

# RISCO E RENDIMENTO NA AGRICULTURA: UMA APLICAÇÃO COM AS PRINCIPAIS ACTIVIDADES AGRO-PECUÁRIAS NO ALENTEJO

Maria Leonor Silva Carvalho (\*)

António Cipriano A. Pinheiro (\*)

## 1 — Introdução

O risco é tomado cada vez mais como um factor importante nas decisões do mundo económico.

As formulações típicas de programação matemática assumem o risco sob a condição de que a distribuição dos parâmetros (i. e., o risco) é conhecida com certeza.

O conhecimento mais ou menos exacto dos coeficientes *input-output* e dos rendimentos das várias actividades não constitui problema transcendente no sector industrial, onde a produção decorre, praticamente, em condições independentes do meio ambiente. O mesmo não se poderá já dizer sobre o sector agrícola, em que a produção e até a utilização dos factores, a céu aberto, ficam fortemente dependentes de fenómenos não controláveis, como sejam as condições climáticas. Assim, pode considerar-se o rendimento da empresa agrícola dependente não só dos recursos utilizados na produção — variáveis endógenas —, mas também de factores exteriores à empresa, tais como, por exemplo, as condições climáticas — variáveis exógenas.

Deste modo, a modelização respeitante ao sector agrícola envolve uma situação de risco, formulando-se o modelo com coeficientes que foram ou que são incertos em valor.

Neste trabalho faremos considerações teóricas sobre o método de programação quadrática e o método dos desvios absolutos médios mínimos (MOTAD), que são os métodos mais frequentemente usados no planeamento em situações de risco. Servindo-nos destes modelos faremos o planeamento da empresa considerando as duas situações, com e sem risco.

## 2 — Método dos desvios absolutos médios mínimos (MOTAD)

Uma das hipóteses da programação linear é a certeza. Assume-se que cada coeficiente, num modelo de programação linear (PL), é perfeitamente conhecido. Consequentemente, a solução óptima referente a um conjunto de dados reflectirá o óptimo sob as condições «de certeza» dadas pelos dados.

---

(\*) Docente do Departamento de Economia da Universidade de Évora.

A aproximação entre determinado modelo de PL e o problema que esse modelo pretende representar depende do rigor com que as constantes disponibilidades,  $b_i$ , coeficientes técnicos,  $a_{ij}$ , e margens brutas,  $c_j$ , traduzem as condições reais, rigor que, por sua vez, depende dos erros com que vêm afectadas estas constantes. Pode admitir-se que o valor dessas constantes,  $a$ , resulta de duas parcelas: uma que corresponde ao verdadeiro valor,  $A$ , e outra ao erro de que vem afectada,  $@$ , isto é:

$$a = A + @$$

Considerando apenas os erros estocásticos, i. e., aqueles que resultam exclusivamente das variações devidas ao acaso, que são as únicas susceptíveis de estudo matemático, abordaremos o problema da introdução do risco nos modelos de PL recorrendo aos erros estocásticos como medida dessa variação. Como é evidente, estes desvios, afectando as possibilidades da empresa, influenciam fortemente o seu planeamento. O recurso a observações referentes a um certo número de anos permitirá, em muitos casos, fazer uma estimativa do valor e da frequência com que estes erros ocorrem e, portanto, também a variância e a co-variância dos dados a utilizar.

O problema do risco nos modelos de PL pode ser abordado recorrendo aos desvios absolutos médios mínimos. Dada uma amostra apropriada de rendimentos de actividades referentes a vários anos, uma estimativa não enviesada do desvio absoluto médio do rendimento esperado da exploração é dada por

$$M = 1/s \sum_{t=1}^s \left| \sum_{j=1}^n (c_{tj} - c_j) x_j \right|$$

em que  $s$  é a dimensão da amostra,  $c_{tj}$  é o rendimento observado para a actividade  $j$  no ano  $t$  e  $c_j$  é o rendimento médio da amostra por unidade da actividade  $j$ . Hazell (1971) mostrou como esta medida do risco pode ser incorporada num modelo de PL alargado ao planeamento de uma exploração, minimizando o desvio absoluto,  $M$ , para um dado nível de rendimento esperado  $E(Z)$ . Parametrizando o rendimento esperado gera-se o chamado conjunto eficiente  $[E(Z), M]$  de planos de exploração.

Uma aproximação computacional, também explorada por Hazell, é a de trabalhar com os valores absolutos médios dos desvios negativos para a média, estimados por

$$D = M/2 = 1/s \sum_{t=1}^s \left| \min_t \sum_{j=1}^n [(c_{tj} - c_j) x_j, 0] \right|$$

Os desvios negativos na amostra podem ser medidos por novas variáveis  $Y_t$  definidas por

$$Y_t = - \sum_{j=1}^n (c_{tj} - c_j) x_j$$

quando o somatório produz um total negativo ou nulo.

O problema de minimização pode ser formulado como a minimização da soma de variáveis  $Y_t$  sujeita às habituais restrições funcionais e a uma restrição sobre o rendimento esperado. Alternativamente, o resultado esperado da exploração pode ser maximizado com uma restrição paramétrica sobre a soma dos desvios negativos, i. e.:

$$\text{Max } E(Z) = \sum_{j=1}^n c_j x_j - F$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \left\{ >, =, < \right\} b_k \quad i=1, \dots, m \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n (c_{tj} - c_j) x_j + Y_t \geq 0 \quad t=1, \dots, s \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^s Y_t \leq \lambda = sM/2 \quad \lambda=0 \rightarrow \lambda \text{ máx.} \quad (3)$$

e

$$x_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \text{ e } Y_t \geq 0 \quad (t=1, 2, \dots, s)$$

Nesta formulação as usuais restrições técnicas são representadas pela expressão **(1)**. Na expressão **(2)**,  $Y_t$  mede o desvio negativo do rendimento total para cada período  $t$ ,  $t=1, 2, \dots, s$ . O desvio total para cada período é estimado pelo termo  $Y_t$  de **(2)**. Se esta soma for positiva, a variável  $Y_t$  correspondente será 0. Isto é assegurado pela restrição de não negatividade em  $Y_t$  e também por o valor total da função objectivo (FO) ser limitado pela restrição paramétrica da soma das variáveis  $Y_t$  em **(3)**. Assim, só se a soma dos desvios do rendimento para qualquer período for negativa em **(2)** será a correspondente variável  $Y_t$  forçada a um valor positivo equivalente, pelo que em **(3)** medirá a soma dos desvios negativos totais para as  $s$  fases.

### 3 — Programação quadrática

A explicitação do risco em formulações matemáticas do problema de planeamento da empresa agrícola pode fazer-se recorrendo à programação quadrática. Nestas formulações o risco é considerado apenas em relação aos rendimentos líquidos da actividade,  $c_j$ , considerando as restrições como determinísticas. Assume-se que os rendimentos líquidos da actividade têm uma distribuição normal. As estatísticas relevantes são a média, a variância e a co-variância dos rendimentos da actividade. O facto de se assumir que os rendimentos das actividades têm uma distribuição normal implica que o rendimento total também terá uma distribuição normal. A escolha do conjunto de valores  $x_j$  que maximizam a utilidade pode ser encarada como um tipo particular de «portfolio», em que o «portfolio» óptimo é um vector  $(x_1, \dots, x_j, \dots,$

$x_n$ ) que maximiza a utilidade (admitindo que a utilidade é função do rendimento) sujeita a restrições de recursos e ainda a  $x_j > 0$ .

Wolfe (1959) tratou o problema da programação quadrática fazendo uso da programação paramétrica, como primeiro estágio num processo de dois estágios, para determinar a combinação dos rendimentos esperados e respectiva variância ( $E-V$ ) — conjunto eficiente de «portfolios» —, procurando depois maximizar a utilidade deste conjunto.

Assim, e no primeiro estágio, o problema de programação quadrática será

$$\text{Min } S = V(Z) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j$$

sujeito à restrição paramétrica

$$\sum_{j=1}^n E(c_j) x_j - F = \beta \quad \beta = -F \rightarrow E \text{ máx.}$$

e a restrições sobre os recursos, e ainda a  $x_j \geq 0$ .

$\sigma_{ij}$  é definido como a co-variância dos rendimentos unitários das actividades  $i$  e  $j$ , pelo que o objectivo é simplesmente minimizar a variância  $V(Z)$  do lucro do plano presente. Similarmente, definindo  $E(c_j)$  como o rendimento líquido esperado por unidade da actividade  $j$ , e sendo  $F$  os custos fixos, o parâmetro  $\beta$  mede o lucro esperado  $E(Z)$  do plano corrente para valores de  $\beta = E(Z)$  no intervalo  $-F$  e  $E$  máx., sendo o lucro esperado o máximo possível independente da variância. Quando  $\beta = E$  máx., a solução será idêntica à do correspondente programa de programação linear. Em termos de análise de «portfolio», o efeito de minimizar a variância sujeita à restrição do lucro esperado é encontrar o mínimo nível admissível de  $V$ , atingido por algum nível de  $E$ . Estes valores ( $E, V$ ) constituem o conjunto eficiente.

Resolvendo o problema de programação quadrática paramétrica encontrar-se-á uma solução óptima inicial — vector  $x_0^*$  — para  $\beta = -F$ . À medida que  $\beta$  aumenta, os níveis das actividades na solução variam linearmente com  $\beta$  até se satisfazer uma das restrições ou até uma das variáveis ser conduzida a 0. Neste ponto ocorre uma «mudança de base». Mais mudanças de base ocorrem quando outras restrições são saturadas ou outras variáveis são conduzidas a 0 à medida que  $\beta$  aumenta. Deste modo será obtida uma sequência de valores críticos de  $\beta$  ( $\beta_1, \beta_2, \dots$ ) e ao mesmo tempo uma sequência de soluções óptimas, correspondendo cada uma a um valor crítico de  $\beta$ .

Usando este procedimento paramétrico, gera-se um conjunto de soluções (i. e., combinações de actividades), que produz a variância mínima para dados níveis de lucro esperado sujeita a restrições específicas. Estas soluções representam um conjunto eficiente ( $E, V$ ) e qualquer solução de maximização de utilidade de um qualquer agente económico adverso ao risco estará neste conjunto.

## **4 — O modelo**

Com a finalidade de fazer o planeamento da empresa agrícola numa situação de risco, tomou-se como base uma empresa agro-pecuária, do Alentejo, onde seriam viáveis o trigo, a cevada, o girassol e o grão-de-bico como culturas de sequeiro e o tomate para indústria e o arroz como actividades de regadio. Os sistemas culturais estudados foram os praticados na região. No que se refere à actividade pecuária, consideraram-se representativas da região a produção de carne de vaca e a produção de carne de borrego. A actividade pecuária «bovinos de carne» é feita em sistema extensivo de pastoreio directo, com base em rebanhos com dimensão de 80 vacas de ventre de raça alentejana e 2 touros reprodutores de raça charolesa. É orientada para a obtenção de crias cruzadas, que são vendidas ao desmame — 6 a 7 meses de idade, com um peso aproximado de 200 kg por cabeça (peso vivo). A actividade «ovinos de carne» corresponde a um sistema semi-intensivo de exploração, com instalação de cercas, com base num rebanho de 500 ovelhas de raça merino regional. As crias são vendidas com 4, 5 meses de idade, aproximadamente, e com peso médio de 35 kg (peso vivo), beneficiando a seguir ao desmame e durante um período de 45 dias de um suplemento alimentar de 0,66 kg de concentrado e 0,44 kg de feno por cabeça e por dia. Foi considerada a hipótese da obtenção de seis partos em cada período de cinco anos.

Da superfície agrícola útil (SAU), apenas 10% da área se considerou de regadio, constituindo os restantes 90% área de sequeiro.

### **4.1 — Aplicação da técnica dos desvios absolutos médios mínimos**

A técnica de análise primeiro utilizada foi a dos desvios absolutos médios mínimos (MOTAD). Para tal, considerou-se um período de oito anos (1977-1984), correspondendo a FO a uma minimização dos valores absolutos médios dos desvios negativos para a média. As restrições consideradas foram as relativas à terra de sequeiro e de regadio e à água de rega e ainda uma restrição paramétrica respeitante ao rendimento esperado (margem bruta). As restantes restrições, num total de oito, correspondem aos desvios anuais das diferentes margens brutas por actividade para a respectiva margem bruta média.

### **4.2 — Aplicação da programação quadrática**

Para o mesmo período de oito anos (1977-1984) aplicou-se ao conjunto de dados a programação quadrática. Neste caso, a função objectivo é uma de minimização da variância total do conjunto das possíveis actividades. As restrições são as restrições técnicas respeitantes às áreas de sequeiro e de regadio e à água de rega e ainda uma restrição paramétrica para o rendimento esperado (margem bruta).

## 5 — Resultados e conclusões

Parametrizando o rendimento esperado nos dois modelos (linear e quadrático), gerou-se um conjunto eficiente de planos de exploração (quadro n.º 1, fig. 1). Note-se que o risco, medido em termos de desvio padrão, não difere significativamente nos dois modelos, sendo igual no limite, i. e., quando a margem bruta atinge os 840 000\$ (escudos de 1977), para 100 ha de SAU. Saliente-se também o fraco declive das curvas para elevados níveis do rendimento, evidenciando que é possível reduzir substancialmente o risco alterando a combinação das actividades sem diminuir significativamente o rendimento.

QUADRO N.º 1

### Conjunto eficiente de planos de exploração

Margem bruta (10 <sup>3</sup> escudos)	Risco medido pelo desvio padrão	
	Programação linear	Programação quadrática
100 .....	4,1	4,2
200 .....	8,4	8,4
250 .....	10,5	10,5
300 .....	13	12,7
400 .....	29,3	27,5
500 .....	68,5	66
600 .....	115,4	111
700 .....	166,1	157,1
750 .....	202,9	187
800 .....	234,6	231
840 .....	273,1	273,1

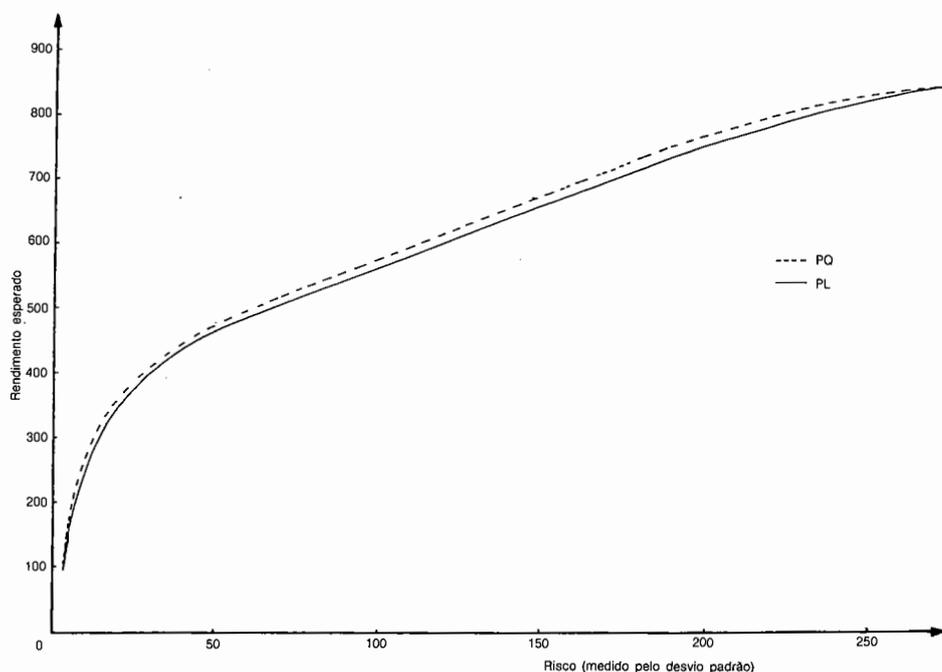


FIGURA 1 — Conjunto eficiente de planos de exploração

A parametrização do rendimento esperado permitiu obter várias soluções ótimas (quadro n.º 2). Comparando os resultados obtidos pela aplicação dos dois métodos (linear e quadrático), verifica-se que:

- os níveis das actividades nas diferentes soluções são praticamente idênticos;
- esses níveis são iguais para a primeira solução e para a última solução;
- para os rendimentos esperados entre 500 e 750, as soluções, linear e quadrática, mostram algumas diferenças apreciáveis relativamente ao nível da actividade tomate e ainda por a programação linear escolher grão e a quadrática o não fazer.

Assim, o MOTAD pode ser usado como um razoável substituto para a programação quadrática com risco. Mais, o MOTAD apresenta a importante vantagem de exigir apenas o algoritmo da programação linear.

Na figura 2 estão representados graficamente os resultados contidos no quadro n.º 2. A partir desta figura podem obter-se os programas correspondentes a níveis intermédios do rendimento, bastando para tal ler as ordenadas dos pontos dos segmentos traçados na referida figura, cujas abcissas correspondem ao nível de rendimento esperado. O programa assim obtido é, entre

todos os que proporcionam o rendimento considerado, respectivamente, aquele em que é mínimo o desvio absoluto para a média desse rendimento (MOTAD) e onde é mínima a variância total do conjunto das actividades (programação quadrática).

QUADRO N.º 2

**Soluções óptimas obtidas por parametrização do rendimento esperado**

	Margem bruta (10 <sup>3</sup> escudos)	Área por actividade, em percentagem, da SAU							
		Trigo	Cevada	Girassol	Grão	Bovinos	Ovinos	Tomate	Arroz
A .....	100	0	0	0	0	0	30,8	0	0
	200	0	0	0	0	0	61,5	0	0
	250	0	0	0	0	0	76,9	0	0
	300	0	0	0	0	0	89,7	0	0
	400	0	0	0	0	4,5	85,5	0,8	4,6
	500	4,7	0	0	0	23,1	62,2	2	4
	600	10,3	0	0	0,6	44,1	34,9	2,2	3,9
	700	13,4	0	0	5	64,4	7,1	2,6	3,7
	750	15,4	0	0	3,5	71,2	0	4,4	2,8
	800	16,2	0	0	0	73,8	0	7,8	1,1
	840	5,8	0	0	0	84,2	0	10	0
B .....	100	0	0	0	0	0	30,6	0	0
	200	0	0	0	0	0	61,2	0	0
	250	0	0	0	0	0	76,6	0	0
	300	0	0	0	0	0	89,9	0	0
	400	1,2	0	0	0	2,7	86,1	1,1	4,5
	500	4,9	0	0	0	26,9	58,2	0,8	4,6
	600	8,6	0	0	0	51,1	30,3	0,6	4,7
	700	12,3	0	0	0	75,3	2,4	0	4,8
	750	11,6	0	0	0	78,4	0	3,5	3,3
	800	10,4	0	0	0	79,6	0	7,3	1,4
	840	5,8	0	0	0	84,2	0	10	0

A → Resultados do MOTAD (programação linear).  
 B → Resultados da programação quadrática.

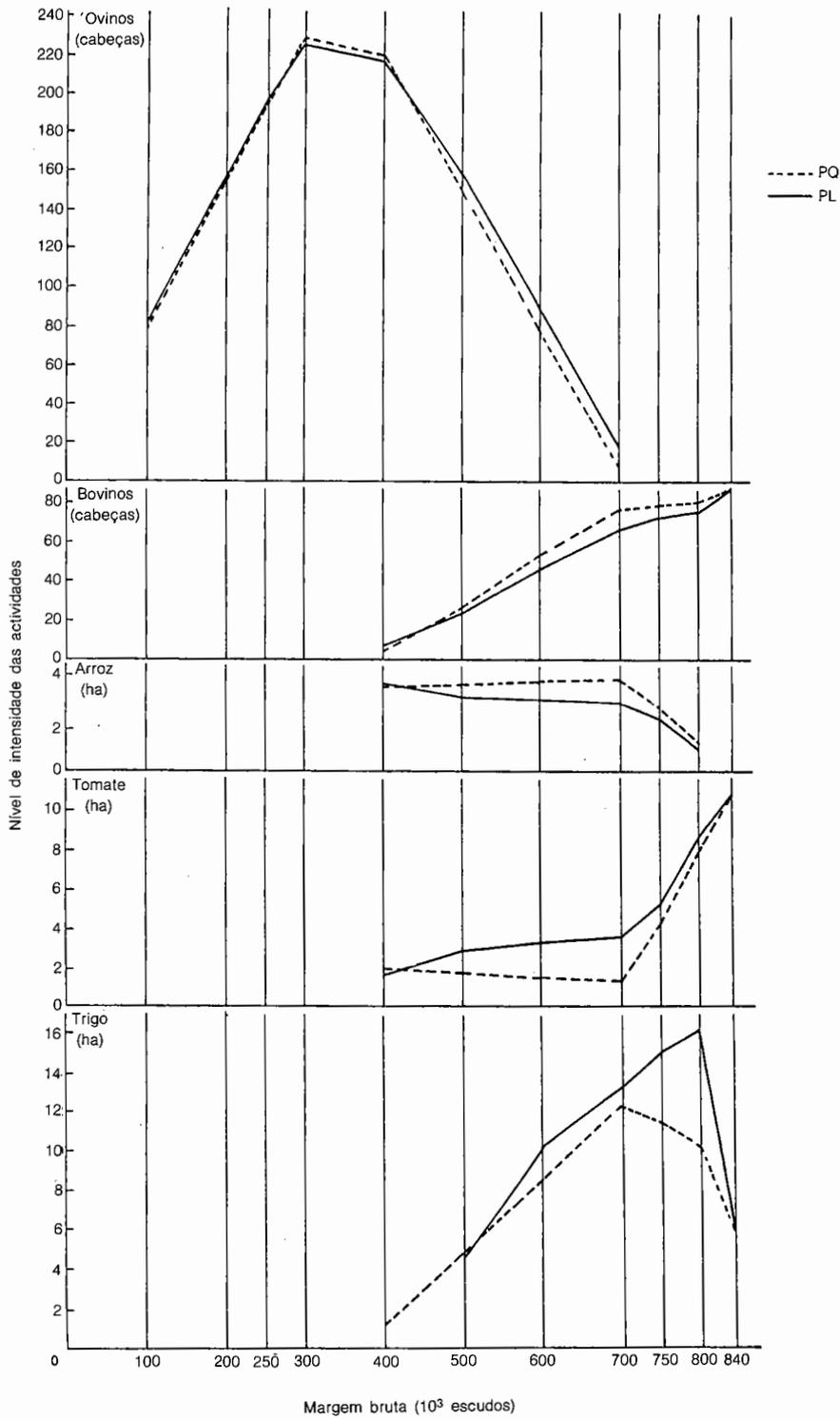


FIGURA 2 — Níveis das actividades para diferentes margens brutas

Embora o conjunto de actividades analisadas neste estudo seja pequeno (não encontramos informação disponível relativamente a outras actividades) e nos limite as possibilidades de com elas formular rotações alternativas, tecnicamente viáveis, é possível, contudo, formular as seguintes rotações:

A → Trigo — cevada — forragem — pastagem — pastagem.

B → Alqueive revestido com girassol — trigo — cevada — forragem — pastagem.

C → Alqueive revestido com grão — trigo — cevada — forragem — pastagem.

No quadro n.º 3 apresentam-se estas rotações, agrupadas em modelos (A, B, C), e para os diferentes níveis de rendimento as áreas ocupadas pelas diferentes actividades e o desvio padrão que lhes está associado.

Finalmente, parece-nos importante referir que as actividades pecuárias têm menor risco do que as actividades agrícolas e entre estas as de regadio têm menor variância por escudo da margem bruta do que as actividades de sequeiro.

QUADRO N.º 3

**Soluções óptimas e respectivo risco para os modelos alternativos**

	Margem bruta	Área por actividade, em percentagem, da SAU								Risco medido pelo desvio padrão
		Trigo	Cevada	Girassol	Grão	Bovinos	Ovinos	Tomate	Arroz	
A .....	100	0,9	0,9	0	0	1,6	1,1	0,8	3,8	17,6
	200	3,6	3,6	0	0	10,9	0	0,9	4,6	41,9
	250	5,3	5,3	0	0	15,9	0	0,9	4,6	57,7
	300	7	7	0	0	21	0	0,9	4,6	74,1
	400	10,2	10,2	0	1	30,6	0	0,8	4,6	107,4
	500	13,2	13,2	0	3,1	39,7	0	0,7	4,6	141
	600	16,3	16,3	0	5,1	48,9	0	0,7	4,7	174,6
	700	18	18	0	0	54	0	6,5	1,7	227,2
	740	18	18	0	0	54	0	9,7	0	262,4
B .....	100	0,7	0,7	0,7	0	0,8	0,6	0,8	4,1	18,6
	200	4	4	4	0	8	0	0,9	4,5	49,9
	250	5,6	5,6	5,6	1,6	11,2	0	0,9	4,6	69,9
	300	7,1	7,1	7,1	3,7	14,2	0	0,8	4,6	90
	400	10,1	10,1	10,1	7,9	20,2	0	0,6	4,7	130,3
	500	13,1	13,1	13,1	12,2	26,2	0	0	4,8	170,7
	600	15,9	15,9	15,9	10,4	31,8	0	3	3,5	215,4
		690	18	18	18	0	36	0	10	0
C .....	100	0,5	0,5	0	0,5	1,1	0	0,8	4,2	19,4
	200	3,8	3,8	0	3,8	7,7	0	1	4,5	50,7
	250	5,6	5,6	0	5,6	11,2	0	1	4,5	70,1
	300	7,2	7,2	1,1	7,2	14,5	0	1	4,5	89,9
		400	10,6	10,6	3,2	10,6	21,1	0	0,9	4,5

	Margem bruta	Área por actividade, em percentagem, da SAU								Risco medido pelo desvio padrão
		Trigo	Cevada	Girassol	Grão	Bovinos	Ovinos	Tomate	Arroz	
C.....	500	13,9	13,9	5,3	13,9	27,7	0	0,9	4,6	170,3
	600	17,7	17,7	1,7	17,7	35,3	0	1,6	4,2	211
	700	18	18	0	18	36	0	9,2	0	280
	710	18	18	0	18	36	0	10	0	289,2

Modelo A: Rotação → Trigo — cevada — forragem — pastagem — pastagem.

Modelo B: Rotação → Alqueive revestido com girassol — trigo — cevada — forragem — pastagem.

Modelo C: Rotação → Alqueive revestido com grão — trigo — cevada — forragem — pastagem.

### REFERÊNCIAS

ANDERSON, Jock R., *et al.*, *Agricultural Decision Analysis*, The Iowa State University Press, Ames, 1977.

ARROW, Kenneth J., *Essays in the Theory of Risk-Bearing*, Markham Publishing Company, Chicago, 1971.

