

# MODELOS DE HETEROSCEDASTICIDADE CONDICIONAL E REGRAS DE COMPRA E VENDA PARA SÉRIES DE RENDIMENTOS DE ACÇÕES

*João Oliveira Soares*

## 1 — Introdução

Como refere Clive Granger (1992), num intróito à palestra que dirigiu à reunião de Julho de 1991 do International Institute of Forecasters, os preços das acções têm sido os dados económicos mais analisados durante as últimas dezenas de anos. Se a razão é óbvia, e se prende com o desafio de conseguir encontrar padrões de previsibilidade a opor ao seu propalado carácter aleatório, a verdade é que os resultados se têm pautado sobretudo pelos desenvolvimentos na modelação de séries cronológicas, sem contrapartida evidente em lucrativas regras de compra e venda de acções.

Neste artigo pretendemos contribuir para o aprofundamento dessa análise, através do estudo, em duas etapas, de uma amostra com 17 acções da Bolsa de Valores de Lisboa (BVL). Elas são:

- 1) Modelação estatística das séries de rendimentos das acções;
- 2) Construção e análise de resultados de uma regra de compra e venda baseada no filtro de Alexander, mas assente nas previsões decorrentes da modelação — o «filtro de Alexander antecipado».

## 2 — Modelação das séries de rendimentos de acções da BVL

### 2.1 — Definição da amostra

A amostra compreende os 17 títulos do mercado de cotações oficiais da Bolsa de Lisboa enunciados na primeira coluna do quadro 1 abaixo, bem como dos subsequentes. Esses títulos foram os únicos que ininterruptamente contribuíram para a formação do índice BVL, ou seja, aqueles que nunca tiveram a cotação suspensa por mais de cinco dias, dentro do período de Janeiro de 1988 a Fevereiro de 1992. Foram pois os mais frequentemente transaccionados, correspondendo ainda a uma grande diversidade de sectores de actividade. Por seu lado, os rendimentos foram calculados a partir das taxas de variação percentual simples das cotações diárias, após correcções relativas à distribuição de dividendos, a alterações no valor nominal, a incorporação de reservas, e à atribuição de direitos de subscrição reservados a accionistas.

### 2.2 — Aleatoriedade e linearidade

Para análise do carácter aleatório das 17 séries de rendimentos e, conseqüentemente, dos processos estocásticos subjacentes, começaremos por nos

debruçar sobre os seus correlogramas. Procurando fazê-lo de forma sintética, repare-se inicialmente no quadro 1 abaixo:

QUADRO 1

Autocorrelações significativas a 5 % de significância (bandas de confiança não corrigidas)

Títulos	Autocorrelações significativas	Número de autocorrelações significativas
Triunfo .....	1,2,4,15,18,29,85 .....	7
Caíma .....	1,4,5,33,36 .....	5
MABOR .....	1 .....	1
FISIPE .....	4,13 .....	2
EFACEC .....	1,20 .....	2
LISNAVE .....	1,2,25,67,81 .....	5
CEL-CAT .....	1,2,3,5,7,9,14,18,30,32,34 .....	11
MAGUE .....	2,29,89 .....	3
A. Gaudêncio .....	2,7,22,30,52,53,66,70,100 .....	9
S. Costa .....	22,27,36,82 .....	4
Grão-Pará .....	5,46 .....	2
P. Fernandes .....	1,3,12,18,34 .....	5
Marconi .....	1,3,4,6 .....	4
BPI .....	1,2 .....	2
BCP .....	1,5,25,32,45,92 .....	6
Euroleasing .....	5,41 .....	2
ESSI .....	1,2,4,11,14,31 .....	6

Da sua análise ressalta que 70 % (12/17) dos títulos apresenta um número de autocorrelações significativas inferior ou igual a 5, não permitindo logo, face ao nível de significância estabelecido, rejeitar a hipótese de estarmos perante ruído branco puro. Quanto aos outros, saliente-se a ausência de um claro padrão nas autocorrelações (os correlogramas parciais são muito semelhantes), registando-se antes diversos valores significativos em desfasamentos elevados, mas, tal como para a generalidade dos títulos, correspondendo a valores absolutos baixos. De facto, só 1.2 % da totalidade das autocorrelações amostrais são superiores, em valor absoluto, a 0.1, e 13.3 %, a 0.05.

Se estes valores revelam <sup>(1)</sup> que qualquer dependência nos processos estocásticos geradores dos rendimentos deverá ser fraca, há ainda a acrescentar o facto de os gráficos das séries denunciarem heteroscedasticidade e estas possuírem valores da *kurtosis* altamente positivos — 12.4, em média. Assim sendo, é de suspeitar que, tal como revelaram diversos estudos para bolsas estrangeiras, os dados não provenham de processos lineares (i. e., possíveis de representar como combinação linear de choques aleatórios desfasados, independentes e identicamente distribuídos), mas se caracterizem pela presença de heteroscedasticidade condicional. Tal facto implica a correcção das bandas de significância, e pode ser desde já testado observando se as autocorrelações das séries dos quadrados se reduzem face às dos valores originais.

<sup>(1)</sup> Tal como para Taylor (1989), com a sua amostra de títulos ingleses e norte-americanos.

Atentemos, para isso, nos resultados dos testes de Portmanteau (Box-Pierce) dos quadros 2 e 3 abaixo, calculados levando em linha de conta as primeiras 10, 30 e 50 autocorrelações. Nestes, à frente dos valores do teste apresenta-se o nível de significância equivalente numa tabela de qui-quadrado.

QUADRO 2

Testes Box-Pierce às séries de rendimentos

Titulos	Q10	Q30	Q50
Triunfo .....	22.9/.011	53.9/.005	* 66.1/.063
Caima .....	77.8/.0	94.6/.0	128.6/.0
MABOR .....	21.7/.017	* 34.0/.282	* 54.8/.296
FISIPE .....	25.5/.004	* 54.9/.004	* 67.3/.052
EFACEC .....	32.4/.0	60.2/.001	75.2/.012
LISNAVE .....	24.4/.007	48.2/.019	71.9/.023
CEL-CAT .....	77.2/.0	126.9/.0	163.8/.0
MAGUE .....	* 10.5/.40	* 28.4/.549	* 42.5/.766
A. Gaudêncio .....	* 13.2/.213	* 35.8/.214	* 49.9/.478
S. Costa .....	* 14.1/.168	44.4/.044	* 67.3/.052
Grão-Pará .....	* 9.0/.530	* 30.4/.444	* 56.4/.248
P. Fernandes .....	23.5/.009	50.6/.011	76.5/.009
Marconi .....	51.1/.0	65.4/.0	75.0/.013
BPI .....	20.8/.023	* 34.5/.26	* 50.9/.44
BCP .....	24.3/.007	* 41.0/.087	79.1/.005
Euroleasing .....	* 16.2/.094	* 35.1/.238	* 56.6/.244
ESSI .....	73.2/.0	104.1/.0	115.2/.0

QUADRO 3

Testes Box-Pierce às séries dos quadrados dos rendimentos

Titulos	Q10	Q30	Q50
Triunfo .....	36.0/.0	47.2/.024	* 56.4/.249
Caima .....	140.0/.0	141.8/.0	212.6/.0
MABOR .....	88.9/.0	105.6/.0	120.8/.0
FISIPE .....	29.8/.0	85.1/.0	109.2/.0
EFACEC .....	164.3/.0	194.5/.0	199.0/.0
LISNAVE .....	172.4/.0	192.9/.0	218.9/.0
CEL-CAT .....	245.3/.0	319.8/.0	389.0/.0
MAGUE .....	46.5/.0	86.8/.0	103.1/.0
A. Gaudêncio .....	163.0/.0	227.4/.0	238.9/.0
S. Costa .....	92.3/.0	150.3/.0	182.2/.0
Grão-Pará .....	72.3/.0	148.9/.0	181.4/.0
P. Fernandes .....	70.5/.0	132.1/.0	156.3/.0
Marconi .....	296.3/.0	319.9/.0	325.9/.0
BPI .....	149.9/.0	175.5/.0	184.1/.0
BCP .....	* 14.9/.136	* 18.2/.956	* 40.4/.831
Euroleasing .....	147.3/.0	183.5/.0	209.9/.0
ESSI .....	218.6/.0	256.0/.0	259.4/.0

Para além disso, os resultados que não implicam a rejeição da hipótese de se estar perante um passeio aleatório dos preços, para um nível de significância de 5 %, encontram-se identificados com um asterisco. Correspondem a valores inferiores a  $\chi^2_{10,05} = 18.3$ ,  $\chi^2_{30,05} = 43.8$  e  $\chi^2_{50,05} = 67.5$ , e são de 21/51 para os rendimentos simples e de 4/51 para os quadrados, traduzindo um aumento muito generalizado das autocorrelações.

Em face destes resultados, justifica-se proceder à reanálise da significância dos testes, procedendo à substituição das expressões usadas no caso linear (em que  $N$  é o número de pontos e  $r_x$  as autocorrelações amostrais):

$$\text{Bandas: } \pm 1.96 \frac{1}{\sqrt{(N)}} \quad (1)$$

$$\text{T. Portmanteau (Box-Pierce): } Q(k) = N \sum_{i=1}^k r_x^2(i) \sim \chi_k^2 \quad (2)$$

pelas equivalentes no caso não linear, e em particular quando se está em presença de heteroscedasticidade condicional [v. Diebold (1986), Taylor (1989) e Lo e Mackinlay (1988)], donde com diferente variância das autocorrelações:

$$\text{Bandas: } \pm 1.96 \sqrt{\frac{1}{N} \left[ 1 + \frac{\gamma_{x^2}(i)}{\sigma^4} \right]} \quad (3)$$

com:

$\gamma_x^2(i)$  = autocovariância dos quadrados de  $x_t$  e  $x_{t+i}$ ;  
 $\sigma^4$  = quadrado da variância.

$$\text{T. Portmanteau (Box-Pierce): } Q(k) = N \sum_{i=1}^k \left( \frac{\sigma^4}{\sigma^4 + \gamma_{x^2}(i)} \right) r_x^2(i) \sim \chi_k^2 \quad (4)$$

Os resultados corrigidos encontram-se nos quadros 4 e 5 abaixo, podendo ser confrontados com os anteriores 1 e 2. Como se pode ver, de 12 séries com um número igual ou inferior a 5 autocorrelações significativas, passamos para 15. As únicas excepções são a A. Gaudêncio e o BCP, os quais, no entanto, apresentam um valor de teste de Portmanteau não significativo, quando se procede à correcção da heteroscedasticidade. Quanto a este, os valores apontam agora, quase na globalidade, para processos do tipo ruído branco.

QUADRO 4

**Autocorrelações significativas a 5 % de significância (bandas de confiança corrigidas)**

Títulos	Autocorrelações significativas	Número de autocorrelações significativas
Triunfo .....	15,29,52,53 .....	4
Caima .....	1,4,5,89 .....	4
MABOR .....	1,13 .....	2
FISIPE .....	4 .....	1

Títulos	Autocorrelações significativas	Número de autocorrelações significativas
EFACEC .....	96 .....	1
LISNAVE .....	67,81 .....	2
CEL-CAT .....	2,9,14,18,46 .....	5
MAGUE .....	47,72,89 .....	3
A. Gaudêncio .....	22,30,40,52,53,66,70,100 .....	8
S. Costa .....	22,67,82 .....	3
Grão-Pará .....	42 .....	1
P. Fernandes .....	20,34,40 .....	3
Marconi .....	— .....	0
BPI .....	22 .....	1
BCP .....	1,5,25,34,38,45 .....	6
Euroleasing .....	14 .....	1
ESSI .....	1,31 .....	2

QUADRO 5  
Testes Box-Pierce corrigidos da heteroscedasticidade

Títulos	Q10	Q30	Q50
Triunfo .....	* 13.31	* 39.49	* 57.61
Caima .....	26.27	44.54	* 64.49
MABOR .....	* 11.01	* 24.70	* 43.13
FISIPE .....	19.46	* 41.31	* 51.39
EFACEC .....	* 9.95	* 31.09	* 47.30
LISNAVE .....	* 11.23	* 31.21	* 49.84
CEL-CAT .....	25.73	53.71	82.40
MAGUE .....	* 8.02	* 21.34	* 34.85
A. Gaudêncio .....	* 7.22	* 25.89	* 40.78
S. Costa .....	* 8.41	* 31.43	* 49.87
Grão-Pará .....	* 6.17	* 23.18	* 44.60
P. Fernandes .....	* 12.27	* 31.77	* 48.45
Marconi .....	* 11.35	* 22.33	* 30.63
BPI .....	* 8.58	* 21.33	* 35.64
BCP .....	* 15.52	* 29.57	* 59.07
Euroleasing .....	* 11.54	* 30.02	* 46.42
ESSI .....	* 15.45	* 31.65	* 43.51

### 2.3 — Modelo Arma (1,1)-Garch (1,1) t-Student

A construção de um modelo representativo do processo subjacente às nossas séries amostrais tem que entrar em linha de conta com os dois aspectos verificados no ponto precedente: por um lado, o comportamento heteroscedástico e não linear das séries — a dependência nos segundos momentos; por outro, a inexistência de tendências marcadas, manifestada nos testes de aleatoriedade.

Começando por este último ponto, a modelação da equação da média apontava à partida para a escolha do ruído branco, o que impossibilitava a sua

utilização em termos previsionais. Assim, optámos por um Arma (1,1), modelo que viria a trazer alguma melhoria nos ajustamentos, inclusive com valores significativos, para algumas séries, do teste do rácio do logaritmo da verosimilhança:

$$X_t = \bar{x} + \phi (X_{t-1} - \bar{x}) + a_t - \theta a_{t-1} \quad (5)$$

Quanto à função da variância, o modelo de heteroscedasticidade condicional que revelou um melhor ajustamento aos dados foi o Garch (1,1), com distribuição *t*-Student:

$$a_t \sim D(0, h_t) \quad (6a)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (6b)$$

$$D \sim t\text{-Student} \quad (6c)$$

sendo o logaritmo da função de verosimilhança a maximizar dado por:

$$L = N \ln \left[ \Gamma \left( \frac{\nu+1}{2} \right) \right] - N \ln \left[ \Gamma \left( \frac{\nu}{2} \right) \right] - \frac{(\nu+1)}{2} \sum \ln \left[ 1 + \frac{\alpha_t^2}{(\nu-2)h_t} \right] - \frac{1}{2} \sum \ln [h_t(\nu-2)\pi] \quad (7)$$

com  $h_t$  representando a variância condicional,  $N$  o número de pontos e  $\nu$  o número de graus de liberdade da distribuição *t*. Este último parâmetro, bem como  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\alpha_1$  e  $\beta_1$ , constituem os parâmetros estimados na optimização. É de referir que os valores obtidos de  $\nu$  foram, para todas as séries, inferiores a 4, correspondendo a *kurtosis* infinitas. Este resultado é a expressão do facto de as séries originais conterem, a par de extremidades densas, uma moda destacada, fruto de um número elevado de zeros. Aliás, em consonância com isto, também todas as séries apresentaram valores de  $\alpha_1 + \beta_1$  idênticos à unidade, apresentando-se como modelos *Igarch* de variância condicional integrada e os correspondentes segundo e quarto momento incondicionais inexistentes. Finalmente, os testes às autocorrelações dos resíduos estandardizados  $a_t / h_t$ , bem como dos seus quadrados, revelaram constituir agora ruído branco puro.

## 2 — Construção e análise de resultados de uma regra de compra e venda baseada no filtro de Alexander, mas assente em previsões

A regra de compra e venda de títulos mais difundida na literatura financeira é o filtro de Alexander (1961), utilizado normalmente para teste à eficácia do mercado, por confronto com a estratégia de *buy-and-hold*. Este filtro pode descrever-se simplificada (isto é, sem incluir tomadas de posição a descoberto — *short-positions*), como uma regra de compra e venda mecânica, dependente de um só parâmetro  $x$ : comprar um título sempre que o seu preço sobe, em termos acumulados, mais do que  $x\%$ , vendê-lo sempre que ele desce mais do que  $x\%$ .

A ideia que implementámos, e quisemos testar, foi a de construir um «filtro de Alexander antecipado», ou seja, acumular os preços passados (desde a última compra ou venda) com previsões a 1 ou  $n$  passos dadas pelo modelo estimado, por forma a poder antecipar os pontos de reversão da tendência, e assim obter resultados superiores. Para o teste decidimos proceder à partição das séries em dois troços:

- 1) As primeiras 500 sessões são utilizadas para a optimização da verosimilhança, estimando-se os parâmetros referidos no ponto anterior;
- 2) Nas últimas 459 sessões utilizam-se as previsões obtidas com os parâmetros estimados em 1), calculando, com o «filtro antecipado», os rendimentos no período para os dias *in* (dias em que se detêm os títulos), bem como o rendimento médio diário para cada série, ainda para esses dias. Estes resultados comparam-se, então, aos do filtro de Alexander tradicional, bem como aos do *buy-and-hold*.

Quanto à primeira parte, podemos inferir da qualidade do modelo ajustado comparando o erro quadrático médio resultante das suas previsões a um passo com as do ruído branco dadas pelas duas previsões médias abaixo indicadas. Temos assim, para a média das 17 séries, que:

Erro quadrático médio:

Previsões a um passo do modelo Arma (1,1)-Garch (1,1): 8.16;

Previsões a um passo iguais às médias das séries: 8.22;

Previsões a um passo, em  $t$ , iguais às médias até  $t$ : 8.33.

Estes números traduzem ganhos do modelo de 0.7 % a 2 %, valores obviamente baixos mas significativos face aos resultados dos testes referidos no ponto anterior, bem como face aos números passíveis de encontrar na literatura.

Passando, agora, à análise dos resultados da segunda fase, temos, primeiro, uma comparação obtida com parâmetros idênticos para todas as séries, de 1 e 1.5 % [tal como em Soares *et al* (1992)]. Os resultados líquidos dos custos de transacção encontram-se no quadro 6 abaixo:

QUADRO 6

Resultados médios das regras de compra e venda (últimas 459 sessões)

(Em percentagem)

Regra	Parâmetro	R. líq. período	R. líq. méd. dia
F. Alexander .....	1	- 44.5	- .29
F. Alexander .....	1.5	- 42.9	- .27
F. Antecipado .....	1	- 44	- .26
F. antecipado .....	1.5	- 42.2	- .26
Buy-&-hold .....	-	- 22.6	- .06

Como se vê, os resultados são sempre superiores aos do filtro de Alexander. Quanto ao *buy-and-hold* tal não acontece, sendo o filtro antecipado superior em 59 % das séries, quanto aos resultados brutos, e em 21 %, quanto aos líquidos. Contudo, duas precisões deverão ser aqui introduzidas, as quais modificam esta última conclusão. Em primeiro lugar, no filtro antecipado não considerámos uma remuneração para o dinheiro disponível nos dias *out*. Assumindo, por exemplo, uma aplicação para esses dias, a uma taxa de juro de 5 % anuais, o resultado líquido médio diário subiria de  $-0.26\%$  para cerca de  $-0.10\%$ . Para além disso, e mais importante, se procedermos à optimização, para cada série, dos valores do parâmetro  $x$ , não nos confinando a parâmetros idênticos (no caso, de 1 e 1.5 %), o filtro antecipado passa a superar claramente o *buy-and-hold*. Assim, quanto aos resultados brutos é melhor em 76 % dos casos, e quanto aos líquidos, em 74 %. A conclusão final é pois positiva também aqui.



## REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, S. S. (1961), «Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks?», *Industrial Management Review*, n.º 2, pp. 7-26, Maio.
- BOLLERSLEV, Tim (1986), «Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity», *Journal of Econometrics*, n.º 31, pp. 307-327.
- (1987), «A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return», *The Review of Economics and Statistics*, n.º 69, pp. 542-547.
- DIEBOLD, Francis X. (1986), «Testing for Serial Correlation in the Presence of ARCH», *American Statistical Association — Proceedings of the Business and Economic Statistics Section*.
- ENGLE, Robert F. (1982), «Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation», *Econometrica*, vol. 50, n.º 4, pp. 987-1007, Julho.
- GRANGER, Clive W. J. (1992), «Forecasting Stock Market Prices: Lessons for Forecasters», *International Journal of Forecasting*, n.º 8, pp. 3-13.
- LO, Andrew W., e MACKINLAY, A. Craig (1988), «Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Test», *The Review of Financial Studies*, vol. 1, n.º 1, pp. 41-66.
- MCLEOD, A. I., e LI, W. K. (1983), «Diagnostic Checking ARMA Time Series Models Using Squared-Residual Autocorrelations», *Journal of Time Series Analysis*, vol. 4, n.º 4.
- SOARES, J., ASSIS LOPES, J., e MONTEIRO, C. M. (1992), «Estudo de Eficiência na Bolsa de Valores de Lisboa: ciclicidade e regras de compra», *Investigação Operacional*, vol. 12, n.º 2, Dezembro.
- SOARES, J. (1994), *Preços de Acções na Bolsa de Lisboa: Análise, Previsão e Regras de Compra e Venda*, tese de doutoramento, IST-UTL, Fevereiro.
- TAYLOR, Stephen (1989), *Modelling Financial Time Series*, John Wiley & Sons.

(Versão entregue em Outubro de 1995)

