

UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

Mestrado em Contabilidade, Fiscalidade e Finanças  
Empresariais

**OS DETERMINANTES DOS *SPREADS* SOBERANOS: UMA  
ANÁLISE NOS PIGS**

Inês Guerreiro Gomes

**Orientação:** Doutora Raquel Medeiros Gaspar

**Co-Orientação:** Doutor Paulo Manuel Marques Rodrigues

Setembro 2011

## Resumo

Desde o início da crise financeira e económica, despoletada em Setembro de 2008 com a falência da *Lehman Brothers*, que os *spreads* soberanos da zona Euro têm registado valores sem precedentes. Verifica-se uma maior preocupação relativamente às economias mais frágeis da Europa, os PIGS (Portugal, Irlanda, Grécia e Espanha), que têm vindo a apresentar um comportamento diferenciado face aos restantes países da Europa. Este trabalho pretende explorar os determinantes da evolução diferenciada das taxas de juro de dívida pública neste grupo de países, distinguindo-se entre risco específico do país, aversão ao risco global e efeito contágio.

A importância relativa de cada um destes fatores na explicação dos *spreads* modificou-se desde o início de 2007, reflectindo a sua evolução, assim como alterações na sensibilidade dos *spreads* aos seus determinantes. Assistiu-se, sobretudo, a um aumento da importância dos factores específicos de cada país e do efeito de contágio.

*Palavras-chave: Spreads soberanos, risco específico do país, aversão ao risco, contágio.*

## ***Abstract***

Since the beginning of the financial and economic crisis, triggered in September 2008 with the bankruptcy of Lehman Brothers, the Euro-zone sovereign spreads have recorded unprecedented values. There is a greater concern to weaker economies in Europe, the PIGS (Portugal, Ireland, Greece and Spain) which have been experiencing a different behavior compared to other European countries. This paper aims to explore the determinants of the evolution of differentiated interest rates debt in this group of countries, distinguishing between country-specific risk, global risk aversion and contagion effect.

The relative importance of each of these factors in explaining spreads changed since the beginning of 2007, reflecting its evolution, as well as changes in the sensitivity of spreads to their determinants. There has, above all, an increasing importance of country-specific factors and the contagion effect.

*Keywords: sovereign spreads, country-sepicific risk, risk aversion, contagion.*

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>Revisão da literatura</b>	<b>13</b>
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>16</b>
3.1	Descrição dos dados	16
3.2	Análise do comportamento das variáveis e tratamento preliminar dos dados	18
3.3	Coeficiente de efeito contágio	
	3.3.1 Probabilidades marginais de <i>default</i>	22
	3.3.2 Probabilidades conjuntas de <i>default</i>	28
<b>4</b>	<b>Resultados Econométricos</b>	<b>33</b>
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>37</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>38</b>
	<b>Anexos</b>	<b>41</b>

# Lista de Tabelas

Tabela 1: Estatísticas descritivas dos diferenciais dos spreads dos CDS (p.b.)

Tabela 2: Teste Jarque-Bera para os diferenciais dos spreads dos CDS

Tabela 3: Teste ADF para os diferenciais dos spreads dos CDS

Tabela 4: Teste LM ARCH para os diferenciais dos spreads dos CDS

Tabela 5: Estimativas dos coeficientes (erros padrão) dos modelos ARMA-GARCH para os diferenciais dos CDS antes da crise

Tabela 6: Estimativas dos coeficientes (erros padrão) dos modelos ARMA-GARCH para os diferenciais dos CDS durante a crise

Tabela 7: Teste LM ARCH e Teste Ljung-Box para os resíduos standardizados dos diferenciais dos spreads dos CDS

Tabela 8: Parâmetros das cópulas elípticas para cada par de países, antes da crise.

Tabela 9: Parâmetros das cópulas elípticas para cada par de países, durante a crise.

Tabela 10: Parâmetros das cópulas Arquimedianas para cada par de países, antes da crise.

Tabela 11: Parâmetros das cópulas Arquimedianas para cada par de países, durante a crise.

Tabela 12: Critério AIC para cada par de países, antes da crise.

Tabela 13: Critério AIC para cada par de países, durante a crise.

Tabela 14: Intervalos de confiança para os parâmetros estimados da cópula Frank, antes e durante a crise.

Tabela 15: Coeficientes Kendall's tau e Spearman's rho e coeficientes de dependência de cauda antes da crise.

Tabela 16: Coeficientes Kendall's tau e Spearman's rho e coeficientes de dependência de cauda durante a crise.

Tabela 17: Coeficientes de cauda superior de acordo com a cópula Gumbel estimada, antes e durante a crise.

Tabela 18: Resultados estimados dos spreads no período antes da crise (Julho2007-Setembro2008).

Tabela 19: Resultados estimados dos spreads no período durante a crise (Outubro2008-Maio2011).

# Lista de Figuras

Figura 1: Spreads face à Alemanha das taxas de juro de dívida pública a 10 anos (linha contínua) e a 5 anos (linha descontínua)

Figura 2: Coeficiente de variação entre os spreads das taxas de juro de dívida pública nos PIGS

Figura 3: Contribuição dos factores comum e idiossincrático na evolução dos diferenciais dos prémios dos CDS

Figura 4: Diferenciais dos spreads dos CDS antes (no lado esquerdo) e durante a crise (no lado direito)

Figura 5: Determinantes da variação dos spreads das taxas de juro de dívida pública

# Nomenclatura

ADF	Augmented Dickey-Fuller
AIC	Critério de Informação Akaike
ARCH	Autoregressive conditional heteroscedasticity
ARMA	Autoregressive Moving Average
pb	pontos base
CDS	Credit default swap
FAC	Função de Autocorrelação
FACP	Função de Autocorrelação Parcial
GARCH	Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
PIGS	Portugal, Irlanda, Grécia, Espanha

# Capítulo 1

## Introdução

A crise económica e financeira que se iniciou em Julho de 2007 com a crise do *subprime* nos EUA tem tido um impacto alarmante sobre os mercados da dívida soberana Europeia. Apresenta-se com principal relevo e preocupação o comportamento da dívida soberana das economias mais frágeis da Europa (Portugal, Irlanda Grécia e Espanha).

O aumento dos *spreads*<sup>1</sup> da dívida soberana terá ocorrido num contexto de um agravamento da situação macroeconómica dos diversos países, assim como de um aumento da aversão ao risco e de uma deterioração das condições de liquidez nos mercados financeiros internacionais. Esta situação sugere, por um lado, que a evolução dos *spreads* face à Alemanha deverá ter reflectido um aumento dos prémios de risco de crédito de cada país, e por outro lado, que o aumento destes prémios terá decorrido da interacção entre factores comuns aos vários países.

O objectivo deste estudo será identificar a importância destes factores na evolução diferenciada das taxas de juro de dívida pública nos PIGS<sup>2</sup>, fazendo-se uma distinção entre factores idiossincráticos e factores comuns. Para este efeito pretende-se distinguir entre risco específico do país, aversão ao risco global e efeito contágio.

---

<sup>1</sup> Os *spreads* da dívida soberana referenciados neste estudo dizem respeito aos diferenciais dos títulos de dívida soberana emitidos por cada Estado face aos títulos da dívida soberana da Alemanha.

<sup>2</sup> Acrónimo pejorativo criado durante o período da crise para designar as economias mais frágeis da zona euro (Portugal, Irlanda, Grécia e Espanha).

Os principais contributos face à literatura existente são essencialmente dois.

Primeiro, em contraste, com a maior parte dos estudos realizados na área do Euro onde se tem considerado um alargado número de países no estudo da determinação dos níveis e variações dos *spreads* soberanos, pretende-se agora abordar a perspectiva de quatro países em concreto, os países que apresentaram maiores fragilidades económicas e flutuações nos *spreads* durante a crise. Este grupo de países merece uma atenção especial pelo comportamento diferenciado que tem apresentado face aos restantes países da Europa.

Segundo, investigam-se os potenciais efeitos de contágio dentro da amostra considerada, uma variável que tem sido pouco explorada pela literatura na determinação dos *spreads* soberanos. Existem razões para acreditar que um possível efeito de contágio dentro dos países da UE tenha assumido uma maior relevância durante o período da crise, principalmente entre as economias mais frágeis. Os investidores ao tomarem consciência dos problemas de difícil solvência de um país, passam a dar mais atenção a sinais semelhantes de desequilíbrios nos demais países, fazendo com que a percepção de risco nos países que apresentam maiores dificuldades financeiras aumente.

A inclusão desta variável no estudo, permite uma análise mais robusta da dependência entre os países em cenários de *stress*, possibilitando identificar a percentagem de contribuição individual de contágio em cada país da amostra.

Esta nova abordagem permite-nos, ainda, decompor o factor comum à amostra de países, normalmente designado na literatura exclusivamente como factor de aversão ao risco global, em duas componentes: efeito de contágio e aversão ao risco ou prémio de risco internacional. Prevêem-se, assim, novos entendimentos na explicação das variações dos *spreads* soberanos.

De acordo com os resultados obtidos, e à semelhança dos estudos realizados tendo como objecto de estudo o período da actual crise económica e financeira, [ Barrios et al. (2009), Ejsing e Sihvonen (2009) e Mody (2009)], verifica-se um aumento na importância dos factores idiossincráticos na determinação dos *spreads* soberanos, mostrando uma maior relevância dos factores associados ao risco de crédito.

Não obstante, forma os coeficientes de contágio que assumiram o peso mais importante na determinação dos *spreads* soberanos dos Estados em estudo.

O presente estudo encontra-se estruturado da seguinte forma: no capítulo 2 descrevem-se os factores habitualmente considerados como determinantes dos *spreads* entre os países da área do euro e efectua-se uma breve revisão da literatura; o capítulo 3 inclui uma análise descritiva dos dados utilizados e a metodologia seguida na construção da variável efeito de contágio; no capítulo 4 desenvolve-se uma abordagem econométrica para distinguir entre o risco de crédito, a aversão ao risco e o efeito contágio no mercado dos títulos soberanos e são apresentados os resultados econométricos; e, por fim, o capítulo 5 inclui as principais conclusões.

## Capítulo 2

# Revisão da literatura

A literatura sobre os determinantes dos *spreads* soberanos enumera vários factores que influenciam os prémios de risco pagos pelos governos em relação aos títulos soberanos de referência. São relatados com uma maior frequência na literatura os seguintes: risco de crédito, risco de liquidez e aversão global ao risco.

O risco de crédito soberano é definido como a probabilidade de um país emitente não vir a cumprir as suas obrigações no pagamento dos cupões ou no reembolso do capital na data de vencimento, incluindo também a reestruturação dos vencimentos ou modificações nas taxas de juro. Desta forma, o prémio de risco de crédito deverá depender de factores idiossincráticos de cada emissor. Para medir o risco de crédito têm sido comumente utilizadas na literatura as seguintes variáveis: notações de *rating*, variáveis macroeconómicas e informação extraída dos mercados financeiros, como sejam os prémios dos *Credit Default Swaps* (CDS)<sup>3</sup>.

A opção pela consideração destas variáveis encontra-se muitas vezes condicionada pela frequência em que os dados são disponibilizados. Efectivamente, os prémios dos CDS constituem um *proxy* imperfeito para o risco de crédito, uma vez que não tendem a reflectir apenas alterações na percepção da qualidade de crédito do país,

---

<sup>3</sup> O CDS é um contrato de OTC (*over-the-counter*) que é muito similar ao seguro, em que um comprador (de protecção contra o risco soberano) paga uma quantia fixa (o prémio do CDS) até ao vencimento do CDS ou a ocorrência do "evento de crédito", que num CDS soberano será o equivalente ao Estado emitente não cumprir os seus compromissos de pagamento. Se isso ocorrer antes do vencimento do CDS, o vendedor de protecção paga uma indemnização ao comprador.

mas podem reflectir também alterações na liquidez e na percepção de risco global prevaemente nos mercados financeiros. Contudo, este indicador é considerado a melhor medida de risco de crédito disponível em elevada frequência. Ver por exemplo, Longstaff et al. (2005), Blanco, Brennan e Marsh (2005) ou ECB (2009).

As variáveis macroeconómicas não são afectadas por alterações nas condições de liquidez ou por alterações nos prémios de risco nos mercados financeiros, contudo apenas se encontram disponíveis numa frequência mensal ou trimestral, pelo que tendem a registar um impacto mais reduzido na explicação dos movimentos de elevada frequência. Não obstante, a opção por estas variáveis tem sido muito comum na literatura, principalmente durante o período da crise. ECB(2009) encontrou resultados robustos utilizando frequências de tempo diferentes (diário e mensal).

Relativamente à liquidez, a literatura não fornece evidência clara sobre a sua importância relativa. Codogno et al. (2003), Sgherri e Zoli (2009), Bernoth et al. (2006) e Schuknecht et al. (2010) encontram um efeito muito limitado ou até mesmo não significativo na determinação dos *spreads* soberanos. Por sua vez, Schwartz (2009), Ejsing e Sihvonen (2009), e Haugh et al. (2009) comprovam um aumento da significância desta variável durante o período da crise, assim como, em comparação com estudos que enfatizam o risco de crédito, tais como, Gomez-Puig et al. (2006) Beber et al. (2009), constata-se que o risco de liquidez é um factor altamente relevante (até mesmo o mais importante) para explicar os diferenciais das obrigações soberanas após a introdução do euro e em tempos de incerteza.

Uma evidência empírica robusta presente na literatura é o facto dos *spreads* soberanos na área do euro serem, em grande parte, determinados por um factor comum aos diferentes países. Este factor está normalmente associado ao apetite pelo risco nos mercados financeiros internacionais. Em períodos de menor apetite pelo risco, como o da actual crise económica e financeira, o prémio de risco exigido pelos investidores aumenta, levando-os a procurar por activos de menor risco.

Um *proxy* para a aversão ao risco internacional frequentemente utilizado na literatura é o *spread* entre os títulos da dívida privada e os títulos soberanos dos E.U.A.. Um aumento deste *spread* é destinado a captar as alterações nas preferências dos investidores de activos mais arriscados do sector privado para

títulos mais seguros do governo. Por exemplo, Bernoth et al. (2006), Codogno et al.(2003), Attinasi et al.(2009), Schuknecht et al. (2010).

Geyer et al (2004) e Sgherri and Zoli (2009) utilizaram outro método que consiste em extrair a componente “aversão ao risco” dos *spreads* soberanos através de técnicas “filtragem”. Estas medidas dependem da amostra de dados adoptada em que a aversão ao risco é assumida como *proxy* do factor variável no tempo comum à série analisada.

A literatura tem também procurado identificar alterações ao longo do tempo na importância relativa dos vários determinantes.

De entre os estudos realizados na Zona do Euro a literatura tem-se focado, fundamentalmente, em dois períodos distintos: o período após a integração dos mercados europeus através da UEM e o período após a crise supprime. As evidências empíricas encontradas revelam-se desiguais entre os referidos períodos.

Codogno et al. (2003), Barr and Priestley (2004), Geyer et al. (2004) e Balli (2008) comprovaram, que após a integração dos mercados europeus, os factores internos, nomeadamente os riscos de crédito e liquidez pouco contribuíram para a explicação dos *spreads* soberanos, e chegaram á conclusão que os *spreads* eram explicados na sua maioria por factores de risco internacionais. Estes resultados, são de alguma forma, congruentes com os critérios de convergência acordados após o do tratado de Maastricht.

Relativamente ao período da actual crise financeira e económica, iniciada com a crise Subprime e pronunciada com a falência da Lehman Brothers, o comportamento dos *spreads* tem registado contornos significativos, verificando-se uma maior divergência entre os países pertencentes à União Europeia. Barrios et al. (2009), Ejsing e Sihvonen (2009) e Mody (2009), sugerem um aumento na importância dos factores idiossincráticos na explicação destas diferenças, mostrando uma maior relevância dos factores associados ao risco de crédito. De acordo com Caceres et al. (2010), neste período, assumiu também relevância na determinação dos *spreads* o efeito contágio entre as probabilidades de incumprimentos dos vários países.

## Capítulo 3

# Metodologia

Na primeira parte deste capítulo apresentam-se os dados utilizados e eventuais problemas associados à sua interpretação. Numa segunda parte, é efectuada uma breve análise ao comportamento das variáveis como introdução à análise econométrica. Por último, na terceira parte deste capítulo, é descrita a metodologia que foi utilizada para a construção da variável efeito de contágio, e efectuado um estudo de dependência entre os países.

### 3.1. Descrição dos dados

Em linha com o discutido no capítulo anterior, procurou-se considerar na análise variáveis que captem o prémio de risco de crédito soberano, o prémio de risco nos mercados internacionais e o efeito de contágio entre os países da amostra.

O período em análise inicia-se em Julho de 2007, quando os primeiros sinais de turbulência nos mercados financeiros globais se tornaram visíveis, até final de Maio de 2011. Este período permite abranger a fase antes e após a falência da Lehman Brothers, quando se verificou uma quebra estrutural no comportamento dos *spreads* soberanos. Os países considerados na análise são: Portugal, Irlanda, Grécia e Espanha (PIGS).

As taxas de rendibilidade das obrigações de dívida pública foram obtidas numa frequência diária, através da Bloomberg sob a forma de índices. Estes índices são construídos através do conjunto dos títulos genéricos de referência para cada Estado com uma maturidade residual de aproximadamente 5 anos<sup>4</sup>. O cálculo do *spread* é efectuado em diferença face à Alemanha para títulos com iguais maturidades.

A preferência da Alemanha como país de referência é comum na literatura, devido ao facto dos títulos do governo alemão terem assumido o papel de activo de refúgio e continuarem a apresentar rendibilidades baixas durante a actual crise.

O risco de crédito soberano foi medido através dos prémios dos CDS para títulos de dívida pública com uma maturidade residual de aproximadamente 5 anos, igualmente recolhidos através da bloomberg numa frequência diária. Estes prémios são definidos face à Alemanha e dizem respeito a contratos de CDS em dólares. Isto pelo facto dos contratos de CDS para governos europeus se encontrarem geralmente expressos nesta moeda. Uma das razões para a escolha de uma moeda diferente da denominação original do título é que isso permite aos investidores evitar o risco de uma desvalorização da moeda dos títulos soberanos no caso de um evento de crédito. Esta incompatibilidade de moedas introduz um elemento de risco cambial nos preços do contrato.

Embora frequente na literatura, a interpretação desta variável como medida de risco de crédito de cada país, deve ser efectuada com alguma prudência no contexto da crise. Por um lado, é necessário ter em consideração que as alterações nas condições de liquidez nos mercados financeiros podem ter impacto sobre os prémios dos CDS, levando assim a possíveis sub ou sobre estimações dos prémios de risco de crédito avaliados com os CDS.<sup>5</sup> Por outro, os movimentos dos prémios dos CDS soberanos não reflectem apenas alterações na percepção da qualidade de crédito do país em análise, mas podem reflectir também alterações na percepção de risco global preponderante nos mercados financeiros.

---

<sup>4</sup> Apesar dos títulos de dívida pública a 10 anos representarem a maturidade de transacção mais comum nos Estados Europeus, neste estudo apenas são considerados títulos de maturidade igual a 5 anos, pelo facto de esta ser a mais comum no mercado dos CDS e pela maior facilidade na obtenção dos dados.

<sup>5</sup> Ver Buhler e Trapp (2009) e Alexopoulou et al. (2009)

Para medir a aversão ao risco global, considerou-se o *spread* entre os títulos da dívida privada com notação AAA e os títulos soberanos dos E.U.A. Esta variável pretende capturar o risco de mercado dos títulos privados (não diversificado) nos EUA. Uma vez que a rendibilidade dos títulos soberanos corresponde à taxa de retorno livre de risco e o índice de rendibilidade dos títulos da dívida privada com notação AAA contém o risco de mercado excluindo os factores específicos, esta diferença é considerada como *proxy* do risco de mercado dos EUA.<sup>6</sup>

Optou-se por utilizar este indicador que é um dos mais comuns na literatura e é independente da amostra de dados utilizada. A obtenção do factor comum através da utilização de técnicas de “filtragem”, como sejam o cálculo da principal componente, poderia ser explicado não só pela aversão ao risco global mas também pelo contágio entre os países da amostra. Uma vez que se pretende fazer a distinção entre aversão ao risco e efeito contágio, esta técnica não se prevê a mais adequada para o presente estudo.

Para medir o efeito contágio, à semelhança da metodologia utilizada por Caceres et al. (2010) foi calculado um coeficiente de contágio através dos prémios dos CDS individuais de cada país como aproximação ao *default*. Este coeficiente pretende medir a probabilidade de incumprimento de um país condicionar outro país dentro da amostra, incorporando a dependência de *default* entre *credit default swaps* (CDS) e as suas alterações no ciclo económico. A metodologia utilizada para a construção desta variável é descrita no ponto 3.3.

## **3.2 Análise do comportamento das variáveis e tratamento preliminar dos dados**

Ao longo da actual crise, a evolução dos *spreads* das taxas de juro de dívida pública dos países da área do euro, e em especial dos PIGS, sofreu alterações substanciais. Quatro fases distintas podem ser identificadas. A primeira fase, entre Julho de 2007 e Setembro de 2008, representa o despoletar de uma crise financeira

---

<sup>6</sup> Os dados foram recolhidos numa frequência diária através da Bloomberg, Reuters e Moody's.

internacional que se iniciou com o aumento do incumprimento no crédito *subprime*, fazendo crescer a incerteza sobre o valor dos activos titulados e sobre a saúde das instituições financeiras. Nesta fase, a maioria dos *spreads* permaneceram dentro de uma faixa relativamente estreita, embora crescente. Na segunda fase, entre Outubro de 2008 e Março de 2009, após o colapso da *Lehman Brothers* verificou-se um aumento dos riscos sistémicos. Foi o início de uma crise de confiança que resulta numa deterioração da liquidez nos mercados de capitais, provocando a necessidade de intervenções públicas e orçamentais para a estabilização do sistema financeiro. Esta situação rapidamente se reflectiu nas contas públicas destes países, verificando-se um aumento nos níveis de endividamento sem o esperado efeito no crescimento económico. Na sequência destes acontecimentos, este período foi marcado por um aumento significativo e generalizado dos *spreads* soberanos. A contribuir para este facto, estiveram ainda as agências de notação de risco com o anúncio quase simultâneo de três *downgrades* no início de 2009. No espaço de uma semana a *Standard&Poors* reduziu a notação de crédito da Grécia, Espanha, e Portugal, e colocou sob vigilância a notação da Irlanda. Estes anúncios tiveram um impacto significativo nos mercados obrigacionistas europeus, reforçando a tendência de alargamento dos *spreads* destas nações.

Durante o segundo e terceiro trimestres de 2009, os *spreads* registaram, em termos gerais, um movimento de redução, num contexto de relativa normalização da situação nos mercados financeiros.

A partir de Outubro de 2009, o diferencial das taxas de rendibilidade das obrigações soberanas face à dívida pública alemã, voltou a aumentar e atingiu valores alarmantes no final de Maio de 2011. Esta situação inseriu-se num contexto de retorno da turbulência nos mercados financeiros internacionais, em consequência dos fortes receios em torno da sustentabilidade das finanças públicas nestas economias.

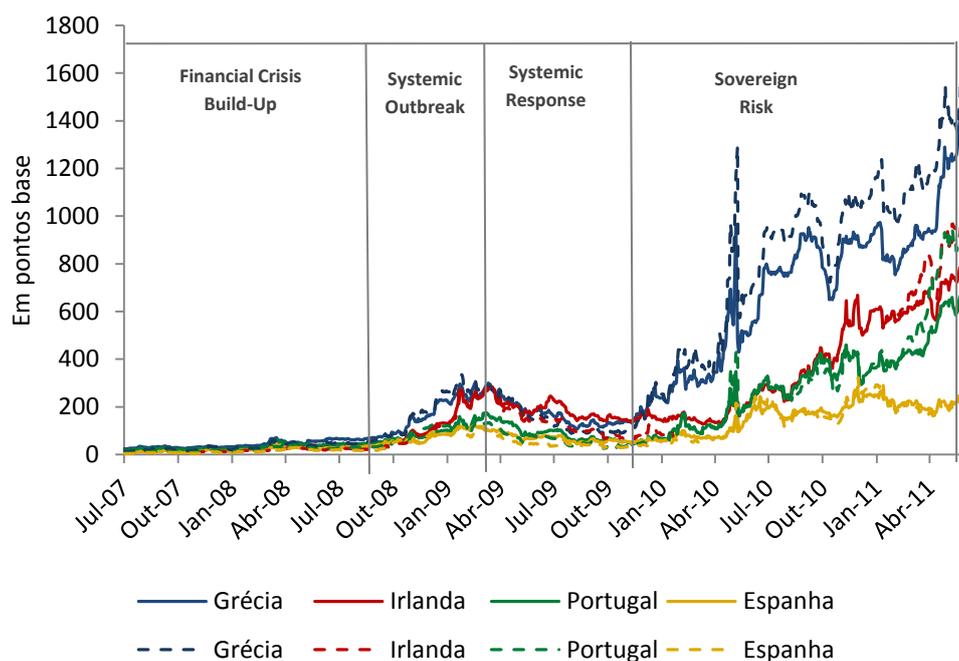
De notar, que a maior descida dos *spreads* soberanos acontece no dia 10 de Maio de 2010, quando foi acordado entre os vários estados membros da União Europeia o acelerar dos processos de consolidação orçamental. Foi criada a Facilidade Europeia de Estabilização Financeira para financiar os países da área do euro com dificuldades em obter financiamento no mercado e adoptadas várias medidas pelo

BCE com o objectivo de aumentar a liquidez nos mercados. Estas iniciativas tiveram um impacto positivo na redução da percepção do risco soberano. Contudo, em Setembro de 2010, a decisão do governo irlandês em resgatar o *Anglo Irish Bank* despoletou uma nova subida dos prémios de risco da dívida soberana, directamente na Irlanda e, por efeito de contágio nos restantes países.

Adicionalmente, a partir do início de Abril 2011, as incertezas quanto ao programa de ajustamento grego têm vindo a aumentar consideravelmente a instabilidade entre os restantes países provocando uma maior pressão sobre os juros.

A maior diferenciação entre os países sugere um aumento da importância dos factores internos de cada país, nomeadamente, diferenças na qualidade de crédito e nas características de liquidez dos títulos da dívida pública de cada país.

Figura 1: Spreads face à Alemanha das taxas de juro de dívida pública a 10 anos (linha contínua) e a 5 anos (linha descontínua)



Fonte: Elaboração própria. Bloomberg.

Para ilustrar a evolução da dispersão entre os *spreads*, ao longo do período em análise, é apresentado na *figura 2* o coeficiente de variação dos *spreads* da taxa de juro de dívida entre os vários países.

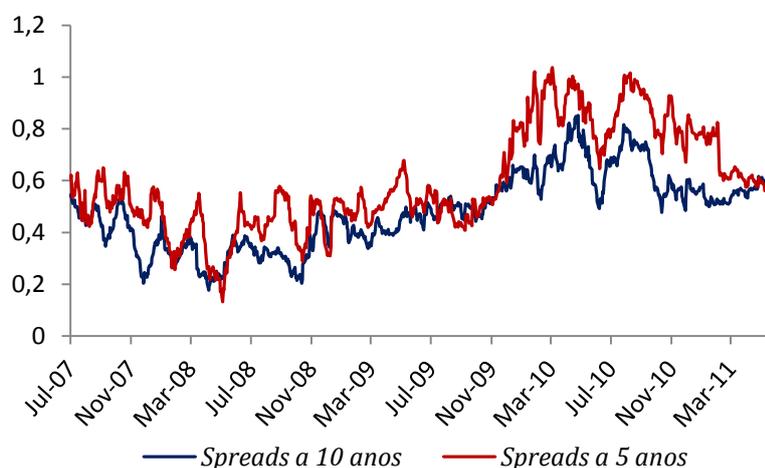
No período anterior ao colapso da *Lehman Brothers*, o coeficiente apresentava uma tendência decrescente, quando se assistiu a uma redução da discriminação entre

os activos pelo seu grau de risco, sugerindo que a evolução dos *spreads* das taxas de dívida pública se tenha devido a um mesmo factor comum a estes países.

A partir de finais de 2008 e, de forma mais acentuada, a partir de finais de Outubro de 2009, o coeficiente de variação começa a apresentar uma tendência de crescimento, sugerindo o aumento da importância dos factores idiossincráticos e da qualidade de crédito na determinação dos *spreads* das taxas de dívida pública. A maior importância destes factores terá ocorrido num contexto de deterioração das perspectivas macroeconómicas destes países, decorrente, inicialmente, dos planos de ajuda ao sistema financeiro e de estímulo económico implementados pelos governos e, posteriormente, da recessão económica registada em 2009. Este comportamento sugere que, pelo menos, parte dos movimentos específicos dos *spreads* tenham estado associados a uma deterioração da qualidade de crédito destes países.

Em Maio de 2010 o coeficiente volta a revelar uma tendência decrescente, ainda que durante um curto período de tempo. Isto acontece na sequência da criação de planos de ajuda por parte da Europa de relativa normalização das contas públicas.

Figura 2: Coeficiente de variação entre os *spreads* dos PIGS



Fonte: Elaboração própria.

### 3.3 Coeficiente de efeito de contágio

O coeficiente de contágio pretende medir a probabilidade de um país em dificuldades condicionar outros países dentro da amostra.

Assim, para cada país  $A_i$ , o coeficiente de contágio (CC) é calculado a partir da seguinte fórmula:

$$CC(A_i) = \sum P(A_i|A_j) \cdot P(A_j) \text{ para todo } j \neq i,$$

que corresponde à soma ponderada da probabilidade de *default* do país  $A_i$  dado um *default* em cada um dos outros países da amostra. Esta medida de dependência de *default* é ponderada pela probabilidade de cada um destes eventos ocorrer.

A probabilidade de *default* no país  $A_i$  dado um *default* no país  $A_j$ ,  $P(A_i|A_j)$ , é obtida em três etapas:

- (i) As probabilidades marginais de *default* para os países  $A_i$  e  $A_j$ ,  $P(A_i)$  e  $P(A_j)$  respectivamente, são extraídas dos diferenciais dos prémios dos CDS individuais através de uma função de distribuição cumulativa para estes países.
- (ii) A probabilidade de *default* conjunta,  $P(A_i, A_j)$ , é obtida através de uma função distribuição cumulativa de uma cópula bivariada.
- (iii) A probabilidade de *default* condicionada  $P(A_i|A_j)$  é obtida através do teorema de Bayes:  $P(A_i|A_j) = P(A_i, A_j) / P(A_j)$ .

#### 3.3.1 Probabilidades marginais de *default*

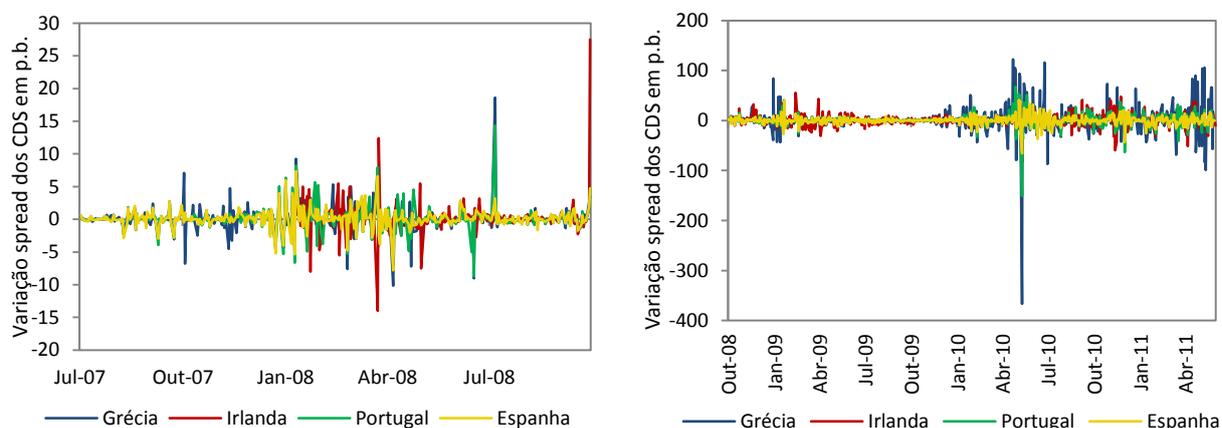
Antes de se proceder à modelação das probabilidades marginais, importa em primeiro lugar estudar o comportamento dos diferenciais dos *spreads* dos CDS<sup>7</sup> utilizados neste estudo como *proxy* do *default*, de forma a perceber se a série captura adequadamente a estrutura. Optou-se por separar a análise em dois

---

<sup>7</sup> Utilizaram-se os diferenciais dos prémios dos CDS de forma a tornar as séries estacionárias.

períodos: o período anterior e o período posterior à falência da *Lehman Brothers*. Esta decisão é justificada por uma quebra estrutural verificada no comportamento dos diferenciais dos *spreads* dos CDS entre estes dois períodos, com o enviesamento a mudar de sinal positivo, no primeiro período, para negativo no segundo período. As séries apresentam igualmente caudas pesadas em ambos os períodos e um nível de curtose excessivo sugerindo um comportamento não normal. Este comportamento é confirmado pelo teste Jarque-Bera em que a hipótese de normalidade é rejeitada, assim como se pode observar pelas *tabelas 1 e 2*.

*Figura 4: Diferenciais dos spreads dos CDS antes (no lado esquerdo) e durante a crise (no lado direito)*



*Tabela 1: Estatísticas descritivas dos diferenciais dos spreads dos CDS (p.b.)*

	<i>Portugal</i>	<i>Irlanda</i>	<i>Grécia</i>	<i>Espanha</i>
<i>Antes da crise</i>				
Média	0,11	0,22	0,14	0,11
Desvio Padrão	1,88	2,98	2,13	1,46
Enviesamento	1,3	3,77	1,49	0,03
Curtose Ex	14,1	40,17	20,92	7,54
<i>Durante a crise</i>				
Média	0,87	0,88	1,95	0,25
Desvio Padrão	12,44	12,52	26,5	8,3
Enviesamento	-2,26	-0,16	-3,17	-0,6
Curtose Ex	35,14	5,49	56,33	10,25

*Tabela 2: Teste Jarque-Bera para os diferenciais dos spreads dos CDS*

	<i>Portugal</i>	<i>Irlanda</i>	<i>Grécia</i>	<i>Espanha</i>
<i>Antes da crise</i>				
Teste Jarque Bera	2789,77	13082,6	6063,49	771,549
P-value	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<i>Durante a crise</i>				
Teste Jarque Bera	36292,8	877,085	92924,7	3077,83
P-value	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

A estacionariedade dos diferenciais dos *spreads* dos CDS é confirmada pelo teste ADF apresentado na *tabela 3*, onde a hipótese nula da presença de raiz unitária é rejeitada com 99% de confiança.

*Tabela 3: Teste ADF para os diferenciais dos spreads dos CDS*

	<i>Portugal</i>	<i>Irlanda</i>	<i>Grécia</i>	<i>Espanha</i>
<i>Antes da crise</i>				
Teste ADF	-15,5072	-13,7026	-21,6897	-15,5803
Valor crítico 5%	-2,8702	-2,8768	-2,8702	-2,8702
Valor crítico 1%	-3,4503	-3,4654	-3,4503	-3,4503
<i>Durante a crise</i>				
Teste ADF	-16,2311	-20,7037	-23,2097	-17,4345
Valor crítico 5%	-2,8655	-2,8655	-2,8655	-2,8655
Valor crítico 1%	-3,4396	-3,4396	-3,4396	-3,4396

Foram também analisadas as funções de autocorrelação (FAC) e as funções de autocorrelação parciais (FACP) dos diferenciais dos CDS, antes e durante a crise. O primeiro desfasamento da FACP verificou-se estatisticamente significativo em todos os países sugerindo a adequação de um modelo auto-regressivo de ordem 1 para a correcção da autocorrelação. De acordo com o teste ARCH (*tabelas 7 e 8*) não se rejeita a hipótese nula de não existência de heterocedasticidade condicional até ao desfasamento 20 para a generalidade dos países no período antes da crise, contudo, para o período durante a crise verifica-se que na maioria dos casos há heterocedasticidade dos resíduos.

Tabela 4: Teste LM ARCH para os diferenciais dos spreads dos CDS

	Portugal	Irlanda	Grécia	Espanha
<i>Antes da crise</i>				
Teste ARCH	14,1139	6,6882	10,3594	54,7458
P-value	0,7452	0,9976	0,9612	0,0000
<i>Durante a crise</i>				
Teste ARCH	67,3039	74,4648	25,2351	120,6866
P-value	0,0000	0,0000	0,1926	0,0000

De acordo com os testes realizados anteriormente, os diferenciais dos prémios dos CDS apresentam variância condicional variável no tempo e caudas pesadas, assim como problemas de autocorrelação e heterocedasticidade dos resíduos. Desta forma, os modelos ARMA-GARCH mostram-se os mais adequados para modelizar as dinâmicas individuais, assumindo-se que os resíduos apresentam uma distribuição t-student.<sup>8</sup>

Assim sendo, as probabilidades marginais corresponderão à função de distribuição cumulativa t-student dos resíduos standardizados obtidos através de um modelo ARMA(1,0)-GARCH(1,1)<sup>9</sup>. Estes resíduos são assumidos como proxy do *default*, sendo possível determinar a estrutura de dependência implícita.

*Modelo ARMA(1,0)-GARCH(1,1)*

$$Y_t = \mu_i + \phi_i Y_{i,t-1} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_{i,t} = \sigma_{i,t} Z_{i,t}$$

$$\sigma_{i,t}^2 = \gamma_i + \alpha_i \varepsilon_{i,t-1}^2 + \beta_i \sigma_{i,t-1}^2$$

onde  $\gamma_i > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ ,  $\beta_i \geq 0$ ,  $Z_{i,t}$  é independente de  $(X_{i,s})_{s \leq t}$ .

Uma hipótese comumente aceite na modelagem de séries temporais financeiras é a de que o erro de previsão tem média zero e as observações são não-

<sup>8</sup> A adopção de distribuições condicionais com caudas mais pesadas do que a distribuição normal como a distribuição t-student permite captar a curtose em excesso. O número de graus de liberdade foi fixado em 10 para a distribuição t-student, sendo esta aquela que melhor performance apresentou para a generalidade dos casos.

<sup>9</sup> Este modelo foi aquele que apresentou uma melhor performance para a generalidade dos países, antes e durante a crise. Apesar de alguns coeficientes não serem estatisticamente significantes, outras especificações ARMA-GARCH (incluindo assimétricas) foram estimadas, mas sem melhoramentos significativos.

correlacionadas entre um período e o subsequente. E, embora sucessivos resíduos sejam não-correlacionados, não são independentes.

O mecanismo GARCH gerador de resíduos é dado por  $\varepsilon_{i,t} = \sigma_{i,t} Z_{i,t}$ , onde  $\sigma_{i,t}$  é o desvio padrão condicional e  $Z_{i,t}$  é uma variável aleatória standardizada, independente e identicamente distribuída (iid), originária da distribuição t-student. A partir de parâmetros ajustados ARMA-GARCH os resíduos standardizados (iid)  $\hat{z}_{i,t} = \hat{\varepsilon}_{i,t} / \hat{\sigma}_{i,t}$  são recuperados para os diferenciais dos prémios dos CDS de cada país.

Os valores dos coeficientes e respectivos erros padrão são estimados através do método da máxima verosimilhança e apresentados nas *tabelas 5 e 6*, antes e durante a crise, respectivamente.

Verifica-se que o parâmetro autoregressivo é estatisticamente significativo em ambos os períodos para todos os países com a excepção da Espanha. De notar que este parâmetro é negativo no período antes da crise e positivo no período durante a crise, sugerindo neste último período que a actual variação dos *spreads* dos CDS depende positivamente da variação registada no dia anterior.

Relativamente à equação de variância condicional, os parâmetros ARCH e GARCH são todos positivos e significantes, antes e durante a crise.

As condições de estacionariedade para os resíduos standardizados são dadas por  $|\phi_i| < 1$  e  $\alpha_i + \beta_i < 1$  para a média condicional e equações de variância condicional, respectivamente. Para o primeiro período estas condições são respeitadas, já no segundo período verifica-se que a soma dos coeficientes ARCH e GARCH é superior à unidade indicando variâncias condicionais. Este comportamento deverá ser consequência da quebra estrutural verificada entre os períodos.

*Tabela 5: Estimativas dos coeficientes (erros padrão) dos modelos ARMA-GARCH para os diferenciais dos CDS antes da crise*

	<i>Portugal</i>	<i>Irlanda</i>	<i>Grécia</i>	<i>Espanha</i>
$\mu$	0.045 (0.038)	0.076* (0.048)	0.066* (0.042)	0.048 (0.042)
$\phi$	-0.129* (0.070)	-0.279*** (0.072)	-0.239*** (0.073)	-0.071 (0.067)
$\gamma$	0.031*** (0.008)	0.015** (0.008)	0.314*** (0.064)	0.031*** (0.010)
$\alpha$	0.210*** (0.031)	0.114*** (0.029)	0.555*** (0.094)	0.149*** (0.034)
$\beta$	0.775*** (0.018)	0.859*** (0.021)	0.430*** (0.052)	0.826*** (0.031)

Significância: 1% \*\*\*, 5% \*\*, 10% \*

*Tabela 6: Estimativas dos coeficientes (erros padrão) dos modelos ARMA-GARCH para os diferenciais dos CDS durante a crise*

	<i>Portugal</i>	<i>Irlanda</i>	<i>Grécia</i>	<i>Espanha</i>
$\mu$	0.302** (0.159)	0.239 (0.384)	0.507* (0.324)	0.207* (0.160)
$\phi$	0.1432*** (0.042)	0.263*** (0.041)	0.192*** (0.041)	0.044 (0.040)
$\gamma$	0.225* (0.122)	2.60*** (0.823)	0.401* (0.249)	0.444*** (0.169)
$\alpha$	0.306*** (0.039)	0.239*** (0.038)	0.194*** (0.027)	0.242*** (0.032)
$\beta$	0.749*** (0.022)	0.762*** (0.030)	0.830*** (0.018)	0.781*** (0.021)

*Significância: 1% \*\*\*, 5% \*\*, 10% \**

Voltou-se a testar a autocorrelação e heterocedasticidade, desta vez, para os resíduos standardizados obtidos através do ARMA GARCH aplicado aos diferenciais dos CDS, confirmando-se a correcção destes problemas e consequentemente a adequação do modelo proposto.

O teste Ljung Box aplicado aos resíduos standardizados confirma a não existência de autocorrelação do desfasamento 1 ao desfasamento 20, confirmando-se igualmente a homocedasticidade condicional dos resíduos verificada através do teste ARCH, que não rejeita a hipótese nula até 20 desfasamentos para a generalidade dos países, apenas com a excepção da Grécia no período antes da crise (*tabela 7*).

*Tabela 7: Teste ARCH e Teste Ljung-Box para os resíduos standardizados dos diferenciais dos spreads dos CDS*

	<i>Portugal</i>	<i>Irlanda</i>	<i>Grécia</i>	<i>Espanha</i>
<i>Antes da crise</i>				
Teste ARCH	13.096 (0.873)	3.327 (1.000)	29.816 (0.073)	9.149 (0.981)
Teste LB	19.020 (0.521)	5.267 (0.999)	23.842 (0.249)	8.875 (0.984)
<i>Durante a crise</i>				
Teste ARCH	21.229 (0.384)	13.321 (0.863)	11.011 (0.946)	18.334 (0.565)
Teste LB	21.800 (0.3515)	21.279 (0.381)	22.479 (0.315)	20.257 (0.442)

### 3.3.2 Probabilidades conjuntas de *default*

Apesar do comportamento dinâmico das densidades marginais, assumiu-se uma estrutura de dependência invariante em cada período, utilizando-se cópulas estáticas para o cálculo das probabilidades conjuntas.

Este estudo considera apenas o caso bidimensional, i.e. a dependência é estudada para cada par de países contidos na amostra. Para este efeito, foram testadas as cópulas Gaussiana e T-student, da família das cópulas elípticas, e as cópulas Clayton, Gumbel e Frank, da família das cópulas arquimedianas, sendo estas as mais comuns na literatura.<sup>10</sup>

As variáveis uniformes obtidas da transformação dos resíduos standardizados através das funções cumulativas marginais t-student correspondem ao *input* da função de cópula.

Os parâmetros das cópulas foram estimados através do método IFM (Inference Functions for Margins). Os resultados são apresentados nas *tabelas 8 e 9* para as cópulas Gaussiana e T, e nas *tabelas 10 e 11* para as cópulas Arquimedianas. Todos os parâmetros são estatisticamente significantes com um nível de confiança de 95%.

*Tabela 8: Parâmetros das cópulas elípticas para cada par de países, antes da crise.*

	Gaussiana: $\rho$	T: $\rho$	T: $v$
Espanha vs Irlanda	0,3654	0,8275	4,5027
Grécia vs Espanha	0,5658	0,9375	2,2284
Grécia vs Irlanda	0,0792	0,7493	6,1593
Grécia vs Portugal	0,6035	0,9326	2,2025
Portugal vs Espanha	0,7427	0,9606	1,8704
Portugal vs Irlanda	0,2572	0,7680	5,8057

<sup>10</sup> Ver Anexo.

Tabela 9: Parâmetros das cópulas elípticas para cada par de países, durante a crise.

	Gaussiana: $\rho$	T: $\rho$	T: $v$
Espanha vs Irlanda	0,4265	0,8895	4,7981
Grécia vs Espanha	0,3394	0,8920	3,0747
Grécia vs Irlanda	0,2933	0,8753	3,7197
Grécia vs Portugal	0,3882	0,9078	2,6899
Portugal vs Espanha	0,5202	0,9301	2,2852
Portugal vs Irlanda	0,4131	0,8928	3,7054

Tabela 10: Parâmetros das cópulas Arquimedianas para cada par de países, antes da crise.

	$\theta$	Frank	Gumbel	Clayton
Espanha vs Irlanda	12,1424	3,2504	0,2159	
Grécia vs Espanha	17,3813	4,7525	1,3851	
Grécia vs Irlanda	10,8195	2,6682	0,0648	
Grécia vs Portugal	16,8994	4,5916	1,2683	
Portugal vs Espanha	21,1726	6,2171	2,6496	
Portugal vs Irlanda	11,0856	2,8803	0,1301	

Tabela 11: Parâmetros das cópulas Arquimedianas para cada par de países, durante a crise.

	$\theta$	Frank	Gumbel	Clayton
Espanha vs Irlanda	14,5957	4,2306	1,7755	
Grécia vs Espanha	13,9639	4,0039	1,5017	
Grécia vs Irlanda	13,3942	3,7999	1,3082	
Grécia vs Portugal	15,1046	4,2503	1,5690	
Portugal vs Espanha	17,2838	4,9600	2,2347	
Portugal vs Irlanda	14,4410	4,1943	1,7549	

Da análise dos parâmetros estimados, podem observar-se dois comportamentos distintos. Os pares de países em que a Irlanda é interveniente apresentam um aumento dos parâmetros e consequentemente da dependência do período antes para o período durante a crise. Relativamente aos restantes pares de países observou-se uma diminuição da dependência entre estes períodos. Não obstante este comportamento, os pares de países que apresentam uma maior dependência entre si são, em primeiro lugar, PortugalvsEspanha, e em segundo lugar GréciavsPortugal.

O critério adoptado para escolher a cópula é o critério de informação de *Akaike* (AIC), definido por,

$$AIC(M) = 2\log - \text{probabilidade}(\hat{\theta}^{IFM}) + 2/T * M$$

onde T corresponde à dimensão da amostra, M corresponde ao número de parâmetros estimados, assumindo que os modelos para as distribuições marginais são conhecidos, e  $\hat{\theta}^{IFM}$  indica as estimativas de máxima verosimilhança de acordo com o método IFM. Quanto menor forem os valores de AIC, mais preciso é o modelo.

Nas *tabelas 12 e 13* são apresentados os valores de AIC para cada par de países e para todas as cópulas.

*Tabela 12: Critério AIC para cada par de países, antes da crise.*

AIC	Gaussiana	T	Frank	Clayton	Gumbel
Espanha vs Irlanda	-37,14	-93,88	-222,82	-20,85	-179,78
Grécia vs Espanha	-218,55	-460,94	-584,09	-157,86	-512,02
Grécia vs Irlanda	-4,64	-17,70	-192,64	-3,25	-133,64
Grécia vs Portugal	-246,62	-456,00	-565,29	-170,32	-507,24
Portugal vs Espanha	-353,50	-619,65	-696,96	-336,02	-662,33
Portugal vs Irlanda	-20,04	-43,32	-195,21	-10,22	-148,89

*Tabela 13: Critério AIC para cada par de países, durante a crise.*

AIC	Gaussiana	T	Frank	Clayton	Gumbel
Espanha vs Irlanda	-293,97	-710,72	-1071,93	-422,86	-941,74
Grécia vs Espanha	-243,80	-704,92	-1013,49	-349,26	-887,19
Grécia vs Irlanda	-189,68	-598,09	-963,43	-290,48	-830,91
Grécia vs Portugal	-292,61	-790,70	-1101,32	-372,21	-952,32
Portugal vs Espanha	-413,57	-976,83	-1258,18	-546,54	-1103,93
Portugal vs Irlanda	-290,68	-728,92	-1054,94	-418,61	-933,12

A cópula que minimiza o critério AIC, para todos os países, antes e durante a crise é a cópula Frank, verificando-se desta forma a mesma dependência em ambas as caudas da distribuição. Não obstante, existe evidência estatística de parâmetros diferentes nos dois sub-períodos, conforme a tabela 14, onde são apresentados os intervalos de confiança, suportando-se a ideia de que o nível de dependência foi alterado após a falência da *Lehman Brothers*.

*Tabela 14: Intervalos de confiança para os parâmetros estimados da cópula Frank, antes e durante a crise*

		<i>Antes</i>	<i>Durante</i>
Espanha vs Irlanda	L	10,71	13,70
	U	13,57	15,50
Grécia vs Espanha	L	16,11	13,15
	U	18,65	14,78
Grécia vs Irlanda	L	9,46	12,56
	U	12,18	14,23
Grécia vs Portugal	L	15,69	14,25
	U	18,11	15,96
Portugal vs Espanha	L	19,76	16,34
	U	22,59	18,22
Portugal vs Irlanda	L	9,77	13,57
	U	12,40	15,31

A dependência entre cada par de países foi avaliada através de coeficientes de dependência de cauda e coeficientes de classificação de correlação (tau de Kendall e rho do Spearman).<sup>11</sup> Os resultados demonstram igualmente, que os países que se apresentam mais correlacionados entre si são Portugal e Espanha, em ambos os períodos.

*Tabela 15: Coeficientes Kendall's tau e Spearman's rho e coeficientes de dependência de cauda antes da crise*

Frank	Kendall's tau	Spearman's rho	$\lambda_u$	$\lambda_l$
Espanha vs Irlanda	0,72	0,90	0,00	0,00
Grécia vs Espanha	0,79	0,95	0,00	0,00
Grécia vs Irlanda	0,69	0,88	0,00	0,00
Grécia vs Portugal	0,79	0,94	0,00	0,00
Portugal vs Espanha	0,83	0,96	0,00	0,00
Portugal vs Irlanda	0,69	0,88	0,00	0,00

<sup>11</sup> Estes coeficientes apresentam-se mais robustos em relação ao coeficiente de correlação linear. O coeficiente de correlação linear mede a força global da associação mas não fornece informações sobre a variação desta associação através da distribuição. Além disso, ao contrário da correlação linear, os coeficientes de classificação de correlação e dependência de cauda não dependem das distribuições marginais.

*Tabela 16: Coeficientes Kendall's tau e Spearman's rho e coeficientes de dependência de cauda durante a crise*

Frank	Kendall's tau	Spearman's rho	$\lambda_u$	$\lambda_l$
Espanha vs Irlanda	0,76	0,93	0,00	0,00
Grécia vs Espanha	0,75	0,92	0,00	0,00
Grécia vs Irlanda	0,74	0,91	0,00	0,00
Grécia vs Portugal	0,76	0,93	0,00	0,00
Portugal vs Espanha	0,79	0,95	0,00	0,00
Portugal vs Irlanda	0,75	0,92	0,00	0,00

No contexto da crise, esperava-se que a cópula seleccionada fornecesse dependência de cauda, em particular dependência de cauda superior. Intuitivamente, isto significa que uma maior probabilidade deve ser atribuída a eventos na cauda direita (relacionada com o aumento da variação dos CDS e *defaults* simultâneos) durante a crise. Embora a cópula seleccionada de acordo com o critério AIC, a cópula Frank, não tenha dependência de cauda inferior nem superior, podemos analisar a dependência de cauda considerando outras especificações. De facto, as estimativas dos parâmetros da cópula Gumbel são igualmente significativas, assim, podemos interpretar os respectivos coeficientes de cauda superior nos dois períodos (tabela 17).

*Tabela 17: Coeficientes de cauda superior de acordo com a cópula Gumbel estimada, antes e durante a crise*

$\lambda_u$	Antes da crise	Durante a crise
Espanha vs Irlanda	1,192	1,151
Grécia vs Espanha	1,136	1,159
Grécia vs Irlanda	1,229	1,167
Grécia vs Portugal	1,140	1,150
Portugal vs Espanha	1,106	1,130
Portugal vs Irlanda	1,214	1,152

De acordo com os resultados apresentados verifica-se que o coeficiente de cauda superior aumenta no período durante a crise para os pares de países que se apresentam mais correlacionados (PortugalvsEspanha, GréciavsEspanha e GréciavsPortugal), evidenciando uma probabilidade significativa de grandes aumentos simultâneos nas variações dos CDS (na cauda direita) desses países.

## Capítulo 4

# Resultados Econométricos

Para a análise dos determinantes dos *spreads* soberanos estimou-se um modelo em dados de painel não balanceado<sup>12</sup>. Face à reduzida dimensão do período amostral e pelas características dos dados em análise, esta parece ser a solução mais adequada.

É necessário, contudo, ter em atenção alguns problemas que decorrem da utilização de dados em painel. Uma vez que os dados em painel agregam dados temporais (*time-series*) e seccionais (*cross-section*) poderão surgir problemas de heterocedasticidade e autocorrelação (serial e entre os países) dos resíduos.

Com o objectivo de se corrigir estes problemas foi utilizado o método dos Mínimos Quadrados Ordinários agrupado (*Pooled OLS*) com erros de padrão robustos<sup>13</sup> para estimar a equação (1) utilizada para explicar os *spreads* soberanos nos PIGS:

---

<sup>12</sup> A justificação para a escolha de uma amostra não-balanceada é que esta permite a utilização de uma maior quantidade de informação sobre os países, visto que o conjunto de dados apresenta lacunas (Irlanda). A amostra não-balanceada não exige o mesmo número de países para cada grupo e o mesmo número de dados para cada país.

<sup>13</sup> A matriz de variância e covariância dos resíduos robusta é obtida através do método PCSE (*panel-corrected standard errors*) sugerido por Beck and Katz (1995):  $\hat{\Sigma}_{BK} = (X'X)^{-1} (\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \hat{\sigma}_{ij} X'_i X_j)$   $(X'X)^{-1}$ , onde  $\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\hat{w}_i \hat{w}_j}{T}$ , permitindo corrigir prováveis problemas de heterocedasticidade e correlação dos resíduos entre os países. Ainda, com o objectivo de corrigir a correlação serial dos resíduos, dada a elevada persistência inerente aos dados diários na variável dependente, foi testado um modelo autoregressivo *PCSE AR(1)*.

Dada a dimensão da amostra em dados de painel utilizada neste estudo, a aplicação deste método é mais indicada face a um modelo dinâmico. A estimação através da técnica de momentos, GMM (*Generalized Method of Moments*), por exemplo, com um grande número de observações ao longo do tempo para um número comparativamente pequeno de países pode levar a estimadores pouco eficientes.

$$\text{Spread}_{i,t} = \alpha + \beta_1 \text{CDS}_{i,t} + \beta_2 \text{Av.Risco}_{i,t} + \beta_3 \text{CC}_{i,t} + \varepsilon_{i,t} \quad (1)$$

As variáveis *CDS*, *Av.Risco* e *CC* representam, respectivamente, o prémio dos CDS, o indicador de aversão ao risco e o coeficiente de contágio. Os índices *i* e *t* representam o país e o momento do tempo.

Os resultados das estimativas dos *spreads* soberanos para os quatro países são apresentados nas tabelas 18 e 19, para os períodos antes e durante a crise, respectivamente.

*Tabela 18: Resultados estimados dos spreads no período antes da crise  
(Julho2007-Setembro2008)*

	GR	IR	PT	ES
<i>Const</i>	11.2944*** (2.973254)	21.29072*** (2.764511)	2.770799 (2.024986)	10.52957*** (2.64532)
<i>CDS</i>	.3371901*** (.0514455)	.0594606* (.0389807)	.0057293 (.004435)	.1040048*** (.0407054)
<i>Av.Risco</i>	.076529 *** (.0148464)	.0024266 (.0105817)	.0888586*** (.0088423)	.0125253* (.0079408)
<i>CC</i>	-.5145865*** (.1836998)	-.1022209 (.0964345)	-.190167 (.1371737)	-.2486312 (.0879181)

Significância: 1% \*\*\*, 5% \*\*, 10% \*

*Tabela 19: Resultados estimados dos spreads no período durante a crise  
(Outubro2008-Maio2011)*

	GR	IR	PT	ES
<i>Const</i>	90.56895*** (11.83741)	-92.1222*** (15.75659)	45.29228*** (7.82089)	13.86349 *** (2.926357)
<i>CDS</i>	.9819816 *** (.0188384)	1.330186*** (.0287509)	.912397*** (.0278435)	.8460583*** (.0197313)
<i>Av.Risco</i>	.0000388 (.0001018)	-.0135155 (.0395614)	.0278435 (.0000541)	-.0000214 (.000031)
<i>CC</i>	5.228833 *** (1.398472)	4.250105*** (.0395614)	2.768558*** (.7550505)	1.388659*** (.4479)

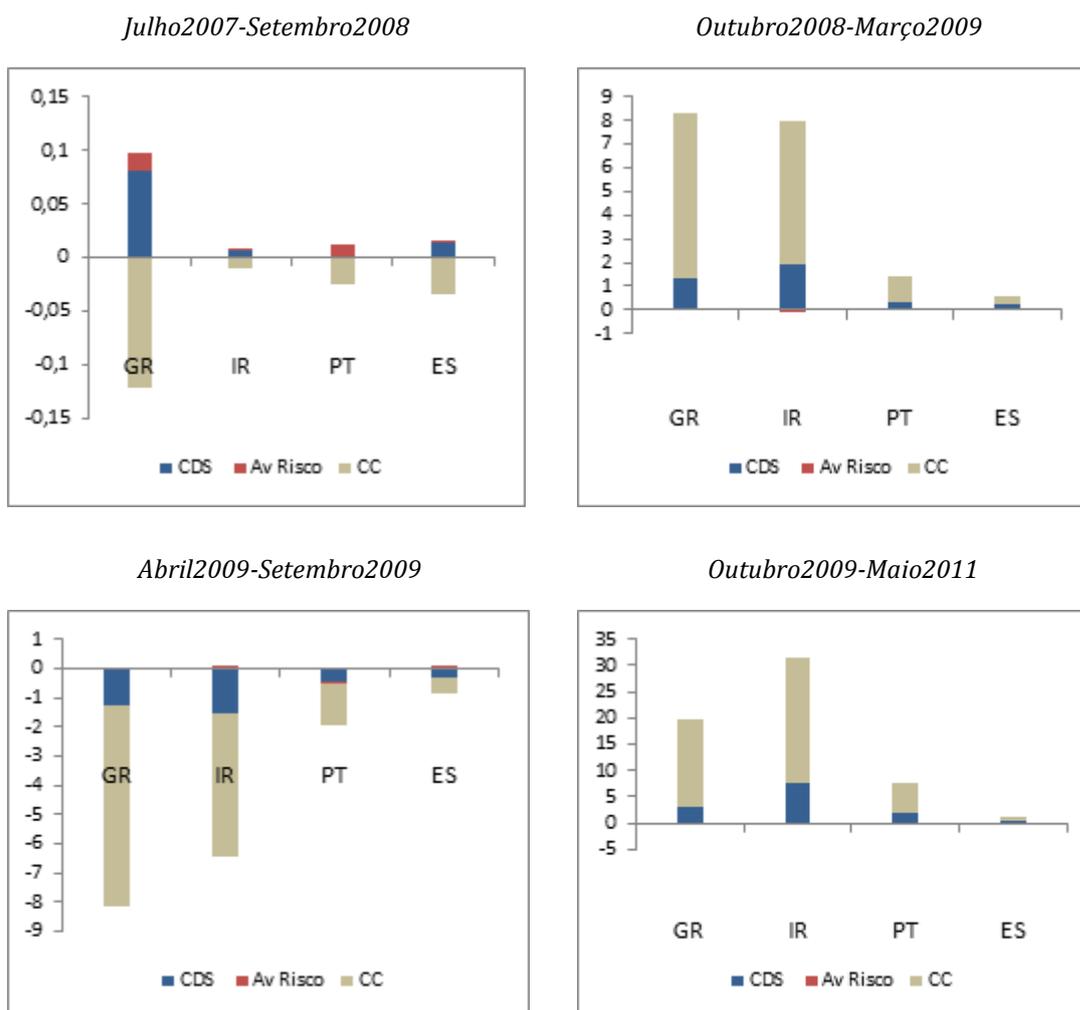
Significância: 1% \*\*\*, 5% \*\*, 10% \*

Os prêmios dos CDS são positivos e estatisticamente significativos, sugerindo a importância do risco de crédito na determinação dos *spreads* das taxas de dívida pública. Verifica-se, igualmente, uma maior importância deste indicador no período durante a crise.

O indicador de aversão ao risco apresenta um impacto muito reduzido sobre os *spreads* e apenas há evidência de significância estatística no período antes da crise.

Relativamente ao coeficiente de contágio, este não apresenta significância estatística no período antes da crise (à exceção da Grécia), apresentando-se altamente significativo durante a crise.

Figura 5: Determinantes da variação dos *spreads* das taxas de juro de dívida pública



A figura 9 apresenta uma decomposição da variação dos *spreads* observados durante as quatro fases identificadas e analisadas neste estudo. No que se refere à decomposição dos *spreads* nos seus determinantes, os resultados ilustram a reduzida importância do factor de aversão ao risco, ainda que mais pronunciada no período antes da crise, e um aumento da importância dos prémios de risco de crédito e do efeito de contágio entre os países da amostra durante a crise económica e financeira.

Entre Julho de 2007 e Setembro de 2008, quando se verificou um movimento de fuga para os títulos do governo Alemão, os títulos dos PIGS assistiram à subida generalizada dos seus *spreads*, com a aversão ao risco a pesar negativamente sobre estes emissores de baixo *rating*, e começando-se a diluir a percepção dos soberanos como uma classe de activos sem risco. Nesta altura a Grécia já registava uma maior deterioração na qualidade de crédito face aos restantes países em análise.

Entre Outubro de 2008 e Março de 2009, após a falência da *Lehman Brothers*, o efeito contágio entre estes países assumiu um papel relevante na determinação da variação dos *spreads* soberanos. Durante esta fase, com a intervenção do Estados soberanos no apoio às instituições bancárias, ganham também uma relevância acrescida na explicação dos movimentos dos *spreads* os prémios de risco de crédito quando comparados com a fase anterior, acentuando-se a importância dos factores idiossincráticos.

Durante a fase de resposta sistémica, entre Abril e Setembro de 2009, todas as taxas de rendibilidade dos títulos de dívida pública registaram uma diminuição aproximando-se dos títulos da Alemanha, verificando-se uma correcção em baixa dos prémios de risco de crédito e com a probabilidade de incumprimento de alguns países a afectar favoravelmente os outros.

Finalmente, na fase de risco soberano, desde Outubro de 2009 os *spreads* começaram, sobretudo, a ser impulsionados directamente por desenvolvimentos específicos de cada país e indirectamente por um elevado risco de contágio.

## Capítulo 5

# Conclusões

Os *spreads* das taxas de juro de dívida pública dos PIGS face à Alemanha, observados desde meados de 2007, podem em grande medida, ser explicados por diferenças entre os países pelo risco de crédito, assim como por um factor comum (prémio de risco internacional). Este último apresenta, contudo, um impacto muito reduzido sobre os *spreads* soberanos quando comparado com outros estudos desenvolvidos nesta área. Esta evidência poder-se-á dever ao facto da variável utilizada neste estudo não ser um bom indicador de aversão ao risco global, devido à sua diminuta complexidade, e ao facto dos CDS reflectirem também alterações na percepção do risco global contribuindo para o reduzido poder explicativo desta variável.

A partir de Setembro de 2008, os factores idiossincráticos aumentaram o seu impacto sobre os *spreads*, reflectindo não só a evolução desfavorável do risco de crédito soberano, mas também o facto de os mercados terem passado a penalizar mais as taxas de juro de países com maiores desequilíbrios macroeconómicos.

A maior ênfase no risco de crédito do país, directamente do agravamento das condições macroeconómicas, ou indirectamente dos contágios originários dos outros países, conduz a uma diversidade de implicações políticas. Com vulnerabilidades na dívida, necessidades de financiamento elevadas, e iminente risco soberano, os países precisam investir na reestruturação da estrutura da dívida e procurar uma gestão equilibrada entre a dívida macroeconómica e a estabilidade financeira.

Os resultados também confirmam as expectativas relativamente à dependência em cenários de *stress*, verificando-se uma elevada dependência entre a amostra de

países. Verificou-se, no entanto, que nem todos os pares de países registaram um aumento da dependência do período antes para o período durante a crise, ao contrário do que seria de esperar.

Não obstante, o coeficiente de contágio registou um impacto bastante significativo na determinação dos *spreads*. Além disso, observou-se, igualmente, no estudo de dependência um aumento significativo da dependência na cauda direita para alguns pares de países, que corresponde a uma elevada probabilidade de *defaults* simultâneos, confirmando a relevância do risco de contágio.

# Referências Bibliográficas

Alexopoulos, I., Andersson, M. e Georgescu, O. M. (2009), “*An empirical study on the decoupling movements between corporate bond and CDS spreads*”, ECB Working Paper, No. 1085.

Balli, F. (2009), “*Spillover Effects on Government Bond Yields in Euro Zone. Does Perfect Financial Integration Exist in European Government Bond Markets?*” *Journal of Economics and Finance*, Vol. 33(4), pp. 331-363.

Barbosa, L. e Costa, S. (2010), “*Determinants of sovereign bond yield spreads in the euro area in the context of the economic and financial crisis*”, Banco de Portugal, Working Paper.

Beber, A., Brandt, M. W. e Kavajecz, K. A. (2009), “*Flight-to-Quality or Flight-to-Liquidity? Evidence from the Euro-Area Bond Market*”, *Review of Financial Studies*, 22, 925–57.

Bernoth, K., von Hagen, J. e Schuknecht, L. (2006), “*Sovereign Risk Premia in the European Government Bond Market*”, SFB/TR 15 Governance and the Efficiency of Economic Systems Discussion Papers, No. 151.

Barrios, S., Lewandowska, P. M. e Setzer, R. (2009), “*Determinants of intra-euro area government bond spreads during the financial crisis*”, *European Economy Economic Papers*, No. 388.

Buhler, W. e Trapp, M. (2009), “*Time-Varying Credit Risk and Liquidity Premia in Bond and CDS Markets*”, Centre for Financial Research, Working paper, No. 09/13.

Caceres, C., Guzzo, V. e Segoviano, M. (2010), “*Sovereign spreads: global risk aversion, contagion or fundamentals?*”, IMF Working paper, No. 10/120.

Codogno, L., Favero, C. e Missale, A. (2003), “*Yield spreads on EMU government bonds*”, *Economic Policy*, 18 (37).

- Duarte, Cláudia (2010), *"Copulas and defaults within a crisis"*, ISEG
- Ejsing, J. W. e Sihvonen, J. (2009), *"Liquidity premia in German government bonds"*, ECB Working Paper, No. 1081.
- Geyer, A., Kossmeier, S., Pinchler, S. (2004) *"Measuring systematic risk in EMU government yield spreads"*, *Review of Finance* 8(2), 171–197.
- Haugh, D., Ollivaud, P. e Turner, D. (2009), *"What Drives Sovereign Risk Premiums? An Analysis of Recent Evidence from the Euro Area"*, OECD Economics Department Working Paper, No. 718.
- Longstaff, F. A., Mithal, S. e Neis, E. (2005), *"Corporate Yield Spreads: Default Risk or Liquidity? New Evidence from the Credit-Default Swap Market"*, *The Journal of Finance*, Vol. LX, No. 5.
- Mody, A. (2009), *"From Bear Stearns to Anglo Irish: How Eurozone Sovereign Spreads Related to Financial Sector Vulnerability"*, IMF Working Paper, No. 09/108.
- Schwarz, K. (2009), *"Mind the Gap: Disentangling Credit and Liquidity in Risk Spreads, Department of Finance"*, The Wharton School, University of Pennsylvania, Working Paper.

# Anexos

## Cópuas

Uma cópula pode ser definida como a função que acopla distribuições marginais univariadas formando distribuições multivariadas. Para tanto, faz-se necessário apenas definir a função de dependência entre as variáveis.

O teorema de Sklar mostra que qualquer função de distribuição multivariada  $F$  pode ser descrita como uma função de cópula. Para o caso bidimensional,

**Teorema 1. (Teorema de Sklar)** *Seja  $H(x,y)$  a função distribuição conjunta de  $X$  e  $Y$ , com funções de distribuições marginais  $F(x)$  e  $G(y)$ , respectivamente. Então, existe uma cópula  $C(u,v)$  tal que, para todo  $(x,y) \in \mathbb{R}$ ,*

$$H(x,y) = C(F(x), G(y))$$

*Se  $F(x)$  e  $G(y)$  são contínuas, a cópula  $C(u,v)$  é única.*

Este teorema possui o seguinte corolário:

**Corolário 1.** *Seja  $H(x,y)$  a f.d.a. conjunta de  $X$  e  $Y$  com f.d.a.  $F(x)$  e  $G(y)$ , respectivamente. Então, para quaisquer  $(u,v) \in \mathbb{R}$*

$$C(u,v) = H(F^{-1}(u), G^{-1}(v))$$

**Definição 1.** *Uma cópula bidimensional é uma função  $C : [0, 1]^2 \rightarrow [0; 1]$  que satisfaz as seguintes condições:*

- (i)  $\lim_{u \rightarrow 0} C(u,v) = \lim_{v \rightarrow 0} C(u,v) = 0$
- (ii)  $\lim_{u \rightarrow 1} C(u,v) = v, \lim_{v \rightarrow 1} C(u,v) = u$

$$(iii) \quad C(u_1, v_1) - C(u_1, v_2) - C(u_2, v_1) + C(u_2, v_2) \geq 0 \quad \forall (u_1, v_1), (u_2, v_2) \text{ com } u_1 \leq u_2, v_1 \leq v_2$$

## Medidas de dependência

### Coeficientes de classificação de correlação

Classificação de correlações são medidas de simples associação escalar. Os estimadores de classificação de correlação podem ser calculados apenas analisando os *ranks* dos dados, independentemente dos valores numéricos reais.

Kendall's tau e Spearman's rho são duas medidas de dependência, baseadas no conceito de concordância.

**Definição 2. Concordância** *Sejam  $(x,y)$  e  $(x',y')$  duas observações de um vector  $(X,Y)$  de variáveis aleatórias contínuas. Então,  $(x,y)$  e  $(x',y')$  dizem-se concordantes se  $(x-x')(y-y') > 0$  e discordantes se  $(x-x')(y-y') < 0$ .*

**Definição 3. Kendall's tau** *Sejam  $(X,Y)$  e  $(X',Y')$  vectores aleatórios i.d.d. de variáveis aleatórias contínuas com a mesma função de distribuição conjunta dada pela cópula  $C$  (com marginais  $F_X$  e  $F_Y$ ). Então o coeficiente Kendall's tau do vector  $(X,Y)$  (e da cópula  $C$ ) é definido pela diferença entre as probabilidades de concordância e discordância, i.e.*

$$\begin{aligned} \tau &= P[(X - X')(Y - Y') > 0] - P[(X - X')(Y - Y') < 0] \\ &= 4 \iint_{[0,1]^2} C(u, v) \partial C(u, v) - 1 \\ &= 4 \iint_{[0,1]^2} \frac{\partial C(u, v)}{\partial u} \frac{\partial C(u, v)}{\partial v} \partial u \partial v - 1 \end{aligned}$$

**Definição 4. Spearman's rho** *Sejam  $(X,Y)$ ,  $(X',Y')$  e  $(X'',Y'')$  vectores aleatórios i.d.d. de variáveis aleatórias contínuas com a mesma função de distribuição conjunta dada pela cópula  $C$  (com marginais  $F_X$  e  $F_Y$ ). Então o coeficiente Spearman's rho do vector  $(X,Y)$  (e da cópula  $C$ ) é definido como,*

$$\begin{aligned}
\rho_S &= 3 [P[(X - X')(Y - Y'') > 0] - P[(X - X')(Y - Y'') < 0]] \\
&= 12 \iint_{[0,1]^2} u, v \partial C(u, v) - 3 \\
&= 12 \iint_{[0,1]^2} C(u, v) \partial u \partial v - 3
\end{aligned}$$

### **Coefficientes de dependência de cauda**

Coefficientes de dependência de cauda são medidas de dependência locais/extremais, referindo-se ao nível de dependência entre valores extremos.

As cópulas têm uma estrutura que permite a dependência de cauda, que é uma característica muito importante para o estudo de *defaults* correlacionados em períodos de crise. O conceito de dependência de cauda é especificado para cada cauda e refere-se ao montante de dependência no quadrante superior direito ou/e quadrante inferior esquerdo de uma distribuição bivariada, sugerindo dependência de cauda superior, dependência de cauda inferior ou ambos.

Intuitivamente, dependência na cauda superior (inferior) existe quando é verificada uma probabilidade positiva de *outliers* positivos (negativos) ocorrerem em conjunto.

**Definição 5.** *Seja  $(X, Y)$  um vector aleatório de variáveis aleatórias contínuas com cópula  $C$  (com marginais  $F_X$  e  $F_Y$ ). Então o coeficiente de dependência de cauda superior do vector  $(X, Y)$  (e da cópula  $C$ ) é definido como,*

$$\begin{aligned}
\lambda_U &= \lim_{u \rightarrow 1} P[X \geq F_X^{-1}(u) | Y \geq F_Y^{-1}(u)] \\
&= \lim_{u \rightarrow 1} \frac{1 - P[X \leq F_X^{-1}(u)] - P[Y \leq F_Y^{-1}(u)] + P[X \leq F_X^{-1}(u), Y \leq F_Y^{-1}(u)]}{1 - P[Y \leq F_Y^{-1}(u)]} \\
&= \lim_{u \rightarrow 1} \frac{1 - 2u + C(u, u)}{1 - u}
\end{aligned}$$

Onde  $F_i^{-1}$  representa a função inversa de  $F_i$ . Diz-se que o vector aleatório (e a cópula  $C$ ) tem dependência de cauda superior se  $\lambda_U > 0$ . Similarmente, o coeficiente de dependência da cauda inferior do vector  $(X, Y)$  (e da cópula  $C$ ) é definido como,

$$\lambda_L = \lim_{u \rightarrow 0} P[X \leq F_X^{-1}(u) | Y \leq F_Y^{-1}(u)]$$

$$= \lim_{u \rightarrow 0} \frac{C(u,u)}{u}$$

Diz-se que o vector aleatório (e a cópula  $C$ ) tem dependência de cauda inferior se  $\lambda_L > 0$ .

## Famílias de Cópulas

### Cópulas Elípticas

As cópulas elípticas são uma classe de cópulas simétricas, assim chamadas porque as secções transversais horizontais das funções de probabilidade de distribuição bivariada tomam a forma de elipses. Por causa da sua simetria, uma transformação linear simples das variáveis vai transformar a secção transversal elíptica àquelas circular, produzindo distribuições 'esféricas' [marginalmente correlacionadas].

### Cópula Gaussiana ou Normal

A cópula gaussiana é uma extensão da distribuição normal e é dada por

$$C_\rho(u,v) = \Phi_\rho \{ \Phi^{-1}(u) + \Phi^{-1}(v) \},$$

em que  $\Phi_\rho$  representa uma função de distribuição normal,  $\Phi^{-1}$  representa as funções de distribuição normais univariadas e  $\rho$  é o coeficiente de correlação entre as variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ .

As cópulas normais são simétricas ( $\lambda_U = \lambda_L$ ), apresentando independência nas caudas ( $\lambda_U = \lambda_L = 0$ ).

Além disso, o coeficiente de correlação linear  $\rho$  pode ser expresso em termos dos coeficientes Kendall's tau ( $\tau$ ) e Spearman's rho ( $\rho_S$ ):  $\rho = \sin(\frac{\pi}{2}\tau) = 2 \sin(\frac{\pi}{6}\rho_S)$ .

Como qualquer outra cópula, a cópula normal permite o uso de qualquer distribuição marginal.

## Cópula T-Student

A cópula T-Student é semelhante à cópula Gaussiana, mas tem um parâmetro extra para controlar a dependência de cauda. Valores pequenos de  $\nu$  (graus de liberdade) correspondem a uma maior probabilidade de valores contidos na cauda, i.e. uma maior probabilidade de ocorrência de eventos extremos conjuntos. Como o valor de  $\nu$  aumenta, a função de probabilidade acumulada da cópula t-student aproxima-se da gaussiana.

A cópula t-student com  $\nu$  graus de liberdade é dada por

$$C_{\rho,\nu}(u,v) = t_{\rho,\nu} \{t_{\nu}^{-1}(u) + t_{\nu}^{-1}(v)\}$$

Onde  $t_{\rho,\nu}$  representa uma função de distribuição t-student,  $t_{\nu}^{-1}$  representa as funções de distribuição t-student univariadas com  $\nu$  graus de liberdade e  $\rho$  é o coeficiente de correlação entre as variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$ .

A cópula t-student é simétrica e a dependência de cauda é dada por

$$\lambda_U = \lambda_L = 2 - 2t_{\nu+1} \left( \frac{(\nu+1)(1-\rho)}{1+\rho} \right)^{1/2}$$

onde  $\rho$  é o coeficiente de correlação linear da distribuição t bivariada. O coeficiente de dependência de cauda superior (inferior) está a aumentar em  $\rho$  e a diminuir em  $\nu$ . Para  $\rho < 1$ , tende para zero assim como o número de graus de liberdade tende para infinito.

## Cópulas Archimedean

As cópulas Archimedean constituem uma importante classe de funções de cópula pela variedade de diferentes estruturas de dependência que englobam, considerando distribuições assimétricas.

Uma cópula que pertence à família de cópulas archimedean bidimensional é dada por

$$C(u,v) = \Psi^{-1} \{ \Psi(u) + \Psi(v) \}$$

Onde  $\Psi : (0,1) \rightarrow (0,\infty)$  é um “gerador” da função de cópula e satisfaz três condições:

1.  $\Psi(1) = 0$

2.  $\Psi'(s) < 0 \forall s \in (0,1)$ , i.e.  $\Psi$  é estritamente decrescente

3.  $\Psi''(1) > 0 \forall s \in (0,1)$ , i.e.  $\Psi$  é convexo

Para esta família de cópulas os coeficientes de dependência de cauda e tau de Kendall são dados por

$$\lambda_U = 2 - 2 \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\phi^{-1}'(2u)}{\phi^{-1}'(u)}; \lambda_L = 2 \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{\phi^{-1}'(2u)}{\phi^{-1}'(u)}$$

$$\tau = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\phi(u)}{\phi'(u)} \partial u$$

### Cópula Gumbel

A cópula Gumbel exibe uma dependência de cauda superior, indicando que um elevado conjunto de eventos positivos extremos é mais provável de ocorrer que negativos. Esta cópula depende de um único parâmetro  $\theta$  entre  $[1, \infty)$  e é dada por,

$$C_{\theta}^G(u,v) = \exp \{ - [ (-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta} ]^{-1/\theta} \}$$

Em que  $\Psi(s) = (-\ln s)^{\theta}$  com  $\theta \geq 1$  e independência para  $\theta=1$ .

Os coeficientes de dependência de cauda e tau de Kendall:  $\lambda_U = 2 - 2^{\frac{-1}{\theta}}$ ;  $\lambda_L = 0$ ;  $\tau = 1 - \frac{1}{\theta}$

### Cópula Clayton

A cópula Clayton exibe uma dependência de cauda inferior, indicando que um elevado conjunto de eventos negativos extremos é mais provável de ocorrer do que positivos. Esta cópula depende de um único parâmetro  $\theta$  entre  $[0, \infty)$  e é dada por,

$$C_{\theta}^C(u,v) = \{ u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1 \}^{-1/\theta}$$

Em que  $\Psi(s) = s^{-\theta} - 1$  com  $\theta \geq -1$ , estrito para  $\theta \geq 0$  e independência para  $\theta=0$ .

Os coeficientes de dependência de cauda e tau de Kendall:  $\lambda_U = 0$ ;  $\lambda_L = 2^{\frac{-1}{\theta}}$ ;  $\tau = \frac{\theta}{\theta+2}$

## Cópula Frank

A cópula de Frank é simétrica, tem um único parâmetro  $\theta$  entre  $(-\infty, \infty)$  e é dada por

$$C_{\theta}^F(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln \left[ 1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right]$$

Em que  $\Psi(s) = -\ln \frac{e^{-\theta s} - 1}{e^{-\theta} - 1}$  com  $\theta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  e independência para  $\theta=0$ .

Os coeficientes de dependência de cauda e tau de Kendall:  $\lambda_U = 0$ ;  $\lambda_L = 0$ ;  $\tau = 1 - \frac{4}{\theta}$

$$\left[ 1 - \int_0^{\theta} \frac{s}{e^s - 1} \right] \partial s$$