



**INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO**

**Universidade Técnica de Lisboa**



## **MESTRADO EM GESTÃO E ESTRATÉGIA INDUSTRIAL**

Trabalho Final de Mestrado – Trabalho de Projecto

# **OPTIMIZAÇÃO DE UMA REDE DE TRANSPORTES APLICAÇÃO A UM CASO REAL**

**João Nuno Oliveira Gonçalves**

**Orientador: Professor Doutor José Miguel Aragão Celestino Soares**

**Júri:**

**Presidente: Professor Doutor Manuel Duarte Mendes Monteiro Laranja,**  
Professor Associado com Agregação do Instituto Superior de Economia e  
Gestão da Universidade Técnica de Lisboa

**Vogais: Professora Doutora Cláudia Sofia Sarrico Ferreira da Silva,** Professora  
Associada do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica  
de Lisboa

**Professor Doutor José Miguel Aragão Celestino Soares,** Professor  
Auxiliar do Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica  
de Lisboa

**Lisboa, Janeiro 2012**

## Resumo

Nos dias que correm, existe cada vez mais a tendência para a competição e combatividade de melhores e maiores sucessos e os clientes são cada vez mais rigorosos.

O avanço enquanto oferta e a redução de despesas, passam por uma boa escolha nos diversos recursos logísticos. Nesta linha de pensamento, a logística desempenha um cargo fulcral no que respeita à optimização de operações concernentes ao armazenamento e transporte de matérias e produtos, pautando-se sempre, por uma aposta superior do nível de serviço prestado e por uma oferta de redução dos custos.

Devido ao avançar dos tempos, nos quais os produtos e serviços se tornam mais complexos e evoluídos no mercado, é indispensável planearem-se processos de negócio modernos que visem, sobretudo, o desenvolvimento, a produção, a venda e a conservação dos produtos, para que estes possam ser adquiridos e utilizados eficazmente. Desta forma, a organização e gestão dos supramencionados processos de negócios são extremamente importantes, tendo em conta o seu objectivo final.

Para que se mantenha o bom funcionamento das empresas num meio altamente competitivo, é fundamental existir uma boa gestão logística, permitindo, desta maneira, alcançar metas vantajosas, no mercado.

É nesta perspectiva que se realiza um estudo que recai sobre a empresa portuguesa MNM.LDA. Este, visa compreender o modo como a utilização de um algoritmo definidor de rotas de distribuição e optimizador da utilização de veículos, pode contribuir para a optimização superior das operações logísticas da referida empresa.

**Palavras - Chave:** Logística, Optimização da rota, Planeamento da rota e dos veículos.

## **Abstract**

In These days, there is an increasing tendency for the competition and combativeness of the best and biggest hits and the customers are becoming more demanding.

The progress as and supply are reducing the expenses, they have been a good choice in the various logistical resources. With this in mind, logistics plays a key position with regard to optimization of operations concerning the storage and transportation of materials and products, guided always by a bet higher level of service and an offer to reduce costs .

Because of the advance of the times in which products and services become more complex and evolved in the market, planning is essential to modern business processes which focus on the development, production, sale and storage of products, so that can be purchased and used effectively. Thus, the mentioned above organization and administration processes are extremely important, having regard to its ultimate goal.

In order to maintain the proper functioning of enterprises in a highly competitive environment, it is essential to have a good logistics management, allowing, thus, achieve goals advantageous market.

From this perspective, a study takes place lies with the Portuguese company MNM.LDA. This aims to understand how the use of an algorithm defining the distribution routes and optimized the use of vehicles, can contribute to higher optimization of logistics operations of the company.

**Key-words:** Logistics, route optimization, route planning and vehicle.

---

## Índice

Resumo .....	i
Abstract.....	ii
Índice.....	iii
Lista de Tabelas .....	v
Lista de Figuras .....	vi
Agradecimentos .....	vii
<b>1 Introdução</b> .....	1
1.1 Contexto do problema .....	1
1.2 Objectivos do trabalho .....	2
1.3 Estrutura do trabalho .....	2
<b>2 Revisão da Literatura</b> .....	3
2.1 Caracterização da empresa .....	3
2.1.1 Produtos .....	3
2.2 Caracterização do problema .....	4
2.2.1 Funcionamento da rede de distribuição .....	4
2.3 – Operação de distribuição .....	5
2.2.1 Distribuição em Lisboa.....	7
2.2.2 Restrições do problema .....	8
2.4- Definição dos Objectivos.....	9
<b>3 Metodologia</b> .....	10
3.1 Introdução.....	10
3.2 A importância do Vehicle Routing Problem na actualidade .....	10
3.3 Planeamento de Rotas (Vehicle Routing Problem, VRP) .....	11
3.4 Diferentes tipos de VRP .....	12
3.3.1. Capacitate Vehicle Routing Problem (CVRP) .....	13

---

3.3.2. Vehicle Routing Problem Time Window (VRPTW) .....	13
3.3.3 Vehicle Routing Problem with Pick-Up and Delivering (VRPPD) .....	13
3.3.4. Dynamic Vehicle Routing Problem (DVRP) .....	14
3.3.5. Split Delivery Vehicle Routing Problem (VRPSD) .....	15
3.3.6. Dial-a-Ride Problem.....	15
3.5 Conclusão .....	16
<b>4 Apresentação e Análise dos Resultados .....</b>	<b>17</b>
4.1 Metodologia de Desenvolvimento .....	17
4.1.1 Recolha de dados e definição do problema .....	17
4.1.2 - Formulação matemática do problema .....	21
4.1.3 – Procedimento para obtenção de soluções .....	25
4.1.4 – Aplicação do modelo .....	25
4.2 – Conclusão .....	26
<b>5 Resolução do Caso de Estudo.....</b>	<b>27</b>
5.1 Comparação Cenário Real vs VRPPD .....	27
5.2 - Comparação dos Cenários.....	31
5.3 – Conclusão .....	33
<b>6 Conclusões e Recomendações.....</b>	<b>34</b>
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>36</b>
<b>Anexo A.....</b>	<b>40</b>
<b>Anexo B.....</b>	<b>43</b>
<b>Anexo C.....</b>	<b>48</b>
<b>Anexo D.....</b>	<b>50</b>

---

## Lista de Tabelas

### Capítulo 2

Tabela 2. 1 - Quantidade de Paletes Expeditas Mensalmente. ....	5
Tabela 2. 2 – Caracterização da frota de Lisboa. ....	7

### Capítulo 5

Tabela 5. 1 – Distância Real Vs Distância VRPPD Novembro 2010. ....	28
Tabela 5. 2 – Quadro resumo do número de veículos utilizados. ....	29
Tabela 5. 3 – Quadro resumo da duração das rotas para o Cenário Real vs VRPPD. ....	29
Tabela 5. 4 – Custos diários de distribuição Cenário Real vs VRPPD. ....	30
Tabela 5. 5– Resultados da aplicação dos 2 cenários para o dia 1 de Novembro. ....	31
Tabela 5. 6 – Clusters VRPPD, Grupo 1. ....	32
Tabela 5. 7 – Clusters VRPPD, Grupo 2. ....	32
Tabela 5. 8 - Clusters VRPPD, Grupo 3. ....	33

### Anexo A

Tabela A . 1– Freguesias a visitar. ....	40
Tabela A . 2 – Parâmetros dos pontos de visita. ....	40
Tabela A . 3 – Parâmetros dos veículos. ....	41
Tabela A . 4 – Tempo de viagem entre os vários pontos (em minutos). ....	41
Tabela A . 5 – Distância de viagem entre os vários pontos (em Km). ....	41

### Anexo B

Tabela B. 1 - Variação dos resultados computacionais com o número de freguesias. ....	46
Tabela B. 2 - Resultados da aplicação do modelo P-mediana 1 de Novembro 2010. ....	46

### Anexo C

Tabela C. 1 - Matriz da distância total para o dia 1 de Novembro de 2010. ....	48
--	----

### Anexo D

Tabela D. 1 - Número de grupos obtidos com o modelo P-mediana, para cada dia. ....	50
--	----

---

## Lista de Figuras

### Capítulo 2

Figura 2. 1 - Localização da fábrica e clientes.....	4
Figura 2. 2 - Esquema resumo da estrutura de distribuição.....	6
Figura 2. 3 - Evolução do número de clientes. ....	8

### Capítulo 3

Figura 3. 1 – Representação gráfica de um VRP.....	12
Figura 3. 2 – Esquema representativo de um DVRP.....	15

### Capítulo 4

Figura 4. 1 – Abordagem à definição de um modelo de otimização.....	17
Figura 4. 2– Número de clientes clusters a visitar, número de caixas entregues/recolhidas..	18
Figura 4. 3 – Custos por km para o veículo <i>Citroën Jumper</i> .....	20
Figura 4. 4 – Custos por km para o veículo <i>Fiat Dobló</i> .....	21

### Capítulo 5

Figura 5. 1 - Análise comparativa das distâncias percorridas para os dois cenários.....	28
Figura 5. 2 – Análise comparativa do número de veículos utilizados.....	28
Figura 5. 3 – Análise comparativa da duração das rotas para o Cenário Real vs VRPPD.....	29
Figura 5. 4 – Análise comparativa de custos de distribuição Real vs VRPPD.....	30
Figura 5. 5 – Rotas distribuição VRPPD, Grupo 1.....	32
Figura 5. 6 – Rotas distribuição VRPPD, Grupo 2.....	32
Figura 5. 7 – Rotas distribuição VRPPD, Grupo 3.....	33

### Anexo A

Figura A. 1 - Representação da rota 1.....	42
--	----

### Anexo B

Figura B. 1 – Gráfico de dispersão entre a distância e o tempo.....	45
---	----

## **Agradecimentos**

Ao professor Doutor José Miguel Soares, orientador do meu trabalho final de mestrado, pela oportunidade, disponibilidade e prontidão de resposta e por todo o apoio e motivação dados.

À Administração da MNM , SA especialmente ao Dr. Manuel Nunes Moura pela simpatia com que me recebeu e pela sua disponibilidade.

Ao Dr. José Costa, Director Comercial da MNM ,SA , pela sua disponibilidade e pelo conjunto de dados fornecidos.

Ao meu caro amigo Pedro Faisão, na implementação no modelo matemático no Software *Mathematics*.

A todos os meus familiares e amigos especialmente à Vânia Lourenço pela paciência, carinho e o acreditar sempre em mim. A todos vocês um muito obrigado!



# 1 Introdução

## 1.1 Contexto do problema

Com o passar dos anos temos assistido a uma mudança profunda da economia nas empresas que actuam no mercado para uma chamada economia “empreendedora”. Deste modo a gestão de empresas viu-se forçada a procurar e implementar novas estratégias e inovar para garantir vantagens competitivas e a sua rentabilidade. Assim, podemos afirmar que a logística assume um papel fulcral para a melhoria da eficiência das empresas, já que é a parte da gestão da cadeia de abastecimento que planeia, implementa e controla o fluxo de bens, (no sentido directo e inverso), serviços e informação entre o ponto de origem e o ponto de consumo, de modo a ir ao encontro das necessidades dos clientes (Grant, *et al.*, 2006).

É de notar que cada vez mais os clientes são mais exigentes e pretendem os produtos certos, no sítio certo, na hora exacta e na quantidade certa. Neste sentido, a logística revela um papel fundamental onde muito permite adicionar valor ao produto criando utilidade de tempo e de sítio, procurando sempre minimizar os custos totais (Lau *et al.*, 2009).

No domínio da gestão de cadeias e logística, o uso de veículos para entregar produtos dos fornecedores para os clientes é uma das maiores operações. Antes de ser feita a entrega dos produtos é necessário otimizar as rotas dos veículos de forma a fornecer um serviço eficiente e de baixo custos aos clientes (Lau *et al.*, 2009).

Por vezes, em alguns produtos o transporte representa a maior fatia no preço final apresentado ao consumidor. Deste modo, o transporte é considerado como uma prioridade na gestão da cadeia de fornecimento, pelo que a sua optimização pode ditar um aumento de competitividade para uma empresa. A gestão da frota de distribuição é também fundamental para que seja feita a correcta alocação dos recursos às necessidades (Mester *et al.*, 2007).

No presente trabalho final de mestrado pretende-se estudar uma possível melhoria na rede de distribuição da empresa MNM. LDA, empresa portuguesa dedicada a comercialização e distribuição de produtos de decoração para a casa. O objectivo principal deste trabalho é fornecer um modelo matemático que permita à empresa otimizar as rotas de distribuição e a frota associada de modo a minimizar os custos totais da distribuição, tendo em conta a manutenção do nível de serviço prestado ao cliente.

## 1.2 Objectivos do trabalho

Seguindo o âmbito do problema em estudo, os principais objectivos deste trabalho de projecto consistem em:

- Construção de um modelo matemático que se adapte ao problema, com as simplificações necessárias para diminuir a complexidade associada;
- Estudo de viabilidade de implementação das rotas da empresa, através da análise comparativa com a solução actual;
- Fornecer soluções que permitam uma melhoria significativa na rede de distribuição da empresa.

## 1.3 Estrutura do trabalho

O projecto desenvolvido é constituído pelos seguintes capítulos:

No primeiro capítulo, faz-se uma introdução ao tema do projecto e apresenta-se a estrutura do presente documento.

No segundo capítulo, caracteriza-se o caso de estudo, o funcionamento actual da distribuição da empresa, as restrições implícitas na operação de distribuição dos produtos e os objectivos operacionais pretendidos.

No terceiro capítulo, efectua-se uma revisão bibliográfica sobre o tema central do trabalho, que é o problema de planeamento de rotas apresentando as várias metodologias mais utilizadas para a sua resolução, caracterizando-se no final o tipo de problema de planeamento que se vai aplicar ao caso real em estudo.

No quarto capítulo, define-se a metodologia para a abordagem do problema e algumas aplicações necessárias para a sua resolução. São apresentados os dados recolhidos sobre o problema real e este é definido e formulado matematicamente.

No quinto capítulo e apresentado o caso de estudo do modelo desenvolvido. Compara-se o número de veículos necessário, a distância total percorrida e a duração média de cada rota do caso real e do modelo a aplicar.

Por fim, no capítulo seis serão indicadas as conclusões do trabalho desenvolvido e algumas recomendações.

## **2 Revisão da Literatura**

### **2.1 Caracterização da empresa**

MNM,SA abriu actividade em 1994. Esta empresa tem como finalidade a compra e distribuição de produtos decorativos do lar, efectua serviços de logística, armazenamento e distribuição realizando neste seguimento, a gestão das deslocações das suas viaturas que abastecem as regiões norte, centro e sul do país. Para além disto, esta empresa dedica-se ao armazenamento de mercadorias provenientes da China e distribui estas últimas por território nacional, aos seus clientes.

Sediada no Seixal, distrito de Setúbal, a MNM apresenta um capital social de 55.000.00 euros, sendo constituída por um corpo técnico de cerca de trinta e cinco colaboradores devidamente qualificados e experientes, que actuam de forma permanente. Estes contam com um suporte estrutural actual de recursos humanos e informáticos, incorporados num armazém de 12.000 m<sup>2</sup>.

Para promover uma inovação contínua e a qualidade das suas actividades, a empresa está equipada com instalações modernas e adequadas às funções desempenhadas, como escritórios, armazéns e estacionamento.

A empresa salienta, acima de tudo, uma valorização da qualidade dos produtos comercializados e a competência do serviço disponibilizado ao cliente, tendo sempre em linha de conta, o mercado competitivo. Nos seus níveis de melhoramento como empresa, esta demonstra um forte espírito, almejando a inovação. Atentando nas suas capacidades, pode considerar-se que a empresa MNM,SA pode associar-se a uma imagem de uma prestação de serviços excelente.

A cobertura geográfica delimitada é eficaz, já que aponta os principais aglomerados de clientes e a optimização da sua frota de distribuição. Desenvolvendo uma forte política de proximidade com os seus clientes, a MNM,SA cria laços de reciprocidade, o que reforça o seu carácter atento à voz dos mesmos.

#### **2.1.1 Produtos**

A MNM,SA oferece uma vasta gama de produtos decorativos do espaço casa. A empresa disponibiliza materiais diversos, quer para a decoração do lar, quer para escritórios.

Apresentam-se ainda produtos de cozinha, e banho, têxteis, escolares, materiais para bricolage, plásticos e brinquedos.

## 2.2 Caracterização do problema

Torna-se premente compreender o funcionamento da empresa e das suas actividades, se pretendermos perceber e abordar as perspectivas do problema a analisar. Como em toda a actividade de distribuição é necessário escoar todas as delimitações associadas ao problema e os objectivos traçados por esta empresa. Procura-se ainda encontrar um equilíbrio entre a eficácia e os custos das actividades, para que seja possível estabelecer soluções realistas e exequíveis, economicamente.

### 2.2.1 Funcionamento da rede de distribuição

Prevendo um serviço rápido com o cliente, a empresa dispõe, actualmente, de uma frota de veículos comerciais que são destinados à distribuição das encomendas requeridas, a qualquer momento. Esta é uma competência importante para a opinião do cliente, porque este procura um fornecedor que lhe possibilite inúmeras soluções em termos de serviços e lhe responda às suas necessidades imediatas. Existe, presentemente, uma rede de distribuição constituída por um armazém, situado na região de Setúbal, especificamente no parque industrial do Seixal. Este detém clientes em várias zonas do país. A Figura ( 2.1 ), ilustra a localização espacial dos clientes.

**Figura 2. 1 - Localização da fábrica e clientes.**



O armazém está provido de todos os produtos, permanentemente, para assim permitir uma resposta rápida ao pedido dos clientes. Isto só é possível porque a empresa pratica uma estratégia de produção de previsão, de forma a evitar o esgotamento de um produto, carecendo-se dele, aquando do pedido de um cliente. Desta forma, a empresa assegura um elevado nível de competência, no serviço prestado.

A recepção do material de decoração decorre num ritmo semanal ou quinzenal, dependendo da altura do ano. Este é originário da China e o cálculo das encomendas é baseado nas necessidades apresentadas pelos clientes, na produção chinesa e na altura do ano decorrente. Para se compreender o número de quantidade de material preciso para armazenamento, atente-se na Tabela ( 2.1 ), que referencia o número de paletes expedidas, por mês, para cada região do país, no ano de 2010.

**Tabela 2. 1 - Quantidade de Paletes Expedidas Mensalmente**

<b>2010</b>	<b>Jan</b>	<b>Feb</b>	<b>Mar</b>	<b>Apr</b>	<b>Mai</b>	<b>Jun</b>	<b>Jul</b>	<b>Aug</b>	<b>Sep</b>	<b>Oct</b>	<b>Nov</b>	<b>Dec</b>
<b>Norte</b>	35	31	26	34	34	32	30	26	33	56	69	50
<b>Centro</b>	39	34	32	32	37	31	34	27	39	60	79	62
<b>Sul</b>	27	32	24	24	31	28	32	21	31	51	60	45
<b>Total</b>	66	66	56	56	68	59	66	48	70	111	139	107

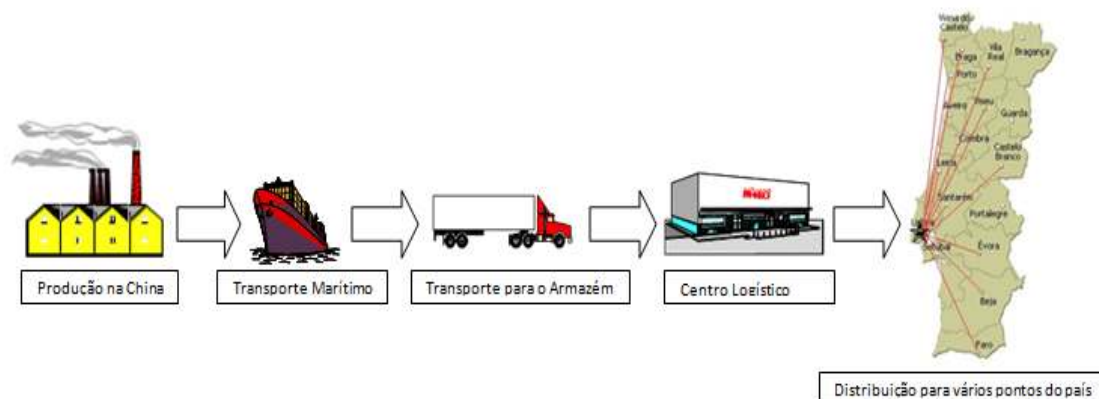
### 2.3 – Operação de distribuição

A estrutura da distribuição que está associada a MNM. LDA parte da fabricação de todo o material na China. Este material antes de ser fabricado é desenhado e estudado por uma empresa em regime de outsourcing que estuda as últimas tendências no mercado europeu. Após a validação do director comercial dos novos produtos a implementar no mercado, segue a sua produção. Uma vez produzidos, todo o material é expedido em contentores que são transportados por cargueiros até ao Porto de Lisboa.

Após a chegada do material, ele é transportado para o armazém através de camiões, transporte efectuado através de uma empresa externa de transportes logísticos. Uma vez chegado, o material é armazenado, seguindo para os clientes quando solicitado.

Este transporte para os clientes é efectuado com a frota própria da empresa que faz chegar todo o material a Norte, Centro e Sul de Portugal. A Figura ( 2.2 ) apresenta um esquema simplificado da estrutura de distribuição.

Figura 2. 2 - Esquema resumo da estrutura de distribuição.



As rotas são organizadas numa base diária por zona geográfica, e cada rota é associada a um condutor específico e respectivo veículo que lhe está atribuído.

Com o objectivo de se definir rotas, estabelecem-se três grupos distintos de clientes, consoante a frequência de encomendas concretizadas (em S – quando se realizam encomendas semanais, em Q – quando estas são quinzenais, e em M – quando correspondem a encomendas mensais). É nestes modos que se planeiam as encomendas, cruzando a previsão das vendas para semanas específicas com cada vendedor.

Assim sendo, o distribuidor desloca-se ao armazém e, com os produtos, dirige-se aos clientes em vezes sucessivas, até regressar, de novo, ao armazém. No caso de existência de pedidos esporádicos e inesperados, e se o veículo já se encontra em marcha de entrega, este é aceite se o mesmo possuir número de produtos suficientes para as entregas planeadas e para o pedido inesperado.

Nestas situações, recorre-se a uma reestruturação das rotas definidas, uma vez que é importante que o cliente seja atendido e o serviço lhe seja prestado, o mais célere possível, para que a empresa angarie, desta forma, novos clientes. Apesar destas situações ocorrerem por vezes, devido ao seu carácter excepcional, o seu estudo não será analisado no modelo de optimização a explicar no âmbito desta dissertação. Esta preocupação é relevante para a empresa, pois o cliente pretende que o serviço seja realizado com prontidão e celeridade. De outra forma, se o produto não estivesse disponível à hora certa e no sítio correcto, o cliente iria abastecer-se na concorrência.

### 2.2.1 Distribuição em Lisboa

Por regra, os prazos de entrega aos clientes estão compreendidos até às 48 horas, desde a efectivação do pedido, o que implica que a frota da empresa deva ser abrangente, para se aproximar dos clientes. Esta preocupação é relevante para a empresa, pois o cliente pretende que o serviço seja realizado com prontidão e celeridade.

Normalmente, a distribuição é regida pelo horário de funcionamento do centro de distribuição que corresponde ao horário das 9h às 18h, interrompendo-se as entregas das 13h às 14h, pausa que corresponde ao tempo de almoço do condutor do veículo. A frota da empresa é heterogénea, uma vez que comporta veículos com diferentes capacidades de transporte. Estes são guardados no armazém, e correspondem a diferentes necessidades.

No armazém do Seixal, a frota é constituída por dezassete veículos, quatro dos quais fornecem a zona da Grande Lisboa. Os produtos também se apresentam muito díspares. O seu peso pode variar dos 5kgs aos 35 kgs, embora em média se considere que uma caixa pese entre 10 a 25kg, sendo esta, uma supressão ao problema.

Outro aspecto a ter em atenção é evitar que o peso das cargas transportadas exceda o peso aceite por lei. Independentemente do número de paletes que o veículo transporte, o peso bruto máximo deve estar dentro dos trâmites impostos por lei.

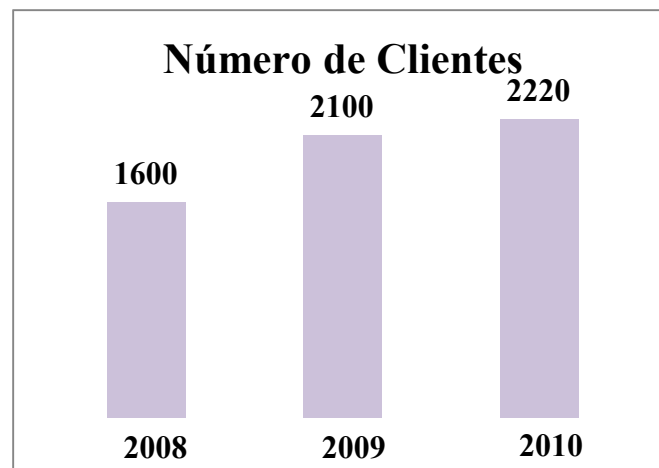
A relação entre o tipo de veículo a Operar na Zona de Lisboa e o número de caixas que este pode transportar está descrita na Tabela ( 2.2 ).

**Tabela 2. 2 – Caracterização da frota de Lisboa.**

<b>Marca e Modelo</b>	<b>Tara (Kg)</b>	<b>Capacidade de carga (kg)</b>	<b>Peso Bruto (Kg)</b>	<b>Nº de caixas médias</b>
<b>Fiat Dobló</b>	1280	740	2020	35
<b>Fiat Dobló</b>	1280	740	2020	35
<b>Fiat Dobló</b>	1280	740	2020	35
<b>Citroën Jumper</b>	1624	1559	3183	90

A MNM, LDA possui uma lista muito variada de clientes e em constante evolução devido às estratégias de procura de novos clientes. Desde o ano de 2008 até 2010 o número de clientes tem vindo a crescer. Na Figura ( 2.3 ), pode-se observar o gráfico que ilustra esta evolução positiva.

Figura 2. 3 - Evolução do número de clientes.



### 2.2.2 Restrições do problema

A actividade desenvolvida pela empresa apresenta algumas restrições que têm de ser tidas em conta de forma a garantir a realidade do modelo e da solução proposta. As restrições da distribuição a considerar são:

- A procura tem de ser sempre satisfeita, independentemente do número de produtos envolvidos. Não existem quantidades mínimas de encomenda. Esta deverá ser satisfeita idealmente até a um prazo máximo de 24h;
- É necessário respeitar as capacidades máximas de carga impostas por lei para cada um dos veículos. No acto de carregamento, cada veículo deverá possuir um número de caixas que não exceda a capacidade de carga máxima. Não é tido em conta o número de caixas máximo que conseguiria levar em termos de volume.
- Cada cliente só pode ser visitado uma vez por dia e por um único veículo;
- Normalmente, a distribuição começa às 9h, tem um intervalo das 13h às 14h para o almoço do condutor e acaba por volta das 18h, não havendo um horário fixo;
- Cada rota começa e termina no centro de distribuição;
- Cada distribuidor deve visitar um número de clientes tal que não exceda a sua capacidade de resposta a encomendas. O somatório das quantidades a entregar e a receber de cada cliente não podem exceder a capacidade máxima do veículo;
- Os veículos de distribuição apenas realizam tarefas de distribuição e recolha de produtos;



## 2.4- Definição dos Objectivos

O propósito primordial do presente trabalho prende-se com o desenvolvimento de um modelo de apoio que permita otimizar as rotas de distribuição e a frota da empresa que tem vindo a ser referenciada, ao longo do texto.

Deseja-se baixar os custos de distribuição dos produtos, retendo a prontidão na satisfação dos compradores, bem como a capacidade e flexibilidade distributivas, próprias desta empresa.

Seguindo esta lógica, o modelo proposto terá de prever os custos de transporte e o fluxo dos produtos que são pretendidos pelos clientes.

A zona de Lisboa (amostra que será utilizada neste estudo) comporta um total de 1200 clientes. Sendo um número elevado e muito variável, estes serão associados em *clusters* numa zona de entrega especificada, para assim se definir as rotas de distribuição levadas a cabo pelos condutores.

O factor “distância” e “tempo” serão analisados a partir da saída dos produtos do armazém, até a chegada aos *clusters* e, concludentemente, entre os *clusters* distintos.

Ambiciona-se, ao mesmo tempo, observar o número de veículos necessários para tornar praticável o plano de distribuição sugerido.

## 3 Metodologia

### 3.1 Introdução

Segundo Eilon, *et al.* (1971), a logística pode ser definida como o fornecimento de bens e serviços desde o ponto de oferta até ao ponto de procura.

Para Carvalho (2002), a logística pode ser dividida em dois tipos de actividades: principais e secundárias. As primeiras incluem os transportes, manutenção de stocks e processamento de pedidos enquanto as segundas incluem as operações de armazenamento, manuseamento de materiais, embalagem, compras, programação de produtos e sistemas de informação.

O planeamento estratégico consiste em determinar o número e a localização dum conjunto de instalações como as fábricas, os armazéns e os centros de distribuição de modo a minimizar os custos de satisfazer uma dada procura e de manter um elevado nível de serviço. Segundo Simchi-Levi *et al.* (2005), estas decisões estratégicas são um determinante crucial para que os materiais e produtos fluam eficientemente ao longo do sistema de distribuição.

Como podemos constatar, é necessário tomar decisões relacionados com a dimensão da frota e com o mix de produtos a colocar em cada armazém. A nível operacional são tomadas decisões relacionadas com a gestão do quotidiano da organização, como a determinação das rotas de distribuição.

### 3.2 A importância do Vehicle Routing Problem na actualidade

Os Vehicle Routing Problems (VRP) são considerados o coração de muitos sistemas de apoio à decisão para situações reais de problemas de distribuição. No VRP deve ser determinado um conjunto de rotas com o menor custo total para um dado número de recursos (a frota de veículos) localizado num ou mais pontos (centros de distribuição, armazéns) de forma a servir eficientemente um número de pontos de procura ou oferta (Mester *et al.*, 2007).

O estudo dos problemas de VRP é considerado muito importante, uma vez que a definição das rotas dos veículos de forma eficiente ganha cada vez mais importância à medida que os mercados se tornam mais abertos. Caso esta eficiência seja atingida, os benefícios económicos serão bastante significativos (Bianchi, 2000). Como tal, é vital para as organizações que actuam em mercados extremamente competitivos aumentar a sua eficiência. Como os custos de transporte representam um grande peso nos custos operacionais de uma

empresa é imperativo reformular estratégias de modo a otimizar as suas rotas de distribuição e frota associada.

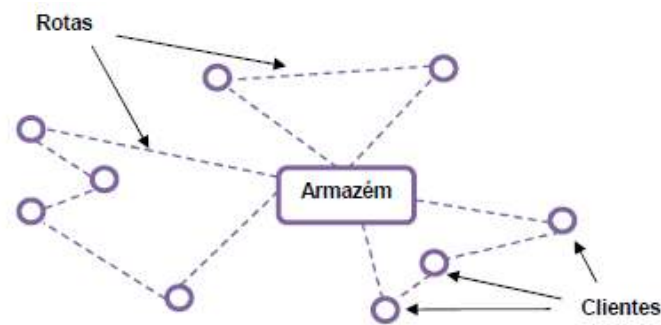
Dada a importância das operações de logística para as organizações, o VRP tem sido amplamente estudado devido à sua grande aplicabilidade em situações reais. Hu *et al* (2009) desenvolveram uma solução para a distribuição de armazéns grossistas alimentares em cidades que possuíssem infra-estruturas circulares de transporte, uma vez que é de extrema importância para um fornecedor saber quando, onde e como irá efectuar a sua distribuição com o menor custo possível e com a correcta adaptação às necessidades dos clientes.

### **3.3 Planeamento de Rotas (Vehicle Routing Problem, VRP)**

Os modelos e algoritmos propostos para a solução de Vehicle Routing Problem (VRP) ou Problemas de Planeamento de Rotas de Veículos podem ser usados não só para a resolução de problemas de entrega como de recolha de produtos (Toth, 2006).

O mais fundamentado e bem estudado problema de Planeamento de Rotas de Veículos é o Travelling Salesman Problem (TSP) ou Problema do Caixeiro-viajante, no qual o Caixeiro Viajante tem de visitar um conjunto de cidades e regressar à cidade onde começou. O objectivo consiste em minimizar a distância total percorrida pelo Caixeiro-Viajante (Larsen, 2000).

O VRP é uma generalização do TSP (ver Figura 3.1) que consiste em encontrar uma solução óptima na definição de rotas de entrega de mercadoria a partir de um ou vários centros de distribuição até um determinado número de clientes dispersos geograficamente numa determinada região. Todas as procuras dos clientes deverão ser satisfeitas, todas as restrições operacionais deverão ser respeitadas e o custo global de transporte minimizado (Larsen, 2000).

**Figura 3. 1 – Representação gráfica de um VRP.**

Como métodos de resolução para o VRP podemos considerar duas abordagens principais:

- Algoritmos matemáticos exactos: procuram uma solução óptima, através da minimização de uma função de custo;
- Heurísticas: procuram uma solução de boa qualidade para o problema, utilizando procedimentos que apresentem um reduzido tempo de processamento e contemplem as principais características operacionais.

Os problemas de planeamento de rotas podem ser de diferentes tipos em função das características do problema a resolver. Alguns dos mais importantes identificados na literatura são descritos na secção seguinte (Laporte, 2003).

### 3.4 Diferentes tipos de VRP

Como referido anteriormente existem várias variantes do VRP, função do tipo de problema a modelar. Destas salientam-se as seguintes:

- Capacitate Vehicle Routing Problem (CVRP);
- Vehicle Routing Problem Time Window (VRPTW);
- Vehicle Routing Problem with Pick-Up and Delivering (VRPPD);
- Dynamic Vehicle Routing Problem (DVRP);
- Split Delivery Vehicle Routing Problem (VRPSD);
- Dial-a-Ride Problem (DARP).

Estas traduzem ainda uma evolução temporal no desenvolvimento de modelos cada vez mais complexos que permitem uma maior aproximação aos problemas reais.

### 3.3.1. Capacitate Vehicle Routing Problem (CVRP)

Os CVRP representam situações onde a carga de entrega é fixa e todos os veículos de entrega têm uma capacidade uniforme e limitada.

O CVRP foi proposto em 1959 por Dantzig e Ramser (Dantzig e Ramser, 1959), e consiste em encontrar um conjunto de exactamente  $K$  rotas (uma rota para cada veículo disponível) com custo mínimo, definido pela soma dos custos de cada aresta pertencente às rotas, tais que:

- Cada rota começa e termina no armazém;
- Cada vértice de cliente é visitado por exactamente uma rota;
- A soma das procuras dos vértices visitados por uma rota, não excede a capacidade de transporte do veículo.

### 3.3.2. Vehicle Routing Problem Time Window (VRPTW)

O VRPTW é outra extensão do VRP clássico, frequentemente encontrado para elaborar decisões sobre a distribuição de bens e serviços, com a restrição adicional de cada cliente ter de ser visitado num intervalo de tempo específico ( $[a_i, b_i]$ ), denominado por janela temporal.

O objectivo consiste em minimizar a frota de veículos, os tempos dispendidos nos percursos e os tempos de espera necessários para servir todos os clientes dentro das suas exigências temporais, sem violar a capacidade e o tempo de viagem permitido, dos veículos e as janelas temporais estabelecidas pelos clientes (Kallehauge, 2007).

Existem dois tipos de formulações num VRPTW. No primeiro, janelas temporais inflexíveis (hard time window), o veículo tem de esperar se chegar ao cliente antes de este estar pronto para o serviço e não pode nunca chegar depois do tempo exigido. No segundo, janelas temporais flexíveis (soft time window), a violação da janela temporal é permitida mas tem um custo associado (Tan *et al.*, 2000 e Kallehauge, 2007).

### 3.3.3 Vehicle Routing Problem with Pick-Up and Delivering (VRPPD)

O VRPPD é um VRP onde se modela a possibilidade de existir simultaneamente entregas e recolhas no cliente. Assim, existem duas quantidades envolvidas na operação:

- $D_i$ , que representa a quantidade que deve ser entregue ao cliente;

- $Q_i$ , que representa a quantidade que deve ser recolhida no cliente.

Num problema deste tipo é assim necessário assegurar que os bens (ou pessoas) recolhidos no cliente não ultrapassem a capacidade do transporte do veículo de entrega. Esta restrição torna o problema de planeamento mais difícil, gerando por vezes uma má utilização das capacidades de transporte, um aumento das distâncias de viagem ou criando uma necessidade maior de veículos de transporte disponíveis (Cordeau, 2001)

Por este motivo, é frequente haver apenas um ponto de partida e chegada de mercadoria, não havendo intercâmbio de bens entre clientes. Desta forma, todas as procuras de entrega partem de um armazém e todas as recolhas são trazidas de volta para esse mesmo armazém (Cordeau, 2001).

Por fim, pode ainda simplificar-se o problema considerando que cada veículo deve efectuar todas as entregas, antes de iniciar as recolhas. O objectivo consiste, em geral, na minimização da frota de veículos e do somatório do tempo de viagem, tendo em consideração as restrições respeitantes às capacidades de transporte dos veículos. É necessário assegurar que o veículo tem capacidade suficiente para transportar os bens, assim como aqueles que serão necessários recolher até ao armazém (VRP, 2009).

#### **3.3.4. Dynamic Vehicle Routing Problem (DVRP)**

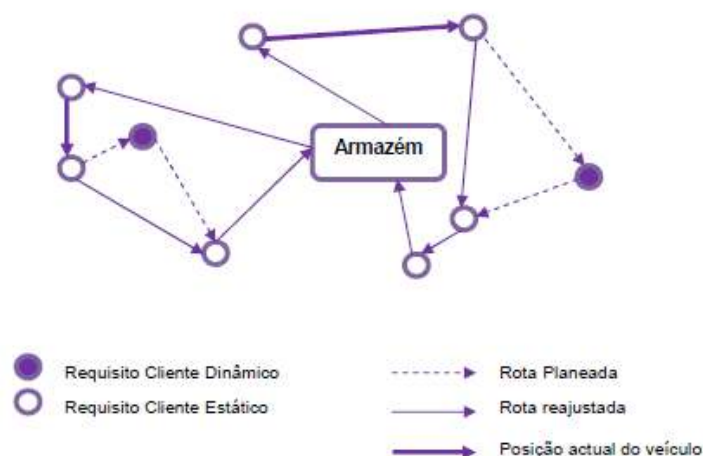
O DVRP é um problema de planeamento dinâmico de rotas de veículos. Assim ao contrário dos problemas estáticos anteriormente referidos, a informação dita relevante para o processo de planeamento, como por exemplo a localização geográfica dos clientes, o tempo de serviço no local de entrega/recolha, à procura de cada cliente ou os tempos de viagem dos veículos entre os clientes não é totalmente conhecida quando a operação é iniciada.

Na maioria do DVRP existem dois tipos de pedidos:

- Pedido antecipado, que diz respeito a clientes estáticos, cujos pedidos são feitos antes da operação ser iniciada;
- Pedido imediato, que é referente a clientes dinâmicos, cujos pedidos ocorrem em tempo-real durante a operação (Larsen, 2000).

Na Figura ( 3.2 ) está representado um possível exemplo de um DVRP, onde existem 7 pedidos antecipados e 2 imediatos.

**Figura 3.2 – Esquema representativo de um DVRP.**



Fonte: Adaptado de Larsen. 2000

### 3.3.5. Split Delivery Vehicle Routing Problem (VRPSD)

Nos SDVRP, ao contrário dos outros problemas descritos acima, é permitido que o mesmo cliente seja servido por diferentes veículos, se isso trouxer uma redução de custos. Este tipo de resolução é frequentemente usado quando a procura dos clientes ultrapassa a capacidade máxima dos veículos disponíveis. O objectivo é minimizar a frota de veículos e o tempo total de viagem necessário para servir todos os clientes (Archetti, 2006).

### 3.3.6. Dial-a-Ride Problem

O DARP é uma generalização dos problemas VRPPD (Pick up and Delivery) e TSPTW (Traveling Salesman Problem with Time Windows). Este problema de planeamento de rotas foi introduzido por Psaraftis (1980, 1983). Nestes primeiros estudos teóricos foi desenvolvido em programação dinâmica, um algoritmo exacto para o caso de um único veículo. Mais tarde, foi proposto por Desrosiers *et al.* (1986) uma melhoria ao algoritmo anterior, capaz de resolver problemas onde existam mais de 40 utilizadores.

A maioria dos algoritmos hoje conhecidos, para casos de múltiplos veículos, são heurísticas ou meta-heurísticas, tendo sido o estudo de Jaw *et al.* (1986) o primeiro método capaz de lidar com casos de grande escala (Cordeau, 2005). Apesar deste problema ser muito comum, é relativamente pouco estudado devido a sua alta complexidade (Mauri e Lorena, 2009).

O problema consiste em encontrar um conjunto de rotas que satisfaça as necessidades de todos os utilizadores, respeitando os seus horários e alguns critérios de optimização (Leen *et al.*2009). O que torna o DARP diferente, e de certa forma um pouco mais difícil do que a maioria dos outros problemas de planeamento de rotas, é o facto do custo e do tempo de viagem do utilizador terem de ser ponderados entre si aquando da definição de uma rota.

Numa situação extrema, se desenharmos rotas de veículos sem ter suficiente consideração pelos utilizadores, podemos fazer com que alguns desses despendam um tempo exagerado em viagem. No outro extremo, se permitirmos que as restrições temporais dos utilizadores sejam muito rígidas, os custos de transporte aumentam drasticamente (Cordeau e Laport, 2007).

Na versão base do problema, o transporte é fornecido por uma frota de veículos idênticos que partem todos a partir do mesmo depósito. O objectivo consiste em planear rotas com o menor número de veículos possível, que satisfaça o maior número de pedidos possível, respeitando um determinado conjunto de restrições (Cordeau e Laport, 2007).

### 3.5 Conclusão

Após uma exaustiva revisão de literatura e tendo em conta todas as particularidades do caso real em estudo, decidiu-se aplicar um modelo matemático do tipo VRPPD com frota heterogénea ao problema em análise. Este modelo consiste num problema de planeamento de rotas de uma frota de veículos heterogénea, que começam e terminam no centro de distribuição. Os clientes a visitar poderão ter associada uma quantidade de produto a ser entregue e outra a ser recolhida. Como só podem ser visitados uma vez, a entrega e a recolha processa-se num dado instante e por um único veículo.

Dado que se pretendem obter resultados óptimos, a metodologia de resolução do problema escolhida foi numa primeira fase dividir o problema em problemas mais pequenos e depois desenvolver um modelo de optimização através de uma linguagem de programação matemática no programa *Mathematics* e aplicá-lo a cada sub-problema obtido.



## 4 Apresentação e Análise dos Resultados

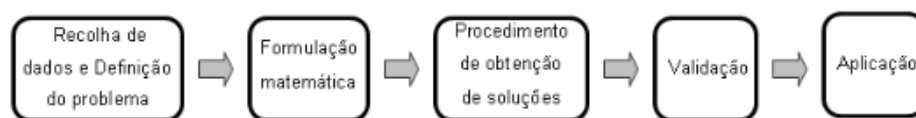
Traçada a identificação do tipo de problema a expor e com o propósito de solucionar o caso de estudo relatado no Capítulo 2, desenvolveu-se um modelo de otimização com sentido ao estabelecimento do conjunto de rotas óptimas e do número óptimo de veículos indispensáveis à execução das trajectórias.

Continuamente, validar-se-á o modelo (ANEXO A), pretendendo-se comprovar a sua representatividade face ao problema real a estudar, para, finalmente, estimar a praticabilidade dos resultados obtidos (rotas definidas, veículos, distância percorrida e tempo necessário). Aquando desta fase, procuram-se possíveis melhorias ao funcionamento do problema especulado, analisando diferentes opções e examinando os parâmetros explorados.

### 4.1 Metodologia de Desenvolvimento

Segundo Hillier, e Lieberman, (2006), o desenvolvimento de um modelo de otimização de um problema real requer a concretização de cinco etapas, como se encontra esquematizado na Figura ( 4.1 ).

**Figura 4. 1 – Abordagem à definição de um modelo de otimização.**



Fonte: Adaptado de Hillier e Lieberman, (2006)

#### 4.1.1 Recolha de dados e definição do problema

A recolha de dados assume-se como uma etapa extremamente fulcral no estudo, já que é através da fiabilidade dos mesmos que se obtém resultados que caracterizarão da melhor forma possível o caso real, tomado como estudo. Os dados a recolher nesta dissertação dizem respeito à caracterização da frota, clientes, tempos de visita e custos associados.

#### **Frota**

No que concerne aos veículos da frota da empresa, é preciso caracterizar o tipo do mesmo (marca e modelo) e a sua capacidade máxima. Estes já foram apontados e são referidos, como descreve o caso de estudo, Capítulo 2, Tabela ( 2.2 ).

## Clientes

Quanto aos clientes, referir-se-á a sua localização, incluindo morada e código postal e código de cliente. Importa referir que, apesar de a amostra se centrar em 1200 clientes, a quantidade de material a ser requerido pelos mesmos, ao longo de um ano, varia bastante.

É por este motivo que se escolheu a data de Novembro de 2010, uma vez que foi durante este período que se assistiu a um maior valor de procura dos produtos. Também o número dos pontos de entrega varia diariamente, durante o mês supramencionado.

Na tabela (4.2), apresenta-se o número de clientes verificado em cada dia da distribuição e a respectiva agregação em número de freguesias (clusters) a visitar.

**Figura 4. 2– Número de clientes e clusters a visitar, número de caixas entregues/recolhidas.**

<b>Dia</b>	<b>Nº de clientes</b>	<b>Nº de Clusters</b>	<b>Entregas</b>	<b>Recolhas</b>
1	60	30	126	0
2	74	21	98	0
3	55	25	88	0
4	62	20	99	5
5	45	24	100	10
8	55	15	70	0
9	74	20	83	2
10	45	27	88	0
11	61	20	93	8
12	73	26	85	0
15	72	25	89	0
16	60	27	74	0
17	73	24	89	0
18	60	25	91	0
19	30	21	97	5
22	49	28	83	2
23	18	24	78	1
24	55	24	75	0
25	20	20	84	0
26	46	24	88	0
29	30	27	65	5
30	30	25	78	0

As encomendas defeituosas foram também agrupadas neste estudo, por forma a facilitar o estudo do caso em questão, já que, como se pode observar, o fluxo de dados envolvidos neste

problema é enorme e a complexidade do mesmo aumenta, à medida que são inseridos mais dados.

A complexidade do modelo de optimização justifica-se pelo número de variáveis que são necessárias à análise como: o número de clientes para cada dia, a sua localização e a quantidade de material a entregar e/ou a recolher, em cada cliente.

A agregação por freguesias prende-se com o facto de os clientes se situarem próximos uns dos outros. Desta forma, agruparam-se os clientes numa única área, o centro dessa mesma freguesia. As caixas a entregar e a recolher serão referenciadas da mesma forma.

Ainda que agregados em freguesias, verifica-se que o montante de dados a tratar continua a ser elevado, o que leva a escolher-se por aplicar o modelo p-mediana (que permite dividir o problema em sub-problemas menores, agrupando os pontos de visita num determinado número de agregados pretendidos, com o objectivo de reduzir a distância total a percorrer.

A aplicação deste modelo agrupa as freguesias logicamente, já que pretende a mesma finalidade que o modelo que se vai desenvolvendo: a minimização das distância a percorrer, reduzindo, por consequência, os custos de transporte (ver Anexo D).

Salienta-se o facto de ter sido consultado e utilizado o *site Google Maps* que permitiu determinar a distância e o tempo (Anexo C) necessários do percurso da viagem entre os vários pontos de entrega e desde o armazém até esses pontos, através da demonstração das melhores rotas entre os dois pontos e os valores aproximados da distância e dos tempos de viagem.

Estabelece-se assim, uma matriz onde se verificam as distâncias em km entre as freguesias para, seguidamente, bifurcar-se mais duas matrizes que revelam as distâncias e os tempos de viagem, em minutos. Essas são realizadas para cada sub-problema encontrado através do modelo P-mediana (ver Anexo B).

### **Tempos de visita**

Quanto ao tempo gasto em cada cluster para efectuar a entrega do material e recolha do material danificado, este é dividido em duas partes distintas:

- *tf* – O tempo fixo necessário para tratar de questões administrativas em cada dia, considera-se que assume o valor aproximado de dez minutos. Esta constante engloba, essencialmente, o tempo necessário para o preenchimento de uma folha na qual se escreve o número de cada cliente visitado e o motivo de cada visita. No caso de se efectuarem entregas e/ou recolhas, as quantidades envolvidas são também anotadas.
- *tv* – O tempo variável em cada cluster depende do motivo pelo qual se realiza a visita. O tempo para descarregar e carregar em cada ponto de entrega é dependente do número de caixas a entregar e produtos defeituosos a recolher.

### Custos

Comparativamente à frota, todos os custos relacionados com a manutenção dos veículos, que englobam por exemplo, avarias e respectivas reparações, o seguro e as amortizações do investimento, dependem do tipo de veículo. Deste modo, o Fiat Dobló apresenta um custo de 365 € / mês e, por sua vez, o Citroën Jumper tem um custo de 465 € / mês. Quanto o custo relativo ao consumo de combustível para o período de 01/11/2010 a 30/11/2010, este depende do tipo de veículo. Assim, para o veículo Citroën Jumper, encontram-se resumidos na tabela (4.3) os valores relativos aos vários abastecimentos de combustível que este efectuou durante o mês considerado.

**Figura 4. 3 – Custos por km para o veículo *Citroën Jumper*.**

	<b>Litros</b>	<b>Preço (€/L)</b>	<b>Valor (€)</b>	<b>Quilómetros</b>	<b>Km Percorridos</b>
<b>Abastecimento1</b>	68.04	1.18	80.29	62.245	
<b>Abastecimento2</b>	70.01	1.18	82.61	62.885	640
<b>Abastecimento3</b>	65.03	1.18	76.74	63.485	600
<b>Abastecimento4</b>	68.02	1.18	80.26	64.111	626
<b>Total</b>	271.1		319.90		1866

Pode-se observar que os custos totais com combustível durante o mês de Novembro foram de 319,90€ e a distância total percorrida foi de 1866 km, gastando numa média de 10,98L / 100Km. Deste modo, é possível calcular o custo de percorrer cada Km (*CdistCitron*), tendo em consideração os custos com combustível e o de manutenção deste veículo.

$$C_{\text{dist Citroën}} = \frac{319,90+465}{1866} \cong 0,43 \text{ €/Km}$$

Do mesmo modo, para o veículo Fiat Dobló, encontra-se a mesma informação resumida na

	Litros	Preço (€/L)	Valor (€)	Quilómetros	Km Percorridos
Abastecimento1	53.12	1.18	62.68	38.489	
Abastecimento2	55	1.18	64.90	39.169	730
Abastecimento3	51.67	1.18	60.97	39.849	680
<b>Total</b>	159.79		188.55		1410

tabela (4.4)

**Figura 4. 4 – Custos por km para o veículo Fiat Dobló.**

Neste caso, os custos totais com combustível durante o mês de Janeiro foram de 188,55€ e a distância total percorrida foi de 1410 km, apresentando um consumo médio de 7,63L / 100Km. Assim, pode-se calcular o custo de percorrer cada Km deste veículo.

$$C_{\text{dist FIAT}} = \frac{188.55+365}{1410} \cong 0.39 \text{ €/Km}$$

#### 4.1.2 - Formulação matemática do problema

Apresenta-se então, uma definição matemática do VRP simples baseada em (Marinakis *et al.* 2010).

Considere-se um conjunto  $n$  de pontos (clusters) que tem associada a cada um, uma quantidade  $q_i$  de caixas a serem entregues e outra  $r_i$  a serem recolhidas, com  $i \in \{1...n\}$ .

A frota é constituída por  $m$  veículos com diferentes capacidades de material a ser transportado. Para um veículo se deslocar de um local  $i$ ,  $i \in \{0...n\}$  até outro local  $j$ ,  $j \in \{0...n\}$ , implica um tempo de viagem  $t_{\text{viagem}ij}$  e uma distância a percorrer  $d_{\text{viagem}ij}$ , sendo o local  $i = 0$ , o centro de distribuição.

A cada rota é atribuído um veículo  $v$ ,  $v \in \{1...m\}$ , que possui uma capacidade máxima dada por  $cap_v$ . Cada veículo irá visitar um conjunto de clusters e satisfazer todos os seus pedidos.

A duração do tempo de entrega e recolha das caixas é constituído por uma parte fixa e outra variável. A primeira, dada por  $t_f$ , corresponde ao tempo para preencher os processos administrativos e a segunda,  $t_{vi}$  depende do número de caixas a entregar e a recolher em cada cluster. Podem-se, agora, identificar os índices, os parâmetros, as variáveis e as diversas funções.

**Índices:**

$i$  – Local visitado

$j$  – Local a visitar

$v$  – Veículo

**Parâmetros:**

- $q_i$  - Quantidade de caixas a entregar no local  $i$ .
- $r_i$  – Quantidade de material defeituoso a recolher no local  $i$ .
- $maqri$  – Valor máximo entre caixas a entregar e material defeituoso a recolher em cada freguesia.
- $capvv$  - Capacidade máxima do veículo  $v$ , em quantidade de caixas que pode transportar.
- $cdistv$  - Custo unitário de percorrer um km por cada veículo, em € / Km.
- $t_{vi}$  - Tempo variável de entrega das caixas e recolha do material defeituoso, no local  $i$ , em minutos.
- $d_{viagemij}$  - Distância entre o local  $i$  e o local  $j$ , em Km.
- $t_{viagemij}$  - Tempo de viagem entre o ponto  $i$  e  $j$ , em minutos.
- $t_f$  – Tempo fixo para tratar de questões administrativas numa operação de distribuição, em minutos.
- $t_{total}$  – Tempo diário disponível para a operação de distribuição, em minutos.

**- Variáveis:**

Variáveis de Decisão:

- $x_{ijv}$  – É uma variável binária que toma o valor 1 se o veículo  $v$  visitar o cluster  $i$  e depois seguir para o cluster  $j$ , caso contrário tomará valor 0.

- $vf_v$  – É uma variável binária que assume o valor 1 se o veículo  $v$  efectuar uma rota e o valor 0 no caso contrário.

Variável Livre:

$z$  – Variável apenas presente na função objectivo, assume o valor do custo mínimo encontrado.

Variáveis Positivas:

- $distotal_v$  – Esta variável é necessária para guardar o valor da distância total percorrida por cada veículo.
- $tetotal_v$  – É uma variável que guarda o tempo total necessário para efectuar o plano de distribuição calculado para cada veículo.

**Função objectivo:**

$$MIN \sum_v^m \sum_i^n \sum_j^n x_{ijv} \cdot d_{viagen_{ij}} \cdot c_{dist_v} \quad (4.1)$$

Esta função minimiza o custo de percorrer a distância total das rotas definidas através do somatório da multiplicação da distância entre dois pontos, a variável binária que indica se algum veículo percorre ou não esses pontos e o custo de percorrer cada km.

**Restrições:**

$$\sum_{i>1} x_{jiv=vf, j=Centro\ de\ Distribuição} > \forall v \quad (4.2)$$

Esta equação garante que todas as rotas, caso existam, começam no centro de distribuição.

$$\sum_{i>1} x_{ijv=vf, j=Centro\ de\ Distribuição} > \forall v \quad (4.3)$$

A equação (4.3) garante que todas as rotas, caso existam, terminam no centro de distribuição.

$$\sum_{i \neq j} \sum_v x_{ijv} = 1, \forall > 1 \quad (4.4)$$

A equação (4.4) garante que a chegada a cada cliente é realizada por um único veículo.

$$\sum_{i \neq j} \sum_v x_{jiv} = 1, \forall i > 1 \quad (4.5)$$

Esta equação assegura que a saída de cada cliente é efectuada por um único veículo. Assim, as equações (4.4) e (4.5) definem que para todas as rotas, cada cliente só vai ser visitado um vez.

$$\sum_j x_{jiv} = \sum_j i_{jv}, \forall i > \forall v \quad (4.6)$$

A equação (4.6) assegura o movimento dos veículos dentro da sua rota, ou seja, quando um veículo chega a um ponto de entrega, tem que obrigatoriamente sair desse ponto e partir para o próximo.

$$\sum_{i>1} \sum_{j \neq 1} maq_i \cdot x_{ijv} \leq cap_v, \forall v \quad (4.7)$$

Esta equação garante que o veículo que faz determinada rota consegue lidar com todos os clientes, verificando-se a limitação da capacidade do veículo através da quantidade mais elevada entre os pedidos e as recolhas para cada cliente. Deste modo, nenhum veículo visita mais clientes do que os que a sua capacidade permite.

$$x_{ijv} \leq v_{fv}, \forall i > \forall j < \forall v \quad (4.8)$$

A equação (4.8) define se um veículo é necessário para a operação de distribuição sendo permitido que este não saia do armazém. Se o veículo sair, este só pode efectuar uma única rota.

$$\sum_{i>1} \sum_{j>1} (t_{viajem_{ij}} + tv_i + tf) \leq ttotal, \forall v \quad (4.9)$$

Esta equação garante que o tempo em trânsito entre os pontos  $i$  e  $j$ , dado pela variável  $t_{viajem_{ij}}$  e o tempo necessário para toda a operação de distribuição para cada veículo no local  $i$ , que é dado pela soma do tempo fixo para tratar de questões administrativas e o tempo variável de entrega do material e recolha do material defeituoso, não ultrapassam o tempo disponível por dia para a operação de distribuição para cada condutor, representado pela variável  $ttotal$ , que são 8 horas diárias, isto é, 480 minutos.



$$\sum_{v \in S} \sum_{j \in S} x_{ijv} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V \setminus \{0\}; S \neq \emptyset; v = 1, \dots, m \quad (4.10)$$

A equação (4.10) elimina a criação de sub-rotas, sendo S um subconjunto dos clientes

$$distotal_v = \sum_i \sum_j (x_{ijv} \cdot d\_viagem_{ij}), \quad \forall v \quad (4.11)$$

A equação (4.11) permite calcular a distância total percorrida por cada veículo.

$$tetotal_v = \sum_i \sum_j [x_{ijv} \cdot (t\_viagem_{ij} + tv_i + tv_j)], \quad \forall v \quad (4.12)$$

A equação (4.12) calcula o tempo total necessário, por cada veículo, para efectuar o plano de distribuição obtido com o modelo.

### 4.1.3 – Procedimento para obtenção de soluções

Após ter sido realizada a formulação matemática do modelo, segue-se a sua implementação no software *Mathematics*, num Intel (R) Core™ I3 CPU M330, 2.13 GHz. Este software recorre à optimização inteira mista, para encontrar a solução óptima.

### 4.1.4 – Aplicação do modelo

Dada a complexidade do problema de estratégias de rotas devido ao número de produtos e clientes da empresa, foi necessário simplificar-se alguns aspectos.

Os produtos, dada a sua diversidades, serão considerados, em geral, como caixas em geral, pois não existem diferenças no transporte dos vários tipos de produtos e no cálculo do número de caixas de mercadoria de cada veículo transporta. Assim, foi usada uma média de peso que abrangia o mix total dos produtos.

No que toca aos clientes, e visto que estes serão agregados em freguesias, as rotas obtidas através do estudo indicarão a ordem pela qual as freguesias se apresentam e não cada cliente.

Porém, verificando-se a insistente complexidade do número de freguesias devido ao seu elevado número (e do tempo computacional de resolução do problema), pratica-se o modelo p-mediana. De forma ao dividir o problema conjunto em sub-problemas e mais fáceis de resolver, aplicando-se, após o estudo, o modelo a cada grupo de clusters obtido pelo p-

mediana. É deste modo que se obtém como input a informação segregada, a partir dos dados recolhidos e do modelo p-mediana.

Tendo em conta as restrições subsequentes ao problema, definir-se-ão rotas óptimas e a frota de veículos necessária para realização das viagens de distribuição, ao mínimo custo possível.

## **4.2 – Conclusão**

Neste capítulo, iniciam-se a apresentação dos dados pesquisados referentes à empresa, para se proceder à sua caracterização, no que respeita aos pontos-chave: constituição da frota, número de clientes, quantidade de caixas a entregar e a recolher, custos de transporte associados a cada tipo de veículo e o tempo dispendido em cada visita.

Matematicamente, o modelo é formulado e efectiva-se o teste e validação através de uma amostra com dez freguesias, com o objectivo de se verificar a existência de erros nas simplificações. Este modelo encontra-se particularizado no Anexo A.

É desta forma que os clientes são agregados nas freguesias de onde provêm, assim como as caixas de material a entregar e recolher esta informação encontra-se no Anexo D.

Porém, como o número de pontos a visitar continua elevado, aplica-se o já referido modelo p-mediana para se dividir o problema principal em sub-problemas simplificados. A definição do modelo p-mediana e a apresentação dos resultados atingidos com este modelo, encontram-se descritos no Anexo B.

## 5 Resolução do Caso de Estudo

Tratados os dados inseridos e aplicados os modelos matemáticos suportados por um problema de planeamento de rotas de distribuição com entregas e recolhas (VRPPD) com frota heterogénea, verificou-se a necessidade de recurso ao modelo p-mediana (Anexo B), objectivando-se a simplificação do problema e pretendendo-se chegar a uma solução que seja adequada à realidade da empresa em estudo.

Esta meta resolutiva, possibilita à MNM,SA o fornecimento de um conjunto de rotas óptimas que reduzem custos de transporte entre o centro de distribuição e os diversos pontos de visita, a satisfazer. Os modelos matemáticos permitem a apresentação de uma lista ordenada de *clusters* a visitar, almejando-se a minimização dos custos associados à operação de distribuição.

Traçando-se o objectivo de estabelecimento de um conjunto mais alargado de soluções viáveis, foram construídos dois cenários díspares: o primeiro resulta da aplicabilidade do modelo Real –e o segundo corresponde o modelo VRPPD.

O modelo referiu-se a 22 dias do mês de Novembro de 2010 (números de dias de operação), que se encontram agrupados em 44 segregações, no total. Este cálculo foi conseguido por, numa primeira fase se proceder à agregação de clientes nas suas freguesias e, numa segunda etapa, através da prática do modelo p-mediana.

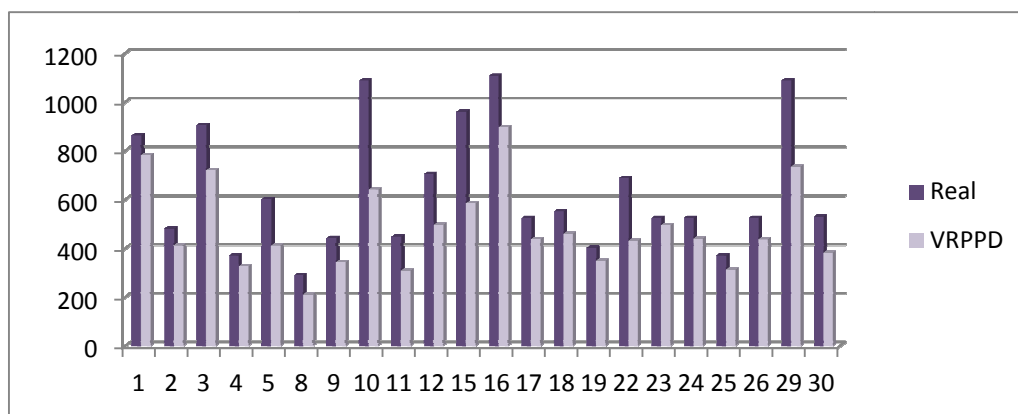
Assim sendo, obtém-se grupos de, no máximo, 12 freguesias, sendo possível a aplicação do modelo num total de 44 vezes para cada situação, equivalendo ao número de grupos auferido.

Na realização deste estudo são comparados o modelo real vs o VRPPD, durante o mês de Novembro de 2010.

### 5.1 Comparação Cenário Real vs VRPPD

Como já foi exposto, foi aplicado o modelo desenvolvido com base no problema de VRPPD, tendo em consideração a frota de automóveis existentes em Novembro de 2010. A Figura (5.1) apresenta a análise comparativa da distância percorrida entre estes dois cenários.

**Figura 5.1 - Análise comparativa das distâncias percorridas para os dois cenários.**



Na Tabela ( 5.1 ) apresenta-se um quadro resumo com a distância total e a distância média diária percorridas por cada dia no mês de Novembro de 2010.

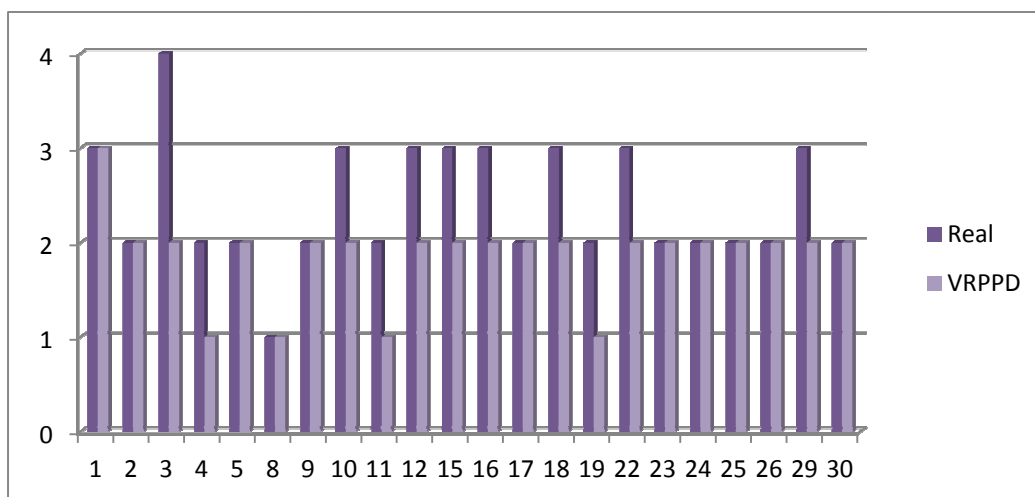
**Tabela 5.1 – Distância Real Vs Distância VRPPD Novembro 2010.**

	<b>Distância Percorrida Real</b>	<b>Distância Percorrida VRPPD</b>
<b>Média Diária</b>	636.3	475.9
<b>Total</b>	14000	10470

Comparativamente com o cenário real juntamente com os resultados obtidos para o VRPPD, podemos verificar que resulta numa redução significativa de 3529 km mensais e em média 160 km por dia, o que representa numa melhoria bastante significativa dos resultados.

Na gráfico ( 5.2 ) pode-se observar a análise comparativa do número de veículos utilizados entre o cenário real, e os resultados obtidos no modelo VRPPD.

**Figura 5.2 – Análise comparativa do número de veículos utilizados.**



Na Tabela ( 5.2 ) apresenta-se um quadro resumo com o número de veículos utilizados e o número médio diário de veículos para mês de Novembro de 2010.

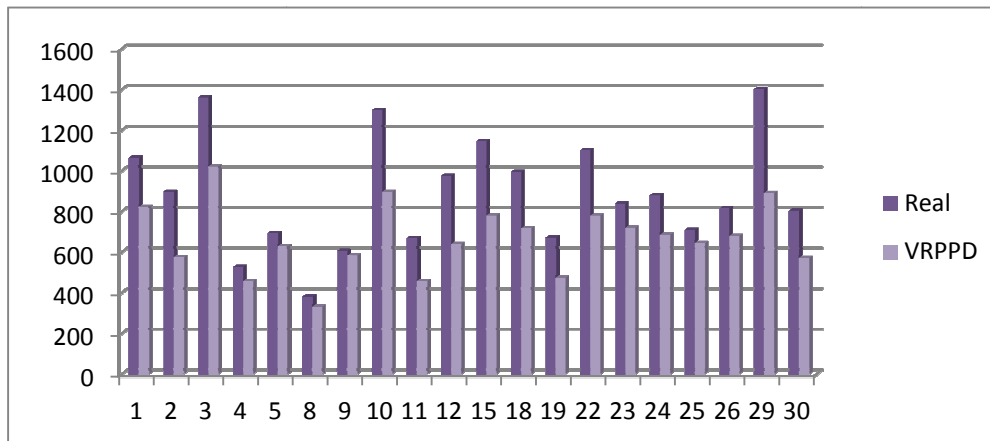
**Tabela 5. 2 – Quadro resumo do número de veículos utilizados.**

	<b>Veículos Utilizados Real</b>	<b>Veículos Utilizados VRPPD</b>
<b>Média</b>	3	2
<b>Total</b>	53	41

Relativamente aos resultados obtidos pela empresa, o cenário real mostra a necessidade de 53 veículos para realizar a operação de distribuição para todo o mês de Novembro 2010, o que representa uma diminuição de 12 veículos para o cenário VRPPD. Em termos médios, este cenário permite a redução de 1 veículo por dia.

Quanto ao tempo necessário para realizar as operações diárias, a Figura ( 5.3 ) apresenta um gráfico onde compara mais uma vez o cenário real, e o resultado do cenário VRPPD.

**Figura 5. 3 – Análise comparativa da duração das rotas para o Cenário Real vs VRPPD.**



Na tabela 5.3 apresenta-se um quadro resumo com a duração total e média diária das rotas, para o mês de Novembro 2010.

**Tabela 5. 3 – Quadro resumo da duração das rotas para o Cenário Real vs VRPPD.**

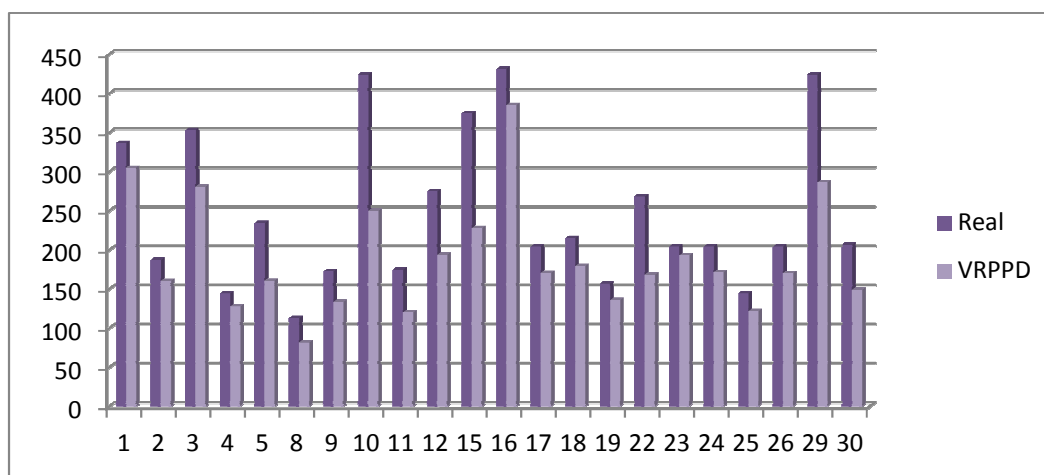
	<b>Duração da Rota Real (Minutos)</b>	<b>Duração da Rota VRPPD (Minutos)</b>
<b>Média Total</b>	902	682
<b>Total</b>	19833	15004

Comparando os resultados obtidos no cenário real com os resultados do VRPPD, verifica-se uma redução muito significativa na duração total das rotas, sendo esta de 4829 minutos, aproximadamente 80 horas, o que representa uma redução diária de 220 minutos.

Esta significativa redução pode ser explicada pelo facto do tempo variável em cada freguesia considerado no modelo não retratar correctamente a realidade, pois existem diversos factores difíceis de quantificar que podem inflacionar o tempo dispendido em cada cliente.

Na Figura ( 5.4 ), podem comparar-se os custos com a operação de distribuição, entre o cenário real , e os resultados obtidos para o cenário VRPPD.

**Figura 5.4 – Análise comparativa de custos de distribuição Real vs VRPPD.**



Na Tabela ( 5.4 ) pode observar-se em detalhe quais os valores envolvidos para cada dia de distribuição, bem como o custo total da operação nesse mês.

**Tabela 5.4 – Custos diários de distribuição Cenário Real vs VRPPD.**

	<b>Custos Reais (€)</b>	<b>Custos VRPPD (€)</b>
<b>Custo Médio</b>	248	187
<b>Total</b>	5460	4119

Através da análise do gráfico pode verificar-se que os custos fornecidos pelo modelo matemático para este cenário são substancialmente menores do que aqueles que a empresa teve efectivamente de suportar durante esse mês.

Comparando os resultados obtidos verifica-se uma redução significativa dos custos para o Cenário VRPPD, que apresenta uma redução de 1341 euros mensais comparativamente aos

custos em que incorreu no cenário Real, o que se traduz numa redução média diária de 61 euros.

Apesar da distância percorrida e o número de veículos utilizados serem bastante similares entre o Cenário Real e o Cenário VRPPD, existe uma disparidade no que respeita aos custos, uma vez que os custos com o leasing das viaturas foram considerados como variáveis sendo na verdade custos fixos. Esta redução é também motivada pela melhoria na agregação de clientes que permitiu fornecer uma solução mais adequada à realidade da empresa. Pode-se ainda concluir que este cenário veio melhorar significativamente os resultados, um dos objectivos do trabalho.

## 5.2 - Comparação dos Cenários

Feito as análises para todos os dias do mês de Novembro de 2010, podemos então fazer a comparação entre ambos os cenários Real vs VRPPD. De seguida, apresentam-se na Tabela ( 5.5 ) os resultados obtidos nos três cenários para o dia 1 de Novembro de 2010.

**Tabela 5. 5– Resultados da aplicação dos 2 cenários para o dia 1 de Novembro.**

Cenário	Grupo	Custo total Dia (€)	Distância Total Percorrida (Km)	Duração Total das Rotas (Minutos)	Duração Média de Cada Rota (Minutos)	Número de Veículos Utilizados
Real	1	118	302.3	373.1		1
	2	135	345.4	426.4	355.3	1
	3	84.2	215.9	266.5		1
	<b>Total</b>	<b>337.2</b>	<b>863.6</b>	<b>1066</b>		<b>3</b>
VRPPD	1	45.63	117	161		1
	2	154.44	396	404	274.3	1
	3	104.91	269	258		1
	<b>Total</b>	<b>304.98</b>	<b>782</b>	<b>823</b>		<b>3</b>

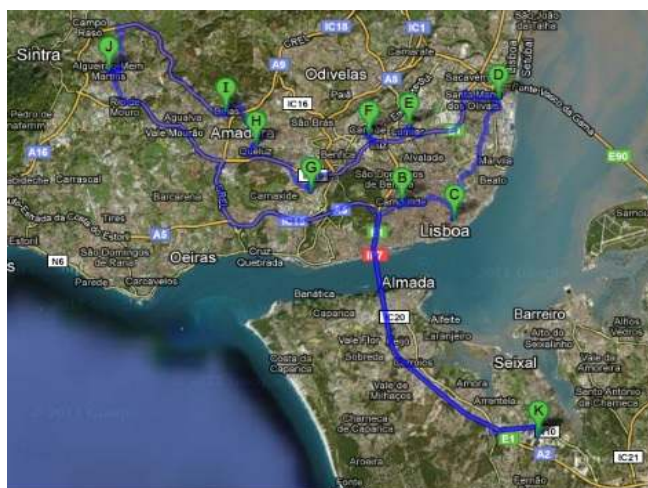
Como podemos ver na Tabela anterior, o cenário VRPPD apresenta os melhores resultados, podemos então concluir que existe uma optimização no modelo proposto neste trabalho. De seguida apresentam-se as representações esquemáticas das rotas para o cenário VRPPD, juntamente com os clusters que constituem cada um dos grupos (Tabelas 5.6, 5.7 e 5.8 e Figuras 5.5, 5.6 e 5.7).

O cenário VRPPD divide-se em 3 grupos, os primeiro com 10 clusters, o segundo com 12 e o terceiro com 8. O primeiro grupo encontra-se presente na tabela ( B.2) no Anexo B.

**Tabela 5. 6 – Clusters VRPPD, Grupo 1.**

Parque Industrial
Seixal
Campolide
Graça
Moscavide
Lumiar
Carnide
Alfragide
Queluz
Belas
Cacém
Mem Martins
Parque Industrial
Seixal

**Figura 5. 5 – Rotas distribuição VRPPD, Grupo 1.**



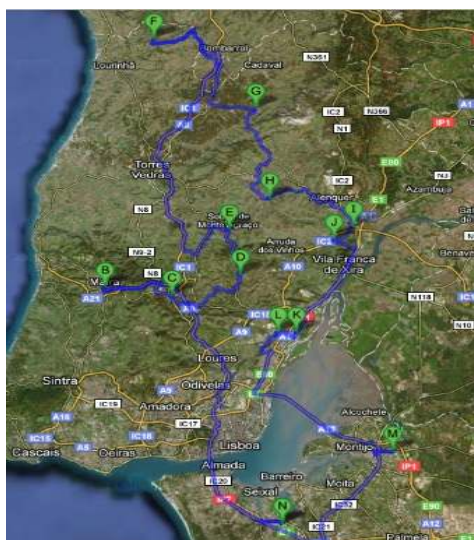
**Rota:** Armazém - Campolide – Graça – Lumiar – Carnide – Alfragide – Queluz – Belas – Cacém – Mem Martins – Armazém.

O Grupo 2 encontra-se presente na Tabela ( 5.7 ) e as rotas de distribuição encontram-se representadas na Figura ( 5.2 ).

**Tabela 5. 7 – Clusters VRPPD, Grupo 2.**

Parque Industrial
Seixal
Mafra
Venda Do
Pinheiro
Arranhó
Sobral Do Monte
Agraço
Atalaia
Forte da Casa
Vialonga
Moledo
Vilar
Ribafria
Carregado
Cadafais
Parque Industrial
Seixal

**Figura 5. 6 – Rotas distribuição VRPPD, Grupo 2.**





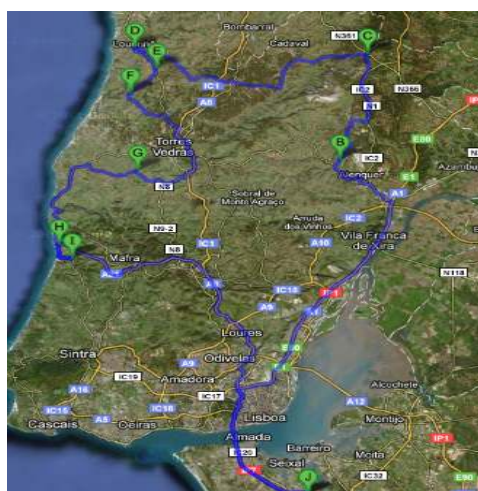
**Rota:** Armazém – Mafra – Venda do Pinheiro – Arranho – Sobral do Monte Agraço – Atalaia – Forte da Casa – Vialonga – Moledo – Vilar – Ribafria – Carregado – Cadafais – Armazém.

O grupo 3 encontra-se presente na tabela (5.8) e as rotas de distribuição encontram-se representadas na figura (5.3)

**Tabela 5. 8 - Clusters VRPPD, Grupo 3.**

Parque Industrial Seixal
Meca
Cercal
Lourinhã
Marteleira
Vimeiro
Ventosa
Ericeira
Carvoeira
Parque Industrial Seixal

**Figura 5. 7 – Rotas distribuição VRPPD, Grupo 3.**



**Rota :** Armazém – Meca – Cercal – Lourinhã – Marteleira – Vimeiro – Ventosa – Ericeira – Carvoeira – Armazém.

### 5.3 – Conclusão

Após a aplicação do modelo em todos os dias de distribuição do mês de Novembro, conclui-se que o desenvolvimento de modelos matemáticos é fulcral para a melhoria contínua das empresas, inseridas em mercados competitivos.

Com este estudo, o modelo permitiu baixar o nível de veículos necessários para realizar o plano de distribuição dos produtos, sendo possível visitar o mesmo fluxo de clientes, utilizando menos veículos, o que implica, logicamente, a diminuição dos custos logísticos da empresa. No modelo de VRPPD, observa-se uma redução saliente no que concerne ao nível do número de veículos, da distância a percorrer, do tempo em média de cada rota ou dos custos da operação verificados na realidade da empresa. A aplicação do modelo tem como vantagem o estabelecimento de rotas óptimas, o número de veículos necessário, a distância total a percorrer e o tempo dispensado, para que os requerimentos dos clientes sejam prontamente satisfeitos.

## 6 Conclusões e Recomendações

A necessidade de estudar os problemas do planeamento de rotas surge devido à relevância que a função de transporte adquire, nos dias que correm, quer a nível dos custos logísticos quer como contributo dos transportes na satisfação dos clientes.

Neste sentido, desenvolveu-se o presente projecto, pretendendo-se otimizar as rotas e a frota da empresa MNM,SA promovendo o alcance da sua eficiência económica e conservando a qualidade dos serviços que presta.

O modelo matemático desenvolvido foi implementado no software *Mathematics*, para se definir rotas óptimas que permitam a minimização dos custos totais, custos estes referentes ao número de veículos da frota, o tempo ou a distância total das viagens das rotas, tendo em conta a capacidade de transporte de cada veículo. Este modelo permitirá definir as rotas por veículo, o tempo e a distância percorridos por cada veículo na distribuição dos vários pontos de entrega, para que os custos de logística sejam diminuídos.

O actual projecto dirigiu-se à zona de Lisboa, onde a tarefa de distribuição se caracteriza como problemática, provocada pela existência de ruas estreitas e à falta de estacionamento em pontos de entrega de alguns clientes. O mês tido como estudo foi o mês de Novembro, uma vez que foi nesta altura do ano que se verificou uma maior procura de material.

Os Vehicle Routing Problems (VRP) são constituídos segundo várias variantes. Após a revisão da literatura, pode descrever-se o problema analisado como sendo do tipo VRPPD com frota heterogénea, já que cada cliente possui um determinado número de cargas a entregar e a recolher, devido a produtos defeituosos, carga esta que não poderá ser superior à capacidade máxima do veículo.

Devida à complexidade do caso a tratar, agregaram-se os milhares de clientes lisboetas em freguesias de onde provinham, avançando-se para uma redução bastante significativa do número de pontos de procura. Quanto aos produtos, estes caracterizam-se de forma divergente, pelo que se optou por agrupá-los em caixas, procedendo-se à sua homogeneização. Considerou-se que cada caixa possuía um peso entre os 10 e os 15kg (sendo o peso um factor limite, confrontada com a capacidade do veículo).

Apesar da criação dos chamados *clusters*, a amostra de clientes continuou elevada, impossibilitando a aplicação do modelo VRRPD. Desta feita, aplicou-se o modelo p-mediana, dividindo os *clusters* em grupos mais pequenos, para que o modelo VRPPD pudesse fornecer dados óptimos em tempo computacional aceitável. Realizado este processo, aplicou-se finalmente o modelo VRRPD a todos os grupos definidos para cada dia de distribuição, concluindo-se pela existência de melhorias quando se faz a comparação entre o referido modelo e a realidade da empresa.

Em conclusão, este modelo matemático viabiliza a definição de rotas óptimas, resultando uma diminuição do número de veículos a utilizar, da distância total a percorrer e do tempo de deslocações. Estas conduzem a uma redução do custo da logística, porém tem de se ter em conta as sub-divisões que foram levadas a cabo, uma vez que os resultados poderiam ser diferentes, se tivesse recorrido a um só cálculo.

Este modelo teve o objectivo de se tornar uma ferramenta de apoio à decisão para a empresa. Assim, num plano de trabalho futuro, a MNM,SA poderá aplicar o mesmo modelo a outras zonas geográficas do país, assegurando a redução de custos da logística e mantendo a satisfação dos seus clientes, a nível nacional.

Também deverá ser investido mais tempo na resolução do mesmo problema, mas com menos agregação, já que ao agregar os dados, pode influenciar os resultados obtidos. Tendo em conta a elevada complexidade do problema em estudo, devem ser analisados outros métodos de resolução, nomeadamente a combinação do modelo matemático com algumas heurísticas.

**Referências Bibliográficas**

- AMPONSAH, S. e SALHI, S. (2004).- The investigation of a class of capacitated arc routing problems: The collection of garbage in developing countries, *Waste Management*, pp. 24-711.
- ANGELELLI, e SPERANZA, M. (2002). The periodic vehicle routing problem with intermediate facilities, *European Journal of Operational Research* pp. 137-233.
- ARCHETTI, (2008). An Optimization-Based Heuristic for the Split Delivery Vehicle Routing Problem, *Transportation Science*.
- BERBEGLIA, G., CORDEAU, J., GRIBKOVSKAIA, I. e LAPORTE, G. (2007). Static pickup and delivery problems: a classification scheme and survey, *TOP: business and economics*, pp. 15-17.
- BODIN, L., GOLDEN, B., ASSAD, A., BAL, A.L. (1983). Routing end Scheduling of Vehicles and Crews: the state of the art, *Computer & Operations Research*, Special Issue, pp. 10-63.
- BRAYSY, O. e GENDREAU, M. (2005). Genetic Algorithms for the Vehicle Routing Problem with Time Windows, *Transportation Science*, pp. 39-119.
- BRESLIN, P. e KEANE, A. (1997). The capacitated arc routing problem: Lower bounds. University College Dublin, Management Information Systems Department.
- CAMPBELL, A. e SAVELSBERGH, M. (2004). Efficient Insertion Heuristics for Vehicle Routing and Scheduling Problems, *Transportation Science*.
- CARLSSON, J., GE, D., SUBRAMANIAM, A., WU, A. e YE, Y. (2007). Solving the min-max multi-depot vehicle routing problem, *Proceedings of the 2007 Fields Institute Workshop on Global Optimization*, Toronto, Canada.
- CARVALHO, J., *Logística*. 3ª ed. Lisboa: Edições Sílabo, 2002.

- CHO, Y. e WANG, S. (2005). A Threshold Accepting Meta-Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Backhauls and Time Windows, *Journal of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*.
- CLARK G. e. WRIGHT, W. (1964), Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points, *Operations Research*, pp. 12-568.
- DANTZIG, G., FULKERSON, R. e JOHNSON, S. (1954). Solution of a large-scale travelling salesman problem, *Operations Research*.
- DETHLOFF, J. (2001). Vehicle routing and reverse logistics: The vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up, *OR Spectrum* pp. 23-79.
- EILON, S., WATSON-GANDY, C. e CHRISTOFIDES, N. (1971). *Distribution Management: Mathematical Modeling and Practical Analysis*. Hafner, New York.
- FALLAHI, A., PRINS, C. e CALVO, R. (2008). A memetic algorithm and a tabu search for the multi-compartment vehicle routing problem, *Computers & Operations Research*, pp. 35-172.
- FISHER, M. e (1994), Optimal solution of vehicle routing problems using minimum k-trees, *Operations Research*.
- FISHER, M. e JAIKUMUR R.. (1981). A generalized assignment heuristic for vehicle routing, *Networks*, pp. 11-109.
- FRANCIS, P., SMILOWITZ, K. e TZUR, M. (2006). The Period Vehicle Routing Problem with Service Choice, *Transportation Science*, pp. 404-439.
- FRANCIS, P., ZHANG, G. e SMILOWITZ, K. (2007). Improved modeling and solution methods for the multi-resource routing problem, *European Journal of Operational Research*.
- GHAZIRI (2006), Self-organizing feature maps for the vehicle routing problem with backhauls, *Journal of Scheduling*, pp. 9-97.

- GRANT, D., LAMBERT, D., STOCK, J. e ELLRAM, L. (2006). *Fundamentals of Logistics Management*, Mc GrawHill, European Edition.
- GREGORY, G. e PUNNEN, A. (2002). *The traveling salesman problem and its variations*, Springer.
- HAKIMI, S. L. (1964). Optimum location of switching centers and the absolute centers and the medians of a graph, *Operations Research*.
- HELLER, I. (1953). On the problem of the shortest path between points, Bulletin of the American Mathematical Society.
- HILLIER, F. e LIBERMAN, G. (2006). *Introdução à pesquisa operacional*, 8ª Ed., Mc GrawHill.
- HO, W., HO, G., JI, P. e LAU, H. (2008). A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, pp. 214-548.
- HOFF, A., GRIBKOVSKAIA, I., LAPORTE, G. e LØKKETANGEN, A. (2009). Lasso solution strategies for the vehicle routing problem with pickups and deliveries, *European Journal of Operational Research*, pp. 192-755.
- JACOBS-BLECHA, (1998). The Vehicle Routing Problem With Backhauls: Properties and Solution Algorithms, Georgia Tech Research Corporation.
- KIMA, B., KIMB, S. e SAHOOB, S. (2006). Waste collection vehicle routing problem with time windows, *Computers & Operations Research*.
- KINDERWATER, G. e SAVELSBERGH, M. (1997). *Vehicle Routing: Handling Edge Exchanges, Local Search in Combinatorial Optimization*, Wiley, Chichester.
- KIRKPATRICK, S., GELATT, C. e VECCHI, M. (1983). Optimization by simulated annealing, *Science*, pp. 220-671.
- KOOPMANS, T. C. (1949). Optimum Utilization of the Transportation System, Proceedings of the International Statistical Conferences.

- KUHN, H. W. (1955). On certain convex polyhedra, *Bulletin of the American Mathematical Society*, pp. 61-557.
- LI, F., GOLDEN B. e WASIL, E. (2007). The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results, *Computers and Operations Research*.
- MESTER, D., BRAYSY, O. E DULLAERT, W. (2007). A multi-parametric evolution strategies algorithm for vehicle routing problems, *Expert Systems with Applications*, pp. 508–517..
- MIN, H., (1989). The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points, *Transportation Research Part A*, pp. 235-377.
- TARANTILIS, C. e KIRANOUDIS, C. (2002). Distribution of fresh meat, *Journal of Food Engineering*, pp. 51-85.
- TAVARES, J., MACHADO, P., PEREIRA, F. e COSTA, E. (2002). Vehicle Routing Problem: Doing it the Evolutionary Way, Proceedings of the 2003 ACM symposium on Applied computing.
- TOTH, P. e VIGO, D. (2002). The Vehicle Routing Problem, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Philadelphia.
- VIANNA, D., OCHI, S. e DRUMMOND L. (1999). A parallel hybrid evolutionary metaheuristic for the period vehicle routing problem. Universidade Federal Fluminense.

## Anexo A

É de extrema importância o teste e o aperfeiçoamento do modelo de modo a corrigir o maior número de falhas possível, e assim permite aumentar a validade dos resultados obtidos.

Deste modo, o modelo foi testado com um exemplo de menor dimensão, no qual constam apenas dez pontos de entrega ( $i1$  a  $i10$ ) e o centro de distribuição ( $i0$ ), estando na Tabela (A.1) o nome da cada freguesia a visitar e o respectivo índice. As quantidades  $q_i$  a serem entregues e as  $r_i$  a serem recolhidas, encontram-se representadas na Tabela (A.2), bem como o valor máximo entre estas duas quantidades, para cada cluster, e também o tempo variável, em minutos, necessário para efectuar as entregas e as recolhas em cada ponto.

**Tabela A . 1– Freguesias a visitar**

Índice	Freguesias
i1	Ajuda
i2	Ameixoeira
i3	Benfica
i4	Charneca
i5	Lumiar
i6	Lapa
i7	Penha França
i8	Sacramento
i9	Santa Justa
i10	Sé

**Tabela A . 2 – Parâmetros dos pontos de visita.**

	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10
<b>Q</b>	8	8	5	7	4	2	6	9	3	6
<b>R</b>	0	0	2	0	1	0	0	1	0	0
<b>Maqr</b>	8	8	5	7	4	2	6	9	3	6
<b>Tv (min)</b>	12	12	8	11	6	3	9	11	5	9

Para este problema, foram considerados três veículos, cujas capacidades e o custo unitário de percorrer cada quilómetro,  $cdistv$ , se encontram na Tabela (A.3).



**Tabela A . 3 – Parâmetros dos veículos.**

	V1	V2	V3
Capv	90	35	35
Cdis(€)	0,43	0,39	0,39

A distância, em Km e o tempo, em minutos, necessários para a viagem entre os vários pontos de entrega, incluindo também o centro de distribuição, estão resumidos nas Tabelas ( A.4 ) e ( A.5 ).

**Tabela A . 4 – Tempo de viagem entre os vários pontos (em minutos).**

	i0	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10
i0	0	24	25	27	28	26	22	27	24	27	27
i1	23	0	17	16	20	18	13	17	15	17	17
i2	27	21	0	13	3	11	20	18	19	21	23
i3	28	16	15	0	18	15	19	22	19	22	23
i4	28	22	4	13	0	9	20	19	20	23	23
i5	26	19	9	11	10	0	18	15	17	18	20
i6	22	12	17	19	20	18	0	15	9	12	10
i7	27	19	18	20	18	15	16	0	8	6	7
i8	26	16	20	22	23	19	10	9	0	4	4
i9	27	19	20	24	22	17	14	6	4	0	5
i10	28	18	21	23	23	18	13	8	5	3	0

**Tabela A . 5 – Distância de viagem entre os vários pontos (em Km).**

	i0	i1	i2	i3	i4	i5	i6	i7	i8	i9	i10
i0	0	22.1	27.0	26.4	28.1	26.2	19.5	23.2	22.2	23.5	23.1
i1	23.1	0	12.2	7.2	13.3	10.2	6.0	9.4	8.4	9.7	8.4
i2	28.9	15.4	0	8.4	1.1	4.7	13.3	12.5	11.8	13.9	12.7
i3	24.5	6.6	8.4	0	9.5	6.4	8.8	10.8	9.8	11.1	10.7
i4	28.2	14.7	2.1	7.7	0	4.4	12.6	9.0	11.1	9.5	12.3
i5	26.0	12.6	3.6	5.4	4.2	0	10.4	6.3	7.3	7.2	8.2
i6	20.8	5.5	11.6	11.0	12.7	10.8	0	6.1	3.5	4.0	4.0
i7	24.0	9.9	10.5	11.0	8.8	5.5	5.8	0	2.9	2.1	2.6
i8	22.7	7.4	11.3	10.6	12.4	7.7	3.7	3.4	0	1.7	1.0
i9	23.8	8.4	11.3	12.5	10.3	6.4	4.7	2.1	1.3	0	1.4
i10	24.0	7.8	11.2	10.6	11.0	7.1	4.1	2.9	1.5	1.2	0

Com a aplicação do modelo, podemos concluir que são necessários apenas dois veículos para efectuar a operação de distribuição. As rotas determinadas, de modo a diminuir os custos de transporte, satisfazendo todos os pedidos dos clientes, são as seguintes:

**Rota 1** (veículo 1) : i0 – i6 – i9 – i3 – i5 – i7 – i0

**Rota 2** (veículo 2) : i0 – i1 – i10 – i8 – i2 – i4 – i0

Para uma melhor compreensão das rotas obtidas, encontram-se na Figura ( A.1 ) e ( A.2 ) as suas representações geográficas.

**Figura A. 1 - Representação da rota 1**



**Figura A. 2 - Representação da rota 2**



Neste caso, o custo total da operação de distribuição, incluindo a entrega e a recolha das caixas com o material , assume um valor de 171 € para o dia considerado. É de notar que apesar de estarem três veículos disponíveis, apenas foram necessários dois, de modo a otimizar a utilização de cada um e minimizar os custos envolvidos. A distância total percorrida e o tempo total necessário para efectuar as rotas, foi respectivamente, pelo veículo 1 de 72.7 km e 115 minutos, pelo veículo 2 foi de 72.6 km e 97 minutos.

---

## Anexo B

### Tratamento de Dados - Problema P-mediana

A resolução deste problema permite determinar em que pontos as infra-estruturas devem ser instaladas e quais os clientes associados a cada uma das infra-estruturas, com o objectivo de minimizar a distância percorrida no total. A primeira formulação matemática deste problema, foi apresentada por (Hakimi, 1964) e actualmente é muito conhecido como sendo um problema NP-Hard.

### Modelo matemático de um problema P-mediana

Dado um determinado número  $p$  de infra-estruturas a localizar e um número  $n$  de pontos de procura que têm que ser satisfeitos, pode-se definir matematicamente o problema, identificando de seguida os índices, os parâmetros, as variáveis e as diversas funções.

#### - Índices

- $i, j$  – locais considerados.

#### - Parâmetros

- $d_{ij}$  – distância a percorrer do local  $i$  para o local  $j$ .
- $p$  – número total de medianas a considerar.

#### - Variável de decisão

- $x_{ij}$  – variável binária que assume o valor 1 se o local  $i$  está associado à mediana de local  $j$  e o valor 0 no caso contrário.

### Função Objectivo

$$\text{Minimizar } \sum_{i=0} \sum_{j=0} d_{ij} \cdot x_{ij} \quad (5.1)$$

A equação (5.1) permite minimizar o somatório da distância percorrida entre cada mediana e todos os pontos que lhe estão associados.

**Restrições**

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad \forall j \quad (5.2)$$

A equação (5.2) garante que cada ponto  $j$  está associado a uma e a uma só mediana.

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = p \quad (5.3)$$

A restrição (5.3) permite que o número  $p$  de medianas a considerar seja respeitado.

$$X_{ij} \leq x_{ii}, \quad \forall j \quad (5.4)$$

A equação (5.4) garante que os pontos são apenas ligados a pontos que sejam considerados medianas. As equações (5.2) e (5.4) são responsáveis por cada ponto  $j$  ser alocado a um e um só ponto  $i$ , que deve ser uma mediana.

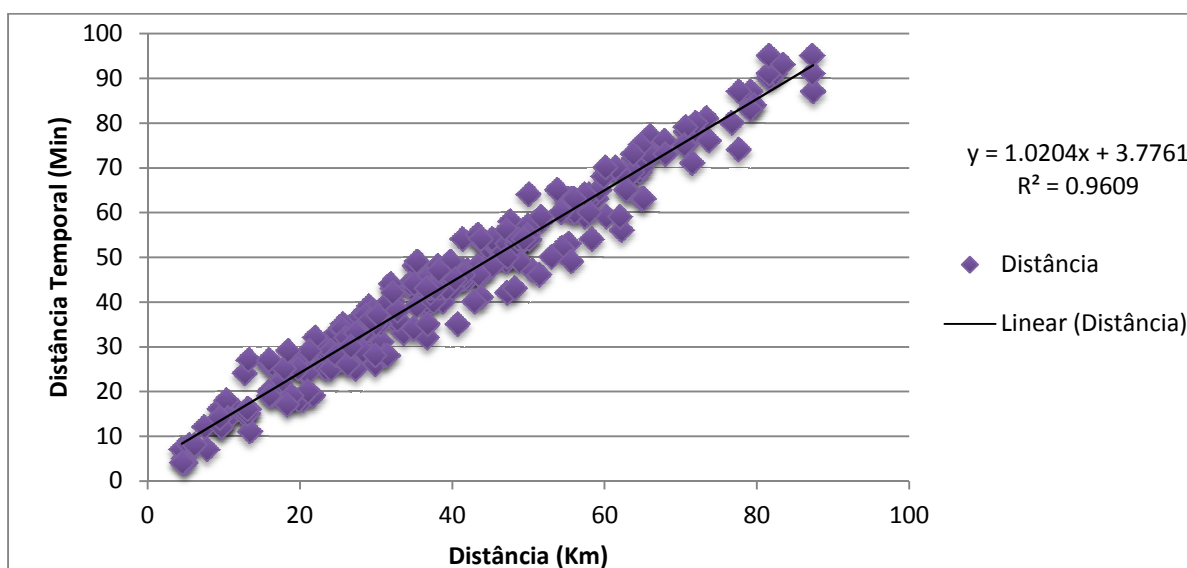
$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \quad (5.5)$$

A equação (5.5) garante que a variável  $x$  é uma variável binária, só podendo assumir o valor 0 ou 1.

**Aplicação do modelo P-mediana**

Foi efectuado um estudo da correlação entre estes dois parâmetros, tentando-se perceber se o tempo necessário para ir de um determinado ponto até outro, está directamente relacionado com a distância a percorrer entre esses mesmos pontos considerados.

Deste modo, esta análise foi realizada para o dia 1 de Novembro de 2010, o primeiro em que se verifica a operação de distribuição no intervalo de tempo em estudo. Os resultados encontram-se esquematizados no gráfico presente na Figura ( B.1 ).

**Figura B. 1 – Gráfico de dispersão entre a distância e o tempo.**

Ao ajustar uma função linear aos pontos dispersos, obteve-se um coeficiente de correlação com o valor de, aproximadamente, 0,9609. Isto indica que a correlação entre as variáveis é muito elevada, ou seja, o tempo necessário para ir de um ponto para outro está directamente relacionado com a distância a percorrer. Deste modo, as freguesias serão agrupadas tendo em vista a minimização da distância entre elas, dado que se fosse utilizado o tempo, os resultados não iriam variar muito.

O número de clusters a ter em conta, não deve ser demasiado elevado, porque quanto mais se divide o problema em sub-problemas, maior a influência na optimização, deixando o problema de ser visto como um todo. Assim, o número de clusters deve ser o mínimo possível de modo a garantir a diminuição da complexidade do problema e, respectiva resolução num tempo computacional considerado aceitável. Para se perceber qual a quantidade a considerar, o modelo desenvolvido (VRPPD) foi testado para diferentes quantidades de pontos de procura e os resultados computacionais obtidos foram resumidos na Tabela ( B.1 ).

**Tabela B. 1 - Variação dos resultados computacionais com o número de freguesias.**

<b>Nº de Freguesias</b>	<b>Nº de Variáveis</b>	<b>Nº de Restrições</b>	<b>Tempo de Execução CPU (Segundos)</b>
2	99	165	0.11
7	537	1350	4.46
10	1003	1845	6
12	1606	3003	3404
15	2088	3935	5256
17	2634	4995	5590

Após a aplicação computacional, podemos concluir que com o número de freguesias inferior a 10, a solução é obtida com um tempo de execução muito reduzido. Por outro lado, nota-se um aumento de complexidade quando a quantidade de freguesias é de 17. Assim sendo, o número óptimo de freguesias a visitar é de 12. Dado que a quantidade de freguesias a visitar em cada dia varia, numa primeira fase aplica-se o modelo p-mediana utilizando um número p de medianas de modo a dividir o número total de freguesias numa quantidade considerada razoável. O modelo p-mediana ao dia 1 de Novembro 2010, divide o problema com 30 clusters em dois sub-problemas de menores dimensões, uma vez que o número óptimo de clientes a considerar foi de 12. Os resultados desta divisão estão descritos na Tabela ( B.2 ), onde se encontram destacadas as medianas de cada grupo.

**Tabela B. 2 - Resultados da aplicação do modelo P-mediana para o dia 1 de Novembro 2010.**

<b>Nº de Freguesias</b>	<b>Grupo 1</b>	<b>Grupo 2</b>	<b>Grupo3</b>
1	Campolide	Mafra	Meca
2	Graça	Venda Do Pinheiro	Cercal
3	Moscavide	Arranhó	Lourinhã
4	Lumiar	Sobral Do Monte Agraço	Marteleira
5	Carnide	Atalaia	Vimeiro
6	Alfragide	Forte da Casa	Ventosa
7	Queluz	Vialonga	Ericeira
8	Belas	Moledo	Carvoeira
9	Cacém	Vilar	
10	Mem Martins	Ribafria	
11		Carregado	
12		Cadafais	

A aplicação do modelo p-mediana surge da necessidade de diminuir a complexidade associada a este tipo de problemas.

Neste anexo o modelo matemático para o problema p-mediana foi definido e formulado. Trata-se de um problema de localização, que consiste em localizar um conjunto de infra-estruturas, procurando minimizar a soma total da distância a percorrer e satisfazer a procura. Para desenvolver este modelo é necessário inferir sobre o número máximo de clusters que permitem ao modelo matemático desenvolvido no capítulo 4 fornecer uma solução óptima em tempo computacional aceitável. Assim, verificou-se que com um máximo de 12 clusters por mediana seria o cenário óptimo para o modelo aplicável à frota actual da empresa.

Uma quantidade superior implica um tempo de computação mais elevado e nem sempre se atinge a solução óptima. Por outro lado, uma quantidade inferior implica a perda de representatividade face à realidade do problema. O modelo foi aplicado a todos os dias em que ocorreu a operação de distribuição no mês de Novembro de 2010 e os seus resultados encontram-se resumidos no capítulo 5.

## Anexo C

Tabela C. 1 - Matriz da distância total para o dia 1 de Novembro de 2010.

	<b>i0</b>	<b>i1</b>	<b>i2</b>	<b>i3</b>	<b>i4</b>	<b>i5</b>	<b>i6</b>	<b>i7</b>	<b>i8</b>	<b>i9</b>	<b>i10</b>	<b>i11</b>	<b>i12</b>	<b>i13</b>	<b>i14</b>	<b>i15</b>
<b>i0</b>	0	24	24	26	20	25	30	29	36	38	41	44	43	64	64	80
<b>i1</b>	25	0	9.5	3.6	5.5	6.2	8.8	9.5	14	13	19	22	21	42	31	58
<b>i2</b>	26	3.4	0	7.5	4.6	12	8.6	19	22	25	28	23	22	47	38	52
<b>i3</b>	26	5.3	8.1	0	7	8.5	7.8	12	16	15	21	21	20	40	29	45
<b>i4</b>	21	5.9	4.3	7.7	0	7.9	12	13	19	22	24	25	24	59	47	46
<b>i5</b>	25	6.5	6.8	8.4	8.5	0	11	6.2	11	9.4	16	27	26	47	40	63
<b>i6</b>	33	10	10	8.4	14	15	0	19	23	22	28	16	13	42	30	57
<b>i7</b>	29	9.8	15	12	11	5.5	17	0	7.5	4.5	13	30	38	49	37	35
<b>i8</b>	37	15	23	17	16	11	22	7.8	0	5.5	6.2	32	40	50	38	66
<b>i9</b>	39	13	26	15	14	8.9	20	4.2	4.8	0	13	29	37	47	35	29
<b>i10</b>	42	21	29	22	22	16	28	13	7.7	13	0	37	45	56	44	72
<b>i11</b>	44	21	23	19	25	26	17	30	32	28	37	0	4.6	27	18	43
<b>i12</b>	47	25	26	23	28	30	13	40	37	45	38	5	0	26	19	63
<b>i13</b>	64	41	47	40	45	46	41	48	49	45	54	28	27	0	9.5	40
<b>i14</b>	65	30	38	29	48	40	32	37	39	35	44	18	18	9.7	0	20
<b>i15</b>	79	57	63	56	60	62	57	63	65	61	70	54	62	11	20	0
<b>i16</b>	79	57	58	55	60	62	52	69	70	66	75	40	39	16	25	9.5
<b>i17</b>	82	59	65	58	63	64	59	66	67	63	72	56	65	39	42	23
<b>i18</b>	87	65	71	64	68	70	65	71	73	69	78	62	70	44	48	28
<b>i19</b>	63	40	41	38	44	45	35	52	53	50	58	24	23	20	26	25
<b>i20</b>	78	55	57	53	59	57	56	57	53	62	32	31	12	21	11	28
<b>i21</b>	89.7	67	73	66	71	72	67	74	71	80	65	73	26	35	50	66
<b>i22</b>	103	80	87	79	84	81	87	88	85	93	78	86	60	64	63	80
<b>i23</b>	58.4	36	42	35	39	41	36	42	44	31	23	33	41	46	31	34
<b>i24</b>	67.9	45	51	44	51	45	52	53.1	50	26	43	51	41	53	44	23
<b>i25</b>	49.5	27	33	26	30	32	27	33	35	31	40	24	32	35	22	38
<b>i26</b>	63	40	41	38	44	45	35	52	53	50	58	24	23	20	26	25
<b>i27</b>	78	55	57	53	59	57	56	57	53	62	32	31	12	21	11	28
<b>i28</b>	103	80	87	79	84	81	87	88	85	93	78	86	60	64	63	80
<b>i29</b>	65	30	38	29	48	40	32	37	39	35	44	18	18	9.7	15	20
<b>i30</b>	79	57	58	55	60	62	52	69	70	66	75	40	39	16	25	9.5



## Continuação da Matriz

	<b>i16</b>	<b>i17</b>	<b>i18</b>	<b>i19</b>	<b>i20</b>	<b>i21</b>	<b>i22</b>	<b>i23</b>	<b>i24</b>	<b>i25</b>	<b>i26</b>	<b>i27</b>	<b>i28</b>	<b>i29</b>	<b>i30</b>
<b>i0</b>	72	82	87	62	82	89.6	103	57	68	49	62	82	68	64	72
<b>i1</b>	51	60	66	41	47	90	52	57	63	49	41	47	63	31	51
<b>i2</b>	55	65	71	41	48	68	82	36	47	28	41	48	47	38	55
<b>i3</b>	48	58	64	40	46	66	79	34	44	25	40	46	44	29	48
<b>i4</b>	67	77	82	43	65	85	98	53	63	44	43	65	63	47	67
<b>i5</b>	55	65	71	46	58	73	86	41	51	32	46	58	51	40	55
<b>i6</b>	50	59	65	35	41	67	81	35	46	27	35	41	46	30	50
<b>i7</b>	57	66	72	53	54	74	88	42	53	34	53	54	53	37	57
<b>i8</b>	58	68	74	54	56	76	89	29	54	35	54	56	54	38	58
<b>i9</b>	55	65	71	51	53	73	86	30	51	32	51	53	51	35	55
<b>i10</b>	64	73	79	60	62	81	95	23	27	41	60	62	27	44	64
<b>i11</b>	47	56	62	43	21	23	19	43	43	24	24	31	43	18	47
<b>i12</b>	55	65	71	47	25	26	23	47	51	32	23	30	51	19	55
<b>i13</b>	22	38	43	64	41	47	40	64	40	18	20	11	40	9.5	22
<b>i14</b>	32	42	48	65	29	38	28	65	40	16	28	21	40	48	32
<b>i15</b>	34	23	29	25	10	19	45	45	56	37	25	10	56	20	34
<b>i16</b>	0	33	31	18	10	3.7	27	59	70	51	18	10	70	25	29
<b>i17</b>	27	0	11	79	31	29	19	47	58	37	79	31	58	42	27
<b>i18</b>	33	11	0	85	37	22	8.7	53	64	45	85	37	64	48	33
<b>i19</b>	68	78	83	0	16	27	96	54	64	45	55	16	64	26	68
<b>i20</b>	32	37	38	16	0	20	53	42	53	34	16	26	53	11	32
<b>i21</b>	35	29	22	27	20	0	29	55	66	47	27	20	66	50	35
<b>i22</b>	49	48	59	96	53	27	0	69	79	60	96	53	79	63	49
<b>i23</b>	39	24	49	55	56	43	57	0	19	14	55	56	19	31	39
<b>i24</b>	23	58	64	65	53	66	80	11	0	23	65	53	46	44	23
<b>i25</b>	38	52	40	46	47	34	49	16	24	0	46	47	24	22	38
<b>i26</b>	68	78	83	35	16	34	96	54	64	45	0	42	64	26	68
<b>i27</b>	32	37	38	16	24	34	53	42	53	34	16	0	53	11	32
<b>i28</b>	49	48	59	96	53	34	42	69	79	60	96	53	0	63	49
<b>i29</b>	32	42	48	28	21	34	63	30	40	16	28	21	40	0	32
<b>i30</b>	23	33	31	18	10	34	27	59	70	51	18	10	70	25	0

**Anexo D****Tabela D. 1 - Número de grupos obtidos com o modelo P-mediana, para cada dia.**

<b>Dia</b>	<b>Nº de Grupos</b>	<b>Média do nº de freguesias</b>
1	3	12
2	4	7
3	5	9
4	5	8
5	4	8
8	4	8
9	3	8
10	5	9
11	5	7
12	4	10
15	4	8
16	4	9
17	3	7
18	4	8
19	3	8
22	4	11
23	2	8
24	4	9
25	3	11
26	5	9
29	5	9
30	3	8