

## APPROCHE THEORIQUE DE LA GESTION BIOÉCONOMIQUE DU *PROCAMBARUS CLARKII* AU PORTUGAL

Rui Junqueira Lopes (\*)

Paulo Pinto (\*)

Gilles Rotillon (\*\*)

### 1 — Introduction

Le *Procambarus clarkii* est une espèce d'écrevisse d'eau douce, originaire du nord-est du Mexique et du centre et du sud des USA (Huner, 1981) qui s'est maintenant répandue pratiquement sur tout le globe à l'exception de l'Australie et de l'Antarctique (Huner, 1981; Laurent, 1986; Hobbs, 1989). Au Portugal, elle est repérée pour la première fois en 1981 (Ramos et Pereira, 1981) et des études publiées en 1989 indiquent déjà une phase d'expansion très nette, marquée tant par l'élargissement de ses aires de distribution que par le prolongement de sa période de reproduction.

Le pouvoir d'adaptation de cette espèce à de grandes fluctuations de l'environnement se caractérise par la survie dans des systèmes assez différents du point de vue biologique et par une énorme capacité de reproduction. Au Portugal, elle vit en particulier près de barrages destinés essentiellement à l'irrigation de terrains cultivés. Mais en creusant le sol, elle provoque des dommages, ou même la destruction des cultures agricoles pratiquées sur les terrains voisins des barrages (Adão, Morais et Pinto, 1990). L'accès à ces surfaces s'effectue surtout par le biais des canaux d'irrigations, leur engorgement étant même parfois constaté pendant l'arrosage. On observe d'ailleurs aussi des dommages sur des terrains maraîchers, et ce à travers le sol, mais les dégâts sont néanmoins beaucoup plus graves sur les terrains irrigués que sur les terrains cultivés au sec.

Le nombre de régions où ce phénomène est déjà considéré comme un fléau est en augmentation et il fait l'objet de réglementations appropriées ayant pour but d'en empêcher la prolifération et la dissémination.

La croissance rapide de cette espèce oblige donc à la contrôler, pour éviter que les dégâts qu'elle commet en se répandant dans les champs cultivés ne soient trop importants. C'est d'autant plus indispensable, que les agriculteurs qui ont maintenant pris conscience des risques, menacent de se défendre en utilisant massivement des pesticides extrêmement destructeurs des espèces piscicoles et très nocifs pour les oiseaux, substituant ainsi un déséquilibre écologique à un autre. Déjà, au Printemps 1990, les agriculteurs de la région

---

(\*) Université d'Évora.

(\*\*) Université de Paris X.

du Mondégo ont eu recours à des pesticides et, en 1991, Lisbonne a vu manifester des riziculteurs en colère.

Pour permettre ce contrôle, les canaux d'irrigation peuvent être équipés de systèmes de capture automatique en utilisant, avec quelques adaptations, les appareils hydrométriques ou électriques destinés à la rétention des rameaux, feuilles, algues, ... pouvant d'ordinaire gêner le fonctionnement normal du réseau d'irrigation. Toutefois ces moyens peuvent se révéler insuffisants et les autorités ont alors la possibilité d'autoriser la pêche dans le lac près du barrage.

Cette pêche est pratiquée dans le cadre d'activités récréatives et en fixant des quotas, les autorités peuvent en faire ainsi une véritable variable de contrôle, ce qui n'est pas le cas du système de capture dans les canaux, qui, fonctionnant automatiquement a un rendement qui dépend de la taille de la population d'écrevisses.

Enfin, le problème posé par la gestion de cette espèce d'écrevisse a une autre dimension économique que celle du coût des dommages causés, dans la mesure où le produit de la capture, que ce soit dans les canaux ou près du barrage est vendu sur le marché permettant ainsi aux autorités de compenser, au moins en partie, les dépenses en personnel, nécessaire à l'entretien des canaux et à la surveillance des abords du barrage. Le *Procambarus clarkii* est en effet à la fois un produit de consommation finale, en plats cuisinés, surgelés ou frais et un produit de consommation intermédiaire qui intervient dans la fabrication d'aliments pour animaux, de médicaments (extraction de carotènes) ou d'amorces pour la pêche.

Néanmoins, toutes les données nécessaires à une application spécifique à des cas Portugais n'existent pas encore, que ce soit dans le domaine biologique ou le domaine économique. On ne connaît pas, par exemple, la taille des populations ou les taux de natalité et de mortalité, ni les estimations concernant les dégâts économiques provoqués par le *Procambarus Clarkii*, etc. Notre modélisation bioéconomique est donc une approche théorique de la gestion conditionnée d'une population d'écrevisses vivant près d'un barrage.

Il s'agit alors de définir une politique générale de quotas qui évite à la population d'écrevisse de dépasser le seuil critique au-delà duquel les dégâts causés aux cultures ne seraient plus acceptables.

La première partie du papier est consacrée à la description des caractéristiques biologiques et économiques du problème, ce qui nous permet dans une deuxième partie de le résoudre dans le cadre d'une modélisation ayant recours à la théorie du contrôle optimal. Notre modèle, quoique très simple, est cependant suffisamment général pour être compatible avec un grand nombre de spécifications, concernant tant la fonction de reproduction naturelle de la population que celle modélisant la capture automatique dans les canaux. Dans ce cadre, nous caractérisons la politique optimale de quotas et analysons ses propriétés en fonction de la taille initiale de la population.

Enfin, nous discutons en conclusion un certain nombre d'hypothèses faites au cours de notre travail.

## 2 — Les données biologiques et économiques

Il existe, approximativement, 400 espèces d'écrevisses dans le monde, qui occupent des biotopes variés depuis les eaux tropicales jusqu'aux lacs de montagne (on en trouve à 2200 m d'altitude) et aux régions polaires. Parmi

ces espèces, *Procambarus clarkii* est la plus recherchée. Elle prolifère dans les barrages d'eau douce et dans la plupart des écosystèmes aquatiques. En 1985, dans les marais de Louisiane, les captures atteignent 55 000 tonnes par an, soit 85 % du marché mondial. La seule reproduction naturelle de l'espèce permet une capture moyenne supérieure à 200 kg/hab./an, quant à l'élevage, il autorise des récoltes (couplées avec du riz) de 1 tonne/ha./an (Roqueblo, de Hureaux, 1989).

Au Portugal, on le repère, pour la première fois, en 1979, dans la rivière Caia, appartenant au bassin hydrographique du fleuve Guadiana, certainement en provenance des terrains voisins du sud de L'Espagne, sans que l'on sache si cette introduction est naturelle ou le fait de l'homme (Ramos, Pereira, 1981).

A partir de ce bassin hydrographique, en 1986, l'espèce était disséminée dans le sud du Portugal, notamment dans les cultures de riz près de Elvas, à la frontière espagnole, mais aussi dans le bassin du Tage et en 1987 on la signale dans la région du Baixo Mondego, au centre du pays (Marques et Anastácio, 1988).

Depuis 1989, on est dans une phase d'expansion très accélérée, caractérisée tant par l'élargissement de ses aires de distribution que par le prolongement de sa période de reproduction (Adão, Morais et Pinto, 1990). Aujourd'hui, sa culture est interdite et l'augmentation de ses aires n'est plus due qu'à des introductions sauvages. La figure 1 donne une idée des principales zones de développement de l'espèce.

Cette expansion s'explique par le mode de reproduction de l'espèce. Une femelle donne de 200 à 750 oeufs suivant la taille. La longueur minimale de reproduction est d'environ 5 cm, atteinte en 6 à 12 mois. Une femelle peut reproduire deux fois par an. Dans de bonnes conditions, la vitesse de croissance de cette espèce est assez impressionnante. Des mesures faites à Bordeaux, sur un lot de jeunes *Procambarus clarkii*s maintenus à 20-22°C montrent que deux mois après l'éclosion, la taille moyenne est déjà de 3 cm, les individus les plus grands pouvant atteindre 6 cm. Enfin, l'augmentation de la température provoque un accouplement supplémentaire, ce qui peut faire trois reproductions par an au lieu de deux normalement.

Il s'agit donc d'une espèce rapidement proliférante et de plus très résistante. Il a fallu 15 mois de sécheresse dans le sud de l'Espagne pour observer les premiers cas de mortalité. Pendant ces périodes, le *Procambarus clarkii* creuse les terrains jusqu'à un mètre de profondeur. De plus, ce n'est qu'au bout de cinq jours de séjour dans des atmosphères pauvres en oxygène (0,5 mg/l) que les individus les plus faibles (les plus jeunes) commencent à mourir. Enfin, l'espèce résiste à tous les traitements à base de pesticide s'il sont appliqués à des doses normales.

Cette expansion rapide et le mode d'habitat de l'espèce expliquent les dommages causés aux cultures. Le Japon, Hawaï, les USA, l'Espagne subissent des dommages, en particulier dans les rizières. Aux USA, des remises en état de certaines cultures ont entraîné des coûts de 250 000\$. La seule estimation connue pour l'instant au Portugal, pour la région du Mondego, porte sur 2700\$/ha. Même si on peut penser qu'elle est surestimée, car émanant des cultivateurs concernés, elle n'en indique pas moins un ordre de grandeur non négligeable au niveau d'une exploitation agricole.

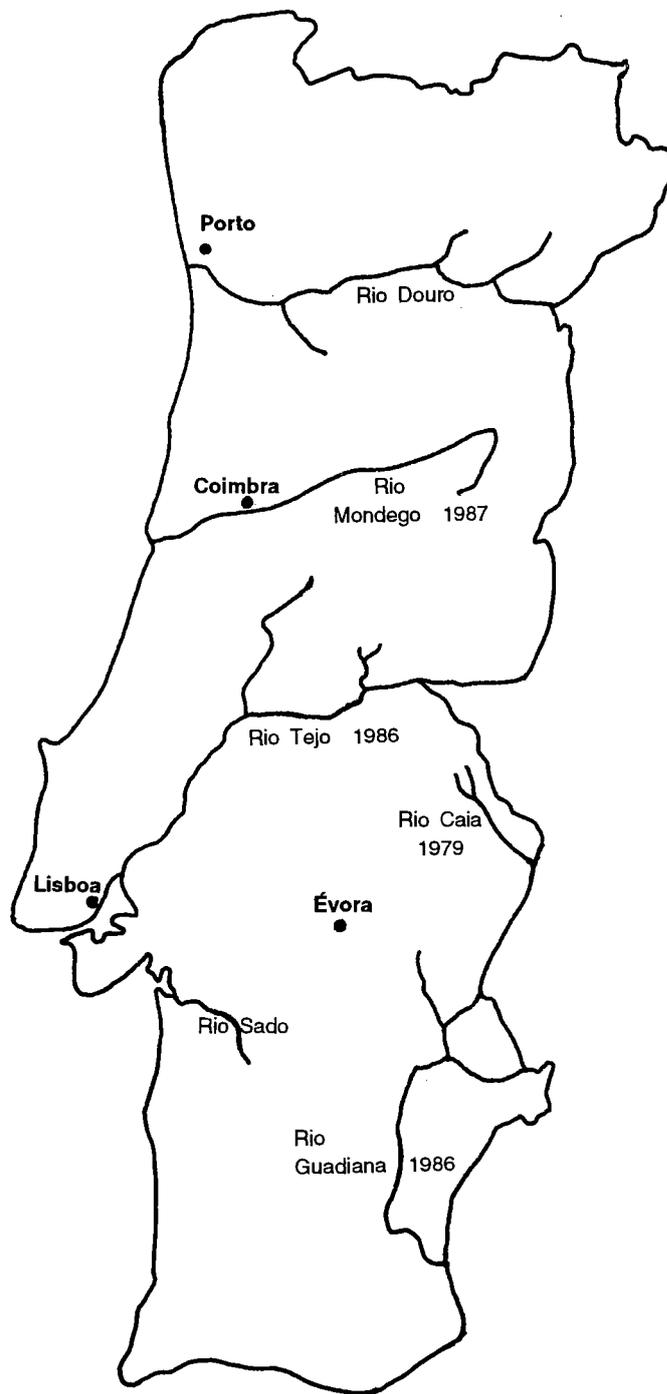


FIGURE 1

### 3 — Le modèle

Nous traitons ici de la gestion de la reproduction du *Procambarus clarkii* par une autorité centrale, par exemple la direction d'un barrage construit pour irriguer des cultures et confrontée aux dégâts causés par le développement de l'espèce.

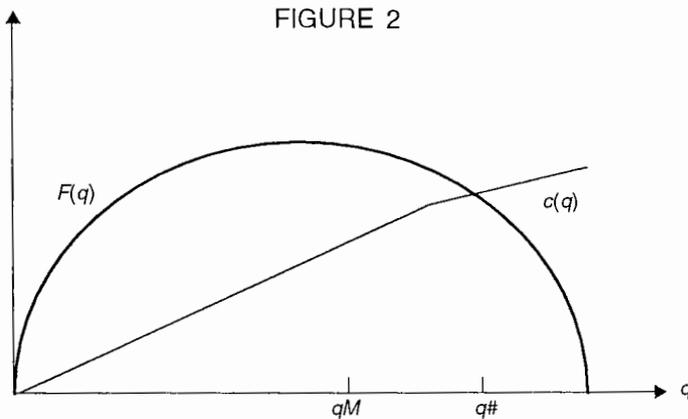
On note  $q(t)$  la population d'écrevisses à la date  $t$  et  $F(q)$  (1) sa fonction de croissance naturelle sur laquelle on fait les écrevisses classiques suivantes:

Il existe une taille  $q^M$  pour laquelle les écrevisses se reproduisent à un rythme maximum, soit  $F'(q^M) = 0$ . Pour  $q < q^M$  (resp.  $>$ ) on  $F'(q) > 0$  (resp.  $<$ ). Enfin,  $F''(q) < 0$  et  $F(0) = 0$ .

La quantité d'écrevisses capturées automatiquement dans les canaux d'irrigation est simplement fonction de  $q(t)$  et on notera  $c(q)$  cette quantité. On suppose  $c(0) = 0$ ,  $c'(q) > 0$  et  $c''(q) < 0$  ce qui s'explique par un rendement marginal décroissant de la capture automatique lié à l'engorgement croissant avec la taille de la population.

Quand la taille de la population est «faible», on fait l'hypothèse que la reproduction naturelle de la population se fait plus rapidement que la capture dans les canaux (2). Enfin, il y a une limite à la capture dans les canaux inférieure à la reproduction maximum de la population sinon il n'y aurait pas vraiment de problème de contrôle de l'espèce.

Sous ces hypothèses, la figure 2 représente les fonctions  $F(q)$  et  $c(q)$ . On note  $q$  la taille de la population pour laquelle  $F(q\#) = c(q\#)$ .



Outre le système de capture automatique dans les canaux, les appareils de capture plus utilisés sont la nasse et des filets spéciaux. Les autorités peuvent recourir à une politique plus souple de quota, en permettant l'accès au lac de retenue à des pêcheurs. On notera  $b(t)$  la quantité d'écrevisses que les autorités souhaitent voir capturée à la date  $t$  et pour laquelle ils donnent le droit de pêcher. On a  $0 < b < b^m$  où  $b^m$  est le quota maximum possible, déterminé de façon exogène, par exemple pour des raisons biologiques liées à la reproduction de l'espèce. Au Portugal la «Portaria» 297/90, s'appuyant

(1) On omettra la variable  $t$  chaque fois qu'il n'y a pas risque de confusion.

(2) Autrement dit,  $c'(0) < F'(0)$ . Nous reviendrons sur cette hypothèse en conclusion.

sur la «Portaria» 223/88 qui classe le *Procambarus Clarkii* comme une espèce proliférante et agressive, élargit les zones de pêche sensibles en autorisant la capture dans les lieux où la pêche professionnelle est interdite. Pour garantir un équilibre des effectifs indigènes et pour éviter des dommages aux agriculteurs, la «Portaria» 1054/90 autorise la pêche sportive et la pêche professionnelle. Dans les deux cas on doit utiliser un maillage minimum de 2 cm dans la diagonale.

On en déduit l'équation d'évolution de la population d'écrevisses:

$$(1) \quad \dot{q} = F(q) - c(q) - b \quad q(0) = q_0$$

Les écrevisses capturées, que ce soit dans les canaux ou dans le lac de retenue sont vendues par les autorités au prix de marché  $p$ , que nous poserons égal à 1 par convention. Ces recettes couvrent ainsi au moins une partie des frais occasionnés par le fonctionnement du barrage (entretien du système d'irrigation, surveillance du lac...) qui sont essentiellement composés des salaires des fonctionnaires attachés au barrage et qui sont donc des coûts fixes. Les autorités doivent donc simplement chercher à maximiser leurs recettes actualisées au taux  $\delta$ , ce qui conduit au problème suivant:

$$\text{Max} \int_0^{\infty} e^{-\delta t} (c(q) + b) dt$$

$$\dot{q} = F(q) - c(q) - b \quad q(0) = q_0$$

$$0 \leq b \leq b^m$$

On note  $\pi(t)$  la variable adjointe associée à l'équation d'évolution (1). Du fait de la linéarité du problème par rapport à la variable de contrôle  $b$ , on a une solution de type «bang-bang» donnée par:

$$(2) \quad \begin{array}{ll} b = b^m & \text{si } \pi < 1 \\ 0 \leq b \leq b^m & \text{si } \pi = 1 \\ b = 0 & \text{si } \pi > 1 \end{array}$$

D'autre part, le principe de Pontryagin nous indique que  $\pi$  doit vérifier l'équation différentielle suivante:

$$(3) \quad \dot{\pi} = \delta\pi - c'(q) - \pi [F'(q) - c'(q)]$$

Les relations (1), (2) et (3) vont nous permettre de décrire la solution optimale du problème en nous plaçant dans l'espace de phases du plan  $(q, \pi)$ .  
Considérons tout d'abord le cas  $\pi < 1$ .

Dans ce cas,  $b = b^m$  et on a le système différentiel suivant:

$$\dot{q} = F(q) - c(q) - b^m$$

$$\dot{\pi} = \pi[\delta - F'(q) + c'(q)] - c'(q)$$

$\dot{q} = 0$  est défini par  $F(q) - c(q) = b^m$ . On supposera que  $b^m$  est supérieur au maximum par rapport à  $q$  de  $F(q) - c(q)$ , sinon cela voudrait dire que le quota le plus haut autorisé  $b^m$  n'empêche pas la croissance de la population de langoustines, rendant par là le contrôle peu efficace.

Sous cette hypothèse, on a donc  $\dot{q} < 0$  pour  $q > 0$  quand  $\pi < 1$ . Pour  $q = 0$ ,  $F(q) = c(q) = 0$ , donc  $b = 0$  puisqu'il n'y a rien à pêcher et  $\dot{q} = 0$ .

L'étude de  $\dot{\pi} = 0$  est plus délicate.  $\pi$  est alors défini comme une fonction de  $q$  par:

$$(4) \quad \pi(q) = c'(q)/[\delta - F'(q) + c'(q)]$$

D'où:

$$(5) \quad d\pi/dq = [(\delta - F'(q))c''(q) + c'(q)F''(q)]/[\delta - F'(q) + c'(q)]^2$$

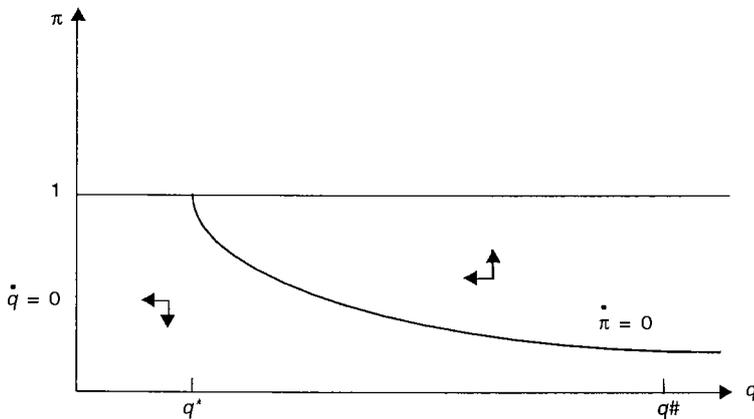
Soit alors  $q^*$  tel que  $F'(q^*) = \delta$ , d'où  $\pi(q^*) = 1$ . On va étudier les variations de  $\pi(q)$  selon la position de  $q$  par rapport à  $q^*$ .

Pour  $q > q^*$ ,  $F'(q) < \delta$  et les hypothèses faites sur  $F(\cdot)$  et  $c(\cdot)$  assurent que  $d\pi/dq < 0$ . Donc  $\pi(q)$  décroît à partir de 1.

Pour  $q < q^*$ , le numérateur  $g(q)$  dans la relation (5) est composé de deux termes, l'un,  $(\delta - F'(q))c''(q)$  est positif, l'autre  $c'(q)F''(q)$  est négatif. Toutefois,  $g(q)$  est continue et  $g(q^*) < 0$ , donc  $g(q)$  reste négatif dans un certain voisinage de  $q^*$ . Nous ferons l'hypothèse que 0 appartient à ce voisinage. Dans ces conditions,  $d\pi/dq < 0$  pour  $q < q^*$  (3).

Enfin, pour  $\pi < 1$  fixé,  $d\pi/dq = -\pi F''(q) + (\pi - 1)c''(q) > 0$  d'où le sens des flèches sur la partie du diagramme des phases donnée dans la figure 3 et correspondant à l'étude cidessus.

FIGURE 3



(3) Nous renvoyons en annexe une discussion plus approfondie sur cette question.

Considérons maintenant le cas  $\pi > 1$ .  
 Dans ce cas,  $b = 0$  et on a le système différentiel ci-dessous:

$$\dot{q} = F(q) - c(q)$$

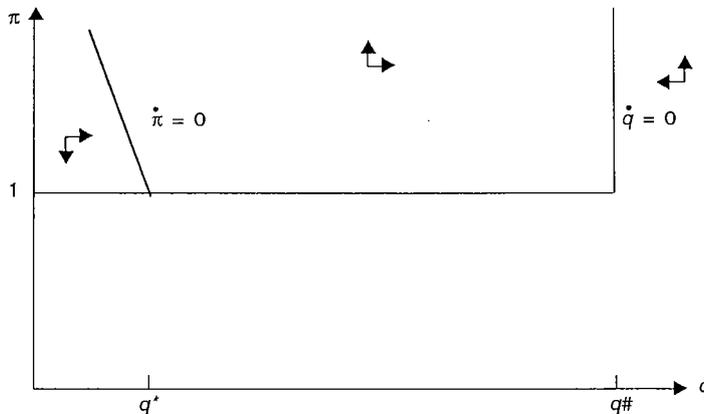
$$\dot{\pi} = \pi [\delta - F'(q) + c'(q)] - c'(q)$$

L'étude de  $\dot{\pi} = 0$  a déjà été faite précédemment et on sait que  $\pi(q)$  est décroissant et supérieur à 1 pour  $q < q^*$  et que si  $\pi$  est fixé,  $d\pi/dq$  est positif à partir d'une certaine valeur de  $q$  ce qui assure  $\dot{\pi} > 0$  à droite de  $\dot{\pi} = 0$ .

D'autre part, on a  $\dot{q} = 0$  pour  $F(q) = c(q)$  soit  $q = q^\#$  et si  $q > q^\#$  (resp.  $<$ ),  $F(q) < c(q)$  (resp.  $>$ ) (voir figure 2).

Enfin,  $q^* < q^M$  puisque  $F'(q) > 0$  et  $q^M < q^\#$  par hypothèse. D'où la partie de diagramme des phases de la figure 4.

FIGURE 4



Il reste à étudier la solution singulière définie par  $\pi = 1$  et qui conduit au système différentiel suivant:

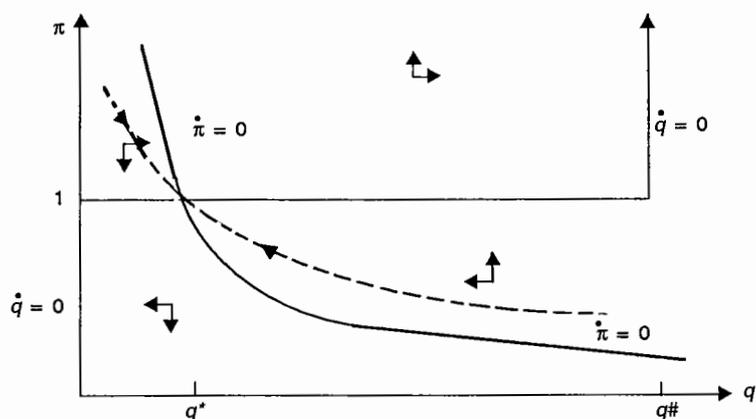
$$\dot{q} = F(q) - c(q) - b$$

$$\dot{\pi} = \pi[\delta - F'(q)]$$

$\dot{\pi} = 0$  pour  $q = q^*$  et  $\dot{q} = 0$  quand  $b = F(q) - c(q)$ . Ainsi, pour chaque valeur de  $q$  entre 0 et  $q^\#$  il existe une valeur de  $b$  telle que  $\dot{q} = 0$ ,  $\dot{q}$  devenant négatif pour  $q > q^\#$ .

La figure 5 résume l'ensemble de l'étude précédente et représente la trajectoire optimale de long terme.

FIGURE 5



Nous pouvons maintenant décrire la solution optimale et en donner une interprétation économique.

Comme il est usuel,  $\pi$  représente le prix implicite de l'écrevisse à la date  $t$  et en mesure la rareté relative. Si la taille initiale de la population  $q_0$  est égale à  $q^*$ , le gestionnaire est indifférent entre laisser l'écrevisse marginale dans le lac ou la pêcher pour la vendre sur le marché, puisque le rendement des deux options est le même,  $\pi$  étant alors égal à 1. De plus, en choisissant le quota optimal  $b^* = F(q^*) - c(q^*)$  le niveau  $q^*$  est soutenable indéfiniment.

Il y a évidemment peu de chance pour que  $q_0$  soit justement égal à  $q^*$ , aussi la solution précédente est-elle peu probable et on doit distinguer deux cas selon la valeur de  $q_0$ :

Si  $q_0 < q^*$ , l'écrevisse est relativement rare et son prix implicite est supérieur au prix de marché. Le système automatique de capture est suffisant pour éviter une croissance trop forte de la population qui augmente régulièrement et tend vers  $q^*$ . Il est donc inutile de recourir à une ponction supplémentaire dans le lac, d'où le quota optimal  $b^* = 0$ ;

Si  $q_0 > q^*$ , la situation est inversée, l'écrevisse est trop abondante, son prix implicite est inférieur à son prix de marché et le système automatique peut être insuffisant pour réduire la taille de la population à son niveau optimal de long terme  $q^*$ . Il est donc nécessaire d'autoriser l'accès au lac, le quota optimal étant le plus élevé possible, soit  $b^m$ . On peut noter que si les activités récréatives ne suffisent pas à atteindre le quota optimal, les fonctionnaires attachés au barrage peuvent suppléer à l'action des pêcheurs, permettant ainsi d'obtenir la quantité désirée.

La solution donnée par notre modèle est ainsi très simple <sup>(4)</sup> et demande pour être opérationnelle d'avoir juste une bonne estimation de  $q_0$  et de  $q^*$ . Ce

<sup>(4)</sup> Nous étudions en annexe un modèle introduisant une contrainte supplémentaire sur la gestion de la ressource sans que la solution en soit fondamentalement modifiée.

dernier dépend de  $F(\cdot)$  et de  $\delta$ , tandis que  $q_0$  dépend de la croissance naturelle de l'espèce et de l'efficacité du système de capture automatique, soient  $F(\cdot)$  et  $c(\cdot)$ . On voit donc que les données du problème à résoudre se limitent d'une part à la connaissance des formes fonctionnelles de ces deux fonctions, ce qui relève d'études biologiques pour la première et d'ingénierie pour la seconde, et, d'autre part, au choix d'un taux d'actualisation, sachant que plus ce taux est élevé, plus  $q^*$  sera faible et donc plus on aura de chances d'avoir une politique de quota optimal égal  $b^m$ .

#### 4 — Conclusion

Nous avons donc montré qu'il serait possible de gérer de façon optimale le *Procambarus clarkii* pour éviter qu'ils ne génèrent des nuisances trop fortes dans les cultures avoisnantes. Toutefois, la simplicité de la solution obtenue pourrait ne refléter qu'un certain simplisme des diverses hypothèses que nous avons été amenés à poser. Aussi allons-nous en conclusion revenir sur certaines d'entre-elles.

Celles sur la fonction de croissance naturelle sont habituelles dans la littérature et correspondent à ce que l'on sait sur la reproduction des langoustines (en particulier concernant le taux de croissance rapide initial), et nous avons déjà justifié celles faites sur la capture dans les canaux. Il nous reste alors quatre hypothèses spécifiques à notre modèle et susceptibles d'être discutées.

Nous renvoyons en annexe la discussion de l'hypothèse sur le comportement de la fonction  $g(q)$  qui nous a conduit à notre diagramme des phases.

Que la capture dans les canaux soit bornée semble devoir se passer de justification, mais il n'en est pas de même sur la valeur de la borne elle-même. Nous avons supposé dans le texte qu'elle est inférieure au maximum de reproduction de la population, ce qui impliquait  $q^\# > q^M$  et donc  $q^* < q^\#$ . En fait, le point important est de connaître la position de  $q^*$  par rapport à  $q^\#$ , ce qui ne dépend plus de l'hypothèse précédente (qui est donc simplement suffisante) mais de  $F(\cdot)$ , de  $c(\cdot)$  et du choix du taux d'actualisation. Toutefois, compte tenu de la rapidité de la croissance des *Procambarus clarkii* et de l'efficacité relative du système de capture dans les canaux, la situation la plus vraisemblable est  $q^\#$  supérieur à  $q^M$ .

Nous rappellerons ici pour mémoire que l'hypothèse que le quota maximum autorisé  $b^m$  est supérieur au maximum par rapport à  $q$  de  $F(q) - c(q)$  nous semble acceptable dans la mesure où  $b^m$  est exogène et peut toujours être choisi de cette manière, un choix différent indiquant qu'on peut se trouver dans des situations où il n'est plus possible de contrôler efficacement la population.

Il reste enfin l'hypothèse sur  $F'(0)$  et  $c'(0)$  qui, dans notre modèle, implique l'existence d'une seule valeur  $q^\#$  pour laquelle  $F(q) = c(q)$ . Là encore, cette hypothèse est justifiée par la comparaison entre la croissance extrêmement rapide des *Procambarus clarkii* et la faible efficacité de la capture dans les canaux.

Au delà de la définition, quelque peu abstraite, d'une politique de gestion de la ressource au travers de la mise en place d'une réglementation basée sur des quotas, notre modèle nous a permis de faire ressortir les éléments sur lesquels on devait porter l'effort pour la concrétisation de cette politique. En effet, comme nous l'avons déjà souligné en introduction, dans l'état actuel des données biologiques et économiques disponibles sur le *Procambarus Clarkii*, il n'est pas encore possible de se livrer à une étude appliquée plus concrète de ce problème de gestion.

D'une part, il est nécessaire de définir le plus précisément possible les formes fonctionnelles  $F(\cdot)$  et  $c(\cdot)$ , sans doute variables avec les lieux géographiques d'implantation de l'espèce. C'est d'autant plus indispensable, qu'au Portugal, il n'existe pas encore de travaux publiés sur ce sujet.

D'autre part, une bonne connaissance de la taille initiale de la population  $q_0$ , au moment où la réglementation est décidée, en liaison avec le choix d'un taux d'actualisation, est fondamentale pour la détermination du quota optimal. La première exigence suppose le recours à des travaux empiriques d'estimation près des barrages et la seconde est un problème habituel rencontré par les gestionnaires.

Enfin, la réalisation des travaux précédents permettrait de fixer une borne inférieure au quota optimal  $b^m$ , égale au maximum de  $F(q) - c(q)$ , par rapport à  $q$  assurant ainsi l'efficacité de la gestion de la ressource.

#### ANNEXE A-1

Le modèle traité dans notre papier peut être complété par l'adjonction d'une contrainte supplémentaire sur la taille de la population de langoustines. Il est en effet possible d'avoir une connaissance *a priori* d'un niveau maximum  $q^m$  au-delà duquel les dégâts ne sont plus marginaux et qu'il est donc indispensable de ne pas dépasser.

Cela signifie que l'on doit ajouter au modèle précédent une contrainte sur la variable d'état de la forme  $q \leq q^m$ .

Deux cas sont à envisager (1):

Dans le premier,  $q^m > q^*$  mais alors, pour  $q > q^*$ , on a  $F(q) < c(q)$  donc  $\dot{q} < 0$  quel que soit  $b$ , ce qui fait que  $q^m$  n'est jamais atteint.

Il reste à traiter le second cas pour lequel  $q^m < q^* < q^*$ .

On note  $\sigma$  le multiplicateur associé à la nouvelle contrainte, les conditions nécessaires s'écrivent alors:

$$(1) \quad \dot{q} = F(q) - c(q) - b$$

$$(2) \quad \begin{array}{ll} b = 0 & \text{si } \pi > 1 \\ 0 \leq b \leq b^m & \text{si } \pi = 1 \\ b = b^m & \text{si } \pi < 1 \end{array}$$

$$(3) \quad \sigma > 0 \quad (= 0 \text{ si } q < q^m)$$

$$(4) \quad \dot{\pi} = \pi [\delta - F'(q) + c'(q)] - c'(q) + \sigma$$

Les conditions (1) et (2) étant les mêmes que précédemment, la courbe définie par  $\dot{q} = 0$  dans le diagramme de phases est inchangée.

De même si  $\pi > 1$ ,  $b = 0$  et on a toujours  $q < q^* < q^m$  donc  $\sigma = 0$  et on obtient la même courbe définie par  $\dot{\pi} = 0$  que dans le texte.

(1) Le cas  $q^m < q^*$  nous semble devoir être écarté au moins dans un premier temps.

Quand  $q$  dépasse  $q^*$  mais reste inférieur à  $q^m$ , on a  $\dot{\pi} = 0$  et il n'y a toujours pas de changement, mais on a  $q = q^m$  pour  $\dot{\pi} > 0$  et dans ce cas la courbe définie par  $\dot{\pi} = 0$  a pour équation:

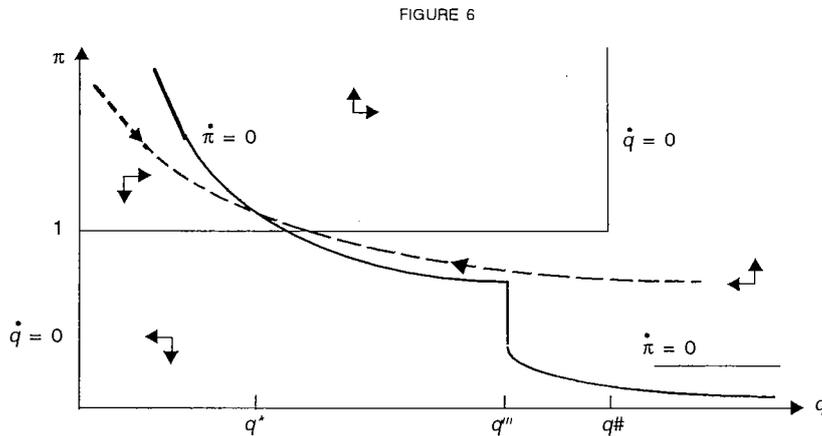
$$(5) \quad \pi(q^m) = (c'(q^m) - \theta) / [\delta - F'(q^m) + c'(q^m)]$$

Comme  $q^m > q^*$ ,  $F'(q^m) < 0$  et le dénominateur est positif, d'où:

$$\pi(q^m) < c'(q^m) / [\delta - F'(q^m) + c'(q^m)]$$

et il y a une discontinuité en  $q^m$  par rapport au diagramme de phases précédent.

En résumé, on obtient le nouveau diagramme de phases de la figure ci-dessous.



La trajectoire optimale de long terme a également été représentée sur la figure et on peut vérifier que la solution optimale reste inchangée.

#### ANNEXE A-2

La construction du diagramme des phases nous a amené à faire intervenir une fonction  $g(q) = (\delta - F'(q))c''(q) + c'(q)F''(q)$  que nous avons supposé négative sur  $]0, q^*]$ .

Pour des raisons de continuité, comme elle est négative sur  $[q^*, +\infty[$  [et que  $g(q^*) < 0$  elle reste négative dans un certain voisinage  $]q_1, q^*]$  et il en est de même de  $d\pi/dp$ .

Donc  $\pi(q) > 1$  pour  $q^1 < q < q^*$  et, toujours par continuité,  $\pi(q)$  reste supérieur à 1 dans un voisinage de  $q^1$ . L'hypothèse faite dans le texte est que 0 appartient à ce voisinage. L'étude des conditions d'ordre mathématique permettant de justifier cette hypothèse ferait intervenir les dérivées troisièmes de  $F(\cdot)$  et de  $c(\cdot)$  ce qui rendrait difficile leur interprétation économique, aussi nous contenterons nous d'indiquer que ces conditions sont vérifiées avec des spécifications habituelles dans la littérature comme une fonction  $c(\cdot)$  linéaire ou bien en prenant la fonction logistique de Schaeffer pour  $F(\cdot)$  et une fonction logarithmique [du type  $\text{Log}(1 + q)$ ] pour  $c(\cdot)$ .

## RÉFÉRENCES

- ADÃO, H., MORAIS, M., et PINTO, P. (1990), «Expansão de *Procambarus clarkii* na ribeira do Degebe», 2.<sup>a</sup> Conferência Nacional sobre a Qualidade do Ambiente, vol. 2, pp. 41-45, Lisboa.
- HOBBS, H., JASS, J. P., et HUNER, J. V. (1989), «A review of global crayfish introduction with particular emphasis on two northamerican species», *Crustaceana*, 56, pp. 299-316.
- HUNER, J. V. (1981), «Information about the biology and culture of the red crayfish, *Procambarus clarkii* for fisheries managers in Latin America», *An. Inst. del Mar y Limnol*, Univ. Nat. Autonoma, Mexico, 8, pp. 43-50.
- LAURENT, P. J. (1986), «Especies y distribución, interes de su explotación y mercado», *Actas de Jornadas de Estudio del Cangrejo del Río, Informes Tecnicos*, 4, pp. 38-66.
- RAMOS, A., et PEREIRA, T. (1981), «Um novo *Astacidae* para a fauna portuguesa: *Procambarus clarkii*», *Bol. Inst. Nac. Invest. Pescas*, 6, pp. 37-47.
- ROQUEPLO, C., et DE HUREAUX, N. D. (1989), «Écrevisses: le point», *Aqua Revue*, 27, pp. 31-36.

