UNIVERSIDADE DO ALGARVE

**Faculdade de Ciências e Tecnologia**

# *De Aluno a Professor de Matemática: um percurso baseado na Prática de Ensino Supervisionada*

**César Manuel Rodrigues Martins**

Relatório da Prática de Ensino Supervisionada no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário

2012

# UNIVERSIDADE DO ALGARVE

**Faculdade de Ciências e Tecnologia**


# *De Aluno a Professor de Matemática: um percurso baseado na Prática de Ensino Supervisionada*


**César Manuel Rodrigues Martins**


Relatório da Prática de Ensino Supervisionada no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário

Trabalho efetuado sob a orientação de: Professora Doutora Susana Fernandes

2012

*De Aluno a Professor de Matemática: um percurso baseado na Prática de Ensino Supervisionada*

Declaração de autoria de trabalho:

Declaro ser o autor deste trabalho, que é original e inédito. Autores e trabalhos consultados estão devidamente citados no texto e constam da listagem de referências incluída.

# Agradecimentos

À Universidade do Algarve, por me ter possibilitado efetuar o Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário.

À Professora Doutora Susana Fernandes, pelo rigor e espírito crítico. A sua orientação, com sugestões construtivas foram muito importantes na minha evolução.

À Professora Dra. Teresa Matias, pela sua simpatia e amizade. O modo como me recebeu e acompanhou ao longo do período, pondo sempre a sua experiência à minha disposição, foi determinante.

À Professora Dra. Inês Nicau, pela sua disponibilidade. As suas dicas, aliadas à sua experiência, foram muito importantes para mim.

À minha colega de estágio, Mónica Pinto, pelas ideias partilhadas, pelas análises críticas. Foi muito enriquecedor.

Aos alunos, pela sua colaboração e empenho. Sem eles, nada disto fazia sentido.

À minha família e aos meus amigos por sempre me apoiarem neste projeto.

# Resumo

Elaborado no âmbito do Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, este relatório refere-se à Prática de Ensino Supervisionada, iniciada em setembro de 2011. Este relatório pretende dar a conhecer o meu percurso de formação seguido, como também a minha evolução profissional.

O ano letivo foi dividido em três períodos. Os dois primeiros períodos corresponderam à prática de ensino, no Ensino Secundário (11.º ano) e no 3.º ciclo do Ensino Básico (9.º ano), respetivamente. Em ambos os períodos foram assistidas as aulas de duas turmas e foram lecionadas, cinco aulas, a uma das turmas de cada ciclo. No terceiro período desenrolou-se o ciclo de seminários. Cada aluno deu dois seminários sobre unidades curriculares não lecionadas, tendo como base uma planificação geral dessas unidades.

Primeiramente abordam-se os resultados do estudo PISA 2009. Em seguida fala-se nas expectativas iniciais a este ano letivo. Serão descritas as aulas e o modo de condução das aulas, tendo como base as planificações. Assim como as atividades extracurriculares. O sentido reflexivo estará sempre presente, sendo que serão feitas reflexões finais, à prática de ensino e aos aspetos importantes decorrentes da prática letiva. Serão descritos os seminários, destacando-se os pontos chave que os nortearam. Por fim, nas considerações finais, é feito um balanço final à minha evolução enquanto professor, como também serão descritas as minhas expectativas em relação ao futuro.

Palavras chave: Expectativas; Matemática; Prática de Ensino; Alunos; Reflexão.

# Abstract

This report is the concluding task of the course "Supervised Teaching Practice" of the Master degree in Teaching Mathematics in the 3rd cycle of Basic Education and in the Secondary Education. It refers to my pre-service teaching work which began in September 2011. It is intended to present my evolution both academic and professional.

The school year has three terms. The traineeship was divided into these three periods. The pre-service teaching in the 11th grade of secondary school (high school) and in the 9th grade of the 3rd cycle of basic education (junior high school) occurred in the first two periods, respectively. Classes of two student groups were attended in each period and I taught five lessons to one of the classes. The third period unfolded a series of seminars. Each student presented two seminars focused on an overall planning of units of subjects which he/she did not teach.

I start by discussing the results of PISA 2009 and proceed describing my initial expectations for the school term. The lessons taught are described, mentioning their planning and focusing on the alignment chosen. The document also refers to the extracurricular activities in which I worked. A reflexive approach is always present in the text, and some final reflections on my pre-service teaching practice and on some important points arising from it, are clarified. A description of the seminars is presented, highlighting the key issues that guided them. Finally, in closing remarks, I present an assessment on my evolution as a teacher, and I also mention my expectations for the future.

Keywords: Expectations; Mathematics; Teaching Practice; Students; Reflection.

*Num mundo em constante e rápida mudança, a necessidade de compreender e usar a matemática é indiscutível. Quer na vida quotidiana, no local de trabalho, como herança cultural ou no desenvolvimento científico e tecnológico das pessoas. A educação matemática assume um papel importante nas oportunidades e opções que as pessoas têm, na construção dos seus futuros* (NCTM, 2008).

# Índice

## Índice de Tabelas

## Índice de Figuras



## Índice de Gráficos

# 1. Introdução

De uma forma geral, a prática pedagógica desenvolve-se em atividades que vão desde a observação em contexto de sala de aula até à responsabilização pela docência, sendo os alunos da formação inicial, acompanhados, de forma supervisionada, pelo professor cooperante (professor titular da turma) e/ou pelo orientador (professor da instituição de formação).

Inserida no Mestrado em Ensino de Matemática no 3.º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário, a Prática de Ensino Supervisionada (PES), é uma disciplina que permite desenvolver os primeiros contatos com o quotidiano escolar, alunos e professores cooperantes/orientadores, sob o ponto de vista da prática pedagógica. Durante a prática de ensino são diversas as situações que podem acontecer. É portanto, um ano de grandes mudanças.

Sendo um período de grandes experiências e expectativas, a PES possibilita aprendizagens intensas. É com base nas experiências vividas, nas aprendizagens adquiridas e de acordo com o meu perfil, que me proponho relatar neste documento, todo o trabalho desenvolvido ao longo do ano letivo, assim como a minha evolução enquanto professor.

A descrição das situações ocorridas e de todo o trabalho desenvolvido é fundamental para um documento desta natureza. Mas, também importante, é o espírito reflexivo incutido ao longo do texto. Espero que este documento possa servir a professores, como também ser fonte de inspiração a futuros professores.

Para além do texto, que está organizado em capítulos e alguns destes em secções, este trabalho inclui um suporte digital (CD interativo), para o documento em formato papel, contendo os anexos (planificações das aulas, enunciados dos testes de avaliação, diapositivos dos seminários e os ficheiros com as construções em *GeoGebra*).

## 2. Resultados do estudo PISA 2009

Neste capítulo, pretende-se fazer uma leitura aos resultados do estudo PISA 2009, por forma a perceber em que nível estão os nossos alunos, em relação à literacia matemática e às competências matemáticas.

O estudo PISA (Programme for International Student Assessment) foi lançado pela OCDE, em 1997. Este programa visa avaliar a capacidade dos jovens de 15 anos no uso dos seus conhecimentos e destrezas, de forma a enfrentarem os desafios da vida real, em vez de simplesmente avaliar o domínio que detêm sobre os conteúdos do seu currículo escolar específico. Procura-se monitorizar, de forma regular, em ciclos de três anos, os resultados dos sistemas educativos em termos do desempenho dos alunos de cada país participante. É feita a avaliação das competências dos alunos em literacia de leitura, literacia matemática e literacia científica. A par desta informação, o PISA recolhe ainda dados sobre a escola e o contexto dos alunos em casa, as suas estratégias de aprendizagem, ambientes de aprendizagem e sua familiaridade com computadores (Serrão, Ferreira & Sousa, 2010).

A literacia matemática, objeto de análise deste capítulo, corresponde à *capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo real, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática de problemas da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo* (OCDE, citado em Serrão, Ferreira & Sousa, 2010, p.6). Assim, a avaliação da literacia matemática prende-se principalmente com o uso abrangente e funcional da matemática, com a capacidade de reconhecer e de formular problemas matemáticos em várias situações (Serrão, Ferreira & Sousa, 2010).

Os domínios de avaliação da literacia matemática envolvem, segundo Serrão (2011, p.12):

- *Conteúdos matemáticos: definidos em torno de quatro categorias (quantidade, espaço e forma, mudanças e relações, indeterminação).*
- *Processos matemáticos: definidos por meio de competências matemáticas gerais, que incluem a utilização de capacidades em linguagem matemática, modelação e resolução de problemas.*
- *Situações: definidas em termos da utilização da matemática, com base no seu distanciamento dos estudantes.*

No estudo PISA 2009 participaram 65 países, dos quais 33 pertencentes à OCDE. Estiveram envolvidos 6 298 alunos portugueses, com 15 anos de idade, desde o 7.º ao 11.º ano de escolaridade, afetos a 214 escolas. Em cada escola foram selecionados aleatoriamente 40 alunos, sendo o processo de constituição da amostra integralmente conduzido e controlado pela OCDE (Serrão, 2011).

Portugal é o quarto país que mais progride, entre os ciclos de 2003 e 2009, passando de pontuações de 466 para 487. *Diminui 7,5 pontos a percentagem de alunos com desempenhos de nível 1 e inferior a 1 e aumenta 8,4 pontos a percentagem de alunos com desempenhos de nível 3, 4, 5 e 6* (Serrão, Ferreira & Sousa, 2010, p.12).

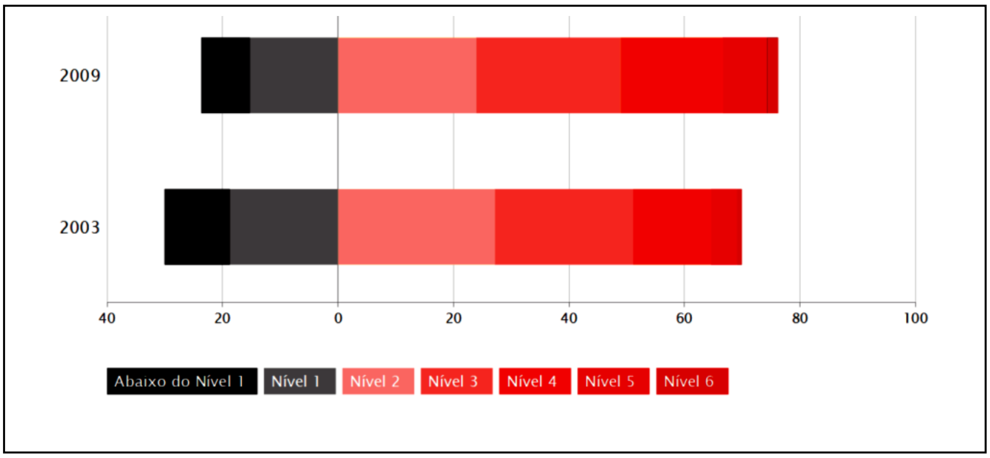



Gráfico 2.1 Percentagens por níveis de desempenho - PISA 2003 a 2009

Numa outra leitura, Lagarto (2011) refere que em 2009, 48,9% dos alunos portugueses (46,2% da OCDE) atingiram os níveis 2 e 3 de desempenho.

Segundo a SPM (2010), Portugal ocupa presentemente a 27.ª posição, entre os 34 países da OCDE estudados. A subida de 466 para 487 pontos permite ao país passar de nível 2 (420-481) para nível 3 (482-544), de um total de seis níveis, encontrando-se na companhia da grande maioria dos outros países europeus. No entanto, situa-se ainda abaixo da média dos países da OCDE. Aliás, esta subida deveu-se essencialmente aos progressos feitos pelos alunos mais fracos. Nos outros níveis assiste-se a uma distribuição agora um pouco mais regular, mas ainda com muito poucos alunos com um nível de desempenho elevado.

É de referir ainda, que, entre 2000 e 2009, assistiu-se a uma redução da percentagem de alunos de 15 anos a frequentar os 7.º, 8.º e 9.º anos de escolaridade. Por outro lado, *registou-se, no mesmo intervalo de tempo, um aumento da percentagem de alunos com 15 anos no 10.º ano, que passa de 52,6% para 60,4%* (Serrão, Ferreira & Sousa, 2010, p.13).

Conclui-se que houve uma melhoria no desempenho a matemática, dos alunos portugueses, em 2009 (Lagarto, 2011). Esta melhoria fica a dever-se, segundo a SPM (2010), em grande parte ao trabalho dedicado e sério dos professores, a uma maior atenção por parte das famílias e da sociedade em geral para a importância da Matemática. A SPM (2010) refere ainda que, a introdução de exames nacionais foi decisiva na melhor adequação dos alunos a estas provas e, como tal, resultando numa melhor prestação.

Muito embora dado o progresso verificado, a SPM (2010, p.2) *recomenda prudência na análise destes resultados*, já que o nível atingido ainda não é satisfatório. Aliás, os melhores resultados são obtidos em tarefas que envolvam problemas com estratégias simples de resolução, com representações familiares e procedimentos sequenciais ou familiares, e não em tarefas que envolvam a matematização de situações complexas (níveis 5 e 6) (Lagarto, 2011). Por fim, a SPM (2010) refere que as provas PISA são testes de conhecimentos e capacidades muito básicas, sendo necessário perceber exatamente a evolução que foi feita.

Sendo o estudo PISA 2009 um bom indicador acerca das competências matemáticas dos nossos alunos, as conclusões daí retiradas não deverão ser generalizadas para qualquer situação. É importante conhecer o contexto escolar e social de onde os alunos são provenientes. Poderá haver turmas bastante diferentes, em termos de competências matemáticas, entre escolas ou até numa mesma escola. No que se segue, isto será tido em consideração.

# 3. Antes da Prática de Ensino: as expectativas iniciais

Ao iniciar-se um novo projeto, é normal termos expectativas em relação a este. Estas expectativas dependem em muito da informação que temos acerca do novo desafio. A prática de ensino que estava prestes a começar era encarada como um novo desafio na minha vida, pois agora em vez de estar sentado numa mesa, como aluno, assumia o papel de professor. Este novo desafio não era exceção a expectativas.

Durante o primeiro ano do Mestrado, tive a oportunidade de ter conversas informais com ex-colegas do curso de Matemática. Todos estes ex-colegas já tinham passado pelo processo de estágio, e em muitas ocasiões surgiam as seguintes expressões: «Vais para estágio? Espero que tenhas muita sorte» ou «Espero que te corra tudo bem». Portanto, frases típicas de quem desejava que tudo corresse bem. No entanto, nas conversas tidas, verifiquei algum teor de pessimismo, denotando talvez experiências não tão bem conseguidas.

Obviamente que o fator sorte (ter professores cooperantes e alunos, que de fato cooperem) é importante nestas coisas, mas o mais importante é a vontade com que se abraça o novo desafio. Pois bem, eu sentia que estar bem preparado (cientificamente) era imprescindível para que tudo corresse bem. No entanto, poderia ser pouco. Aliás, da minha experiência enquanto aluno sabia que para ser bem sucedido, teria que me adaptar às novas condições, e principalmente aos alunos.

Sabia que a aparecerem dificuldades, situações menos confortáveis para o professor, teria que as superar. Como tal, mentalizei-me que tudo iria correr bem. Sempre com grande espírito de confiança e determinação. A meu ver, estes dois elementos (a confiança e a determinação) são fulcrais na iniciação a um novo desafio. O sentido de responsabilidade também estava presente. No entanto, existia um certo nervosismo. Por duas razões: alguma ansiedade para que começasse a assumir o papel de professor e algum receio de "falhar". Embora reconheça que o erro faz parte do processo de aprendizagem, e em particular da fase introdutória à prática de ensino, a acontecer, queria que este estivesse relacionado com a minha falta de experiência.

Também devo salientar a boa preparação obtida no primeiro ano de Mestrado. Todas as disciplinas foram importantes, quer a nível pedagógico como a nível didático, como também as indicações dadas pelos professores, decorrentes das suas experiências. Estas permitiram-me encarar o que aí vinha no segundo ano de Mestrado, com uma maior segurança.

# 4. A Prática de Ensino Supervisionada: um enquadramento

A unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada (PES) decorreu ao longo do segundo ano letivo do Mestrado. Para tal, o ano escolar foi dividido em três períodos, correspondentes aos períodos escolares do Ensino Básico e Ensino Secundário.

O primeiro período foi dedicado a turmas do Ensino Secundário, sendo a professora Teresa Matias a professora cooperante. O segundo período a turmas do Ensino Básico, onde a professora cooperante foi a professora Inês Nicau. No terceiro período decorreu o ciclo de seminários.

Para qualquer um dos ciclos de ensino (Básico ou Secundário), tinha-se como princípio, assistir às aulas de duas turmas do professor cooperante, e se possível correspondentes a dois níveis de ensino diferentes. Para cada ciclo estava previsto lecionar-se entre 8 a 10 tempos letivos (45 minutos cada). Algumas destas aulas lecionadas foram assistidas pela professora orientadora.

Para os dois ciclos de ensino estava previsto um número mínimo de 24 horas relacionadas com outras atividades da vida quotidiana da escola (atividades extracurriculares).

Os seminários foram dados pelos alunos do Mestrado, tendo cada um dos alunos apresentado dois seminários.

# 5. A Prática de Ensino no Ensino Secundário

A prática de ensino, no Ensino Secundário, decorreu no 1.º período do ano letivo. Dado que a professora cooperante nos recebeu (núcleo de estágio) de forma bastante simpática, o processo foi facilmente contextualizado.

Logo de início falou-se nos princípios orientadores da PES e dos objetivos desta. Também do nosso percurso académico e profissional, estabelecendo-se assim uma metodologia de ensino para esta primeira fase de prática de ensino.

A professora cooperante tinha a cargo três turmas do 11.º ano, todas do curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologia. A disciplina de matemática lecionada é Matemática A.

Em seguida descrevem-se as orientações curriculares que norteiam o ensino da Matemática A para o Ensino Secundário, fazendo-se uma síntese das finalidades, dos objetivos e competências gerais, da avaliação e dos recursos para esta disciplina. Em particular para o 11.º ano de escolaridade, no que toca à planificação e orientações metodológicas, fazendo-se uma abordagem ao tema Geometria no Plano e no Espaço II. Este foi o tema trabalhado durante a PES no 1.º período deste ano letivo.

Fazem-se as caracterizações da escola e da turma a lecionar as aulas. Em seguida descreve-se a metodologia de ensino adotada neste 1.º período, onde são referidos também, as componentes da avaliação dos alunos e o manual adotado na escola. Depois, é feita uma descrição das aulas, olhando para as planificações, sempre com sentido reflexivo. Ainda nesta secção, fala-se dos testes de avaliação. Termina-se com um balanço final do período.

## 5.1. Orientações curriculares

O Ensino Secundário é atualmente parte integrante da escolaridade obrigatória. Neste ciclo de ensino, a disciplina de Matemática abarca diferentes modalidades, consoante o percurso de estudos dos alunos. Tem-se a Matemática Aplicada às Ciências Sociais, para os cursos Científico-Humanísticos de Ciências Sociais e Humanas. A Matemática B para os cursos Científico-Humanísticos de Artes Visuais e cursos Tecnológicos. E ainda a Matemática A para os cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas.

Como na PES se trabalhou com turmas do curso Científico-Humanístico de Ciências e Tecnologias, falar-se-á apenas da disciplina de Matemática A.

**Finalidades**

Sendo a Matemática uma das bases teóricas essenciais e necessárias para a educação do aluno, são apresentadas como finalidades desta disciplina no Ensino Secundário, as seguintes:

- *Desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e intervenção no real;*
- *Desenvolver as capacidades de formular e resolver problemas, de comunicar, assim como a memória, o rigor, o espírito crítico e a criatividade;*
- *Promover o aprofundamento de uma cultura científica, técnica e humanística que constitua suporte cognitivo e metodológico tanto para o prosseguimento de estudos como para a inserção na vida ativa;*

- *Contribuir para uma atitude positiva face à ciência;*
- *Promover a realização pessoal mediante o desenvolvimento de atitudes de autonomia e solidariedade;*
- *Contribuir para o desenvolvimento da existência de uma consciência crítica e interventiva em áreas como o ambiente, a saúde e a economia entre outras, formando para uma cidadania ativa e participativa.*

(DES, 2001, p.3)

**Objetivos e competências gerais**

São consideradas como características fundamentais do programa de Matemática A do Ensino Secundário: o desenvolvimento de atitudes, o desenvolvimento de capacidades e a aquisição de conhecimentos, por parte dos alunos. Como tal, apresentam-se os objetivos e competências gerais subdivididos em valores/atitudes, capacidades/aptidões e conhecimentos. Segundo DES (2001), são os seguintes:

| Valores/Atitudes | Capacidades/Aptidões | Conhecimentos |
|---|---|---|
| Desenvolver a confiança em si próprio<br><br>Desenvolver interesses culturais<br><br>Desenvolver hábitos de trabalho e persistência<br><br>Desenvolver o sentido de responsabilidade<br><br>Desenvolver o espírito de tolerância e de cooperação | Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real<br><br>Desenvolver o raciocínio e o pensamento científico<br><br>Desenvolver a capacidade de comunicar | Ampliar o conceito de número<br><br>Ampliar conhecimentos de Geometria no Plano e no Espaço<br><br>Iniciar o estudo da Análise Infinitesimal<br><br>Ampliar conhecimentos de Estatística e Probabilidades<br><br>Conhecer aspetos da História da Matemática |

Tabela 5.1 Quadro resumo dos objetivos e competências gerais para a Matemática A

**Avaliação**

De um modo geral, espera-se que a avaliação em Matemática não se restrinja apenas a avaliar o produto final, mas também todo o processo de aprendizagem em que o aluno está inserido. Desta forma pretende-se que o aluno seja um elemento ativo e reflexivo na sua aprendizagem (DES, 2001).

Os autores indicam que o professor não deve reduzir as suas formas de avaliação aos testes escritos, devendo diversificá-las. Como tal, deverá ser proposto ao aluno um conjunto de tarefas de extensão e estilo variáveis. Por exemplo, relatórios matemáticos, tendo como base atividades de caráter exploratório. A utilização dos testes em duas fases também é recomendada. As tarefas deverão ser, umas individuais e outras realizadas em grupo.

Em relação às tarefas realizadas em grupo (pares, grupo de 3 alunos ou mais), DES (2001), refere a sua importância na interação entre os alunos que estas desencadeiam. Esta interação entre alunos estimula a aparição de novos problemas, de novas ideias e de descobertas adicionais (formas diferentes de resolver problemas).

No entanto, a avaliação no Ensino Secundário é tendencialmente sumativa. Como tal, é recomendado que os testes escritos sejam diversificados na sua composição, por forma a prepararem os alunos para os momentos de avaliação a nível global. A introdução de questões de escolha múltipla, nos testes escritos, é um bom exemplo.

**Recursos**

Para o ensino da Matemática no Ensino Secundário pressupõe-se a possibilidade de uso de materiais e equipamentos diversificados: livros para consulta e manuais, fichas de trabalho, materiais de desenho para o quadro e para o trabalho individual, materiais para o estudo da geometria no espaço, meios audiovisuais (retroprojetor), calculadoras gráficas, computadores, softwares de matemática dinâmica (por exemplo o *GeoGebra*).

Cabe ao professor articular o uso destes materiais e equipamentos, consoante a sua disponibilidade.

**Planificação e orientações metodológicas**

Para o Ensino Secundário, a Matemática A aparece como uma disciplina trienal da componente de formação específica a que é atribuída uma carga horária semanal de 4h 30m dividida por aulas de 90 minutos.

O programa de Matemática A está organizado por grandes temas: Números e Geometria, incluindo vetores e trigonometria; Funções Reais e Análise Infinitesimal; Estatística e Probabilidades. O quadro seguinte resume os conteúdos trabalhados em cada ano de escolaridade (DES, 2001, p.9):

| 10.º ano | 11.º ano | 12.º ano |
|---|---|---|
| **Geometria no plano e no espaço I.**<br>▪ Resolução de problemas de geometria no plano e no espaço.<br>▪ Geometria analítica. O método cartesiano para estudar geometria no plano e no espaço.<br><br>**Funções e gráficos. Funções polinomiais. Função módulo.**<br>▪ Função, gráfico e representação gráfica.<br>▪ Estudo intuitivo de propriedades da:<br>– função quadrática;<br>– função módulo.<br>▪ Funções polinomiais (graus 3 e 4).<br>▪ Decomposição de polinómios em fatores. | **Geometria no plano e no espaço II.**<br>▪ Problemas envolvendo triângulos.<br>▪ Círculo trigonométrico e funções seno, cosseno e tangente.<br>▪ Produto escalar de dois vetores e aplicações.<br>▪ Interseção, paralelismo e perpendicularidade de retas e planos.<br>▪ Programação linear (breve introdução).<br><br>**Funções racionais e com radicais. Taxa de variação e derivada.**<br>▪ Problemas envolvendo funções ou taxa de variação.<br>▪ Propriedades das funções do tipo $f(x) = a + b/(cx + d)$.<br>▪ Aproximação experimental da noção de limite.<br>▪ Taxa de variação e derivadas em casos simples.<br>▪ Operações com funções. Composição e inversão de funções. | **Probabilidades e combinatória.**<br>▪ Introdução ao cálculo de probabilidades.<br>▪ Distribuição de frequências e distribuição de probabilidades.<br>▪ Análise combinatória.<br><br>**Funções exponenciais e logarítmicas. Limites e continuidade. Conceito de derivada e aplicações.**<br>▪ Teoria de limites.<br>▪ Cálculo diferencial.<br>▪ Problemas de otimização.<br><br>**Trigonometria e números complexos.**<br>▪ Funções seno, cosseno ; cálculo de derivadas.<br>▪ Introdução histórica dos números complexos. |

| | | |
|---|---|---|
| **Estatística.**<br>▪ Estatística - generalidades.<br>▪ Organização e interpretação de carateres estatísticos (qualitativos e quantitativos).<br>▪ Referência a distribuições bidimensionais (abordagem gráfica e intuitiva). | **Sucessões reais.**<br>▪ Definição e propriedades. Exemplos (o caso das progressões).<br>▪ Sucessão $(1+\frac{1}{n})^n$ e primeira definição de *e*.<br>▪ Limites: infinitamente grandes e infinitamente pequenos. Limites reais e convergência. | ▪ Complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica; operações e interpretação geométrica. |

Tabela 5.2 Quadro resumo do programa de Matemática A

Os temas matemáticos devem estar ligados a necessidades reais e fornecer instrumentos de compreensão do real com utilidade compreensível imediata. Cada assunto, embora desenvolvido mais detalhadamente dentro da lecionação de um tema, deve ser assunto interessante e útil na abordagem dos diversos temas. Torna-se indispensável que o professor, além de conhecer bem o programa de cada ano que vai lecionar, tenha um conhecimento global do programa do Ensino Secundário (para ter conhecimento das conexões estabelecidas entre os diversos temas), bem como uma perspetiva integradora dos programas dos ciclos do Ensino Básico (DES, 2001).

É de referir ainda que, assumem importância as técnicas específicas e/ou estratégias que os estudantes utilizam na sua atividade matemática independentemente do tema. Estas são denominadas por temas transversais, pois atravessam o programa de forma transversal. São elas: comunicação matemática; aplicações e modelação matemática; história da matemática; lógica e raciocínio matemático; resolução de problemas e atividades investigativas; tecnologia e matemática.

Agora fará sentido olhar em concreto para o 11.º ano. Para este ano de escolaridade, o programa de Matemática A apresenta uma planificação global para os temas trabalhados, segundo um número de aulas previstas para cada tema. A tabela seguinte descreve essa planificação (DES, 2002):

| Tema | Número de aulas previstas |
|---|---|
| Geometria no plano e no espaço II | 30 aulas de 90 minutos (10 semanas) |
| Introdução ao cálculo diferencial I<br>Funções racionais e com radicais<br>Taxa de variação e derivada | 30 aulas de 90 minutos (10 semanas) |
| Sucessões reais | 24 aulas de 90 minutos (8 semanas) |

Tabela 5.3 Planificação global do 11.º ano por temas

Dado que a Geometria no Plano e no Espaço II foi o tema trabalhado durante a PES no 1.º período deste ano letivo, apresentam-se os tópicos que este tema engloba (DES, 2002):

| |
|---|
| ▪Resolução de problemas que envolvam triângulos.<br>▪ Ângulo e arco generalizados:<br>- radiano; expressão geral das amplitudes dos ângulos com os mesmos lados, em graus e radianos.<br>▪ Funções seno, cosseno e tangente:<br>- definição; variação (estudo no círculo trigonométrico); comparação de senos e cossenos de dois números reais.<br>▪ Expressão geral das amplitudes dos ângulos com o mesmo seno, cosseno ou tangente. Equações trigonométricas elementares. |
| ▪Produto escalar de dois vetores no plano e no espaço:<br>- definição e propriedades; expressão do produto escalar nas coordenadas dos vetores em referencial ortonormado.<br>▪ Perpendicularidade de vetores e de retas; equação cartesiana do plano definido por um ponto e o vetor normal.<br>▪ Interseção de planos e interpretação geométrica:<br>- resolução de sistemas; equações cartesianas da reta no espaço.<br>▪ Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos (interpretação vetorial). |
| ▪Programação linear - breve introdução; domínios planos - interpretação geométrica de condições. |

Tabela 5.4 Tópicos do tema Geometria no Plano e no Espaço II

Na parte da trigonometria, o tempo deverá ser dedicado à compreensão dos conceitos e às aplicações ligadas a problemas reais, reduzindo-se a ênfase em exercícios de cálculo. A geometria, com a noção de produto escalar e suas aplicações, ligado à resolução de problemas, deve permitir ao aluno melhorar as suas capacidades de visualização e representação aumentando a sua intuição geométrica. Visto que muitos conceitos deste tema (como os vetores, a trigonometria e as funções trigonométricas) são importantes na disciplina de Física e Química, será vantajoso haver uma colaboração estreita entre os professores de Matemática e de Física e Química. Convém que a terminologia e resultados usados por ambos os professores, seja coerente para não confundir os alunos (DES, 2001).

Os pré-requisitos para este tema são: a trigonometria estudada no Ensino Básico e a geometria do 10.º ano.

## 5.2. Caracterização da escola

A escola onde decorreu a PES no 1.º período foi uma Escola Secundária em Faro.

A estrutura física do edifício é característica dos Liceus Nacionais da sua época, ao qual se junta um ginásio, um campo de ténis e uma pista de atletismo. Além das salas de aula existem os laboratórios de Biologia e Geologia, Física e Química, Fotografia e Multimédia, salas de Informática e gabinetes de trabalho. Existem também espaços de apoio nomeadamente centro de aprendizagem, biblioteca escolar, gabinete de apoio ao adolescente, salas dos diretores de turma, do diretor, da associação de estudantes, de professores, de funcionários, polivalente, secretaria, reprografia, papelaria, refeitório e bufete. É de referir que alguns destes espaços não funcionam em pleno. Isto em virtude de a escola estar a sofrer uma intervenção por parte da Parque Escolar. Esta intervenção abarca remodelações na estrutura física e de equipamentos. A título de exemplo, muitas das salas de aula situam-se em contentores. É portanto uma situação que descaracteriza, de alguma forma, o espaço escolar.

Segundo o Projeto Educativo Escolar 2009-2012, no ano letivo 2009-2010, a população discente caracterizava-se maioritariamente por alunos que pretendiam prosseguir os estudos, e desses a maioria da área de ciências e tecnologias. Atualmente, existem 25 turmas das áreas de prosseguimento de estudos (Cursos Científico

Humanísticos) e onze turmas de Cursos Profissionais, constatando-se já que alguns desses alunos manifestam intenção de ingressar no Ensino Superior.

Salienta-se que mais de 30% dos pais/mães possuem um grau académico superior, verificando-se aproximadamente a mesma percentagem na conclusão do Ensino Secundário, concluindo-se haver um grau elevado da escolaridade dos pais. Daqui poder-se-á justificar um ambiente propício à aprendizagem e à valorização da cultura académica.

A Escola tem vindo a receber alunos estrangeiros em número crescente, sendo neste momento frequentada por 59 destes alunos, 9 oriundos dos PALOP, 10 do Brasil, 27 de países do leste da Europa, 1 da China, 1 da Austrália e os restantes de outros Países Europeus. O sucesso obtido por estes alunos é, em muito, devido à política de integração e acompanhamento da Escola que lhes faculta um ensino individualizado.

O corpo docente é constituído por 103 professores, sendo 68 do quadro de Escola, 12 pertencentes ao quadro de zona pedagógica e 23 contratados a termo. As características do corpo docente têm permitido que se verifique uma estabilidade que propicia a qualidade do trabalho a desenvolver, fomentando, por isso, o sucesso na aprendizagem.

Tendo em conta o currículo nacional, o contexto regional em que se insere a Escola e as características dos recursos materiais e humanos envolvidos, no Projeto Educativo desta Escola estão explicitados os princípios e valores pelos quais esta se rege:

**a)** Promover o sucesso, prevenir o abandono escolar dos alunos e promover a qualidade do serviço público de educação, em geral, e das aprendizagens e dos resultados escolares, em particular;

**b)** Promover a equidade social, criando condições para a concretização da igualdade de oportunidades para todos;

**c)** Assegurar as melhores condições de estudo e de trabalho, de realização e de desenvolvimento pessoal e profissional;

**d)** Observar o primado dos critérios de natureza pedagógica sobre os critérios de natureza administrativa nos limites de uma gestão eficiente dos recursos disponíveis para o desenvolvimento da sua missão;

**e)** Proporcionar condições para a participação dos membros da comunidade educativa e promover a sua iniciativa.

## 5.3. Caracterização da turma

A turma a que foram lecionadas aulas durante a PES, é constituída por vinte e sete alunos, sendo quinze do sexo masculino e doze do sexo feminino, todos portugueses.

A média de idades é de 16 anos, distribuídas por um aluno com 15 anos, vinte e quatro alunos com 16 anos e dois alunos com 17 anos.

A turma transitou na sua maioria (vinte e cinco alunos) da mesma turma no ano letivo passado. Houve dois novos alunos que integraram a turma este ano letivo, sendo um deles, proveniente de outra escola em Faro.

Uma grande parte dos alunos da turma provem de agregados familiares aparentemente bem estruturados constituídos por pai, mãe e 0 a 2 irmãos. No entanto, existem alguns alunos que têm no seu agregado familiar, padrasto, madrasta e até existe um aluno que não tem nem pai nem mãe (vive com uma tutora). Em termos do perfil socioeconómico e cultural, existe uma homogeneidade, visto que a maior parte dos encarregados de educação têm 12.º ano ou curso superior. Estes apresentam, na generalidade, uma situação profissional a título de vínculo definitivo.

A turma é bastante unida, apresentando como qualidades a considerar, a amizade entre colegas, a boa sociabilidade, o respeito mútuo e um elevado índice de espontaneidade (típico nestas idades). Os alunos sentem-se, eles todos, bem integrados na turma. Um aspeto menos positivo a considerar, será a distração, que a maior parte dos alunos admite como sendo o defeito da turma. É de referir também que a turma tem grande apetência para a prática desportiva nos tempos livres.

### 5.4. Metodologia adotada

A escolha da turma a lecionar as aulas foi livremente discutida entre nós (núcleo de estágio), pois cada um de nós sentiu maior afinidade com uma turma do que com outra. E este é sempre um aspeto importante a ter em conta na fase inicial da PES. Decorrente do horário das duas turmas por nós escolhidas, também assistimos às aulas da outra turma de 11.º ano da professora cooperante.

Desde o início, foi-nos dada total liberdade para circular na sala, durante as aulas, e sempre que fosse desejável. Assim o fizemos, no sentido de tirar dúvidas aos alunos e/ou esclarecer conceitos. Foi bastante positivo, já que aos poucos eu ia assumindo o papel de professor com uma maior naturalidade. A boa relação com os alunos foi-se consolidando de forma progressiva.

As aulas a leccionar foram escolhidas por nós, consoante a nossa disponibilidade e a da professora orientadora. Pudemos assim, lecionar aulas em diferentes momentos e com conteúdos diversos. Antecipadamente estabelecíamos com a professora cooperante os conteúdos de cada aula a lecionar. Assim, recebíamos indicações/sugestões no sentido de reforçar ou alterar as nossas propostas de planificação. Posteriormente as planificações eram elaboradas individualmente, e enviadas com antecedência a ambas as professoras. As planificações de cada aula podem ser consultadas no capítulo 13. Anexos, da secção 13.1. à secção 13.4.

Após cada aula lecionada, eram feitas análises em conjunto (núcleo de estágio e professoras), possibilitando uma melhor reflexão tanto dos aspetos positivos como daqueles que tinham corrido menos bem.

Para além das aulas a lecionar, também participámos na execução dos testes de avaliação sumativa do período. Para tal, cada um de nós elaborou uma versão de teste, de acordo com os conteúdos a avaliar. Em seguida e em conjunto com a professora cooperante alterámos/acrescentámos exercícios aos testes, discutindo-se simultaneamente a cotação a atribuir. A correção dos testes foi feita pela professora cooperante, havendo a nossa ajuda na elaboração da pauta e lançamento das respetivas notas.

A avaliação dos alunos, neste ciclo de ensino, consistiu em grande parte das notas dos dois testes de avaliação realizados. Na tabela seguinte estão referidas, em percentagem, as componentes da avaliação dos alunos:

| | |
|---|---|
| Testes | 60% |
| Trabalho individual desenvolvido na aula<br>Trabalho em grupo desenvolvido na aula<br>Observação da comunicação oral<br>Verificação do caderno diário | 30% |
| Verificação das orientações do professor | 10% |

Tabela 5.5 Componentes da avaliação dos alunos, no Ensino Secundário

O manual adotado na escola foi:

Viegas, C., Francelino, G. & Lima, Y. (2011). *Xeqmat 11 – Volume 1: Matemática A – 11.º ano.* Lisboa: Texto Editores, Lda.

## 5.5. Aulas: planificações e reflexões

Neste ciclo de ensino, lecionei cinco aulas de 90 minutos cada. Sendo que quatro foram oficiais, isto é, supervisionadas pelas professoras cooperante e/ou orientadora. Houve uma outra aula lecionada entre as 3ª e 4ª aulas oficiais, que me foi pedida pela professora cooperante, pois esta encontrava-se em trabalho num encontro internacional de professores. Para esta aula não apresento a planificação, no entanto descreverei o conteúdo desta.

**Aula n.º1 - O círculo trigonométrico**

A minha estreia na PES teve um episódio algo caricato. Pois bem, a aula seria às 13:30h como previsto. Até aqui nada de especial, não fosse a professora cooperante ter ficado presa com o carro perto de Faro, o que a impossibilitava de estar no início da aula. Para melhorar as coisas, a sala que tinha sido atribuída não tinha projetor, e este era fundamental para o seguimento da aula. Tive que autonomamente trocar de sala com uma outra professora. Depois tive que pedir emprestado, a um professor do grupo de Matemática, um cabo para ligar o computador portátil ao projetor, já que a funcionária não tinha nenhum disponível.

Felizmente, consegui que a aula começasse em hora normal. A ansiedade que tinha acumulado antes da estreia, tinha-se dissipado com os imprevistos pré-aula. Ainda bem que tais aconteceram.

Controlei desde logo o comportamento dos alunos, tentando que estes não fizessem barulho. Visto que ainda não nos conhecíamos bem, pois era a sétima aula em que nos encontrávamos, e pelo fato de estarem presentes apenas a minha colega e a professora orientadora, faltando a pessoa que a turma conhecia melhor: a professora cooperante. No entanto, houve algum burburinho no início.

Organizei e distribui a turma de forma que cada 2 alunos tivessem um computador portátil à sua frente, pois tinha sido pedido para que os alunos trouxessem os seus portáteis, já que a sala de informática não estaria disponível para esta aula. Contudo, houve uma fila com 4 alunos que não tinha computador, o que tornou mais difícil controlá-los durante a aula. A aula começou de forma serena, sendo que a construção em *GeoGebra* cativou os alunos, tendo estes participado oportunamente sempre que lhes foi solicitado.

Inicialmente comecei por recordar aos alunos a definição de seno de um ângulo α agudo, num referencial o.n. *xOy*. Para tal desenhei no quadro a seguinte figura:

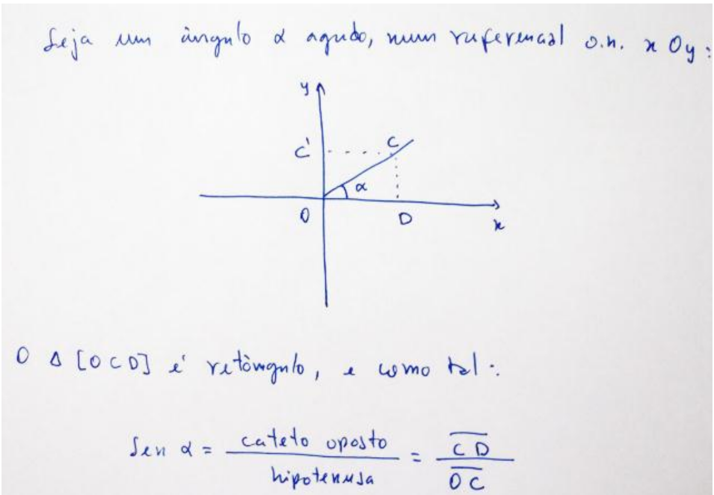



Figura 5.1 Caracterização do seno de um ângulo α agudo

Em seguida, perguntei-lhes se o comprimento do segmento [CD] seria igual ao valor da ordenada do ponto C. Prontamente acenaram com a cabeça. A relação entre o comprimento do segmento [OC] e a distância do ponto C à origem do referencial, também foi fácil de assimilar.

Estava encontrada a nova definição de seno de um ângulo α, ou seja, $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{\text{ordenada de C}}{\text{distância de C à origem}}$.

Alguns alunos perguntaram-me:

«Professor, para que é que precisamos desta nova forma do seno?»

Ao que respondi:

«Com esta nova definição, conseguimos saber o valor do seno de um ângulo, noutros quadrantes do referencial. Como?»

Após algumas hesitações dos alunos, expliquei aos alunos que seria vantajoso construir uma circunferência com centro na origem do referencial, em que o ponto C do lado extremidade do ângulo estaria sobre a circunferência. Assim, ao variar o ponto C ao longo da circunferência, obteríamos os ângulos nos diferentes quadrantes. Com o desenho no quadro, a turma percebeu de imediato o que se pretendia. Estava lançado o mote para a construção do círculo trigonométrico em GeoGebra.

Para a construção em GeoGebra, segui um guião previamente elaborado e testado por mim. Como tal, a construção passo a passo era efetuada por mim, com projeção no quadro, e os alunos reproduziam-na nos seus computadores. Este guião está incluído na planificação da aula, na secção 13.1. do capítulo 13. Anexos.

Surgiu desde logo uma dúvida: não seria melhor entregar um guião de construção, em papel, a cada um dos alunos? Talvez fosse melhor, mas eu pretendia que a turma estivesse o mais atenta possível e queria aproveitar ao máximo o tempo da aula. Durante a construção, e a cada passo, perguntava aos alunos se iam acompanhando. Inicialmente sim, no entanto, pelo fato de alguns alunos terem versões anteriores do GeoGebra, tive que fazer algumas pausas. Estas pausas foram benéficas, no sentido em que circulava pela sala a fim de monitorizar os computadores dos alunos.

A dada altura, mais concretamente no passo 11, questionei os alunos acerca da expressão (y(C)/x(B)), na linha de texto: “ Sen α =” + (y(C)/x(B)). Felizmente, alguns alunos responderam:

«Então, o y(C) representa o valor da ordenada do ponto C e x(B) a distância de B à origem»

Servindo esta resposta para os restantes colegas.

Após a construção do círculo trigonométrico e do seno do ângulo α, representado na seguinte figura:

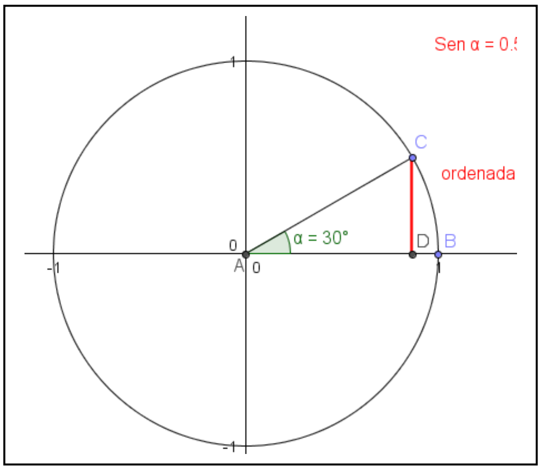



Figura 5.2 Construção do círculo trigonométrico (seno de um ângulo α)

Questionei os alunos acerca da influência do raio da circunferência, no valor do seno do ângulo α. Isto é, ao movermos o ponto B ao longo do eixo Ox, e como tal o raio da circunferência, o que aconteceria ao valor do seno do ângulo α.

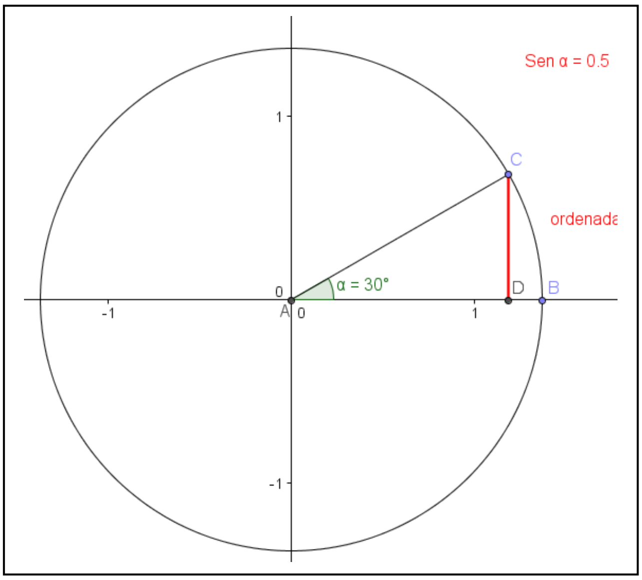



Figura 5.3 Círculo trigonométrico com raio diferente de 1

À primeira, os alunos não perceberam bem o que se pedia. Mas depois, verificaram que ao mover-se o ponto B ao longo do eixo Ox, o valor do seno não se alterava.

Prontamente os alunos responderam:

«Professor, vamos ter sempre o mesmo valor para o seno»

Depois de ter marcado a caneta, no quadro, os triângulos correspondentes aos das figuras 5.2 e 5.3, e ter-lhes dito que havia uma relação entre os dois triângulos, um dos alunos afirmou:

«Professor, os triângulos vão ser semelhantes»

A turma pôde constatar que de fato existia semelhança entre os triângulos. Assim foi mais fácil introduzir o conceito de círculo trigonométrico.

Depois da resolução da atividade n.º10 do manual, achei que devia fazer um reparo no quadro. Foi o seguinte:

«Agora faz ainda mais sentido que:

| sen 30º | sen 45º | sen 60º |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |

$$\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2},$$

pois à medida que o ângulo aumenta, o valor da ordenada aumenta»

Desta forma, tornava-se mais claro para os alunos, os valores exatos do seno de 30º, 45º e 60º.

É de salientar que a abordagem ao círculo trigonométrico através do GeoGebra foi bastante positiva e interessante, sendo que a complementação com o quadro foi fundamental. No entanto, começava aqui já uma das minhas dificuldades: a eficiente articulação com o quadro. Aliás, o quadro e o que estava escrito neste, por vezes de forma desorganizada, foram logo as principais dificuldades. Escusado será dizer que a planificação proposta não foi cumprida na íntegra. Mesmo assim, consegui falar do cosseno no círculo trigonométrico, embora sem a devida construção.

No final da aula senti que podia ter corrido melhor, no entanto para uma primeira aula o balanço tinha sido muito positivo. Consegui assumir o papel de professor, controlando o comportamento dos alunos, conduzindo e gerindo os momentos da aula (ou pelo menos tentei que tal acontecesse). Senti que a maior parte dos alunos tinha aprendido com a minha aula, o que me deixou bastante satisfeito. Com uma certeza eu tinha ficado: era mesmo isto que eu queria fazer!

**Aula n.º2 - Trabalhando com radianos**

A segunda aula decorreu em 31/10/11, pelo que a relação com os alunos já estava cimentada. Agora já encarava a sala de aula na perspetiva do professor, de uma forma muito mais natural. Existia sempre algum nervosismo, pois não queria cometer qualquer erro e até porque estava sendo avaliado.

Esta aula destinava-se à resolução de uma ficha de trabalho elaborada por mim. Com esta ficha de trabalho, apresentei aos alunos um resumo de exercícios diversificados, em que para a sua resolução se apelasse aos conceitos teóricos até agora trabalhados. Seria benéfico para os alunos, no meu entender, pois poderiam assimilar e consolidar as relações das razões trigonométricas no círculo trigonométrico, em radianos. Esta ficha encontra-se disponível na planificação da aula n.º2 na secção 13.2. do capítulo 13. Anexos.

De início houve algum burburinho (o que de alguma forma era habitual), mas depressa consegui que os alunos se concentrassem e se focassem na resolução da ficha de trabalho.

Houve alguma confusão, logo na resolução do primeiro exercício, principalmente nas alíneas:

$$1.2.\ sen30° + sen60° = sen90°\ ;$$

$$1.3.\ cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = cos\frac{\pi}{3} - cos\frac{\pi}{6}\ .$$

Neste exercício pedia-se que determinassem com justificação, a veracidade ou não das afirmações. Alguns alunos respondiam que as afirmações eram verdadeiras, outros, que eram falsas, no entanto sem saberem justificar. Então pedi-lhes que calculassem os valores de cada membro, visto que tinham valores concretos. Finalmente houve um consenso, as igualdades eram falsas. Obviamente que alertei os alunos para expressões deste tipo em situações posteriores.

À medida que a aula passava, ia circulando pela sala e tirando dúvidas aos alunos. Estes iam resolvendo os exercícios no caderno e em seguida pediam para ir resolver ao quadro. A empatia com os alunos tornava as coisas fáceis. No entanto, devo realçar um pormenor. Na resolução da segunda questão do exercício 2, os alunos tiveram algumas dificuldades. Pareciam não entender o que se pedia. Resolvi dar-lhes umas dicas. Em seguida um dos alunos foi resolver ao quadro, tal como eu tinha indicado.

Este exercício era o seguinte: “ o comprimento do diâmetro das rodas de um carro é 100 cm. Quanto avança o carro se um dos raios da roda forma um ângulo de $\frac{7\pi}{30} rad$? Quantas voltas completas deve dar a roda para que o carro avance 200 metros?”. Ora, o aluno resolveu usando duas regras de três simples. Em primeiro para relacionar o comprimento em cm com radianos, já que da questão anterior do exercício tinha-se chegado ao valor de 36,6 cm. Se 36,6 cm correspondiam a $\frac{7\pi}{30} rad$, então 20 000 cm corresponderiam a $x\, rad$, obtendo-se $x = 127{,}5\pi\, rad$. Em seguida, se $2\pi\, rad$ correspondiam a 1 volta, então $127{,}5\pi\, rad$, corresponderiam a $x$ voltas, obtendo-se $x \cong 63{,}75$. Ou seja, para que o carro avance 200m, é necessário dar 64 voltas completas.

Após a resolução, alguns alunos continuaram sem perceber, ao que aproveitando a resolução do aluno, expliquei-lhes a utilização das regras de três simples. Finalmente perceberam, no entanto, não fiquei muito convencido. Ora, neste exercício, devia ter feito uma resolução alternativa, e que até é bastante simples: bastava utilizar o perímetro da circunferência e relacioná-lo com o número de voltas para atingir os 200 m.

Portanto, devia ter apresentado uma resolução alternativa, mais simples, e que de certeza dissipava qualquer dúvida. Tinha-me faltado um pouco de perspicácia e talvez um pouco de sentido de oportunidade, na análise do momento da aula. Daqui para a frente teria que ter uma maior perceção a este tipo de situações.

A aula prosseguiu, e felizmente sem sobressaltos. No exercício 3, os alunos tiveram grandes dificuldades, pelo que estes foram resolvidos no quadro por mim, pois o tempo já escasseava para se poder chegar ao fim da ficha. Os alunos demonstravam não estar ainda familiarizados com o trabalho em radianos. Aliás, muitos deles, transformavam radianos em graus e trabalhavam em graus. Claro que exigi que estes trabalhassem com radianos, até porque esse era o propósito da ficha.

Em todas as resoluções pedia à turma que estivesse atenta, a fim de as compreenderem. A cada passo de cada resolução questionava os alunos, ao que alguns respondiam corretamente. Outras vezes nem por isso. Eu encarregava-me de os corrigir ou reforçar as ideias dos alunos, sempre escrevendo no quadro após cada ideia estar clarificada. Portanto, existia uma comunicação na sala de aula, bastante favorável.

O exercício 4 ficou por resolver (ficando como trabalho de casa). Antes da aula acabar, entreguei aos alunos um quadro resumo das relações entre as razões trigonométricas de diversos ângulos no círculo trigonométrico, para que estes completassem em casa. Assim, tinham uma forma de consolidar e resumir resultados. Este quadro resumo encontra-se na planificação da aula n.º2, na secção 13.2. do capítulo 13. Anexos.

Uma nota menos positiva a reter. Prende-se, outra vez, com o que estava escrito no quadro. Apesar de melhor organizado, faltava-me o rigor na observação do quadro durante as resoluções dos alunos. Era importante, a partir de agora, olhar para o quadro de uma forma global detetando erros ou omissões, e corrigindo-os.

No final questionei-me: será que é melhor cumprir a planificação mesmo que fiquem dúvidas no ar, ou será preferível explicar aos alunos os conceitos indo ao pormenor?

**Aula n.º3 - Introdução às equações trigonométricas**

Esta terceira aula seguia-se à anterior, pelo que havia uma continuidade. Desta forma houve a possibilidade de finalizar o exercício 4 da ficha de trabalho da aula anterior. Como nesta aula se iniciou o estudo das equações trigonométricas, assumi o controlo no quadro. Para tal, pedi à turma que estivesse concentrada ao que se iria dizer. A maior parte dos alunos acataram as minhas indicações, como era normal. No entanto, existiam alguns alunos que teimavam em continuar na conversa. Nada como uma volta à sala para dissuadir as conversas. Aliás, o circular na sala, o ir ao encontro dos alunos, o ir para o quadro ou para a secretária já era cada vez mais natural na minha maneira de estar.

Na introdução às equações trigonométricas, comecei com a equação $\operatorname{sen} x = 1$. Para tal fiz a representação no círculo trigonométrico:

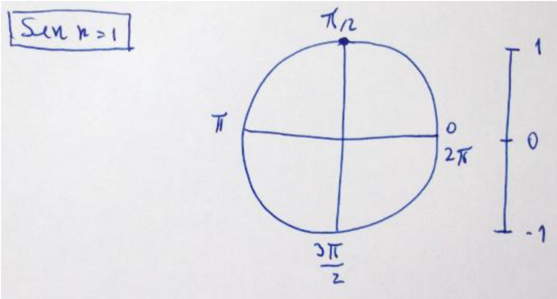



Figura 5.4 Representação no círculo trigonométrico

Repare-se que ao lado do círculo trigonométrico encontra-se a “régua”, que a professora cooperante utilizava nas suas representações. Eu também a utilizei nas representações do círculo trigonométrico, sempre que foi necessário, pois não queria destoar do seguimento das aulas da professora cooperante e até porque era um bom apoio para clarificar as ideias.

Após perguntar aos alunos qual era a solução daquela equação e eles responderem $\frac{\pi}{2}$, perguntei-lhes novamente:

«Então e se dermos mais uma volta, ou seja, se tivermos $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi$ ?»

Ao que responderam:

«Sim, vai dar 1»

Eu:

«E se dermos ainda mais uma volta, ou seja, se tivermos

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi + 2\pi = \frac{\pi}{2} + 2 \times 2\pi$ ?»

A turma:

«Sim, também vai dar 1»

Eu:

«E se tivermos $x = \frac{\pi}{2} - 2\pi = \frac{\pi}{2} + (-1) \times 2\pi$ ?»

Após a turma concordar com as várias soluções, todas coincidentes em $\frac{\pi}{2}$, foi fácil a dedução da expressão geral das soluções: $x = \frac{\pi}{2} + k.2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Para as restantes equações, utilizei a mesma estratégia, que a avaliar pelo empenho dos alunos, resultou.

Quando chegou a altura de resolver a equação $sen\, x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, após pensarem, os alunos deram como resposta a solução $x = \frac{\pi}{4}$, esquecendo-se da outra solução do 2.º quadrante $x = \frac{3\pi}{4}$. Novamente com recurso à representação no círculo trigonométrico e da "régua", foi possível chegar a uma solução geral com duas expressões: $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad \vee \quad x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Portanto, a representação no círculo trigonométrico auxiliada pela "régua", e posterior análise de diferentes soluções, era fundamental para se chegar à expressão geral das soluções.

Após ter sido relembrada a relação $sen\,(\pi - x) = sen\,(x)$, foi imediata a introdução da fórmula para a expressão geral das soluções de equações com senos: $sen\, x = sen\, \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad \vee \quad x = \pi - \alpha + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Depois de resolvido no caderno pelos alunos, o exercício do manual, n.º 134 alínea a) $sen\, x = sen(-\frac{\pi}{4})$, encarreguei-me de resolver no quadro este mesmo exercício a fim de esclarecer alguma dúvida.

Infelizmente não houve tempo para mais, pois estava previsto na planificação equações com cossenos. Mesmo assim deixei como trabalho de casa, para os alunos encontrarem as soluções das equações: $cos\, x = -1$ e $cos\, x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ao estar no quadro a dar exemplos e/ou resolver exercícios, questionava os alunos acerca das passagens, os alunos questionavam-me a mim, outros alunos respondiam por mim. Enfim, a comunicação entre mim e os alunos e entre os alunos, existia e era bastante favorável à compreensão dos conceitos. Constatei que a comunicação em sala de aula é facilitadora de boas aprendizagens, em particular a comunicação matemática.

**Aula complementar**

Como referi no início deste capítulo, houve uma aula não supervisionada, entre as minhas 3ª e 4ª aulas supervisionadas. Nesta aula só estavam presentes, para além da turma, eu e a minha colega de estágio. Talvez por isso, alguns alunos tentaram que esta aula fosse uma aula de lazer. Estavam enganados. Depressa fiz-lhes ver que era importante que eles aproveitassem todas as aulas, e esta não era exceção. Depois de conseguir o silêncio na sala, lá começou a aula.

Esta aula baseou-se fundamentalmente na resolução de exercícios, tendo como propósito praticar a matéria dada nas aulas anteriores. Exercícios envolvendo equações trigonométricas, retirados do manual.

Os alunos empenharam-se na resolução dos exercícios havendo oportunidade para alguns irem ao quadro escrever a resolução, e posteriormente explicar aos colegas menos clarificados. A aula acabou por ser muito positiva.

**Aula n.º4 - Produto escalar de vetores e propriedades**

Nesta aula, tal como a planificação na secção 13.4. do capítulo 13. Anexos refere, usei diapositivos projetados no quadro com exercícios propostos. Apesar do manual ter exercícios interessantes, quis complementá-lo com um apanhado de exercícios também interessantes, mas diferentes, e que fossem de encontro aos objetivos da aula. Estes foram retirados de livros que me foram gentilmente emprestados pela professora cooperante.

No primeiro exercício, após os alunos copiarem para o caderno a figura:

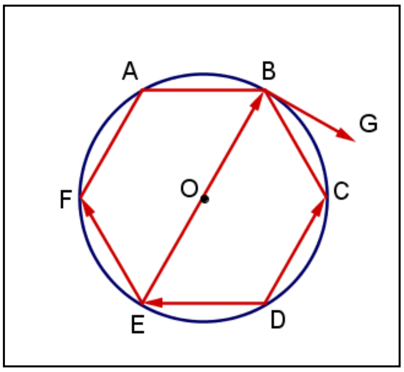



Figura 5.5 Hexágono regular inscrito numa circunferência

Relembrei em conjunto com a turma, algumas propriedades da circunferência (estudadas no 9.º ano). Em particular, a propriedade de que uma reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio da circunferência no ponto de tangência. Constatei que muitos alunos já tinham esquecido esta e outras propriedades.

Para este exercício pedia-se o cálculo do produto escalar de vários pares de vetores. Existia uma nuance, e tinha a ver com a noção de ângulo entre dois vetores. Por exemplo, o ângulo formado pelos vetores $\overrightarrow{DE}$ e $\overrightarrow{EB}$ não é de 60º mas sim de 120º. Os alunos já tinham esquecido esta noção. Após uma explicação no quadro esta foi rapidamente assimilada.

Dei liberdade aos alunos para resolverem este primeiro exercício no quadro. Aliás, este foi inteiramente resolvido pelos alunos no quadro, até com muita motivação. No final, surgiu com alguma naturalidade, a dedução da relação entre produto escalar de vetores (nulo) e perpendicularidade de vetores (não nulos):

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \ \Leftrightarrow \ \vec{u} \perp \vec{v}, com \ \vec{u} \ e \ \vec{v} \ não \ nulos.$$

Bastava olhar para o resultado de $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{BG}$ e confirmar com o desenho da figura 5.5.

O segundo exercício, em que dada a figura:

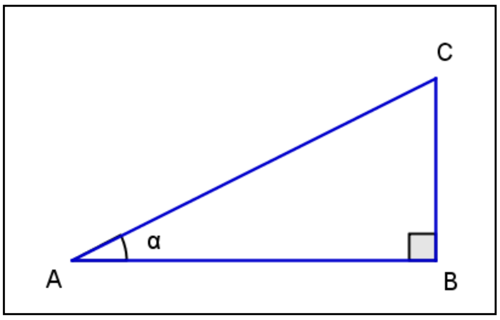



Figura 5.6 Triângulo retângulo [ABC]

Pedia-se aos alunos que mostrassem as igualdades:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \left\|\overrightarrow{AB}\right\|^2 \ \text{e} \ \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \left\|\overrightarrow{CB}\right\|^2.$$

Mais uma vez, foram os alunos que resolveram no quadro. Para tal, bastou utilizarem a expressão do produto escalar de vetores. Portanto, a aula ia correndo muito bem, com grande dinâmica.

Antes da resolução do exercício 3, fiz uma síntese das propriedades do produto escalar (visto que estas tinham sido abordadas na aula anterior). Este exercício foi resolvido por mim, no quadro. Antes de cada passo, questionava os alunos acerca da propriedade a utilizar, ao que quase em consenso respondiam acertadamente. Digo quase, porque houve alguns alunos que tiveram dificuldades em interiorizar as propriedades do produto escalar. Gastei algum tempo, mas preferi que tudo ficasse esclarecido.

O tempo disponível já não deu para concretizar o último exercício na totalidade. Mesmo assim, ainda deu para deduzir a expressão do produto escalar nas coordenadas dos vetores, em referenciais ortonormados, com recurso às componentes da base dos vetores. Primeiramente para o plano e em seguida, quase automaticamente, para o espaço ($\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3$). Esta expressão seria utilizada na resolução das três alíneas, ficando as duas últimas como trabalho de casa.

A primeira alínea deste exercício foi resolvida apenas por um aluno. Digo apenas, porque houve uma série de alunos disponíveis para ir ao quadro. Já tinha passado o tempo de aula, mesmo assim resolvi no quadro esta mesma alínea utilizando o produto interno entre os vetores $\overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{CD}$.

No final, o balanço foi muito positivo, pois a aula decorreu bem, tal e qual a metodologia pensada. Os alunos trabalharam bem. Houve grande dinâmica na aula. Muitas vezes ouviram-se expressões do tipo:

Eu para um aluno:

«Então já acabaste? Podes ir fazer ao quadro e explicas aos colegas como lá chegaste»

Ao que outro aluno respondia:

«Professor, mas eu pedi primeiro»

Portanto, os alunos estavam bastante empenhados em resolver os exercícios e demonstravam uma atitude competitiva. Esta competição é saudável e promotora de boas aprendizagens, considero eu. No entanto, esta deve respeitar as dificuldades de aprendizagem de outros alunos. Julgo que consegui satisfazer este aspeto.

Em relação à planificação, mais uma vez esta não foi atingida (o exercício 4 ficou incompleto). E talvez, por um pormenor básico: foi apresentar os exercícios projetados no quadro, sem suporte de papel. Roubou tempo, pois os alunos demoravam o seu tempo a passar para o caderno. Mesmo assim, no final da aula estava bastante satisfeito, pois tudo tinha corrido bem.

**Os testes de avaliação**

Neste primeiro período, a turma em que lecionei foi submetida a dois testes de avaliação. Os testes de avaliação são encontrados na secção 13.5. do capítulo 13.

Anexos. Estes testes tiveram, a pedido da professora cooperante, o formato de exames nacionais. Ou seja, constituídos por duas partes: uma primeira englobando questões de escolha múltipla, e uma segunda parte com questões de resposta aberta.

A realização do primeiro teste não decorreu da forma que se pretendia, por parte dos alunos. Pela simples razão: os alunos tiveram grandes dificuldades na realização do teste. Aliás, nenhum aluno conseguiu resolver o teste na íntegra, no tempo estabelecido. Mesmo tendo sido dado mais tempo para os alunos o resolverem (30 minutos aproximadamente).

Põem-se aqui algumas questões: será que os alunos não se prepararam convenientemente para o teste?; será que os exercícios das aulas tiveram um nível de dificuldade muito inferior aos do teste?; será que o teste era muito grande?

Um pouco de tudo, talvez. No entanto, nós (núcleo de estágio e professora cooperante) concluímos que de fato o teste era grande e tinha algumas questões algo intricadas. A título de exemplo a questão 3 da segunda parte:

$$\sqrt{\frac{1+sen\left(-\frac{5\pi}{6}\right)}{2}}-sen\left(-\frac{7\pi}{6}\right)+tg\left(\frac{10\pi}{3}\right)+2cos\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{3}\right)$$

Figura 5.7 Questão 3 da segunda parte do primeiro teste de avaliação

Em que se pedia aos alunos para determinarem, sem recorrerem à calculadora, o valor exato da expressão apresentando as reduções ao 1.º quadrante. Aqui, a grande dificuldade foi mesmo a raiz quadrada na primeira parcela. Apesar de não ser nada de mais, pois bastava simplificar a expressão dentro da raiz quadrada e por fim calcular a raiz quadrada do valor obtido, a verdade é que os alunos "bloquearam" por completo ao verem a expressão. Leva-me a crer que os alunos estão um pouco formatados em relação aos exercícios que praticam. Isto é, quando se lhes apresentam exercícios diferentes, em que é necessário fazer uso dos conceitos, os alunos ficam sem saber o que fazer.

Devido às notas bastante fracas obtidas pelos alunos neste primeiro teste, e a pedido dos alunos, a professora cooperante, decidiu submeter a turma a um outro teste. Este novo teste, foi elaborado pela professora cooperante, e consistiu no mesmo teste, mas com valores diferentes para as questões. As classificações obtidas pelos alunos foram muito melhores.

O segundo teste a que a turma foi submetida, decorreu sem sobressaltos. Este segundo teste abrangeu a matéria toda do primeiro período, dando-se ênfase ao produto escalar de dois vetores no plano e no espaço. Constituído por cinco questões de escolha múltipla na primeira parte, tal como o primeiro teste, na segunda parte apresentavam-se quatro questões de resposta aberta. Nestas quatro questões apelava-se ao sentido de argumentação e justificação, típico dos tópicos da Geometria. Este segundo teste, era sem dúvida, muito mais equilibrado.

## 5.6. Um balanço final do período

Neste 1.º período, após lecionar as minhas primeiras aulas, fiquei com a sensação que, embora tenha corrido tudo bem, poderia ter feito ainda melhor. Talvez esta sensação se devesse ao fato de ainda estar a descobrir-me como professor de Matemática.

Ao longo deste 1.º período fui concluindo que ser-se professor, é muito mais do que "dar a matéria". Seja de uma forma expositiva ou utilizando metodologias diferentes. Existem muitas especificidades que se têm que levar em conta: o tipo de turma que se tem à frente; as planificações; as estratégias; os métodos; a postura; a comunicação com os alunos; gerir e controlar comportamentos e atitudes; gerir o tempo de aula; ser sensível às dificuldades de aprendizagem de alguns alunos; o circular na sala; observar a turma como um todo; observar um aluno em específico; etc.

Para além das aulas lecionadas, que me fizeram descobrir e evoluir positivamente como professor, estão as outras aulas, as não lecionadas. E estas aulas foram fulcrais em todo o meu processo de aprendizagem. Pelo fato de circular na sala de aula a auxiliar os alunos, a explicar conceitos, corrigir resoluções. Ou simplesmente pelo fato de observar as aulas da professora cooperante.

O papel desempenhado pela professora cooperante também foi importante. A sua experiência foi determinante para que eu pudesse vivenciar diferentes formas de lidar com situações espontâneas, provocadas pelos alunos, ou simplesmente inerentes ao decorrer das aulas. Em alguns pormenores, discutia com a minha colega de estágio outras formas de abordagem aos conteúdos, para além daquelas utilizadas pela professora cooperante. Portanto, os momentos de observação das aulas foram muito enriquecedores.

A minha relação com a comunidade escolar, no seu todo, foi boa. Embora na sala de professores, de uma forma geral, não houvesse uma lidação estreita com os outros professores. Talvez porque nos vissem como estagiários. Em relação aos alunos, a lidação foi extremamente positiva. Os alunos mostraram-se, na generalidade, contentes por me terem como professor. Tive um feedback positivo da parte deles.

Por fim, apresento as notas finais da turma em que lecionei:

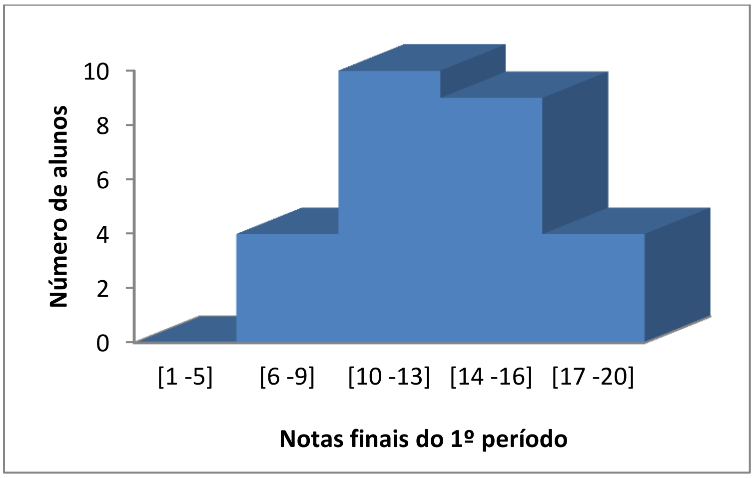



Gráfico 5.1 Distribuição das notas do 1.º período, em intervalos

No seu todo a turma teve boas notas, tendo uma média de aproximadamente 13,04 valores. O desvio padrão dos valores é de aproximadamente 3,17. A turma revela um bom aproveitamento neste 1.º período. Os alunos o merecem, pois trabalharam para isso. Estão de parabéns.

Por fim, devo realçar que esta turma apresenta, de um modo geral, um desempenho matemático superior ao desempenho matemático expresso nos resultados do estudo PISA 2009 dos nossos alunos.

# 6. A Prática de Ensino no Ensino Básico

No 3.º ciclo do Ensino Básico, a PES decorreu no 2.º período do ano letivo. Visto que a professora cooperante já tinha tido um outro núcleo de estágio, durante o 1.º período, o processo de integração foi bastante fácil.

A professora cooperante tinha a cargo três turmas do 9.º ano. Todas as três turmas inseridas no modelo normal de ensino do 3.º ciclo do Ensino Básico, e todas elas seguindo o mesmo percurso de aprendizagem.

Para este ciclo de ensino, e em particular para o 9.º ano de escolaridade, a disciplina de Matemática será enquadrada segundo as orientações curriculares. Depois fazem-se as caracterizações da escola e da turma a lecionar, como também a metodologia de ensino adotada para este 2.º período. Nesta secção faz-se referência às componentes de avaliação dos alunos e ao manual adotado na escola. Por fim, é feita uma descrição das aulas, olhando para as planificações, sempre com sentido reflexivo. Ainda nesta secção, fala-se numa ficha de avaliação (questão aula). Por fim, faz-se um balanço final do período.

## 6.1. Orientações curriculares

O Ensino Básico está agrupado em três ciclos, sendo a área disciplinar da Matemática uma componente efetiva do currículo. Dado que a disciplina de Matemática é obrigatória ao longo do Ensino Básico, esta assume um caráter fundamental na formação, desenvolvimento pessoal e aprendizagem do aluno.

**Finalidades**

Dada a sua importância, o ensino da Matemática ao longo dos três ciclos da escolaridade básica, rege-se, segundo DGIDC (2007), por duas finalidades fundamentais:

- Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados;
- Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.

**Objetivos gerais**

Com o intuito de clarificar o significado das finalidades enunciadas, os objetivos gerais do ensino da Matemática, procuram tornar mais explícito o que se espera da aprendizagem dos alunos. Assim, segundo DGIDC (2007), os alunos devem ser capazes de:

- Conhecer os factos e procedimentos básicos da Matemática;
- Desenvolver uma compreensão da Matemática;
- Lidar com ideias matemáticas em diversas representações;
- Comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático;
- Raciocinar matematicamente usando os conceitos, representações e procedimentos matemáticos;
- Resolver problemas;
- Estabelecer conexões entre diferentes conceitos e relações matemáticas e também entre estes e situações não matemáticas;
- Fazer Matemática de modo autónomo;
- Apreciar a Matemática.

É de notar que estes objetivos gerais se interligam profundamente e não envolvem uma relação de ordem entre si, sendo que os três últimos objetivos têm uma forte ligação com todos os outros e contribuem igualmente para o seu reforço e aprofundamento (DGIDC, 2007).

**Avaliação**

No Ensino Básico, a avaliação adota um papel regulador. Ou seja, é através da avaliação que o professor recolhe a informação que lhe permite apreciar o progresso dos alunos na disciplina. Fazendo o balanço entre o estado real das aprendizagens do aluno e aquilo que era esperado, a avaliação ajuda o professor a tomar decisões ao nível da gestão do programa, sempre na perspetiva de uma melhoria da aprendizagem (DGIDC, 2007).

Como tal, a avaliação é assumida como um processo contínuo, dinâmico e em muitos casos informal. Esta deverá ter um propósito formativo, identificando o que os alunos não sabem tendo em vista melhorar a sua aprendizagem, mas valorizando também aquilo que sabem e são capazes de fazer. Deverá decorrer num clima de confiança em que os erros e as dificuldades dos alunos são encarados por todos de forma natural. A transparência com que é posta em prática, baseando-se no estabelecimento de objetivos claros de aprendizagem, reforça a ligação entre professor, alunos e suas famílias (DGIDC, 2007).

É recomendado o uso de diversas formas e instrumentos de avaliação, já que os alunos podem evidenciar os seus conhecimentos, capacidades e atitudes, de diferentes modos. Por fim, a avaliação sumativa destina-se a fazer um julgamento sobre as aprendizagens dos alunos e tem o seu lugar no fim de um período letivo ou no final do ano (DGIDC, 2007).

**Recursos**

O uso de recursos para o Ensino Básico, e em particular para o 3.º ciclo do Ensino Básico, deverá basear-se na diversidade de materiais e equipamentos. Por exemplo: livros para consulta e manuais, fichas de trabalho, materiais de desenho para o quadro e para o trabalho individual (régua, compasso, transferidor, esquadro), meios audiovisuais (retroprojetor), calculadoras, softwares de matemática dinâmica (por exemplo o GeoGebra).

**Planificação e orientações metodológicas**

No 3.º ciclo do Ensino Básico, estão indicados para a disciplina de Matemática, cinco períodos semanais de 45 minutos cada. Isto, segundo a nova Matriz Curricular do 3.º ciclo (DGIDC, 2012). No entanto, as escolas poderão alterar a carga horária semanal, mantendo os tempos mínimos. Neste caso em concreto, as turmas piloto tinham 3 períodos semanais de 90 minutos cada.

Para o 3.º ciclo, o novo programa de matemática está organizado em quatro grandes temas: Números e Operações; Álgebra; Geometria e Organização e Tratamento de Dados. Apesar dos tópicos/subtópicos estarem agrupados em quatro grandes temas, o trabalho nestes temas deve ser perspetivado de forma integrada. Assim, o trabalho em cada tema recorre com frequência a conceitos e representações dos outros temas. Portanto, o tema de partida do trabalho a realizar varia de ano para ano, em cada ano alternam-se grandes blocos temáticos, devendo cada bloco integrar dentro do possível conceitos e representações dos blocos anteriores. É importante que a planificação de um dado ano tenha em conta não só o que o aluno já estudou em anos anteriores como o que irá estudar no futuro (DGIDC, 2007).

Para a planificação de um dado ano, deverão ser tidos em conta os percursos temáticos de aprendizagem. Estes percursos temáticos de aprendizagem (percurso A ou percurso B), que se apresentam em seguida, constituem possíveis sequências para o desenvolvimento do trabalho letivo com o novo programa de matemática. Cada um dos percursos é apresentado esquematicamente sob a forma de uma sequência de tópicos matemáticos, distribuídos por anos de escolaridade (DGIDC, 2008):

**Percurso A**

| 7.º ano | 8.º ano | 9.º ano |
|---|---|---|
| ▪ Tratamento de dados<br>▪ Números inteiros<br>▪ Triângulos e quadriláteros<br>▪ Sequências e regularidades<br>▪ Funções<br>▪ Equações<br>▪ Semelhança | ▪ Números racionais<br>▪ Isometrias<br>▪ Funções<br>▪ Equações<br>▪ Planeamento estatístico<br>▪ Sequências e regularidades<br>▪ Equações<br>▪ Teorema de Pitágoras<br>▪ Sólidos geométricos | ▪ Funções<br>▪ Equações<br>▪ Circunferência<br>▪ Probabilidade<br>▪ Números reais<br>▪ Inequações<br>▪ Trigonometria no triângulo retângulo |

Tabela 6.1 Percurso temático de aprendizagem A

**Percurso B**

| 7.º ano | 8.º ano | 9.º ano |
|---|---|---|
| ▪ Números inteiros<br>▪ Sequências e regularidades<br>▪ Funções<br>▪ Triângulos e quadriláteros<br>▪ Tratamento de dados<br>▪ Equações<br>▪ Semelhança | ▪ Isometrias<br>▪ Números racionais<br>▪ Planeamento estatístico<br>▪ Funções<br>▪ Equações<br>▪ Sólidos geométricos<br>▪ Sequências e regularidades<br>▪ Equações<br>▪ Teorema de Pitágoras | ▪ Probabilidade<br>▪ Funções<br>▪ Equações<br>▪ Circunferência<br>▪ Números reais<br>▪ Inequações<br>▪ Trigonometria no triângulo retângulo |

Tabela 6.2 Percurso temático de aprendizagem B

Cabe às escolas introduzir alterações nestes percursos ou conceber percursos alternativos, que melhor se adaptem às características dos alunos, aos recursos existentes, às suas condições e ao contexto social e escolar.

Inerentes a qualquer percurso temático de aprendizagem utilizado, estão as capacidades transversais subjacentes ao novo programa de Matemática do Ensino Básico. São estas: resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática.

Agora fará sentido olhar em concreto para o 9.º ano de escolaridade. Dado que o manual adotado na escola era anterior ao novo programa de matemática, e que, as turmas piloto seguiam o percurso do manual, apresenta-se a distribuição dos capítulos do manual adotado:

9.º ano de escolaridade:

- Probabilidades e Estatística
- Os números reais. Inequações
- Sistemas de equações
- Proporcionalidade inversa
- Circunferência e polígonos. Rotações
- Equações
- Trigonometria do triângulo retângulo
- Espaço – Outra visão

Tabela 6.3 Temas do manual adotado no 9.º ano

O manual escolar utilizado foi:

Passos, I. C. & Correia, O. F. (2004). *Matemática em Acção – 9.º ano, A teoria e a prática.* Lisboa: Lisboa Editora, S.A.

Visto que "Circunferência e polígonos. Rotações" foi o tema trabalhado durante a PES no 2.º período deste ano letivo, apresentam-se os tópicos que este tema engloba, segundo o manual adotado:

"Circunferência e polígonos. Rotações"

- Circunferência;
- Ângulo ao centro. Arcos e cordas correspondentes;
- Área de um setor circular;
- Ângulo inscrito num arco de circunferência;
- Polígonos;
- Polígono regular inscrito numa circunferência. Áreas de polígonos regulares;
- Rotações. Isometrias;

Tabela 6.4 Tópicos do tema Circunferência e polígonos. Rotações

Para este tema tem-se como propósito principal de ensino, desenvolver nos alunos o sentido espacial, dando-se ênfase à visualização e compreensão de propriedades de figuras geométricas no plano. Como tal, segundo DGIDC (2007), os alunos devem: desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico e ser capazes de os usar; compreender e ser capazes de utilizar propriedades e relações relativas a figuras geométricas no plano; compreender a noção de demonstração e ser capazes de fazer raciocínios dedutivos; ser capazes de resolver problemas, comunicar e raciocinar matematicamente em contextos geométricos.

Dada a necessidade da visualização geométrica, é fortemente recomendado o uso de ambientes de geometria dinâmica (GeoGebra, por exemplo).

Espera-se também que os alunos se familiarizem com o processo de demonstração matemática, nomeadamente ao demonstrarem propriedades e relações (DGIDC, 2007).

## 6.2. Caracterização da escola

A escola onde decorreu a PES no 2.º período foi uma escola de Almancil. O Agrupamento vertical de Almancil constituiu-se no ano letivo de 1999/2000, e é composto por nove unidades, do Ensino Pré-Escolar ao 3.º ciclo do Ensino Básico, estando inserido numa freguesia que subsiste basicamente da atividade turística. A dimensão da mesma origina igualmente a dispersão das unidades escolares.

A escola foi construída no ano letivo de 1988/1989 e inaugurada em abril de 1989. O recinto da escola era amplo, com quatro blocos de aulas e muito espaço entre os diferentes blocos. Posteriormente, foram construídos mais um bloco de salas de aula e o pavilhão gimnodesportivo, continuando a dispor de um espaço amplo. Mais recentemente foi cedido o espaço de um campo de jogos, de terra, para a construção do Jardim de Infância de Almancil, com quatro salas, uma vez que em Almancil não existia nenhum serviço público para este nível de ensino.

Os seis blocos que compõem o recinto da escola, distribuem-se da seguinte forma:

Bloco A – 11 salas (duas salas de Educação Visual e Tecnológica, uma sala de Ensino Estruturado para apoio a crianças com perturbações do espectro do autismo, seis salas de aulas e duas salas de Seminário);

Bloco B – 10 salas (duas salas de Educação Tecnológica, um laboratório de Ciências Naturais, um laboratório de Ciências Fisico-Químicas, duas salas de Educação Visual e quatro salas de aulas);

Bloco C – no rés do chão encontram-se: a sala de professores, gabinete do órgão de gestão, serviços de administração escolar, SASE, gabinete do SAE (Serviço de Apoio à Escola), gabinete da chefe do pessoal auxiliar de ação educativa; no 1.º andar encontram-se: uma sala de aulas, a sala de diretores de turma / sala de trabalho de professores, biblioteca escolar/centro de recursos educativos e uma sala de informática;

Bloco D – papelaria, bufete, refeitório, "restaurante CEF", sala do pessoal não docente, sala polivalente, associação de estudantes, gabinete da associação de pais e encarregados de educação;

Bloco E – 13 salas (um auditório, uma sala de educação musical, uma sala de apoios educativos, duas salas de informática, duas salas de seminário e seis salas de aulas);

Pavilhão gimnodesportivo – balneário feminino exterior, balneário masculino exterior, dois vestiários femininos, dois vestiários masculinos, gabinete de professores, pavilhão gimnodesportivo, sala de ginástica e campo de jogos exterior.

Segundo o Projeto Educativo do Agrupamento, a escola apresenta uma imagem degradada, estando a necessitar de uma intervenção de fundo. O documento refere que é preciso reforçar e valorizar a imagem da escola, criar espaços agradáveis, valorizar a sua importância e diversificar a sua oferta (desde espaço de lazer, a espaço educativo e cultural).

O insucesso escolar significativo no 1.º ciclo, que se agrava até ao final do 3.º ciclo, é reportado como sendo uma das principais dificuldades que a escola enfrenta. Este insucesso escolar poderá ser explicado pelo meio socioeconómico e cultural desfavorecido em que a escola se insere, próximo de uma zona turística de qualidade.

Os encarregados de educação têm, na generalidade, um baixo nível de escolaridade e sociocultural. Os horários de trabalho dos pais e encarregados de educação são descritos como desfasados dos horários escolares (predominância de trabalho noturno, folgas durante a semana, trabalho aos fins de semana). As más remunerações por parte dos pais e encarregados de educação fazem com que existam muitos alunos carenciados e subsidiados. Por inerência existe uma baixa expectativa por parte das famílias e dos próprios alunos em relação à escola.

A população residente, além dos locais, é composta por migrantes, imigrantes (sobretudo de países do leste da Europa e países africanos de língua oficial portuguesa) e emigrantes portugueses regressados da Venezuela.

A escola rege-se segundo os princípios orientadores do Agrupamento, que são:

**a)** Promover cidadãos livres, responsáveis, autónomos, solidários e intervenientes no meio social em que se integram;

**b)** Responder às necessidades do meio onde se encontra inserida, contribuindo para um maior aprofundamento dos laços histórico-culturais e sociais, bem como para o desenvolvimento das potencialidades locais;

**c)** Promover o ensino articulado, garantindo o direito a uma justa e efetiva igualdade de oportunidades no acesso e sucesso escolar/educativo, bem como na participação direta de toda a comunidade na organização pedagógica e social da escola.

## 6.3. Caracterização da turma

A turma em que foram lecionadas aulas durante a PES, é constituída por vinte e três alunos, sendo dez do sexo masculino e treze do sexo feminino. Nove são estrangeiros: cinco romenos, dois moldavos, um ucraniano e um de origem francesa.

Até final do 1.º período, o número de alunos era 24, uma vez que uma aluna, pertencente à turma desde o 2.º ciclo foi transferida no início do 2.º período.

A média de idades é de 14 anos.

Vinte alunos transitaram, da mesma turma, no ano letivo passado. Houve três alunos que integraram a turma este ano letivo.

A turma tem um aluno com necessidades educativas especiais: o aluno sofre da Síndrome de Hallervorden-Spatz, uma doença crónica, degenerativa e invalidante do sistema nervoso central. Como tal, este aluno tem apoio pedagógico personalizado, com adequações no processo de avaliação e um Currículo Específico Individual (CEI) - a disciplina de Matemática faz parte deste CEI.

A maior parte dos alunos da turma provém de agregados familiares aparentemente bem estruturados constituídos por pai, mãe e 0 a 2 irmãos. Há apenas dois alunos em que tal não acontece. A nível socioeconómico e cultural, a maioria dos encarregados de educação não foi além do 9.º ano, tendo alguns apenas frequentado o Ensino Primário. Há apenas duas alunas cujos encarregados de educação concluíram o Ensino Superior.

O aproveitamento da turma, no final do ano letivo 2010/2011, foi considerado satisfatório. As disciplinas a que os alunos referiram ter mais dificuldades são História, Inglês e Francês. Os modos de trabalho pedagógico preferidos são: trabalho de grupo, aulas com material áudio/vídeo e pesquisa.

O comportamento da turma é bom. Os alunos apresentam uma boa relação de amizade entre eles. O alto índice de trabalho em sala de aula, será talvez a maior qualidade desta turma.

No que diz respeito à ocupação de tempos livres, praticamente todos os alunos referem que vão para casa quando terminam as aulas, ocupando-se a ver televisão, internet, estudar e ajudar em tarefas domésticas.

## 6.4. Metodologia adotada

Dado que a PES no 3.º ciclo do Ensino Básico decorreu no 2.º período e que no 1.º período já tinha estado um outro núcleo de estágio na escola, a professora cooperante decidiu continuar com as duas turmas piloto. A professora cooperante atribuiu a cada um de nós (núcleo de estágio) uma turma a lecionar.

Tal como aconteceu na PES na escola do Ensino Secundário, foi-nos dada total liberdade para circular na sala, durante as aulas, sempre que fosse desejável. Assim foi possível corrigir exercícios, tirar dúvidas aos alunos e/ou esclarecer conceitos. Desde cedo se estabeleceu uma boa relação com os alunos, já que estes tinham tido uma experiência análoga no período anterior.

As aulas a lecionar (cinco aulas de 90 minutos cada), foram determinadas pela professora cooperante, a fim de se poder lecionar parte de um tópico. Assim tinha-se como objetivo iniciar e desenvolver o estudo da Circunferência. Como tal, as aulas lecionadas foram sequenciais e começaram no início da 4ª semana de aulas do período.

Antecipadamente foram estabelecidos com a professora cooperante os conteúdos da sequência de aulas a lecionar. Desta forma, recebemos indicações/sugestões para a planificação global. As planificações foram elaboradas individualmente, e enviadas com antecedência a ambas as professoras (orientadora e cooperante). As planificações de cada aula podem ser consultadas nas secções 13.6. a 13.10. do capítulo 13. Anexos.

Após cada aula lecionada, e tal como na experiência que decorreu na escola do Ensino Secundário, eram feitas análises em conjunto (núcleo de estágio e professoras), possibilitando uma melhor reflexão tanto dos aspetos positivos como daqueles que tinham corrido menos bem.

Para além das aulas a lecionar, também participámos na execução de uma ficha no final do tópico lecionado, denominada questão aula. Para tal, cada um de nós elaborou uma versão da questão aula, de acordo com os conteúdos a avaliar, sendo esta aplicada à turma a que se lecionou as aulas. A correção da questão aula foi feita pela professora cooperante.

A avaliação dos alunos, neste ciclo de ensino, teve como base as seguintes componentes:

| | |
|---|---|
| Testes (2)<br>Questões aula (5) | 65% |
| Desempenho em sala de aula | 15% |
| Respeito pelas regras<br>Apresentação e organização do material<br>Participação nas atividades letivas | 10%<br>5%<br>5% |

Tabela 6.5 Componentes da avaliação dos alunos, no Ensino Básico

Em cada período foram efetuados 2 testes de avaliação e 5 questões de aula, sendo que as 5 questões de aula têm a mesma ponderação que 1 teste de avaliação.

Para além do manual "*Matemática em Acção – 9.º ano*", também foi utilizado o caderno de atividades:

Passos, I. C. & Correia, O. F. (2004). *Matemática em Acção – 9.º ano, Caderno de actividades.* Lisboa: Lisboa Editora, S.A.

## 6.5. Aulas: planificações e reflexões

Como referi atrás, neste ciclo de ensino, lecionei cinco aulas de 90 minutos cada. Estas aulas foram seguidas, o que possibilitou de antemão pensar numa metodologia geral para o tópico da Circunferência. É um tópico que assenta em muito no raciocínio dedutivo, nas relações e propriedades geométricas da circunferência. Assim, a visualização é um aspeto fulcral no estabelecimento e assimilação de conceitos. Como tal, pensei na utilização de GeoGebra.

Inicialmente pensei em fazer uso da sala de informática, possibilitando assim aos alunos a oportunidade de construção com GeoGebra. Mas, dado que os alunos não tinham qualquer experiência com GeoGebra, optei por outra estratégia. Usar o meu computador portátil para levar as construções em GeoGebra e projetá-las no quadro. Assim aconteceu.

Porque as aulas foram seguidas, e de alguma forma se desenvolveram segundo a mesma metodologia, vou descrever as três primeiras aulas, ficando as outras duas apenas com as planificações no capítulo 13. Anexos.

**Aula n.º1 - Introdução ao estudo da circunferência**

A minha primeira aula começou com alguma expectativa, por parte dos alunos. Apesar de já nos conhecermos e nos darmos bem, decorrente das aulas assistidas, ainda não tinha lecionado uma aula a estes alunos. De tal forma que existia algum ambiente de expectativa em relação à minha postura perante a turma. Mas nada de mais. Comecei a aula, tal como a professora cooperante começava as suas aulas: escrevendo o número das lições (duas lições por cada bloco de 90 minutos), a data e o sumário. As aulas que se seguiriam também começavam desta forma.

Após ter pedido à turma silêncio, e esta era uma turma que acatava de forma exemplar as minhas indicações (salvo algumas exceções, que são próprias destas idades), comecei por projetar no quadro a seguinte figura:

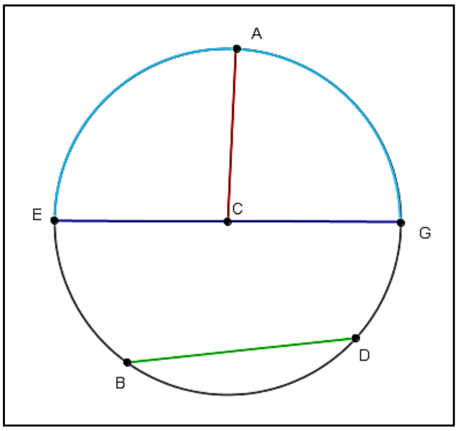



Figura 6.1 Circunferência: cordas e raio

Esta figura foi projetada, e de acordo com a planificação da aula (que se encontra na secção 13.6. do capítulo 13. Anexos), utilizando o protocolo de construção do GeoGebra. Eu ia projetando passo a passo, e os alunos, com material de desenho, reproduzindo a figura no caderno. Perguntei-lhes qual o significado dos vários segmentos de reta existentes na figura. Prontamente responderam, havendo alguma confusão na distinção entre corda e raio da circunferência. Em seguida, e aproveitando a mesma figura, falei-lhes em semicircunferência. Escrevendo sempre no quadro os conceitos e conclusões obtidas. Por exemplo: "Os pontos E e G dividem a circunferência em duas semicircunferências, onde [EG] é um diâmetro".

Os alunos diziam o que sabiam, concordavam ou não, copiavam para o caderno. Portanto, a comunicação entre mim e os alunos e entre os alunos começava com a maior naturalidade.

Depois de lhes perguntar:

«Sabem o que é um eixo de simetria?»

Ao que quase em coro, responderam:

«Sim, as simetrias…»

Perguntei-lhes novamente:

«Então, quantos eixos de simetria tem uma circunferência?»

Fez-se silêncio. Afinal, recordavam-se do nome mas não do conceito. Com base no manual, relembrámos propriedades das simetrias. Depois perguntei-lhes:

«Se na nossa figura, dobrarmos a circunferência pelo diâmetro [EG], o que acontece?»

Os alunos:

«Ficamos com uma semicircunferência»

Eu:

«Portanto, uma semicircunferência vai coincidir com a outra semicircunferência»

«Que nome damos à reta que passa por [EG]?»

Os alunos:

«Eixo de simetria»

Depois de lhes perguntar quantos eixos de simetria tem uma circunferência, prontamente um aluno respondeu que uma circunferência tem uma infinidade de eixos de simetria. Concluímos que são todas as retas que passam pelo seu centro.

A aula seguia tal e qual a planificação, ou seja, eu reproduzia a construção em GeoGebra projetada no quadro, passo a passo, enquanto os alunos desenhavam no caderno (com régua e compasso). Depois retiravam-se os resultados e escrevia no quadro estes mesmos resultados: arco menor, arco maior, posição de uma reta relativamente a uma circunferência. Também foram deduzidas propriedades tais como: cordas compreendidas entre cordas paralelas são geometricamente iguais, arcos compreendidos entre cordas paralelas são geometricamente iguais, qualquer reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência.

A aula estava prestes a acabar (faltavam 2 minutos aproximadamente). Ficavam por fazer os exercícios n.º 5, 6, 7 e 8 da página 11 do manual. Pedi aos alunos para os fazerem em casa, se conseguissem. Na aula seguinte, faríamos a correção.

Portanto, a planificação tinha sido muito comprida para uma única aula. Mesmo assim, fiquei satisfeito, pois os alunos mostraram sempre grande vontade em participar. Aliás, esta turma demonstrava uma grande dinâmica de trabalho. Era fácil chegar aos alunos.

Uma nota menos positiva a reter: o quadro e o que estava escrito neste. Embora com rigor, pois já tinha aprendido com a experiência na escola do Ensino Secundário, esquecia-me de um pormenor: estes alunos eram do Básico. Faltava-me uma melhor organização do quadro. Por exemplo, ao escrever uma definição, devia escrever a palavra definição (numerada e sublinhada) e depois dar a definição. O mesmo para nota, propriedade, etc. Tinha que ter mais sensibilidade em relação aos alunos que estavam diante de mim.

**Aula n.º2 - Ângulo ao centro**

Esta segunda aula começava com a correção dos exercícios propostos na aula anterior. Decidi fazer a correção dos exercícios, pois os alunos que tinham feito em casa, não estavam muito seguros de si. Antes de cada correção dava tempo para a turma pensar e dizer o que se pretendia. Durante a correção explicava a razão de certos resultados. Os alunos copiavam para o caderno, sempre acenando a cabeça: sinal de que estavam a entender o que se estava a fazer. No final da correção dos exercícios, um aluno para mim:

«O professor escreve muito!»

Ao que outros alunos reafirmaram a ideia do colega. Achei piada, e claro, foi um daqueles momentos de descompressão. Com esta turma era possível alternar do trabalho para momentos de descompressão, sempre sem perder o fio de aula. Em relação à afirmação do aluno, expliquei-lhes que, neste capítulo usa-se muito o poder de argumentação, o encadeamento de ideias. E assim sendo, era preferível escrever todos os passos, de forma que, quando voltassem a ler as respostas, entendessem o que estava escrito. Os alunos concordaram comigo.

Em relação ao que estava escrito no quadro, agora traçava linhas verticais por forma a dividir o quadro em partes, pois este era amplo, e assim tornava as coisas mais bem organizadas. Esta tinha sido uma dica das professoras cooperante e orientadora.

Para introduzir a definição de ângulo ao centro, utilizei uma figura de um chapéu de chuva:

Figura 6.2 Chapéu de chuva

Pois queria que os alunos associassem o ângulo formado por cada duas varetas do chapéu de chuva como sendo um ângulo ao centro. Depressa os alunos tentaram dar outros exemplos da vida real: um deles foi o ângulo formado por cada dois raios de uma roda de bicicleta.

A aula continuou. Com recurso à figura:

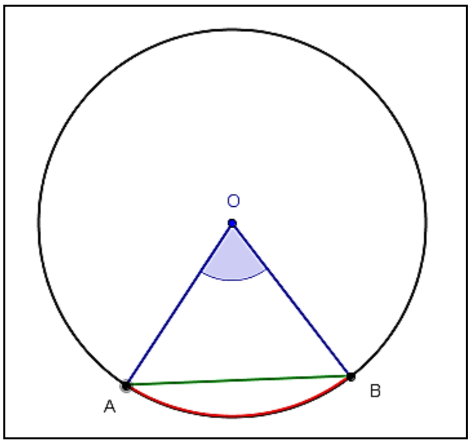



Figura 6.3 Ângulo ao centro numa circunferência

Estabeleceram-se as correspondências entre ângulo ao centro e arco, ângulo e corda e arco e corda. Aproveitando a mesma figura, perguntei aos alunos o que aconteceria se traçássemos uma reta passando pelo centro da circunferência e a utilizasse-mos como eixo de reflexão. Alguns ficaram sem perceber o que se pretendia, outros a tentar dar uma resposta. Após traçar a reta:

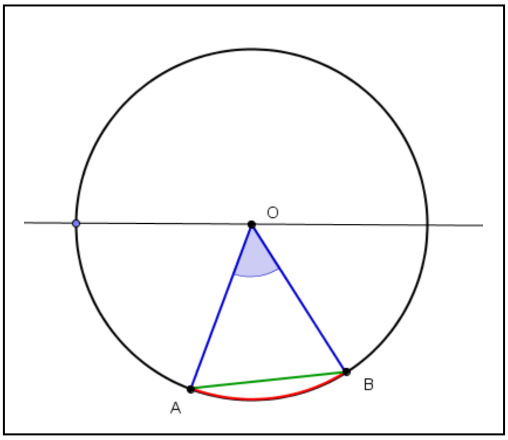



Figura 6.4 Reta passando pelo centro da circunferência

E utilizar esta reta como eixo de reflexão, para refletir a figura anterior, obteve-se:

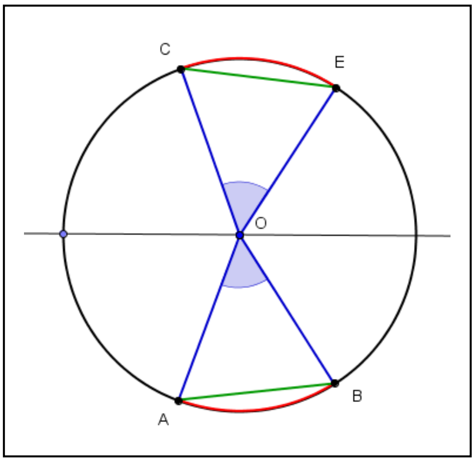



Figura 6.5 Figuras simétricas

Após ter modificado a posição da reta e dos pontos A ou B, com o ponteiro do rato, chegou-se à conclusão que tínhamos obtido figuras simétricas. Esta era uma das grandes vantagens do GeoGebra: o poder interagir com os objetos e daqui tirar ilações. Depois dos alunos terem reproduzido para o caderno a figura e anotado todas as conjeturas que se foram tirando (em conjunto), chegou-se às seguintes propriedades: numa circunferência, a arcos iguais correspondem cordas e ângulos ao centro iguais; numa circunferência, a ângulos ao centro iguais correspondem arcos e cordas iguais; numa circunferência, a cordas iguais correspondem arcos e ângulos ao centro iguais.

A aula estava praticamente no fim. Ainda houve tempo para os alunos anotarem o trabalho de casa: os exercícios n.º 10, 13, 14 e 15 das páginas 14 e 15 do manual.

No final da aula, tinha ficado com a sensação de que a aula tinha sido muito detalhada, e por conseguinte maçuda para os alunos. Demasiado teórica para alunos destas idades. Será que se tivesse enunciado as propriedades, com exemplos e sem grandes precisões nos pormenores, teria sido melhor?

**Aula n.º3 - Amplitude de um arco de circunferência**

Esta terceira aula iniciava-se com a resolução de exercícios que tinham sido deixados para trabalho de casa. E aqui houve uma agradável surpresa: a grande maioria da turma tinha-se dedicado à resolução dos exercícios. Num instante encontrei voluntários para ir ao quadro fazer a resolução. Primeiro eu via a resolução e depois, se estivesse tudo bem, deixava o aluno ir ao quadro resolver o exercício. Depois pedia a esse mesmo aluno para explicar aos colegas a resolução. O aluno que ia resolver, fazia uso da figura do exercício que tinha sido projetada no quadro. Assim, podia-se sempre escrever por cima com o giz. Entretanto, circulava pela sala para esclarecer dúvidas e/ou corrigir resoluções. O exercício n.º 15 foi resolvido por mim, pois queria avançar com a aula.

É de salientar que nas resoluções feitas pelos diferentes alunos, existiam respostas longas, em que o encadeamento de ideias era expresso (típico da argumentação dedutiva), no entanto de uma forma ainda desorganizada. Por vezes tive que alterar, ou acrescentar palavras às respostas dos alunos. Não pude deixar de fazer o comentário:

«Com que então, eu é que escrevo muito!»

Ao que alguns alunos responderam:

«Aprendemos com o professor»

Portanto, os alunos, na generalidade, tinham interiorizado os conceitos teóricos trabalhados anteriormente.

A aula prosseguiu. Depois de chegar-se ao resultado de que a amplitude de um arco é igual à amplitude do ângulo ao centro correspondente, através da seguinte figura:

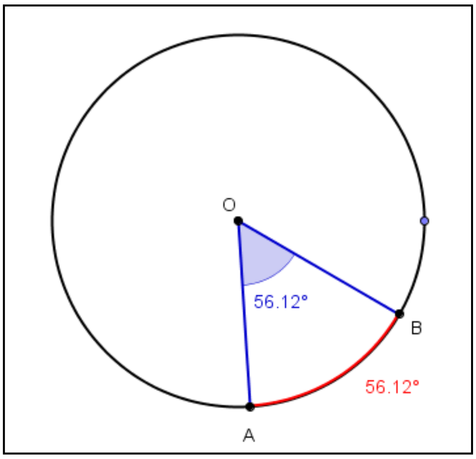



Figura 6.6 Amplitude de um arco

Perguntei aos alunos:

«E se aumentarmos ou diminuirmos o raio da circunferência, o que acontece à amplitude do arco AB?»

E ao mesmo tempo, fazendo uso da figura anterior, acrescentei circunferências com o mesmo centro e raios diferentes, obtendo-se:

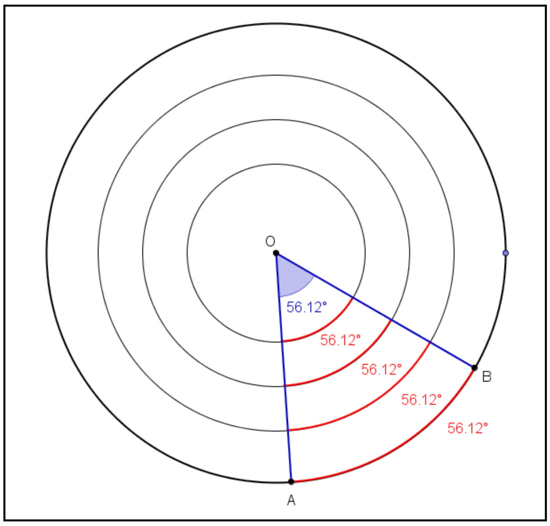



Figura 6.7 Circunferências concêntricas

E chegava-se ao resultado de que apesar dos arcos não serem geometricamente iguais, têm a mesma amplitude porque correspondem ao mesmo ângulo ao centro.

O tempo restante da aula serviu para resolver os exercícios n.º 21 (pelos alunos) e n.º 24 (por mim). Após dar trabalho para casa, a aula chegava ao fim.

Nesta aula, surgia um outro aspeto. Havia um aluno, muito bom (aluno de nota 5), que resolvia os exercícios num abrir e fechar de olhos. Enquanto os colegas ainda pensavam na resolução de um exercício, este aluno já o tinha resolvido. Como tal, eu teria que ter exercícios extra para este aluno. Aliás, esta tinha sido uma sugestão dada pela professora orientadora. Eu faria uso desta sugestão nas aulas que se seguiriam.

**A questão aula**

A ficha de questão aula foi aplicada aos alunos na terceira aula a seguir à minha última aula lecionada. Esta teve a duração de 30 minutos. Pode ser consultada na secção 13.11. do capítulo 13. Anexos.

Dado que a turma, em sala de aula, apresentava uma boa dinâmica de trabalho e de participação, resolvi fazer uma ficha de acordo com o que se tinha dado nas aulas. Os resultados não foram os melhores. Os alunos e inclusive a professora cooperante, acharam que aquela era uma questão de aula muito exigente. Sim, talvez tenha sido exigente para uma simples ficha de questão aula.

Na correção da ficha veio-se a verificar que o problema não tinha a ver com a dificuldade da ficha, mas sim com a interpretação dos enunciados. Os alunos não tinham conseguido interpretar da melhor forma, o que se pedia nos enunciados da ficha.

## 6.6. Um balanço final do período

Neste 2.º período, as aulas lecionadas seguiram uma metodologia semelhante. O encadeamento das aulas foi segundo o manual, complementando-o com recurso ao GeoGebra. Aliás, muitas vezes reproduzi em GeoGebra figuras do manual; assim tornava-se mais fácil perceber os resultados. Considero, de um modo geral, positiva a maneira como conduzi as aulas.

Talvez tenha gasto tempo demais em alguns pormenores do tópico. Tentei fazer uma abordagem ao tópico de forma a que os alunos fossem tirando ilações passo a passo, e daí partir para os resultados definitivos, sempre com a plena compreensão dos conteúdos. Aconteceu. No entanto, senti que por vezes os conteúdos tornavam-se demasiado teóricos e consequentemente algo abstratos para alunos do 9.º ano. Mas, repare-se, este tópico da Circunferência é assim mesmo, convida à abstração, ao raciocínio dedutivo, à argumentação. Não é propriamente um dos tópicos mais apetecíveis pelos alunos.

Em relação às aulas não lecionadas, estas também assumiram um papel preponderante na minha evolução. Primeiramente, pelo fato de circular na sala de aula e auxiliar os alunos, explicar conceitos e/ou corrigir resoluções, pude conhecê-los melhor e assim criar empatias com estes. Da mesma forma, tive contato com as dificuldades destes alunos. E aqui foi crucial a observação do modo como a professora cooperante lidava com os alunos. Pois, para alunos do Ensino Básico, tem que se ter uma forma mais calma de lhes explicar as coisas.

Portanto, a observação das aulas da professora cooperante também foi importante. Aprendi estratégias diferentes de abordar alguns conteúdos. Mesmo assim, por vezes, discutia com a minha colega de estágio outras maneiras de o fazer. Obviamente que a experiência da professora cooperante, e as suas sugestões tiveram peso na minha evolução (positiva).

A minha relação com a comunidade escolar, no seu todo, foi boa. Conheci outros professores, com os quais tive conversas acerca do meio educativo. Foi interessante e claro, enriquecedor.

A minha relação com os alunos foi muito positiva. Comigo, os alunos sentiam-se à vontade para questionar, esclarecer dúvidas. A minha maneira de ser e estar o permitia. Nunca submeti os alunos a pressões. Dava oportunidade a todos de participarem, embora por vezes fosse difícil de gerir a participação dos alunos. Pois, nesta turma, existiam alunos com dificuldades de aprendizagem e logo retraiam-se, como por outro lado haviam alunos com grandes capacidades (alunos de nota 5), que muitas vezes respondiam em primeiro sem dar hipóteses a outros.

Tive um feedback muito positivo dos alunos. Quando se ouvem perguntas como:

«O professor para o ano pode dar aulas a nós, não pode?»

É sinal que os alunos gostaram de me ter como professor.

Por fim, apresento as notas finais da turma que lecionei:

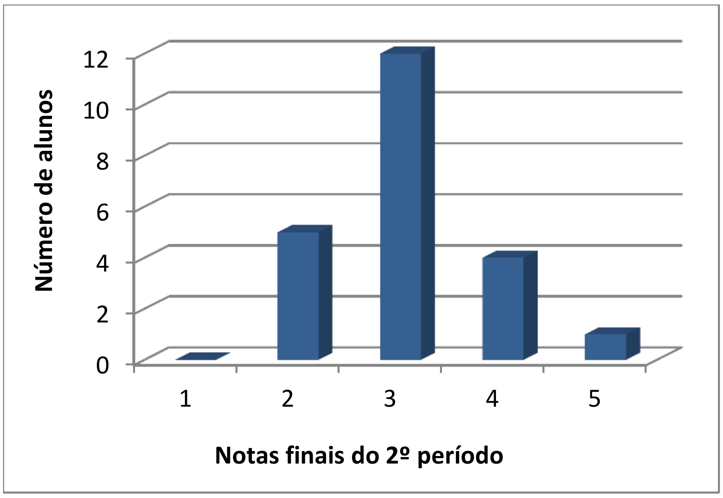



Gráfico 6.1 Distribuição das notas do 2.º período

A média das notas é de aproximadamente 3,05 valores. O desvio padrão dos valores é de aproximadamente 0,79. Destaca-se um aluno com nota de 5 valores. Por outro lado, existem alguns alunos com nota negativa (5 alunos), sendo que alguns destes têm dificuldades notórias na aprendizagem a matemática, outros por falta de dedicação. No geral, os alunos estão de parabéns pelo empenho e trabalho demonstrado.

Devo realçar que comparativamente com os resultados do estudo PISA 2009, estes alunos apresentam, de uma forma geral, um desempenho matemático semelhante ao constatado ao perfil dos alunos expresso no estudo PISA 2009.

# 7. Atividades extracurriculares

No desenvolvimento da PES, também estava consagrado a participação em atividades extracurriculares, nos dois ciclos de ensino. Para tal, faço uma revisão das atividades em que participei em cada ciclo de ensino.

## 7.1. Ensino Secundário

As atividades extracurriculares realizadas na escola do Ensino Secundário basearam-se fundamentalmente em reuniões. A justificação é simples: a escola em que decorreu este ciclo de ensino estava a sofrer remodelações, pelo que foi difícil concretizar atividades extracurriculares, que não fossem reuniões. Reuniões intercalares, de final de período e reuniões do grupo de matemática.

As reuniões intercalares e de final de período envolveram as duas turmas a que assisti às aulas. Assumi um papel mais participador nas reuniões da minha turma (a turma em que lecionei). De uma forma geral, dava a minha opinião acerca da evolução da turma, com base nos fatos ocorridos. Dado que a evolução da turma foi positiva em termos comportamentais, de participação na aula e de trabalho, e para além disso, não ocorreram problemas de indisciplina, a minha palavra foi fácil de dar. Ainda bem que assim foi. E digo isto porque, nas reuniões realizadas, verifiquei uma certa pressão por parte dos encarregados de educação em relação aos professores.

Em relação às reuniões do grupo de matemática, o tema dominante dessas reuniões foi a avaliação. A avaliação externa, que não reunia grandes consensos, e a avaliação dos alunos. Em relação à avaliação dos alunos, destaco um detalhe. Na primeira reunião do grupo, debatia-se a escala de avaliação (classificação) a utilizar nos testes. Houve um grande consenso: a utilização da escala quantitativa (de 0 a 20 valores). No entanto, havia um professor que preferia utilizar uma escala qualitativa. E a razão invocada, prendia-se com o fato de assim ter uma maior margem de manobra. Este professor, com larga experiência no ensino, dizia que assim era mais fácil controlar os alunos como também os encarregados de educação dos alunos. Mais uma vez, estava presente a pressão dos encarregados de educação. No final do período, a nota seria atribuída num valor, tal como tinha sido estabelecido.

No final do período letivo, mais concretamente na última aula, tinha pensado falar sobre algumas curiosidades matemáticas. Nesta aula apresentaria aos alunos o lado mais lúdico da matemática. No entanto, houve um erro de comunicação entre mim e a professora cooperante, de tal forma que não preparei convenientemente a aula. Mesmo assim, falei no paradoxo do mentiroso, propus um desafio envolvendo datas de nascimento e um problema chamado lâmpadas na sala. Em seguida passo a descrever cada um destes, como também me refiro ao feedback dos alunos.

**O paradoxo do mentiroso**

Atribui-se a Epiménides a afirmação «todos os cretenses são mentirosos». Atendendo a que ele próprio era cretense, será a afirmação verdadeira? (Gardner, 2008).

Ora, ao enunciar a questão, alguns alunos responderam que a afirmação era verdadeira, outros que era falsa, outros que era contraditória e havia outros que estavam confusos.

Segundo Gardner (2008), a afirmação atribuída a Epiménides (poeta grego que viveu em Creta no século VI a.c.) é logicamente contraditória. Assumindo que os mentirosos mentem sempre e que os que não são mentirosos dizem sempre a verdade, a afirmação «todos os cretenses são mentirosos» não pode ser verdadeira, porque, a sê-lo, Epiménides seria mentiroso e, por consequência, falso tudo o que dissesse. Por outro lado, também não pode ser falsa, pois isso implicaria que os cretenses fossem verdadeiros, sendo, portanto, verdadeira a afirmação de Epiménides.

**Datas de nascimento**

Sabia que nas datas de nascimento está escondido o número 9? Ora, considere a data desta última aula do Ensino Secundário, que foi a 15 de dezembro de 2011. Portanto, 15/12/2011. Escreva esta data na forma de um único número, 15122011. Reordene agora os algarismos de modo a formar qualquer outro número. Por exemplo, 21115012. Agora subtraia o mais pequeno do maior:

$$\begin{array}{r} 21115012 \\ -\ 15122011 \\ \hline 05993001 \end{array}$$

Adicione todos os dígitos da diferença obtida, que neste caso será: 0+5+9+9+3+0+0+1= 27. Novamente com a soma obtida, terá: 2+7= 9.

Experimente com qualquer outra reordenação do número original. Melhor ainda, experimente com a sua data de nascimento. Procedendo daquele modo, obterá no final o número 9.

Os alunos receberam, inicialmente, com entusiasmo este truque das datas de nascimento. Aliás, até utilizaram as datas de nascimento de outros colegas com outras reordenações para verificarem que de fato, obteriam o número 9 no final. No entanto, o entusiasmo foi-se dissipando, e porquê? Porque tinham que fazer a subtração manualmente. Tal é a forma como os alunos estão formatados à máquina calculadora.

Este truque das datas de nascimento tem uma explicação. Ora, segundo Gardner (2008), ao adicionar-se todos os algarismos de um número, procedendo do mesmo modo com a soma obtida e, assim sucessivamente, até obter-se um número com um único algarismo, esse algarismo final designa-se por raiz digital do número original. Ao ter-se um número N e após uma reordenação, obter-se um outro número N', estes dois números terão sempre a mesma raiz digital.

No nosso caso, ao subtrair-se o número menor do maior, a raiz digital dessa diferença será 0 ou 9. Será 0 quando os números forem iguais (ou seja, não se efetuou reordenação). No entanto 9 e 0 são equivalentes em aritmética de módulo 9. Portanto, desde que os dois números não sejam idênticos, obter-se-á sempre uma raiz digital de 9 (Gardner, 2008).

**Lâmpadas na sala**

Imagine, o leitor, que lhe é pedido para fixar nas paredes de uma sala quadrada, 6 lâmpadas todas à mesma distância. Como faria?

Depois de pôr este problema simples aos alunos, imagine-se que a grande parte dos alunos tentou utilizar um círculo trigonométrico inscrito num quadrado. Talvez, porque pensassem que na solução do problema estaria algo relacionado com a matéria dada no primeiro período. Eu disse-lhes que era um problema simples e que tentassem abstrair-se da matéria dada no período letivo. Depois dei uma dica: as lâmpadas podiam ficar todas à mesma altura, nas paredes da sala.

Após algumas tentativas, lá houve um aluno que pediu para ir ao quadro resolver. Fez o seguinte: desenhou um quadrado, e em seguida dividiu cada um dos seus lados em três segmentos iguais. Marcando pontos médios em cada 2 segmentos iguais, obteve as 6 lâmpadas todas à mesma distância.

## 7.2. Ensino Básico

As atividades extracurriculares desenvolvidas na escola do Ensino Básico foram: reuniões, aulas de apoio e o campeonato SupertMatik Cálculo Mental. Em seguida, descreverei as reuniões e aulas de apoio. O campeonato SupertMatik Cálculo Mental será descrito à parte.

As reuniões realizadas na escola do Ensino Básico, foram reuniões intercalares e de final de período. Estas reuniões envolveram as duas turmas a que assisti às aulas. Tal como no Ensino Secundário, assumi um papel mais participador nas reuniões da minha turma (a turma em que lecionei). Aquando do uso da palavra, referi-me à turma como sendo uma boa turma, a nível de trabalho de aula e comportamental, no seu geral.

É de referir que, nas reuniões estabelecidas, os encarregados de educação assumiram um papel colaborador e menos pressionante na relação com os professores, ao contrário do que tinha acontecido na escola do Ensino Secundário.

As aulas de apoio serviram para dar apoio a alunos, com dificuldades, da outra turma a que assisti (turma que não lecionei). Estas aulas de apoio eram dadas por uma outra professora, sendo que nós (núcleo de estágio) ajudávamos nesse apoio. Estas aulas tinham uma duração de 45 minutos semanais. E aqui levanta-se uma questão: é importante que a escola forneça apoio a alunos com dificuldades notórias na aprendizagem em matemática, mas 45 minutos semanais? Quase que não dá para nada. Mesmo assim, eram esclarecidas as dúvidas dos alunos, quando as tinham. Sendo que, na maior parte das vezes, eram explicados aos alunos os conceitos da matéria dada nas últimas aulas.

**Campeonato SupertMatik Cálculo Mental**

O campeonato SupertMatik Cálculo Mental é um jogo de cartas que envolve o cálculo mental de operações com números naturais. Segundo (Eudactica, 2012), o campeonato SupertMatik Cálculo Mental tem como objetivo fomentar o interesse pela prática do cálculo mental; desenvolver destrezas numéricas e de cálculo; reforçar a componente lúdica na aprendizagem da matemática; detetar e divulgar talentos na área do cálculo mental; promover o convívio entre alunos, professores e restante comunidade escolar.

O SupertMatik Cálculo Mental tem, segundo Eudactica (2012), as seguintes regras:

- A face de cada carta apresenta dez expressões identificadas por letras. A letra “A” é sempre uma adição, a letra “B” é sempre uma subtração, a letra “C” é sempre uma adição seguida de uma subtração e assim sucessivamente. A figura seguinte é elucidativa:

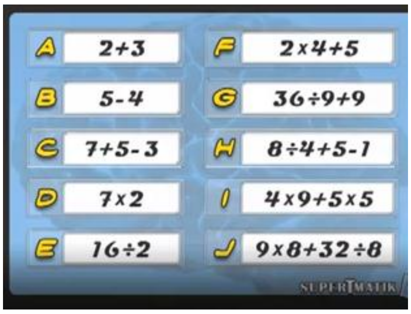



Figura 7.1 Face de uma carta de SupertMatik Cálculo Mental

- No verso de cada carta encontram-se: as soluções das operações da face da carta; uma Super-Letra ou Super-Estrela (neste caso, a Super-Letra “S”); a Roleta de cinco níveis. A figura seguinte é representativa:


Figura 7.2 Verso de uma carta de SupertMatik Cálculo Mental

- A Roleta tem a função de sortear a letra que identifica a expressão que se deve calcular. Neste exemplo, se se jogar no nível 1, deve-se fazer o cálculo “A”, no nível 2, deve-se fazer o cálculo “D”.

- Para se iniciar uma partida mano a mano, são necessários dois jogadores e um árbitro que começa por baralhar as cartas**.** Em seguida, o juiz coloca uma carta à frente de cada jogador (com as faces viradas para cima)**.** Depois, o juiz retira uma outra carta e coloca-a na mesa com o verso virado para cima (carta Roleta). Os jogadores verificam na Roleta qual a expressão sorteada e tentam fazer o cálculo mais rapidamente que o adversário (para a resposta ser válida deve dizer-se SUPERT e, logo de seguida, o resultado).

- Depois de uma resposta válida, o jogador pode levantar a sua carta da mesa e verificar se acertou. Deve sempre mostrar a resposta ao adversário e ao árbitro.

- Se a resposta estiver correta, o jogador ganha a carta. Se estiver errada, as duas cartas em jogo são entregues ao adversário. Se a resposta é dada ao mesmo tempo pelos dois jogadores: quem acertar, fica com a sua carta, quem errar coloca a carta na base do baralho.

- Vão-se assim sucedendo as jogadas até que um dos jogadores consiga ganhar cartas suficientes para completar a palavra SUPERT com as Super-Letras e/ou Super-Estrelas (as Super-Estrelas substituem qualquer Super-Letra necessária para formar SUPERT).

O campeonato SupertMatik Cálculo Mental abarca cinco fases: o campeonato escolar inter turmas; a sessão de ambientação online; a final nacional online e a final internacional online. Tive a oportunidade de participar no VI Campeonato SupertMatik Cálculo Mental escolar inter turmas, como júri. Foi interessante verificar que os alunos levaram o torneio muito a sério. Sendo que alguns deles ficavam bastante tristes após terem sido eliminados. Constatei que muitas vezes os alunos cometiam erros de cálculo porque faziam as operações segundo a ordem que lhes era apresentada nas cartas, e não consoante o tipo de operações (primeiro as multiplicações e depois as adições, por exemplo). Também constatei, nos alunos que supervisionei, que os mais rápidos no cálculo eram alunos descendentes do leste da Europa.

# 8. Ensino Básico e Ensino Secundário: uma reflexão

Neste capítulo, apresento uma reflexão sobre os dois primeiros períodos da PES. Portanto, uma reflexão decorrente das experiências vivenciadas tanto no Ensino Básico como no Ensino Secundário. Para tal, divido o texto que se segue em três campos: os alunos, o professor e o contexto educativo. Apenas por uma questão de organização das ideias, embora estes sejam indissociáveis. Em alguns aspetos, estabeleço pontos comuns, entre cada ciclo de ensino.

**Os alunos**

Talvez dos aspetos mais importantes, no primeiro contato que se tem com os alunos, é perceber de que meio socioeconómico os alunos vêm. Perceber as realidades e suportes familiares que os alunos trazem para a escola. Só assim é que será possível que o professor consiga, primeiramente, uma integração conjunta da turma e professor. Em seguida delinear estratégias e metodologias. O que pode resultar com certos alunos, poderá simplesmente fracassar com outros alunos. Portanto, deverá haver o sentido de adaptação a diferentes realidades. Uma dessas realidades, poderá ter a ver com a maturidade dos alunos.

Da lidação que tive com os alunos pude constatar que, embora estes estivessem em diferentes ciclos de ensino, uns no 9.º ano e outros no 11.º ano, não havia grandes diferenças em termos de maturidade dos alunos. Aliás, em muitas situações, os alunos do 9.º ano pareciam ter uma maturidade mais apurada que propriamente os do 11.º ano. Talvez, porque a maioria fosse descendente do leste da Europa. Já que nestes países, existe uma tradição escolar diferente da nossa.

Repare-se que nestas idades, 14,15,16,17 anos, os alunos ainda estão numa fase de adolescência. Ainda têm questões pessoais a resolver, crises existenciais. Todos nós as tivemos. Portanto, o professor deve ser sensível a esse tipo de questões. Deve ter cuidado na forma como aborda um aluno em específico ou a turma no geral. É importante ouvir o aluno, dando-lhe oportunidade para expressar as suas ideias, os seus fundamentos.

Um outro aspeto relacionado com os alunos, prende-se com o fato de estes estarem demasiado habituados à máquina calculadora (Ensino Básico) e máquina gráfica (Ensino Secundário). Utilizam-na por qualquer razão. E se porventura não a podem utilizar, já as coisas não correm bem. No meu ponto de vista, as máquinas calculadora e gráfica, são um excelente apoio para os alunos. Aliás, não fazia sentido não as utilizar. No entanto, deveria haver um maior incentivo ao cálculo mental básico.

Em relação aos exercícios, nota-se que os alunos ao verem exercícios diferentes, em que hajam conexões com outros tópicos/temas, ficam um pouco sem saber o que fazer. Parece-me que estão algo formatados em relação aos exercícios praticados. É estranho, pois os programas, que até foram pensados num ensino em espiral, deveriam contribuir para que tal não acontecesse.

Outra explicação, é o fato de os alunos de hoje em dia demonstrarem uma certa falta de persistência. Ou seja, quando as coisas não correm bem, desistem logo, em vez de irem à busca de uma solução. Ou simplesmente, olharem para o enunciado e para o que escreveram. Talvez uma certa falta de autonomia, também seja indutora deste tipo de comportamentos. Obviamente que existem exceções, boas exceções.

Por outro lado, leva-me a crer, que os alunos acham que é resolvendo meia dúzia de exercícios, utilizando o mesmo tipo de procedimentos, que se alcança o objetivo pretendido. E, o pretendido, que é a compreensão do conceito, não fica adquirido. O professor deve ter a perceção em relação a este tipo de questões.

Um aspeto que me era irrelevante até ao início da PES, é o que tem a ver com os diferentes ritmos de aprendizagem dos alunos. Muitas vezes, ao questionar a turma, no geral, havia sempre um aluno que respondia em primeiro. Ao resolver exercícios, havia alunos que os faziam num ápice em comparação com outros. Na mesma turma existiam alunos que "apanhavam" os conteúdos à primeira, enquanto outros precisavam de mais tempo para os interiorizar. Portanto, aos poucos fui dando importância a este tipo de situações. Suscitava-me uma interrogação: como dissipar, ou diminuir, estas diferenças de ritmo de aprendizagem? Ou seja, conseguir que os alunos mais rápidos não perdessem andamento e ao mesmo tempo, elevar o ritmo de aprendizagem dos alunos mais lentos. Vou dar um maior foco a este aspeto, no próximo capítulo.

Por fim, um aspeto curioso. Ao longo destes dois períodos, estavam na sala de aula três professores, nas aulas não lecionadas. A professora cooperante, eu e a minha colega de estágio. Inicialmente houve uma certa expectativa até nos conhecermos (nós e os alunos). A partir daí notava-se que muitas vezes os alunos aproveitavam a oportunidade por estarem três professores e empenhavam-se no trabalho, solicitando-nos, por razões mínimas; em aulas normais não o fariam.

**O professor**

Um dos pressupostos para que o trabalho em sala de aula, do professor de Matemática, corra bem, é o de que este deverá estar cientificamente bem preparado. Isto é indiscutível. Agora, não interessa apenas dominar os conteúdos, mas sim, saber ou ter uma ideia de como fazer chegar os conteúdos aos alunos. Fazer com que os alunos se interessem, acompanhem, aprendam e trabalhem com determinado conteúdo. É fundamental. Em algumas situações, senti que tinha sido difícil que tal acontecesse, noutras foi plenamente concretizado.

Passa em muito pelo trabalho de casa. As planificações das aulas são importantes. É extremamente importante pensar em estratégias (às vezes diferentes), para as turmas que se tem. Os recursos utilizados também têm uma importância vital. O uso de diapositivos projetados no quadro, GeoGebra, quadro interativo, materiais manipuláveis, fichas de trabalho, atividades de caráter exploratório. Enfim, tudo que venha quebrar a rotina, mas que ao mesmo tempo acrescente algo mais à aula. Porque, utilizar outros materiais só por utilizar, não vale a pena.

Como é notório das minhas planificações, utilizei em muitas aulas, o GeoGebra. Quase na totalidade, projetado no quadro. Uma das grandes vantagens tinha a ver com a possibilidade de se escrever por cima das figuras, com caneta ou giz. Outras tantas vantagens haveria para indicar acerca deste rico recurso. Dedicarei uma secção a este recurso, no próximo capítulo.

Em relação às planificações, devo confessar que foram, na generalidade, algo compridas e por vezes não exequíveis. Muitas vezes, foram elaboradas propositadamente para evitar que a planificação da aula chegasse ao fim antes dos 90 minutos de aula. Afinal, eu estava sendo avaliado. Como também, houve outras situações em que estava comprometido em executar o que tinha planificado e, no entanto, tal não aconteceu. Não fiquei afetado por isso. Para além da avaliação da professora cooperante ou da professora orientadora, que são logicamente importantes, não menos importante será que os alunos acompanhem e percebam o que se está a passar na aula.

A compreensão dos conceitos é fundamental: será preferível não atingir a planificação da aula, desde que os alunos tenham efetivamente compreendido o que se abordou. Portanto, o dedicar tempo a explicar, clarificar, desmistificar, levar ao pormenor, não é mal gasto. Muito pelo contrário, é importante que haja compreensão dos conteúdos. Assim torna as coisas mais fáceis, tanto para os alunos como para o próprio professor. Além disso, um ensino sem compreensão, não faz sentido.

Um aspeto determinante que facilita a compreensão, é a comunicação na sala de aula, em particular a comunicação matemática. O questionar um aluno em concreto, o questionar a turma, responder ao aluno, corrigir a resposta do aluno, responder ao aluno com a resposta de outro aluno. Enfim, uma série de situações que podem ocorrer. Uma delas, e que eu muitas vezes fazia, era o seguinte: imagine-se que um aluno me chamava no decorrer da aula para tirar uma dúvida na sua carteira. Em vez de esclarecer a dúvida ao aluno, colocava a questão à turma, sem descriminar ou evidenciar de forma negativa aquele aluno. Resultado: esta dúvida era comum a muitos alunos, e assim esclarecia-se em conjunto a dúvida, reforçando a ideia para aqueles que não tinham dificuldades.

Portanto, a comunicação também é fundamental. Atenção que não é só a oral. A escrita também é muito importante. Rigor no que está escrito no quadro ou no caderno.

Mas se os alunos souberem o que estão a escrever, de certeza que não existirão incorreções na escrita (pelo menos incorreções gritantes).

Por outro lado, uma boa comunicação na sala de aula, promove um clima de sala de aula positivo. Onde todos participam, e sentem-se capazes de o fazer. E assim sendo, de certeza que acontecerão boas aprendizagens.

Um outro aspeto importante, é a forma como se tiram dividendos dos vários momentos da aula. Gerir os tempos de aula. Ter a plena perceção dos vários momentos de aula. Analisar e aproveitar as situações inesperadas e que podem ser bastante férteis para uma boa aula. Portanto, o improviso também faz parte. Embora, eu ache que a capacidade de observar a aula num todo, e daí identificar e aproveitar situações que promovam uma boa dinâmica, passa em muito pela experiência do professor. Por vezes, é determinante.

Com uma turma dinâmica é fácil ser-se dinâmico (ou não será bem assim?). Se calhar, o professor terá mesmo que articular esforços, de forma a tirar o máximo proveito da turma, nas suas aulas. O sentido de adaptação e ajuste às circunstâncias, é premente. Até porque, não existe uma fórmula para cada aula. O que resulta numa turma, noutra talvez não.

Por fim, refiro-me ao trabalho entre professores. Acho importante que os professores possam esclarecer dúvidas entre si, sem qualquer tipo de complexos. Perguntar a opinião acerca de como abordar determinado tópico. Como fizeste? Resultou? Como farias agora? Portanto, o colaborar, o cooperar com os colegas é importante. É enriquecedor.

### O contexto educativo

Encontrei uma realidade bem diferente daquela que vivi há muitos anos atrás, quando frequentei o Ensino Secundário. Enfim, a sociedade evolui, os tempos são outros. Mas dá-me a sensação que hoje em dia, a escola não é vista, totalmente, como um lugar de conhecimento e sabedoria, por parte dos alunos. Parece-me que falta um pouco de exigência no seio escolar. Talvez devido ao facilitismo dos anos anteriores.

Um aspeto que retrata um pouco alguma falta de exigência, é a diminuição da autoridade do professor, na sala de aula. Um exemplo, é a retirada do estrado junto ao quadro. Porquê? Eu quando fui aluno, tive professores que não eram autoritários e, no entanto, as aulas não deixavam de correr às mil maravilhas só porque existia um estrado junto ao quadro. Aliás, este estrado até era funcional, no sentido em que ajudava os alunos das carteiras de trás a visionarem bem o quadro.

Um outro aspeto, tem a ver com os recursos educativos disponíveis. Obviamente são melhores do que aqueles que tive quando fui aluno. Mal se assim não fosse. No entanto, e em relação às novas tecnologias, fala-se em salas de computadores, de informática, e na realidade, quando são necessárias para serem utilizadas, não estão disponíveis. Parece-me que falta alguma agilidade na disposição dos recursos.

Um outro aspeto que considero fundamental, é o trabalho do psicólogo na escola. No entanto, este parece servir, na generalidade, apenas para questões problemáticas e em muitas vezes relacionadas com a indisciplina. E as outras questões, relacionadas com a identidade do aluno, da aprendizagem do aluno, do percurso escolar do aluno? Seria importante haver uma melhor orientação ao aluno, indicando-lhe os melhores caminhos para a sua formação, de acordo com as suas faculdades. Um acompanhamento mais efetivo ao longo do percurso escolar.

Por fim, refiro-me à avaliação dos alunos. Considero muito positiva a elaboração de fichas questões de aula, no final de cada tópico lecionado, no Ensino Básico. Pois estas servem para o professor perceber, entre outras, se as aprendizagens dos alunos correspondem ao desejado. Assim, tornam-se num bom material para o professor refletir acerca das suas práticas de ensino. Mais, acho que deveria adaptar-se este tipo de avaliação no Ensino Secundário. Para além destes, deveria fazer-se uso das tarefas exploratórias, relatórios (incentivando o trabalho de grupo). Assim iria contrariar-se uma avaliação que, parece-me, está a ter cada vez mais um caráter sumativo.

## 9. Aspetos importantes decorrentes da prática letiva

No decorrer da prática letiva existem muitos aspetos a considerar que são importantes. Obviamente não irei referir-me a todos eles. Destaco três: os programas de Matemática, a utilização do GeoGebra em sala de aula e os diferentes ritmos de aprendizagem.

Os programas de Matemática, porque estão relacionados com as orientações curriculares. Era quase obrigatório fazer esta abordagem. A utilização do GeoGebra em sala de aula, deriva plenamente da minha prática letiva, já que em muitas aulas utilizei o GeoGebra. Os diferentes ritmos de aprendizagem, é um aspeto que toca fundamentalmente com os alunos, e como tal, será bom abordar este tema.

Para cada um destes temas, farei uma abordagem teórica sempre que possível, complementando-a com as minhas ideias decorrentes das experiências vivenciadas.

## 9.1. Os programas de Matemática

Primeiramente, será importante olhar para o que de mais importante tem acontecido, no geral, no ensino da Matemática em Portugal. Segundo Ponte (2002), existem cinco marcos importantes na evolução do ensino da Matemática em Portugal. São eles: a ação pedagógica de Bento Caraça, o programa piloto de José Sebastião e Silva, a proposta curricular de Milfontes, o reajustamento do Programa do Ensino Secundário e a identificação de competências essenciais no Ensino Básico (culminando no reajustamento ao novo Pograma de Matemática do Ensino Básico).

É de referir que, os reajustamentos dos programas do Ensino Secundário e Ensino Básico, tiveram na sua origem a Lei de Bases do Sistema Educativo, *Lei n.º 46/86 de 14 Outubro*, que se iniciou em 1986 e vigora ainda hoje. Esta é a última grande reforma educativa (Santos, Canavarro & Machado, 2007).

Em seguida, irei debruçar-me sobre os aspetos que considero mais relevantes, e de uma forma sumária, em relação ao Programa de Matemática do Ensino Básico, DGIDC (2007), e ao Programa de Matemática do Ensino Secundário para os cursos Científico Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas (DES, 2001).

Ora, segundo a SPM (2008), o novo Programa de Matemática do Ensino Básico, não apresenta metas claras e verificáveis para as diversas etapas, não constituindo assim um apoio claro e preciso. De fato, eu próprio tive dificuldade em clarificar as ideias, no que toca às finalidades, objetivos gerais de aprendizagem e orientações metodológicas gerais. É um documento que *inclui um amontoado de recomendações, algumas ambíguas, outras de hierarquia confusa, muitas redundantes, algumas repetitivamente apresentadas* (SPM, 2008, p. 3). Não se torna assim, um documento de consulta simples e direta para o professor.

Devo frisar um dos objetivos gerais de aprendizagem, que considero curioso. É o seguinte: *Os alunos devem ser capazes de fazer Matemática de modo autónomo,.., não se espera, naturalmente, que os alunos descubram ou inventem novos resultados matemáticos significativos* (DGIDC, 2007, p. 6). Bom, será que os alunos, por exemplo, na realização de tarefas com caráter exploratório, ao explorarem regularidades, conjeturarem e porem em prática o sentido de argumentação, estão a fazer Matemática? Ou será que ao resolverem problemas, utilizando diferentes formas de o fazer, também estão a fazer Matemática? É desejável que tal aconteça. Mas, não me parece que seja fazer Matemática. Quem, de fato, faz Matemática, são as pessoas que se dedicam à investigação e incrementam algo de novo ao que já está conhecido e/ou estabelecido. Portanto, este é um exemplo de uma certa falta de precisão e clareza no conceito do que é fazer Matemática.

É de salutar a forma como os temas e tópicos matemáticos estão agrupados nos diferentes ciclos, havendo uma abordagem entre ciclos. No entanto, talvez devesse haver uma divisão em anos de escolaridade para cada ciclo. No global, este *novo programa apresenta diversas perspectivas orientadoras para a abordagem dos temas matemáticos, valorizando o sentido de número, o sentido espacial, o pensamento algébrico e a literacia estatística. Aponta também orientações para o trabalho com as capacidades transversais* (Ponte & Sousa, 2010, p. 16). Portanto, valoriza aspetos que, talvez já necessitassem de ser abordados há muito tempo.

Em relação ao Programa de Matemática A do Ensino Secundário, também existe alguma falta de precisão e clareza no que toca às finalidades e objetivos e competências gerais. Por exemplo, os objetivos e competências gerais estão organizados numa tabela de três colunas: valores/atitudes, capacidades/aptidões e conhecimentos. Ora, no domínio dos conhecimentos estão indicados os temas matemáticos e também a História da Matemática. Sendo a História da Matemática um tema transversal, porque não estão indicados os outros temas transversais? (Santos, Canavarro & Machado, 2007). Além disso, parece que os temas matemáticos são abordados sem qualquer conjugação com as finalidades e objetivos e competências gerais.

Uma questão curiosa é a seguinte: a mesma Matemática A do Ensino Secundário, serve para a finalização de um ciclo, para a especialização numa área, para o prosseguimento de estudos? Talvez devesse haver uma disciplina complementar de Matemática, constituída por temas opcionais, que poderia contribuir também para a finalidade do curso em que se inserissem os alunos (APM, 2007). Aliás, a APM chegou a propor uma disciplina dessa natureza, intitulada como Temas Atuais da Matemática no elenco de disciplinas anuais optativas de 12.º ano (APM, 2007).

Uma outra questão, é a que se prende com a carga horária. Segundo a APM (2007), a distribuição horária pelas diferentes unidades do programa é, de uma forma geral, adequada. Ora, no 11.º ano em concreto, tem-se: para Geometria no Plano e no Espaço II, 30 aulas; para Introdução ao Cálculo Diferencial I (Funções racionais e com radicais. Taxa de Variação e Derivada), 30 aulas; para Sucessões Reais, 24 aulas. Considera-se que a *lecionação dos diferentes conteúdos é exequível com o número de aulas proposto, podendo haver um ou outro ajustamento pontual dessa distribuição horária consoante as necessidades encontradas ao longo do trabalho com as diferentes turmas* (APM, 2007, p.2). Aqui, estou de acordo com a APM, mas não totalmente. Pois, considero que a carga programática do 11.º ano é demasiado extensa para a carga horária disponível. Aliás, tenho as mais sinceras dúvidas que, em geral, os professores consigam lecionar o último tema, as Sucessões Reais, de uma forma plena. Talvez se houvesse uma reestruturação programática ou até mesmo um aumento da carga horária, seria melhor.

Por fim, devo salientar que estes são os programas que se tem para seguir e trabalhar. Embora se discorde com alguns pormenores, e até haja vozes críticas em relação à sua formulação e/ou estruturação, tem que se ter em conta que as coisas até evoluíram positivamente. Talvez não da forma mais célere e desejada, dada a constante inércia subjacente às reformas dos sistemas de ensino.

## 9.2. A utilização do GeoGebra em sala de aula

As tecnologias desempenham um papel fundamental na abordagem aos diversos tópicos matemáticos. A tecnologia é considerada, segundo o NCTM (2008), como essencial no ensino e na aprendizagem da Matemática, influenciando a Matemática que é ensinada e melhorando a aprendizagem dos alunos. No entanto, *a tecnologia não deverá ser utilizada como uma substituição para a compreensão e intuição elementar; pelo contrário, poderá e deverá ser usada para estimular essa compreensão e intuição* (NCTM, 2008, p. 26).

Ora, das ferramentas tecnológicas usadas nas escolas, o GeoGebra será aquela que vai mais ao encontro das orientações do NCTM. Em princípio será uma ferramenta que todas as escolas irão disponibilizar nos seus computadores, ou pelo menos numa das suas salas de computadores.

O GeoGebra é um software de Matemática dinâmica, que foi iniciado por Markus Hohenwarter, em 2001, na Universidade de Salzburg, para educação matemática nas escolas (Hohenwarter & Jones, 2007). É um software de Matemática dinâmica porque, alia o ambiente de geometria dinâmica com um sistema de álgebra computacional. Portanto, as perspetivas geométrica e algébrica são características do GeoGebra: uma expressão na janela algébrica corresponde a um objeto na janela geométrica e vice-versa.

Aliás, a possível interação da perspetiva geométrica, algébrica e de cálculo numa mesma tarefa, contribuem para a valorização deste software. Nas recentes versões, também já é possível fazer uso de ferramentas de estatística. Portanto, o uso deste é realmente uma mais valia para a aprendizagem e consolidação de novos conhecimentos em sala de aula.

Como ambiente de Matemática dinâmica que é, o GeoGebra permite o sempre útil "modo arrastar". *O modo de arrastar é o recurso mais importante disponível nestes ambientes, porque permite a introdução de circulação para uma geometria euclideana considerada estática* (Sträßer, citado em Hattermann, 2009, p.786).

Aliando ao modo arrastar o fato de se poder formatar as cores dos objetos das construções, torna o ambiente mais atrativo e por sua vez, mais intuitivo na sua forma de compreensão. Estas possibilidades de formatação dos objetos, estreitam as ligações entre fórmulas, gráficos, diagramas e expressões das relações, que por sua vez induzem sistemas de representação mais fáceis de entender.

A visualização, a perceção na visualização e as diferentes representações, são aspetos para os quais o GeoGebra contribui fortemente, evidenciando a sua importância. Alves & Sampaio (2009) afirmam que, *alunos que passaram pela experiência de lidar com representações dinâmicas de figuras e propriedades geométricas demonstraram uma evolução maior em relação à compreensão dos conceitos geométricos* (p.75).

É de destacar, também, a construção passo a passo. É através da construção e/ou resolução de uma tarefa, que o aluno consegue interiorizar uma série de conceitos e relações adjacentes à própria tarefa e ao tópico que se está a trabalhar. Como tal, é possível fazerem-se conexões com outros temas (dentro da mesma tarefa) de uma forma quase natural.

Repare-se que a construção em GeoGebra, poderá ser feita mediante a utilização de um guião de construção, onde cada aluno tem um computador, ou simplesmente projetada no quadro. Depende dos recursos disponíveis, da turma que se tem à frente, do tema a trabalhar. Enfim, fica ao critério do professor a melhor forma de introduzir e utilizar a construção em GeoGebra em sala de aula.

Um outro aspeto, relevante, é o fato de através do GeoGebra o professor conseguir reproduzir em fichas, atividades, projetado no quadro, figuras que antecipadamente construiu.

Dado o seu forte poder de visualização e interação, o GeoGebra permite observar, analisar, relacionar e construir figuras e operar com elas. Desta forma é possível ao professor incitar o gosto pela investigação nos alunos, a discussão em sala de aula e assim, despertar o poder de argumentação e, talvez dos aspetos mais importantes, a compreensão de conceitos que até ao momento não passavam de saberes abstratos.

Devo salientar uma grande limitação do GeoGebra: o fato deste software não se revelar útil no trabalho com geometria no espaço (pelo menos até à data de elaboração deste texto). É possível a visualização de alguns sólidos geométricos, no espaço, de diferentes perspetivas, embora de uma forma "forçada". Portanto, o trabalho em 3D no GeoGebra ainda não é prático.

Por fim, saliento um aspeto. Utilizar o GeoGebra só por utilizar, não trará nada de novo, nem será vantajoso. A inserção do GeoGebra na sala de aula, deverá ter como base alguns pressupostos, tais como: o tópico a lecionar, a metodologia adotada, as estratégias utilizadas, os materiais didáticos que complementam essa utilização. Portanto, deverá ser antecipadamente pensado. Só assim a utilização deste recurso será benéfica para boas aprendizagens.

## 9.3. Os diferentes ritmos de aprendizagem

A aprendizagem de Matemática e os diferentes ritmos que a rodeiam, foi desde cedo um dos grandes pormenores que encontrei, durante a prática letiva. Pude constatar mesmo ainda com pouca experiência que, numa mesma sala de aula existem alunos que têm ritmos de aprendizagem muito diferentes de outros alunos.

Da literatura consultada, reparei que muitos autores se referem às dificuldades de aprendizagem em Matemática, não fazendo um paralelismo com as diferenças de ritmo de aprendizagem em sala de aula.

Para a explicação das dificuldades de aprendizagem em Matemática, muitas vezes aparecem conotadas dificuldades em relação ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência matemática. Um problema (específico) na aprendizagem em Matemática, que merece destaque, é a discalculia. Este é um transtorno de aprendizagem na área da Matemática, caracterizada pela alteração na capacidade de realização de operações matemáticas abaixo do esperado para a idade cronológica, nível cognitivo e escolaridade (Almeida, 2006). No entanto, não obstante o termo discalculia ser o mais utilizado, talvez *dismatemática fosse a nomenclatura mais adequada, pois as dificuldades não surgem só ao nível do cálculo, podendo manifestar-se em todos os domínios da matemática: aritmética, álgebra e geometria* (Cruz, 2009, p. 209).

Fatores associados à componente orgânica e à componente afetivo emocional (bloqueios, inibições) também devem ser considerados (Correia, 1991). Dificuldades de atenção e de motivação, dificuldades na memória, dificuldades quanto às crenças, às atitudes, às expetativas e aos fatores emocionais acerca da matemática, são de grande interesse e que com o tempo podem dar lugar ao fenómeno da ansiedade para com a matemática (Almeida, 2006).

A acrescentar a sentimentos de ansiedade estão as muitas inseguranças, que podem advir de um conhecimento rotineiro, baseado numa abordagem à aprendizagem demasiado teórica (Matos & Serrazina, 1996). Os autores indicam ainda que *o ensino bastante formal e abstrato prejudicam a compreensão e são uma razão chave para as dificuldades de aprendizagem* (Matos & Serrazina, 1996, p. 33).

Portanto, o papel do professor é determinante para o modo como as aprendizagens se efetuam. É proporcionando aos alunos oportunidades para explorar diferentes ideias matemáticas que, segundo Matos & Serrazina (1996), se encoraja os alunos a pensar sobre os seus processos de pensamento com vista a facilitar a construção do seu próprio conhecimento.

Para Santos (2008), não poderá haver o desenvolvimento do pensamento matemático, sem o desenvolvimento do domínio da linguagem necessária à apreensão de conceitos abstratos nos seus diversos níveis. Ora, neste sentido, parece importante haver uma hierarquização dos conceitos matemáticos, o que implica ir assentando todos os passos antes de continuar.

Importante será considerar o local onde tudo se passa, a sala de aula. Aqui, o conhecimento matemático é apropriado nas relações pedagógicas envolvendo o professor, o aluno e os seus colegas. São nessas relações de ensino e aprendizagem que se constitui o que Vygotski, citado por Araújo & Cardoso (2006), denomina por zona de desenvolvimento proximal, definida como as possibilidades dos alunos atingirem níveis complexos da compreensão dos conceitos, com ajuda de parceiros mais experientes. Ou seja, a aprendizagem matemática ocorrida vincula-se à interação com outras pessoas. Desta forma, o aluno atinge vários processos de desenvolvimento que, sem ajuda externa, seriam impossíveis de ocorrer (Araújo & Cardoso, 2006).

É de salientar ainda que, a criação de expectativas sobre cada um dos seus alunos, por parte do professor, tanto baseadas em experiências anteriores como em conceções prévias, poderão ter efeitos não tão positivos. Estas crenças atuarão de forma consciente ou inconsciente e afetarão a interação do professor com os alunos. Mais, qualquer atitude que fuja da expectativa do professor em relação ao comportamento ou desempenho do aluno será olhada com reservas (Matos & Serrazina, 1996).

Em relação às expectativas dos professores sobre os alunos e sobre os diferentes ritmos de aprendizagem em sala de aula, refiro-me em seguida às conclusões de um trabalho para a disciplina de Metodologia da Investigação em Educação (MIE), elaborado por mim, durante o 1.º período letivo da PES.

Neste trabalho teve-se como objetivo de estudo, partindo da análise das perceções dos professores, identificar as conceções dos professores relativamente aos diferentes ritmos de aprendizagem e conhecer atitudes e estratégias dos professores em sala de aula. Participaram neste estudo dois professores de matemática de uma Escola Secundária pública do sul do país. Foi seguida uma metodologia qualitativa onde, para a recolha de informação, se utilizaram entrevistas semidiretivas, com fins essencialmente exploratórios. Entrevistas que foram orientadas por um guião previamente elaborado. Tendo em conta o material documental obtido, utilizou-se para o tratamento dos dados a técnica da análise temática ou categorial (Bardin, 2002).

Após a análise e discussão dos resultados, foi possível verificar que os professores entrevistados têm a noção, ou aliás, estão cientes dos diferentes ritmos de aprendizagem em sala de aula. São apontadas como causas inerentes aos diferentes ritmos: as deficientes bases teóricas dos alunos e o próprio papel do professor na sala de aula. Portanto, por um lado verifica-se que os alunos chegam ao Ensino Secundário com graves deficiências matemáticas, e por outro lado existe uma responsabilização dos professores em relação à homogeneização das aprendizagens. O professor é o principal responsável pelos ritmos de aprendizagem nas aulas.

Em relação às atitudes e estratégias dos professores, verifica-se que a empatia e a afetividade com os alunos, são os elementos chave para boas aprendizagens. Desta forma é criado o tão bom clima de sala de aula positivo e, consequentemente favorável. É de notar que a interação aluno professor é colocada com a devida importância. O feedback também é retratado como fator integrante de boas aprendizagens, embora não tão evidente.

Ora, da minha experiência pedagógica, acrescentaria mais. Em relação às estratégias adotadas pelo professor, no decorrer da aula, considero importante o trabalho a pares (o trabalho de grupo também deverá ser incutido). Outro exemplo prático: aquando do questionar os alunos, estas perguntas podem ser feitas de um modo direcionado, utilizando-se diferentes formas de questionar, promovendo a interação aluno professor e aluno aluno.

No entanto, e não tirando a responsabilização do professor e das suas práticas pedagógicas em sala de aula, parece-me que a questão dos diferentes ritmos de aprendizagem tem na sua origem, também, aspetos estruturais. Ora, o primeiro é o fato de os professores do Ensino Secundário indicarem que os alunos vêm do 3.º ciclo do Ensino Básico com graves deficiências matemáticas. Por sua vez, os professores do 3.º ciclo do Ensino Básico indicam o mesmo aspeto em relação aos 2.º e 1.º ciclos do Ensino Básico. Como tal, parece-me haver um problema de base, relacionado com o ensino da Matemática desde o 1.º ciclo do Ensino Básico. Talvez relacionado com a programação curricular, ou até mesmo com a formação inicial de professores para este ciclo de ensino.

Outro aspeto que considero importante, é o fato de o nosso sistema de ensino, não proporcionar uma orientação efetiva dos alunos no seu percurso escolar (desde o 1.º ciclo do Ensino Básico). Quantas vezes, os alunos chegam ao Ensino Secundário sem saberem se a área de estudo escolhida é de fato aquela que mais se enquadra com as suas aptidões e características.

# 10. Os Seminários

O ciclo de seminários decorreu ao longo do 3.º período letivo. Durante este ciclo de seminários, estava previsto que cada aluno realizasse dois seminários. Os seminários teriam que abordar, cada um, uma unidade curricular, do 3.º ciclo do Ensino Básico ou do Ensino Secundário. A unidade curricular abordada teria que ver com conteúdos não lecionados durante a prática letiva, tendo como pano de fundo uma planificação geral dessa mesma unidade.

Em seguida descrevo os seminários "Inversa de uma função. Funções com radicais" e "Equações do 1.º grau". Estes podem ser consultados nas secções 13.12 e 13.13, respetivamente, do capítulo 13. Anexos. Para cada um, aponto as razões que me levaram a escolher estes temas, dando foco às estratégias que considerei nas respetivas planificações.

## 10.1. Inversa de uma função. Funções com radicais.

O seminário "Inversa de uma função. Funções com radicais" foi o meu primeiro seminário. O tema deste seminário está inserido no tema "Introdução ao Cálculo Diferencial I. Funções racionais e com radicais. Taxa de Variação e Derivada" do programa de Matemática A do 11.º ano de escolaridade.

Houve a dúvida se este primeiro seminário corresponderia a uma unidade curricular ou simplesmente a um tópico, dado que o programa não esclarece objetivamente o que é uma unidade curricular, sendo que cada tema está dividido em tópicos.

A razão da escolha deste tema para o seminário, prendeu-se sobretudo com uma abordagem à função inversa com o GeoGebra. Esta abordagem tinha sido feita num outro trabalho de uma outra disciplina, Tecnologias Aplicadas ao Ensino das Ciências II. Como tal, eu pretendia partilhar esta abordagem com a audiência, em particular com os meus colegas de Mestrado. É possível aceder a esta abordagem, através do protocolo de construção do GeoGebra, no ficheiro que se encontra nos diapositivos do seminário.

Tendo como propósito uma planificação geral do tema "Inversa de uma função. Funções com radicais", embora a minha planificação tenha sido mais específica, comecei por enquadrar o tema com o programa de Matemática A 11.º ano. Depois falei nos conhecimentos prévios dos alunos e nos objetivos gerais a atingir pelos alunos.

O número de aulas previstas seria de 6 aulas de 90 minutos cada. Não apresentei a planificação de cada aula, preferi antes apresentar o encadeamento dos conteúdos a abordar neste tema, segundo os conceitos trabalhados, as estratégias/metodologias utilizadas e as aprendizagens esperadas. Sendo que as aprendizagens esperadas supostamente advirão dos conceitos trabalhados.

Ao longo do encadeamento dos conteúdos, apresentei atividades tipo, que poderiam ser utilizadas na abordagem a esses mesmos conteúdos. Destas atividades, destaco a construção com recurso ao GeoGebra, utilizando um guião de construção. Esta atividade serviria para abordar a função inversa de uma função do tipo $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ . Por exemplo, a inversa da função (injetiva) $f(x) = \frac{1}{x}$, que é a própria função $f(x) = \frac{1}{x}$, tal como sugere a figura:

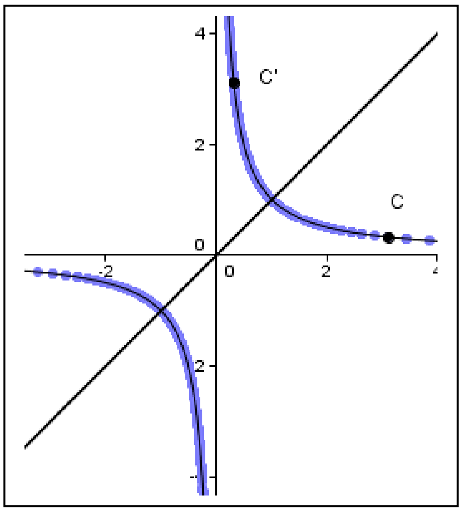



Figura 10.1 Representação da inversa da função $f(x) = \frac{1}{x}$

Repare-se que o ponto C é um ponto da função inicial, sendo o ponto C' um ponto simétrico a C. Este ponto C' é obtido do ponto C por meio de uma reflexão na bissetriz dos quadrantes ímpares. Ao mover-se o ponto C ao longo da função inicial, vai-se obter o gráfico da inversa desta função, por meio do ponto C'.

Mais à frente a construção com GeoGebra serviria para abordar a inversa de funções quadráticas e cúbicas. Por exemplo, a inversa da função quadrática (não injetiva) $f(x) = x^2$, que não vai ser função, tal como sugere a figura:

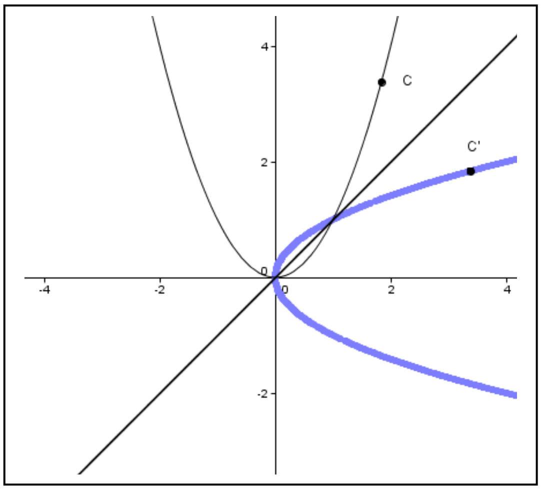



Figura 10.2 Representação da inversa da função $f(x) = x^2$

Portanto, com recurso à construção em GeoGebra é possível dar ênfase à visualização gráfica. Esta visualização, aliada a outras representações, é determinante ao trabalhar-se com conceitos, tais como, injetividade, inversa de uma função, restrição de uma função a um intervalo.

Na parte restante do seminário, das funções com radicais, dei maior importância à sistematização de cálculo nas expressões com radicais e potências de expoente fracionário. Aliás, considero que nesta parte é importante haver mecanização de cálculo, como forma de se poder interiorizar os conceitos. Até porque, nesta fase (11.º ano), os alunos provavelmente já se devem ter esquecido das propriedades das potências trabalhadas no Ensino Básico (8.º ano).

Ao longo do seminário destaquei três pormenores que são muito importantes, e como tal, devem ser desmistificados aos alunos. Estes foram postos sob a forma de notas aos alunos. Uma dessas notas é representada na seguinte figura:

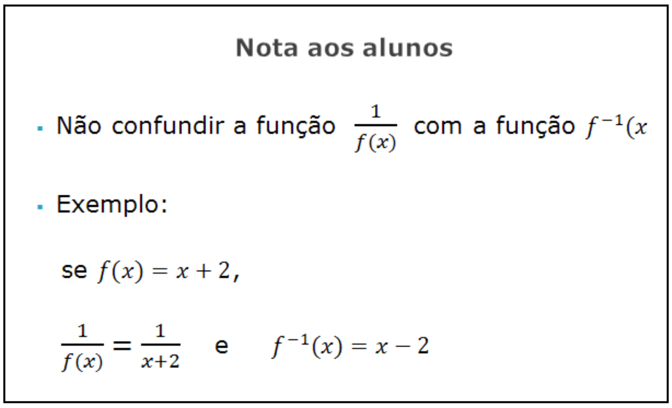



Figura 10.3 Nota aos alunos

Aqui, pretende-se deixar a distinção entre quociente de duas funções e inversa de uma função.

Por fim, devo salientar que a apresentação deste seminário decorreu dentro do previsto. Este foi importante para mim, no sentido em que era a primeira vez que fazia uma apresentação com o formato de um seminário. Como tal, adquiri mais experiência e senti-me mais enriquecido.

## 10.2. Equações do 1.º grau

O tema do meu segundo seminário foi "Equações do 1.º grau". Esta unidade curricular está inserida no grande tema "Álgebra", e é lecionada no 8.º ano de escolaridade. Aqui também houve a dúvida se "Equações do 1.º grau" seria uma unidade curricular ou simplesmente um tópico. No programa de Matemática do Ensino Básico, este tema aparece como um tópico. No entanto, em vários manuais do 8.º ano é designado por unidade curricular. Acho que é apenas uma questão de designação.

A razão da escolha deste tema para o seminário, prendeu-se com o fato de ao longo da PES, primeiro com turmas do 11.º ano e depois com turmas do 9.º ano, ter verificado que era muito comum os alunos cometerem erros na resolução de equações simples do 1.º grau. A figura seguinte ilustra um desses erros:

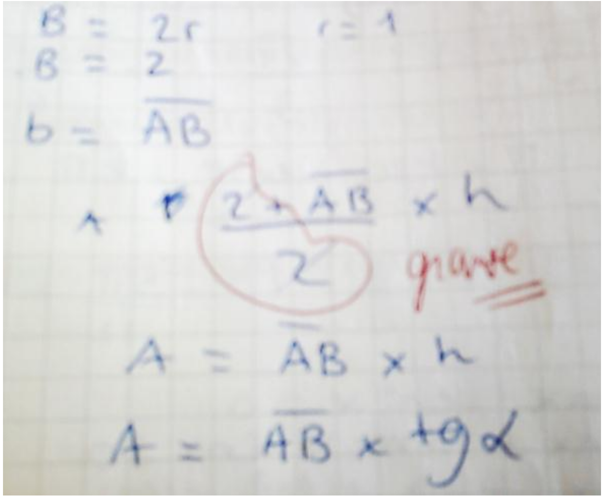



Figura 10.4 Erro na resolução de uma equação do 1.º grau

Este erro aparece na resolução de um problema de trigonometria, que levou à resolução de uma equação do 1º grau.

Inicialmente, comecei por enquadrar o tema com o programa de Matemática do Ensino Básico. Depois falei nos conhecimentos prévios dos alunos e nos objetivos gerais de aprendizagem. Devo salientar que, no 8.º ano de escolaridade, existem duas abordagens às equações. Na primeira abordagem, trabalha-se com equações do 1.º grau a uma incógnita (com denominadores) e sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas. Na segunda abordagem, trabalha-se com equações literais, operações com polinómios e equações (incompletas) do 2.º grau a uma incógnita.

Na minha planificação para esta unidade curricular, equações do 1.º grau, portanto a primeira abordagem às equações, decidi incluir as equações literais da segunda abordagem. Porque não introduzir as equações literais, na primeira abordagem? Até é uma boa maneira para se trabalhar o conceito de incógnita (por exemplo, numa fórmula com duas letras, em que uma funciona como incógnita e a outra como um parâmetro).

O número de aulas previstas seria de 11 aulas de 90 minutos cada: 4 aulas para equações do 1.º grau a uma incógnita (com denominadores); uma aula para equações literais; 5 aulas para sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas. Por fim, a última aula serviria para fazer revisões e avaliar conhecimentos através de uma questão aula. A planificação foi elaborada, para cada um destes tópicos atrás mencionados, segundo os objetivos específicos de aprendizagem e as estratégias/metodologias adotadas.

Ao longo do encadeamento dos tópicos, apresentei atividades tipo, que poderão ser utilizadas na abordagem aos conteúdos desses tópicos. Por exemplo, se os alunos cometem erros comuns na resolução de equações do 1.º grau, porque não dar aos alunos resoluções de equações do 1.º grau, onde estes tenham que descobrir o erro? Talvez seja uma boa forma de clarificar os passos na resolução das equações. Um desses passos tem a ver, por exemplo, com os princípios de equivalência (princípio da adição e princípio da multiplicação). Muitas vezes os alunos escrevem o sinal de equivalente entre equações, porque tem que ser! E não percebem o significado de equivalência entre equações. Estes conceitos, a meu ver, devem ser bem clarificados.

A utilização de diferentes letras para representar a incógnita, e não somente a utilização do tão conhecido $x$, também poderá ser útil. Desde que utilizado com moderação, pois poderá causar confusão aos alunos.

Um outro aspeto que eu considero importante tem a ver com a abordagem aos sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas. Obviamente que deverá haver uma primeira abordagem algébrica, mas a introdução da representação gráfica deverá ser incluída logo no início. A explicação é simples: ao representar-se primeiramente, cada uma das equações do sistema, graficamente, o aluno quando for resolvê-lo algebricamente, tem uma noção do que está à procura. O GeoGebra poderá ser útil na representação das equações. Ou melhor, dado que os alunos trabalharam antes com funções linear e afim, poderão representar cada uma das equações como sendo uma função linear ou afim. Desta maneira, talvez os alunos compreendam melhor a noção de sistema e a natureza da solução de um sistema de equações.

Em todo o caso, nesta unidade curricular, a formalização algébrica deverá ser introduzida progressivamente, e a necessidade de mecanização de exercícios é evidente.

Por fim, devo salientar que a apresentação deste seminário, tal como o anterior, decorreu dentro do previsto. Este foi importante para mim, pois consegui pensar em estratégias que possibilitem aos alunos uma melhor compreensão dos conceitos. Como tal, foi enriquecedor para mim, e para a audiência (espero eu).

## 11. Considerações finais

Se antes da realização da PES, pensava que já estaria apto a lecionar, estava profundamente enganado. Foi com a realização da PES que, por um lado, adquiri experiência profissional, por outro, fui conhecendo os pormenores inerentes à lecionação. Aliás, fui tomando conta que para ser-se professor, em particular, professor de Matemática, existem muitas especificidades que se têm que ter em conta. Sejam de ordem pessoal, profissional, ou num sentido mais lato, todos os aspetos relacionados com o processo de ensino e aprendizagem.

Para ser-se professor de Matemática, é inquestionável que se tenha que dominar os conteúdos. No entanto, pode ser muito pouco. É necessário que o professor, tendo uma identidade, se consiga adaptar às várias circunstâncias. É imprescindível que o professor se consiga apropriar de meios e recursos a fim de proporcionar um melhor ensino.

Aprendi que uma boa relação com os alunos, promovendo uma boa interação com estes e entre estes e uma boa comunicação, são aspetos essenciais para que se tenha um ambiente de sala de aula positivo que, por sua vez conduza a boas aprendizagens. Um ambiente favorável, onde todos participam.

Aprendi que é fundamental o ensino ter como base a compreensão. O explicar, o clarificar, o desmistificar. É importante que os alunos percebam os conteúdos, passo a passo. Só assim será possível que todos tenham a oportunidade de compreender Matemática.

Aprendi que para um professor ser exigente, terá primeiramente, que exigir de si próprio. O trabalho de casa é importante. O planificar, elaborar estratégias, pensar em recursos didáticos variados. Tudo o que venha acrescentar algo de positivo às aulas e que desencadeie boas aprendizagens.

É importante ligar ao feedback dos alunos. A verdadeira avaliação é feita pelos alunos. Eles é que reproduzem as boas ou más aprendizagens.

Em relação à minha evolução enquanto professor, reparei que aos poucos ia-me apropriando de técnicas de professor. Aos poucos ia tendo os toques de professor. Senti que fui evoluindo de uma forma gradual e positiva. Sempre aprendendo com os aspetos menos positivos e tentando valorizar todas as minhas aprendizagens. Talvez agora, no fim da PES, me tenha apercebido que não fui propriamente um professor com uma atitude tão exploratória, tal como eu pensava ser antes da realização desta. Também não me senti um professor tradicional que utilizasse, única e simplesmente, um ensino mais direto. Aconteceu um misto, de uma forma equilibrada. Senti que fui vigilante, tentei controlar tudo, ter a mão nos acontecimentos da aula. Julgo que é típico dos professores em formação. Um aspeto a considerar e que de alguma forma condicionou a minha atividade: foram poucas as aulas lecionadas.

A juntar à experiência e aprendizagens adquiridas ao longo da PES, estão os ensinamentos retirados da elaboração deste relatório. O grande ensinamento comum à PES e à realização do relatório da PES, é a reflexão.

A reflexão é um aspeto importantíssimo no dia a dia do professor. Ou seja, a reflexão como prática integrante do processo de ensino. Refletir sobre as aprendizagens dos alunos. Conseguir pôr-se na pele dos alunos. O questionar-se a si próprio acerca das suas tomadas de decisão e das suas opções. Tendo sempre em vista melhorar as suas práticas de ensino.

Por fim, refiro-me às perspetivas de carreira. Obviamente, não são um mar de rosas. O momento que vivemos é delicado, e em particular para os professores em início de carreira. Mesmo assim, sei que ao iniciar-me na carreira docente, irei dispor-me e abraçar esta profissão tão nobre que é ser professor de Matemática, da mesma forma que quando iniciei a PES. Com espírito de confiança, determinação, sentido de responsabilidade e sempre tentando ser competente.

*A Matemática tem algo de fundamental a oferecer a todas as crianças e jovens. Não a Matemática autoritária, dos dogmas, dos anátemas, do certo e do errado, das humilhações e dos castigos, mas a Matemática das relações, das conexões, das intuições e das descobertas. Proporcionar a todos os alunos experiências matemáticas genuínas deveria ser, na minha perspetiva, uma importante prioridade educativa*

(Ponte, 2002, p. 26)

# 12. Bibliografia


Almeida, C. S. (2006). Dificuldades de aprendizagem em matemática e a percepção dos professores em relação a fatores associados ao insucesso nesta área. *Universidade Católica de Brasília*. Acedido dezembro 2, 2011, em http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12006/CinthiaSoaresdeAlmeida.pdf.

Alves, G. S. & Sampaio, F. F. (2010). O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e possiveis contribuições da geometria dinâmica. *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, 5, p. 69-76. Acedido agosto 16, 2012, em http://www.fsma.edu.br/si/edicao5/FSMA_SI_2010_1_Principal_2.pdf.

APM (2007). Parecer sobre a implementação do programa de matemática A. *Associação de Professores de Matemática*. Acedido agosto 16, 2012, em http://www.apm.pt/files/_Parecer_ Mat_A_ 45d4ce67c534f.pdf.

Araújo, V. R. & Cardoso, E. F. (2006). Interferências pedagógicas na superação de dificuldades da aprendizagem matemática. *UNIrevista*. 1(2), p. 1 - 14. Acedido dezembro 10, 2011, em http://www.unirevista.unisinos.br/_pdf/UNIrev_ Araujo_e_Cardoso.pdf.

Bardin, L. (2002). *Análisis de contenido*. Acedido dezembro 10, 2011, em http://books.google.pt/books?id=IvhoTqll_EQC&dq=bardin&hl=ptPT&source=gbs_similarbooks.

Correia, L. M. (1991). *Dificuldades de aprendizagem: contributos para a clarificação e unificação de conceitos*. Porto: Associação dos Psicólogos Portugueses (APPORT).

Cruz, V. (2009). *Dificuldades de aprendizagem específicas*. Lisboa: Lidel - Edições Técnicas, Lda.

Decreto Lei n.º 46/86 de 14 de Outubro. *Diário da República n.º 237/86 - I Série*. Ministério da Educação e Cultura. Lisboa.

DES (2001). Matemática A 10.ºano. In DGIDC (Eds.), *Programa de matemática A 10.ºano*. Lisboa: DGIDC. Acedido outubro 2, 2011, em http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2&letra=M.

DES (2002). Matemática A 11.ºano. In DGIDC (Eds.), *Programa de matemática A 11.ºano*. Lisboa: DGIDC. Acedido outubro 2, 2011, em http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinosecundario/index.php?s=directorio&pid=2&letra=M.

DGIDC (2007). Ensino básico. In DGIDC (Eds.), *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: DGIDC. Acedido janeiro 5, 2012, em http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinobasico/index.php?s=directorio&pid=50&ppid=3.

DGIDC (2008). Ensino básico. In DGIDC (Eds.), *Percursos temáticos de aprendizagem*. Lisboa: DGIDC. Acedido janeiro 5, 2012, em http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinobasico/index.php?s=directorio&pid=84#i.

DGIDC (2012). Ensino básico. In DGIDC (Eds.), *Matriz curricular do 3.º ciclo*. Lisboa: DGIDC. Acedido junho 4, 2012, em http://www.dgidc.min-edu.pt/ensinobasico/index. php?s=directorio&pid=136#i.

Eudactica (2012). Regulamento VI campeonato internacional supertmatik cálculo mental. *Eudactica*. Acedido março 30, 2012, em http://www.eudactica.com/competição.

Gardner, M. (2008). *Ah, apanhei-te! (paradoxos de pensar e chorar por mais…)*. Espanha: RBA Coleccionables, S.A.

Hattermann, M. (2009). The drag-mode in three dimensional dynamic geometry environments – two studies. In Working Group 5 (Eds.), *Proceedings of Cerme 6*, p.786-795. INRP. Acedido agosto 16, 2012, em http://ife.ens-lyon.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg5-12-hattermann.pdf.

Hohenwarter, M. & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra. D. Kuchemann (Eds.), *Proceedings of the British society for research into learning mathematics*, 27 (3), p. 136 – 131. Acedido agosto 16, 2012, em http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip27-3/BSRLM-IP-27-3-22.pdf.

Lagarto, M.J. (2011). O desempenho dos alunos portugueses a matemática no PISA. *Gabinete de Avaliação Educacional*. Acedido agosto 12, 2012, em http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId=271&fileName=PISA_Mat_faro.pdf.

Matos, J. M. & Serrazina, M. L. (1996). *Didáctica da matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

NCTM (2008). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Associação de Professores de Matemática (Eds.). Lisboa: APM.

Passos, I. C. & Correia, O. F. (2004). *Matemática em acção – 9.º ano: A teoria e a prática*. Lisboa: Lisboa Editora, S.A.

Passos, I. C. & Correia, O. F. (2004). *Matemática em acção – 9.º ano: Caderno de actividades*. Lisboa: Lisboa Editora, S.A.

Ponte, J. P. (2002). O ensino da matemática em Portugal: uma prioridade educativa? *Conferência realizada no Seminário sobre "O Ensino da Matemática: Situação e Perspectivas"*. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Acedido 4 dezembro, 2011, em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte(CNE).pd.

Ponte, J. P. & Sousa H. (2010). Uma oportunidade de mudança na matemática do ensino básico. APM (Eds.), *O professor e o programa de matemática do ensino básico*, (1), p. 11-39. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Santos, L., Canavarro, A. P. & Machado, S. (2007). Orientações curriculares actuais para a matemática em Portugal. *Actas do XV Encontro de Investigação em Educação Matemática - Currículo e desenvolvimento curricular*. Lisboa: Secção de Educação matemática, Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Acedido agosto 21, 2012, em http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/msantos/Textos%20Outubro%202009/an%C3% A1lise%20de%20programas.pdf.

Santos, V. M. (2008). A matemática escolar, o aluno e o professor: paradoxos aparentes e polarizações em discussão. *Cad. Cedes, Campinas*, 28 (74), p. 25 - 38. Acedido dezembro 2, 2011, em http://www.cedes.unicamp.br.

Serrão, A., Ferreira, C.P. & Sousa, H.D. (2010). Pisa 2009, competências dos alunos portugueses: síntese de resultados. *Gabinete de Avaliação Educacional*. Acedido agosto 12, 2012, em http://www.gave.min-edu.pt/np3content/?newsId= 346&fileName = Sintese_Resultados_PISA2009.pdf.

Serrão, A. (2011). PISA 2009 – o desempenho dos alunos portugueses. *Gabinete de Avaliação Educacional*. Acedido agosto 12, 2012, em http://www.gave.min-edu. pt/np3content/?newsId=271&fileName=Apres_pisa_ovar.pdf.

SPM (2008). Parecer sobre o novo programa de matemática do ensino básico. In SPM (Eds.), *Gabinete do Ensino Básico e Secundário da Sociedade Portuguesa de Matemática*.http://www.spm.pt/files/Microsoft%20Word%20%20ParecerSPM_ProgramaBasico_Jan2008(2).pdf.

SPM (2010). Avaliação da Sociedade Portuguesa de Matemática sobre os resultados do PISA2009. In SPM (Eds.), *Gabinete do Ensino Básico e Secundário da Sociedade Portuguesa de Matemática*. http://www.spm.pt/files/outros/resultados_pisa2009.pdf.

Viegas, C., Francelino, G. & Lima, Y. (2011). *Xeqmat 11 – volume 1: Matemática A – 11.º ano*. Lisboa: Texto Editores, Lda.

# 13. Anexos

Neste capítulo são apresentados os materiais/recursos elaborados e utilizados ao longo do ano letivo. São os seguintes:

- Planificações das aulas do Ensino Secundário:
- Enunciados dos testes de avaliação do Ensino Secundário;
- Planificações das aulas do Ensino Básico;
- Enunciado da questão aula do Ensino Básico;
- Diapositivos do seminário "Inversa de uma função. Funções com radicais";
- Diapositivos do seminário "Equações do 1.º grau";
- Ficheiros com construções em GeoGebra.

Os quatro primeiros itens, referentes às planificações das aulas e enunciados das fichas de avaliação, apresentam-se como uma sequência do texto. Em relação às planificações, E.S. e E.B. designam respetivamente, Ensino Secundário e Ensino Básico. Para os três últimos itens são disponibilizadas pastas designadas e com os respetivos conteúdos.

## 13.1. Planificação aula n.º1 E.S.

| **Ensino Secundário**<br><br>PLANO DE AULA | Matemática A – 11º ano<br>2011 / 2012<br><br>Aula nº: 10<br>Data: 11/10/11 |
|---|---|

**Sumário**

Nova definição de seno e cosseno.
Círculo Trigonométrico. Construção com software GeoGebra.
O seno e o cosseno no Círculo Trigonométrico.

**Aprendizagens Esperadas**

Identificar o seno de um ângulo (respetivamente cosseno), como sendo a ordenada (respetivamente abcissa) do ponto de interseção do lado extremidade do ângulo com o círculo trigonométrico.
Acompanhar e perceber a construção do círculo trigonométrico (no software GeoGebra), com o seno e o cosseno de um ângulo.
Verificar que o raio da circunferência de centro na origem não influencia o valor do seno e cosseno de um ângulo, e como tal toma-se raio = 1, obtendo-se o círculo trigonométrico.
Identificar o sinal do seno e cosseno nos quatro quadrantes do círculo trigonométrico, relacionando com os valores das ordenadas e abcissas, respetivamente.
Determinar o valor do seno e cosseno dos ângulos com amplitudes: 0º, 90º, 180º, 270º e 360º, relacionando com os valores das ordenadas e abcissas, respetivamente.

**Material Utilizado**

Computador e Projetor. Software GeoGebra.
Quadro e caneta.
Manual "*XEQMAT 11, volume 1*".

**Estratégias / Metodologia**

Partindo da definição de seno para um ângulo agudo, chegar à definição de seno para um qualquer ângulo do referencial o.n. *xOy*.
Explicar aos alunos que a melhor maneira para obter o seno de um ângulo (em qualquer quadrante), é desenhar uma circunferência de centro na origem em que se utiliza um ponto de interseção do lado extremidade do ângulo com a circunferência.
Fazer a construção do círculo trigonométrico em GeoGebra, com projeção no quadro, pretendendo-se que os alunos a acompanhem nos seus computadores, passo a passo. Durante a construção, questionar os alunos acerca da influência do raio da circunferência, no valor do seno de um ângulo.
Resolução da atividade nº10 do manual. Com esta atividade, pretende-se que os alunos sistematizem a informação relativa ao seno nos quatro quadrantes, fazendo-se uso da construção em GeoGebra. Pretende-se que a atividade seja resolvida no quadro por diferentes alunos.
Pequena síntese no quadro, relativamente aos zeros e ao sinal do seno no círculo trigonométrico.
Nova definição de cosseno. Voltar à construção em GeoGebra, e identificar o cosseno no círculo trigonométrico. Referir que tal como no seno de um ângulo, o cosseno de um ângulo também não é alterado pelo valor do raio da circunferência.
Resolver a atividade nº10, mas agora relativamente ao cosseno. A atividade deverá ser resolvida no quadro por diferentes alunos.
Pequena síntese no quadro, relativamente aos zeros e ao sinal do cosseno no círculo trigonométrico.

**Avaliação dos Alunos**

Acompanhamento da construção em GeoGebra.
Expressão oral de conjeturas obtidas.
Comportamento.

**Guião de Construção**

1) Intersetar os eixos Ox e Oy, obtendo-se o ponto A;
2) Novo ponto "B" em Ox;
3) Circunferência com centro na origem (ponto A) e que passa no ponto B;
4) Novo ponto "C" sobre a circunferência;

5) Segmento [AC];

6) Reta perpendicular a Ox e que passa no ponto C;

7) Interseção da reta perpendicular e o eixo Ox, dá o ponto D;

8) Segmento [DC];

9) Formatar com cores (vermelho) e "não" exibir alguns objetos;

10) Ângulo (selecionar em primeiro o eixo Ox e depois o segmento [AC]);

11) Inserir texto e escrever: "Senα = "+(y(C)/x(B));

12) Reta perpendicular a Oy e que passa no ponto C;

13) Interseção da reta perpendicular e o eixo Oy, dá o ponto E;

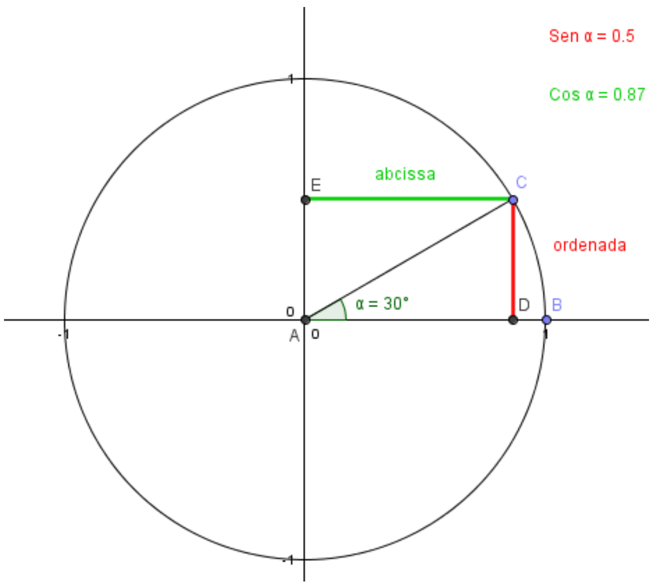
14) Segmento [EC];

15) Apagar a reta perpendicular a Oy;

16) Formatar com cores o segmento [EC] (verde);

17) Inserir texto e escrever: "Cosα = "+(x(C)/x(B));

18) Renomear os segmentos [EC] e [DC] como abcissa e ordenada.




Pode visualizar a construção em GeoGebra na secção 13.14

## 13.2. Planificação aula n.º2 E.S.

| Ensino Secundário<br><br>PLANO DE AULA | Matemática A – 11º ano<br>2011 / 2012<br>Aula nº: 17<br>Data: 31/10/11 |
|---|---|

**Sumário**

Resolução da ficha de trabalho "Trabalhando com Radianos".

**Aprendizagens Esperadas**

Com a resolução da ficha de trabalho "Trabalhando com Radianos", pretende-se que os alunos consolidem as relações das razões trigonométricas no círculo trigonométrico, em radianos.
Esta ficha de trabalho é constituída por 4 questões.
Começa-se com um grupo de alíneas de verdadeiro/falso, sempre útil para pôr à prova a capacidade de argumentação dos alunos, como também clarificar conceitos. Com a questão 2, espera-se a sistematização do conceito de radiano e do trabalhar com radianos (em vez de graus). Na questão 3, espera-se que os alunos apresentem uma maior agilidade no estabelecimento das diversas relações das razões trigonométricas no círculo trigonométrico. A questão 4 tem por finalidade aliar a capacidade de argumentação dos alunos com a sistematização teórica de conceitos.

**Material Utilizado**

Quadro e caneta.
Manual "*XEQMAT 11, volume 1*".
Ficha de trabalho "Trabalhando com Radianos".

**Estratégias / Metodologia**

Os exercícios propostos na ficha de trabalho serão resolvidos, primeiro pelos alunos no caderno e posteriormente no quadro. Pretende-se que diferentes alunos resolvam diferentes exercícios

no quadro. É de notar que, se o ritmo da aula for insuficiente para a resolução integral da ficha, então os exercícios deverão ser resolvidos pelo professor, assegurando-se este que todos os alunos acompanham a sua resolução.
Durante a resolução de exercícios haverá lugar ao esclarecimento de dúvidas e/ou conceitos menos claros.
No final da aula, será entregue aos alunos um quadro resumo das relações entre as razões trigonométricas de diversos ângulos no círculo trigonométrico. Este quadro deverá ser completado em casa, por forma a sintetizar os resultados.

**Avaliação dos Alunos**

Resolução dos exercícios propostos.
Expressão oral e escrita, durante e na resolução dos exercícios.
Comportamento.

**Ficha de trabalho**

| | |
|---|---|
| **TRIGONOMETRIA** | Matemática A – 11º ano<br>2011 / 2012 |
| Trabalhando com Radianos | Prof. César Martins |

1. Diz, justificando, se são verdadeiras as seguintes afirmações:

   1.1. $\text{sen}\alpha = 2$ ;

   1.2. sen30º + sen60º = sen90º ;

   1.3. $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{3} - \cos\frac{\pi}{6}$ ;

   1.4. Se $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , então $\text{sen}\alpha \cdot \cos\alpha < 0$;

   1.5. Se $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ , então $\text{tg}\alpha \cdot \cos\alpha < 0$.

2. O comprimento do diâmetro das rodas de um carro é 100 *cm*. Quanto avança o carro se um dos raios da roda forma um ângulo de $\frac{7\pi}{30}$ *rad* ? Quantas voltas completas deve dar a roda para que o carro avance 200 metros?

3. Determina, sem recorrer à calculadora, o valor exato das seguintes expressões:

3.1. $\operatorname{sen}\frac{7\pi}{6}+\cos\frac{-4\pi}{3}-\operatorname{tg}\frac{7\pi}{4}+\operatorname{sen}(100\pi)$;

3.2. $2000.\cos(\pi+x)-2001.\cos(\pi-x)$, sabendo que $\operatorname{tg}(x)=4$ e que $-\pi<x<-\frac{\pi}{2}$;

3.3. $\cos(\pi+x)+\operatorname{sen}\left(\frac{7\pi}{2}+x\right)+\operatorname{tg}(\pi+x)$, sabendo que $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\frac{4}{5}$ e que $x\in\left]-\frac{\pi}{2},0\right[$.

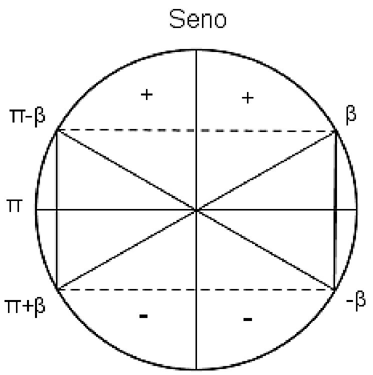
4. A que quadrante pertence o ângulo $\beta$, sabendo que:

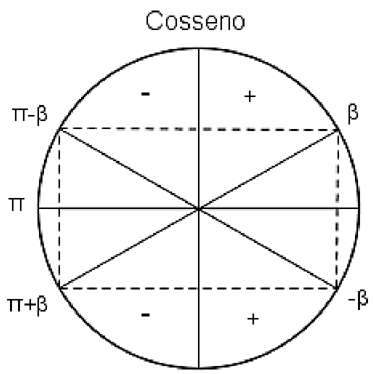
$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\beta\right)<0 \quad \wedge \quad \operatorname{tg}(\pi-\beta)>0 .$$

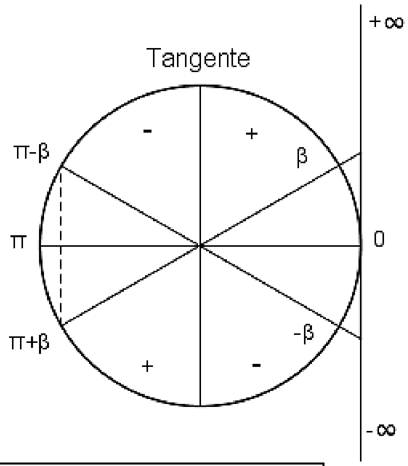
**Quadro resumo**

| | |
|---|---|
| **TRIGONOMETRIA** | Matemática A – 11º ano<br>2011 / 2012 |
| Relações entre as razões trigonométricas no círculo trigonométrico | Prof. César Martins |

<u>Recorda e completa</u>:



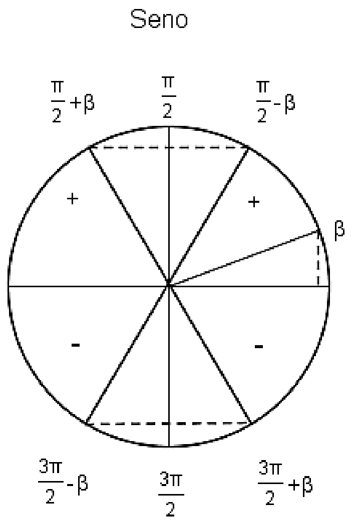



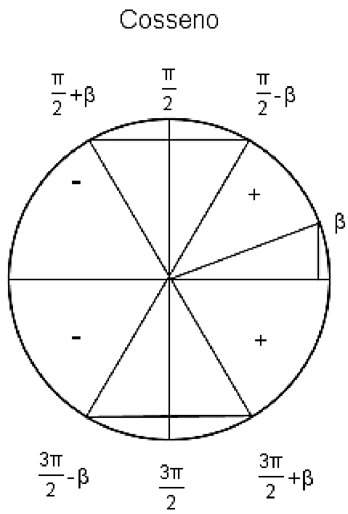




| sen (π + β) = |
|---|
| sen (π − β) = |
| sen (− β) = |

| $\cos\ (\pi+\beta)=$ |
|---|
| $\cos\ (\pi-\beta)=$ |
| $\cos\ (-\beta)=$ |

| tg (π + β) = |
|---|
| tg (π − β) = |
| tg (− β) = |




$$\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\ \beta\right)=$$
$$\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\ \beta\right)=$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\ \beta\right)=$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\ \beta\right)=$$

$$\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2}+\ \beta\right)=$$
$$\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2}-\ \beta\right)=$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\ \beta\right)=$$
$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\ \beta\right)=$$

## 13.3. Planificação aula n.º3 E.S.

| **Ensino Secundário** | Matemática A – 11º ano<br>2011 / 2012 |
|---|---|
| PLANO DE AULA | Aula nº: 18<br>Data: 03/11/11 |

**Sumário**

Introdução às equações trigonométricas (equações com senos e equações com cossenos).
Resolução de exercícios.

**Aprendizagens Esperadas**

No geral, pretende-se que os alunos tomem contato com as equações trigonométricas elementares: equações com senos e equações com cossenos.

Inicialmente ao trabalharem-se as equações trigonométricas cujas soluções, em $\mathbb{R}$, podem ser apresentadas numa única expressão, dá-se ênfase à representação no círculo trigonométrico. Ao obter-se uma solução para a equação, espera-se que os alunos consigam generalizar para várias soluções. Isto é, obter vários ângulos com medidas que diferem de múltiplos de $2\pi$, sempre com o mesmo lado extremidade.

Nas equações trigonométricas cujas soluções, em $\mathbb{R}$, se apresentam em duas expressões, será dada também a devida importância à construção no círculo trigonométrico. Espera-se que os alunos consigam fazer a dedução das expressões gerais das soluções, a partir da representação no círculo trigonométrico.

**Material Utilizado**

Quadro e caneta.
Manual "*XEQMAT 11, volume 1*".

**Estratégias / Metodologia**

Antes da introdução às equações trigonométricas, será resolvido no quadro, pelo professor o exercício nº 4 da ficha de trabalho da aula passada (exercício este que ficou por resolver).
Nas equações trigonométricas, inicialmente parte-se da resolução da equação: $\operatorname{sen}x = 1$ (no quadro, pelo professor). A representação no círculo trigonométrico e a dedução de várias soluções (coincidentes em $\frac{\pi}{2}$), é vital para a dedução da expressão geral das soluções.
Em seguida será efetuado o exercício (do manual) nº 133, alínea 1.a) $\operatorname{sen}x = -1$. Este exercício será feito pelo professor no quadro, mais uma vez, começando com a representação no círculo trigonométrico e daí deduzindo a expressão geral das soluções.
As equações trigonométricas cujas soluções, em $\mathbb{R}$, se apresentam em duas expressões, serão introduzidas com a questão aos alunos: " E se tivermos $\operatorname{sen}x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ? ". Deverá ser dado tempo aos alunos para sugerirem resoluções, sendo esta feita no quadro, pelo professor. Seguidamente serão propostas as equações: i) $2 \cdot \operatorname{sen}(x) + 1 = 0$ e ii) $2 \cdot \operatorname{sen}(3x) - \sqrt{3} = 0$. Depois da resolução destas equações, no quadro, pelo professor ou pelos alunos (caso o ritmo da aula o permita), será relembrada a relação: $\operatorname{sen}(\pi - x) = \operatorname{sen}(x)$. Relação esta, que tem sido utilizada nas diferentes representações do círculo trigonométrico, nos exercícios até aqui trabalhados. A introdução da fórmula para a expressão geral das soluções, de equações com senos, é imediata.
Em seguida, é proposto o exercício (do manual) nº 134, alínea a) $\operatorname{sen}x = \operatorname{sen}\left(\frac{-\pi}{4}\right)$. Pede-se aos alunos a resolução através do círculo trigonométrico e a confirmação da solução através da fórmula atrás mencionada. Será resolvido no quadro, pelo professor.
Depois, será proposto o exercício (do manual) nº133, alínea b) $\cos(x) = -1$, introduzindo-se assim equações com cossenos (embora a solução se apresente numa expressão). Outra questão será colocada aos alunos: " E se tivermos $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$? ". Agora será pedido aos alunos para resolverem esta equação, sendo dadas pistas por parte do professor, se tal for necessário.

**Avaliação dos Alunos**

Expressão oral e escrita, na dedução de conjeturas.
Resolução dos exercícios propostos.
Comportamento.

## 13.4. Planificação aula n.º4 E.S.

| **Ensino Secundário** | Matemática A – 11º ano<br>2011 / 2012 |
|---|---|
| PLANO DE AULA | Aula nº: 28<br>Data: 29/11/11 |

**Sumário**

Produto escalar de vetores no plano e propriedades do produto escalar: exercícios.
Expressão do produto escalar nas coordenadas dos vetores, em referenciais ortonormados, no plano e no espaço.

**Aprendizagens Esperadas**

No geral, pretende-se que os alunos assimilem bem o conceito de produto escalar de vetores. Inicialmente pretende-se alguma sistematização no cálculo do produto escalar de vetores, dando-se foco às operações com ângulos entre dois vetores. No primeiro exercício (ver diapositivos), espera-se que os alunos deduzam a relação entre produto escalar de vetores (nulo) e perpendicularidade de vectores (não nulos).
O raciocínio dedutivo é posto à prova no segundo exercício, esperando-se que os alunos já tenham agilidade com a expressão do produto escalar de vetores. As propriedades do produto escalar serão abordadas com a resolução do exercício 3, esperando-se que os alunos as saibam interpretar e utilizar corretamente. Com a resolução do exercício 4, pretende-se que os alunos interpretem a expressão do produto escalar nas coordenadas dos vetores, em referenciais ortonormados (no plano e no espaço).

**Material Utilizado**

Quadro e caneta.
Diapositivos em Powerpoint.
Manual "*XEQMAT 11, volume 1*".

**Estratégias / Metodologia**

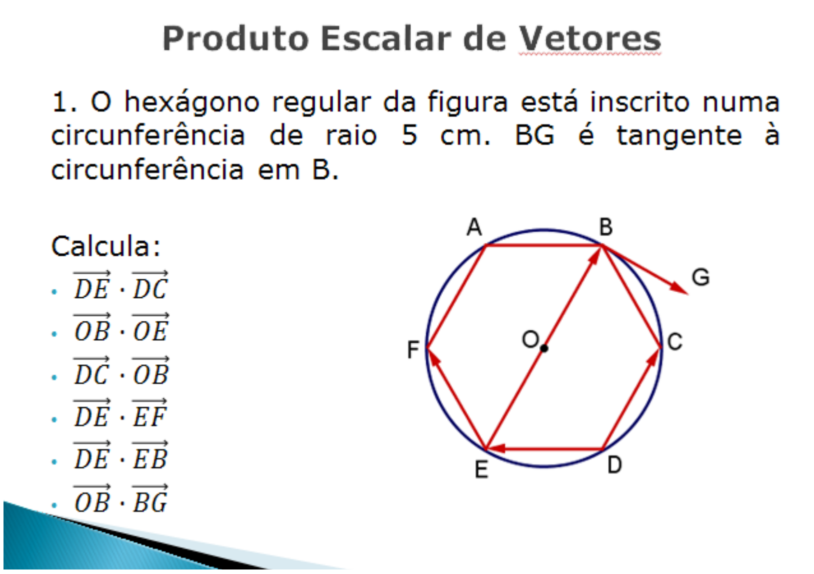
De uma forma geral, os exercícios propostos aos alunos serão projetados no quadro, em diapositivos. Cada diapositivo corresponde a um exercício. No primeiro exercício, a resolução dos produtos escalares dos pares de vetores, será feita pelos alunos no quadro, fazendo-se uso da figura projetada no quadro. Será conveniente, no início, o professor escrever no quadro a expressão do produto escalar de vetores. Como também, no fim do exercício, sintetizar a relação entre produto escalar de vetores (nulo) e perpendicularidade de vetores (não nulos).
Espera-se que sejam os alunos a resolver no quadro o exercício 2, no entanto, se o ritmo da aula não o permitir será feito pelo professor.
Antes da resolução do exercício 3 será feita pelo professor uma síntese das propriedades do produto escalar (visto que estas foram abordadas na aula anterior). Durante a resolução deste exercício no quadro, por parte do professor, será questionado aos alunos quais as propriedades utilizadas.
No exercício 4, existem três alíneas. A primeira será resolvida pelo professor, no quadro, sendo de seguida introduzida a questão do produto escalar de vetores expressos nas suas coordenadas (quer no plano quer no espaço). Será deduzida a expressão do produto escalar nas coordenadas dos vetores, em referenciais ortonormados, com recurso às componentes da base dos vetores. As alíneas seguintes serão resolvidas com esta última expressão, sendo pedido aos alunos para comprovarem resultados com a expressão anterior do produto escalar de vetores.

**Avaliação dos Alunos**

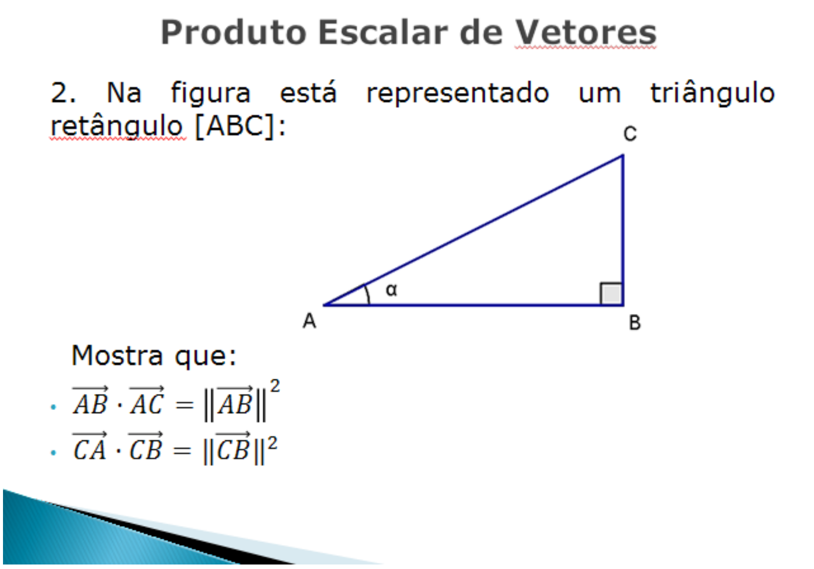
Expressão oral e escrita, na dedução de conjeturas.
Resolução dos exercícios propostos.
Comportamento.

**Diapositivos**

Diapositivo 1:




Diapositivo 2:



Diapositivo 3:

## Produto Escalar de Vetores

3. Considera num referencial o.n. os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ tais que:

- $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são vetores perpendiculares;
- $\|\vec{u}\| = 2$;
- $\|\vec{v}\| = \frac{3}{2}\|\vec{u}\|$.

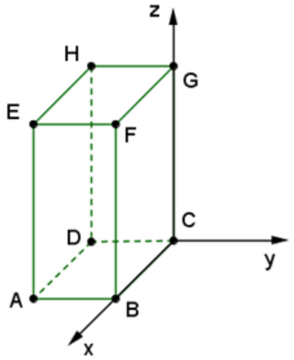
Determina o valor de $(\vec{v} - 2\vec{u}) \cdot (\vec{v} + \vec{u})$

Diapositivo 4:

## Produto Escalar de Vetores

4. Considera o prisma quadrangular cujo volume é igual a 24 $cm^3$. Sabendo que as coordenadas do ponto G são (0,0,6), determina:

- $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$
- $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{EA}$
- $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{HF}$



## 13.5. Enunciados testes de avaliação E.S.

**Primeiro teste de avaliação**

| | | |
|---|---|---|
| Matemática **A** - 11º Ano 2011/12 | **Ensino Secundário** | NOME:_________________________ |
| Prof. Teresa Matias | **FICHA de AVALIAÇÃO** | Nº: ___ Turma:__ Data: 14/11/2011 Duração: 90 min |

**Primeira parte**

Para cada uma das cinco questões de escolha múltipla, seleciona a resposta correta de entre as alternativas apresentadas. Se apresentares mais do que uma resposta ou a letra for ilegível a questão será anulada.

1. A menor amplitude do ângulo com os mesmos lados, origem e extremidade, do ângulo de amplitude $\frac{17\pi}{6}\mathit{rad}$ é:

   (A) $-\frac{\pi}{6}\ \mathit{rad}$ (C) $\frac{5\pi}{6}\ \mathit{rad}$

   (B) $\frac{7\pi}{6}\ \mathit{rad}$ (D) $-\frac{4\pi}{6}\ \mathit{rad}$

2. Num determinado quadrante sabe-se que a tangente é negativa e o seno é decrescente. Nesse quadrante:

   (A) o cosseno é negativo e decrescente (C) o seno é negativo e o cosseno é crescente

   (B) o seno e o cosseno são negativos (D) o seno e o cossseno são positivos

3. A roda da tua bicicleta tem 70cm de diâmetro. Sabe-se que entre cada dois raios da roda, forma-se um ângulo com amplitude de $0{,}18\mathit{rad}$. Qual a medida, em cm, do arco circular formado por 3 raios da roda?

   (A) 6,3 cm (B) 12,6 cm (C) 18,9 cm (D) 37,8 cm

4. Dois ângulos representados no círculo trigonométrico têm amplitudes designadas por $\alpha$ e $\beta$, que satisfazem a condição:

$$\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[ \quad \wedge \quad \cos\beta \times tg\alpha > 0 \quad \wedge \quad \frac{sen\beta}{\cos\alpha} < 0$$

Pode-se concluir que o lado extremidade de $\beta$ pertence ao:

(A) 1º quadrante   (C) 3º quadrante

(B) 2º quadrante   (D) 4º quadrante

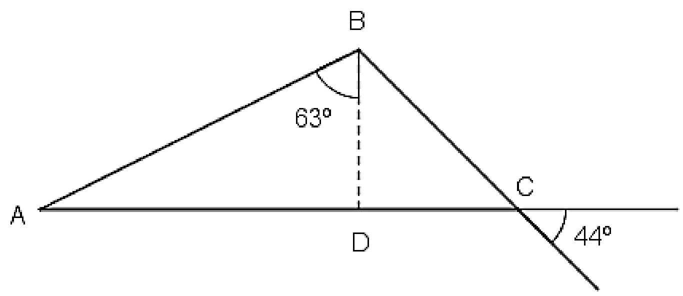
5. Sabendo que $\cos\theta = k + 1$, e que $\theta \in \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$, então $k$ pertence ao intervalo:

(A) $[0,1]$   (B) $[-1,1]$   (C) $]-\infty,-1] \cup [1,+\infty[$   (D) $[-1,0]$

**Segunda parte**

| |
|---|
| Nas questões desta segunda parte, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. |

1. Considera o triângulo [ABC] da figura. A distância de B a C é igual a 12m. Determina a distância de A a C.



2. Considera a condição: $sen\alpha = -\frac{2}{3} \quad \wedge \quad \alpha \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

a. Representa $\alpha$ no círculo trigonométrico e determina um valor aproximado para $\alpha$ .

b. Determina o valor exato da expressão: $2\,tg\left(-12\pi + \alpha\right) - sen\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$.

3. Determina, **sem recorrer à calculadora**, o valor exato da expressão apresentando as reduções ao 1º quadrante:

$$\sqrt{\frac{1 + sen\left(-\frac{5\pi}{6}\right)}{2}} - sen\left(-\frac{7\pi}{6}\right) + tg\left(\frac{10\pi}{3}\right) + 2\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)$$

4. Verifica que:

$$sen\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \times \cos\left(\pi - \alpha\right) + \frac{sen\left(1001\pi\right)}{tg\left(\pi + \alpha\right)} - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \times sen\left(\pi - \alpha\right) = 1$$

5. Resolve as seguintes equações:

5.1. $1 - 2\cos\left(\frac{x}{3}\right) = 0$ , no intervalo $\left[-\pi, \pi\right]$;

5.2. $\sqrt{3}tg\left(x\right) + 1 = 0$, em $\Re$.

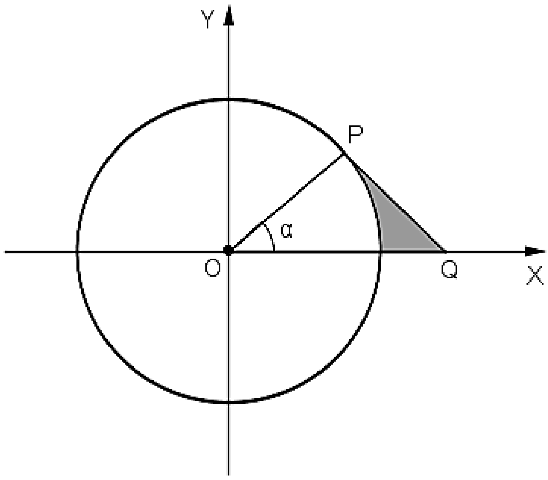
6. Mostra que:

$$\frac{2\cos^2\alpha - sen^2\alpha + 1}{\cos\alpha} = 3\cos\alpha$$

7. Na figura está representado o círculo trigonométrico e um triângulo [OPQ]. O ponto P desloca - se ao longo da circunferência, no primeiro quadrante. O ponto Q desloca-se ao longo do eixo *Ox*, de tal modo que o triângulo [OPQ] é sempre isósceles.

   Mostra que para $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, a área da região colorida é dada por:

$$A = sen\alpha \times \cos\alpha - \frac{\alpha}{2}$$




**FIM**

**Segundo teste de avaliação**

| | | |
|---|---|---|
| Matemática **A** - 11º Ano 2011/12 | **Ensino Secundário** | NOME:________________________ |
| Prof. Teresa Matias | **FICHA de AVALIAÇÃO** | Nº: ___ Turma:__ Data: 12/12/2011 Duração: 90 min |

## Primeira parte

Para cada uma das cinco questões de escolha múltipla, seleciona a resposta correta de entre as alternativas apresentadas. Se apresentares mais do que uma resposta ou a letra for ilegível a questão será anulada.

1. Seja $M$ o ponto médio do segmento de reta $[AB]$ e $\overline{AB} = 4$. O produto escalar $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{BA}$ é igual a:

(A) 0 (B) 8 (C) -8 (D) 16

2. Considera $\vec{u} = (1, -2)$ um vetor do plano. Um vetor perpendicular a $\vec{u}$ com norma igual a $2\sqrt{5}$ é:

(A) $(4, 2)$ (B) $(-4, 2)$ (C) $(2, 1)$ (D) $(4, -2)$

3. Um ponto móvel $P$ desloca-se sobre uma circunferência de raio $r$ e descreve um arco de comprimento $3r$. Pode concluir-se que a amplitude, em graus, do arco descrito pelo ponto $P$, arredondada às unidades, é:

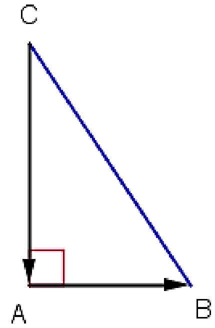
(A) 172º (B) 270º (C) 135º (D) 180º

4. Na figura encontra-se representado um triângulo [ABC], retângulo em $A$.

Sabe-se que $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = 2$.

É possível concluir-se que $\left(\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{AB}\right) \cdot \overrightarrow{AB}$ é igual a:

(A) $-4$ (B) 4 (C) $\left\|\overrightarrow{CA}\right\|$ (D) $2\left\|\overrightarrow{CA}\right\|$



5. Se $tg\alpha = \frac{3}{2}$, então pode concluir-se que:

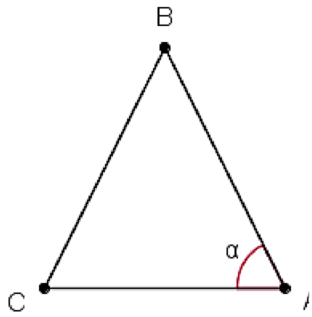
(A) $sen\alpha = 3 \ \wedge \ \cos\alpha = 2$ (B) $sen\alpha \cos\alpha = \frac{6}{13}$ (C) $sen\alpha \cos\alpha = 6$ (D) $sen\alpha > \cos\alpha$

**Segunda parte**

Nas questões desta segunda parte, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

1. Considera o triângulo [ABC] da figura, tal que:

- $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$
- $\overline{BC} = \overline{BA}$
- $\alpha$ é a amplitude do ângulo $BAC$




1.1. Mostra que a área do triângulo é dada por: $A = 16tg\alpha$.

1.2. Determina os valores de $\alpha$, tais que $A = \frac{16\sqrt{3}}{3}$.

2. Os vértices de um triângulo têm, num referencial o.n., as coordenadas A(0,0), B(4,0) e C(1, $\sqrt{3}$).

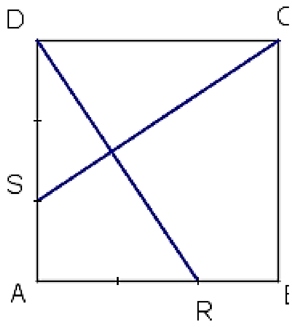
2.1. Mostra, usando o produto escalar entre vetores que, o triângulo [ABC] é retângulo.

2.2. Representa $B\hat{A}C$ por $\alpha$ e determina o valor exato da expressão:

$$\frac{1}{2}tg\left(-12\pi + \alpha\right) + sen\left(\pi + \alpha\right) + 2sen\left(-\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$$

3. Acerca de dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$, sabe-se que $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 10$. Entre que valores pode variar $\vec{u} \cdot \vec{v}$? Justifica.

4. Na figura está representado um quadrado [ABCD].




Sabe-se que:

- $\overrightarrow{AR} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{AS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

Mostra que os vetores $\overrightarrow{SC}$ e $\overrightarrow{DR}$ são perpendiculares.

(**Sugestão**: Considera $\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC}$ e $\overrightarrow{DR} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AR}$ )

**FIM**

## 13.6. Planificação aula n.º1 E.B.

| 3.º ciclo do Ensino Básico<br>PLANO DE AULA | Matemática – 9º ano<br>2011 / 2012 |
|---|---|
| | Lições nº:95 e 96<br>Data: 24/01/12<br>Duração: 90 min |

**Sumário**

Introdução ao estudo da circunferência: cordas e arcos. Relações e propriedades.
Resolução de exercícios.

**Aprendizagens Esperadas**

Com a construção em GeoGebra é possível, sempre que for necessário, interagir com a figura (movendo pontos, segmentos, retas). Desta forma possibilita aos alunos recordarem mais facilmente conceitos de anos anteriores tais como: raio, diâmetro, corda, simetria axial. Novos conceitos serão introduzidos, tais como: semicircunferência, arco maior, arco menor e a posição relativa de uma reta à circunferência. Relações e propriedades serão deduzidas, chegando-se a resultados importantes, tais como: cordas compreendidas entre cordas paralelas são geometricamente iguais; arcos compreendidos entre cordas paralelas são geometricamente iguais; qualquer reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência.

**Material Utilizado**

Quadro e giz.
Manual "Matemática em ação 9º ano – parte 2".
Software GeoGebra projetado no quadro.
Material de desenho utilizado pelos alunos.

**Estratégias / Metodologia**

As figuras 1, 2, 3 e 4 em anexo, serão usadas através do GeoGebra, projetadas no quadro. Cada figura será construída seguindo-se o protocolo de construção passo a passo do GeoGebra. Será pedido aos alunos para irem desenhando as diferentes figuras consoante as construções, com material de desenho.

Após a enunciação e sistematização de relações e propriedades, será pedido aos alunos a resolução dos exercícios nº 5, 6, 7 e 8 da página 11 do manual. Serão projetadas no quadro as figuras correspondentes aos exercícios. A correção será feita no quadro pelo professor, ou pelos alunos caso haja tempo.

**Avaliação dos Alunos**

Expressão oral e escrita, na dedução de conjeturas.
Resolução dos exercícios propostos.
Comportamento.

**Figuras**

Figura 1:

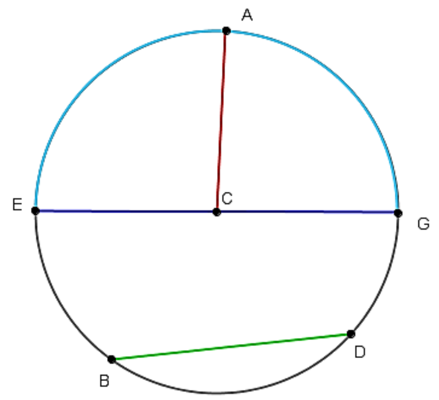
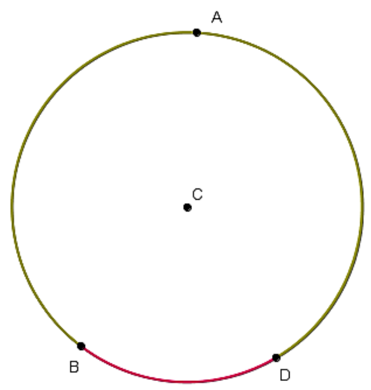
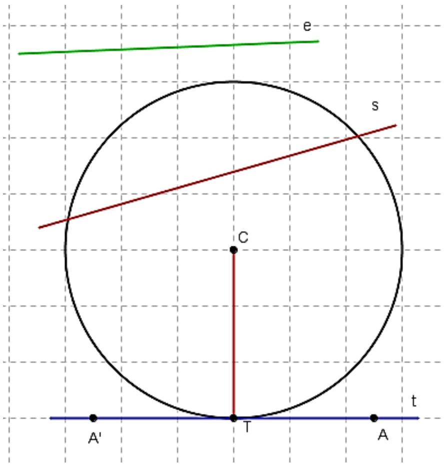



Figura 2:



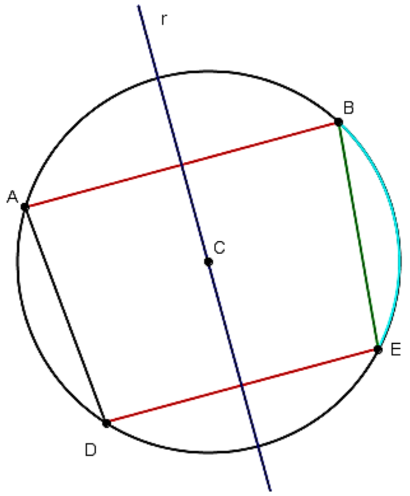

Pode visualizar a construção em GeoGebra, das figuras 1 e 2, na secção 13.14

Figura 3:




Pode visualizar a construção em GeoGebra na secção 13.14

Figura 4:




Pode visualizar a construção em GeoGebra na secção 13.14

Figura do exercício nº5:

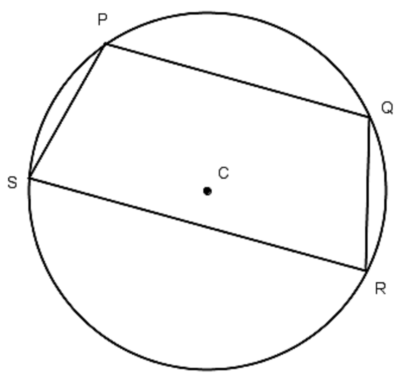


Figura do exercício nº6:

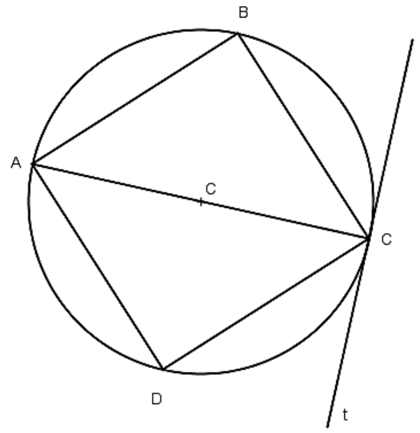



Figura do exercício nº7:

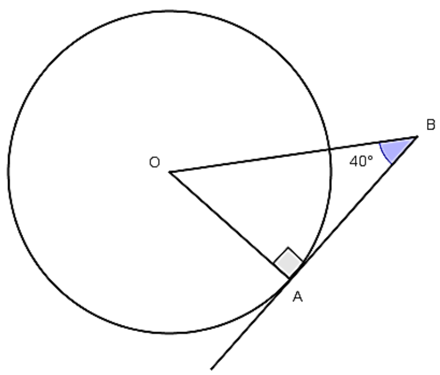
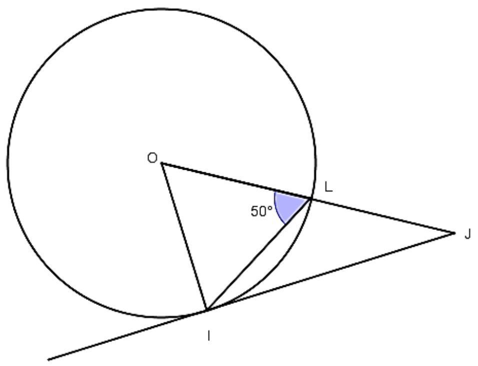



Figura do exercício nº8:



## 13.7. Planificação aula n.º2 E.B.

| **3.º ciclo do Ensino Básico**<br>PLANO DE AULA | Matemática – 9º ano<br>2011 / 2012 |
|---|---|
| | Lições nº:97 e 98<br>Data: 25/01/12<br>Duração: 90 min |

**Sumário**

Resolução dos exercícios da aula anterior.
Ângulos ao centro. Arcos e cordas correspondentes.

**Aprendizagens Esperadas**

Espera-se que com a resolução dos exercícios da aula anterior, os alunos consolidem as propriedades verificadas na aula.
Será dada a definição de ângulo ao centro, com um exemplo. Em seguida, com a construção em GeoGebra das figuras 2 e 3, projetadas no quadro, será possível chegar às seguintes propriedades: numa circunferência, a arcos iguais correspondem cordas e ângulos ao centro iguais; numa circunferência, a ângulos ao centro iguais correspondem arcos e cordas iguais; numa circunferência, a cordas iguais correspondem arcos e ângulos ao centro iguais.

**Material Utilizado**

Quadro e giz.
Manual "Matemática em ação 9º ano – parte 2"
Software GeoGebra projetado no quadro
Material de desenho utilizado pelos alunos

**Estratégias / Metodologia**

Primeiramente será realizada a correção dos exercícios nº 5, 6, 7 e 8 da página 11 do manual. Estes exercícios foram propostos na aula anterior, pelo que a sua resolução será feita pelo professor, no quadro.
Em seguida, e com recurso ao GeoGebra, serão projetadas no quadro as figuras 1, 2 e 3 em anexo. Com a figura 1, pretende-se dar a definição de ângulo ao centro. Com as figuras 2 e 3,

pretende-se relacionar ângulos ao centro com arcos e cordas correspondentes. Os alunos acompanharão a construção, desenhando no caderno as figuras. As relações e propriedades gerais serão dadas consoante as deduções.
Serão propostos aos alunos os exercícios nº 10, 13, 14 e 15 das páginas 14 e 15 do manual. Serão resolvidos na aula. Caso não haja tempo, serão deixados para trabalho de casa.

**Avaliação dos Alunos**

Expressão oral e escrita, na dedução de conjeturas.
Resolução dos exercícios propostos.
Comportamento.

**Figuras**

Figura 1:

Figura 2:

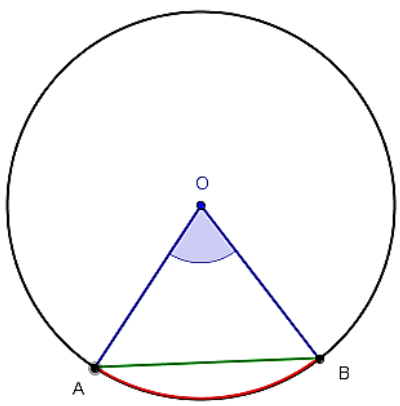
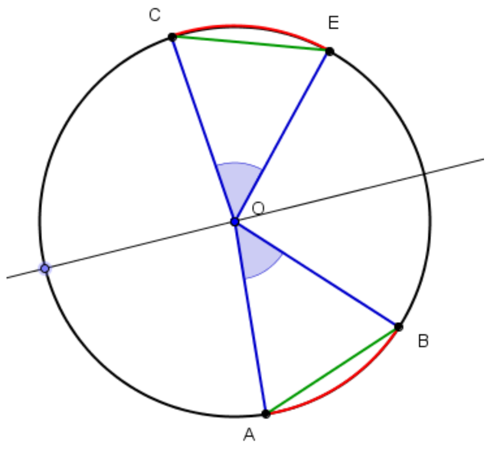


Figura 3:




Pode visualizar a construção em GeoGebra, das figuras 2 e 3, na secção 13.14

## 13.8. Planificação aula n.º3 E.B.

| 3.º ciclo do Ensino Básico<br>PLANO DE AULA | Matemática – 9º ano<br>2011 / 2012 |
|---|---|
| | Lições nº:99 e 100<br>Data: 27/01/12<br>Duração: 90 min |

**Sumário**

Correção do trabalho de casa.
Amplitude de um arco de circunferência. Resolução de exercícios.

**Aprendizagens Esperadas**

Com a correção do trabalho de casa (exercícios nº 10, 13, 14 e 15 do manual), espera-se que os alunos consolidem as relações e propriedades verificadas nas últimas aulas.
O estudo do ângulo ao centro é concretizado com a propriedade: a amplitude de um arco é igual à amplitude do ângulo ao centro correspondente.
As noções de comprimento de um arco e área de um setor circular, também serão introduzidas.

**Material Utilizado**

Quadro e giz.
Manual "Matemática em ação 9º ano – parte 2"
Software GeoGebra projetado no quadro
Material de desenho utilizado pelos alunos

**Estratégias / Metodologia**

Mais uma vez, a aula terá suporte informático. O software GeoGebra será projetado no quadro aquando da resolução dos exercícios nº 10, 13, 15 e 21. Assim, pretende-se que os alunos percebam melhor a resolução dos exercícios, pois é sempre possível com recurso ao giz fazer anotações nas figuras.
A correção do trabalho de casa será feita pelo professor no quadro, excetuando-se os exercícios nº 10.1 e 14 em que a correção será realizada pelos alunos.
Em seguida, a figura 1 será projetada utilizando o protocolo de construção do GeoGebra. Os

alunos acompanharão a construção, desenhando no caderno uma circunferência com o ângulo ao centro e o arco correspondente. Será introduzida a relação entre amplitudes de um ângulo ao centro e do arco correspondente. A restante construção da figura, servirá para os alunos verificarem que a amplitude de um arco é sempre a mesma para o ângulo ao centro correspondente.

Serão resolvidos os exercícios nº 21, 24, 25b, 26 e 27 pelos alunos no quadro, se o tempo o permitir.

**Avaliação dos Alunos**

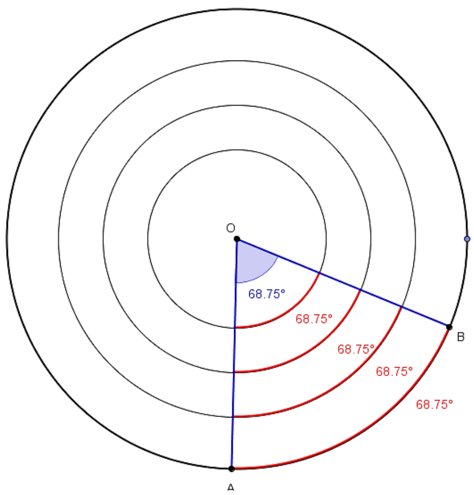
Expressão oral e escrita durante a correção do trabalho de casa.

Resolução dos exercícios propostos.

Comportamento.

**Figuras**

Figura 1:




Pode visualizar a construção em GeoGebra na secção 13.14

Figura do exercício nº 10:

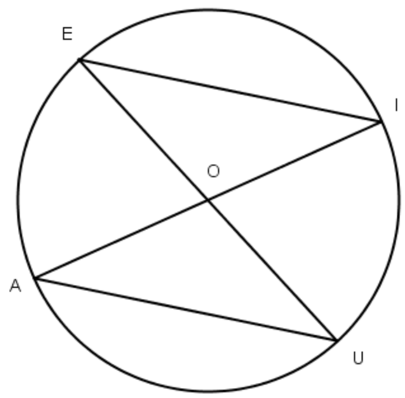


Figura do exercício nº 13:

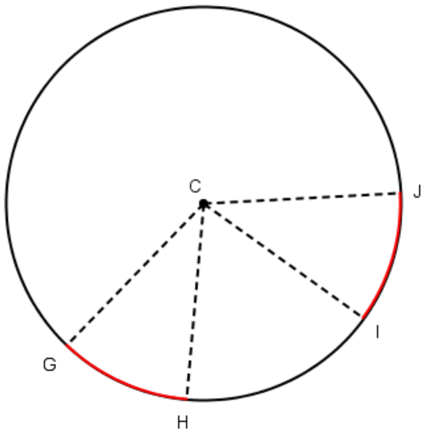



Figura do exercício nº 15:

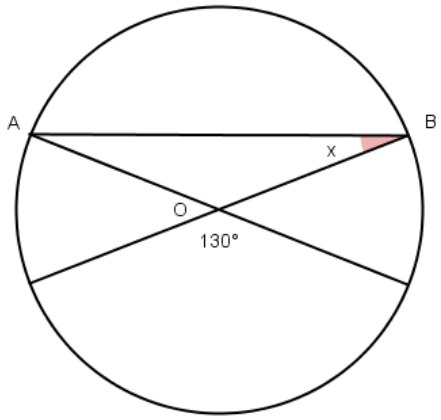
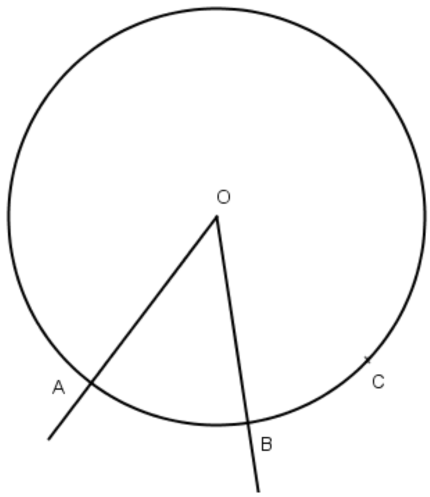



Figura do exercício nº 21:



## 13.9. Planificação aula n.º4 E.B.

| **3.º ciclo do Ensino Básico**<br>PLANO DE AULA | Matemática – 9º ano<br>2011 / 2012<br>Lições nº:101 e 102<br>Data: 31/01/12<br>Duração: 90 min |
|---|---|

**Sumário**

Correção do trabalho de casa.

Ângulo inscrito numa circunferência: propriedades. Resolução de exercícios.

**Aprendizagens Esperadas**

Durante a correção do trabalho de casa, espera-se consolidar os conceitos trabalhados nas últimas aulas, sendo dada atenção ao comprimento de um arco de circunferência e à área de um setor circular.

Com as figuras 1, 2 e 3 (em anexo), serão abordadas: a definição de ângulo inscrito num arco de circunferência; a relação entre amplitude de um ângulo inscrito e o arco compreendido entre os seus lados; a propriedade de que os ângulos inscritos no mesmo arco de circunferência são geometricamente iguais; a propriedade de que qualquer ângulo inscrito numa semicircunferência é reto.

Com os exercícios propostos, pretende-se que os alunos mecanizem e agilizem os conceitos até agora aprendidos.

**Material Utilizado**

Quadro e giz.

Manual "Matemática em ação 9º ano – parte 2"

Software GeoGebra projetado no quadro

Material de desenho utilizado pelos alunos

**Estratégias / Metodologia**

Primeiramente será feita a correção do trabalho de casa no quadro, pelo professor. Serão dadas duas notas no quadro: a utilização de uma regra de três simples, quer na determinação

de comprimentos de arcos quer na determinação de áreas de setores circulares.
A construção em GeoGebra, projetada no quadro, será outra vez utilizada. Com a figura 1, pretende-se introduzir a definição de ângulo inscrito num arco de circunferência. Através da mesma figura será deduzida a relação entre a amplitude de um ângulo inscrito e a amplitude do arco compreendido entre os seus lados. Para tal, serão movidos os pontos A, B e V da figura a fim de se obterem diferentes amplitudes de ângulos e de arcos correspondentes. Espera-se que sejam os alunos a deduzir a relação.
As figuras 2 e 3 serão utilizadas para deduzir outras propriedades. Em qualquer dos casos: figuras 1, 2 e 3, será pedido aos alunos para acompanharem a construção, reproduzindo no caderno com o material apropriado. As propriedades serão escritas no quadro após cada dedução.
Para a resolução de exercícios, também serão projetadas no quadro as figuras respeitantes aos enunciados dos exercícios (em anexo). Sempre que for possível, serão os alunos a resolver no quadro, os exercícios propostos nº 31, 33, 34, 37 e 38.

**Avaliação dos Alunos**

Expressão oral e escrita, durante a correção do trabalho de casa e durante a dedução de propriedades.
Resolução dos exercícios propostos.
Comportamento.

**Figuras**

Figura 1:

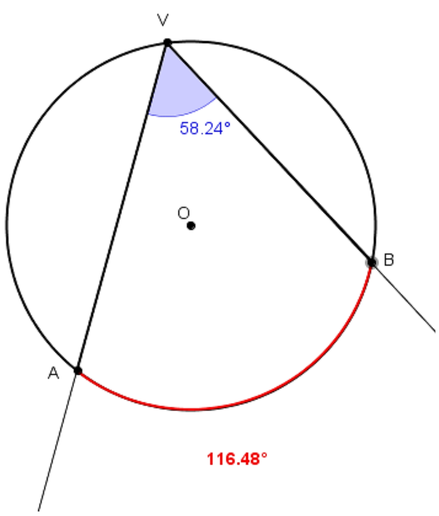


Figura 2:

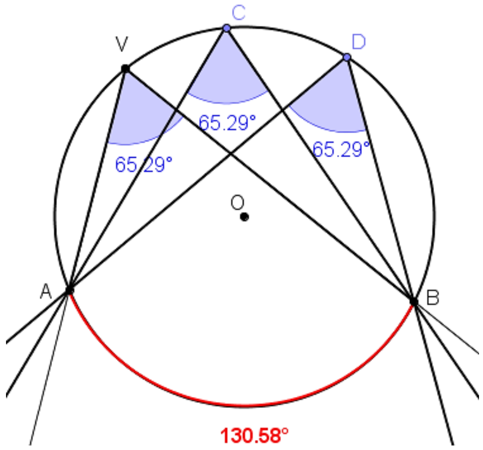
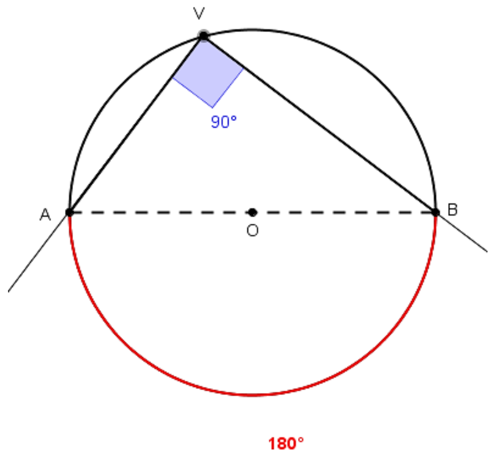



Figura 3:




Pode visualizar a construção em GeoGebra, das figuras 1, 2 e 3, na secção 13.14

Figura do exercício nº 31:

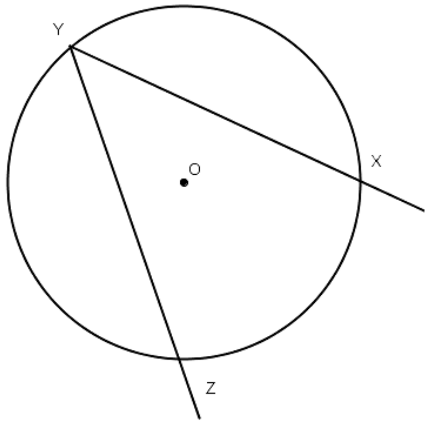


Figura do exercício nº 33:

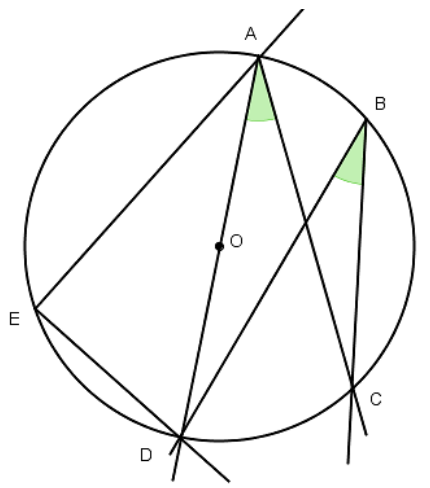



Figura do exercício nº 34:

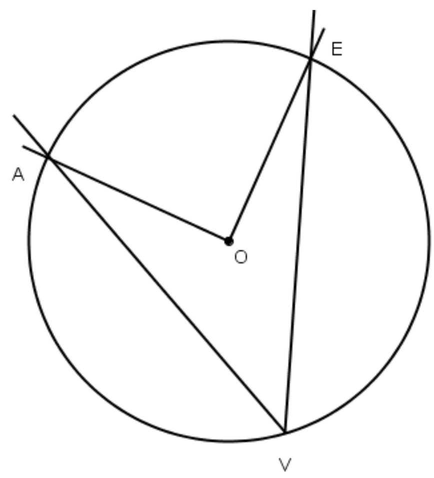



Figura do exercício nº 35:

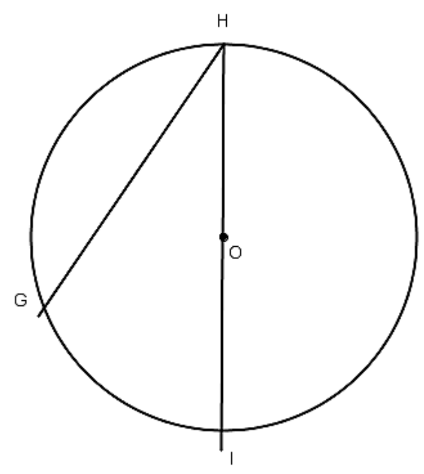


Figura do exercício nº 37:

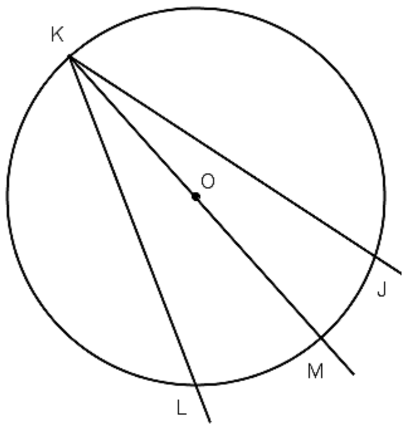
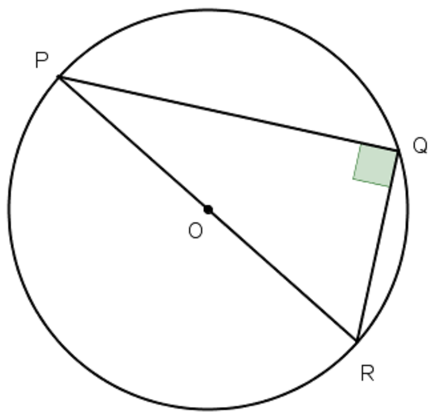



Figura do exercício nº 38:



## 13.10. Planificação aula n.º5 E.B.

| 3.º ciclo do Ensino Básico<br>PLANO DE AULA | Matemática – 9º ano<br>2011 / 2012 |
|---|---|
| | Lições nº:103 e 104<br>Data: 01/02/12<br>Duração: 90 min |

**Sumário**

Continuação da aula anterior.
Resolução de exercícios.

**Aprendizagens Esperadas**

Primeiramente, espera-se que os alunos consigam deduzir a propriedade de que qualquer ângulo inscrito numa semicircunferência é reto.
Com a resolução de exercícios (no caderno e quadro), espera-se que os alunos consolidem os conceitos aprendidos nas últimas aulas. A comunicação matemática e o raciocínio matemático serão favorecidos.

**Material Utilizado**

Quadro e giz.
Caderno de atividades " Matemática em ação 9º ano"
Manual "Matemática em ação 9º ano – parte 2"
Software GeoGebra projetado no quadro
Material de desenho utilizado pelos alunos

**Estratégias / Metodologia**

Visto que a planificação da aula anterior não foi concretizada na totalidade, esta aula servirá de seguimento da anterior.
Primeiramente será dada uma propriedade dos ângulos inscritos em semicircunferências, com projeção no quadro da figura 1 (utilizando o protocolo de construção do GeoGebra). Os alunos desenharão a figura para o caderno, anotando a respetiva propriedade.
Em seguida serão resolvidos os exercícios propostos nas figuras nº 33, 34, 35, 37 e 38

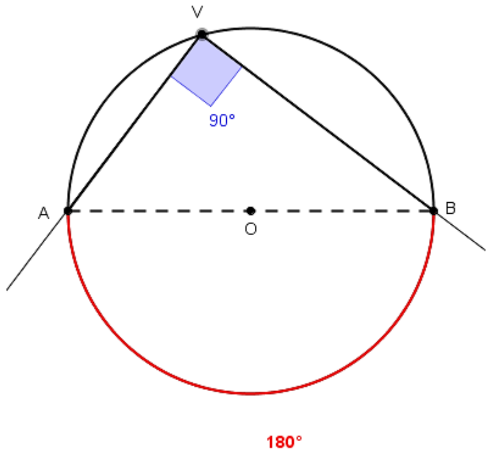
(exercícios do manual). Espera-se que sejam os alunos a resolver estes exercícios no quadro. Se o tempo o permitir, serão propostos mais exercícios aos alunos. Agora do caderno de atividades.

**Avaliação dos Alunos**

Expressão oral e escrita, na resolução dos exercícios.
Comportamento.

**Figuras**

Figura 1:




Pode visualizar a construção em GeoGebra na secção 13.14

Figura do exercício nº 33:

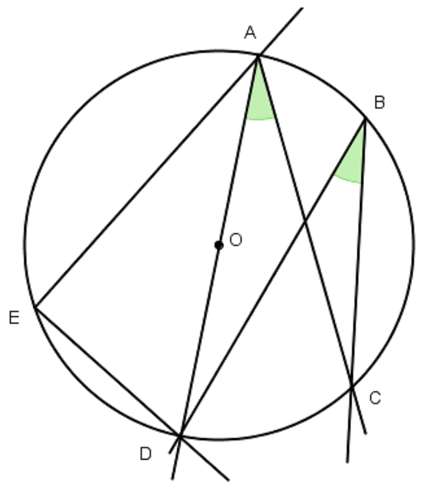


Figura do exercício nº 34:

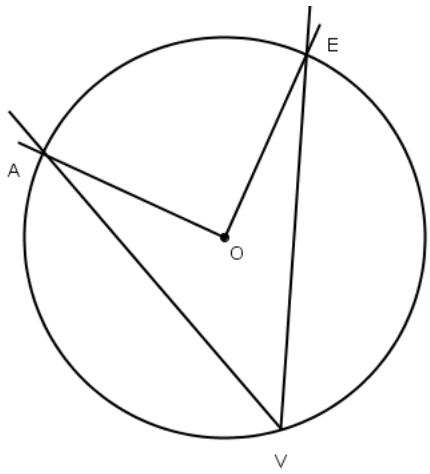



Figura do exercício nº 35:

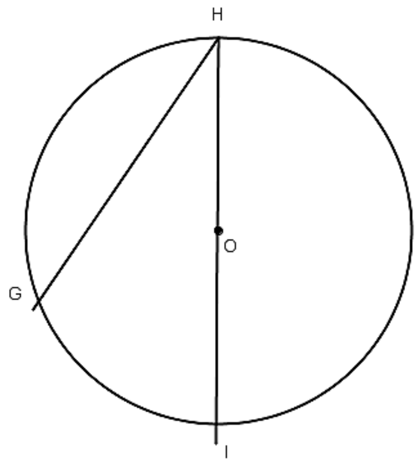



Figura do exercício nº 37:

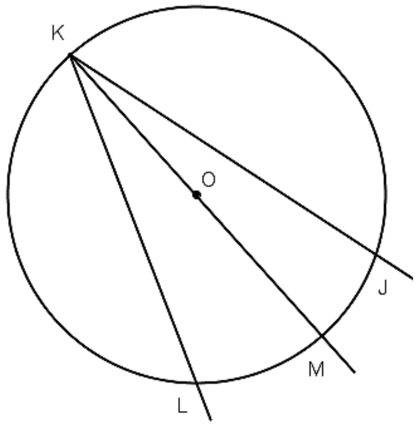
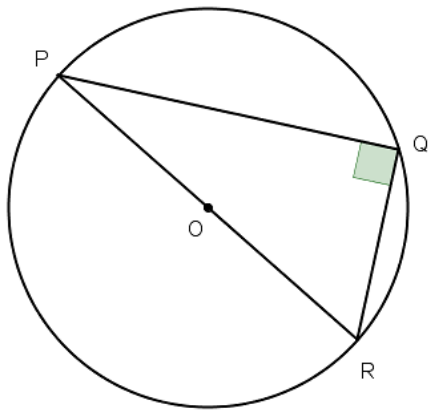


Figura do exercício nº 38:

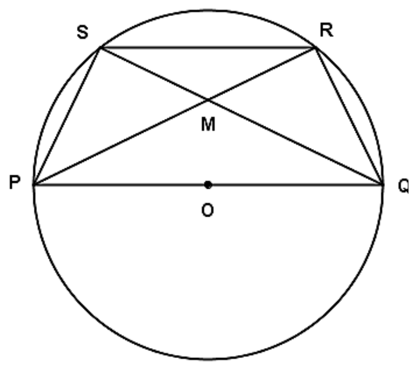


## 13.11. Enunciado da questão aula E.B.

**Questão aula VII**

**Nome:__________________________________________ nº_____ turma_____**

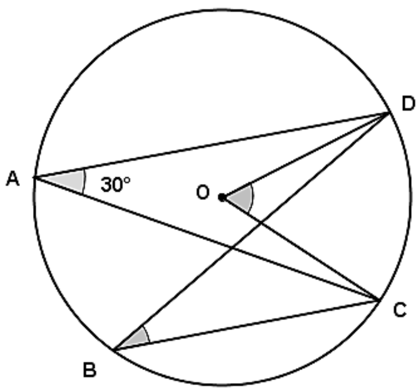
**1.** Na figura, o trapézio [PQRS] de bases [PQ] e [SR] está inscrito na circunferência de centro O. $\widehat{SR}$ = 62º e M é o ponto de interseção das diagonais do trapézio.



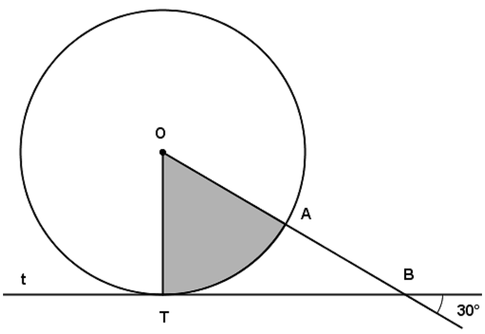

**a.** $\widehat{QR} = \widehat{SP}$. Porquê?

**b.** Determina: $R\hat{Q}S$ , $R\hat{P}Q$ e $P\hat{M}Q$ .

**2.** Observa a seguinte figura. Justifica que $C\hat{O}D + C\hat{B}D$ = 90º.




**3.** Na figura, t é reta tangente à circunferência no ponto T. [OT] é um raio da circunferência com comprimento igual a 3 cm. Determina, o valor aproximado com 2 c.d., da área da região a sombreado.




| Cotações | |
|---|---|
| 1.a | 4% |
| 1.b | 6% |
| 2. | 5% |
| 3. | 5% |

## 13.12. Diapositivos do seminário "Inversa de uma função. Funções com radicais"

Para aceder e visualizar os diapositivos do seminário "Inversa de uma função. Funções com radicais", clique aqui. Em alternativa, aceda ao conteúdo do seminário através da pasta designada por Seminario_1. É de notar que em alguns diapositivos terá que clicar em cima das imagens apresentadas por forma a visualizar o conteúdo destas.

## 13.13. Diapositivos do seminário "Equações do 1.º grau"

Para aceder e visualizar os diapositivos do seminário "Equações do 1.º grau", clique aqui. Em alternativa, aceda ao conteúdo do seminário através da pasta designada por Seminário_2. É de notar que em alguns diapositivos terá que clicar em cima das imagens apresentadas por forma a visualizar o conteúdo destas.

## 13.14. Ficheiros com construções em GeoGebra

Através da pasta Ficheiros com construções em GeoGebra, pode aceder a todas as construções em GeoGebra, utilizadas nas aulas e no primeiro seminário. Caso não tenha o software GeoGebra, poderá fazer o download deste através da página http://www.geogebra.org/cms/en/installers.