa 1, *O problema dos gelados*. Assumiu que a amostra era representativa e, simultaneamente, que não poderia tirar conclusões corretas. Confrontada com essa incongruência, na entrevista final, começou por reafirmar a representatividade da

amostra e justificou-o com o facto de, segundo ela, a maioria dos meninos da sua escola estarem muitas vezes no campo de futebol:

*Mariana: É representativa.*

*Professora: Porquê?*

*Mariana: Porque a maior parte dos alunos da escola, andam sempre ali, no campo a jogar futebol.*

Contudo, após ter insistido na questão, surgem indicadores de que compreendeu a situação apresentada. Sugeriu que não se poderiam generalizar resultados, concluindo que a amostra não era significativa.

*Professora: Mas a pergunta é: há uma turma que pratica futebol. Certo?*

*Mariana: Sim.*

*Professora: Se nós perguntarmos só a essa turma podemos achar que aquela amostra é significativa?*

*Mariana: Não.*

*Professora: Porquê?*

*Mariana: Porque uma turma não..., não..., as outras turmas não têm a ver com uma turma que gosta muito, que pratica futebol.*

*Professora: Então podemos dizer que a amostra é representativa? Representa a população?*

*Mariana: Não.*

*Professora: E podemos tirar conclusões corretas?*

*Mariana: Não.*

No que diz respeito à formulação de previsões, a aluna foi autónoma e fê-lo de forma adequada. Na questão 3.2, da primeira tarefa, *O problema dos gelados*, registou que se repetisse o estudo noutra turma do 5º ano iria obter resultados parecidos (figura 21), ainda que não o tenha justificado.

**3.2** Se repetisses este estudo, noutra turma do 5º ano, quais os resultados que previas obter? Voiz  
per parecido.

Figura 21 - Produção da tarefa 1

Na entrevista final, completou a ideia e referiu que os gostos dos meninos, das outras turmas do 5º ano, seriam semelhantes aos seus:

*la ser um bocado parecido, porque quase todos têm os mesmos gostos.*

Manifestou desembaraço também na questão seguinte, prevendo que não iria obter os mesmos resultados, relativamente ao gelado preferido num grupo de 20 crianças, do jardim de infância. Argumentou a sua ideia novamente com base em vivências pessoais e

conhecimentos sociais, dando exemplos de gelados que são mais apreciados nessa faixa etária, como se observa na sua resposta (figura 22):

**3.3** Achas que os resultados seriam o mesmo se as questões tivessem sido feitas também a 20 crianças, mas do jardim de infância? Não, porque eles comem mini milk, Peggy corn...

Figura 22 - Produção da tarefa 1

Ainda que a dificuldade evidenciada inicialmente, pela Mariana, pareça estar relacionada com a resolução de questões exclusivamente a partir de conhecimentos sociais e de vivências pessoais, uma situação também descrita noutros estudos (Carvalho, 2001; Garfield, 2003), as intervenções que se seguiram parecem revelar que tem algumas noções ligadas à representatividade da amostra. Autores como Garfield (2003) e Innabi (2006) têm apontado que essas noções e as respetivas implicações na generalização dos resultados, nem sempre são tidas em conta pela maioria dos alunos.

### Análise de afirmações dadas

Perante afirmações, sobre um conjunto de dados, organizados num gráfico de barras, a Mariana respondeu de forma correta, apesar de não o ter feito de forma autónoma.

Durante a resolução da questão 2.2, da tarefa 2, *O estado do tempo...*, o grupo da Mariana solicitou ajuda e aparentemente as dificuldades apresentadas prendiam-se quer com a compreensão do que era pretendido, quer com a interpretação das afirmações. Apesar de alguns sinais de hesitação a aluna, com acompanhamento na leitura e explicitação das afirmações, acabou por revelar alguma capacidade crítica. Por exemplo, na afirmação *Vai fazer muito sol nos próximos dias*, a Mariana rapidamente compreendeu que não se poderia concluir se estaria sol, analisando apenas as temperaturas. Na entrevista, voltou a fazer menção à ideia de que as temperaturas podem não ter uma relação direta com o estado do tempo ao indicar: *pode estar 15 [graus], mas pode chover*.

### Comparação de gráficos com diferentes escalas

Na questão que implicava a comparação de gráficos, a aluna foi iludida pela manipulação das escalas e considerou que no gráfico A, os cereais tinham menos açúcar do que no B (figura 23), não se apercebendo que a quantidade era a mesma nas duas representações.

1.2 Observando os gráficos, indica o que causa estas diferenças. O gráfico A não tem tantas quantidades de açúcar em grs, como o gráfico B.

Figura 23 - Produção da tarefa 3

À semelhança do referido por Li e Shen (citados em Carvalho, 2009), a Mariana não conseguiu avaliar criticamente os resultados apresentados nos dois gráficos. Não reconheceu as diferenças existentes nas escalas, tendo sido induzida em erro.

### Indicação do parâmetro de localização que melhor resume uma distribuição

A aluna demonstrou grandes dificuldades em compreender a questão 3.4, da tarefa 4, *Média, moda e outras medidas*, a única que exigia a análise da pertinência da utilização de determinado parâmetro de localização para resumir um conjunto de dados. Inicialmente não indicou qualquer resposta e só após a minha insistência é que pareceu compreender que a utilização da média não permitia representar convenientemente os dados, uma vez que, segundo ela o valor da média estaria longe do que recebiam quer as gémeas, quer a irmã mais nova, como acabou por registar (figura 24):

3.4 O pai disse que não concordava com o aumento das mesadas pois dava em média 80 euros de mesada a cada filha. As irmãs gémeas não concordaram. Será que consegues justificar a posição das gémeas?

As gémeas estão longe da média que o pai disse e a irmã mais velha também está longe.

Figura 24 - Produção da tarefa 4

No entanto, nunca verbalizou que a média não seria uma boa medida para representar a situação, aparentemente não conseguindo compreender que essa medida de tendência central não era o melhor parâmetro para representar a distribuição das mesadas. Para além disso, a aluna não conseguiu estabelecer qualquer ligação à outra medida de tendência central já determinada. De fato, as dificuldades em selecionar a medida que melhor representa uma distribuição são descritas por diversos estudos (Barros, 2003; Batanero, 2000; Boaventura, 2003; Brocardo & Mendes, 2001; Cobo, 2003; Estrada, 2002; Galicia, 2009).

A Mariana, no nível de crítica, formulou previsões, revelou algumas noções relativas à representatividade da amostra e teve um desempenho positivo na análise de afirmações. Contudo, apresentou uma comunicação escrita pouco fundamentada, bem como

dificuldades na interpretação dos enunciados das questões e na escolha da medida de tendência central que melhor representava uma dada distribuição.

### 4.2.3 O nível de Produção

#### Planificação de uma atividade de investigação

Quanto ao nível de produção, a Mariana começou por não revelar necessidade de recorrer à organização e tratamento de dados para resolver as situações apresentadas, socorrendo-se de estratégias mais informais e pouco consistentes do ponto de vista estatístico. Logo, na primeira questão da tarefa 1, sugeriu que, para resolver o problema dos gelados, se telefonasse para o fornecedor a solicitar os que estavam em falta ou, em alternativa, que se convencessem as pessoas de que os gelados que não se conseguiam vender também eram bons (figura 25).

**1.1** O que podemos fazer para ajudar a D. Luísa a resolver esta situação?

O que podemos fazer para a D. Luísa é telefonar para o homem dos gelados para trazer os gelados que faltam ou dizer às pessoas que não há gelados que querem mas os outros também são bons.

Figura 25 - Produção da tarefa 1

Contudo, na tarefa 5, relativamente à problemática dos resíduos, a aluna já propôs a realização de uma investigação, possível de desenvolver, incidindo na correta/ incorreta separação do lixo e fez referência a uma das suas etapas. Ainda que, formalmente, não tenha enunciado uma questão de investigação, sugeriu uma forma de recolher os dados, indicando que se poderia apontar quem fazia uma separação correta e incorreta:

*Professora: Então que questões é que podemos colocar sobre esta problemática? Sobre este assunto da separação dos resíduos? [Referia-me à problemática da separação incorreta dos resíduos que se verifica na escola.]*

*Mariana: Tamos lá e apontamos!*

Para além de não ter definido uma questão de investigação, não especificou os processos de organização, nem de tratamento de dados, nem fez qualquer menção à análise dos mesmos ou à elaboração de conclusões. Dificuldades em planear os passos para realizar



um estudo estatístico são também apontadas noutros estudos como, por exemplo, o que foi desenvolvido por Carvalho (2004).

### Recolha e organização dos dados

Apesar da recolha de dados ter sido realizada, com total autonomia, pelo grupo da Mariana, na tarefa 5, a sua organização nem sempre foi isenta de dificuldades e de erros.

Foram visíveis problemas na determinação das frequências relativas, registando-se principalmente dois erros, já relatados noutros estudos (Carvalho, 2001; Ribeiro, 2005): (i) dividir a dimensão da amostra pela frequência absoluta, em cada caso (figura 26), invertendo o numerador pelo denominador, e (ii) dividir o número de categorias, ainda que não tenham considerado a categoria “zero vezes”, pela frequência absoluta (figura 27), para determinar as frequências relativas, em dados quantitativos.

RECICLAGEM	Contagem	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Sim	/	11	17:11= 1,(54)
Às vezes		5	17:5= 3,4
Não		1	17:1= 17

Figura 26 - Produção da tarefa 5

Nº DE VEZES	Contagem	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
0		3	8:3= 2,(6)7
1		3	8:3= 2,(6)7
2		1	8:1= 8
3		0	8:0= 0
4		1	8:1= 8
5		1	8:1= 8
6		2	8:2= 4
7		1	8:1= 8
8		5	8:5= 1,6

Figura 27 - Produção da tarefa 5

Apesar de aparentemente o grupo ter alguma ideia da relação existente, entre as frequências absolutas e o número total de casos de cada distribuição, os erros apresentados parecem demonstrar que não compreenderam a noção de frequência relativa. As alunas procuraram resolver as diferentes situações propostas recorrendo à aplicação de algoritmos, não evidenciando compreensão das situações.

Para além dos erros focados, o grupo da Mariana não estabeleceu a relação entre as frequências relativas e as percentagens correspondentes e nenhuma das duas alunas sugeriu a colocação de um título para as tabelas, construídas nos problemas A e B. Foi ainda revelada pouca sensibilidade para a questão dos arredondamentos e para lidar com dízimas infinitas.

Ainda assim, a Mariana manifestou desembaraço no processo de contagem e na definição das frequências absolutas. Propôs à colega que dividissem os dados recolhidos em grupos, de acordo com as categorias. Seguidamente, contaram o número de respostas de cada uma e registaram-no na coluna das frequências absolutas, sugerindo não existir confusão entre o conceito de frequência absoluta e o de frequência relativa. Apesar de já não terem necessidade da coluna da contagem, preenchem-na a partir da referente às frequências absolutas.

No que diz respeito à representação gráfica dos dados, da tarefa 5, a aluna e a colega optaram por construir gráficos de barras, ainda que inicialmente tenham começado por fazer um gráfico de linhas (figura 28).

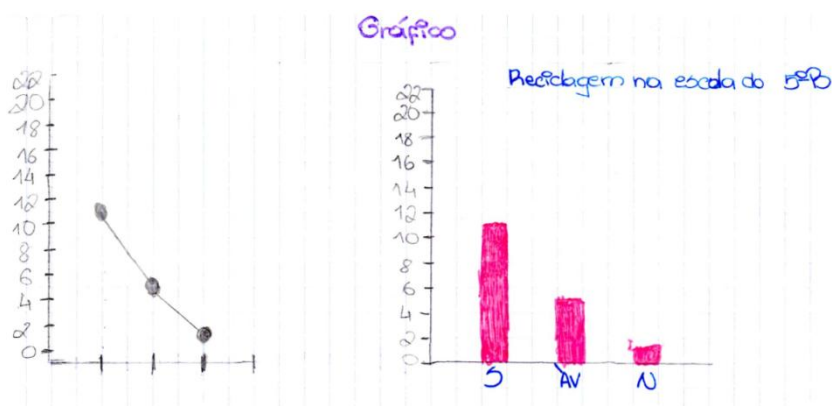


Figura 28 - Produção da tarefa 5

Justificaram o abandono da ideia inicial indicando que todos os colegas estavam a fazer um gráfico de barras, o que sugere que não tinham noção da adequação ou não do tipo de representação que selecionaram para a situação em estudo. As opções tomadas foram determinadas pelo que observaram nos outros grupos.

Para além de problemas na seleção de um gráfico adequado, para representar a situação proposta, foram encontrados outros erros e dificuldades referidos na literatura (Carvalho, 2001; Espinel *et al.*, 2009; Morais & Fernandes, 2011; Ruiz *et al.*, 2009). Destacam-se a ausência de título e de rótulos nos eixos ou a definição de títulos pouco representativos (no



De referir que a confusão entre variáveis qualitativas e quantitativas foi também uma dificuldade diagnosticada, por Ribeiro (2005). Após esta discussão as alunas indicaram, no texto que elaboraram para o problema A, em que os dados eram qualitativos, não permitindo a determinação da média. No entanto, deram a mesma justificação para os dados do problema B (*Indica o número de vezes que costumam ir ao ecoponto, por mês, em casa*), esses já quantitativos, o que revela dificuldades em classificarem os dados e até em compreenderem o conceito de média. Erros e dificuldades na determinação da média são relatados em diversos estudos (Barros, 2003; Barros & Fernandes, 2005; Batanero, 2000; Boaventura & Fernandes, 2004; Brocardo & Mendes, 2001; Carvalho, 1996, 2001; Cobo, 2003; Galicia, 2009; Martins *et al.*, 2009; Ribeiro, 2005). À semelhança do que concluiu Barros (2003), também neste caso as alunas conhecem o algoritmo da média, mas nem sempre utilizam esse conhecimento de forma significativa o que pode indiciar que tenham adquirido apenas um conhecimento instrumental desse conceito.

### Argumentar e comunicar informação estatística

À semelhança do grupo do Dinis e dos restantes alunos, a elaboração de textos com as conclusões mais importantes dos trabalhos realizados, também foi uma área onde a Mariana revelou grandes dificuldades. A aluna limitou-se a descrever os dados e a seguir de perto as sugestões indicadas nas fichas, quando estas existiam, ou então a apresentar respostas sem grande argumentação. A questão 3.4, da tarefa 1, é um exemplo da situação relatada. Quando a aluna tinha de escrever um pequeno texto com as conclusões mais importantes do trabalho, indicou apenas a sua opinião relativamente à sua satisfação na realização do mesmo. Não foi capaz de identificar as principais conclusões que seriam possíveis de tirar, após o trabalho desenvolvido e que tinham um suporte estatístico (figura 30).

**3.4** Escreve um pequeno texto com as conclusões mais importantes deste trabalho para apresentares à D.  
 Luísa. Foi muito bom ajudar para o seu problema.  
Foi um prazer.

Figura 30 - Produção da tarefa 1

Na questão 1.6, da tarefa 3, *Mochilas, uma questão de peso... e de saúde!*, a aluna cingiu-se a apresentar suposições, sem argumentação matemática, ao referir que achava que a sua mochila estaria perto dos 4 kg. A resposta sugere que não compreendeu a situação e apenas apresentou um arredondamento do peso da sua mochila. Ainda assim, procurou

tecer algumas considerações sobre a importância do trabalho e salientou que gostou de o realizar (figura 31).

1.6 Que conclusões podes tirar sobre o peso da tua mochila? Escreve um pequeno texto com as conclusões mais importantes deste trabalho. Eu acho que a minha mochila está perto dos 4 Kg, como tenho 3.ª. E gostei de fazer este trabalho. Foi muito importante, porque vimos quanto nós pesamos e vimos o peso da minha mochila para a nossa saúde.

Figura 31 - Produção da tarefa 3

Na tarefa 5 o grupo da Mariana voltou a apresentar uma análise pobre, para cada um dos problemas estudados, respondendo apenas às sugestões referidas no guião da tarefa. Definiu a mesma sugestão, vaga e geral, para os dois problemas, que não refletia uma análise dos dados obtidos, em cada situação:

*Nós sugerimos que reciclem o mais possível.*

Também na apresentação oral do trabalho, não demonstrou qualquer preocupação em relacionar, nem em salientar as características mais importantes dos dados. Limitou-se a enunciar dado a dado e o modo como tinham obtido os valores da tabela de frequências.

Globalmente, a aluna revelou pequenos progressos no que diz respeito à capacidade de planificar uma atividade de investigação. Demonstrou também algumas competências ao nível da recolha e da organização de dados, em tabelas (de contagem e de frequências absolutas) e em diagramas de caule-e-folhas. Surgiram, no entanto, dificuldades na determinação das frequências relativas, na seleção e construção do gráfico adequado, no conceito de média, na classificação dos dados e ainda ao nível da argumentação e comunicação da informação estatística.

#### 4.2.4. SÍNTESE DO DESEMPENHO DA MARIANA

A Mariana revelou algumas dificuldades ao longo dos três níveis de literacia estatística sugeridos por Gal (2002). Desde logo, confrontou-se com dúvidas nas questões relativas ao nível de interpretação de Gal (2002), sobretudo quando estas implicavam mais do que uma leitura direta dos dados, ou seja, a partir do primeiro patamar da hierarquia proposta por Friel *et al.* (2001), apesar de ter resolvido de forma correta, ainda que incompleta, a única questão que lhe foi apresentada relativa ao terceiro nível *ler mais além dos dados*.

No nível de crítica, as dificuldades da aluna também foram evidentes, nomeadamente na comparação de gráficos e na escolha da medida de tendência central que melhor representava a distribuição. Apesar disso, foi capaz de formular previsões e de analisar afirmações sobre um conjunto de dados. Revelou algumas noções relativas à representatividade da amostra.

No que diz respeito ao nível de produção foram visíveis dificuldades em todas as subcategorias em análise: planificação de uma atividade de investigação; organização dos dados e argumentação e comunicação da informação estatística.

Em suma, as dificuldades da aluna são, em parte, coerentes com o que defendem Pereira-Mendoza e Mellor (1990). Estes autores concluem, numa revisão da literatura, que apesar de os alunos não revelarem grandes dificuldades na leitura, o mesmo não se verifica nas questões relacionadas com a interpretação ou a construção de gráficos.

Importa, no entanto, referir que alguns dos problemas evidenciados pela Mariana, parecem ter origem em dificuldades em conceitos e procedimentos matemáticos básicos e ao nível da comunicação e interpretação dos enunciados das questões. Estas, apesar de não se situarem ao nível da OTD, condicionaram significativamente o desempenho estatístico da aluna e parecem ter sido sérios obstáculos ao seu sucesso. Neste âmbito, há a apontar, por exemplo, dificuldades nas operações básicas, na aplicação de percentagens e ao nível do arredondamento de números.

## CAPÍTULO V

### 5. CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E RECOMENDAÇÕES

O presente capítulo está organizado em duas secções. Na primeira é apresentada uma síntese do estudo que relembra o problema e os objetivos que conduziram a investigação, os aspetos mais relevantes da metodologia que lhe está subjacente e as conclusões. Na secção seguinte são referidas as principais limitações que estiveram subjacentes a este trabalho. Expõem-se ainda algumas implicações consideradas relevantes para o ensino da OTD e recomendações para investigações futuras.

#### 5.1. Conclusões

A investigação realizada teve como intuito descrever, analisar e compreender as principais estratégias adotadas pelos alunos e identificar as dificuldades sentidas, numa turma do 5º ano de escolaridade, ao longo da implementação de uma cadeia de tarefas, no âmbito da OTD. Nesse sentido, estabeleceram-se os seguintes objetivos de investigação:

- Compreender as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de tarefas do tema *Organização e Tratamento de Dados*.
- Identificar as principais dificuldades dos alunos, na resolução de tarefas de *Organização e Tratamento de Dados*, considerando os níveis de literacia estatística propostas por Gal (2002).

O trabalho desenvolvido seguiu uma metodologia qualitativa, em que os dados (descritivos) foram recolhidos, em ambiente natural, pela professora e investigadora e centraram-se não nos produtos, mas nos processos, que se procuraram descrever e interpretar (Bogdan & Biklen, 1994). A problemática em estudo, os objetivos visados, o forte cunho descritivo e interpretativo da investigação, associados ao facto de ser um estudo de natureza empírica, baseado essencialmente no trabalho de campo, conduziram à seleção do estudo de caso qualitativo como método de investigação. A análise centrou-se especificamente em dois dos alunos da turma.

Com o propósito de ir ao encontro dos objetivos traçados, foi criada uma cadeia de tarefas. Houve a preocupação das questões abrangerem os três níveis de literacia estatística: interpretação, crítica e produção, apresentados por Gal (2002). Para além disso, a sua

construção teve como ponto de partida a análise do desempenho dos alunos na tarefa inicial.

Utilizaram-se diferentes métodos de recolha de dados, de forma a diversificar as fontes de evidência, potenciando a triangulação de dados. Recorreu-se à observação, com registo de notas de campo e à gravação, em áudio e vídeo, das aulas. Foram também recolhidas as produções dos alunos e realizadas duas entrevistas semiestruturadas, a cada um deles, em dois momentos distintos, após a implementação da tarefa inicial e no final do estudo. Pretendia-se uma melhor compreensão das suas opções e das suas formas de pensar.

A análise dos dados recolhidos seguiu o mesmo procedimento para cada um dos alunos estudados e teve por base os três níveis de literacia estatística de Gal (2002), que constituíram as categorias de análise deste estudo.

As principais conclusões, que sobressaíram do presente trabalho, foram elaboradas com base na análise dos resultados obtidos e contemplam, em conformidade com os objetivos traçados, dois aspetos: (1) estratégias utilizadas pelos alunos e (2) dificuldades evidenciadas pelos mesmos, ainda que surjam de forma entrosada. De facto, os alunos implementaram diversas estratégias que foram alvo de uma descrição e análise detalhada, o que permitiu compreender a sua forma de pensar e depreender a origem de determinadas dificuldades e erros.

Partindo da análise ao primeiro ponto, regista-se que os alunos, recorreram sobretudo a estratégias características da estatística, que lhes permitiram formular questões, planear e concretizar as principais etapas subjacentes às investigações estatísticas, nas tarefas que compunham a cadeia e que abrangiam os três níveis de literacia estatística (Gal, 2002). Implementaram estratégias para a recolha, organização, análise, interpretação e crítica de dados, bem como para a comunicação de resultados e de conclusões. Para além destas, em diversas ocasiões, socorreram-se de estratégias transversais a outros temas matemáticos. Estiveram implícitas estratégias aritméticas e, por vezes, de cálculo mental, nomeadamente na determinação das medidas de tendência central, de dispersão ou de percentagens.

Ainda que, numa fase inicial, em determinadas situações mais abertas os alunos tenham optado por estratégias mais informais (dizer às pessoas que os gelados menos consumidos também são bons), também se revelaram capazes de recorrer a estratégias que tinham um suporte estatístico implícito. Parece ser evidente, ao longo do trabalho desenvolvido, um avontade progressivamente maior, dos alunos em recorrerem e implementarem estratégias características da estatística.



No que concerne às suas dificuldades e começando pelo nível de *interpretação* (Gal, 2002), que constituiu a primeira categoria de análise, importa indicar que foram consideradas quatro subcategorias, tendo por referência a hierarquia de Friel *et al.* (2001): (1) leitura dos dados, (2) leitura dentro dos dados, (3) leitura mais além dos dados e (4) leitura por detrás dos dados. Verificou-se que o desempenho dos alunos não foi regular, nem linear, nesse percurso. Na etapa mais elementar, *leitura dos dados*, as dificuldades que surgiram não foram significativas e parecem resultar, não de problemas na leitura e interpretação dos dados mas da incapacidade em interpretar questões e da falta de conhecimentos específicos de determinados contextos do quotidiano. Já relativamente à *leitura dentro dos dados*, foram evidentes algumas dificuldades, sobretudo quando as questões implicavam a utilização de conceitos e destrezas mais exigentes. Uma dessas situações foi visível na determinação das medidas de tendência central, nomeadamente quando os alunos assumiram a moda como as classes cujas frequências se repetiam mais. Esta estratégia de resolução levou-os a cometerem erros na identificação dessa medida, como se verifica no excerto e figura 32:

*A moda não é o que têm maior número [referia-se à frequência absoluta]. É o que se repete mais vezes. O que se repete mais vezes é o 2 vezes e o 1 vez [referia-se à frequência absoluta que se repetia mais vezes].*



Figura 32 - Produção da tarefa 5

Apesar do erro cometido e à semelhança de outros estudos (Boaventura & Fernandes, 2004; Galicia, 2009; Ribeiro, 2005; Sousa, 2002), a moda foi a medida de tendência central onde os alunos registaram menos dificuldades.

Em determinadas situações, a média foi interpretada como a descrição do seu algoritmo, o que poderá indiciar dificuldades na compreensão desse conceito como é sugerido por Boaventura (2003). Apesar da aparente compreensão do conceito, o conhecimento instrumental parece prevalecer face ao relacional, o que sugere alguma convergência de resultados (Barros, 2003; Barros & Fernandes, 2005; Batanero, 2000; Brocardo & Mendes, 2001; Carvalho, 2001; Cobo, 2003; Martins *et al.*, 2009).

Apesar das dificuldades registadas, os principais problemas parecem ter tido origem, sobretudo, em dificuldades nos procedimentos matemáticos básicos, que comprometeram o desempenho estatístico dos alunos como se verificou, por exemplo, com o algoritmo da divisão para a determinação da média.

Por fim, apesar de na *leitura mais além dos dados* os alunos terem revelado alguma segurança no patamar mais elevado da hierarquia, *leitura por detrás dos dados*, surgiram, novamente, erros aparentemente relacionados com a interpretação dos enunciados.

Os resultados encontrados correspondem, em parte, aos que foram obtidos noutros estudos e que referem dificuldades dos alunos ao nível da interpretação (Espinell, 2007; Friel *et al.*, 2001; Morais & Fernandes, 2011; Pereira-Mendoza & Mellor, 1990; Ruiz *et al.*, 2009).

A análise do nível relativo à *crítica* (Gal, 2002), a segunda categoria considerada, teve por base quatro subcategorias: (1) ponderação da representatividade da amostra e realização de previsões, (2) análise de afirmações dadas, (3) comparação de gráficos com diferentes escalas e, por fim, a (4) indicação do parâmetro que melhor resume uma dada amostra.

Em termos de dificuldades, verificou-se que a ponderação da representatividade da amostra foi um aspeto nem sempre contemplado, pelos alunos, na generalização dos resultados. Aquando da realização de previsões verificou-se, por vezes, alguma tendência dos alunos para recorrerem a uma argumentação baseada em conhecimentos sociais e vivências pessoais, como se pode ver no excerto seguinte:

*Mariana: É representativa [a amostra].*

*(...)*

*Mariana: Porque a maior parte dos alunos da escola, andam sempre ali, no campo a jogar futebol.*

Também Carvalho (2001) e Garfield (2003) relatam que, em algumas situações, os alunos resolvem questões apenas a partir de conhecimentos sociais e de vivências pessoais, sem ter em conta os dados estatísticos. Já Innabi (2006) defende que as noções ligadas à representatividade da amostra e as respetivas implicações na generalização dos resultados, nem sempre são tidas em conta pela maioria dos alunos.

Na análise de afirmações, os problemas que se registaram, não estão aparentemente relacionados com a capacidade crítica dos alunos. Parecem ter origem na falta de atenção ou na incompreensão do que era pretendido e/ou na interpretação das afirmações.

Registaram-se ainda erros na questão que implicava a comparação de gráficos com escalas distintas, uma vez que a estratégia usada pelos alunos não contemplou a análise das mesmas. Noutros estudos são também descritas dificuldades dos alunos em responder corretamente aos itens que envolvem questões relacionadas com escalas (ME, 2004; Carvalho, 2001).

Outro aspeto onde as dificuldades foram marcantes, está relacionado com a indicação do parâmetro de localização que melhor resume uma dada amostra. Este tipo de erros não é muito diferente dos que foram encontrados em estudos semelhantes (Barros, 2003; Batanero, 2000; Boaventura, 2003; Bright & Hoeffner, 1993; Carvalho, 2001; Estrada, 2002). Foram manifestos os problemas dos alunos em compreender a situação apresentada. O facto de o contexto ser ignorado parece ser uma das causas para a dificuldade apresentada. Os alunos mostraram-se presos aos procedimentos, aparentemente devido ao fraco domínio do conhecimento relacional e não conseguiram ir mais além. A intervenção do Dinis quando refere “*a média está correta. Por isso é que não percebo porque é que elas não concordam*”, a propósito da análise da pertinência da utilização dessa medida de tendência central para resumir um conjunto de dados, é ilustrativa da situação exposta.

Por último, para o nível de *produção* (Gal, 2002), a última categoria analisada, foram contempladas as seguintes subcategorias: (1) planificação de uma atividade de investigação, (2) recolha e organização de dados e (3) argumentação e comunicação da informação estatística.

Relativamente à primeira subcategoria, destacaram-se dificuldades em planear as etapas (ou pelo menos algumas delas) subjacentes à realização de investigações estatísticas. Em determinados casos, sobretudo numa fase inicial, houve recurso a estratégias mais informais e sem consistência do ponto de vista estatístico. Numa das situações, foi apresentada uma resolução próxima das vivências sociais e a estratégia delineada passou por “*telefonar para o homem dos gelados para trazer os gelados que faltam ou dizer às pessoas que não há gelados que querem mas os outros também são bons*”.

No que toca à recolha e organização de dados verificou-se que os alunos implementaram estratégias que lhes permitiram proceder à recolha de dados, de forma autónoma e sem problemas. Globalmente, procederam à sua organização, ainda que tenham surgido algumas dificuldades em ideias e procedimentos estatísticos nessa fase, quer ao nível da construção das tabelas de frequências e de gráficos, quer na determinação das medidas de tendência central.

Apesar de seguirem estratégias que lhes permitiram identificar as frequências absolutas, na determinação das frequências relativas foram assinalados, por vezes, alguns erros que indiciam problemas na compreensão desse conceito, também documentados noutras investigações (Carvalho, 2001; Ribeiro, 2005). Ao nível da construção dos gráficos, registaram-se algumas situações com erros ou menor rigor, à semelhança do que é descrito por diversos investigadores (Carvalho, 2001; Espinel *et al.*, 2009; Li & Shen, em Carvalho, 2009; Morais & Fernandes, 2011; Ruiz *et al.*, 2009). Surgiram ainda dificuldades em reconhecer a impossibilidade de calcular a média, para dados qualitativos, o que sobressai em diversos estudos (Barros, 2003; Barros & Fernandes, 2005; Boaventura & Fernandes, 2004; Martins *et al.*, 2009; Ribeiro, 2005) e que pode sugerir o predomínio do conhecimento instrumental desse conceito.

A par das dificuldades ao nível das ideias e dos procedimentos estatísticos, manifestaram-se ainda algumas relacionadas com procedimentos matemáticos básicos que, em determinadas situações, condicionaram significativamente o desempenho estatístico dos alunos. Ilustrativo dessa situação é, por exemplo, a fraca sensibilidade para a questão dos arredondamentos, para lidar com dízimas ou com as percentagens.

Na subcategoria relativa à argumentação e comunicação de informação estatística registaram-se muitas dificuldades, o que também é apontado por outros investigadores (Li & Shen, em Carvalho, 2004; Carvalho, 2004). Em diversas situações, os alunos não relacionaram, nem salientaram as características mais importantes dos dados, limitando-se simplesmente a descrevê-los a um nível muito elementar ou ainda a apresentar a sua opinião sobre o assunto: *“foi muito bom ajudar para o seu problema. Foi um prazer”*. As análises caracterizaram-se assim por serem pobres e sem grande fundamentação.

Em síntese, os resultados sugerem que os principais problemas assinalados, que emergiram nos três níveis de literacia estatística de Gal (2002), possam ter origem nas seguintes dificuldades: (1) nos procedimentos matemáticos básicos, (2) na interpretação das questões, (3) na falta de conhecimentos específicos de determinados contextos do quotidiano, (4) em procedimentos, conceitos e ideias da estatística e na (5) comunicação de ideias (estatísticas ou outras). Ainda que as dificuldades do tipo (1), (2) e (3) não estejam relacionadas com as ideias e os procedimentos estatísticos e as do tipo (5) tenham um carácter transversal, comprometem o desempenho dos alunos no domínio da OTD.

No entanto, apesar das dificuldades identificadas, é importante referir que o trabalho desenvolvido proporcionou a aquisição e consolidação de diversos conhecimentos, quer da OTD quer de outros temas matemáticos, que puderam contribuir para o desenvolvimento da competência matemática e da literacia estatística dos alunos. Os alunos conseguiram

interpretar questões que iam além de uma mera leitura dos dados, formularam previsões, demonstraram capacidades na análise de afirmações sobre dados e revelaram algumas noções relativas à representatividade da amostra. Verificou-se alguma evolução na planificação das etapas de uma atividade de investigação, em recolher e em organizar dados.

A implementação da cadeia de tarefas proposta aos alunos revelou o modo como o ensino da OTD pode, de facto, cumprir as suas finalidades, onde o envolvimento efetivo e a participação ativa dos alunos sejam uma realidade.

## **5.2. Limitações e recomendações**

Nesta última secção será importante começar por referir que o acumular de funções subjacente à realização desta investigação, observadora e simultaneamente participante, acrescentou ao estudo uma dimensão de reflexão sobre a prática, crucial ao desenvolvimento profissional do professor. A este respeito, Ponte (2002) refere que este tipo de investigações sobre a prática constitui uma atividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem ativamente.

No entanto, apesar da mais-valia referida, nem sempre foi fácil conjugar esses dois papéis distintos. Gerir, por um lado a dinâmica da aula e moderar as discussões em plenário e, por outro estar atenta a reações e contributos dos alunos revelou ser uma tarefa exigente. Ainda assim, as dificuldades foram atenuadas com o recurso à gravação áudio e vídeo, embora a existência de mais gravadores, tivesse sido vantajoso, para que pudessem estar de modo permanente nos alunos estudo de caso.

Outra limitação, que se pode apontar a esta investigação, está relacionada com todos os constrangimentos resultantes de ter ocorrido na fase final do ano letivo, onde o cansaço foi comum a todos os intervenientes, alunos e professora.

Há ainda a acrescentar que uma descrição de cada uma das aulas, em que decorreu a implementação da cadeia de tarefas, teria permitido uma visão do trabalho desenvolvido em sala de aula e do desempenho global da turma. No entanto, atendendo ao número de páginas disponível para a redação deste relatório, optou-se por uma análise mais detalhada e profunda de cada um dos alunos estudo de caso, que de outra forma não teria sido possível.

Já no âmbito das recomendações, importa referir que os resultados da investigação realizada revelam a existência de erros e dificuldades dos alunos na resolução de tarefas no âmbito da OTD, contrariando a imagem da aparente simplicidade dos conceitos estatísticos. Do anteriormente exposto surge a primeira implicação, deste estudo, que aponta para a necessidade de promover uma consciencialização dos professores para a existência de dificuldades e de erros, ao nível da OTD e paralelamente fomentar uma reflexão sobre as práticas de ensino e de aprendizagem. Deseja-se uma mudança de atitude, na procura de estratégias e tarefas pedagogicamente ricas, que contribuam para os alunos ultrapassarem as suas dificuldades. De facto, tal como referem Martins *et al.* (2009), é importante perceber que a construção do conhecimento dos alunos deve ter em conta as suas necessidades e dificuldades e estas devem influenciar as opções do professor.

Do trabalho desenvolvido, emerge ainda a importância de se realizarem mais estudos no âmbito da estatística que aprofundem e reforcem os resultados apresentados, nomeadamente, através de investigações mais específicas centradas, por exemplo, em apenas um dos níveis de literacia estatística propostos por Gal (2002).

Uma última recomendação relaciona-se com a necessidade das tecnologias passarem a fazer parte mais integrante das práticas quotidianas de sala de aula ao longo do estudo da estatística sendo, no entanto, desejáveis estudos que incidam no impacto da sua utilização no processo de aprendizagem dos alunos e na promoção da literacia estatística.

## BIBLIOGRAFIA

- Aoyama, K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Educations*, 2(3), 298-312. Acedido a 12 outubro de 2011 em <http://www.iejme.com/032007/d10.pdf>.
- Barros, P. (2003). *Os futuros professores do 2.º ciclo e a estocástica – Dificuldades sentidas e o ensino do tema* (tese de mestrado). Lisboa: APM.
- Barros, P.M., & Fernandes, J. A. (2005). Dificuldades em estocástica de uma futura professora do 1º e 2º ciclo do ensino básico. *Revista Portuguesa de Educação*, 18(1), 117-150.
- Batanero, C. (2000). Dificultades de los estudiantes en los conceptos estadísticos elementales: el caso de las medidas de posición central. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Orgs.), *Ensino e aprendizagem da estatística* (pp. 31- 48). Lisboa: SPE, APM, FCUL.
- Batanero (2001). *Didáctica de la estatística*. Granada: Grupo de Investigación em Educación Estadística. Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada.
- Batanero, C., Godino, J. D., & Roa, R. (2004). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1).
- Batanero, C., & Díaz, C. (2005). *El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística*. I Congresso de Estatística e Investigação Operacional da Galiza e Norte de Portugal Guimarães, Portugal. Acedido a 10 de junho de 2011 em <http://www.ugr.es/~batanero/publicaciones%20index.htm>.
- Bell, J. (2004). *Como Realizar um Projecto de Investigação*. Lisboa: Gradiva.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: goals, definitions and challenges. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 3-15). Kluwer Academic Publishers.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review*, 75(3) 372-396.
- Boaventura, M. G. (2003). *Dificuldades dos alunos de ensino secundário em conceitos estatísticos: O caso das medidas de tendência central* (tese de mestrado). Braga: UM.

- Boaventura, M. G., & Fernandes, J. (2004). Dificuldades de alunos do 12.º ano nas medidas de tendência central: O contributo dos manuais escolares. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa & S. A. Ribeiro (Orgs.), *Ensino e aprendizagem e Probabilidades e Estatística - Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 103-126). Braga: CIEd-UM.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Branco, J., & Martins, M. E. G. (2002). Literacia estatística. *Educação e Matemática*, 69,9-13.
- Bright, G., & Hoeffner, K. (1993). Measurement, probability, statistics, and graphing. In D. T. Owens (Orgs.), *Research ideas for the classroom: Middle grades school mathematics* (pp. 78-98). Reston: NCTM.
- Brocardo, J., & Mendes, F. (2001). Processos usados na resolução de tarefas estatísticas. *Quadrante*, 10(1), 33-58.
- Carmo, H., & Ferreira, M. M. (1998). *Metodologia da Investigação- Guia para Auto-aprendizagem*. Lisboa: UA.
- Carvalho, C. (1996). Algumas questões em torno de tarefas estatísticas com alunos de 7.º ano. In A. Roque & M. J. Lagarto (Orgs.), *Actas do ProfMat 96* (pp. 165-171). Lisboa: APM.
- Carvalho, C. (2001). *Interação entre pares - Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7º ano de escolaridade* (tese de doutoramento). Lisboa: UL.
- Carvalho, C. (2004). Um olhar da psicologia pelas dificuldades dos alunos em conceitos estatísticos. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa & S. A. Ribeiro (Orgs.), *Ensino e Aprendizagem de Probabilidades e Estatística - Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 85-102). Braga: CIEd-UM.
- Carvalho, C. (2007). Desafios para o trabalho colaborativo nas aulas de estatística. In M. Camacho, P. Flores, M. P. Bolea (Eds.), *Investigación en educación matemática XI* (pp. 141-154). Tenerife: SEIEM.
- Carvalho, C. (2009). Reflexões em Torno do Ensino e da Aprendizagem da Estatística: O exemplo dos gráficos. In J. A. Fernandes, M. H. Martinho, F. Viseu. & P.F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 22-34). Braga: CIEd-UM.
- Chance, B. L. (2002). Components of Statistical Thinking and Implications for Instruction and Assessment. *Journal of Statistics Education*, 10 (3).



- Cobo, B. (2003). *Significados de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*.(tese de doutoramento). Granada: Universidade de Granada.
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension: Elementary and middle school activities*. Reston: NCTM.
- delMas, R. (2002). Statistical Literacy, Reasoning, and Learning: A Commentary. *Journal of Statistics Education*, 10 (3).
- Duarte, T. O. C. (2004). *A Estatística no 1º ciclo. Uma abordagem no 3º ano de escolaridade* (tese de mestrado). Lisboa: APM.
- Espinel, C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. In M. Camacho, P. Flores & P. Bolea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática, XI Simposio de la SEIEM* (pp. 99-119). Tenerife: SEIEM.
- Espinel, M. C., González, M. T., Bruno, A., & Pinto, J. (2009). Las gráficas estadísticas. In L. Serrano (Eds.), *Tendencias actuales de la investigación en educación estocástica* (pp.57-74). Málaga: Gráficas San Pancrancio.
- Estrada, A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado* (tese de doutoramento). Barcelona: Universidade Autònoma de Barcelona.
- Fernandes, J. A. (2009). Ensino e Aprendizagem da Estatística – Realidades e Desafios. In C. Costa, E. Mamede, F. Guimarães (Orgs.), *Números e estatística: reflectindo no presente, perspectivando o futuro - Actas XIX EIEM*. Vila Real: SEM, SPCE.
- Fernandes, J. A., Sousa, M. V., & Ribeiro, S. A. (2004). O ensino de estatística no ensino básico e secundário: Um estudo exploratório. In J. A. Fernandes, M. V. Sousa & S. A. Ribeiro (Orgs.), *Ensino aprendizagem de Probabilidades e Estatística- Actas do I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 165-193). Braga: CIEd-UM.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C. F., & Ribeiro, S. A. L. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7º ano de escolaridade. *Zetetiké*, 15(28), 27-62.
- Fernandes, J. A., Viseu, F., Martinho, M. H., & Correia, P. F. (Orgs.) (2009). *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na escola*. Braga: CIEd-UM.
- Friel, S., Curcio, F., & Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education* 32 (2), 124-158.

- Gal, I. (2002). Adults' statistical literacy: Meanings, componentes, responsabilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Galicia, S. A. M. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos de educación secundaria y bachillerato* (tese de doutoramento). Granada: Universidad de Granada.
- Garfield, J. (2003), Assessing Statistical Reasoning. *Statistics Education Research Journal* 2(1), 22-38.
- González, M. T., Espinel, M. C., & Ainley, J. (2011). Teacher' Graphical Competence. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics.- Challenges for teaching and teacher education. A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 187-190). New York: Springer.
- Innabi, H. (2006). Factors considered by secondary students when judging the validity of a given statistical generalization. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference On Teaching Statistics (ICOTS-7)*, Salvador: IASE, ISI. Acedido a 2 de novembro de 2011 em <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php?show=17>.
- Ludke, M., & André, M. (1986). *Pesquisa em educação: Abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Martins, C., Pires, M. V., & Barros, P. (2009). Conhecimento estatístico: Um estudo com futuros professores. In C. Costa *et al.* (Orgs.), *Números e estatística: refletindo no presente, perspectivando o futuro – Actas do XIX EIEM*. Vila Real: SEM, SPCE.
- Martins, M. E., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e Tratamento de Dados*. Lisboa: ME.
- ME (2004). *Resultados do estudo internacional PISA 2003*. Lisboa: ME.
- ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME.
- Morais, P. C., & Fernandes, J. A. (2011). Realização de duas tarefas sobre construção, leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9º ano. In *Actas do XXII SIEM*. Lisboa: APM.
- NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar*. Lisboa: APM, IIE.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

- Nunes, A. R. S. (2008). *Ensino da Estocástica no 6º ano de escolaridade: opções metodológicas e dificuldades sentidas pelos professores* (tese de mestrado). Braga: UM.
- Pereira-Mendoza, L., & Mellor, J. (1990). Students' Concepts of Bar Graphs -Some preliminary findings. In D. Vere-Jones (Eds.), *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics*. Vooburg: ISI.
- Ponte, J. P. (1995). Novas tecnologias na aula de Matemática. *Educação e Matemática*, 34, 2-7.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 105-132.
- Ponte, J. P., & Sousa, H. (2010). Uma oportunidade de mudança na Matemática do ensino básico. In GTI (Orgs.), *O professor e o programa de Matemática do ensino básico* (pp. 11-41). Lisboa: APM.
- Pratt, D., Davies, N., & Connor, D. (2011). The role of technology in teaching and learning statistics. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics.-Challenges for teaching and teacher education. A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 97-108). New York: Springer.
- Raposo, S. P. V. (2009). *A Pegada Ecológica na Organização e Tratamento de Dados – Uma proposta para o 7º ano* (tese de mestrado). Vila Real: UTAD.
- Reading, Chris. (2011). *Fundamentals for teaching statistics*. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics.-Challenges for teaching and teacher education. A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 53-56). New York: Springer.
- Ribeiro, S. A. (2005). *O Ensino da Estatística no 7º ano de escolaridade - caracterização e dificuldades sentidas pelos professores* (tese de mestrado). Braga: UM.
- Ruiz, B., Arteaga, P., & Batanero, C. (2009). Comparación de distribuciones- Una Actividad Sencilla para los Futuros Profesores?. In J. A. Fernandes, M. H. Martinho, F. Viseu & P.F. Correia (Orgs.), *Actas do II Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 37-51). Braga: CIEd-UM.
- Shaughnessy, J. M., & Pfannkuch, M. (2002). How Faithful is old Faithful? Statistical thinking: A story of variation and prediction. *Mathematics Teacher*, 95(4), 252-259.
- Sheaffer, R. (2001). Quantitative Literacy and Statistics. *Amstat News* 293, Nov, 3-4.

- Skemp, R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, Nov, 9-15.
- Sousa, O. (2002). *Investigações estatísticas no 2º ciclo do Ensino Básico* (tese de mestrado). Lisboa: APM.
- Stake, R.E. (1994). Case studies. In N.K. Denzin & Y. Lincoln (Eds), *Handbook of qualitative research* (pp. 236-247). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Stake, R. E. (2007). *A Arte da Investigação com Estudos de Caso*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Steen, L. A. (2001). Embracing numeracy. In L. A. Steen (Eds.), *Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy*. Princeton, NJ: National Council on Education and the Disciplines, 107-116.
- Tuckman, B. (2000). *Manual de Investigação em Educação: como conceber e realizar o processo de investigação em educação*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Wallman, K. K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421), 1-8.
- Watson, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Emperical Enquity. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

**ANEXOS**

---

**Anexo 1**

Planificação e Cadeia de Tarefas

---

## Planificação Global

Propósito Principal de Ensino	Desenvolver nos alunos a capacidade de compreender e de produzir informação estatística, bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas.		
Objetivos Gerais	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Explorar, analisar, interpretar e utilizar informação de natureza estatística;</li> <li>- Selecionar e usar métodos estatísticos apropriados para recolher, organizar e representar dados;</li> <li>- Planear e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjecturas a partir deles, utilizando linguagem estatística.</li> </ul>		
Tópicos e Subtópicos	Objetivos Específicos	Tarefas	Duração
<b>Representação e interpretação de dados</b>  - Leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos - Tabela de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas - Gráficos de barras - Moda - Formulação de questões - Natureza dos dados - Tabelas de frequências absolutas e relativas - Gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas - Média aritmética - Extremos e amplitude	<b>(A)</b> Reconhecer as etapas subjacentes a uma investigação estatística. <b>(B)</b> Formular questões suscetíveis de tratamento estatístico, e identificar os dados a recolher e a forma de os obter.	Tarefa 1: O problema dos gelados (A), (B), (D), (E), (I), (J), (L), (M)	1
	<b>(C)</b> Distinguir dados de natureza qualitativa de dados de natureza quantitativa, discreta ou contínua. <b>(D)</b> Recolher, classificar em categorias ou classes, e organizar dados de natureza diversa.	Tarefa 2: O estado do tempo (L), (G), (J), (H), (E)	1
	<b>(E)</b> Construir e interpretar tabelas de frequências absolutas e relativas, gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas. <b>(F)</b> Compreender e determinar a média aritmética de um conjunto de dados e indicar a adequação da sua utilização, num dado contexto.	Tarefa 3.1: Uma questão de peso (C), (D), (E), (G), (H), (I), (J), (L)	1
	<b>(G)</b> Compreender e determinar os extremos e a amplitude de um conjunto de dados. <b>(H)</b> Compreender e determinar a moda de um conjunto de dados.	Tarefa 3.2: Gráficos e mais gráficos (I), (M)	½
	<b>(I)</b> Interpretar os resultados que decorrem da organização e representação de dados, e formular conjecturas a partir desses resultados. <b>(J)</b> Utilizar informação estatística para resolver problemas e tomar decisões.	Tarefa 4: Média e outras medidas (F), (G), (H), (I)	1
<b>(L)</b> Ler, explorar, interpretar e descrever tabelas e gráficos, e, responder e formular questões relacionadas com a informação apresentada. <b>(M)</b> Analisar situações que evidenciem fontes de enviesamento, na recolha de dados.	Tarefa 5: Projeto (A), (B), (C), (D), (E), (F), (G), (H), (I), (J)	2	

# Planificação das Tarefas

## Questões/ Níveis de Literacia de Gal

### Tarefa 1


“O problema dos Gelados”

Nível de literacia	Questões	Objetivos
Produção	<p>1. Com a chegada do calor a venda de gelados aumenta na escola. Mas, como já devem ter reparado, os gelados preferidos aqui na escola, são os primeiros a acabar. Depois, temos de nos contentar em escolher os que sobram...</p> <p>A D. Luísa fica então aborrecida porque não consegue vender alguns deles.</p> <p>1.1 O que podemos fazer para ajudar a D. Luísa?            1.2 Como podemos fazê-lo?            1.3 Que dados recolher?            1.4 Onde?</p>	<p>(A) Reconhecer as etapas subjacentes a uma investigação estatística.</p> <p>(B) Formular questões suscetíveis de tratamento estatístico, e identificar os dados a recolher e a forma de os obter.</p> <p>(M) Analisar situações que evidenciem fontes de enviesamento, na recolha de dados.</p>
Crítica Produção	<p>2. Ajuda a D. Luísa e investiga:            Qual será gelado preferido da tua turma?            2.1 Recolhe os dados e regista-os:            2.2 Será que esta forma de apresentar os dados nos permite chegar a uma conclusão facilmente?            Farias alguma proposta para organizar os dados?            2.3 Uma tabela de frequências...            Completa a tabela que se segue:            2.4 Elabora um gráfico de pontos com os dados recolhidos.            2.5 Elabora agora um gráfico de barras com os dados anteriores.</p>	<p>(D) Recolher, classificar em categorias ou classes, e organizar dados de natureza diversa.</p> <p>(E) Construir e interpretar tabelas de frequências absolutas e relativas, gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas.</p>
Interpretação Crítica Produção	<p>3. Agora responde:            3.1 <b>Completa:</b> O gelado preferido na turma é ___ e o que reúne menos votos é _____. Há ___gelados que têm bolacha.            3.2 Se repetisses este estudo noutra turma do 5º ano quais os resultados que previas obter?            3.3 Achas que os resultados seriam o mesmo se as questões tivessem sido feitas também a 20 crianças, mas do jardim de infância?            3.4 Escreve um pequeno texto com as conclusões mais importantes deste trabalho para apresentares à D. Luísa.</p>	<p>(I) Interpretar os resultados que decorrem da organização e representação de dados, e formular conjeturas a partir desses resultados.</p> <p>(J) Utilizar informação estatística para resolver problemas e tomar decisões.</p> <p>(L) Ler, explorar, interpretar e descrever tabelas e gráficos, e, responder e formular questões relacionadas com a informação apresentada.</p>
Crítica	<p><b>Para pensar...</b>            Se usarmos como amostra uma turma que pratica futebol, para saber se os alunos da escola gostam de futebol ...</p> <p>a) a amostra é: <input type="checkbox"/> representativa da população.  <input type="checkbox"/> não é representativa da população.</p> <p>b) podemos tirar conclusões corretas: <input type="checkbox"/> sim <input type="checkbox"/> não</p>	<p>(M) Analisar situações que evidenciem fontes de enviesamento, na recolha de dados.</p>



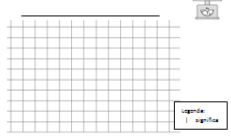
## Tarefa 2

“O estado do tempo...

Nível de literacia	Questões	Objetivos																		
Interpretação	<p>Segundo o site do Instituto Português de Meteorologia, o tempo previsto para hoje, terça-feira, dia 31/05/11, em todo o país é apresentado na figura 1.</p> <p><b>1.</b> Agora responde com base na figura:</p> <p><b>1.1</b> Para que local (ou locais) está previsto algumas nuvens e aguaceiros?</p> <p><b>1.2</b> Repara que, para cada local apresentado, estão registadas duas temperaturas. Qual o seu significado?</p> <p><b>1.3</b> Indica, para a cidade de Santarém, as temperaturas previstas: a) máxima: ____ b) mínima: ____</p> <p><b>1.4</b> Determina a amplitude térmica que se prevê registar, hoje, em Santarém. ____ O que significa?</p> <p><b>1.5</b> Os pais da Maria estão de férias e querem aproveitar um dia para passear e levar a filha ao “Carsoscópio”. Como não querem ir num dia de chuva, indica uma data provável para a realização deste passeio, consultando, com atenção, todos os dados da figura. Explica porque razão a escolheste, acrescentado à tua explicação uma descrição do estado do tempo para todo o país nesse dia.</p>	<p><b>(L)</b> Ler, explorar, interpretar e descrever tabelas e gráficos, e, responder e formular questões relacionadas com a informação apresentada.</p> <p><b>(G)</b> Compreender e determinar os extremos e a amplitude de um conjunto de dados.</p> <p><b>(J)</b> Utilizar informação estatística para resolver problemas e tomar decisões.</p>																		
Interpretação	<p><b>2.</b> Observa as temperaturas mínimas previstas para os próximos 5 dias, na vila de Alcanena, no gráfico de linhas que se segue.</p> <p><b>2.1</b> Qual a temperatura mínima que se prevê registar mais vezes (moda)?</p> <p><b>2.2</b> A Maria fez as três afirmações seguintes. Assinala, com X, a(s) afirmação(ões) da Maria que podes verificar a partir dos dados do gráfico.</p> <p>____ O dia em que a temperatura mínima irá ser mais baixa é no sábado.</p> <p>____ Vai fazer muito sol nos próximos dias.</p> <p>____ A temperatura mínima nesta altura do ano está sempre entre os 14°C e os 15°C.</p> <p><b>2.3</b> A partir do gráfico anterior, completa a tabela que se segue registando as temperaturas mínimas que estão previstas para Alcanena.</p>	<p><b>(H)</b> Determinar a moda de um conjunto de dados.</p> <p><b>(L)</b> Ler, explorar, interpretar e descrever tabelas e gráficos, e, responder e formular questões relacionadas com a informação apresentada.</p> <p><b>(E)</b> Construir e interpretar tabelas de frequências absolutas e relativas, gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas.</p>																		
Interpretação	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Temperaturas</th> <th>4ª feira</th> <th>5ª feira</th> <th>6ª feira</th> <th>Sábado</th> <th>Domingo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Mínima</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>15°C</td> </tr> <tr> <td>Máxima</td> <td>27°C</td> <td>26°C</td> <td>25°C</td> <td>25°C</td> <td>23°C</td> </tr> </tbody> </table>	Temperaturas	4ª feira	5ª feira	6ª feira	Sábado	Domingo	Mínima					15°C	Máxima	27°C	26°C	25°C	25°C	23°C	<p><b>(G)</b> Compreender e determinar os extremos e a amplitude de um conjunto de dados.</p>
Temperaturas	4ª feira	5ª feira	6ª feira	Sábado	Domingo															
Mínima					15°C															
Máxima	27°C	26°C	25°C	25°C	23°C															
Produção	<p><b>3.</b> Tendo em conta a tabela anterior, constrói um gráfico de linhas, com as temperaturas máximas previstas para os próximos 5 dias, na vila de Alcanena.</p>																			
Interpretação	<p> Elabora uma questão que possa ser respondida pelo gráfico.</p>																			

### Tarefa 3.1

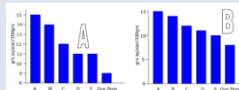
“Uma questão de peso... e de saúde!”

Nível de literacia	Questões	Objetivos																			
Produção	<p><b>1.</b> Lê com atenção a notícia que se segue:</p> <div data-bbox="391 607 810 728" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p>Uma mochila carregada, não deve ultrapassar 10% do peso ideal do estudante, segundo a Organização da Saúde. Uma criança com 40 quilos, por exemplo, não deve transportar às costas mais de quatro. O excesso de peso pode provocar escolioses e degeneração dos discos da coluna, pois a formação óssea ainda não está completa e qualquer excesso pode prejudicá-la.</p> <p>Para evitar problemas de saúde, deve transportar apenas o material necessário e bem arrumado.</p> <p><small>Adaptado do artigo "Mochilas escolares mais leves" Din, 20.09.08</small></p> </div> <p><b>1.1</b> A partir do texto indica:</p> <p>a) Os problemas que o excesso de peso das mochilas pode provocar:</p> <p>b) A percentagem do peso ideal do estudante que uma mochila carregada não deve ultrapassar?</p> <p><b>1.2</b> Depois de recolhidos os dados relativos aos pesos dos alunos da turma, vamos organizá-los para mais facilmente se tirarem conclusões sobre o peso das suas mochilas.</p> <div data-bbox="391 929 837 1108" style="border: 1px solid gray; padding: 5px;"> <p><b>1<sup>a</sup></b> Observa os dados recolhidos:</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>39</td><td>45</td><td>45</td><td>40</td><td>37</td></tr> <tr><td>35</td><td>38</td><td>43</td><td>34</td><td>36</td></tr> <tr><td>39</td><td>50</td><td>39</td><td>45</td><td>63</td></tr> <tr><td>42</td><td>48</td><td>30</td><td>38</td><td>35</td></tr> </table> <p><b>2<sup>a</sup></b> Organiza-os num diagrama de caule-e-folhas:</p>  </div>	39	45	45	40	37	35	38	43	34	36	39	50	39	45	63	42	48	30	38	35
39	45	45	40	37																	
35	38	43	34	36																	
39	50	39	45	63																	
42	48	30	38	35																	

### Tarefa 3.2

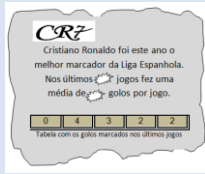
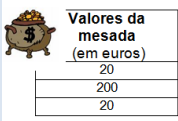
“Gráficos e mais gráficos

Nível de literacia	Questões	Objetivos
<p>Interpretação</p> <p>Crítica</p>	<p><b>1.</b> Uma empresa faz publicidade aos seus cereais da marca “Que Bom”, indicando que têm muito menos açúcar do que os outros. Para ilustrar essa ideia construíram um gráfico onde comparam a quantidade de açúcar, em grs, que existe em cada 100 grs de cereais de cada uma das marcas A, B, C, D, E e “Que Bom”. No entanto, a defesa do consumidor fez o mesmo estudo mas construiu um gráfico diferente, apesar de ter os mesmos dados. Observa os gráficos e responde.</p> <p><b>1.1</b> Qual foi o gráfico (A ou B) que pensas ter sido apresentado pela empresa? ____ Justifica.</p> <p><b>1.2</b> Observando os gráficos indica o que causa estas diferenças.</p>	<p><b>(I)</b> Interpretar os resultados que decorrem da organização e representação de dados, e formular conjecturas a partir desses resultados.</p> <p><b>(M)</b> Analisar situações que evidenciem fontes de enviesamento, na recolha de dados.</p>



## Tarefa 4

“Média e outras medidas

Nível de literacia	Questões	Objetivos				
Produção	<p><b>1. Ovos de chocolate</b></p> <p>Três amigas receberam ovos de chocolate iguais. A Mariana recebeu 2, a Joana 4 e a Emanuela 12, mas decidiram que todas elas deveriam arranjar uma maneira de equilibrar o número de ovos para que cada uma ficasse com o mesmo número.</p> <p><b>1.1</b> Como pensas que procederam? Regista essa estratégia.</p> <p><b>Conclusão:</b> A média é o número que.....</p>	<p><b>(F)</b> Compreender e determinar a média aritmética de um conjunto de dados e indicar a adequação da sua utilização, num dado contexto.</p>				
Interpretação	<p><b>2.</b> A Mariana é fã do Cristiano Ronaldo! Ao ler a notícia ao lado, reparou que uma parte da informação tinha desaparecido, faltando o número de jogos e a média de golos desses jogos.</p> <p>Ajuda-a, fazendo os cálculos necessários e reescreve a notícia com toda a informação.</p>  <p>A notícia contém o seguinte texto: "Cristiano Ronaldo foi este ano o melhor marcador da Liga Espanhola. Nos últimos jogos fez uma média de golos por jogo." Abaixo do texto, há uma tabela com o cabeçalho "Tabela com os golos marcados nos últimos jogos" e os valores 0, 4, 3, 2, 2.</p>	<p><b>(I)</b> Interpretar os resultados que decorrem da organização e representação de dados.</p> <p><b>(F)</b> Compreender e determinar a média aritmética de um conjunto de dados e indicar a adequação da sua utilização, num dado contexto.</p>				
Interpretação	<p><b>3.</b> A Mariana e as suas irmãs discutiam entre si a melhor forma de convencer os pais a aumentarem as suas mesadas. A Gabriela anda no 12º ano e recebe 200 euros. Ela e a irmã gémea, andam no 5º ano e recebem 20 euros, cada uma.</p> <p>Observa a tabela com os valores da mesada.</p>  <p>A tabela tem o seguinte conteúdo:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Valores da mesada (em euros)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>20</td> </tr> <tr> <td>200</td> </tr> <tr> <td>20</td> </tr> </tbody> </table>	Valores da mesada (em euros)	20	200	20	<p><b>(F)</b> Compreender e determinar a média aritmética de um conjunto de dados e indicar a adequação da sua utilização, num dado contexto.</p>
Valores da mesada (em euros)						
20						
200						
20						
Interpretação	<p><b>3.1</b> Calcula a média dos valores da mesada das três irmãs.</p> <p><b>3.2</b> Qual é a diferença entre a mesada maior e a menor (amplitude)?</p> <p><b>3.3</b> Indica a moda das mesadas.</p>	<p><b>(G)</b> Compreender e determinar os extremos e a amplitude de um conjunto de dados.</p>				
Crítica	<p><b>3.4</b> O pai disse que não concordava com o aumento das mesadas pois dava em média 80 euros de mesada a cada filha. As irmãs gémeas não concordaram. Será que consegues justificar a posição das gémeas?</p>	<p><b>(H)</b> Compreender e determinar a moda de um conjunto de dados.</p>				

## Tarefa 5

“Projeto”

Nível de literacia	Questões	Objetivos
Produção	Etapa 0. Questões a investigar Questão A Questão B  Etapa 1- Construção da tabela de frequências  Etapa 2 – Construção do gráfico  Etapa 3 – Análise dos dados e conclusões  Etapa 4 – Elaboração de um cartaz	<b>(A)</b> Reconhecer as etapas subjacentes a uma investigação estatística. <b>(B)</b> Formular questões suscetíveis de tratamento estatístico, e identificar os dados a recolher e a forma de os obter. <b>(C)</b> Distinguir dados de natureza qualitativa de dados de natureza quantitativa, discreta ou contínua. <b>(D)</b> Recolher, classificar em categorias ou classes, e organizar dados de natureza diversa. <b>(E)</b> Construir e interpretar tabelas de frequências absolutas e relativas, gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas. <b>(F)</b> Compreender e determinar a média aritmética de um conjunto de dados e indicar a adequação da sua utilização, num dado contexto. <b>(G)</b> Compreender e determinar os extremos e a amplitude de um conjunto de dados. <b>(H)</b> Compreender e determinar a moda de um conjunto de dados. <b>(I)</b> Interpretar os resultados que decorrem da organização e representação de dados, e formular conjeturas a partir desses resultados. <b>(J)</b> Utilizar informação estatística para resolver problemas e tomar decisões.

**Tarefa 1: O problema dos gelados!**

1. Com a chegada do calor a venda de gelados aumenta na escola. Mas, como já devem ter reparado, os gelados preferidos aqui na escola, são os primeiros a acabar. A D. Luísa fica então aborrecida porque não consegue vender alguns deles.



- 1.1 O que podemos fazer para ajudar a D. Luísa a resolver esta situação?
- 1.2 Como podemos fazê-lo?
- 1.3 Que dados recolher?
- 1.4 Onde?



**2. Ajuda a D. Luísa e investiga:**



Qual será gelado preferido da tua turma?

- 2.1 Recolhe os dados e regista-os:
- 2.2 Será que esta forma de apresentar os dados nos permite chegar a uma conclusão facilmente? Farias alguma proposta para organizar os dados?
- 2.3 Uma tabela de frequências...  
Completa a tabela que se segue:

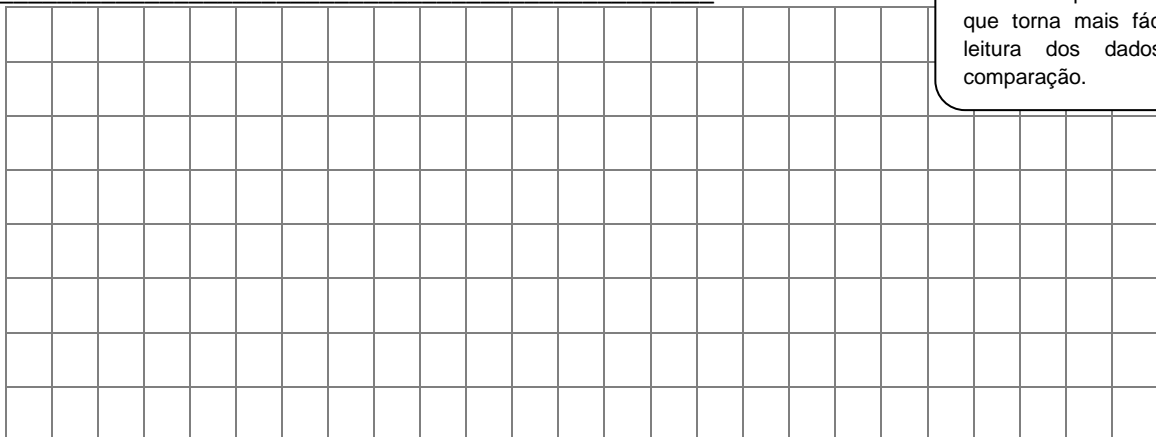
A **Frequência absoluta** é o número de vezes que cada categoria se verifica no conjunto dos dados recolhidos.

A **Frequência relativa** com que uma categoria se verifica é igual à sua frequência absoluta a dividir pelo número de dados recolhidos.

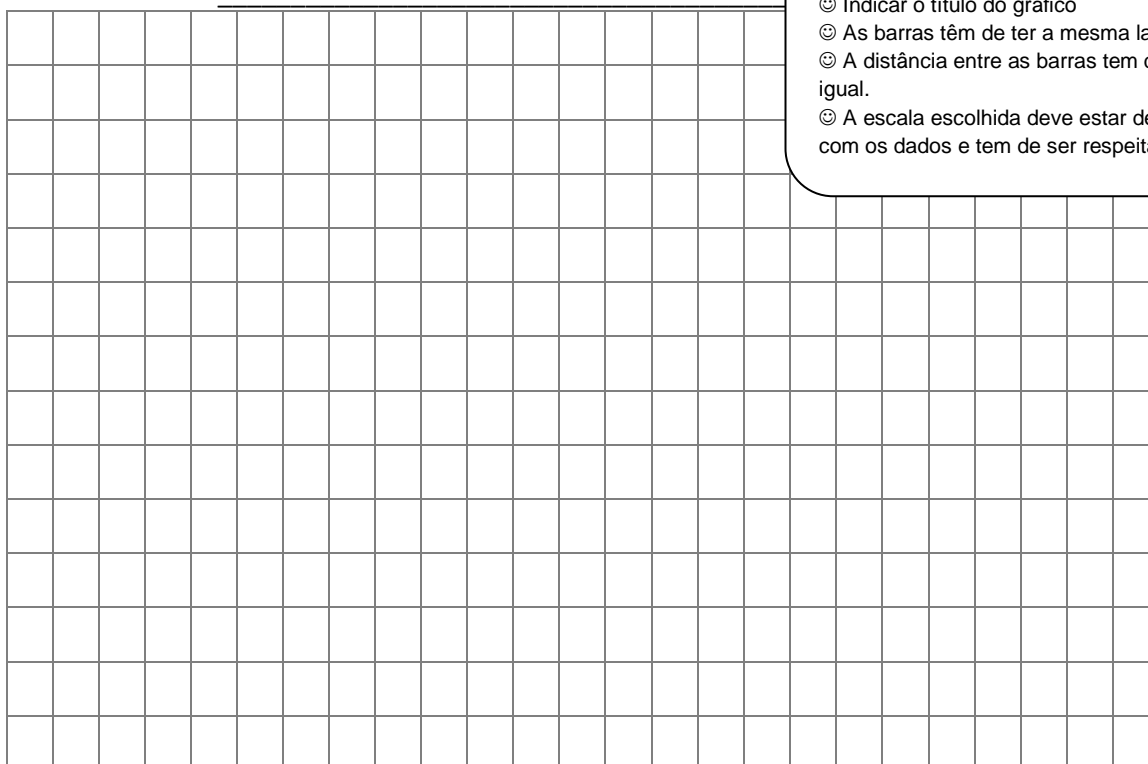
Gelado	Contagem	Frequência Absoluta	Frequência Relativa

2.4 Elabora um **gráfico de pontos** com os dados recolhidos.

**Repara:** Os gráficos são uma forma de representar a informação que torna mais fácil e rápida a leitura dos dados e a sua comparação.



## 2.5 Constói agora um gráfico de barras com os dados anteriores.



Para construir um gráfico (de barras verticais) deves seguir as regras seguintes:

- ☺ Indicar o título do gráfico
- ☺ As barras têm de ter a mesma largura;
- ☺ A distância entre as barras tem de ser igual.
- ☺ A escala escolhida deve estar de acordo com os dados e tem de ser respeitada.



### 3. Agora responde:

**3.1 Completa:** O gelado preferido na turma é \_\_\_\_\_ e o que reúne menos votos é \_\_\_\_\_.  
Há \_\_\_\_\_ gelados que têm bolacha.

**3.2** Se repetisses este estudo, noutra turma do 5º ano, quais os resultados que previas obter?

**3.3** Achas que os resultados seriam o mesmo se as questões tivessem sido feitas também a 20 crianças, mas do jardim de infância?

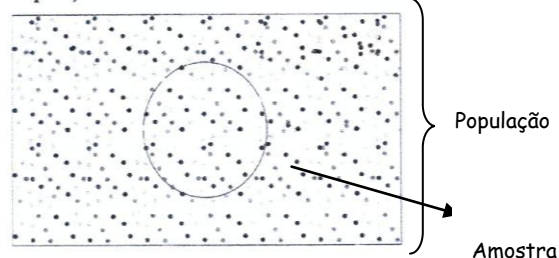
**3.4** Escreve um pequeno texto com as conclusões mais importantes deste trabalho para apresentares à D. Luísa.

### Para pensar...

Num estudo estatístico a informação é obtida através de:

- ⇒ **recenseamentos (ou censos)**- são inquiridos **todos os elementos da população**;
- ⇒ **sondagens** – realizado a partir de uma **amostra**.

População e amostra



Como realizar um recenseamento é uma operação demorada e com custos elevados fazem-se, na maioria das vezes, sondagens. Nesse caso, é preciso ter muita atenção à amostra escolhida.

Uma amostra que não seja representativa da população diz-se enviesada e a sua utilização pode dar origem a interpretações erradas, como podes ver nos seguintes exemplos:

- utilizar uma amostra constituída por 10 benfiquistas, para prever o vencedor do próximo Benfica - Sporting!
- utilizar uma amostra constituída por leitores de determinada revista especializada, para tirar conclusões sobre a opinião da população em geral.



**Assinala a resposta correta:**



Se usarmos como amostra uma turma que pratica futebol, para saber se os alunos da escola gostam de futebol ...

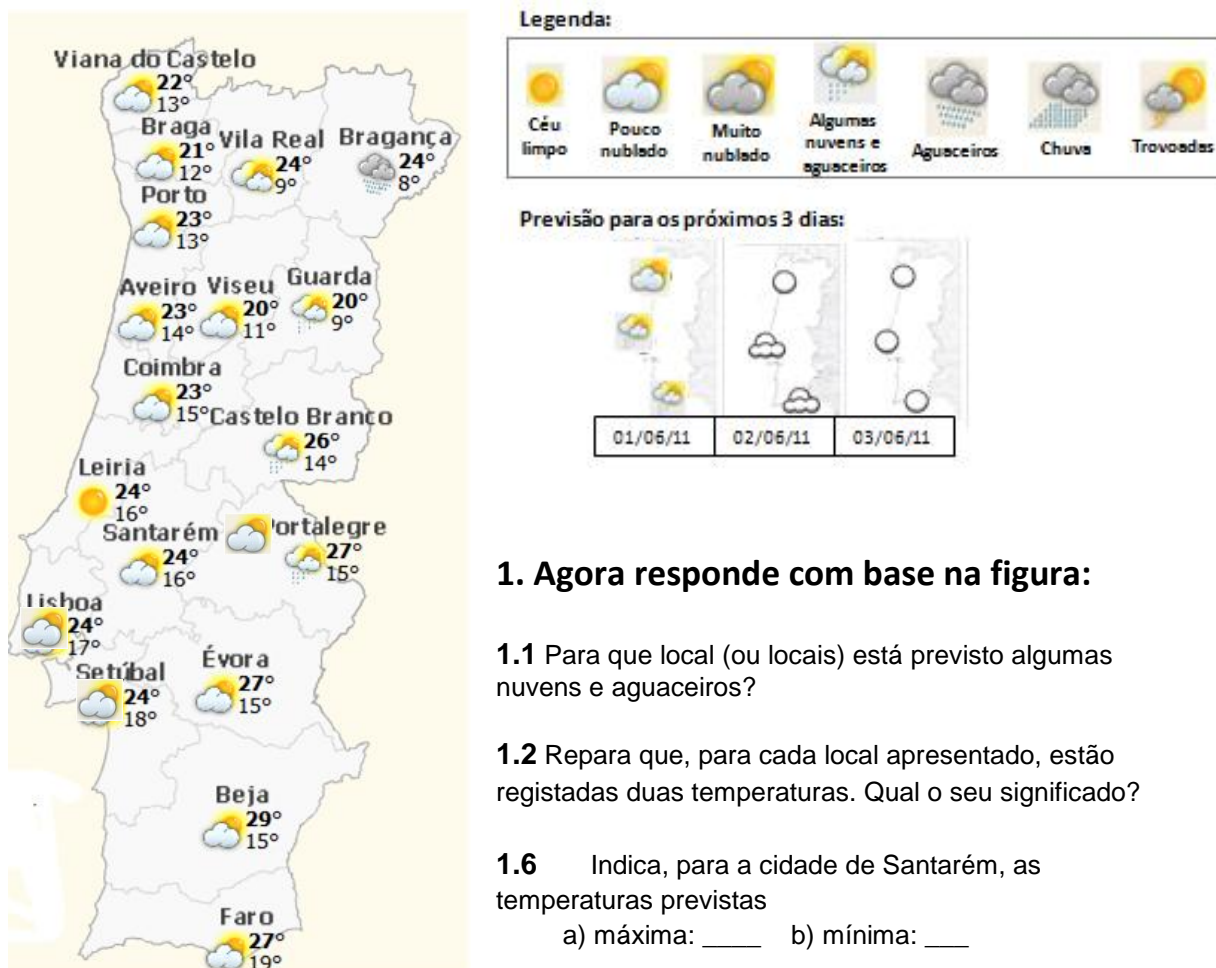
a) a amostra é:  representativa da população.  não é representativa da população.

b) podemos tirar conclusões corretas:  sim  não



## Tarefa 2: O estado do tempo...!

Segundo o site do Instituto Português de Meteorologia, o tempo previsto para hoje, terça-feira, dia 31/05/11, em todo o país é apresentado na figura 1.



### 1. Agora responde com base na figura:

**1.1** Para que local (ou locais) está previsto algumas nuvens e aguaceiros?

**1.2** Repara que, para cada local apresentado, estão registadas duas temperaturas. Qual o seu significado?

**1.6** Indica, para a cidade de Santarém, as temperaturas previstas

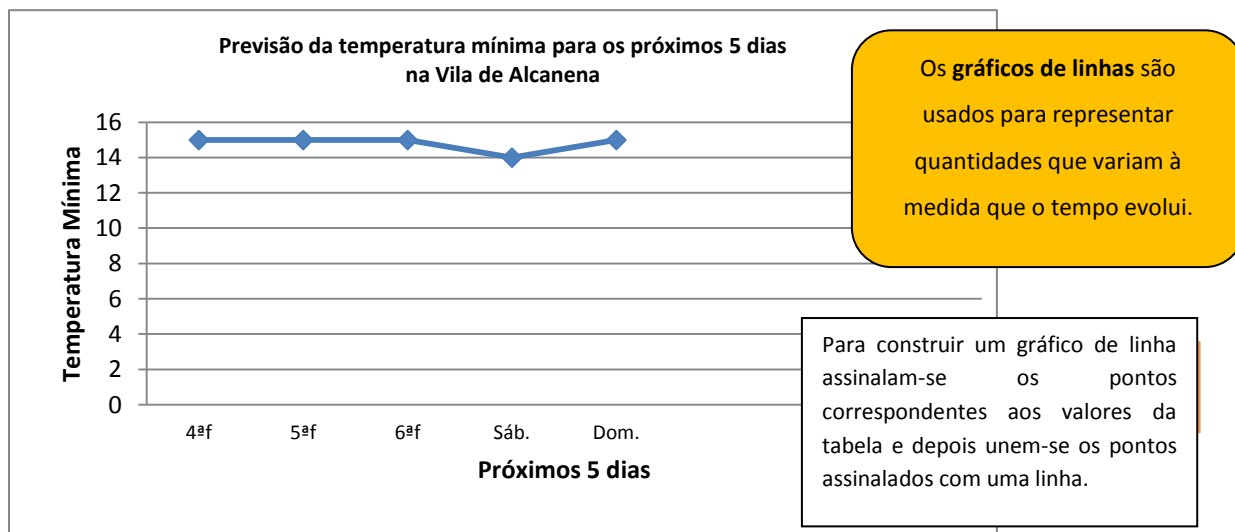
a) máxima: \_\_\_\_ b) mínima: \_\_\_\_

**1.7** Determina a amplitude térmica que se prevê registar, hoje, em Santarém. O que significa?

**1.5** Os pais da Maria estão de férias e querem aproveitar um dia para passear e levar a filha ao "Carsoscópio". Como não querem ir num dia de chuva, indica uma data provável para a realização deste passeio, consultando, com atenção, todos os dados da figura. Explica porque razão a escolheste, acrescentado à tua explicação uma descrição do estado do tempo para todo o país nesse dia.



2. Observa as **temperaturas mínimas** previstas para os próximos 5 dias, na vila de Alcanena, no gráfico de linhas que se segue.



2.1 Qual a temperatura mínima que se prevê registar mais vezes (moda)?

2.2 A Maria fez as três afirmações seguintes.

Assinala, com X, a(s) afirmação(ões) da Maria que podes verificar a partir dos dados do gráfico.

\_\_\_ O dia em que a temperatura mínima irá ser mais baixa é no sábado.

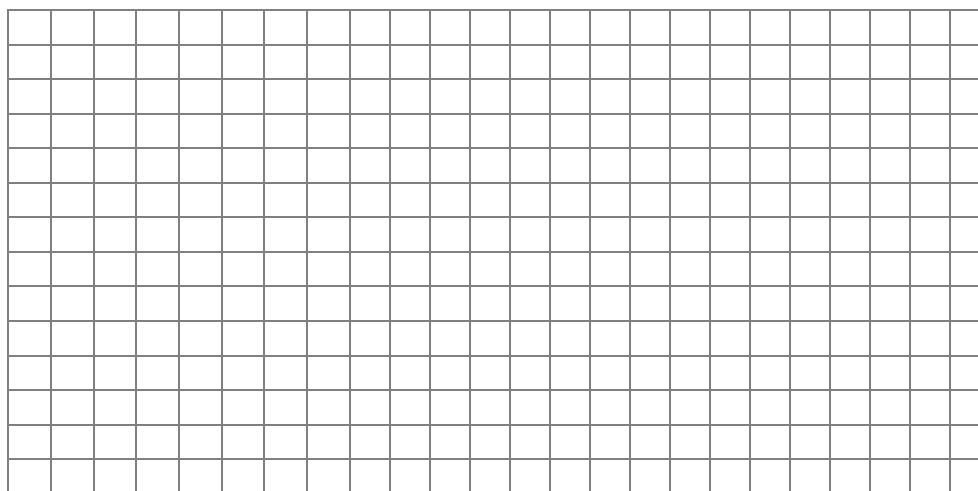
\_\_\_ Vai fazer muito sol nos próximos dias.

\_\_\_ A temperatura mínima nesta altura do ano está sempre entre os 14°C e os 15°C.

2.3 A partir do gráfico anterior, completa a tabela que se segue registando as temperaturas mínimas que estão previstas para Alcanena.

Temperaturas	4ª feira	5ª feira	6ª feira	Sábado	Domingo
Mínima					15°C
Máxima	27°C	26°C	25°C	25°C	23°C

3. Tendo em conta a tabela anterior, constrói um gráfico de linhas, com as temperaturas **máximas** previstas para os próximos 5 dias, na vila de Alcanena.



Elabora uma questão que possa ser respondida pelo gráfico.



1.4 Observa a tabela e indica: a) o teu peso? \_\_\_\_\_  
 b) o peso da tua mochila? \_\_\_\_\_

	Peso	Peso da Mochila
AndréV	39	4
AndréC	45	6,8
Artur	45	4,1
Barbara	40	5,5
Bianco	37	5,1
Bruno	35	7
CarolinaC	38	4,4
CarolinaS	43	4,9
Catarina	34	3,3
Cátia	36	3,8
Diogo	39	5,2
Duarte	50	4,5
Filipe	39	6,6
Hugo Gomes	45	4,9
Hugo Branco	63	4,3
Ilda	42	4,6
Jéssica	46	4,7
Carlos	30	5,9
Patricia	36	4,3
Thijs	36	7

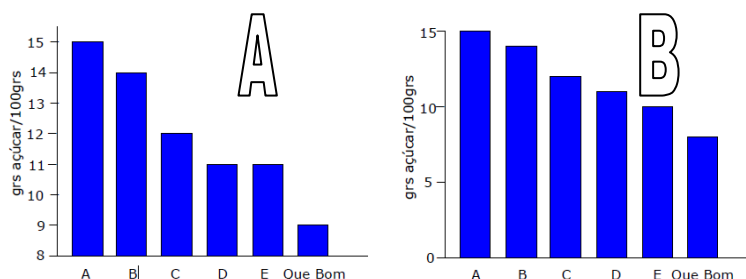
1.5 Calcula o peso máximo que a tua mochila deve ter.

1.6 Que conclusões podes tirar sobre o peso da tua mochila? Escreve um pequeno texto com as conclusões mais importantes deste trabalho.

1.7 Achas que seria interessante realizar este estudo noutras turmas da escola? Justifica.

### Tarefa 3.2: Gráficos e mais gráficos!

1. Uma empresa faz publicidade aos seus cereais da marca “Que Bom”, indicando que têm  **muito** menos açúcar do que os outros. Para ilustrar essa ideia construíram um gráfico onde comparam a quantidade de açúcar, em grs, que existe em cada 100 grs de cereais de cada uma das marcas A, B, C, D, E e “Que Bom”. No entanto, a defesa do consumidor fez o mesmo estudo mas construiu um gráfico diferente, apesar de ter os mesmos dados. Observa os gráficos e responde.



1.1 Qual foi o gráfico (A ou B) que pensas ter sido apresentado pela empresa? \_\_\_\_\_ Justifica.

1.2 Observando os gráficos, indica o que causa estas diferenças.

## Tarefa 4: Média e outras medidas...

---



### Ovos de chocolate

Três amigas receberam ovos de chocolate iguais. A Mariana recebeu 2, a Joana 4 e a Emanuela 12, mas decidiram que todas elas deveriam arranjar uma maneira de equilibrar o número de ovos para que cada uma ficasse com o mesmo número.

1.1 Como pensas que procederam? Regista essa estratégia.

**Conclusão:** A média é o número que \_\_\_\_\_.



Cristiano Ronaldo foi este ano o melhor marcador da Liga Espanhola.

Nos últimos  jogos fez uma média de  golos por jogo.

2. A Mariana é fã do Cristiano Ronaldo! Ao ler a notícia ao lado, reparou que uma parte da informação tinha desaparecido, faltando o número de jogos e a média de golos desses jogos. Ajuda-a, fazendo os cálculos necessários e reescreve a notícia com toda a informação.

3. A Mariana e as suas irmãs discutiam entre si a melhor forma de convencer os pais a aumentarem as suas mesadas. A Gabriela anda no 12º ano e recebe 200 euros. Ela e a irmã gémea, andam no 5º ano e recebem 20 euros cada uma. Observa a tabela com os valores da mesada.



### Valores da mesada

(em euros)

20

200

20

3.1 Calcula a média dos valores da mesada das três irmãs.

3.2 Qual é a diferença entre a mesada maior e a menor (amplitude)?

3.3 Indica a moda do valor das mesadas.

3.4 O pai disse que não concordava com o aumento das mesadas pois dava em média 80 euros de mesada a cada filha. As irmãs gémeas não concordaram. Será que consegues justificar a posição das gémeas?

## Tarefa 5: Guião do Projeto “Separação de resíduos”!

A preocupação e o cuidado com o ambiente são assuntos que não podemos ignorar.

Na nossa escola continuamos a ter problemas na separação correta dos resíduos. Mas, para melhor sabermos atuar é importante analisar este problema pelas diferentes turmas.

O questionário preenchido permitiu a recolha de dados relativamente aos hábitos e atitudes relacionadas com o ambiente. Agora, em grupo, vão organizá-los e tratá-los.

**Elementos do grupo:** \_\_\_\_\_

**Questões a investigar**

a. **Questão A:** \_\_\_\_\_

b. **Questão B:** \_\_\_\_\_



### Desenvolvimento da atividade

Para cada um dos problemas a estudar (A e B) devem seguir as etapas que se seguem.

#### Etapa 1- Construção da tabela de frequências

Comecem por organizar os dados construindo uma tabela de frequências.

	Contagem	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	%

A **Frequência absoluta** é o número de vezes que cada categoria se verifica no conjunto dos dados recolhidos.

A **Frequência relativa** com que uma categoria se verifica é igual à sua frequência absoluta a dividir pelo número de dados recolhidos.

#### Etapa 2- Construção do gráfico

Os gráficos são uma forma de representar a informação que torna mais fácil e rápida a leitura dos dados e a sua comparação.

Escolham o gráfico que, para vós, mostre da melhor forma as informações obtidas e usem uma **folha de papel quadriculada** para o construírem.

**Num gráfico de barras devem ter em atenção:**

- o título
- a largura das barras
- a distância entre as barras
- a escala
- a legenda dos eixos



#### Etapa 3- Análise dos dados e conclusões

Elaborem um texto tendo com as principais conclusões deste trabalho para cada um dos problemas em estudo. Nesse texto, devem ainda indicar:

- Nº de alunos inquiridos;
- A resposta mais frequente;
- A resposta menos frequente;
- A moda, se existir;
- A média, se for possível calculá-la;
- Sugestões para aquela turma.

#### Etapa 4- Elaboração de um cartaz

No cartaz deve estar:

1. O problema em estudo;
2. A tabela de frequências;
3. O gráfico;
4. A análise dos dados e as conclusões.

Para isso, usa o programa Word para os textos e o Excel para as tabelas e gráficos.



**Anexo 2**

Pedido de autorização aos pais e encarregados de educação  
e requerimento para a direção da escola

---

## Pedido de autorização aos pais e encarregados de educação

### Agrupamento de Escolas de

Escola

---

**Exmo(a). Sr(a).**

### Encarregado de Educação:

No mundo globalizado e complexo em que vivemos somos constantemente confrontados com informação estatística, muitas vezes, confusa, ambígua ou mesmo falsa. É portanto essencial a qualquer cidadão ter conhecimentos que lhe permitam gerir a informação, tomar decisões de forma crítica e informada e compreender o mundo que o rodeia (NCTM, 1991).

O desenvolvimento da Estatística e a necessidade crescente desses conhecimentos conduziram a uma preocupação acrescida com a literacia estatística (Martins & Ponte, 2010, p.7)

É neste contexto que surge a investigação que estou a realizar no âmbito do mestrado em Educação e Tecnologias em Matemática. Mais concretamente, pretendo analisar as estratégias e as dificuldades, dos alunos do 5º ano de escolaridade, relativamente à *Organização e Tratamento de Dados*, tendo selecionado a turma A para desenvolver este estudo. O trabalho a realizar está integrado no Currículo para este ano de escolaridade e dentro das recomendações mais recentes quanto ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Para concretizar este projeto será necessário proceder à gravação áudio e vídeo das aulas, bem como fotocopiar, para posterior análise, os trabalhos dos alunos realizados neste âmbito; também poderão ser feitas entrevistas gravadas a alguns alunos.

Assim, e tendo em conta que é garantido o anonimato dos alunos, seguindo todas as normas deontológicas da investigação em educação, torna-se importante ter o seu acordo na participação do seu educando neste projeto. De igual forma, me coloco à sua inteira disposição, para qualquer esclarecimento que deseje.

Agradecendo a sua colaboração, solicito que assine a declaração em abaixo e que a destaque para que o seu educando ma possa devolver.

, 02 de maio de 2011

Atenciosamente,

A professora,  
Iolanda Vieira

✂-----

Eu, \_\_\_\_\_, encarregado de educação do aluno \_\_\_\_\_ nº \_\_\_\_ do 5º \_\_\_\_, autorizo/não autorizo (riscar o que não interessa) que o meu educando participe no projeto desenvolvido pela professora Iolanda Vieira, bem como a gravação áudio e vídeo das aulas de Matemática, durante o período em que decorre a investigação.

Assinado: \_\_\_\_\_ Data: \_\_/\_\_/\_\_



## Requerimento à direção da escola

### AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE

Escola

---

Exmo. Sr.

Diretor do Agrupamento de Escolas de

No âmbito de um trabalho de Mestrado subordinado ao tema *Organização e Tratamento de Dados – estudo de caso no 5º ano de escolaridade*, pretendia recolher dados numa turma do 5º ano (turma ) com o objetivo de analisar o trabalho dos alunos em catividades que envolvam o tópico Representação e Interpretação de Dados.

As atividades desenvolvidas estarão de acordo com os temas definidos no programa, não afetando por isso a planificação já efetuada. Será durante a sua realização que se procederá a recolha de dados, recorrendo para isso a registos áudio e vídeo. Serão também realizadas entrevistas a alguns alunos, de acordo com a sua disponibilidade.

O anonimato dos alunos será sempre garantido, seguindo todas as normas deontológicas da investigação em educação, tendo os seus Encarregados de Educação sido previamente informados do contexto e dos objetivos do estudo.

Assim, venho por este meio pedir a Vossa Excelência a autorização para a recolha de dados na turma referida, tendo já sido pedida a autorização aos Encarregados de Educação dos alunos envolvidos.

Manifestando desde já a minha disponibilidade para esclarecer possíveis dúvidas relacionadas com a aplicação do estudo, aguardo o vosso parecer.

, 26 de abril de 2011

---

Iolanda Vieira

DEFERIDO/ INDEFERIDO

---

**Anexo 3**

Tarefa inicial

---

## Tarefa inicial

- 1.** A tabela mostra o número de raparigas e de rapazes que estão no campo de férias, de acordo com a sua idade.

	Idade		
	dos 6 aos 10 anos	dos 11 aos 13 anos	dos 14 aos 16 anos
Raparigas	39	66	36
Rapazes	47	84	25

- 1.1** Quantos rapazes, dos 11 aos 13 anos, estão no campo de férias?
- 1.2** Qual é o número total de raparigas e rapazes, dos 6 aos 10 anos, que estão no campo de férias?
- 1.3** Ao observar os dados da tabela o Pedro indicou: Os rapazes gostam mais de ir ao campo de férias do que as raparigas. Concordas com a afirmação? Justifica.
- 1.4** Qual é o gráfico que representa o número de raparigas que estão no campo de férias?

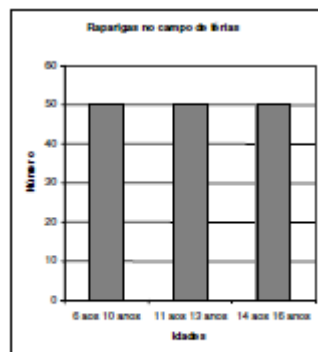


Gráfico A

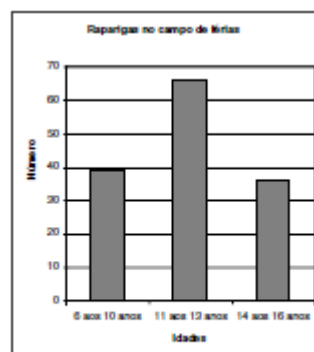


Gráfico B

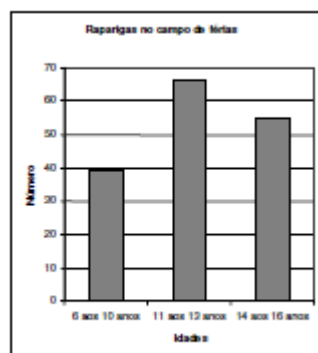


Gráfico C

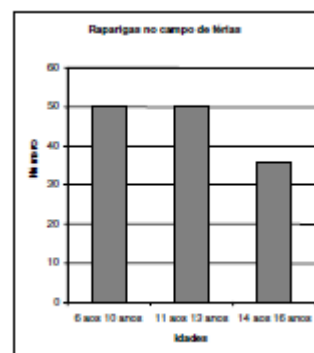


Gráfico D

PA2009 (adaptado)

**2.** A Joana vai fazer anos durante o período de tempo em que está no campo de férias e vai fazer uma festinha com alguns amigos. Para preparar o lanche a mãe pediu-lhe que recolhesse, junto dos colegas, o tipo de sandes que cada um queria.

A Joana escreveu o seguinte:

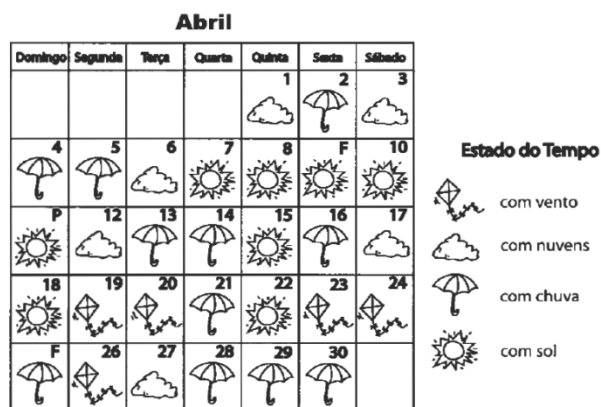
A Margarida prefere a sua sandes com manteiga e geleia e o Carlos quer uma só com geleia, assim como o Ivo, o Pedro, a Ana e a Isabel. No entanto, a Carla e o David escolheram-nas apenas com queijo.

Ao ver o que a Joana escreveu, a mãe exclamou: Mas que grande confusão!

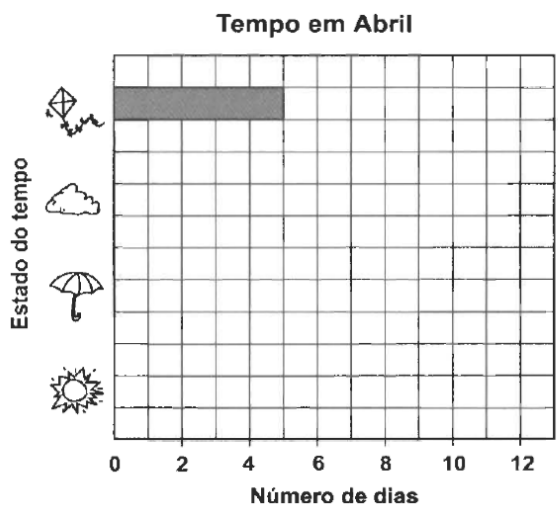
Como é que tu apresentavas estes dados para que a mãe percebesse facilmente as sandes que tinha de preparar?

*Adaptada de Mp5*

**3.** O calendário mostra o tempo que se verificou no mês de Abril quando decorreu o acampamento.



**3.1** Completa o gráfico seguinte, de modo que este represente a informação do calendário.



**3.2** A Joana fez as três afirmações seguintes. Assinala, com **X**, a(s) afirmação(ões) da Joana que podes verificar a partir dos dados do gráfico.

- Metade dos dias, do mês de Abril, têm o estado do tempo com chuva.
- Houve trovoada em dois dias do mês de Abril.
- Normalmente, em Abril há menos dias com nuvens do que dias com vento.

**3.3** Na semana de 18 a 24 os monitores do campo de férias planearam ir um dia à praia. Tinham os seguintes dias ocupados:

- No domingo, tinham uma visita ao museu;
- No sábado, tinham um jogo de futebol.

Como não queriam ir num dia de chuva, indica um dia dessa semana em que poderão ir à praia.

Explica por que razão o escolheste, acrescentando à tua explicação uma descrição do estado do tempo.

PA2004 (adaptada)

**Anexo 4**

Guiões da primeira entrevista

---

## Guião da primeira entrevista à Mariana

- Estamos aqui para falar sobre a tarefa que fizemos na última aula. Estás recordada?
- Como pensaste para responder à questão 1.3?
- Na questão 1.4 escolheste o Gráfico B. Porquê?
- Na questão 2 indicas que a mãe deve fazer 10 sandes. Como chegaste a essa resposta?
- A questão pedia uma forma para apresentar os dados. Era essa a forma que utilizavas? Se a utilizasses, achas que a mãe ia perceber o tipo de sandes que tinha de preparar? Consegues pensar em mais alguma forma para apresentar os dados?
- Na questão 3.1 tinhas de completar um gráfico. Como pensaste para o fazer?
- Explica a forma como pensaste para responder à questão 3.2.
- Na questão 3.3 indicas a 5ª feira como o dia em que poderão ir à praia. Como chegaste a essa resposta?

## Guião da primeira entrevista ao Dinis

- Estamos aqui para falar sobre a tarefa que fizemos na última aula. Estás recordado?
- Como pensaste para responder à questão 1.3?
- Na questão 1.4 escolheste o Gráfico B. Porquê?
- Na questão 2 pedia-se para arranjar uma maneira para apresentar os dados à mãe sobre o tipo de sandes. Qual foi a tua estratégia?
- A questão pedia uma forma para apresentar os dados. Era essa a forma que utilizavas? Se a utilizasses, achas que a mãe ia perceber o tipo de sandes que tinha de preparar? Consegues pensar em mais alguma forma para apresentar os dados?
- Na questão 3.1 tinhas de completar um gráfico. Como pensaste para o fazer?
- Explica a forma como pensaste para responder à questão 3.2.
- Na questão 3.3 indicas a 5ª feira como o dia em que poderão ir à praia. Como chegaste a essa resposta?

**Anexo 5**

Guiões da segunda entrevista

---

## Guião da segunda entrevista à Mariana

### Tarefa 1

- Lembras-te da tarefa dos gelados? Consegues resumir as etapas que esse estudo teve?
- Indicaste, na questão 3.2, que os resultados do estudo que fizemos iam ser parecido. Porquê?
- Já na questão seguinte, indicaste que os resultados não seriam os mesmos caso as questões tivessem sido feitas a 20 crianças. Porquê?
- Na questão final, pedia-te para indicares se a amostra era ou não representativa, no caso de utilizarmos como amostra uma turma que pratica futebol, para saber se os alunos da escola gostam do futebol. Como pensaste para dar responder?

### Tarefa 2

- Olhando aqui para as tuas opções, na questão 2.2, explica como pensaste.

### Tarefa 3

- Explica-me como pensaste para encontrar as respostas à questão 1.5.
- Olhando para a tua resposta à questão 1.1 da tarefa Gráficos e mais gráficos, explica-me como pensaste.

### Tarefa 4

- Ainda te lembras como reescreveste a notícia da questão 2? O que fizeste? Porquê?
- Na questão 3.4 justificas a posição das gémeas dizendo que as gémeas e a irmã mais velha estão longe da média. Porquê?

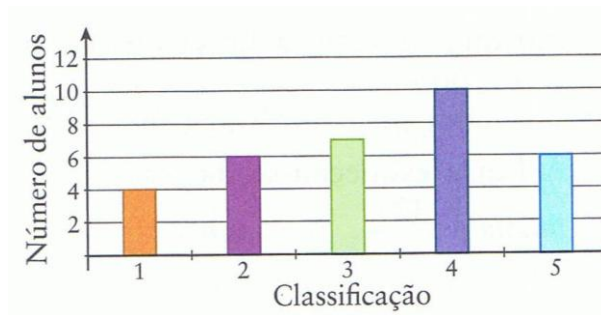
### Tarefa 5

- Quando apresentaram os trabalhos, o grupo da Mafalda apresentou este gráfico sobre o número de vezes que os alunos de uma turma iam ao ecoponto. Sabes indicar-me qual é a moda?





- Olhando para o gráfico seguinte com as classificações dos alunos do 6<sup>o</sup> ano da turma da Inês, sabes indicar-me qual é a moda das notas dessa turma? Porquê?



## Guião da segunda entrevista ao Dinis

### Tarefa 1

- Lembras-te da tarefa dos gelados? Consegues resumir as etapas que esse estudo teve?
- Indicaste, na questão 3.2, que os resultados do estudo que fizemos iam ser parecido. Porquê?
- Já na questão seguinte, indicaste que os resultados não seriam os mesmos caso as questões tivessem sido feitas a 20 crianças. Porquê?
- Na questão final, pedia-te para indicares se a amostra era ou não representativa, no caso de utilizarmos como amostra uma turma que pratica futebol, para saber se os alunos da escola gostam do futebol. Dizes que a amostra é representativa. Porquê? Como pensaste? Também dizes que podes tirar conclusões. Porquê?

### Tarefa 2

- Olhando aqui para as tuas opções, na questão 2.2, explica como pensaste.

### Tarefa 3

- Explica-me como pensaste para encontrar as respostas à questão 1.7.
- Olhando para a tua resposta à questão 1.1 da tarefa Gráficos e mais gráficos, explica-me como pensaste.

### Tarefa 4

- Ainda te lembras como reescreveste a notícia da questão 2? O que fizeste? Porquê?
- Na questão 3.4 justificas a posição das gémeas dizendo que as gémeas e a irmã mais velha estão longe da média. Porquê?

### Tarefa 5

- Quando apresentaram os trabalhos, o grupo da Mafalda apresentou este gráfico sobre o número de vezes que os alunos de uma turma iam ao ecoponto. Sabes indicar-me qual é a moda?



- Olhando para o gráfico seguinte com as classificações dos alunos do 6º ano da turma da Inês, sabes indicar-me qual é a moda das notas dessa turma? Porquê?

