



Calculando em cadeia

Guida Lourenço
Luciano Veia

O desenvolvimento do sentido do número constitui um dos propósitos principais de ensino incluídos no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007). Nos dois primeiros anos de escolaridade valoriza-se o cálculo numérico na representação horizontal e sugere-se que se proporcionem aos alunos situações diversas que lhes permitam desenvolver o cálculo mental. Recomenda-se a prática de rotinas de cálculo mental, podendo este ser apoiado por registos escritos, possibilitando que os alunos possam utilizar as suas estratégias de modo flexível, seleccionando as mais eficazes em cada situação. Como forma de desenvolver estratégias de cálculo mental Fosnot e Dolk (2001) sugerem a exploração de tarefas que permitam desenvolver um repertório de estratégias de cálculo baseadas

numa compreensão profunda das relações numéricas e das operações. Surge assim a ideia de cadeia matemática tendo como principal finalidade desenvolver nos alunos um cálculo mental eficiente. O professor apresenta um conjunto de tarefas de cálculo relacionadas entre si procurando construir um sistema de relações numéricas que assentam no cálculo realizado nas linhas anteriores da cadeia.

No âmbito do Programa de Formação Contínua em Matemática, para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico, os formandos trabalharam várias cadeias matemáticas, discutiram as suas potencialidades e perspectivaram a sua exploração em sala de aula. Colocado o desafio, o mesmo foi aceite por vários professores que decidiram implementar este



tipo de tarefas nas suas turmas. Numa turma do segundo ano de escolaridade a professora programou uma sequência de tarefas para exploração de cadeias numéricas, tendo indicado alguns objectivos de aprendizagem de onde se salientam «Desenvolver destrezas de cálculo numérico mental e escrito», «Praticar a escrita de cálculos em cadeia (subtrair, utilizando a representação horizontal e recorrendo a estratégias de cálculo mental e escrito)» e «Discutir resultados e ideias matemáticas». Tratava-se de uma estratégia de cálculo mental pouco utilizada na sua sala de aula, originando alguns receios da professora sobre a compreensão da tarefa matemática proposta por parte dos alunos. A turma apenas tinha trabalhado algumas cadeias numéricas, com recurso à adição e com números muito pequenos. As tarefas que iremos analisar neste artigo, para além de envolverem números maiores, pretendiam explorar situações de subtracção.

A aula começou com uma pergunta da professora tentando conhecer o que os alunos entendiam por calcular em cadeia:

P. «O que significa calcular em cadeia?»

A. «Fazemos um cálculo e depois na segunda conta pedimos ajuda à primeira.»

Nesta aula a professora pretende trabalhar as duas cadeias numéricas seguintes:

$70 - 35$	$163 - 24$
$70 - 34$	$163 - 34$
$71 - 35$	$169 - 27$
$72 - 35$	$169 - 47$
$71 - 34$	$169 - 42$

No quadro a professora escreve a primeira linha da cadeia numérica onde propõe a resolução da expressão $70 - 35$. Foram vários os alunos que pretenderam dar o seu contributo fornecendo indicações sobre a estratégia utilizada:

- «Eu fiz $70 - 30 = 40$ e $40 - 5 = 35$.»
- «Fiz $70 - 15 = 55$, $55 - 15 = 40$ e $40 - 5 = 35$.»
- «O dobro de 35 é 70 porque $35 + 35 = 70$, por isso o resultado é 35.»
- «Também podemos fazer $35 \times 2 = 70$, logo o resultado é 35.»

O primeiro aluno decompõe o 35 em $30 + 5$, começando por retirar 30 e completando com a retirada do 5, utilizando uma

estratégia decorrente da decomposição numérica de base dez. O segundo aluno parece decompor o 30 em $15 + 15$, pelo que retira 15 duas vezes e depois retira 5 chegando a 35. Os alunos seguintes tiram partido do conhecimento do dobro de 35.

Conhecidas (e discutidas) várias estratégias para calcular $70 - 35$, a segunda linha da cadeia propõe $70 - 34$. Mais uma vez os alunos se envolvem entusiasticamente na explicação das suas estratégias:

«Nesta expressão numérica, o número 35 passou a 34, por isso nós vamos tirar -1 que na conta anterior, logo o resultado é $+1$, porque se tiramos menos, sobra-nos mais. E... o resultado é 36.» (Figura 1)

«Como o objectivo da tarefa é pedir ajuda à conta anterior, nesta conta o aditivo mantém-se e só muda o subtrativo (-1), logo o resultado é $+1$. Por exemplo, eu tenho 70 rebuçados e dou 34 a uma amiga, menos um rebuçado que tinha dado na conta anterior, ora se na conta anterior o resultado foi 35, nesta conta dei menos um rebuçado dos 70 que tinha inicialmente, por isso fiquei com mais um, (36).»

É curiosa a argumentação desta aluna sentindo necessidade de se apoiar numa situação concreta como forma de ilustrar o seu raciocínio.

A utilização da operação inversa como forma de prova e o recurso à identidade fundamental da subtracção surgem nas justificações avançadas para responder a uma questão colocada pela professora: «E se nós quisermos confirmar se o resultado está correcto?»

«Calculamos $35 + 36$ e se o resultado for 71, logo está correcto»

«Também podemos calcular $71 - 36$ e se o resultado for 35, então o resultado está correcto».

Nas linhas seguintes da cadeia os alunos continuam a avançar com argumentos muito convincentes:

«Nesta conta ($72 - 35$) podemos pedir ajuda à conta anterior porque damos a mesma quantidade (35) mas temos $+1$ que na anterior, logo o resultado é $+1$ porque $71 + 1 = 72$ e dá-nos no resultado $36 + 1 = 37$.»

Este exemplo denota uma segurança de argumentação a propósito do sentido da adição e da ligação com a subtracção como operação inversa.



«Os números desta conta ($71 - 34$) aproximam-se da terceira conta da cadeia. Por isso, podemos pedir-lhe ajuda. A diferença está no subtractivo que é -1 . Assim, o resultado aumenta, porque se damos mais, sobra menos e se damos menos, sobra mais. Neste caso, damos menos e sobra mais, logo o resultado é $+1$, ou seja 37 .»

Neste exemplo para além da compreensão do «equilíbrio» entre o adicionar uma unidade e subtrair uma unidade, a aluna generaliza esta regularidade através da apresentação de uma ideia matemática que estrutura todo o seu raciocínio. Revela um bom conhecimento do funcionamento da cadeia, procurando apoiar-se na expressão que mais se «aproxima» da situação que pretende trabalhar.

A Professora também participa no debate, generalizando os resultados: «Ao observar os resultados das expressões numéricas da cadeia, verifico que algumas expressões têm números diferentes e o seu resultado é igual, apesar da operação ser a mesma. Porquê? Quem quer explicar?»

«Porque ao alterarmos a mesma quantidade, em qualquer expressão numérica, tanto no aditivo como no subtractivo, o resultado é igual, por exemplo: $70 - 34 = 36$; $71 - 35 = 36$ e $72 - 35 = 37$; $71 - 34 = 37$.» (Figura 2)

A resposta a esta questão revela conhecimentos do modelo compensatório da subtração, sendo que intervenções anteriores confirmam este conhecimento quando os alunos indicam que «o resultado aumenta, porque se damos mais, sobra menos e se damos menos, sobra mais». Estas ideias revelam um conhecimento matemático que extravasa os procedimentos algorítmicos e origina uma aprendizagem significativa da Matemática.

Depois destas justificações a professora decide explorar uma segunda cadeia numérica colocando no quadro a primeira expressão $163 - 24$. Passado algum tempo surgem as primeiras intervenções dos alunos com explicação das suas estratégias:

«Eu fiz $63 - 20 = 43$; $43 - 4 = 39$ e $100 + 39 = 139$ ». Outro aluno diz: « $163 - 10 = 153$; $153 - 10 = 143$ e $143 - 4 = 139$ »

O primeiro aluno começa por retirar 20 e depois 4, partindo da decomposição do 24 em $20 + 4$ enquanto o segundo aluno vai retirando de 10 em 10, concluindo com 4. Neste caso, ambos os alunos, estruturaram as suas estratégias de cálculo em torno da estrutura do sistema de numeração decimal. Explicada a resolução da primeira expressão da cadeia seguem-se as linhas seguintes. A exemplo de situações anteriores, os alunos mostram disponibilidade para avançar com as suas explicações:

1 - Aprendizagens que fizeram com esta tarefa.

Nós aprendemos a pedir ajuda à conta anterior para efectuar os cálculos.

Nós temos de olhar para todas as contas para ver qual é a conta que nos pode ajudar a fazer o cálculo mais rápido. Os cálculos ficam mais fáceis de fazer.



«Nesta expressão numérica ($163 - 27$) vamos dar $+3$ que na conta anterior, portanto o resultado final é -3 que o resultado da anterior porque, como disse a Inês, se damos mais sobra-nos menos, ou seja, $139 - 3 = 136$.»

«Neste cálculo ($169 - 27$) vou pedir ajuda à conta anterior porque dou a mesma quantidade (27), mas como tenho $+6$ que 163, ou seja, 169, eu fico com $+6$ também no resultado final, ora $136 + 6 = 142$.» (Figura 3)

«Nesta conta ($169 - 47$) a diferença que há, em relação à conta anterior, está na quantidade que dou ($+20$). Por isso, o resultado que fico é de -20 que na anterior, ou seja, 122 porque $122 + 47 = 169$.»

«Aqui ($169 - 42$) nós pedimos ajuda à conta anterior porque a diferença está no subtractivo (-5), por isso o resultado será $+5$, ou seja, $122 + 5 = 127$.»

Nestas argumentações os alunos parecem seguir a estratégias já utilizadas por uma colega na resolução de uma expressão anterior com recurso a uma situação concreta (rebuçados) como suporte da sua explicação. Embora continuem a calcular mentalmente, com apoio na representação horizontal, os alunos sentem-se mais seguros em recorrer a situações familiares na resolução das tarefas.

Na primeira justificação o aluno recorre à relação matemática identificada pela colega, decorrente da adopção de estratégias e ideias matemáticas construídas socialmente na sala de aula.

Na reflexão que os alunos fazem sobre o trabalho realizado parece claro a compreensão dos objectivos deste tipo de tarefa, referindo o recurso a resoluções de expressões anteriores para encontrar de forma mais rápida e eficaz a resposta para as expressões seguintes.

«Nós aprendemos a pedir ajuda à conta anterior para efectuar os cálculos. Nós temos de olhar para todas as contas para ver qual é a conta que nos pode ajudar a fazer o cálculo mais rápido. Os cálculos ficam mais fáceis de fazer.» (Figura 4)

Também a professora refere aspectos muito positivos sobre o desempenho dos alunos na resolução destas tarefas:

«Durante a exploração das cadeias, através da comunicação dos alunos, pude constatar formas de raciocínio espontâneas, evidenciando uma certa organização mental, quando, por exemplo, os mesmos pediam ajuda à expressão numérica que lhes poderia facilitar o cálculo de forma mais rápida, ou seja, aquela em que os números envolvidos se aproximavam do cálculo a efectuar e quando

contextualizavam as suas argumentações com situações práticas do dia-a-dia, tornando a tarefa mais significativa.»

Para além das capacidades de cálculo são também salientadas as capacidades de comunicação. Na planificação da aula a professora já evidenciava preocupações com a criação de condições para permitir o desenvolvimento desta capacidade quando refere «a necessidade de criar um ambiente de sala de aula propício à comunicação e argumentação, para que a tarefa se torne desafiante e significativa, contribuindo, dessa forma, para uma maior motivação por parte dos alunos.»

As intervenções dos alunos constituem excelentes testemunhos das potencialidades deste tipo de tarefas no desenvolvimento de estratégias flexíveis de cálculo e na procura de formas matemáticas «mais rápidas e eficazes» em consonância com as quantidades numéricas. O desenvolvimento de relações numéricas e uma maior compreensão da operação subtração merecem particular destaque. A resolução de situações de subtração com empréstimo surgiu com grande naturalidade, contrariando práticas lectivas anteriores que não permitiam a resolução de vários problemas sem um bom conhecimento deste algoritmo. O recurso ao modelo compensatório e à identidade fundamental constituem excelentes exemplos de como explorar estes con-

ceitos num contexto de resolução de problemas. A exploração deste tipo de tarefas permite também evidenciar a naturalidade com que os alunos aderem a estas situações e a sua disponibilidade para encontrar processos significativos, constituindo excelentes exemplos da possibilidade dos alunos do segundo ano de escolaridade se sentirem confortáveis em trabalhar com números «maiores» e da recompensa que a professora recebeu pela ousadia de experimentar situações «novas».

Referências

Fosnot, C & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Constructing multiplication and division*. Portsmouth, NH: Heinemann.

ME. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação (DGIDC).

Projecto DSN. (2005). *Desenvolvendo o sentido de número. Materiais para o educador e para o professor do 1.º ciclo*. Lisboa: APM.

Guida Lourenço

Luciano Veia



Encontro «A Matemática nos primeiros anos»

Pela 14ª ocasião, especificamente dedicado ao ensino e aprendizagem da Matemática na parte inicial da história pré-escolar e escolar, volta a realizar-se este encontro, nos dias 15 e 16 de Abril, regressando a Viseu onde já tinha estado em 1998, depois de passar por todo o país, de Viana do Castelo a Faro.

Assumindo sempre, mas com mais veemência neste encontro os primeiros anos como aqueles que se estendem do pré-escolar até ao fim do 2º ciclo do ensino básico, o encontro reflete as preocupações decorrentes do início da generalização de um novo programa de Matemática, dedicando várias sessões de natureza diversa aos temas associados a esse programa.

A conferência de abertura, da responsabilidade de uma equipa de investigadores que avaliaram as diversas etapas de passagem ao terreno do novo programa de Matemática, vai permitir a partilha de recomendações, reflexões e inferências avaliativas, de interesse evidente para todos os que estão já a lidar com a generalização do programa. No seguimento dos dois dias do encontro, serão realizadas outras conferências sobre vários assuntos que incluem «temas matemáticos» e «capacidades transversais» do programa, sessões práticas que permitirão a participação ativa na realização e discussão de propostas concretas, além de outras realizações com formatos diversos. Para todos os participantes, deseja-se uma experiência enriquecedora, num ambiente de cooperação solidária.

